LA FRACCIÓN COMO PARTE DE UN TODO, COMO CONJUNTO Y COMO RAZÓN: ANÁLISIS DE LAS CONCEPCIONES DE ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO

JOSÉ ANTONIO PARRA SERRANO
MARÍA STELLA SUÁREZ GELVEZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS – ESCUELA DE EDUCACIÓN
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA
2010

LA FRACCIÓN COMO PARTE DE UN TODO, COMO CONJUNTO Y COMO RAZÓN: ANÁLISIS DE LAS CONCEPCIONES DE ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO

JOSÉ ANTONIO PARRA SERRANO
MARÍA STELLA SUÁREZ GELVEZ

Trabajo de grado presentado como requisito para optar el título de:
Especialista en Educación Matemática

Directora:
M. en C. SOLANGE ROA FUENTES

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS – ESCUELA DE EDUCACIÓN
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA
2010

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus más sinceros agradecimientos a:

Dios todo poderoso por permitirnos otra etapa grande de conocimiento en nuestras vidas.

Dra. Solange Roa por su paciencia y enseñanza continúa.

Universidad Industrial de Santander por brindarnos una educación superior.

Nuestros seres queridos fuentes inspiradoras de nuestro trabajo.

Para mi compañero y amor Fabio Duran Salas por su apoyo incondicional

Para mi madre, hermanas y hermano que depositaron la confianza en mí

Para mi amigo y compañero José por su paciencia y gran dedicación.

Para mis padres fuente inspiradora en todo lo propuesto

Para mi esposa, hijos y nietos por su gran apoyo

Para mi compañera Stella por su constante trabajo y entrega

CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS

RESUMEN

TITULO

LA FRACCIÓN COMO PARTE DE UN TODO, COMO CONJUNTO Y COMO RAZÓN: ANÁLIS DE LAS CONCEPCIONES DE ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO*

AUTORES:

SUAREZ GELVEZ, María Stella
PARRA SERRANO, José Antonio **

PALABRAS CLAVES:

Parte de un todo, como conjunto, como razón, análisis, reconocimiento, concepción.

DESCRIPCIÓN:

La enseñanza de los números fraccionarios ha sido uno de los temas de complejidad ya sea para el educando o para el educador, este tema se debe comprender en los diferentes conceptos que encierra la fracción, además de la diversidad de aplicaciones en las diferentes áreas del conocimiento y aplicaciones en las situaciones de la vida diaria.

Este trabajo se basa bajo el cuestionamiento ¿Cómo interpretan los estudiantes de sexto grado el concepto de fracción en situaciones problemáticas? Para realizar el análisis inicialmente se aplicará una prueba diagnóstica que servirá de guía para construir tres talleres que contendrán actividades del concepto de la fracción en las diferentes formas; como parte de un todo, como conjunto y como razón. Cada taller tendrá una etapa de reconocimiento del concepto, otra de apropiación conceptual por medio de manipulación de objetos por ultimo una etapa con una situación problemática.

El trabajo se desarrollará con los estudiantes del Colegio Luis Carlos Galán Sarmiento sede F de Girón y La Institución Educativa Infantas sede El Parnaso de la ciudad de Barrancabermeja. El propósito del trabajo será observar los diferentes comportamientos que tienen los estudiantes, frente a situaciones problemáticas, teniendo como base los preconceptos adquiridos por los estudiantes en años anteriores, y que le servirán para trabajar en sus opiniones y aportes que de una u otra forma, tal vez reafirmarán en los estudiantes el concepto de fracción y que, deberá continuar como objeto de estudio.

---

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Educación. Especialización en Educación Matemática. Director: M. en C. Solange Roa Fuentes.

SUMMARY

TITLE:

THE FRACTION AS A PART OF A WHOLE, AS A SET AND AS A REASON: ANALYSIS OF SIXTH GRADE STUDENTS´ CONCEPTIONS*

AUTHORS:

SUAREZ GELVEZ, Maria Stella
PARRA SERRANO, José Antonio **

KEY WORDS:

PArt of a whole, as a set, as a reason, analysis, recognition, conception.

DESCRIPTION:

Teaching fraction numbers has been one of the complex topics for both the teacher and the student. This topic must be understood in the different concepts that fraction implies; also, the diversity of applications in different areas of knowledge and application to daily life situations.

This project is based on the question: ¿How do sixth grade students interpret the concept of fraction in problematic situations? To carry out the analysis, initially it will be applied a diagnosis exam that will be a guide to do three workshops which will consist of activities about the concept of the fraction in different ways, as a part of a whole, as a set and as a reason. Each workshop will have a recognition stage, another one of conceptual appropriation by means of object manipulation; and finally, a stage with a problematic situation.

The project will be carried out with students from Luis Carlos Galán Sarmiento School Sede F in Girón and the Educational Institution Infantas sede El Parnaso in Barrancabermeja City. The purpose of the project will be to observe different students´ behaviors with respect to problematic situations, taking into account as a base the pre-concepts acquired by students in previous years and which will be useful to work on their opinions and contribution that in one way will reaffirm the concept of fraction in students and which will have to continue as an object of study.

---

* Graduation Project

** Faculty of Sciences. School of Education. Specialization in Matemathics Education. Director: M. en C. Solange Roa Fuentes

INTRODUCCIÓN

La importancia de los números fraccionarios se debe a sus múltiples aplicaciones en la cotidianeidad; por tal razón han sido y siguen siendo objeto de estudio en nuestros salones de clase. Se cree que enseñar números fraccionarios es aprender distintos algoritmos que lleven al estudiante a resolver sumas, restas, multiplicaciones y divisiones pero, sólo en pocas ocasiones se enseña a aplicarlos y a reconocerlos en diferentes contextos.

Hoy día existen varios escritos sobre este subconjunto de los números racionales, que van desde pequeños escritos hasta tesis doctorales pasando por variadas metodologías y estrategias que buscan colaborar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

El presente trabajo surge de la necesidad de comprender la razón de las persistentes dificultades de los estudiantes al trabajar con el concepto de número fraccionario. Para esto, consideramos necesario iniciar analizar este concepto como: parte de un todo, parte de un conjunto y como razón y cómo los docentes los han presentado y desarrollado con sus estudiantes para que dicho conocimiento se considere válido dentro del aprendizaje de las matemáticas, ya que como menciona Pozo (1994).

> Muchas veces no resulta difícil conseguir que los alumnos aprendan a aplicar un determinado procedimiento o concepto en el contexto de un problema determinado, lo realmente difícil es que aprendan a usarlo de modo relativamente autónomo, transfiriéndolo espontáneamente a nuevos problemas en los que pudiera ser potencialmente útil. (Pozo, 1994, p. 56)

Como señala este autor, no es difícil que los estudiantes aprendan ciertas recetas, lo complicado es que le den un significado dentro de un contexto real, además los estudiantes están condicionados a responder sólo a un algoritmo o a una forma mecánica de abordar un problema y esto se da en la medida en que no reconocen cómo utilizar los conceptos de forma significativa.

En el presente trabajo diseñamos y aplicamos tres talleres que muestran el concepto de fracción en tres formas diferentes: como parte de un todo, como conjunto y como razón. Cada taller inicia con una etapa de reconocimiento del concepto en un contexto dado, una segunda etapa de apropiación conceptual por medio de la manipulación de objetos y por último se plantea el desarrollo de una situación problema.

En la medida que se vaya avanzando en el trabajo el lector podrá identificar las nociones más importantes que tiene los estudiantes al aplicar el concepto de fracción, que serán presentadas con su respectivo análisis a priori y a posteriori. Esperamos que los resultado de este trabajo de alguna manera, nos indiquen caminos de construcción del concepto que permitan generar diferentes reflexiones sobre la enseñanza y el aprendizaje de los números fraccionarios.

Para esto hemos organizado el trabajo en seis capítulos:

El primer capítulo muestra el planteamiento del problema donde se describe algunas de las dificultades que tienen los estudiantes al desarrollar el concepto de fracción, donde planteamos posibles razones de las cuales continúan presentando errores con los números fraccionarios queriendo allí observar cómo reaccionan ante una situación y qué concepciones le dan, apoyándonos en diferentes autores que hacen referencia a la problemática de la aplicación del concepto y el por qué es necesario su estudio.

El segundo capítulo muestra las diferentes investigaciones y concepciones de autores que presentan la misma inquietud de conocer la fracción desde sus diversos conceptos, cómo apoyan dichos autores a nuestra investigación para hacerla valida, allí se muestra cómo se define el concepto de fracción en sus distintas representaciones.

El tercer capítulo se presenta la metodología donde se da el cómo se desarrolla el proyecto, la población a trabajar y los talleres a ejecutar, partiendo del análisis a priori de la prueba diagnóstica donde se evidencia las concepciones que tienen los estudiantes a cerca de la fracción.

En el cuarto capítulo se contempla el análisis a priori de los talleres donde se coloca las pautas que deben tener los estudiantes al desarrollar en cada una de las actividades propuestas, lo que se espera que los estudiantes respondan de manera correcta para evidenciar el buen uso del concepto en un contexto dado.

El quinto capítulo que es el análisis posteriori, se observan las distintas respuestas que dan los estudiantes a cerca del concepto de fracción en la prueba diagnóstica y los talleres, analizando los procedimientos que desarrollan los estudiantes y haciendo comentarios de las actividades para hacer sugerencias didácticas de mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes en el concepto de fracción.

En el sexto capítulo se dan comentarios finales de lo analizado de la ejecución del proyecto como guía de mejoramiento y de situaciones que se pueden presentar según las concepciones dadas por los estudiantes.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Una de las unidades temáticas más concurrentes en la básica primaria son las fracciones; en los estándares curriculares del Ministerio de Educación Nacional, el estudio de las fracciones se inicia en grado quinto de primaria con el siguiente estándar: “Analizar y explicar las distintas representaciones de un mismo número (naturales, fracciones, decimales, porcentajes)” (MEN, 2003, p. 14) ; es decir, el estudiante al finalizar su formación debe distinguir entre un numero natural, un decimal y un porcentaje teniendo en cuenta la estructura numérica de cada uno de estos escrita en su propia definición. Pero para poder distinguir la fracción de estas tres diferentes formas de denotar un mismo número, este concepto debe haber transcendido en el entendimiento y comprensión del estudiante

Al aplicar la prueba diagnóstica al iniciar el año escolar (2009) en los grados sextos del Colegio Luís Carlos Galán Sarmiento sede F de Girón y La Institución Educativa Infantas sede el Parnaso de la ciudad de Barrancabermeja, se pudo evidenciar que los estudiantes que inician la secundaria muestran algunos vacíos conceptuales como la inadecuada representación de fracciones en la recta numérica y el no reconocimiento del concepto de fracción en sus diferentes representaciones como es el caso al desarrollar situaciones problemáticas. En estos casos el estudiante se limita a buscar algoritmos para encontrar la solución sin realizar un previo análisis e interpretación de datos.

Es por esto que con el siguiente trabajo de investigación se pretende analizar la forma como los estudiantes abordan el concepto de fracción desde sus diferentes representaciones, particularmente: como parte de un todo, como conjunto y como razón, de tal manera que podamos identificar cómo han comprendido el concepto de razón; para promover algunas estrategias y sugerencias didácticas que de manera particular puedan mejorar significativamente el aprendizaje en el aula.

Si un estudiante entiende y comprende el concepto de fracción es capaz de extrapolarlo a un contexto real e inclusive lo utiliza como herramienta para solucionar problemas que estén involucrados con el tema; además, es capaz de realizar dibujos que lo relacionen con el problema planteado, también es capaz de realizar una representación imaginaria de la situación y conducir hacia la solución desde su propia lógica; y ¿si observamos el caso contrario a esta situación?; este es el caso del estudiante que presenta dificultades al utilizar de forma mecánica el aprendizaje; aquí el estudiante no muestra la capacidad de realizar una respectiva meta-cognición de la respuesta obtenida, no reflexiona, no interpreta entre otras acciones que se desencadena a cometer errores.

La complejidad de aprender números fraccionarios en nuestras instituciones, en particular, el Colegio Luís Carlos Galán Sarmiento sede F y La Institución Educativa Infantas sede El Parnaso, pone en manifiesto estas dificultades en la prueba diagnóstica al iniciar el año escolar 2009 (esta prueba se hace con el fin de ver cómo están los estudiantes con respecto al año anterior, en cada una de las áreas básicas, resumiendo los temas de forma general que permitan seguir trabajando para el año en curso analizando para nuestro caso en la prueba de matemáticas las fortalezas y debilidades, con base en ella iniciar el plan de área); consideramos como objeto de estudio plantearnos el siguiente cuestionamiento ¿Cómo interpretan los estudiantes de sexto grado el concepto de fracción en situaciones problemáticas? En este trabajo se quiere analizar los posibles razonamientos que toman los estudiantes al encontrarse con una serie de actividades que muestran las diferentes representaciones del concepto de fracción y la aplicación en situaciones problemáticas.

La toma de los datos a analizar se hará por medio de la ejecución de tres talleres; en el primero se representará el concepto de fracción como parte de un todo, el segundo como conjunto y el tercero como razón, por ser las representaciones más relevantes para el grado sexto. La fracción como parte de un todo indica la relación de la unidad con cada una de sus partes, siempre que encuentre que una magnitud cabe exactamente un número de enteros de veces en la unidad y en la parte. Es importante para los estudiantes de sexto que adquieran este concepto ya que la fracción como parte de un todo interviene en situaciones reales de su entorno y son base fundamental en el aprendizaje de las matemática, además los conceptos requieren necesariamente algún modo de representación, que permita mostrar con cierta simplicidad el concepto y sus propiedades así como las posibles operaciones y transformaciones. La fracción como parte de un conjunto representa las fracciones como conjuntos donde los estudiantes tienen la posibilidad de hacer diferentes representaciones agrupando objetos por tamaños, formas y grosor permitiendo hacer relaciones con la geometría como fundamento del aprendizaje del estudiante requerido para el grado sexto. Finalmente se estudia la fracción como razón, siendo un instrumento para comparar e interpretar relaciones entre dos o más datos, aquí el estudiante de sexto grado puede hacer interpretaciones a través el análisis de una situación problema que lo lleve a la reflexión y producción de sus propias conclusiones.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo General. Analizar las concepciones que estudiantes de sexto grado desarrollan sobre el concepto de fracción como parte de un todo, como conjunto y como razón en situaciones problemáticas

1.1.2 Objetivos Específicos.

- Propiciar el desarrollo del concepto de fracción en los estudiantes como parte de un todo, parte de un conjunto y como razón a partir de situaciones concretas que se traduzcan en representaciones gráficas, simbólicas y viceversa.

- Establecer las diferentes interpretaciones del concepto de fracción que hacen los estudiantes y las conexiones entre ellas.

- A partir de los procesos obtenidos generar estrategias que evidencien la importancia del concepto de fracción en el aprendizaje del estudiante.

2. MARCO TEÓRICO

Uno de los conceptos para el cual los alumnos presentan diversas dificultades de comprensión es el de las fracciones. Muchos autores coinciden que las dificultades de su aprendizaje se deben a las diversas representaciones (acepciones, interpretaciones, concepciones, constructos) que admite este concepto. (Ríos, 2007, p 127).

Haciendo referencia a las palabras del autor nos damos cuenta que es de vital importancia iniciar desde el concepto de fracción como parte de un todo ya que, el estudiante puede interpretar diferentes situaciones del entorno para luego construir la fracción como conjunto y como razón relacionándolos con situaciones problemáticas.

En el desarrollo del proyecto pretendemos que el estudiante adquiera el concepto de fracción desde las tres representaciones como parte de un todo, como conjunto y como razón que son fundamentales en el grado sexto, ya que los estudiantes inician la construcción de nuevos conocimientos, con base a lo adquirido en primaria, y como docentes somos representantes fundamentales, para que este aprendizaje junto con los textos y la experiencia se haga significativo.

Para que el estudiante pueda llegar como objetivo principal a resolver situaciones problemáticas debe reconocer tres fases fundamentales como son: el reconocimiento del concepto en un contexto dado, la apropiación conceptual por medio de la manipulación de objetos y finalmente el planteamiento de desarrollo de la situación problema. Es importante resaltar que una de las razones por las cuales los estudiantes no trabajan correctamente con los números fraccionarios como lo menciona Ríos (2007):

En las investigaciones que se desarrollaron sobre el proceso de aprendizaje de los alumnos, específicamente sobre conjuntos numéricos, se mostró una situación alarmante en referencia a los conocimientos previos que traen los alumnos con respectos a los números racionales. Se evidenció que los procedimientos que utilizan, no tienen significado alguno para ellos, pues al preguntarles en unas entrevista ¿Por qué los aplican?, la mayoría responden que no saben o que sencillamente que así se lo explicaron los docentes. (Ríos y Escalona, 2002).

Como se observa en la investigación existen causas por las cuales se conciben errores en el aprendizaje de los estudiantes que de alguna manera deben ser solucionados a través de la practica continua y con elementos tal como la lectura, las representaciones, las operaciones entre las fracciones que guíen a los estudiantes a resolver problemas y con las experiencias registradas, los docentes den estrategias para que los estudiantes encuentren la forma más adecuada de resolverlos, apoyándonos en lo que menciona santos:

Entender el proceso de cómo resuelve problemas desempeña un papel fundamental al proponer actividades de instrucción para el aprendizaje de las matemáticas. Durante el proceso del aprendizaje los estudiantes emplean diferentes métodos en la resolución de diversos problemas. Existe la idea que cuando el estudiante llega a la universidad dominará algunos contenidos y utilizará varios contenidos para resolver problemas (Santos, 1997, p26).

Con referencia a lo propuesto por el autor, como docentes nos sentimos comprometidos, a que el estudiante se apropie de los conceptos de la fracción para que sean aplicados de forma espontanea en grados superiores.

El docente dentro del aula debe enseñar a los estudiantes un método fácil y completo para resolver situaciones problemáticas, apoyándose en teorías, que le permitan instruirse de forma correcta para darla a conocer a sus estudiantes. En el caso de la resolución de problemas con los números fraccionarios es necesario crear un plan que lleven a desglosar la situación de forma clara.

Polya (1945) sugiere una serie de estrategias asociadas a los diversos momentos que se identifican en el proceso de resolver problemas, establece que tener un problema significa buscar conscientemente alguna acción apropiada para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar. En esta discusión, el uso de algún método heurístico puede ser importante y estar relacionado con el tipo de problema a resolver. En esta fase de análisis de algunas heurísticas que pueden ayudar a entender el problema son:

- Dibujar un diagrama o algún tipo de representación pictórica que ayude a identificar los componentes del problema.

- Ejemplificar el problema con casos especiales con el propósito de identificar el comportamiento de la información o algún patrón, o resolver casos particulares que ayuden a resolver el problema.

- Identificar algunas simplificaciones preliminares. Es decir, si un problema, por ejemplo, involucra figuras geométricas es conveniente seleccionar inicialmente figuras fáciles de analizar. (Santos, 1997, p. 48).

Este método analizado por Polya nos sirve de gran ayuda para resolver problemas con los números fraccionarios, teniendo claro el concepto desde sus tres formas (parte de un todo, como conjunto y como razón). Se observa que se hace un patrón evidente de los pasos para resolver situaciones problemáticas debido a que en la fracción necesariamente se hace una representación grafica, se ejemplifican las situaciones presentadas con otras y se representan algunos casos con figuras geométricas.

Trabajar con las situaciones problemáticas no es una tarea fácil y más cuando se trata de fracciones, ya que involucra hacer operaciones básicas en donde los estudiantes no alcanzan a reconocer el concepto en su totalidad y al enfrentarse con las operaciones tienden a cometer errores algorítmicos. Es por esto que como docentes debemos conocer las bases fundamentales con los números fraccionarios, para compartirlas con los estudiantes y que ellos puedan resolver situaciones en un contexto dado.

Valbuena (2008) Trabaja las situaciones problemáticas a partir de las fracciones homogéneas utilizando tres objetivos como son: usar la definición de suma de fracciones homogéneas, utilizar material concreto para resolver problemas que involucren las fracciones homogéneas y formular problemas haciendo uso del lenguaje cotidiano a partir de situaciones donde de involucran fracciones homogéneas.

Observamos que hay diferentes formas de abordar problemas y que se pueden observar desde distintos puntos de vista según las necesidades dadas en un contexto, para nuestro caso queremos analizar los comportamientos que tienen los estudiantes al enfrentarse con situaciones problemáticas con fraccionarios, qué métodos emplean y cómo los utilizan para resolverlos.

La idea es en consecuencia que los estudiantes traten de encontrar las soluciones convirtiéndose esto en un proceso continuado entre estudiantes y docentes.

En general podemos decir que los docentes tienen una tendencia a buscar procedimientos algorítmicos, lo cual limita el desarrollo de procedimientos espontáneos. Tiene una fuerte preocupación para resolver el problema con el método escolar: datos, operaciones y resultados, en donde la operación debe ser adecuada. Por lograr lo anterior, los docentes no analizan los datos y, en general, no los vinculan con significados, es decir, no utilizan una matemáticas intuitiva, sino que se quedan en el conocimiento formal de las matemáticas.

Los docentes poseen una limitación al no poder relacionar los algoritmos con acciones lógicas, lo anterior puede deberse a la tendencia a reducir a la fracción a un solo significado, o por centrarse prematuramente en la sintaxis de las operaciones sin haber realmente interiorizado o reflexionado el contexto situacional del problema planteado (Luelmo, 2004, p. 95).

Como se observa el autor hace una referencia de lo que sucede en el aula de clase ya que como docentes pretendemos que los estudiantes resuelvan las situaciones problemáticas a través de un procedimiento algorítmico que es necesario, pero en muchos casos no se requiere, limitando las ideas aportadas por los estudiantes, es por esto que la presente investigación se quiere analizar los comportamientos que tienen los estudiantes al enfrentarse a las situaciones problemáticas.

2.1 ANTECEDENTES

La Matemática orientada como saber autónomo, bajo una guía adecuada es un ejercicio atrayente; de hecho, gran parte de los estudiantes pueden ser introducidos en ella de forma agradable, mediante el desarrollo de actividades lúdicas que despierten el interés por aprenderla. Lo que suele suceder es que el interés por este conocimiento no se ha sabido mantener y se ahoga con experiencias de formación que exigen abstracciones poco entendibles; para nuestro caso, es motivo de investigación analizar las dificultades que presentan los estudiantes al aplicar el concepto de fracción en situaciones problemáticas.

Uno de los propósitos de la educación en la escuela es lograr que el niño construya los conocimientos matemáticos a partir de sus experiencias concretas, esto depende en buena medida del diseño de actividades didácticas realizadas por el docente. Para que el educador pueda propiciar un ambiente donde se desarrollen aprendizajes significados es necesario que ponga en juego sus saberes, se actualice, conozca diversas técnicas educativas y confronte sus experiencias y reflexiones con otros docentes. (Arce, 2009, p. 2)

Por tanto consideramos de vital importancia que los docentes estén actualizados al impartir el conocimiento a los estudiantes, ya que si se limitan a la práctica tradicionalista, el docente siempre terminará llenando un plan requerido en el año escolar, bajo conceptos parciales que harán del aprendizaje algo memorístico y poco funcional. Tal como sucede al enseñar números fraccionarios, el docente sigue una guía del programa pero no investiga a cabalidad lo que representa para un estudiante comprenderlo de manera significativa. Al respecto, Luelmo (2004) menciona que “uno de los contenidos centrales de esta materia, son las fracciones, contenido complejo que presenta muchas más dificultades que otros”. - Este estudio hace un análisis de la enseñanza de este contenido a partir de las teorías más actuales que rigen a la enseñanza de las matemáticas, la teoría de los campos conceptuales, donde se plantea primordialmente, que una estructura matemática puede adquirir diferentes significados de acuerdo al contexto en el que se utilice. Además considera que para tener un conocimiento adecuado de dicha estructura es necesario conocer todos y cada uno de los significados que pueden adquirir. - Uno de los resultados importantes que señala esta investigación es que los docentes no han construido estos significados de la fracción y por tanto su práctica se limita al desarrollo de ciertas concepciones que han adquirido por su experiencia con el concepto.

Esto señala de alguna manera que el estudio de las fracciones es un tema que presenta diversas dificultades en las personas, no solo por el hecho de que haga parte importante dentro del conocimiento matemático, sino porque es mediante el trabajo con los números fraccionarios donde se muestra la relación entre los conjuntos de los números naturales y los enteros con el conjunto de los números racionales. Por la amplitud de la misma relación y por el desconocimiento de los docentes de las diferentes posibilidades de enseñar las fracciones como un concepto práctico, hacen que los estudiantes lo “aprendan” de forma sistemática y algorítmica conduciendo a un aprendizaje mecánico que afecta la interpretación del concepto en un determinado problema.

Por lo anterior, consideramos de vital importancia que los estudiantes pueda reconocer la diversidad de representaciones que tiene el concepto de fracción para que posteriormente lo puedan identificar y manipular en la solución de situaciones. Las diversas representaciones que admite este concepto entre las cuales tenemos las de: parte – todo (sub – área), razón (subconjuntos), reparto (cociente y división indicada), operador, número racional y decimal entre otros. (Ríos, 2007, p. 121).

Consideramos que finalmente el estudiante que domine estas representaciones podría estar en las condiciones básicas para resolver una situación problemática ya sea asignada por el profesor o encontrada en una situación real.

No se trata entonces de introducir el tema del concepto de fracción en la solución de problemas, sino como base para el desarrollo de dichos problemas y pensamiento significativo para el aprendizaje del estudiante, en donde además se presenten situaciones que lleven al análisis en contextos reales, como por ejemplo la cantidad que se necesita para pintar una casa, o cuánta alfombra se necesita para cubrir el piso de un apartamento; en este tipo de preguntas, los estudiantes aceptan en un momento determinado que parte de la tarea es que ellos mismos definan e incorporen un conjunto de suposiciones que le permitan proponer diversas formas de solución. (Santos, 1999, p. 315).

Al demostrar que los estudiantes desarrollan sus propias formas para dar respuestas a problemas propuestos sin utilizar de forma mecánica, los métodos de solución se da de forma significativa la relación del concepto de fracción con el aprendizaje de las matemáticas en la resolución de problemas.

“En el estudio de las matemáticas, la actividad de resolver y formular problemas desempeña un papel muy importante cuando se discuten las estrategias y el significado de las soluciones”. (Santos, 1997, p 4).

La importancia en fomentar estrategias y encaminar el significado de cada proceso ayuda a los estudiantes a comprender mejor los conceptos interactuando con sus compañeros y con el docente.

En las tesis de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander de Bucaramanga, los estudiantes de pregrado y de especialización en educación matemática, han investigado acerca de la incidencia que han tenido los números fraccionarios en el aprendizaje en los estudiantes y las dificultades al resolver situaciones problemáticas en la escuela y su diario vivir:

Por parte Lozada, (2007), busca aplicar una estrategia para el aprendizaje de los números fraccionarios en los estudiantes del grado tercero, partiendo de la fracción como parte de un todo en contextos discretos y continuos, como un cociente, como una razón y como una operación, basándose en material didáctico y concreto que le permite al estudiante altos niveles de conceptualización para entender sus relaciones y facilitar las operaciones. La investigadora pretende aplicar esta estrategia como actividad practica, a diferencia de nuestro proyecto se quiere es analizar el comportamiento de los estudiantes ante la aplicación del concepto de fracción como parte de todo, como conjunto y como razón, utilizando las concepciones que tienen los estudiantes en sus años escolares, planteándoles situaciones que incluyen problemas y uso del material concreto; en nuestro proyecto del análisis de las concepciones que tienen los estudiantes a cerca del concepto de fracción, se quiso involucrar las tres concepciones de la fracción entorno a situaciones problemáticas, la investigadora la trabajó por diferentes fases, apoyándose en los niveles de Novillis que enseña la forma correcta de dar las fracciones y algunos errores que se cometen con frecuencia los estudiantes. Además se basa en Polya para la resolución de problemas. Nos damos cuenta, que al igual que esta tesis buscamos la misma línea de trabajo, pero tomándola como referente para observar si los estudiantes utilizan algunas de ellas. La autora de la tesis utiliza el concepto fracción de una forma más amplia ya que involucra el concepto, la relación entre conjunto, equivalencia de fracciones, relaciones entre fracciones, fracciones propias e impropias, operaciones en la resolución de problemas.

Con la realización de este trabajo se reafirma que los estudiantes tienen dificultades al aplicar los números fraccionarios desde sus diferentes contextos, evidenciándose en la no interpretación de textos en situaciones problemáticas y algorítmicos, sirviendo de base para nuestra investigación, que consiste en analizar estos conceptos hechos por los estudiantes.

Al igual que Lozada Valbuena, (2008) trabajó el concepto de fracción como parte de un todo a través de las fracciones homogéneas en torno a la solución de problemas de la vida diaria, proponiéndose como objetivos sumar fracciones homogéneas resolver problemas, utilizar material concreto, hacer uso del lenguaje cotidiano para la interpretación de estas fracciones haciendo un estudio cualitativo. La autora al igual que nuestra tesis, trabajó la observación y análisis de los estudiantes acerca del comportamiento aplicado en cada uno de los talleres, proponiendo como metodología una triangulación entre las ideas del docente, lo que proporcionan los textos y lo que el estudiante observa y aplica. La autora considera es necesario tener en cuenta el correcto diseño de talleres ya que los estudiantes tienden a confundirse en muchos casos por no darles ejemplos concretos que los ayuden a involucrarse en situaciones problemáticas reales, esto quiere decir que indirectamente en nuestra investigación no solo analizamos las concepciones que dan los estudiantes en el proceso del aprendizaje sino que para ello nos basamos en las de los textos y la dada por los docentes.

Prada (2004), quiso implementar el uso de las fracciones específicamente a través del juego donde argumenta que este sirve para comprender la fracción como parte de un todo y determinar relaciones de orden. En su investigación él va en busca de posibles soluciones a las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a situaciones problemáticas con los números fraccionarios a través del juego como herramienta significativa, para mejorar el aprendizaje de los fraccionarios, donde dice que los resultados obtenidos, se basan en que los estudiantes, al trabajar de una forma adecuada y dinámica, responden de forma positiva y con mayor comprensión en los temas.

Esta dinámica de los juegos, se ve reflejada en el nuestro proyecto en la actividad tres que consiste en la manipulación de objetos geométricos que propicia un ambiente de interacción directa con el estudiante, que le permite tomar fichas, ordenarlas, agruparlas y clasificarlas en un contexto dado. Por su parte Rey, (2007) se formula la siguiente pregunta: ¿Es posible desarrollar el pensamiento matemático y construir el concepto de fraccionario y los criterios que conllevan la adición y sustracción de fracciones? La autora cuestiona si realmente los estudiantes construyen el concepto de fracción y sus operaciones con los juegos y desarrollo de talleres, haciendo un ensayo metodológico para el aprendizaje de los fraccionarios, teniendo como objetivo principal realizar una experiencia didáctica para el aprendizaje de fraccionarios en el grado sexto del colegio Santander, a través de la sistematización de experiencias sobre la construcción del concepto de fraccionario y la búsqueda de la solución de problemas introduciendo y desarrollando operaciones de suma y resta con los números fraccionarios, la investigadora tuvo que hacer uso de la observación continua.

Rey (I2007) realizó talleres que le permitieron ver que los estudiantes aprendían a través de actividades concretas, identificando errores y aciertos dados por los estudiantes que reafirman nuevamente el mal uso de los algoritmos en el desarrollo de las situaciones problemáticas y a la vez el éxito al representar las fracciones de manera grafica y su lectura respectiva sirviendo como base para la creación del ensayo metodológico presentándose como guía para el lector y para futuros investigadores. En este punto de la investigación nos damos cuenta que a medida que transcurren los años escolares se debe investigar más a fondo acerca del análisis y la interpretación del uso de las fracciones en la enseñanza. Apoyando esta idea Merchan, (1996) plantea la enseñanza de los números fraccionarios: una reflexión docente teniendo como objetivo identificar las principales dificultades que presentan los educandos de séptimo grado en el manejo de los números fraccionarios, que de una u otra manera han sido generadas por las metodologías hasta hoy implementadas, para ello la investigadora trabajó por medio de la observación y análisis de la respuestas dadas por los estudiantes y a través de estos emitir juicios valorativos que continúen apoyando el proceso de enseñanza, si se encuentra que se aprendió o sugerir algunas recomendaciones en caso de error.

La autora identifica como causa de error en los estudiantes la enadecuada utilización de las operaciones algorítmicas entre fracciones, centra los errores en la interpretación de textos de las situaciones problemáticas entorno a la fracción como parte de un todo. Esto se debe a que los estudiantes no tienen claras la dediciones del concepto de fracción lo que lleva a deformar las definiciones, Merchan consideró que a través de la practica continua, se puede superar las dificultades que presentan los estudiantes con respecto a la fracción y que una de las formas para alcanzar el concepto de fracción se debe a la interacción en las situaciones problemáticas.

“En la relación con la enseñanza de los números fraccionarios fue de gran ayuda contar con materiales manipulables ya que permitió que los educandos pudiesen construir conceptos.” (Merchan, 1996). Consideramos que en el análisis del concepto de fracción, es importante al igual que la autora, en sí mismos involucrar al estudiante en situaciones con objetos manipulables que faciliten el proceso de aprendizaje del concepto de fracción a través de problemas, anexando que los estudiantes aprenden de forma significativa si hacen una representación grafica de cada situación. Al igual que Luelmo, Merchan afirma que si los profesores o estudiantes presentan errores el proceso que bloqueado.

Las anteriores investigaciones nos sirven como base fundamental para nuestro trabajo ya que las inquietudes como investigadores educativos entorno a los números fraccionarios gira a su aplicación e interpretación en situaciones problemáticas que incluyen manejo del concepto y uso de las operaciones.

2.2 EL CONCEPTO DE FRACCIÓN

El concepto de fracción se define como la expresión de la relación entre una parte y el todo. Para definirlo se necesitan tres elementos: Un todo considerado como unidad, una partición de ese todo en **b** partes congruentes y la referencia a un número **a** de esas partes. (Andonegui, 2006, p. 8).

El todo como unidad en el concepto de fracción, hace referencia a un todo de la unidad, y puede variar de una situación a otra. La partición de la unidad es un elemento necesario para la definición de la fracción en la partición del todo en **b** partes congruentes. La consideración de algunas partes de la fracción se da en situaciones problemáticas de reparto proporcional por consiguiente cualquier número natural puede ser considerado como una fracción y por último el concepto de fracción aparece en los ejercicios de aplicación donde interviene la representación grafica, numérica y operacional.

Como lo afirma el autor en la matemática los conceptos requieren necesariamente de alguna representación que permita mostrar adecuadamente el concepto y sus propiedades, así como las operaciones, es por esto que nos damos cuenta que el concepto de fracción sufre transformaciones ya que tienen diversas representaciones y escritura dadas en formas verbal, numérica, grafico continuo, grafico discreto, decimal, punto sobre la recta numérica y porcentual, por su parte, los estándares dados por el Ministerio de Educación Nacional exigen que en la educación se conozcan las representaciones de un número.

“Analizar y explicar las distintas representaciones de un mismo número (naturales, fracciones, decimales, porcentajes)” (MEN, 2003, p. 14). Tanto en Colombia como en el mundo se hace necesario que los estudiantes aprendan el significado de los números fraccionarios y sus diversas representaciones, ya que desde la antigüedad se hizo indispensable su utilización, en situaciones del entorno en la vida del hombre.

2.2.1 Representaciones del concepto. Son muchas las representaciones conceptuales que se pueden hacer con respecto al concepto de fracción, teniendo el grado de escolaridad a trabajar (sexto), veremos las representaciones en tres formas: como parte de un todo, como conjunto y como razón.

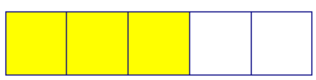
Las fracciones se utilizan para representar cantidades relativas y estas contribuyen al análisis de un conjunto de datos en las tres formas siguientes como lo indica Gómez Barrantes: resumiendo algún aspecto o dimensión de los datos, expresando alguna relación entre dos o más números y facilitando la comparación entre ese grupo y otro grupo de datos similares. (Arce, 2009. p. 2).

A partir de estos elementos se da comienzo a las representaciones del concepto de fracción identificadas en diferentes contextos y adoptando las distintas interpretaciones y relaciones entre ellas. Estas nos permitirán a través del desarrollo de los talleres observar cómo los estudiantes se enfrentan a estos conceptos por medio de situaciones problemáticas.

2.2.2 La fracción representada como un todo. La fracción indica la relación de la unidad con cada una de sus partes, siempre que se encuentre que una magnitud cabe exactamente un número entero de veces en la unidad y en la parte, es decir la parte y el todo se puede subdividir en partes de igual magnitud, implicando procesos de medición para establecer la cuantificación de la parte y el todo y obliga a escoger la magnitud con la que se va a trabajar (longitud, volumen, capacidad entre otros).

Presentamos los siguientes ejemplos que nos referencian el concepto de fracción Arce (2006):

Ejemplo 1: En la siguiente figura

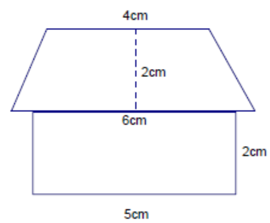


La unidad está divida en 5 partes de igual magnitud y la parte, en tres partes de igual magnitud.

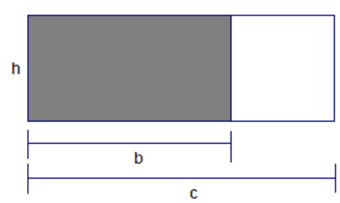
Note que hay una cantidad que cabe 5 veces en la unidad y 3 veces en la parte sombreada. Por lo tanto 3/5 establece la relación entre la unidad y la parte sombreada. En general, la unidad suele ser constituida por diferentes figuras geométricas planas, donde lo que se compara son el área de la unidad y el área de la parte.

Los estudiantes están acostumbrados, a trabajar con figuras geométricas básicas, que les permite hallar rápidamente la equivalencia de la fracción en la figura, pero les es difícil cuando la gráfica representa un objeto o cuerpo solido, donde tienen que interactuar con algoritmos o transformaciones, para hallar la fracción a la cual equivale la figura dad. Este caso se presenta a continuación:

Ejemplo 2: La figura puede ser cóncava. En el dibujo de la casa adjunta ¿A qué proporción corresponde el techo?



¿Por qué solo figuras planas? Las fracciones pueden ser utilizadas para comparar segmentos y sólidos. Un resultado interesante es que si la unidad y la parte están representadas por rectángulos de igual altura entonces la fracción que representa su relación, representa también la relación entre sus bases:



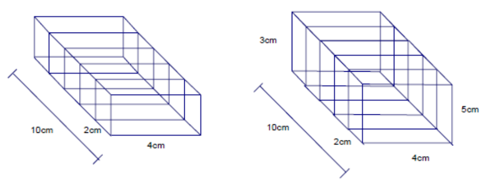
Note que: Área de la unidad: ch cm^2

Área de la parte sombreada: bh cm^2

Note que la cantidad h cabe c veces en el área de la unidad y también cabe b veces en el área de la parte sombreada. Por lo tanto la relación entre la unidad y la parte sombreada está dada por b/c. Es decir se pasa de una relación de áreas a una relación de segmentos. Cuando el docente enseña significativamente el concepto de fracción como parte de un todo, el estudiante, puede interactuar en situaciones más complejas que requieran de un análisis más profundo y de mayor concentración; este también es el caso cuando se quiere hallar la fracción de de la relación entre volúmenes.

Ejemplo 3**.** El volumen de la parte es 2cm · 4cm · 3cm (Largo, ancho, altura respectivamente) y el volumen de la figura es 10cm · 4cm · 3cm. Entonces la relación entre sus volúmenes es:

$$\frac{2\ cm \cdot 4\ cm \cdot 3\ cm}{10\ cm \cdot 4\ cm \cdot 3\ cm.} = \frac{2\ cm}{10\ cm} = \frac{1}{5}$$



La relación se da entre el largo o bien la base del rectángulos.

Observamos que se pueden enseñar a los estudiantes de una forma más didáctica y que los lleva a emplear el pensamiento analítico y argumentativo llevándolos, hacia una adecuada solución en la situación, empleando el concepto de fracción como parte de un todo.

2.2.3 La fracción representada como conjunto. "El programa de estudio del Ministerio de Educación Nacional, en las generalidades presenta ejemplo donde toman las partes de conjunto con figuras de la misma clase pero de diferentes formas y tamaños". (Arce, 2007. p 9).

La representación de la fracción como un conjunto se da en situaciones discretas, donde el conjunto representa el todo y las partes son las referidas.

Ejemplo 1: Represente la siguiente fracción: 2/4 de 8 estrellas

La solución consiste en dividir en cuatro grupos, a cada grupo le corresponde dos estrellas. Entonces 2/4 de estrellas son 4 estrellas.

El método grafico de la representación del conjunto de las estrellas, en el cual se debe elegir un subconjunto, permite al estudiante interactuar con los objetos manipulables a través de la observación y agrupación de los mismos.

Algunos libros de texto que se encuentran en el mercado representan estas fracciones con conjuntos de objetos idénticos, lo cual puede hacer pensar a los estudiantes que ellos no pueden tomar una fracción de los objetos si estos no son iguales.

Ejemplo 2: Si la unidad está compuesta por 6 plantas, cuantas plantas forman dos tercios de ellas.

El conjunto se debe dividir en tres partes iguales, cada parte contienen dos unidades. Entonces dos partes contienen 4 unidades.

Se puede observar que el aprendizaje de fracción como conjunto está definido, en un contexto real donde los estudiantes, hacen relaciones entre varios conjuntos y de ellos entre subconjuntos, llevándolas luego hacia una operación formal, donde se hace necesario comprendan como primera medida, desde el contexto grafico para mayor comprensión y amplificación del concepto como tal.

2.2.4 La fracción representada como razón. Expresa la relación entre los valores entre dos magnitudes cualesquiera, de la misma o diferente naturaleza. Se concibe como un instrumento para comparar e interpretar relaciones entre dos o más datos. Según Díaz Moreno citado por Arce (2007), una razón es una manera de comparar dos magnitudes. Es una comparación por división de dos números o de las medidas de dos cantidades. Se hacen comparaciones cuantitativas de dos cualidades.

Ejemplo 1: Luis tiene en la finca 9 vacas y 6 gallinas. Si se compara la cantidad de vacas entre la cantidad de gallinas, se obtiene que por cada 3 vacas, haya 2 gallinas.

$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Entonces la razón entre la cantidad de vacas y la cantidad de gallinas que tiene Luis es 3 vacas / 2 gallinas y esta indican que por cada 3 vacas hay 2 gallinas. ¿Cómo logra el educando saber que por cada 3 vacas, hay dos gallinas?

Se deben hacer grupos de igual cantidad de vacas y gallinas. Así pues, la razón contiene la relación de los tamaños entre dos cantidades, pero pierde la información sobre las magnitudes originales de las cantidades. Sí solamente se conoce que por cada tres vacas hay 2 gallinas, no se podría saber exactamente la cantidad de vacas y gallinas que tiene Luis en total, pues habría infinita cantidad de posibilidades:

Vacas	3	6	9	12	15	18...
Gallinas	2	4	6	8	6	12...

Para que los estudiantes se apropien del concepto de fracción como razón, es importante involucrarlos en situaciones que les lleve a un análisis que relacionen magnitudes y sus relaciones.

3. METODOLOGÍA

En el campo de la investigación resulta importante recurrir a la búsqueda de nuevas estrategias didácticas, que sirvan de guía para el docente en el aula de clase, con miras a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje con el propósito de facilitar al estudiante la construcción de nuevos conocimientos. Esta propuesta es de tipo descriptivo, cualitativo, que se define como una forma de búsqueda introspectiva y colectiva emprendida por estudiantes de grado sexto en situaciones sociales e individuales con objeto de mejorar la racionalidad individual y colectiva.

Para la realización de este trabajo se tomaron cuatro referentes bibliográfico, que son pilares en nuestra investigación y que nos sirvieron de guía para la interpretación de los datos obtenidos, realizando un diagnostico y tres talleres aplicados a dos instituciones educativas de dos ciudades diferentes del departamento de Santander, una institución de carácter Público, Colegio Luis Carlos Galán Sarmiento sede F (Girón), y la otra de carácter privado, Institución Educativa Infantas sede El Parnaso (Barrancabermeja).

Los talleres se aplicaron a un grupo de 20 estudiantes, diez por cada colegio, teniendo como referente de elección, la disposición y el gusto del estudiante por el área e interés por ser parte del proyecto. Los tres talleres se elaboraron teniendo en cuenta los estándares básicos para el grado sexto; el primer taller abordó el concepto de fracción como parte de un todo, el segundo, como parte de un conjunto y el tercero como razón. A su vez cada taller estuvo estructurado según una secuencia lógica que dejó ver los resultados de los logros y las dificultades después de abordar cada actividad teniendo en cuenta tres fases: reconocimiento del concepto en un contexto dado, una segunda fase de apropiación conceptual por medio de la manipulación de objetos y por último una fase de solución de una situación problema.

Los talleres se realizaron iniciando el concepto como parte de un todo, debido a que era importante tener una secuencia lógica desde sus primeros conceptos hasta llegar a la situación problema, donde los estudiantes desarrollaran cada etapa permitiendo a los docentes analizar y evaluar cada uno de los procesos hechos.

Estos talleres se trabajaron por veinte estudiantes que forman parte de la población de las dos instituciones conformada por su totalidad de ciento setenta estudiantes que estaban en el sexto grado en el año 2009, es conveniente saber que la población se caracterizó por tener un nivel medio académico.

Los estudiantes fueron sometidos a un diagnóstico referido al concepto de fracción (ver anexo) que permitió recoger la información de las representaciones iníciales respecto a este concepto que poseían los estudiantes que fueron elegidos para efectuar el diagnóstico, con base a esto se diseñaron los tres talleres para trabajar en dos horas cada uno, teniendo en cuenta algunos insumos para la realización, como la revisión bibliográfica, observaciones realizadas a estudiantes permitiendo ver los niveles de aprendizaje trabajados, las estrategias utilizadas en el proceso, la secuencia de los contenidos entre otros. Para la revisión de los talleres se tuvieron en cuenta los procesos hechos en cada ítem y la relación con los logros propuestos. Para evaluar los resultados se hizo un análisis a priori y a posteriori.

Con el primer taller, se espera que los estudiantes aborden el concepto de fracción como parte de un todo. Inicialmente los estudiantes deberá interpretar las distintas formas como se escribe una fracción, seguidamente el estudiante, interpretará unas figuras, que tienen diferentes formas y de estas escribir la fracción que representan. Para observar que los estudiantes eficazmente den el concepto de fracción como parte de un todo, se plantea una situación problemática, dando respuesta a las preguntas solicitadas, finalmente el estudiante deberá formar manualmente figuras sobre una plantilla para representar las fracciones que se le indican.

En el segundo taller se presenta la fracción como conjunto, donde en la primera actividad, los estudiantes deberán reconocer las distintas fracciones que hacen parte de un conjunto, representados por caramelos, teniendo en cuenta el color. En la segunda actividad, se presentan conjuntos de caras donde los estudiantes deben crear subconjuntos a través de los ejercicios solicitados, esta actividad permitirá verificar si los estudiantes identifican la fracción como parte de un conjunto. En la tercera actividad el estudiante trabajará con figuras geométricas, contándolas y clasificándolas, aquí esperamos que los estudiantes expresen la fracción que representa con relación al conjunto dado. En la situación problema se espera que el estudiante analice el área de un terreno y escriba correctamente la parte del área cultivada.

En el tercer taller en la actividad uno, el estudiante debe establecer la relación que hay entre las magnitudes que representa la fracción como razón, seguidamente se espera que el estudiante analice cada una de las expresiones, escribiendo la razón que hay entre los objetos dados. En los puntos seis, siete y ocho los estudiantes interpretaran las distintas situaciones, estableciendo la razón que se da entre las magnitudes.

3.1 ANÁLISIS A PRIORI DEL DIAGNÓSTICO

La prueba diagnóstica, la diseñamos buscando determinar en general las concepciones que nuestra población ha desarrollado sobre los números fraccionarios. Se pretende que los estudiantes identifiquen la estructura de la que se compone los números fraccionarios, el concepto de fracción y aplicación a situaciones problemáticas, desarrollando las operaciones básicas con los números fraccionarios, buscando determinar los alcances y dificultades que estos estudiantes tienen, que nos permitan generar alternativas de solución teniendo en cuenta la aplicación de procedimientos adecuados. Con esto se puede guiar al estudiante, a que de forma autónoma busque soluciones y transfiera espontáneamente este conocimiento a la solución de nuevos problemas, partiremos del concepto de fracción como parte de un todo, como conjunto y como razón, teniendo en cuenta además la exigencia de los estándares curriculares acerca de los logros que debe alcanzar un estudiante, mencionan:

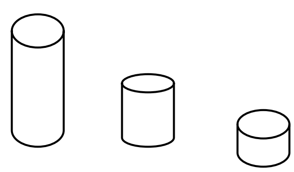
Analizar y explicar las distintas representaciones de un mismo número (naturales, fracciones, decimales, porcentajes), utilizar números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales, porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida, justificar la extensión de la representación polinomial, decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal, reconocer y generalizar propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos. (MEN, 2003, p. 14).

Con base en los logros planteados por el MEN, en el presente trabajo nos centraremos en hacer un diagnostico que nos permita determinar si los estudiantes comprenden el concepto de fracción, este diagnostico estará dividido en tres secciones; la primera como reconocimiento del concepto en un contexto dado, una segunda fase de apropiación conceptual por medio de la manipulación de objetos y por último se plantea el desarrollo de una situación problema, (Ver Anexo B) el objetivo planteado para esta actividad fue: identificar la estructura de los números fraccionarios, reconocer el concepto de fracción para aplicarlos en situaciones problemáticas y realiza operaciones básicas con los números fraccionarios.

Con base en el análisis de los resultados del diagnóstico, diseñaremos tres talleres cuyo propósito principal será observar las representaciones, que los estudiantes realizan sobre el concepto de fracción, para que a partir desde su propia experiencia académica y desarrollo de las diferentes secciones en los talleres puedan interpretar, argumentar y proponer alternativas de solución a las situaciones planteadas.

Como docentes seremos observadores, analizando las respuestas dadas por los estudiantes, para determinar las concepciones que emergen de las situaciones planteadas, de la fracción como parte de un todo, como conjunto y como razón. En el diagnóstico en la etapa de reconocimiento, actividad uno del concepto, muestra una situación problemática de tres recipientes de capacidades diferentes (el primero de un kilo, el segundo de medio kilo y el tercero de un cuarto de kilo).

Figura 1. Problema uno del diagnóstico

1. Si tienes 3 recipientes de capacidades diferentes, como se muestra en la figura:
 1 kilo 1/2 kilo ¼ kilo
a. ¿De cuántas maneras diferentes puedes almacenar un kilo de azúcar usando los recipientes?
b. ¿De cuántas maneras diferentes puedes almacenar un kilo y medio de azúcar?
c. ¿De cuántas maneras diferentes puedes almacenar uno kilo y tres cuartos de azúcar?
d. Utilizando los recipientes que tienen capacidad de medio kilo y un cuarto de kilo. ¿Podrías almacenar cinco kilos de azúcar? Si es posible hacerlo cómo lo harías.
e. Es posible almacenar dos kilos y medio kilos de azúcar utilizando sólo recipientes de un cuarto. Si es así, ¿cómo podrías hacerlo?

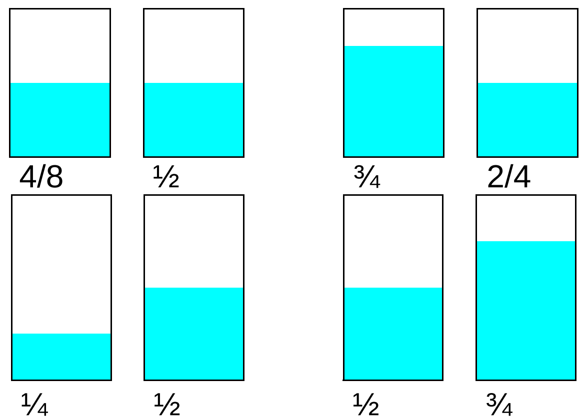
Con estos recipientes se les formula a los estudiantes preguntas de las diferentes formas que se pueden almacenar azúcar, se espera que el estudiante realice la actividad correctamente buscando todas formas posibles de depositar del azúcar en los recipientes evidenciándolas gráficamente y con operaciones entre números fraccionarios. Además pretendemos que el estudiante haga relaciones entre cantidades y encuentre la correspondencia entre números naturales y números fraccionarios, al encajar un número exacto de veces en cada una de las magnitudes relacionadas.

Para los pitagóricos esta relación no existía ya que está dada solo en los números naturales pensando que la naturaleza se reducía a estos números, en el sentido de que todo objeto podría expresarse con un número (medida de su magnitud) y las relaciones entre objetos (entre sus magnitudes), siempre como una relación entre números naturales, suponiendo que siempre funcionaria el principio de conmensurabilidad, encontrando que una magnitud menor encajara un número exacto de veces en dicha magnitud. (Andonegui, 2006, p.6)

Esta reflexión de parte del autor se cita yaque al iniciar unidades de conteo los humanos no encontraba la necesidad de hacer trueques con unidades faltantes, tendiendo a utilizar expresiones enteras. Esta con los avances del comercio y apertura de los números tuvo que darse esta clase de números ampliada, para dar paso a conjuntos más grandes, so los números fraccionarios.
Finalmente se quiere que los estudiantes reconozcan la necesidad de la existencia de los números fraccionarios en la vida del hombre, contrario a lo que pensaban los pitagóricos.

En la segunda actividad del diagnóstico se les presentará a los estudiantes dibujos representando frascos de igual capacidad con cierta cantidad de agua. Se espera que los estudiantes comparen cantidades y establezcan relaciones entre ellas para responder a las preguntas asignadas. Además que apliquen el concepto de fracción como razón dada por la comparación por división de dos números o las medidas de dos cantidades relacionadas con el concepto de fracciones equivalentes.

Figura 2. Problema dos del diagnóstico

2. Los siguientes dibujos representan frascos de igual capacidad con cierta cantidad de agua:

a) ¿Cuál de los frascos tiene la capacidad de recibir el líquido del frasco de la izquierda sin que el agua se derrame?
b) En los casos en que el agua se derrame, ¿Qué parte del líquido debe dejarse en el recipiente izquierdo para evitar el derrame?

En la tercera actividad del diagnóstico se pretende que los estudiantes trabajen la fracción como una parte de un conjunto de objetos donde a partir del todo, se extrae una porción. Se espera que los estudiantes realicen las operaciones (multiplicando el numerador por la parte entera y al producto parcial dividirlo por el denominador) y realicen una representación gráfica de la situación. Esta actividad se convierte junto con la actividad cuatro que veremos a continuación en la etapa de afianzamiento o apropiación conceptual (ver figura 3).

En la cuarta actividad (ver figura 4) los estudiantes deben trabajar las fracciones como razón, entendida como un instrumento para comparar e interpretar relaciones entre dos o más datos, descrita desde quinto de primaria con el concepto de simplicación y complificación de fracciones y seguida por los estándares curriculares, que al respecto mencionan:

“Analizar y explicar las distintas representaciones de un mismo número (naturales, fracciones, decimales, porcentajes), utilizar números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales, porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida” (MEN, 2003, p.14)

Se espera que los estudiantes hagan uso del concepto de fracciones equivalentes utilizando la amplificación y simplificación de fracciones.

Figura 3. Problema tres del diagnóstico

3. ¿Cuánto es 2/3 de 120? ______________________
¿Cómo lo explicarías por medio de un dibujo?

Figura 4. Problema cuatro del diagnóstico

4.Da ejemplos de 4 fracciones equivalentes en cada caso:	
a)	3/9 =
b)	8/2 =
c)	1/4 =
d)	0/5 =

En la quinta actividad, se trabajará la fracción en la solución de problemas donde se espera que los estudiantes apliquen los conocimientos básicos en matemáticas de la mano con los números fraccionarios, esperando desarrollar las competencias: interpretativa, argumentativa y propositiva en situaciones reales, donde además deberán hacer uso de representaciones graficas y operaciones de suma, resta, multiplicación y división de fracciones. (Ver figura 5).

El concepto de fracción en esta actividad se trabaja como el todo y la unidad.

“Cada fracción en particular hace referencia a un todo que se toma como unidad y que puede variar de una situación a otra. Por eso, el todo es lo primero que hay que precisar cuándo de fracciones se trata”. (Andonegui, 2006, p. 9)

Como lo difiere el autor, para que el estudiante inicie su trabajo con los números fraccionarios, debe dimensionar lo que le rodea, nos referimos al todo; ya que desde este se parte o se hace la descomposición de cantidades, formamos conjuntos de un mismo elemento y de este, subconjuntos que le permiten identificar el todo con cada una de sus partes. Su verdadera comprensión facilitará al estudiante una adecuada interacción con los números fraccionarios.

Figura 5. Problema cinco del diagnóstico

5. Resuelve:
- Eduardo y Esperanza están cocinando. Tienen **2** ½ kilo de chocolate para hacer la torta de cumpleaños. Si usaron **1** ¾ kilo. ¿Cuánto chocolate les sobró?
- ¿Cuánta alfombra será necesaria para cubrir el primer piso de una casa?
- En una rifa donde se vendieron 200 números: Carlos ha comprado solo 6, por lo que sus posibilidades de ganar no son muchas. ¿Cuántos números tendría que comprar para que sus posibilidades de ganar sean de más de la mitad?
Explica tu respuesta.

3.2 RESULTADOS GENERALES DEL DIAGNÓSTICO

Metodología. Aplicar una prueba escrita diagnóstica a una población de ciento setenta estudiantes para valorar el grado de conocimientos que ellos tienen acerca de los números fraccionarios, donde se le presentan situaciones problemáticas, que requiere del manejo de gráficas para comparar y distribuir fracciones según sus elementos.

Esta prueba contaba con cinco problemas, donde los estudiantes la resolvieron de manera escrita durante un tiempo promedio de dos horas. A continuación haremos una descripción de los principales resultados.

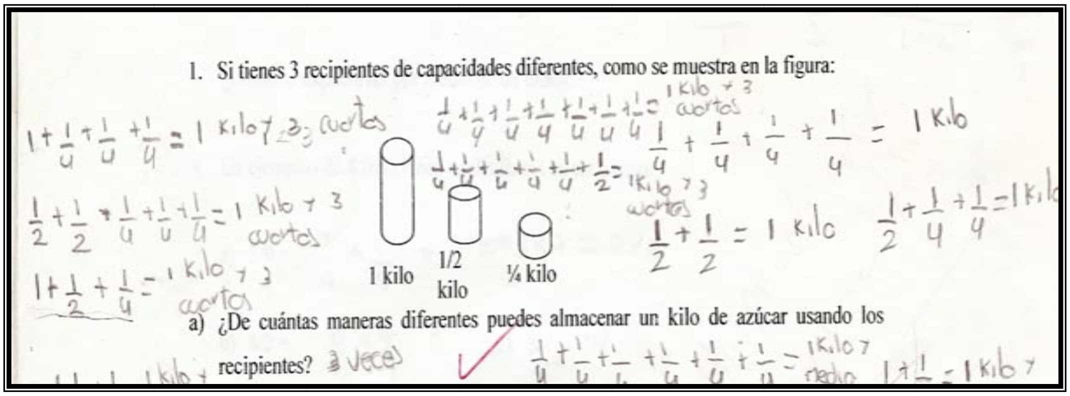
Análisis de de los resultados del diagnóstico. En la primera pregunta enciso **a** (Ver Anexo B), los estudiantes debían responder:

-Si utilizo el recipiente de capacidad un kilo, se hace de una sola forma depositando el kilo de azúcar en el recipiente y daría exacta la medida, otra forma de dar la solución es utilizando los tarros de capacidad de un kilo y medio kilo repartiendo el kilo de azúcar en ambos tarro., También se puede responder que si utiliza los tarros de kilo y un cuarto podría repartir el kilo de azúcar así: tres cuartos en el tarro de kilo y un cuarto en el otro tarro y por ultimo otra forma sería, utilizando los tres tarros y distribuyendo el kilo de azúcar en ellos.

Las respuestas dadas por los estudiantes fueron:

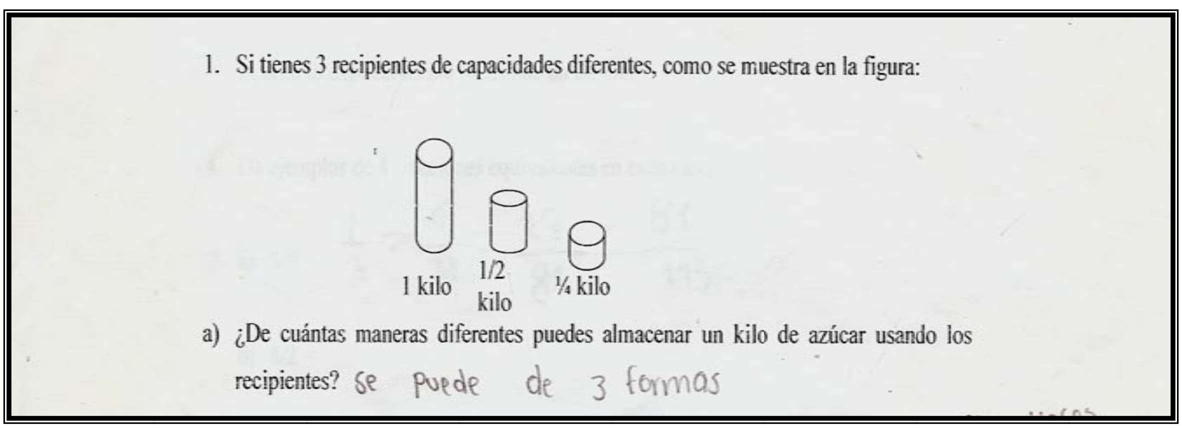
Algunos estudiantes resolvieron la situación de forma gráfica con procedimientos operacionales, en algunos casos se reutilizaron los mismos recipientes de igual capacidad, como por ejemplo el estudiante cuatro. (Ver figura 6). Otros estudiantes buscaron desarrollar algoritmos sin tener en cuenta el tipo de fracción (homogénea ó heterogénea) y operaron incorrectamente entre ellas; y algunos se limitaron a dar una respuesta sin procesos gráficos ni algorítmicos como por ejemplo el estudiante tres (ver figura 7)

Figura 6. Respuesta del estudiante cuatro, del problema uno del diagnóstico



En la figura 6, El estudiante realiza correctamente operaciones de suma, pero reutiliza los recipientes de un cuarto y un medio, para dar las respuestas, por esto podemos decir que no leen correctamente la situación debido a que sólo se podía utilizar una sola vez los recipientes y dar cuatro formas de almacenamiento.

Figura 7. Respuesta del estudiante tres, del problema uno del diagnóstico



El estudiante tres da una respuesta incorrecta sin utilizar, ningún tipo de proceso, se observa claramente que no comprende la situación.

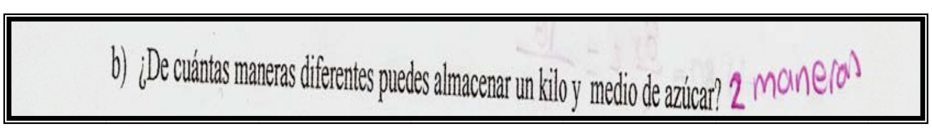
En la pregunta **a,** el concepto de fracción como parte de un todo no fue aplicado correctamente ya que no observaron que el kilo de azúcar representaba la unidad y que no eran reutilizables los recipientes. El concepto dice que la fracción indica la relación de la unidad con cada una de sus partes, siempre que se encuentre que una magnitud cabe exactamente un número entero de veces en la unidad y en la parte. Los estudiantes no observaron esta relación entre el azúcar y sus envases.

En la pregunta uno enciso **b** (ver anexo B) los estudiantes debían responder:

- De tres formas: Utilizando el tarro de un kilo y el tarro de medio kilo, utilizando los tres tarros: envasando tres cuartos de azúcar en el tarro de kilo, medio kilo de azúcar en el tarro de medio kilo y un cuarto de azúcar en el tercer tarro y finalmente utilizando el tarro de kilo, en el tarro de medio kilo depositando un cuarto y en el tarro de un cuarto de kilo.

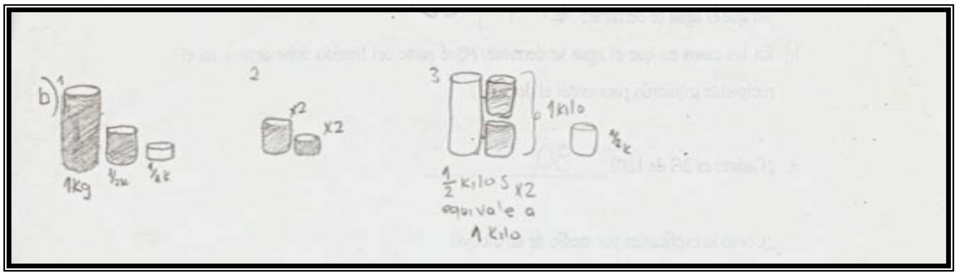
Las respuestas dadas por los estudiantes fueron:Los estudiantes expresaron que existen dos maneras, pero sin realizar procesos algorítmicos como por ejemplo el estudiante once limitándose a dar la respuesta por escrito (ver figura 8), algunos estudiantes lo intentaron realizar gráficamente pero reutilizaron los recipientes por ejemplo el estudiante seis (ver figura 9).

Figura 8. Respuesta del estudiante once, del problema uno parte b del diagnóstico


b) ¿De cuántas maneras diferentes puedes almacenar un kilo y medio de azúcar? 2 maneras

Se puede observar que el estudiante no da una respuesta con procesos, no argumenta su respuesta y la de de forma incorrecta.

Figura 9. Respuesta del estudiante seis, del problema uno parte b del diagnóstico



El estudiante seis organiza de forma ordenada los recipientes, hace relaciones entre cantidades, dando dos respuestas acertadas, la uno y la tres, sin embargo sigue reutilizando los recipientes en la respuesta dos, opta por el método grafico, siendo este valido como respuesta al problema.

En la parte **b** del primer punto concluimos, que los estudiantes no reconocen el concepto de fracción como parte de un todo y de sus posibles relaciones entre magnitudes, ya que siguen cometiendo errores algorítmicos, y no identifican cómo se forma la unidad trabajada con cada una de sus partes.

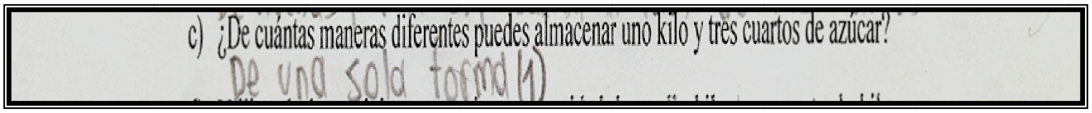
En la pregunta uno enciso **c** (Ver Anexo B) los estudiantes debían responder:

- De una sola forma utilizando los tres recipientes, de un kilo, medio kilo y un cuarto de kilo.

Las respuestas dadas por los estudiantes fueron:

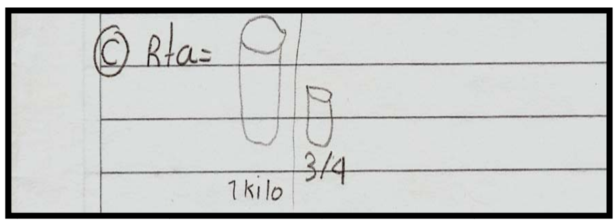
Que se expresaba de una sola forma sin tener en cuenta ningún soporte algorítmico por ejemplo el estudiante dos (ver figura 10). El estudiante doce lo hace incorrectamente colocando un recipiente no hallado en las figuras dadas (ver figura 11).

Figura 10. Respuesta del estudiante dos, del problema uno parte c del diagnóstico



En la figura 10 se observa que el estudiante no hacen ningún proceso algorítmico, se limita a dar una respuesta solo con la observación, no entiende la pregunta por tanto no hace representaciones del concepto de fracción.

Figura 11. Respuesta del estudiante doce, del problema uno parte c del diagnóstico



El estudiante doce hace una representación grafica, comparando cantidades, pero muestra un recipiente que no está dentro de los planteados en el problema.

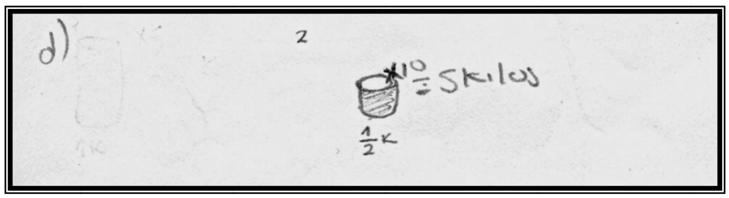
Los estudiantes no comprenden la situación planteada, falta mayor observación, no hacen las relaciones adecuadas entre cantidades evidenciándose el no reconocimiento del concepto de fracción. Solo cuatro de ellos acertaron en la respuesta pero al igual que el estudiante dos se limitaron a escribirla sin operaciones ni representaciones previas.

En la pregunta uno enciso **d** (Ver Anexo B) los estudiantes debían responder:

- No porque cinco kilos de azúcar es mayor a la capacidad que tienen los dos recipientes que es tres cuartos de kilo.

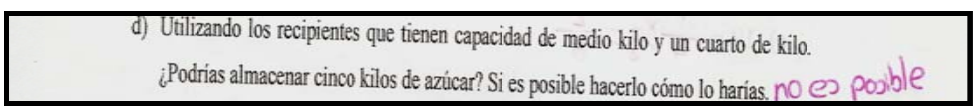
Los estudiantes no hicieron la relación entre cantidades por ejemplo el estudiante seis (ver figura 12), ni las operaciones que probaran el resultado, solo un estudiante respondió correctamente en forma escrita, estudiante once (ver figura 13)

Figura 12. Respuesta del estudiante seis, del problema uno parte d del diagnóstico



El estudiante seis realizo la grafica de un recipiente de medio kilo y luego hace el algoritmo de multiplicarlo por diez para obtener cinco y esto es un error ya que se piden utilizar los recipientes de medio kilo y un cuarto de kilo al tiempo.

Figura 13. Respuesta del estudiante once, del problema uno parte d del diagnóstico


d) Utilizando los recipientes que tienen capacidad de medio kilo y un cuarto de kilo.
¿Podrías almacenar cinco kilos de azúcar? Si es posible hacerlo cómo lo harías. no es posible

El estudiante once afirma que no, lo que es correcto, pero no justifica del porqué de su respuesta, considerándose no valido ya que es importante demostrar por un proceso algorítmico o grafico la solución.

Los estudiantes no interpretan correctamente el texto, no hacen relaciones entre magnitudes y se limitan a expresar de forma verbal las respuestas a los problemas solicitados.

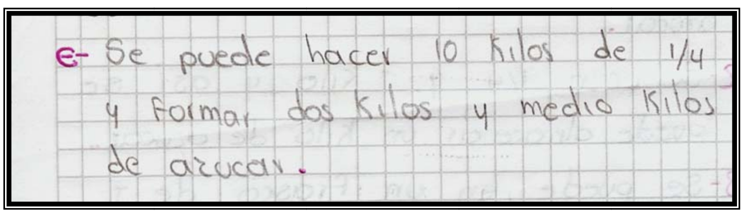
En la pregunta uno enciso **e** (Ver Anexo B) los estudiantes debían responder:

- sí, utilizando diez tarros, los estudiantes podían hacer gráficos, una suma o dividir los dos kilos y medio en un cuarto. Como por ejemplo utilizando el siguiente algoritmo.

_ _ _ _ __

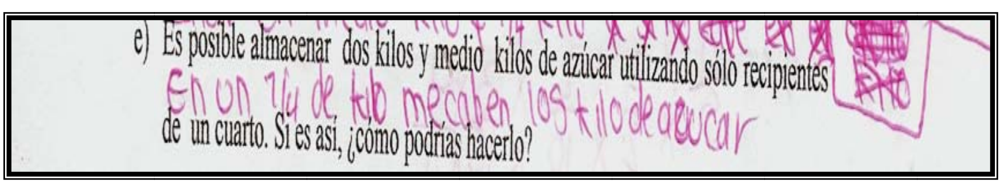
Los estudiantes siguen dando respuestas ambiguas sin ningún proceso. Por ejemplo el estudiante catorce (ver figura 14), cometen errores en la interpretación del texto, al igual que el estudiante siete (ver figura 15). El estudiante doce considera que debería usar más cantidad de recipientes de un cuarto para almacenar dos kilos y medio (ver figura 16).

Figura 14. Respuesta del estudiante catorce, del problema uno parte e del diagnóstico


e- Se puede hacer 10 kilos de 1/4 y formar dos kilos y medio kilos de azucar.

En la figura catorce se observa que el estudiante catorce, escribió incorrectamente las cantidades, de las que debía trabajar, como lo es que escribe 10 kilos y era escribir 10 recipientes. El estudiante hace una interpretación acertada, pero al cambiar cantidades el significado cambia totalmente, no realizo algoritmos.

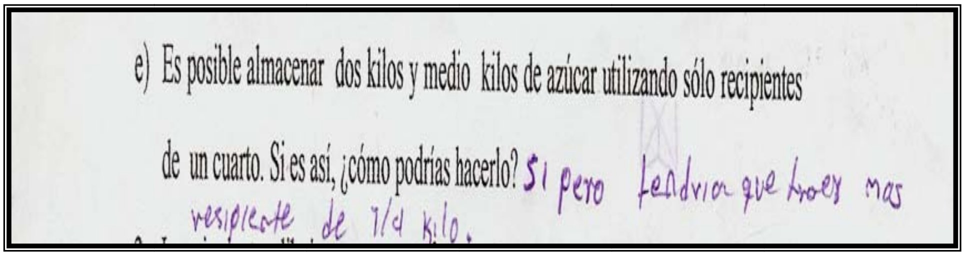
Figura 15. Respuesta del estudiante siete, del problema uno parte e del diagnóstico


e) Es posible almacenar dos kilos y medio kilos de azúcar utilizando sólo recipientes de un cuarto. Si es así, ¿como podrías hacerlo?

En un 1/4 de kilo mecaben los kilo de azucar

El estudiante no dice cuántos recipientes de ¼ se debe utilizar, no sustenta el proceso.

Figura 16. Respuesta del estudiante doce, del problema uno parte e del diagnóstico


e) Es posible almacenar dos kilos y medio kilos de azúcar utilizando sólo recipientes de un cuarto. Si es así, ¿cómo podrías hacerlo? Si pero tendria que traer mas resipiente de 1/4 kilo.

El estudiante doce en la figura quince acierta la respuesta pero no maneja criterios que demuestren su respuesta.

Los estudiantes no reconocen la necesidad de hacer un proceso o algorítmico o grafico, ya que no argumentan las posibles soluciones. El concepto para ellos no es claro, ya que la instrucción es clara y permite que se trabaje por diferentes formas.

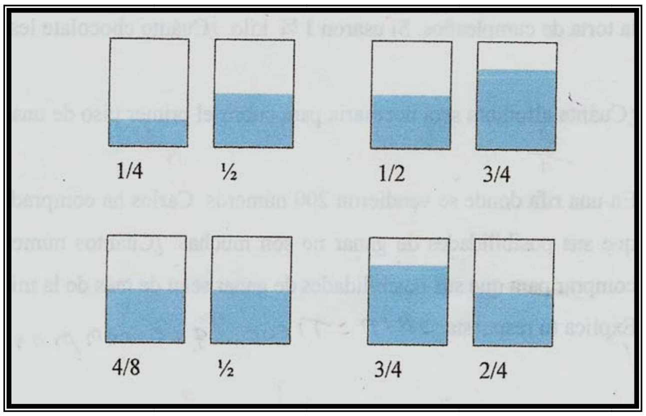
En la segunda actividad del diagnóstico se les dio a los estudiantes dibujos representando frascos de igual capacidad con cierta cantidad de agua. Se esperaba que los estudiantes compararan cantidades e hicieran relaciones entre ellas para responder a las preguntas asignadas, que aplicaran el concepto de fracción como razón dada por la comparación por división de dos números o las medidas de dos cantidades enunciando el concepto de fracciones equivalentes.

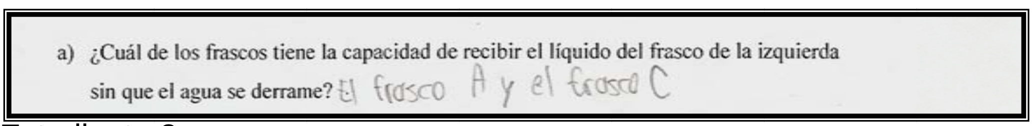
En la pregunta dos, enciso **a** (Ver Anexo B) los estudiantes debían responder:

- los frascos de la izquierda que contienen un cuarto y cuatro octavos.

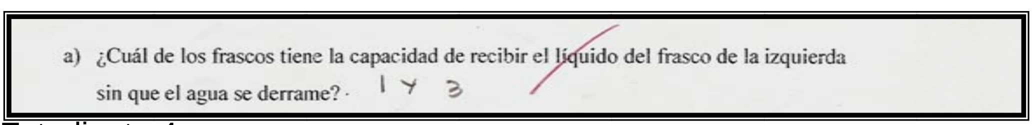
Los estudiantes números dos, cuatro, cinco y seis numeraron los frascos y respondieron acertadamente, donde se evidencia que hacen relaciones entre cantidades, comparando las fracciones. (Ver figura 17)

Figura 17. Respuesta de los estudiante 2, 4, 5, 6, del problema dos parte a del diagnóstico

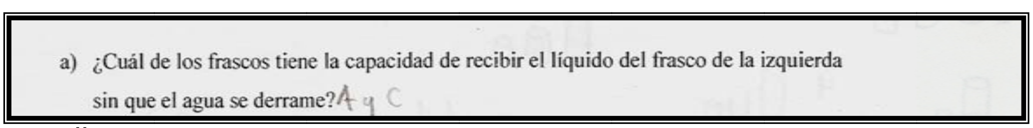



a) ¿Cuál de los frascos tiene la capacidad de recibir el líquido del frasco de la izquierda sin que el agua se derrame? El frasco A y el frasco C

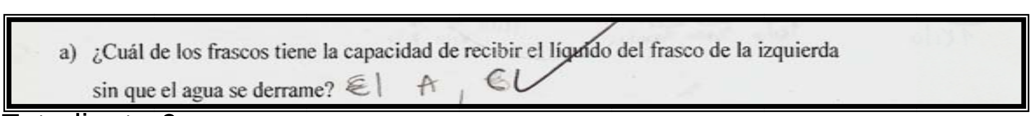
Estudiante 2


a) ¿Cuál de los frascos tiene la capacidad de recibir el líquido del frasco de la izquierda sin que el agua se derrame? 1 y 3

Estudiante 4


a) ¿Cuál de los frascos tiene la capacidad de recibir el líquido del frasco de la izquierda sin que el agua se derrame? A y C

Estudiante5


a) ¿Cuál de los frascos tiene la capacidad de recibir el líquido del frasco de la izquierda sin que el agua se derrame? El A, El

Estudiante 6

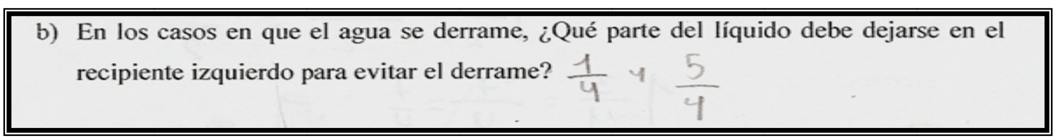
Los estudiantes percibieron claramente las figuras clasificándolas con números y con letras, interpretan con mayor facilidad, ejercicios de forma grafica.

En la pregunta dos, enciso **b** (Ver Anexo B) los estudiantes debían responder:

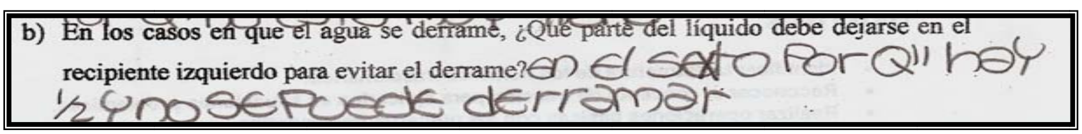
- En el frasco de tres cuartos solo se depositaba un cuarto por tanto en el recipiente izquierdo quedaría un cuarto de agua, y en el recipiente de dos cuartos de agua solo recibiría dos cuartos mas, quedando en el frasco izquierdo dos cuartos.

Con esta actividad buscamos que los estudiantes hicieran comparaciones entre fracciones relacionándolas a través de operaciones entre las magnitudes, sin embargo la mayoría de los estudiantes no interpretaron correctamente la situación como por ejemplo, los estudiantes cinco, ocho y nueve (Ver figura 18)

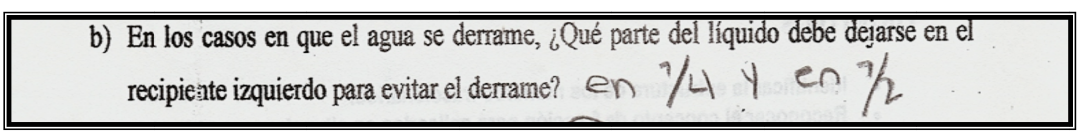
Figura 18. Respuesta de los estudiante 5,8 y 9del problema dos parte a del diagnóstico


b) En los casos en que el agua se derrame, ¿Qué parte del líquido debe dejarse en el recipiente izquierdo para evitar el derrame? $\frac{1}{4}$ y $\frac{5}{4}$

Estudiante 5


b) En los casos en que el agua se derrame, ¿Qué parte del líquido debe dejarse en el recipiente izquierdo para evitar el derrame? en el sexto por q'' hay ½ y no se puede derramar

Estudiante 8


b) En los casos en que el agua se derrame, ¿Qué parte del líquido debe dejarse en el recipiente izquierdo para evitar el derrame? en 1/4 y en 1/2

Estudiante 9

Los estudiantes se equivocan, ya que debe quedar un cuarto de liquido en un medio para depositar un cuarto en tres cuartos. Es decir la figura de la izquierda debe quedar un cuarto para depositar el otro cuarto en la figura de la derecha, y en el recipiente que contiene tres cuartos de agua, se depositaran dos cuartos en el recipiente derecho, quedando un cuarto en el recipiente de la izquierda. Es claro que los estudiantes no hacer, relaciones entre las cantidades ya que lo muestran de una forma incorrecta.

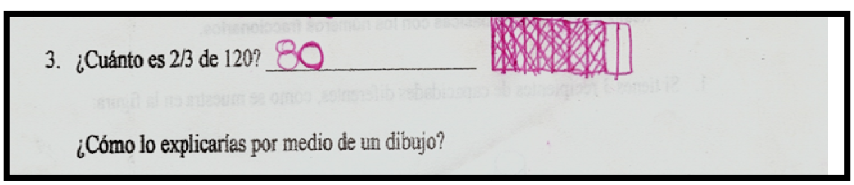
Para este ejercicio la mayor parte de los estudiantes, respondieron incorrectamente, solo tres de los veinte de la población lo hicieron bien. Entonces vemos que los estudiantes no tienen claro el concepto de fracción como razón.

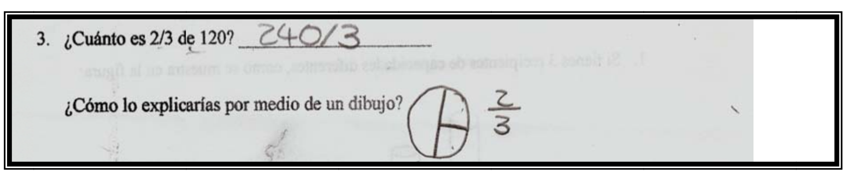
En la pregunta dos, enciso **b** (Ver Anexo B) los estudiantes debían responder:

- Que era ochenta tomando la fracción como parte de un conjunto de objetos y a través del algoritmo de la multiplicación y la división de un entero por una fracción debían responder correctamente.
-

Los estudiantes hicieron una representación grafica pero no dio exactamente la respuesta, a diferencia del estudiante siete dieron la respuesta pero no hizo proceso y su representación grafica es incorrecta. (Ver figura 19)

Figura 19. Respuesta de los estudiante 7 y 8 del problema dos parte a del diagnóstico





Los estudiantes tratan de identificar la parte entera de la cantidad a través de graficas pero lo hacen de forma incorrecta, no entienden cómo se trabaja la fracción como razón y no son utilizados los algoritmos matemáticos entre fracciones para dar solución a la situación dada.

Los estudiantes no interpretan este tipo de ejercicios, de forma grafica, ya que por lo general se les ha enseñando a desarrollar, de forma algorítmica los procedimientos, y si aprender a desarrollarlo, tienen a hacerlo de forma mecánica y no interiorizan su significado para comprenderlo.

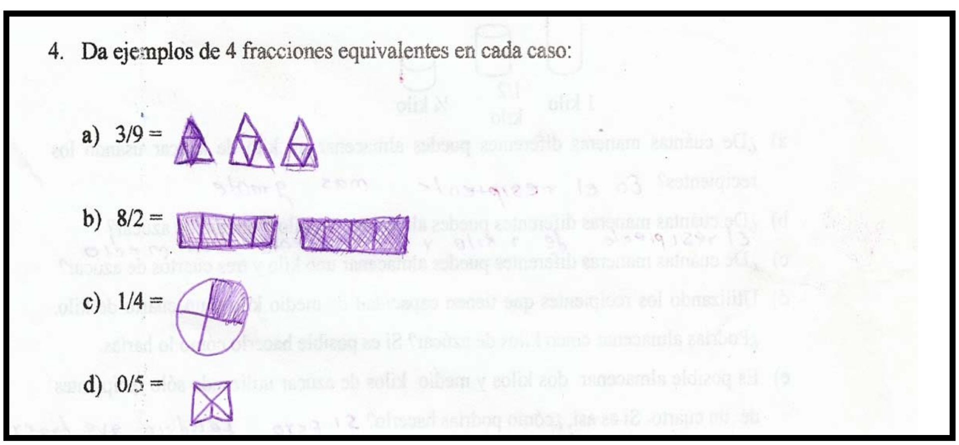
En la pregunta cuatro, las fracciones como razón (Ver Anexo B) los estudiantes debían hacer:

- Aplicación del concepto de fracciones equivalentes utilizando la amplificación y simplificación de fracciones. Las respuestas se daban en forma libre.
-

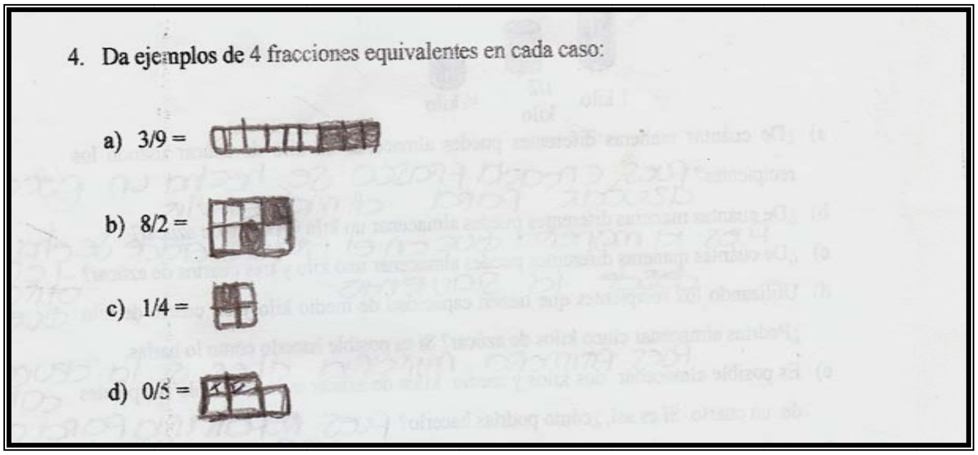
Los estudiantes intentaron resolver las situaciones a nivel grafico, pero lo más efectivo para este caso era a través del desarrollo del algoritmo (Ver figura 20)

Figura 20. Respuesta de los estudiantes doce y diez del problema cuatro parte del diagnóstico

Estudiante 10



Estudiante 12



Los estudiantes siete y nueve realizaron la actividad incompleta según la indicación dada. Los estudiantes diez, doce, trece, catorce y quince realizaron la representación grafica de la fracción indicada, donde es perceptible que no leen correctamente las indicaciones, ya que no era expresarlo en forma grafica, sino mostrar otras fracciones que al simplificarlas o amplificarlas diera lo mismo.

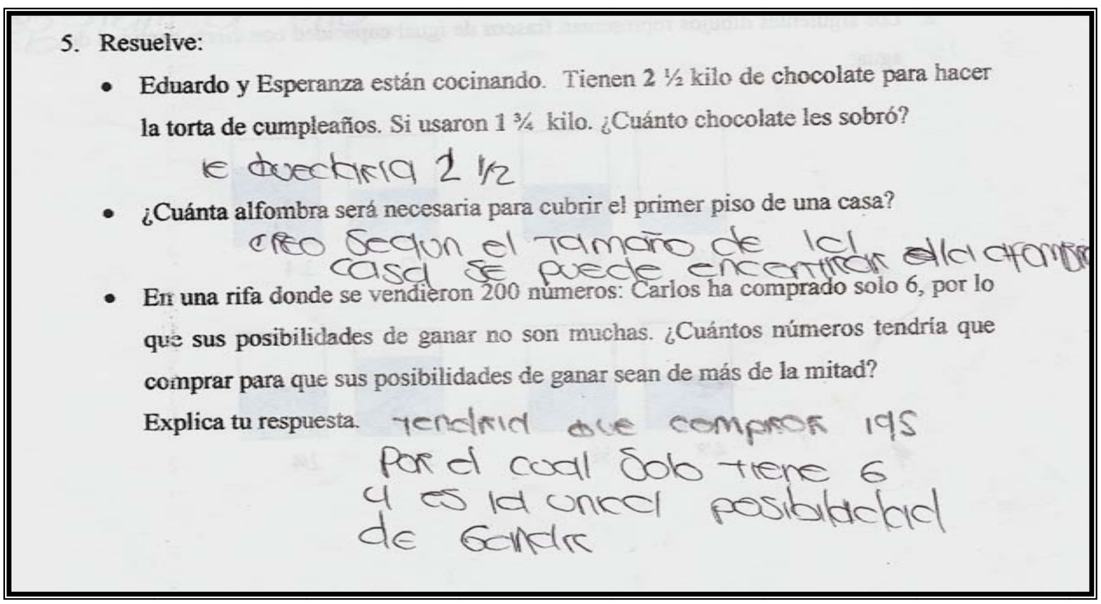
Los estudiantes no representan una fracción equivalente aplicando la amplificación o simplificación de estas, se tuvo en cuenta que las respuestas podían ser diferentes según las operaciones que aplicaran.

En la quinta pregunta, las fracciones como razón (Ver Anexo B) los estudiantes debían hacer:

- Un proceso algorítmico, empleando las operaciones entre fraccionarios y números mixtos, también se podía dar un análisis a nivel grafico, o escribir el análisis de lo que expresa de forma verbal. Según los métodos empleados por estudiantes, debían llegar a la conclusión de que la respuesta era tres cuartos de chocolate. En la pregunta de la alfombra para cubrir el primer piso de una casa, era de respuesta abierta, donde se quería que los estudiantes analizaran las partes en las cuales no se puede cubrir con alfombra como el baño y otras partes de la casa y la situación de la rifa los estudiantes debían responder más de la mitad.

Se pudo observar que la mayoría de estudiantes no las hicieron, ya que no interpretaron correctamente las indicaciones dadas en cada una de las situaciones, no construyeron las fracciones pedidas. (Ver figura veintiuno).

Figura 21. Respuesta de los estudiantes diez, punto cinco del diagnóstico



5. **Resuelve:**

- **Eduardo y Esperanza están cocinando.** Tienen **2 ½ kilo de chocolate para hacer la torta de cumpleaños.** Si usaron 1 ¾ kilo. ¿Cuánto chocolate les sobró?

  le duechria 2 1/2

- **¿Cuánta alfombra será necesaria para cubrir el primer piso de una casa?**

  creo segun el tamaño de la casa se puede encontrar ella afombr

- **En una rifa donde se vendieron 200 números: Carlos ha comprado solo 6, por lo que sus posibilidades de ganar no son muchas. ¿Cuántos números tendría que comprar para que sus posibilidades de ganar sean de más de la mitad?**

  Explica tu respuesta. tendria que comprar 195 por el cual solo tiene 6 y es la unica posibilidad de ganar

El estudiante no realiza operaciones entre cantidades, en la pregunta de la casa no hace gráficos, no crea un plan como alternativa de solución a la situación planteada y en la compra de boletas da una respuesta al azar, ya que análisis realizado no es válido, por que representaría prácticamente el cien por ciento de las boletas.

Es importante que los estudiantes creen un plan estratégico al resolver problemas con fraccionarios, que les permita de un modo grafico evidenciar los procesos que están desarrollando y se apoyen en los algorítmicos para dar veracidad al proceso planteado.

Algunas conclusiones. “El proceso humano desde el niño hasta el adulto es esencialmente una actividad de resolucion de problemas a traves de la cual el individuo se adapta al medio” (NCTM, 1991, p. 57,58).

De acuerdo al concepto dado del autor por aprendizaje, la utilizacion del proceso de resolución de problemas con los numeros fraccionarios permitió la verificación, formulación y validación de hipotesis dado en el diagnostico, donde a medida que el estudiante interactuó en su realización , se encontró con situaciones donde debia comprender el concepto de fracción, asignandolo como parte de un todo, como conjunto y como razón. sin embargo los estudiantes al enfrentarse con situaciones que requerían de la comprensión y análisis de situaciones reales, lo resolvieron de forma grafica, intentando hacer operaciones entre fraccionarios de forma equivocada y a dar respuestas distintas a las preguntas planteadas y en muchos de los casos respondieron con frases sin sustentar sus respuestas.

Solo los grandes descubrimientos permiten resolver los grandes problemas, hay en la solución de todo de todo problema, un poco de descubrimiento; pero si se resuelve un problema y llega a excitar nuestra curiosidad, este gusto por la experiencia a determinada edad, puede determinar el gusto por el trabajo intelectual y dejar tanto en el espíritu como en el carácter, una huella que durará toda la vida. (Polya, 1995).

Como lo referencia el autor la resoluciones de problemas en muchos de los casos puede tener éxito si el estudiante encuentra el gusto por resolverlo motivado por la facilidad de armar algoritmos y resolverlos y finalmente encontrar la respuesta.

En el desarrollo del diagnostico es claro que los estudiantes no tienen una estructura a seguir para resolver los problemas ya que tienden a dar respuestas diferentes a las que se les formula.

Consideramos importante que los estudiantes deben ser guiados de cómo resolver problemas tal como lo menciona López (2003):

Hay que instruir a los alumnos a cerca de la metodología empleada en la actividad matemática. Esto significa la comprensión de la naturaleza, poder y limitaciones de la organización y planificación matemática que incluye los procesos de simbolización, interpretación, definición y axiomatización, entonces hay que dotar al alumno de la posibilidad de desarrollar una serie de habilidades que son las que describen como componentes de la inteligencia general, como la comprensión, fluidez verbal, habilidad numérica, visualización espacial, reflexión de imágenes, número o palabra y racionamiento.

Si los docentes enseñan a los estudiantes a generar estrategias que conduzcan a resolver problemas con el uso de los números fraccionarios, podrán fácilmente extrapolar los conocimientos adquiridos a nuevas situaciones que permitan a los estudiantes interactuar con mayor fluidez y raciocinio en cada una de las actividades a desarrollar.

4. ANÁLISIS A PRIORI DEL DISEÑO Y APLICACIÓN DE LOS TALLERES

Uno de los conceptos para el cual los alumnos presentan diversas dificultades de comprensión es el de las fracciones. Muchos autores coinciden que las dificultades de su aprendizaje se deben a las diversas representaciones (acepciones, interpretaciones, concepciones, constructos) que admiten este concepto. Entre estas acepciones tenemos: la de parte todo (área), subconjunto (razón), reparto (división indicada, cociente, operador, número racional y decimal, entre otros). Considerando la diversidad de representaciones que tiene el concepto de fracción sería interesante preguntar ¿Es necesario que el estudiante las domine todas? (Ríos, 2007, P 127)

Como lo plantea Ríos, siempre como docentes tenemos la misma inquietud. Para el grado sexto consideramos, que por lo menos los estudiantes deben tener claro el concepto de fracción desde los tres pilares planteados (como parte de un todo, como conjunto y como razón), que dará las bases fundamentales para introducir los números fraccionarios a un nivel más avanzado en los demás cursos de básica secundaria.

4.1 DISEÑO Y ANÁLISIS DE TALLERES

A continuación presentamos cada uno de los talleres donde planteamos los propósitos a trabajar y lo que esperamos que desarrollen los estudiantes en las etapas: de reconocimiento del concepto de fracción, afianzamiento del concepto en un contexto dado y solución a situaciones problemáticas.

El reconocimiento del concepto de la fracción como parte de un todo surge a través de la interpretación grafica que tiene el estudiante frente a una situación problema en un contexto dado, observa el todo con cada de sus partes y hace relaciones entre magnitudes, en el concepto de fracción como parte de un conjunto, el estudiante aplica y resuelve algoritmos, que permitan evidenciar los procesos construidos a través de la observación, clasificación y uso de la fracción. Por último, la fracción como razón se involucra la solución de las situaciones problemáticas, donde surge la necesidad de resolverlas, en las cuales se necesita interactuar con las fracciones, a través del análisis e interpretación de textos construyendo sus propias soluciones.

4.1.1 Taller número uno: La fracción como parte de un todo. En el diseño del taller uno donde buscamos trabajar la fracción como parte de un todo, se espera que los estudiantes resuelvan los problemas, en tres etapas:

La primera etapa de reconocimiento del concepto de fracción dadas unas fracciones donde los estudiantes deberán escribir en letras, las diferentes formas que se pueden nombrar: (5/2: dos es a 5, cinco medios, cinco sobre dos) (ver figura 22)

Figura 22. Problema uno del taller uno

PRIMERA SECCIÓN

1. ¿Cómo se leen las siguientes fracciones? (Escribe todas las formas que conozcas).

a. $\frac{2}{5}$ ______________________________ b. $\frac{7}{8}$ ______________________

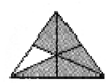
c . $\frac{6}{5}$ ______________________________ d. $\frac{9}{4}$ ______________________

Otro de los propósitos de esta etapa, es que los estudiantes reconozcan la fracción como parte integral de la unidad. Además que diferencien la variedad de escritura entre una y otra fracción, es decir cuando se escriben por letras, con números, por comparación entre razones. Seguidamente se le dará a los estudiantes fracciones propias donde en cada figura se deben representar con cantidades numéricas formando las fracciones (ver figura 23). Aquí, aparecerá un recuadro donde se encuentra la figura con una parte sombreada y una parte en blanco. El estudiante deberá según la figura indicar que fracción representa la parte sombreada y la parte en blanco, se espera que los estudiantes, puedan establecer una relación directa entre la figura y la fracción, que cuenten las partes sombreadas y blancas, escribiendo correctamente las fracciones.

Todo como unidad: Fracciones Propias

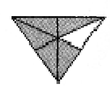
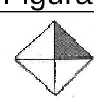
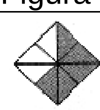
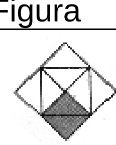
Figura 23. Problema dos del taller uno

2. La siguiente figura se puede representar así:

Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
$\frac{5}{6}$		$\frac{\square}{\square}$

Representa las siguientes figuras en **Parte Sombreadas** y en **Parte blancas**:

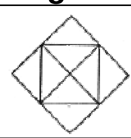
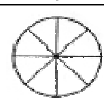
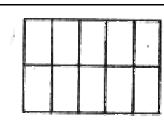
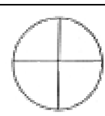
Triángulos

Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
$\frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square}$
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
$\frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square}$
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
$\frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square}$
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
$\frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square}$

La segunda etapa será de apropiación de conceptos, ya que los estudiantes, deberán sombrear las figuras dadas, y escribir las fracciones indicadas. Aquí las unidades están divididas, se escriben las fracciones en blanco y las fracciones sombreadas según la fracción dada. Se espera que los estudiantes teniendo como referente la unidad sepan dividirla en partes iguales, representarla y escribirla correctamente, se ayudaran de los ejercicios anteriores como guía para construir las nuevas fracciones. (Ver figura 24)

La siguiente actividad consiste en sombrear en una figura dada la fracciona indicada. Complete la siguiente tabla:

Figura 24. Problema dos del taller uno enciso b

Figura	Fracción sombreada	Fracción Blanca
	$\frac{3}{4}$	$\frac{\square}{\square}$
	$\frac{2}{3}$	$\frac{\square}{\square}$
	$\frac{\square}{\square}$	$\frac{2}{5}$
	$\frac{\square}{\square}$	$\frac{1}{4}$

En la tercera etapa se trabajará la fracción como razón a través de una situación problema donde se espera que los estudiantes representen gráficamente la situación, que construyan las fracciones correspondientes y que encuentren las relaciones que hay entre ellas utilizando las operaciones básicas de los fraccionarios. También que los estudiantes saquen sus propias conclusiones sobre la forma como Pedro debe repartir lo que ofrece, ya que la pizza tiene forma circular y la torta rectangular, se espera que los estudiantes comprendan que a mayor número de personas las fracciones son más pequeñas. Finalmente se analizará que los estudiantes vean la razón como relación numérica, es decir la relación que hay entre los pedazos y el número de personas para hacer un análisis en la relación de los datos de la situación planteada.

En esta etapa los estudiantes deben leer comprensivamente la situación para analizarla, para argumentar las posibles soluciones, esperamos que el desarrollo de la situación tenga una estructura más completa (Ver figura 25).

Figura 25. Problema tres, del taller uno

SITUACIÓN PROBLEMA

Pedro está cursando 6 grado y va invitar a su salón a la fiesta de sus cumpleaños. El día tiene forma circular y la torta tiene forma rectangular. María, Carlos, Jaime y Benjamín quieren comer ponqué y Juan, Laura y Rosalba quieren comer pizza.

¿En cuántos pedazos Pedro debe partir la pizza y el ponqué? Justifica la respuesta.

En el preciso momento en que Pedro va a repartir la comida llega Samanta, Carolina y Luís; Samanta es una niña muy glotona y quiere comer doble porción de pizza, mientras Carolina y Luís comerán ponqué. Pedro está un tanto confundido por la llegada de sus compañeros y no sabe cómo repartir la comida. Como le ayudaría usted a Pedro a repartir la pizza y el ponqué para que todos puedan comer igual. Justifica la respuesta.

SEGUNDA SECCIÓN

En la segunda sección donde presentamos la fracción como razón se espera que los estudiantes sepan utilizar la unidad para representar las fracciones tapando con fichas de color la plantilla para luego indicar o escribir la fracción que represente la parte tapada de la plantilla y la que quedó sin tapar. El estudiante debe también dibujar animales (un gato, un perro, un caballo) y escribir la fraccion que representa las fichas que forman la figuras y la unidad, además escribir la fracción que queda con respecto a la unidad para hacer más figuras.

El estudiante deberá construir los conceptos de fracción a partir de estas experiencias concretas que se hacen sobre la unidad según se indica, estas las utilizaran para dividir, repartir, comparar las diversas cantidades abordando los conceptos de razón y las situaciones de reparto. Además las fracciones las deberán utilizar para representar cantidades relativas y que contribuyan al análisis de un conjunto de datos.

“Lo importante es que los propios estudiantes construyan las operaciones con fracciones, lo que debe basarse en las propias actividades del alumno como estimación, desarrollo del sentido del orden y tamaño” (Strefalan, 1984, p.2)

No solo se trata en esta sección el desarrollar algoritmos, sino como lo refiere el autor, es evidenciar el deseo por el trabajo, la creatividad y orden en el desarrollo de las situaciones que se presentan en esta sección, sin duda alguna si se plantean en el aprendizaje estrategias que animen a los estudiantes a deducir conceptos, este aprendizaje será para él permanente. (Ver figura 26)

Figura 26. Problema cuatro, del taller uno

SEGUNDA SECCIÓN

Con esta tabla y con fichas cuadradas de colores el estudiante deberá realizar las siguientes actividades (los estudiantes lo realizarán de forma manual) La cuadricula se le dará a cada estudiante para realizar la actividad.

1. Con las fichas de color, sobre la plantilla tape lo siguiente, (recuerde que debe utilizar toda la plantilla):
   a- Rellena un cuarto de la plantilla ¿Cuánto quedo sin tapar? Exprésalo mediante una fracción
   b- Rellena dos cuartos de la plantilla ¿Cuánto quedo sin tapar? Exprésalo mediante una fracción
   c- Rellena un décimos de la plantilla ¿Cuánto quedo sin tapar? Exprésalo mediante una fracción
   d- Rellena treinta décimos la plantilla ¿Cuánto quedo sin tapar? Exprésalo mediante una fracción
   e- Con cuántos décimos puedes tapar toda la plantilla. Exprésalo mediante una fracción.

2. Con las fichas de color construye un perro, un gato y un caballo y di que fracción representa con respecto a la unidad (plantilla original) y que fracción queda de cada una para hacer más figuras:

En la segunda sección de la fracción como razón los estudiantes harán dibujos con las fichas o los dibujaran con colores, representando la fracción como razón entre el dibujo la unidad.

Gato fracción sombreada fracción en blanco
Perro fracción sombreada fracción en blanco
Caballo fracción sombreada fracción en blanco.

4.1.2 Taller dos: La fracción como parte de un conjunto. En el taller número dos se trabajó con el concepto de fracción en la relación parte de un conjunto. Buscamos que los estudiantes reconocieran la fracción en un conjunto, definido como las partes que integran la unidad. Para esto trabajamos tres secciones, la de reconocimiento, de la a propiciación del concepto en un contexto dado y la de solución de problemas. La actividad uno consiste en el reconocimiento de la fracción en un conjunto a partir de una situación problemática. Los estudiantes deberán responder unas preguntas que irán avanzando en su nivel de complejidad donde representarán las fracciones indicadas, compararán datos y sacarán su propia conclusión de la situación a través de la observación, análisis e interpretación de datos. Si los estudiantes escriben las fracciones que se establecen en el dibujo del corazón formado por los caramelos de distinto color, él deducirá la relación que hay entre las dos cantidades. (Ver figura 27)

ACTIVIDAD 1: Reconocimiento de la fracción como conjunto

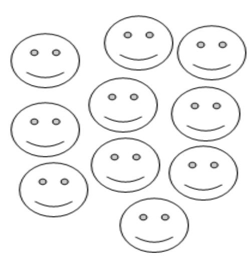
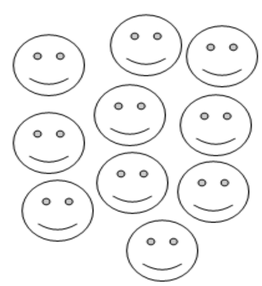
Figura 27. Problema uno del taller dos

	1. ¿Cuántos caramelos tiene el corazón? 2. ¿Qué fracción representa los caramelos naranja del total de los caramelos? 3. ¿Qué fracción representa los caramelos rojos? 4. ¿Qué fracción representa los caramelos azules? 5. ¿Qué fracción representa los caramelos verdes? 6. ¿Qué fracción representa los caramelos amarillos? 7. ¿Qué fracción representa los caramelos morados? 8. Si usted se come los caramelos azules. ¿Cuál es la fracción que se ha comido? 9. Si usted se come los caramelos azules. ¿Cuál es la fracción que se ha comido? 10. Si Juan se come los rojos, Marcos los amarillos y Rosa se come naranjas, ¿Qué fracción se comieron entre los tres? 11. Después que Juan, Marcos, Rosa y usted se comieron los caramelos, ¿cuántos caramelos quedaron del corazón? 12. ¿Quién se comió la fracción $\frac{3}{25}$ del corazón? Justifica:

En la actividad dos se encuentran el reconocimiento de la fracción como un subconjunto, donde los estudiantes deberán reconocer que el conjunto se forma por los elementos de una misma clase, que pueden ser representados de diferentes tamaños y formas. Se espera que los estudiantes hagan relaciones de agrupación de acuerdo a la fracción asignada, se le solicita al estudiante colorear la fraccion del conjunto de caras, seguidamente se le pide al estudiante que dibuje los dos tercios de doce caras, esto le permitirá hacer el reconocimiento de la fraccion como un subconjunto. (Ver figura 28)

ACTIVIDAD N°2: Reconocimiento de la fracción como un subconjunto

Figura 28. Problema dos del taller dos

Colorea $\frac{1}{5}$ de las caras	Representa la fracción $\frac{2}{4}$ de las 10 caras	Dibuje $\frac{2}{3}$ de las 12 caras
		

ACTIVIDAD TRES: Manipulación de cuerpos geométricos

Se le entregará los estudiantes paquetes con figuras geométricas básicas (triángulos, rectángulos, círculos y cuadrados) de diferentes tamaños, grosores y colores, cuya actividad será clasificarlos y contarlos. Se espera que los estudiantes reconozcan el conjunto como unidad y los subconjuntos donde deberán llenar unas tablas con cantidades pedidas, cuyo propósito es el de formar fracciones utilizando el concepto de fracción como parte de un todo y hacer relaciones con dichas fracciones. Esperamos que los estudiantes con la manipulación de objetos concluyan la relación existente entre la forma, tamaño, grosor y el color, donde se pretende que hagan comparaciones de cantidades del mismo conjunto (ver figura 29)

Figura 29. Problema tres del taller dos

ACTIVIDAD N° 3: Manipulación de objetos geométricos
En esta actividad se le dará una bolsa con triángulos,
¿Cuántos triángulos tiene la bolsa?______
Use la siguiente tabla para clasificar los triángulos:

Tamaño			Color			Grosor	
Grande	Mediano	Pequeño	Azul	Amarillo	Rojo	Grueso	Delgado

¿Según el tamaño que fracción representa los triángulos grandes?_______.
¿Según el tamaño que fracción representa los triángulos medianos?_______.
¿Según el tamaño que fracción representa los triángulos pequeños?_______.
Sume todos los tamaños; ¿Cuál es el resultado?_______.
Escribe una conclusión:
Qué relación encontraste entre la suma del tamaño, del grosor y del color de las fichas:
Escribe una conclusión:
Qué relación encontraste entre la suma del tamaño, del grosor y del color:
Las conclusiones que se espera que den los estudiantes con relación a la cantidad de fichas que tiene la bolsa que representa la unidad con la cantidad de fichas según el tamaño, color y grosor que puede ser una fraccion ya sea un medio o un cuarto etc.

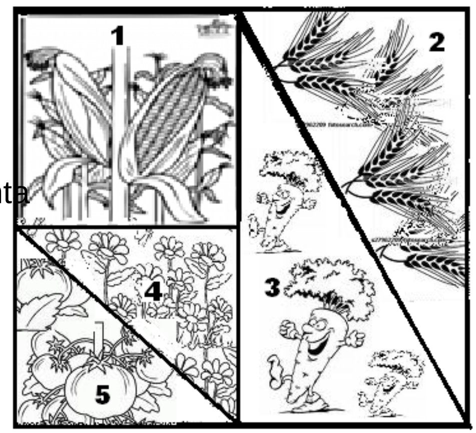
ACTIVIDAD CUATRO: Situación problema

Entramos a la última etapa con la unidad representada por un terreno con diferentes zonas de cultivo. Esperamos que los estudiantes desarrollen su capacidad argumentativa a través de la observación de las zonas cultivadas para concluir que dichas zonas en conjunto forman la unidad. Buscamos que los estudiantes encuentren la relación del todo con cada una de sus partes y que indiquen la fracción que le corresponde a cada zona. Con los datos obtenidos aplicando el algoritmo de la suma los estudiantes deberán indicar la fracción que representa cada terreno y justificarla, se espera que los estudiantes respondan “la unidad” siendo este conjunto la totalidad del terreno. (Ver figura 30)

Figura 30. Taller dos actividad cuatro

ACTIVIDAD N°4: SITUACION PROBLEMA
La grafica muestra la forma como está distribuida el área de un terreno en diferentes cultivos

-Zona 1 cultivada en maíz
-Zona 2 cultivada en trigo
-Zona 3 cultivada en zanahoria
-Zona 4 cultivada en flores
-Zona 5 cultivada en tomate
¿Qué fracción del terreno representa cada zona cultivo?
Justifique su respuesta.
Zona 1 ________
Zona 2________
Zona 3________
Zona 4________
Zona 5________



¿Al sumar todas las zonas que representa? ¿Por qué?

4.1.3 Taller tres: el concepto de fracción como razón. “La fracción como razón expresa la relación entre los valores de dos magnitudes cualesquiera de la misma o diferente naturaleza. Por ejemplo la relación del número de hombres con respecto a la de las mujeres” (Andonegui, 2006, p16).

Las fracciones se expresarán como razón, siguiendo la relación que da el autor entre la comparación entre de cantidades, los estudiantes a través de situaciones concretas presentadas de las fracciones harán las relaciones entre magnitudes, esperando que puedan expresarlas en las diferentes formas (verbal y escrita). (Ver figura 31).

Figura 31. Taller tres problema uno

1. Compara La relación que hay entre los dos valores, es decir entre el numerador y el denominador.
    a. $\frac{3}{2}$ ____
    b. $\frac{5}{6}$ ____
    c. $\frac{7}{7}$ ____
    d. $\frac{9}{4}$ ____
    e. $\frac{4}{5}$ ____

En la actividad dos se le presentan a los estudiantes expresiones de relación entre dos magnitudes los estudiantes deben comparar la relación entre ellas se quiere que formen las fracciones siguiendo el concepto de fracción, llevándola a su mínima expresión. (Ver figura 32)

Figura 32. Taller tres actividad dos

2. En las siguientes expresiones se relacionan dos magnitudes, compara la relación que existe entre ellas.
a. José tiene en la finca 12 gallinas y 3 gallos
b. En el salón de sexto grado hay 25 niñas y 15 niños.
c. En el Colegio…. hay doce profesoras y 3 docentes
d. En una conejera hay 40 conejas y 8 conejos.
e. En una hectárea hay 60 vacas y 6 toros

La actividad uno, dos y tres cumple la etapa de reconocimiento de la fracción como razón donde los estudiantes deben reconocer el concepto de forma clara y precisa, trabajando de la mano con la simplificación de fracciones y la equivalencia. En el tercer punto del taller además de hacer la relación entre cantidades, los estudiantes deben simplificar las fracciones. Se espera que los estudiantes haga más actividades en casa para que de esta forma fortalezcan el concepto. (Ver figura 33)

Figura 33. Taller tres actividad tres

3. Escriba la razón como una fracción y reduzca a términos de menor valor.
a. La razón de 6 m a 18 cm
b. La razón de 3 ½ a 4 ½
c. La razón de 16 a 12
d. La razón de 5x a 10x
e. La razón de 5 kg a 15 kg

En la actividad cuatro queremos que el estudiante encuentre las relaciones que hay entre diferentes cantidades, utilizando la comparación a través de la observación y expresándola en forma verbal, numérica y gráfica, identificando los símbolos que se utiliza en el concepto de razón. En la relación entre cantidades los estudiantes deben trabajar con las mismas unidades haciendo conversiones para formar la fracción como razón (Ver figura 34).

Figura 34. Taller tres actividad cuatro

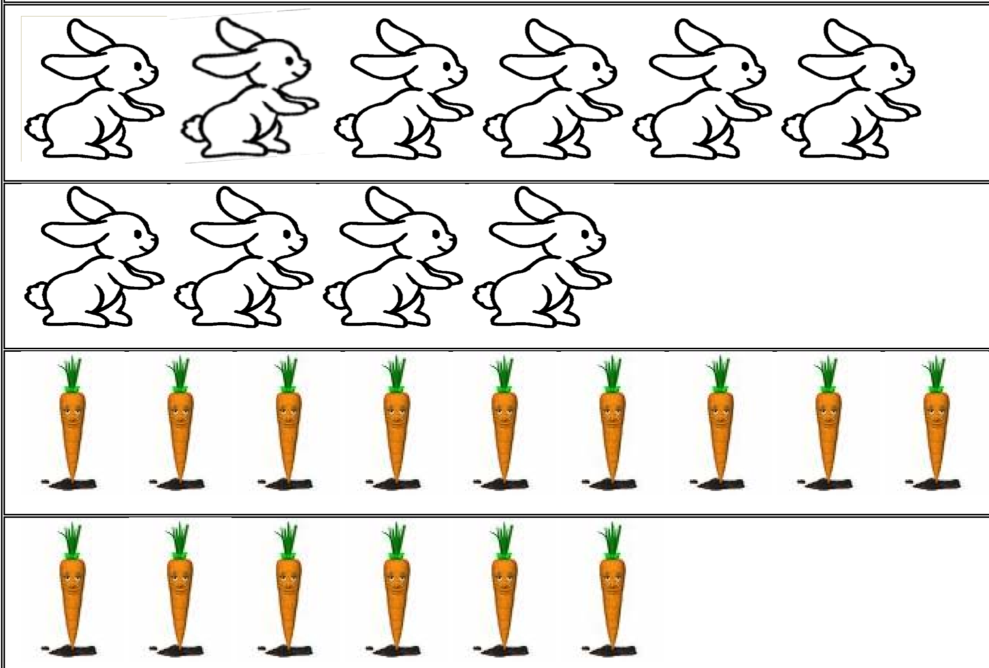
4. Complete la tabla y escribe la relación que hay entre las magnitudes

A	**b**	**a : b**	**RELACION ENTRE a : b**
9 m	6 m		
20 K	8 k		
20	0,8		
500	1,5		
40	1		
0,5	50		

En la actividad cinco se trabajará en la etapa de afianzamiento donde esperamos que el estudiante   encuentre, la relación que hay entre los conejos y las zanahorias y viceversa. Se espera que los estudiantes respondan que por cada dos conejos hay tres zanahorias y por cada tres zanahorias hay dos conejos, fracción dada en su mínima expresión. (Ver figura 35)

Figura 35. Taller tres actividad cinco

Observe la gráfica y responda



a. Cuál es la relación que hay entre los conejos y las zanahorias
b. Cuál es la relación que hay entre las zanahorias y los conejos

Como última fase se tiene, la situación problema en donde esperamos que los estudiantes tengan claro el concepto de fracción como razón ya que deben calcular datos de relación entre magnitudes. Se espera que los estudiantes lean los problemas del seis a ocho, que saquen las herramientas necesarias para trabajar en la solución de problema (enunciado del problema, papel y lápiz), desarrollen el concepto; Identificando las cantidades pedidas y la relación entre ellas, formulando preguntas y comentarios haciendo un diseño de un plan a través de la exploración selección y uso de estimación, ensayo y error, ayudándose de las gráficas o representaciones sistemáticas para darle solución a los problemas. (Santos, 2007). (Ver figura 36)

Figura 36. Taller tres actividad seis

2.Situación Problema

En un colegio hay estudiantes en sexto, 38 en séptimo, 46 en octavo, 50 en noveno, 45 en decimo y 33 en undécimo.

1. Calcula la razón entre:
   a. El número de estudiantes del grado sexto y el total de estudiantes.
   b. El número total de estudiantes de grado impar y el total de estudiantes.
   c. El número total de estudiantes par y el total de estudiantes.
   d. La razón entre el número de estudiantes del grado séptimo y el grado octavo
2. Escriba dos palabras que tenga una razón de
   a. Vocales a consonantes de 2 a 3
   b. Dos e por cada r
3. Fernando y carolina están preparando limonada. Ellos usan mezcla de jugos de dos limones y 3 cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua.

Responda:

a. Cuál es la razón de limones y cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua?
b. Fernando y Carolina hacen tres cuartos de limonada.
   - ¿Cuántos limones usan?
   - ¿Cuántas cucharadas de azúcar usan ?
c. Completa la tabla

Cuarto de limones	1	2	3	4	5	6	7	8
Limones								
Azúcar								

Escribe la razón que hay entre las dos magnitudes en cada caso.

5. ANÁLISIS A POSTERIORI

En el siguiente capítulo mostraremos los resultados más relevantes de la aplicación de los talleres; hemos analizado las respuestas que dieron los estudiantes mediante la interacción directa, trabajo individual y en grupo, que nos permitirán apreciar lo planteado, teniendo como fin observar las secuencias hechas de los estudiantes en cada paso que conforman los talleres, cuyo único propósito es aplicar el concepto de fracción en sus diferentes representaciones (parte de un todo- como conjunto y como razón), partiendo del reconocimiento, apropiación conceptual y solución de situaciones problemáticas.

Se tomaron veinte estudiantes de las dos instituciones educativas los cuales se enumeraron, respetando sus identidades, y tomando de ellos los procesos más importantes desarrollados en cada sección de los talleres.

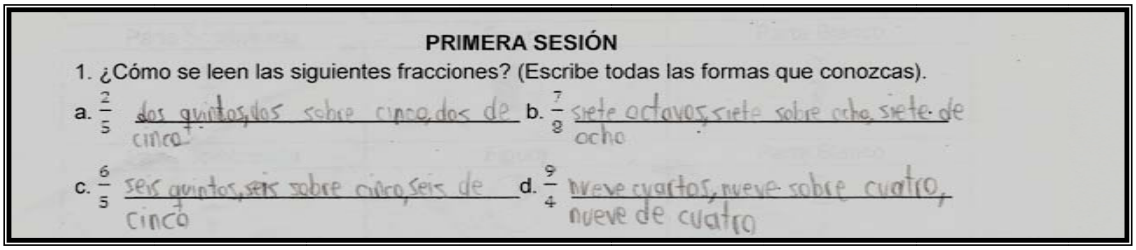
5.1 TALLER NÚMERO UNO: LA FRACCIÓN COMO PARTE DE UN TODO

Proceso metodológico. Para el desarrollo del taller se aplicó una prueba con el manejo con de fichas y plantillas donde los estudiantes a demás de aprender de una forma didáctica, interactuaron con cantidades y resolvieron situaciones problemáticas.

El fin de este taller consiste en abordan el concepto de fracción como parte de un todo en situaciones problemáticas, a través de la representación grafica y simbólica de los números fraccionarios, haciendo uso de las operaciones básicas y lectura de las fracciones.

En la primera etapa de reconocimiento del concepto de fracción se encontró que solo un estudiante escribió tres formas de representar una fracción (Ver figura 37).

Figura 37. Taller uno problema uno estudiante uno


PRIMERA SESIÓN

1. ¿Cómo se leen las siguientes fracciones? (Escribe todas las formas que conozcas).

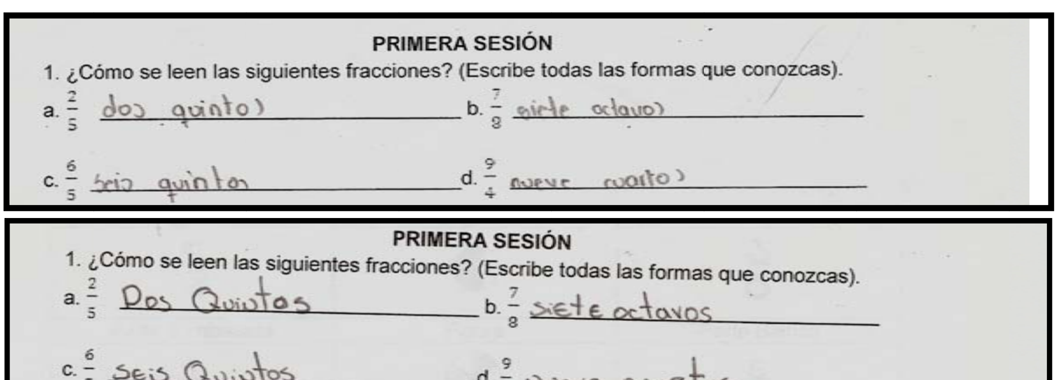
a. $\frac{2}{5}$ dos quintos, dos sobre cinco, dos de cinco
b. $\frac{7}{8}$ siete octavos, siete sobre ocho, siete de ocho
c. $\frac{6}{5}$ seis quintos, seis sobre cinco, seis de cinco
d. $\frac{9}{4}$ nueve cuartos, nueve sobre cuatro, nueve de cuatro

El estudiante uno escribe las fracciones como por ejemplo dos quintos, dos sobre cinco y dos de cinco mostrando la fracción tal como la observa, enunciando que hay una división entre dos enteros y que de una cantidad se toma otra, escribiendo primero el numerador y luego el denominador.

El estudiante se atrevió a interactuar con las formas posibles de leerlo y las describirlas con seguridad, reconoce la parte del todo de una fracción, se le facilitan expresar una fracción de forma verbal y escrita.

Los demás estudiantes trabajaron una sola forma de escritura, al parecer es la aprendida en clase, los docentes en muchas ocasiones nos limitamos a los textos, sin indagar otros procedimientos existentes. (Ver figura 38 y video sección uno del taller uno)

Figura 38. Taller uno problema uno estudiante dos y doce


PRIMERA SESIÓN

1. ¿Cómo se leen las siguientes fracciones? (Escribe todas las formas que conozcas).

a. $\frac{2}{5}$ dos quintos
b. $\frac{7}{8}$ siete octavos
c. $\frac{6}{5}$ seis quintos
d. $\frac{9}{4}$ nueve cuartos

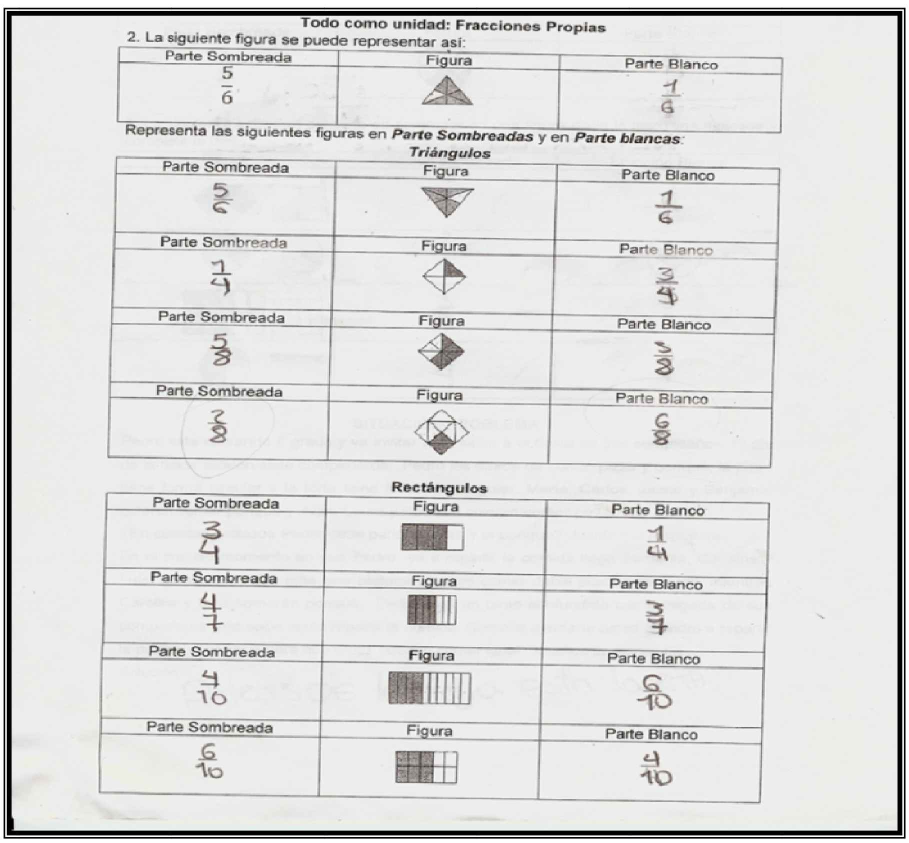
PRIMERA SESIÓN

1. ¿Cómo se leen las siguientes fracciones? (Escribe todas las formas que conozcas).

a. $\frac{2}{5}$ Dos Quintos
b. $\frac{7}{8}$ siete octavos
c. $\frac{6}{5}$ Seis Quintos
d. $\frac{9}{4}$ Nueve cuartos

Los estudiantes escriben la fracción como se indica, dos quintos, siete octavos, seis quintos y nueve cuartos. A los estudiantes se les está dando en las aulas de clase el concepto de fracción como definición básica que es: se tienen dos números que pertenecen a los enteros y se escriben de la forma **a** sobre **b** y su escritura parte de leer el numerador y luego el denominador como lo muestra la figura 38, sin explicarles que significa dentro de la unidad y que existen otras formas de representarlas. En el segundo punto los veinte estudiantes reconocieron la fracción como un todo escribiendo correctamente la parte sombreada y la parte en blanco de las figuras básicas triángulos, rectángulos y círculos.   (Ver figura 39)

Figura 39. Taller uno problema dos, estudiante dos



Todo como unidad: Fracciones Propias

2. La siguiente figura se puede representar así:

Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
$\frac{5}{6}$		$\frac{1}{6}$

Representa las siguientes figuras en ***Parte Sombreadas*** y en ***Parte blancas***:

Triángulos

Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
$\frac{5}{6}$		$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{4}$
$\frac{5}{8}$		$\frac{3}{8}$
$\frac{2}{8}$		$\frac{6}{8}$

Rectángulos

Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{4}$
$\frac{4}{7}$		$\frac{3}{7}$
$\frac{4}{10}$		$\frac{6}{10}$
$\frac{6}{10}$		$\frac{4}{10}$

El estudiante dos, cuenta en cuantas partes está dividida la unidad, reconociendo el numerador la parte sombreada que se toman de la unidad, y el denominador las partes en que se divide, luego evalúa la fracción que sobra, representándola como la parte en blanco, siendo este el numerador y manteniendo el mismo denominador que es la misma cantidad en la que está dividida la unidad. A la mayoría de los estudiantes se les facilitó escribir la representación gráfica de las fracciones, al principio compararon el ejemplo con el primer ejercicio, identificando que era la misma gráfica pero rotada; en palabras textuales “es la misma figura pero está al contario”. Pero, para algunos casos particulares se les dificultó representar la parte en blanco de la figura, argumentando que siempre la fracción se describe por la parte sombreada y no la parte en blanco, esto condujo a pequeñas a confusiones entre las dos representaciones en una misma figura. En la actividad tres los estudiantes sombrearon unas figuras dadas de unas fracciones indicadas y procedieron a completar la tabla (ver figura 40).

Figura 40. Taller uno problema tres, estudiantes uno y dos

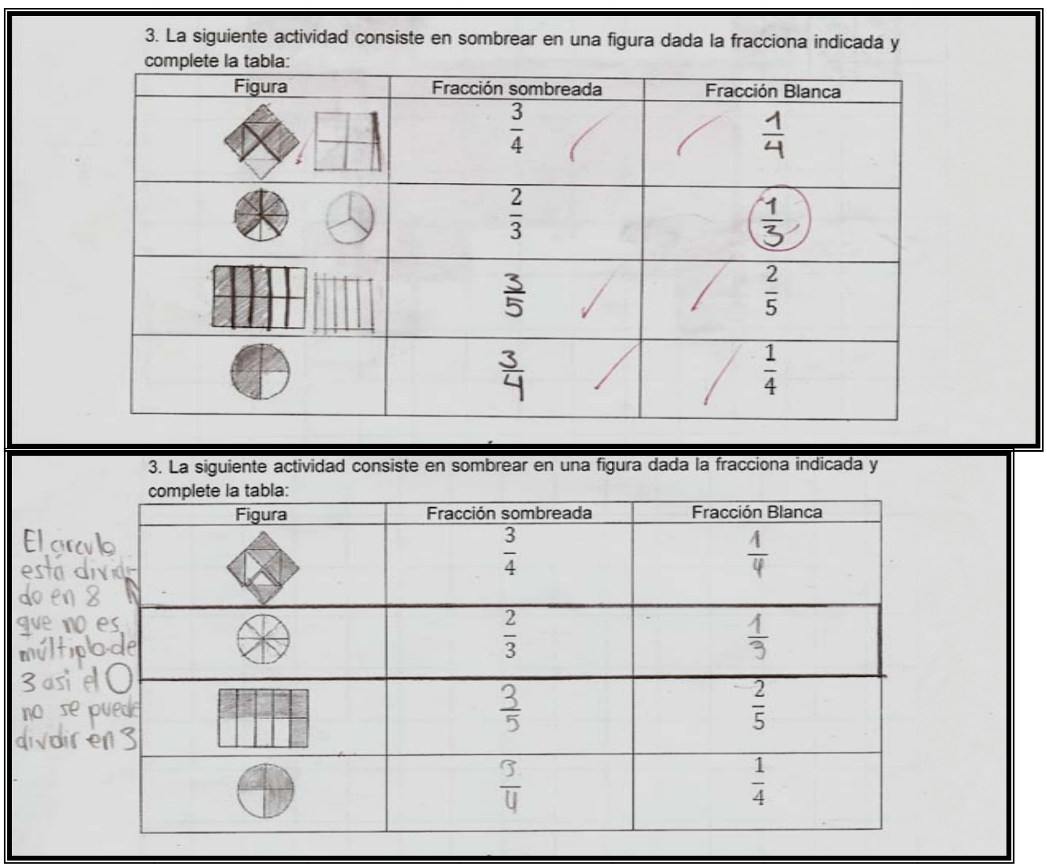

3. La siguiente actividad consiste en sombrear en una figura dada la fracciona indicada y complete la tabla:

Figura	Fracción sombreada	Fracción Blanca
	3/4	1/4
	2/3	1/3
	3/5	2/5
	3/4	1/4

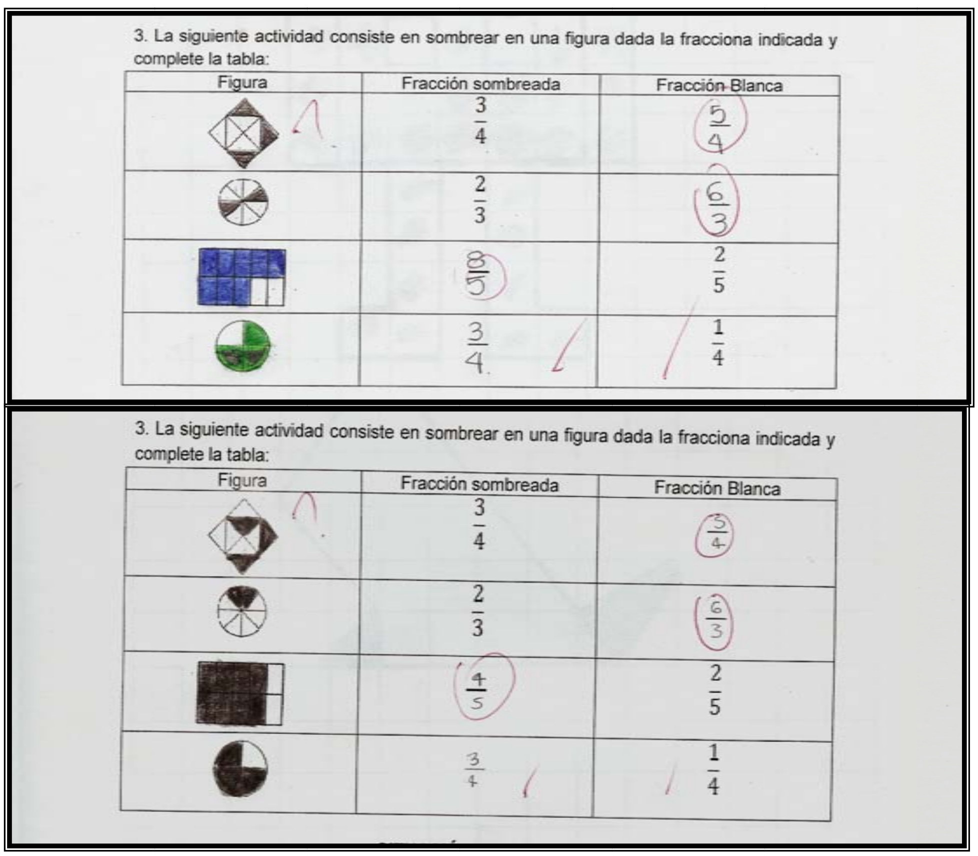
3. La siguiente actividad consiste en sombrear en una figura dada la fracciona indicada y complete la tabla:

Figura	Fracción sombreada	Fracción Blanca
	3/4	1/4
	2/3	1/3
	3/5	2/5
	3/4	1/4

Los estudiantes uno y dos sombrearon las figuras que estaban subdivididas y escribieron las fracciones correspondientes, sombreando la figura que estaba subdividida en tres cuartos y colocando la fracción de la parte blanca, en la fracción dos tercios, los estudiantes no la sombrearon encontrando un error: el denominador no podía subdividir a la figura en partes iguales. En la fracción tres quintos sombrearon la figura correspondiente y escribieron la parte en blanco restante, haciendo lo mismo con la fracción tres cuartos.

Los estudiantes tres y cuatro realizaron la misma actividad, pero de forma incorrecta (Ver figura 41)

Figura 41. Taller uno problema tres, estudiante cuatro



3. La siguiente actividad consiste en sombrear en una figura dada la fracciona indicada y complete la tabla:

Figura	Fracción sombreada	Fracción Blanca
	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$
	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{3}$
	$\frac{8}{5}$	$\frac{2}{5}$
	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

3. La siguiente actividad consiste en sombrear en una figura dada la fracciona indicada y complete la tabla:

Figura	Fracción sombreada	Fracción Blanca
	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$
	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{3}$
	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}$
	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

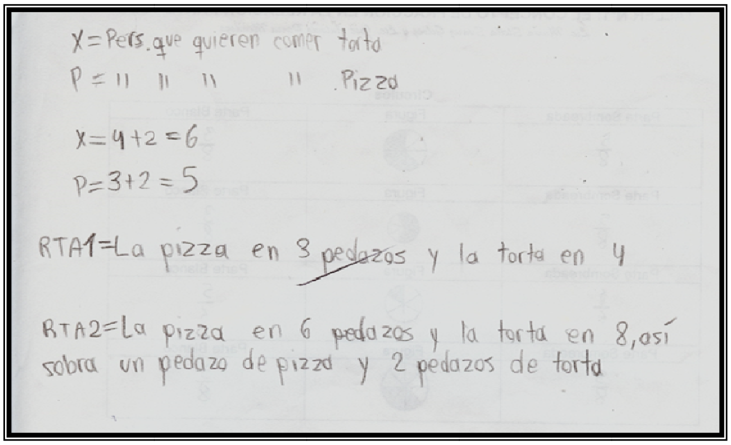
Los estudiantes tres y cuatro presentaron dificultades para sombrear la figura según la fracción dada, es decir los estudiantes se confundieron porque la unidad estaba dividida en más partes observando que las fracciones podían ser equivalentes. Los estudiantes preguntaban qué significaba la parte sombreada en la figura. Al graficar la fracción del primer círculo de la tabla, sombrearon el numerador, pero no observaron la dificultad que representaba el denominador, las demás fracciones las representaron y escribieron correctamente.

Uno de los estudiantes explicó claramente que la fracción dos tercios, no podía ser representada, porque el denominador no era un múltiplo de la subdivisión de la figura por tanto al hacer su grafica no quedaba el denominador en partes iguales. Otro estudiante llegó a la conclusión acerca de lo que significaba tener la parte sombreada y la parte en blanco así: “decía que podía hacer una relación, al sumar los numeradores de las partes sombreadas y la parte en blanco” y que estas le generaba el denominador obteniendo la unidad.

Es interesante que los estudiantes hicieron reflexiones en la medida que se realizaban las actividades desarrollando, en cada una de las etapas de reconocimiento de la fracción, como también hay estudiantes que a pesar del trabajo hecho en años anteriores aun no identifican las fracciones, al no saber cómo se representan y que significado tienen.

En la tercera etapa del taller uno, segunda actividad se trabajó la fracción como razón. Aquí se presentó una situación problema, donde la mayoría de los estudiantes hicieron una representación grafica y encontraron algunas relaciones entre ellas, los estudiantes aplicaron operaciones básicas para resolver la situación (Ver figura 42)

Figura 42. Taller uno problema tres, sección dos, estudiante uno

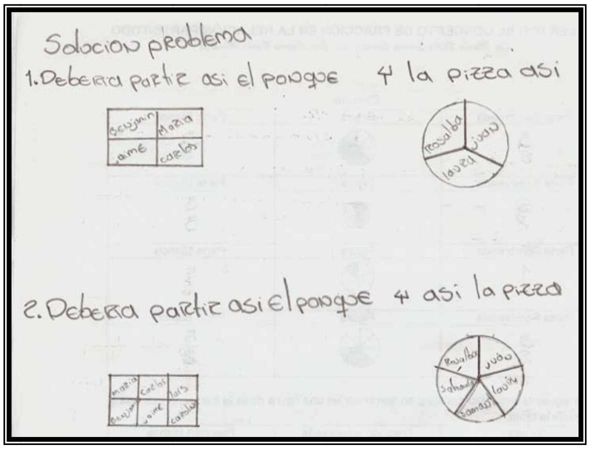


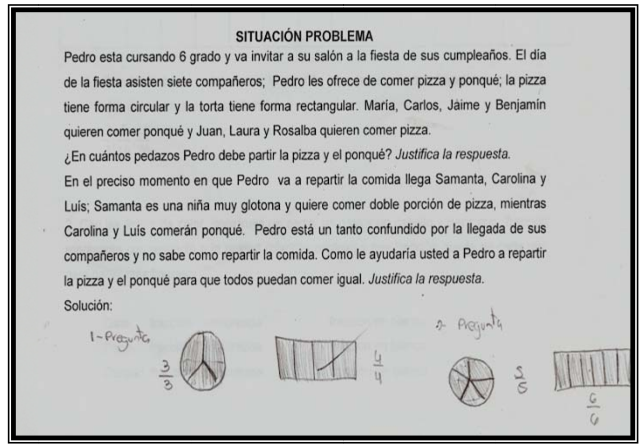
El estudiante uno saca los datos que le proporciona la lectura, y formula ecuaciones, haciendo la relación entre las personas que quieren ponqué y las que quieren pizza y teniendo en cuenta las que repiten porciones y las que llegan más tarde a la fiesta.

Finalmente suma las cantidades y responde que para la primera repartida la pizza debe hacerse en tres pedazos y la torta en cuatro pedazos y para la respuesta dos del problema de los invitados que llegan más tarde Pedro debe repartir la pizza en seis pedazos iguales y la torta en cuatro pedazos.

El estudiante hace un análisis previo de la situación sin operaciones, lo que indica, que está interpretando el problema, está haciendo relaciones entre cantidades y explicando verbalmente su proceso de forma espontanea (Ver video). Otros estudiantes desarrollaron la actividad de forma grafica. (Ver figura 43)

Figura 43. Taller uno problema tres, estudiante cuatro





SITUACIÓN PROBLEMA

Pedro esta cursando 6 grado y va invitar a su salón a la fiesta de sus cumpleaños. El día de la fiesta asisten siete compañeros; Pedro les ofrece de comer pizza y ponqué; la pizza tiene forma circular y la torta tiene forma rectangular. María, Carlos, Jaime y Benjamín quieren comer ponqué y Juan, Laura y Rosalba quieren comer pizza.

¿En cuántos pedazos Pedro debe partir la pizza y el ponqué? *Justifica la respuesta.*

En el preciso momento en que Pedro va a repartir la comida llega Samanta, Carolina y Luís; Samanta es una niña muy glotona y quiere comer doble porción de pizza, mientras Carolina y Luís comerán ponqué. Pedro está un tanto confundido por la llegada de sus compañeros y no sabe como repartir la comida. Como le ayudaría usted a Pedro a repartir la pizza y el ponqué para que todos puedan comer igual. *Justifica la respuesta.*

Solución:

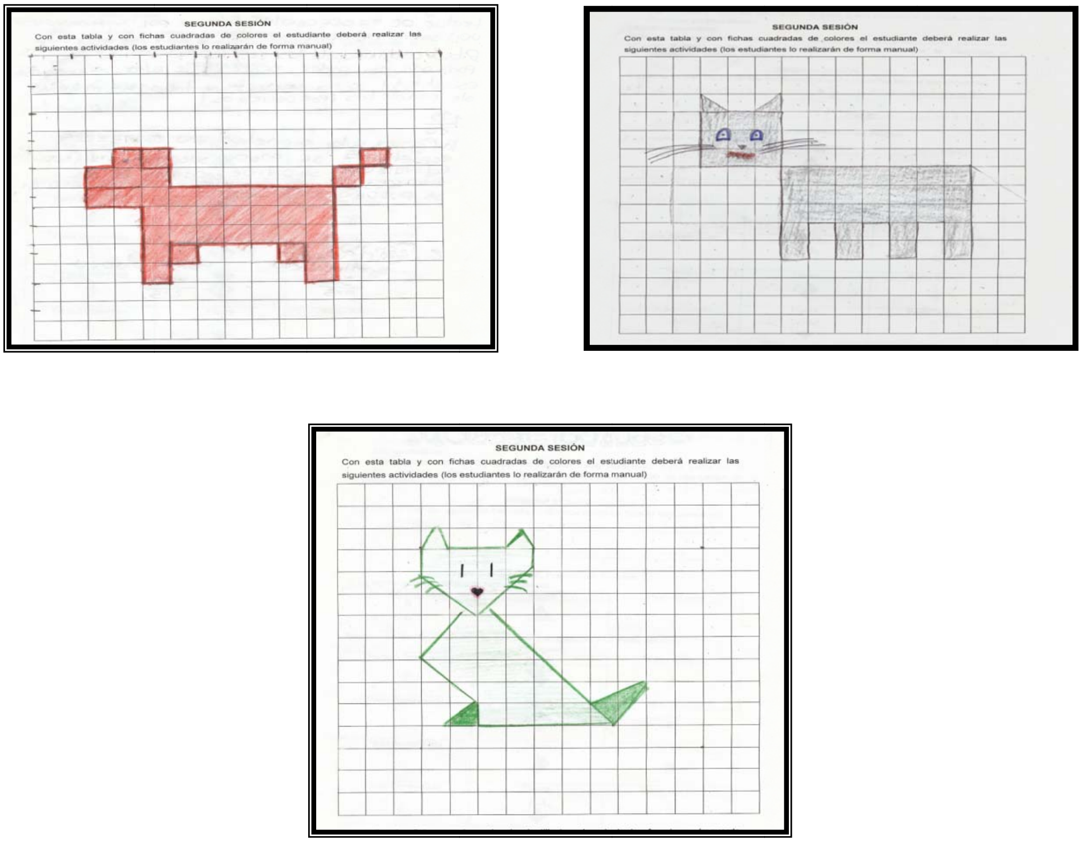
1- Pregunta $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{4}$ 2- Pregunta $\frac{5}{5}$ $\frac{6}{6}$

Los estudiantes plantearon la situación problema, a través de representación grafica, señalando en cada subdivisión con los nombres de los invitados.

Algunos estudiantes hicieron la relación entre magnitudes de forma grafica, verbal y escrita. Trabajaron la fracción como parte de un todo y como razón donde compararon cantidades haciendo relaciones entre ellas, la mayoría de los estudiantes presentaron dificultades al interpretar el texto de la situación problema, donde se les hizo la observación de que debían leer varias veces para entenderla. Otros preguntaron que si habían dos problemas diferentes, los estudiantes confundieron el orden de la fracciones.

En la actividad de construcción de figuras a través de fichas manipulables, algunos de los estudiantes realizaron las figuras, otros las dibujaron en la hoja cuando solo debían realizarlas de forma manual, decir colocando las fichas sobre la plantilla para formar las figuras (Ver figura 44).

Figura 44. Taller uno problema cuatro



Se observan las graficas, donde los estudiantes colorean las figuras, siguiendo el patrón de las fichas manipulables que se le dieron, la última grafica no usaron la unidad patrón que fue el cuadrado, subdividieron la figura para darle una forma distinta del animal.

La mayoría de los estudiantes no entendían qué debían hacer con las fichas dadas y la unidad, que era la plantilla del cuadrado dado en la hoja, es evidente que continúan fallando con la interpretación lectora en los textos.

Un estudiante explicaba: “No es necesario trabajar con la platilla si se conoce el área del cuadrado solo se trata de trabajar con operaciones aritméticas,” además explicó de forma verbal cómo se obtenía un cuarto de la plantilla, por otro lado tres de los diez estudiantes no tuvieron orden para desarrollar la actividad así que se confundieron en lo que tenían que desarrollar. (Ver video)

Algunos de los estudiantes comprenden la estructura de fracción como parte de un todo, la gran mayoría sabe hacer representaciones graficas de la fracción con figuras geométricas básicas, dadas en clase, como el circulo, rectángulo, el triangulo, pero cuando se les da una situación real tienden a confundirse, a no saber qué hacer, a dar respuestas incorrectas. Y no relacionan la unidad con las fracciones pedidas, esto da a entender que los estudiantes aprenden mecánicamente pero les falta entender de forma más analítica donde puedan interpretan nuevas situaciones y crear alternativas de solución.

Comentarios sobre la actividad. En el taller uno se encontró:

Algunos estudiantes conocen pocas formas de escribir fracciones, en el reconocimiento del concepto de fracción como parte de un todo identifican la parte sombreada y construyen la fracción, pero al pedirles representar la parte que sobra de la fracción, tendían a confundirse y no la escribían. Los estudiantes leen demasiado rápido las situaciones problemáticas, lo que no les permite analizarlas y poder realizar los ejercicios de forma correcta. A los estudiantes no se les enseña a interactuar con situaciones reales de representaciones con fracciones, lo que conlleva a que al darles una situación en las que deban representar un área, tienden a confundirse y a no realizarlas. Cuando los estudiantes cometan errores, es importante discutirlos en clase para enriquecer más el aprendizaje y que ellos puedan corregirlos y aportas sus propias ideas como refuerzo a los temas con fracciones.,

5.1.1 Sugerencias didácticas. Es importante que para el taller se utilicen dos horas para trabajar con los estudiantes, que se hagan construcciones de representaciones con fracciones más complejas que las comunes dadas en clase para que el estudiante analice, represente y saque conclusiones que aporten en su aprendizaje. Cuanto los estudiantes vayan a armar las figuras en un plano que represente la unidad, es recomendable que hagan una sola ya que emplean mucho tiempo y tienden a confundirse. Como docentes casi siempre les damos a los estudiantes a realizar fracciones divididas y no les ejercitamos las fracciones con áreas subdivididas, estas permiten hacer varias inferencias con los estudiantes de las cuales se puede practicar la fracción como parte de un todo y como razón. Los docentes deben dentro del aula asignar situaciones problemáticas, donde los estudiantes, puedan hacer preguntas, construir soluciones, encontrar errores.

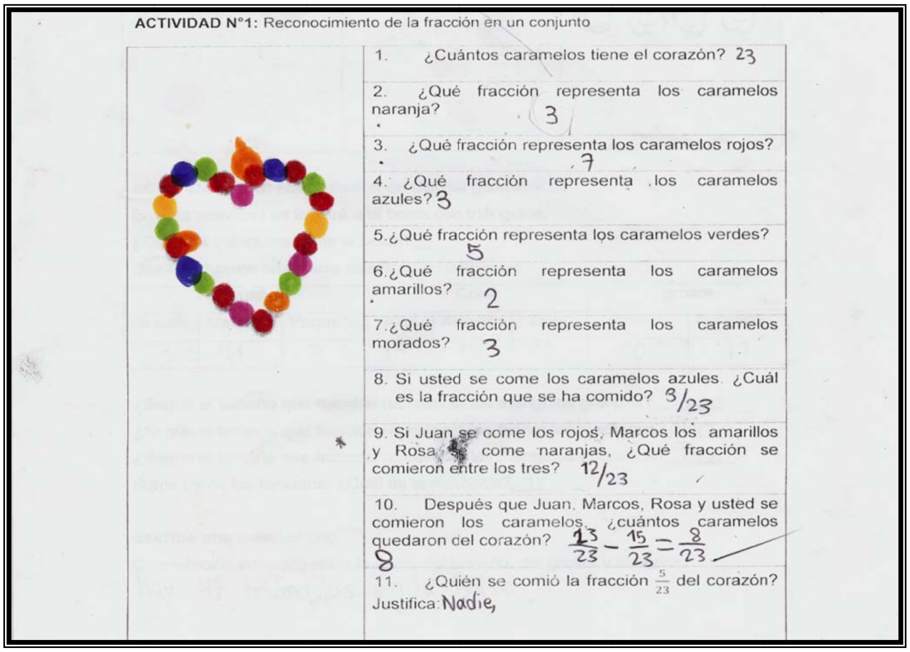
5.2 TALLER DOS: LA FRACCIÓN COMO PARTE DE UN CONJUNTO

En el taller dos algunos estudiantes trabajaron la fracción como parte de un conjunto, donde manipularon objetos, reconocieron figuras geométricas, con diferentes formas.

Diferenciando grosor, color y tamaño, además de varios conjuntos reconocieron subconjuntos construyendo las fracciones respectivas y finalmente interactuaron con los conjuntos a través de situaciones problemáticas.

En la primera actividad del taller de reconocimiento de la fracción en un conjunto, los estudiantes hicieron la representación de la fracción con caramelos, identificando el numerador y el denominador, inicialmente se trabajó con el conjunto para la identificación de las fracciones y seguidamente se introdujeron los subconjuntos para formar fracciones. (Ver figura 45)

Figura 45. Taller dos problema uno, estudiante uno



ACTIVIDAD N°1: Reconocimiento de la fracción en un conjunto

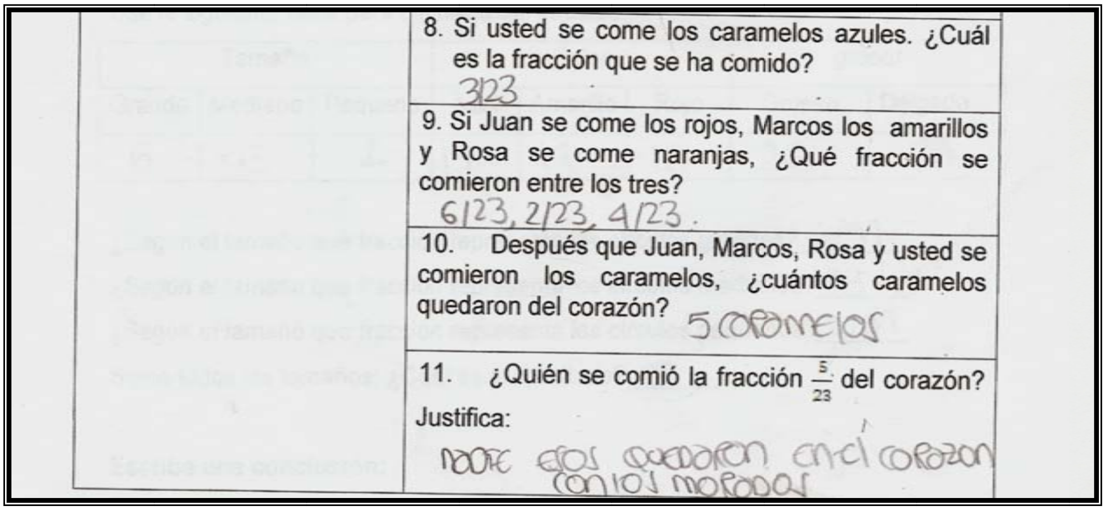
1. ¿Cuántos caramelos tiene el corazón? 23
2. ¿Qué fracción representa los caramelos naranja? 3
3. ¿Qué fracción representa los caramelos rojos? 7
4. ¿Qué fracción representa los caramelos azules? 3
5. ¿Qué fracción representa los caramelos verdes? 5
6. ¿Qué fracción representa los caramelos amarillos? 2
7. ¿Qué fracción representa los caramelos morados? 3
8. Si usted se come los caramelos azules. ¿Cuál es la fracción que se ha comido? 3/23
9. Si Juan se come los rojos, Marcos los amarillos y Rosa se come naranjas, ¿Qué fracción se comieron entre los tres? 12/23
10. Después que Juan, Marcos, Rosa y usted se comieron los caramelos, ¿cuántos caramelos quedaron del corazón? $\frac{23}{23} - \frac{15}{23} = \frac{8}{23}$ 8
11. ¿Quién se comió la fracción $\frac{5}{23}$ del corazón?
Justifica: Nadie,

El estudiante uno responde a las primeras preguntas con cantidades enteras, para las preguntas ocho a la once, construyó fracciones e hizo operaciones entre ellas.

Se observó que al introducir estas representaciones en una situación problemática numeral ocho al once, los estudiantes presentaron dificultades en la interpretación del texto, ya que no relacionaron las partes de cada subconjunto de caramelos, escribían respuestas de cantidades enteras y no identificaban la fracción. Aunque para ellos la actividad fue interesante, tendieron a confundirse en las preguntas tales como quien se comía la fracción cinco veintitresavos, si usted se come los caramelos azules, qué fracción se ha comido, entre otras. Los estudiantes observaron que de un conjunto sencillo podían desarrollar varias preguntas, inferir conclusiones y compartir información con sus compañeros.

Algunos estudiantes, plantearon las fracciones, pero no establecieron las relaciones entre ellas para formar la respuesta que se les solicitaba, siguen dando respuestas enteras cuando se les pide que formar la fracción correspondiente en un subconjunto determinado (Ver figura 46).

Figura 46. Taller dos problema uno, estudiante seis



8. Si usted se come los caramelos azules. ¿Cuál es la fracción que se ha comido?
3/23

9. Si Juan se come los rojos, Marcos los amarillos y Rosa se come naranjas, ¿Qué fracción se comieron entre los tres?
6/23, 2/23, 4/23.

10. Después que Juan, Marcos, Rosa y usted se comieron los caramelos, ¿cuántos caramelos quedaron del corazón?
5 caramelos

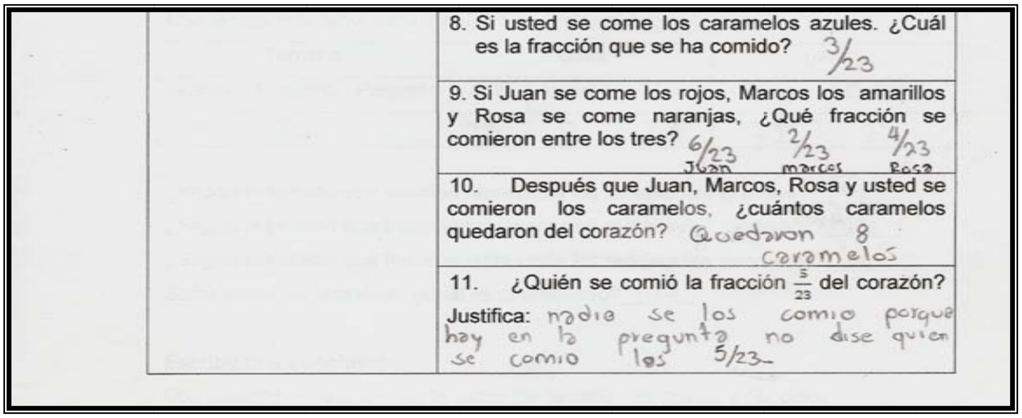
11. ¿Quién se comió la fracción $\frac{5}{23}$ del corazón?
Justifica:
nadie ellos quedaron en el corazon con los morados

El estudiante forma las fracciones pero no da la respuesta, en la pregunta de cuántos caramelos quedaron del corazón se da una respuesta entera, si se pide con respecto al conjunto que es el corazón de caramelos, el la pregunta once el estudiante asegura que ninguno se comió la fracción cinco veintitresavos.

El estudiante presento dificultades al formar las fracciones correspondientes del conjunto de caramelos, no reconoce las partes del todo asignados a través de los subconjuntos dados por los colores del corazón. Interpreta inadecuadamente los datos de la situación.

La mayoría de los estudiantes respondieron en la pregunta once que nadie se comía los caramelos, siguen formando fracciones sin dar una respuesta correcta, no comprendieron las preguntas asignadas. (Ver figura 47)

Figura 47. Taller dos problema uno, estudiante siete



8. Si usted se come los caramelos azules. ¿Cuál es la fracción que se ha comido? 3/23

9. Si Juan se come los rojos, Marcos los amarillos y Rosa se come naranjas, ¿Qué fracción se comieron entre los tres? 6/23 Juan 2/23 marcos 4/23 Rosa

10. Después que Juan, Marcos, Rosa y usted se comieron los caramelos, ¿cuántos caramelos quedaron del corazón? Quedaron 8 caramelos

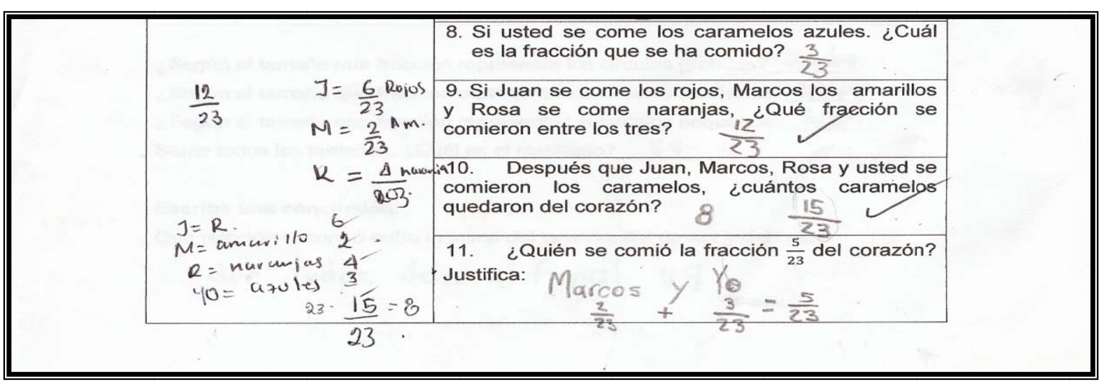
11. ¿Quién se comió la fracción $\frac{5}{23}$ del corazón?

Justifica: nadie se los comio porque hay en la pregunta no dise quien se comio los 5/23

El estudiante forma fracciones con respecto al conjunto en la pregunta ocho, en la nueve le coloca los nombres a los colores como parte de la fracción, responde en la pregunta once que nadie se comió la fracción cinco veintitresavos.

En la pregunta once los estudiantes respondieron que nadie se comía la fracción, sin embargo un estudiante asocio dos fracciones para concluir que Marcos y él se habían comido los cinco veintitresavos que se pedía (Ver figura 48)

Figura 48. Taller dos problema uno, estudiante tres



8. Si usted se come los caramelos azules. ¿Cuál es la fracción que se ha comido? $\frac{3}{23}$

9. Si Juan se come los rojos, Marcos los amarillos y Rosa se come naranjas, ¿Qué fracción se comieron entre los tres? $\frac{12}{23}$

10. Después que Juan, Marcos, Rosa y usted se comieron los caramelos, ¿cuántos caramelos quedaron del corazón? 8 $\frac{15}{23}$

11. ¿Quién se comió la fracción $\frac{5}{23}$ del corazón?

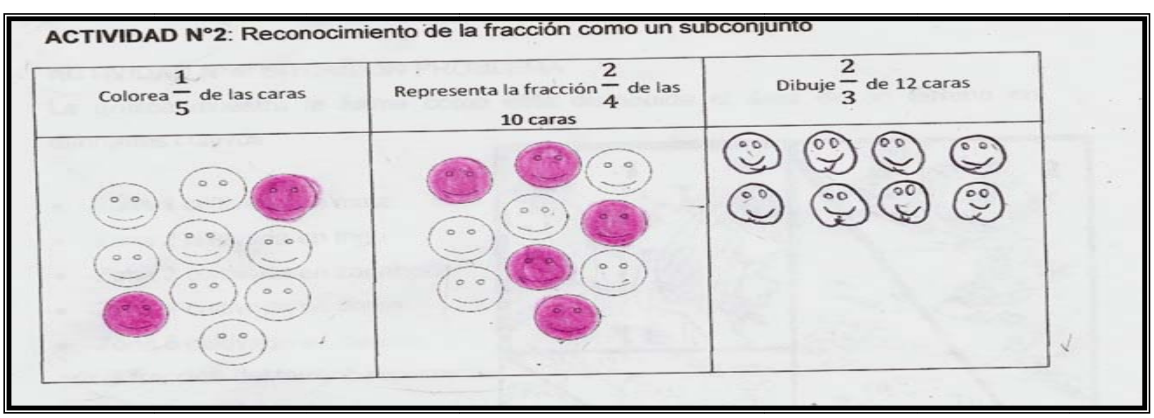
Justifica: Marcos y Yo $\frac{2}{23} + \frac{3}{23} = \frac{5}{23}$

El estudiante tres hizo las relaciones entre los subconjuntos y el conjunto del corazón, sacó las fracciones correspondientes, construyó algoritmos de suma y concluyó en el ejercicio once que quien se comió la fracción cinco veintitresavos fue marcos y él.

El estudiante tres. Se atrevió a hacer relaciones entre cantidades, identifico el conjunto con los subconjuntos y formó las fracciones correspondientes. Los docentes tendemos a dar los conceptos de las fracciones, pero sin indagar su significado, esto se observa en el desarrollo de las preguntas hechas por los estudiantes, la mayoría no sabe operar entre fracciones, dan respuestas inconclusas debido a que no leen correctamente y no siguen las indicaciones dadas en cada ejercicio.

En la actividad dos se encuentran el reconocimiento de la fracción como un subconjunto, donde algunos estudiantes debían reconocer que el conjunto se forma por mismos elementos de la misma clase, que estaban representados de diferentes tamaños y formas. La mayoría de los estudiantes dieron la respuesta correcta coloreando las caras solicitadas, pero no reconocieron que debían formar subconjuntos para poder saber cuántos elementos le correspondían a cada uno y cuántos debían tomar, es evidente que los estudiantes hicieron el proceso algorítmico, pero no lo representaron gráficamente. (Ver figura 49)

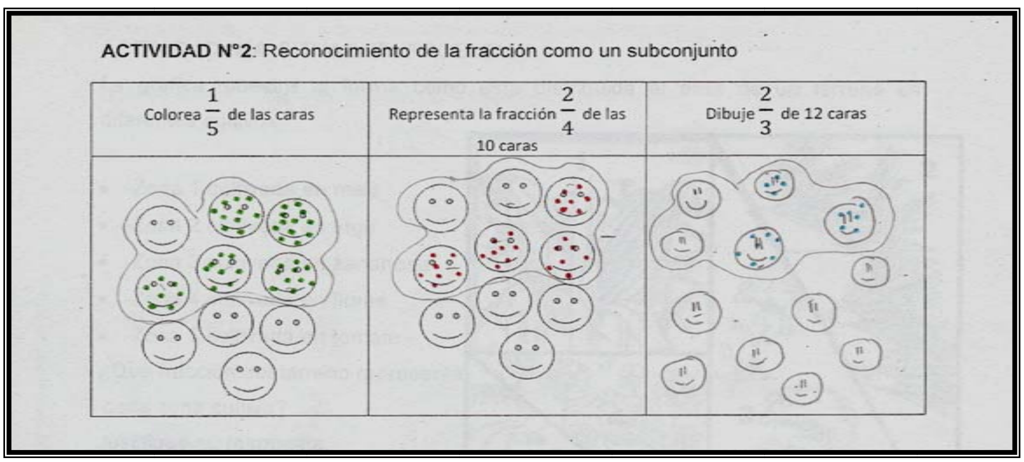
Figura 49. Taller dos problema dos, estudiante uno



El estudiante uno hace correctamente el ejercicio, hallando las respuestas a través del desarrollo del algoritmo.

De forma tradicionalista casi siempre los libros de básica secundaría se plantea explicar la fracción como subconjunto dando el desarrollo de algoritmos, pero no les explican a los estudiantes una manera de representar gráficamente una situación problemática. Los docentes tendemos a hacer una réplica de lo que encontramos en los textos y por tanto los estudiantes no comprenden cómo hallar un subconjunto de un conjunto dado. (Ver figura 50)

Figura 50. Taller dos problema dos, estudiante nueve

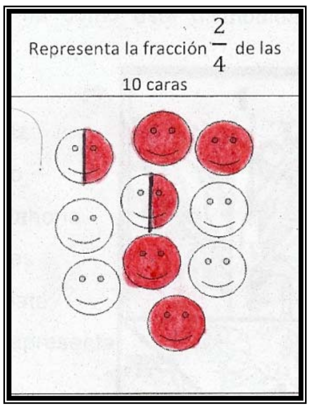


El estudiante nueve responde para un quinto de diez caras, se presentan cinco, para dos cuarto de diez caras seis y para dos tercios de doce caras cuatro.

Los estudiantes no comprendieron la situación, tendiendo a confundirse y a buscar el desarrollo de operaciones que les permitiera encontrar la cantidad indicada de las fracciones, además se cuestionaron entre si las respuestas y se corrigieron, haciendo procedimientos algorítmicos para representar el numero de caras.

En el segundo cuadro les resultaba difícil a los estudiantes subdividir la fracción en grupos de cuatro y tomar la fracción pedida, donde era necesario simplificar la fracción. Sin embargo uno de los estudiantes intentó tomar los grupos coloreando mitades de algunas caras. (Ver figura 51)

Figura 51. Taller dos problema dos, estudiante siete

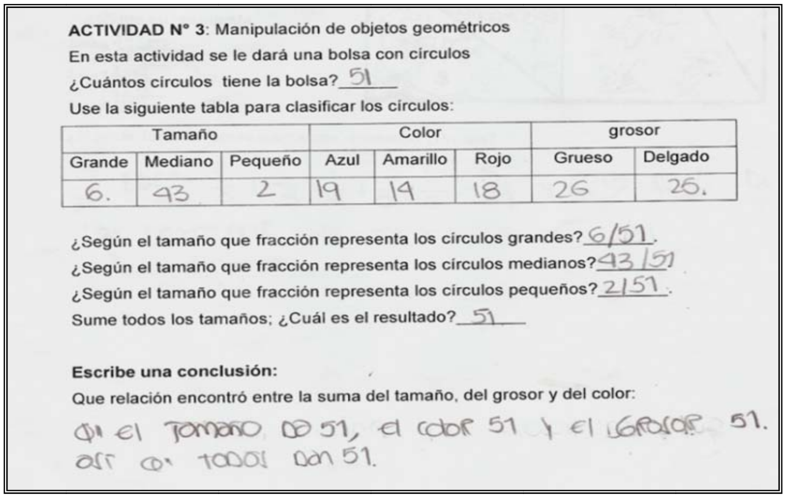


El estudiante da la respuesta que cinco caras representaba la fracción dos cuartos de diez, aunque podría verse como si estuviera representando solo la fracción dos cuartos.

Los estudiantes buscaron diferentes formas de encontrar la cantidad de la fracción pedida, sin embargo al ver las partes de un conjunto de forma gráfica, se produjo confusión y esto los llevó a realizar varios intentos para hallar la respuesta, la mayoría se apoyó en las operaciones (número mixto) para encontrar la cantidad solicitada de las caras.

En la actividad tres los estudiantes realizaron la manipulación de objetos geométricos entregándoles paquetes con figuras geométricas básicas (triángulos, rectángulos, círculos y cuadrados) de diferentes tamaños, grosores y colores, enunciando la fracción como conjunto. Para esta actividad los estudiantes se repartieron las figuras geométricas, pero con las mismas preguntas. (Ver figura 52)

Figura 52. Taller dos problema tres, estudiante uno



ACTIVIDAD N° 3: Manipulación de objetos geométricos
En esta actividad se le dará una bolsa con círculos
¿Cuántos círculos tiene la bolsa? 51
Use la siguiente tabla para clasificar los círculos:

Tamaño			Color			grosor	
Grande	Mediano	Pequeño	Azul	Amarillo	Rojo	Grueso	Delgado
6.	43	2	19	14	18	26	25.

¿Según el tamaño que fracción representa los círculos grandes? 6/51.
¿Según el tamaño que fracción representa los círculos medianos? 43/51
¿Según el tamaño que fracción representa los círculos pequeños? 2/51.
Sume todos los tamaños; ¿Cuál es el resultado? 51

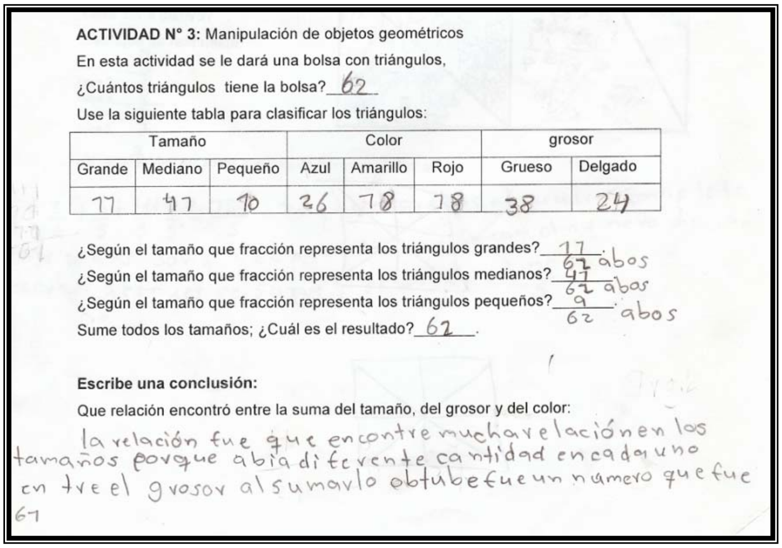
Escribe una conclusión:
Que relación encontró entre la suma del tamaño, del grosor y del color:
Q el tamaño da 51, el color 51 y el grosor 51.
asi q todos dan 51.

El estudiante cuenta la cantidad de círculos que hay, luego los clasifican, formando la fracción por sus tamaños. Al solicitarle que sumara los tamaños su respuesta fue 51 y escribió la conclusión que la suma de todos los tamaños daba cincuenta y uno.

El estudiante no hace una lectura analítica de la situación, ya que al preguntarle cuánto daba la suma de los tamaños, debía formar una fracción cuyo resultado fuese la unidad en total según su clasificación.

Sin embargo el estudiante intenta relacionar las cantidades y sacar una deducción que es asertiva, pero que no en forma de fracción. Los estudiantes tienden a responder rápido, sin hacer un análisis respectivo, falta trabajar más en clase las situaciones problemáticas que complementen su aprendizaje con el conjunto de las fracciones (ver figura 53).

Figura 53. Taller dos problema tres, estudiante diez



ACTIVIDAD N° 3: Manipulación de objetos geométricos

En esta actividad se le dará una bolsa con triángulos,

¿Cuántos triángulos tiene la bolsa? 62

Use la siguiente tabla para clasificar los triángulos:

Tamaño			Color			grosor	
Grande	Mediano	Pequeño	Azul	Amarillo	Rojo	Grueso	Delgado
17	47	10	26	18	18	38	24

¿Según el tamaño que fracción representa los triángulos grandes? $\frac{17}{62}$ abos

¿Según el tamaño que fracción representa los triángulos medianos? $\frac{47}{62}$ abos

¿Según el tamaño que fracción representa los triángulos pequeños? $\frac{9}{62}$ abos

Sume todos los tamaños; ¿Cuál es el resultado? 62

Escribe una conclusión:

Que relación encontró entre la suma del tamaño, del grosor y del color:

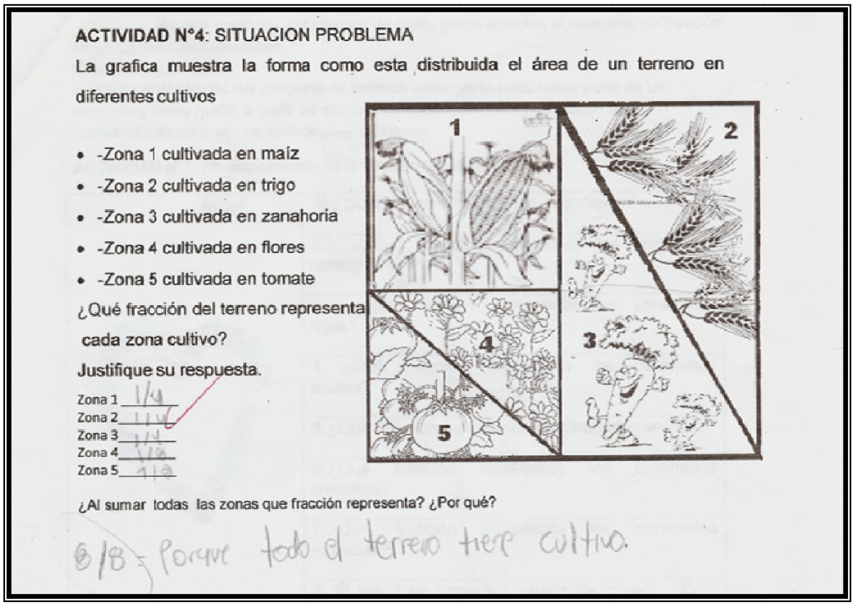
la relación fue que encontre mucha relación en los tamaños porque abia diferente cantidad en cada uno en tre el grosor al sumarlo obtube fue un numero que fue 67

El estudiante cuenta los triángulos que tiene en total, y los clasifica según el tamaño, al pedir la relación que existe da la cantidad numérica de las figuras da un numero pero no hace ningún análisis de la situación.

Los estudiantes no sustentaron del por qué de la relación entre la suma de los tamaños, grosores y colores, se les enfatizan acerca de la cantidad de fracciones en cada clasificación, los estudiantes no van construyendo su propia concepción de las cantidades fraccionarias, no entienden lo que se le preguntan.

En la actividad cuatro dada la situación problemática, la unidad estaba representada por un terreno con diferentes zonas de cultivo. Los estudiantes concluyeron que las zonas cultivadas en conjunto forman la unidad. (Ver figura 54)

Figura 54. Taller dos problema tres, estudiante once



ACTIVIDAD N°4: SITUACION PROBLEMA

La grafica muestra la forma como esta distribuida el área de un terreno en diferentes cultivos

- -Zona 1 cultivada en maíz
- -Zona 2 cultivada en trigo
- -Zona 3 cultivada en zanahoria
- -Zona 4 cultivada en flores
- -Zona 5 cultivada en tomate

¿Qué fracción del terreno representa cada zona cultivo?

Justifique su respuesta.

Zona 1 1/4
Zona 2 1/4
Zona 3 1/4
Zona 4 1/8
Zona 5 1/8

¿Al sumar todas las zonas que fracción representa? ¿Por qué?

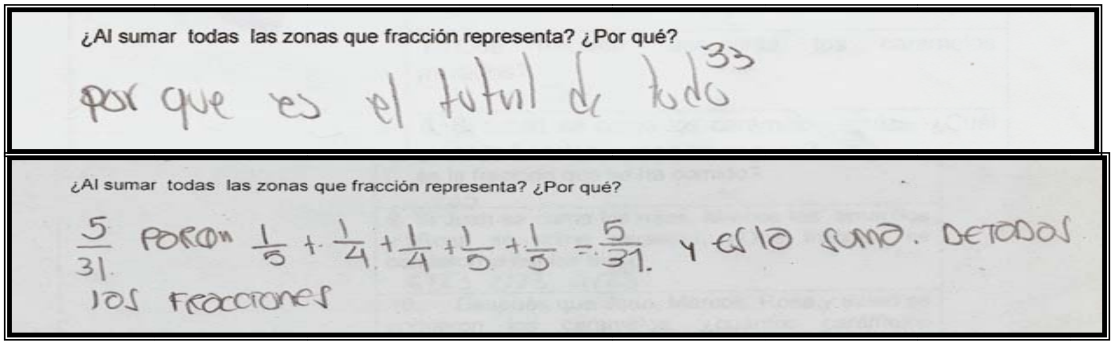
8/8 = Porque todo el terreno tiene cultivo.

El estudiante realiza correctamente la distribución de las zonas y forma las fracciones correspondientes y concluye que al unir todas las zonas cultivadas con el terreno formaba la unidad.

El estudiante hace un análisis de la situación reconociendo la fracción como conjunto, donde explica qué representaba cada una de las zonas cultivada. Se pudo observar que el estudiante tiene una estructura clara de la distribución que se hace a la unidad.

Para algunos estudiantes, no les resulta claro, la pregunta qué fracción representa las zonas cultivadas ya que no ven la relación que hay en las divisiones que tenía la unidad. (Ver figura55)

Figura 55. Taller dos problema tres.



El estudiante da la cantidad total cultivada diciendo que la zona es 33 por ser el todo, otro de los estudiantes intenta sumar las zonas encontradas dando que esta representa cinco treintaiunavos.

Los estudiantes operaron incorrectamente entre fracciones, esta es una de las mayores dificultades que comenten los estudiantes, tienden a sumar fracciones heterogéneas, numerador con numerador, denominador con denominador, además no leen correctamente las indicaciones dadas, debido a que se les preguntaba que fracción representaba el cultivo al sumar todas las zonas.

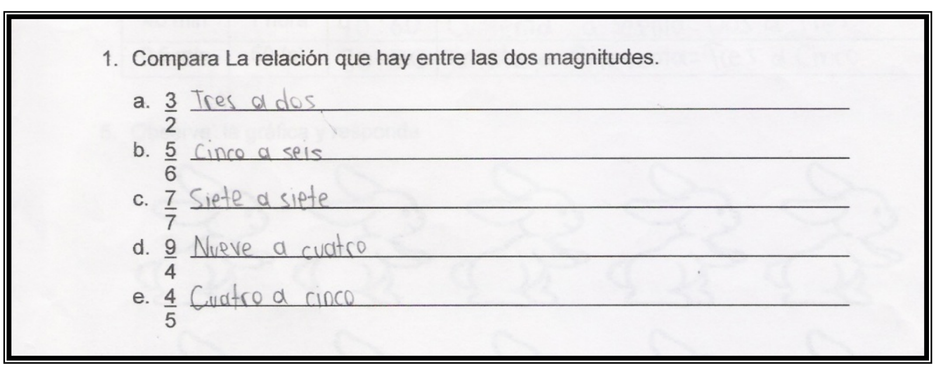
Comentarios de la actividad. Los estudiantes reconocen en un conjunto específico las partes de la fracción, pero al involucrar estas fracciones en una situación problemática no saben hacer relaciones entre cantidades y contestan en forma equivocada. También se observa que para el reconocimiento de la fracción como un subconjunto como el del algoritmo (½ de 10), los estudiantes desarrollan el algoritmo, pero no en forma gráfica como se les pedía, para ellos esto representaba gran dificultad, persisten las dificultades en el reconocimiento de la fracciona como unidad, al igual que las operaciones básicas con fraccionarios heterogéneos.

5.2.1 Sugerencias didácticas. Es importante que se trabajen situaciones problemáticas que involucren la representación gráfica de fracciones para una mejor comprensión en este contexto. Que la enseñanza de fracción como subconjunto sea dada en forma gráfica y luego en forma algorítmica para que los estudiantes encuentren el significado real de estas fracciones. Se debe continuamente hacer énfasis con los estudiantes en el significado de operaciones de suma y resta con fracciones homogéneas y heterogéneas, ya que al hacer un aprendizaje memorístico los estudiantes tienden a olvidarlo rápidamente y operan casi siempre el numerador con el numerador al igual que el denominador con el denominador. No hay una comprensión de la fracción como un todo, persiste la idea de un natural sobre otro.

5.3 TALLER TRES: LA FRACCIÓN COMO RAZÓN

Los estudiantes iniciaron el taller tres con la comparación y relación entre magnitudes para interactuar en el concepto de la fracción como razón, haciendo uso de la simplificación de fracciones y dando soluciones a las situaciones problemáticas. En la actividad uno, los estudiantes escribieron la relación entre dos magnitudes (ver figura56)

Figura 56. Taller tres problema uno, estudiante uno


1. Compara La relación que hay entre las dos magnitudes.

a. $\frac{3}{2}$ Tres a dos

b. $\frac{5}{6}$ Cinco a seis

c. $\frac{7}{7}$ Siete a siete

d. $\frac{9}{4}$ Nueve a cuatro

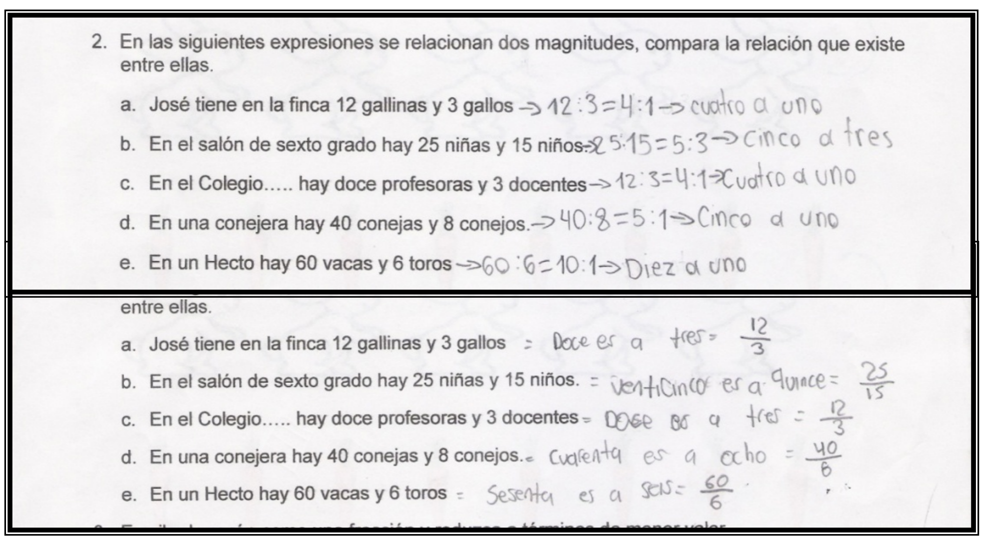
e. $\frac{4}{5}$ Cuatro a cinco

El estudiante escribe la relación entre las cantidades colocando en la primera tres a cuatro, la segunda cinco a seis, y así las demás.

A los estudiantes, les resultó difícil escribir la fracción como razón, decían que eran tres a la cuatro, comparando estas cantidades con potenciación, y en el desarrollo intentaron aproximar la escritura correcta, pero no colocaron la frase tres **es a** cuatro (ver video). Un estudiante explicaba que para él, la razón era la relación entre cantidades como un “Mínimo común fraccionario”, donde se observó que hacen relaciones entre conceptos diferentes, queriendo expresar que la fracción estaba en su mínima expresión es decir en forma simplificada.

En la actividad algunos estudiantes hacen la relación entre dos magnitudes en forma verbal y numérica, solo un estudiante simplificó las fracciones.
(Ver figura 57)

Figura 57. Taller tres problema dos.


2. En las siguientes expresiones se relacionan dos magnitudes, compara la relación que existe entre ellas.

a. José tiene en la finca 12 gallinas y 3 gallos → 12:3=4:1→ cuatro a uno
b. En el salón de sexto grado hay 25 niñas y 15 niños → 25:15=5:3→ cinco a tres
c. En el Colegio….. hay doce profesoras y 3 docentes → 12:3=4:1→ cuatro a uno
d. En una conejera hay 40 conejas y 8 conejos. → 40:8=5:1→ Cinco a uno
e. En un Hecto hay 60 vacas y 6 toros → 60:6=10:1→ Diez a uno

entre ellas.

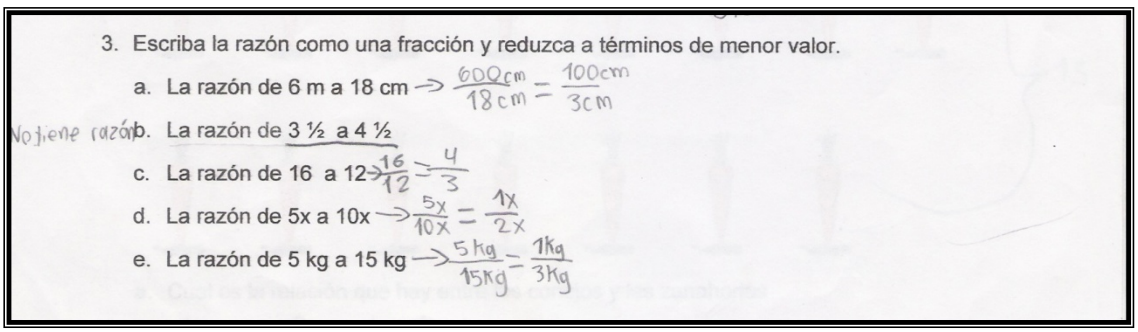
a. José tiene en la finca 12 gallinas y 3 gallos = Doce es a tres = $\frac{12}{3}$
b. En el salón de sexto grado hay 25 niñas y 15 niños. = venticinco es a quince = $\frac{25}{15}$
c. En el Colegio….. hay doce profesoras y 3 docentes = Dose es a tres = $\frac{12}{3}$
d. En una conejera hay 40 conejas y 8 conejos. = Cuarenta es a ocho = $\frac{40}{6}$
e. En un Hecto hay 60 vacas y 6 toros = Sesenta es a seis = $\frac{60}{6}$

Los estudiantes hacen las relaciones entre magnitudes de forma correcta, simplificando las fracciones y haciendo la escritura respectiva de las fracciones.

Los estudiantes construyeron las fracciones indicando que el numerador era la primera cantidad nombrada y el denominador la segunda, ninguno de los estudiantes explicó la relación existente del por qué habían dichas relaciones, se limitaron a construir, un algoritmo sin su análisis.

En la actividad tres además de hacer las relaciones entre cantidades los estudiantes simplificaron la fracción, debían tener en cuenta la medida de conversión de longitudes y de números mixtos a fracciones (ver figura 58).

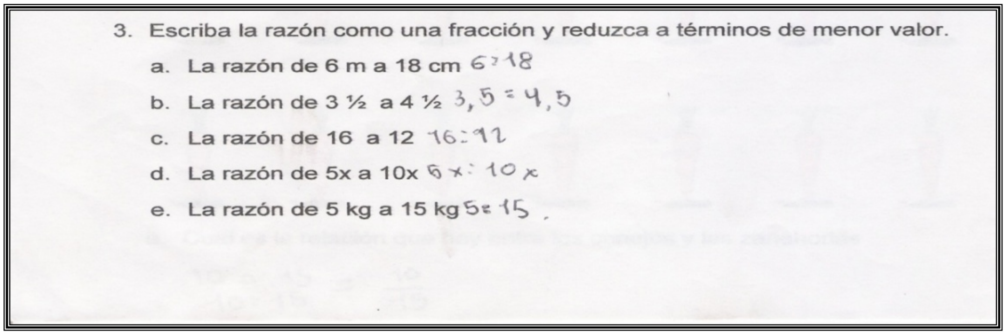
Figura 58. Taller tres problema tres, estudiante dos.



El estudiante dos hizo las conversiones y argumenta que para él los números mixtos no representan una razón, se evidencia que el estudiante hizo un análisis de la situación siguiendo las indicaciones dadas.

Se observa que el estudiante construyó las fracciones en forma de razón comparando las magnitudes respectivas, para algunos de los estudiantes formar una fracción con números mixtos les resultó difícil ya que consideraban que una razón se dada entre números enteros, donde para ellos tres enteros un medio a cuatro enteros un medio no era una razón. La mayoría de estudiantes hicieron las razones, pero no tuvieron en cuenta, las unidades de conversión. (Ver figura 59).

Figura 59. Taller tres problema tres, estudiante uno.



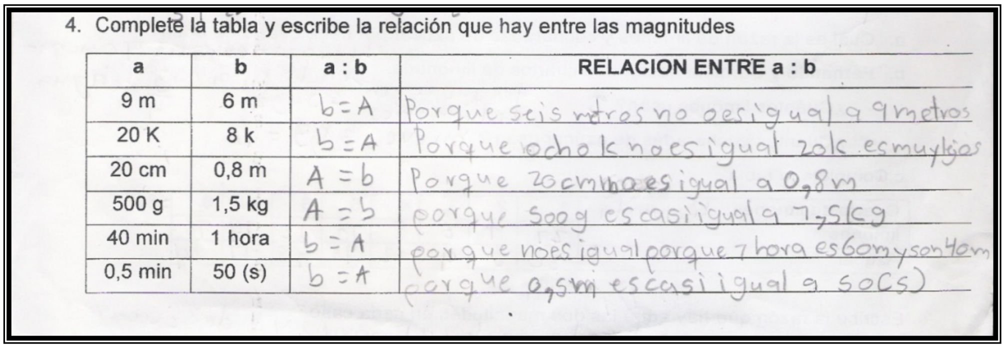
3. Escriba la razón como una fracción y reduzca a términos de menor valor.
   a. La razón de 6 m a 18 cm 6:18
   b. La razón de 3 ½ a 4 ½ 3,5 = 4,5
   c. La razón de 16 a 12 16:12
   d. La razón de 5x a 10x 5x : 10x
   e. La razón de 5 kg a 15 kg 5= 15

El estudiante uno no simplifica fracciones solo forma la razón propuesta, en la razón tres enteros y un medio con cuatro enteros un medio pasa la fracción a decimal y forma la razón.

El estudiante en la razón 5x y 10x confunde la x con el signo **por** y pregunta que si estas forman ecuaciones. Los estudiantes no comprendieron significativamente el concepto de razón, su enseñanza se convirtió en algo netamente memorístico.

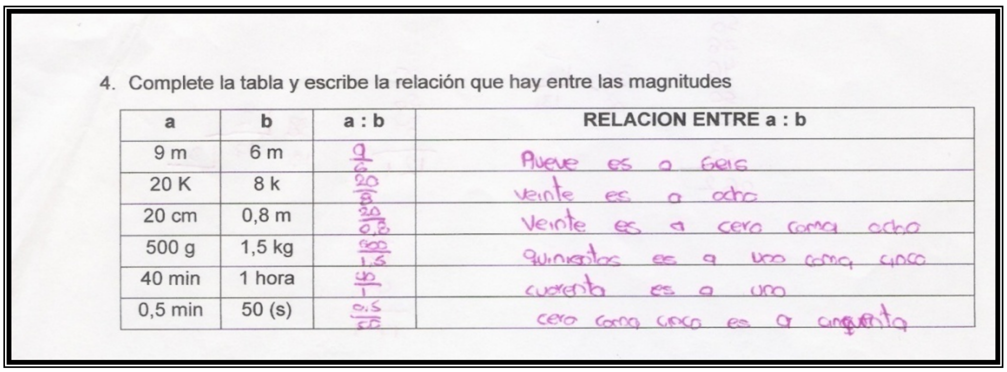
En la actividad cuatro los estudiantes hicieron relaciones entre magnitudes pero no las conversiones en el mismo sistema de medida, otros estudiantes no supieron hacer las relaciones ya que cada número entero se estaba formado simbólicamente para formar la razón y finalmente escribirla como la leían
(ver figura 60).

Figura 60. Taller tres problema cuatro, estudiante tres y seis.



4. Complete la tabla y escribe la relación que hay entre las magnitudes

a	b	a : b	RELACION ENTRE a : b
9 m	6 m	b=A	Porque seis metros no oesigual a 9metros
20 K	8 k	b=A	Porque ocho k no es igual 20k es muy lejos
20 cm	0,8 m	A=b	Porque 20cm no es igual a 0,8m
500 g	1,5 kg	A=b	porque 500g es casi igual a 1,5kg
40 min	1 hora	b=A	porque no es igual porque 1 hora es 60m y son 40m
0,5 min	50 (s)	b=A	porque 0,5m es casi igual a 50(s)



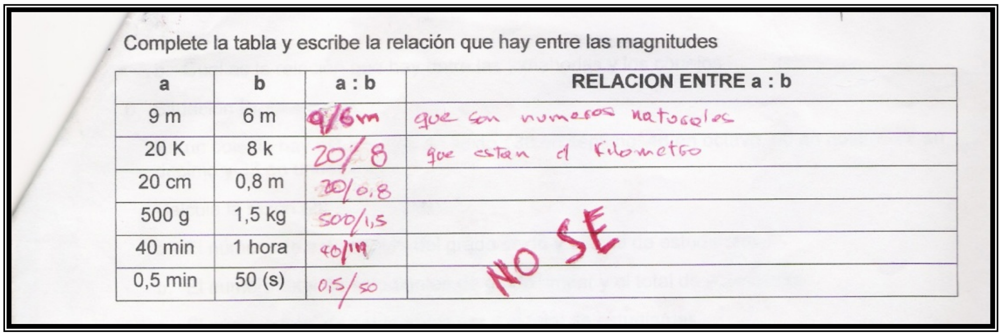
4. Complete la tabla y escribe la relación que hay entre las magnitudes

a	b	a : b	RELACION ENTRE a : b
9 m	6 m	9/6	Nueve es a seis
20 K	8 k	20/8	veinte es a ocho
20 cm	0,8 m	20/0,8	Veinte es a cero coma ocho
500 g	1,5 kg	500/1,5	quinientos es a uno coma cinco
40 min	1 hora	40/1	cuarenta es a uno
0,5 min	50 (s)	0.5/50	cero coma cinco es a cincuenta

El estudiante tres hizo las razones, pero sin tener en cuenta las medidas de conversión, el estudiante seis confundió la escritura entre razones y el símbolo de razón con el de igualdad, sustentando que no eran iguales las cantidades.

Cuando los estudiantes interactúan en una situación problema con las razones como fue el caso de construirlas teniendo en cuenta que eran de diferentes medidas, la mayoría de estudiantes se confundieron, formaron las razones sin argumentar del por qué. Algunos de los estudiantes se frustraban al no saber qué hacer en el cuadro y contestaron que no sabían. (Ver figura 61)

Figura 61. Taller tres problema cuatro, estudiante nueve



Complete la tabla y escribe la relación que hay entre las magnitudes

a	b	a : b	RELACION ENTRE a : b
9 m	6 m	9/6m	que son numeros natorales
20 K	8 k	20/8	que estan el kilometro
20 cm	0,8 m	20/0,8	
500 g	1,5 kg	500/1,5	
40 min	1 hora	40/1h	
0,5 min	50 (s)	0,5/50	NO SE

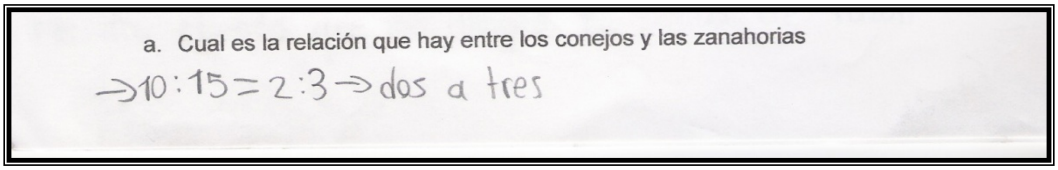
El estudiante nueve no supo construir las razones, además al hacerlas en forma escrita escribió que la primera eran números naturales y la segunda relacionaban medidas de longitud.

Es claro que la etapa de reconocimiento del concepto fracción como razón, necesita de mayor afianzamiento y práctica continua para que puedan escribir hacer construcciones de fracciones como razón.

En esta actividad los estudiantes dieron la relación de nueve es a seis metros, diciendo que esta relación representaba un “digito infinito”, careciendo de un lenguaje matemático adecuado; el estudiante dos hace un análisis interesante del concepto de fracción como razón, argumentando que no conocía este concepto, que lo había aprendido como razón geométrica y razón aritmética o algebraica, definida como la suma de una sucesión de números manteniendo un patrón y qué razón geométrica era una sucesión pero con múltiplos de un número (ver video taller tres).

En la actividad cinco se trabajaron la etapa de afianzamiento donde los estudiantes encontraron la relación que hay entre los conejos y las zanahorias y viceversa. (Ver figura 62)

Figura 62. Taller tres problema cinco, estudiante dos

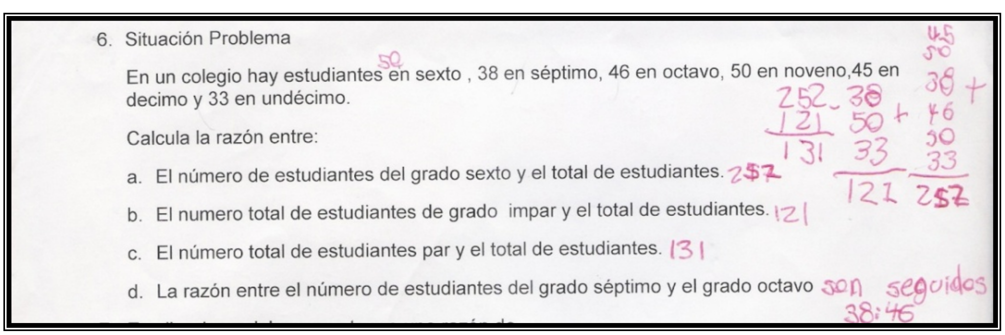

a. Cual es la relación que hay entre los conejos y las zanahorias

→10 : 15 = 2 : 3 → dos a tres

El estudiante dos representa la relación pedida y simplifica las cantidades. Cuando a los estudiantes se les presenta situaciones con representaciones graficas, estos tienden a comprender más los ejercicios y a responder de forma correcta lo que se les pregunta. Por otro lado el estudiante nueve confunde las situaciones respondiendo de forma no correcta que las zanahorias se comen a los conejos, argumentando que la cantidad de zanahorias es mayor que la de los conejos, sin embargo uno de los estudiantes corrige el error y explica cómo es la relación entre los conejos y las zanahorias (ver video taller tres problema cinco).

En la actividad seis los estudiantes construyen las fracciones como razones pero lo hacen de forma incorrecta en la aplicación de situaciones problemáticas, ya que deben interpretar datos y hacer operaciones de suma y simplificación de las mismas (ver figura 63)

Figura 63. Taller tres problema seis, estudiante ocho


6. Situación Problema

En un colegio hay estudiantes 50 en sexto , 38 en séptimo, 46 en octavo, 50 en noveno,45 en decimo y 33 en undécimo.

Calcula la razón entre:

a. El número de estudiantes del grado sexto y el total de estudiantes. 252

b. El numero total de estudiantes de grado impar y el total de estudiantes. 121

c. El número total de estudiantes par y el total de estudiantes. 131

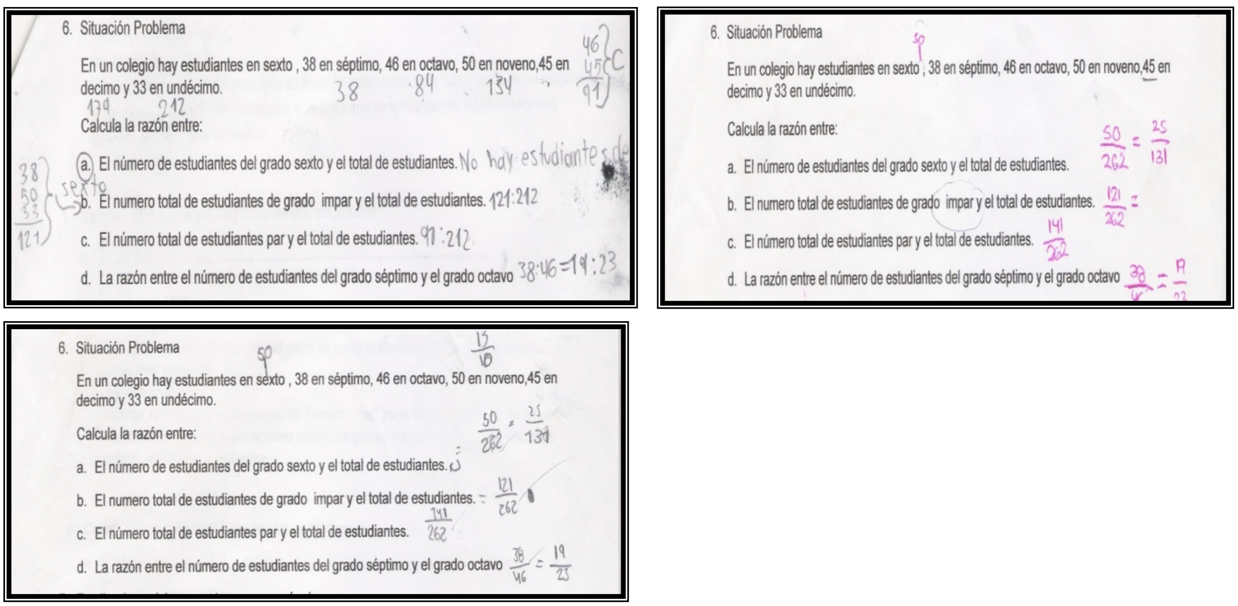
d. La razón entre el número de estudiantes del grado séptimo y el grado octavo son seguidos 38:46

El estudiante ocho hace operaciones respectivas pero no forma las razones entre las cantidades de los estudiantes con el total de los estudiantes.

Los estudiantes identifican que el problema falta un dato para hacer la relación entre los estudiantes de sexto y el total de estudiantes, en donde se les asignó el dato de cincuenta estudiantes

Solo los estudiantes dos, tres y diez realizaron bien las operaciones entendiendo las situaciones matemáticas (Ver figura 64)

Figura 64. Taller tres problema seis, estudiantes dos, tres y diez

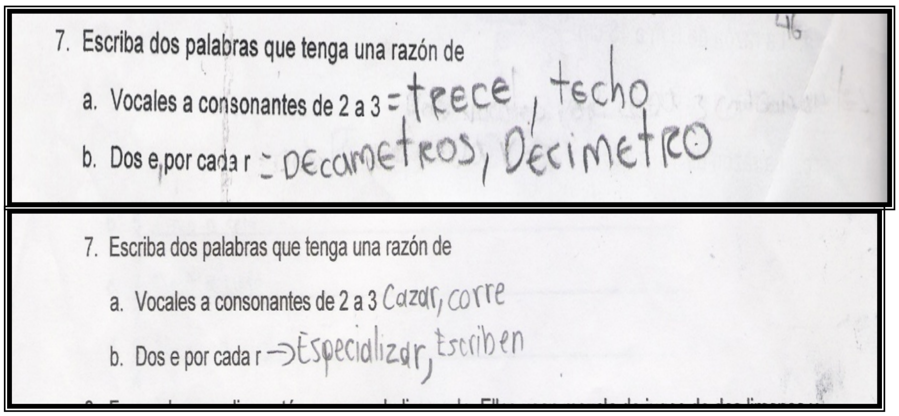


Los estudiantes hicieron las relaciones entre las cantidades, simplificando los resultados. Trabajaron con la cantidad recomendada para los estudiantes de sexto.

Las situaciones problemáticas, ayudan notablemente a que los estudiantes analicen los datos correspondientes, discutan los resultados y den soluciones según sus conocimientos adquiridos, también les permite equivocarse y sacar conclusiones del proceso realizado.

En la actividad siete los estudiantes desarrollaron un juego de palabras donde construyeron una razón con dos vocales y tres consonantes, se observó que solo cuatro estudiantes hicieron la actividad correctamente, interpretando la situación problemática (ver figura 65)

Figura 65. Taller tres problema siete, estudiantes uno y siete


7. Escriba dos palabras que tenga una razón de
   a. Vocales a consonantes de 2 a 3 = trece, techo
   b. Dos e por cada r = DECAMETROS, DECIMETRO

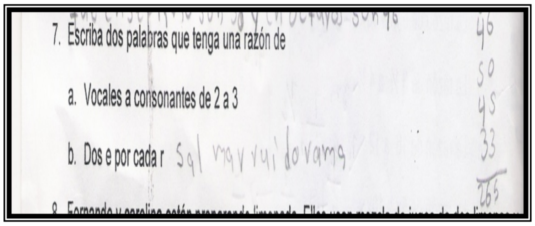
7. Escriba dos palabras que tenga una razón de
   a. Vocales a consonantes de 2 a 3 Cazar, corre
   b. Dos e por cada r → Especializar, escriben

Los estudiantes escriben correctamente las frases, según las razones dadas escribiendo las palabras cazar, corre, especializar, escriben, trece, techo, decámetros y decímetro.

El concepto de fracción como razón consiste entonces, en establecer correctamente las relaciones entre magnitudes, donde se involucran no solo en el entorno matemático si no que se transversalita con las demás áreas y entornos de situaciones reales.

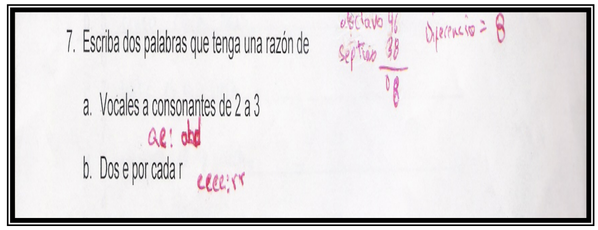
Algunos de los estudiantes, no supieron construir las razones pedidas, adivinando frases que no tenían sentido, escribiendo palabras sueltas. (Ver figura 66)

Figura 66. Taller tres problema siete, estudiantes seis y ocho


7. Escriba dos palabras que tenga una razón de

a. Vocales a consonantes de 2 a 3

b. Dos e por cada r


7. Escriba dos palabras que tenga una razón de

a. Vocales a consonantes de 2 a 3

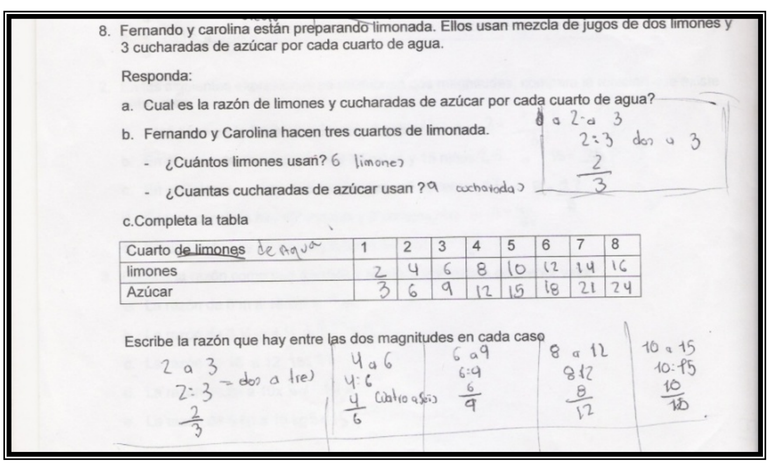
qe: abd

b. Dos e por cada r eee: rr

Los estudiantes no realizaron frases lógicas, repitiendo letras, como por ejemplo sal, mar, ruido, rama, qe/abd y eee/rr

Los estudiantes no leyeron comprensivamente la situación, no siguieron instrucciones según el texto y no supieron relacionar las palabras con el concepto de fracción como razón. Es importante que se involucren más situaciones reales con fracciones, que lleven al estudiante a indagar y hallar posibles alternativas de solución. En la última actividad problema ocho del taller tres, los estudiantes usaron las razones en una situación problemática donde debían interpretar los datos y hacer operaciones, se observa que algunos estudiantes hicieron correctamente el proceso con relaciones entre magnitudes y hallaron un error de la tabla, que no es un cuarto de limones sino un cuarto de agua. (Ver figura 67)

Figura 67. Taller tres problema ocho, estudiantes uno


8. Fernando y carolina están preparando limonada. Ellos usan mezcla de jugos de dos limones y 3 cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua.

Responda:

a. Cual es la razón de limones y cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua?

b. Fernando y Carolina hacen tres cuartos de limonada.

- ¿Cuántos limones usan? 6 limones
- ¿Cuantas cucharadas de azúcar usan ? 9 cucharadas

c. Completa la tabla

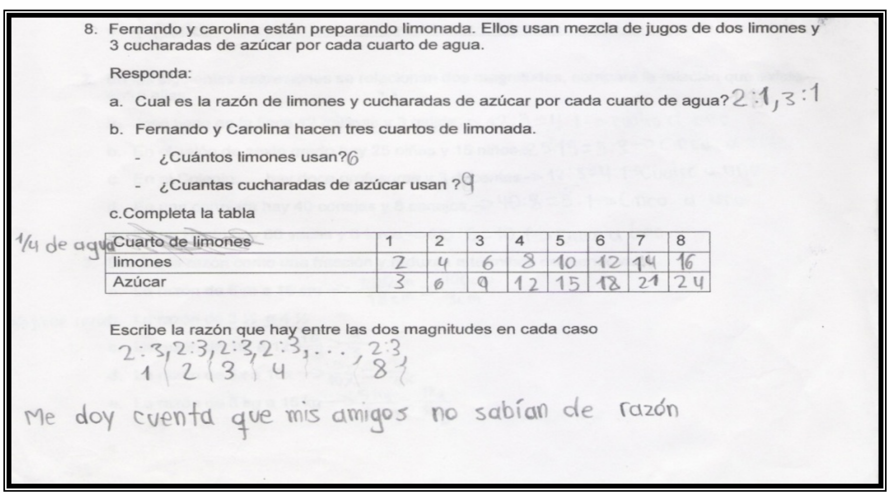
Cuarto de ~~limones~~ de agua	1	2	3	4	5	6	7	8
limones	2	4	6	8	10	12	14	16
Azúcar	3	6	9	12	15	18	21	24

Escribe la razón que hay entre las dos magnitudes en cada caso

El estudiante, llena la tabla correspondiente, según la cantidad de agua, limones y azúcar para la preparación de la limonada y escribe las razones que hay entre las magnitudes de la cantidad de ingredientes que debe utilizar para su preparación.

La mayoría de estudiantes, intentaron hacer las relaciones observando la tabla y analizando los datos suministrados para formar las razones pedidas. Uno de los estudiantes hace las relaciones entre magnitudes y pregunta qué unidad de capacidad se está trabajando para el liquido, sin embargo se explicó que la situación problemática no pedía trabajar en con unidades especificas de medida. (Ver video taller tres actividad ocho y figura 68)

Figura 68. Taller tres problema ocho, estudiantes uno



8. Fernando y carolina están preparando limonada. Ellos usan mezcla de jugos de dos limones y 3 cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua.

Responda:

a. Cual es la razón de limones y cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua? 2:1, 3:1

b. Fernando y Carolina hacen tres cuartos de limonada.

- ¿Cuántos limones usan? 6
- ¿Cuantas cucharadas de azúcar usan ? 9

c.Completa la tabla

1/4 de agua

~~Cuarto de limones~~	1	2	3	4	5	6	7	8
limones	2	4	6	8	10	12	14	16
Azúcar	3	6	9	12	15	18	21	24

Escribe la razón que hay entre las dos magnitudes en cada caso

2:3, 2:3, 2:3, 2:3, . . . , 2:3
1 { 2 { 3 { 4 { ... { 8 {

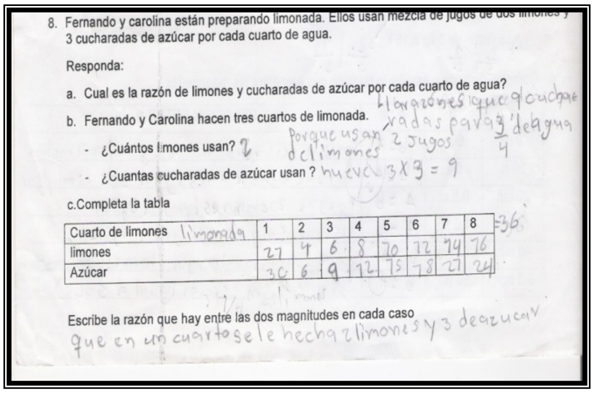
Me doy cuenta que mis amigos no sabían de razón

El estudiante corrige la tabla en el cuarto de limonada y asigna un cuarto de agua. Escribe las relaciones entre las magnitudes y los ingredientes aplicados, para la elaboración de la limonada para cada cantidad, además identifico que la razón entre cantidades era la misma.

El estudiante uno analizó el comportamiento que tuvieron sus compañeros, frente a situaciones problemáticas que incluyeron la fracción como razón y buscó enseñarles desde su propio conocimiento.

Algunos de los estudiantes, no supieron cómo establecer las relaciones entre las magnitudes asignadas y se limitaron a hallar respuestas sueltas. Respondiendo que para qué preguntaban la razones entre el azúcar y los limones ya que no le encontraron el sentido. (Ver figura 69)

Figura 69. Taller tres problema ocho, estudiantes seis y ocho



8. Fernando y carolina están preparando limonada. Ellos usan mezcla de jugos de dos limones y 3 cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua.

Responda:

a. Cual es la razón de limones y cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua? 1 razónes que 9 cucharadas para 3/4 de agua

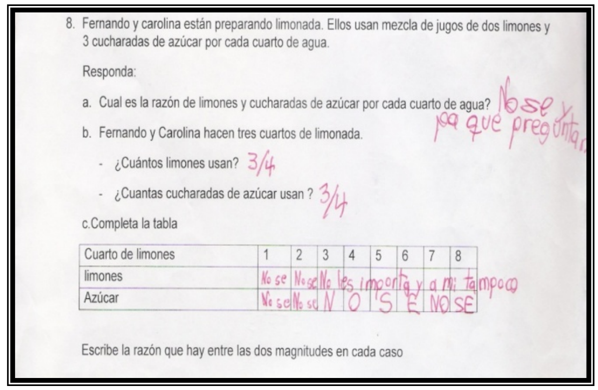
b. Fernando y Carolina hacen tres cuartos de limonada.

- ¿Cuántos limones usan? 2 Porque usan 2 jugos de limones
- ¿Cuantas cucharadas de azúcar usan ? hueve 3 X 3 = 9

c.Completa la tabla

Cuarto de limones	1	2	3	4	5	6	7	8
limones	27	4	6	8	10	12	14	16
Azúcar	30	6	9	12	15	18	21	24

Escribe la razón que hay entre las dos magnitudes en cada caso
que en un cuarto se le hecha 2 limones y 3 de azucar



8. Fernando y carolina están preparando limonada. Ellos usan mezcla de jugos de dos limones y 3 cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua.

Responda:

a. Cual es la razón de limones y cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua? No se y pa que preguntan

b. Fernando y Carolina hacen tres cuartos de limonada.

- ¿Cuántos limones usan? 3/4
- ¿Cuantas cucharadas de azúcar usan ? 3/4

c.Completa la tabla

Cuarto de limones	1	2	3	4	5	6	7	8
limones	No se	No se	No les	importa	y	a mi	tampoco	
Azúcar	No se	No se	N	O	S	E	NO	SE

Escribe la razón que hay entre las dos magnitudes en cada caso

El estudiante ocho en la primera tabla, hace relaciones al azar y no en forma correcta, el segundo estudiante, no entendió la situación, se confundió y respondió en forma equivocada.

Si los estudiantes no tienen claro el concepto de razón desde sus primeras enseñanzas en el conjunto de los números fraccionarios, les será difícil interactuar en un nivel más avanzado, como es el caso de la solución a situaciones problemáticas.

Comentarios de la actividad. Es importante asignarle a los estudiantes situaciones problemáticas, ya que los estudiantes, se ven en la necesidad de analizarlas, hacer preguntas, sacar conclusiones y encontrar posibles errores en la elaboración de dichos talleres. Para los estudiantes resulta difícil comprender el concepto de fracción como razón, reflejado en que la mayoría no comprendió la situaciones asignadas a excepción de la de representar la razón de actividades especificas.

5.3.1 Sugerencias Didácticas. Para la elaboración y aplicación de los talleres es adecuado tener en cuenta, el sistema de medidas, para la comparación entre magnitudes, repasar a los estudiantes la simplificación y amplificación de fracciones y el significado que tienen en las situaciones problemáticas. La enseñanza del concepto de fracción como razón se debe dar como primera medida de forma gráfica de tal manera que los estudiantes al aplicarlos de forma algorítmica puedan entender su significado, ya que se ha observado que ellos adquieren los conceptos de manera gráfica. Es importante como docentes que aprendamos a escuchar a los estudiantes ya que ellos, tienen diferentes formas de percibir los problemas, que nos pueden aportar para enriquecer el aprendizaje.

6. CONCLUSIONES

Se ha observado que continuamente se presentan grandes dificultades al introducir el concepto de número fraccionario en cualquier época de la vida escolar, lo que se considera ocurre por la falta de claridad en aprehensión de este concepto y en el establecimiento de relaciones que se encuentran en las diferentes operaciones y representaciones que en cada año escolar van dejando grandes vacíos conceptuales. Estos llevan a continuas repeticiones de errores por parte de los estudiantes lo que ocasiona frustración al momento desarrollar una situación matemática por no poder dar cuenta con exactitud de un hecho observado en una gráfica o en una situación problemática real.

Con la realización de este análisis del proyecto se pudo observar que las dificultades que existen en el aprendizaje en el concepto de fracción se deben, en parte, a las diversas representaciones que tiene el concepto, y que a la hora de enseñarlo no son considerados. En el mejor de los casos si se trabajan algunas representaciones no se establecen las relaciones entre ellas. Se confirma además que los estudiantes en el concepto de fracción como razón según su aprendizaje hicieron procesos algorítmicos olvidando la parte gráfica lo que les dificultó desarrollar algunas actividades.

Es importante que para la aplicación de los talleres se les asigne el tiempo suficiente para que los estudiantes puedan realizar las actividades, ya que en algunos casos se requiere de la aplicación de los conceptos matemáticos más complejos. Sin duda alguna el papel del docente es importante en el proceso de interpretación en las situaciones problemáticas, ya que los estudiantes se condicionan a realizar solo procesos algorítmicos. Fundamentalmente cuando se presenten situaciones en donde se requiera hacer una representación gráfica con fracciones es importante presentarles a los estudiantes problemas reales, ya que en el proyecto cuando se asignaban estos casos ellos no interpretaban las soluciones gráficas correctamente.

Cuando se analizaban las respuestas, algunos estudiantes en los talleres dieron indicios de no conocer los diferentes conceptos que tiene la fracción y de seguir fallando en las respuestas de situaciones problemáticas que requieren las diferentes operaciones. Pero hubo algunos esquemas de situaciones planteadas por estudiantes que fueron en ocasiones eficaces, pero no efectivos ya que algunos lograron dar respuesta de manera favorable a los talleres aplicados; sin embargo la mayoría no utilizó el procedimiento requerido lo que implica que no fueron efectivos.

De acuerdo a lo analizado en la ejecución de este proyecto pudimos percibir como docentes que el aprendizaje debe hacerse de forma significativa en los estudiantes, para que estos tengan bases sólidas para adquirir los nuevos. Las actividades en general estuvieron guiadas por las intervenciones de los estudiantes y las preguntas realizadas por los docentes del proyecto, donde se hace evidente que los docentes debemos indagar más acerca del concepto de fracción ya que los estudiantes no entienden cómo aplicarlo en situaciones en entorno real y terminan por responder lo que se acuerdan para entregar la actividad.

Como docentes debemos practicar más los conceptos de fracción ya que somos unos de los primeros guías de los estudiantes y en muchas ocasiones pasamos los conocimientos de forma desapercibida, cometiendo errores, como enseñar de forma algorítmica, olvidando la parte gráfica que es donde los estudiantes tienen mayor facilidad de aprendizaje. Los docentes debemos buscar talleres interesantes que puedan reforzar los temas del concepto de fracción como metodología de apoyo dentro del aula de clases.

Finalmente consideramos que esta experiencia de aprendizaje, es una de las bases para investigar más acerca de las fracciones y tomar referencias que nos ayuden a mejorar el aprendizaje con los estudiantes.

La información obtenida en este trabajo permitirá plantear alternativas para el mejoramiento de las propuestas de actualización a lo que se refiere a los contenidos de la fracción en sus diferentes formas, en particular en nuestras instituciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Arce, R. (2009). Las Fracciones. En: Recuperado octubre 05 de 2009 de: http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/5toCIEMAC/Talleres/LasFracciones.pdf.
Colegio Luis Carlos Galán Sarmiento sede F (Girón). (2009). Diagnóstico

Institución Educativa Infantas sede El Parnaso (Barrancabermeja). (2009). Diagnóstico

Lozada, T. (2007). Estrategia para el aprendizaje en los números fraccionarios en estudiantes de tercer grado de educación básica primaria. Tesis de Pregrado no publicada, Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia.

López, J. (2003). Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas. Universidad de Carabobo. Valencia, Venezuela.

Luelmo, M. (2004). Concepciones matemáticas de los docentes de primaria en la relación como razón y como operador multiplicativo. Revista del centro de investigación. Universidad la Salle, 6(002), 83-102.

Merchan, G. (1996). Enseñanza de los números fraccionarios: una reflexión docente. Tesis de Pregrado no publicada, Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2003). Estándares curriculares para Matemáticas Áreas obligatorias y fundamentales. Santa Fe de Bogotá: Cooperativa Magisterio.

NCTM. (1991). Estándares Curriculares y de evaluación para la educación matemática sociedad Andaluza de educación matemática Thales, España

Novillis. (1976). An Analysis of the fraction concept into a hierarchy of selected sub concepts and the testing of the hierarchy dependencies. In: Rojas, P, Mora, L

Polya, G. (1995). Cómo resolver y plantear problemas. México: Editorial Trillas, S.A.

Pozo, J. (1994). La Solución de Problemas, Madrid: Editorial Santillana Aula XXI.

Prada, G. (2004). Propuesta didáctica para el aprendizaje significativo de las operaciones con números fraccionarios en séptimo grado. Tesis de Pregrado no publicada, Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia.

Rey, L. (2007). Ensayo metodológico para el aprendizaje de fraccionarios. Tesis de Pregrado no publicada, Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia.

Ríos, Y. (2007). Una ingeniería didáctica aplicada sobre fracciones. Revista Omnia. Universidad del Zulia. 13(002), 120-157.

Santos, L. (1996). La resolución de problemas Matemáticos, México: Editorial Trillas.

Valbuena, E. (2008). El aprendizaje significativo: resolución de problemas con fracciones homogéneas cuarto grado. Tesis de Pregrado no publicada, Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia

ANEXOS

Anexo A. Pruebas diagnóstica año 2009

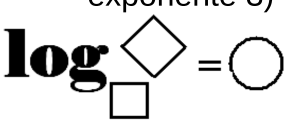
PRUEBA DIAGNOSTICA
NÚMEROS NATURALES

1. En la tabla se registra el área en Km^2 de los seis países más grandes del mundo.

País	Área (km^2)
Canadá	9.330.970
Brasil	8.456.510
Rusia	17.075.400
China	9.326.410
Australia	7.617.930
EE.UU	9.166.600

1. ¿Cuál es el país con mayor área?
2. ¿Cuál es el tercer país más grande del mundo?
3. ¿Qué países tienen mayor área que China?
4. ¿Cuáles son los países cuyas unidades de millón en sus áreas es igual?

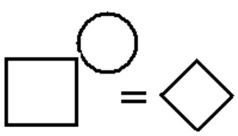
2. Responda las preguntas correspondientes a cada operación:
(Construya el ejemplo con los siguientes números para las tres operaciones que le presentan si se tiene en cuenta que la base es 2, potencia 8 y exponente 3)



A. ¿Qué operación es?

B. Escriba el ejemplo

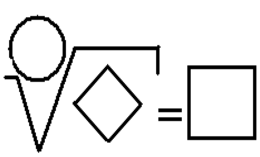
C. Escriba las partes de ésta operación



A. ¿Qué operación es?

B. Escriba el ejemplo

C. Escriba las partes de ésta operación

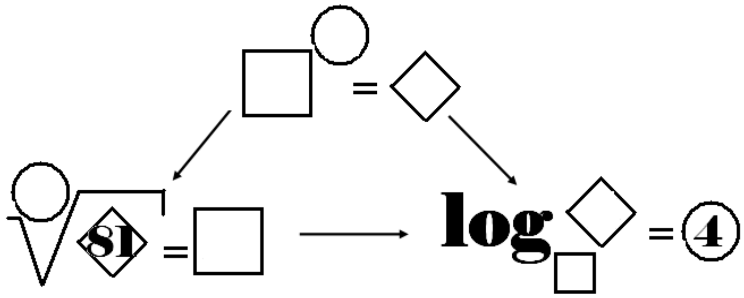


A. ¿Qué operación es?

B. Escriba el ejemplo

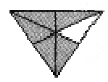
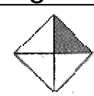
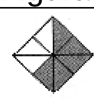
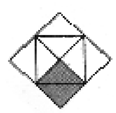
C. Escriba las partes de ésta operación:

D. ¿Cómo se lee la operación según el

Completa el siguiente cuadro 

FRACCIONARIOS

3. Indica la fracción representada por la región sombreada y la región en blanco en cada una de las siguientes figuras.

Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
----		—
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—

4. Escribir cada expresión como número fraccionario:

1. El numerador es -5 y el denominador es 8
2. El numerador es 7 y el denominador es 3
3. El numerador es 15 y el denominador es 25

PROBLEMAS

Resuelve los siguientes problemas

5. ¿Cuánto debe recibir de vueltas si usted pagó, 7 barras de chocolate con un billete de $10000 y cada barra vale $750?

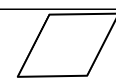
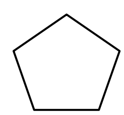
6. El profesor quiere invitar a los alumnos de sexto grado a comer una rica Genovesa. Para hacer la genovesa necesita dos kilos y un tercio de harina, tres kilos y dos quintos de azúcar, 6 litros y cuarto de leche.

    1. Escriba los números mixtos correspondientes a la harina, al azúcar y a la leche**.**

    2. Al mezclar los ingredientes en una taza, se produce una masa. ¿Cuánto pesa la masa de la genovesa?

7. GEOMETRIA

Completa la tabla

Nº de lados	Nombre	Ejemplo
3	Triángulo	
4		
5		
	Hexágono	

Anexo B. Prueba diagnóstica

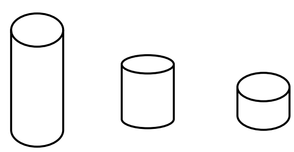
Diagnóstico

NOMBRE: ____CURSO: __________

OBJETIVOS

- **Identificar la estructura de los números fraccionarios.**
- **Reconocer el concepto de fracción para aplicarlos en situaciones problemáticas.**
- **Realizar operaciones básicas con los números fraccionarios.**

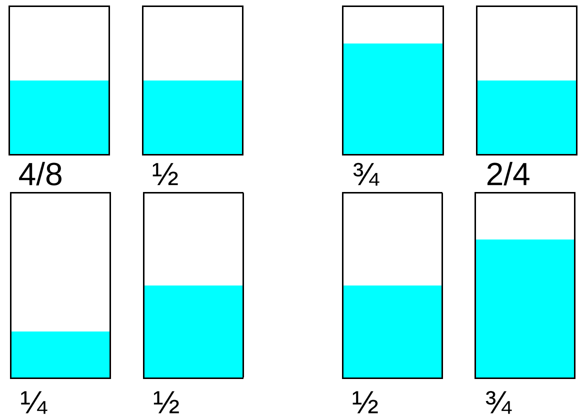
1. Si tienes 3 recipientes de capacidades diferentes, como se muestra en la figura:



1 kilo 1/2 kilo ¼ kilo

a. ¿De cuántas maneras diferentes puedes almacenar un kilo de azúcar usando los recipientes?
b. ¿De cuántas maneras diferentes puedes almacenar un kilo y medio de azúcar?
c. ¿De cuántas maneras diferentes puedes almacenar uno kilo y tres cuartos de azúcar?
d. Utilizando los recipientes que tienen capacidad de medio kilo y un cuarto de kilo. ¿Podrías almacenar cinco kilos de azúcar? Si es posible hacerlo cómo lo harías.
e. Es posible almacenar dos kilos y medio kilos de azúcar utilizando sólo recipientes de un cuarto. Si es así, ¿cómo podrías hacerlo?
c. Los siguientes dibujos representan frascos de igual capacidad con cierta cantidad de agua:

2. Los siguientes dibujos representan frascos de igual capacidad con cierta cantidad de agua:



a. ¿Cuál de los frascos tiene la capacidad de recibir el líquido del frasco de la izquierda sin que el agua se derrame?
b. En los casos en que el agua se derrame, ¿Qué parte del líquido debe dejarse en el recipiente izquierdo para evitar el derrame?

3. ¿Cuánto es 2/3 de 120? ______________________

¿Cómo lo explicarías por medio de un dibujo?

4. Da ejemplos de 4 fracciones equivalentes en cada caso:

e) 3/9 =

f) 8/2 =

g) 1/4 =

h) 0/5 =

5. Resuelve:

- Eduardo y Esperanza están cocinando. Tienen **2** ½ kilo de chocolate para hacer la torta de cumpleaños. Si usaron **1** ¾ kilo. ¿Cuánto chocolate les sobró?
- ¿Cuánta alfombra será necesaria para cubrir el primer piso de una casa?
- En una rifa donde se vendieron 200 números: Carlos ha comprado solo 6, por lo que sus posibilidades de ganar no son muchas. ¿Cuántos números tendría que comprar para que sus posibilidades de ganar sean de más de la mitad?

  Explica tu respuesta.

Anexo C. Taller Uno

Objetivo general:
Analizar la manera como los estudiantes de sexto grado abordan el concepto de fracción en situaciones problemáticas.

Objetivo específico:
Propiciar el desarrollo del concepto de fracción como parte-todo, como parte de un conjunto y como razón, a partir de situaciones concretas que se traduzcan en representaciones gráficas, simbólicas y viceversa.

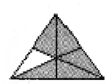
PRIMERA SESIÓN

1. ¿Cómo se leen las siguientes fracciones? (Escribe todas las formas que conozcas).

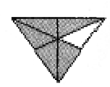
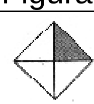
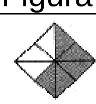
a. $\frac{2}{5}$ ______________________________ b. $\frac{7}{8}$ ______________________________

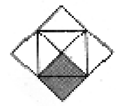
c. $\frac{6}{5}$ ______________________________ d. $\frac{9}{4}$ ______________________________

Todo como unidad: Fracciones Propias
2. La siguiente figura se puede representar así:

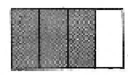
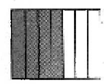
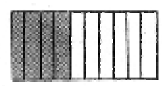
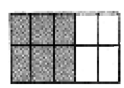
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
$\frac{5}{6}$		—

Representa las siguientes figuras en **Parte Sombreadas** y en **Parte blancas**:
Triángulos

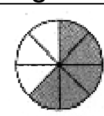
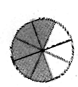
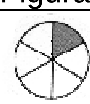
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—

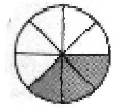
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—

Rectángulos

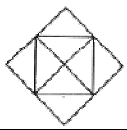
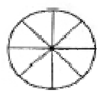
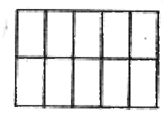
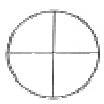
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—

Círculos

Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco
—		—
Parte Sombreada	Figura	Parte Blanco

—		—

3. La siguiente actividad consiste en sombrear en una figura dada la fracciona indicada y complete la tabla:

Figura	Fracción sombreada	Fracción Blanca
	$\frac{3}{4}$	—
	$\frac{2}{3}$	—
	—	$\frac{2}{5}$
	—	$\frac{1}{4}$

SITUACIÓN PROBLEMA

Pedro está cursando 6 grado y va invitar a su salón a la fiesta de sus cumpleaños. El día de la fiesta asisten siete compañeros; Pedro les ofrece de comer pizza y ponqué; la pizza tiene forma circular y la torta tiene forma rectangular. María, Carlos, Jaime y Benjamín quieren comer ponqué y Juan, Laura y Rosalba quieren comer pizza.
¿En cuántos pedazos Pedro debe partir la pizza y el ponqué? Justifica la respuesta.
En el preciso momento en que Pedro va a repartir la comida llega Samanta, Carolina y Luís; Samanta es una niña muy glotona y quiere comer doble porción de pizza, mientras Carolina y Luís comerán ponqué. Pedro está un tanto confundido por la llegada de sus compañeros y no sabe cómo repartir la comida. Como le ayudaría usted a Pedro a repartir la pizza y el ponqué para que todos puedan comer igual. Justifica la respuesta.
Solución:

SEGUNDA SESIÓN

Con esta tabla y con fichas cuadradas de colores el estudiante deberá realizar las siguientes actividades (los estudiantes lo realizarán de forma manual)

1. Completar las siguientes fracciones
   $\frac{2}{3}, \frac{5}{10}, \frac{15}{20}$

2. con las fichas debe construir un perro, un gato y un caballo y decir que fracción representa con respecto a la unidad y que fracción queda para hacer más figuras:
   Gato fracción sombreada fracción en blanco
   Perro fracción sombreada fracción en blanco
   Caballo fracción sombreada fracción en blanco

TALLER DOS

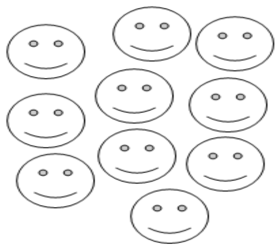
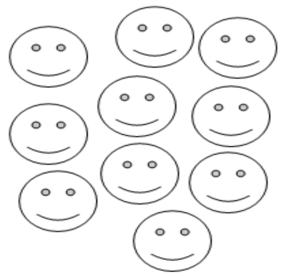
Objetivo general:
Analizar la manera como los estudiantes de sexto grado aborda el concepto de fracción en situaciones problemáticas.

Objetivo específico:
Propiciar el desarrollo del concepto de fracción como parte-todo, como parte de un conjunto y como razón, a partir de situaciones concretas que se traduzcan en representaciones gráficas, simbólicas y viceversa.

ACTIVIDAD N°1: Reconocimiento de la fracción en un conjunto

	1. ¿Cuántos caramelos tiene el corazón?
	2.¿Qué fracción representa los caramelos naranja?
	3.¿Qué fracción representa los caramelos rojos?
	4.¿Qué fracción representa los caramelos azules?
	5.¿Qué fracción representa los caramelos verdes?
	6.¿Qué fracción representa los caramelos amarillos?
	7.¿Qué fracción representa los caramelos morados?
	8. Si usted se come los caramelos azules. ¿Cuál es la fracción que se ha comido?
	9.Si Juan se come los rojos, Marcos los amarillos y Rosa se come naranjas, ¿Qué fracción se comieron entre los tres?
	10. Después que Juan, Marcos, Rosa y usted se comieron los caramelos, ¿cuántos caramelos quedaron del corazón?

ACTIVIDAD N°2: Reconocimiento de la fracción como un subconjunto

Colorea $\frac{1}{5}$ de las caras	Representa la fracción $\frac{2}{4}$ de las 10 caras	Dibuje $\frac{2}{3}$ de 12 caras
		

ACTIVIDAD N° 3: Manipulación de objetos geométricos
En esta actividad se le dará una bolsa con triángulos,
¿Cuántos triángulos tiene la bolsa?______
Use la siguiente tabla para clasificar los triángulos:

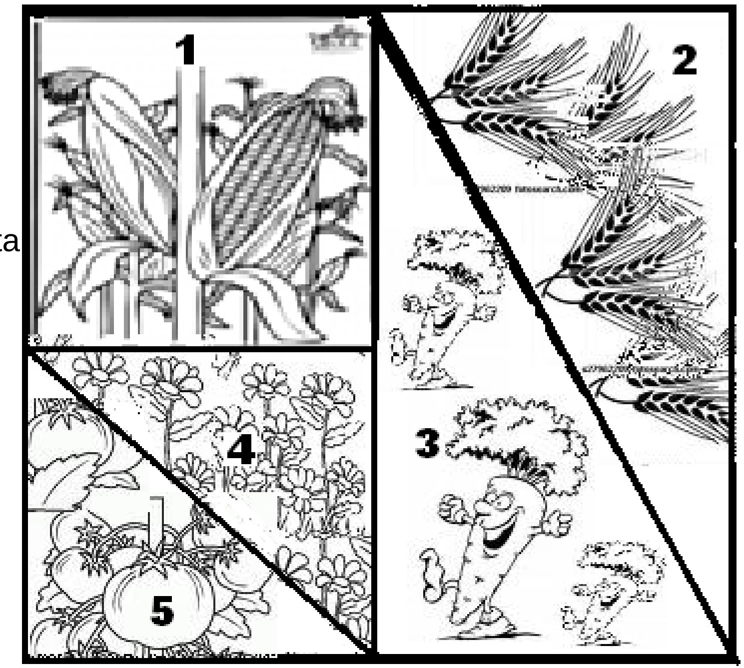
Tamaño			Color			grosor	
Grande	Mediano	Pequeño	Azul	Amarillo	Rojo	Grueso	Delgado

¿Según el tamaño que fracción representa los triángulos grandes?_______.
¿Según el tamaño que fracción representa los triángulos medianos?_______.
¿Según el tamaño que fracción representa los triángulos pequeños?_______.
Sume todos los tamaños; ¿Cuál es el resultado?_______.

Escribe una conclusión:
Qué relación encontró entre la suma del tamaño, del grosor y del color:

ACTIVIDAD N°4: SITUACION PROBLEMA

La grafica muestra la forma como está distribuida el área de un terreno en diferentes cultivos



- -Zona 1 cultivada en maíz
- -Zona 2 cultivada en trigo
- -Zona 3 cultivada en zanahoria
- -Zona 4 cultivada en flores
- -Zona 5 cultivada en tomate

¿Qué fracción del terreno representa cada zona cultivo?

Justifique su respuesta.

Zona 1 ________

Zona 2________

Zona 3________

Zona 4________

Zona 5________

¿Al sumar todas las zonas que fracción representa? ¿Por qué?

Anexo D. Taller Tres

Objetivo general. Analizar la manera como los estudiantes de sexto grado abordan el concepto de fracción en situaciones problemáticas.

Objetivo específico. Propiciar el desarrollo del concepto de fracción como parte-todo, como parte de un conjunto y como razón, a partir de situaciones concretas que se traduzcan en representaciones gráficas, simbólicas y viceversa.

1. Compara La relación que hay entre las dos magnitudes.

a. $\frac{3}{2}$ ____

b. $\frac{5}{6}$ ____

c. $\frac{7}{7}$ ____

d. $\frac{9}{4}$ ____

e. $\frac{4}{5}$ ____

2. En las siguientes expresiones se relacionan dos magnitudes, compara la relación que existe entre ellas.

   a. José tiene en la finca 12 gallinas y 3 gallos
   b. En el salón de sexto grado hay 25 niñas y 15 niños.
   c. En el Colegio…. hay doce profesoras y 3 docentes
   d. En una conejera hay 40 conejas y 8 conejos.
   e. En un potrero hay 60 vacas y 6 toros

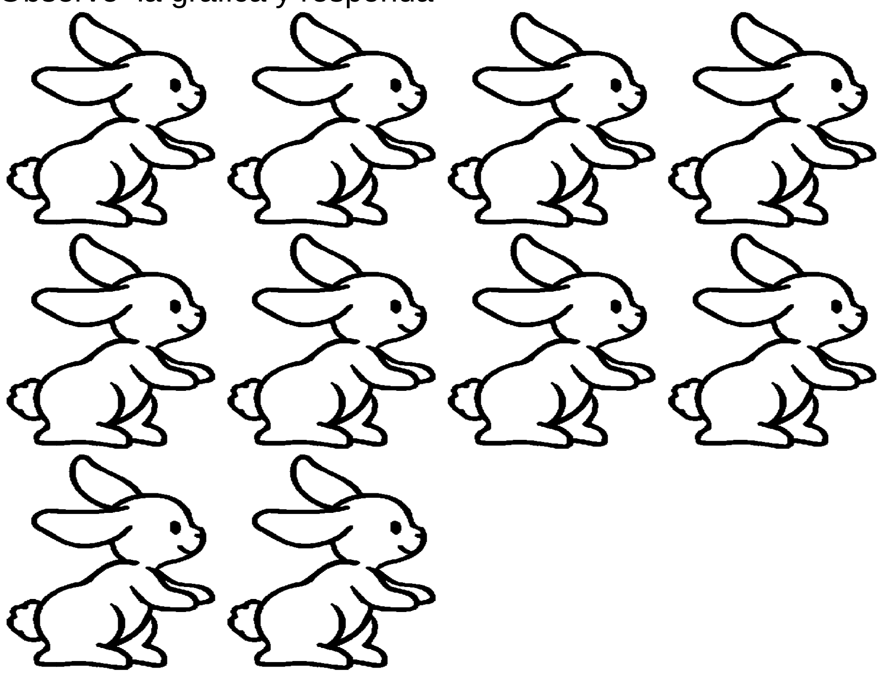
3. Escriba la razón como una fracción y reduzca a términos de menor valor.

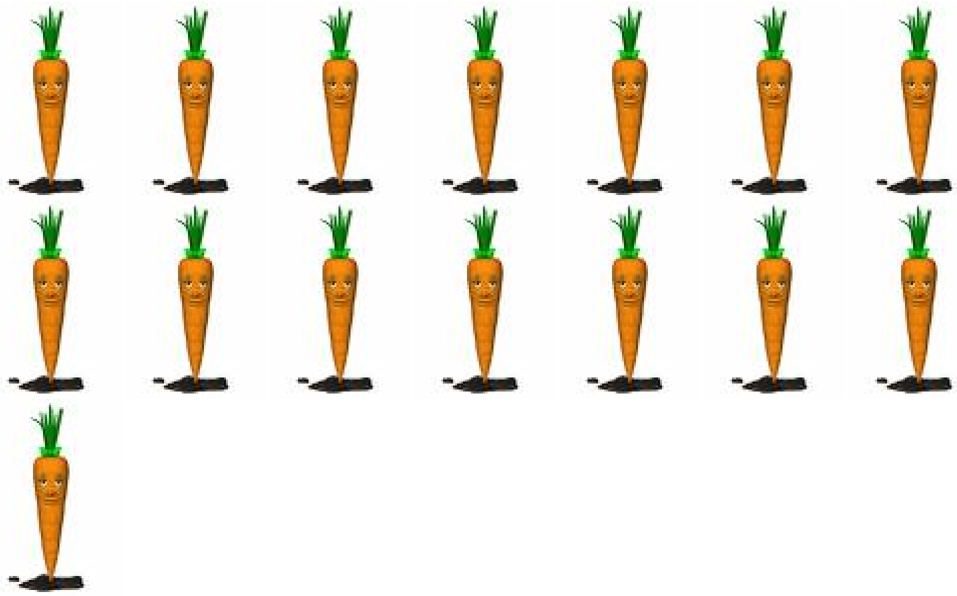
   a. La razón de 6 m a 18 cm
   b. La razón de 3 ½ a 4 ½
   c. La razón de 16 a 12
   d. La razón de 5x a 10x
   e. La razón de 5 kg a 15 kg

4. Complete la tabla y escribe la relación que hay entre las magnitudes

a	B	a : b	RELACION ENTRE a : b
9 m	6 m		
20 K	8 k		
20 cm	0,8 m		
500 g	1,5 kg		
40 min	1 hora		
0,5 min	50 (s)		

5. Observe la gráfica y responda





a. Cuál es la relación que hay entre los conejos y las zanahorias
b. Cuál es la relación que hay entre las zanahorias y los conejos

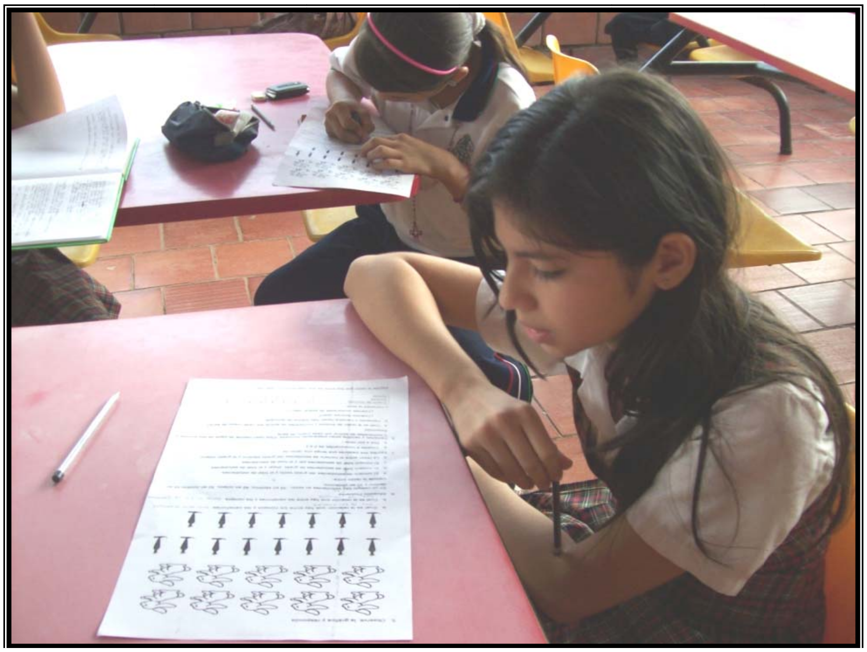
6. Situación Problema
   En un colegio hay estudiantes en sexto, 38 en séptimo, 46 en octavo, 50 en noveno, 45 en decimo y 33 en undécimo.
   Calcula la razón entre:
   a. El número de estudiantes del grado sexto y el total de estudiantes.
   b. El número total de estudiantes de grado impar y el total de estudiantes.
   c. El número total de estudiantes par y el total de estudiantes.
   d. La razón entre el número de estudiantes del grado séptimo y el grado octavo
7. Escriba dos palabras que tenga una razón de
6. Vocales a consonantes de 2 a 3
7. Dos e por cada r
8. Fernando y carolina están preparando limonada. Ellos usan mezcla de jugos de dos limones y 3 cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua.
   Responda:
   a. Cuál es la razón de limones y cucharadas de azúcar por cada cuarto de agua?
   b. Fernando y Carolina hacen tres cuartos de limonada.
      - ¿Cuántos limones usan?
      - ¿Cuántas cucharadas de azúcar usan?

   c. Completa la tabla

Cuarto de limones	1	2	3	4	5	6	7	8
Limones								
Azúcar								

Escribe la razón que hay entre las dos magnitudes en cada caso

Anexo E. Los estudiantes trabajando



Anexo F. Video de los diferentes talleres

D:\VIDEO_TS\VIDEO_TS.BUP
D:\VIDEO_TS\VIDEO_TS.IFO
D:\VIDEO_TS\VIDEO_TS.VOB
D:\VIDEO_TS\VTS_01_0.BUP
D:\VIDEO_TS\VTS_01_0.IFO
D:\VIDEO_TS\VTS_01_1.VOB
D:\VIDEO_TS\VTS_01_2.VOB
D:\VIDEO_TS\VTS_01_3.VOB