

Desarrollo del Razonamiento Espacial: Un análisis comparativo por niveles del Sistema
Educativo Colombiano

Nicolle Nathalia Calderón Rey, Ryan Steven Cárdenas Pereira, Nicolás Farid Manrique Acosta y

Elías José González Garzón

Proyecto de Trabajo de Grado para Optar el Título de Licenciado en Matemáticas

Director

Tulia Esther Rivera Flórez

Magister en Estadística

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Bucaramanga

2026

Dedicatoria

Dedico este trabajo a mi esposo, Jhair Méndez, por ser mi mayor apoyo y ejemplo constante de esfuerzo y dedicación, inspirándome a no rendirme y a creer siempre en mis capacidades. Este logro también le pertenece, porque ha sido parte fundamental de este sueño.

A mis padres, Graciela Rey y Fredy Calderón, por ser el fundamento de mis sueños, por su amor incondicional y por enseñarme que la perseverancia es el camino para alcanzar las metas.

Y finalmente, a mí misma, por la constancia y la disciplina que me permitieron llegar hasta aquí y demostrarme que todo esfuerzo tiene su recompensa.

Nicolle Nathalia Calderón Rey

Dedico este trabajo a Dios, por ser mi guía, mi fortaleza y mi esperanza en cada paso de este proceso.

A mis padres Omar Manrique y Martha Acosta, por su amor incondicional, por sus sacrificios y por enseñarme que los sueños se alcanzan con esfuerzo y constancia.

A mi novia Zharick Otero, por acompañarme en este proceso con paciencia, comprensión y amor.

Y de manera muy especial, dedico este trabajo a Jhon Amado, cuyo apoyo fue fundamental en cada etapa de mi formación universitaria. Tu ayuda trascendió lo académico; en ti encontré un amigo dispuesto a brindar su tiempo y experiencia con generosidad.

Nicolás Farid Manrique Acosta

Dedicatoria

Dedico este trabajo, con todo mi amor y gratitud, a mi madre, quien ha sido el pilar fundamental de mi vida. Tu apoyo, tus consejos y tu fortaleza me han dado el impulso necesario para superar cada reto y alcanzar esta meta. Este logro es también el reflejo de tu esfuerzo y dedicación, pues sin ti nada de esto habría sido posible. Espero que este trabajo sea una pequeña muestra del inmenso agradecimiento y orgullo que siento por tenerte como mi madre.

Ryan Steven Cárdenas Pereira

A mis padres, Olinda y Luis, por su amor, confianza y apoyo incondicional, que siempre me han brindado.

A mis hermanos, Damaris y Andrés, por su compañía y por estar presentes en cada momento.

A mi tía, Ceila, por darme ánimos, apoyarme y nunca dejar que me desanimara. Gracias por siempre estar para mí; este triunfo también es de ustedes.

Elías José González Garzón

Agradecimientos

Agradezco a Dios por guiar mi camino, darme fortaleza y sabiduría, y permitirme culminar esta meta que representa el cierre de una etapa muy importante de mi vida.

A mi esposo, Jhair Méndez, por ser mi compañero de vida, mi motivación y mi refugio. Gracias por creer en mí y brindarme tranquilidad en los momentos difíciles, por impulsarme a seguir adelante y acompañarme con amor en cada etapa de este logro.

A mi familia, por los valores que me han transmitido y por ser parte fundamental de la persona que soy hoy. De manera especial, a mi nonito José, por acompañar mi camino con orgullo y cariño, y por la ilusión con la que esperaba verme alcanzar este sueño.

A mis compañeros, Ryan, Elías y Nicolas, por compartir este proceso de investigación, por cada aporte y por hacer más llevadero este camino.

A mis amigos, Dange, Nicolás, Edwar y Valen, por su amistad, por las risas y por aquellos momentos que permitieron desconectarme de las responsabilidades académicas y disfrutar esta etapa de manera diferente. De manera especial, a Nicolás, por su cercanía y paciencia, por acompañarme en los momentos de estrés y duda, y motivarme a continuar cuando sentía que las cosas se tornaban difíciles.

Finalmente, agradezco a mis docentes y, de manera especial, a mi directora, Tulia Rivera, por su orientación, acompañamiento y confianza durante el desarrollo de esta investigación y mi formación profesional.

Nicolle Nathalia Calderón Rey

Agradecimientos

Agradezco a la UIS, por abrirme sus puertas y brindarme la oportunidad de formarme como Licenciado en Matemáticas. Gracias a cada uno de los docentes que hicieron parte del proceso, por compartir sus conocimientos y por su compromiso con la educación.

A mis padres, Omar Manrique y Martha Acosta, les agradezco por creer en mí desde antes de empezar este sueño. Gracias por su confianza, por cada sacrificio para darme estabilidad, por su amor y por enseñarme que con esfuerzo todo es posible. A mi novia Zharick Otero, gracias porque en los momentos más difíciles me diste tranquilidad y confianza; tu compañía fue fundamental.

A mis amigos más cercanos, en especial a Nicolle, quien admiro, respeto y quiero, gracias porque a pesar de los momentos difíciles siempre me apoyo y siempre creyó en mí. También a Edwar y Dangely, por sus palabras de ánimos y presencia en distintos momentos. A mis compañeros del Seminario de Investigación, en especial a Ryan, quien es una persona que respeto y admiro, a Elías y nuevamente a Nicolle, por el compromiso, el trabajo colaborativo y los aprendizajes. A nuestra directora Tulia Rivera, por su orientación y acompañamiento durante el desarrollo del trabajo de grado.

Por último, deseo expresar un agradecimiento muy especial a Jhon Amado. Más que un apoyo académico, encontré en él a un verdadero amigo. Hubo momentos en los que dudé de mí, pero él siempre estuvo ahí recordándome que rendirse no era opción. Gracias por creer en mí, por su tiempo, por compartir tu experiencia y por tu apoyo incondicional. Tu ayuda dejó de una huella profunda en mi vida. A todos ustedes, gracias de corazón.

Nicolas Farid Manrique Acosta

Agradecimientos

A Dios, por brindarme sabiduría, protección y fortaleza y, sobre todo, por esa bendición que siempre me acompañó y nunca permitió que bajara los ánimos, aun cuando las cosas no salían como esperaba. Gracias a Él hoy puedo cumplir una de mis grandes metas, con la fe de seguir luchando por muchas más.

A mi familia, por estar siempre pendiente de mí, por brindarme cariño, apoyo y motivación para no rendirme.

A mi directora, Mg. Tulia Rivera, y a mis compañeros de trabajo de grado, por su guía, paciencia y compromiso durante todo este proceso.

A todos y cada uno de mis amigos, quienes hicieron de este proceso una experiencia más agradable. Gracias por cada risa y por cada momento compartido, que fueron fundamentales para superar los obstáculos que se presentaron.

A la Universidad Industrial de Santander, por brindarme esta gran oportunidad y por acogerme con calidez desde el primer día.

A mis amigos, Zoraida y Lorenzo, por brindarme su apoyo y un lugar donde hospedarme, los cuales fueron fundamentales para alcanzar este logro.

Eliás José González Garzón

Agradecimientos

Expreso mi sincero agradecimiento a la Universidad Industrial de Santander (UIS) y a sus profesores por la formación académica y humana que recibí durante este proceso.

De manera especial, a mi directora de trabajo, Tulia Rivera, por su orientación, apoyo y valiosos aportes para el desarrollo de esta investigación.

A mis compañeros de trabajo por su colaboración y a mi familia por su amor, comprensión y apoyo incondicional, fundamentales para alcanzar esta meta.

Ryan Steven Cárdenas Pereira

Tabla de Contenido

Introducción	17
1. Planteamiento del problema.....	19
2. Justificación del problema	24
3. Objetivos	27
4. Antecedentes	29
5. Marco teórico	39
5.1 Conceptualización del Razonamiento Espacial en educación matemática	39
5.1.1 Pensamiento Matemático	39
5.1.2 Razonamiento Espacial.....	40
5.2 Habilidades del Razonamiento Espacial	41
5.2.1 Visualización Espacial	41
5.2.2 Percepción Espacial	42
5.2.3 Rotación Mental.....	43
5.3 Razonamiento Espacial en el marco normativo nacional e internacional.....	44
5.3.1. Lineamientos Curriculares de Matemáticas para Colombia (LCM).....	45
5.3.2 Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas	45
5.3.3 Estándares Básicos de Competencias de Ciencias Naturales	46
5.3.4 National Council of Teachers of Mathematics	47
5.4 Desarrollo del conocimiento espacial desde la teoría de Piaget	48
6. Metodología	53
6.1 Descripción temática sesiones 1 y 2	54

6.2 Descripción temática sesiones 3 y 4	55
6.3 Descripción temática sesiones 5 y 6	55
6.4 Descripción temática sesiones 7 y 8	55
7. Resultados	57
7.1 Razonamiento Espacial en Básica Primaria.....	57
7.1.1 Revisión de recursos	57
7.1.2 Diseño de una prueba para evaluar el Razonamiento Espacial en estudiantes de Segundo Grado.....	90
7.1.3 Análisis de resultados de la prueba aplicada.....	98
7.2 Razonamiento Espacial en Básica Secundaria.....	103
7.2.1 Revisión de recursos	103
7.2.2 Diseño de una prueba para evaluar el Razonamiento Espacial en estudiantes de Séptimo Grado.....	112
7.2.3 Análisis de resultados	113
7.3 Razonamiento Espacial en Educación Media	117
7.3.1 Revisión de recursos	118
7.3.2 Diseño de una prueba para evaluar el Razonamiento Espacial en estudiantes de décimo grado	134
7.3.3 Análisis de resultados de la prueba aplicada.....	141
7.4 Razonamiento Espacial en Educación Superior	147
7.4.1 Revisión de recursos	147

7.4.2 Diseño de una prueba para evaluar el Razonamiento Espacial en estudiantes universitarios 158

7.4.3 Análisis de resultados 161

8. Conclusiones 163

8.1 Conclusiones por nivel del sistema escolar 163

8.1.1 Básica Primaria 163

8.1.2 Básica Secundaria 164

8.1.3 Educación Media 165

8.1.4 Educación Superior..... 165

8.2 Conclusiones Generales 166

Referencias..... 171

Apéndices..... 185

Lista de Tablas

Tabla 1. Revisión sistemática literario: Listado de documentos seleccionados	34
Tabla 2 Cronograma de presentación de seminarios	54
Tabla 3. Recursos complementarios para el desarrollo del Razonamiento Espacial en educación básica primaria	69
Tabla 4. Descripción de las estaciones	91
Tabla 5. Criterios de observación de la estación 1.....	93
Tabla 6. Criterios de observación de la estación 2.....	94
Tabla 7. Criterios de observación de la estación 3.....	95
Tabla 8. Resultados de las tareas en cada estación	96
Tabla 9. Escala de valoración de desempeño en tareas de Razonamiento Espacial	96
Tabla 10. Interpretación de resultados para la prueba de habilidades espaciales	97
Tabla 11. Resultados obtenidos por los estudiantes en la estación 1	98
Tabla 12. Resultados obtenidos por los estudiantes en la estación 2.....	99
Tabla 13. Resultados obtenidos por los estudiantes en la estación 3.....	101
Tabla 14. Descripción de las actividades.....	112
Tabla 15. Resultados obtenidos de la prueba realizada a estudiantes de grado séptimo	114
Tabla 16. Descripción de las actividades.....	135
Tabla 17. Correspondencia entre preguntas, habilidades y evidencias de desempeño	137
Tabla 18. Escala de valoración de desempeño en habilidades espaciales	138

Tabla 19. Criterios de evaluación y puntajes sugeridos para las actividades propuestas 139

Tabla 20. Niveles globales de desempeño e interpretación 140

Tabla 21. Resultados globales obtenidos 141

Tabla 22. Síntesis de la primera actividad 143

Tabla 23. Síntesis de la segunda actividad..... 145

Tabla 24. Síntesis interpretativa por habilidades espaciales 145

Tabla 25. Descripción de cada pregunta de la prueba 159

Tabla 26. Rúbrica de desempeño 160

Tabla 27. Análisis de resultados por habilidad 161

Lista de Figuras

Figura 1. Ejemplo de actividades relacionadas con coordenadas, mapas y planos	59
Figura 2. Imagen de Geoplanos.	62
Figura 3. Tipos de tangram	64
Figura 4. Imagen cubo soma	66
Figura 5. Interfaz de la Actividad de GeoGebra	72
Figura 6. Interfaz del juego Dino Bros	72
Figura 7. Interfaz del juego Laberintos del Caperucita Roja y el Lobo.....	73
Figura 8. Interfaz del juego Hidden Cubes	74
Figura 9. Ejemplo de MFTC	77
Figura 10. Ejemplo de subprueba Comprensión Espacial (E)	78
Figura 11. Ejemplo de tarea de transformación espacial	80
Figura 12. Ejemplo de ensayo PTTC.....	81
Figura 13. Ejemplo de actividad “Realicemos recorridos”.....	86
Figura 14. Ejemplo del tipo de actividad.....	88
Figura 15. Primera actividad: Rutas horizontales y verticales en una simulación de la ruta de un autobús urbano	105
Figura 16. Segunda actividad: Búsqueda del tesoro en cuatro cuadrantes	106
Figura 17. Juego Cúrvica adaptado de la versión Yves Marin	108
Figura 18. Descripción de la actividad: Nueve Colores	110
Figura 19. Ejemplos de videojuegos desarrollados en Unity.....	111
Figura 20. Entorno del juego MAZE3D	118
Figura 21. Actividad: Curvas, rectas y hexágonos	120

Figura 22. Libro digital: Cuerpos Geométricos	124
Figura 23. Obra Other World (Another World) de M.C. Escher	126
Figura 24. Software PhET de óptica geométrica	129
Figura 25. Ejemplo gráfico de Suma de Vectores	132
Figura 26. Primera pregunta de la actividad 1	142
Figura 27. Segunda pregunta de la actividad 1	142
Figura 28. Primera pregunta de la actividad 2	143
Figura 29. Segunda pregunta de la actividad 2	144
Figura 30. Tercera pregunta de la actividad 2.....	144
Figura 31. Ejemplo: Capítulo 14, Derivadas Parciales, problema 9, página 924	149
Figura 32. Ejemplo: Capítulo 6, Movimiento circular, problema 25, página 146	151
Figura 33. Ejemplo: Capítulo 7, Relaciones espaciales, ejercicio 1, página 162	153
Figura 34. Ejemplo: Curvas de nivel, gradiente, multiplicadores de Lagrange.....	154
Figura 35. Modelo a escala de una catedral de estilo barroco construido en Minecraft.....	156

Resumen

Título: Desarrollo del Razonamiento Espacial: un análisis comparativo por niveles del Sistema Educativo Colombiano*

Autor(es): Nicolle Nathalia Calderón Rey, Ryan Steven Cárdenas Pereira, Nicolas Farid Manrique Acosta y Elías José González Garzón**

Palabras clave: Razonamiento Espacial, visualización, percepción espacial, rotación mental, educación.

Descripción:

Esta investigación tuvo como objetivo ampliar la comprensión sobre los factores y habilidades asociados al desarrollo del Razonamiento Espacial en los diferentes niveles del Sistema Educativo colombiano. La problemática central radica en la brecha existente entre los aportes de la investigación, los planteamientos curriculares y las prácticas que se implementan en las aulas. A esto se suman la limitada presencia de estrategias orientadas específicamente al razonamiento espacial y la dificultad para encontrar recursos e instrumentos que indiquen qué habilidad evalúan y para qué grado o nivel educativo son pertinentes. El trabajo de investigación se desarrolló bajo la metodología de Seminario de Investigación, estructurada en ocho sesiones. En estas reuniones, los integrantes asumieron de manera rotativa los roles de director, relator, correlator, protocolante y participante. El análisis comprendió los niveles de educación en Colombia, con el propósito de establecer una visión articulada y comparativa del Razonamiento Espacial. Para cada nivel educativo se realizó una revisión de antecedentes y referentes teóricos, se identificaron recursos e instrumentos disponibles y se analizó qué habilidades espaciales abordaban. A partir de este proceso se seleccionaron y adaptaron instrumentos para su aplicación en grupos de estudiantes que permitieron analizar el desempeño en las tres habilidades espaciales y comparar su manifestación entre los distintos niveles educativos. De manera complementaria, se consideró el género como una variable de análisis. Los hallazgos reconocen la importancia de promover el desarrollo progresivo del Razonamiento Espacial a lo largo de la trayectoria educativa, mediante recursos y estrategias acordes a las necesidades de cada nivel, que evolucionen desde experiencias concretas y manipulativas hacia procesos de abstracción y el uso de tecnologías digitales.

* Trabajo de Grado.

** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Licenciatura en Matemáticas. Directora: Tulia Ester Rivera Flórez. Magister en Estadística.

Abstract

Title: Development of Spatial Reasoning: A Comparative Analysis by Level within the Colombian Educational System*

Author(s): Nicolle Nathalia Calderón Rey, Ryan Steven Cárdenas Pereira, Nicolas Farid Manrique Acosta y Elías José González Garzón**

Key Words: Spatial reasoning, visualization, spatial perception, mental rotation, education.

Description:

The objective of this study was to broaden our understanding of the factors and skills related to the development of spatial reasoning at different levels of the Colombian education system. The central problem lies in the gap between research findings, curriculum frameworks, and classroom practices. Added to this is the limited availability of strategies specifically geared toward spatial reasoning and the difficulty in finding resources and assessment tools that clearly indicate which skill they assess and for which grade level or educational stage they are appropriate. The research was conducted using the research seminar methodology, structured into eight sessions. During these meetings, participants took turns serving as chair, presenter, co-presenter, secretary, and participant. The analysis covered the various educational levels in Colombia, with the aim of establishing a comprehensive and comparative overview of spatial reasoning. For each educational level, a review of background information and theoretical frameworks was conducted; available resources and instruments were identified; and the spatial skills they addressed were analyzed. Based on this process, instruments were selected and adapted for use with groups of students, which made it possible to analyze performance across the three spatial skills and compare how these skills manifested at the different educational levels. In addition, gender was taken into account as a variable in the analysis. The results highlight the importance of promoting the progressive development of spatial reasoning throughout the educational trajectory, using resources and strategies tailored to the needs of each level, which evolve from concrete, hands-on experiences toward processes of abstraction and the use of digital technologies.

* Thesis.

** Faculty of Sciences. School of Mathematics. Bachelor's Degree in Mathematics. Director: Tulia Ester Rivera Flórez. Master's Degree in Statistics.

Introducción

El Razonamiento Espacial es una de las dimensiones del intrincado concepto de razonamiento matemático, este implica varias habilidades como son: comprender, recordar, manipular y transformar relaciones espaciales de objetos reales o representaciones construidas como medio de solución a un problema. Según la National Research Council (2006), “El Razonamiento Espacial es la capacidad de visualizar y transformar representaciones espaciales, así como de comprender las relaciones geométricas en contextos matemáticos y del mundo real.”

Desde un punto de vista general, el Razonamiento Espacial suele asociarse como sinónimo de visualización la cual es una habilidad transversal que permite transformar información abstracta o compleja en representaciones más simples y eficientes en términos de interpretación de datos, a través de ella se logran identificar relaciones, traducir ideas y evaluar procesos en formatos variados de presentación. Desde un punto de vista académico, la visualización se ha convertido en una herramienta cognitiva esencial para todo profesional siendo incluso un rasgo característico del denominado pensamiento científico. Por lo anterior, el uso de representaciones gráficas que favorezcan la visualización es actualmente uno de los temas más recurrentes en cursos de formación orientados a diferentes áreas como son programación, marketing digital, big data, gestión de proyectos, toma de decisiones por citar algunos; claramente, esta necesidad se deriva de la aparición de nuevas disciplinas científicas como la Analítica de datos la cual supone el acceso a gran cantidad de información y retos tanto para su análisis como para su representación.

No obstante al anterior panorama, la consideración del Razonamiento Espacial como uno de los ejes fundamentales del aprendizaje de las matemáticas fue el tema central que motivó este proyecto; como premisa de entrada se planteó el poco énfasis que recibe el desarrollo de las habilidades relacionadas con este en los procesos de enseñanza en todos los niveles del sistema

educativo colombiano lo que ha llevado a que los estudiantes presenten dificultades al enfrentarse a la resolución de problemas que incluyen la representación de objetos y comprensión de conceptos y relaciones espaciales. En este sentido, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en 1998 nos invitaba a considerar como una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, no sólo en lo que se refiere a la geometría sino desde un marco interdisciplinar que hoy día se vería reflejado en el compromiso con metodologías que adoptan el enfoque STEAM.

Este proyecto tuvo como propósito profundizar nuestra fundamentación en cuanto a los elementos conceptuales y habilidades asociadas el Razonamiento Espacial atendiendo al desarrollo gradual que debería tener acorde al nivel escolar. Bajo una metodología de seminario de investigación, el grupo diseñó y desarrolló una serie de seminarios que además de exponer una revisión bibliográfica del tema en los niveles Básica Primaria, Básica Secundaria, Media técnica y Educación Superior, incluyeron la presentación de recursos didácticos y estrategias para su adecuado desarrollo en las diferentes etapas de desarrollo cognitivo acorde al sistema escolar colombiano. Adicionalmente, el grupo asumió el compromiso de explorar la medición del Razonamiento Espacial a través del diseño y análisis de un instrumento de medición el cual fue implementado en diferentes muestras de voluntarios acorde a los niveles asignados que incluyó una revisión del rendimiento en la prueba diferenciando por género.

1. Planteamiento del problema

Uno de los órganos más complejos del cuerpo humano es el cerebro, allí es donde las funciones cerebrales son producidas por conexiones neuronales de sinapsis entre las células cerebrales por medio de impulsos electromagnéticos y químicos. Desde una visión anatómica y funcional, el cerebro se divide en áreas que cumplen diversos roles como son los sensitivos, cognitivos y de lenguaje (Vásquez y Rodríguez, 2023).

A partir de los 13 años, según estudios realizados de resonancia magnética, se acrecientan diferencias en la conectividad neuronal entre ambos sexos. Además, se dice que:

Los varones tienen una mayor conectividad entre la parte anterior y posterior del cerebro, lo que favorece su capacidad de percepción (parte posterior) y de coordinación (lóbulo frontal). Las mujeres por el contrario presentan una mayor conectividad entre los dos hemisferios, lo que potencia la capacidad analítica e intuitiva. (Vásquez y Rodríguez, 2023 p. 45)

Desde una perspectiva cognitiva, se resalta como rasgos característicos del razonamiento, la racionalidad en el hombre y la afectividad en la mujer, esta consideración admite una explicación lógica ya que el lado izquierdo del cerebro del hombre es concreto y lógico y se ve estimulado por la testosterona que genera agresividad con lo cual se torna más racional y menos afectivo. En el desarrollo de los sentidos, el visual es el más desarrollado para el género masculino, en el femenino todos los sentidos se desarrollan de igual manera y en mayor nivel que en los hombres (Vásquez y Rodríguez, 2023). Más aún, los hombres por la función de su cerebro tienden a concentrarse en lo general, a explicar el comportamiento de las cosas mediante el uso del razonamiento lógico mientras que las mujeres al contrario parten de lo singular para llegar a lo general. Estos hallazgos

dejan abierta la posibilidad de la existencia de una brecha en el Razonamiento Espacial entre ambos géneros sustentada acorde en las funciones cognitivas y cerebrales.

Ahora bien, desde una perspectiva histórica la mujer en un principio tuvo restringido e incluso prohibido el acceso a la educación, el conocimiento y la investigación, producto de normas sociales y legales que de forma arbitraria veían a la mujer como intelectualmente inferior (González y Pérez, 2002). Este aspecto, además de haber frenado el progreso científico y tecnológico dificultó la aparición de mujeres referentes en diferentes campos que inspiraran a futuras mujeres, pero pese a estas barreras, hubo mujeres que dejaron grandes contribuciones en ciencia y tecnología como lo fue Marie Curie, Ada Lovelace, Rosalind Franklin, por citar algunas.

En la actualidad si bien estas barreras han desaparecido y en la mayoría de las sociedades la mujer cuenta con los mismos derechos y oportunidades que los hombres, su presencia en áreas como ciencia e ingeniería sigue siendo minoritaria lo que erróneamente puede llegar a atribuirse a un menor interés de las mujeres por estas áreas del conocimiento. Sobre este punto, Reding, (2008) referencia a Becerra Calderón et al., (2023) para afirmar lo siguiente:

A la edad de 15 años chicas y chicos tienen las mismas preferencias y capacidades en ciencia y tecnología, pero a medida que progresan para convertirse en adultos, las chicas abandonan la ingeniería y la tecnología a favor de otras materias. Cuando llegan a la universidad, el número de mujeres científicas es seis veces más pequeño que el de los hombres, y la situación es aún peor en las ingenierías, a pesar de que las mujeres son mucho más que los hombres en la educación universitaria. Este desequilibrio persiste en la industria: el personal femenino en I+D, en los sectores tecnológicos representa menos del 20% y además las mujeres ganan menos y ocupan puestos de responsabilidad con menos frecuencia; solo el 30% de los directivos son mujeres. (p. 25).

Desde otra perspectiva, diversas investigaciones se han enfocado en la enseñanza del Razonamiento Espacial notando que hay una brecha entre lo que propone el NCTM, las diversas investigaciones y lo que realmente se aplica en la enseñanza del Razonamiento Espacial en el aula. De acuerdo con Kurt, Önel y Çakıoğlu (2023), el currículo escolar está desvinculado de la práctica educativa limitando el desarrollo del Razonamiento Espacial, también recomiendan la implementación de programas y actividades específicas que incluyan el uso de software dinámico para potenciar su desarrollo, si bien esto es una estrategia que ha mostrado efectividad, insisten en la necesidad de capacitación de los docentes para superar las mencionadas dificultades.

En el contexto colombiano el panorama no es ajeno a esta problemática de la desconexión entre lo que se investiga y lo que se aplica en el aula con relación al Razonamiento Espacial tanto a nivel de Básica primaria y secundaria o en Educación superior. Puntualmente, González (2022) relaciona el déficit en el Razonamiento Espacial en relación directa con el aprendizaje de la geometría, también resalta las limitaciones de tiempo para su abordaje y la falta de formación y actualización docente en estrategias didácticas para potenciar este razonamiento y el prominente uso de metodologías enmarcadas en el modelo tradicional que desconocen los resultados de investigación y herramientas que pueden orientarse a favorecer el desarrollo de las habilidades requeridas.

Técnicamente, la visualización espacial o simplemente referida como visualización, hace alusión a la capacidad de operar con figuras en dos o tres dimensiones mentalmente, algunos autores lo consideran como un constructo independiente de la inteligencia, pero su naturaleza es un tema en investigación desde los años ochenta, así como formas de medirla. En el panorama internacional, se pueden encontrar diferentes tipos de test que incluyen habilidades para hacer rotaciones mentales, Tablero de formas (Prueba VZ-1), plegado de papel (VZ-2) y desarrollo de

superficies (VZ-3) que se agrupan en un kit de Pruebas cognitivas de referencia factorial del servicio de Pruebas Educativas.

En este contexto de medición, la rotación mental surge como una tarea específica, se dice que una buena visualización potencia la rotación mental. Sobre su desarrollo se asocia comúnmente a clases de geometría en el ámbito escolar, fuera de allí el desarrollo es dependiente del contacto con recursos como ciertos videojuegos que involucren navegación compleja que se define como la capacidad de mentalmente mapear el entorno del juego, anticipar obstáculos y plantear movimientos, otras actividades pueden ser armar cierto tipo de rompecabezas y construir modelos con bloques. Se sitúa incluso, actividades físicas como gimnasia, yoga y deportes de combate.

Un escenario técnico de medición lo aportan las pruebas estandarizadas como son las pruebas del Programa para la evaluación internacional de alumnos (PISA) las cuales evalúan jóvenes de 15 años de ciertos países, se valora la capacidad para aplicar conocimientos y habilidades en situaciones de la vida real, en particular incluyen competencias relacionadas con lectura, matemáticas y ciencias. Si bien lo que evalúan es Razonamiento Matemático, se advierte que éste incluye la aproximación geométrica espacio-forma y en consecuencia los participantes deben visualizar, transformar y aplicar conceptos geométricos en la resolución de problemas reales no solo a través de algoritmos sino también diseñando estrategias. En el ámbito nacional, la prueba de admisión a la Universidad Nacional es tal vez el único caso que incluye una sección denominada Análisis de imagen cuyo propósito es medir la capacidad del aspirante para interpretar y comprender información visual y espacial que involucra habilidades como percepción, razonamiento abstracto, lógica y relación de imágenes, textos y conceptos.

Finalmente, Clark (2019), al analizar el metaanálisis realizado por Lauer, Yhang y Lourenco en el 2019, el cual consistía en analizar 128 estudios enfocados en el Razonamiento Espacial teniendo en cuenta estadísticas de más de 30.000 niños y adolescentes, señala que “los hombres obtienen una ligera ventaja en el rendimiento relacionado con rotación mental durante los primeros años de escolarización formal, esta ventaja crece lentamente con la edad, triplicándose al final de la adolescencia”. Respecto a lo anterior, dicha investigación y hallazgo es crucial puesto que indica que las diferencias de género no son exclusivamente biológicas, sino que están ligadas a factores de desarrollo y a la influencia de contextos educativos y socioculturales. Por lo anterior, se hace fundamental investigar el desarrollo del Razonamiento Espacial en los diferentes niveles del sistema educativo colombiano que según el Ministerio de Educación Nacional (2018) son: educación inicial, educación preescolar, educación básica, educación media y la educación superior.

Con base en la amplia gama de consideraciones encontradas, el grupo acordó como tema central del Seminario analizar las habilidades que hacen parte del Razonamiento Espacial, su desarrollo acorde a los niveles del sistema educativo en Colombia y relación con factores asociados. A fin de avanzar más allá de la revisión bibliográfica, se decidió adelantar una revisión cualificada de recursos didácticos y explorar la medición del razonamiento cuyo análisis de resultados posibilitará un comparativo de desempeño por género.

2. Justificación del problema

La escasa presencia de actividades o problemas que involucran y promueven el desarrollo del Razonamiento Espacial en los libros de texto y material de clase se constituye un factor significativo en el desarrollo cognitivo requerido por los estudiantes. Según Watson, Jones y Pratt (2013), citados por Ortiz (2018) comúnmente en los libros de texto, las actividades que proponen son diversas, pero únicamente se centran en aspectos tales como los nombres, las propiedades de las figuras y solución de ejercicios rutinarios lo cual impide el contacto con experiencias que ayuden al desarrollo cognitivo de los estudiantes. La problemática mencionada, disminuye las oportunidades que los estudiantes tienen para ejercitar la visualización, manipulación mental de las figuras y la comprensión de relaciones espaciales, siendo esto fundamental en áreas destacadas como la matemática, ciencias básicas e incluso en la solución de problemas cotidianos. Por tal razón, el verdadero reto está en cómo se están trabajando los materiales educativos y qué contenidos se están teniendo en cuenta puesto que una de las tareas fundamentales es proporcionar lo necesario para que los estudiantes vivan experiencias donde se involucre el desarrollo del Razonamiento Espacial.

En Colombia, aunque las investigaciones en este campo son escasas, se encontró un estudio realizado por Barrios Osorio y colaboradores (2022) quienes identificaron un bajo nivel en el desarrollo de competencias sobre el Razonamiento Espacial, al aplicar una secuencia didáctica haciendo uso del software GeoGebra y el modelo de Van Hiele con estudiantes de séptimo grado. Lo anterior evidencia que las estrategias implementadas en el ámbito educativo no están involucrando este tipo de razonamiento desde los materiales de clase incluso con el apoyo de herramientas digitales. Mientras que en otras áreas se encuentran actividades variadas o propuestas metodológicas como recursos físicos, material concreto e incluso softwares dinámicos, en el caso

del Razonamiento Espacial esto es escaso y restringido influyendo en que éste se aborde de forma superficial y no como una competencia esencial en el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Las matemáticas son inherentes a la naturaleza humana y sus aplicaciones están presentes en diversas profesiones en alguna medida. Por esta razón, tener un buen desempeño en esta área del conocimiento representa una ventaja en el campo laboral. Comprender qué variables promueven y predicen un mejor desempeño en matemáticas es de gran importancia para su enseñanza. En la actualidad diversos estudios han encontrado que las habilidades espaciales predicen en gran medida el rendimiento en matemáticas, por ejemplo, Potter, Van der Merwe, Kaufman & Delacour (2006, citado en Vázquez y Noriega, 2011) afirman que particularmente, el nivel de Razonamiento Espacial que puede verificarse en el momento del ingreso a la universidad se ha mostrado como una importante variable predictora del rendimiento en carreras técnicas como Ingeniería.

Estudios recientes han encontrado que el razonamiento viso-espacial (RAVE), marco en el que estos sitúan al Razonamiento Espacial, es una habilidad clave que influye en la capacidad de los estudiantes para comprender y resolver problemas en asignaturas que requieren manipulación mental de objetos y conceptos abstractos como lo son las matemáticas dado que en el aprendizaje de conceptos relacionados con esta área son necesarias habilidades como imaginar, manipular, representar y transformar objetos a través de procedimientos matemáticos, algo equivalente a la actividad realizada al resolver problemas que requieren Razonamiento Espacial (Hoy, 2025).

Otra consideración importante para resaltar la importancia del Razonamiento Espacial es porque permite el aprendizaje y desarrollo humano en la vida diaria. Por ejemplo, Harris (2023) señala que el Razonamiento Espacial está presente en la vida cotidiana en situaciones tan triviales como es empacar una maleta en donde saber la forma y el tamaño de los objetos ayuda a optimizar

el espacio de la maleta, al conducir o estacionar un vehículo, al organizar una habitación, poner cuadros en la pared, actividades que demandan calcular medidas y en las que puede ser común aplicar nociones de proporcionalidad inconscientemente, incluso a la hora de cocinar una receta, armar un rompecabezas, practicar algún deporte y hasta para jugar videojuegos como Minecraft se usan habilidades de movimiento, espacio, visualización e imaginación mental.

En el ámbito de investigación en Educación matemática, el Razonamiento Espacial es fundamental en disciplinas STEM (Science, Technology, Engineering, and Mathematics) por cuanto conviene revitalizar el interés por estudiarlo. De igual manera, el autor resalta que hay un enfoque investigativo profundo sobre el impacto de este tipo de razonamiento en el desarrollo cognitivo del estudiante, pero poca aplicación sistemática en la enseñanza, por tal razón, se recomienda unir la psicología cognitiva con la educación para fomentar un aprendizaje significativo.

Desde una perspectiva aplicada, el Razonamiento Espacial es fundamental en diversas profesiones, desde las ingenierías hasta la medicina. Según Davis (2020), en el ámbito de la educación STEM, se ha evidenciado que este tipo de razonamiento es crucial en la resolución de problemas y el desarrollo de competencias en matemáticas y ciencias. Asimismo, recientes investigaciones han demostrado que herramientas como el diseño asistido por computador (CAD) potencia capacidades del Razonamiento Espacial siendo de gran utilidad en profesiones como Ingeniería, Arquitectura, Diseño Industrial (Dilling y Vogler, 2021), particularmente los procesos de diseño en estas profesiones fortalecen las competencias visoespaciales necesarias para proyectar, planificar y ejecutar respuestas tecnológicas en la vida profesional (Göktepe y Özdemir, 2018). En síntesis, el Razonamiento Espacial no se reduce a un conjunto de habilidades cognitivas

que se encuentran en ejercicios de geometría, sino que es una competencia indispensable para el desempeño en distintas áreas profesionales y en situaciones de la vida cotidiana.

Finalmente resaltar que como licenciados en matemáticas tenemos el compromiso de aportar a la profundización del conocimiento y posibilidades de desarrollo del Razonamiento Espacial que hagan posible el diseño de experiencias que promuevan el desarrollo de la visualización, la manipulación y la representación de formas. Fortalecer el Razonamiento Espacial no solo favorecerá el aprendizaje de la geometría, sino que también potencia la comprensión en otras áreas del conocimiento y en situaciones de la vida cotidiana.

3. Objetivos

El objetivo general de esta investigación es: Ampliar la comprensión del grupo sobre los factores y habilidades asociados al desarrollo del Razonamiento Espacial en los diferentes niveles educativos del sistema escolar colombiano. Para alcanzar este propósito, se plantearon los siguientes objetivos específicos:

- ✓ Implementar una revisión de literatura para identificar los artículos y fuentes bibliográficas que soportarán el fundamento teórico de cada una de las sesiones de seminario.
- ✓ Diseñar para cada sesión del seminario una presentación que incorpora material audiovisual, recursos tecnológicos de apoyo, instrumentos de medición y fuentes de información que aporten evidencia concreta.
- ✓ Para cada uno de los cuatro temas del seminario recolectar evidencias que contextualicen la problemática en el marco del sistema educativo colombiano (Educación básica y superior).

- ✓ Promover el aprendizaje activo y pensamiento crítico durante las reuniones preparatorias y sesiones de seminario por medio de la reflexión argumentada.
- ✓ Implementar las sesiones de seminario acorde a los lineamientos institucionales y al cronograma de trabajo establecido.

4. Antecedentes

A continuación, se presentan los resultados de la revisión bibliográfica realizada por cada integrante del grupo en la cual se combinan trabajos con diferentes enfoques de investigación y niveles de educación acorde la asignación por niveles del sistema educativo:

- Fernández (2011) centra su investigación en la evaluación de las habilidades de visualización y Razonamiento Espacial de docentes en formación de educación primaria. La autora plantea dos interrogantes en los cuales enfoca su estudio, uno de ellos es qué conocimientos intervienen en la realización de tareas de visualización y Razonamiento Espacial y el otro es por qué ciertas actividades que involucran Razonamiento Espacial presentan mayor dificultad en determinados estudiantes. El estudio se lleva a cabo en la Universidad de Santiago de Compostela con estudiantes del programa de Diplomatura de Maestro, específicamente con una muestra de 400 estudiantes, a los cuales se les realizó un cuestionario especialmente diseñado para evaluar las competencias espaciales. El análisis de resultados permitió evidenciar diversos niveles en cuanto a los procesos cognitivos que presentan los docentes en formación. A su vez se identificaron las habilidades y dificultades que pueden manifestarse cuando se trabajan problemas o actividades relacionadas con el Razonamiento Espacial, la autora concluye que la mayoría de los docentes en formación tienen un conocimiento limitado en la manipulación y transformación de representaciones espaciales, resaltando que se hace necesario integrar propuestas didácticas que permita a los estudiantes desarrollar el Razonamiento Espacial y geométrico desde un punto de vista ontosemiótico.
- Garay y Ramírez (2021): el objetivo de su trabajo fue determinar el impacto del Razonamiento Espacial en la resolución de problemas en estudiantes de tercer grado de

primaria. La investigación constó de una metodología cuantitativa de tipo experimental con un diseño preexperimental que vinculó una muestra de 20 estudiantes de tercer grado de primaria. La evaluación del Razonamiento Espacial fue llevada a cabo a través de 15 actividades de aprendizaje en las que también se incluyó la resolución de problemas; entre sus principales resultados se encontró que, en las pruebas ejecutadas del pre y post test, el 10% de los estudiantes se ubicaron en el nivel inicial, mientras que el 90% de los estudiantes alcanzó el nivel satisfactorio, acorde a la clasificación propuesto por los autores. Entre las conclusiones más relevantes se resalta que hubo un impacto significativo (Valor $p=0$) tras aplicar una prueba de Wilcoxon, en el que se demostró que Razonamiento Espacial mejora de forma relevante el desempeño en la resolución de problemas.

- Barrios, Meza, Vásquez y Pinto (2022): su trabajo de grado se centra en fortalecer el desarrollo de la competencia de razonamiento escolar según el modelo de Van Hiele con la implementación de una secuencia didáctica haciendo uso del software dinámico GeoGebra en estudiantes de grado séptimo. Para este estudio se adopta una metodología de tipo cualitativa bajo el modelo investigación-acción pedagógica. La investigación se realiza en la Institución Educativa Julio C. Miranda, ubicada en el departamento Córdoba, dentro de la cual se toma una muestra de 30 estudiantes de grado séptimo, dado que se evidencia que en este grupo en específico se presenta bajo nivel de visualización en actividades y tareas que se relacionan con el Razonamiento Espacial. Entre los principales hallazgos se observa que los estudiantes en su mayoría permanecen en los primeros niveles que propone en Modelo Van Hiele, restringiéndose solo a lo que se puede ver de las figuras, lo cual limita que el estudiante establezca relaciones entre ellas o razone de manera deductiva, es decir, partiendo de lo general (definiciones, propiedades, axiomas o

teoremas) a algo específico. Asimismo, se plantea la necesidad de enseñar a partir de fases acordes con el modelo Van Hiele y así, promover gradualmente el alcance a los demás niveles y se desarrollen habilidades del Razonamiento Espacial.

- González (2022) centró su investigación en identificar los déficits en el pensamiento espacial y como repercute en el Razonamiento Espacial y en el aprendizaje de geometría en estudiantes de básica primaria del Colegio Integrado La Llana, Tibú-Norte de Santander. El objetivo del artículo es analizar en qué medida la falta de competencias en habilidades espaciales afectan la comprensión de conceptos geométricos y proponer estrategias pedagógicas necesarias que fortalezcan las competencias limitantes. El estudio se llevó a cabo con 9 docentes, 16 estudiantes de grado quinto y 8 estudiantes de grado cuarto. El análisis de resultados mostró que los estudiantes presentan dificultades en habilidades como rotación mental, percepción de formas, visualización tridimensional limitando el aprendizaje de la geometría, también se identificó que la enseñanza tradicional centrada en la memorización y el poco uso de materiales manipulativos o tecnológicos contribuyen a mantener estas limitaciones. En síntesis, el autor concluye que el Razonamiento Espacial es esencial para el desarrollo del pensamiento espacial y el aprendizaje de geometría en primaria, así como la implementación necesaria de estrategias didácticas innovadoras que promuevan estas competencias.
- Un estudio realizado por Rodán, Montoro, Martínez y Contreras (2022) trabajó en el análisis de estudiantes de primaria (Muestra 1: 17 niños y 22 niñas) y secundaria (Muestra 2: 11 chicos y 10 chicas) para evaluar cómo avanzaban al recibir un entrenamiento en rotación mental. La práctica se desarrolló en tres sesiones de alrededor de 35 minutos cada una. Los resultados mostraron que tanto los niños como las niñas, sin importar si tenían

inicialmente un nivel alto o bajo en habilidades espaciales, mostraron avance con relación al nivel inicial sin diferencias significativas en algún género en particular. Por consiguiente, se puede considerar que este tipo de programas pueden servir para apoyar a quienes presentan mayores dificultades en el desarrollo de su Razonamiento Espacial, ya que permiten diseñar actividades más ajustadas a las necesidades de cada grupo y aprovechar mejor las oportunidades de aprendizaje.

- Harris (2023) centró su investigación en una revisión teórica en donde el foco principal es el vínculo entre la psicología cognitiva para la cual el Razonamiento Espacial se estudia con pruebas experimentales y la educación matemática que enfatiza más la observación directa en el aula. El objetivo central del artículo es analizar cómo las investigaciones en estos campos pueden mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. El artículo muestra resultados en varios grupos como estudiantes en educación secundaria, educación básica primaria y adultos en procesos de educación STEM. Uno de los resultados es que el Razonamiento Espacial está relacionado con el rendimiento en matemáticas y en la elección de carreras STEM, otro resultado es que existe una brecha entre la investigación y la práctica educativa. Así, el autor concluye que se requieren programas y currículos ajustados que fortalezcan el Razonamiento Espacial de modo que se logre un aprendizaje autónomo del estudiante.
- Páez (2024) centró su investigación en el desarrollo de la educación matemática y Razonamiento Espacial en estudiantes de 2º de primaria en el colegio rural agrupado Campos de Castilla en la localidad de Grijota, España. El objetivo principal de la investigación consistió en diseñar actividades propias del Razonamiento Espacial como la orientación, manipulación y aprendizaje en contextos fuera del aula.

La metodología utilizada fue cualitativa desde un punto de vista funcional enfocado en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mediante el uso de actividades prácticas en entornos naturales relacionados con la vida diaria y vinculando el uso de elementos manipulativos. Entre los principales resultados se encontró un incremento en la motivación de los estudiantes hacia la clase, un aprendizaje autodidacta con el programa GeoGebra desde casa y una mejor interiorización de los conceptos vistos. Finalmente se concluyó que, en conjunto, las actividades prácticas que involucran Razonamiento Espacial favorecen la enseñanza y representan un impacto significativo en la motivación y aprendizaje de los estudiantes.

- Bohórquez y Parada (2025) en su trabajo de grado realizaron una intervención con estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Bertha Suttner en Cartagena los cuales presentaban dificultades en el área de matemáticas, principalmente en el Razonamiento Espacial. La investigación de enfoque cualitativo y descriptivo se enmarcó en la acción pedagógica y utilizó como estrategia el Aprendizaje Basado en Retos (ABR) a través de una secuencia didáctica organizada en tres fases: desconstrucción, construcción y validación de la práctica pedagógica. En la etapa de construcción se implementó la aplicación *Sólidos RA* mediante códigos QR y herramientas de realidad aumentada, lo que despertó el interés de los estudiantes y fortaleció la comprensión de los contenidos.

Los resultados mostraron avances significativos en el desarrollo del Razonamiento Espacial, evidenciando que la incorporación de tecnologías innovadoras potencia los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas. Este antecedente resalta el valor de integrar recursos digitales en el aula, a la vez que plantea la necesidad de seguir explorando

experiencias pedagógicas similares en otros niveles educativos y con distintas herramientas tecnológicas para fortalecer el pensamiento espacial.

Se finaliza esta sección adicionando una síntesis de referencias clasificadas por nivel educativo la cual fue producto del trabajo individual de cada integrante del seminario acorde a la metodología adoptada para el desarrollo del proyecto que se describe más adelante.

Tabla 1.

Revisión sistemática literario: Listado de documentos seleccionados.

TEMA	TÍTULO	APORTE
Razonamiento Espacial en Básica Primaria	Primary student spatial reasoning abilities: Progression and challenges Autores: Hasanah et al. Año: 2024	Evidencia que las habilidades espaciales mejoran progresivamente a medida que los estudiantes van creciendo y se identifica que las tareas en las cuales los estudiantes presentan mayor dificultad son aquellas que implican seguir pasos, comprender el lenguaje espacial y realizar transformaciones en 2D y 3D.
	Representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales y su relación con el desarrollo del Razonamiento Espacial en edades tempranas (6-8 años) Autores: Sandoval y Ortiz Año: 2023	Demuestra que las actividades donde se transita entre el material manipulativo y representaciones abstractas impulsan el desarrollo del Razonamiento Espacial, pues el estudiante pasa de lo que observa físicamente a la construcción de imágenes mentales, rotación y descomposición de figuras, etc., lo cual fortalece las habilidades centrales del Razonamiento Espacial como la capacidad de imaginar y transformar objetos en el espacio.
	Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial Autores: Gonzato et al. Año: 2011	Clasifica todo tipo de tareas espaciales en tres grupos: orientación estática de sujetos y objetos, interpretación de perspectivas de objetos en 3D y orientación del sujeto en espacios reales. Estos grupos permiten comprender los diversos procesos cognitivos relacionados en el desarrollo del Razonamiento Espacial como el uso del cuerpo, el cambio de perspectiva y la conexión entre el espacio real y las representaciones. Del mismo modo, en

		cada grupo se encuentra la habilidad necesaria para realizar la actividad o tarea, el estímulo inicial y la respuesta esperada por los estudiantes, incluyendo ejemplos guía que permiten conocer más a detalle en qué se enfoca cada grupo.
	El aprendizaje de la visualización espacial en niños y niñas Autores: Suárez y León Año: 2016	Aporta fundamentos teóricos sobre la visualización espacial, las habilidades espaciales y su relación con el aprendizaje de la geometría, ofreciendo categorías conceptuales útiles para analizar y promover el desarrollo del Razonamiento Espacial en educación primaria.
Razonamiento Espacial en Básica Secundaria	Material concreto y digital como estrategia de aprendizaje para el fortalecimiento del pensamiento espacial en la básica secundaria de la Institución Educativa Pedro Claver Aguirre Autor: Osorio Año: 2023	Propone un diseño de enseñanza guiado a reforzar el Razonamiento Espacial en estudiantes de educación básica secundaria por medio del uso de material concreto, integrado con recursos digitales como son GeoGebra, Cabri y Corel Draw.
	Análisis de errores en estudiantes de secundaria al resolver actividades de PISA asociadas al sentido espacial Autor: Elvas y Ramírez Año: 2025	Presentan una investigación dirigida a identificar y categorizar los errores que muestran estudiantes de 15 años a inicios del bachillerato en Uruguay, resolviendo las pruebas PISA, en el apartado espacio y forma, además, se enfoca en comprender estas dificultades que enfrentan los estudiantes de secundaria en el desarrollo de las habilidades espaciales.
	GeoGebra, recurso educativo para fortalecer el pensamiento espacial Autor: Páez Año: 2023	Diseña e implementa un plan de enseñanza enfocada al fortalecimiento del pensamiento espacial por medio del uso de GeoGebra en estudiantes de sexto grado, mostrando que el uso del software matemático incide positivamente en el mejoramiento de las habilidades espaciales y en la comprensión de conceptos geométricos.

Razonamiento Espacial en Educación Media	AR-BOOK como estrategia de aprendizaje del Razonamiento Espacial en educación media Autor: Guayta-Sailema, Medina-Chicaiza, López-Sevilla, y Balseca-Manzano. Año: 2018	Evidencia que la realidad aumentada constituye un recurso pertinente para fortalecer el Razonamiento Espacial en educación media, ya que promueve la interacción con objetos tridimensionales y favorece habilidades como la visualización, la rotación mental y la percepción espacial. Asimismo, muestra que este tipo de herramientas didácticas puede ser valorado positivamente por docentes y estudiantes, aunque su aprovechamiento depende de procesos previos de familiarización y formación tecnológica.
	Técnicas de machine learning para la predicción de desempeño académico en el desarrollo del espacio proyectivo del pensamiento espacial Autor: Méndez Aguirre y López Martínez Año: 2019	Evidencia que el espacio proyectivo es una dimensión relevante del pensamiento espacial en educación media, ya que implica representar objetos desde distintos puntos de vista, comprender la perspectiva, la orientación y las relaciones de proyección en el espacio. Además, demuestra que técnicas de machine learning pueden apoyar la identificación temprana de estudiantes con bajo desempeño, permitiendo reconocer dificultades en el Razonamiento Espacial y en su relación con el rendimiento académico.
	Effects of videogame playing on measures of spatial performance: Gender effects in late adolescence. Autor: Okagaki, Frensch Año: 1994	Demuestra que el uso del videojuego Tetris favorece el desarrollo de habilidades espaciales como la rotación mental y la visualización espacial, al mejorar el desempeño en tareas de ubicación, rotación y reconocimiento de figuras en el espacio. Asimismo, aporta evidencia de que los videojuegos pueden funcionar como recurso de entrenamiento espacial, especialmente en ejercicios que exigen transformaciones mentales más complejas.
Razonamiento Espacial en Educación Superior	Realidad Aumentada Móvil: Una estrategia pedagógica en el ámbito universitario Autor: Laurens Año: 2020	Presentó una propuesta educativa orientada a apoyar el proceso de aprendizaje de Razonamiento Espacial en alumnos de la carrera de ingeniería industrial, así como su motivación hacia el curso de diseño industrial y dibujo técnico. En donde se encontró que el uso de programas móviles de realidad aumentada tiene un impacto positivo en la motivación, rendimiento y disposición de los estudiantes hacia el aprendizaje en el

		área de dibujo técnico al apoyar el desarrollo de habilidades espaciales.
Spatial skills in undergraduate students—Influence of gender, motivation, academic training, and childhood play Geosphere GeoScienceWorld Autor: Gold et al. Año: 2018	Examinaron los factores académicos, sociales y ambientales que influyen en el desarrollo de las habilidades de Razonamiento Espacial en estudiantes universitarios de carreras STEM en EE. UU. Encontraron que quienes jugaban videojuegos de acción o jugaron con juguetes de construcción de niños, presentaron niveles más altos en habilidades espaciales, destacando que el género es un predictor consistente y significativo de las habilidades espaciales a favor de los hombres; sin embargo, tales diferencias por género dejan de ser significativas tras ajustar todos estos factores, sugiriendo que las diferencias por género pueden deberse a una mayor formación informal de los hombres en la infancia y adolescencia.	
Exploring the Influence of Video Games on Self-Reported Spatial Abilities Among University Students Autor: Alwhaibi et al. Año: 2024	Investigaron el efecto de los videojuegos en las habilidades espaciales autorreportadas de estudiantes universitarios. Encontraron que los jugadores frecuentes, cerca del 65% de los encuestados, presentaron habilidades espaciales autorreportadas significativamente mayores en adaptación a desafíos espaciales que los jugadores poco frecuentes, siendo los jugadores de juegos de acción y de mundo abierto quienes percibieron las mayores mejoras en cognición espacial. No se encontraron diferencias por género significativas, identificando además que el uso de la perspectiva en juegos se encuentra asociado con la mejora en las habilidades espaciales autorreportadas.	
ASEE PEER - A Study of Augmented Reality for the Development of Spatial Reasoning Ability Autor: Bell et al.	Probaron la efectividad de la realidad aumentada como herramienta para el desarrollo del Razonamiento Espacial de estudiantes de ingeniería de EE. UU de primer año que obtuvieron una puntuación baja en la prueba de habilidades espaciales PSVT:R. Concluyendo	

	Año: 2018	que permite desarrollar las habilidades de visualización y rotación mental, además de reducir las diferencias por género.
	Minecraft as a block building approach for developing spatial skills - ScienceDirect Autor: Carbonell et al. Año: 2021	Investigaron el efecto del videojuego Minecraft en el desarrollo de la habilidad de rotación mental en un taller de construcción con bloques con estudiantes de ingeniería, Concluyeron que el videojuego de Minecraft puede utilizarse para apoyar el desarrollo de habilidades espaciales como la rotación mental, obteniendo resultados significativos comparables a los obtenidos con aplicaciones 3D y realidad aumentada.

Nota. Los títulos de los documentos que se presentan en la tabla contienen hipervínculos que permiten acceder a las investigaciones o artículos correspondientes.

5. Marco teórico

5.1 Conceptualización del Razonamiento Espacial en educación matemática

La comprensión del Razonamiento Espacial en educación matemática requiere ser situada a una dimensión del pensamiento matemático vinculado a la capacidad de representar, interpretar y transformar relaciones en el espacio. En el contexto escolar, este razonamiento se manifiesta en actividades que exigen orientaciones, relaciones entre objetos, comprender distintos puntos de vistas y coordinar representaciones bidimensionales y tridimensionales. En este apartado se presentan, en primer lugar, algunas consideraciones generales sobre el pensamiento matemático y, posteriormente, los elementos específicos que configuran el Razonamiento Espacial en el ámbito educativo.

5.1.1 *Pensamiento Matemático*

El Pensamiento Matemático suele definirse como una capacidad o habilidad para analizar, cuantificar, abstraer, calcular y planificar, con la finalidad de resolver problemas de la misma índole, el MEN (1998) ha subdividido el pensamiento matemático en cinco tipos de pensamiento, el numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, aunque ciertamente hay una subdivisión, no necesariamente se trabajan o ejercitan por separado sino más bien todos se relacionan únicamente para propiciar lo que es el pensamiento matemático.

El Pensamiento Matemático como proceso mental permite comprender e identificar relaciones a nivel global. Por su parte, el NCTM (2000) ha establecido cinco procesos matemáticos: la resolución de problemas, el razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y la representación, procesos que se van ejercitando durante la formación

en matemática, dichos procesos trabajan y se conectan unos con otros en busca de una mejora en la capacidad matemática de cada individuo.

5.1.2 Razonamiento Espacial

No existe una única definición sobre Razonamiento Espacial, en cada una se enfatiza ciertos elementos tanto a nivel cognitivo como de manipulación física, por lo cual a continuación presentamos un resumen producto de la revisión bibliográfica:

El Razonamiento Espacial es descrito desde una perspectiva cognitiva como “la capacidad de representar y transformar mentalmente objetos y sus relaciones, éste se compone de habilidades espaciales distintas pero relacionadas, la mayoría de las cuales tienen fuertes vínculos con el rendimiento matemático” (Harris, 2023, p. 1). Las habilidades espaciales se relacionan de procesos específicos como: rotación mental, visualización y percepción espacial (Kozhevnikov et al., 2007). Además, investigaciones como Project Talent en EEUU mostraron que los estudiantes con un alto nivel en el desarrollo de habilidades espaciales tienden a tener un mejor desempeño académico.

Por su parte, Rubio (2000) plantea que el Razonamiento Espacial es una capacidad visoespacial para la resolución de problemas centrada en manipular y rotar figuras. Por otra parte, Vázquez y Noriega (2011) abordan el Razonamiento Espacial como la capacidad de generar, recordar, recuperar, transformar y operar objetos con imágenes mentales. De manera complementaria, Fernández (2013) lo ve como un proceso cognitivo el cual combina la visualización mental y las representaciones externas (diagramas, dibujos) requeridos para resolver problemas de interpretación y de transformación de objetos espaciales, enfatizando que este razonamiento está ligado a la geometría.

En síntesis, para este proyecto se planteará el Razonamiento Espacial desde el punto de vista académico y desde el uso práctico en actividades cotidianas. En el ámbito escolar, este razonamiento se entiende como un proceso cognitivo que involucra habilidades para realizar actividades o resolver problemas que requieren rotación mental, visualización, imaginación dinámica entendida esta como la capacidad de generar, transformar y operar con imágenes mentales y percepción espacial, así mismo incorpora el reconcomiendo de formas, patrones y relaciones de objetos en dos o tres dimensiones.

5.2 Habilidades del Razonamiento Espacial

La habilidad espacial en general se refiere a la destreza que tiene un individuo para poder resolver problemas en los que se requiere transformar, representar y recordar información simbólica no lingüística. Al respecto, varios autores han intentado definir una categorización general; sin embargo, dependiendo de la perspectiva desde la que se analice puede cambiar, como es el caso de la perspectiva psicométrica y la perspectiva cognitiva, en donde en una se prioriza la puntuación obtenida en pruebas estandarizadas para definir las categorías y en la otra los procesos internos que ocurren cuando se resuelve un problema (Marcia C. Linn & Anne C. Petersen, 1985). Por este motivo, para el Seminario de investigación se consideró la categorización definida por Linn y Petersen, que prioriza los procesos cognitivos situando las habilidades espaciales: *rotación mental, percepción espacial y visualización espacial*.

5.2.1 Visualización Espacial

La visualización espacial es descrita por algunos autores como “una habilidad cognitiva fundamental en el aprendizaje de la matemática”. En particular, es requerida para construir modelos mentales a partir de representaciones estáticas, dadas mediante dibujos y/o descripciones orales en clases y/o a través de los libros de textos” (Herrera, Guzmán y Rodríguez, 2020, p. 1).

Desde la didáctica de las matemáticas se define como el conjunto de procesos y habilidades necesarias al realizar tareas que implican ver e imaginar objetos geométricos en el espacio, en la mente o mediante recursos tecnológicos, así como relacionar, reflexionar, comunicar y realizar transformaciones geométricas con los mismos (Suárez y León, 2016).

Esta habilidad se encuentra relacionada con otras habilidades espaciales muy importantes en el aprendizaje de las matemáticas como lo es la rotación mental, orientación, percepción y visualización, que permiten reconocer objetos en el mundo físico, destacando que esta habilidad es indispensable en carreras de ingeniería por sus diversas aplicaciones en el diseño y construcción de modelos espaciales, la interpretación de diagramas e identificación de problemas espaciales (Herrera, Guzmán y Rodríguez, 2020). Por otra parte, el desarrollo avanzado en visualización espacial se correlaciona con el éxito en carreras STEM, más aún, respecto a las diferencias por género en el desarrollo de esta habilidad en carreras STEM y no STEM, un metaanálisis encontró que los hombres en general obtienen niveles más altos que las mujeres sugiriendo que la baja presencia de mujeres puede deberse al rendimiento académico y afecto hacia estas disciplinas, factores que están influenciados por la visualización espacial (Lee, et al. 2019)

5.2.2 Percepción Espacial

La percepción espacial se entiende como una capacidad esencial dentro del Razonamiento Espacial, porque permite reconocer la orientación, posición y espacio de los objetos. Según el Tesouro DeCS de la Organización Panamericana de la Salud (2023), se entiende como “el reconocimiento de las propiedades espaciales de un objeto incluyendo el espacio físico”. Por otra parte, el Getty Research Institute (2022) la define como la “conciencia de la posición y orientación relativa del cuerpo y de los objetos alrededor, basada en profundidad, distancia y otros estímulos externos”. Es así, que este concepto se refiere a la capacidad cognitiva que tiene el estudiante para

razonar espacialmente sobre su entorno captando relaciones espaciales sin tener la necesidad de manipularlos mentalmente. Por ejemplo, si se juega con un balón el estudiante intentará percibir el espacio donde se va a mover e intentar anticipar su trayectoria.

Cabe resaltar que, esta habilidad está relacionada con procesos tales como la *orientación espacial* o *ubicación espacial*. No obstante, la terminología varía según el autor o el enfoque adoptado y estos conceptos aluden a la capacidad de identificar, interpretar y comprender las relaciones espaciales que se encuentran en el entorno.

5.2.3 Rotación Mental

La rotación mental (RM) es una habilidad espacial esencial en las matemáticas y un componente central en carreras de ciencia e ingeniería, que ha sido estudiada desde distintos enfoques como el cognitivo, ontosemióticos y en educación matemática. Consiste en la capacidad de realizar transformaciones mentales de objetos y formas, aspecto que implica mover objetos de dos o tres dimensiones en la mente (Bruce y Hawes, 2015). Esta habilidad es utilizada en el momento de planificar y realizar diversas acciones, desde leer un mapa y orientarse en el espacio, hasta actividades tan cotidianas como vestirse, conducir o estacionarse. Si bien rotación mental es una característica geométrica no es ajena a otras áreas de las matemáticas, desde la ciencia cognitiva es descrita como una herramienta que puede ser utilizada como estrategia eficaz en la enseñanza de las matemáticas en tareas de medición de áreas, análisis de figuras y problemas geométricos (Bruce y Hawes, 2015).

En particular una investigación en ciencia cognitiva y educación matemática que analizó la relación entre la rotación mental y el cálculo aritmético encontró entre sus principales conclusiones que estas dos habilidades que a primera vista no parecen estar relacionadas

comparten estructuras importantes como la memoria de trabajo, concluyendo que los ejercicios de rotación mental mejoran la lectura de expresiones aritméticas, influyendo de forma positiva en el cálculo aritmético al corregir errores de lectura de expresiones (Uribe, 2017). A menudo, esta habilidad espacial es medida a través de pruebas computarizadas como test o actividades en las que se realiza una serie de tareas manipulativas con objetos en 2D y 3D, análisis de patrones e incluso en pruebas más rigurosas que incorporan estudios de neuroimagen.

Esta habilidad comienza a desarrollarse en edades tempranas, algunos estudios han encontrado que los bebés de tan solo 4 meses de edad pueden formar representaciones mentales de objetos giratorios (Hespos y Rochat, 1996). En la actualidad se conocen diversos factores que contribuyen al desarrollo de la habilidad de RM como los son: el desarrollo motor, las actitudes de los padres, la complejidad de las tareas y los estímulos a los que se exponen (Johnson y Moore, 2020). Respecto a las diferencias por género en el desarrollo de esta habilidad diversas investigaciones han encontrado que los hombres superan en general a las mujeres en actividades que involucran la RM, sin embargo, esta brecha se reduce o incluso desaparece si las mujeres practican realizando tareas espaciales y se les capacita con estrategias efectivas. (Moè, 2016).

5.3 Razonamiento Espacial en el marco normativo nacional e internacional

Para comprender a profundidad el desarrollo del Razonamiento Espacial es fundamental tener en cuenta las directrices que se encuentran en los documentos oficiales de la enseñanza de las matemáticas tanto nacionales como internacionales. De acuerdo con lo anterior, en este espacio se presentarán lo propuesto sobre el Razonamiento Espacial en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (LCM), los Estándares Básicos de Competencias (EBC) y National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

5.3.1. Lineamientos Curriculares de Matemáticas para Colombia (LCM)

De acuerdo con el MEN (1998), en los LCM se destaca el Razonamiento Espacial como “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales.” Además, resaltan que un aspecto esencial del Pensamiento Espacial es la investigación del espacio tridimensional tanto en la imaginación como la realidad externa, y aquella representación de los objetos sólidos que se cuentan en el espacio.

Por otra parte, en los LCM se menciona que, para comunicar información espacial luego de observar objetos tridimensionales, es importante contar con representaciones planas de todas las formas y relaciones que se perciben. Asimismo, se debe tener en cuenta que existen diferentes tipos de representaciones donde cada una desempeña un papel fundamental dependiendo del aspecto que se desee resaltar. No obstante, se recomienda hacer uso de varias representaciones al mismo tiempo para así lograr una mejor percepción del espacio.

Según LCM, dentro de la teoría de las inteligencias múltiples de Howard Gardner se encuentra la inteligencia espacial considerada como pieza clave para el pensamiento científico, debido a que es empleada para manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas sobre ubicación, orientación y distribución de espacios.

5.3.2 Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas

Por su parte, en los EBC el Razonamiento Espacial contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación

entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales. (MEN, 2006).

De igual manera, en los EBC, el Razonamiento Espacial se entiende como un proceso que comienza con la reflexión de las propiedades de los cuerpos desde la posición hasta la relación con los demás objetos que se encuentran en el entorno. Allí, se fomenta que el estudiante tenga la capacidad de ubicarse y reconocer su lugar dentro del espacio que lo rodea. Posterior a esto, es necesario agregar la metrización, lo cual implica pasar de afirmar que algo está lejos o cerca a determinar con precisión que tan lejos o cerca está.

En otras palabras, lo anterior se refiere a pasar de lo cualitativo a lo cuantitativo y una vez logrado esto se genera nuevas propiedades y relaciones entre los objetos y estas propiedades son las que se convierten en conocimientos formales de la geometría euclidiana. Es así como los EBC destacan que lo mencionado anteriormente debe relacionarse con diversos contextos de la vida cotidiana como el arte, el diseño, la observación de patrones, la danza, la elaboración e interpretación de mapas, entre otros, de manera que enriquezcan y promuevan el desarrollo del Razonamiento Espacial.

5.3.3 Estándares Básicos de Competencias de Ciencias Naturales

En el marco normativo colombiano, la física en la educación media no se entiende como una acumulación de contenidos, sino como parte de una formación científica que va guiada a que el estudiante comprenda fenómenos, use modelos y actúe en su entorno. En los EBC se afirma que “los estándares en ciencias buscan que los estudiantes desarrollen habilidades científicas y las actitudes requeridas para explorar fenómenos y para resolver problemas” (MEN, 2004, p.6), y

también que formar ciencias implica contribuir a la formación de ciudadanos “capaces de razonar, debatir, producir, convivir y desarrollar al máximo su potencial creativo” (MEN, 2004, p.6).

Esta perspectiva se articula con Lineamientos Curriculares, donde el aprendizaje científico se sitúa en el “Mundo de la Vida”, entendido como un escenario de experiencia, interpretación y construcción de sentido (MEN, 1998). Desde el punto de vista teórica adoptada en esta investigación, esta base normativa permite reconocer la física escolar no solo exige una comprensión conceptual, sino también organizar relaciones espaciales, trayectorias, posiciones y representaciones del entorno físico.

Para el nivel educativo 10° y 11°, los EBC establecen desempeños del componente físico que se vinculan de manera implícita con el Razonamiento Espacial. Entre ellos se incluyen las siguientes competencias “Modelo matemáticamente el movimiento de objetos cotidianos a partir de las fuerzas que actúa sobre ellos”, “Establezco relaciones entre frecuencia, amplitud, velocidad de propagación y longitud de onda” y “Reconozco y diferencio modelos para explicar la naturaleza y el comportamiento de la luz” (MEN, 2004, p.22).

5.3.4 National Council of Teachers of Mathematics

En el ámbito internacional, el referente son los NCTM, en ellos no se encuentra un apartado sobre el Razonamiento Espacial; sin embargo, dentro del estándar de Geometría se evidencian referencias que reflejan y destacan la importancia de este tipo de razonamiento. En este sentido, se plantea que los programas de enseñanza, incluyendo todos los niveles, deben fomentar en los estudiantes el uso de la visualización, el Razonamiento Espacial y la modelación geométrica como herramientas esenciales para la resolución de problemas.

Según el NCTM (2000), la visualización espacial hace referencia a “construir y manipular mentalmente representaciones de objetos de dos y tres dimensiones y percibir un objeto desde perspectivas diferentes”. De igual manera, el documento menciona que el desarrollo del Razonamiento Espacial inicia desde los primeros años de escolarización por medio de la manipulación de los objetos y la exploración de sus formas hasta llegar a niveles más avanzados donde los estudiantes no solo manipulan sino logran analizar representaciones de los objetos tridimensionales. En resumen, todo lo expresado sobre el Razonamiento Espacial dentro del estándar de Geometría posibilita reconocerlo como eje transversal indispensable para resolver problemas, interpretar espacios y comprender las representaciones del espacio bidimensional y tridimensional.

5.4 Desarrollo del conocimiento espacial desde la teoría de Piaget

Comprender el Razonamiento Espacial desde la educación conlleva a reconocer cómo se construye el conocimiento espacial del sujeto. Por tal razón, son fundamentales los aportes que realizaron Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983) pues a partir de evidencias experimentales, demostraron la evolución de las relaciones espaciales en el transcurso del desarrollo infantil. Desde esta perspectiva, en su obra *La representación del espacio en el niño*, se afirma que

El conocimiento del espacio proviene al principio de la actividad sensoriomotriz y, posteriormente, a un nivel representativo, la actividad -real o imaginada- irá flexibilizando, coordinando y haciendo reversibles las imágenes espaciales para convertirlas en operaciones. Por tanto, para Piaget, tal conocimiento no deriva, sin más, de la percepción visual, sino que constituye el producto final de una larga y ardua construcción evolutiva y

no termina hasta la adolescencia, y en la que la actividad perceptiva juega un papel absolutamente imprescindible. (Pág. 93).

En este sentido, el conocimiento del espacio no se adquiere inmediatamente, sino que es una construcción progresiva que parte de la acción del individuo con el entorno que le rodea. El niño en las primeras etapas, reconoce el espacio mediante la actividad sensoriomotriz, es decir, a través de los sentidos o acciones motoras tales como desplazarse, coordinar movimientos, tocar objetos, entre otras; luego, estas actividades se reorganizan en el plano representativo, logrando que las imágenes espaciales obtengan flexibilidad y coordinación hasta convertirse en operaciones mentales.

A partir de diversos experimentos realizados, Piaget manifiesta que la representación del espacio en el niño se encuentra dividida en tres partes que se relacionan con los principales momentos del desarrollo de la noción de espacio: topológico, proyectivo y euclidiano, los cuales siguen una secuencia evolutiva y responden a diferentes niveles de complejidad construyéndose sobre la base de la anterior. Es así como dentro de la teoría que plantea Piaget se afirma que “el orden genético de adquisiciones de las nociones espaciales, es inverso al orden histórico del progreso de la ciencia” debido a que como se observa las relaciones topológicas son consideradas con anterioridad a las euclidianas por parte del niño.

- **Espacio topológico**

Según Piaget y Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983), las relaciones topológicas tienen en cuenta el espacio dentro de un objeto o figura particular, y comprenden relaciones de vecindad (qué está junto a qué), separación (qué está lejos de qué), orden (que va primero o después), cerramiento (dentro o fuera) y continuidad (sin rupturas). Es decir, estas relaciones son de tipo

cualitativas, ya que no dependen de medidas ni sistemas de coordenadas. Las investigaciones realizadas por estos autores evidencian experimentos diferentes como el dibujo infantil, comprensión de los nudos, la percepción de las formas donde los niños identifican configuraciones espaciales como “cerrado”, “abierto”, “sobre”, “junto”, sin tener en cuenta ángulos, medidas, distancias. En este momento, las relaciones son internas de cada figura sin entrar al análisis de relaciones espaciales que sitúan cada figura en correspondencia con otras, por ejemplo: la figura está dentro de la otra, este objeto está al lado del otro, este camino es continuo, la figura está cerrada. Otro ejemplo podría ser si como actividad le pones a un niño que dibuje una casa al lado de un árbol, él lo hará, pero tendrá en cuenta solamente que quede junto a la casa y no se preocupará si está alineado, proporcionado o en perspectiva.

- **Espacio proyectivo**

Para Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983) en esta etapa, “los objetos ya no son relacionados exclusivamente consigo mismos y con sus propias propiedades, sino que ahora pasan a ser considerados desde un punto de vista o a partir del punto de vista del sujeto”, lo cual conlleva a una superación del egocentrismo espacial presente en etapas anteriores. Dicho egocentrismo, no hace referencia a una actitud personal, sino que alude a la dificultad que presenta el niño para comprender que existen otras maneras diferentes de ver el espacio a como él lo ve. Es decir, el niño aun no diferencia entre “lo que él ve” y “lo que el objeto es desde otras perspectivas”. Este tipo de relación espacial se pone en manifiesto ante situaciones en las que se deben interpretar cambios de dirección, anticipar cómo se ve un objeto desde otra posición o comprender la orientación de sombras según la fuente de luz.

Diversas investigaciones de Piaget prueban que el niño comprende su propio punto de vista cuando tiene la capacidad de diferenciarla entre las diferentes perspectivas según la posición en la

que se encuentra el observador. En el presente nivel, surgen tanto nociones relativas (derecha-izquierda, delante-detrás y abajo-arriba) como la comprensión de que un objeto puede cambiar de apariencia sin necesidad de modificar su estructura. Aquí, el espacio empieza a organizarse de acuerdo a las relaciones dependientes de cada sujeto. De esta manera, el espacio proyectivo se constituye un puente en el desarrollo del conocimiento espacial, pues conecta las relaciones topológicas y la organización métrica del espacio euclidiano.

- **Espacio euclidiano**

Se conoce como el nivel más elaborado en la teoría del desarrollo del conocimiento, en el cual el niño pasa de organizar el espacio a partir de relaciones cualitativas o dependientes del sujeto a estructurarlo a través de “nociones euclidianas básicas de paralelismo y semejanza, los ejes coordenados de referencia horizontales y verticales y las relaciones entre los espacios proyectivo y euclidiano en la elaboración de sistemas cartográficos”. (Piaget e Inhelder, 1947, citado en Ochaíta, 1983, pág. 101). Es en esta etapa donde surgen nociones como horizontalidad y verticalidad, proporción, coordenadas y marcos de referencia los cuales permiten ubicar objetos de forma más precisa en el espacio.

Diversas investigaciones demuestran situaciones que evidencian el paso de una organización fundamentada en la percepción a una apoyada en relaciones geométricas y métricas; por ejemplo, el niño en esta etapa debe comprender que sin tener en cuenta como se encuentre el recipiente (inclinado o no), el nivel del agua sigue permaneciendo horizontal. Del mismo modo, el niño debe prever aquellas transformaciones de figuras que cambian de forma al abrir o cerrar herramientas como las tijeras, las cuales al usarlas generan rombos. Además, deben comprender que propiedades como el paralelismo de los lados opuestos y la longitud de segmentos se conservan sin tener en cuenta la transformación.

Cabe resaltar que, estas etapas no se presentan de manera aislada, sino se complementan para la estructuración del espacio. El proceso que atraviesa el niño a medida que desarrolla el conocimiento espacial es el paso de una comprensión sostenida por relaciones cualitativas, hacia la incorporación de diferentes perspectivas y, finalmente, la construcción de sistemas de referencia y relaciones métricas. De tal manera, el Razonamiento Espacial se puede entender como una construcción que se basa en la articulación de las relaciones anteriormente descritas, las cuales son fundamentales para el desarrollo cognitivo del niño.

6. Metodología

El Seminario de Investigación incluye como actividad central la realización de ciertas sesiones de presentación por parte de sus integrantes. Según la normativa institucional, dichas sesiones son implementadas bajo una metodología que supone que sus integrantes desempeñen diferentes roles como son el de *Relator*, *Correlator*, *Protocolante* y *Participantes*. En primer lugar, el *Relator* se encarga de presentar el tema en la sesión del seminario, impulsar a los presentes a la discusión, sostener su atención y fomentar el interés de participación; en segundo lugar, el *Correlator* analiza el contenido, la claridad y el manejo de la exposición con la finalidad de presentar su reflexión personal, y su posición frente a la relatoría; en tercer lugar, el *Protocolante*, se encarga de plasmar brevemente en un escrito las actividades tal cual se desarrollaron; y por último, los *Participantes*, los cuales asisten de manera voluntaria, manifiestan sus ideas y valoraciones respecto al tema y enriquecen el espacio con sus preguntas. Dada la naturaleza de algunos temas el ideal es que se suscite la discusión la cual se debe caracterizar por ser de tipo argumentativo y enfocada al enriquecimiento del trabajo expuesto por el *Relator*.

Para el cumplimiento de los objetivos propuestos para este proyecto, se realizaron 8 sesiones de seminario con una duración entre 2 y 2.5 horas cada una, en las que cada integrante se ocupó de profundizar sobre el tema central en un nivel escolar particular, se acordó adoptar la siguiente estructura general sujeta a mínimas variaciones por parte de cada expositor:

- ✓ Introducción y generalidades
- ✓ Presentación de antecedentes
- ✓ Revisión de elementos Teóricos y consideraciones según el marco legal
- ✓ Presentación de recursos de didácticos orientados al desarrollo del Razonamiento Espacial

- ✓ Muestra de evidencias propias (test para medición del Razonamiento Espacial, aplicación y análisis de resultados, contrastes por género)

A continuación, se presentará la distribución de las sesiones y el rol que desempeñó cada integrante del seminario:

Tabla 2

Cronograma de presentación de seminarios.

SESIONES	FECHA	TEMA	RELATOR	CORRELATOR	PROTOCOLANTE
1	15/05/2026	RE en	Nicolle Nathalia	Ryan Steven	Elías José González
2	15/05/2026	Básica Primaria	Calderón Rey	Cárdenas Pereira	Garzon
3	22/05/2026	RE en	Elías José	Nicolle Nathalia	Nicolás Farid Manrique
4	22/05/2026	Básica Secundaria	González Garzon	Calderón Rey	Acosta
5	22/05/2026	RE En	Nicolás Farid	Elías José González	Ryan Steven Cárdenas
6	22/05/2026	Media Técnica (10° y 11°)	Manrique Acosta	Garzon	Pereira
7	28/05/2026	RE en	Ryan Steven	Nicolás Farid	Nicolle Nathalia
8	28/05/2026	Educación Superior	Cárdenas Pereira	Manrique Acosta	Calderón Rey

Nota. Cronograma semestral del seminario de investigación. Elaboración propia.

6.1 Descripción temática sesiones 1 y 2

Para acceder a la presentación correspondiente a cada sesión, haga clic en el título del tema central.

- Tema central: [Desarrollo del Razonamiento Espacial en Básica Primaria](#)
 - *Subtema 1:* Presentación y análisis de recursos que promueven el Razonamiento Espacial en Básica Primaria.

- *Subtema 2:* Diseño, aplicación y análisis de resultados de una prueba para medir el Razonamiento Espacial en estudiantes de segundo grado.
- Tiempo requerido para que los participantes se informen: una semana de anticipación.

6.2 Descripción temática sesiones 3 y 4

- Tema central: [Desarrollo del Razonamiento Espacial en Básica Secundaria](#)
 - *Subtema 1:* Presentación y análisis de recursos que promueven el Razonamiento Espacial en Básica Secundaria.
 - *Subtema 2:* Diseño, aplicación y análisis de resultados de una prueba para medir el Razonamiento Espacial en estudiantes de séptimo grado.
- Tiempo requerido para que los participantes se informen: una semana de anticipación.

6.3 Descripción temática sesiones 5 y 6

Tema central: [Desarrollo del Razonamiento Espacial en Educación Media](#)

- *Subtema 1:* Presentación y análisis de recursos que promueven el Razonamiento Espacial en Educación Media.
- *Subtema 2:* Diseño, aplicación y análisis de resultados de una prueba para medir el Razonamiento Espacial en estudiantes de décimo grado.
- Tiempo requerido para que los participantes se informen: una semana de anticipación.

6.4 Descripción temática sesiones 7 y 8

- Tema central: [Desarrollo del Razonamiento Espacial en Educación Superior](#)
 - *Subtema 1:* Presentación y análisis de recursos que promueven el Razonamiento Espacial en Educación Superior.

- *Subtema 2:* Diseño, aplicación y análisis de resultados de un test para medir el Razonamiento Espacial en estudiantes de Educación Superior.
- Tiempo requerido para que los participantes se informen: una semana de anticipación.

7. Resultados

Para esta metodología de realización de Trabajo de grado, los resultados se plasman en el material presentado por cada expositor en las sesiones a su cargo, para no ser repetitivos, en este informe hemos incluido parte de esos insumos para consolidar la sección de antecedentes y de marco teórico. A continuación, un esbozo de lo tratado en cada presentación.

7.1 Razonamiento Espacial en Básica Primaria

En básica primaria, la investigación se orientó a identificar cómo se fortalece el Razonamiento Espacial a partir del nivel de desarrollo de los estudiantes según la edad. Para ello, se realizó una búsqueda en internet de recursos como juegos, materiales manipulativos, páginas web, test, applets interactivos, con la finalidad de reconocer que recursos promueven la visualización, percepción espacial y rotación mental desde un enfoque más concreto e intuitivo. A partir de esta exploración, se seleccionaron y analizaron recursos que mostraban una utilidad didáctica para este nivel, valorando su potencial para el desarrollo de habilidades espaciales. Este proceso también sirvió de base para el diseño de actividades ajustadas a básica primaria y para la interpretación de los resultados obtenidos, entendidos no solo como repuestas o desempeños, sino como evidencias de como los estudiantes desarrollan el Razonamiento Espacial en este tipo de recursos.

7.1.1 Revisión de recursos

Se realizó una revisión de los recursos y materiales disponibles utilizados en el contexto escolar, con el fin de determinar con qué herramientas se cuenta actualmente para potenciar el trabajo espacial en los primeros grados de escolaridad y así identificar cómo se está promoviendo el desarrollo del Razonamiento Espacial en edades tempranas.

1. Materiales manipulativos

Dentro de esta categoría se identificaron una variedad de recursos empleados en el nivel educativo básica primaria, los cuales fomentan la exploración mediante la manipulación directa con objetos físicos. Estos recursos se utilizan con la finalidad de simplificar la construcción del sentido espacial a partir de la manipulación concreta.

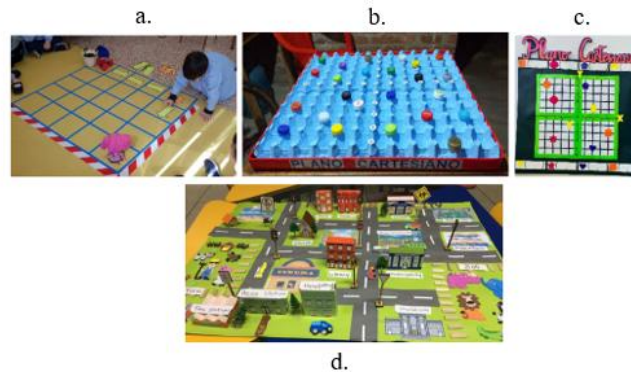
Entre los materiales manipulativos encontrados, se destacan los mencionados por Alsina y Bosch (2025) en su artículo “Geometría en infantil y primaria: Diez materiales manipulativos esenciales para desarrollar el sentido espacial” quienes exponen una serie de recursos específicamente orientados al potenciamiento del Razonamiento Espacial, tales como:

- **Coordenadas, mapas y planos:**

El presente material está orientado en la representación y organización del espacio con base en sistemas de referencia, favoreciendo en los estudiantes la comprensión de cómo se ubican y se relacionan los objetos en un determinado entorno. Dentro de esta clasificación de materiales se encuentran recursos como los que se observa en la *figura 1*, tales como maquetas, planos realizados con diferentes materiales, los cuales permiten que los niños pasen de la experiencia concreta hacia la representación gráfica o simbólica.

Figura 1.

Ejemplo de actividades relacionadas con coordenadas, mapas y planos



Es importante mencionar que, para lograr la comprensión de representaciones complejas en el espacio como la que se observa en la *figura 1c*, es necesario que los estudiantes que se encuentran en edades tempranas desarrollen actividades como las que se presentan en la *figura 1a* y *1b*, donde manipulan, exploran y representan el espacio correctamente. Dichas actividades iniciales, logra que el estudiante adquiera nociones de ubicación y dirección, para luego interpretar representaciones más estructuradas como planos y mapas.

A partir de los recursos anteriormente mencionados, en el artículo se presentan diversas actividades para niños entre 6 y 10 años, como la descripción de ubicación de objetos en cuadrículas, posición en la que se encuentra un objeto a través de maquetas, como también incluir el uso de vocabulario específico. Sin embargo, se destaca particularmente la actividad “Diseño e interpretación de planos con soportes físicos utilizando un vocabulario correcto; adicionalmente, descripción de la ubicación de elementos en el plano utilizando las coordenadas cartesianas correctamente”, la cual favorece el desarrollo del Razonamiento Espacial.

Para la implementación práctica de las actividades descritas, deben trabajar con planos o cuadrículas de tal manera que los niños puedan ubicar y encontrar elementos mediante

coordenadas o indicaciones dadas, también interpretar las diferentes posiciones que pueden tomar un objeto dentro de un sistema de referencia. Lo anterior no solo implica identificar posiciones, sino también comprender la organización del espacio, lo cual requiere un nivel mayor de abstracción. Cabe resaltar que, si bien no es adecuado usar la representación en planos cartesianos en edades tempranas, sí se deben emplear sistemas de referencia alternativos (exploración del espacio y movimiento usando referencias comunes como arriba-abajo-dentro-afuera, así como ejercicios de lateralidad), luego se avanza al manejo de puntos cardinales y sistemas de coordenadas geográficos.

Desde el punto de vista curricular, la actividad práctica descrita presenta relación con los EBC según MEN (2006) para la educación primaria. Por un lado, para los grados cuarto y quinto, se identifica conexión con el estándar “utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales”, puesto que el estudiante ubica y expresa posiciones ya sea en una cuadrícula o en el plano. Por otro lado, para los grados de primero a tercero, se asocia con el estándar “desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio”. Los anteriores estándares resultan importantes, dado que no solo se lleva al estudiante a la identificación de figuras, sino que también exige procesos de localización y orientación, aspectos fundamentales para el desarrollo del pensamiento espacial.

Basándonos en lo que propone Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983), se puede afirmar que esta actividad se encuentra especialmente en la *dimensión proyectiva*, puesto que el estudiante debe establecer relaciones del espacio físico con la representación en el plano, teniendo en cuenta los diferentes puntos de vista y sistemas de referencia. De igual manera, se evidencia un acercamiento a la *dimensión euclidiana*, puesto que el estudiante hace uso de coordenadas, las

cuales introduce un sistema de referencia apoyado en ejes que da la posibilidad de ubicar los objetos.

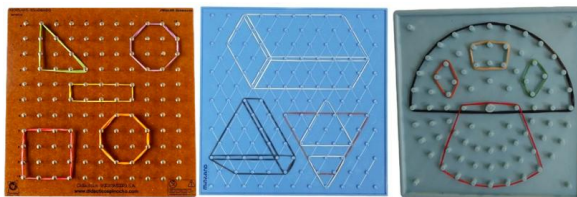
En cuanto a las habilidades que se trabajan mientras los estudiantes desarrollan la actividad, se favorece principalmente la *percepción espacial*, pues la actividad lleva al estudiante a interpretar la ubicación en la que se encuentran los elementos dentro del plano o la cuadrícula que están trabajando, estableciendo relaciones tanto de posición como de orientación. De la misma forma, entra en juego la *visualización espacial*, cuando no solo se centran en ubicar punto por punto en un sistema de coordenadas, sino que mentalmente logran anticipar las ubicaciones e identificar la forma que forman sin depender de seguir paso a paso las instrucciones. No obstante, la *rotación mental* no está inmersa en esta actividad pues no es necesario realizar transformaciones de orientación.

– **Geoplano:**

Es un recurso que está conformado por una base de clavos que se encuentran ordenados ya sea de forma cuadricular, triangular o circular, dentro de las cuales se colocan bandas o gomas elásticas para la construcción de figuras geométricas. Dicho recurso, favorece las propiedades geométricas (lados, vértices, ángulos, simetría, etc.) y la interacción directa con las formas de las figuras y sus diversas transformaciones (traslación, rotación, simetría, etc.).

Figura 2.

Imagen de Geoplanos.



Nota. Tomado de Alsina y Bosch, 2025.

Con base en el uso de este material, Alsina y Bosch (2025) proponen una serie de actividades para niños entre los 6 y los 10 años, como la construcción de polígonos para identificar vértices o ángulos, observación de similitudes o diferencias de las figuras que se pueden construir, representación de líneas paralelas o perpendiculares. No obstante, se enfatizará en la actividad de *girar el geoplano para así visualizar una misma figura a partir de diferentes posiciones*.

La implementación práctica con los estudiantes consiste en construir una figura en el geoplano, luego observarla cuando se haya cambiado su orientación, considerando que sin tener en cuenta la posición del geoplano, la figura continúa conservando sus propiedades, lo cual implica que no solo se identifique la figura desde una posición, sino que puede reconocer que no ocurre ninguna transformación en la figura a pesar de que la posición no es la misma. Se considera importante mencionar que, el nivel dificultad se puede aumentar añadiendo condiciones en la construcción de las figuras, por ejemplo, asignando la cantidad de vértices que debe tener, los ángulos que debe formar o la ubicación de la figura respecto a los puntos del geoplano.

Desde los EBC propuestos por el MEN (2006), la actividad propuesta con el geoplano se relaciona directamente con algunos de los estándares enfocados en el desarrollo del pensamiento espacial de básica primaria. En cuanto al estándar de cuarto y quinto que se evidencia correspondencia es “conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el

plano para construir diseños” puesto que se debe identificar cómo a pesar de cambiar de orientación la figura, esta sigue manteniendo sus propiedades. Del mismo modo, se articula con los aprendizajes en niños de primero a tercer grado, mediante el siguiente estándar “reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura”. Cabe resaltar que, a medida que se aumente el nivel de dificultad, se puede establecer relaciones con otros estándares que se proponen en los EBC, como aquel que planea “construir figuras y sólidos a partir de condiciones dadas” pues se debe verificar que la figura plana que se construya cumpla con los criterios establecidos.

En relación con las categorías planteadas por Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983), se afirma que esta actividad se orienta al desarrollo de *relaciones proyectivas*, puesto que se trabaja la coordinación a partir de diferentes puntos de vista y, además, la interpretación de que a pesar de que un objeto presente cambios de orientación, sus propiedades se mantienen fijas. Asimismo, se evidencian también la presencia de *relaciones euclidianas*, en tanto que se involucran propiedades geométricas como los lados, ángulos, vértices, relaciones de paralelismo, perpendicularidad, etc.

Respecto a las habilidades que se ven inmersas en el trabajo con el geoplano, se favorece la *rotación mental*, en tanto que el estudiante anticipa la transformación de la figura al cambiar la orientación, sin necesariamente depender de la manipulación de geoplano. Sin embargo, si la actividad solamente se limita a que el niño gira el geoplano y a partir de allí saca sus conclusiones, estaría predominando la *percepción espacial*, pues las afirmaciones que se realizan están basadas en la observación directa. En tal sentido, si se desea enfocar la actividad para que predomine la *rotación mental*, se debe aumentar el nivel de exigencia de las condiciones de manera que se requiera anticipar o realizar una representación interna. Del mismo modo, se trabaja en pro de la *visualización espacial*, pues los estudiantes deben construir figuras bajo ciertos criterios

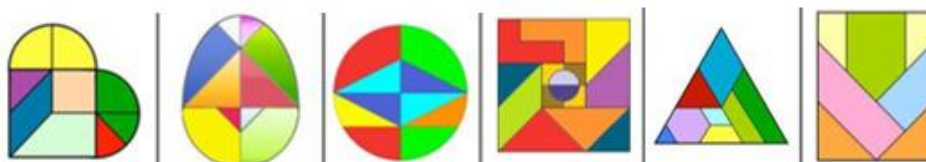
establecidos y es ahí donde deben pensar cómo será la figura antes de realizarla o anticipar si cumple o no con las condiciones dadas.

– Tangram:

El presente material está conformado por piezas geométricas que pueden organizarse para formar diversas configuraciones y se emplea en el aula de clase principalmente para componer y descomponer figuras. Generalmente, la versión más conocida tiene 7 piezas geométricas, sin embargo, existen varios tipos de tangram como se puede observar en la *figura 3* los cuales incluyen mayor cantidad de piezas donde cada una tiene una forma distinta.

Figura 3.

Tipos de tangram



Nota. Tomado de <https://co.pinterest.com/pin/50243352082237675/>

Alsina y Bosch (2025) proponen actividades tales como composición de figuras a partir de instrucciones, construcción de figuras con todas las piezas con o sin apoyo visual, construir un cuadrado con las piezas, así como la transformación de configuraciones a través del desplazamiento de las piezas, realizando descripciones tales como giros, traslaciones o simetrías. Cabe resaltar, que estas actividades no solo implican reorganizar las piezas para llegar a una figura, sino que también anticipa, transforma y verifica configuraciones espaciales, lo cual lleva al estudiante a un nivel cognitivo más complejo.

De acuerdo con los EBC según el MEN (2006), en los grados cuarto y quinto los estándares relacionados a estas actividades son “construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas” y “conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano”, ya que el estudiante de organizar las piezas de tal manera que formen nuevas configuraciones para así analizar los cambios que se realizaron. Del mismo modo, en relación con los primeros grados, es decir de primero a tercero, se trabaja el estándar “realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas” y “reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura”.

Desde la perspectiva de la teoría del conocimiento espacial de Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983), en las actividades se evidencian *relaciones topológicas*, en la medida que se establecen conexiones entre las piezas al momento en el que se unen para formar la figura que se indica. De la misma manera, se involucran *relaciones proyectivas*, dado que se deben ubicar en diferentes posiciones y orientaciones de las piezas, anticipando como deber ir ubicadas para armar correctamente la figura, considerando varios puntos de vista y comprendiendo que una figura se puede construir por medio de diversas disposiciones. Además, se trabajan *relaciones euclidianas*, pues los estudiantes deben tener en cuenta las propiedades de las piezas, tales como forma, tamaño, medidas, ángulos, entre otras; De manera que puedan asegurar que las piezas encajen unas con otras.

En cuanto a las habilidades del Razonamiento Espacial, se favorece la *visualización espacial*, puesto que el estudiante construye representaciones mentales de las figuras para así lograr reproducirlas, particularmente cuando en el desarrollo de la actividad no se cuenta con un modelo visible. Asimismo, se potencia la *rotación mental*, ya que antes de que el estudiante manipule físicamente la pieza, debe anticipar cómo se debe girar y orientar de manera que encajen

para realizar la figura indicada imaginando transformaciones. No obstante, la *percepción espacial* desempeña un papel más básico dado que el estudiante debe reconocer la forma y cómo están ubicadas las piezas, por ejemplo, observan si el triángulo es grande o pequeño, si está ubicado al lado del otro, etc.

– Cubo Soma:

Figura 4.

Imagen cubo soma



Nota. El cubo de soma es un material tridimensional conformado por siete piezas irregulares formadas por cubos unitarios, las cuales deben ser montadas de tal forma que se logre armar un cubo de 3x3 u otras configuraciones espaciales.

Cabe resaltar, que dicho recurso no se limita a la manipulación libre, sino que se pueden proponer retos de composición en la que los niños organizan las piezas de modo que exploren las relaciones tridimensionales y coordinen perspectivas.

A partir de lo anterior, una de las actividades que se pueden realizar con este material consiste en construir el cubo haciendo uso de todas las piezas que lo conforman sin apoyo visual de cómo quedaría armado. Aquí, el estudiante explora las diferentes formas de organizar las piezas anticipando cómo ubicarlas para que se articulen unas con otras. Asimismo, otra actividad

interesante que se puede proponer consiste en construir una figura tridimensional basándose en representaciones bidimensionales de la vista frontal, superior o lateral. En dicho proceso, el estudiante interpreta la información dada para cada una de las vistas y así lograr la construcción de la figura, donde no solo implica manipular las piezas sino elaborar mentalmente representaciones que orientan la acción.

Para efectos del análisis, se selecciona la última actividad la cual está diseñada particularmente para estudiantes que se encuentran en cuarto o quinto grado, puesto que articula representaciones tanto bidimensionales como tridimensionales. Sin embargo, puede adaptarse a grados inferiores a través de la implementación de guías que orienten el proceso, logrando disminuir el nivel de complejidad sin perder el foco de potenciar el Razonamiento Espacial.

En cuanto a la articulación curricular, la actividad se vincula con los EBC propuestos por el MEN (2006), promoviendo para grados cuarto y quinto específicamente el estándar “construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura”, dado que el niño a partir de instrucciones dadas debe interpretar diferentes vistas y usarlas para construir la figura en el espacio. De igual forma, para grados inferiores, el estándar que se articula es “realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales" pues la actividad adaptada lleva al estudiante a establecer relaciones entre los diferentes tipos de representación.

A partir de la teoría del conocimiento espacial de Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983) se evidencia en la actividad *relaciones topológicas*, puesto que el estudiante establece conexiones entre las piezas, como identificar cómo encajan, cómo se organizan y cuáles van juntas para así lograr construir la figura según las indicaciones. En cuanto a las *relaciones*

proyectivas, se afirma que son estas las que predominan en el desarrollo de la actividad, dado que el niño debe tener en cuenta diferentes perspectivas a partir de las representaciones en 2D, anticipando cómo está organizada la figura 3D. Lo anterior implica que el estudiante debe imaginar la colocación y organización de las piezas, aunque directamente no se vean todas al mismo tiempo. Finalmente, también se ponen en juego *relaciones euclidianas*, pues el niño debe reconocer la forma de la figura 3D y cómo debe ir organizadas las piezas para lograr la construcción correcta.

A cerca de las habilidades del Razonamiento Espacial, la actividad fomenta significativamente la visualización espacial, dado que el estudiante construye representaciones en la mente de una figura en 3D partiendo de la información 2D de las vistas (frontal, lateral y superior) logrando así anticipar cómo se deben organizar las piezas. De la misma manera, entra en juego la *rotación mental* debido a que se necesita que el estudiante imagine cómo debe rotar u orientar las piezas para lograr construir la figura adecuada, como también coordinar varias vistas de la figura. Por otro lado, *la percepción espacial* se evidencia en el momento en que el estudiante reconoce las piezas y la información dada de cada una de las vistas, pues antes de imaginar o girar las piezas, el niño debe reconocer lo que está viendo.

Es importante mencionar que, a pesar de que la actividad descrita en este apartado presenta un alto potencial en cuanto al desarrollo del Razonamiento Espacial, en algunos casos la implementación puede ser compleja si no se ajusta al nivel de los estudiantes teniendo en cuenta el grado en el que se encuentren. Asimismo, si la actividad se centra solo en la reproducción de las mismas figuras, el proceso se convierte en ejercicios memoria o de ensayo y error. Por ello, es necesario proponer diferentes actividades que se enfoquen en potenciar las relaciones espaciales, generando exigencia cognitiva en los estudiantes.

De manera complementaria, se presentan otros recursos mencionados por Alsina y Bosch (2025) que ayudan al desarrollo del Razonamiento Espacial en edades tempranas. Dichos recursos se abordan bajo una perspectiva descriptiva, en la que se mencionan características, actividades sugeridas y las habilidades que se pueden favorecer, con el objetivo de mostrar otras alternativas que pueden ser implementadas en el aula. A continuación, se presentan los siguientes:

Tabla 3.

Recursos complementarios para el desarrollo del Razonamiento Espacial en educación básica primaria.

RECURSO	DESCRIPCIÓN	ACTIVIDADES SUGERIDAS (Alsina y Bosch, 2025)
Geomosaico 	Es un material conformado por piezas geométricas de diferentes colores, las cuales están diseñadas para construir diversas configuraciones en el plano. En primaria se emplea especialmente para la exploración de patrones, reconocimiento de figuras, composición y descomposición de figuras, etc.	• Composiciones de nuevas figuras con las piezas marcadas con color, sin color y en silueta. • Dictado geométrico a partir de una imagen por parejas: uno describe y el otro construye. • Reconocimiento de piezas, verbalización del número de lados y/o vértices, si los lados son paralelos o no, tipo de ángulo y comunicar el nombre de la pieza usando un vocabulario correcto. • Composición y descomposición de figuras.
Policubos 	Se trata de piezas cubicas que se ensamblan permitiendo la construcción de figuras o estructuras en 3D. En primaria se emplea principalmente para explorar la organización de figuras en el espacio a través de la composición de volúmenes.	• Construcción de figuras sobre el plano a partir de siluetas de dibujos o condiciones dadas. • Construcción de una figura y dar instrucciones a otro compañero para que la reproduzca sin verla.

	• Construcción de una figura y dibujo de los distintos puntos de vista reflejando los cuadrados de colores que se ven o dibujando la planta, los alzados y el perfil.
Juegos geométricos de mesa  Son recursos didácticos que a través del juego los estudiantes pueden explorar formas, posiciones y desarrollar relaciones espaciales, involucrándose en el aprendizaje mediante la interacción y resolución de problemas que se plantea en los diferentes juegos.	• Retos mediante juegos como <i>Batalla de genios</i> y <i>Ubongo Classic</i>, donde los estudiantes deben ubicar las piezas de manera que formen una figura en tiempo limitado. • Componer y descomponer figuras empleando juegos como <i>Katamino</i> y <i>Katakote</i>, en los cuales los niños deben organizar piezas siguiendo una serie de instrucciones.

Cabe resaltar que, en distinta medida se promueven las diferentes habilidades espaciales (*percepción espacial*, *visualización* y *rotación mental*) en los recursos presentados anteriormente, de acuerdo a la actividad que se diseñe y proponga a los estudiantes. En general, la *rotación mental* se pone en manifiesto en aquellas situaciones donde deben realizar cambios de orientación o perspectiva; la *percepción espacial* se evidencia cuando los estudiantes deben reconocer las formas, posiciones y relaciones entre los elementos; y la *visualización* se pone en juego cuando deben anticipar cómo deben ir organizadas y en qué posición las figuras.

Finalmente, se considera de gran relevancia implementar este tipo de recursos en básica primaria, dado que teniendo en cuenta lo expresado por Piaget (citado en Centro de Psicoterapia Cognitiva, 2015), es en la edad de 7 a 11 años donde los niños se encuentran en el estadio de operaciones concretas, donde empiezan a desarrollar un pensamiento lógico y organizado

vinculado a situaciones concretas y manipulables, es decir, el niño empieza a pensar de manera lógica, pero sobre aquello que puede ver, tocar o representar.

2. Plataformas digitales interactivas

Dentro de esta categoría se identificaron aquellas herramientas tecnológicas que permiten la participación por parte de los estudiantes a través de actividades dinámicas y visuales. Cabe mencionar que, el integrar este tipo de recursos en las aulas de básica primaria amplía el uso recursos didácticos, dado que estas plataformas aparte de facilitar la visualización de transformaciones también algunas de estas ofrecen retroalimentación inmediata, favoreciendo la exploración y los ajustes de las actividades.

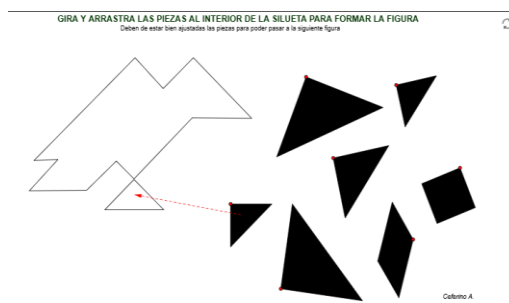
La revisión de esta categoría resulta importante puesto que es necesario conocer los tipos de actividades y propuestas que se encuentran disponibles en entornos digitales y cómo contribuyen al desarrollo del Razonamiento Espacial principalmente en edades tempranas. A continuación, se presentan algunas plataformas encontradas:

– GeoGebra

Es una plataforma que permite la construcción, manipulación y transformación de objetos en tiempo real. En esta herramienta, se pueden diseñar actividades interactivas sobre el tema en el que se quiera enfocar, ajustar el nivel de dificultad, agregar preguntas de reflexión según sea el caso y brindar retroalimentación inmediata.

Figura 5.

Interfaz de la Actividad de GeoGebra



Nota. Captura de pantalla de la simulación interactiva donde los estudiantes seleccionan, rotan y arrastran las piezas hasta encontrar la posición que debe tomar la figura para encajar de manera correcta en la silueta. Adaptado de *Tangram animales 3*, por A. Caferino, 2015, GeoGebra.

(<https://www.geogebra.org/m/fGxqM9hb#material/mQVagKxU>).

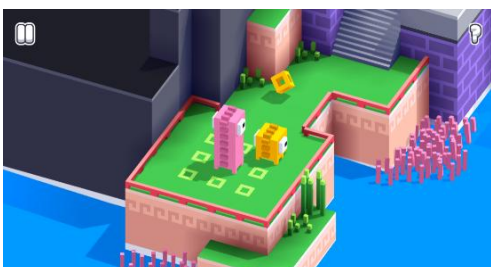
– Educa en vivo

Brinda recursos y actividades encaminadas a fortalecer las competencias académicas de los estudiantes. En relación con el Razonamiento Espacial algunos de los juegos que se encuentran disponibles son: *Dino Bros* y *Laberintos de Caperucita Roja y el Lobo*.

➤ Dino Bros:

Figura 6.

Interfaz del juego Dino Bros



Nota. Interfaz principal que se presenta al estudiante al iniciar el juego. Adaptado de *Dino Bros*, por Educa en vivo. (<https://www.educaenvivo.com/juegos-educativos-online/dino-bros/>).

Consiste en completar los niveles teniendo en cuenta los espacios, los movimientos y las ubicaciones de los dos dinosaurios que se mueven al mismo tiempo, pero la dirección de su movimiento se puede ver alterada por la interacción con algunos elementos del mapa, el jugador tendrá que posicionar a los personajes de tal forma que no caigan fuera del mapa y que lleguen de forma segura para conseguir los bonus que abren las puertas de los siguientes niveles. Este juego promueve el desarrollo del Razonamiento Espacial, puesto que se debe analizar la ubicación de los personajes respecto al espacio y de la misma forma anticipar los movimientos que se realizarán para pasar al siguiente nivel. De la misma forma, se debe coordinar posiciones y estimar distancias, lo cual se relaciona con la orientación en el espacio.

➤ Laberintos de Caperucita Roja y el Lobo

Figura 7.

Interfaz del juego Laberintos del Caperucita Roja y el Lobo



Nota. Interfaz principal que se presenta al estudiante al iniciar el juego. Adaptado de *Laberintos del Caperucita Roja y el Lobo*, por Educa en vivo. (<https://www.educaenvivo.com/juegos-educativos-online/laberinto-caperucita-roja/>).

En este juego, se debe guiar al personaje por todo el mapa buscando la dirección del camino más seguro para llegar a la meta, evitando encontrarse con lobos. El juego presenta niveles de dificultad y dos modalidades (fácil y difícil), lo cual permite ajustar el nivel de complejidad del juego. Cabe resaltar que, si bien no es fuerte en cuanto al desarrollo del Razonamiento Espacial, contribuye en lo relacionado a la orientación en el espacio, ya que el estudiante debe identificar direcciones y anticipar trayectorias dentro del laberinto, lo cual resulta adecuado implementar esta actividad como parte de apoyo.

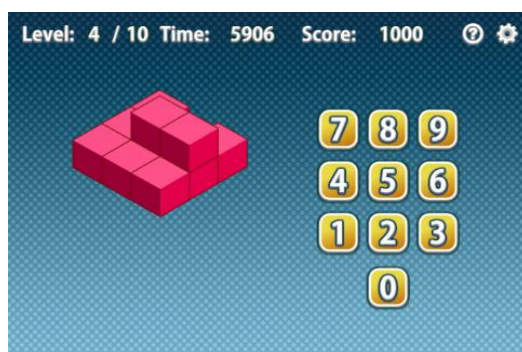
– Math Playground

Se trata de una plataforma educativa que brinda una amplia variedad de juegos y retos para potenciar las habilidades matemáticas en los estudiantes particularmente en los primeros niveles de escolaridad. Las actividades y juegos están organizados por categorías tales como práctica de matemáticas, patios de las matemáticas, laboratorio de aprendizajes, bloques de pensamiento, etc. A continuación, se presentan un juego que potencia el Razonamiento Espacial:

➤ Hidden Cubes

Figura 8.

Interfaz del juego Hidden Cubes



Nota. Interfaz principal que se presenta al estudiante al iniciar el juego. Adaptado de *Hidden Cubes*, por Math Playground. (https://www.mathplayground.com/cube_perspective.html).

En este juego se presenta un número determinado de cubos, los cuales se muestran de maneras diferentes, dejando espacios vacíos o superposiciones. Para poder avanzar al siguiente nivel se deberá observar, contar y confirmar la cantidad correcta de cubos teniendo en cuenta que existen dentro de la figura cubos que se encuentran ocultos, los cuales no son fácil de observar desde el punto de vista en el que se presenta, pero que hacen parte de la construcción. Dicho juego potencia significativamente el Razonamiento Espacial puesto que requiere que el estudiante construya mentalmente la figura desde una vista parcial. Allí, se pone en juego la *visualización*, pues debe imaginar aquellos cubos que se encuentran ocultos.

Como resultado de la revisión de las plataformas digitales mencionadas anteriormente, se constató que se cuenta con una amplia variedad de recursos; sin embargo, estos no siempre se encuentran diseñados para trabajar en los primeros años de escolaridad. Asimismo, se observó que al filtrar la búsqueda con “Razonamiento Espacial” no se encuentra de manera explícita todo contenido apropiado para el desarrollo de las nociones y habilidades espaciales. Por tal razón, fue necesario emplear términos asociados a este, como “visualización espacial”, “figuras geométricas”, “percepción espacial”, “rompecabezas”, “tangram”, entre otros.

3. Test o pruebas de habilidades espaciales

En la búsqueda de material orientado a la evaluación o medición del Razonamiento Espacial en estudiantes de Básica Primaria, se observa que particularmente en los sitios web se cuenta con pocos recursos relacionados con test o pruebas diseñados y validados para edades tempranas. Asimismo, se evidencia que la mayoría de test gratuitos que se encuentran disponibles

son diseñados u orientados para jóvenes y adultos, los cuales requieren una mayor exigencia intelectual incluyendo figuras abstractas.

Por tal razón, gran parte de las investigaciones realizadas sobre habilidades espaciales no emplean un test tradicional, sino actividades experimentales que se encargan de medir componentes particulares de la habilidad espacial que se desea estudiar (rotación mental, visualización espacial, transformación o representaciones bidimensionales y tridimensionales, percepción espacial), los cuales no se cuentan como instrumentos estandarizados para su aplicación en el aula.

Ahora bien, dentro los instrumentos que sí presentan adaptaciones o son diseñados para edades tempranas y que evalúan procesos espaciales de manera estructurada, se encuentran los siguientes:

– **Prueba de Plegado Mental para Niños (Mental Folding Test for Children – MFTC)**

La prueba consiste en proponer a los estudiantes una serie de tareas donde deben anticipar el resultado de plegar una figura bidimensional partiendo de líneas previamente indicadas. En cada uno de los ítems, se observa una figura (presenta colores diferentes en cada lado para distinguir el anverso del reverso) y varias opciones de respuesta, dentro de las cuales los niños deben seleccionar la opción que representa correctamente el resultado del doblez. A continuación, se presenta un ejemplo:

Figura 9.

Ejemplo de MFTC



Nota. Estructura visual de un punto del test. Adaptado de *Mental Folding Test for Children*, por Harris et al., 2023. (<https://www.spatiallearning.org/tools/mental-folding-test-for-children-mftc>).

En relación con las categorías planteadas por Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983), se observa que este tipo de prueba se orienta al desarrollo del *espacio euclidiano*, puesto que llevar a los estudiantes a la resolución de esta prueba requiere que se conserve mentalmente la forma, orientación y relaciones entre los elementos de las figuras durante la transformación. Desde esta perspectiva, no se trata simplemente de saber las posiciones relativas, sino de anticipar cómo se modifican manteniendo una coherencia estructural. De forma secundaria, se evidencia también relaciones topológicas, dado que se debe reconocer qué cuáles son las partes que se superponen o permanecen unidas, lo cual implica nociones de continuidad y proximidad entre los elementos. No obstante, no se encuentra implicado el espacio proyectivo, dado que las tareas que se proponen no implican ni requiere cambios de perspectiva ni la adopción de distintos puntos de vista.

En términos de las habilidades espaciales, al realizar el test activa la *visualización espacial*, puesto que el estudiante representa mentalmente todo el proceso del doblar de la figura y seguir la transformación sin observarla ni manipularla directamente; del mismo modo, implica procesos de manipulación mental, pues esto se refleja a medida que debe modificar la figura en su mente para así poder anticipar el resultado correcto. De igual manera, la *percepción espacial* se manifiesta en este test dado que se debe interpretar las relaciones de posición y superposición entre las partes de

la figura a partir de la información visual presentada. En contraste, no se trabaja la *rotación mental*, puesto que la tarea no involucra la realización de giros de la figura sobre su eje.

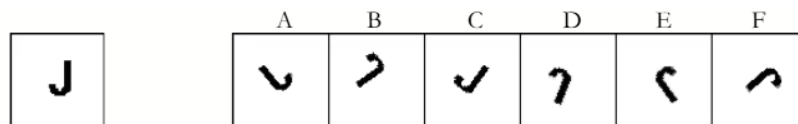
– Test de Habilidades Mentales Primarias (HMP)

El test HMP, desarrollado por L.L. Thurstone y Thelma Gwimm, es un instrumento psicométrico encaminado a la evaluación de la inteligencia con base en cinco aptitudes cognitivas: razonamiento (R), habilidad numérica (N), comprensión verbal (V), comprensión espacial (E) y fluidez verbal (W). Dicho test ha sido aplicado a la población escolar, desde los últimos grados de educación primaria hasta secundaria y en algunos casos a adultos. En esa misma línea, para efectos del presente estudio, nos centraremos a presentar particularmente la parte de comprensión espacial (E), la cual evalúa la capacidad de visualizar y rotar objetos mentalmente en el espacio.

En la subprueba, se le presenta al estudiante figuras acompañadas de varias opciones, entre las cuales se debe seleccionar aquellas que corresponde a la misma figura luego de haber sido rotada en el espacio sobre el mismo eje.

Figura 10.

Ejemplo de subprueba Comprensión Espacial (E)



Nota. Estructura visual de un punto de la subprueba de Comprensión Espacial. Adaptado de *Test de Habilidades Mentales*, por J. Vasquez. (<https://es.scribd.com/document/639279116/Test-Thurstone?v=0.992>).

En este ítem, el cual es un ejemplo de los ejercicios que propone esta subprueba, se puede observar que algunas de las figuras que siguen son iguales a la primera (C, E y F) y las demás están

al revés. Entonces, básicamente lo que debe hacer el estudiante es identificar la figura equivalente a la original pese al cambio de orientación, lo que implica rotación mental para comparar las opciones que se presentan.

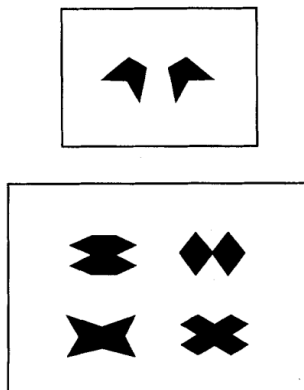
En cuanto a las categorías del desarrollo del conocimiento espacial que plantea Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983), el test HMP, en especial la subprueba de comprensión espacial exige *relaciones proyectivas*, dado que el estudiante debe cambiar mentalmente los puntos de vista para identificar la figuras a partir de diferentes orientaciones. De igual manera, se trabajan elementos del *espacio euclidiano* debido a que el estudiante debe notar que la figura conserva su forma sin importar la rotación que se realice. Además, se evidencia presencia mínima de las *relaciones topológicas* puesto que se debe reconocer que las figuras que se encuentran en las opciones de respuesta corresponden al mismo objeto.

En términos de las habilidades que entran en juego, se afirma que la prueba está orientada especialmente hacia la *rotación mental*, puesto el niño debe girar la figura mentalmente para así lograr compararla con las opciones que se presentan; del mismo modo, también implica procesos de *visualización espacial*, dado que el estudiante representa internamente la figura y sigue su transformación.

A parte de lo anterior, se identifican diversas tareas o actividades que fueron diseñadas en contextos de investigación enfocados en el análisis del desarrollo del Razonamiento Espacial en niños. Por un lado, Levine y Huttenlocher (1999) elaboran una tarea de transformación espacial, la cual tiene como objetivo evaluar la capacidad que tienen los niños para representar mentalmente información espacial desde la infancia.

Figura 11.

Ejemplo de tarea de transformación espacial



Nota. Estructura visual de una tarea de transformación espacial. Adaptado de Early Sex Differences in Spatial Skill, por Levine y Huttenlocher, 1999.

Básicamente, la tarea consiste en presentar al niño dos partes de una figura que, al ser unidas mentalmente forman una figura completa. Seguido a esto, se le presentan varias opciones dentro de las cuales debe seleccionar la opción correcta, es decir, aquella figura que resulta de la unión de las dos partes presentadas en un principio.

A partir de lo planteado por Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983), la tarea propuesta por Levine y Huttenlocher involucra *relaciones euclidianas*, en la medida en que el estudiante coordina propiedades geométricas de las partes presentadas por separado para construir la figura conservando de ambas partes su forma y proporciones. Asimismo, se puede afirmar que también involucra el *espacio proyectivo*, puesto que el niño debe rotar las piezas en la mente y así lograr la integración, anticipando como quedaría la figura completa desde diferentes posiciones. De igual manera, se hace presente *relaciones topológicas* de manera implícita, pues debe percibir

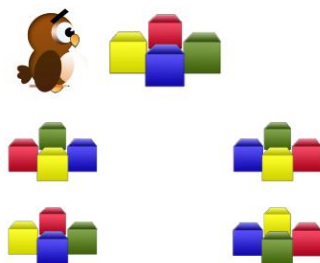
que las partes que se presentan no son fragmentos aislados, sino que son elementos que forman una figura.

En términos de las habilidades espaciales, en el desarrollo de la tarea se trabaja principalmente la *rotación mental* y la *visualización*, pues el estudiante debe manipular mentalmente las partes de la figura presentadas en un principio, para luego integrarlas y llegar a una configuración final. En cuanto a la *rotación mental*, se manifiesta cuando el niño debe imaginar los posibles cambios de orientación que debe realizarle a las piezas para que se ajuste a la figura que va a formar y, la *visualización* se evidencia en la necesidad que tiene el niño en reconstruir mentalmente una figura no presentada de manera completa.

Por otro lado, la [Prueba de Toma de Perspectiva para Niños \(PTTC\)](#), propuesta por Greeberg et al. (2013), se fundamenta en la Teoría de la Mente y es orientada a evaluar la capacidad que presentan los estudiantes para comprender relaciones espaciales a partir de diferentes puntos de vista.

Figura 12.

Ejemplo de ensayo PTTC



Nota. Estructura visual de punto de la prueba. Adaptado de Prueba de Toma de Perspectiva para niños, por Greenberg et al., 2013. (<https://www.millisecond.com/library/perspectivetakingtask>).

En cada ensayo, se le presenta a los estudiantes un búho, tal como se observa en la imagen, el cual está mirando cuatro cubos de diferentes colores desde diferentes puntos de vista. A veces, el búho aparecerá a la izquierda, otras veces a la derecha, delante o detrás. De igual manera, se les proporciona cuatro opciones de respuesta y lo que debe hacer el estudiante es seleccionar la opción que muestre lo que el búho observa desde el punto de vista en el que se encuentra.

A la luz de la teoría de Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983), se evidencia que predomina las *relaciones proyectivas*, pues el estudiante debe realizar cambios de puntos de vista mental sin tener la posibilidad de modificar la disposición de los objetos. En otras palabras, implica descentralizar su propia perspectiva para tomar la de otro, en este caso, la del búho. En contraste, no es relevante el *espacio topológico* en esta tarea, debido a que las relaciones básicas del objeto ya se encuentran dadas y no requiere análisis ni transformación por parte del niño. Asimismo, la *dimensión euclidiana* no posee una presencia significativa en la tarea, pues para el desarrollo de la tarea no se requiere el análisis de tamaños, proporciones o medidas.

En relación con las habilidades espaciales, la presente prueba favorece principalmente la *percepción espacial*, dado que el estudiante debe interpretar la orientación de los objetos con base en un punto de vista particular y modificar la información teniendo en cuenta la nueva posición. De igual forma, involucra la *visualización espacial*, puesto que el niño debe construir mentalmente la representación desde otra perspectiva.

4. Libros de texto escolares

En la búsqueda y revisión de recursos, se anexan libros académicos de básica primaria, con el objetivo de explorar el papel que desempeña el Razonamiento Espacial en las propuestas de enseñanza. Los libros de texto son un recurso de uso diario en las aulas de clase, por ende, se le

asigna un lugar fundamental en relación a las actividades y en la forma en la que los estudiantes se acercan y adquieren el conocimiento espacial. Mediante ellos se formulan tareas, actividades y ejemplos que guían al estudiante a la interacción de nociones espaciales.

En este sentido, dicha revisión identifica no solo la presencia de los contenidos vinculados a relaciones espaciales sino el tipo de experiencias que ofrecen, las formas de representación que se emplean y el nivel cognitivo que se le exige al estudiante. Por tanto, los libros son fundamentales para comprender cómo es abordado el Razonamiento Espacial en la escuela y qué tipo de aproximaciones resaltan la enseñanza de este. En especial para el presente apartado, se seleccionaron tres libros orientados a primaria que bajo una mirada analítica facilita identificar diferentes formas de acercarse al potenciamiento del Razonamiento Espacial. Dicha selección atiende el interés por reconocer en qué medida lo que se propone ayuda a la construcción de las habilidades espaciales, así como sus limitaciones y alcances.

En primer lugar, se presenta el libro “Ideas para explorar el espacio y el tiempo”, desarrollado por el Ministerio de Educación Nacional, destinado para trabajar con básica primaria, en el que se formulan actividades encaminadas a la construcción de nociones espaciales desde la exploración, observación y representación, planteando situaciones abiertas que llevan al estudiante a la comprensión del espacio mediante la acción e interacción con el entorno.



Como ejemplo, se presenta una de las actividades que el libro propone titulada “Juegos de obstáculos”, en la cual los estudiantes deben desplazarse por medio de un recorrido de una pista de obstáculos haciendo uso de diferentes objetos (sillas, mesas, cajas, etc.) donde se incluyen

diferentes acciones como subir, bajar, saltar, pasar por debajo, cambiar de direcciones según las indicaciones dadas. En el transcurso del desarrollo de la actividad, se agregan situaciones donde los niños deben cambiar de posición los objetos mencionando la distancia o la ubicación espacial de estos.

En cuanto a la articulación curricular, la actividad se vincula con los EBC propuestos por el MEN (2006), particularmente para los grados de primero a tercero con el estándar “represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales” y “desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio”, dado que los estudiantes deben seguir instrucciones como pasar por debajo, encima, girar a la derecha o izquierda. De tal manera, la actividad potencia la comprensión de relaciones espaciales por medio de la experiencia corporal.

Desde la teoría del conocimiento espacial que propone Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983), en la actividad “Juegos de obstáculos” se identifica la presencia de *relaciones topológicas*, puesto que los estudiantes reconocen la cercanía o distancia entre los objetos, reconoce los espacios por donde está permitido pasar para terminar la pista, así como mantener el recorrido sin salirse y fijar posiciones como pasar por el lado o por encima de los objetos. Asimismo, se involucra el *espacio proyectivo*, dado que el niño primeramente puede anticipar el recorrido en la mente o planear bien cómo hará el recorrido a partir de diferentes puntos de perspectiva siguiendo las indicaciones dadas.

En relación con las habilidades espaciales, en esta actividad se fomenta principalmente la *percepción espacial*, al demandar que los estudiantes identifiquen la posición en la que se encuentra respecto a los objetos y así poder seguir adecuadamente las indicaciones, y la *visualización espacial*, porque los estudiantes pueden anticipar en la mente el recorrido que deben realizar para llegar a la meta. En contraste, no se trabaja explícitamente la *rotación mental* debido

a que la interacción del estudiante no es con la manipulación mental de objetos sino con el entorno físico.

Con base en la actividad analizada anteriormente, se identifica que las actividades que se presentan en este libro se aplican principalmente en los primeros años de escolaridad, sin embargo, se pueden adaptar a niveles superiores aumentando el grado de dificultad en las consignas. Desde una perspectiva crítica, se puede afirmar que el libro favorece la experimentación directa con el entorno y mediante el juego, puesto que la actividad presentada anteriormente ilustra una tendencia general del libro, es decir, a lo largo del libro se encuentran actividades donde los niños desempeñan un rol activo en el aprendizaje, favoreciendo el desarrollo de nociones espaciales de manera significativa. Sin embargo, no se trabaja con los procesos que conducen a los estudiantes a la abstracción y formalización de las relaciones espaciales, lo cual podría limitar la consolidación de aprendizajes si dichas actividades no se complementan con otras estrategias.

En segundo lugar, se presenta la segunda cartilla elaborada para el grado segundo del Modelo Educativo Escuela Nueva, realizado por Castaño y Oicatá con apoyo del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, con propuestas de aprendizaje dirigidas al contexto rural. Es importante mencionar que los contenidos que presenta este libro se caracterizan por diferentes temáticas que se trabajan en matemáticas a lo largo del grado para

el cual está orientado, dichos contenidos se encuentran organizados de la unidad 4 a la unidad 8, en las cuales se presentan guías de aprendizaje que ayudan al trabajo autónomo de los estudiantes. Particularmente, en la unidad 6, titulada “Posiciones y giros” es donde se trabaja el Razonamiento

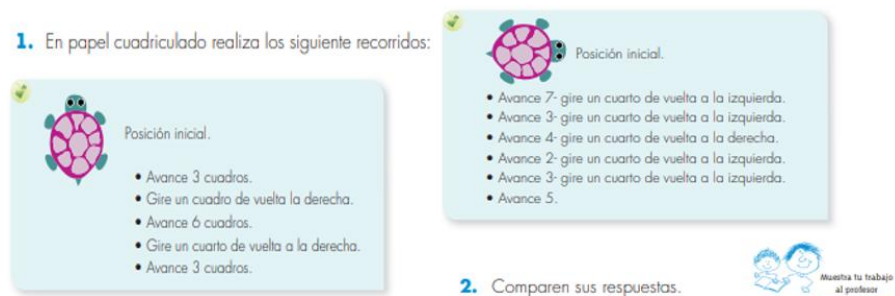


Espacial en los estudiantes, dado que las actividades propuestas implican ubicación, orientación y movimientos en el espacio, fortaleciendo la construcción del conocimiento espacial en los niños.

A continuación, se presenta una de las actividades titulada “Realicemos recorridos” que se proponen en la unidad 6 “Posiciones y giros”:

Figura 13.

Ejemplo de actividad “Realicemos recorridos”



Nota. Tomado de *Matemáticas: Segunda cartilla. Grado 2* Modelo Educativo Escuela Nueva (p. 65), por Ministerio de Educación Nacional, 2010.

Los estudiantes en la anterior actividad deben realizar recorridos según indicaciones dadas como avanzar cierta cantidad de cuadros, realizar giros a la derecha o izquierda partiendo desde una posición inicial. Esta tarea les exige a los estudiantes interpretación de secuencias de movimiento manteniendo coherencia con el recorrido que se les propone.

Desde la perspectiva curricular, la actividad *posiciones y giros* planteada en el libro para segundo grado, se relaciona con estándares como “desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio” y “reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura” propuestos para los grados de primero a tercero, puesto que el estudiante a partir de una serie de instrucciones debe avanzar cierta cantidad de cuadros ya sea para la izquierda o para la derecha.

A partir de lo que propone Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983) sobre el desarrollo del conocimiento espacial, se puede afirmar que esta actividad implica relaciones *topológicas*, dado que el niño debe seguir una secuencia de instrucciones, donde cada acción depende de la anterior, lo cual hace que se mantenga el recorrido sin saltarse pasos y esto se relaciona con la continuidad del trayecto. De igual manera, la dimensión *proyectiva* se manifiesta en la actividad, pero moderadamente, puesto que el estudiante debe interpretar los giros que se deben realizar ya sea hacia la derecha o izquierda implicando orientación espacial y cambios de dirección. No obstante, no se necesita un cambio de vista puntual, sino que esta tarea se desarrolla desde una referencia fija.

En cuanto a las habilidades espaciales que se trabajan en la actividad, se puede afirmar que se fortalece particularmente la *percepción espacial*, pues a medida que siguen las instrucciones se requiere que el estudiante reconozca posiciones y ubicaciones entre los movimientos que realiza. De la misma manera, se puede trabajar la *visualización espacial* en la medida en que el niño anticipa mentalmente el recorrido antes de empezar a realizarlo, sin embargo, en la mayoría de casos puede que los niños no realicen esto, puesto la tarea se puede resolver sin ningún problema de manera secuencial.

En términos generales de lo que se puede encontrar en el libro, particularmente en la unidad 6, se observa actividades que potencian el Razonamiento Espacial en los primeros años de escolaridad, específicamente lo relacionado con la ubicación y la orientación espacial. No obstante, se presentan ciertas limitaciones con el contenido, pues según las actividades diseñadas, en su mayoría se trabaja bajo instrucciones, lo cual reduce la participación del estudiante en cuanto a la construcción de estrategias o resolución de problemas espaciales.



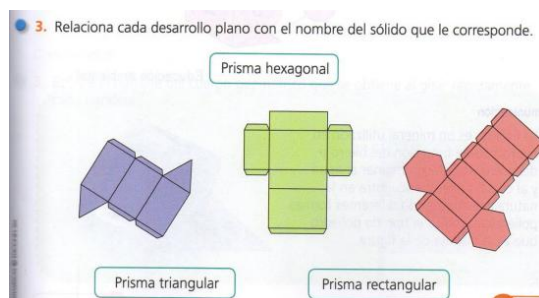
Además, se evidencia poca presencia de tareas que involucre transformaciones mentales como la rotación o visualización desde diferentes puntos de vista.

Finalmente, el tercer libro corresponde al Cuaderno de trabajo de Matemáticas para grado quinto de primaria, titulado “*Vamos a aprender matemáticas*”. Está organizado en unidades, donde cada una está dedicada a un tipo de pensamiento matemático, las cuales se componen de subdivisiones o temas: saberes previos, actividades de aprendizaje, resolución de problemas y evaluación del aprendizaje trabajando en conjunto los siguientes procesos cognitivos: memoria, comprensión, análisis, aplicación, síntesis y evaluación.

En particular, el Razonamiento Espacial se encuentra de manera explícita dentro de la unidad tres, donde se abordan temas como ángulos, triángulos, cuadriláteros, prismas, poliedros, cuerpos redondos, etc. Dichos temas se complementan con actividades que involucran reconocimiento, clasificación y representación de figuras geométricas. En este sentido, el material que se presentan en el libro va encaminado al espacio desde una postura formal, donde las relaciones espaciales se articulan con conceptos geométricos.

Figura 14.

Ejemplo del tipo de actividad



Nota. Tomado de *Vamos a aprender matemáticas: Cuaderno de trabajo 5* (p. 41), por Ministerio de Educación Nacional, 2017.

La actividad anterior se enfoca en la composición de figuras, a partir del reconocimiento de las diferentes partes que conforman la figura mayor. Básicamente, lo que se debe realizar es observar las partes de la figura y comprender cómo se estas se articulan para construir la forma total y una vez realizado esto, relacionar con el nombre del solido que corresponde. Con base en lo que proponen los EBC según el MEN (2006), dicha actividad se relaciona con el estándar “construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura”, pues a partir de una representación bidimensional debe reconocer la figura tridimensional que se arma correctamente.

En el marco de lo que propone Piaget e Inhelder (1947, citado en Ochaíta, 1983) en su teoría del desarrollo del conocimiento espacial, se afirma que la actividad articula el espacio *topológico, proyectivo y euclidiano*. En cuanto a las *relaciones topológicas*, se evidencian cuando el estudiante reconoce la continuidad y la conexión entre las partes de la figura para formar una figura completa, entendiendo que no son partes desconectadas, sino que juntas componen una figura. Respecto a la *dimensión proyectiva*, el estudiante debe organizar mentalmente las partes lo cual puede implicar cambios de puntos de vista como cambios de orientación para así lograr la configuración de manera correcta. Por su parte, el *espacio euclidiano*, a diferencia de los anteriores libros, desempeña un papel importante en esta tarea puesto que el estudiante reconoce las formas geométricas específicas, sus propiedades y en este sentido validar el resultado mediante criterios geométricos más formales.

En términos de habilidades espaciales, se favorece primordialmente la *visualización espacial*, pues el estudiante necesita imaginar cómo relacionar las partes que se presentan para

forma la figura tridimensional. De igual forma, está inmersa la *percepción espacial*, en la medida en que el niño identifica las características que conforma cada pieza y comprende cómo éstas se relacionan entre sí dentro de la figura que se espera formar.

En general, el libro incorpora contenidos geométricos relacionados con el espacio, lo cual fortalece el conocimiento de propiedades y características geométricas. Este tipo de tareas favorecen el desarrollo de habilidades espaciales como la visualización y percepción de figuras geométricas. Sin embargo, una de sus principales limitaciones es el diseño de actividades, pues se limitan a las respuestas correctas a partir de instrucciones ya dadas, lo cual reduce la construcción activa del conocimiento espacial por parte del estudiante. Además, se observa pocas actividades que requieran transformación mental o la manipulación de objetos, aspectos que son esenciales para el desarrollo del Razonamiento Espacial en edades tempranas.

7.1.2 Diseño de una prueba para evaluar el Razonamiento Espacial en estudiantes de Segundo Grado

Con la finalidad de explorar la evaluación del Razonamiento Espacial en edades tempranas, específicamente en segundo grado, se diseñó una prueba que permitiera evidenciar las tres habilidades espaciales (*visualización*, *percepción espacial* y de manera secundaria la *rotación mental*). La implementación práctica de la prueba se desarrolló bajo una metodología que incluía el paso por tres estaciones, en cada una los estudiantes debían desarrollar una tarea diferente que permitía evaluar las habilidades mencionadas. Cabe resaltar que el uso de material concreto por sí sólo no garantiza una evaluación adecuada de una habilidad específica, realmente depende del tipo de actividades y preguntas planteadas y del razonamiento espacial que se requiere en cada una.

Para la realización de esta prueba, se tomó una muestra intencional de seis estudiantes conformada por tres niños y tres niñas del grado Segundo de la Institución Educativa Técnico Damaso Zapata. Dicha selección responde al interés de una evidencia detallada de las estrategias que emplean los estudiantes para el desarrollo de las actividades en cada una de las estaciones, lo cual resulta más viable tomando un grupo reducido puesto que permite realizar un seguimiento más cercano y un registro preciso de los comportamientos que se pueden observar.

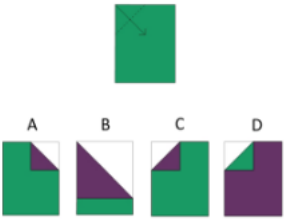
Como la prueba integró tres estaciones, los seis estudiantes se organizaron en parejas, cada una de ellas iniciaba en una estación diferente y estuvieron cambiando hasta completar el recorrido por todas las estaciones, es decir, cada estudiante realizó las tres actividades. El tiempo asignado para cada estación fue de 10 minutos y se destinó 2 minutos adicionales para que los estudiantes cambien de estación y organizarán el material. Por tanto, la prueba tuvo una duración de aproximadamente 36 minutos. Lo anterior garantiza que los seis estudiantes pasaron por las mismas condiciones de trabajo y tuvieron el mismo tiempo para cada actividad.

A continuación, se presenta la descripción de lo que se realizará en cada estación.

Tabla 4.

Descripción de las estaciones.

ACTIVIDAD	HABILIDAD ESPACIAL A EVALUAR	DESCRIPCIÓN
ESTACIÓN 1		
Rompecabezas de cubos	Percepción espacial	Para desarrollar esta actividad inicialmente los estudiantes deben reconocer las caras de los cubos, ver la continuidad de líneas y formas, decidir posiciones (arriba, izquierda, derecha) y ajustar la orientación de cada cubo según la imagen que se presentan en la tarjeta.

		Se considera que la principal habilidad requerida es la <i>percepción espacial</i>, pues se debe comparar y relacionar elementos espaciales visibles, organizándolos para formar la imagen, sin requerir transformaciones mentales.
ESTACIÓN 2		
Rompecabezas de composición geométrica 	Visualización y Rotación mental	El estudiante debe observar la tarjeta, identificar la forma de la figura, detallar el espacio que debe cubrir con las piezas y pensar cuáles son las piezas que encajan en cada lugar antes de ubicarlas. Aquí la <i>visualización</i> es clave porque el niño debe imaginar cómo se ve la figura completa antes de usar las piezas físicamente anticipando ubicaciones y orientaciones que aún no se han realizado. Del mismo modo, aparece la <i>rotación mental</i> en el momento en que se imagina cómo orientar cada una de las piezas para que coincida con el espacio, realizando giros mentales antes de ubicarla.
ESTACIÓN 3		
Doblado de papel  Fuente: Mental Folding Test for Children (MFTC)	Visualización	Se asigna una figura que incluye una línea punteada y flechas indicando la dirección por la que doblará el papel, sin hacer el doblez, el niño debe elegir entre las cuatro opciones de respuesta aportada. Se considera que la habilidad requerida es la <i>visualización</i> puesto que se debe construir y manipular mentalmente la figura inicial, anticipando cómo se superponen las partes antes de realizar el pliegue.

Cabe aclarar que, si bien la estación 2 y 3 se enfocan en la *visualización*, se presentan diferencias en el desarrollo de la tarea. Por una parte, la estación 2 implica la construcción de una figura partiendo de la manipulación y elección de diferentes piezas de manera que encajen correctamente, y, por otra parte, la estación 3 implica anticipar la transformación de una figura sin contar con apoyo manipulativo, lo cual exige mayor nivel de abstracción.

– INSTRUMENTO DE REGISTRO Y CRITERIOS DE OBSERVACIÓN

Para registrar lo que los estudiantes realizaban a medida que iban desarrollando las actividades se diseñó un instrumento que no solo tenía en cuenta si culminaba la tarea sino en cómo empleaba toda la información espacial que tenía a su disposición, así como sus estrategias y comportamientos. En este sentido, solo se registra cuando el estudiante interactuaba con el material usando una tabla de observación con indicadores definidos. Cabe mencionar que, cada indicador con el que se cuenta, se valora teniendo en cuenta una escala cualitativa que consta de tres niveles:

- 2 (Evidente): el comportamiento es claro.
- 1 (Parcial): el comportamiento es ocasional.
- 0 (Ausente): no se evidencia el comportamiento.

De igual manera, una vez finalizada la actividad en cada estación, se registró el resultado de la tarea, con la finalidad de diferenciar el desempeño en el desarrollo de la actividad y el logro del estudiante. Es decir, se recolectaron dos tipos de información: (a) criterios de observación en el transcurso de la actividad y (b) el resultado de la tarea.

a) Criterios de observación

– Estación 1

Tabla 5.

Criterios de observación de la estación 1.

INDICADORES	2	1	0
<i>Observa las caras de los cubos para reconocer las partes que coinciden con la tarjeta.</i>	Revisa varias caras de los cubos antes de ubicarlos.	Solo mira una cara y procede a ubicar los cubos.	Ubica los cubos sin mirar cada una de las caras.

<i>Gira cada uno de los cubos para comprobar relaciones entre cada uno para así formar la imagen.</i>	Cambia varias veces la orientación de los cubos.	Gira un cubo solo una vez.	No gira los cubos.
<i>Detecta rápidamente cuando una unión entre los cubos no es correcta.</i>	Corrige tras comparar con la tarjeta.	Corrige sin mirar la tarjeta.	No realiza correcciones.
<i>Alterna la mirada entre la tarjeta y los cubos antes de ubicarlos.</i>	Observa tarjeta-cubo varias veces antes de unir los cubos.	Solo mira una vez y arma.	Une los cubos sin volver a mirar la tarjeta.
<i>Ajusta la orientación del cubo antes de ubicarlo</i>	Gira el cubo en el aire y lo ubica correctamente.	Gira el cubo, pero requiere corrección.	No ajusta la orientación.

Observación:

Con los indicadores propuestos se evidenciaba si efectivamente se había empleado la *percepción espacial*, pues este tipo de comportamientos lleva a los estudiantes a resolver la tarea mediante la comparación directa de cada uno de los elementos (en este caso, los cubos).

– Estación 2

Tabla 6.

Criterios de observación de la estación 2.

INDICADORES	2	1	0
<i>Antes de comenzar, observa con atención la tarjeta que presenta el modelo de la figura.</i>	Mira la tarjeta más de 5 segundos.	Mira la tarjeta de 1 a 3 segundos.	Selecciona diferentes piezas sin mirar la tarjeta.
<i>Señala o enfoca los espacios del modelo antes de elegir las piezas.</i>	Señala o mira un espacio y luego busca la pieza.	Mira la tarjeta y busca piezas sin señalar.	Busca piezas sin mirar la tarjeta.
<i>No selecciona las piezas al azar, sino que lo hace con intención.</i>	Revisa varias piezas antes de tomar una.	Elige una pieza, duda y cambia.	Toma la primera pieza sin revisar.
<i>Intenta completar zonas específicas de la figura.</i>	Se dedica a trabajar solo en una zona.	Cambia de zona, pero vuelve a iniciar.	Coloca pieza en cualquier parte.

Gira la pieza en el aire antes de ubicarla.

Prueba orientación antes de soltar la pieza.	Coloca y corrige de inmediato.	Coloca sin probar orientación.
--	--------------------------------	--------------------------------

Observación:

Cada uno de los comportamientos anteriormente mencionados, permitía evidenciar el uso de *visualización* dado que conllevaba a que los estudiantes imaginarán la figura con sus debidas piezas antes de construirla. De igual manera, se puede evidenciar manifestaciones de *rotación mental*, especialmente cuando se ajusta la orientación de las piezas antes de ubicarlas.

– Estación 3

Tabla 7.

Criterios de observación de la estación 3.

INDICADORES	2	1	0
<i>Observa la figura antes de marcar alguna opción.</i>	Mira la figura y luego responde.	Mira la figura y las opciones casi al tiempo.	Marca sin ver la figura.
<i>Cambia la mirada entre la figura y las opciones antes de responder.</i>	Alternar mirada varias veces.	Mira una vez y responde.	No compara visualmente.
<i>Tarda un momento en decidir antes de marcar.</i>	Se detiene antes de elegir la respuesta.	Responde con poca pausa.	Marca inmediatamente.
<i>Permanece concentrado en la hoja durante la actividad.</i>	Atención sostenida en la tarea.	Se distrae brevemente.	Se distrae constantemente.
<i>Realiza la actividad sin necesidad de manipular la hoja o hacer gestos externos.</i>	Resuelve solo con observación visual.	Hace gestos leves.	Necesita mover la hoja o hacer muchos gestos.

Observación:

Mediante los indicadores propuestos para la estación 3, se evidenció el uso de *visualización* en la medida que el estudiante observa la figura, compara las opciones y analiza el doblez antes de

responder. Dichas acciones permitían identificar el proceso de transformación espacial que el estudiante internamente realizaba.

b) Resultado de la tarea

Tabla 8.

Resultados de las tareas en cada estación.

RESULTADO	REGISTRO
ESTACIÓN 1	
Forma correctamente la imagen con los cuatro cubos	
Forma una imagen diferente	
Lo logra terminar en el tiempo asignado	
Otro	
ESTACIÓN 2	
Reproduce correctamente el modelo	
No logra reproducirlo correctamente	
No termina en el tiempo asignado	
Otro	
ESTACIÓN 3	
Marca la opción correcta	
Marca una opción incorrecta	
No responde en el tiempo asignado	
Otro	

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Una vez realizadas las actividades se analizó el nivel de razonamiento y habilidades evidenciadas en el desarrollo de cada actividad:

Tabla 9.

Escala de valoración de desempeño en tareas de Razonamiento Espacial.

Alto/Deseable	Observa cuidadosamente, compara información, utiliza el material para resolver la actividad, ajusta posición si lo requiere, donde se muestra un desarrollo adecuado de la habilidad evaluada.
----------------------	--

Medio	Realiza la tarea; sin embargo, se evidencia poco uso de estrategias visuales, prima la experimentación el ensayo y error.
Bajo/Deficiente	Actúa de forma inmediata, sin ver el material ni comparar visualmente, lo cual evidencia posibles dificultades en la habilidad que se evalúa. De igual forma, se observa manipulación del material sin un objetivo específico, presenta dificultad en seguir instrucciones y concentrarse en la tarea indicada. Por tal razón, no se evidencia ninguna habilidad espacial.

Por otra parte, se cuenta con una tabla que evalúa el resultado de la tarea, la cual indica si completó o no correctamente la actividad. A partir de eso, se obtiene:

Tabla 10.

Interpretación de resultados para la prueba de habilidades espaciales.

CRITERIO DE OBSERVACIÓN	RESULTADO DE TAREA	INTERPRETACIÓN
Alto/Deseable	Correcta	Dominio claro de la habilidad espacial.
	Incorrecta	Utiliza estrategias adecuadas, pero presenta dificultades en la precisión de la transformación espacial.
	No completada	Ejecuta estrategias espaciales adecuadas, presenta problemas en la ejecución rápida. Así, el proceso observado es más relevante que el resultado.
Medio	Correcta	Uso parcial de las estrategias visuales y espaciales.
	Incorrecta	Intenta aplicar estrategias visuales y espaciales, pero no son suficientes.
	No completada	Inicia el proceso espacial, pero se evidencia dificultades para sostenerlo en el tiempo establecido.
Bajo/Deficiente	Correcta	Realiza de manera rápida el proceso sin mostrar claramente las conductas relacionadas a cada habilidad. Así, pasa a tener mayor impacto el resultado de la actividad.
	Incorrecta	Presenta dificultades tanto en el proceso como en la comprensión espacial de la tarea.
	No completada	Muestra dificultad en el desarrollo de la habilidad espacial.

7.1.3 Análisis de resultados de la prueba aplicada

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en la aplicación de la prueba realizada a la muestra previamente seleccionada. Dicha información se organiza por estaciones, teniendo en cuenta el puntaje obtenido según los criterios de observación, el nivel de razonamiento y el resultado de la tarea.

– Estación 1 – Rompecabezas de cubos

Tabla 11.

Resultados obtenidos por los estudiantes en la estación 1.

ESTUDIANTE	SEXO	PUNTAJE	NIVEL	RESULTADO
E1	F	10	Alto	Forma la imagen con los cuatro cubos
E2	M			
E3	F			
E4	M			
E5	F			
E6	M			

La presente estación pretendía evaluar la habilidad *percepción espacial*, donde se puede observar a partir de la tabla que todos los estudiantes que participaron en el desarrollo de la prueba se ubican en un nivel alto basados en los criterios de observación, logrando así el puntaje máximo. Además, la totalidad logró formar la imagen correctamente con los cuatro cubos en el tiempo asignado. A partir de lo anterior, se puede afirmar que los estudiantes presentan un adecuado desarrollo de la *percepción espacial*, pues lograron relacionar la representación plana (tarjetas) y los objetos tridimensionales (cubos), empleando estrategias visuales evidentes en el transcurso de la construcción de la figura.

De manera complementaria, al finalizar cada una de las tareas de esta actividad se evidenció que algunos estudiantes lograron terminar en un menor tiempo que los demás; sin

embargo, estas diferencias no se relacionan con el nivel de desarrollo de la habilidad, sino con la rapidez en realizar la tarea, puesto que como se observa en la tabla, todos los estudiantes obtuvieron un desempeño alto y resolvieron correctamente la tarea.

– **Estación 2 – Rompecabezas de composición geométrica**

Tabla 12.

Resultados obtenidos por los estudiantes en la estación 2.

ESTUDIANTE	SEXO	PUNTAJE	NIVEL	RESULTADO
E1	F	9	Alto	Reproduce correctamente el modelo
E2	M	9	Alto	
E3	F	8	Alto	
E4	M	7	Medio	
E5	F	7	Medio	
E6	M	5	Medio	

La presente estación se enfocó en la habilidad de *visualización* mediante la construcción de figuras, en la cual a partir de la tabla se puede observar que tres estudiantes se encuentran en un nivel de desempeño alto basado en los criterios de observación, mientras que los tres restantes se ubican en un nivel medio. Además, todos los estudiantes en cuanto al resultado de la tarea lograron reproducir correctamente el modelo, lo que indica que no se presentan dificultades para completar la actividad. A partir de lo anterior, se puede deducir que, aquellos estudiantes con un nivel de desempeño alto muestran un uso más claro de las estrategias que les permiten seleccionar y organizar las piezas de forma correcta, en cambio aquellos en nivel medio evidencian que el desarrollo todavía se encuentra en proceso, puesto que se evidencia un uso parcial en estrategias de visualización.

Es importante mencionar que, durante el desarrollo de la actividad se evidenciaron manifestaciones de *rotación mental*, especialmente en los estudiantes que antes de ubicar la pieza,

primero ajustaban la orientación. De forma complementaria, al igual que en la estación anterior, se observaron que algunos estudiantes culminaron la actividad en un menor tiempo que los otros, siendo esto notorio en estudiantes de sexo femenino. Sin embargo, esto se relaciona con la rapidez en la ejecución y no con el nivel de desempeño, puesto que como se observa en la tabla todos reprodujeron de forma correcta el modelo asignado.

Adicionalmente, una vez finalizada la actividad, se lograron recoger algunos aportes verbales los cuales permitieron profundizar un poco en las estrategias empleadas por los estudiantes para la resolución de la tarea. En tal sentido, dos estudiantes del sexo femenino expresaron lo siguiente:

- E3: *“coloqué esta ficha (rectángulo) en la mitad y yo imaginé que podía ser una mariposa, entonces si en esta coloco estas fichas así, la otra queda igual.”*

Con la explicación que realizó la estudiante, se puede evidenciar el uso de estrategias de visualización, puesto que identifica relaciones de simetría al reconocer una relación espejo entre las dos partes y se imagina cómo quedará la figura completa antes de actuar.

- E7: *“yo pongo la ficha en mi mente y la acomodo como iría en la vida real”*

Dicha explicación manifiesta procesos de visualización y rotación mental, pues anticipa la orientación de la pieza antes de ubicarla, lo cual conlleva a realizar una transformación interna del objeto sin necesidad de manipularla físicamente.

En contraste, un estudiante de sexo masculino señaló lo siguiente:

- E6: *“cojo la pieza y voy acomodando en la figura hasta que encaje”*

Esta explicación manifiesta que le estrategia que empleó el estudiante es ensayo y error, donde la organización correcta de las piezas se debe a la manipulación directa y no una anticipación mental. Si bien el estudiante logra reproducir correctamente el modelo, se evidencia un menor uso de la visualización espacial.

Lo anterior permite concluir que no se puede afirmar que se desarrolla la *visualización* solo porque los estudiantes reproducen correctamente la figura, pues como se observa puede que los procesos empleados para la solución de la tarea no exijan estrategias de visualización.

– Estación 3 – Doblado de papel

Tabla 13.

Resultados obtenidos por los estudiantes en la estación 3.

ESTUDIANTE	SEXO	PUNTAJE	NIVEL	RESULTADO
<i>E1</i>	F	6	Medio	0/6 correctas
<i>E2</i>	M	9	Alto	5/6 correctas
<i>E3</i>	F	6	Medio	0/6 correctas
<i>E4</i>	M	7	Medio	2/6 correctas
<i>E5</i>	F	9	Alto	4/6 correctas
<i>E6</i>	M	8	Alto	3/6 correctas

La presente estación enfatizaba la visualización en tareas de transformación mental, el objetivo era evidenciar diferencias en cuanto el nivel de desempeño de los estudiantes. En relación a los criterios de observación, tres estudiantes se ubicaron en un nivel alto y los restantes en un nivel medio. De igual manera, se observó que algunos estudiantes no lograron respuestas correctas, en cambio, otros alcanzaron entre 2 y 5 aciertos de 6. Lo anterior evidencia, que si bien se cuentan con varios casos donde los estudiantes emplean estrategias de visualización espacial, se presentan

dificultades para concretar la transformación mental solicitada, especialmente en aquellas tareas donde se requiere anticipar el resultado del doblez.

La situación mencionada anteriormente, evidencia cierta inconsistencia entre el proceso cognitivo que se activa durante la actividad que realiza el estudiante y el resultado que logra, porque a pesar de que muchos no seleccionaron las respuestas correctas manifestaron comportamientos o conductas propias de un proceso de visualización espacial, tal como observar detenidamente la figura, fijar la atención en la línea de plegado, comparar las diferentes opciones presentadas, etc. Lo anterior sugiere que las dificultades no tienen origen en la comprensión de las preguntas o de la actividad sino en la complejidad de imaginar correctamente la superposición que resulta del plegado de papel.

Cabe resaltar que, 2 de los 3 estudiantes del sexo masculino obtienen un nivel de desempeño alto, destacando el resultado de uno de los estudiantes que acertó 5 de los 6 ítems, mientras que 2 de 3 estudiantes del sexo femenino obtuvieron un nivel de desempeño medio y las dos obtuvieron cero aciertos. En este sentido, se puede afirmar que los casos de estudiantes que no acertaron ninguno de los ítems, pero no obstante alcanzaron un nivel medio porque existió un intento de análisis espacial que no logró consolidarse en una respuesta correcta. De manera similar, los estudiantes que alcanzaron un nivel alto presentaron entre 3 y 4 aciertos, lo cual indica que, aun evidenciando con mayor claridad comportamientos o conductas en el proceso de visualización, dicha habilidad no está completamente desarrollada para garantizar un desempeño excelente en este tipo de tareas. Finalmente, los resultados obtenidos indican que las tareas que requieren visualización en tareas de transformación mental representan un mayor nivel de dificultad para los estudiantes de edades tempranas.

7.2 Razonamiento Espacial en Básica Secundaria

En el sistema educativo colombiano, la mayoría de los estudiantes que cursan la educación Básica Secundaria, suelen tener entre 11 a 15 años de edad, etapa característica del desarrollo progresivo del pensamiento abstracto y espacial. Según Piaget (citado en Centro de Psicoterapia Cognitiva, 2015), el niño de 11 a 12 años comienza a formar un sistema coherente de lógica formal y en cuanto al desarrollo del Razonamiento Espacial el estudiante pasa de una percepción visual básica a una comprensión formal de propiedades y definiciones.

En la educación, las áreas del conocimiento atraviesan un proceso de formalización entre ellas las matemáticas y, en particular, la geometría que es inherentemente espacial. Sin el desarrollo de las habilidades espaciales, es imposible llevar a cabo las transformaciones necesarias para la resolución de problemas geométricos (Harris, 2023). Es correcto afirmar que la geometría constituye el área en la que se trabaja con mayor intensidad el fortalecimiento de las habilidades espaciales como *rotación mental*, *visualización* y *percepción espacial*, convirtiéndola en el espacio más adecuado para su desarrollo. Sin embargo, las habilidades espaciales que trascienden el ámbito geométrico, se reconocen como un factor influyente en diversos contextos educativos y laborales, precisamente por su carácter interdisciplinar (Jiménez y Ortiz, 2018).

Teniendo en cuenta lo mencionado y basándonos en los lineamientos educativos vigentes en Colombia, a continuación, se presenta una selección de recursos disponibles que potencian el desarrollo de las habilidades espaciales.

7.2.1 Revisión de recursos

En las categorías definidas, los recursos digitales y las plataformas web son relevantes por su accesibilidad, y el uso que tienen en los contextos educativos. Siguiendo esta idea se

seleccionaron aquellos recursos que presentan más preponderancia y apropiación para la enseñanza de la geometría o que contribuyen al desarrollo del Razonamiento Espacial directamente.

○ **GeoGebra**

Es un software matemático de libre acceso que combina varias áreas de las matemáticas destacado



especialmente para la enseñanza de la geometría. Se utiliza comúnmente para la construcción y manipulación de objetos matemáticos como rectas, puntos, figuras y funciones en entornos bidimensionales y tridimensionales

GeoGebra funciona de manera local en el computador independientemente del sistema operativo instalado, (Windows, Linux, Mac OS), además, puede utilizarse en celulares inteligentes como Android o iPhone, así como en línea a través de internet (Santos, 2021). Su alta accesibilidad y su carácter gratuito le dan gran valor ya que se hace adecuada para la mayoría de las instituciones educativas.

Por otra parte, en la plataforma de GeoGebra Classroom está disponible la creación de actividades didácticas como lo son los libros interactivos que incluye imágenes, applets y preguntas. Estas funcionalidades además de facilitar la visualización de conceptos geométricos estimulan la participación activa del estudiante, aspecto fundamental para el buen desarrollo del Razonamiento Espacial.

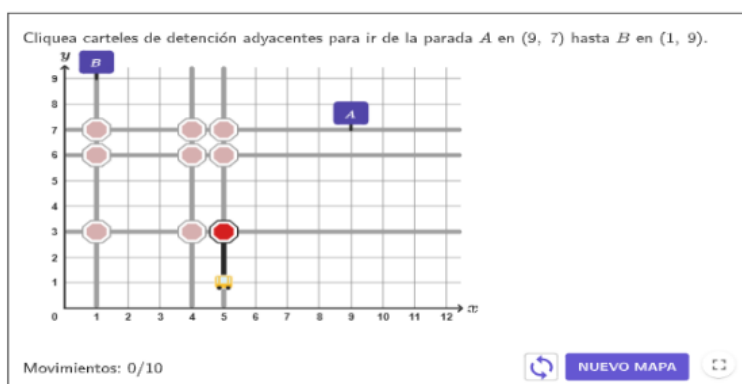
Según el MEN (2006) los estudiantes al finalizar séptimo grado deben tener la capacidad de identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica. Siguiendo esa línea, se realizó una revisión de actividades disponibles en GeoGebra

las cuales permiten explorar y dar un primer acercamiento a estos conceptos y habilidades espaciales, en este caso la *percepción espacial*.

A continuación, se presentan algunos ejemplos:

Figura 15.

Primera actividad: Rutas horizontales y verticales en una simulación de la ruta de un autobús urbano

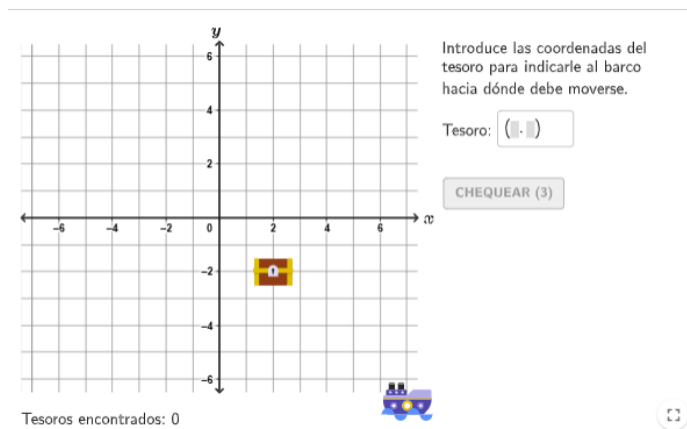


Nota. Captura de pantalla de la simulación interactiva donde los estudiantes deben desplazar un autobús que se encuentra ubicado en un punto A hasta llegar al punto B, o destino final. Tomado de *Horizontal and Vertical Paths Using a City Bus Route Simulation*, por GeoGebra Content Team, 2023. (<https://www.geogebra.org/classroom/vn7mswjh>).

Esta propuesta permite una exploración previa al manejo de las coordenadas y direcciones en un cuadrante del plano cartesiano, evidenciando el manejo de la ubicación y localización, habilidades propias del pensamiento espacial. Además, la actividad se complementa con un listado de preguntas orientadas a profundizar y recolectar evidencias del aprendizaje de los estudiantes.

Figura 16.

Segunda actividad: Búsqueda del tesoro en cuatro cuadrantes



Nota. Captura de pantalla de la simulación interactiva donde los estudiantes deben identificar la localización de un tesoro en el plano cartesiano. Tomado de *Búsqueda del tesoro en cuatro cuadrantes*, por GeoGebra Content Team, 2024.

(<https://www.geogebra.org/classroom/esdbeer7>).

Más que una actividad organizada, esta iniciativa corresponde a un applet disponible en GeoGebra donde al observar detalladamente el plano cartesiano del applet se puede apreciar la presentación de los cuatro cuadrantes, así los estudiantes pueden establecer relaciones entre el signo y la ubicación. Cabe destacar que esta actividad se asocia con la anterior, realiza un proceso inverso, en lugar de seguir coordenadas para trasladarse, el estudiante debe descifrarlas para ubicar un punto específico.

A partir de lo anterior, el uso de GeoGebra como recurso es respaldado por referentes como Barrios et al. (2022) donde implementaron GeoGebra con estudiantes de séptimo grado, este tipo de software se considera especializado para fortalecer el Razonamiento Espacial en estas etapas académicas. En cuanto a las actividades propuestas, son válidas como un punto de partida, sin

embargo, estas se ubican en un nivel básico, se considera necesario realizar un ajuste o un mejor acompañamiento de preguntas, que permitan llevar una secuencia didáctica coherente y adecuada, cabe recalcar que esto se puede realizar gracias a las funciones disponibles en GeoGebra.

Basándonos en el MEN (2006) para séptimo grado las actividades presentadas son pertinentes, sin embargo, la definición de Razonamiento Espacial del marco teórico, proceso cognitivo que involucra rotación mental, visualización espacial, y percepción espacial (Harris, 2023) y apoyándonos en Watson, Jones y Pratt (2013), citados por Ortiz (2018) las actividades centradas únicamente en propiedades y localización de figuras limitan el contacto con experiencias cognitivamente más ricas, así se sugiere que las actividades se acompañen de preguntas que promuevan la visualización y otras habilidades; por tanto, se requiere contar con docentes capacitados que asuman diseñen actividades que demanden el uso de acciones como transformar, manipular y razonar sobre objetos puestos en el espacio.

○ **DGPad**

Es un software de geometría dinámica, desarrollada por el profesor Martín Acosta



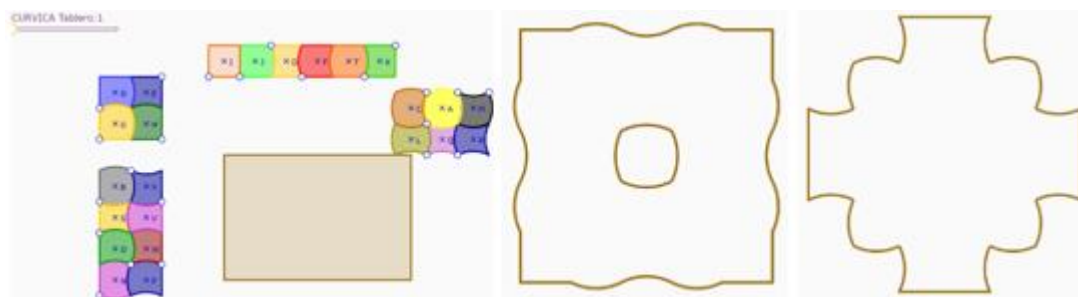
Gempeler. Esta aplicación web posibilita la creación y manipulación de construcciones geométricas interactivas con gestos naturales y menús contextuales, favoreciendo su uso en contextos educativos.

Su enfoque en la visualización dinámica es característico propio de este software, pues los objetos creados allí como lo son puntos, segmentos, polígonos y circunferencias, se pueden mover libremente, sin perder las propiedades geométricas con las que fueron definidas. Además, es un recurso muy útil y de fácil acceso, se puede utilizar sin la necesidad de ser instalado y cuenta con múltiples funciones que favorecen el aprendizaje de los estudiantes.

En el MEN (2006) encontramos que los estudiantes de básica secundaria deben predecir y comparar los resultados de aplicar transformaciones como traslaciones, rotaciones y reflexiones sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y artísticas. En este sentido encontramos en DGPAD diversas actividades, que sirven para mejorar la coordinación visualización espacial, el uso de transformaciones geométricas y la resolución de problemas. A manera de ejemplo, a continuación, se presenta una actividad que promueve el Razonamiento Espacial.

Figura 17.

Juego Cúrvica adaptado de la versión Yves Marin



Nota. Interfaz del juego donde el estudiante debe trasladar y rotar las piezas hasta que complete el tablero. Adaptado de *Cúrvica*, por DGPAD Colombia, 2024. (<https://dgpad-colombia.udistrital.edu.co/profesores/figuras/varios/CurvicafighaslLENas6.html>).

Tal como se observa en la *figura 17*, el juego comprende de un tablero rectangular y una serie de piezas definidas mediante letras, el objetivo es poder completar el tablero realizando la traslación y rotación de las piezas, a medida que avanza los niveles, existen 20, la dificultad aumenta exigiendo mayor concentración y un distinguido manejo de habilidades espaciales. A simple vista puede parecer un juego estilo rompecabezas; sin embargo, los participantes desarrollan diversas habilidades del Razonamiento Espacial, por ejemplo, deben imaginar

rotaciones y traslaciones mentalmente, probar estrategias, comparar concavidades y convexidades, observar y atender a detalles mínimos que marcan la diferencia y que son útiles para resolver cada reto. Es importante mencionar que en todos los casos las piezas son iguales varía únicamente los tableros, obligando a los estudiantes a replantear estrategias en cada nivel, un manejo de la rotación mental y de la visualización espacial, para así lograr el objetivo propuesto.

Bajo una postura crítica, DGPad se caracteriza por tener la capacidad de convertir la geometría en una experiencia interactiva y dinámica, así como se mencionó anteriormente permite manipular objetos en tiempo real sin extraviar sus propiedades, fortaleciendo la exploración, la formulación de conjeturas y la confirmación de resultados. Ahora en cuanto a la actividad propuesta involucra rotación mental, visualización espacial y transformación de objetos (Harris, 2023), habilidades propias del Razonamiento Espacial. Adicionalmente, su articulación con el MEN (2006) es concreta, considerando el estándar de transformaciones rígidas para básica secundaria, el cual requiere no solo identificar, sino que también pronosticar y contrastar resultados. No obstante Barrios et al. (2022) y González (2022) destacan que herramientas con alto potencial didáctico no aseguran avance en niveles de razonamiento si no se acompañan de una secuencia didáctica, por lo tanto, se recomienda realizar preguntas de reflexión que lleven al estudiante a verbalizar las transformaciones aplicadas.

– NRIC

Es un proyecto educativo de la universidad de Cambridge, que ofrece desafíos matemáticos interactivos dirigidos al desarrollo



del pensamiento matemático, en especial fortalece el Razonamiento Espacial al requerir la manipulación, visualización y rotación de figuras bidimensionales y tridimensionales en las

actividades que se encuentran allí disponibles. Dicho proyecto educativo brinda recursos matemáticos atractivos, como tareas de construcción, transformación y análisis de figuras, permitiendo la comprensión de conceptos como forma, posición, simetría, orientación y relaciones espaciales. Por medio de estas actividades, los estudiantes no solo relacionan representaciones geométricas, sino que incrementan habilidades propias de este pensamiento.

En el siguiente enlace se encuentra una amplia variedad de actividades disponibles para ser utilizadas <https://nrich.maths.org/geometry-and-measure-secondary-students>. En el apartado de *Figuras tridimensionales*, se encuentran actividades como *Nueve Colores* en la cual se propone un reto para el manejo de la *visualización espacial* donde deben coordinar múltiples condiciones simultáneamente en 3D, con transformaciones mentales complejas como *rotación mental* y *cambio de perspectiva*.

Figura 18.

Descripción de la actividad: Nueve Colores



Nota. Captura de pantalla de la actividad “Nueve Colores”. Tomado de *Nine Colours*, por Nrich. (<https://nrich.maths.org/problems/nine-colours>).

NRICH se vincula directamente proporcionando el desarrollo de habilidades exigentes del Razonamiento Espacial definidas en el marco teórico, como lo son *rotación mental*, *percepción*

espacial y visualización espacial. La actividad propuesta en 3D, exige más que solo percepción superficial, pues requiere que el estudiante coordine a la vez múltiples condiciones espaciales, colocando en niveles cognitivos superiores a los alcanzados por actividades en 2D, trascendiendo la enseñanza tradicional centrada en propiedades estáticas de figuras (Watson, Jones y Pratt, 2013, citados por Ortiz, 2018).

Sin embargo, el contraste entre recursos disponibles y su aplicación efectiva es una problemática documentada en la educación colombiana (González, 2022; Kurt et al., 2023). NRIC, está diseñado desde un contexto foráneo; sin embargo, esto no representa un obstáculo para estudiantes de básica secundaria en Colombia.

– Unity

Es un desarrollador multiplataforma creado para interactuar con videojuegos por medio de simulaciones en 2 y 3 dimensiones. Este permite que los usuarios interactúen con mundos en 3D, roten perspectivas, calculen distancias y resuelva problemas de orientación en entornos de Realidad Aumentada y de Realidad Virtual, requiere de un buen manejo de rotación mental para la creación de rompecabezas tridimensionales y laberintos pues el usuario necesita de un buen encaje en un espacio específico.



Figura 19.

Ejemplos de videojuegos desarrollados en Unity



Nota. Recopilación visual de varios videojuegos. Adaptado de *Unity* por Unity Technologies, 2026.

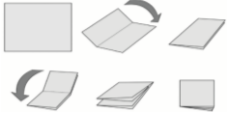
7.2.2 Diseño de una prueba para evaluar el Razonamiento Espacial en estudiantes de Séptimo Grado

Se realizó una medición de las habilidades espaciales, para estudiantes de básica secundaria, basado en un test de Razonamiento Espacial realizado por Ramful et al. (2017), donde las preguntas fueron seleccionadas y adaptadas de acuerdo con los propósitos del seminario.

El test consta de seis preguntas y un ejercicio de elaboración manual, las preguntas están diseñadas con opción múltiple respuesta y requiere de una justificación clara y concisa para cada una de ellas. Su finalidad era evaluar habilidades espaciales propias del pensamiento espacial, identificar sesgos cognitivos y derivar conclusiones a partir de los resultados obtenidos.

Tabla 14.

Descripción de las actividades.

Actividad	Habilidad a evaluar	Descripción
Dobleces y recorte de papel 	Visualización espacial	La pregunta requiere que el estudiante construya una representación mental a partir de una imagen fija (el papel doblado) y anticipe el resultado al desdoblarlo. Esto concuerda con la visualización espacial , pues, implica imaginar transformaciones sin manipulación física directa.
Mi ubicación 	Percepción espacial	En este punto no se requiere transformar mentalmente el objeto, sino reconocer su posición relativa (izquierda/derecha). Por lo tanto, coincide con la percepción espacial , ya que demanda identificar orientación y ubicación en el espacio.

Reconocimiento de la figura	Rotación espacial	El estudiante debe girar mentalmente la estructura tridimensional para identificar cuál alternativa representa el mismo modelo desde otra perspectiva.
Ayudando al hámster	Percepción espacial	Implica seguir trayectorias, direcciones y cambios de orientación dentro del espacio, interpretando movimientos derecha-izquierda.
Observando	Visualización espacial	El estudiante debe visualizar mentalmente posibles ejes de simetría y analizar cómo se refleja la figura respecto a ellos, apoyándose en la definición geométrica de simetría
Girando	Rotación mental	El ejercicio implica transformar mentalmente una figura por medio de la rotación, lo que se define como rotación mental
Construyendo	Visualización espacial, manipulación mental de objetos 2D a 3D.	Se presenta un poliedro desde una vista 2D, implícitamente se le pide al estudiante analizar sus características geométricas. A través de esta representación, se debe seleccionar, recortar y pegar la figura plana para construir el poliedro.

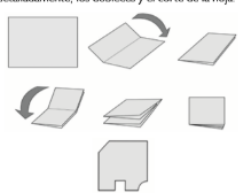
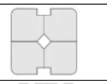
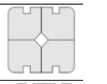
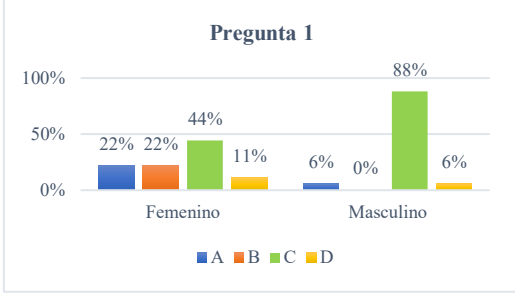
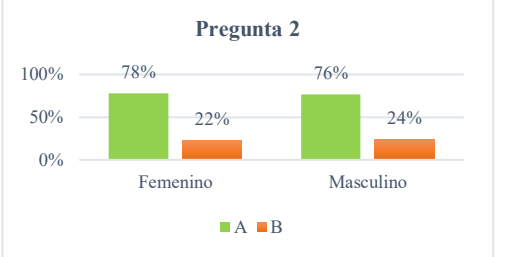
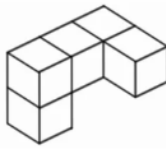
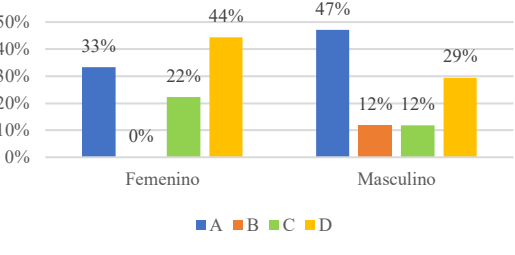
La implementación se llevó a cabo el 6 de mayo de 2026 en la Institución Educativa Llanadas del Municipio de Lebrija - Santander con 26 estudiantes de séptimo grado, de los cuales 9 son mujeres y 17 son hombres.

7.2.3 Análisis de resultados

Una vez realizada la implementación del test, se realizó el análisis de resultados de carácter cualitativo, y cuantitativo considerando las justificaciones realizadas por los estudiantes en cada una de las preguntas, que a continuación se presentan detalladamente:

Tabla 15.

Resultados obtenidos de la prueba realizada a estudiantes de grado séptimo.

PREGUNTAS	RESULTADOS															
Observa detalladamente, los dobleces y el corte de la hoja.  ¿Qué figura se obtiene al desdoblar el papel después del corte realizado? a)  b)  c)  d) 	Pregunta 1  <table><tr><th>Género</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr><tr><td>Femenino</td><td>22%</td><td>22%</td><td>44%</td><td>11%</td></tr><tr><td>Masculino</td><td>6%</td><td>0%</td><td>88%</td><td>6%</td></tr></table>	Género	A	B	C	D	Femenino	22%	22%	44%	11%	Masculino	6%	0%	88%	6%
Género	A	B	C	D												
Femenino	22%	22%	44%	11%												
Masculino	6%	0%	88%	6%												
En esta pregunta enfocada en la <i>visualización espacial</i>, se evidencia que los hombres lograron ampliamente mayor éxito en la respuesta que las mujeres, por medio de observaciones realizadas se evidenció que algunas mujeres utilizaron papel para realizar la prueba necesitando de un manejo del material concreto y dejando de un lado la manipulación mental.																
2. Pedro y María están sentados en una mesa  ¿Cuál es la ubicación del jarrón de flores respecto a la orientación de María? a) A la derecha de María b) A la izquierda de María	Pregunta 2  <table><tr><th>Género</th><th>A</th><th>B</th></tr><tr><td>Femenino</td><td>78%</td><td>22%</td></tr><tr><td>Masculino</td><td>76%</td><td>24%</td></tr></table>	Género	A	B	Femenino	78%	22%	Masculino	76%	24%						
Género	A	B														
Femenino	78%	22%														
Masculino	76%	24%														
En esta pregunta enfocada en la <i>percepción espacial</i>, los resultados muestran un manejo similar de la posición relativa en ambos géneros y unos resultados positivos en general, sin embargo, si se evalúa la dificultad de la prueba se puede considerar alto el número de estudiantes con mal manejo de la posición relativa.																
3) El siguiente diagrama representa un modelo hecho de cubos. 	Pregunta 3  <table><tr><th>Género</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr><tr><td>Femenino</td><td>33%</td><td>0%</td><td>22%</td><td>44%</td></tr><tr><td>Masculino</td><td>47%</td><td>12%</td><td>12%</td><td>29%</td></tr></table>	Género	A	B	C	D	Femenino	33%	0%	22%	44%	Masculino	47%	12%	12%	29%
Género	A	B	C	D												
Femenino	33%	0%	22%	44%												
Masculino	47%	12%	12%	29%												

¿Qué alternativa coincide exactamente con el modelo anterior?

a)

b)

c)

d)

El panorama en los resultados suele ser desalentador, la mayoría de los estudiantes no logró realizar las transformaciones mentales necesarias, prueba de ello los malos resultados, al no definir explícitamente en el enunciado parte del proceso, en este caso la *rotación mental*, gran parte de los estudiantes no dieron con las respuestas correctas. También se puede observar que estos resultados son levemente más favorables para el género femenino, con un 10% de diferencia.

4) Jhan colocó el hámster en la entrada del laberinto como muestra la figura

El hámster corrió por el laberinto. Giro a su derecha, luego a la izquierda y luego giro a la derecha. ¿Dónde terminó el hámster?

a) S	b) Q
c) P	d) R

Pregunta 4

Género	A	B	C	D
Femenino	33%	11%	0%	56%
Masculino	6%	47%	0%	47%

En esta pregunta, las mujeres presentaron un mejor manejo de las trayectorias y de la posición relativa que los hombres, muchos de ellos no consiguieron ubicarse y tampoco identificar derecha o izquierda después de una nueva posición.

5) En la siguiente imagen se muestra una señal de cruce para peatones.

Recuerda:
Una línea de simetría o eje de simetría es una línea imaginaria que divide una figura en dos partes iguales y reflejadas, de manera que una mitad coincide exactamente con la otra al doblarla sobre esa línea.

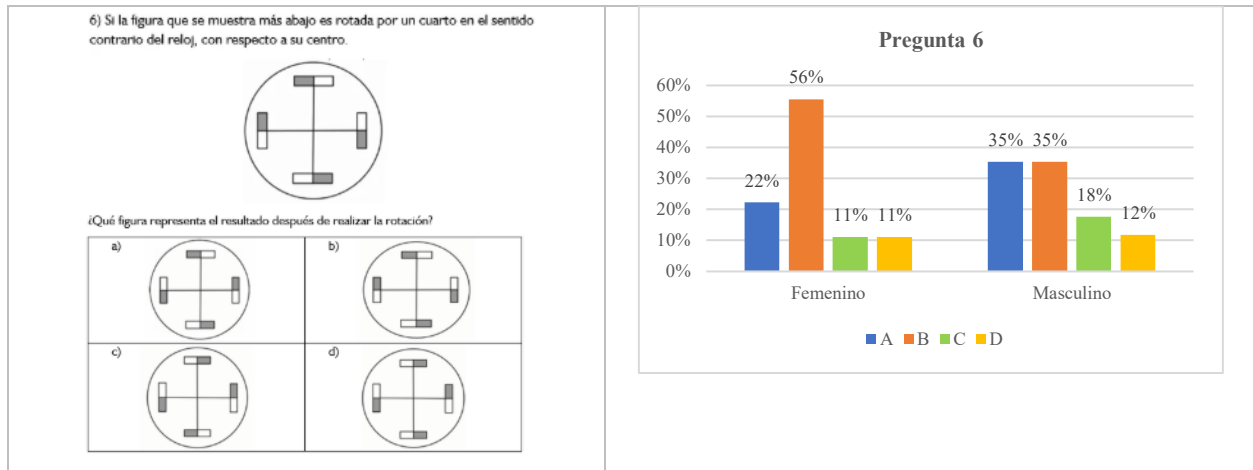
¿Cuántas líneas o ejes de simetría tiene la imagen?

a) 1	b) 2	c) 4	d) 0
------	------	------	------

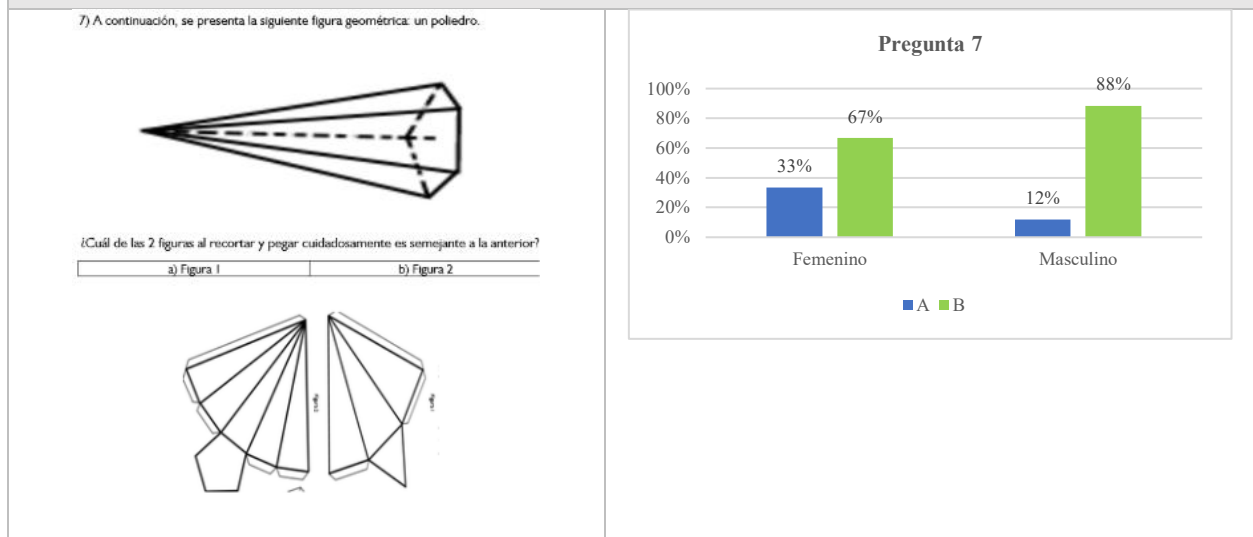
Pregunta 5

Género	A	B	C	D
Femenino	33%	22%	22%	22%
Masculino	18%	24%	41%	18%

El uso de definiciones de elementos geométricos que requerían la aplicación de la *visualización espacial* fue una gran dificultad para los estudiantes, esto se evidenció en los bajos resultados obtenidos. Un 41% de los hombres se inclinaron la opción C, argumentando principalmente la cantidad de líneas reflejadas presentes en la figura como también las más largas. En cuanto a las mujeres, el 33% se decidió por la opción A afirmando que si había una reflexión con respecto a una línea horizontal que pasa por el centro.



Un alto porcentaje de estudiantes eligió la opción b, el 56% de las mujeres y el 35% de los hombres, una posible causa fue el mal manejo de conceptos geométricos, en este caso el centro de rotación, en algunos casos los estudiantes preguntaban por cuanto y hacia donde se dirigía un cuarto al sentido contrario de las manecillas del reloj, evidenciando su bajo manejo en habilidades espaciales, en este caso específico la rotación mental, al finalizar solo el 11% de las mujeres respondió correctamente, y el 18% de los hombres, evidenciando que la actividad solicitada requería habilidad espacial y claramente los superó.



Cuando se realizan transformaciones de 2D a 3D, el porcentaje de mujeres que se equivocó es considerablemente alto en relación con la dificultad de la prueba, no se emplearon patrones clave como el número de caras que tienen los poliedros presentes para responder correctamente la pregunta y gran parte de los que respondieron incorrectamente solo pudieron concientizarse de la respuesta correcta por medio de la manipulación del material.

Nota. La barra de color verde representa la opción correcta en cada uno de los diagramas que muestran el resultado de las respuestas obtenidas, así el lector puede identificar mejor el panorama.

Otros resultados evidenciados

Uno de los aspectos medidos fue el tiempo que los estudiantes, estos se registraron al momento que los estudiantes dieron por finalizada la prueba, allí los hombres se destacaron por realizar más rápido la prueba. Las justificaciones que los estudiantes presentaron acerca de los procesos realizados para elegir la opción de respuesta, muestran una mejor redacción y comprensión por parte de las mujeres.

En cuanto a las habilidades espaciales, la *percepción espacial* fue la habilidad en la cual todo el grupo presentó un mayor nivel de desempeño y la *rotación mental* fue la habilidad en la que se vieron más afectados. No obstante, en cuanto a la *visualización espacial*, cada uno de los géneros presentaron avances significativos.

7.3 Razonamiento Espacial en Educación Media

El siguiente apartado tiene el propósito detallar el Razonamiento Espacial en educación media, para esto se realizó una consulta bibliográfica y una revisión de recursos disponibles en internet entre ellos juegos, artículos académicos, páginas web, applets interactivos, test y materiales visuales. De estos recursos se hizo una selección crítica de aquellos con mayor pertinencia didáctica para este nivel educativo, y el diseño de una prueba orientada a la medición de habilidades como la *visualización*, *percepción espacial* y *rotación mental*. De esta manera, esta investigación no se limitó a identificar recursos potencialmente útiles, sino que avanzó hacia la construcción y aplicación de un instrumento propio, cuyos resultados evidenciaron cómo se manifiestan estas habilidades en estudiantes de educación media, y al mismo tiempo, reconocer fortalezas, dificultades y opciones pedagógicas para el fortalecimiento en el contexto escolar.

7.3.1 Revisión de recursos

- [MAZE3D: Juego de computadora para la estimulación de la orientación espacial](#)

Figura 20.

Entorno del juego MAZE3D



Nota. Captura de pantalla que ilustra el diseño del juego. Tomado de *MAZE3D: Un juego de computadora para la estimulación de la orientación espacial*, por Flores et al., 2015.

El artículo constituye un antecedente relevante en el uso de entornos virtuales tridimensionales para fortalecer la *orientación espacial*. Como se observa en la *figura 13*, la propuesta parte de una descripción del laberinto, se define elementos gráficos específicos como pared, piso, bandera y avatar y desarrolla un proceso que inicia con la generación del laberinto en 2D y termina con su construcción en un entorno 3D navegable, en el que el usuario tiene un desplazamiento hasta la bandera que es la meta final mientras el sistema registra tiempo, puntos, nivel y tamaño recorrido. Los autores señalan que la *orientación espacial* es una capacidad que permite a una persona conocer dónde se ubica espacial y/o geográficamente y a partir de este concepto desarrollan un software en 3D que genera laberintos aleatorios en los que se registra el tiempo para completarlo como medida objetiva para el desempeño. Los resultados muestran una

reducción del 73.3% del tiempo en relación con los intentos (Flores et al., 2015) lo que evidencia el potencial de este recurso como una herramienta de estimulación cognitiva para el desarrollo del Razonamiento Espacial.

El artículo centra su propuesta en la *orientación espacial* y la *visualización* aplicada al desplazamiento debido a que el usuario debe reorganizar continuamente su posición dentro del laberinto y vincular la ruta recorrida con una representación global del espacio. No obstante, aunque el recurso fortalece de manera significativa la percepción espacial y la toma de decisiones direccionales, su énfasis se concentra en una estimulación más funcional en el recorrido, de manera que no profundiza explícitamente en otras habilidades como la rotación mental o la visualización.

En cuanto a su articulación con el marco normativo, la propuesta de MAZE3D tiene relación con los Estándares Básicos de Competencias, dado que destacan la necesidad de coordinar diferentes representaciones y establecer relaciones espaciales en diferentes contextos (MEN, 2006), aspecto que se ve reflejado en la propuesta del videojuego al tener la herramienta de rotación en 360° y la toma de decisiones espaciales. Sin embargo, aunque el recurso desarrolla una interacción espacial en un entorno simulado, su aplicación guarda coherencia con las situaciones curriculares propias de la educación media colombiana.

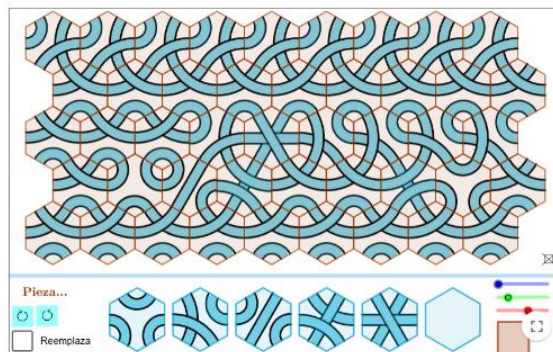
Esta investigación incorpora una métrica objetiva al permitir que “el especialista podrá llevar un registro con respecto al tiempo destinado para la resolución de mapas de laberintos” (Flores et al., 2015, p. 3). Además, los resultados reportan que “en el 73.3% de los casos se observa una reducción en tiempo al resolver el segundo laberinto” (Flores et al., 2015, p. 15), lo que respalda la utilidad como una herramienta para desarrollar una estimulación con respecto a la orientación espacial.

En el marco de la presente investigación, este recurso resulta pertinente para estudiantes de grado 10° y 11°, debido a que en esta etapa se cuenta con mayor autonomía digital y madurez cognitiva para interactuar con recursos audiovisuales. El uso de un videojuego como herramienta de estimulación constituye una alternativa metodológica que favorece tanto la motivación como la participación del estudiante esto en coherencia con el énfasis que el NCTM (2000) otorga a la visualización y modelación como procesos fundamentales en el aprendizaje matemático. No obstante, su incorporación en educación media requeriría una articulación explícita o una adaptación curricular establecido por el MEN (1998), a fin de integrar la estimulación de la orientación espacial dentro del desarrollo del Razonamiento Espacial.

– Curvas, rectas y hexágonos

Figura 21.

Actividad: Curvas, rectas y hexágonos



Nota. Captura de pantalla de la simulación interactiva donde los estudiantes deben pulsar una ficha se puede cambiar por otra, girarla o cambiar su color, y también se puede activar la opción de reemplazo para modificar configuraciones de manera dinámica. Tomado de *Curvas, rectas y hexágonos*, por J. Rodríguez, 2019, GeoGebra. (<https://www.geogebra.org/m/ty7mxdxv>).



El presente recurso constituye un antecedente relevante en el uso de entornos digitales interactivos para fortalecer el Razonamiento Espacial. Como se observa en la ficha del recurso, la propuesta se presenta en GeoGebra bajo la autoría de Javier Cayetano y se relaciona con los temas *Círculo*, *Rectas*, *Simetría* y *Función Tangente*. Por otra parte, en el apartado de información adicional se

señala explícitamente que las piezas de esta construcción están inspiradas en las del [Juego Tantrix](#). Este aspecto permite reconocer a *Tantrix* como un referente lúdico-conceptual de la actividad, más aún si se considera que en su descripción oficial se presenta como un recurso con *56 fichas y más de 10 modalidades de juego* y como un *juego de lógica basado en conectar líneas del mismo color*. A partir de esta idea, el recurso traslada al entorno digital una dinámica de composición, reorganización y análisis de piezas hexagonales con curvas y rectas.

Este recurso centra su propuesta en la manipulación de piezas hexagonales que deben ser giradas, seleccionadas, reemplazadas y organizadas para construir circuitos determinados. Los retos formulados, son del tipo “Escondan una circunferencia, un óvalo, un cuadrado...”, “Tengan simetría axial; o simetría central” y “Contengas una parte periódica” (Rodríguez, 2019), la interacción exige que el estudiante anticipe resultados, imagine transformaciones y analice cómo se conectan curvas y rectas dentro de una estructura final. Por otro lado, aunque el recurso fortalece la visualización espacial, la rotación mental y la percepción espacial, su énfasis se concentra principalmente en el trabajo sobre el plano y en las composiciones bidimensionales, por lo que no aborda de forma directa otras dimensiones del Razonamiento Espacial relacionadas con la exploración en 3D o la espacial más compleja.

Desde el marco normativo la propuesta tiene relación con los LCM los cuales definen el Razonamiento Espacial como el conjunto de procesos cognitivos que permiten construir y manipular representaciones mentales de los objetos y sus transformaciones (MEN, 1998). En este caso, la actividad responde a dicha concepción porque permite al estudiante construir configuraciones geométricas, analice relaciones entre las piezas y las transformaciones mediante giros y cambios. Del mismo modo, los EBC destacan la necesidad de coordinar diferentes representaciones y relaciones espaciales en distintos contextos, aspecto que se refleja cuando el estudiante debe pasar de una observación local de una ficha a la comprensión global del patrón que se está construyendo. A su vez, el énfasis del recurso en simetrías, regularidades y formas geométricas también guarda coherencia con la importancia que el NCTM (2000) atribuye a la visualización y al Razonamiento Espacial dentro del aprendizaje de la geometría. Por consiguiente, aunque se trate de una actividad específica y no de una secuencia didáctica, su aplicación presenta coherencia con el propósito formativo de la matemática escolar.

Si bien el recurso evidencia un alto potencial para estimular habilidades asociadas al Razonamiento Espacial, no especifica con claridad el nivel educativo para el cual fue diseñado ni reporta una validación empírica con estudiantes en contextos escolares. De igual manera, aunque la actividad profundiza en la manipulación de formas, simetría y la periodicidad, deja en un segundo plano otros componentes, como la orientación espacial en contextos reales o la transición de representaciones de 2D a 3D o viceversa. En síntesis, su aprovechamiento pedagógico depende de la mediación docente debido a que, si no hay una orientación por parte del docente, el estudiante podría limitarse a reorganizar piezas de manera intuitiva sin alcanzar una profunda argumentación geométrica. En este sentido, el recurso ofrece posibilidades interesantes, pero requiere ser

incorporado a una propuesta didáctica para que su contribución con respecto al Razonamiento Espacial sea más sólida.

Acorde a nuestros objetivos este recurso resulta adecuado para estudiantes de 10° y 11° debido a que en esta etapa cuentan con mayores niveles de abstracción y con la madurez cognitiva necesaria para interactuar con estos recursos que exigen anticipación, análisis de patrones, comprensión de simetrías y formulación de conjeturas sobre configuraciones geométricas. El uso de una actividad como Curvas, rectas y hexágonos constituye una alternativa metodológica que puede favorecer tanto la motivación, participación y la autonomía del estudiante, en coherencia con el énfasis a los referentes curriculares y teóricos otorgan a la visualización, la modelación y la manipulación de representaciones como procesos fundamentales del aprendizaje.

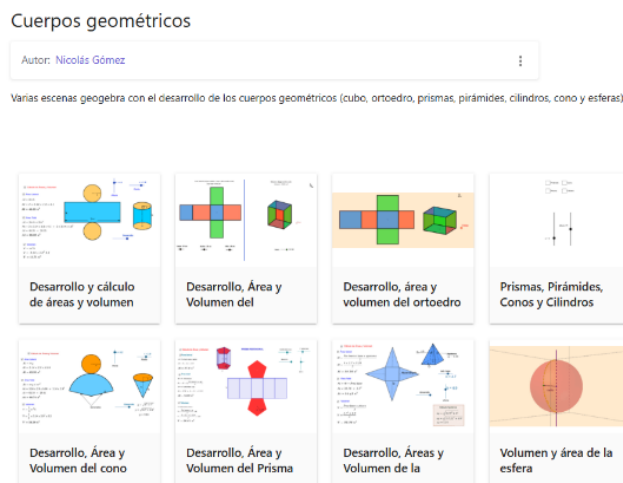
– Cuerpos geométricos

La construcción de figuras geométricas puede abordarse inicialmente mediante recursos manipulativos concretos, especialmente en los primeros niveles de escolaridad. En este sentido, materiales como libros físicos o móviles con cintas deslizables, en los que una figura plana se transforma en 3D al accionar un mecanismo, resultan valiosos para una primera aproximación a la relación entre el plano y el espacio. Aunque este tipo de recurso puede verse más adecuado o pensado para educación primaria, puesto que favorece la observación directa, manipulación y comprensión intuitiva de 2D a 3D, se debe reconocer que su valor no radica en la formalización geométrica sino en permitir que el estudiante empiece a reconocer que una figura plana puede ser construida y adquirir un volumen. Debido a esto, en niveles posteriores resulta pertinente avanzar hacia recursos digitales más complejos, en los que esa misma transformación pueda analizarse con

más detenimiento en los conceptos, representación, relaciones, modelación y estudio de propiedades geométricas. (Gómez, 2017).

Figura 22.

Libro digital: Cuerpos Geométricos



Nota. Captura de pantalla. Tomado de *Cuerpos geométricos* [Libro de GeoGebra], por N.

Gómez, 2017, GeoGebra. (<https://www.geogebra.org/m/BtRCxQPH>).

El presente recurso elaborado por Nicolás Gómez, reúne varias actividades interactivas en GeoGebra orientadas al estudio del plano, área y volumen de distintos sólidos geométricos. Entre los cuerpos abordados se encuentra *el cubo, los prismas, las pirámides, los cilindros, el cono y la esfera*. Cada módulo presenta representaciones en dos y tres dimensiones del sólido junto con su desarrollo, lo que permite visualizar a la relación entre ambas formas y comprender cómo cambian sus propiedades en función de distintos parámetros geométricos, además, que aparecen términos como apotema y generatriz que hacen más completo la actividad. En este sentido, el recurso constituye una versión virtual más elaborada de la idea que realiza el libro manipulativo mencionado que se trabaja de forma concreta.

Acorde a nuestra perspectiva, el recurso es pertinente porque favorece principalmente la *visualización* al exigir que el estudiante reconozca la correspondencia entre el desarrollo plano y el sólido construido. También, se activa la *percepción espacial*, en tanto permite identificar caras, bordes, superficies y relaciones del objeto, así como la orientación espacial, al requerir comprender cómo se reorganizan los elementos cuando se pasa de una representación bidimensional a otra tridimensional. A diferencia del recurso concreto, el digital no solo se trata de observar la transformación, sino de analizarla desde la geometría, vinculando representación, estructura y medida.

En cuanto a su valor didáctico, una de sus principales fortalezas es que tiene tanto la representación 2D y 3D y el cálculo geométrico de los cuerpos, esto lo convierte en un recurso adecuado para niveles más avanzados, como la educación básica secundaria y media, donde es necesario trabajar no solo la intuición, sino también la comprensión formal de áreas, volúmenes y transformaciones.

No obstante, este recurso presenta limitaciones. Su riqueza visual puede hacer que el estudiante se concentre más en la observación que en la argumentación si no existe una mediación. Asimismo, aunque favorece las habilidades de visualización y la relación entre 2D y 3D, no evalúa por sí mismo todas las habilidades del Razonamiento Espacial como lo es la rotación debido a que muchas de las representaciones son estáticas perdiendo un poco esa interacción con la figura. En consecuencia, su potencial no reside únicamente en la interacción con la plataforma, sino en la posibilidad de convertir el análisis geométrico con sus relaciones espaciales.

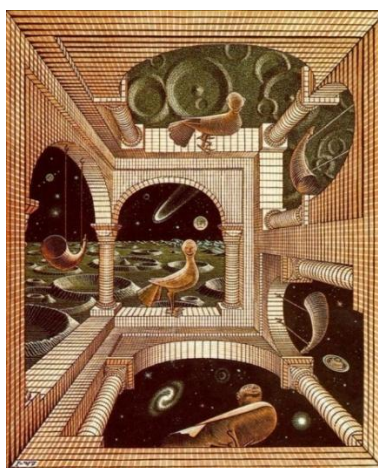
En el marco de los propósitos del seminario, este recurso puede considerarse especialmente pertinente porque permite mostrar una progresión didáctica clara: desde una aproximación manipulativa e intuitiva, propia de Básica Primaria, hacia una representación virtual, dinámica y

formalmente más robusta, adecuada para Educación Media. Así, el recurso de GeoGebra no sustituye la experiencia concreta, sino que retroalimenta y sirve como base para trabajar con mayor profundidad la relación entre representación plana, construcción tridimensional y propiedades geométricas de los cuerpos.

– **Obra Other World (Another World) de M. C. Escher**

Figura 23.

Obra Other World (Another World) de M.C. Escher



Nota. Tomado de *Other World*, por M.C. Escher, 1947, [Grado en madera y xilografía].

(<https://escherinhetpaleis.nl/en/about-escher/escher-today/other-world>)

Visualmente, la composición de la imagen muestra una estructura arquitectónica abierta hacia el espacio y la luna con seis vanos arqueados, figuras como el animal y el cuerno con un entorno cósmico que altera la orientación del observador. Su complejidad no radica únicamente en el dibujo realizado, sino en la forma que organiza el espacio, técnicamente hablando, esta obra combina tres vistas dentro de una sola imagen: nadir, horizonte y cenit (Museum Escher in The Palace, s.f.). Por tanto, este recurso no se limita a dar una ilusión visual, sino que obliga al

observador a coordinar perspectivas dentro de una estructura que, aunque es físicamente imposible resulta perceptivamente coherente.

La obra de Escher activa principalmente procesos de *orientación espacial*, *visualización* y *percepción espacial*, y no solo una simple *rotación mental* de figuras aisladas. El observador no debe girar un objeto mentalmente, sino que debe reorganizar el sistema espacial completo para comprender como una misma estructura puede sostener distintas direcciones arriba, abajo, atrás y adelante.

Esta lectura la respalda Ruiz (2025), quien afirma que las obras de Escher pueden entenderse como un aporte a la comprensión de la percepción visual y la sitúa en el campo de “la proyección del espacio tridimensional en la superficie”. De igual manera, cuando el autor plantea la necesidad de ver el mundo crea la necesidad directa de desarrollar el Razonamiento Espacial. Asimismo, esta interpretación se articula con los planteamientos de Kozhevnikov et al. (2007), quienes relacionan el Razonamiento Espacial con procesos de visualización, perspectiva y manipulación mental del espacio.

Desde el marco normativo, el recurso es coherente con los EBC puesto que resaltan la coordinación de distintas formas de representación y la comprensión de configuraciones espaciales en distintos contextos (MEN, 2006). Esta relación se fortalece con Bargueño (s.f.), quien propone trabajar estos recursos mediante “actividades basadas en la percepción” orientadas a potenciar la visión espacial y el análisis de imágenes diversas. Además, advierte que muchos estudiantes suelen reducir el plano a lo vertical y lo horizontal, haciendo que se dificulte la visualización de estructuras no convencionales y es por esto que la obra resulta didácticamente pertinente.

Una de las principales fortalezas del recurso y la más fuerte es que concentra en una sola imagen varios procesos de Razonamiento Espacial de forma simultánea. La obra exige observar, comparar, inferir, reorganiza y justificar, lo que la diferencia de ejercicios más mecánicos. No se trata solo de reconocer los elementos, sino de comprender como se articulan relaciones espaciales complejas dentro de una composición imposible. En este sentido, Ruiz (2025) destaca que la obra de Escher invita a reflexionar sobre los procesos perceptivos de cada observador.

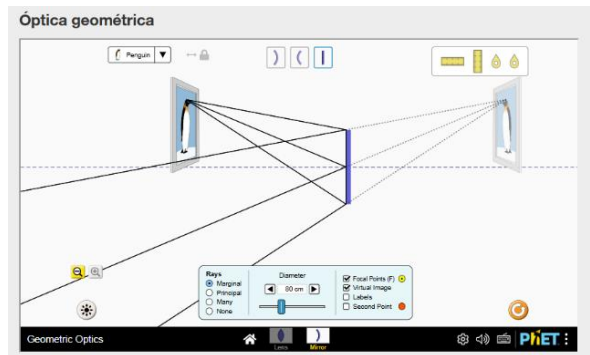
Las limitaciones de este recurso son, en primer lugar, la imagen por sí sola no constituye un instrumento de medición estandarizado, debido a que su valor depende del tipo de pregunta, del criterio de análisis y de la mediación pedagógica. En segundo lugar, existe el riesgo de que los estudiantes realicen una lectura estética o intuitiva y no una interpretación espacial argumentada. Por esta razón, aunque la obra posee un alto potencial cognitivo, su uso metodológico requiere unos criterios de valoración claros y un acompañamiento docente. Esta necesidad de contar con instrumentos con validez, confiabilidad y equidad también ha sido señalada en estudios recientes sobre pensamiento espacial en secundaria (Thayaseelan et al., 2024).

En el marco de esta investigación, Other World (Another World) puede asumirse como un recurso visual sólido para promover el Razonamiento Espacial coherente con el marco teórico y con los propósitos de la educación media. Su pertinencia para estudiantes de 10° y 11° radica en que exige un nivel de abstracción y reorganización mental del espacio acorde con esta etapa formativa. Así, esta imagen puede integrarse como un apoyo metodológico dentro de una propuesta orientada a examinar el desarrollo del Razonamiento Espacial en el Sistema Educativo Colombiano. Por ello, este recurso debe ir acompañado de preguntas bien formuladas y de criterios de interpretación que permitan distinguir los procesos de observación y comprensión espacial.

– Óptica geométrica

Figura 24.

Software PhET de óptica geométrica



Nota. Interfaz del simulador interactivo donde se observa el comportamiento de los rayos de luz al atravesar una lente convexa. Adaptado de *Óptica geométrica*, por PhET.

(<https://openstax.org/books/physics/pages/16-3-lenses>).

Este recurso corresponde a una secuencia didáctica centrada en la formación de imágenes por lentes dentro de la óptica geométrica. Este recurso no solo tiene una simulación también cuenta con un conjunto articulado de simulación interactiva con preguntas de exploración una tabla de clasificación de imágenes y los diagramas de rayos. En la sección sobre lentes, se establece que al finalizar el estudiante debe “describir y predecir la formación de imágenes y el aumento como consecuencia de la refracción a través de lentes convexas y cóncavas” y a “usar diagramas de rayos para confirmar la formación de imágenes”. En esa misma sección, se incorpora la simulación Phet de óptica geométrica y se explica que este applet permite observar cómo cambian la imagen al modificar la distancia del objeto, también interactuar con el radio de curvatura, el índice de refracción y el diámetro de la lente (Ling et al., 2016). Por consiguiente, el recurso puede entenderse como una propuesta integrada que articula experimentación virtual, representación geométrica y síntesis conceptual de las imágenes.

Desde la perspectiva teórica adoptada en esta investigación, el recurso es útil si se desea desarrollar el Razonamiento Espacial porque exige al estudiante representar, reorganizar relaciones entre el objeto, lente, foco, rayos e imagen dentro de una configuración geométrica. No solo es aplicar una ecuación o realizarlo de forma mecánica es el anticiparse a la forma de la imagen si será real o virtual, si se invertirá o no, a qué lado y como cambiará al modificar parámetros espaciales. En este sentido, el recurso activa procesos de *visualización, orientación y percepción espacial*.

Desde una mirada normativa, el recurso resulta acorde para la física de educación media de Colombia. Para grado 11°, el plan de la asignatura consultado incluye una unidad de luz y óptica con contenidos como reflexión, refracción, espejos, lentes y prismas, esto se plantea con los siguientes estándares “Explico el principio de conservación de la energía en ondas que cambian de medio de propagación”, “Reconozco y diferencio modelos para explicar la naturaleza y el comportamiento de la luz” (Institución Educativa San Rafael, s.f.). Del mismo modo, en los estándares nacionales para 10° y 11° se formulan exactamente esos desempeños en física, junto con relaciones entre frecuencia, amplitud, longitud de onda y velocidad de propagación (MEN, 2004). Así, el recurso coincide con la óptica geométrica trabajada en la media, que responde de manera directa a la comprensión y aplicación del estudiante en este nivel.

Las fortalezas de este recurso son que convierte un fenómeno usualmente abstracto en una experiencia visual y manipulable. Las reglas de trazado de rayos presentadas permiten seguir la trayectoria de la luz y comprender que la imagen forma “un punto donde los rayos se cruzan” (Ling et al., 2016). La simulación, además, ofrece la posibilidad de variar parámetros y observar inmediatamente el efecto de esos cambios con respecto a la posición, tamaño y orientación de la imagen. Esta combinación entre observación guiada, modelación y síntesis hace que la

comprensión sea más nutritiva debido a que obliga al estudiante a interpretar el fenómeno desde otros puntos de vista. Esto resulta coherente con la formación en ciencias promovidas por los estándares, donde se insiste en explorar fenómenos, analizar problemas y utilizar distintos métodos de análisis para construir argumentos (MEN, 2004).

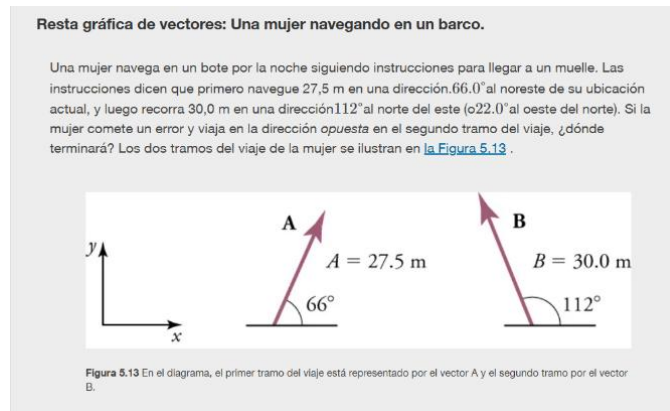
Por otro lado, el recurso presenta limitaciones como lo es que por sí solo no constituye un instrumento de medición de Razonamiento Espacial, sino que es una herramienta didáctica que necesita preguntas, tareas y criterios de análisis para generar una evidencia evaluable. Este complemento es coherente con el enfoque en Ciencias Naturales donde se precisa que el estudiante debe “reconstruir significativamente el conocimiento existente, razonar, tomar decisiones, resolver problemas” (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, 2024, p.48). Por ello, el valor de este recurso para esta investigación depende que preguntas se acompañe y que exijan explicación, predicción y justificación.

En esta investigación, el recurso puede reconocerse como una herramienta útil para promover los procesos de visualización, orientación y relación objeto-imagen dentro de la física escolar. Su relevancia está tanto en enseñar refracción o lentes como permitir al estudiante construir una representación espacial del fenómeno y el contraste como modelos geométricos y conceptuales. Esta pertinencia también se refuerza desde los lineamientos de la prueba Saber 11 que evalúa en ciencias naturales las competencias de explicación de fenómenos, uso comprensivo del conocimiento científico e indagación, todas ellas compatibles con el trabajo que propone el recurso (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, 2024). En consecuencia, el applet y los materiales asociados forman parte del análisis de recursos de física, porque hacen visibles una dimensión espacial implícita en la enseñanza y evaluación de la óptica geométrica en la educación media colombiana.

– Suma de vectores

Figura 25.

Ejemplo gráfico de Suma de Vectores



Nota. Tomado de *Vector Addition and Subtraction: Graphical Methods*, por Physics, 2016.

(https://openstax.org/books/physics/pages/5-1-vector-addition-and-subtraction-graphical-methods#Figure_05_01_connected)

Este recurso se centra en la resta gráfica de vectores mediante el método cabeza-cola y utiliza una situación contextualizada como lo es *el desplazamiento de un bote* para mostrar que restar un vector equivale a sumar su opuesto. En la sección de suma y resta de vectores métodos gráficos se establece que al finalizar el apartado el estudiante debe “describir el método gráfico de suma y resta de vectores para resolver problemas de física” (Ling et al., 2016). El ejemplo resuelto que acompaña las imágenes no solo presenta el enunciado, sino la estrategia completa: invertir la dirección del segundo vector, ubicar los vectores cabeza a cola y trazar el resultante. Por tanto, el recurso opera más allá de una ilustración, es una secuencia breve de modelación gráfica del desplazamiento.

A diferencia del recurso de óptica, aquí el vínculo con el Razonamiento Espacial es más directo y menos implícito. El estudiante debe conservar magnitud y dirección, invertir mentalmente un vector, reorganizar dos desplazamientos en un mismo sistema de referencia y reconocer que el vector restante no coincide con la trayectoria, sino con la posición final relativa. En términos teóricos, esto comprende habilidades de *orientación*, *visualización* y *percepción espacial*. Además, teniendo en cuenta la investigación llevada a cabo en este estudio, se señala que “el espectador puede asociar la diferente ubicación de diversas formas semejantes a lo largo del campo con la idea de que se trata de la misma forma que se desplaza en el espacio” (Bargueño, s.f., p.31), y que la orientación de los elementos dentro del cambio hace que se modifique la percepción de dinamismo y dirección. Esa observación resulta pertinente porque el recurso obliga a interpretar el desplazamiento con una reorganización espacial de vectores y no como una mera secuencia de movimientos.

Desde el punto de vista curricular, el recurso se ajusta a la física de grado décimo. En el plan de asignatura revisado, la unidad “Vectores y cinemática” incluye explícitamente “cantidades vectoriales y escalares” y “suma y resta de vectores” y plantea como aprendizaje el “uso de sistema de vectores para la representación de magnitudes físicas del medio” y “analizar y determinar las relaciones entre posición, aceleración, velocidad... con respecto a diversos sistemas de referencia” (Institución Educativa San Rafael, s.f.). De la misma manera, de acuerdo con los referentes nacionales se espera que el estudiante “modele matemáticamente el movimiento de objetos cotidianos a partir de las fuerzas que actúan sobre ellos” (MEN, 2024, p.22). En este sentido, el recurso sí responde a la física escolar y, al mismo tiempo, permite hacer visible una dimensión espacial implícita que en esos desempeños: representar direcciones, comparar desplazamientos y reorganizar trayectorias dentro de un sistema de referencia.

La principal fortaleza del recurso está en su economía cognitiva, es decir, no recarga al estudiante con procedimientos netamente algebraicos ni con trigonometría, lo que hace es que concentra la tarea en una operación espacial fundamental: comprender que $A-B$ es equivalente a $A+(-B)$. Esto lo vuelve especialmente útil para observar si el estudiante comprende la lógica espacial del vector o si se limita a seguir instrucciones mecánicas. Además, el recurso conserva un formato compatible con la evaluación escolar y con la lógica de Saber 11, donde se privilegia el “uso comprensivo del conocimiento científico” y la capacidad de “reconstruir significativamente el conocimiento existente, razonar, tomar decisiones, resolver problemas” (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, 2024, p.48). Su valor, por tanto, no está en entrenar una técnica desligada al razonamiento, sino en mostrar como una representación gráfica puede condensar un razonamiento físico.

Su limitación principal es que trabaja el Razonamiento Espacial en un entorno bidimensional y altamente guiado. El estudiante recibe la convención del sistema de referencia de ejes, las magnitudes de los vectores y la regla de construcción, por lo que la tarea se concentra en reorganizar de forma correcta los elementos más que en decidir autónomamente qué modelo espacial seguir. Aun así, el recurso resulta pertinente porque permite analizar una forma básica, pero nutritiva en Razonamiento Espacial aplicado a la física: la transformación de trayectorias en vectores, la inversión de dirección y la lectura del resultante como lo es la ubicación final.

7.3.2 Diseño de una prueba para evaluar el Razonamiento Espacial en estudiantes de décimo grado

La prueba fue diseñada para aplicarse en grado décimo, a partir de tareas que movilizan habilidades como *visualización, percepción espacial y rotación mental*. Su diseño responde al interés de explorar cómo los estudiantes interpretan, organizan y explican relaciones espaciales en

dos tipos de situaciones complementarias: una de carácter visual, apoyada de una imagen compleja, y otra de carácter aplicado, centrada en un problema de desplazamiento. En este sentido, el instrumento se concibe como una prueba breve de carácter exploratorio, adecuada para observar tanto respuestas de reconocimiento inicial como producciones abiertas en las que el estudiante debe argumentar su comprensión del espacio.

La aplicación de la prueba se realizó con una población de 40 estudiantes del curso 10-1 de la Institución Educativa las Américas, Bucaramanga. No obstante, para el análisis detallado de resultados se trabajará con una muestra de 6 estudiantes, seleccionados aleatoriamente y distribuidos de manera equilibrada entre tres estudiantes hombres y tres estudiantes mujeres. Esta decisión metodológica responde al interés de desarrollar un análisis cualitativo-descriptivo más profundo, apoyado en una rúbrica analítica, que permita interpretar niveles de desempeño, formas de razonamiento y dificultades recurrentes sin pretender establecer generalizaciones estadísticas sobre la totalidad del grupo. En consecuencia, los hallazgos derivados de esta muestra deben entenderse como indicios analíticos sobre el funcionamiento del instrumento y sobre las habilidades espaciales evaluadas.

La prueba está compuesta por dos actividades ([ver Anexo 1](#)). A continuación, se presentará la descripción de cada una de estas.

Tabla 16.

Descripción de las actividades.

ACTIVIDAD	HABILIDAD A EVALUAR	DESCRIPCIÓN
Another World, Escher	Percepción espacial	En esta actividad el estudiante observa una obra de Escher en la que una misma composición articula varios puntos de vista y altera la orientación habitual del espacio. A partir de

		pregunta cerradas y abiertas, debe reconocer cuántas orientaciones o vistas principales se organizan en la imagen, explicar por qué no puede interpretarse desde una sola posición y analizar una zona previamente delimitada para describir cómo cambia allí la orientación espacial. La actividad desarrolla principalmente la toma de <i>percepción espacial</i>, pues exige interpretar una estructura global a partir de varias referencias simultáneas, y activa de manera secundaria procesos de <i>visualización y rotación mental</i>.
Problema de desplazamiento - una mujer navegando en un barco	Orientación espacial	El estudiante lee una situación problema de navegación en la que una trayectoria se modifica por un error en la dirección de uno de sus tramos. A partir del enunciado, debe construir una representación del recorrido y explicar dónde terminaría el vehículo con respecto al punto de partida. La actividad compromete de manera principal la <i>orientación espacial</i>, porque exige interpretar direcciones, referencias y relaciones posicionales dentro de un sistema de referencia; asimismo, activa procesos de <i>visualización y percepción espacial</i> al requerir una traducción del lenguaje verbal a una representación espacial del movimiento. También pone en juego giros o cambios de dirección en el plano, especialmente cuando debe representar el segundo tramo en sentido opuesto.

Esta prueba no pretende evaluar de manera exhaustiva todas las habilidades asociadas al Razonamiento Espacial, sino priorizar aquellas que se encuentran más operacionalizadas en las tareas diseñadas. En su versión actual, el instrumento evalúa con mayor claridad la percepción espacial, visualización espacial, orientación y representación espaciales del movimiento. En la segunda actividad también se ponen en juego el manejo de un sistema de coordenadas y cambios de orientación o giros en el plano. La rotación mental, aunque puede verse trabajada de forma indirecta en algunos procesos de reorganización y reconstrucción mental, no constituye una habilidad medida de manera específica o aislada dentro de la versión de la prueba; por tanto, no

debe presentarse como eje central del instrumento sin una actividad diseñada explícitamente para ello.

– INSTRUMENTOS Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Con el fin de analizar la prueba se establecieron tres dimensiones principales de evaluación: *visualización espacial*, *percepción espacial* y *rotación mental*. Estas no se entienden como compartimientos aislados, sino como dimensiones interrelacionadas del Razonamiento Espacial que permiten valorar cómo el estudiante observa, reconoce, reorganiza y explica relaciones espaciales dentro de cada actividad. En este sentido, la prueba no se reduce a identificar respuestas correctas o incorrectas, sino que busca reconocer el tipo de razonamiento que se hace visible en las producciones de los estudiantes.

A continuación, se presenta una tabla con la correspondencia entre partes de la prueba y habilidades evaluadas:

Tabla 17.

Correspondencia entre preguntas, habilidades y evidencias de desempeño.

ACTIVIDAD	PREGUNTA	HABILIDAD A EVALUAR	EVIDENCIA ESPERADA
<i>Primera actividad: Interpretando a Escher</i>	A1-P1. ¿Cuántos puntos de vista principales articula la composición?	Percepción espacial Visualización	Reconoce que la imagen no responde a una sola orientación del espacio.
	A1-P2. Explica por qué la imagen no puede interpretarse desde un único punto de vista.	Visualización espacial Percepción espacial Rotación mental	Explica la coexistencia de varias orientaciones del espacio y reorganiza mentalmente la composición para justificar su respuesta.

*Segunda actividad:
Problema de
desplazamiento*

A1-P3. Observa la Zona A y describe cómo cambia la orientación del espacio respecto a la parte central.	Percepción espacial Visualización Rotación mental	Reconoce un cambio de orientación en una zona delimitada, lo compara con otra parte de la imagen y reorganiza mentalmente la relación entre ambas.
A2-P1. Elabora una representación que te ayude a entender el enunciado.	Visualización Percepción espacial Rotación mental	Traduce el enunciado verbal a un esquema o bosquejo del recorrido.
A2-P2. ¿Qué ocurre con el segundo desplazamiento cuando la mujer navega en la dirección opuesta?	Percepción espacial Rotación mental Visualización	Reconoce que el segundo desplazamiento conserva su magnitud, pero cambia su dirección al invertirse el sentido.
A2-P3. A partir de tu representación, explica en qué lugar terminaría la mujer respecto al punto de partida.	Percepción espacial Rotación mental Visualización	Usa la representación construida para inferir la posición final y justificarla espacialmente.

Con base en las habilidades espaciales priorizadas en esta investigación, a continuación, se presentan los criterios de evaluación correspondientes a cada parte de la prueba.

Tabla 18.

Escala de valoración de desempeño en habilidades espaciales.

<i>Habilidad</i>	Nivel 4 – Alto	Nivel 3 – Medio	Nivel 2 – Básico	Nivel 1 – Bajo
<i>Visualización espacial</i>	Reconoce, organiza y anticipa con claridad configuraciones espaciales complejas a partir de imágenes o representaciones; relaciona	Reconoce la mayoría de configuraciones espaciales y logra interpretarlas, aunque presenta imprecisiones menores.	Identifica parcialmente algunas relaciones espaciales, pero presenta dificultades para organizar la	No logra interpretar de forma adecuada la configuración espacial ni relacionar sus elementos de manera coherente.

	adecuadamente las partes con el todo.		configuración global.	
Percepción espacial	Identifica con precisión posiciones, orientaciones, direcciones y relaciones visibles entre los elementos de la tarea.	Reconoce la mayoría de relaciones posicionales y de orientación, aunque con leves confusiones.	Percibe algunos elementos espaciales, pero confunde varias relaciones de ubicación, dirección u orientación.	No logra reconocer adecuadamente posiciones, orientaciones ni relaciones espaciales básicas.
Rotación mental	Reorganiza mentalmente trayectorias, cambios de orientación o relaciones espaciales implícitas y los explica con coherencia.	Realiza transformaciones espaciales parciales, aunque con algunas imprecisiones en la reorganización mental.	Presenta dificultad para transformar mentalmente orientaciones o trayectorias, y su explicación resulta incompleta.	No evidencia transformación mental del espacio o responde de manera puramente descriptiva sin reorganización espacial.

Con el fin de hacer más precisa la valoración del instrumento, a continuación, se presentan los criterios de evaluación específicos de cada pregunta. Esta organización permite identificar con claridad qué se espera en cada respuesta, que aspecto del Razonamiento Espacial se prioriza y cómo se traduce ello en una escala de puntaje dentro del análisis.

Tabla 19.

Criterios de evaluación y puntajes sugeridos para las actividades propuestas.

Pregunta	Criterio de evaluación	Puntaje sugerido
-----------------	-------------------------------	-------------------------

<i>A1-P1</i>	Identifica correctamente el número de puntos de vista principales de la imagen.	0–1
<i>A1-P2</i>	Explica por qué la imagen no puede interpretarse desde una sola posición, usando al menos una idea espacial pertinente.	1–4
<i>A1-P3</i>	Describe el cambio de orientación en la Zona A y lo compara con la parte central de la imagen.	1–4
<i>A2-P1</i>	Construye una representación pertinente del recorrido, con direcciones y cambios básicos reconocibles.	1–4
<i>A2-P2</i>	Reconoce correctamente el efecto de invertir la dirección del segundo desplazamiento.	0–1
<i>A2-P3</i>	Explica la posición final respecto al punto de partida utilizando su representación y reconociendo el cambio de dirección.	1–4

Para sintetizar los resultados obtenidos en la prueba, se establece a continuación una lectura global del desempeño. Esta escala permite integrar los puntajes alcanzados en las distintas preguntas y ubicarlos en niveles generales de logro, con el fin de interpretar de manera más clara el grado de desarrollo del Razonamiento Espacial evidenciado por cada estudiante en la submuestra analizada.

Tabla 20.

Niveles globales de desempeño e interpretación.

<i>Puntaje total</i>	Nivel global de desempeño	Interpretación
<i>15–18</i>	Alto	El estudiante evidencia comprensión espacial sólida y logra interpretar, representar y reorganizar relaciones del espacio con claridad.
<i>11–14</i>	Medio	El estudiante resuelve la mayoría de tareas espaciales, aunque presenta imprecisiones parciales en la explicación o en la reorganización mental.
<i>7–10</i>	Básico	El estudiante reconoce algunos elementos espaciales, pero presenta dificultades importantes en la interpretación y argumentación.
<i>1–6</i>	Bajo	El estudiante muestra escasa comprensión espacial en las tareas propuestas y no logra justificar adecuadamente sus respuestas.

7.3.3 Análisis de resultados de la prueba aplicada

Para el análisis de resultados se trabajó con una muestra de seis pruebas seleccionadas para revisión detallada. Con el fin de preservar la identidad de los participantes, cada prueba fue codificada como E1-H, E2-H, E3-H, E4-M, E5-M, E6-M. El análisis se realizó a partir de las tres habilidades espaciales priorizadas en este estudio, tomando como base las respuestas cerradas y abiertas obtenidas en las dos actividades de la prueba.

La siguiente tabla reúne los resultados globales obtenidos por la muestra en cada una de las preguntas de la prueba, así como el puntaje total y el nivel general de desempeño asignado según la rúbrica analítica establecida.

Tabla 21.

Resultados globales obtenidos.

Código	A1-P1	A1-P2	A1-P3	A2-P1	A2-P2	A2-P3	Total	Nivel global
E1-H	0	2	2	3	1	2	10	Básico
E2-H	1	3	3	2	1	1	11	Medio
E3-H	1	2	3	1	1	1	9	Básico
E4-M	1	3	3	2	1	2	12	Medio
E5-M	1	3	3	1	3	1	12	Medio
E6-M	1	4	3	4	1	3	16	Alto

En términos generales, los resultados muestran un comportamiento heterogéneo en la muestra, con tres desempeños medios, dos básicos y un alto. Esta distribución sugiere que el instrumento logra discriminar distintos niveles de desempeño espacial y evidencia que las exigencias cognitivas no se distribuyen de manera uniforme entre las dos actividades.

– ANALISIS PRIMERA ACTIVIDAD: INTERPRETANDO A ESCHER

La primera actividad movilizó principalmente percepción espacial y visualización al exigir que el estudiante reconociera múltiples orientaciones del espacio, identificara puntos de vista

coexistentes y describiera cambios de orientación en una zona específica de la composición. En esta actividad se observó un desempeño más estable que en la segunda, especialmente en la pregunta cerrada sobre el número de puntos de vista principales.

Figura 26.

Primera pregunta de la actividad 1

- 1. ¿Cuántos puntos de vista principales articula la composición?**
A. 1
B. 2
C. 3
D. 6

En esta pregunta cinco de los seis estudiantes identificaron correctamente que la composición articula tres (opción c) puntos de vista principales. Este resultado muestra que, a nivel inicial, la mayoría de la submuestra logra percibir que la imagen no responde a una única organización espacial. Solo un estudiante presentó dificultad en este reconocimiento, lo que sugiere una lectura más literal o menos elaborada de la composición.

Figura 27.

Segunda pregunta de la actividad 1

- 2. Explica por qué la imagen no puede interpretarse desde un único punto de vista.**

Esta pregunta permite observar con mayor claridad las diferencias de desempeño dentro de la submuestra. En algunos casos, como E6, la respuesta muestra de una explicación más elaborada de la transformación espacial, al reconocer que la orientación cambia respecto al centro y que una zona puede asumir una nueva función espacial dentro de la composición. En otros casos, como E1 y E3, aunque se reconoce que existen varias formas de ver la imagen, la explicación sigue siendo general y no hay una argumentación clara o consciente de la imagen.

En un nivel intermedio se ubican E2, E3 y E5, quienes logran reconocer varias perspectivas y describir de forma aceptable el cambio de orientación en la Zona A, aunque sin alcanzar todavía una precisión conceptual y descriptiva del desempeño más alto. Esto indica que la actividad no solo evalúa reconocimiento visual, sino también la capacidad de explicar espacialmente una composición compleja.

Tabla 22.

Síntesis de la primera actividad.

Código	Tendencia en A1	Lectura interpretativa
<i>E1-H</i>	Básica	Reconoce cambios espaciales, pero los explica de forma general.
<i>E2-H</i>	Media	Identifica múltiples perspectivas y las describe de forma suficiente.
<i>E3-H</i>	Básica	Reconoce la organización espacial, pero argumenta con poca profundidad.
<i>E4-M</i>	Media	Identifica perspectivas distintas y explica el cambio de orientación de forma adecuada.
<i>E5-M</i>	Media	Usa lenguaje espacial pertinente, aunque todavía con menor desarrollo argumentativo.
<i>E6-M</i>	Alta	Explica con mayor claridad la transformación espacial y el cambio de orientación.

– ANÁLISIS SEGUNDA ACTIVIDAD: PROBLEMA DE DESPLAZAMIENTO

La segunda actividad exigió una articulación más compleja entre visualización, percepción espacial y rotación mental, debido a que el estudiante debía comprender un enunciado verbal, traducirlo a una representación del recorrido, reconocer el cambio de dirección del segundo desplazamiento y explicar la posición final respecto al punto de inicio. En esta actividad se hicieron más visibles las diferencias entre los estudiantes.

Figura 28.

Primera pregunta de la actividad 2

- 2. Elabora una representación que te ayude a entender el enunciado y el cambio que ocurre en el segundo tramo.**

La elaboración de una representación del recorrido permitió identificar distintos niveles de visualización espacial. E6 fue quien presentó la representación más sólida, al combinar procedimiento numérico y organización espacial del desplazamiento. En contraste, E3 y E5 mostraron mayores dificultades en esta parte, porque no hubo una representación o no fue una construcción menos consistente a la lógica del problema.

Figura 29.

Segunda pregunta de la actividad 2

3. **¿Qué ocurre con el segundo desplazamiento cuando la mujer navega en la dirección opuesta?**
 - A. Conserva la magnitud y la dirección
 - B. Conserva la magnitud, pero cambia la dirección
 - C. Disminuye la magnitud y cambia la dirección
 - D. Cambia la magnitud y el punto de partida

En la pregunta sobre lo que ocurre cuando el segundo desplazamiento se realiza en dirección opuesta, la mayoría lograron reconocer que se conserva la magnitud, pero cambia la dirección. No obstante, el puntaje diferencial obtenido por E5 indica que en su caso el desempeño en esta parte fue más fuerte, lo que contribuye a sostener un nivel medio global a pesar de un menor desarrollo en la representación o en la respuesta final.

Figura 30.

Tercera pregunta de la actividad 2

4. **A partir de tu representación, explica en qué lugar terminaría la mujer con respecto al punto de partida**

La mayor dificultad apareció en la explicación de la posición final respecto al punto de partida. Solo E6 tuvo una respuesta cercana, mientras que en los demás casos las respuestas fueron parciales, imprecisas o demasiado breves. Esto permite afirmar que la segunda actividad exige más

reconocer la regla del cambio de dirección: requiere reorganizar mentalmente el recorrido y traducirlo a una ubicación final argumentada.

Tabla 23.

Síntesis de la segunda actividad.

<i>Código</i>	<i>Tendencia en A2</i>	<i>Lectura interpretativa</i>
<i>E1-H</i>	Básica	Comprende parcialmente el recorrido, pero la explicación final sigue siendo limitada.
<i>E2-H</i>	Media	Muestra comprensión parcial del problema, aunque con debilidad en el cierre.
<i>E3-H</i>	Básica	Presenta mayores dificultades para representar y concluir correctamente el recorrido.
<i>E4-M</i>	Media	Reconoce el cambio de dirección y ofrece una explicación aceptable, aunque breve.
<i>E5-M</i>	Media	Responde mejor en la comprensión del cambio de dirección que en la resolución completa.
<i>E6-M</i>	Alta	Integra representación, comprensión del cambio y explicación final de forma consistente.

Con el fin de articular los resultados con el marco analítico de la investigación, los hallazgos se interpretan a continuación según las tres habilidades espaciales priorizadas: visualización, percepción espacial y rotación mental.

Tabla 24.

Síntesis interpretativa por habilidades espaciales.

<i>Habilidad</i>	<i>Evidencia observada en la submuestra</i>	<i>Tendencia interpretativa</i>
<i>Visualización espacial</i>	Se evidenció en la lectura de la imagen de Escher y en la representación del recorrido del problema de desplazamiento.	Se manifestó con mayor fuerza en E6 y de forma intermedia en E2, E4 y E5.
<i>Percepción espacial</i>	Se observó en la identificación de orientaciones, puntos de vista y cambios de dirección.	Fue la habilidad más estable en la submuestra, ya que la mayoría logró reconocer relaciones espaciales básicas.

<i>Rotación mental</i>	Se infirió en la reorganización de la Zona A y en la comprensión de la inversión del segundo desplazamiento.	Fue la habilidad más exigente, con mejor evidencia en E6 y presencia parcial en E2, E4 y E5.
------------------------	--	--

En conjunto, los resultados indican que la actividad basada en la obra de Escher favoreció especialmente la percepción espacial y la visualización, mientras que la actividad de desplazamiento hizo más visible la necesidad de integrar visualización, percepción espacial y rotación mental dentro de una misma tarea. Asimismo, se observó que una lectura adecuada de la imagen no siempre se traduce en desempeño igualmente sólido en la situación de desplazamiento, lo que sugiere que el Razonamiento Espacial no se manifiesta de forma uniforme en todos los tipos de tarea.

La distribución final de la muestra (dos desempeños básicos, tres medios y un alto) muestra que la mayoría de los estudiantes se ubica en un nivel intermedio de desarrollo espacial. Esto significa que, aunque reconocen relaciones importantes del espacio, todavía presentan limitaciones cuando deben argumentar con precisión o reorganizar mentalmente una situación problema. El caso de E6 destaca como el desempeño más completo, mientras que E1 Y E3 evidencian mayores dificultades especialmente en la segunda actividad.

El análisis de la submuestra permitió establecer que la prueba diseñada resulta pertinente para explorar distintos niveles de desempeño en Razonamiento Espacial en estudiantes del grado décimo. Su principal fortaleza radica en que combina tareas naturaleza visual y aplicada, lo que posibilita observar no solo respuestas correctas, sino también formas de representación, interpretación y argumentación del espacio. Los resultados aquí presentados deben entenderse como hallazgos exploratorios dentro de la submuestra seleccionada, y no como generalizaciones sobre la totalidad del grupo.

7.4 Razonamiento Espacial en Educación Superior

En Colombia las universidades gozan del principio de libertad de cátedra, por ello no existe un documento oficial que regule o defina cómo las instituciones de educación superior deben definir sus currículos, en ese orden de ideas no hay un marco normativo que permita evaluar si un tema específico como el Razonamiento Espacial debe ser desarrollado. Esto en gran medida se debe a la Ley 30 de 1992 la cual estipula que en Colombia la educación superior se rige por el principio de autonomía universitaria, por lo que las universidades tienen libertad al momento de crear, adaptar y desarrollar sus programas de estudio, diferente a lo que ocurre en educación básica o media, en donde existe un marco legal señalado por el MEN que postula unos referentes que marcan las bases con las que deberían llegar los estudiantes a la universidad. Para evaluar las habilidades espaciales con la que llegan los estudiantes, algunas universidades en Colombia implementan pruebas internacionales como las STAT (Spatial Thinking Ability Test), con estudiantes de primer ingreso usualmente en programas en los que este componente es requerido.

En educación superior, principalmente en programas de ciencia e ingenierías, es indispensable un alto nivel de Razonamiento Espacial debido a la exposición que tienen los estudiantes con diversos objetos y conceptos, se requiere además habilidades como disposición para comprender a profundidad el contenido de cursos como cálculo, geometría, álgebra lineal, estática, física, etc. Por este motivo, se realizó una revisión de libros de texto y recursos disponibles en la web que se destacaron por fomentar o apoyar el Razonamiento Espacial en estudiantes universitarios, considerando como aspectos relevantes el contenido, el enfoque y su disponibilidad.

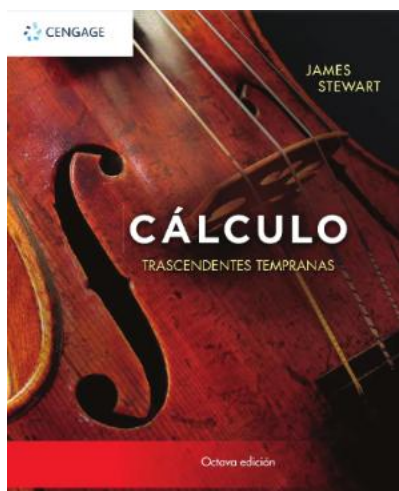
7.4.1 Revisión de recursos

- **Cálculo**

Es una rama de las matemáticas enfocada en el estudio del cambio, variación y acumulación, tronco común en la mayoría de los programas STEM en su plan de estudio. Para la revisión de los libros de cálculo se priorizó un aspecto importante y es que generalmente, cuando a un estudiante se le presenta la definición formal de un concepto matemático, la estructura cognitiva con que lo afronta puede ser débil, en particular cuando un docente en un curso como cálculo prioriza la enseñanza de algoritmos y la memorización de un concepto desprovista de su interpretación geométrica y acompañamiento visual. El estudiante construye una imagen débil del concepto, este aspecto puede llevar al estudiante a presentar mayor dificultad en problemas que exigen conexiones profundas entre conceptos y de una imagen mental fuerte de los objetos matemáticos (Tall y Vinner, 1981).

○ **Libro de texto: Cálculo Trascendentes Tempranas, James Stewart, 8va edición**

2017



Es un libro muy utilizado en cursos de cálculo orientado a carreras de ciencia e ingeniería con énfasis en la resolución de problemas desde un enfoque geométrico, numérico, algebraico y verbal, en la actualidad cuenta con nueve ediciones desde su primera publicación en 1987 por el matemático canadiense James Stewart, a diferencia de otros libros de texto que priorizan el formalismo axiomático y el aprendizaje de algoritmos en el

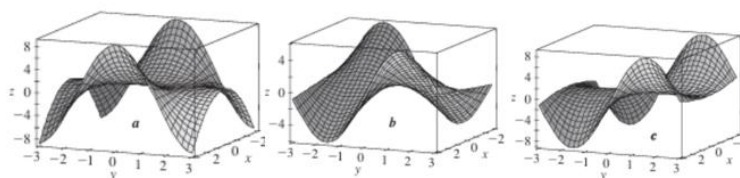
estudio del cálculo, el James Stewart se destaca por acompañar las explicaciones con diversos ejemplos e ilustraciones como gráficos detallados e interpretación geométrica. Aunque no se diseñó de manera explícita para el entrenamiento del Razonamiento Espacial, su estructura, que prioriza el razonamiento y el cambio entre sistemas de representación, guía al estudiante a través

de la resolución de problemas a realizar tareas espaciales como imaginar objetos, identificar sus propiedades, aplicar rotaciones mentales, etc. Su contenido es amplio y abarca temas de cursos como cálculo diferencial, cálculo integral, cálculo vectorial, ecuaciones diferenciales y geometría en el espacio.

Figura 31.

Ejemplo: Capítulo 14, Derivadas Parciales, problema 9, página 924

Las superficies a, b y c son gráficas de una función f y sus derivadas parciales f_x y f_y . Identifique cada superficie y argumente sus decisiones.



[Construcción en GeoGebra](#)

Nota. Gráficas de las superficies en el espacio tridimensional correspondientes a una función $f(x,y)$ y sus derivadas parciales de primer orden. Tomado de *Cálculo Trascendentes Tempranas*, por James Stewart, 2017.

Para resolver este tipo de problemas se requiere un conocimiento básico en cálculo diferencial y multivariable, además de habilidades espaciales como la rotación mental al imaginar cómo los prismas y las superficies cambian de orientación, visualización espacial al imaginar sobre las superficies puntos, rectas, curvas y cortes y percepción espacial al interpretar el comportamiento gráfico de las superficies y ubicar puntos a partir del sistema de coordenadas tridimensional.

– Física

Es la ciencia que se enfoca en comprender y estudiar las leyes que rigen el universo, como el tiempo, el espacio, la energía y la materia. Desde hace varias décadas, físicos destacados como Richard Feynman y Albert Einstein señalaron que para entender los fenómenos físicos es necesaria la habilidad para visualizar, construir y manipular objetos que no están a simple vista en modelos dinámicos y estáticos, lo que se traduce en intuición espacial y en la capacidad de realizar simulaciones mentales. Por este motivo, en la revisión de libros de física se priorizó la representación gráfica y el tipo de problemas disponibles, descartando los libros que reducen la enseñanza de la física a un proceso mecánico y memorístico.

- **Libro de texto: Física Para Ciencias e Ingeniería. Serway Jewett. 10ma Edición 2018**



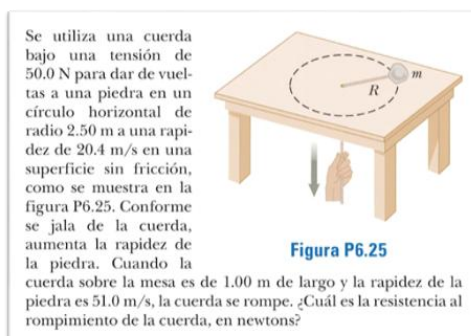
Es un libro de física introductoria dirigido a estudiantes de ciencia e ingeniería con bases en cálculo, que ha tenido 10 ediciones desde su primera publicación en 1982, escrito por Raymond A. Serway y John W. Jewett, profesores eméritos en física e investigadores reconocidos en educación en ciencias. Entre los principales objetivos del libro se encuentra mostrar de forma precisa y detallada los fundamentos y conceptos de Física,

desarrollar en el estudiante la destreza para resolver problemas y despertar su interés por la física mediante aplicaciones reales. Un aspecto clave que lo diferencia de libros tradicionales de física es su enfoque integrador que utiliza herramientas de aprendizaje para fomentar la comprensión estructurada y multidisciplinaria, por lo que, aunque no está diseñado especialmente para desarrollar el Razonamiento Espacial, al priorizar el aprendizaje significativo y práctico de conceptos físicos en ingeniería, química y medicina, hace necesario para el lector

entrenar las habilidades espaciales como la visualización al resolver problemas que involucran distintos objetos.

Figura 32.

Ejemplo: Capítulo 6, Movimiento circular, problema 25, página 146



Nota. Problema No. 5 enfocado en calcular la resistencia al rompimiento de una cuerda bajo tensión centrípeta. Tomado de *Física Para Ciencias e Ingeniería*, por Serway Jewett, 2018.

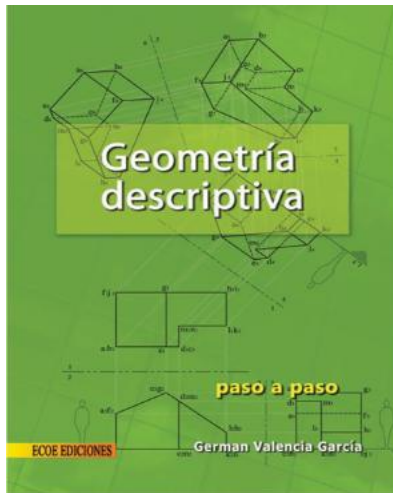
Para resolver este problema se deben tener conocimientos en física y mecánica clásica, principalmente en momento circular. Además, al interpretar el problema, es necesario tener habilidades espaciales como la percepción espacial al interpretar y relacionar los objetos en la imagen, como la cuerda, piedra, mesa y circunferencia con magnitudes físicas, así como de visualización espacial al imaginar la trayectoria de la piedra, cómo gira en el espacio y el momento en que se rompe la cuerda. En el siguiente link encontrará un escenario programado por el expositor de esta sección en la que se representa la situación [Construcción en GeoGebra](#).

– Geometría descriptiva:

Es una rama de la geometría que se caracteriza por el uso de técnicas y proyecciones para representar objetos 3D en el plano; permite resolver y visualizar problemas geométricos en el espacio, siendo un curso indispensable en programas de arquitectura, ingeniería y diseño. Para la

revisión de libros de geometría descriptiva, se priorizó el uso de tecnologías y acompañamiento visual, por lo que se descartaron libros clásicos que, aunque útiles por su base teórica, en su mayoría tienen gráficos desactualizados además de no considerar aspectos como las necesidades conceptuales con las que ingresan los estudiantes, como por ejemplo en dibujo técnico.

○ **Geometría Descriptiva Paso a Paso, Germán Valencia García, 1ra edición**



Es un libro de geometría descriptiva publicado en 2009 por el arquitecto y profesor universitario Germán Valencia García. Fue diseñado con el objetivo de suplir las carencias en dibujo técnico, lectura de proyecciones, representación de objetos tridimensionales con las que llegan gran parte de los estudiantes de nuevo ingreso a programas de ingeniería a causa de una formación secundaria no especializada en estas áreas. El objetivo

del libro es ofrecer los conocimientos básicos de geometría descriptiva usando un lenguaje sencillo. explicaciones gráficas, ejercicios y ejemplos de aplicaciones reales, destacando la importancia del dibujo tradicional para entender mejor los conceptos. Si bien no fue pensado para el desarrollo del Razonamiento Espacial por su contenido, se trabajan de manera progresiva distintas habilidades espaciales como la visualización espacial en el análisis de proyecciones, rotación mental al cambiar la orientación de objetos como puntos, rectas, planos o sólidos, incluyendo además en su contenido un apartado para explorar algunas relaciones espaciales. En la actualidad, cuenta con una segunda edición que incluye códigos QR con documentos de temas complementarios del curso, videos tutoriales, construcciones 3D aparte de una mejora en sus gráficos.

Figura 33.

Ejemplo: Capítulo 7, Relaciones espaciales, ejercicio 1, página 162

7.7.1 Ejercicio 1

El centro de un tanque en forma de esfera, cuyo radio es de 160.0 cms, se localiza 50.0 cms al Norte de un punto X, 260.0 cms al Oriente de X, y posee una cota de elevación de 1160.0 cms sobre el nivel del mar. Desde un punto X, el cual se encuentra situado a 1055.0 cms sobre el nivel del mar, se proyecta una tubería cuyo $\varnothing$ exterior es de 70.0 cms, en dirección S 50° E, y con una pendiente ascendente de 47°. ¿Cuál será el margen de separación mínimo entre la esfera y el tubo?

Trabajar en sistema DIN, a escala: 1:25; utilice un formato de 1/2 pliego de papel.

Nota. Ejercicio No. 1 enfocado en determinar el margen de separación mínimo entre un tanque esférico y una tubería inclinada. Tomado de *Geometría Descriptiva Paso a Paso*, por Germán Valencia García, 2009.

Para resolver este ejercicio, el lector debe interpretar la información sobre los objetos geométricos que se describen, representar los objetos mediante dibujos detallados o modelarlos en un software gráfico, para luego calcular la menor distancia posible entre ellos, lo que requiere conocimientos de geometría descriptiva y del uso de habilidades espaciales como visualización espacial al imaginar el tanque, la tubería y demás objetos de apoyo, percepción espacial al ubicar los objetos en el espacio y rotación mental al cambiar de orientación. En el siguiente link la programación que presentó el expositor en el marco del seminario [Solución – Construcción en GeoGebra](#).

– Recursos disponibles en la web

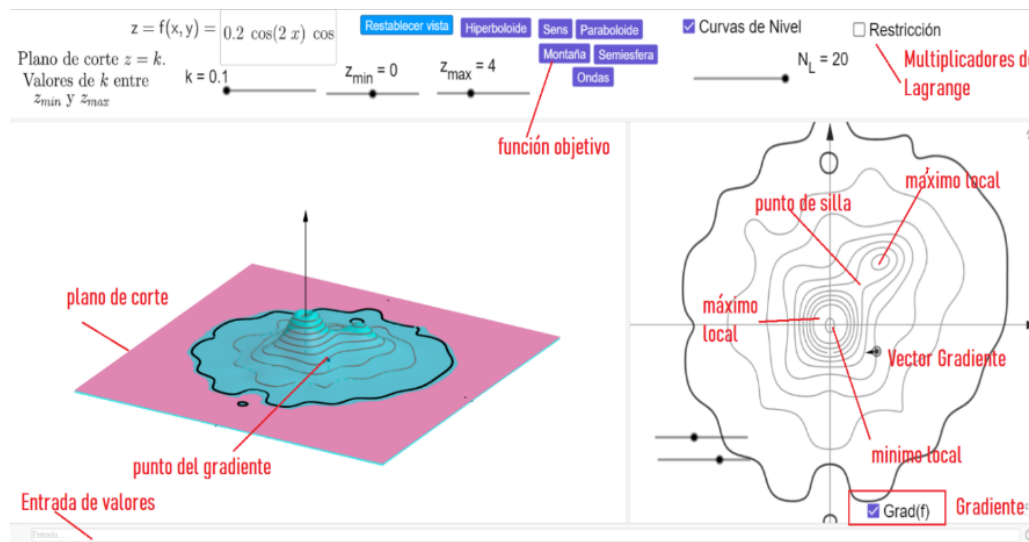
- [Libro GeoGebra “Cálculo Multivariable”](#)

Este libro fue diseñado como recurso didáctico para cursos de Cálculo Vectorial y Multivariable; consta de una amplia gama de applets, test y videos que brindan el acompañamiento visual e interpretación geométrica necesaria para comprender a profundidad los conceptos más importantes, trabajando de paso las habilidades espaciales de rotación mental, visualización y

percepción espacial a medida que se interactúa con los applets. Cuenta con un contenido amplio y detallado sobre curvas paramétricas, funciones vectoriales, coordenadas polares y esféricas, derivadas parciales, integrales múltiples, sucesiones y series.

Figura 34.

Ejemplo: Curvas de nivel, gradiente, multiplicadores de Lagrange



Nota. Simulación interactiva. Adaptado de *Cálculo multivariable* [Libro de GeoGebra], por Chávez, 2023. (<https://www.geogebra.org/m/h9becz7z#material/xvgk5txm>)

El applet permite visualizar las curvas de nivel de una superficie, el gradiente y las restricciones de los multiplicadores de Lagrange; se pueden modificar parámetros como el tipo de función, el plano de corte, el rango de corte, la cantidad de curvas de nivel proyectadas; además, contiene un pequeño cuestionario acerca del tema y un tutorial de cómo utilizar la herramienta por lo que se trabajan habilidades como la rotación mental al manipular superficies y cambiarlas de orientación, visualización espacial al apreciar las trazas generadas por el plano, así como

percepción espacial al interpretar y relacionar el gráfico de curvas de nivel con el comportamiento de la superficie.

– **Minecraft**



Es considerado uno de los videojuegos de mundo abierto más reconocidos en las últimas décadas, que es compatible con la mayoría de las plataformas, permite al jugador explorar diferentes biomas de un mundo creado con bloques, en el que se pueden construir armas, herramientas, mecanismos, casas, ciudades y realizar diferentes actividades como agricultura, ganadería, herrería, carpintería, etc. En el videojuego, el jugador interactúa con objetos y escenarios tridimensionales, visualiza objetos en diferentes orientaciones, explora relaciones entre objetos, fomenta su creatividad e interés por las tareas espaciales.

El juego tiene una versión educativa más controlada: “Minecraft: Education Edition”, diseñada como recurso educativo para formar estudiantes en las habilidades del siglo XXI, cuenta con herramientas de evaluación y bloques exclusivos de esta versión, permitiendo explorar áreas como modelación, informática, matemática, química, biología, ciencias sociales y arte. Esta versión tiene una comunidad de docentes a nivel global, que ayuda a instituciones y docentes interesados en aprender a incorporar este recurso en el aula. Por su contenido interactivo y multidisciplinario, es utilizado con mayor frecuencia en los niveles de primaria y secundaria; sin embargo, tiene aplicaciones en educación superior como modelación de objetos, programación avanzada e investigación en educación.

Paginas destacadas de Minecraft:

- [Juega Minecraft Gratis en tu Navegador | Eaglercraft.ir](#)
- [Lecciones para la educación en Minecraft | Educación en Minecraft](#)
- [Bloque - Minecraft Wiki Español](#)

Figura 35.

Modelo a escala de una catedral de estilo barroco construido en Minecraft



Nota. Ejemplo de edificación compleja en el entorno virtual del videojuego. Tomado de *Sketchfab* por Patrix, 2014. (<https://sketchfab.com/3d-models/cathedral-faed84a829114e378be255414a7826ca>)

En educación superior, en particular en carreras STEM, es indispensable el desarrollo de las habilidades espaciales, ya que son necesarias al imaginar objetos en diferentes orientaciones, modelarlos, encontrar relaciones espaciales, etc. Diversos estudios han mostrado que estas habilidades se pueden desarrollar con entrenamiento adecuado, con recursos como modelación 3D, realidad aumentada y, en investigaciones recientes, videojuegos de acción, construcción y mundo abierto. Minecraft es un ejemplo de este tipo de juegos que, aunque no fue diseñado en un principio como un juego educativo, en estudios realizados con estudiantes de ingeniería, se ha encontrado que el videojuego de Minecraft puede utilizarse para apoyar el desarrollo de

habilidades espaciales como la rotación mental, obteniendo resultados significativos comparables a los obtenidos con aplicaciones 3D y realidad aumentada (Carbonell-Carrera et al., 2021).

– Realidad aumentada

En la actualidad, con el desarrollo tecnológico, nuevas herramientas se han incorporado en la educación, siendo la realidad aumentada (RA) una de las más recientes e innovadoras que mayor impacto ha tenido ya que permite traer objetos del mundo virtual e incorporarlos en el mundo real, facilitando así la visualización y manipulación de los mismos. Si bien los programas de realidad aumentada más conocidos están diseñados para el entrenamiento, como sería el caso del videojuego Pokémon Go, existe una amplia gama de programas de realidad aumentada que están diseñados como apoyo para comprender conceptos en distintas áreas del conocimiento que requieren de Razonamiento Espacial, como en matemáticas, física, química, ingeniería, arquitectura, diseño, medicina, etc. A continuación, se presentarán un ejemplo de un programa de realidad aumentada para educación superior.

○ Merge Cube

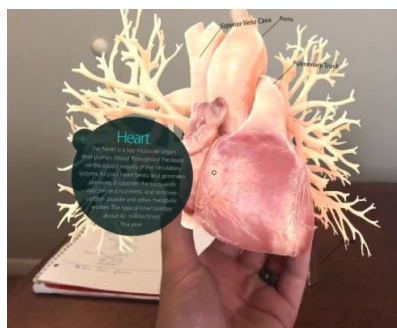


Diseñado por la empresa Merge Labs, enfocada en la creación de herramientas de realidad virtual y aumentada para el aprendizaje educativo. Merge Cube es un cubo de gomaespuma de 7 cm que incorpora un localizador en cada una de sus caras que, junto con un programa como Merge Explorer, Object Viewer o HoloGlobe, permite

al usuario interactuar con más de 100 objetos y simulaciones de RA en diferentes disciplinas (Merge Edu, 2026). Por su diseño, que incorpora objetos físicos con herramientas digitales, los

estudiantes pueden manipular en tiempo real los objetos virtuales y visualizarlos desde distintos ángulos a medida que se rota o cambia de posición el cubo, creando una imagen mental sólida y dinámica del objeto. Está disponible en tiendas como Amazon, en las que se puede comprar el cubo original, sin embargo, en la web se encuentran disponibles plantillas para construirlo en papel o con impresión 3D. Para ver algunos ejemplos, dar clic en el siguiente enlace: [modelos disponibles en la herramienta Merge Cube.](#)

En sus inicios se percibió como un apoyo visual en primaria y secundaria; sin embargo, en la actualidad, por su mayor rendimiento y continuas actualizaciones, se considera una interfaz física de computación espacial con múltiples aplicaciones en carreras STEM. Cuenta con una comunidad activa global de docentes, museos e instituciones como la NASA que comparten sus proyectos en un repositorio (Méndez, 2025). Su enfoque multidisciplinario y la capacidad de



visualización espacial lo han convertido en un recurso esencial en los distintos niveles educativos incluyendo educación técnica y superior. En distintas universidades, esta herramienta se ha utilizado en el aprendizaje de cursos como Cálculo Vectorial, Anatomía, Estereoquímica, Histórica y Arte. (Méndez, 2025).

7.4.2 Diseño de una prueba para evaluar el Razonamiento Espacial en estudiantes universitarios

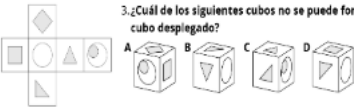
En la web existen diversas pruebas que afirman medir el nivel de habilidad o Razonamiento Espacial de una persona; estas se caracterizan por contener una serie de tareas como rotar objetos o predecir patrones, diferenciándose por la habilidad en especial que evalúan o el estilo de las preguntas que incorporan, como es el caso del *Mental Rotation Test (MRT)*. Por este motivo, se diseñó una prueba que mide el nivel de Razonamiento Espacial de estudiantes universitarios, según

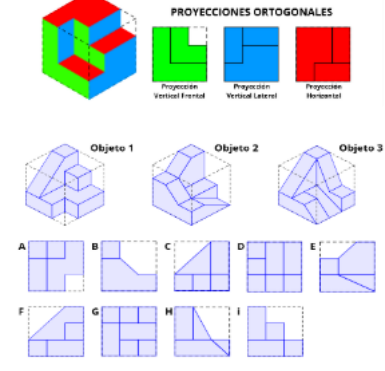
el desempeño obtenido al resolver diez preguntas de opción múltiple en las que se evalúan las 3 categorías principales de habilidades espaciales.

A continuación, se presenta la descripción de cada una de las preguntas que componen la prueba.

Tabla 25.

Descripción de cada pregunta de la prueba.

Estructura de la prueba “Test of Rotation, Perception and Spatial Visualization (TRPSV)”		
Pregunta	Habilidad a evaluar	Descripción
Pregunta 1  1. ¿Cuál de las siguientes opciones es una rotación del objeto mostrado?	Rotación mental (3D)	Rotar en la mente el objeto, identificando las similitudes y diferencias entre la imagen mental y las opciones presentadas.
Pregunta 2  2. Una persona divide un cuadrado azul en figuras y añade una figura extra. ¿Cuál fue la figura que se añadió?	Rotación mental (2D) Visualización espacial (2D)	Manipular en la mente figuras aplicando rotaciones y traslaciones, identificando sus propiedades mientras se visualiza el cuadrado que se debe formar.
Pregunta 3  3. ¿Cuál de los siguientes cubos no se puede formar con el cubo desplegado?	Rotación mental (3D) Visualización espacial (3D)	Plegar y rotar el cubo en la mente a partir de su representación 2D e imaginar cómo se ven sus caras en diferentes posiciones.
Pregunta 4, 5 y 6  Observa la imagen y responde las siguientes preguntas	Percepción espacial (dinámica) Visualización espacial (2D)	Debe orientarse en el espacio desde diferentes perspectivas en distintos momentos, interpretar y codificar el movimiento, visualizar rutas y giros en simulaciones mentales.
Pregunta 7 y 8	Visualización espacial (3D)	Construir una representación mental sólida de la casa a partir de imágenes, imaginar

		cortes sobre la casa y visualizar en el interior de la casa la figura que delimita el área de las dos planta baja y alta.
Pregunta 9 	Percepción espacial (relativa)	Ubicar formas y objetos en el interior y exterior de la casa, identificar propiedades y relaciones entre objetos, además de orientarse en el espacio a partir de puntos de referencia.
Pregunta 10 	Visualización espacial (analítica)	Visualizar los objetos desde su vista: frontal, lateral y superior, identificar las caras visibles, analizar las proyecciones y discriminar según las dimensiones del objeto y partes que lo conforman.

Nota. La prueba en el formato presentado a los participantes está disponible en este link [Prueba Razonamiento Espacial – Educación Superior](#).

– RÚBRICA DE DESEMPEÑO

Tabla 26.

Rúbrica de desempeño.

<i>Puntaje total</i>	Nivel global de desempeño	Interpretación
76–100	Alto	El estudiante comprende, interpreta, representa y reorganiza relaciones espaciales entre objetos con claridad.

51–75	Medio	El estudiante resuelve la mayoría de tareas espaciales, presentando una confusión leve en una o más habilidades.
26–50	Básico	El estudiante reconoce algunos elementos espaciales de los objetos, pero presenta dificultad al interpretar y resolver problemas que involucran una o más habilidades espaciales.
0–25	Bajo	El estudiante muestra escasa comprensión espacial en las tareas propuestas.

7.4.3 Análisis de resultados

Esta prueba fue aplicada en formato digital a tres cursos de la Universidad Industrial de Santander; se recopilaron las respuestas de 60 estudiantes de pregrado de programas de ciencia e ingeniería quienes habían tenido formación en geometría euclidiana o descriptiva, la prueba fue supervisada por el docente titular y el estudiante a cargo de este tema en el Seminario para garantizar el trabajo individual e integro, la información fue recopilada en un Formulario de Google y analizada en Visual Studio Code utilizando Python.

Notas.

- Para ver la información recopilada, haga clic en el siguiente enlace: [Respuestas de los estudiantes](#).
- Para consultar la solución de cada pregunta y visualizar los resultados estadísticos, así como la distribución por género de quienes respondieron correctamente, haga clic en el siguiente enlace: [Soluciones y visualización de resultados](#).

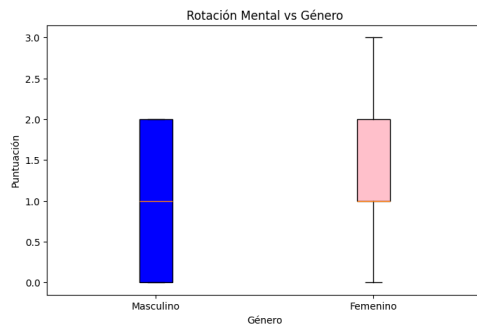
Tabla 27.

Análisis de resultados por habilidad.

HABILIDAD	ANÁLISIS
-----------	----------

Rotación mental

Preguntas: P1, P2 y P3

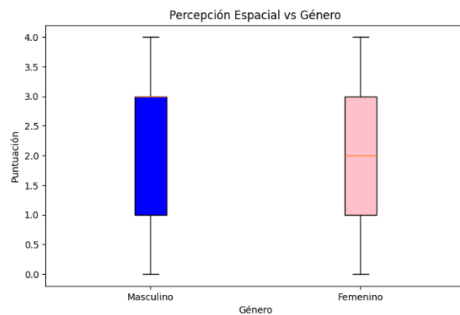


En el género femenino se aprecia mayor dispersión en los resultados cubriendo todo el rango de la escala mientras que la distribución en el género masculino es un poco más homogénea.

El género femenino presenta una distribución más centrada, lo que sugiere un mejor desempeño en tareas de rotación mental con respecto al género masculino.

Percepción Espacial

Preguntas: P4, P5, P6 y P9

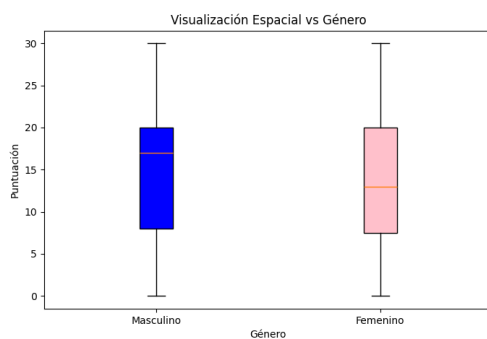


La distribución del grupo masculino presenta un leve sesgo hacia la derecha acorde a la posición de la mediana lo que sugiere que el desempeño típico de los hombres podría ser un poco superior.

La superposición de distribuciones en el diagrama sugiere que ambos géneros presentan variabilidad similar en el desempeño obtenido en tareas de percepción espacial.

Visualización Espacial

Preguntas: P7, P8 y P10



La superposición de distribuciones de ambos géneros en el diagrama sugiere variabilidad similar en el desempeño en tareas de visualización espacial. Sin embargo, la diferencia entre el valor de la mediana señala un desempeño típico un poco superior en favor del género masculino.

8. Conclusiones

8.1 Conclusiones por nivel del sistema escolar

8.1.1 Básica Primaria

La revisión de recursos didácticos disponibles, junto con el diseño y aplicación de la prueba y el posterior análisis de los resultados, permitió reconocer que a pesar de que el Razonamiento Espacial se encuentra relacionado con la enseñanza de la geometría, el desarrollo de este tipo de razonamiento no puede considerarse como una consecuencia automática de esta. Por otra parte, las revisiones llevadas a cabo facilitaron distinguir que dentro del diseño de las actividades geométricas enfocadas para edades tempranas no siempre se busca promover de manera directa el fortalecimiento de las habilidades espaciales como *percepción espacial*, *rotación mental* y *visualización*.

A partir de lo anterior, se evidencia la necesidad de diseñar propuestas que asuman el desarrollo del Razonamiento Espacial como un fin formativo y no como un resultado implícito del aprendizaje geométrico. Asimismo, los hallazgos obtenidos permiten comprender que las habilidades espaciales no son independientes, sino que interactúan de manera constante y complementaria en los procesos de análisis y resolución de tareas espaciales. Con base en lo anterior, se sugiere abordar el Razonamiento Espacial de manera integral tanto en el diseño de actividades y experiencias de aprendizaje como en la construcción de instrumentos destinados a su evaluación.

Según las pruebas y test para Básica Primaria se evidencia que, si bien son diseñadas para evaluar el Razonamiento Espacial en etapas iniciales, no constituyen herramientas integrales para la enseñanza dado que las habilidades espaciales se tienden a trabajar de manera separada en vez

de abordarlas conjuntamente. De tal modo, se observa que predominan aquellas tareas que están orientadas a la *rotación mental y visualización* dejando en un segundo plano la *percepción espacial*. Lo anterior sugiere que los recursos no son limitados, sino que responden solo a una concepción del Razonamiento Espacial.

Adicionalmente, los resultados derivados de la prueba evidenciaron que la habilidad con mayor nivel de desarrollo entre los estudiantes que participaron fue la percepción espacial, mientras que las tareas relacionadas a la visualización espacial donde debían realizar transformaciones mentales de figuras, representaron mayores niveles de complejidad. En este sentido, se infiere que las diferentes habilidades espaciales presentan un desarrollo diferente durante edades tempranas, aspecto que se recomienda considerar en el diseño de las propuestas didácticas y actividades orientadas al desarrollo del Razonamiento Espacial.

8.1.2 Básica Secundaria

La transición de primaria a secundaria marca un momento clave para el desarrollo del Razonamiento Espacial, es allí donde la etapa de formalización da inicio, los estudiantes pasan de un contexto de observación y manipulación a uno abstracto enfocado en la definición formal, por lo tanto, es clave que este paso sea acompañado de medios adecuados para el buen manejo de las habilidades espaciales. Adicionalmente, es importante destacar que se cuenta con gran cantidad de recursos disponibles para el desarrollo del Razonamiento Espacial, sin embargo, es necesario que se tenga un buen acompañamiento de secuencias para lograr que las actividades sean eficientes acorde a unos propósitos claros y buena planificación.

Según la prueba realizada, los estudiantes de básica secundaria presentan un desarrollo desigual de las tres habilidades espaciales, siendo la rotación mental la que demanda mayor

atención, por lo tanto, se considera necesario buscar y adaptar recursos para el mejoramiento de esta habilidad en niveles tempranos.

8.1.3 Educación Media

Los resultados obtenidos en la prueba sugieren que, no se puede garantizar que el desempeño entre hombres o mujeres sea diferencial en cuanto a las habilidades del Razonamiento Espacial, lo que si se evidencia es que, según la submuestra de los estudiantes, el desempeño global tiende a ser básico o medio, es decir, que los estudiantes no tienen un gran desarrollo en cuanto a visualización, rotación mental, y percepción espacial.

En el transcurso de la prueba se observó que gran parte de las mujeres se apoyaban de cálculos mecánicos como fórmulas o como se definen los vectores, principalmente en los problemas de percepción espacial, mientras que en los hombres se observó que utilizaban representación como dibujos con uso de ejes y vectores para resolver el problema de percepción espacial.

En la actualidad existen diversidad de recursos que pueden incentivar y fomentar el desarrollo del Razonamiento Espacial en educación media, como páginas web, software de geometría, videojuegos, sin embargo, pese a la investigación que hay al respecto de la efectividad de estas herramientas y de la importancia del desarrollo de las habilidades espaciales en educación media, es poca la relevancia y el uso de este tipo de material en el proceso educativo de estudiantes de 10° y 11° grado en el contexto colombiano.

8.1.4 Educación Superior

Los resultados obtenidos en la prueba sugieren que, en general, las mujeres presentan un mejor desempeño en la habilidad de *rotación mental*, mientras que los hombres muestran un

mejor desempeño en las habilidades de *percepción espacial* y *visualización espacial*, aunque las diferencias en rendimiento no son considerables.

En el transcurso de la prueba se observó que gran parte de las mujeres se apoyaban de representaciones gráficas como dibujos para facilitar la manipulación de los objetos, principalmente en los problemas de rotación mental, mientras que en los hombres se observó que utilizaban objetos externos o el propio cuerpo como objetos de referencia al resolver problemas de percepción espacial.

En la actualidad existen diversidad de recursos que pueden fomentar el desarrollo del Razonamiento Espacial en educación superior, como libros de texto, software de geometría, videojuegos y realidad aumentada, sin embargo, pese a la investigación que hay al respecto de la efectividad de estas herramientas y de la importancia del desarrollo de las habilidades espaciales en carreras STEM es poca la relevancia que se les da en educación superior a nivel nacional.

8.2 Conclusiones Generales

El análisis realizado en los diferentes niveles educativos permite concluir que el Razonamiento Espacial evoluciona de manera progresiva a lo largo de la trayectoria escolar partiendo de habilidades de exploración, orientación y manipulación de objetos concretos en Educación Primaria a procesos más complejos de visualización, representación, transformaciones y análisis del espacio en los niveles educativos posteriores. Dicha evolución evidencia que este tipo de razonamiento no es una habilidad exclusiva ni estática restringida a la geometría, sino que es un proceso cognitivo que se fortalece mediante experiencias de aprendizajes acordes al nivel cognitivo en el que se encuentran los estudiantes en cada etapa. Por lo tanto, su promoción debe

asumirse como un proceso continuo dentro de la educación matemática más allá del aprendizaje de conceptos geométricos y tomando como referente elementos de psicología cognitiva.

La realización de este seminario nos permitió construir un marco teórico alrededor del Razonamiento Espacial, se logró ilustrar una gama de habilidades asociadas donde se identificaron como transversales la *visualización*, *rotación mental* y la *percepción espacial*, otras habilidades gradualmente lo van complementando como son la identificación de patrones espaciales, manejo de representaciones y sistemas de referencia, manipulación y uso de transformaciones en el espacio, modelación de sistemas dinámicos, abstracción y formalización no sólo en situaciones de matemáticas sino avanzando al manejo de contextos provenientes de áreas afines como la física.

Teniendo en cuenta el análisis de las investigaciones y experiencias revisadas, se concluye que las habilidades espaciales presentan un desarrollo progresivo y diferenciado a lo largo de los diferentes niveles educativos. Mientras que, en educación básica primaria, predominan procesos relacionados con la *percepción espacial* donde los estudiantes empiezan a reconocer posiciones, formas, relaciones espaciales y características de los diferentes objetos acorde a su entorno, en los niveles posteriores se fortalece progresivamente los procesos de *visualización espacial* y *rotación mental*, proponiendo a los estudiantes actividades y tareas que requieren interpretar representaciones, establecer relaciones entre diferentes perspectivas y comprender configuraciones espaciales más complejas.

En la educación superior, las habilidades mencionadas tienden a integrarse y articularse en tareas de mayor complejidad apoyando procesos de modelación, análisis, diseño y resolución de problemas propios de contextos académicos. Dicha evolución, muestra que el Razonamiento Espacial constituye una capacidad que se construye y fortalece de manera gradual, por lo que su desarrollo se debe promover de manera continua e intencionada durante toda la trayectoria

educativa incluyendo la educación superior donde se asume, sin confrontarlo, que este razonamiento ha sido plenamente desarrollado en la Educación básica. Si bien el marco legal colombiano evidencia una transversalidad en el tema, al ser un marco general requiere complementarse para detallar ciertas habilidades que posibiliten una incorporación más consiente dentro de los currículos escolares.

Contrario al volumen de investigaciones relacionadas con Razonamiento espacial, la revisión de recursos en cada uno de los niveles educativos permitió identificar una amplia variedad de material didáctico orientado a potenciar el Razonamiento Espacial, entre los más llamativos se encuentran materiales manipulativos, juegos, actividades geométricas, plataformas, software educativo, entornos digitales y herramientas tecnológicas especializadas; no obstante, la efectividad de estos recursos depende de la manera en que se integran dentro del aula de clase y no solo de su carácter innovador, por esto, el potencial de los recursos para el desarrollo del Razonamiento Espacial está relacionado con la intención didáctica y la mediación pedagógica que acompañan su implementación que son aspectos que nos competen de manera directa como futuros educadores.

También resaltamos que las evidencias recopiladas a lo largo de los diferentes niveles educativos permiten inferir que el Razonamiento Espacial constituye una dimensión importante para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y se proyecta como un componente esencial en la formación integral de los estudiantes y que puede llegar a ser determinante en el nivel de Educación Superior. El desarrollo de dicho razonamiento favorece la comprensión de relaciones espaciales, la interpretación de representaciones y la construcción de estrategias para abordar situaciones cada vez más complejas tanto en el ámbito educativo como en situaciones de la vida cotidiana. Por tal razón, el fortalecimiento continuo no solo aporta al aprendizaje de las

matemáticas sino también al desarrollo de competencias necesarias para enfrentar desafíos educativos y por qué no, podría ser un factor influyente en la elección del campo profesional y el acceso a la Universidad.

La exploración realizada en torno a la medición del Razonamiento Espacial permitió fortalecer habilidades relacionadas con el análisis cuantitativo en educación. Asimismo, el diseño de pruebas y rubricas de evaluación constituye un aporte significativo, ya que estos instrumentos pueden ser utilizados o adaptados en futuras investigaciones. El tema central abordado en este seminario se reconoce como un campo emergente que aún no ha alcanzado amplia popularidad dentro de la comunidad de educadores matemáticos en Colombia por lo cual se puede consolidar como una línea de investigación novedosa.

El análisis de los resultados relacionados con las diferencias de género permitió contrastar algunos postulados teóricos con los hallazgos obtenidos. Aunque estos resultados no son concluyentes debido a las características y al tamaño de las muestras utilizadas, sí permitieron avanzar en la identificación de estrategias de solución empleadas por las estudiantes. En este sentido, se evidenció mayor tendencia hacia el uso de material concreto y recursos analíticos, como las fórmulas. De igual manera, los resultados sugieren que las tareas que representan mayor dificultad para las estudiantes no se limitan únicamente a la rotación mental, aspecto que suele ser el más abordado en este tipo de estudios. También requieren especial atención la percepción espacial y las tareas que implican procesos de visualización y transformación mental. Estas dificultades se presentan en ambos géneros; sin embargo, se observa una mayor variabilidad en el desempeño de las estudiantes, especialmente en los niveles superiores.

Por último, el alcance de este trabajo radica en reconocer que el desarrollo del razonamiento espacial debe abordarse de manera progresiva y articulada en los distintos niveles

educativos. En los primeros años, puede favorecerse mediante la exploración, el juego y el uso de materiales concretos y manipulativos; posteriormente, estas experiencias pueden evolucionar hacia representaciones gráficas, procesos de abstracción y formalismos matemáticos de mayor complejidad. En los niveles superiores, el uso de software de geometría dinámica, modelado tridimensional, videojuegos y tecnologías como la realidad aumentada ofrece nuevas posibilidades para visualizar, transformar y analizar objetos espaciales. Por tanto, los recursos y estrategias deben seleccionarse de acuerdo con las competencias, características y necesidades de los estudiantes en cada etapa de formación.

Referencias

- Alsina, A., y Bosch, E. (2025). Geometría en infantil y primaria: Diez materiales manipulativos esenciales para desarrollar el sentido espacial. *Tangram: Revista de Educação Matemática*, 8(1).
- Alwhaibi, R. M., Aldhowayan, A. M., Alshahrani, S. M., Almadi, B. S., Alamer, R. A., Albaqami, F. M., y Mortada, E. M. (2024). Exploring the Influence of Video Games on Self-Reported Spatial Abilities Among University Students. *Brain Sciences*, 14(12), 1269. <https://doi.org/10.3390/brainsci14121269>
- Bargueño, E. (s. f.). *La composición* [Documento en línea]. Yumpu. Recuperado de <https://www.yumpu.com/es/document/view/18013441/secuencia-1-que-sabemos-sobre-la-composicion-nagusia>
- Barrios, E., Meza, L., Vásquez, L., y Pinto, T. (2022). Fortalecimiento del Razonamiento Espacial según el modelo Van Hiele con la aplicación de una secuencia didáctica del software GeoGebra en estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Julio C. Miranda (Trabajo de maestría). Universidad de Cartagena, Facultad de Ciencias Sociales y Educación.
- Becerra, M., Ochoa, K., y Pinto Plata, L. (2023, noviembre). *Diferencias por género en matemáticas: resultados en investigación y contribuciones para el entorno escolar* (Trabajo de grado de Licenciatura en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ciencias, Escuela de Matemáticas). Repositorio Institucional NOESIS. noesis.uis.edu.co/1

- Bell, J. E., Cheng, C., Klautke, H., Cain, W., Freer, D. J., y Hinds, T. J. (2018, June), *A Study of Augmented Reality for the Development of Spatial Reasoning Ability* Paper presented at 2018 ASEE Annual Conference & Exposition, Salt Lake City, Utah. 10.18260/1-2--29726
- Bohórquez, P., y Parada, N. (2025). Fortalecimiento del Razonamiento Espacial a través del Aprendizaje Basado en Retos mediado con TIC para los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Bertha Suttner de la ciudad de Cartagena-Bolívar.
- Branda, M. (2014). *La imagen y sus significados: lectura, percepción y análisis visual*. Editorial Universitaria.
- Bruce, C., y Hawes, Z. (2015). The role of 2D and 3D mental rotation in mathematics for young children: what is it? Why does it matter? And what can we do about it? *ZDM. Math. Educ.* 47, 331–343. doi: 10.1007/s11858-014-0637-4
- Caferino, A. (2015). Tangram animales 3. GeoGebra. <https://www.geogebra.org/m/fGxqM9hb#material/mQVagKxU>
- Carbonell-Carrera, Jaeger, Saorín, Melián, y de la Torre-Cantero. (2021). *Minecraft as a block building approach for developing spatial skills*. *Entertainment Computing*, 38. <https://doi.org/10.1016/J.ENTCOM.2021.100427>
- Centro de Psicoterapia Cognitiva. (2015). *Teoría del desarrollo cognitivo de Piaget*. Recuperado de <https://www.terapia-cognitiva.mx/wp-content/uploads/2015/11/Teoria-Del-Desarrollo-Cognitivo-de-Piaget.pdf>
- Chávez, X. (2023). *Cálculo multivariable [Libro de GeoGebra]*. Obtenido de <https://www.geogebra.org/m/h9becz7z>

Clark, C. (2019). *Gender gap in spatial reasoning starts in elementary school, meta-analysis finds*.

Emory

News

Center.

https://news.emory.edu/stories/2019/04/esc_gender_gap_spatial_reasoning/campus.html

Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas [NCTM]. (2000). *Principios y estándares para la educación matemática*. Reston, VA: NCTM.

Davis, J. P., Du, J., Tang, J.-H., Qiao, L., Liu, Y., y Chiang, F. (2020). Uniformity, diversity, harmony, and emotional energy in a Chinese STEM classroom. *International Journal of STEM Education*, 7(44), 1–17. <https://doi.org/10.1186/s40594-020-00232-5>

DGPad Colombia. (2024). *Cúrvica*. Obtenido de <https://dgpad-colombia.udistrital.edu.co/profesores/figuras/varios/Curvicafighasllenas6.html>

Dilling, F., y Vogler, A. (2021). Fostering spatial ability through computer-aided design: A case study. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 7(3), 323–336. <https://doi.org/10.1007/s40751-021-00084-w>

Educa en Vivo. (s. f.). *Educa en Vivo*. <https://www.educaenvivo.com/>

Elvas, M., y Ramírez, R. (2025). Análisis de errores en estudiantes de secundaria al resolver actividades de PISA asociadas al sentido espacial. *Bolema*, 39, e240108. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v39a240108>

Escher, M. C. (1947). *Other World (Another World)* [Wood engraving and woodcut]. National Gallery of Art.

Fernández, M. (2011). *Una aproximación ontosemiótica a la visualización y al Razonamiento Espacial* [Tesis doctoral]. Universidad de Santiago de Compostela.

- Fernández, T. (2013). La investigación en visualización y Razonamiento Espacial. Pasado, presente y futuro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 19-42). Bilbao: SEIEM.
- Flores, J., Sabino, B. A., y Márquez, J. (2015). *MAZE3D: Un juego de computadora para la estimulación de la orientación espacial*. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 6(11), 1–18.
<https://www.ride.org.mx/index.php/RIDE/article/view/147/646>
- Garay, E., y Ramírez, R. (2021). *Impacto del Razonamiento Espacial en la resolución de problemas en los estudiantes de tercer grado, Lima* [Tesis de licenciatura, Universidad César Vallejo]. Repositorio Institucional UCV.
- GeoGebra Content Team. (2023). *Horizontal and Vertical Paths Using a City Bus Route Simulation*. Obtenido de <https://www.geogebra.org/classroom/vn7mswjh>
- GeoGebra Content Team. (2024). *Búsqueda del tesoro en cuatro cuadrantes*, Obtenido de <https://www.geogebra.org/classroom/esdbeer7>
- Getty Research Institute. (2022). Percepción espacial. Tesauro de Arte & Arquitectura (AAT Español). <https://www.aatespanol.cl/terminos/300055179>
- Göktepe, S., y Özdemir, A. (2018). The effects of engineering design processes on spatial abilities of middle school students. *International Journal of Technology and Design Education*, 30(1), 127–148. <https://doi.org/10.1007/s10798-018-9491-y>
- Gold, A. U., Pendergast, P. M., Ormand, C. J., Budd, D. A., Stempien, J. A., Mueller, K. J., y Kravitz, K. A. (2018). Spatial skills in undergraduate students; influence of gender, motivation, academi

- c training, and childhood play. *Geosphere* (Boulder, Colo.), 14(2), 668–683. <https://doi.org/10.1130/GES01494.1>
- Gómez, N. (2017). Cuerpos geométricos. GeoGebra. Obtenido de <https://www.geogebra.org/m/BtRCxQPH>
- González, E. (2021). “Déficit en el pensamiento espacial y su repercusión en el aprendizaje de la geometría en estudiantes de básica primaria Colegio Integrado La llana, Tibú –Norte de Santander”, *Aibi revista de investigación, administración e ingeniería*, vol. 10.
- González, A. (2022). Déficit en el pensamiento espacial y su repercusión en el aprendizaje. *Revista Aibi: Investigación, Administración e Ingeniería*, 10(2), 47–56. Universidad de Santander. https://revistas.udes.edu.co/aibi/article/download/deficit_en_el_pensamiento_e_spacial_y_su_repercusion_en_el_aprend/2550
- González, M., & Pérez, E. (2002). *Ciencia, tecnología y género*. *Revista Iberoamericana de Ciencia, Tecnología y Sociedad*, (2), enero–abril. Organización de Estados Iberoamericanos (OEI). Recuperado de [\(PDF\) Ciencia, Tecnología y Género](#)
- Gonzato, M., Fernández, T., y Díaz, J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 99–117.
- Greenberg A, Bellana B, Bialystok E. Capacidad de toma de perspectiva en niños bilingües: extendiendo las ventajas del control ejecutivo al Razonamiento Espacial. *Cogn Dev*. 2013 enero;28(1):41-50. doi: 10.1016/j.cogdev.2012.10.002. PMID: 23486486; PMCID: PMC3593058.

Guayta-Sailema, C. A., Medina-Chicaiza, R. P., López-Sevilla, G. M., y Balseca-Manzano, J. M.

(2018). AR-BOOK como estrategia de aprendizaje del Razonamiento Espacial en educación media. *Pol. Con.* (Edición núm. 20), Vol. 3, No 6, 126–145.

Harris, D. et al. (2023). Spatial reasoning in context: bridging cognitive and educational perspectives.

<https://www.frontiersin.org/journals/education/articles/10.3389/feduc.2023.1302099/full>

Harris, J., Hirsh-Pasek, K. y Newcombe, NS (2013). Un nuevo enfoque para estudiar el desarrollo de las transformaciones espaciales dinámicas: el plegado mental de papel en niños pequeños. *Mind, Brain and Education*, 7, 49-55.

Hasanah, U., Putrawangsa, S., Purwanta, E., Setiawati, F. A., y Purnomo, W. P. (2024). Primary student spatial reasoning abilities: Progression and challenges. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 18(3), 329-348. <https://doi.org/10.22342/jpm.v18i3.pp329-348>

Herrera, M., Guzmán, J., y Rodríguez, C. (2020). Desarrollando habilidades de visualización espacial a través de la realidad aumentada en el aprendizaje del cálculo en varias variables. En *Proceedings of the 18th LACCEI International Multi-Conference for Engineering, Education, and Technology: “Engineering, Integration, and Alliances for a Sustainable Development”* (Buenos Aires, Argentina). Laboratorio de Realidades Extendidas, Facultad de Ingeniería, Universidad del Desarrollo.

Hespos, S., y Rochat, P. (1996). Tracking and anticipation of invisible spatial transformations by 4- to 8-month-old infants. *Cognitive Development*, 11(1), 3–17.

[https://doi.org/10.1016/S0885-2014\(96\)90025-8](https://doi.org/10.1016/S0885-2014(96)90025-8)

- Hoy, C. (2025). *Influencia del razonamiento visual-espacial en el rendimiento matemático de estudiantes del TecNM-Chetumal* [Preprint]. SciELO Preprints. <https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.12772>
- Ida, M. (2024). Integrando las matemáticas en contextos de sostenibilidad: aprendizaje del Razonamiento Espacial fuera del aula. Propuesta didáctica para segundo de Primaria.
- Inhelder, B., y Piaget, J. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence: An essay on the construction of formal operational structures*. Basic Books. (Obra original publicada en 1955)
- Institución Educativa San Rafael. (s. f.). *Plan de asignatura: Física* [Documento institucional].
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2024). *Guía de orientación del Examen Saber 11.º 2025-I*.
- Jiménez Becerra, I., y Ortiz Jaramillo, M. V. (2018). Efecto de un recurso educativo digital adaptativo en las habilidades espaciales de estudiantes de secundaria. *Revista Espacios*, 39(49).
- Johnson, S., y Moore, D. (2020). Spatial thinking in infancy: Origins and development of mental rotation between 3 and 10 months of age. *Cogn. Research* 5, 10. <https://doi.org/10.1186/s41235-020-00212-x>
- Kozhevnikov, M., Motes, M., y Hegarty, M. (2007). Visualización espacial en la resolución de problemas de física. *Ciencia cognitiva*, 31(4), 549–579. <https://doi.org/10.1080/15326900701399897>
- Kurt, G., Önel, F., y Çakıoğlu, Ö. (2023). An investigation of middle school students' spatial reasoning skills. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 15(4), 537–550. <https://doi.org/10.26822/iejee.2023.319>

- Laurens, L. (2020). Realidad Aumentada Móvil: Una estrategia pedagógica en el ámbito universitario. *Mobile Augmented Reality: A pedagogical strategy in the university environment*. Revista Técnica de La Facultad de Ingeniería, Universidad Del Zulia, 43(3).
- Lee, Y., Capraro, R., y Bicer, A. (2019). Diferencia de género en la visualización espacial por los principales tipos de estudiantes universitarios como STEM y no STEM: un metaanálisis. *Revista Internacional de Educación Matemática en Ciencia y Tecnología*, 50(8), 1241–1255. <https://doi-org.bibliotecavirtual.uis.edu.co/10.1080/0020739X.2019.1640398>
- Levine, S.C., Huttenlocher, J., Taylor, A. y Langrock, A. (1999). Early Sex Differences in Spatial Skill. *Developmental Psychology*, 35(4), 940-949.
- Ling, S. J., Sanny, J., y Moebs, W. (2016). *Physics* (Sección 16.3, Lenses). OpenStax.
- Ling, S. J., Sanny, J., y Moebs, W. (2016). *Physics* (Sección 5.1, Vector Addition and Subtraction: Graphical Methods). OpenStax.
- Linn, M. C., y Petersen, A. C. (1985). Emergence and Characterization of Sex Differences in Spatial Ability: A Meta-Analysis. *Child Development*, 56(6), 1479–1498. <https://doi.org/10.2307/1130467>
- Matailo, J., y Ramón, M. (2023). El uso de materiales manipulativos en el desarrollo de habilidades lógico-matemáticas.
- Math Playground. (s. f.). *Math games – Free online for grades K–6*. <https://www.mathplayground.com/math-games.html>
- Méndez, Ó., y López, J. (2019). Técnicas de machine learning para la predicción de desempeño académico en el desarrollo del espacio proyectivo del pensamiento espacial [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Digital.

- Méndez, R. (2025). Merge Cube en 2026: guía completa para realidad mixta (gratis y pro). eLearning Fácil. <https://elearningfacil.com/merge-cube-guia-2026-educacion/>
- Merge Edu, (2026), Merge EDU - Immersive Learning Platform, <https://mergeedu.com/merge-cube>
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2010). *Matemáticas: Segunda cartilla. Grado 2* (Modelo Educativo Escuela Nueva). Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2017). Vamos a aprender matemáticas: Cuaderno de trabajo 5. Gobierno de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares: Matemáticas*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2004). Formar en ciencias: ¡el desafío! Lo que necesitamos saber y saber hacer (Serie Guías No. 7).
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanía. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2010). *Matemáticas Segunda Cartilla, Modelo Educativo Escuela Nueva*. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional. (2018). *Sistemas educativos del mundo: Capítulo Colombia (Versión No. 02)*. Gobierno de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2020). Ideas para explorar el espacio y el tiempo. Universidad Nacional de Colombia.
- Moè, A. (2016). *Teaching motivation and strategies to improve mental rotation abilities*. Learning and Individual Differences, 51, 141–148. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.10.010>

- Moreno, G. Y. (2024). *Experiencia de formación: La importancia del pensamiento espacial en la educación básica primaria*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 17(1), 115–117.
- Museum Escher in The Palace. (s. f.). Other world. Escher in The Palace.
- Nrich. (s.f). *Nine Colours*. Obtenido de <https://nrich.maths.org/problems/nine-colours>
- Ochaíta, E. (1983). La teoría de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento espacial. Universidad Autónoma de Madrid.
- Okagaki, L., y Frensch, P. A. (1994). Effects of video game playing on measures of spatial performance: Gender effects in late adolescence. Journal of Applied Developmental Psychology, 15(1), 33–58. [https://doi.org/10.1016/0193-3973\(94\)90005-1](https://doi.org/10.1016/0193-3973(94)90005-1)
- Organización Panamericana de la Salud. (2023). Percepción espacial. Descriptores en Ciencias de la Salud (DeCS/MeSH). BIREME/OPS/OMS. https://decs.bvsalud.org/es/ths/resource/?filter=ths_termall&id=13409
- Ortiz, A., Sandoval, I., y Sacristán, A. I. (2020). Diseño de actividades para el desarrollo del Razonamiento Espacial en edades tempranas a través de actividades manipulativas. En Actas de la 42.^a Reunión del Capítulo Norteamericano del Grupo Internacional para la Psicología de la Educación Matemática (PMENA 42).
- Ortiz, Y. (2018). Desarrollo del Razonamiento Espacial en edades tempranas: Una propuesta didáctica para la exploración de representaciones 2D y 3D (Tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Ciudad de México.
- Osorio, G. A. (2023). *Material concreto y digital como estrategia de aprendizaje para el fortalecimiento del pensamiento espacial en la básica secundaria de la Institución*

Educativa Pedro Claver Aguirre [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].

<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/85880>

Páez, P. (2024). *Integrando las matemáticas en contextos de sostenibilidad: aprendizaje del Razonamiento Espacial fuera del aula. Propuesta didáctica para segundo de Primaria* (Trabajo de Fin de Grado). Universidad de Valladolid, Facultad de Educación de Palencia.

Páez, Y. (2023). *GeoGebra, recurso educativo para fortalecer el pensamiento espacial* [Trabajo de grado, Universidad Nacional Abierta y a Distancia].

Patix. (2014). *Cathedral*. Sketchfab. Obtenido de <https://sketchfab.com/3d-models/cathedral-faed84a829114e378be255414a7826ca>

PhET. (s.f.). *Óptica geométrica*. Obtenido de <https://openstax.org/books/physics/pages/16-3-lenses>.

Ramful, A., Lowrie, T., y Logan, T. (2017). *Medición de la habilidad espacial: Construcción y validación del instrumento de Razonamiento Espacial para estudiantes de secundaria. Journal of Psychoeducational Assessment, 35(7), 709–727.*
<https://doi.org/10.1177/0734282916659207>

Rochat, P., y Hespos, S. J. (1996). Tracking and anticipation of invisible spatial transformations by 4- to 8-month-old infants. *Cognitive Development, 11(1), 3–17.*
[https://doi.org/10.1016/S0885-2014\(96\)90025-8](https://doi.org/10.1016/S0885-2014(96)90025-8)

Rodán, A., Montoro, P., Martínez, A., y Contreras, M. (2022). Eficacia del entrenamiento espacial en primaria y secundaria: todos aprenden. *Educación XX1, 25(1), 381-406.*
<https://doi.org/10.5944/educXX1.30100>

- Rodríguez, D., Pacheco, L., y Fonseca, A. (2024). Las TIC y las habilidades visoespaciales en la educación media colombiana. *Ciencia Latina: Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4). https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.13234
- Rodríguez, J. (2019). Curvas, rectas y hexágonos. GeoGebra. <https://www.geogebra.org/m/ty7mxdxv>
- Rubio, M. (2000). GÉNERO Y DIFERENCIAS COGNITIVAS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE RAZONAMIENTO ESPACIAL. *Tecné, Episteme Y Didaxis: TED*, (8). <https://doi.org/10.17227/ted.num8-5634>
- Ruiz Ramírez, V. A. (2025). La obra de Escher como aprendizaje de la visualidad. *Zincografía*, 9(17), 107–123. <https://doi.org/10.32870/zcr.v9i17.257>
- Ruiz, L., García, F., y Lendínez, E. (2013). *La actividad de modelización en el ámbito de las relaciones espaciales en la Educación Infantil*. Ediciones Universidad de Valladolid.
- Sandoval, I., y Ortiz, A. (2023). Representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales y su relación con el desarrollo del Razonamiento Espacial en edades tempranas (6-8 años). *Perfiles educativos*, 45(180), 71-90. Epub 21 de agosto de 2023. <https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2023.180.60709>
- Santos, L. (2021). GeoGebra y el desarrollo del pensamiento espacial: oportunidad de innovación en la práctica educativa. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 5(4), 4389–4403. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i4.627
- Serway, R. A., y Jewett, J. W. (2019). Física para ciencias e ingeniería (Vol. 1, 10.^a ed.). Cengage Learning.
- Stewart, J. (2017). Cálculo de una variable (8.^a ed.). Cengage Learning.

- Suárez, W. & León, O. (2016). La visualización espacial en niños y en niñas. *Revista Horizontes Pedagógicos* Vol. 18(2) 110-119
- Tall, D., y Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169. <https://doi.org/10.1007/bf00305619>
- Tantrix. (s. f.). Tantrix Game Box: puzzle-juego de mesa. <https://www.tantrix.es/es/tantrix-game-box>
- Thayaseelan, K., Zhai, Y., Li, S., y Liu, X. (2024). Revalidating a measurement instrument of spatial thinking ability for junior and high school students. *Disciplinary and Interdisciplinary Science Education Research*, 6, 3. <https://doi.org/10.1186/s43031-024-00095-8>
- Toledo, F. (2017). *La topología de espacios métricos animada con Geogebra*. Pereira. Universidad Tecnológica de Pereira. Disponible en: <https://hdl.handle.net/11059/8697>
- Unity Technologies. (2026). *Unity Showcase: Games made with Unity*. unity.com
- Uribe, L. (2017). *La influencia de la ejercitación en habilidades de rotación mental sobre habilidades de cálculo aritmético en niños de primaria* [Tesis doctoral, Universidad de Antioquia]. Doctorado en Educación: Línea Educación Matemática.
- Valencia, G. (2009). *Geometría descriptiva paso a paso*. Ecoe Ediciones.
- Valiente, A., y Galdeano, C. (2014). Habilidades espaciales y competencias en Ingeniería Química. *Educación Química*, 25(2), 154–158. [https://doi.org/10.1016/S0187-893X\(14\)70539-7](https://doi.org/10.1016/S0187-893X(14)70539-7)
- Vásquez, A., y Rodríguez, E. (2023). *Diferencias del cerebro humano bajo el punto de vista de género. Un meta-análisis*. **Revista La Universidad**, (1), 41–47.

Vásquez, J. (s.f.). Test de Habilidades Mentales de Thurstone. Recuperado de:
<https://es.scribd.com/document/639279116/Test-Thurstone?v=0.992>

Vázquez, S., y Noriega, M. (2011). Razonamiento Espacial y rendimiento académico. *Interdisciplinaria*, 28(1), 145-158. Recuperado de
https://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1668-70272011000100009&lng=es&tlng=pt.

Apéndices

Apéndice 1.

Universidad Industrial de Santander 	UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER	ÁREA MATEMÁTICAS	
DOCENTE: Nicolás Farid Manrique Acosta		PERIODO II	GRADO 10°-11°
NOMBRE:		FECHA:	

Primera Actividad: Interpretando a Escher

La siguiente imagen corresponde a una obra del artista Maurits Cornelis Escher, conocido por crear dibujos que desafían la manera habitual de percibir el espacio. En esta actividad observarás una imagen en la que la orientación y la organización de los elementos no son comunes, por lo que será necesario mirar con atención cómo se relacionan sus partes y cómo cambia el espacio dentro de la composición.



- ¿Cuántos puntos de vista principales articula la composición?
 - 1
 - 2
 - 3
 - 6
- Explica por qué la imagen no puede interpretarse desde un único punto de vista.

1. Observa la Zona A de la imagen. Describe cómo cambia la orientación del espacio con respecto a la parte central de la composición.



Segunda Actividad: Interpretando un problema de desplazamiento

1. Resolver el siguiente problema
Una mujer que navega de noche en un bote sigue unas indicaciones para llegar a un muelle. Las instrucciones dicen que primero debe navegar 27,5 metros en una dirección de $66,0^\circ$ al norte del este desde su ubicación actual y luego recorrer 30,0 metros en una dirección 112° al norte del este. Sin embargo, en el segundo tramo comete un error y navega en la dirección opuesta a la indicada.
2. Elabora una representación que te ayude a entender el enunciado y el cambio que ocurre en el segundo tramo.
3. ¿Qué ocurre con el segundo desplazamiento cuando la mujer navega en la dirección opuesta?
A. Conserva la magnitud y la dirección
B. Conserva la magnitud, pero cambia la dirección
C. Disminuye la magnitud y cambia la dirección
D. Cambia la magnitud y el punto de partida
4. A partir de tu representación, explica en qué lugar terminaría la mujer con respecto al punto de partida

Nota. Para volver a la sección correspondiente y continuar con la descripción de las actividades, haga clic en “[Descripción de actividades](#)”.