

ÁREA Y VOLUMEN EN LA GEOMETRÍA EGIPCIA

LADY MARCELA CASTRO RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER		No. Clasificación
BIBLIOTECA		LM 12796
No. Adquisición	Fecha Recibo	
	26 FEB. 2004	
No. Inventario	Precio	Dpto. Solicitante
111817		

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE MATEMÁTICAS

BUCARAMANGA

2003

BIBLIOTECA UIS

~~2003~~

ÁREA Y VOLUMEN EN LA GEOMETRÍA EGIPCIA

LADY MARCELA CASTRO RODRÍGUEZ

**Monografía presentada como requisito parcial para optar al título de
Licenciada en Matemáticas**

Director

LUIS HERNANDO RODRÍGUEZ MUÑOZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA**

2003

NOTA DE ACEPTACIÓN

Amir R. Rodríguez H.

PRESIDENTE DEL JURADO

Gonzalo H. Saborosa P.

JURADO

JURADO

BIBLIOTECA UIS

Bucaramanga, Noviembre de 2003

DEDICATORIA

A DIOS, por su presencia en todos los momentos de mi vida.

A mis padres, NICOLÁS Y ELSA MARÍA, quienes me han dado la vida y la oportunidad de prepararme, ayudándome en todo.

A mi tía DAY CELINA, y a mis hermanos CATALINA Y DANIEL, quienes han compartido mis alegrías y tristezas.

Y por supuesto a FREYS por brindarme su amor, apoyo y colaboración desde que nos conocimos.

AGRADECIMIENTOS

A la UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER, por integrarme a esta familia universitaria tan envidiada por muchos.

A LUIS HERNANDO RODRÍGUEZ MUÑOZ, por su colaboración en la dirección y apoyo desinteresado para la realización de esta Monografía.

A los profesores que durante la carrera me brindaron sus conocimientos y enseñanzas, entre tantos: Prof. RAFAEL, Prof. SONIA, Prof. BERNARDO.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
1. SURGIMIENTO DE LA GEOMETRÍA EN EGIPTO	3
2. PAPIROS	8
2.1 PAPIRO DE MOSCÚ	14
2.2 PAPIRO DE RHIND	17
3. ÁREAS	20
3.1 ÁREA DE UN RECTÁNGULO	21
3.2 ÁREA DEL TRIÁNGULO	23
3.3 ÁREA DEL CÍRCULO	27
3.3.1 Otro método para obtener la fórmula	31
3.4 ÁREA DE UNA SEMIESFERA	34
3.5 ÁREA DE UN SEMICILINDRO	36
4. VOLUMEN	39
4.1 VOLUMEN DE UN GRANERO CILÍNDRICO	39
4.2 VOLUMEN DE UNA PIRÁMIDE	43
4.3 VOLUMEN DE UNA PIRÁMIDE TRUNCADA	47
5. UNIDADES DE MEDIDA UTILIZADAS EN ESTA MONOGRAFÍA SEGÚN LA TRADUCCIÓN DEL LIBRO <i>MATHEMATICS IN THE TIME OF THE PHARAOHS</i> DE RICHARD J. GILLINGS	54
6. CONCLUSIONES	56
BIBLIOGRAFÍA	58

TABLA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro 1. Contenido Papiro de Moscú	16
Cuadro 2. Contenido Papiro de Rhind	19

TABLA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5	6
Figura 2. Piedra de Rosetta	9
Figura 3. Ubicación de Rosetta, ciudad egipcia	10
Figura 4. Papiro de Moscú	14
Figura 5. Papiro de Rhind	17
Figura 6. Figuras cuadrangulares	20
Figura 7. Ejercicio 49 del RMP	22
Figura 8. Triángulos de los problemas 51 del RMP y 4 del MMP	24
Figura 9. Problema 51 del RMP	24
Figura 10. Triángulo Isósceles transformado en rectángulo.	25
Figura 11. Problema 52 del RMP	26
Figura 12. Triángulo truncado o trapecio isósceles transformado en rectángulo	27
Figura 13. Círculos de los problemas 41 y 50 del RMP	28
Figura 14. Problema 48 del RMP	29
Figura 15. Octágono inscrito según el problema 48 del RMP	30
Figura 16. Octágono inscrito en un rectángulo	32
Figura 17. Representación del área del octágono	32
Figura 18. Semiesfera	36
Figura 19. Cilindro de radio $9/2$ y altura $9/2$	37
Figura 20. Formas convencionales de cestos egipcios antiguos	38
Figura 21. Círculo del ejercicio 13 según el papiro de Kahun	42
Figura 22. Pirámide	43
Figura 23. Descomposición de una pirámide	44
Figura 24. Volumen de la pirámide	45

Figura 25. Problema 14 del MMP (a la derecha según el Papiro y a la izquierda una interpretación.	48
Figura 26. Descomposición en pirámide.	50
Figura 27. Pirámide	51
Figura 28. Descomposición para encontrar el volumen de la pirámide 1	52
Figura 29. Descomposición para encontrar el volumen de la pirámide 2.	53

GLOSARIO

EDFÚ: Los templos mejor conocidos de Egipto están en la zona del Nilo medio, cerca de la antigua capital, Tebas. Aquí se encuentran los templos de Luxor, Kamak y Dayr al-Bahari (siglos XV-XII a.C.), y Edfú (siglo III a.C.).

HERÓDOTO O HERODOTO: (c. 484-425 a.C.), historiador griego, reconocido como el padre de la historiografía. Nació en Halicarnaso (actual Bodrum, en Turquía), de donde se cree que estuvo exiliado hacia el 457 a.C. por conspirar contra el gobierno de la ciudad, favorable a los persas. Probablemente fue directamente a Samos, desde donde viajó por Asia Menor, Babilonia, Egipto y Grecia. La dirección y extensión de sus viajes no se conocen con exactitud, pero le proporcionaron valiosos conocimientos de primera mano de casi todo el antiguo Oriente Próximo. Hacia el 447 a.C. llegó a Atenas, entonces el centro cultural del mundo griego, donde obtuvo la admiración de los hombres más distinguidos, incluido el gran político ateniense Pericles. En el 443 a.C. Heródoto se instaló en la colonia griega de Turios (Thurioi), fundada en el sur de Italia por iniciativa de aquél. Se dedicó el resto de su vida a completar su gran obra, conocida como *Historias*, cuyo título deriva de la palabra griega *historia*.

Los estudiosos de *Historias* la dividieron más tarde en nueve libros. Los primeros tratan sobre las costumbres, leyendas, historia y tradiciones de los pueblos del mundo antiguo, incluidos los lidios, escitas, medas, persas, asirios y egipcios. Los tres últimos versan sobre los conflictos armados entre Grecia y Persia que tuvieron lugar a principios del siglo V a.C. y que son conocidos como las Guerras Médicas. En su obra, el desarrollo de la civilización se presenta como un movimiento inexorable hacia un gran enfrentamiento entre Persia y Grecia, consideradas los dos centros,

respectivamente, de las culturas orientales y occidentales. La información de Heródoto procede en parte de los trabajos de sus predecesores y en parte de las observaciones que hizo durante sus extensos viajes.

Sus *Historias* son el primer trabajo importante en prosa. Tanto las críticas antiguas como las actuales han rendido homenaje a la grandiosidad de su estilo y su franqueza, a su lucidez y a su delicioso estilo anecdótico. Heródoto demuestra un gran conocimiento de la literatura griega y un pensamiento contemporáneo racional. Creía que el Universo estaba regido por el destino y el azar, y que nada en los asuntos humanos es estable. Sin embargo, la elección moral seguía siendo importante, ya que los dioses con frecuencia castigan la arrogancia. Este intento de extraer lecciones morales del estudio de los grandes acontecimientos, es la base de la historiografía griega y romana.

IMHOTEP: la arquitectura vivió un momento de gran esplendor, al que estuvo vinculada la Figura de Imhotep, arquitecto y jefe espiritual de Zoser que siglos después llegaría incluso a ser deificado. Imhotep diseñó para Zoser la célebre pirámide escalonada de Saqqara, considerada la primera de este tipo y una obra maestra del arte de Egipto. La pirámide está rodeada por un amplio complejo funerario que cubre unas 15 hectáreas, también construido por Imhotep.

LUXOR: localidad del este de Egipto central, en la gobernación de Qina, a orillas del río Nilo, cerca de la ciudad de Karnak. Su agricultura produce cereales, caña de azúcar y dátiles. Los restos arqueológicos que comparte con Karnak son visitados por miles de turistas. Luxor constituía la mitad sur del antiguo asentamiento de Tebas y en ella se conservan las ruinas de un gran templo construido en el siglo XIV a.C. Karnak está situada en lo que fue la mitad norte de la antigua Tebas. Población (1992), 146.000 habitantes.

TEBAS: (en egipcio, *Wasit* o *Niut*, 'la Ciudad'), antigua ciudad y, durante muchos siglos, capital del antiguo Egipto, situada a ambos lados del río Nilo, a unos 725 km al sur de la actual ciudad de El Cairo. Tebas se encuentra parcialmente ocupada en la actualidad por las ciudades de Karnak y Luxor. Fue denominada Tebas por los griegos, quienes también la conocieron como Dióspolis ('ciudad celestial'); es la ciudad identificada en el Antiguo Testamento como No ('la Ciudad') o No-Amón ('la Ciudad de Amón'). Repartidos por el yacimiento actual se encuentran los restos de numerosos templos, tumbas y otros monumentos del antiguo Egipto. De origen prehistórico, Tebas aparece por primera vez en registros egipcios durante el Imperio Antiguo (c. 2755-2255 a.C.). Se han descubierto tumbas que datan de faraones de la VI Dinastía (c. 2407-2255 a.C.) en la necrópolis que se encuentra en la orilla occidental del río Nilo. Según indica el nombre bíblico de Tebas, la deidad local de la ciudad era Amón, quien originalmente representaba las fuerzas de generación y reproducción y, que después, como Amón-Ra, se convirtió en el 'rey de los dioses'. El templo de Amón en Karnak es uno de los mejores conservados y con una de las estructuras más magníficas de la antigüedad egipcia.

Bajo los faraones de la IX y X Dinastías (c. 2230-2035 a.C.), Tebas se desarrolló como centro administrativo de una poderosa línea de monarcas (gobernadores). Los monarcas de Tebas retaron con éxito a los faraones de Heracleópolis, consiguiendo el control completo de Egipto hacia el 2035 a.C. Con el establecimiento de la XI Dinastía, Tebas fue capital de Egipto hasta el reinado de Ajnatón en el siglo XIV a.C. Durante este periodo se erigieron numerosos templos, la avenida de esfinges, varias tumbas magníficas y muchos otros monumentos en Tebas y sus alrededores. Se restableció como sede del gobierno egipcio poco después de la muerte de Ajnatón. Después, en concreto durante las XIX y XX Dinastías (1293-1070 a.C.), los faraones contribuyeron al esplendor arquitectónico de la ciudad. Los asirios saquearon

Tebas en el siglo VII a.C. Aunque después fue restaurada en parte, la ciudad sufrió un rápido declive después del colapso en el 332 a.C. de la XXXI Dinastía. A finales del siglo I a.C., Tebas fue destruida por los romanos.

Entre los monumentos más importantes se encuentran las tumbas de los faraones en el Valle de los Reyes, los colosos de Memnón, el Ramesseum de Ramsés II, el templo de Ramsés III y el templo de la reina Hatshepsut.

ZOSER O DJOSER: (fl. siglo XXVIII a.C.), faraón de Egipto (c. 2737-2717 a.C.), segundo de la III Dinastía. Sucedió a su hermano Sanajt (Nebka) hacia el 2737 a.C. Su padre, Jasejemui, había sido el último faraón de la II Dinastía. Se cree que el reinado de Zoser duró aproximadamente 20 años y que en el transcurso de este periodo estableció la capital en Menfis. Una inscripción realizada en tiempos de Tolomeo V, 2.000 años después de la muerte de Zoser, relata una historia según la cual éste habría mandado erigir un templo en Elefantina dedicado a Jnum, dios del río que puso fin a una hambruna de siete años causada por la sequía.

RESUMEN

TITULO: ÁREA Y VOLUMEN EN LA GEOMETRÍA EGIPCIA *

AUTOR: LADY MARCELA CASTRO RODRÍGUEZ **

PALABRAS CLAVES: Geometría, área, volumen, papiro de Rhind, papiro de Moscú

DESCRIPCIÓN:

La geometría es quizá la aplicación más importante de la matemática egipcia, debido a la necesidad de los agrimensores o "tensadores de cuerda", como los llamó Herodoto, para recalculer las lindes de los campos tras la inundación anual del Nilo. Después de ver las grandes construcciones que llevaron a cabo los egipcios deberíamos esperar una geometría muy avanzada. Pero desafortunadamente no es así, y las únicas fuentes que podemos analizar son el Papiro de Ahmes y el Papiro de Moscú. Con los datos que tenemos en estos dos papiros no descubrimos aspectos especiales de la geometría y lo único que nos aportan son algunos datos para el cálculo de áreas y volúmenes de figuras geométricas muy básicas. Los cálculos, aunque no correctos si son lo suficientemente aproximados para cubrir las necesidades de la vida cotidiana. Además, no existe distinción entre los cálculos exactos y los aproximados por lo que no sabemos si pensar que consideraban todos exactos o sencillamente que no se planteaban el error cometido.

Los saberes matemáticos en el Antiguo Egipto tuvieron un origen práctico. Alcanzaron un gran nivel en las manipulaciones aritméticas pero sus métodos eran toscos y sin grandes generalizaciones. Casi no hay simbolismo y los egipcios eran poco dados a investigaciones abstractas.

Hay que tener en cuenta que hasta la llegada de los griegos, al igual que en Babilonia, no existía una división entre la geometría y la aritmética, o la matemática en general, y todas las ramas se englobaban dentro de la misma, limitándose a aplicar la aritmética al cálculo de áreas, volúmenes y algún otro problema geométrico.

* Monografía.

** Facultad de Ciencias. Licenciatura en Matemáticas. Luis Hemando Rodríguez Muñoz.

SUMMARY

TITLE: AREA AND VOLUME IN THE EGYPTIAN GEOMETRY *

AUTHOR: LADY MARCELA CASTRO RODRÍGUEZ **

KEYWORDS: Geometry, area, volume, papyrus of Rhind, papyrus of Moscow

DESCRIPTION:

The geometry is maybe the Egyptian mathematics's more important application, due to the necessity of the surveyors or "rope tensadores", as Herodoto it called them, for recalculate you about them of the fields after the annual flood of the Nile. After seeing the big constructions that carried out the Egyptians we should wait a very advanced geometry. But unfortunately it is not this way, and the only sources that we can analyze are the Papyrus of Ahmes and the Papyrus of Moscow. With the data that we have in these two papyruses we don't discover special aspects of the geometry and the only thing that contribute us they are some data for the calculation of areas and volumes of very basic geometric figures. The calculations, although not correct if they are the sufficiently approximate ones to cover the necessities of the daily life. Also, distinction doesn't exist between the exact calculations and the approximate ones for what we don't know if to think that they considered all exact ones or simply that they didn't think about the made error.

The mathematical knowledge in the Old Egypt had a practical origin. They reached a great level in the arithmetic manipulations but their methods were rough and without big generalizations. There is hardly symbolism and the Egyptians were not very dice to abstract investigations.

It is necessary to keep in mind that until the arrival of the Greeks, the same as in Babylon, a division didn't exist among the geometry and the arithmetic, or the mathematics in general, and all the branches were included inside the same one, being limited to apply the arithmetic to the calculation of areas, volumes and some other geometric problem.

* Monograph.

** Faculty of Sciences. Degree in Mathematics. Luis Hemando Rodríguez Muñoz.

INTRODUCCIÓN

La matemática actual debe buena parte de su desarrollo a los esfuerzos de los primeros pensadores, expertos en los problemas de su época, personas que con su incesante preguntarse acerca de todos los aspectos del mundo en que vivían, establecieron las bases de lo que hoy llamamos matemática.

La matemática es un sistema de conocimientos organizados en continua expansión. Posee aplicaciones en ciencia, tecnología, arte, música, arquitectura, economía, de hecho, en casi todos los aspectos de la actividad humana. A través de la historia las matemáticas no solo han reflejado el progreso de la civilización, sino que han contribuido en gran manera a su desarrollo.

Las principales consideraciones geométricas son muy antiguas y, al parecer, se originaron en observaciones realizadas por el hombre, gracias a su habilidad para reconocer y comparar formas y tamaños.

Los conocimientos que se adquirieron no solo llegaron a cobrar un carácter religioso, sino que resolvieron también problemas básicos de la agricultura y la organización social. Debido a las inundaciones de Babilonia y Egipto, se hizo necesario delimitar los terrenos de forma variable según la estación del año, una técnica que llevó a la Geometría, ya que condujo al hombre a la noción de lo que hoy llamamos Figuras geométricas simples, tales como: rectángulos, cuadrados, triángulos. Las presiones políticas, comerciales y religiosas encaminadas a construir palacios, embarcaciones, templos y tumbas estimuló aun más el desarrollo de la Geometría.

También muchas observaciones en la vida diaria pudieron haber conducido a los primeros seres humanos al concepto de curvas, superficies y sólidos. Por ejemplo, los casos de circunferencia fueron numerosos: la periferia del sol, de la luna, las ondas que se forman al lanzar una piedra en un estanque de agua. La noción de secciones cónicas: parábolas, elipses, hipérbolas, pudo haber sido insinuada por las sombras producidas por el sol o una antorcha. La idea de volumen viene de manera casi inmediata, al considerar y fabricar recipientes para contener agua, aceite, cereales y otros alimentos de consumo diario.

Los conocimientos de los egipcios eran considerables. Sin dichos conocimientos no habrían podido construir las pirámides, medir tierras. La geometría egipcia junto a la babilónica, fue la precursora de la potente geometría griega. Los primeros matemáticos griegos (Tales de Mileto, Pitágoras,...) viajaron por Babilonia y Egipto antes de realizar sus tratados.

De ahí el deseo de prestar importancia al desarrollo de las matemáticas antiguas, mas exactamente a la Geometría Egipcia, en temas como área y volumen.

1. SURGIMIENTO DE LA GEOMETRÍA EN EGIPTO

La mayoría de especies animales han demostrado poseer un elevado grado de adaptación a su medio ambiente. Pero indiscutiblemente la expansión y el dominio alcanzado por el hombre rechazan toda comparación. Ya que prescindiendo de las fronteras de su entorno natural, ha conquistado y colonizado los lugares más diversos y hostiles, de tal modo que, en la actualidad, no existe ningún rincón sobre la tierra en que no haya huellas de su presencia.

Muchas circunstancias en la vida humana, aún en la edad primitiva, condujeron a numerosos descubrimientos geométricos: la noción de distancia fue, sin duda alguna uno de los primeros conceptos geométricos descubiertos; la estimación del tiempo necesario para hacer un viaje condujo, originalmente, a observar que la recta constituye la trayectoria mas corta de un punto a otro; incluso, por intuición, la mayoría de los animales se dan cuenta de esto.

Otros conceptos geométricos elementales, como las nociones de vertical, de rectas paralelas, de rectas perpendiculares, pueden haber sido sugeridos por la construcción de paredes y viviendas primitivas.

Nadie sabe cuándo ni dónde el hombre inventó la vela, pero este hallazgo fue, probablemente, uno de los primeros intentos de dominar una fuerza natural y hacerla aprovechable. El primer indicio de una nave a vela aparece en Egipto hacia el milenio –III. Los barcos egipcios de la antigüedad tenían una vela cuadrada sostenida por dos palos de madera, una verja en la parte superior y una botavara en la inferior; solo podían navegar a favor del viento,

pero como en el valle del Nilo el viento sopla casi siempre del Norte, ello permitía navegar contra la corriente. Para navegar río abajo no se necesitaba vela.

De esta manera se fue creando, inconscientemente, una geometría utilizada en un principio por el hombre para solucionar problemas geométricos concretos, que bien pudieron presentársele de manera aislada, sin conexión aparente entre unos y otros y, claro, también la pudo utilizar en la fabricación de objetos ornamentales y artísticos.

Naturalmente, esas manifestaciones artísticas y esos problemas concretos contribuyeron al surgimiento y al posterior desarrollo de la geometría. La geometría empezaba a volverse una ciencia.

Es probable que la ciencia de la geometría naciera de la necesidad de fijar posiciones donde los hitos hubieran sido arrastrados por las inundaciones anuales. La aritmética se desarrolló para calcular la cantidad de las cosechas, a fin de poder repartirlas. La aritmética egipcia se basaba en un sistema de duplicación parecido a las operaciones de una computadora moderna. El estudio geométrico llevó a los egipcios a conseguir un buen sistema para calcular el área del círculo: suponían que la circunferencia de un círculo era el cuadrado de ocho novenas partes de su diámetro (**ver capítulo Áreas**). También necesitaban determinar las estaciones y las épocas de las inundaciones del Nilo, e inventaron un calendario de 365 días (**tema recomendado para una Monografía**).

Los pueblos de Mesopotamia, en los valles de los ríos Tigris y Eufrates, evolucionaban de forma similar, pero en condiciones diferentes. Allí había poca piedra, y anotaban sus conocimientos haciendo señales en tabletas de arcilla blanda, que luego cocían. Introdujeron la idea de que el valor de un

dígito depende de su posición en un número, e incluso resolvieron ecuaciones algebraicas. Los egipcios se interesaban en cálculos simples y prácticos, mientras que los babilonios eran mucho más sofisticados, sobre todo en lo referente a la astronomía.

El Antiguo Egipto es la mayor civilización tecnológica de la antigüedad, una muestra del triunfo de la eficiencia y la inteligencia. Se pasa del neolítico¹ a la historia en 2.500 años de acelerados avances técnicos. Sin lugar a dudas los conocimientos científicos de los egipcios, su medicina, sus construcciones, su refinamiento siguen sorprendiendo y atrayendo.

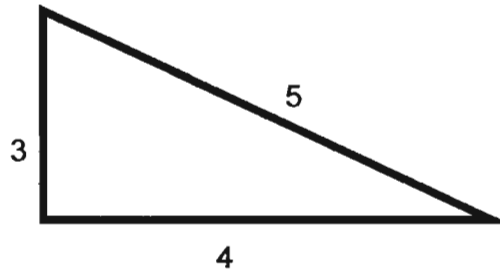
La palabra Geometría alude a “medir la tierra”. Los pueblos del valle del Nilo vivían en una región excepcionalmente fértil y segura. Observaron que el limo depositado por las inundaciones anuales renovaba la fertilidad del suelo, por lo que excavaron canales y construyeron diques para desviar las fértiles aguas de la riada, cargadas de sedimento, hasta sus campos. Cuando las aguas volvían a su cauce, los agrimensores² debían trazar de nuevo los límites de las propiedades de cada propietario. Estas operaciones de control de las riadas originaron una ingeniería a gran escala. Los habitantes del valle del Nilo aplicarían luego técnicas de ingeniería a la construcción de las pirámides.

Los agrimensores y constructores de pirámides trazaban líneas perpendiculares sobre el terreno, utilizando una cuerda de doce nudos equidistantes. Con este método dibujaban en el suelo triángulos rectángulos de lados 3,4 y 5.

¹ Neolítico: neo, “nuevo”, periodo de piedra pulimentada respectivamente.

² Agrimensores: miden la superficie de la tierra.

Figura 1. Triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5



Fuente: Diseñado por la autora de la Monografía.

A pesar de que todo parece indicar que la geometría se desarrolló ante la necesidad de recalcular los lindes tras la inundación del Nilo, puede suceder que no sea así. Indudablemente ésta era una de las aplicaciones más importantes pero desde luego no la única. Los babilonios por ejemplo tenían una geometría muy similar a la desarrollada en Egipto y, sin embargo, no tenían la necesidad de la agrimensura³.

La mayoría de los problemas de geometría que aparecen en los diferentes papiros hace referencia a fórmulas de medición necesarias para evaluar el área de Figuras planas y de ciertos volúmenes (**ver capítulo papiros**). El área de un triángulo isósceles se obtiene multiplicando la mitad de la base por la altura. Los egipcios estaban acostumbrados a transformaciones que usan la semejanza de rectángulos con ayuda de triángulos isósceles y trapecios isósceles. Calculaban también el volumen de cilindros y prismas, pero desconocían el teorema de Pitágoras en su formulación general.

Más que una Figura geométrica el triángulo rectángulo de lados 3, 4,5 denominado "Triángulo Sagrado" era un principio de la naturaleza. Era símbolo de todo proceso dinámico, de la Figura geométrica más perfecta y daba la posibilidad de crear las demás.

³ Agrimensura: técnica que se basa en la medición de la superficie de las tierras.

Dominaban perfectamente los triángulos gracias a los anudadores, quienes hacían nudos igualmente espaciados que servían para medir; fueron los primeros en observar que uniendo con forma de triángulo, cuerdas de ciertas longitudes se obtiene un ángulo recto, también conseguían mediante estos nudos triángulos rectángulos. Pitágoras recogió toda esta experiencia geométrica para su teorema. Es decir, los egipcios ya conocían la relación entre la hipotenusa y los catetos en un triángulo rectángulo. Utilizaban el que más tarde se llamaría Teorema de Pitágoras, pero de forma práctica, no sabían demostrarlo.

Para la construcción de las impresionantes pirámides cubiertas de jeroglíficos, los egipcios obtienen fórmulas que aplicaban según sus necesidades.

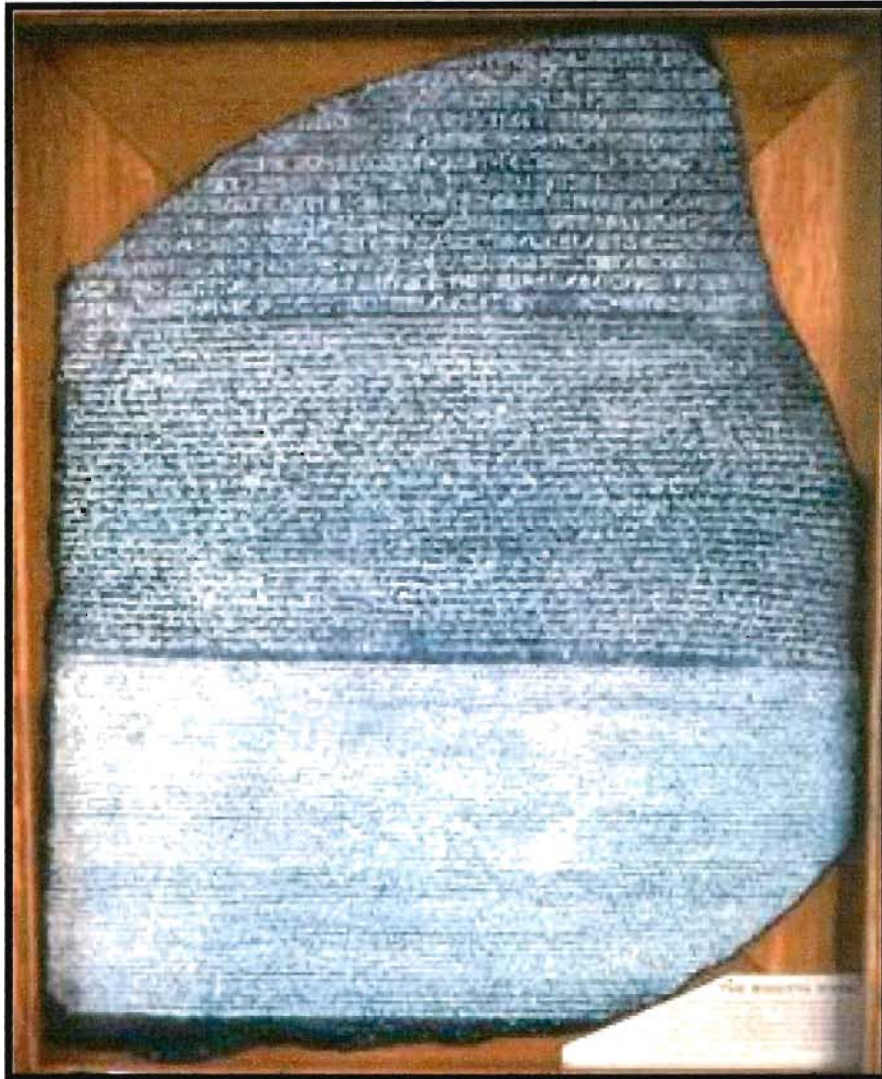
2. PAPIROS

La historia de Egipto fue la más larga de cuantas civilizaciones antiguas florecieron en torno al mediterráneo, a orillas del Nilo, extendiéndose casi sin interrupción desde aproximadamente el año 3000 antes de Cristo hasta el siglo IV después de Cristo. Su escritura y sistema de numeración jeroglífico nos ha llegado a través de los papiros.

Cabe anotar que si las tablillas babilónicas han superado el paso del tiempo con relativa facilidad, no ocurre lo mismo con éstos. Sin embargo, su comprensión ha sido más sencilla gracias al hallazgo de la Piedra de Rosetta en 1799 cerca de Rosetta, una ciudad egipcia, puerto en el brazo oeste del Nilo, cerca de la ciudad de Alejandría.

El Ejército francés encontró ésta lápida que contiene un texto en tres escrituras: griego, demótico (lengua del pueblo) y jeroglífico. Que ha permitido traducir los textos jeroglíficos al griego y de éste a otras lenguas.

Figura 2. Piedra de Rosetta



Fuente: Microsoft ® Encarta ® Biblioteca de Consulta 2002. © 1993-2001 Microsoft Corporation. British Museum, London / Bridgeman Art Library, London / New York

Figura 3. Ubicación de Rosetta, ciudad egipcia



Fuente: Microsoft ® Encarta ® Biblioteca de Consulta 2002. © 1993-2001 Microsoft Corporation. Rosetta, Buhayrah, Egipto / Físico – político

El conocimiento de los métodos de cálculo de los egipcios y su aplicación en distintos problemas proviene de las inscripciones talladas en piedras, de los calendarios y sobre todo de algunos Papiros. Entre los más antiguos cabe destacar, especialmente el documento matemático más importante el Papiro de Rhind o Ahmes copiado por Ahmes hacia el 1650 a. C. y comprado en 1858 por el anticuario Rhind, se encuentra en el British Museum⁴.

Parece que la fuente es otro documento del Imperio Medio (2000 a. C. – 1800 a. C.): algunos de sus conocimientos se atribuyen a Imhotep, arquitecto de la pirámide del faraón Zoser⁵ hace unos 5.000 años. Otros papiros importantes son el de Kahun, el de Berlín y el de Moscú. Tanto el Papiro de Rhind como el Papiro Golenischevse o de Moscú recogen colecciones de problemas matemáticos. Es importante tener en cuenta que los egipcios utilizaban las matemáticas para resolver problemas prácticos, (medir sus tierras periódicamente inundadas por el Nilo, construir pirámides) los resultados están siempre referidos a casos particulares, Figuras concretas de unas medidas concretas, y son descriptivos sin detenerse en lo que hoy llamamos demostración. Lo cual hace pensar que seguramente estas colecciones se utilizaban con una finalidad didáctica.

Los papiros nos han dejado constancia de que los egipcios situaban correctamente tres cuerpos geométricos: el cilindro, el tronco de la pirámide y la pirámide (**ver capítulo volumen**). La utilidad del cálculo volumétrico resulta fácil: se precisaba, entre otras cosas, para conocer el número de ladrillos necesarios para una construcción.

En el Papiro Ahmes vemos que el cálculo de áreas tendía a emplear la conversión de la Figura a analizar en “algo parecido a una Figura conocida”

⁴ British Musseum: Museo Británico, en Bloomsbury, es uno de los mayores y más famosos del mundo.

⁵ Zoser: faraón de Egipto (c. 2737 – 2717 a. C.), segundo de la III Dinastía.

que permitía llegar al área buscada. Un sistema de cálculos parciales cuya suma permitía obtener el área de la Figura inicial. Veremos este método en el cálculo del área del círculo (**ver capítulo Áreas**). Es quizá un primer paso hacia la demostración geométrica y un intento de encontrar las relaciones mutuas entre Figuras geométricas, pero que se quedó ahí, en un primer paso, y al que nunca se le ha dado la importancia que tiene.

Por este método se justifica el cálculo del área del triángulo isósceles. Según Ahmes debe dividirse la mitad de la base y multiplicarlo por la altura. Como es lógico el escriba no emplea los términos base, altura o isósceles para expresarse, pero por la Figura y la explicación que da debemos pensar que se trata de un triángulo isósceles (**ver capítulo Áreas**). Curiosamente Ahmes describe el triángulo como “un pedazo de tierra de una cierta anchura en un extremo y que llega a un punto”. Cuando Ahmes habla de altura no emplea más que un término genérico llamado “línea”, afirmando que debe multiplicarse la base por la “línea”.

No es claro si el escriba quería referirse, con este término, a la altura del triángulo o a un lado, aunque por los cálculos que aparecen en otros problemas parece más bien este último caso. Pero hay que plantearse qué se podía considerar base y qué lado.

Es quizá el cálculo del área del círculo la parte de la geometría de la que más se ha escrito, sin duda por el misterio que rodea al número π . Según el Papiro Rhind (**problema 50 del RMP, capítulo Áreas**) Ahmes acepta que el área de un círculo de diámetro 9 es la misma que la de un cuadrado de lado 8. Esto nos lleva a aceptar un valor para π de $3.1605 = (4 \cdot (8/9)^2)$. Esta es una muy buena aproximación del valor real de 3.1415926... que siempre ha llamado la atención.

Se ha dicho que los egipcios conocían el valor de π , pero lo cierto es que aunque la aproximación no es mala, es un valor calculado en base a una geometría muy básica. Además, hay que tener en cuenta que los egipcios no empleaban π como una constante. No sabemos como se llegó a esta aproximación, pero se ha considerado que el problema 48 (**ver capítulo Áreas**) del mismo papiro puede ser la respuesta. En este vemos que Ahmes construye un octágono a partir del cuadrado de lado 9 unidades, dividiendo cada lado en 3 partes y uniendo las esquinas, es decir, anulando los 4 triángulos formados en las esquinas. Entonces el área del octágono es aproximada al área del círculo de diámetro 9 (**ver capítulo Áreas**).

Podemos afirmar que no se empleaba π como constante, por lo que hemos de deducir que tampoco se conocía su relación con el perímetro o el área del círculo.

Posiblemente mayor importancia que la buena aproximación de π tenga la afirmación egipcia de las relaciones entre área y perímetro del círculo y el cuadrado. Según los egipcios *la relación entre el área de un círculo y su circunferencia es la misma que la razón entre el área y el perímetro del cuadrado circunscrito*. Sin duda esta afirmación es mucho mas importante geoméricamente hablando que la aproximación de π , si bien es cierto que muchos autores han destacado esta aproximación de π para afirmar que los egipcios conocían una matemática “oculta” mucho más desarrollada que la que actualmente aceptamos de las escasas fuentes que poseemos.

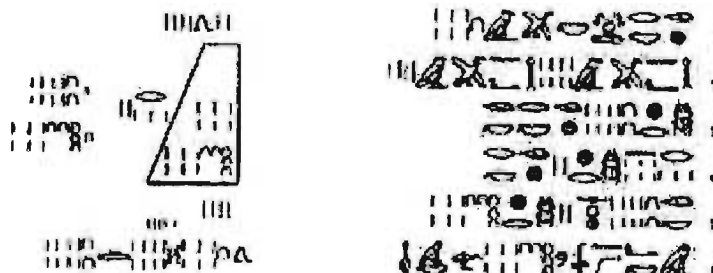
Los papiros existentes proporcionan poca información sobre la geometría egipcia y las propiedades matemáticas de la pirámide de base cuadrada. Lo que sí se sabe con certeza, es que los autores de esos documentos históricos egipcios, sabían calcular la pendiente de los lados de una pirámide y su volumen. La construcción de las pirámides fue para ellos, la ocasión

para utilizar el equivalente de nuestra cotangente (**tema recomendado para una Monografía**).

Es interesante observar que en la matemática egipcia y babilónica, no se encuentra un solo caso de lo que hoy llamamos demostración. En lugar de una argumentación general, se encuentra una descripción detallada de un procedimiento aplicado a un caso particular. Unos cuantos siglos antes de Jesucristo, toda la sabiduría empírica acumulada por los egipcios y babilonios, en especial las matemáticas, pasó a poder de los griegos. Fue Tales de Mileto, uno de los primeros pensadores griegos, que vivió hacia el año 600 a. C., quien llevó la geometría de Egipto a Grecia.

2.1 PAPIRO DE MOSCÚ

Figura 4. Papiro de Moscú



Fuente: http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_moscu.htm

Sin duda alguna la regla más importante, por su precisión, es la referida al cálculo del volumen de un tronco de pirámide de base cuadrada. El problema es el número 14 del papiro de Moscú (**ver capítulo volumen**). La fórmula, como es de suponer, no aparece en el papiro, pero se calcula el volumen exacto. Si empleamos una notación moderna la fórmula es la siguiente:

h = altura; a , b = lados, entonces tenemos:

$$V = h/3 (a^2 + a * b + b^2)$$

Se han dado varias explicaciones, pero es difícil, incluso hoy, tratar de saber el método empleado por los egipcios y como llegaron a obtener esa fórmula.

Según el papiro de Moscú el volumen de un tronco de pirámide de bases 4 y 2 y altura 6 es 56. Lo curioso es que el escriba resuelve el problema aplicando los pasos que nos llevan a la fórmula anterior. Si se considera $b = 0$ se obtiene la fórmula para calcular el volumen de una pirámide, tal y como aparece representada en el Templo de Edfú⁶.

No se sabe cómo los egipcios pudieron llegar a estos resultados, se ha afirmado que podría tener su origen en métodos experimentales, pero desde luego no es un método que resulte fácil. Para el cálculo del volumen del tronco parece mas viable que descompusieran, al menos mentalmente, el tronco en Figuras mas sencillas como paralelepípedos, prismas o pirámides, que a su vez se descomponen en bloques rectangulares que podrían llevar a la fórmula, pero ciertamente no hay nada que lo demuestre y tampoco parece que el uso de una geometría basada en descomposiciones de Figuras más sencillas prosperase en Egipto, y la única prueba está reflejada en los cálculos de áreas de ciertos triángulos y trapecios.

⁶ Edfú: Templo egipcio del siglo III a. C.

El contenido del Papiro de Moscú publicado por Richard J. Gillins en "Mathematics in the time of the pharaohs" es el siguiente:

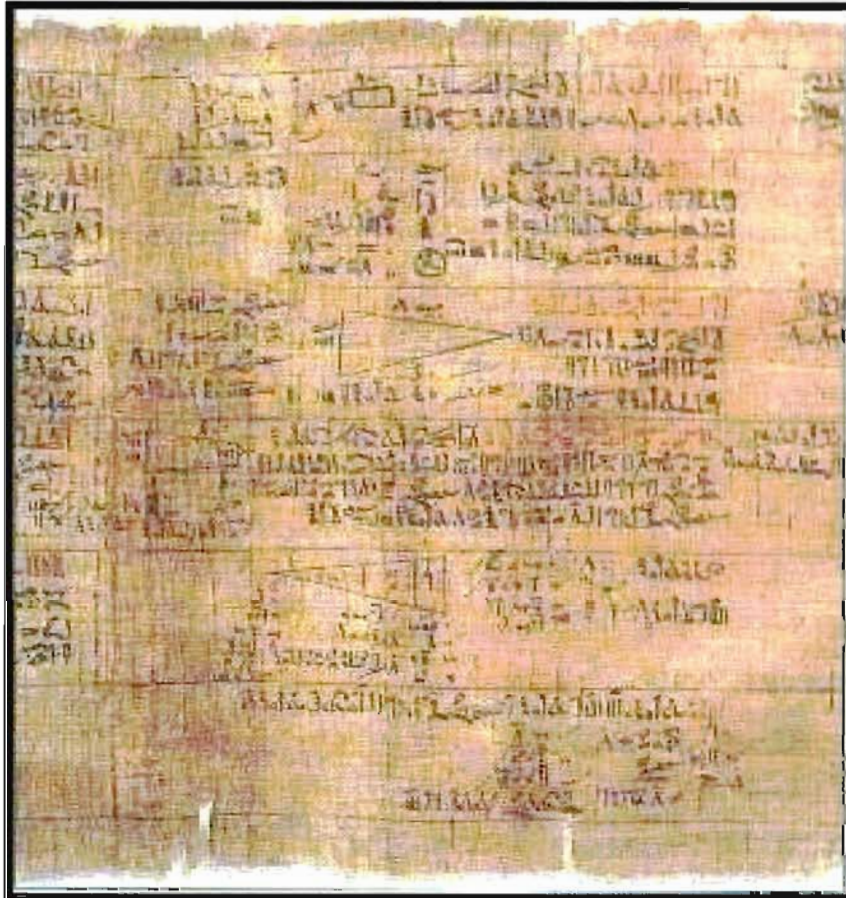
Cuadro 1. Contenido Papiro de Moscú

Problema	Descripción
1-2	Illegibles
3	Altura de un poste de madera
4	Área de un triángulo
5	"Pesos" de barras y pan
6	Área del rectángulo
7	Área de un triángulo
8-9	"Pesos" de barras y pan
10	Área de una superficie curva
11	"Barras y cestos" (?)
12	"Peso" de cerveza
13	"Peso" de barras y cerveza
14	Volumen de una pirámide truncada
15-16	"Peso" de cerveza
17	Área de triángulo
18	Mediciones en palmos y codos.
19	Ecuación lineal
20	Fracciones de Horus
21	Mezcla de pan sacrificial
22	"Pesos" de barras y cerveza
23	Cálculo del trabajo de un zapatero. Oscuro
24	Intercambios
25	Ecuación $2x + x = 9$

Fuente: http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_moscu.htm

2.2 PAPIRO DE RHIND

Figura 5. Papiro de Rhind



Fuente: http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_rhind.htm

En 1858 el egiptólogo escocés A. Henry Rhind visitó Egipto por motivos de salud (padecía tuberculosis) y compró en Luxor⁷ el papiro que actualmente se conoce como papiro Rhind o de Ahmes, y que se encontró en las ruinas de un antiguo edificio de Tebas⁸. Rhind murió 5 años después de la compra y el papiro fue a parar al Museo Británico. Desafortunadamente en esa época

⁷ Luxor: localidad del Este de Egipto central, en la gobernación de Qina, a orillas del río Nilo, cerca de la ciudad de Karnak.

⁸ Tebas: En Egipto, Wasit o Niuut, "la Ciudad", antigua ciudad y, durante muchos siglos, capital del antiguo Egipto.

gran parte del papiro se había perdido, aunque 50 años después se encontraron muchos fragmentos. Actualmente se encuentra en el Museo Británico de Londres. Comienza con la frase “Cálculo exacto para entrar en conocimiento de todas las cosas existentes y de todos los oscuros secretos y misterios”.

El papiro mide unos 6 metros de largo y 33 cm. de ancho. Representa la mejor fuente de información sobre matemática egipcia que se conoce. Escrito en hierático, consta de 87 problemas y su solución. Nos da información sobre cuestiones aritméticas básicas, fracciones, cálculo de áreas, volúmenes, progresiones, repartos proporcionales, reglas de tres, ecuaciones lineales y trigonometría básica.

Fue escrito por el escriba Ahmes aproximadamente en el 1650 a. C. a partir de escritos de 200 años de antigüedad, según reivindica Ahmes al principio del texto, aunque nos resulta imposible saber que partes corresponden a esos textos anteriores y cuáles no.

Se conoce muy poco sobre el objetivo del papiro. Se ha indicado que podría ser un documento con claras intenciones pedagógicas, o un cuaderno de notas de un alumno. Para nosotros representa una guía de las matemáticas del antiguo Egipto, pues es el mejor texto escrito en el que se revelan los conocimientos matemáticos. En el papiro aparecen algunos errores, importantes en algunos casos, que pueden deberse al hecho de haber sido copiados de textos anteriores. Aunque en la solución de los problemas aparecen métodos de cálculos basados en prueba y error, sin formulación y muchas veces tomados de las propias experiencias de los escribas, representa una fuente de información valiosísima.

El contenido del papiro Rhind, publicado por Richard J. Gillins en "Mathematics in the Time of the Pharaohs" es el siguiente:

Cuadro 2. Contenido Papiro Rhind

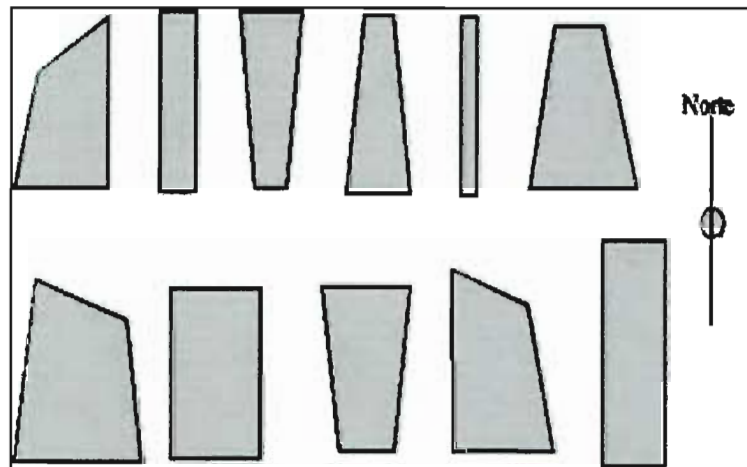
PROBLEMAS	
1 - 6	Reparto de 1, 2, 6, 7, 8 y 9 barras entre 10 hombres
7 - 20	Multiplicación de fracciones
21 - 23	Sustracción
24 - 29	Búsqueda de números (28 y 29) y ecuaciones resueltas por regla falsa (24 a 27)
30 - 34	Ecuaciones lineales mas complicadas resueltas mediante divisiones
35 - 38	Ecuaciones lineales mas complicadas resueltas mediante la regla de la falsa posición
39 - 40	Progresiones aritméticas
41 - 46	Volúmenes
47	Tabla de fracciones de 1 hekat en fracciones
48 - 55	Áreas de triángulos, rectángulos, trapecios y círculos
56 - 60	Pendientes, alturas y bases de pirámides
60 - 61B	Tabla de una regla para encontrar 2/3 de impares y fracciones unitarias
62	Peso de metales preciosos
63	Repartos proporcionales
64	Progresión aritmética
65	División proporcional de granos en grupos de hombres
69 - 78	Intercambios, proporción inversa, cálculos de "peso"
79	Progresión geométrica
80 - 81	Tablas de fracciones de grano
82 - 84	Problemas, no claros, sobre cantidades de comida de gansos, pájaros y bueyes
85	Escritura enigmática. En el papiro aparece al revés
86 - 87	Memorando de ciertos cuentas e incidentes, gran parte perdida

Fuente: http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_rhind.htm

3. ÁREAS

Llama la atención el hecho de haber encontrado inscripciones en las que se calcula el área de Figuras cuadrangulares, pertenecientes a campos de cultivo, en las que el método utilizado es muy erróneo, y únicamente aproximado en el caso de los campos que se aproximan a un rectángulo.

Figura 6. Figuras cuadrangulares



Fuente: <http://www6.gratisweb.com/matematica/egiptoenlaantiguedad.htm#inicio>

Este método consistía en obtener el área de la Figura multiplicando entre sí las semisumas de las longitudes de los lados opuestos.

En los muros del templo de Edfú aparece este método. Se dice que para calcular el área de un campo de lados a , b y c , d , los lados opuestos, se siga la regla:

$$A = (a + b)/2 * (c + d)/2$$

Lógicamente esta fórmula es exacta para Figuras rectangulares, pero cuanto más irregular sea la Figura más error se comete. Incluso se utiliza para campos triangulares, en los que se afirma que debe tomarse el lado “d” como “nada”. Por lo tanto no se puede afirmar que tuviesen una geometría muy avanzada pues todo se basa en aproximaciones muy groseras a las formulas reales.

3.1 ÁREA DE UN RECTÁNGULO

De los papiros existentes, es claro que los escribas encontraron el área del rectángulo multiplicando el largo y el ancho, como nosotros lo hacemos hoy.

El rectángulo era la forma básica de los campos egipcios, aunque no la única. Solían estar alineados uno junto a otro con uno de los lados más cortos en contacto con el canal de riego, para beneficiarse del agua ocupando el menor sitio posible.

Además de las consideraciones sobre la unidad básica de superficie, fuera el cubit⁹ cuadrado o el setat¹⁰, lo cierto es que los escribas de la época parecen haber comprendido perfectamente el hecho de que la superficie de un campo rectangular se obtiene multiplicando las dimensiones lineales de sus lados.

De manera que la unidad original de superficie es el cuadrado y les resulta fácil inferir que habrá tantos cuadrados inscritos en un rectángulo como resulte de la multiplicación del largo por el ancho.

⁹ Cubit: Unidad de medida egipcia, longitud del codo a la punta del dedo corazón.

¹⁰ Setat: Unidad de medida egipcia, representa 10.000 cubits².

Método para calcular el ancho de un rectángulo conociendo el área:

Un rectángulo de área 12, $\frac{3}{4}$ del largo da el ancho.

Dividir 12 por $\frac{3}{4}$ es lo mismo que multiplicar 12 por $\frac{4}{3}$, esto da 16.

$$12 \div \frac{3}{4} = 12 \times \frac{4}{3} = 16$$

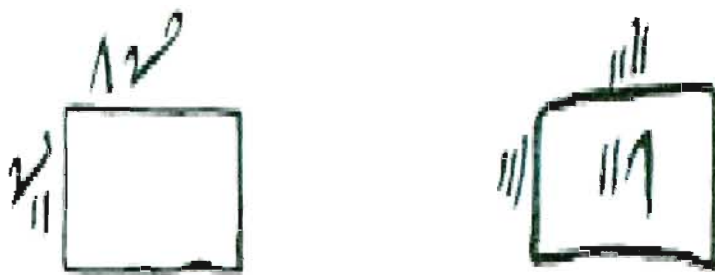
Calculando su raíz cuadrada resulta 4 para el largo.

$$\sqrt{16} = 4$$

y $\frac{3}{4}$ de 4 da el ancho, resulta 3.

$$\frac{3}{4} \times 4 = 3$$

Figura 7. Ejercicio 49 del RMP



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág.137

En la Figura el escriba cometió un error en el ejercicio 49 del RMP¹¹ cuando lo copió, ya que la anchura era 1 khet¹² y él escribió 2 khet, aunque el cálculo esta bien.

Rescribiendo esto en la forma moderna, tendríamos:

Si $A = l \times b = 12$ y $b = \frac{3}{4} l$

Para resolver y hallar el valor de l, primero sustituimos b:

Entonces $l \times \frac{3}{4} l = 12$
 $l \times l = 12 \div \frac{3}{4}$
 $l \times l = 12 \times \frac{4}{3}$
 $l \times l = 16$

Así $l = 4$ para el largo.

Y $\frac{3}{4}$ de 4 es el ancho, da 3.

3.2 ÁREA DEL TRIÁNGULO

Para el área de un triángulo los egipcios antiguos usaron el equivalente de la fórmula:

$$A = \frac{1}{2} b \times h$$

¹¹ RMP: Papiro Matemático de Rhind.

¹² Khet: Unidad de medida egipcia, representa 100 cubits.

En RMP 51 el escriba muestra cómo encontrar el área de un triángulo de tierra de lado 10 khet y de base 4 khet.

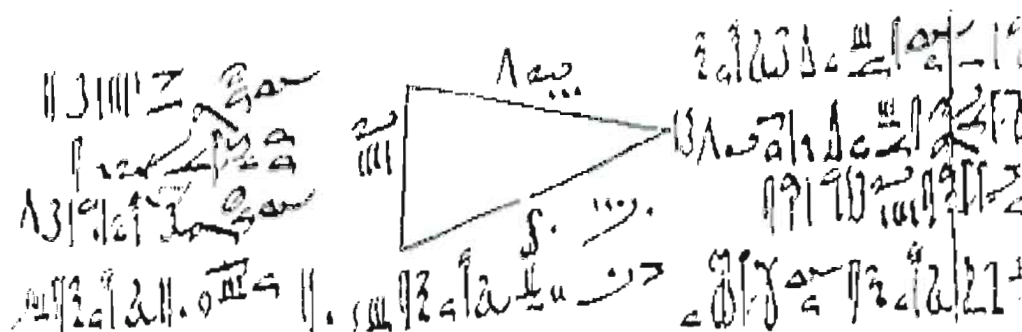
Figura 8. Triángulos de los problemas 51 del RMP y 4 del MMP



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 138

Problema 51 del RMP. *¿Cuál es el área de un triángulo de lado 10 khet y base 4 khet?*

Figura 9. Problema 51 del RMP



Fuente: http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_rhind.htm

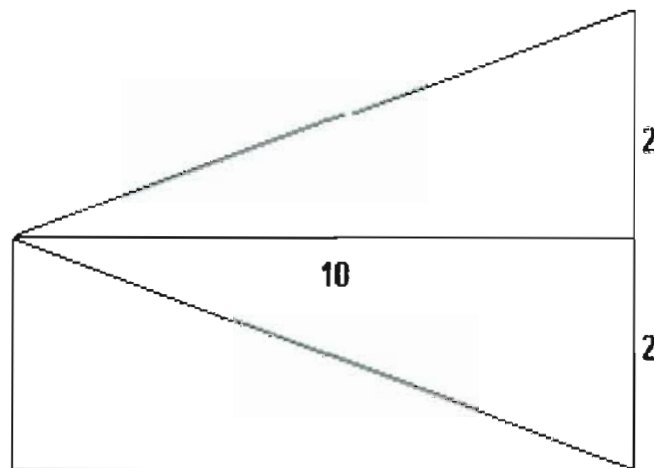
Según está resuelto el problema, parece que el triángulo es isósceles y queda dividido en 2 partes congruentes por la altura, con la que forma un rectángulo, siendo la altura lo que Ahmes llama lado. El escriba lo resuelve así:

Toma la mitad de 4 para formar un rectángulo.

Multiplica 10 veces 2 y el resultado, 20, es el área buscada.

Ahmes justifica éste cálculo afirmando que puede considerarse el triángulo formado por dos triángulos rectángulos, de manera que el desplazamiento de uno de ellos da lugar a un rectángulo con lados de la misma longitud que el triángulo de partida.

Figura 10. Triángulo Isósceles transformado en rectángulo.



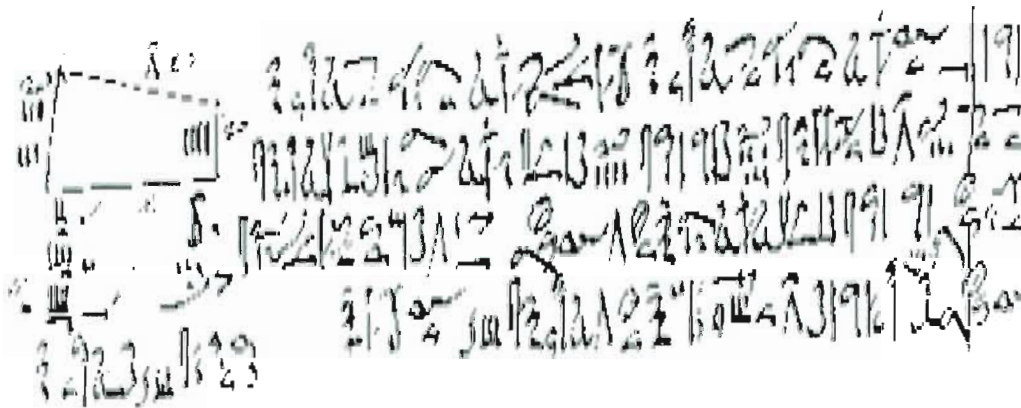
Fuente: http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_rhind.htm

El escriba tomó la mitad de 4, luego multiplicó 10 por 2 obteniendo el área como 20 setats de tierra.

En el MMP¹³ 4 el mismo problema se declaró: ¿cómo encontrar el área de un triángulo de altura 10 y base 4? Tal y como fue declarado por el escriba, el método era calcular la mitad de 4 y luego contar dos veces 10, dando el área 20. No se mencionó ninguna unidad como khets o setats.

Problema 52 del RMP. ¿Cuál es el área de un triángulo truncado de 20 khet de lado, 6 khet de base y 4 khet en su línea de sección?

Figura 11. Problema 52 del RMP



Fuente: http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_rhind.htm

Ahmes lo resuelve de la siguiente manera:

Suma su base a su segmento de corte; se obtiene 10.

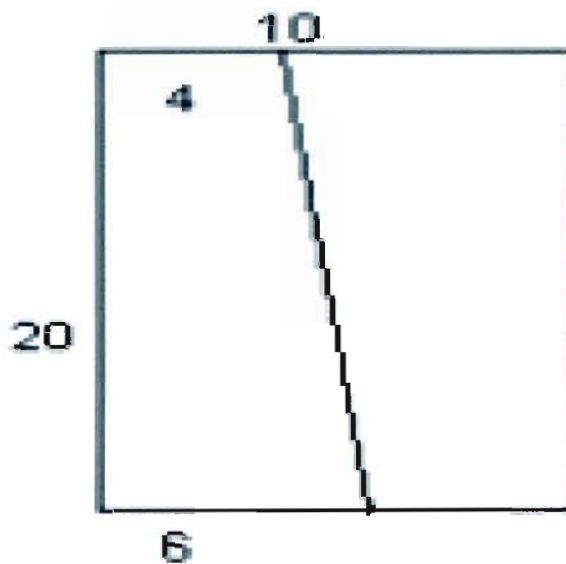
Toma la mitad de 10, que es 5, para formar un rectángulo.

Multiplica a continuación 20 veces 5 y el resultado, 100, es el área buscada.

¹³ MMP: Papiro Matemático de Moscú.

Si observamos en la solución se deduce que el triángulo truncado es un trapecio isósceles obtenido mediante una recta paralela a la base, a partir de la cual se construye el rectángulo. En el siguiente dibujo, no a escala, podemos verlo

Figura 12. Triángulo truncado o trapecio isósceles transformado en rectángulo



Fuente: http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_rhind.htm

3.3 ÁREA DEL CÍRCULO

Problema 50 del RMP. *Calcular el área de un campo circular cuyo diámetro es 9 khet.*

Aquí Ahmes se limita a calcular el área del círculo considerándolo igual a la de un cuadrado de lado 9.

Calcule $\frac{1}{9}$ del diámetro, que es 1.

$$\left(\frac{1}{9}\right) \times 9 = 1$$

Haga la diferencia entre el diámetro y el resultado anterior, es 8. $9 - 1 = 8$

Ahora multiplica el resultado por el mismo, da 64. $8 \times 8 = 64$

Este es el área del círculo.

El escriba está empleando la siguiente fórmula $A = [d - (1/9)d]^2$. Si comparamos esta fórmula con la real. $A = (\pi \cdot d^2)/4$ se obtiene un valor para $\pi = 256/81 = 3.1605$ o como aparece en muchos sitios $4 \cdot (8/9)^2$. No se sabe como Ahmes llega a esta aproximación, y se ha considerado que quizás sea la solución del problema 48 la que le lleva a estas conclusiones. Este mismo valor $4 \cdot (8/9)^2$ es empleado posteriormente para resolver un problema en el que se pide hallar el volumen de un cilindro de diámetro 9 y altura 6 (**ver capítulo volumen**).

Si nosotros usamos el valor moderno de π , con un círculo de diámetro 9 khet tendríamos un área de 63.61725 setat, por lo que el valor egipcio está errado aproximadamente en el 0.6016 por ciento.

Figura 13. Círculos de los problemas 41 y 50 del RMP



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 139

Problema 48 del RMP: Comparar el área de un círculo con la del cuadrado circunscrito.

Figura 14. Problema 48 del RMP



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 140

Este problema tiene gran importancia por 2 razones. Por una parte representa el primer intento de una geometría basada en la utilización de Figuras sencillas, cuyo área se conoce, para obtener el área de Figuras más complicadas, y por otra parte puede ser la fuente del cálculo del área del círculo con un valor de $\pi = 3.1605$ que aparece en el problema 50.

La solución a este problema es la siguiente:

El escriba considera un diámetro igual a 9 y calcula el área del círculo como la de un cuadrado de lado 8 (como hace en el problema 50). Obtiene así un valor de 64 setat.


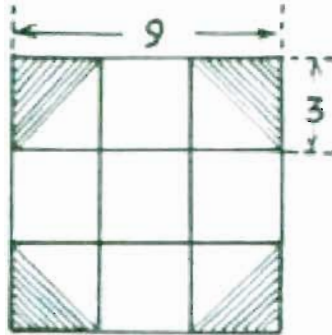
Según se ve en la Figura del problema, en el cuadrado de 9 khet de lado  se dividen los lados en tres partes iguales y luego se forma un octágono. Ahmes elimina los triángulos formados en los vértices del cuadrado.

Figura 15. Octágono inscrito según el problema 48 del RMP



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 143

El área del octágono es $A = 9^2 - 4 \times (3 \times 3) / 2 = 63$. Quizá Ahmes pensó que el área del círculo circunscrito era algo mayor que la del octágono representado.

Otro círculo de diámetro 9 cubits en el problema 41 se dibujó igualmente bien por Ahmes (**Figura 13**), y hay otros círculos en los problemas 42 y 43 que han apoyado la conclusión de que la Figura dentro del cuadrado del problema 48 es un octágono con los lados rectos, dibujado dentro de un cuadrado de lado 9 khet.

Miremos el octágono de la **Figura 14** más detenidamente. ¿Será que Ahmes estaba pensando inscribir un octágono regular uniendo ocho puntos en los cuatro lados del cuadrado? ¡La respuesta es no! No tenemos evidencia de que los egipcios antiguos conocieron la construcción geométrica para determinar estos puntos, como fue hecho aquí: cortando las cuatro esquinas de un cuadrado la Figura resultante sería una Figura de ocho lados con todos los lados de igual longitud. Y aún cuando Ahmes logró semejante construcción, ¿Sabría que produciría un octágono regular de área ciertamente mayor que la del círculo de diámetro 9?

Vogel¹⁴ (1958) hizo la misma conclusión cuando comparó nuestra fórmula moderna para el área de un círculo, $A = \pi (d/2)^2$, con el equivalente de la fórmula egipcia, $A = (8d/9)^2$, con un valor egipcio para π de 256/81 que es aproximadamente 3.1605. Vogel en sus comentarios dijo: “algo como esto es la aproximación que fue encontrada, nosotros no sabemos, pero podemos ofrecer una sugerencia al examinar el diagrama de RMP 48”. El se refiere entonces al diagrama de la **Figura 15**, en la que dice: “...representa una Figura cuya área se acerca al área de un círculo inscrito en el cuadrado”.

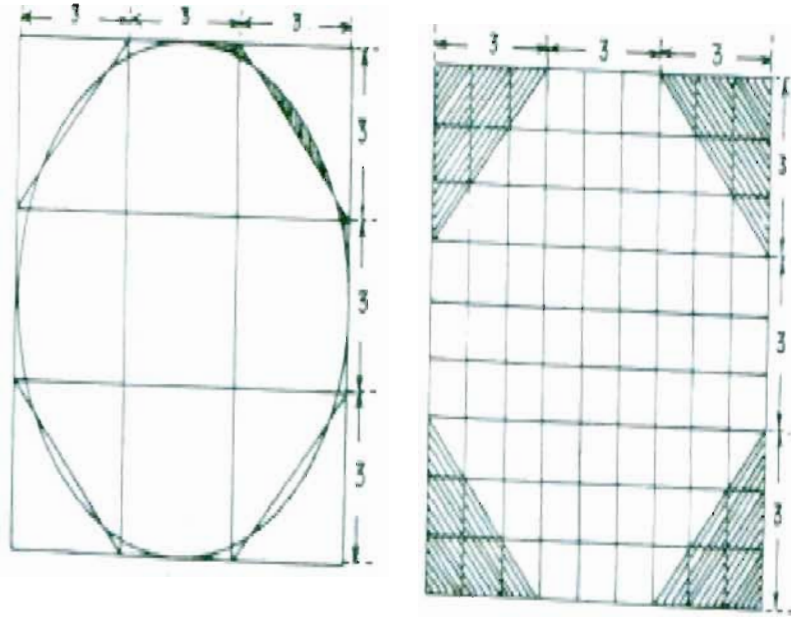
Entonces él dice: “el área del octágono es igual al cuadrado original menos los dos cuadrados pequeños que se hicieron por los cuatro cortes de las esquinas. Por lo tanto el área del octágono es $(81 - 4 \cdot 9/2) = 63$, que corresponde a un cuadrado cuyo lado es $\sqrt{63}$ que es aproximadamente $\sqrt{64} = 8$. Así probablemente se podría haber originado la fórmula del área de un círculo: $(8d/9)^2$ ”.

3.3.1 Otro método para obtener la fórmula. Dibujando un diagrama como el mostrado en la **Figura 16** en un pedazo de papiro, el escriba concluiría que el octágono era bastante parecido en área al círculo inscrito, porque algunas porciones del círculo están fuera del octágono y algunas porciones del octágono están fuera del círculo, y las observaciones sugieren que estos sean aproximadamente iguales.

El graficaría estas porciones en un rectángulo de lados 9 khet de la siguiente forma: trisecando los lados, uniendo los puntos adyacentes de división, y sombreando el espacio de las esquinas; se podrá visualizar cada uno de los khets cuadrados o setats, ya que se pueden contar estos cuadrados después de trazar la cuadrícula de lados 1 khet por 1 khet en todo el rectángulo.

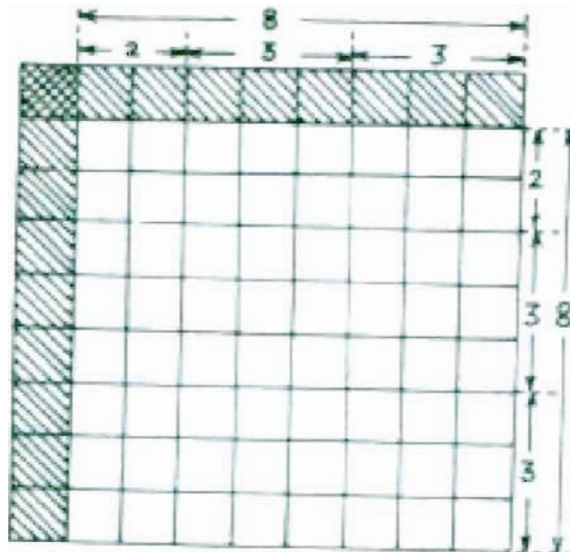
¹⁴ Vogel: Vorgriechische Mathematik, Vol. 1.

Figura 16. Octágono inscrito en un rectángulo



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 144

Figura 17. Representación del área del octágono



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 144

El escriba podría concluir con esto que el área del círculo inscrito en un cuadrado de lado 9 khets es estrechamente igual al área de un cuadrado de lado 8 khets.

Por consiguiente, en el problema 48 el escriba encuentra el número total de setats en el cuadrado de 8 filas de 8 setats que él da como el área de un círculo de diámetro 9 khets.

Claro el sabe ciertamente que su método no es exacto, porque él, por así decirlo, ha contado un cuadro dos veces (el de la esquina superior izquierda). Pero su método le permite encontrar un cuadrado casi igual a un círculo. Ahmes con esto pasa a ser el primero en la historia que calcula el área de un círculo inscrito en un cuadrado.

El problema 48 nos muestra que contando el número de setats en su nuevo cuadrado el nota que hay ocho filas, cada uno que contiene 8 setats, por lo que al multiplicar 8 setats por 8, da 64 setats.

En ninguna parte de la solución de este problema el escriba muestra la indicación, "calcule un noveno del diámetro", como lo hace en los otros cuatro problemas: 41, 42, 43 y 50 del RMP.

Peet¹⁵ consagra cinco páginas a la geometría egipcia pero solo ocho líneas al círculo, aunque hay cinco problemas del RMP que tratan de su área. El escribe:

"El mejor logro del egipcio en la geometría bidimensional es indudablemente su aproximación íntima al área del círculo. Ellos cuadraron ocho novenos de

¹⁵ Peet: "Mathematics in Ancient Egypt", Bulletin of the Jhon Rylands Lybrary, Vol. 15, N° 2 (Manchester, 1931)), p. 439.

su diámetro, dando $256/81 * r^2$ donde r es el radio. Comparando esto con nuestro propio $\pi * r^2$, nosotros conseguimos para el valor egipcio $256/81$, que encontramos bastante bueno para los propósitos prácticos. No tenemos ninguna idea cómo este resultado fue obtenido. La expresión del área como un cuadrado hace pensar en una solución gráfica”.

La frase de Peet que aparece en último lugar parece haber sido profética ciertamente si el análisis se basa en las **Figuras 16 y 17**.

3.4 ÁREA DE UNA SEMIESFERA

En el problema 10 del MMP el escriba halla el área de la superficie de lo que parece ser una cesta de diámetro $4 \frac{1}{2}$, y procede en sus cálculos como si estuviera usando lo equivalente de la siguiente fórmula:

$$A = (1 - 1/9) \times (1 - 1/9) \times (2 \times d) \times d = (1 - 1/9)^2 \times 2d \times d$$

Si reemplazamos en la fórmula anterior d por el diámetro de la cesta, en este caso por $4 \frac{1}{2}$, tenemos como resultado final 32, así:

$$A = (1 - 1/9)^2 \times (2) \times (4 \frac{1}{2}) \times (4 \frac{1}{2}) = 32$$

Si se analiza esta fórmula detenidamente vemos que $(1 - 1/9)^2$ es la aproximación egipcia para $\pi/4$, con esto confirmamos que el resultado 32 corresponde a la superficie de una semiesfera de diámetro $4 \frac{1}{2}$ según la interpretación que se le dio al problema.

El resultado a este problema fue hallado con anticipación a Arquímedes en 1.500 años, o por decirlo de otra forma: a los cálculos más antiguos conocidos del área de la esfera.

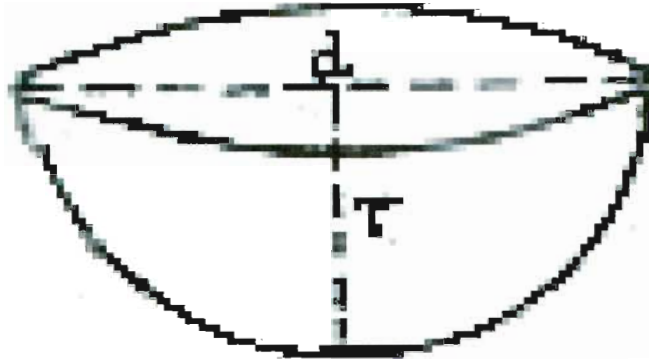
En el análisis que hizo Peet, es el primero que asume la alternativa de que el escriba estaba buscando el área de un semicírculo cuyo diámetro es 9. Si este fuera el verdadero problema (como en el problema 50 del RMP), la respuesta simplemente habría sido encontrada así:

Calcular la novena parte del diámetro	$9 \times 1/9 = 1$
Substraer del diámetro el resultado anterior	$9 - 1 = 8$
Calcular el cuadrado de la resta	$8 \times 8 = 64$
Parta en dos para obtener el área de un semicírculo	$64 / 2 = 32$

El propio Peet pensó que esta interpretación tenía graves desventajas pero no lo descartaría como una posibilidad. Sin embargo, él dice que es "inconcebible" que el escriba deba encontrar el área de un semicírculo tomando $8/9$ de $8/9$ del diámetro (la longitud) y multiplicarlo por el radio (el ancho), con esto él descarta que se trate de un semicírculo y prefiere la segunda alternativa, la del semicilindro.

Permitamos ahora condensar estas representaciones aritméticas en una forma más simple usando la notación algebraica moderna, usando d para el diámetro y r para el radio de la semiesfera, como vemos a continuación en la **Figura 18**.

Figura 18. Semiesfera



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 200

3.5 ÁREA DE UN SEMICILINDRO

Como la palabra “cesta” se presta para varias interpretaciones, análisis posteriores a la solución del problema anterior, vinieron a sugerir que la “cesta” pudiera haber sido, o tenido la forma de un semicilindro de diámetro $4 \frac{1}{2}$ y longitud $4 \frac{1}{2}$.

Si este fuera el caso, el cálculo no requiere conocer más que la longitud de una semicircunferencia, y puede obtenerse con gran facilidad de manera experimental, algo prácticamente imposible para la semiesfera.

En cualquier caso ya sea que la “cesta” sea una semiesfera o un semicilindro parece que nos encontramos aquí con una estimación primitiva del área de una superficie curvilínea.

La traducción puede escribirse así:

El recipiente es un cesto o vaso en forma cilíndrica

Corte por la mitad el diámetro

$$(4 \frac{1}{2}) / 2 = 9/4$$

Ahora encuentre 8/9 de 2d.

$$8/9 \times 2 \times (4 \frac{1}{2}) = 8$$

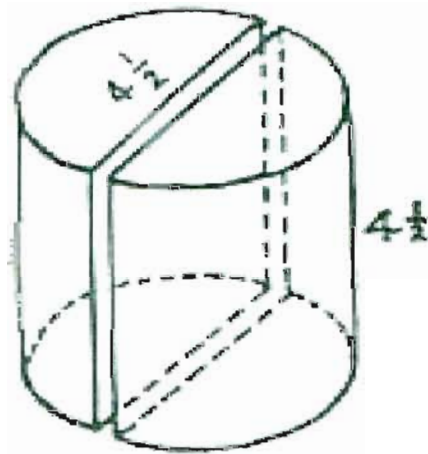
Resuelva 8/9 del resultado anterior

$$8/9 \times 8/9 \times 2 \times (4 \frac{1}{2}) = 64/9$$

Multiplique esto por la altura

$$64/9 \times 4 \frac{1}{2} = 32$$

Figura 19. Cilindro de radio $9/2$ y altura $9/2$



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 197

Según lo anterior esto puede escribirse con la siguiente fórmula:

$$A = \frac{1}{2} * \frac{256}{81} d * h$$

Tomando $256/81$ como π para nuestros cálculos. Así si la acercamos más a nuestra fórmula, tenemos que el área de la superficie encorvada del semicilindro es:

$$A = \frac{1}{2} \pi * d * h$$

Debemos inevitablemente llegar a la conclusión de que MMP 10 establece que los egipcios antiguos supieron que la circunferencia de un círculo C era πd .

La concepción del área de una superficie encorvada necesariamente no requiere un nivel muy alto de pensamiento matemático. Así la del cilindro, puede traducirse directamente como un área plana rodando a lo largo de la tierra.

No podemos estar seguros si los escribas tropezaron en una aproximación íntima afortunada o si sus métodos eran los resultados de estimaciones consideradas durante siglos de aplicaciones prácticas.

Las formas convencionales de cestos egipcios que se encuentran en los murales y otro arte egipcio son mostradas en la **Figura 20**; estos eran aparentemente hechos de cañas, papiro, cuero, pieles o quizás de madera. Esto debió haber tenido alguna consecuencia en el mundo económico egipcio.

Figura 20. Formas convencionales de cestos egipcios antiguos



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 200

4. VOLUMEN

4.1 VOLUMEN DE UN GRANERO CILÍNDRICO

El método para encontrar el volumen de un cilindro era, así como hoy; el primer paso: hallar el área de la base (La superficie circular) y luego esto se multiplica por la altura.

El hecho de que el granero sea cilíndrico no aporta mayor novedad que la de abrir paso al cálculo de superficies circulares.

En el problema 41 del RMP, para un granero de diámetro 9 cubits (codos) y altura 10 cubits (codos), el escriba realiza el siguiente método:

La superficie circular de la base se halla por medio de pasos ya conocidos, dados a continuación:

- Se calcula $1/9$ del diámetro: $1/9 \times 9 = 1$ codo
- Lo anterior se le resta al diámetro: $9 - 1 = 8$ codos
- La resta se multiplica por sí misma: $8 \times 8 = 64$ codos cuadrados

Ahora el área de la base (superficie circular) se multiplica por la altura:

$$64 \text{ codos cuadrados} \times 10 \text{ codos} = 640 \text{ codos cúbicos}$$

Que podemos transformar en medidas de capacidad:

- 640 codos cúbicos $\times 1 \frac{1}{2} = 960$ khar¹⁶
- 960 khar $\times 5 = 4800$ hekats¹⁷ cuádruples

En el problema 42 del RMP, un granero de diámetro 10 cubits y altura 10 cubits, nos piden hallar el volumen en Khar, el escriba realiza el siguiente método:

- Se calcula 1/9 del diámetro: $1/9 \times 10 = 10/9 = 1,11\dots$ cubits
- Lo anterior se le resta al diámetro: $10 - 10/9 = 80/9 = 8,88\dots$ cubits
- La resta se multiplica por sí misma: $80/9 \times 80/9 = 6400/81 = 79,01234\dots$ cubits cuadrados
- se multiplica por la altura: $6400/81 \times 10 = 64000/81 = 790,1234\dots$ cubits cúbicos
- Multiplique este número por 3/2 (o agregue a el su mitad)

$$64000/81 \text{ cubits cúbicos} \times 3/2 = 192000/162 = 1185,185185\dots \text{ khar}$$

Éste es el volumen del granero en khar.

El problema 43, el tercero en los volúmenes del RMP es de un granero cilíndrico, el escriba propuso mostrar cómo los volúmenes pueden encontrarse directamente en khar sin tener que calcular el volumen en cubits cúbicos primero. El escriba hizo esto por medio de una transformación muy interesante. Obtiene los volúmenes de un granero cilíndrico directamente en khar sin encontrar el volumen primero en cubits cúbicos, agregando al diámetro su tercera parte y cuadrando éste número. Multiplicando por dos tercios de la altura.

¹⁶ Khar: Unidad de medida egipcia, representa dos tercios de un cubit³.

¹⁷ Hekats: Unidad de medida egipcia para la cebada, trigo, maíz; para los granos en general.

El problema 43 del RMP se debe leer:

Un granero cilíndrico de diámetro 8 y altura 6. ¿Cuál es la cantidad de grano que entra en él?

LA NUEVA FORMA DE REGLA

- Se calcula $1/3$ del diámetro: $1/3 \times 8 = 8/3 = 2,66\dots$
- Lo anterior se le suma al diámetro: $8 + 8/3 = 32/3 = 10,66\dots$
- La suma se multiplica por sí misma: $32/3 \times 32/3 = 1024/9 = 113,77\dots$
- Se multiplica por $2/3$ de la altura: $1024/9 \times (2/3) \times 6 =$
 $= 12288/27 = 455,111\dots$

Si escribiéramos esto en una fórmula, tendríamos:

$$V = (d + d/3) \times (d + d/3) \times (2/3) \times h$$

Para nuestra conveniencia ponemos d y h para el diámetro y altura respectivamente.

En el Papiro de Kahun¹⁸. El escriba estaba buscando el volumen de un granero cilíndrico de diámetro 12 cubits (codos) y altura 8 cubits (codos).

- Se calcula $1/9$ del diámetro: $1/9 \times 12 = 12/9 = 1,33\dots$ cubits
- Lo anterior se le resta al diámetro: $12 - 12/9 = 96/9 = 10,66\dots$ cubits
- La resta se multiplica por sí misma: $96/9 \times 96/9 = 9216/81 = 113,77\dots$ cubits cuadrados
- se multiplica por la altura: $113,77\dots \times 8 = 910,22\dots$ cubits cúbicos

¹⁸ Kahun: El papiro de Kahun pertenece a la XII dinastía y actualmente se encuentra en Londres.

Si se quiere dar la respuesta en khar, se hace lo siguiente:

- Multiplique este número por $3/2$ (o agregue a el su mitad)

$$910,22\dots\text{cubits cúbicos} \times 3/2 = 1365,33\dots\text{khar}$$

Ahora, utilizando la otra forma de hallar el volumen de un granero cilíndrico, tenemos:

- Se calcula $1/3$ del diámetro: $(1/3) \times 12 = 12/3 = 4$
- Lo anterior se le suma al diámetro: $12 + 12/3 = 16$
- La suma se multiplica por sí misma: $16 \times 16 = 256$
- se multiplica por $2/3$ de la altura: $256 \times (2/3) \times 8 = 4096/3 = 1365,33\dots$

Y obtenemos como volumen $1365,33\dots\text{khar}$

Esta es la respuesta que el escriba ha escrito a pulso dentro del círculo que representa el granero cilíndrico, tal como lo vemos en la Figura:

Figura 21. Círculo del ejercicio 13 según el papiro de Kahun



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 152

Con una indicación tan pequeña dada por el escriba, no es tan sorprendente que los números 12 y 8 escritos fuera del círculo fueron considerados erróneamente por el traductor al referirse al diámetro y a la altura, en lugar de lo contrario.

4.2 VOLUMEN DE UNA PIRÁMIDE

Figura 22. Pirámide



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 186

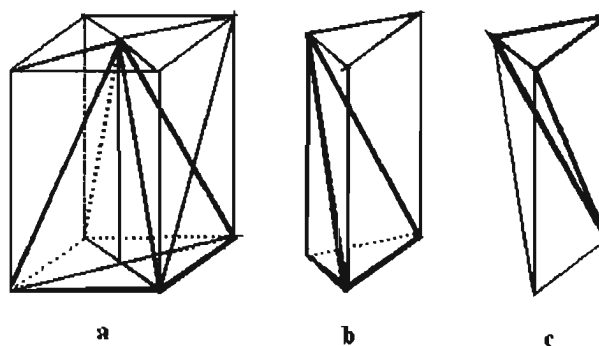
Dentro de las reglas sucesivas que coinciden básicamente con las realizadas actualmente que llama la atención desde el principio fue la aparición del término $1/3$ en la relación de los volúmenes y que, dada la corrección con que se aplica durante el procedimiento, sólo puede estar motivada por el conocimiento previo de que el volumen de una pirámide es la tercera parte del volumen del paralelepípedo de la misma base e igual altura que la pirámide.

Sobre esto se han sugerido procedimientos extremadamente empíricos como es el de construir modelos en madera o recipientes llenos de arena cuyo

peso sea comparable. Observando la complejidad que podían alcanzar distintos cálculos entre los escribas egipcios podemos afirmar que estas posibilidades son poco probables.

Aquí expondré un método para hallar la relación de $1/3$ entre ambos volúmenes basado en la descomposición del paralelepípedo en diversos prismas (poliedros limitados por dos polígonos iguales y por varios paralelogramos).

Figura 23. Descomposición de una pirámide



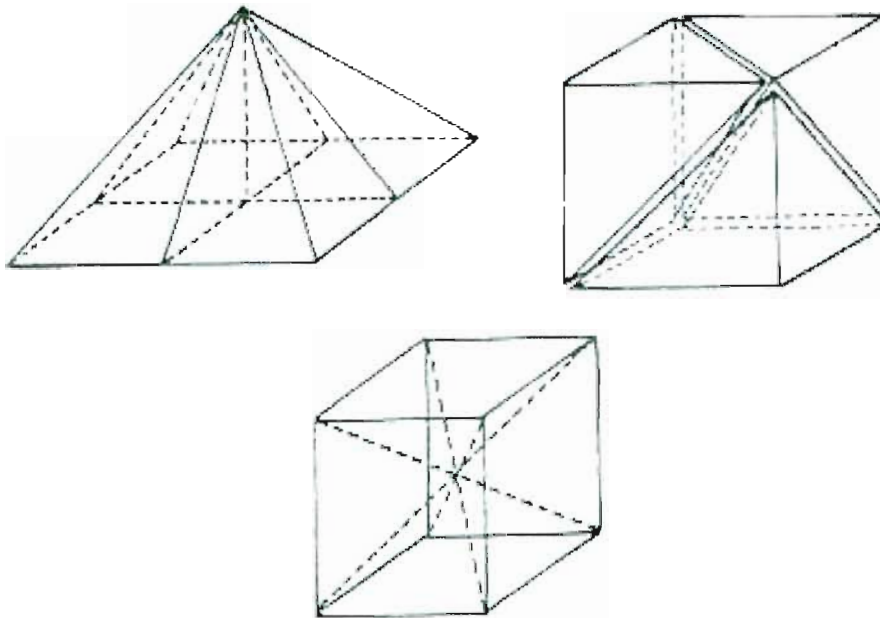
Fuente: <http://www6.gratisweb.com/matemafisca/egiptoenlaantiguedad.htm#inicio>

La descomposición propuesta consiste en trazar la pirámide interior al paralelepípedo distinguiendo entre dicha pirámide y el resto del paralelepípedo.

Si el paralelepípedo se divide en cuatro prismas triangulares iguales trazando las diagonales de sus caras superior e inferior se podrá diferenciar cada uno de estos prismas que, a su vez, comprende una cuarta parte de la pirámide original en forma de un tetraedro recto. Si el resto del prisma triangular se divide en dos tetraedros iguales mediante la subdivisión por la diagonal de su cara rectangular uno de ellos es claramente igual (por tener la misma base e igual altura) que el tetraedro parte de la pirámide original.

En consecuencia, la parte de la pirámide resulta tener la mitad del volumen que el resto del prisma triangular o, en otras palabras, la tercera parte del volumen total correspondiente al prisma recto. Como esta relación se repite en cada uno de los cuatro prismas triangulares en que se ha descompuesto el paralelepípedo la relación global se mantendrá: El volumen de la pirámide es la tercera parte del paralelepípedo de igual base e idéntica altura.

Figura 24. Volumen de la pirámide



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 190-191

En el problema 44 del papiro Rhind debemos hallar el volumen de un paralelepípedo; este problema resultaba muy sencillo para el escriba que sólo tenía que multiplicar entre sí las tres dimensiones del paralelepípedo. La única complicación residía en el cambio de unidades desde las de volumen a las de capacidad.

Este problema dice:

Calcular (la capacidad de) un granero rectangular, siendo su longitud 10 cubits, su anchura 10 cubits y su altura 10 cubits. ¿Cuál es la cantidad de grano que cabe en él?

La operación básica consiste en multiplicar las tres dimensiones:

$$10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ cubits cúbicos.}$$

La cuestión entonces se reduce a transformar estas unidades en khar de capacidad mediante la equivalencia

$$1 \text{ cubits cúbico} = 3/2 \text{ khar}$$

De modo que $1000 \text{ cubits cúbicos} \times 3/2 = 1500 \text{ khar}$

Cabe también hacer el problema inverso, es decir, que se conozca la cantidad de grano que se desea almacenar y la superficie de la base, deseándose saber qué altura debe alcanzar el granero. Este es el caso del problema 46 del mismo Papiro:

Un granero (rectangular) en el que caben 2500 hekats cuádruples de grano y de base 10 x 10 cubits. ¿Cuáles son sus dimensiones?

La consideración de este múltiplo del hekat obliga a recordar que

$$1 \text{ khar} = 5 \text{ hekat cuádruples}$$

En cuyo caso $500 \text{ khar} = 2500 \text{ hekats cuádruples}$

$$500 \text{ khar} \times 2/3 = 333,33 \text{ cubits cúbicos}$$

Sabiendo que la base del granero es de $10 \times 10 = 100$ cubits cuadrados, la división de ambos dará la altura que alcance el grano:

$$333,33 / 100 = 3,33 \text{ cubits}$$

4.3 VOLUMEN DE UNA PIRÁMIDE TRUNCADA

El problema geométrico más complejo abordado por los egipcios y del que haya quedado constancia es el cálculo del volumen del tronco de pirámide o 'pirámide truncada'. Su necesidad está evidentemente relacionada con el conocimiento del volumen de piedra necesario hasta determinada altura de la pirámide.

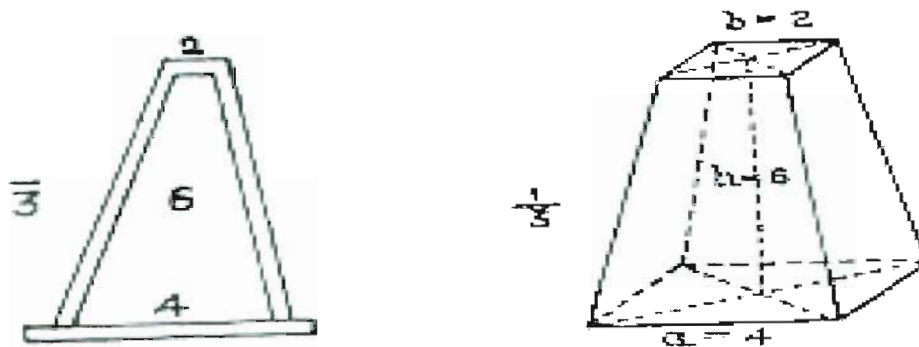
El otro problema que trata de las pirámides es el problema 14 del MMP; este problema establece mas allá de cualquier duda que los egipcios tenían un método normal para encontrar el volumen de una pirámide truncada.

Esto representaría el mismo apogeo de logro matemático egipcio, salvo MMP 10, que algunos piensan que la justificación establece una fórmula para encontrar el área de la superficie encorvada de una semiesfera.

La traducción siguiente del problema 14 del MMP es principalmente debida a Struve¹⁹, aunque la responsabilidad de la traducción del alemán al inglés es de *Richard J. Gillins*.

¹⁹ Struve: "Mathematisch Papyrus des Museums in Moskau", Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Series A, Vol. 1 (Berlin, 1930), p. 135.

Figura 25. Problema 14 del MMP (a la derecha según el Papiro y a la izquierda una interpretación).



Fuente: Mathematics in the Time of the Pharaohs. Richard J. Gillins. Pág. 188

El problema de calcular el volumen del tronco de pirámide, tal como enuncian los propios egipcios, se plantea del siguiente modo en el problema 14 del papiro de Moscú:

Calcular el volumen de una pirámide truncada de altura 6, de base inferior 4 y con base 2 en el cuadrado superior.

Resuelto mediante una serie de pasos sucesivos así:

- Elevas al cuadrado la base inferior 4; el resultado es 16.
- Ahora multiplicas 4 por 2; el resultado es 8.
- Haces el cuadrado de la base superior 2; el resultado es 4.
- Añades el 16, el 8 y el 4 ($16+8+4$); el resultado es 28.
- Tomas $1/3$ de 6; el resultado es 2.
- Tomas 28 dos veces; el resultado es 56.
- Fíjate, el volumen es 56.

Considerando que el tronco de pirámide tiene una base inferior cuadrada de lado a y una superior de lado b y siendo la altura h , los pasos del escriba suponen hacer lo siguiente para compilar todos los pasos en una fórmula:

- a^2
- $a \times b$
- b^2
- $a^2 + a \times b + b^2$
- $1/3 \times h$

Entonces

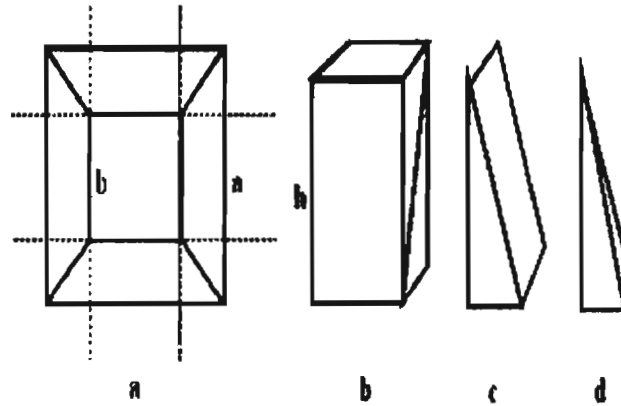
- **$V = 1/3 \times h \times (a^2 + a \times b + b^2)$**

Que es exactamente la expresión actual para alcanzar este volumen. Aunque la presencia de $1/3$ ya ha sido comentada, la construcción de este conjunto de reglas y las relaciones que establece son de origen impreciso.

Se han estudiado dos posibilidades de distinta naturaleza:

Mientras la primera se apoya de nuevo en la descomposición del tronco de pirámide en distintos sólidos relativamente sencillos de manipular, la segunda posibilidad parte de una idea más inmediata (la diferencia entre la pirámide a construir y la pirámide que queda por levantar) pero justifica de forma más imprecisa el alcanzar finalmente el conjunto de reglas del escriba.

Figura 26. Descomposición en pirámide.



Fuente: <http://www6.gratisweb.com/matematica/egiptoenlaantiguedad.htm#inicio>

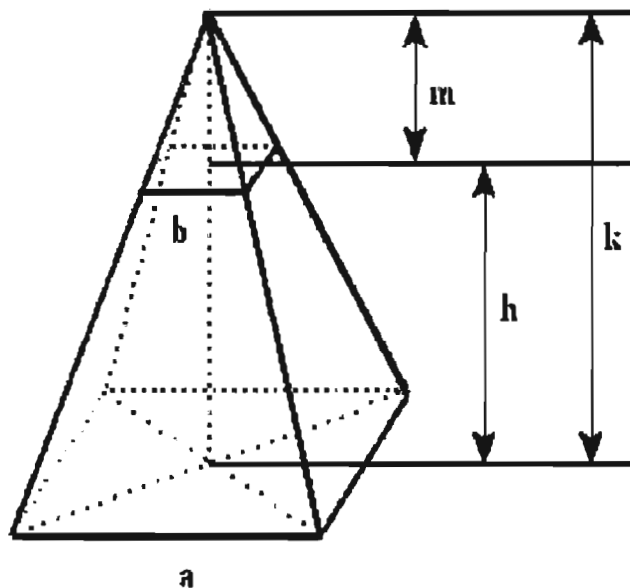
De todas formas, la manera que parece más inmediata para calcular este volumen consiste en partir del correspondiente a la pirámide total y restarle el volumen de la pirámide que se levanta sobre el corte superior del tronco. Sin embargo, dicho cálculo no es elemental. Esta diferencia sería:

$$V = 1/3 a^2 k - 1/3 b^2 m = 1/3 a^2 (h + m) - 1/3 b^2 m$$

$$V = 1/3 a^2 h + 1/3 a^2 m - 1/3 b^2 m$$

Llegando a la misma expresión del tronco de pirámide.

Figura 27. Pirámide



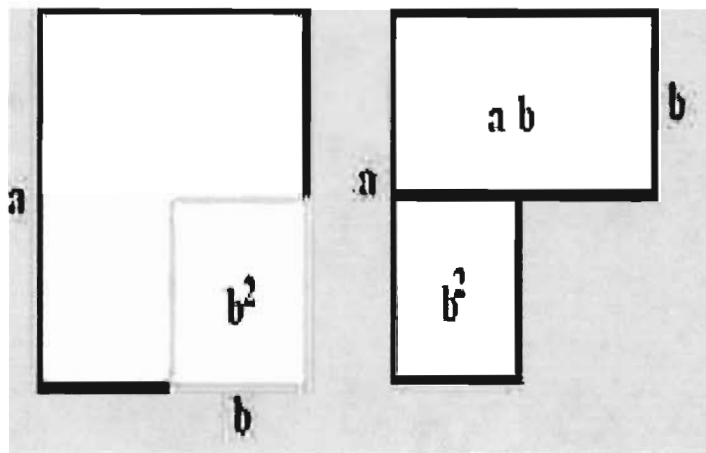
Fuente: <http://www6.gratisweb.com/matematica/egiptoenlaantiguedad.htm#inicio>

La aproximación a la fórmula general puede haber sido un proceso basado en la consideración de casos particulares especialmente sencillos. Si se considerase que la pirámide se trunca en la mitad de la altura total, $h = m$ y la expresión general anterior daría lugar a:

$$V = h/3 (a^2 + a^2 - b^2)$$

Considérense los dos últimos términos de los tres encerrados entre paréntesis, es decir, $a^2 - b^2$, que resulta ser la diferencia entre las dos áreas de las bases cuadradas. Si se corta de la grande la pequeña, el resultado será de $a^2 - b^2 = a b + b^2$ de manera que sustituyendo en la última expresión queda la fórmula del volumen del tronco de pirámide:

Figura 28. Descomposición para encontrar el volumen de la pirámide 1



Fuente: <http://www6.gratisweb.com/matemafisca/egiptoenlaantiguedad.htm#inicio>

$$V = h/3 (a^2 + a b + b^2)$$

Si la pirámide, en otro caso, se trunca a una altura de $2/3$ de su altura total, la altura de la pirámide pequeña es la mitad del tronco de pirámide, es decir, $m = 1/2 h$. Por la resta de las dos pirámides se tendrá entonces que:

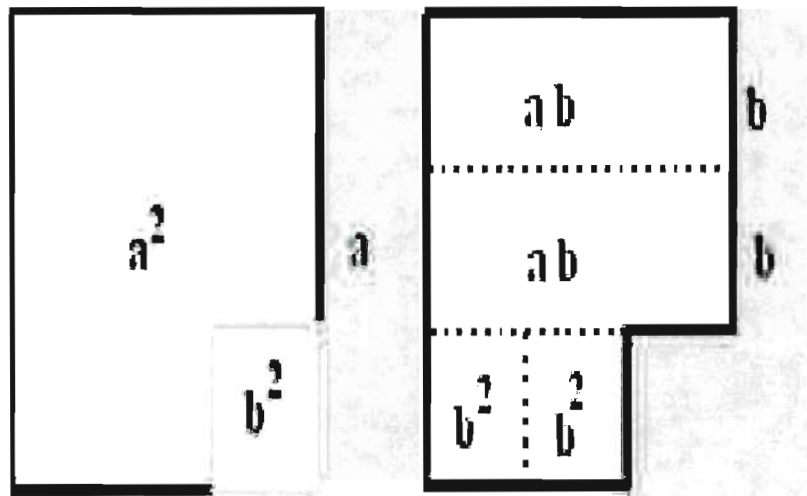
$$V = 1/3 a^2 h + 1/3 a^2 1/2 h - 1/3 b^2 1/2 h = h/3 (a^2 + 1/2 (a^2 - b^2))$$

Se puede examinar el segundo sumando encerrado entre paréntesis de forma similar a la anterior, de manera que se encontraría que:

$$a^2 - b^2 = 2 a b + 2 b^2$$

De forma que $1/2 (a^2 - b^2) = a b + b^2$ llegándose a la misma expresión del tronco de pirámide:

Figura 29. Descomposición para encontrar el volumen de la pirámide 2.



Fuente: <http://www6.gratisweb.com/matematica/egiptoenlaantiguedad.htm#inicio>

$$V = h/3 (a^2 + a b + b^2)$$

El volumen de la pirámide truncada es el volumen de la pirámide entera menos la pirámide pequeña cortada de la cima.

5. UNIDADES DE MEDIDA UTILIZADAS EN ESTA MONOGRAFÍA SEGÚN LA TRADUCCIÓN DEL LIBRO *MATHEMATICS IN THE TIME OF THE PHARAOHS* DE RICHARD J. GILLINGS

CUBIT: un cubit era originalmente la longitud del antebrazo (del codo a la punta el dedo corazón). Claro, los miembros de los individuos variaron en la longitud; y dos tipos de cubits entraron en uso corriente, el cubit real y el cubit corto. El cubit real normalmente era el cubit común para las medidas de la vida cotidiana y era 20.6 pulgadas (con más precisión 20.59), mientras el cubit corto se cuenta como 17.72 pulgadas.

Tiempo más tarde el término "cubit" se usó todavía, como cubit griego que es 18.22 pulgadas y el cubit romano 17.47 pulgadas.

PALM: la palma, o ancho de la mano, era un séptimo del cubit, por lo tanto medía 2.94 pulgadas si era tomado de un cubit real y 2.53 pulgadas de un cubit corto.

KHET: la unidad común para las medidas lineales de tierra en el RMP era el khet, de 100 cubits.

SETAT: Un setat era un khet cuadrado o 10.000 cubits cuadrados.

KHAR: era dos tercios de un cubit cúbico, o 20 hekats de grano. También podemos decir que $\frac{3}{2}$ khar hacen un cubit cúbico.

HEKAT: un hekat generalmente era llamado “medio-picotazo”, la medida para la cebada, trigo, maíz, y grano. 4 cuartos de galón. Chace²⁰ lo da como 292.24 pulgadas cúbicas, mientras medio picotazo en la medida británica era 277.36 pulgadas cúbicas. Un cubit cúbico contiene 30 hekats de grano.

²⁰ Chace: *The Rhind Mathematical Papyrus*, Vol. 1, Mathematical Association of America, Oberlin, Ohio, 1927, p. 31.

6. CONCLUSIONES

- La dificultad de la lectura de los diferentes capítulos es muy variada y aún en cada capítulo hay parte que requiere mayor concentración que otras.
- El lector necesita pocos conocimientos especiales para llevar a cabo la lectura, ya que se pretendió dar conceptos y procedimientos lo más específicos posibles.
- Todo lo visto constata que la lectura de un libro de Matemáticas, no se puede llevar a cabo con rapidez.
- Al descubrir la forma de pensar de grandes personajes del pasado, crea en nosotros un excitante interés por entender el propósito de sus escritos y el beneficio al mundo entero.
- La Geometría es quizás la aplicación más importante de la matemática egipcia, ya que los saberes matemáticos en el Antiguo Egipto tuvieron un origen práctico, en la construcción de las Pirámides.
- Los egipcios alcanzaron un gran nivel en las manipulaciones aritméticas pero sus métodos eran toscos y sin grandes generalizaciones. Casi no hay simbolismo y eran poco dados a investigaciones abstractas.

- Uno de los aportes más importantes de la Geometría Egipcia fue la aproximación al valor de π , a pesar de no considerarlo como una constante y de tener una geometría muy básica, utilizaban un valor muy cercano al nuestro en el cálculo de las áreas y de los volúmenes.

BIBLIOGRAFÍA

AABOE, Asger. Matemáticas Episodios Históricos. Primera Edición, Traducida por LINARES, Antonio, Cali-Colombia: Editorial Norma, 1964. p.161.

Biblioteca de Consulta Microsoft® Encarta® 2003. © 1993-2002 Microsoft Corporation. Reservados todos los derechos.

BOYER, Carl B. Historia de las Matemáticas. Alianza Universidad Textos. Madrid, 1987.

Egipto en la Antigüedad, [en línea]. Disponible en internet
<http://www6.gratisweb.com/matemafisca/egiptoenlaantiguedad.htm#inicio>

GILLINGS, Richard J. Mathematics in the Time of the Pharaohs. New York: Dover Publications, Inc., 1971. p.287.

Gran Enciclopedia Didáctica Ilustrada. Tomo 11: Historia Antigua. Barcelona: Editorial Salvat, 1986. p.156.

LÓPEZ, Francisco. Geometría Egipcia, [en línea]. 30 de agosto de 2003. Disponible en Internet. Enlaces recomendados:

_____.<http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/introduccion.htm>

_____.<http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/geometria.htm>

_____.http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_rhind.htm