SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN ANÁLISIS, MODELADO Y OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS TÉRMICOS

ALEXANDER CARREÑO SANABRIA
ARMANDO JOSÉ ROMERO PÉREZ
CARLOS ALBERTO CAAMAÑO JARABA
LINA PAOLA CIPAGAUTA CARDOZO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERIA MECANICA
BUCARAMANGA
2010

SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN ANÁLISIS, MODELADO Y OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS TÉRMICOS

ALEXANDER CARREÑO SANABRIA
ARMANDO JOSÉ ROMERO PÉREZ
CARLOS ALBERTO CAAMAÑO JARABA
LINA PAOLA CIPAGAUTA CARDOZO

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Mecánico

Director
Dr. DAVID ALFREDO FUENTES DIAZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERIA MECANICA
BUCARAMANGA
2010

Agradecimientos

A la Universidad Industrial de Santander, por forjar en cada uno de nosotros a un profesional de calidad y posibilitar nuestro crecimiento personal.

A la Escuela de Ingeniería Mecánica y su cuerpo docente, por brindarnos las herramientas necesarias para nuestra formación y lo mejor de sus experiencias.

A David Alfredo Fuentes Díaz, Ingeniero Mecánico y director de este proyecto, por su dedicación, apoyo, asesoría y orientación, lo cual permitió el desarrollo y la culminación exitosa de esta tesis de grado. Gracias por compartir con nosotros lo mejor de sí y brindarnos la oportunidad de aprender de sus experiencias.

A nuestros compañeros y familiares que siempre nos apoyaron y tuvieron palabras de soporte para cada uno de nosotros.

El más importante agradecimiento se lo doy a Dios, para Quien es toda la gloria. Por su gracia y por la bendición de tener a mi lado tan maravillosa familia.

A mis padres, Luis Alberto y Mary Luz, ejemplo de templanza y apoyo incondicional. Gracias por los consejos y los regaños… este triunfo es suyo, producto de su esfuerzo.

A mis hermanos, quienes son mi inspiración y mi gran motivo de triunfar.

A Nashly, mi novia, porque tu hombro estuvo siempre para mí en los momentos difíciles, y en los felices reíste conmigo.
Finalmente a mis familiares y mis amigos. No tengo un millón, pero sí a los mejores.

Carlos Alberto

Esta etapa que culmino en mi vida, la debo a las personas que con esfuerzo y entrega se mantuvieron a mi lado:

A Dios, por darme la fuerza y la sabiduría necesaria para llegar hasta el final de esta etapa. Por regalarme tantas bendiciones y por ser el aliento para no rendirme.

A mi familia por ser la razón de mi vida, y el motivo que me impulsa a seguir adelante. A mi papito y a mi mamita por demostrarme que cuando se ama cualquier esfuerzo vale la pena, por ser mi mayor ejemplo de superación y lucha constante. A mi hermanito por ser la luz de mis ojos y a mi hermanita por todo su apoyo incondicional…

A Rafael Andrés por llegar en el momento adecuado a mi vida, y por acompañarme y apoyarme en esta etapa que culmina y en la que comienza y a su familia por su apoyo y cariño incondicional.

A mis compañeros de proyecto por llegar hasta el final.

Y finalmente a todas las personas que creyeron en mí y me apoyaron, por sus palabras de aliento y apoyo.

Mil gracias a todos aquellos que sembraron en mí la fuerza y la voluntad para hacer este sueño realidad.

Lina Paola

Le doy gracias:

A mi Señor Jesucristo por haber sembrado una esperanza de vida eterna en mi corazón y por haber iluminado mi camino lleno de tinieblas.

A mis padres, Rosario y Ubaldo, que sin su apoyo incondicional no hubiera sido posible llevar esta meta a feliz puerto.

Y a todos mis amigos y hermanos, los cuales me dieron buenos consejos y voces de aliento en los momentos difíciles.

Armando Romero

Alexander Carreño Sanabria

Dedicatorias:

Este proyecto de grado y este título de INGENIERO MECÁNICO va dedicado especialmente a:

Dios quien que me ha favorecido con su voluntad, que me ha rodeado de seres tan maravillosos y que ha hecho posible que me encuentre en esta instancia definitiva,…

A ***mi madre*** (Myriam) que me ha cubierto con su manta de amor, de afectos incondicionales y que ha entregado su vida por sus hijos,…

A ***mi padre*** (Alfonso) que hizo posible que nunca me faltara nada y me ha criado entre cuerdas de rectitud,…

A ***mi hermano*** (Alfonso) que me ha guiado como una mano amiga, aconsejándome sabiamente, orientándome siempre hacia el éxito y dándome el último empujón cuando ya siento desfallecer,…

A ***mi hermana*** (Sandra) por su profunda compañía y cariño,…

A ***mi flaquita*** (Yurany) porque es la única que sabe darle color a mis días grises,…

Y a todas aquellas personas que estuvieron presente, que creyeron en mí y que de una u otra forma contribuyeron con este inmenso logro,……..

SIN ELLOS NADA DE ESTO HABRÍA SIDO POSIBLE.

TABLA DE CONTENIDO

	PÁG.
INTRODUCCIÓN	22
1. GENERALIDADES DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN	24
1.1 QUÉ ES EL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN	24
1.2 OBJETIVO DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN	25
1.3 VENTAJAS DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN	26
1.4 CARACTERÍSTICAS	27
1.5 ORGANIZACIÓN DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN	28
1.5.1 Tema Del Seminario De Investigación	29
1.5.2 Dirección Del Seminario De Investigación En Análisis, Modelado Y Optimización De Sistemas Térmicos.	31
1.6 METODOLOGÍA	31
2. PLANEACIÓN	32
2.1 ESTUDIO Y SELECCIÓN DEL MATERIAL BIBLIOGRÁFICO.	33
2.2 DESCRIPCIÓN DE LOS SUBTEMAS.	39
2.2.1 Introducción a los sistemas térmicos.	39
2.2.2 Modelado de sistemas.	40
2.2.3 Análisis y modelado de los componentes de un sistema térmico.	41
2.2.4 Análisis y modelado de los sistemas térmicos	43
2.2.5 Simulación.	45
2.2.6 Optimización.	46
3. EJECUCIÓN	48
3.1 EL PROTOCOLO	53

4. PRESENTACIÓN, DOCUMENTO Y RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN. 56
4.1. PRESENTACIONES. 56
4.2. DOCUMENTO. 58
4.3. SIMULACIÓN Y RESULTADOS. 59

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 77

BIBLIOGRAFIA 79

ANEXOS 81
ANEXO A. ANALISIS MODELADO Y OPTIMIZACION DE SISTEMAS TERMICOS 81

LISTA DE FIGURAS

PÁG.

Figura 1. Modelo protocolo usado para el seminario de investigación AMOST 54
Figura 2. Formato de presentación 56
Figura 3. Diapositiva de muestra 57
Figura 4. Resultados arrojados por la simulación para SC = SH = 5. 65
Figura 5. Resultados calculados para los nuevos valores de SC y SH. 66
Figura 6. Propiedades del refrigerante. 66
Figura 7. Propiedades del refrigerante y del aire arrojadas por la simulación. 67
Figura 8. Resultados completos de la simulación. 68
Figura 9. Esquema de un sistema de refrigeración por compresión de vapor. 69
Figura 10. Resultados calculados para los nuevos valores de SC y SH. 74

LISTA DE TABLAS

	PÁG.
Tabla 1 Subtemas del seminario.	35
Tabla 2 Asignación de roles y subtemas.	48

RESUMEN

TITULO: SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN ANÁLISIS, MODELADO Y OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS TÉRMICOS[*].

AUTORES: ALEXANDER CARREÑO SANABRIA
ARMANDO JOSÉ ROMERO PÉREZ
CARLOS ALBERTO CAAMAÑO JARABA
LINA PAOLA CIPAGAUTA CARDOZO[**]

PALABRAS CLAVES: Sistemas térmicos, aprovechamiento de la energía, sistema de refrigeración por compresión de vapor, calor, modelo matemático, simulación, optimización.

DESCRIPCIÓN:

Debido al continuo deterioro del medio ambiente y el cambio climático, el tema del uso racional y eficiente de la energía ha cobrado gran importancia estos últimos años y por supuesto, esta problemática no ha sido ajena a esta parte del continente. De este modo se observa cómo permanentemente se encaminan esfuerzos hacia la investigación en el ámbito académico y científico en aras de disminuir el impacto ambiental que produce el uso de la energía y de dar a conocer mejor a la sociedad el trasfondo de esta problemática que ya es una realidad, de modo que aprenda cómo usarla más eficientemente.

La Universidad Industrial de Santander, como motor del desarrollo regional y del país no es ajena a este asunto, por lo cual a través de la escuela de ingeniería mecánica se ha desarrollado el presente seminario de investigación en Análisis, Modelado y Optimización de Sistemas Térmicos, a través del cual se da una visión clara de cómo interactúan los componentes de dichos sistemas y de cómo se da la transferencia de energía y su transformación, ya sea para generación de la misma o para su aprovechamiento eficiente a través de la optimización, en función de obtener otros beneficios. Además, se muestran los pasos a seguir para obtener un modelo matemático de un sistema de refrigeración por compresión de vapor para posteriormente simularlo y así estudiar su comportamiento con respecto a las condiciones de trabajo del mismo y de las restricciones del caso.

---

[*] Trabajo de grado.

[**] Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas, Escuela de Ingeniería Mecánica, Director: Ing. Mecánico, David Alfredo Fuentes Díaz.

ABSTRACT

TITLE: SEMINARY OF INVESTIGATION IN ANÁLISYS, MODELING AND OPTIMIZATION OF THERMAL SYSTEMS[*]

AUTHORS: ALEXANDER CARREÑO SANABRIA
ARMANDO JOSÉ ROMERO PÉREZ
CARLOS ALBERTO CAAMAÑO JARABA
LINA PAOLA CIPAGAUTA CARDOZO[**]

KEYWORDS: Thermal systems, energy use, refrigeration system of vapor compression, heat, mathematical model, simulation, optimization.

DESCRIPTION:

Due to continued environmental degradation and climate change, the subject of rational and efficient use of energy has gained great importance in recent years and of course, this problem has not been immune to this part of the continent. This shows how efforts are moving permanently to research in the academic and scientific area in order reduce the environmental impact resulting from the use of energy and raise awareness in the society about the context of this problem which is already a reality, so that people learn how to use it more efficiently.

The Universidad Industrial de Santander, as an engine for regional development and the country is no stranger to this affair, whereby through the school of mechanical engineering has developed this seminary of investigation in Analysis, Modeling and Optimization of Thermal Systems, through which a clear view is given about how components interact and how occurs the energy transfer, either for generation or for its efficient use through optimization, in order to obtain other benefits. Also, shows the steps to follow to obtain a mathematical model of a refrigeration system of vapor compression and later to simulate and study their behavior regarding to the working conditions and restrictions of the case.

[*] Graduation Project.

[**] Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas, Escuela de Ingeniería Mecánica, Director: Ing. Mecánico, David Alfredo Fuentes Díaz.

INTRODUCCIÓN

Dentro de la misión de la escuela de ingeniería mecánica de la Universidad Industrial de Santander se encuentra la construcción, aplicación y divulgación del conocimiento científico. Es por esta razón que la escuela se ha esforzado por promover y fomentar el conocimiento en la línea de investigación en energía y medio ambiente con la formación de potenciales investigadores, realizando un seminario de investigación en Análisis, Modelado y Optimización de Sistemas Térmicos (AMOST). Lo anterior, sumado a la preocupación de las naciones por el calentamiento global y por la búsqueda del desarrollo sostenible, hace que el tema AMOST sea un tema de actual interés.

El presente documento está dividido en cinco capítulos. El primer capítulo trata sobre las generalidades del seminario de investigación, sus ventajas, características, organización, y objetivos.

En el segundo capítulo se muestra la planeación y descripción general de las sesiones realizadas y el material bibliográfico empleado.

El tercer capítulo trata sobre la ejecución del proyecto, donde se lleva a cabo lo planeado en el capítulo anterior y se da la asignación de los roles de los participantes del seminario.

El cuarto capítulo expone lo referente a las presentaciones y documentación desarrollada en el seminario. Además incluye la simulación desarrollada y los resultados de la misma.

En el quinto capítulo se presentan las conclusiones y recomendaciones en torno al seminario de investigación y al tema tratado en el presente proyecto.

1. GENERALIDADES DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

1.1 QUÉ ES EL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN[1]

El Seminario de Investigación, también conocido como Seminario Alemán, es una actividad académica, cuyo origen se dio a finales del siglo XVIII en la Universidad de GOTTINGEN de Alemania, para renovar las estrategias de estudio y formación de los investigadores, y demostrar que la docencia y la investigación se pueden unir y complementar para obtener mejores resultados.

Consiste en estudiar, discutir e intercambiar experiencias acerca de un tema en particular, en un grupo en el cual sus participantes se intercomunican exponiendo dicho tema (la Relatoría), complementándolo, evaluándolo (Correlatoría), aportando entre todos (la Discusión), sacando conclusiones y planteando nuevos interrogantes, permitiendo que todo ello quede en la memoria escrita (el protocolo).

El Seminario de Investigación se programa por temas, los cuales son seleccionados con la orientación del director del seminario, quien con su experiencia y conocimiento del tema central, guía la selección con la debida pertinencia, actualidad y ubicación en el contexto. Los temas son desarrollados en sesiones planificadas, en las cuales los miembros del grupo deben asumir diferentes roles de acuerdo con la descripción anterior, manteniendo una relación de interés y compromiso con el conocimiento, sin jerarquías, en un clima de colaboración y participación activa.

[1] Universidad Industrial de Santander. Lineamientos para el seminario de investigación como modalidad para el desarrollo del trabajo de grado. Vicerectoría académica. Septiembre de 2007

1.2 OBJETIVO DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

Formar a los participantes para la investigación científica mediante el desarrollo de habilidades específicas aplicadas al asumir los diferentes roles dentro del seminario. Dichas habilidades están orientadas a desarrollar la capacidad de lector crítico de resultados de investigación en cualquiera de las áreas del conocimiento, a fortalecer la capacidad de observar e identificar los problemas presentes en temas bajo análisis; a buscar respuestas a preguntas claves y sustentarlas teórica y metodológicamente en forma verbal y por escrito; y a identificar las relaciones del problema objeto de estudio con el contexto económico, político o social, a fin de enriquecer, con una mirada de integralidad, el conocimiento para el grupo de estudiantes. Para ello se programan y ejecutan ejercicios estructurados que permiten a los estudiantes desarrollar competencias iniciales de investigador, avanzar en el conocimiento y aportar buenas revisiones y análisis sobre tópicos que pueden facilitar el desarrollo de la investigación.

Para alcanzar dicho objetivo, es preciso que haya una formación desde el trabajo personal hacia el trabajo en equipo. Por tanto, cada participante debe reconocer sus intereses, estilos de aprendizaje, su capacidad para aprender en interacción con pares y debe apropiarse de la metodología e instrumentos con los cuales trabajará, con el fin de lograr, al interactuar con los demás miembros del grupo en las sesiones del seminario, compartir, criticar y corregir las ideas que surjan de él, en un ambiente de colaboración mutua.

Los seminarios de investigación no se enfocan hacia la repetición de trabajos ya realizados, sino hacia la búsqueda de respuestas con nuevos argumentos. Por tal razón, los trabajos que se deriven del cumplimiento del objetivo del seminario deben caracterizarse por su originalidad y estar acordes al nivel científico de formación de sus participantes.

1.3 VENTAJAS DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

El seminario de investigación, como herramienta para el desarrollo integral, presenta las siguientes ventajas:

- Permite a los participantes contar con un director (profesor) durante el seminario, el cual les guía hacia la consecución de los propósitos establecidos. Además, resuelve las dudas e inquietudes, o en su defecto orienta sobre las fuentes de consulta y ayuda a los miembros del grupo en la búsqueda para suplir las necesidades de información.

- Fortalece el hábito de documentarse acerca del tema bajo estudio. Para esto, los participantes recurren a fuentes bibliográficas, bases de datos y textos de referencia obligada. Este ejercicio refuerza el desarrollo de las competencias interpretativas, argumentativas y propositivas, además que les permite apropiarse y aprender de los métodos que emplearon los autores de los artículos y textos, así como también reconocer su valor y aporte a la investigación.

- Permite que los participantes desempeñen diferentes roles dentro del grupo, desarrollando habilidades comunicativas y de relaciones interpersonales, complementarias para la formación tanto personal como profesional.

- Fomenta el aprendizaje como una experiencia grupal, permite experimentar la eficiencia del trabajo en equipo y, si el grupo está conformado por estudiantes de diferentes áreas del conocimiento, la riqueza de la interdisciplinariedad. Todas estas características son aplicables y necesarias en el desempeño laboral del mundo de hoy.

- Permite el uso de distintas herramientas didácticas de apoyo al desarrollo de las sesiones, así como un control sobre la planificación establecida de éstas.
- Es una metodología integradora centrada en el estudiante, con amplio potencial para fortalecer la habilidad de aprender a aprender, fundamental para tomar el perfil del ciudadano del siglo XXI, el cual deberá asumir el compromiso de aprender a lo largo de la vida como lo plantea J. Delors[2]. Sus ventajas la hacen aplicable a todas las áreas del conocimiento humano y no solo a algunas como equivocadamente pudiera pensarse[3].

1.4 CARACTERÍSTICAS

El seminario de investigación posee las siguientes características:

- Participación activa de todos los miembros del seminario, puesto que no sólo el director (profesor) interviene, sino también todos los integrantes del grupo realizan su aporte desde el rol que estén desempeñando. En este proceso, los participantes siendo discípulos empiezan a recorrer el camino hacia Maestros.

- El Seminario de Investigación está conformado por un grupo reducido de aprendizaje activo y cooperativo, inducido a investigar, reflexionar, descubrir y concluir.

- Empleo del diálogo permanente para compartir los conocimientos adquiridos.

- Ambiente amable y cooperativo fomentando la mayor participación de los integrantes del grupo.

[2] Jaques Delors et al. La Educación Encierra un Tesoro. Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la educación para el siglo XXI. Paris, 1996.
[3] Carlos M. Vélez S, Resumen El Seminario Investigativo, basado en el Simposio permanente sobre la Universidad 1990-1992 ASCUN.

- Sesiones desarrolladas utilizando medios didácticos de apoyo al aprendizaje.
- La estructura del seminario y todas las actividades y parámetros para desarrollarlas, son planificados en la primera sesión.
- El seminario de investigación exige a los participantes una alta responsabilidad para lograr la preparación adecuada, que les permita tener bases para llevarlo a cabo.

1.5 ORGANIZACIÓN DEL SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

El Seminario de Investigación se compone de las siguientes actividades: la relatoría, la correlatoría, la discusión y el protocolo, las cuales deben girar en torno a un tema, del que se desprenden los subtemas que se tratarán durante las sesiones.

Dichas actividades son responsabilidad de los integrantes del grupo, por lo cual a cada uno de ellos es asignado un rol de carácter rotativo. Es así como una persona que en una sesión asume el rol de correlator podrá ser el encargado del protocolo en la siguiente.

La organización del seminario también implica establecer el lugar donde se llevará a cabo, el número de sesiones y las fechas para realizarlo; así como la duración de cada una de las actividades (Relatoría, Correlatoría, Discusión y Protocolo).

El seminario de investigación en Análisis, Modelado y Optimización en Sistemas Térmicos está compuesto por:

Director:	Ing. David A. Fuentes Díaz
Participantes:	Lina Paola Cipagauta Cardozo

Carlos Alberto Caamaño Jaraba
Alexander Carreño Sanabria
Armando José Romero Pérez

A los participantes se les asigna un rol para cada sesión. Las sesiones se llevan a cabo en el salón 206 de la Escuela de Ingeniería Mecánica. El número de sesiones depende del tema y los subtemas mostrados en la tabla 1.Las sesiones están programadas para una duración de una hora y 45 minutos.

1.5.1 Tema del Seminario de Investigación

El Análisis, Modelado y Optimización de Sistemas Térmicos (AMOST) se ha propuesto como tema para desarrollar este seminario de investigación.

Como lo dice su título, el AMOST comprende tres acciones cuya sinergia da como resultado una visión clara de los elementos que contiene un sistema térmico en términos de componentes, y por otro lado, de los parámetros y propiedades que involucra intrínsecamente su funcionamiento. Por tanto, este resultado permite a aquel que estudia un sistema térmico dado, determinar de qué manera se puede aumentar la eficiencia del mismo con base en cambios que pueden ser efectuados.

Durante la etapa del análisis, se determinan cuáles son los parámetros relevantes que hacen parte de un sistema térmico y las consideraciones que se deben hacer para su desarrollo. Esto quiere decir que se evalúa el ciclo de trabajo de este; la incidencia de los componentes del mismo en la eficiencia y el modo en que trabajan; y cómo influyen las condiciones de trabajo durante el funcionamiento, de manera que sea posible hallar fortalezas del sistema y debilidades que pueden ser mejoradas.

El modelado comprende la elaboración del modelo matemático que permita, por medio de una simulación posterior, observar cómo se comporta el sistema bajo ciertas condiciones. Esto conlleva a establecer consideraciones o niveles de complejidad que faciliten la elaboración del mismo.

Por último, la optimización permite obtener mejores rendimientos en función de los costos económicos.

Un sistema térmico es un conjunto de entidades que interactúan entre sí, cuyo comportamiento se rige por las leyes físicas y termodinámicas. Estos se caracterizan porque sus procesos incluyen transferencia de energía, más específicamente la térmica, y transformación de la misma, además de transferencia de masa y transporte de fluidos.

En el mundo, estos se aplican a la obtención de energía a través del uso de combustibles fósiles y de fuentes renovables; a la climatización de espacios controlados; y un sin número de aplicaciones industriales para la fabricación de bienes de consumo, entre otras.

Debido a su amplia utilización, los sistemas térmicos son objeto de estudio y susceptibles a cambios que van en pro del uso eficiente de la energía, más que todo por causa del actual fenómeno del calentamiento climático, el cual más allá de las implicaciones económicas, ha hecho reflexionar al mundo acerca del correcto aprovechamiento de la energía y de la protección del medio ambiente.

1.5.2 Dirección del Seminario de Investigación en Análisis, Modelado y Optimización de Sistemas Térmicos.

La dirección del seminario de Investigación en Análisis, Modelado y Optimización de Sistemas Térmicos, estuvo a cargo del profesor: Ing. David Alfredo Fuentes Díaz, quien cuenta con la siguiente formación:

FORMACIÓN
Doctorado en Tecnología Energética Universidad Politécnica de Valencia, UPV, España Título: Estudio y modelado del flujo en tubos capilares adiabáticos en sistemas de refrigeración. Tutor: José Miguel Coberán Salvador Becado de: Universidad Politécnica de Valencia
Pregrado / Universitario en Ingeniería Mecánica Universidad Industrial de Santander, UIS, Colombia Título: Diseño de válvulas de seguridad en sistemas hidráulicos Tutor: Abel Parada Corrales

1.6 METODOLOGÍA

Para llevar a cabo el seminario de Investigación en Análisis, Modelado y Optimización de Sistemas Térmicos satisfactoriamente y garantizar el cumplimiento de los objetivos planteados, se escogió una metodología reunida en tres grupos: planeación, ejecución y resultados; las cuales se relacionan entre sí dependiendo cada una de la anterior.

2. PLANEACIÓN

En esta etapa se establecen los lineamientos bajo los cuales se desarrolla el seminario y se definen los alcances y resultados que se esperan obtener mediante la selección del tema, el estudio bibliográfico, los subtemas y la planificación de las sesiones.

Los alcances y objetivos del seminario son:

- Realizar una revisión bibliográfica del tema.

- Desarrollar sesiones de seminario de acuerdo a la metodología del seminario alemán.

- Generar un documento que sirva de soporte teórico para la temática del Análisis, Modelado y Optimización de Sistemas Térmicos, según el contenido de la tabla 1.

- Realizar presentaciones en Power Point/Lyx de los temas relacionados de acuerdo al contenido de la tabla 1.

- Realizar el análisis, modelado, simulación y optimización de un sistema de refrigeración por compresión de vapor siguiendo la metodología propuesta en el seminario.

2.1 ESTUDIO Y SELECCIÓN DEL MATERIAL BIBLIOGRÁFICO.

Esta fase se desarrolló desde la elaboración del plan de proyecto, donde por medio de un estudio previo de la bibliografía requerida para la ejecución del seminario, se determinó la lista que se presenta a continuación. Sin embargo, de ser necesario se aclara que esta puede ser ampliada, incluyendo otros libros, fuentes de internet, revistas, memorias u otros documentos que sean necesarios para consultar.

Para estudiar la temática del seminario se propone la siguiente bibliografía:

- AMES, William F. Numerical methods for differential partial equations. Segunda Edición.

  Esta fuente bibliográfica es de gran importancia porque ayuda a la comprensión y utilización de diferentes métodos para las posibles soluciones de todas aquellas ecuaciones diferenciales parciales en problemas concretos de ingeniería.

- TANNEHILL, John C. DALE A, Anderson. PLETCHER Richard H. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. Segunda Edición.

  El enfoque de este libro proporciona los fundamentos básicos de teoría computacional y métodos computacionales. El libro es dividido en dos partes. La primera parte cubre el material fundamental al entendimiento y el uso de métodos de diferencia finita. La segunda parte ilustra el empleo de tales métodos en la solución de los diferentes tipos de problemas complejos encontrados en la mecánica de fluidos y la transferencia de calor.

- STOECKER, WILBERT F. Design of thermal systems, McGraw - Hill. Third Edition. 1989.

Este libro provee información importante en cuanto a algunos temas que se tratarán durante el desarrollo del seminario, como lo son los métodos de modelado, optimización y simulación de sistemas térmicos y sus componentes.

- CENGEL, Yunus A. BOLES, Michael A. Termodinámica Tomo 1, Segunda edición:
  Este libro es de fundamental ayuda para el estudio ingenieril de los sistemas térmicos, debido a que explica los conceptos básicos de cada uno de los procesos de transformación de la energía, así como los significados físicos de los conceptos que intervienen en los procesos, propiciando la comprensión más profunda del tema.

- BURMEISTER, Louis C. Elements of thermal-fluid system design.
  Este libro ha sido de suma importancia en el análisis de los sistemas térmicos, fundamentalmente en la puntualización de las funciones principales de los componentes involucrados en los procesos y aspectos a resaltar de estos, como balances de energía, análisis termodinámico, físico, matemático y de transferencia de calor, que van implícitos en los sistemas térmicos.

- BOEHM, Robert F. Design analysis of Thermal System.
  Este libro nos proporciona fundamentos sobre la termoeconomía en los sistemas térmicos, además de las técnicas de optimización útiles en los Sistemas Térmicos.

- JALURIA, Yogesh. Design and Optimization of Thermal Systems. Second Edition. CRC Press Taylor & Francis Group, 2008.
  En este texto se encontró gran parte de la información utilizada en el estudio de los conceptos involucrados en la descripción de los sistemas térmicos, como lo son su definición, clasificación y descripción. Además se describen

algunos métodos de simulación tratados en el presente proyecto y tipos de modelos usados en los sistemas térmicos.

- BEJAN, Adrian. TSATSARONIS, George. MORAN, Michael. Thermal Design and Optimization. USA, John Wiley & sons, 1996.
  Esta fuente provee información acerca de la optimización de los sistemas térmicos, más específicamente acerca de la optimización termoeconómica.

Toda esta bibliografía fue consultada por cada uno de los integrantes del seminario, de manera que se obtuvo una idea del contenido general de cada cual. De esta forma, más adelante y dependiendo de la temática a tratar, es posible anticipar las fuentes de información, sin dejar de lado el hecho de que hay que profundizar según sea necesario.

A partir del estudio bibliográfico se determinó el contenido del seminario de acuerdo a la temática de Análisis, Modelado y Optimización de Sistemas Térmicos, el cual se muestra en la Tabla 1. Consiguientemente se determinó el número de sesiones necesarias para desarrollar a cabalidad dicha temática y por último se asignaron los roles.

Tabla 1 Subtemas del seminario.

TEMA	SUBTEMAS
1. INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS TÉRMICOS	• Definición de los sistemas térmicos • Clasificación de los sistemas térmicos ➢ Sistema HVAC/R ➢ Sistemas de generación de potencia o de conversión de energía
2. MODELADO DE SISTEMAS	• Características básicas del modelado • Tipos de modelados

TEMA	SUBTEMAS
	➢ Modelos Análogos ➢ Modelos Matemáticos ➢ Modelos Físicos ➢ Modelos Numéricos ➢ Otros modelos • Modelado matemático • Modelado físico y análisis dimensional
3. ANÁLISIS Y MODELADO DE LOS COMPONENTES DE UN SISTEMA TÉRMICO	• Análisis y modelado de transferencia de calor ➢ Calentador de aire ➢ Bombas ➢ Turbina ➢ Tuberías ➢ Compresores ➢ Intercambiador de calor ➢ Caldera ➢ Válvulas ➢ Condensador ➢ Torre de enfriamiento • Análisis y modelado termodinámico ➢ Calentador de aire ➢ Bombas ➢ Turbina ➢ Tuberías ➢ Compresores ➢ Intercambiador de calor ➢ Caldera ➢ Válvulas

TEMA	SUBTEMAS
	➢ Condensador ➢ Torre de enfriamiento • Análisis y modelado de mecánica de fluidos ➢ Calentador de aire ➢ Bombas ➢ Turbina ➢ Tuberías ➢ Compresores ➢ Intercambiador de calor ➢ Caldera ➢ Válvulas ➢ Condensador ➢ Torre de enfriamiento
4. ANÁLISIS Y MODELADO DE LOS SISTEMAS TÉRMICOS	• Sistema de potencia o de conversión de energía (Planta Térmica) ➢ Análisis y modelado de transferencia de calor de una Planta Térmica ➢ Análisis y modelado termodinámico de una Planta Térmica ➢ Análisis y modelado de mecánica de fluidos de una Planta Térmica • Sistema HVAC/R (Sistema de refrigeración) ➢ Análisis y modelado de transferencia de calor de un Sistema de Refrigeración ➢ Análisis y modelado termodinámico de un Sistema de Refrigeración

TEMA	SUBTEMAS
	➢ Análisis y modelado de mecánica de fluidos de un Sistema de Refrigeración
5. SIMULACIÓN	• Métodos de simulación ➢ Sustitución sucesiva ➢ Newton – Raphson ➢ Expansión de series de Taylor • Descripción de un sistema de simulación ➢ Trnsys ➢ EES ➢ Fluent ➢ Simulink • Simulación de un sistema de refrigeración por compresión de vapor
6. OPTIMIZACIÓN	• Conceptos básicos • Optimización de sistemas térmicos ➢ Métodos de optimización ✓ Multiplicadores de Lagrange ✓ Programación Dinámica ✓ Programación Geométrica ✓ Métodos de búsqueda ✓ Método termoeconómico • Optimización termoeconómica aplicada a un sistema de refrigeración por compresión de vapor

2.2 DESCRIPCIÓN DE LOS SUBTEMAS.

2.2.1 Introducción a los sistemas térmicos.

Este capítulo da una visión generalizada de los sistemas y como estos se subdividen en subsistemas y en componentes según la conveniencia, para hacer de esta forma más sencillo el análisis de estos.

Además de lo anterior, se hace referencia a los sistemas térmicos, a los cuales hace referencia este seminario y posteriormente se da una clasificación de estos según su aplicación.

Definición de los sistemas térmicos: Este tema se trató en la primera sesión correspondiente a la Introducción a los Sistemas Térmicos, donde se dio una definición de estos sistemas y las condiciones que deben cumplir para pertenecer a este grupo.

- **Clasificación de los sistemas térmicos (sistemas HVAC/R):** En este apartado vemos que estos sistemas están diseminados ampliamente en la industria y en aplicaciones domésticas para el confort. Se brinda una descripción de estos como lo son los sistemas de calefacción, ventilación, aire acondicionado y refrigeración. Además, se da una visión de sus aplicaciones, se describen los componentes de cada uno de ellos y algunas de sus características.

- **Clasificación de los sistemas térmicos (Sistemas de Generación de Potencia):** Aquí se define la máquina térmica y se da una clasificación de estas de acuerdo al tipo de operante que usan y a su ciclo de funcionamiento. Por otro lado se hace una descripción de las máquinas térmicas utilizadas para

la generación de potencia eléctrica y las que se usan para generar potencia mecánica, pasando por las fuentes alternativas o ecológicas.

2.2.2 Modelado de sistemas.

- **Características básicas del modelado:** En esta sesión se trató la importancia del modelado. También se dio una breve definición de lo que es un modelo y qué es el modelado, además de las características que debe cumplir un buen modelo. También se explicaron los pasos a seguir en el modelado, las consideraciones a tener en cuenta y se hizo una breve descripción de las clases de modelos.

- **Tipos de modelos:** Este tema abarcó inicialmente la descripción de lo que es un modelo, cuál es su propósito y cómo se puede analizar. También se tocaron algunos de los diversos tipos de modelos que existen y se hizo una pequeña descripción de cada uno de ellos, tales como: Modelos Análogos; Modelos Matemáticos, donde se describe brevemente el modelo cuantitativo, modelo cualitativo, modelo probabilístico, modelo determinístico, modelo descriptivo y modelo optimizador; Modelos Físicos y Modelos Numéricos.
  Se hace una breve descripción de la interacción entre modelos y se describen otros tipos.

- **Modelado matemático:** Este corresponde a la descripción de los sistemas térmicos como sistemas dinámicos, cuyo tiempo de respuesta a estímulos es largo en comparación con otros de este tipo. Se da además una definición de lo que es un modelo matemático y de ciertas consideraciones que se deben tener en cuenta a la hora de modelar cualquier tipo de sistema para que el análisis del mismo no sea demasiado complicado, es decir, se evalúa la posibilidad de considerar si el sistema está en estado estable o transitorio; si se pueden despreciar ciertas interacciones entre este y el medio que lo rodea; etc.

Por último, se dan algunos métodos ampliamente utilizados para el modelado de sistemas lineales.

- **Análisis dimensional:** El tema de la sesión actual abarca el modelado físico y el análisis dimensional. Primero se hace un breve repaso de lo que es un modelo a escala y su necesidad en un modelo físico, réplica de un sistema real, además de los requerimientos para su validación. Después se explica el método Π de Buckingham como método de análisis dimensional para un sistema y un ejemplo con la manera de aplicarlo. El análisis dimensional es una poderosa herramienta que permite simplificar el estudio de cualquier fenómeno en el que estén involucradas muchas magnitudes físicas en forma de variables independientes, por eso se aplica a los sistemas térmicos y sus fenómenos. Por último, se resalta el aporte del método de análisis dimensional a las ecuaciones de mecánica de fluidos y de transferencia de calor.

2.2.3 Análisis y modelado de los componentes de un sistema térmico.

Se explicaron las tres formas características de modelar un sistema térmico: Modelado por Transferencia de Calor, Modelado por Termodinámica y Modelado por Mecánica de Fluidos.

Se explicaron los pasos a seguir en la creación de un modelo tales como: Análisis técnico, análisis físico y uso de las ecuaciones matemáticas.

- **Análisis y modelado de transferencia de calor para calentadores de aire, bombas, turbinas, tuberías y compresores:** Se trata de forma detallada cómo se modela la transferencia de calor en cada uno de los componentes correspondientes a esta temática, haciendo las consideraciones pertinentes de acuerdo a la aplicación y a las condiciones que se impongan al inicio de cada análisis.

Se comienza por mencionar los métodos más usados para el cálculo de la transferencia de calor. Se hacen simplificaciones geométricas de acuerdo al equipo tratado y dependiendo de las condiciones de flujo (convección forzada o natural), de modo que se simplifique el análisis.

- **Análisis y modelado de transferencia de calor para intercambiadores de calor, calderas, válvulas, condensadores y torres de enfriamiento:** Se trata de forma detallada cómo se modela la transferencia de calor en cada uno de los componentes correspondientes a esta temática, haciendo las consideraciones pertinentes de acuerdo a la aplicación y a las condiciones que se impongan al inicio de cada análisis.

Se comienza por mencionar los métodos más usados para el cálculo de la transferencia de calor. Se hacen simplificaciones geométricas de acuerdo al equipo tratado y dependiendo de las condiciones de flujo (convección forzada o natural), de modo que se simplifique el análisis.

- **Análisis y modelado termodinámico para calentadores de aire, bombas, turbinas, tuberías y compresores:** Se llevó a cabo el análisis y modelado termodinámico para los siguientes componentes: calentadores de aire, bombas, turbinas, tuberías y compresores. Se tuvieron en cuenta algunas consideraciones y además se crearon modelos matemáticos referentes a la termodinámica de cada uno de estos componentes. Para este análisis utilizaron las ecuaciones de balance de masa y energía.

- **Análisis y modelado termodinámico para intercambiadores de calor, calderas, válvulas, condensadores y torres de enfriamiento:** Se llevó a cabo el análisis y modelado termodinámico para los siguientes componentes: intercambiadores de calor, calderas, condensadores, torres de enfriamiento y válvulas. Se tuvieron en cuenta algunas consideraciones y además se crearon

modelos matemáticos referentes a la termodinámica de cada uno de estos componentes. Para este análisis utilizaron las ecuaciones de balance de masa y energía.

- **Análisis y modelado de mecánica de fluidos para intercambiadores de calor, calderas, válvulas, condensadores y torres de enfriamiento:** Para este análisis se plantean los enfoques o métodos que se utilizan de acuerdo a la aplicación y al nivel de complejidad deseado. Además, se enuncian las leyes básicas que se aplican para obtener el modelo respectivo para cada uno de los equipos, más las consideraciones que se hacen para cada caso, de tal forma que se obtiene una relación entre el cambio de presión que sufre el fluido debido a su interacción con el equipo y el flujo másico a través del mismo.

- **Análisis y modelado de mecánica de fluidos para calentadores de aire, bombas, turbinas, tuberías y compresores:** Para este análisis se plantean los enfoques o métodos que se utilizan de acuerdo a la aplicación y al nivel de complejidad deseado. Además, se enuncian las leyes básicas que se aplican para obtener el modelo respectivo a cada uno de los equipos, más las consideraciones que se hacen para cada caso, de tal forma que se obtiene una relación entre el cambio de presión que sufre el fluido debido a su interacción con el equipo y el flujo másico a través del mismo.

2.2.4 Análisis y modelado de los sistemas térmicos

Se realizó una breve introducción donde se hizo una corta reseña de los diferentes tipos de modelos aplicados a los sistemas térmicos. Se profundizó en el modelado numérico. Se establecieron los pasos para la creación de un modelo de un sistema térmico.

- **Análisis y modelado de Transferencia de Calor, Termodinámico y de Mecánica de Fluidos en una Planta Térmica:** El tema de esta sesión se limita al estudio de una planta térmica. Primero se explicó brevemente el funcionamiento de la planta térmica y los dispositivos que son objeto de estudio. Luego se dijo lo referente al ciclo Rankine y se plasmó en el diagrama T-s el funcionamiento de la misma. Una vez descrito el sistema, se pasó a la búsqueda de las ecuaciones para cada componente de la planta, resultado de un análisis con balance de masa, ecuación de la energía y cantidad de movimiento para cada uno de ellos. Posterior a este procedimiento se hallaron las ecuaciones restantes debido a que las incógnitas sobrepasaban la cantidad de ecuaciones disponibles. Las ecuaciones restantes y necesarias para la solución del sistema de ecuaciones salieron de datos conocidos en la planta o de consideraciones con respecto al estado del fluido de trabajo en la misma y del mismo proceso.

- **Análisis y modelado de Transferencia de Calor, Termodinámico y de Mecánica de Fluidos de un Sistema de Refrigeración por Compresión de Vapor:** Se tomó el más sencillo de los sistemas de refrigeración, el cual está formado por una válvula de expansión, un condensador, un evaporador y un compresor. Además, se tomaron consideraciones para cada componente y se hizo un análisis termodinámico, de transferencia de calor y de mecánica de fluidos para cada uno. Esto arrojó un número de incógnitas superior al número de ecuaciones deducidas de los anteriores análisis. Para completar el número de ecuaciones faltantes fue necesario buscar otras relaciones matemáticas de conceptos tales como el grado de sub-enfriamiento y sobre-calentamiento, y analizar el sistema del lado aire tanto en el condensador como en el evaporador.

2.2.5 Simulación.

En esta sesión se hizo una descripción detallada del uso y aplicación de la simulación para un sistema, en este caso, para un sistema de refrigeración. La simulación de un sistema es el cálculo de las variables de operación de este. Además, se habló de algunos usos particulares de la simulación y las clases existentes. Por último, se trató el tema de los diagramas de bloques como herramienta necesaria para la representación esquemática de un sistema y posterior análisis de simulación. Se concluye el tema con un ejemplo alusivo y la solución ya sea con cálculos secuenciales o simultáneos.

- **Métodos de simulación**

  En esta sesión se dio una breve introducción acerca de qué es la simulación, además de la clasificación de los métodos de simulación como método abierto y método cerrado, enfocándose en las técnicas concernientes a los primeros. La sesión se enfoco en los temas: método Monte Carlo o simulación Monte Carlo, método de sustitución sucesiva o de punto fijo, método de expansión de Taylor y método de Newton - Raphson.

- **Descripción de software de simulación de Sistemas Térmicos.**

  Existen diversos métodos de simulación. Esta sesión se enfocó en las herramientas informáticas utilizadas en el área de la ingeniería térmica.

  Se explicaron características, funcionamiento e interfaces visuales de los siguientes software de simulación: EES. TRNSYS, FLUENT Y SIMULINK.

- **Simulación de un sistema de refrigeración por compresión de vapor.**

  En esta sesión se da una descripción generalizada de la filosofía de la simulación que se entrega como anexo. Además, se muestran algunas características de este trabajo y se describe cómo estas permiten obtener resultados válidos y eficientes.

2.2.6 Optimización.

Se definió el concepto de optimización y de optimización termoeconómica. Se discutió la relación que existe entre la optimización y el diseño. Por último se describieron las características fundamentales en los problemas de optimización, tales como las fronteras del sistema, criterios de optimización, variables, modelos matemáticos y sub-optimización.

- **Métodos de optimización**

  Con base en los conceptos previos dados en el tema de optimización, se presentan aquí los diversos métodos usados para la solución de problemas de optimización en general, haciendo énfasis en las condiciones y las consideraciones que se deben hacer cuando se trata de sistemas térmicos. Igualmente, se describe la metodología de cada método y su base matemática, exponiendo en este documento el método de los multiplicadores de Lagrange, el método de programación geométrica, programación dinámica, algunos métodos de búsqueda y la optimización termoeconómica.

- **Optimización termo económica aplicada a un sistema de refrigeración por compresión de vapor.**

  Se dio una breve introducción acerca de la importancia de la optimización termoeconómica. Con base en los conceptos previos dados en el tema de optimización, se aplicó el método de optimización termoeconómica a varios sistemas de refrigeración por compresión de vapor, más específicamente aires acondicionados tipo mini-Split. Este análisis se llevó a cabo haciendo uso de la Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado, proyecto de grado realizado en la escuela de ingeniería mecánica de la Universidad Industrial de Santander por los ingenieros Diego Elías Navarro Bautista y Héctor Javier Navarro Bautista, bajo la dirección del

ingeniero Omar A. Gelvez Arocha. Además, se usó la función objetivo propuesta en la sesión de métodos de optimización.

3. EJECUCIÓN

Esta etapa contempla la organización de los subtemas y la asignación de los roles a los integrantes del seminario según se plantea en la metodología del seminario alemán.

En la tabla 2 se muestra cómo se hizo tal asignación, además de la cantidad de sesiones requeridas para abarcar toda la temática propuesta, las cuales se establecieron en (24) sesiones.

Tabla 2 Asignación de roles y subtemas.

TEMA	RELATOR	CORRELATOR
1. Introducción a los Sistemas Térmicos		
1.1 Definición	Dir. David A. Fuentes	Carlos Caamaño
1.2 Clasificación de los Sistemas Térmicos		
➢ Sistema de Potencia o de Conversión de Energía	Carlos Caamaño	Alexander Carreño
✓ Descripción de los componentes de un Sistema de Potencia (Planta Térmica)		
➢ Sistemas HVAC/R	Armando Romero	Lina Cipagauta
✓ Descripción de los componentes de un		

TEMA	RELATOR	CORRELATOR
Sistema HVAC/R (Sistema de Refrigeración)		
2. Modelado de sistemas	Dir. David A. Fuentes	Armando Romero
2.1 Características Básicas del Modelado		
2.2 Tipos de Modelos		
➢ Modelos Análogos	Lina Cipagauta	Armando Romero
➢ Modelos Matemáticos		
➢ Modelos Físicos		
➢ Modelos Numéricos		
➢ Interacción entre modelos		
➢ Otros modelos		
2.3 Modelado matemático	Carlos Caamaño	Alexander Carreño
2.4 Análisis dimensional	Alexander Carreño	Carlos Caamaño
3. Análisis y modelado de los componentes de un Sistema Térmico	Dir. David A. Fuentes	Lina Cipagauta
3.1 Análisis y modelado de Transferencia de Calor		
➢ Calentadores de aire	Carlos Caamaño	Alexander Carreño
➢ Bombas		
➢ Turbinas		
➢ Compresores		
➢ Tuberías		

TEMA	RELATOR	CORRELATOR
➢ Intercambiadores de calor ➢ Calderas ➢ Válvulas ➢ Condensadores ➢ Torres de Enfriamiento 3.2 Análisis y modelado Termodinámico	Armando Romero	Lina Cipagauta
➢ Calentadores de aire ➢ Bombas ➢ Turbinas ➢ Tuberías ➢ Compresores	Alexander Carreño	Carlos Caamaño
➢ Intercambiadores de Calor ➢ Calderas ➢ Válvulas ➢ Condensadores ➢ Torres de Enfriamiento 3.3 Análisis y modelado de Mecánica de Fluidos	Lina Cipagauta	Armando Romero
➢ Calentadores de aire ➢ Bombas ➢ Turbinas ➢ Tuberías ➢ Compresores	Carlos Caamaño	Alexander Carreño
➢ Intercambiadores de calor ➢ Calderas ➢ Válvulas	Lina Cipagauta	Armando Romero

TEMA	RELATOR	CORRELATOR
➢ Condensadores ➢ Torres de enfriamiento		
4. Análisis y modelado de los Sistemas Térmicos	Dir. David A. Fuentes	Armando Romero
4.1 Sistema de Potencia o de Conversión de Energía (Planta Térmica) ➢ Análisis y modelado de Transferencia de Calor de una Planta Térmica ➢ Análisis y modelado de Termodinámico de una Planta Térmica ➢ Análisis y modelado de Mecánica de Fluidos de una Planta Térmica	Alexander Carreño	Lina Cipagauta
4.2 Sistema HVAC/R (Sistema de Refrigeración) ➢ Análisis y modelado de Transferencia de Calor de un Sistema de Refrigeración ➢ Análisis y modelado de Termodinámico de un Sistema de Refrigeración ➢ Análisis y modelado de Mecánica de Fluidos de	Armando Romero	Carlos Caamaño

TEMA	RELATOR	CORRELATOR
un Sistema de Refrigeración		
5. Simulación	Dir. David A. Fuentes	Alexander Carreño
5.1 Descripción de un sistema de simulación		
5.2 Métodos de simulación ➢ Sustitución sucesiva ➢ Newton – Raphson ➢ Expansión de series de Taylor	Lina Cipagauta	Carlos Caamaño
5.3 Descripción de software de simulación de Sistemas Térmicos ➢ Trnsys ➢ EES ➢ Fluent ➢ Simulink	Armando Romero	Lina Cipagauta
5.4 Simulación de un sistema de refrigeración por compresión de vapor.	Carlos Caamaño	Alexander Carreño
6. Optimización		
6.1 Conceptos Básicos	Dir. David A. Fuentes	Armando Romero
6.2 Optimización de Sistemas Térmicos		

TEMA	RELATOR	CORRELATOR
➢ Métodos de optimización ✓ Multiplicadores de Lagrange ✓ Programación Dinámica ✓ Programación Geométrica ✓ Métodos de Búsqueda ✓ Método termo económico	Carlos Caamaño	Alexander Carreño
➢ Optimización termo económica aplicada a un sistema de refrigeración por compresión de vapor	Armando Romero	Lina Cipagauta

3.1 EL PROTOCOLO

El protocolo es un documento escrito donde se plasman los resultados de la sesión. El formato modelo que se llevo a cabo durante cada una de las sesiones del seminario se observa en la figura 1.

Figura 1. Modelo protocolo usado para el seminario de investigación AMOST

SESION XX. SEMINARIO DE ANALISIS, MODELADO Y OPTIMIZACIÒN DE SISTEMAS TÈRMICOS

TEMA ESPECÍFICO:

Fecha:

ASISTENTES

1. COMENTARIOS DEL PROTOCOLO ANTERIOR
2. EVALUACIÓN DE LA RELATORIA
3. DESARROLLO DE LA DISCUSIÒN
4. ANOTACIONES Y PREGUNTAS DE LOS PARTICIPANTES
5. REGLAS METODOLÓGICAS UTILIZADAS
6. CONCLUSIONES
7. TEMA DE LA SIGUIENTE SESIÒN

La estructura del protocolo consta de:

- **Encabezado:** Incluye el nombre del seminario y el número de la sesión evaluada, el logo de la Universidad Industrial de Santander y el logo de la Escuela de Ingeniería Mecánica.

- **Tema específico**: Es el nombre de la sesión evaluada.

- **Fecha:** Incluye Día – Mes – Año en que se desarrollo la sesión.

- **Asistentes:** Nombres y apellidos de los asistentes a la sesión.

- **Comentarios del protocolo anterior:** Se plasma en este ítem, como su nombre lo dice, cualquier comentario realizado por los participantes del seminario sobre el protocolo anterior.

- **Evaluación de la Relatoría:** Breve descripción del desarrollo de la relatoría, incluyendo los temas que se tocaron durante la sesión.

- **Desarrollo de la discusión:** Además de evaluar la relatoría en este ítem se describe la participación del correlator, incluyendo los temas que complementan la relatoría.

- **Anotaciones y preguntas de los participantes:** En este ítem se dejan por escrito las dudas que se presentaron durante la sesión con sus respectivas respuestas. También los comentarios participativos de los asistentes a la sesión.

- **Reglas metodológicas utilizadas:** Breve descripción de las herramientas utilizadas para el desarrollo de la sesión.

- **Conclusiones:** Comentarios que resumen las ideas o aspectos más significativos durante el desarrollo de la sesión.

- **Tema de la siguiente sesión:** Espacio en el cual se registra el tema de la siguiente sesión.

4. PRESENTACIÓN, DOCUMENTO Y RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN.

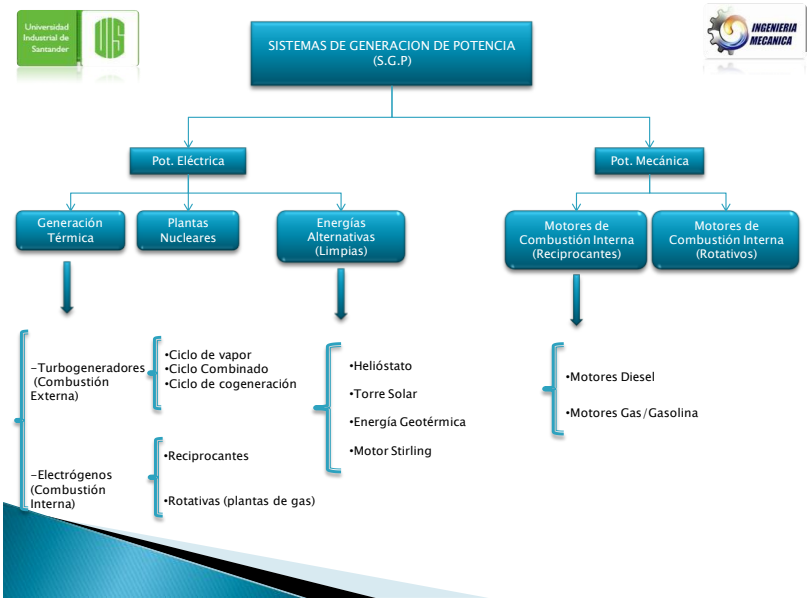
4.1. PRESENTACIONES.

Estudios realizados en diferentes auditorios han demostrado que la capacidad de retención de la información de los espectadores, cuando ella se transmite mediante proyección de diapositivas o videos, asciende a un 75 %, en comparación con el 20 % que se alcanza cuando la exposición se realiza sin el empleo de ningún medio de proyección[4]. Por tanto, la adecuada selección y preparación de las diapositivas para una presentación en público es un detalle crucial para el éxito de la misma.

Figura 2. Formato de presentación

[4] Tomado de: http://bvs.sld.cu/revistas/aci/vol10_4_02/aci030402.htm

Figura 3. Diapositiva de muestra



Para el desarrollo del seminario fue necesario seleccionar un formato general para las presentaciones en Power Point que debía ser usado en todas, con el fin de generar uniformidad y seriedad al proyecto.

Para la selección del formato de las diapositivas se dio prioridad al auditorio, por tanto estas deben ser claras y fáciles de entender, de modo que la transmisión de la información sea lo más efectiva posible. Por tal razón se aplicaron los siguientes lineamientos y características para dicha selección:

- Deben ser primero funcionales y estéticas. Por tal motivo, debe garantizarse un balance cuidadoso entre los diferentes elementos involucrados; no recargar las vistas con textos, ilustraciones o cuadros; dar suficiente aire entre ellos, así como los espacios en blanco necesarios, pues dichos espacios desempeñan un importante papel en todos los medios visuales.

- Se seleccionó un diseño de fondo blanco con detalles en azul y letras negras para generar una vista agradable y sobria, además de dar un buen contraste y así facilitar la lectura y visibilidad de los gráficos. En algunos casos se usaron colores para resaltar ideas importantes.

- Se suprimió el uso de las imágenes prediseñadas que proporciona el software Power Point para dar un carácter serio a la presentación. En su lugar se usaron fotos e imágenes concernientes al tema a tratar provenientes de diversas fuentes, las cuales fueron referenciadas debidamente.

- En lo posible se evitó el uso excesivo de textos para expresar ideas. En su lugar, se propendió por el uso de imágenes claras que expresaran la idea a transmitir.

- Se usaron los logos de la universidad y de la escuela de ingeniería mecánica para dar un sentido de pertenencia al proyecto y hacer saber a los participantes a que institución pertenecen los autores.

- Se realizó una presentación por cada sesión, para un total de 24, las cuales se encuentran en los anexos digitales.

4.2. DOCUMENTO.

El documento escrito fue realizado por cada relator de acuerdo a la asignación de los roles expuesta en la tabla 1 del capítulo 3, y complementado por el correspondiente correlator. Este consiste de una síntesis de la información existente acerca de cada tema en cuestión y fue producto de la investigación y de la argumentación del autor y los aportes del director del seminario. Además esta

ceñido a la norma técnica que rige la presentación de trabajos escritos dada por el ICONTEC.

El documento está compuesto por (6) capítulos que corresponden a la recopilación de los temas expuestos en las sesiones desarrolladas durante el seminario de investigación en AMOST. El orden en que se dan corresponde al que se da en la tabla 1 del capítulo 2, para así conservar la continuidad de la temática y se usó el procesador de texto Microsoft Office WORD 2007, el cual es ampliamente usado y proporciona un entorno de trabajo amigable y versátil, ya que es posible trabajar con ecuaciones, usar figuras y ayudas para la generación de tablas, entre otras aplicaciones importantes.

Otros software usados fueron Microsoft Visio, útil para realizar esquemas de montajes de ingeniería, entre otros; Adobe Reader, usado para la lectura de los documentos en formato PDF; y Microsoft Power Point ya que permite manipular figuras y gráficos, además de su versatilidad para generar con facilidad muchas de las imágenes utilizadas en las sesiones.

4.3. SIMULACIÓN Y RESULTADOS.

La simulación que se planteó como objetivo al principio de este proyecto, se llevó a cabo en la plataforma Microsoft Visual Studio, usando el lenguaje C++ y basados en la metodología de la programación orientada a objetos. El software se incluye en los anexos y a continuación se presenta el documento (.txt), donde se introducen los datos, controles, etc. para posteriormente ejecutar el programa:

La primera parte incluye el número de flujos, y el tipo de flujo según corresponda (Refrigerante: Tipo 1, Aire: Tipo 3).

```
'***Numero de flujos***'
8
'Primer flujo'
1
```

```
'Segundo flujo'
1
'Tercer flujo'
1
'cuarto flujo'
1
'Quinto flujo'
3
'sexto flujo'
3
'Septimo flujo'
3
'Octavo flujo'
3
```

Se procede incluyendo los flujos que tienen datos adicionales. Primero se indica el índice del flujo, luego el tipo de dato adicional y por último el valor del dato:

```
'***Numero de flujos con datos adicionales***'
2
'Índice'
5
'Presion'
101315
'Temp'
300
'HR'
0.5
'Índice'
7
'Presion'
101315
'Temp'
280
'HR'
0.5
```

Ahora se registran los equipos, número de equipos (4), tipo de equipos (ejemplo= 201:intercambiador de calor), número e índice de conexiones de entrada y de salida. Seguido de los equipos que contienen datos adicionales (tipo de dato y valor del mismo):

```
'***Numero de equipos***'
4
'Tipo de equipo'
201
'Numero de conexiones de entrada'
2
'Entradas'
```

```
1
5
'Numero de conexiones de salida'
2
'Salidas'
2
6
'Tipo de equipo'
201
'Numero de conexiones de entrada'
2
'Entradas'
3
7
'Numero de conexiones de salida'
2
'Salidas'
4
8
'Tipo de equipo'
101
'Numero de conexiones de entrada'
1
'Entradas'
4
'Numero de conexiones de salida'
1
'Salidas'
1
'Tipo de equipo'
400
'Numero de conexiones de entrada'
1
'Entradas'
2
'Numero de conexiones de salida'
1
'Salidas'
3
'***Numero de equipos con datos adicionales***'
3
'Índice del equipo'
1
'Tipo de intercambiador'
0
2
'Heat Transfer Area'
0
1.00000E+000
'Estimated Pressure Drop'
0
0.000000E+000
'Tipo de Correlacion'(1=U.vs.HeatFlux;2=U.vs.Re;3=U.vs.Sec.FluidMassFlow)
0
```

```
1
'Enhancement Factor'
0
1.000000E+000
'Puntos o Polinomio'(1=Puntos;2=Polinomios;
0
2
'Numero de Coeficientes del Polinomio'
0
1
'Coefficients'
0
1.800E+003
'Índice del equipo'
2
'Tipo de intercambiador'
0
1
'Heat Transfer Area'
0
1.00000E+000
'Estimated Pressure Drop'
0
0.000000E+000
'Tipo de Correlacion'(1=U.vs.HeatFlux;2=U.vs.Re;3=U.vs.Sec.FluidMassFlow)
0
1
'Enhancement Factor'
0
1.000000E+000
'Puntos o Polinomio'(1=Puntos;2=Polinomios;
0
2
'Numero de Coeficientes del Polinomio'
0
1
'Coefficients'
0
1.800E+003
'Índice del equipo'
3
'***** Compressor *****'
'Name'
0
'comp'
'Compressor Displacement'
0
4.000000E-005
'Oil Volume'
0
8.000E-003
'Nominal Speed'
0
4.833333E+001
```

```
'Heat Losses'
0
5.000000E-002
'Oil Circulation Rate'
0
0.000000E+000
'Scale Factor'
0
1.000000E+000
'Tipo corr rend vol 1=Corr(p2/p1) 2=ARI corr(Td,Ts) 3=ARI Simple 4=Punto
Catalogo at given pressure ratio 5=Punto Catalogo 6= Punto Catalogo ARI
7=Splines'
0
0
'Deffault Compressor'
0
1
'Tipo corr rend isen 1=Corr(p2/p1) 2=ARI corr(Td,Ts) 3=ARI Simple 4=Punto
Catalogo at given pressure ratio 5=Punto Catalogo 6= Punto Catalogo ARI
7=Splines'
0
0
'Deffault Compressor'
0
1
```

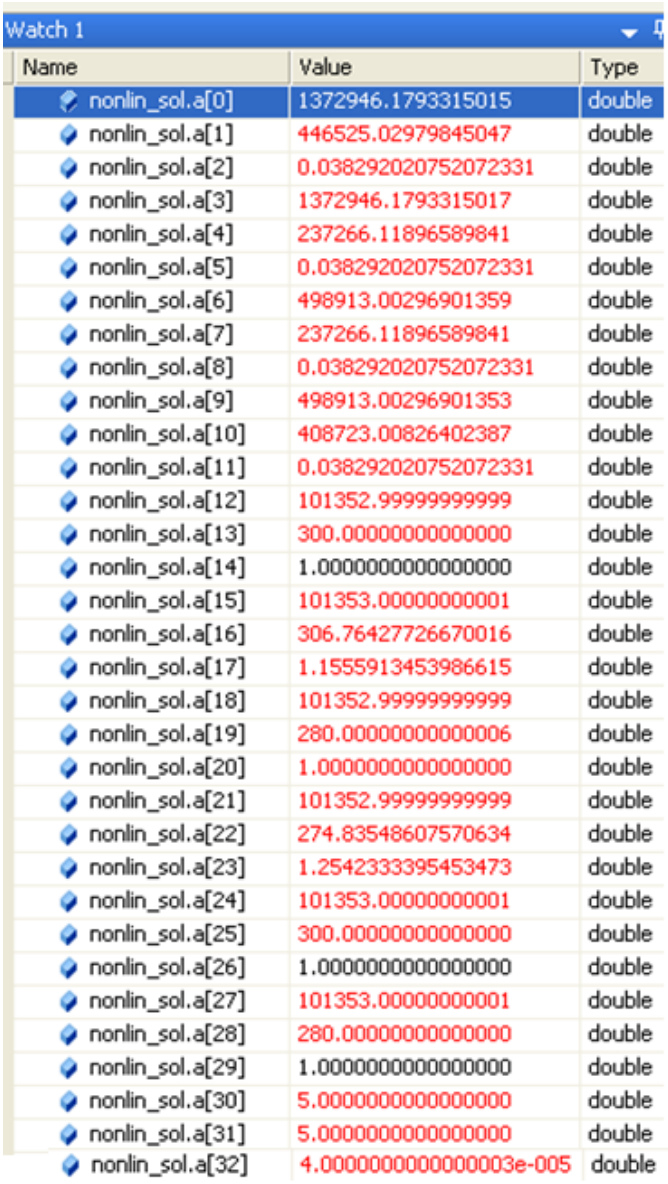
Por último, se introducen los controles, cuyos valores se confirman después de haber hecho el cálculo en el sofware y cuyos valores se encuentran registrados desde la posición 24 hasta la 31 (ver tabla resultados). Primero se introduce el tipo de control, el nombre, el valor del mismo y el flujo al cual afecta:

```
'***Numero de controles***'
10
'Primer control'
38
'Presion entrada aire condensador'
101353
'flujo que controla'
5
'segundo control'
2
'Temperatura entrada aire condensador'
300
'flujo que controla'
5
'Tercer control'
68
'Flujo másico a la entrada del condensador'
1.0
```

```
'flujo que controla'
5
'cuarto control'
38
'Presion entrada aire condensador'
101353
'flujo que controla'
7
'quinto control'
2
'Temperatura entrada aire condensador'
280
'flujo que controla'
7
'sexto control'
68
'Flujo másico a la entrada del condensador'
1.0
'flujo que controla'
7
'septimo control'
57
'subcooling en el condensador'
5
'Equipo'
2
'Octavo control'
58
'superheat del evaporador'
5
'equipo'
4
'Noveno control'
53
'flujo volumetrico en el compresor'
4.000000E-005
'equipo'
3
'decimo control'
63
'refrigerante'
R22
```

A partir de este documento, el software inicia el proceso de cálculo y arroja los siguientes resultados:

Figura 4. Resultados arrojados por la simulación para SC = SH = 5.



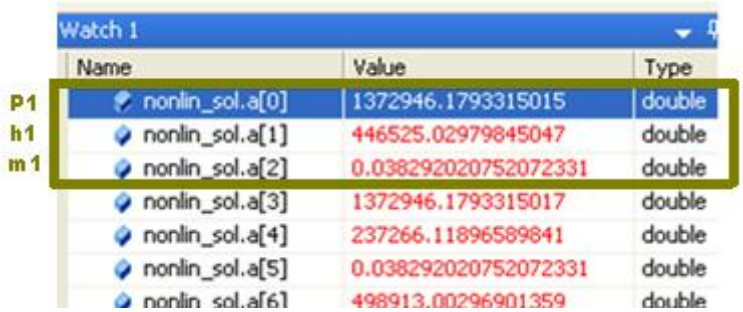
Watch 1

Name	Value	Type
nonlin_sol.a[0]	1372946.1793315015	double
nonlin_sol.a[1]	446525.02979845047	double
nonlin_sol.a[2]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[3]	1372946.1793315017	double
nonlin_sol.a[4]	237266.11896589841	double
nonlin_sol.a[5]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[6]	498913.00296901359	double
nonlin_sol.a[7]	237266.11896589841	double
nonlin_sol.a[8]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[9]	498913.00296901353	double
nonlin_sol.a[10]	408723.00826402387	double
nonlin_sol.a[11]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[12]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[13]	300.00000000000000	double
nonlin_sol.a[14]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[15]	101353.00000000001	double
nonlin_sol.a[16]	306.76427726670016	double
nonlin_sol.a[17]	1.1555913453986615	double
nonlin_sol.a[18]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[19]	280.00000000000006	double
nonlin_sol.a[20]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[21]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[22]	274.83548607570634	double
nonlin_sol.a[23]	1.2542333395453473	double
nonlin_sol.a[24]	101353.00000000001	double
nonlin_sol.a[25]	300.00000000000000	double
nonlin_sol.a[26]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[27]	101353.00000000001	double
nonlin_sol.a[28]	280.00000000000000	double
nonlin_sol.a[29]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[30]	5.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[31]	5.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[32]	4.0000000000000003e-005	double

En la figura 4 se observan los 32 valores que arrojó la simulación, de los cuales los primeros 24 corresponden a las variables del sistema (3 por cada componente) y las restantes 8 son los controles que se introdujeron.

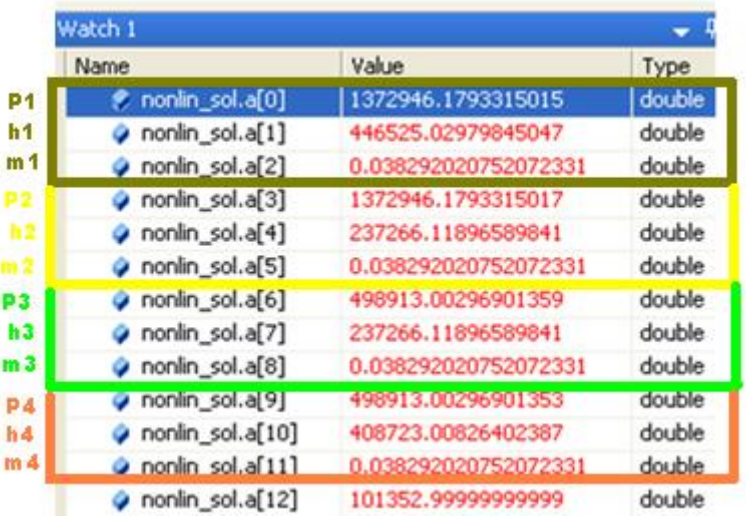
Los primeros 3 valores entregados corresponden a la presión, la entalpía y el flujo másico del flujo numero 1:

Figura 5. Resultados calculados para los nuevos valores de SC y SH.



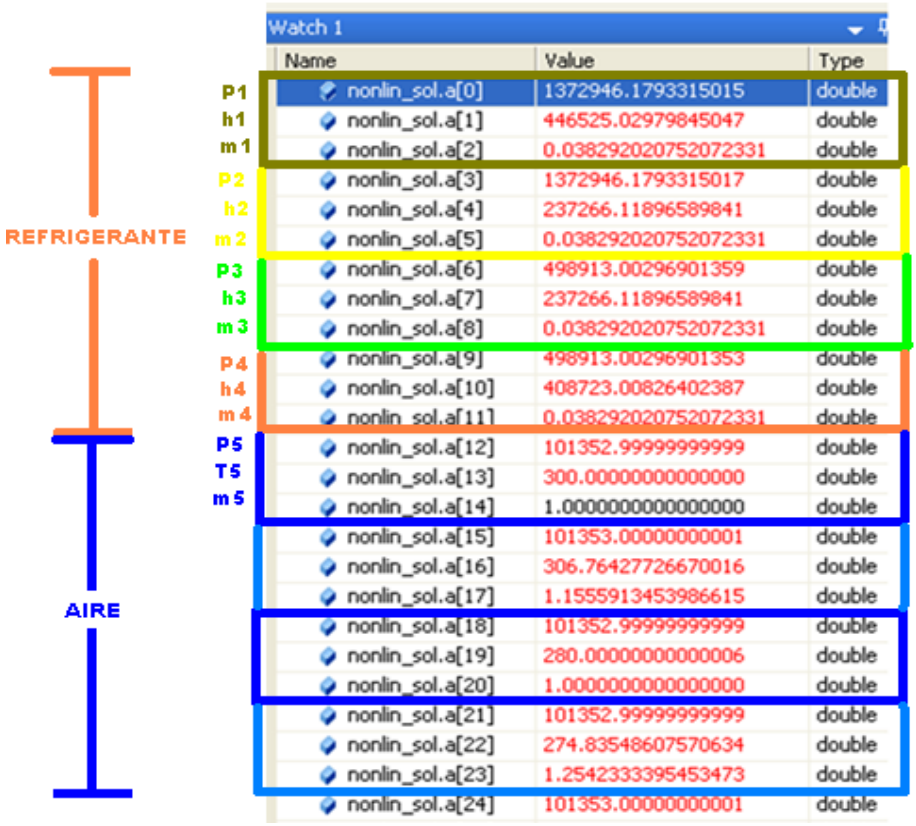
De la misma manera, para todos los flujos de refrigerante (4 primeros flujos):

Figura 6. Propiedades del refrigerante.



Y para todos los flujos de aire se tiene la presión, temperatura y flujo másico:

Figura 7. Propiedades del refrigerante y del aire arrojadas por la simulación.

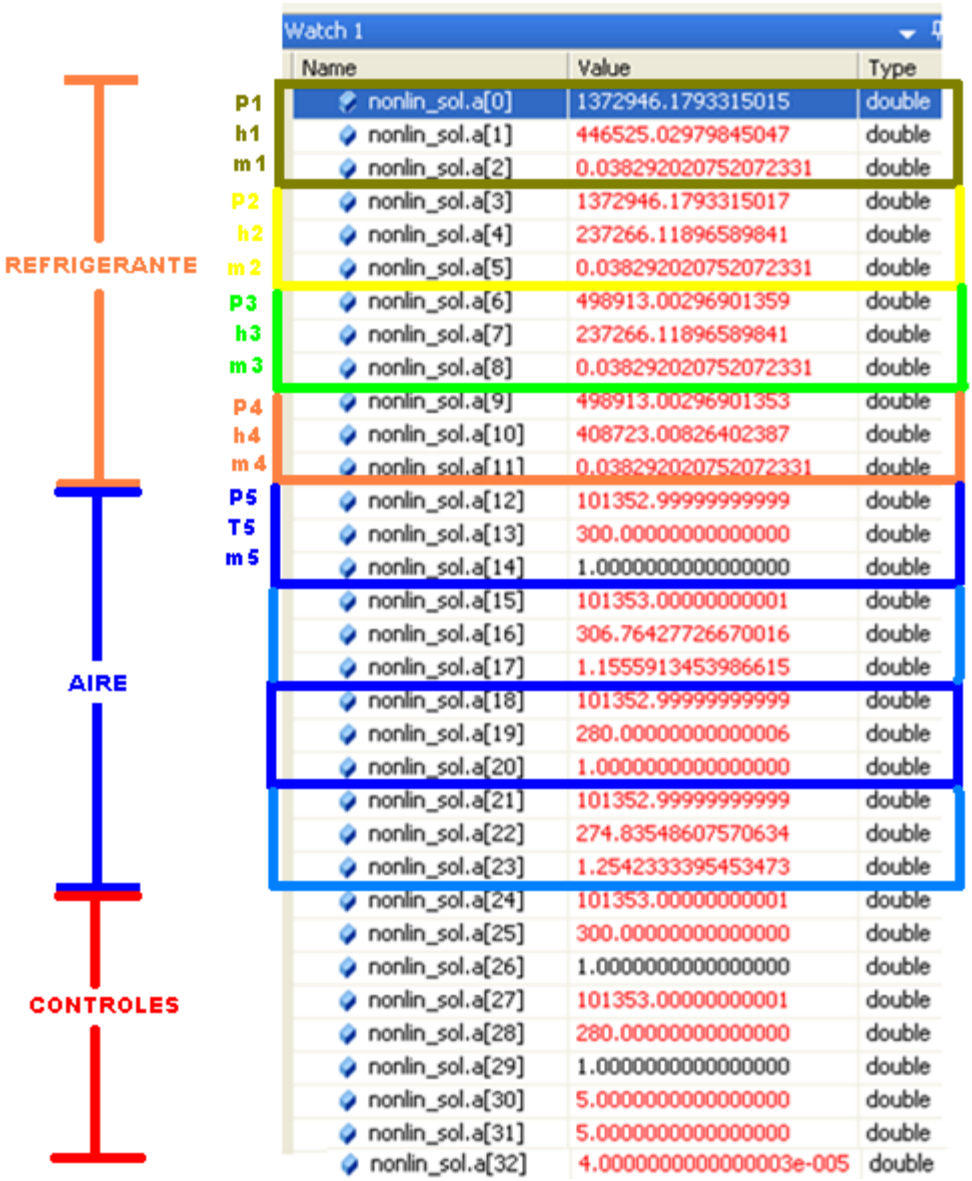


Watch 1

Name	Value	Type
nonlin_sol.a[0]	1372946.1793315015	double
nonlin_sol.a[1]	446525.02979845047	double
nonlin_sol.a[2]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[3]	1372946.1793315017	double
nonlin_sol.a[4]	237266.11896589841	double
nonlin_sol.a[5]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[6]	498913.00296901359	double
nonlin_sol.a[7]	237266.11896589841	double
nonlin_sol.a[8]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[9]	498913.00296901353	double
nonlin_sol.a[10]	408723.00826402387	double
nonlin_sol.a[11]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[12]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[13]	300.00000000000000	double
nonlin_sol.a[14]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[15]	101353.00000000001	double
nonlin_sol.a[16]	306.76427726670016	double
nonlin_sol.a[17]	1.1555913453986615	double
nonlin_sol.a[18]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[19]	280.00000000000006	double
nonlin_sol.a[20]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[21]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[22]	274.83548607570634	double
nonlin_sol.a[23]	1.2542333395453473	double
nonlin_sol.a[24]	101353.00000000001	double

Los valores comprendidos entre 0 y 23 corresponden a las propiedades de los fluidos y los 8 restantes corresponden a los controles asignados en el documento base (.txt):

Figura 8. Resultados completos de la simulación.



Watch 1

Name	Value	Type
nonlin_sol.a[0]	1372946.1793315015	double
nonlin_sol.a[1]	446525.02979845047	double
nonlin_sol.a[2]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[3]	1372946.1793315017	double
nonlin_sol.a[4]	237266.11896589841	double
nonlin_sol.a[5]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[6]	498913.00296901359	double
nonlin_sol.a[7]	237266.11896589841	double
nonlin_sol.a[8]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[9]	498913.00296901353	double
nonlin_sol.a[10]	408723.00826402387	double
nonlin_sol.a[11]	0.038292020752072331	double
nonlin_sol.a[12]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[13]	300.00000000000000	double
nonlin_sol.a[14]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[15]	101353.00000000001	double
nonlin_sol.a[16]	306.76427726670016	double
nonlin_sol.a[17]	1.1555913453986615	double
nonlin_sol.a[18]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[19]	280.00000000000006	double
nonlin_sol.a[20]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[21]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[22]	274.83548607570634	double
nonlin_sol.a[23]	1.2542333395453473	double
nonlin_sol.a[24]	101353.00000000001	double
nonlin_sol.a[25]	300.00000000000000	double
nonlin_sol.a[26]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[27]	101353.00000000001	double
nonlin_sol.a[28]	280.00000000000000	double
nonlin_sol.a[29]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[30]	5.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[31]	5.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[32]	4.0000000000000003e-005	double

Estos valores fueron comprobados por los autores para determinar su validez, calculando los balances de energía para los intercambiadores de calor (evaporador y condensador) y calculando el grado de subenfriamiento (SC) y el grado de sobrecalentamiento (SH).

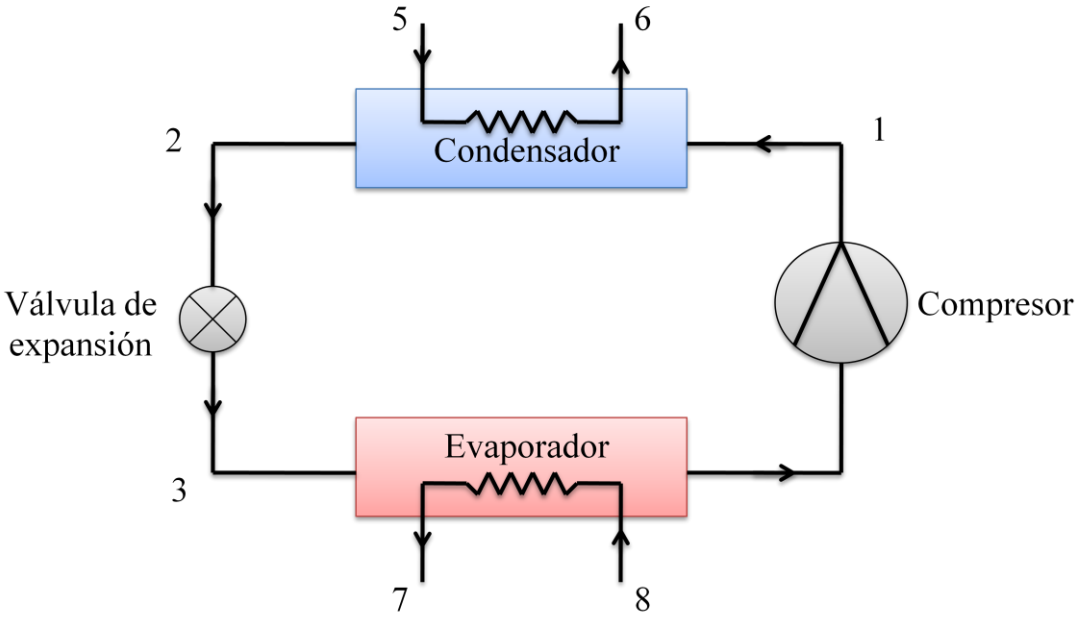
$$\dot{Q}_{ref} = \dot{Q}_{aire}$$

$$SC = t^*_{@p} - t_{@p,h}$$

$$SH = t_{@p,h} - t^*_{@p}$$

Donde $t_{@p,h}$ corresponde a la temperatura del refrigerante a la presión y entalpía de salida del intercambiador y $t^*_{@p}$ es la temperatura de saturación del refrigerante a la presión de salida del intercambiador.

Figura 9. Esquema de un sistema de refrigeración por compresión de vapor.



Fuente: Autores

CONDENSADOR:

Cálculos realizados según los resultados del programa:

$$Qcond1 = \dot{m}_{ref}(h_1 - h_2) = 0{,}0383(446525{,}03 - 237266{,}12) = 8{,}014\ kW$$

Que debe ser igual a:

$$Qcond2 = \dot{m}_{aire} Cp(T_5 - T_6) = 1{,}15 \times 1{,}0254(306{,}76 - 300) = 7{,}9714\ kW$$

Donde el porcentaje de error es:

$$\%E = \frac{8{,}014 - 7{,}9714}{8{,}014} * 100 = 0{,}53\%$$

Donde el valor de $\dot{m}_{aire}$=1,15 Kg/seg se tomó de los resultados obtenidos en la figura 4 (valor número 17) y la humedad específica es:

$$\omega_5 = 0{,}622 \times \frac{\varphi P^*}{Pa} = 0{,}622 \times \frac{0{,}5 \times 3564}{99571} = 0{,}011$$

$$Cp = 1{,}005 + 1{,}8577\omega_5 = 1{,}0254\ kJ/kg°C$$

Ahora se calcula SC.
Basados en el programa EES se obtiene:

$$t^*_{@P_2} = 308{,}67\ K$$
$$t_{@P_2,h_2} = 303{,}66\ K$$

$$SC = t^*_{@p} - t_{@p,h}$$

$$SC = 308{,}67 - 303{,}66\ = 5{,}01\ ℃$$

$$\%E = \frac{5 - 5{,}01}{5} * 100 = 0{,}2\%$$

Con un error del 0,2% respecto al valor introducido en los controles, el cual corresponde a un subenfriamiento de 5ºC.

El valor de SC se compara con el valor número 30 de la figura de resultados.

Como se puede observar los resultados son muy similares y con esto se ha comprobado no solo que el programa funciona sin interferencia alguna, sino que además calcula correctamente.
Se procede entonces a ratificar los demás resultados: cálculos en el evaporador y de los controles.

EVAPORADOR:

Cálculos según los resultados del programa:

$$Qevap1 = \dot{m}_{ref}(h_4 - h_3) = 0{,}0383(408723 - 237266{,}11) = 6{,}566\ kW$$

Valor que se compara con:

$$Qevap2 = \dot{m}_{aire} Cp(T_7 - T_8) = 1{,}25 \times 1{,}010(280 - 274{,}83) = 6{,}5271\ kW$$

Donde el porcentaje de error es:

$$\%E = \frac{6{,}566 - 6{,}5271}{6{,}566} * 100 = 0{,}59\%$$

Donde el valor de $\dot{m}_{aire}$=1,25 Kg/seg se tomó de los resultados obtenidos en la figura 4 (valor número 23). La humedad específica es:

$$\omega_8 = 0{,}622 \times \frac{\varphi P^*}{Pa} = 0{,}622 \times \frac{0{,}5 \times 1002}{100852} = 0{,}003$$

$$Cp = 1{,}005 + 1{,}8577\omega_7 = 1{,}010\ kJ/kg°C$$

Ahora se calcula SH:

Basados en el programa EES se obtiene:

$$t^*_{@P_4} = 273{,}048\ K$$

$$t_{@P_4,h_4} = 278{,}061\ K$$

$$SH = t_{@p,h} - t^*_{@p}$$

$$SH = 278{,}061 - 273{,}048 = 5{,}01$$

Por tanto, el error es el mismo que se calculó para el SC.

Como se puede observar, nuevamente los resultados son muy similares y una vez más se confirma que los cálculos del programa son correctos. Sin embargo, debemos modificar los valores de los controles SC y SH para ingresar nuevos datos al programa y registrar nuevos resultados. Entonces se hace un nuevo procedimiento comparativo con los cálculos manuales y se concluye.

Se cambia SC y SH, que en la tabla de resultados corresponden a los valores 30 y 31 respectivamente. Se asignan los valores de SC = 6 y SH = 7, para los cuales se obtienen los resultados que se observan en la figura 10.

CONDENSADOR:

Cálculos realizados según los resultados del programa:

$$Qcond1 = \dot{m}_{ref}(h_1 - h_2) = 0{,}0378(448450{,}487 - 236035{,}099) = 8{,}02930\ kW$$

Que debe ser igual a:

$$Qcond2 = \dot{m}_{aire} Cp(T_5 - T_6) = 1{,}15 \times 1{,}036(306{,}78 - 300) = 8{,}07769\ kW$$

Por lo cual se tiene un %E :

$$\%E = \frac{8{,}02930 - 8{,}07769}{8{,}02930} * 100 = 0{,}6\%$$

$$\omega_6 = 0{,}622 \times \frac{\varphi P^*}{Pa} = 0{,}622 \times \frac{0{,}5 \times 5258}{101353 - 5258 * 0{,}5} = 0{,}017$$

$$Cp = 1{,}005 + 1{,}8577\omega_6 = 1{,}036 \frac{kJ}{kg℃}$$

Como es de notar, en los resultados de los cálculos manuales los calores son aproximadamente iguales, con tan solo un error del 0,6%. Ahora se procede a hallar el SC.

Usando EES se tiene que $t^*_{@p} = 35{,}54\ ℃$ y $t_{@p,h} = 29{,}45\ ℃$, por tanto tenemos que:

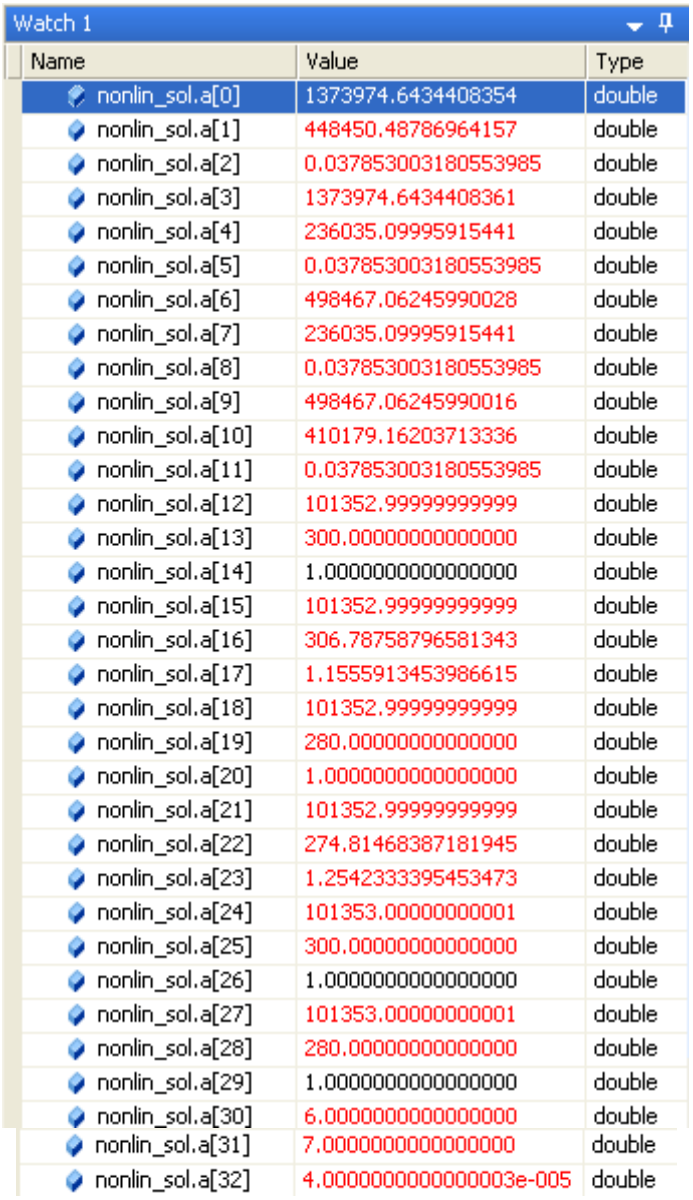
$$SC = 6{,}09\ ℃$$

Con un error del 1,5%, el cual es bastante aceptable.

$$\%E = \frac{6 - 6{,}09}{6} * 100 = 1{,}5\%$$

Hasta aquí se tiene que los cálculos manuales validan los resultados que arrojó el programa y que se muestran en la figura 10.

Figura 10. Resultados calculados para los nuevos valores de SC y SH.



Watch 1

Name	Value	Type
nonlin_sol.a[0]	1373974.6434408354	double
nonlin_sol.a[1]	448450.48786964157	double
nonlin_sol.a[2]	0.037853003180553985	double
nonlin_sol.a[3]	1373974.6434408361	double
nonlin_sol.a[4]	236035.09995915441	double
nonlin_sol.a[5]	0.037853003180553985	double
nonlin_sol.a[6]	498467.06245990028	double
nonlin_sol.a[7]	236035.09995915441	double
nonlin_sol.a[8]	0.037853003180553985	double
nonlin_sol.a[9]	498467.06245990016	double
nonlin_sol.a[10]	410179.16203713336	double
nonlin_sol.a[11]	0.037853003180553985	double
nonlin_sol.a[12]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[13]	300.00000000000000	double
nonlin_sol.a[14]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[15]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[16]	306.78758796581343	double
nonlin_sol.a[17]	1.1555913453986615	double
nonlin_sol.a[18]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[19]	280.00000000000000	double
nonlin_sol.a[20]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[21]	101352.99999999999	double
nonlin_sol.a[22]	274.81468387181945	double
nonlin_sol.a[23]	1.2542333395453473	double
nonlin_sol.a[24]	101353.00000000001	double
nonlin_sol.a[25]	300.00000000000000	double
nonlin_sol.a[26]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[27]	101353.00000000001	double
nonlin_sol.a[28]	280.00000000000000	double
nonlin_sol.a[29]	1.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[30]	6.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[31]	7.0000000000000000	double
nonlin_sol.a[32]	4.0000000000000003e-005	double

EVAPORADOR:

Cálculos según los resultados del programa:

$$Qevap1 = \dot{m}_{ref}(h_4 - h_3) = 0{,}0378(410179{,}16 - 236035{,}09) = 6{,}58264\ kW$$

Valor que se compara con:

$$Qevap2 = \dot{m}_{aire} Cp(T_7 - T_8) = 1{,}25 \times 1{,}010(280 - 274{,}81) = 6{,}5523\ kW$$

Donde %E es:

$$\%E = \frac{6{,}58264 - 6{,}5523}{6{,}58264} * 100 = 0{,}46\%$$

$$\omega_8 = 0{,}622 \times \frac{\varphi P^*}{Pa} = 0{,}622 \times \frac{0{,}5 \times 1002}{100852} = 0{,}003$$

$$Cp = 1{,}005 + 1{,}8577\omega_7 = 1{,}010\ kJ/kg°C$$

Los resultados que se calculan se aproximan bastante a la solución que arroja el programa. Ahora se procede a hallar el SH.

Al implementar los cálculos a través del programa EES se tiene que $t^*_{@p} = 0{,}0204$ ℃ y $t_{@p,h} = 7{,}026$ ℃ , por tanto tenemos que:

$$SH = 7{,}0056\ ℃$$

$$\%E = \frac{7 - 7{,}005}{7} * 100 = 0{,}08\%$$

Por lo que se tiene un error de tan solo 0,08%.

Finalmente se ha demostrado que los resultados que arroja la simulación son totalmente confiables luego de haber variado SC y SH.

Al analizar los resultados obtenidos con base en los porcentajes de error que estos arrojaron, se tiene que no fueron significativamente altos. De hecho, el

mayor fue de solo 1,5%, lo que valida esta simulación. Por otra parte, se debe aclarar que estos errores se debieron a los redondeos de cifras decimales que se efectuaron durante los cálculos, tanto por parte del programa como por parte de los autores; a la variación de la correlación que se usó para el cálculo del calor específico del aire húmedo; y a que las propiedades del vapor de agua y del refrigerante que se hallaron por medio del software EES, fueron calculadas por este con otras tablas o ecuaciones empíricas, diferentes a las que se usaron para la simulación que se ha efectuado.

Al comparar las figuras 4 y 10, no pasa desapercibido que solo con variar SC y SH cambian los valores de las presiones y entalpías en el refrigerante y consecuentemente las temperaturas del aire, aunque estas últimas no cambian significativamente. Esto es debido a que con esta variación se han cambiado las condiciones de trabajo del sistema, por tanto lo hacen también los parámetros característicos de tales condiciones.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El seminario de investigación es una herramienta valiosa en la formación de investigadores en una disciplina determinada, debido a que estimula el pensamiento crítico de cada uno de sus integrantes, al tiempo que los educa en la manera adecuada de hacer investigación, para así obtener lo mejor de cada uno. Por esto, es de gran importancia que la escuela de ingeniería mecánica incentive la ejecución de este tipo de actividades.

Para los integrantes del seminario de investigación en análisis, modelado y optimización de sistemas térmicos ha sido de gran importancia esta metodología, ya que para su ejecución fue necesario revisar y afirmar conceptos del pregrado, además de su profundización y extrapolación desde la teoría a la realidad.

El grado de interdisciplinariedad, componente característico de la actividad investigativa, ayuda a que los integrantes desarrollen la capacidad de enfrentar situaciones que así lo requieran, lo que se complementa con los valores que en este se desarrollan como lo son: el trabajo en equipo, el sentido de la responsabilidad, capacidad de expresar ideas, entre otros.

La simulación es una herramienta que facilita en sobremanera los cálculos y el análisis de la situación que es objeto de esta. Además, ayuda a dimensionar la complejidad de cada uno de los problemas que significa el cálculo de cada componente, ya que para esto es necesario estructurarlo, diferenciarlo y categorizarlo de acuerdo a su realidad física.

Se recomienda que en un futuro se extienda la simulación a otros tipos de sistemas, por ejemplo sistemas de generación de potencia, debido a que la flexibilidad misma del programa lo hace posible.

Para el desarrollo de posteriores proyectos en la modalidad de seminario de investigación, es recomendable que los integrantes que se encargarán de su ejecución se informen bien acerca de la temática a tratar antes de proponer los temas. Esto es debido a que por el desconocimiento de dicho contenido, se puede cometer el error de extender demasiado el proyecto al abarcar más tema del que los estudiantes y el director están dispuestos a desarrollar en un plazo dado.

Se sugiere para posteriores proyectos usar como herramienta extra visitas técnicas o actividades prácticas, las cuales pueden ser de gran provecho para el grupo, ya que esto hace posible aterrizar conceptos importantes y su aplicación a situaciones reales, lo cual es muy valioso.

Se recomienda para futuros proyectos que se investiguen temas acerca de nuevas tecnologías y contenidos de actualidad científica.

BIBLIOGRAFIA

[1] STOECKER, W. F., DESIGN OF THERMAL SYSTEMS, Third Edition, McGraw-Hill, 1st of January of 1989

[2] JALURIA, Yogesh. DESIGN AND OPTIMIZATION OF THERMAL SYSTEMS, Second Edition, CRC Press Taylor & Francis Group, 2008

[3] MARADEY CHARRYS, Juan F., TERMODINAMICA APLICADA, 1ª edición, Ediciones Universidad Industrial de Santander, 2002.

[4] ZERBAN, Alexander H., NYE, Edwin P., POWER PLANTS, 2nd edition, The Haddon Craftsment, Inc., 1957.

[5] GUASCH, Antoni, PIERA, Miquel Ángel, CASANOVAS, Josep, FIGUERAS, Jaume. APLICACIÓN A PROCESOS LOGÍSTICOS DE FABRICACIÓN Y SERVICIOS. Primera edición, Alfaomega Grupo Editor, México, D.F., 2005.

[6] RÍOS INSUA, David, RÍOS INSUA JACINTO Y JIMENEZ, Martin. SIMULACIÓN MÉTODOS Y APLICACIONES, primera edición, Alfaomega Grupo Editor, México, D.F., 2000.

[7] OGATA, Katsuhiko, INGENIERÍA DE CONTROL MODERNA, 3era Edición, Pearson, Pretince Hall, 1998.

[8] OGATA, Katsuhiko, DINÁMICA DE SISTEMAS, 1ª Edición, Pretince Hall, 1987.

ANEXOS

ANEXO A. ANALISIS MODELADO Y OPTIMIZACION DE SISTEMAS TERMICOS

TABLA DE CONTENIDO

	PÁG.
INTRODUCCIÓN	94
1. INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS TÉRMICOS	95
1.1 DEFINICIÓN DE LOS SISTEMAS TÉRMICOS.	95
1.2 CLASÍFICACIÓN DE LOS SISTEMAS TÉRMICOS.	97
1.2.1 Sistemas HVAC/R.	97
1.2.1.1 Calefacción	98
1.2.1.2 Ventilación	99
1.2.1.3 Aire Acondicionado:	100
1.2.1.4 Refrigeración	101
1.2.2 Sistemas De Generación De Potencia O De Conversión De Energía.	104
1.2.2.1 Generación de Potencia Eléctrica	106
1.2.2.2 Generación De Potencia Mecánica:	116
2. MODELADO DE SISTEMAS.	119
2.1 CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DEL MODELADO.	119
2.1.1 Clases De Modelos	121
2.2 TIPOS DE MODELOS.	122
2.2.1 Modelo Análogo	122
2.2.2 Modelo Matemáticos	124
2.2.3 Modelo Físicos	125
2.2.4 Modelo Numéricos	126
2.2.5 Otros Modelos	128
2.3 MODELADO MATEMÁTICO.	129
2.3.1 Consideraciones Del Modelado	131
2.3.2 Modelado De Sistemas Lineales	136

2.3.2.1 Función De Transferencia: 137
2.3.2.2 Diagramas De Bloques: 138
2.3.2.3 Espacio De Estados: 139
2.4 MODELADO FÍSICO Y ANÁLISIS DIMENSIONAL. 141
2.4.1 Modelado Físico 141
2.4.2 Análisis Dimensional 142
2.4.2.1 Semejanza Geométrica, Cinemática Y Dinámica: 152

3. ANÁLISIS Y MODELADO DE LOS COMPONENTES DE UN SISTEMA TÉRMICO. 158
3.1 ANÁLISIS Y MODELADO DE TRANSFERENCIA DE CALOR PARA CALENTADORES DE AIRE, BOMBAS, TURBINAS, TUBERÍAS, COMPRESORES, INTERCAMBIADORES DE CALOR, CALDERAS , VÁLVULAS, CONDENSADORES Y TORRES DE ENFRIAMIENTO. 162
3.1.1 Calentadores De Aire: 165
3.1.2 Bombas: 171
3.1.3 Turbinas 178
3.1.4 Tuberías: 179
3.1.5 Compresores 185
3.1.6 Intercambiador De Calor 189
3.1.7 Caldera 198
3.1.8 Válvulas 201
3.1.9 Condensador 201
3.1.10 Torres De Enfriamiento 201
3.2 ANÁLISIS Y MODELADO TERMODINÁMICO PARA CALENTADORES DE AIRE, TUBERÍAS, TURBINAS, BOMBAS, COMPRESORES, INTERCAMBIADORES DE CALOR, CALDERAS, VÁLVULAS, CONDENSADORES Y TORRES DE ENFRIAMIENTO. 203
3.2.1 Calentadores De Aire: 204
3.2.2 Bombas: 205

3.2.3 Turbinas: 207
3.2.4 Tuberías: 210
3.2.5 Compresores: 211
3.2.6 Intercambiadores De Calor 216
3.2.7 Caldera 218
3.2.8 Válvulas 226
3.2.9 Condensador 228
3.2.10 Torres De Enfriamiento 229
3.3 ANÁLISIS Y MODELADO DE MECÁNICA DE FLUIDOS PARA CALENTADORES DE AIRE, TUBERÍAS, TURBINAS, BOMBAS, COMPRESORES, INTERCAMBIADORES DE CALOR, CALDERAS, VÁLVULAS, CONDENSADORES Y TORRES DE ENFRIAMIENTO. 232
3.3.1 Calentadores De Aire: 233
3.3.2 Bombas. 235
3.3.3 Turbinas. 237
3.3.4 Tuberías. 240
3.3.5 Compresores. 243
3.3.6 Intercambiadores De Calor 244
3.3.7 Caldera. 247
3.3.8 Válvula 249
3.3.9 Condensador 255
3.3.10 Torre De Enfriamiento. 256

4. ANÁLISIS Y MODELADO DE LOS SISTEMAS TÉRMICOS. 259
4.1 SISTEMAS DE GENERACIÓN DE POTENCIA O CONVERSIÓN DE ENERGÍA (CENTRAL TÉRMICA). 260
4.2 SISTEMA HVAC/R (SISTEMA DE REFRIGERACIÓN POR COMPRESIÓN DE VAPOR). 285

5. SIMULACIÓN. 306

5.1. MÉTODOS DE SIMULACIÓN. 315
5.1.1. Método Monte Carlo O Simulación Monte Carlo 316
5.1.2 Método De Sustitución Sucesiva (Punto Fijo 317
5.1.3 Método De Expansión De Taylor 320
5.1.4. Método De Newton-Raphson 322
5.2 DESCRIPCIÓN DE SOFTWARE DE SIMULACIÓN. 330
5.2.1 TRNSYS 330
5.2.2 EES 339
5.2.3 Dinámica De Fluidos De Ansys (Fluent) 348
5.2.4 SIMULINK: 355
5.3 SIMULACIÓN DE UN SISTEMA DE REFRIGERACIÓN POR COMPRESIÓN DE VAPOR. 362

6. OPTIMIZACIÓN. 376
6.1 CONCEPTOS BÁSICOS. 376
6.2 OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS TÉRMICOS. 382
6.2.1 Multiplicadores De Lagrange: 383
6.2.2 Programación Dinámica: 387
6.2.3 Programación Geométrica: 389
6.2.3.1 Optimización Sin Restricciones: 390
6.2.3.2 Optimización Restringida 392
6.2.4 Métodos De Búsqueda: 394
6.2.4.1 Métodos De Eliminación 395
6.2.4.2 Técnicas De Escalada De Montaña 398
6.2.4.3 Optimización Restringida 401
6.2.4.4 Optimización Termoeconómica: 405
6.3 OPTIMIZACIÓN TERMO-ECONÓMICA APLICADA A UN SISTEMA DE REFRIGERACIÓN POR COMPRESIÓN DE VAPOR. 409

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS: 434

LISTA DE FIGURAS

PÁG.

Figura 1.1. Sistema de absorción y extracción de aire y gases calientes en un espacio determinado 99
Figura 1.2. Representación esquemática de una máquina de combustión interna. 105
Figura 1.3. Representación esquemática de una máquina de combustión externa. 106
Figura 1.4. Esquema de funcionamiento de un motor Stirling. 116

Figura 2.1. Representación simplificada de un sistema 122
Figura 2.2. Modelo análogo de la conducción a través de una pared de varias capas 123
Figura 2.3. Diagrama de flujo como modelo análogo de una planta industrial 123
Figura 2.4. Modelo físico de un prototipo para medición y detección de humedad relativa. 125
Figura 2.5. Modelo físico de un cuerpo caliente en un túnel de viento. 126
Figura 2.6. Representación computacional del análisis del comportamiento de un sistema térmico 127
Figura 2.7. Representación gráfica de los aspectos importantes del modelo numérico 127
Figura 2.8. Curva de variación de la temperatura de un cuerpo que se calienta hasta una temperatura específica. 133
Figura 2.9. Representación de la variación de la temperatura en el tiempo por discretización de los diferentes estados, tomando temperatura constante para cada $\Delta\tau$ 134
Figura 2.10. Relación gráfica entre $H(s)$ (función de transferencia), $U(s)$ (entrada o excitación del sistema) y $Y(s)$ (salida o respuesta). 137

Figura 2.11. Diagrama de bloques de un sistema con retroalimentación 139
Figura 2.12. Curvas de fuerzas de arrastre. 144

Figura 3.1. Análisis técnico de un sistema térmico 159
Figura 3.2. Análisis físico de un sistema térmico 160
Figura 3.3. Regenerador rotativo 166
Figura 3.4. Volúmenes de control para un regenerador en general para calentamiento y enfriamiento respectivamente. 166
Figura 3.5. Forma cilíndrica aproximada de para bomba en general. 172
Figura 3.6. Representación flujo laminar 173
Figura 3.7. Representación flujo turbulento 173
Figura 3.8. Capa límite para las placas planas de las caras del modelo de la bomba. 176
Figura 3.9. Convección natural en un cuerpo de sección circular. 176
Figura 3.10. Esquema de una tubería de transporte de vapor. 184
Figura 3.11. Esquema general de un compresor axial 186
Figura 3.12. Simplificación de un compresor axial para el análisis de transferencia de calor. 186
Figura 3.13. Flujo paralelo y contracorriente en un intercambiador de calor de doble tubo. 189
Figura 3.14. Intercambiador de calor a contra flujo 195
Figura 3.15. Volumen de control para un elemento diferencial de un regenerador. 205
Figura 3.16. Diagrama h-s de los procesos real e isoentrópico de una bomba adiabática. 206
Figura 3.17. Proceso de expansión en una turbina en un diagrama h-s 208
Figura 3.18. Flujo en un ducto o tubería. 210
Figura 3.19. Proceso de compresión en un diagrama h-s 213
Figura 3.20. Proceso teórico de un compresor ideal. 214

Figura 3.21. Esquema del proceso isoentrópico sin retraso y con retraso en la apertura de válvulas. 215
Figura 3.22. Diagrama real de trabajo de un compresor. 215
Figura 3.23. Flujo de calor en los intercambiadores de calor 217
Figura 3.24. Volumen de control en un intercambiador de calor 217
Figura 3.25. Flujos en una caldera de vapor 218
Figura 3.26. Esquema de la Ley de Hess 221
Figura 3.27. Válvula de estrangulamiento 227
Figura 3.28. Condensador 228
Figura 3.29. Flujos másicos en una torre de enfriamiento 230
Figura 3.30. Tipos de intercambiadores de calor de aletas tipo persiana. 234
Figura 3.31. Esquema representativo de una bomba. 236
Figura 3.32. Flujo másico contra λ. 238
Figura 3.33. Variación de la presión de salida del vapor en función de la presión de entrada del mismo en una turbina medidos experimentalmente. 239
Figura 3.34. Volumen de control para un volumen de control entre dos secciones de un tubo inclinado. 241
Figura 3.35. Ángulos para codos en tubería redonda 248
Figura 3.36. Tubería recta y con forma característica 249
Figura 3.37. Estrechamientos en las válvulas 252
Figura 3.38. Coeficientes de resistencia “K” valido para válvulas y accesorios 253
Figura 3.39. Coeficientes de resistencia “K” valido para válvulas de macho y llaves 255
Figura 3.40. Medición de la caída de presión dentro de la empaquetadura de una torre de enfriamiento 257

Figura 4.1. Esquema de una central eléctrica 261
Figura 4.2. Esquema de una Planta Térmica 262
Figura 4.3. Diagrama T-s de el ciclo de una Planta Térmica 262

Figura 4.4 Relación del Factor de fricción/Número de Reynolds para determinar la caída de presión en el flujo de fluidos a través de circuitos cerrados (Tuberías y ductos) 268
Figura 4.5. Flujo másico Vs λ 273
Figura 4.6. Respuesta del modelo de presión – flujo de masa 274
Figura 4.7. Relación de presión de entrada y salida para motores de turbina de HP, basada en datos experimentales 275
Figura 4.8. Tiempo de respuesta de la función de transferencia 275
Figura 4.9. Curva de bombeo 280
Figura 4.10. Curva de bombeo 280
Figura 4.11. Curva de bombeo 281
Figura 4.12. Diagrama h Vs s 283
Figura 4.13. Esquema de una planta térmica 284
Figura 4.14. Esquema de flujos de un calentador 284
Figura 4.15. Esquema de un refrigerador por compresión de vapor. 286
Figura 4.16. Ciclo de refrigeración por compresión de vapor. 287
Figura 4.17. Perfil de temperaturas del refrigerante y el aire en el condensador. 290
Figura 4.18. Patrones de flujo horizontal para flujo bifásico líquido-vapor. 292
Figura 4.19. Válvula de expansión termostática modelo PHT para alta presión. 300
Figura 4.20. Flujos en un evaporador 301
Figura 4.21. Variables identificadas del sistema en análisis. 304

Figura 5.1. (a) Bomba centrífuga en forma de diagrama de flujo de fluidos. (b) Posibles bloques de flujo de información que representan a la bomba. 309
Figura 5.2. Sistema de toma de agua y características de la bomba 309
Figura 5.3. Diagrama de flujo de información para sistemas de toma de agua para bomberos. 313
Figura 5.4. Generación de potencia con recuperación de calor para desarrollar vapor por refrigeración 314

Figura 5.5. Diagrama de flujo de información para una planta de generación de potencia 315
Figura 5.6. $f(x)\ Vs\ x$ 321
Figura 5.7 Evaluación de la función f(x) en un intervalo (x_i,x_{i+1}). 322
Figura 5.8. Evaluación de la función f(x) en un intervalo (x_i,x_{i+1}) 323
Figura 5.9. Función f(x) con puntos críticos. 325
Figura 5.10. Función f(x) con puntos críticos 326
Figura 5.11. Intersección entre dos funciones. 327
Figura 5.12. Intersección entre dos funciones 327
Figura 5.13. Intersección entre dos funciones 328
Figura 5.14. Intersección entre dos funciones 329
Figura 5.15. Intersección entre dos funciones 329
Figura 5.16. Intersección entre dos funciones 330
Figura 5.17. Entorno TRNSYS 332
Figura 5.18. Entorno TRNSYS 333
Figura 5.19. Entorno TRNSYS 334
Figura 5.20. Creación de un proyecto de edificio. 338
Figura 5.21. Creación de un proyecto de edificio. 339
Figura 5.22. Ventana Equations Window. 343
Figura 5.23. Ventana Options >Unit System. 343
Figura 5.24. Ventana Preferences. 344
Figura 5.25. Ventana Options>Function Info. 344
Figura 5.26. Ventana Function Information. 345
Figura 5.27. Ventana Equations window. 345
Figura 5.28. Ventana Equations window. 346
Figura 5.29. Ventana Equations window. 346
Figura 5.30. Ventana Equations window. 347
Figura 5.31. Ventana Equations window – Solve. 347
Figura 5.32. Ventana Equations window – Solution. 348
Figura 5.33. Entorno FLUENT. 350

Figura 5.34. Entorno FLUENT. 351
Figura 5.35. Entorno WORKBENCH. 353
Figura 5.36. Entorno WORKBENCH - Proyect Schematic. 354
Figura 5.37. Entorno Simulink. 356
Figura 5.38. Entorno Simulink. 358
Figura 5.39. Entorno Simulink – New Model. 358
Figura 5.40. Entorno Simulink – Demos. 359
Figura 5.41. Entorno Simulink – Command Window. 359
Figura 5.42. Entorno Simulink – Demo House Heat. 360
Figura 5.43. Entorno Simulink – Demo House Heat. 361
Figura 5.44. Entorno Simulink – Demo House Heat. 361
Figura 5.45. Entorno Simulink – Plot of Results. 362
Figura 5.46. Sistema de Refrigeración. 364
Figura 5.47. Librerías para la solución del sistema 365
Figura 5.48. Esquema de solución del sistema 366
Figura 5.49. Diagrama de clases Basics. 367
Figura 5.50. Diagrama de clases Controls. 370
Figura 5.51. Diagrama de clases Elements. 371
Figura 5.52. Diagrama de clases Streams. 373

Figura 6.1. Diseño óptimo en un domino de diseños aceptables. 378
Figura 6.2. Interpretación física del método de los multiplicadores de Lagrange para dos variables independientes y una restricción. 386
Figura 6.3. El valor mínimo y máximo para un problema sin restricciones dado por $\boldsymbol{\nabla U = 0}$. 386
Figura 6.4. Uso de la programación dinámica para minimizar el costo para ir desde el punto A hasta el B. 388
Figura 6.5. Eliminación de las regiones en la búsqueda de un máximo en $\boldsymbol{U}$. 396
Figura 6.6. Distribución unimodal de la función objetivo mostrando un máximo y un mínimo. 397

Figura 6.7 Función con varios picos locales. 398
Figura 6.8. Método de la red de búsqueda en un espacio bidimensional. 400
Figura 6.9. Método de la función penalizada para la función compuesta $\boldsymbol{V}$ y diferentes $\boldsymbol{r's}$. 405
Figura 6.10. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado 410
Figura 6.11. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas 411
Figura 6.12. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Paredes 411
Figura 6.13. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Paredes 412
Figura 6.14. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Techos 412
Figura 6.15. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Techos 413
Figura 6.16. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Vidrios 413
Figura 6.17. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Vidrios 414
Figura 6.18. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Alumbrado 414

Figura 6.19. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Alumbrado 415
Figura 6.20. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Personas 415
Figura 6.21. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Personas 416
Figura 6.22. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Equipos 416
Figura 6.23. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Equipos 417
Figura 6.24. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Ventilación e infiltraciones 417
Figura 6.25. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – 418
Figura 6.26. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Psicrometría 418
Figura 6.27. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Psicrometría 419
Figura 6.28. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Resultados 420

Figura 6.29. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Resultados 420
Figura 6.30. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – 421
Figura 6.31. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Unidad manejadora 421

LISTA DE TABLAS

PÁG.

Tabla 1. Grupos adimensionales comúnmente utilizados en la Mecánica de fluidos y transferencia de calor y masa 151
Tabla 2. Relaciones útiles para la semejanza cinemática 153
Tabla 3. Factores de fricción para tuberías comerciales, nuevas de acero, con flujo en la zona total de turbulencia. 252
Tabla 4. Tarifas ELECTRIFICADORA DE SANTANDER S.A ESP MES DE JUNIO AÑO 2010 424
Tabla 5. Costos adquisición equipo aire acondicionado primer año 432
Tabla 6. Costos adquisición equipo aire acondicionado segundo año 433

INTRODUCCIÓN

Los sistemas térmicos juegan un papel muy importante en la sociedad actual, ya sea para dar confort (sistemas HVAC/R) o para generar energía (sistemas de generación de potencia), se observa una gran relación, la cual sigue aumentando, entre los seres humanos y los sistemas térmicos. Solo basta echar un vistazo a nuestros hogares para darnos cuenta de cómo ciertos artefactos mejoran y facilitan nuestra vida: Hornos microondas, estufas, aire acondicionado, calentadores, refrigeradores, etc.

Además, el crecimiento conjunto de los sistemas térmicos con actividades relacionadas con esta, como el tratamiento de materiales, conversión de energía, contaminación del medio ambiente, tecnología aérea espacial y automotriz; y todo esto sumada a la mayor competencia global y al desarrollo de nuevos procesos y técnicas, hace que crezca la necesidad de simular y optimizar sistemas térmicos.

Por tanto el presente compendio busca, además de proporcionar conceptos y generalidades a cerca de los sistemas térmicos, dar a conocer herramientas que permitan un acercamiento al diseño térmico: como el análisis y modelado (herramientas previas al diseño); simulación y optimización (herramienta de pos-diseño) y todo esto para tener una visión global e interdisciplinaria en la cual el diseño térmico se estructura y cobra vida.

1. INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS TÉRMICOS

1.1 DEFINICIÓN DE LOS SISTEMAS TÉRMICOS.

Para el estudio minucioso de los sistemas térmicos, es necesario tener en cuenta, que un sistema puede estar compuesto por subsistemas que se agrupan para realizar un proceso.

Un sistema es un conjunto de entidades o ítems que interactúan entre sí. Por lo tanto este término puede ser usado para denotar a un equipo como una bomba, un motor eléctrico, etc.; un arreglo compuesto por varios equipos que trabajan juntos como por ejemplo un automóvil, una inyectora de plásticos; o un establecimiento completo donde se conjugan todos los anteriores en pro de realizar un proceso, como una fundición, una hidroeléctrica o una planta papelera. Ahora, vale la pena aclarar entonces, dado lo anterior, que un sistema se puede definir a conveniencia para simplificar el análisis de un problema más complejo. Por ejemplo, así como se puede analizar la eficiencia de un automóvil en cuanto a consumo de energía haciendo un balance global, es posible tomar el consumo del motor, del radio, del aire acondicionado y así con los demás pequeños sistemas que lo componen. Esto es definir subsistemas[5].

Un subsistema se considera como toda parte de un sistema en la que este se pueda subdividir para ser analizado por aparte. De hecho, a todo subsistema se le puede hacer un tratamiento similar al de un sistema, y cómo estos interactúan entre sí, entonces se puede acoplar los resultados de cada uno una vez hecho para obtener el de todo el sistema a tratar. Por tanto se ve que esta partición

[5] JALURIA, Yogesh. DESIGN AND OPTIMIZATION OF THERMAL SYSTEMS, Second Edition, CRC Press Taylor & Francis Group, 2008.

resulta ser muy conveniente pues simplifica, en muchos casos, el trabajo que debe hacer para modelar por ejemplo el comportamiento de una planta termoeléctrica y así poder predecir con una precisión aceptable las salidas de esta de acuerdo a las entradas o los requerimientos de la red, todo esto analizando independientemente la caldera, las bombas, turbinas, enfriadores y recalentadores, etc. Para más tarde agrupar todo y así obtener el comportamiento global del sistema.

Finalmente, se pueden tener equipos o partes del sistema en cuestión cuyo comportamiento se puede decir que siempre es el mismo debido a que las interacciones entre las partes de este son despreciables o inexistentes. Esto aplica por ejemplo a termostatos, válvulas, bombas y calentadores entre otros. Debido a esta condición, en el diseño de un sistema térmico, cualquiera que sea, es sabido que muchos de los componentes de dicho arreglo son seleccionados por catálogos según las necesidades o variables de funcionamiento pues se considera su rendimiento y efectos en el sistema global sin que sus interacciones internas afecten esto según sea el caso. Es decir, son unidades estándar y se prefiere seleccionar antes que diseñarlas.

Ahora, todo sistema donde se use cualquier tipo de energía para realizar un proceso no corresponde a un sistema térmico necesariamente. Esto quiere decir que un sistema compuesto por resortes, ejes, engranajes y demás pues será un sistema mecánico, así como un sistema químico estará caracterizado por reactantes, catalizadores y mezclas de compuestos o sustancias entre otros. Por tanto se puede decir con toda certeza que un sistema térmico debe ser todo aquel cuyo análisis requiera, en una extensión significativa, el uso de las ciencias térmicas. Un sistema térmico se caracteriza porque sus procesos incluyen transferencia de energía, más específicamente la térmica, y transformación de la misma, además de transferencia de masa y transporte de fluidos. Entonces un sistema térmico es un conjunto de entidades que interactúan entre si y cuyo

comportamiento se rige por las leyes físicas y termodinámicas, a los que igualmente se pueden clasificar según algunos autores en Sistemas HVAC/R y Sistemas de generación de Potencia.

1.2 CLASÍFICACIÓN DE LOS SISTEMAS TÉRMICOS.

1.2.1 Sistemas HVAC/R.

Un Sistema Térmico es un conjunto de máquinas trabajando interconectadas por medio de otros elementos (Tuberías o ductos). Sus dos grandes campos de trabajo son: Sistemas HVAC/R y Sistemas de Potencia o de Conversión de Energía[6].

Un sistema HVAC/R trata sobre un conjunto de métodos y técnicas que estudian el tratamiento del aire en cuanto a su enfriamiento, calentamiento, deshumidificación, calidad, movimiento, etc. Un HVAC/R es un sistema de calefacción, ventilación, aire acondicionado y refrigeración[7].

Se denomina HVAC/R por sus siglas en inglés:

- H – Heating
- V – Ventilation
- AC – Air Conditioning
- R – Refrigeration

[6] http://www.utp.edu.co/programas/maestria/sap/stermi.htm

[7] http://highperformancehvac.com/hvac-definition.html

Los sistemas HVAC/R pueden incluir diferentes equipos o subsistemas[8]:

- Unidades enfriadoras
- Unidades refrigerantes
- Unidades de manejo de aire
- Sistemas de bombeo
- Calderas

1.2.1.1 Calefacción: La calefacción se puede definir como un sistema que permite elevar la temperatura de un espacio determinado en relación con la temperatura ambiental exterior y así generar condiciones apropiadas dependiendo de la necesidad.

La transmisión de la calefacción se puede llevar a cabo de tres maneras:

- Conducción, el calor se transmite de molécula a molécula por contacto directo
- Convección, el calor se transmite mediante el movimiento de masa de aire (el aire caliente es menos denso y asciende a capas superiores mientras que el menos caliente, desciende)
- Radiación, se da por la transformación de energía radiante en energía de agitación molecular. Esta no necesita de un medio para la trasferencia de calor sino que ocurre de forma similar a la transmisión de la luz[9].

Tipos de Sistemas de Calefacción más usados en HVAC/R

- Calefacción geotérmica
- Calefacción eléctrica
- Calefacción de ciclo reversible
- Calefacción a gas natural
- Calefacción radiante

[8] http://highperformancehvac.com/hvac-definition.html

[9] http://highperformancehvac.com/hvac-definition.html

- Calefacción por aire acondicionado
- Calefacción central

Componentes básicos de un Sistema de Calefacción: Calefactor eléctrico, Bomba, Intercambiador de calor, Tanque de almacenamiento, Torre de refrigeración, Acumulador, Válvula, Quemador, Tubería.

1.2.1.2 Ventilación: La ventilación se puede definir como un sistema de absorción y otro de extracción de aire y gases calientes de un espacio determinado, provocando a su paso un barrido o flujo de aire constante, que sustituye las partículas contaminadas o no deseadas por falta de temperatura apropiada, pureza, humedad entre otros, por aire más adecuado.

Figura 1.1. Sistema de absorción y extracción de aire y gases calientes en un espacio determinado

Fuente: Autores

La ventilación se puede encontrar en el hogar mediante conductos de ventilación o usando ventiladores. También puede referirse a aire de combustión o el aire necesario para la combustión de distintos sistemas de calefacción.

Tipos de Sistemas de Ventilación más usados en HVAC/R

- Ventilación Forzada: Inyectando o extrayendo aire por medios mecánicos.

  Es la que se realiza mediante la creación artificial de depresiones o sobre presiones en conductos de distribución de aire o áreas del edificio. Éstas

pueden crearse mediante extractores, ventiladores, unidades de tratamiento de aire u otros elementos accionados mecánicamente.

- Ventilación Natural: A través de una abertura para la transición de aire entre las atmósferas interiores y exteriores.

Componentes básicos de un Sistema de Ventilación: Sistema de calefacción, Sistema de refrigeración, Torre de refrigeración, Unidad de filtrado, Humidificador, Ventilador, Conducto, Difusor.

1.2.1.3 Aire Acondicionado: El acondicionamiento de aire es un proceso que calienta (calefacción), enfría (refrigeración), limpia, circula aire, controla la humedad continuamente. Su función principal es procurar condiciones de confort térmico.

Tipos de Sistemas de Aire Acondicionado más usados en HVAC/R:

- Sistemas de enfriamiento directo: incluye solamente un ciclo de enfriamiento, puede incluir:
  - ❖ Gas
  - ❖ Petróleo
  - ❖ Serpentines eléctricos
- Sistemas de Calefacción de Bomba (Bomba de calor)
  - ❖ Un ciclo para enfriar durante el verano
  - ❖ Un ciclo para calentar durante el invierno
- Sistemas V.A.V (volumen de aire variable): tienen como objetivo aportar en cada zona determinada a climatizar la cantidad exacta de aire necesaria para mantener la temperatura deseada, regulada automáticamente en una cámara de volumen variable.
- Sistemas V.R.V (volumen de refrigerante variable): es un sistema que regula el volumen de refrigerante de acuerdo a las necesidades de cada

ambiente, estableciendo una proporción adecuada entre la potencia entregada y la consumida.

Componentes básicos de un Sistema de Aire Acondicionado: Compresor, Válvula, Evaporador, Tubería, Colector, Calentador de aire, Ventilador, Intercambiador de calor.

1.2.1.4 Refrigeración: El sistema de refrigeración, es un proceso por el cual se reduce la temperatura de un espacio determinado a la temperatura ambiente o menor. Este descenso en la temperatura se logra extrayendo calor de un cuerpo o espacio, reduciendo su energía térmica. [10]

Principios básicos de la refrigeración:

- Termodinámica: La energía no puede ser creada ni destruida, sólo puede transformarse de un tipo de energía a otra.
- Calor: Es una forma de energía, creada principalmente por la transformación de otros tipos de energía en energía de calor. Calor es energía en tránsito ya que siempre se está transmitiendo de los cuerpos cálidos a los cuerpos más fríos. El calor puede viajar de tres formas diferentes: Convección, conducción y radiación. La aplicación característica de la refrigeración es una combinación de los tres procesos anteriores. La transmisión de calor no puede tener lugar sin que exista una diferencia de temperatura.
- Temperatura: La temperatura es la escala usada para medir la intensidad de calor y es el indicador que determina la dirección en que se moverá la energía de calor.

Aplicaciones:

[10] MARADEY CHARRIS, Juan Francisco. TERMODINÁMICA APLICADA, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga 2002.

La refrigeración puede usarse para tres fines principales:

- Refrigeración para conservación
- Refrigeración para congelación
- Refrigeración para climatización

Estas aplicaciones se pueden agrupar en las siguientes categorías:

a) Refrigeración Doméstica

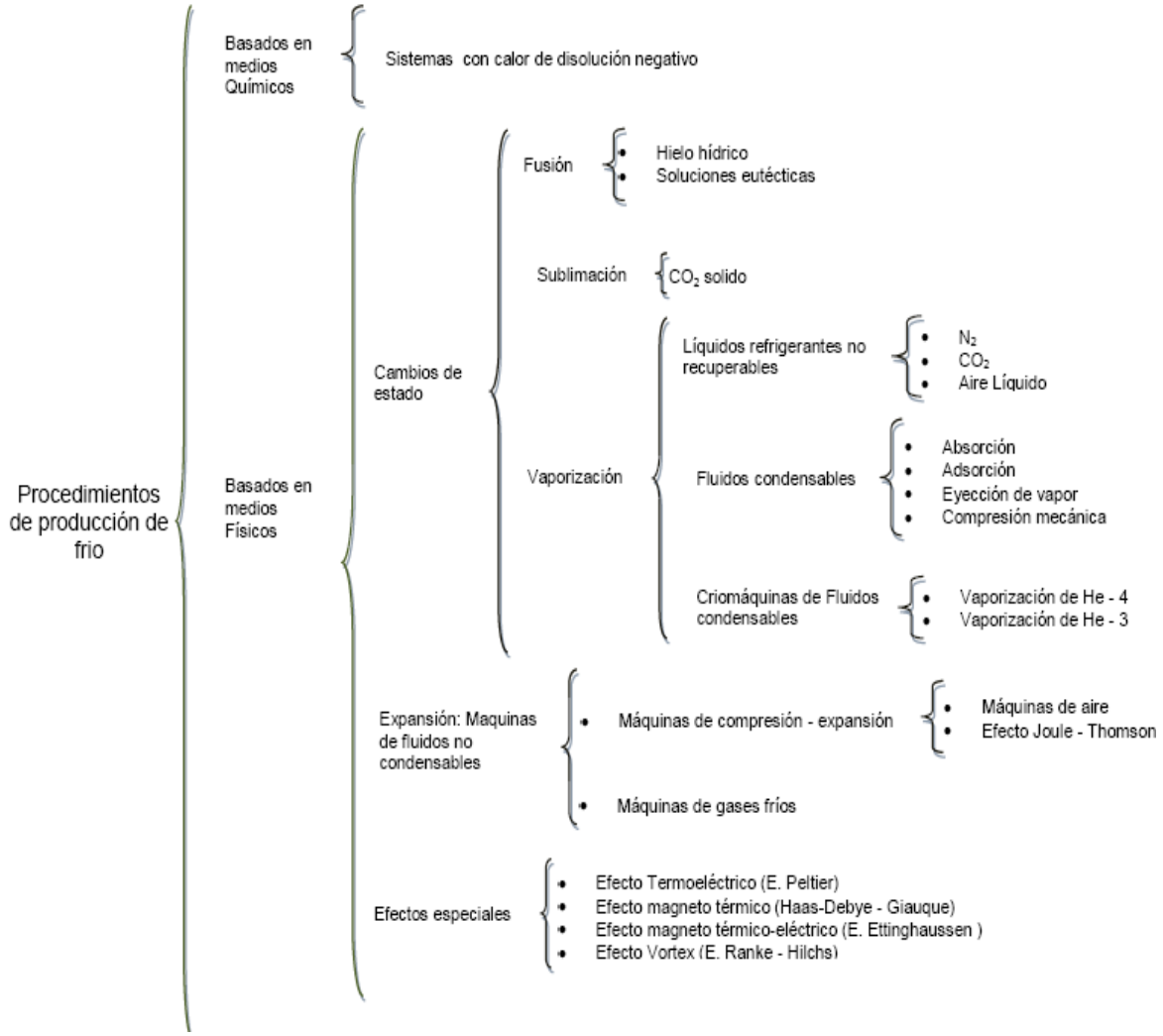
b) Refrigeración Comercial

c) Refrigeración Industrial

d) Refrigeración Marina y de Transporte

e) Acondicionamiento de aire

f) Conservación de alimentos


Procedimientos de producción de frio
Basados en medios Químicos
Sistemas con calor de disolución negativo
Basados en medios Físicos
Cambios de estado
Fusión
Hielo hídrico
Soluciones eutécticas
Sublimación
CO_2 solido
Vaporización
Líquidos refrigerantes no recuperables
N_2
CO_2
Aire Líquido
Fluidos condensables
Absorción
Adsorción
Eyección de vapor
Compresión mecánica
Criomáquinas de Fluidos condensables
Vaporización de He - 4
Vaporización de He - 3
Expansión: Maquinas de fluidos no condensables
Máquinas de compresión - expansión
Máquinas de aire
Efecto Joule - Thomson
Máquinas de gases fríos
Efectos especiales
Efecto Termoeléctrico (E. Peltier)
Efecto magneto térmico (Haas-Debye - Giauque)
Efecto magneto térmico-eléctrico (E. Ettinghaussen)
Efecto Vortex (E. Ranke - Hilchs)

Tipos de Sistemas de Refrigeración más usados en HVAC/R:

- Refrigeración por Compresión Mecánica: El calor se transmite desde la cámara de refrigeración hasta una zona en la que pueda eliminarse más fácilmente. La transferencia de calor se realiza mediante un fluido "refrigerante" que cambia de estado, de líquido a vapor, a una temperatura de ebullición muy baja y con una entalpía o calor latente de vaporización alto. Una vez que el refrigerante está en estado de vapor se comprime mecánicamente (aumentando su presión) de forma que vuelve al estado líquido y vuelve a utilizarse cíclicamente. Se establece así un ciclo termodinámico cuyo límite teórico sería el ciclo de Carnot (Sistema de compresión de vapor).
- Refrigeración por Absorción: sustituir la compresión mecánica del vapor por una absorción de éste en una disolución. Para liberar el vapor de la disolución comprimida debe suministrarse calor.

Componentes básicos de un Sistema de refrigeración: Compresor, Condensador, Elementos de control de flujo, Evaporador, Válvula de regulación, Quemador, Generador, Bomba, Torre de refrigeración, Intercambiador de Calor.

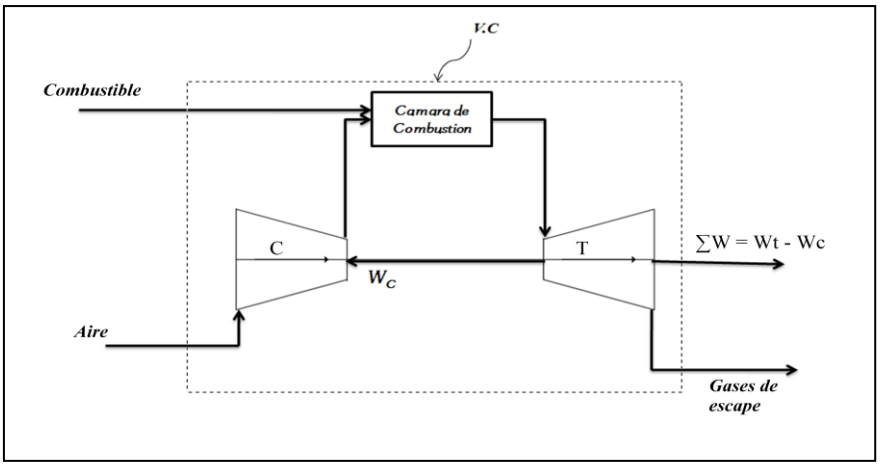
1.2.2 Sistemas De Generación De Potencia O De Conversión De Energía.

Los sistemas térmicos tienen amplias aplicaciones y usos en la actualidad tanto en la cotidianidad de nuestras vidas como en los entornos más sofisticados, incluyendo industrias como la aeroespacial y energética, manufacturera, entre otras. Ahora bien, nuestra atención en este caso estará enfocada hacia la generación de energía a partir de máquinas térmicas, ya sea para producir electricidad o para producir movimiento.

Una máquina térmica es un arreglo que obliga a un operante a realizar un ciclo de potencia, donde se tiene que a través de su volumen de control (V.C) solo hay flujo de trabajo y calor. Las máquinas térmicas pueden clasificarse dependiendo

del tipo de operante (gas o líquido) con cambio de fase y sin este. Además, también se dividen en máquinas térmicas de combustión interna y de combustión externa.

Figura 1.2. Representación esquemática de una máquina de combustión interna.



Fuente: Autores

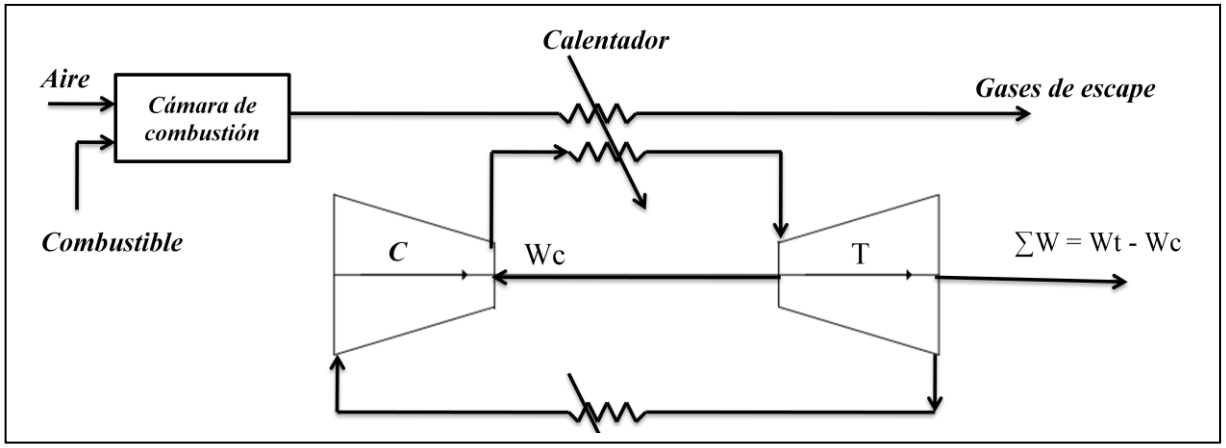
Fuente: Termodinámica Aplicada. Maradey Charrys, Juan F.

a) De combustión interna. En estas el operante inicialmente es aire o una mezcla de aire – combustible y posteriormente productos de la combustión. Estas operan en un circuito abierto y la sustancia de trabajo no sufre cambios de fase. Además el volumen de control solo es cruzado por trabajo como se muestra en la figura 1.2, por lo cual no poseen en si una eficiencia térmica, por tanto se usa el concepto rendimiento para expresar la efectividad de conversión de energía. Estas pueden ser reciprocantes o rotativas.
b) De combustión externa. Aquí los gases producto de la combustión no pasan a través del elemento productor de trabajo u operante, por lo cual se pueden usar cualquier tipo de combustible, aun si este deja residuos sólidos como el carbón, lo que no es posible en las de combustión interna. Este tipo de máquina térmica es de circuito cerrado y los gases calientes pasan calor al operante a través de un intercambiador de calor.

Como se ve en el esquema de la figura 1.3, el V.C es atravesado por trabajo y calor, por lo cual se puede expresar una eficiencia térmica para estas. Por lo general operan en un ciclo con cambio de fase (dependiendo si el operante es líquido o gaseoso) y pueden ser reciprocantes o rotativas[11].

En la actualidad las máquinas térmicas más usadas son las de combustión interna reciprocantes y las plantas de vapor.

Figura 1.3. Representación esquemática de una máquina de combustión externa.



Fuente: Termodinámica Aplicada. Maradey Charrys, Juan F.

1.2.2.1 Generación de Potencia Eléctrica[12]: Se pueden ordenar según la máquina primaria que mueve el generador eléctrico y por el combustible o mecanismo usado para generar calor para suministrar a la máquina térmica, así:

Según el tipo de mecanismo de generación de calor pueden ser plantas térmicas de vapor de gas o carbón; plantas termonucleares, y plantas de energía limpia o

[11] MARADEY CHARRYS, Juan F., TERMODINAMICA APLICADA, 1ª edición, Ediciones Universidad Industrial de Santander, 2002.

[12] MARADEY CHARRYS, Juan F., TERMODINAMICA APLICADA, 1ª edición, Ediciones Universidad Industrial de Santander, 2002.

alternativas. Así mismo según la máquina motora del generador pueden ser electrógenos o turbogeneradores.

Electrógenos: Se caracterizan porque la máquina motora del generador es un motor de combustión interna rotativo ó reciprocantes, que pueden usar gas, gasolina ó A.C.P.M. dependiendo del tipo de encendido y del ciclo en el que trabajan.

Los generadores de combustión interna reciprocantes exhiben altas eficiencias en su punto de máximo rendimiento, por lo que resultan ser una opción, además, cubren un amplio rango de potencia generada que va desde los 5 kW hasta aproximadamente 20 MW, dependiendo del ciclo de trabajo (Diesel u Otto). Como contraparte son equipos cuyos costos de mantenimiento y puesta en marcha son mayores que los de las turbinas de gas. Además cabe resaltar que los motores reciprocantes son mecanismos mucho más complejos que las turbinas por lo que son más propensos a fallar.

Los generadores que usan turbinas a gas son conocidos como ***plantas de gas***. La operación de una planta de gas puede ser, en ciclo abierto, cuando los gases productos de la combustión son el mismo operante y son expulsados a la atmósfera; o de ciclo cerrado, donde el calor es suministrado por un reactor nuclear o por la quema de algún combustible.

Las turbinas de gas pueden operar con combustión a volumen constante o a presión constante. Ahora, a pesar que el segundo es menos eficiente, es más usado por su operación continua y más sencilla. Estas características hacen parte del ciclo en que se opera este tipo de plantas, el cual es conocido como ***ciclo Brayton***, y consiste de dos procesos isoentrópicos (expansión y compresión) y de dos isobáricos (calentamiento y enfriamiento). Este ciclo es diferente al ***ciclo Rankine*** en el cual trabajan las plantas de vapor, por tanto su eficiencia no será

exclusivamente de las temperaturas máxima y mínima, si no de la relación de presiones entre la entrada y la salida del compresor e igualmente independiente de las temperaturas de entrada al compresor y a la turbina. Sin embargo esto no quiere decir que no sea importante lograr la máxima temperatura posible del operante, la cual está limitada por los límites metalúrgicos que imponen los materiales.

Turbogeneradores: Este grupo está conformado por las máquinas térmicas de combustión externa y su operante por lo general es vapor de agua. En algunos casos se pueden usar metales líquidos en combinación con el anterior, el cual es conocido como ciclo combinado.

El ciclo de vapor simple consta de una fuente de calor que puede ser una caldera, un reactor nuclear o fuentes alternativas como la radiación solar, energía geotérmica entre otras. Por lo demás, los componentes básicos restantes que integran el ciclo son prácticamente los mismos: bomba, turbina de vapor, intercambiador de calor y generador. Ahora los ciclos de vapor pueden ser:

- **Ciclo de vapor simple:** el calor suministrado por la fuente de calor se usa solo para producir el vapor vivo que se expandirá en la turbina más adelante. Como consecuencia se tiene que el calor residual será perdido pues se cede al ambiente y no se aprovecha, por lo que el ciclo tiende a tener una baja eficiencia.

  Ahora, para este ciclo se puede subir la eficiencia de la planta agregando sistemáticamente calentadores, de modo que el agua de suministro de la caldera llegará a una mayor temperatura, lo que consecuentemente lleva a que esta tendrá que suministrar una menor energía para llevarla a vapor sobrecalentado. Esto también se puede hacer pasando el agua que sale del condensador por una camisa que cubre a la turbina para que le ceda calor,

actuando así como un intercambiador de calor enfriándola. A esto se le llama regeneración. También se puede aumentar la eficiencia recalentando para así subir la presión de caldera, lo cual se hace con turbinas de alta, media y baja según sea el caso. Entonces el vapor que sale de la turbina de alta se recalentaría y se usa en la de media o en la de baja si no hay de media. Esto básicamente se debe hacer porque un aumento en la presión del vapor de la caldera provoca un aumento en la calidad del vapor a la salida de la turbina lo que no es bueno pues provoca abrasión en los álabes.

- **Ciclo combinado:** en este ciclo lo que se hace básicamente es aprovechar el calor de desecho de un ciclo para suministrarlo a otro. Esto refleja un aumento significativo en la eficiencia global de la planta aunque el ciclo individual tendrá una baja eficiencia.

  Un ejemplo de un ciclo combinado sería el de una planta que tenga una turbina de gas, cuyos gases de combustión produzcan vapor para el otro. Igualmente puede usarse un ciclo vapor- mercurio, con el cual se aprovecha la alta temperatura a la que trabaja el mercurio por su alta temperatura crítica, por lo cual el condensador de este ciclo hace las veces de caldera para el ciclo de vapor[13].

  El ciclo combinado presenta una mayor eficiencia que la del ciclo simple de vapor la cual es del orden del 40% contra el 55% aproximadamente del primero.

- **Ciclo de cogeneración:** En este ciclo se tiene que el calor residual que queda después de la expansión del vapor es usado para suministrarse a otros procesos de la planta que lo requieren. Por tanto para este tipo de plantas el

[13] ZERBAN, Alexander H., NYE, Edwin P., POWER PLANTS, 2nd edition, The Haddon Craftsment, Inc., 1957.

consumo de combustible es ostensiblemente menor que el que se tendría al generar electricidad por un lado y el calor de proceso por otro. El ahorro llega a ser casi del 50%, lo que hace que este tipo de montajes sea bastante eficiente.

Plantas Nucleares: Este tipo de plantas solo difieren de las que se ha mencionado anteriormente en el tipo de combustible que se usa para generar el calor que se entrega al fluido de trabajo, el cual es producido por una reacción nuclear, por lo general de fisión, que ocurre en un reactor. Los materiales fisionables que se usan son por general Uranio, Plutonio, Torio o mezcla de estos.

Estas centrales constan de uno o varios reactores, que son contenedores (llamados habitualmente *vasijas*) en cuyo interior se albergan varillas u otras configuraciones geométricas de minerales con algún elemento fisil (es decir, que puede fisionarse) o fértil (que puede convertirse en fisil por reacciones nucleares), usualmente uranio, y en algunos combustibles también plutonio, generado a partir de la activación del uranio. En el proceso de fisión radiactiva, se establece una reacción que es sostenida y moderada mediante el empleo de elementos auxiliares dependientes del tipo de tecnología empleada[14].

La potencia de un reactor de fisión puede variar desde unos pocos kW térmicos a unos 4500 MW térmicos (1500 MW "eléctricos"). Deben ser instalados en zonas cercanas al agua, como cualquier central térmica, para refrigerar el circuito, y se emplazan en zonas sísmicamente estables para evitar accidentes. Poseen grandes medidas de seguridad. No emiten gases que dañen la atmósfera pero producen residuos radiactivos que perduran decenas de miles de años, y que deben ser almacenados para su posterior uso en reactores avanzados y así reducir su tiempo de vida a unos cuantos cientos de años.

[14] http://es.wikipedia.org/wiki/Central_nuclear

Energías Limpias: Nombradas así pues no producen ningún tipo de emisiones a la atmósfera. Debido a esto la energía nuclear puede entrar en esta clasificación, pero a diferencia de las demás, esta última produce desechos radiactivos que duran mucho tiempo y son muy peligrosos por lo cual su manejo es crítico.

Entre las formas de generación limpia, se puede encontrar las siguientes:

- **Helióstato:** Se define así a un espejo plano o ligeramente parabólico de gran superficie, formado por varios espejos, colocados sobre una estructura metálica definida que le permite un movimiento universal, para posibilitar el seguimiento solar.

  Se emplean para formar sistemas grandes, y la radiación solar, recibida en cada uno de ellos, se refleja a una torre central receptora[15].

  Se consigue que la radiación solar caliente a alta temperatura un fluido primario. Este fluido transmite el calor a un circuito secundario, por el que circula un segundo fluido que, al transformarse en vapor por la acción del calor, pone en marcha una turbina acoplada a un alternador. En algunos casos, es el propio fluido primario el que, convertido en vapor, acciona la turbina. Generalmente, todas estas instalaciones solares tienen incorporado un dispositivo que permite almacenar una cierta cantidad de energía en forma de calor para disminuir en lo posible las fluctuaciones que puede presentar la radiación solar.

  Hay diversos tipos de centrales solares basadas en este principio. Las hay de caldera única, de receptores distribuidos, de discos parabólicos, etc. No obstante, las más extendidas son las centrales solares termoeléctricas de

[15] http://energíasolar.110mb.com/?a=heliostato

receptor central. En ellas, la radiación solar incide en un "campo de heliostatos".

Este es una amplia superficie cubierta de grandes espejos (heliostatos) que concentran la radiación solar captada en un receptor. Los sistemas más comunes de este tipo tienen el receptor instalado en una torre, por lo que reciben el nombre de centrales solares de tipo torre central. Los heliostatos constan de una estructura soporte y de una superficie reflectante. Así mismo, tienen incorporados unos mecanismos que permiten que la superficie reflectante se mueva según dos ejes de giro, de modo que pueda captar de la mejor forma y en cada momento la radiación solar y concentrarla en el receptor instalado en la torre. Para mover los heliostatos, se utilizan medios electrónicos: cada espejo recibe periódicamente las órdenes que emite un programa incorporado a un ordenador central. El receptor tiene una serie de tubos por los que circula un fluido primario el cual depende de la instalación, que transmite la energía recibida a un fluido secundario que convertido en vapor, acciona una turbina. En algunas instalaciones, es el propio fluido primario quien, convertido en vapor por efecto de la radiación solar, acciona directamente la turbina, sin necesidad del fluido secundario. En determinadas centrales, el fluido primario transmite la energía previamente al dispositivo de almacenamiento, y luego se continúa con el ciclo termodinámico habitual[16].

- **Torre Solar:** En su forma más sencilla, consiste en una chimenea pintada de negro. Durante el día, la energía solar calienta la chimenea, que a su vez calienta el aire que hay dentro de ella, creando una corriente de aire ascendente dentro de la chimenea (o torre). La succión que ésta crea en la base de la torre se aprovecha para mover unas turbinas dispuestas transversalmente en la torre. En la mayor parte del mundo, es más fácil

[16] http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0226-01/capitulo6.html

aprovechar la energía del viento para producir una ventilación de este tipo, pero en días cálidos y sin viento la chimenea podría proporcionar ventilación cuando no sería posible producirla de otra forma.

Este principio se ha propuesto para la generación de la energía eléctrica, usando un gran invernadero en la parte de abajo, en lugar de utilizar solamente la calefacción de la chimenea. Este entonces, debido al calentamiento del aire en su interior por los rayos solares, actuaria como una especie de embudo dentro del cual se mueve el aire caliente hacia la cima de la torre, donde el aire es más frío.

El principal problema de esta propuesta es la diferencia relativamente pequeña entre la temperatura más alta y más baja del sistema. El teorema de Carnot restringe enormemente la eficacia de la conversión en estas circunstancias.

Para que sea económicamente rentable construirla debe medir más de 1000 metros de alto[17]. En este caso la potencia generada sería de aproximadamente 50 kW. Ahora, se puede llegar a generar una potencia de 200 MW con una torre de 1 km de alto y 7 km de diámetro en su base (incluyendo el invernadero), la cual, puede llegar a reducir significativamente estas medidas con los avances en desarrollo de materiales más resistentes.

- **Energía Geotérmica:** En algunas zonas de la Tierra, las rocas del suelo se encuentran a temperaturas elevadas. La energía almacenada en estas rocas se conoce como energía geotérmica. La exploración de esta fuente de energía se realiza perforando el suelo y extrayendo el agua caliente. Si su temperatura es suficientemente alta, el agua saldrá en forma de vapor y se podrá aprovechar para accionar una turbina.

[17] http://es.wikipedia.org/wiki/Torre_solar

Las plantas geotérmicas aprovechan el calor generado por la Tierra. A varios kilómetros de profundidad en tierras volcánicas los geólogos han encontrado cámaras magmáticas con rocas a varios cientos de grados centígrados. Además, en algunos lugares se dan otras condiciones especiales como son: rocas porosas e impermeables que atrapan el agua y el vapor de agua a altas temperaturas y presiones que impiden que éstos salgan a la superficie. Si se combinan estas condiciones se produce un yacimiento geotérmico.

Una vez que se dispone de pozos de explotación se extrae el fluido geotérmico que consiste en una combinación de vapor, agua y otros materiales. Éste se conduce hacia una planta geotérmica donde debe ser tratado. Primero pasa por un separador de donde sale el vapor y la salmuera y líquidos de condensación y arrastre, que es una combinación de agua y materiales. Ésta última se envía a pozos de reinyección para que no se agote el yacimiento geotérmico. El vapor continúa hacia las turbinas que con su rotación mueve un generador que produce energía eléctrica. Después de la turbina, el vapor es condensado y enfriado en torres y lagunas.

El vapor producido por líquidos calientes naturales en sistemas geotérmicos es una alternativa que se obtiene en plantas de energía por quemado de material fósil, por fisión nuclear o por otros medios. Las perforaciones modernas en los sistemas geotérmicos alcanzan reservas de agua y de vapor, calentados por magma mucho más profundo, que se encuentra hasta los 3.000 metros bajo el nivel del mar. El vapor se purifica en la boca del pozo antes de ser transportado en tubos grandes y aislados hasta las turbinas. La energía térmica puede obtenerse también a partir de géiseres y de grietas.

Se pueden encontrar básicamente tres tipos de campos geotérmicos dependiendo de la temperatura a la que sale el agua[18]:

a) La energía geotérmica de alta temperatura
b) La energía geotérmica de temperaturas medias
c) Campo geotérmico de baja temperatura

La energía geotérmica de alta temperatura: Existe en zonas activas de la corteza terrestre. Su temperatura está comprendida entre 150 y 400°C. Se produce vapor en la superficie que, enviando a las turbinas, produce electricidad. Se requieren varios parámetros para que exista un campo geotérmico: *Un techo*, compuesto de una cobertura de rocas impermeables; *un depósito o acuífero,* de permeabilidad elevada, entre 300 y 2.000 metros de profundidad; *rocas fracturadas*, que permitan una circulación convectiva de fluidos, y por lo tanto la transferencia de calor de la fuente a la superficie, y una fuente de calor magmático, entre 3 y 10 kilómetros de profundidad a 500-600 °C. La explotación de un campo de estas características se hace por medio de perforaciones según técnicas casi idénticas a las de la extracción del petróleo.

La energía geotérmica de temperaturas medias: Es aquella en la que los fluidos de los acuíferos están a temperaturas menos elevadas, normalmente entre 70 y 150 °C. Por consiguiente, la conversión vapor-electricidad se realiza a un menor rendimiento, y debe utilizarse como intermediario un fluido volátil. Pequeñas centrales eléctricas pueden explotar estos recursos.

La energía geotérmica de baja temperatura: Es aprovechable en zonas más amplias que las anteriores; por ejemplo, en todas las cuencas sedimentarias.

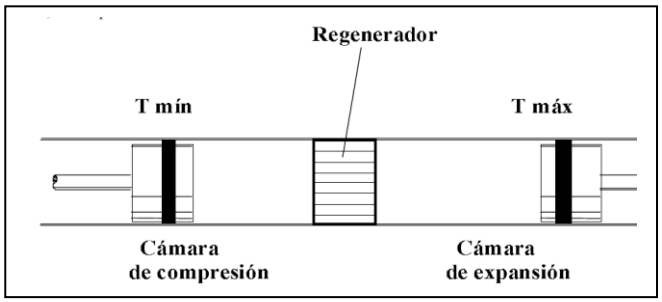
[18] http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/arauca/87061/docs_curso/C10.htm

Es debida al gradiente geotérmico. Los fluidos están a temperaturas de 60 a 80 °C.

La energía geotérmica de muy baja temperatura se considera cuando los fluidos se calientan a temperaturas comprendidas entre 20 y 60 °C. Esta energía se utiliza para necesidades domésticas, urbanas o agrícolas. La frontera entre energía geotérmica de alta temperatura y la energía geotérmica de baja temperatura es un poco arbitraria; es la temperatura por debajo de la cual no es posible ya producir electricidad con un rendimiento aceptable, 120 a 180 °C.

Motor Stirling: Una máquina Stirling es un dispositivo que convierte calor en trabajo o viceversa, a través de un ciclo termodinámico regenerativo, con compresión y expansión cíclicas del fluido de trabajo, operando dicho fluido entre dos temperaturas, la del foco caliente y la del foco frío. Para esto se usa una fuente de calor que haga el aporte necesario para la expansión del operante y mantenga el ciclo.

Figura 1.4. Esquema de funcionamiento de un motor Stirling.



Fuente: http://www.edicionsupc.es/ftppublic/pdfmostra/EM04003M.pdf

1.2.2.2 Generación De Potencia Mecánica: Este tipo de generación es usado generalmente para transporte, sea de carga o de personas u otra cosa que se desee llevar de un lugar a otro. Esto se hace generando torque como en los vehículos terrestres, navales y aeronáuticos; o generando empuje.

En general los sistemas de generación de potencia mecánica pueden ser motores de combustión interna (CI) reciprocantes y rotativos, aunque hay otros sistemas que pueden producir movimiento.

Motores de CI reciprocantes[19]: una diferencia fundamental de los motores de CI reciprocantes sobre los otros tipos es que carecen de intercambiadores de calor en la ruta de los flujos de trabajo, tales como la caldera o el condensador en las plantas de vapor. Otra diferencia importante sobre las plantas de vapor y de gas es que sus partes metálicas trabajan a temperaturas muy por debajo de la temperatura máxima del ciclo. Esta particularidad permite una temperatura máxima de ciclo muy alta, lo que conlleva a una alta eficiencia.

Los motores de CI reciprocantes son dispositivos productores de trabajo, de flujo estable, de circuito abierto y se clasifican de varias maneras:

- Según el ciclo teórico utilizado: Otto (motores a gasolina o gas), Diesel (de ACPM) y mixtos o semidiesel.
- Según el encendido: depende a su vez del tipo de combustible; la gasolina es muy volátil y de temperatura de ignición relativamente alta, mientras que el aceite Diesel es menos volátil y con una temperatura de ignición baja. Por esto los que trabajan con el ciclo Otto son de encendido por chispa mientras que los Diesel son de encendido por compresión.
- Según el número de recorridos del pistón por ciclo: que pueden ser de 4T, los cuales constan de dos válvulas (una para admisión y la otra para expulsión) y necesitan de 4 recorridos para realizar un ciclo; y los 2T, que solo constan de una válvula o puerto y solo necesitan de dos recorridos para completar un ciclo.

[19] MARADEY CHARRYS, Juan F., TERMODINAMICA APLICADA, 1ª edición, Ediciones Universidad Industrial de Santander, 2002.

Motores CI rotativos: Entre estos se encuentra el motor Wankel, motor de pistones radiales (que funciona en el mismo ciclo Otto en que lo hacen los reciprocantes) y las turbinas, las cuales usan básicamente el mismo principio de funcionamiento de las que se usan en las plantas de gas (ver plantas de gas) y trabajan en el mismo ciclo Brayton.

2. MODELADO DE SISTEMAS.

2.1 CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DEL MODELADO.

Modelar nos permite, fuera de construir un sistema que funcione, simular y optimizar desde el punto de vista técnico y económico. Por tanto un diseño óptimo se consigue si se modela, porque a través del modelo se puede observar los comportamientos globales del sistema, se puede evaluar y calcular costos de inversión y comercialización.

Según el diccionario RAE "Esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, como la evolución económica de un país, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento."[20]

"Un modelo de un sistema es básicamente una herramienta que permite responder interrogantes sobre este último sin tener que recurrir a la experimentación sobre el mismo. Es una representación siempre simplificada de la realidad (si el sistema físico existe) o es un prototipo conceptual (proyecto del sistema Físico)."[21]

Modelado: "Construcción de modelos de sistemas del mundo real"[22]. Proceso de abstracción mediante la cual se define el modelo.

---

[20] http://buscon.rae.es/draeI/SrvltConsulta?TIPO_BUS=3&LEMA=modelo

[21] http://www.fceia.unr.edu.ar/fceia1/mecánica/Automotores/MODELADO%20DE%20SISTEMAS%20DINAMICOS.pdf

[22] RÍOS INSUA, David, RÍOS INSUA JACINTO Y JIMENEZ, Martin. SIMULACIÓN MÉTODOS Y APLICACIONES, primera edición, Alfaomega Grupo Editor, México, D.F., 2000.

Características que debe cumplir un buen modelo:

- Un modelo debe representar el conocimiento que se tiene de un sistema de modo que facilite su interpretación, formalizando tan solo los factores relevantes para los objetivos del modelado.
- Un modelo debe ser tan sencillo como sea posible (ya que el desarrollo de modelos completos o universales es impracticable y poco económico), siempre y cuando represente con éxito o adecuadamente los aspectos de interés.

Pasos a seguir en el modelado:

a) Delimitación del modelo según los fenómenos y parámetros relevantes conforme al problema que se quiere resolver.
b) Identificar las relaciones constitutivas y expresiones formales (formulas matemáticas), que relacionan a los fenómenos físicos con los parámetros relevantes de cada elemento del sistema. Por tanto es necesario un conocimiento de las leyes físicas fundamentales asociadas con los fenómenos que se dan en el sistema.
c) Ecuaciones matemáticas, que relacionan a unos elementos con otros. Todo esto generará el modelo, expresado como un algoritmo de cálculo, el cual es un lenguaje de ingeniería e informático.

Consideraciones para representar eficientemente el sistema real:

- Un modelo siempre se desarrolla a partir de una serie de aproximaciones e hipótesis y, por tanto, representa parcialmente la realidad.
- Un modelo se construye para una finalidad específica y consecuentemente debe ser formulado para que sea útil a tal fin.
- Un modelo por necesidad se define entre la relación de simplicidad y la necesidad de recoger todos los aspectos esenciales del sistema en estudio.

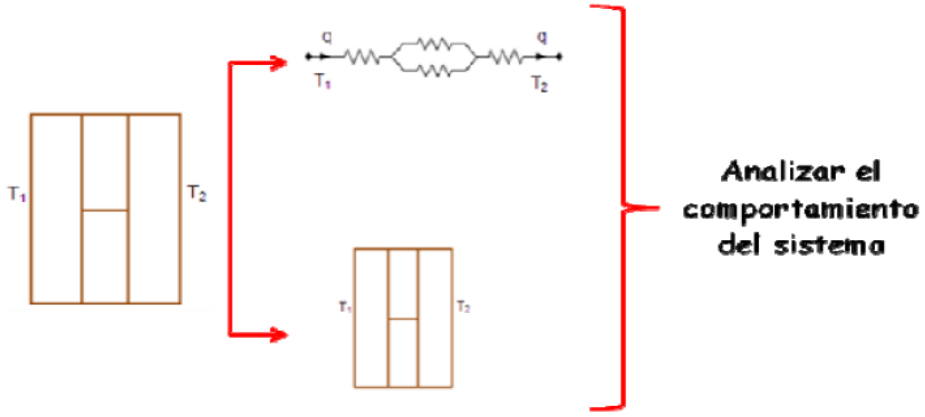
2.1.1 Clases De Modelos

- **Modelos descriptivos:** Son ampliamente utilizados para explicar cómo el sistema trabaja. Son ampliamente utilizados en aulas de clase para explicar principios fundamentales y mecanismos básicos.
- **Modelos predictivos:** Son utilizados para predecir el rendimiento de un sistema dado.
- **Modelos estáticos:** Suelen utilizarse para representar el sistema en un cierto instante de tiempo; y en su formulación no se considera el avance del tiempo.
- **Modelos Dinámicos**: Permite conocer como la variable de interés evoluciona con respecto al tiempo.
- **Modelos determinísticos:** Se denomina así a los modelos que con el estado anterior y datos de entrada se puede conocer el nuevo estado. Es decir ofrece un único conjunto de valores de salida para un conjunto de entrada conocida.
- **Modelos estocásticos:** Utiliza una o más variables aleatorias para identificar las variables de interés del sistema. Por tanto en la fase de experimentación, el modelo no se genera un solo conjunto de salida, sino que el resultado nos sirve para obtener estimaciones de las variables que caracterizan el comportamiento real del sistema.
- **Modelos continuos:** Representan las variables de interés de forma continua, utilizando para ello ecuaciones diferenciales ordinarias si se considera solamente la variación de la propiedad con respecto al tiempo, o también ecuaciones diferenciales parciales si se considera la variación con respecto al espacio.
- **Modelos discretos:** Representa la evolución de las propiedades de interés de forma discreta. Es decir cuando el parámetro objeto de nuestro estudio solo cambia en cierto instante o secuencia de instantes para luego permanecer constante en el resto de lapso de tiempo. El cambio en el parámetro puede obedecer a un patrón aleatorio o periódico.

2.2 TIPOS DE MODELOS.

Un modelo es una representación simplificada de un sistema. El propósito del modelo es proporcionar un medio para analizar el comportamiento del sistema con el fin de mejorar su desempeño. Este puede ser una réplica, o puede ser una abstracción de las propiedades dominantes de un sistema.

Figura 2.1. Representación simplificada de un sistema



Fuente: Los Autores

Existen diversos tipos de modelos, algunos de estos son:

- ❖ Modelos Análogos
- ❖ Modelos Matemáticos
- ❖ Modelos Físicos
- ❖ Modelos Numéricos, entre otros

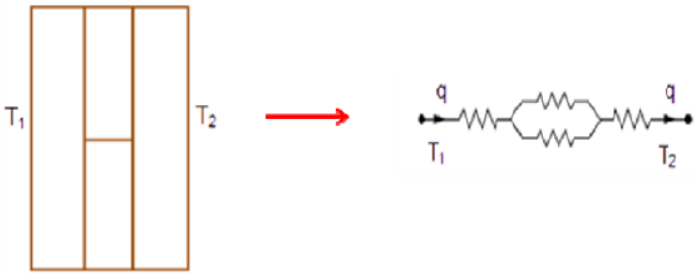
2.2.1 Modelo Análogo

Es un modelo con apariencia física distinta del sistema original, pero obedece a los mismos principios físicos. Para su construcción se utiliza un conjunto de normas que simplifican y codifican propiedades del sistema real, para facilitar la

“lectura” o interpretación de las mismas. El uso de modelos análogos es muy frecuente en la transferencia de calor y la mecánica de fluidos.

Un ejemplo de un modelo análogo, es proporcionado por la transferencia de calor cuando se habla de la conducción a través de una pared de varias capas, que pueden ser analizados en términos de un circuito eléctrico análogo a la resistencia térmica representada por la resistencia eléctrica.

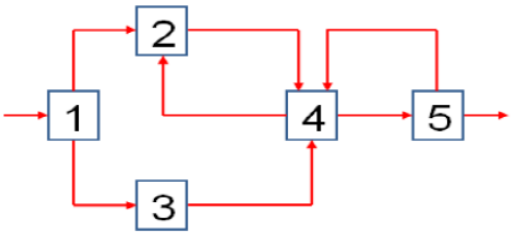
Figura 2.2. Modelo análogo de la conducción a través de una pared de varias capas



Fuente: Los autores

Los diagramas de flujo para representar los procesos para las plantas industriales es también un modelo análogo de los procesos físicos que representa.

Figura 2.3. Diagrama de flujo como modelo análogo de una planta industrial



Fuente: Los Autores

2.2.2 Modelo Matemáticos

El modelo matemático equivale a una ecuación matemática o un conjunto de ellas, con las cuales se puede conocer el comportamiento del sistema.

Características.

- ❖ Este es uno de los modelos de mayor importancia en el diseño de sistemas térmicos, debido a que proporcionan mayor flexibilidad en la obtención de resultados cuantitativos.
- ❖ Constituye la base para el modelado y la simulación numérica, de modo que el sistema puede ser investigado sin llegar a fabricar un prototipo.

Tipos de modelos matemáticos.

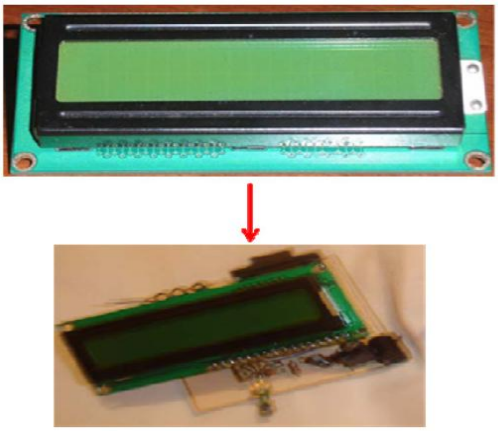
- ➢ Modelo cuantitativo: es aquel cuyos principales símbolos representan números.
- ➢ Modelo cualitativo: aquel modelo cuyos símbolos representan en su mayoría a Cualidades no numéricas. Una fuente importante es la teoría de conjuntos.
- ➢ Modelo Probabilístico: aquellos basados en la estadística y probabilidades (donde se incorpora las incertidumbres, que por lo general acompañan nuestras observaciones de eventos reales).
- ➢ Modelo Determinísticos: corresponde a aquel modelo cuantitativo que no contiene consideraciones probabilísticas.
- ➢ Modelo Descriptivo: cuando el modelo simplemente describe una situación del mundo real en términos matemáticos, descripción que puede emplearse para exponer una situación con mayor claridad, para indicar como pueden reajustarse o aún para determinar los valores de ciertos aspectos de la situación.
- ➢ Modelo Optimizador: corresponde al modelo ideado para seleccionar entre varias alternativas, de acuerdo a determinados criterios, la más óptima.

Los modelos matemáticos son sistemas de ecuaciones que intentan representar las relaciones entre variables (propiedades que se pueden medir del sistema cuyas magnitudes varían en el tiempo) y parámetros (cantidades temporalmente invariables que caracterizan al sistema).

2.2.3 Modelo Físicos

Un Modelo Físico viene siendo prácticamente lo mismo que un modelo de la realidad, es decir uno que se parece al sistema actual, estos son generalmente para obtener resultados experimentales sobre el comportamiento del sistema.

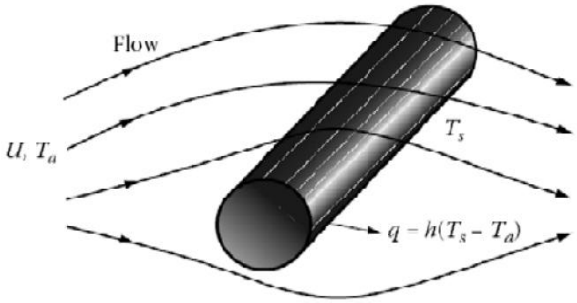
Figura 2.4. Modelo físico de un prototipo para medición y detección de humedad relativa.



Fuente: Diseño y construcción de un prototipo para medición y detección de humedad relativa. Universidad Industrial de Santander. 2007

Un ejemplo de esto es un modelo reducido de un cuerpo caliente, que se coloca en un túnel de viento para estudiar la transferencia de calor.

Figura 2.5. Modelo físico de un cuerpo caliente en un túnel de viento.



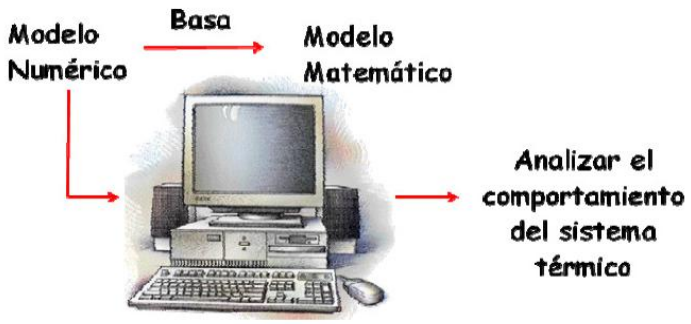
Fuente: Desing and Optimization of Thermal system, Second Edition – Yogesh Jaluria

En ingeniería, los modelos físicos, a diferencia de los modelos matemáticos y los modelos analógicos, son una versión reducida del sistema real, construcciones en escala experimental, o un prototipo que representa el sistema completo para estudiar en ellos su comportamiento y permitir así perfeccionar los diseños, antes de iniciar la construcción de objetos reales. Este tipo de modelo se le suele llamar también modelo reducido o modelo simplificado.

2.2.4 Modelo Numéricos

Los modelos numéricos se basan en modelos matemáticos que permiten obtener, haciendo uso de una computadora, los resultados cuantitativos sobre el comportamiento del sistema para diferentes condiciones de operación. Un modelo numérico de un sistema térmico se refiere a una representación computacional o numérica del sistema, que puede ser utilizado para aproximar el comportamiento y las características de este.

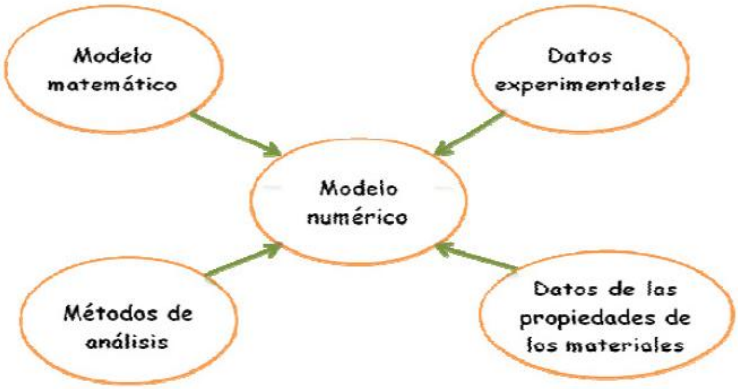
Figura 2.6. Representación computacional del análisis del comportamiento de un sistema térmico



Fuente: http://licmoralesvidea.files.wordpress.com/2009/02/clase-1-conceptos-basícos.ppt

Para llevar a cabo la modelación numérica, se debe seleccionar el método apropiado para dar una solución, por ejemplo, las diferencias finitas o el método de elementos finitos; discretizan las ecuaciones matemáticas para ponerlos en una forma adecuada para el cálculo digital. Validar los resultados numéricos se lleva a cabo para garantizar que los resultados numéricos precisos, se aproximan al comportamiento del sistema físico real. El modelado numérico está estrechamente vinculado con la simulación del sistema. Para llevar a cabo un buen modelo numérico se deben llevar a cabo cuatro aspectos importantes:

Figura 2.7. Representación gráfica de los aspectos importantes del modelo numérico



Fuente: Los Autores

Interacción entre modelos

- La modelación numérica se basa en gran medida en el modelo matemático, pero los resultados de los modelos físicos o analógicos también puede ser útil en el desarrollo de un modelo numérico.
- El modelado matemático es generalmente la consideración más importante en el modelado de sistemas térmicos y, por tanto, la mayor parte del esfuerzo se dirige a la obtención de un modelo matemático satisfactorio.
- El modelado matemático es generalmente la consideración más importante en el modelado de sistemas térmicos y, por tanto, la mayor parte del esfuerzo se dirige a la obtención de un modelo matemático satisfactorio.
- Los modelos físicos y analógicos se basan en prototipos construidos en el laboratorio para simular el comportamiento de un sistema real. Generalmente se trata de prototipos con reducciones de escala respecto al fenómeno a modelar.
- Cuando se utilizan materiales cuyas propiedades pretenden imitar el comportamiento del sistema real a estudiar procurando igualarlo o superarlo se habla de modelos físicos. Si por el contrario, se hace uso de prototipos elaborados con materiales muy distintos a las del sistema real se habla de modelos analógicos.

2.2.5 Otros Modelos

- Modelo de estado estacionario: aquel cuyas propiedades y variables de funcionamiento, no cambian con el tiempo.
- Modelo dinámico: aquel cuyas propiedades y variables de funcionamiento, cambian con el tiempo.
- Modelos deterministas: predice el comportamiento del sistema con seguridad.
- Modelos probabilísticos: implican incertidumbres en el sistema que puede ser considerada como aleatoria o representados por distribuciones de probabilidad

- Modelos discretos: se centran en elementos individuales.
- Modelos continuos: tienen que ver con el flujo de material en un proceso continuo

2.3 MODELADO MATEMÁTICO.

Antes de empezar a desarrollar el tema que corresponde, es necesario definir algunos términos que serán usados posteriormente.

Sistema dinámico: Es aquel cuya salida (respuesta) depende de una entrada o perturbación, que no necesariamente tiene que estar actuando sobre el sistema permanentemente para que se dé la respuesta. En un sistema dinámico la salida cambia con el tiempo cuando este no está en un estado de equilibrio[23].

Para nuestro tema de estudio, los sistemas térmicos corresponden a sistemas dinámicos debido a su naturaleza cambiante y a su dependencia del tiempo y de factores que perturban los estados de equilibrio.

Los sistemas térmicos en particular, se puede decir que son más bien la mayoría sistemas inerciales con altas constantes de tiempo, es decir, tiempos de respuesta muy elevados. Por ejemplo, para el caso de una caldera se tiene que solo el arranque de esta demora varias horas hasta que alcanza condiciones de estado estable y para variar alguna de las condiciones de funcionamiento se requiere un tiempo considerablemente mayor al que requieren otros sistemas dinámicos.

Modelo matemático[24]: Para cualquier sistema, un modelo matemático es un conjunto de ecuaciones que representan el comportamiento y la dinámica del

[23] OGATA, Katsuhiko, DINÁMICA DE SISTEMAS, 1ª Edición, Pretince Hall, 1987.
[24] OGATA, Katsuhiko, INGENIERÍA DE CONTROL MODERNA, 3era Edición, Pearson, Pretince Hall, 1998.

sistema con precisión o al menos muy aproximadamente. Hay que tener en cuenta que para un sistema dado puede haber varios modelos que lo describan y además las ecuaciones que lo describen se dan en términos de ecuaciones diferenciales, las cuales se obtienen a partir de las leyes físicas que lo gobiernan.

El modelo de un sistema dado puede obtenerse de manera teórica, aplicando balances y las leyes que lo gobiernan cuando se conocen, de manera que se obtiene en función de variables o parámetros conocidos ó que deberán determinarse experimentalmente; o también puede obtenerse experimentalmente, cuando no se conocen los principios físicos que lo gobiernan, por lo cual se usa el concepto de caja negra. De esta manera, conocidas las entradas y salidas del sistema se determina la relación entre estas y por ende se puede deducir un modelo matemático para el sistema.

Sistemas lineales: Son aquellos cuya respuesta es proporcional a la entrada o excitación. Esto quiere decir que se puede aplicar el principio de superposición al hallar la respuesta o salida debida a cada entrada que actué sobre el sistema y luego hallar la respuesta total del sistema por medio de la suma de las individuales debidas a cada entrada respectivamente. En general estos estarán representados por medio de ecuaciones diferenciales de primer orden.

Sistemas no lineales: Estos no obedecen, como los anteriores, el principio de superposición, por lo que no se puede calcular la respuesta del sistema hallando las respuestas individuales para luego sumarlas. Estos sistemas están representados por medio de ecuaciones diferenciales de segundo orden.

Hay que tener en cuenta a la hora de modelar un sistema, que este modelo no representará exactamente el comportamiento de este, si no que dará una aproximación lo más exactamente posible del real. De hecho, un modelo lineal de un sistema, por sí solo, es ya una aproximación, pues estos corresponden a

simplificaciones del modelo real. Si esto no fuera así, hallar la solución del modelo sería una tarea muy compleja. Esto se basa en el hecho que algunos sistemas tienen zonas de comportamiento lineal.

Ahora, hay que tener en cuenta que los modelos lineales por ser una simplificación solo brindan una aproximación aceptable en un rango de operación limitado, por lo que se debe ser cuidadoso a la hora de aplicarlo a una situación dada y cerciorarse que la zona en que opera dicho sistema esté en el rango de comportamiento lineal.

2.3.1 Consideraciones Del Modelado[25]

Durante la elaboración de un modelo se hacen muchas suposiciones dependiendo de qué tan preciso se desea que este sea. Estas suposiciones pueden tener en cuenta o despreciar interacciones o comportamientos del sistema bajo ciertas condiciones lo que al final repercutirá en qué tan complejo será y en qué tan bien se aproximará al comportamiento real.

Una de estas consideraciones es analizar al sistema en estado estable el cual no presentará variaciones de sus propiedades al transcurrir el tiempo, o si se considera en estado transitorio, se debe tener en cuenta dichas variaciones respecto al tiempo. Esto sin duda haría mucho más complejo el análisis del sistema, pero si se es riguroso, se encontrará, que realmente el estado estable es una aproximación que simplifica el modelo y que bajo ciertas condiciones es más favorable usarla que el estado transitorio arrojando igualmente resultados con márgenes de error aceptables.

[25] JALURIA, Yogesh. DESIGN AND OPTIMIZATION OF THERMAL SYSTEMS, Second Edition, CRC Press Taylor & Francis Group, 2008.

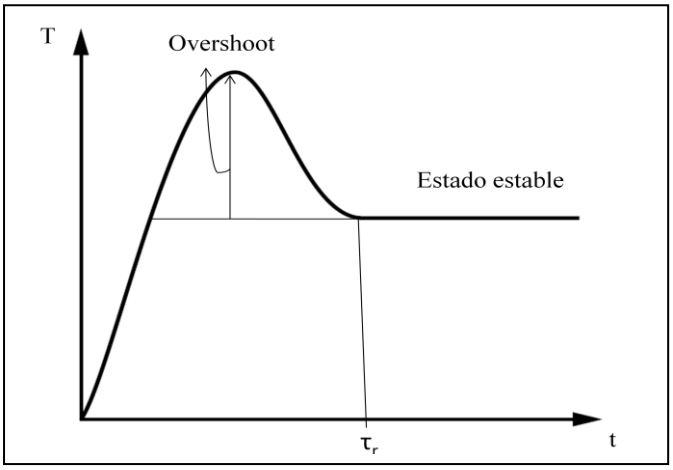
En función de lo anterior, es necesario reconocer dos variables de tiempo que caracterizan a un sistema, cualquiera que sea. Estas son el tiempo de respuesta τ_r del cuerpo o material bajo consideración o análisis y τ_c que representa el tiempo de variación característico de las condiciones del ambiente o de las condiciones de operación.

Cabe anotar que τ_r está determinado por las propiedades del sistema en cuestión y de acuerdo a las diferencias entre estas dos, se pueden presentar varias situaciones que afectarán el análisis y la posterior concepción del modelo respectivo.

La primera de estas situaciones es que τ_c sea muy largo, i.e., $\tau_c \rightarrow \infty$. Esto quiere decir que prácticamente, a excepción del inicio del proceso, el problema se puede asumir en estado estable. Mientras el proceso comienza las variables cambiarán pronunciadamente, por lo que es necesario tener en cuenta las condiciones transitorias, pero mientras el tiempo transcurre estas tenderán a atenuarse, es decir, se alcanzará un estado de equilibrio y el problema estará gobernado por el estado estable. Ejemplos de esta situación son el proceso de laminado en caliente, trefilado, la operación de una plancha durante el inicio de su operación (cuando se conecta hasta que alcanza las condiciones de operación), entre otras.

En la figura 2.8 se puede ver el comportamiento de un cuerpo cuando se calienta hasta que alcanza las condiciones de equilibrio.

Figura 2.8. Curva de variación de la temperatura de un cuerpo que se calienta hasta una temperatura específica.



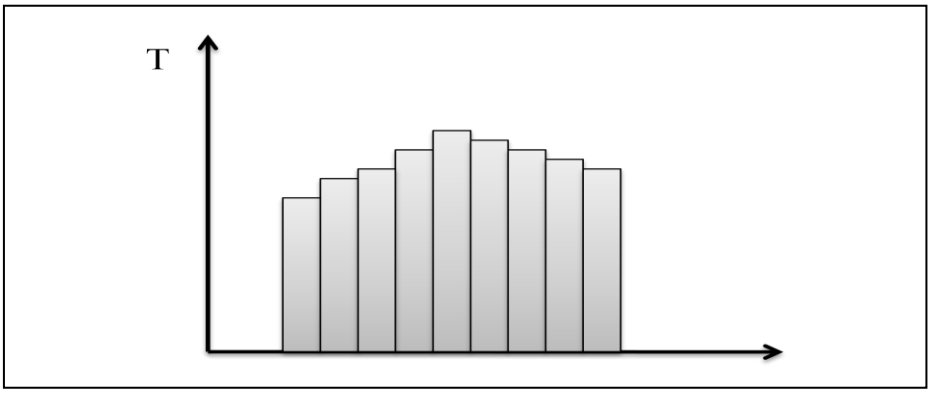
Fuente: Autores

Otra situación se presentará cuando $\tau_c \ll \tau_r$ con lo que se tendrá que el cuerpo o sistema no será capaz de reaccionar a los cambios de las condiciones del medio debido a que estas ocurren muy rápidamente. Esto se da por ejemplo cuando se pasa rápidamente la mano por sobre la llama de una vela encendida. En este caso no se quema la mano porque no hay suficiente tiempo para que la llama transfiera el calor suficiente para que esto suceda. Otro sería el caso de una gran masa de agua (como un lago) que está a la intemperie, expuesta a las variaciones de las condiciones del clima. Las condiciones en el fondo casi no varían a pesar de los cambios del medio exterior, aunque la temperatura de la superficie si lo haga. Entonces se puede analizar este sistema en estado estable tomando las condiciones de operación como los valores promedio.

También se puede presentar que $\tau_r \ll \tau_c$, es decir que la respuesta del sistema es mucha más rápida que las variaciones de las condiciones del medio o de operación. Esto se presenta por ejemplo en el control de un sistema de aire acondicionado, donde censando la temperatura de la habitación, el sistema de control realiza una acción de corrección para aproximar esta a la deseada.

Entonces como el cambio de temperatura es más lento que la acción de control, se puede analizar al sistema en estado estable en lapsos de tiempo sobre el tiempo de respuesta. Por tanto este tipo de problemas se puede modelar como cuasí – estables, donde se tendrá que a diferentes intervalos de tiempo habrán condiciones estables, i.e., se avanza en una serie de estados estables sucesivos.

Figura 2.9. Representación de la variación de la temperatura en el tiempo por discretización de los diferentes estados, tomando temperatura constante para cada $\Delta\tau$



Fuente: Autores

Por último se puede tener que $\tau_c \quad \tau_p$, donde $\tau_p = \frac{1}{f}$. Este es el caso de procesos periódicos a los cuales pueden ser aproximados muchos sistemas térmicos, donde τ_p es el tiempo de variación de un ciclo. Este tipo de procesos son por ejemplo aquellos que están sometidos a las condiciones del medio ambiente donde el periodo de tiempo se puede tomar sobre un día o año según sea el caso, donde para que el proceso se considere periódico, la temperatura y demás variables cambien cíclicamente.

Este tipo de modelos tienen la ventaja que se puede hacer el análisis para un solo periodo y así se tendrá para todos los ciclos.

Ahora, cabe anotar que el flujo neto de calor debe ser cero para que se cumpla que el proceso es periódico o de lo contrario se tendrá ganancia ó pérdida de energía. Esto es:

$$\int_0^{\tau} Q(\tau)d\tau = 0 \qquad (2.1)$$

$$(T)_{\tau} = (T)_{\tau+\tau p} \qquad (2.2)$$

Analizar un problema como unidimensional o multidimensional puede también hacer más o menos complejo un modelo, de manera que se debe tener claro cuando un proceso requiere especificar el comportamiento a lo largo de las tres dimensiones geométricas del sistema o de solo dos o una. Aunque en la realidad todos los sistemas son tridimensionales y presentan diferentes interacciones al largo de cada una de estas, en muchos se puede despreciar algunos de estos efectos para simplificar el modelo.

Otra manera de simplificar un modelo es asumir masa concentrada, es decir, que el cuerpo o sistema tiene propiedades uniformes en toda su extensión, como temperatura, densidad, concentración, etc. De esta manera no habrá, por ejemplo, variación de temperatura en x, y o z, por lo que el problema se hace mucho más simple en el caso de estado estable, donde las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema serán algebraicas y no ecuaciones diferenciales.

Ahora bien, si se tienen condiciones transitorias, las variables solo tendrán dependencia del tiempo y no de variables espaciales por lo que se tendrán ecuaciones diferenciales ordinarias y no parciales i.e., $T(t)$ y no $T(t, x, y, z)$.

La aplicabilidad de la aproximación de masa concentrada está basada en la relación entre la resistencia convectiva y la resistiva en sistemas térmicos para

procesos de transferencia de calor. Si esta relación es mucho menor que 1, quiere decir que la resistencia convectiva es dominante y que la variación de temperatura en el material es despreciable respecto a la del fluido. Esta relación está dada en términos del número de Biot (**Bi**), donde $Bi = hL/k$, siendo L la dimensión característica V/A. Entonces si $Bi \ll 1$, se puede suponer condiciones uniformes en el cuerpo en cuestión.

A pesar que muchos sistemas que se encuentran en la realidad tienen formas complejas, configuraciones difíciles de analizar y condiciones que no se cumplen en un 100% por defectos o irreversibilidades de este como un aislamiento térmico por ejemplo, siempre es posible aproximar estas condiciones a idealizaciones, garantizando cierto grado de exactitud en los resultados o al menos para conocer el comportamiento del sistema lo más cercano a la realidad. Por ejemplo, este es el caso del cuerpo humano. Si se quiere hacer un análisis de cómo se comporta la temperatura de este bajo ciertas condiciones dadas, debido a su forma irregular se puede aproximar a un cilindro vertical. Es igualmente el caso de un intercambiador de calor, el cual para casos prácticos se puede considerar perfectamente aislado, teniendo en cuenta que el flujo de calor entre los fluidos de trabajo es considerablemente mayor que el flujo que se va al ambiente.

2.3.2 Modelado De Sistemas Lineales[26]

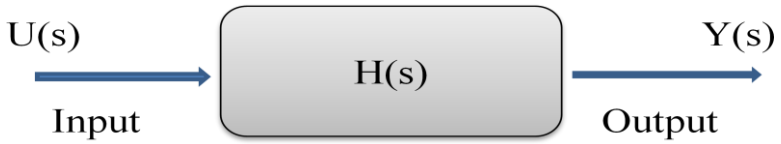
A continuación se presentan una serie de métodos de modelado para sistemas lineales usados en la teoría de control, los cuales básicamente se valen de las ecuaciones que gobiernan los principios físicos del sistema, las cuales se presentan siempre en forma de ecuaciones diferenciales. Este es el caso de las ecuaciones de Newton para sistemas mecánicos o de la 1ª y 2ª Ley de la

[26] ,Katsuhiko, DINÁMICA DE SISTEMAS, 1ª Edición, Pretince Hall, 1987.

termodinámica, además de las leyes de conservación que gobiernan a un sistema térmico.

2.3.2.1 Función De Transferencia: La función de transferencia de un sistema descrito mediante una ecuación diferencial lineal e invariante en el tiempo se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida (función de respuesta) y la transformada de Laplace de la entrada (función de excitación) bajo la suposición que todas las condiciones iniciales son cero. Se considera el siguiente sistema:

Figura 2.10. Relación gráfica entre $H(s)$ (función de transferencia), $U(s)$ (entrada o excitación del sistema) y $Y(s)$ (salida o respuesta).



Fuente: Los autores

Donde $H(s)$ es la función de transferencia, $U(s)$ es la entrada o excitación del sistema y $Y(s)$ la salida o respuesta. Entonces para este la ecuación diferencial estará dada por:

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i y}{dt} = \sum_{i=0}^{m} b_i \frac{d^i u}{dt} \qquad (2.3)$$

La función de transferencia se obtiene tomando la transformada de Laplace a ambos miembros de la ecuación del sistema así:

$$\left(\sum_{i=0}^{n} a_i s^i\right) Y(s) = \left(\sum_{i=0}^{m} b_i s^i\right) U(s) \qquad (2.4)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = H(s) = \frac{\sum_{i=0}^{n} a_i s^i}{\sum_{i=0}^{m} b_i s^i} \qquad (2.5)$$

Se observa de la ecuación 2.5 que es posible a través de la función de transferencia representar la dinámica de un sistema por medio de ecuaciones algebraicas en función de s, donde el orden del sistema estará dado por la máxima potencia del denominador y se dirá que este es un sistema de m–ésimo orden.

Cabe resaltar que este concepto solo es aplicable a sistemas SISO, cuyas ecuaciones diferenciales sean invariantes con el tiempo. Además, esta, a pesar que da una relación entre las entradas y salidas del sistema, no brinda información de su estructura física, por tanto puede pasar que las funciones de transferencia de muchos sistemas físicamente diferentes sean idénticas.

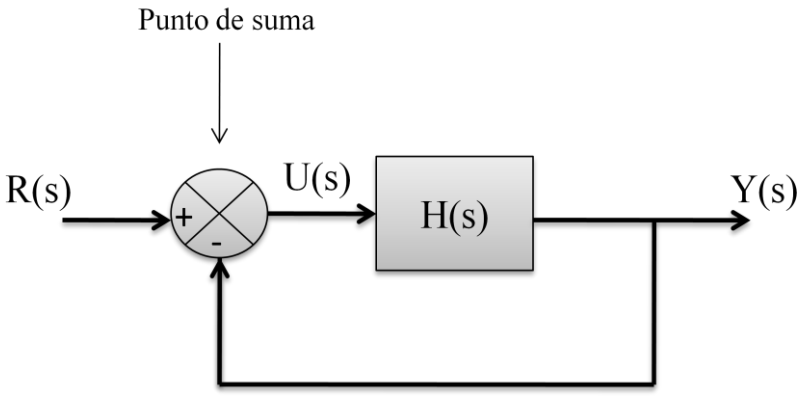
2.3.2.2 Diagramas De Bloques: Un sistema compuesto por varios componentes puede representarse gráficamente mediante diagramas de bloques que muestren de manera simple el funcionamiento de este.

Se sabe que un diagrama de bloques de un sistema es una representación gráfica de las funciones que lleva a cabo cada componente y el flujo de señales. Por tanto se pude decir que este muestra la relación que hay entre cada uno de estos componentes que componen al sistema.

La ventaja principal de este método es que muestra de manera esquemática del funcionamiento real del sistema y como es el flujo de señales, donde cada bloque representa una operación matemática que se efectúa sobre la señal de entrada a este mismo para producir una señal de salida. Por tanto un bloque puede ser una función de transferencia.

Debido a que en un diagrama de bloques se representan sistemas y las operaciones que se realizan en este, se cuenta con operadores que muestran el tratamiento de las señales dentro de este. Uno de estos es el punto suma como se ve en la figura 2.11, donde se muestra que la señal de salida se compara con la de entrada para producir una de corrección, también llamada error, que se multiplica con la función de transferencia para modificar la salida. Este caso puede ser el de un sistema de control de temperatura que se retroalimenta para mantener la temperatura de un local en un set. Estos sistemas retroalimentados también se conocen como sistemas de lazo cerrado.

Figura 2.11. Diagrama de bloques de un sistema con retroalimentación



Fuente: Autores

2.3.2.3 Espacio De Estados: Como bien se sabe, la mayoría de los sistemas reales con los que se trata son variantes en el tiempo y además son MIMO, por tanto no pueden ser modelados por medio de funciones de transferencia. Ahora, para estas aplicaciones es necesario recurrir a otro tipo de modelado que contemple lo ya mencionado. Este es el caso del espacio de estados, pero antes de ver en qué consiste se deben definir algunos términos.

Estado: Para un sistema dinámico, corresponde al conjunto más pequeño de variables (conocidas como variables de estado) que definen por completo a un

sistema, de modo que se puede conocer el comportamiento de este para cualquier tiempo.

El conjunto de ***n*** variables que definen a un sistema no necesariamente tienen que ser medibles directamente u observables, pero en la práctica es conveniente que estas variables se puedan medir con facilidad para que estas puedan ser realimentadas si fuera necesario.

Vector de estado: Este es el vector compuesto por la n variable de estado que definen al sistema por completo.

Espacio de estados: Es el espacio de ***n*** dimensiones cuyos ejes están formados por los ejes x_1, x_2,…, x_n. Cualquier estado se puede representar como un punto en el espacio de estados.

Dado lo anterior, se puede decir, que una representación de espacios de estados es un modelo matemático de un sistema físico descrito mediante un conjunto de entradas, salidas y variables de estado relacionadas por ecuaciones diferenciales de primer orden que se combinan en una ecuación diferencial matricial de primer orden. Para prescindir del número de entradas, salidas y estados, las variables son expresadas como vectores y las ecuaciones algebraicas se escriben en forma matricial (esto último sólo puede hacerse cuando el sistema dinámico es lineal e invariante en el tiempo). La forma general de la representación en espacio de estados es:

$$\dot{X}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \qquad (2.6)$$

$$Y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \qquad (2.7)$$

Donde $x(t)$ es el vector de estados, $Y(t)$ el vector de salida, $u(t)$ el vector de entradas (de control), A la matriz de estados, B la matriz de entradas, C la matriz de salidas y D la matriz de transmisión directa.

2.4 MODELADO FÍSICO Y ANÁLISIS DIMENSIONAL.

2.4.1 Modelado Físico

Un modelo físico hace referencia a un modelo que es similar a un sistema real en forma geometría o en otras características físicas.[27] En algunos casos, es conveniente trabajar con un modelo a escala que sea mucho más pequeño que el real. El modelo también puede ser una versión simplificada del modelo real o puede centrarse en aspectos particulares del sistema. Para dichos modelos, varios experimentos se han llevado a cabo y los resultados obtenidos han sido empleados para representar el comportamiento y las características de un sistema dado. La información obtenida del modelado físico también provee datos para la validación del modelado matemático.

El modelado físico es de particular importancia en el diseño de los sistemas térmicos, por la complejidad de los procesos de transporte que surgen de estos sistemas típicos. Algunas simplificaciones en el modelado de los sistemas térmicos no son convenientes o posibles de hacer. Además la validez de algunas de las aproximaciones puede ser cuestionable. Por lo tanto es necesario utilizar los datos experimentales para verificar exactitud y validez. En algunos casos los mecanismos básicos no son fáciles de modelar. Por ejemplo turbulencia y flujos inestables son difíciles de modelar.

[27] http://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis_dimensional

El trabajo experimental requiere de mucho tiempo, por lo tanto se procede al análisis dimensional para determinar los parámetros dimensionales que gobiernan el sistema dado.

Escala: Una consideración importante que se tiene en cuenta en el modelado físico es la relación entre los resultados obtenidos en el modelo a escala y las características del sistema real. Si los resultados del modelo son útiles con respecto al sistema, se puede llegar a conocer los principios que unen a los dos. Estas son conocidas como leyes de escala y son de gran interés porque permiten modelar sistemas complejos en modelos más simples y a una menor escala. Usando estas leyes, los resultados de los modelos a escala se pueden ampliar hasta sistemas reales más grandes.

2.4.2 Análisis Dimensional

Si se quiere determinar la fuerza de arrastre de una pelota lisa de diámetro $\boldsymbol{D}$, que se mueve a una cierta velocidad $\boldsymbol{v}$ en un fluido viscoso. Otras variables involucradas son las que nos definen el fluido, es decir, la densidad y la viscosidad absoluta $(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\mu})$ por lo que se puede establecer que la fuerza de arrastre $\boldsymbol{F}$, es una función desconocida de estas variables:

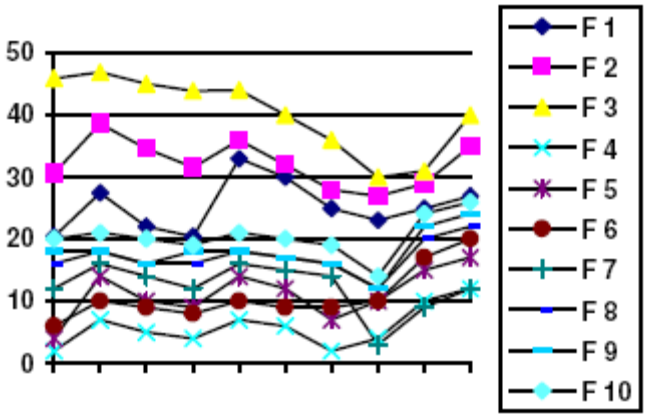
$$F = f\,(D, v, \rho, \mu) \qquad (2.8)$$

Para determinar experimentalmente la relación se requeriría un trabajo considerable, ya que sólo una de las variables entre paréntesis debe modificarse cada vez, lo que resulta en la acumulación de muchas gráficas, es el uso de diferentes pelotas con diferentes diámetros, y la utilización de muchos fluidos con diferentes densidades y viscosidades. Lo que implica que, para un problema físico casi pueril, una investigación larga y costosa. Si se realizan 10 pruebas, entre dos

variables, manteniendo el resto de variables constantes, se deberán realizar, el siguiente número de pruebas experimentales:[28]

[28] http://www-eupm.upc.es/~mmt/tem4.doc

Figura 2.12. Curvas de fuerzas de arrastre.



En donde se puede representar en abscisas el diámetro, y en ordenadas la velocidad, representando cada curva una determinada fuerza de arrastre, esto realizado para una densidad y una viscosidad de fluido constante, en total se han realizado 100 pruebas de laboratorio, después se realizará este mismo cuadro de pruebas para 10 densidades diferentes, con lo que se tienen 1000 pruebas, y después se realizarán 10 series pruebas más para encontrar la relación con la viscosidad (viscosidad variable) con lo que se obtendrá un total de 10.000 pruebas experimentales.

Para evitar esta tediosa tarea, se ha creado un procedimiento denominado análisis dimensional.

El análisis dimensional es una poderosa herramienta que permite simplificar el estudio de cualquier fenómeno en el que estén involucradas muchas magnitudes físicas en forma de variables independientes.

Mediante el análisis dimensional, el problema o fenómeno físico, se representa por una función de los denominados *"grupos adimensionales"*, en vez de las variables

que intervienen. Con este procedimiento, se reduce el número de variables, con lo que el coste de la experimentación disminuye.

Se puede expresar una dimensión dependiente en función de un conjunto seleccionado de dimensiones básicas independientes. Las dimensiones básicas en el Sistema Internacional de unidades son: Longitud (L), masa (M), tiempo (T), grados kelvin (K).

Así se puede expresar, por ejemplo, la velocidad dimensionalmente como:

$$\nu \equiv \frac{L}{T} \qquad (2.9)$$

Como una longitud entre un tiempo.

Se denomina grupo adimensional, aquel cuya dimensión es 1; es decir, cuando el producto de un grupo de cantidades expresadas dimensionalmente es igual a 1.

Por ejemplo:

$$\frac{\rho * \nu * D}{\mu} \equiv \frac{\frac{M}{L^3} * \frac{L}{T} * L}{\frac{M}{L * T}} = 1 \qquad (2.10)$$

Este grupo adimensional recibe un nombre particular, el número de Reynolds.

La manera de relacionar estos grupos adimensionales y las variables que afectan a un fenómeno físico en cuestión, nos viene relacionado por el teorema de Buckingham o teorema de π.

El Teorema π de Buckingham[29]

El teorema π de Buckingham demuestra que, en un problema físico que incluye n cantidades en las que hay m dimensiones, las cantidades se pueden ordenar en $n - m$ parámetros adimensionales independientes.

Sean $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ las cantidades implicadas, tales como la presión, viscosidad, velocidad, etc. Se sabe que todas las cantidades son esenciales a la solución, por lo que debe existir alguna relación funcional.

$$F(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n) = 0 \qquad (2.11)$$

Si $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}$, representan algunas agrupaciones adimensionales de las cantidades $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ entonces con m dimensiones implicadas, existe una ecuación de la forma.

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) = 0 \qquad (2.12)$$

El método para determinar los parámetros π, consiste en seleccionar m de las cantidades A, con diferentes dimensiones, que contengan entre ellas las m dimensiones y usarlas como variables repetitivas, junto con una de las otras A cantidades para cada π. Por ejemplo, sea que $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ contengan M, L, T no necesariamente en cada una, sino en forma colectiva. Entonces el primer parámetro π está compuesto como

$$\pi_1 = {A_1}^x {A_2}^y {A_3}^z A_4$$

El segundo como

$$\pi_2 = {A_1}^{x_2} {A_2}^{y_2} {A_3}^{z_2} A_4$$

[29] http://grimaldi.blogspot.es/img/análisis.doc

Y así sucesivamente hasta

$$\pi_{n-m} = {A_1}^{x_{n-m}} {A_2}^{y_{n-m}} {A_3}^{z_{n-m}} A_n$$

En estas ecuaciones se determinarán los exponentes para que cada π sea adimensional. Las dimensiones de las cantidades A se sustituyen y los exponentes de M, L, T se fijan iguales a cero respectivamente, estos producen tres ecuaciones con tres incógnitas para cada parámetro π, con lo que se pueden determinar los exponentes x, y, z y de aquí el parámetro π.

Si solo están implicadas dos dimensiones, dos de las cantidades A se escogen como variables repetitivas y se obtienen dos ecuaciones con los dos exponentes incógnitos para cada término de π.

Procedimiento para el análisis dimensional:

Para reducir un problema dimensional a otro adimensional con menos parámetros, se siguen los siguientes pasos generales:

a) Contar el número de variables dimensionales n.
b) Contar el número de unidades básicas (longitud, tiempo, masa, temperatura, etc.) m
c) Determinar el número de grupos adimensionales. El número de grupos o números adimensionales (π) es $n - m$.
d) Hacer que cada número π dependa de $n - m$ variables fijas y que cada uno dependa además de una de las $n - m$ variables restantes (se recomienda que las variables fijas sean una del fluido o medio, una geométrica y otra cinemática; ello para asegurar que los números adimensionales hallados tengan en cuenta todos los datos del problema).
e) Cada π se pone como un producto de las variables que lo determinan, elevadas cada una a una potencia desconocida. Para garantizar

adimensionalidad, deben hallarse todos los valores de los exponentes tal que se cancelen todas las dimensiones implicadas.

f) El número π que contenga la variable que se desea determinar se pone como función de los demás números adimensionales.

g) En caso de trabajar con un modelo a escala, éste debe tener todos sus números adimensionales iguales a las del prototipo para asegurar similitud.

Ejemplo: La descarga por un tubo capilar horizontal se piensa que depende de la caída de presión por unidad de longitud, el diámetro y la viscosidad. Encuentre la forma de la ecuación.

Solución: las cantidades son listadas por sus dimensiones:

Descarga	Q	L^3T^{-1}
Caída de presión por unidad de longitud	$\Delta p/L$	$ML^{-2}T^{-2}$
Diámetro	D	L
Viscosidad	μ	$ML^{-1}T^{-1}$

Entonces

$$F\left(Q, \frac{\Delta p}{l}, D, \mu\right) = 0$$

Se usan tres dimensiones y con cuatro cantidades habrá un parámetro π

$$\pi = Q^{x_1}\left(\frac{\Delta \mathrm{p}}{l}\right)^{y_1} D^{z_1}\mu$$

Sustituyendo las dimensiones da:

$$\pi = (L^3T^{-1})^{x_1}(ML^{-2}T^{-2})^{y_1}L^{z_1}ML^{-1}T^{-1} = M^0L^0T^0$$

Los exponentes de cada dimensión deben ser iguales en cada lado de la ecuación. Con L primero,

$$3x_1 - 2y_1 + z_1 - 1 = 0$$

Igualmente para $M\ y\ T$

$$y_1 + 1 = 0$$

$$-x_1 - 2y_1 - 1 = 0$$

De la cual

$$x_1 = 1, \qquad y_1 = 1, \qquad z_1 = -4$$

Y

$$\pi = \frac{Q\mu}{\frac{D^4 \Delta p}{l}}$$

Después de resolver para Q

$$Q = C \frac{\Delta p}{l} \frac{D^4}{\mu}$$

El análisis dimensional hace referencia al método por el cual se pueden obtener los parámetros adimensionales que gobiernan el comportamiento de un sistema.

Este método se lleva a cabo mediante la reducción del número de variables independientes de un problema. Un ejemplo clásico del valor que tiene el análisis dimensional, lo proporciona el estudio de la fuerza de arrastre F, ejercida sobre una esfera de diámetro D en un flujo uniforme a velocidad V. Si la viscosidad del fluido está dada por μ, y la densidad por ρ, la fuerza de arrastre F puede darse en términos de las variables del problema como: $F = f_1(D, V, \mu, \rho)$. El uso del análisis dimensional reduce F a la forma:

$$\frac{F}{\rho V^2 D^2} = f_2\left(\frac{\rho VD}{\mu}\right) \qquad (2.13)$$

Donde ($\rho VD/\mu$) es el parámetro dimensional conocido como número de Reynolds Re. La función f_2 tiene que ser obtenida experimentalmente. La ecuación también indica la variación de la fuerza de arrastre F con las diferentes variables físicas del problema, tales como $V, D, \mu\ y\ \rho$. De esta forma se ha obtenido una simplificación considerable en la representación de este problema, tal que solo la función f_2 ha sido obtenida de manera experimental; el resultado puede ser aplicado a esferas de diferentes diámetros, a diferentes fluidos y a un rango de velocidades del flujo V, así como a los cambios en las características de flujo, tales como laminar y turbulento. De igual forma, la ecuación que relaciona los datos de transferencia de calor en un proceso de convección forzada esta dado por el número de Nusselt:

$$Nu = \frac{hD}{k_f} \qquad (2.14)$$

Donde k_f es la conductividad térmica del fluido.

Un método importante para proceder a los parámetros dimensionales en un problema dado es el método de combinación de variables.

Combinación de variables: Este método considera todas las variables en el problema y las dimensiones básicas como: la longitud, masa, temperatura y el tiempo asociado con estas. Luego los parámetros adimensionales son obtenidos mediante la combinación de estas variables para formar los grupos adimensionales.

El teorema de Pi de Buckingham explicado anteriormente afirma que por n variables, se puede obtener, $(n - m)$ relaciones dimensionales o parámetros π,

donde m es usualmente, pero no siempre, igual al número mínimo de dimensiones independientes originadas en todas las variables.

Las principales dimensiones son determinadas y las combinaciones de variables se hacen para obtener grupos dimensionales. Si un grupo se forma a través de otros ya sea por multiplicación, división o elevando a una potencia, estos no son independientes.

Distintos grupos dimensionales han sido utilizados en las ciencias térmicas. Cada grupo tiene un significado físico específico. Algunos de los parámetros dimensionales más importantes que se utilizan en mecánica de fluidos, transferencia de calor y transferencia de masa se muestran en la siguiente tabla:[30]

Tabla 1. Grupos adimensionales comúnmente utilizados en la Mecánica de fluidos y transferencia de calor y masa

Parámetro	Definición	Radio de efecto
Número de Reynolds	$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$	$\frac{Fuerzas\ de\ inercia}{Fuerzas\ viscosas}$
Número de Froude	$Fr = \frac{V^2}{gL}$	$\frac{Fuerzas\ de\ inercia}{Fuerzas\ gravitacional}$
Número de Mach	$M = \frac{V}{A}$	$\frac{Velocidad\ del\ flujo}{Velocidad\ del\ sonido}$
Número de Weber	$We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$	$\frac{Fuerzas\ de\ inercia}{Fuerzas\ de\ tensión\ superficial}$
Número de Euler	$Eu = \frac{\Delta p}{\rho V^2}$	$\frac{Fuerzas\ de\ presión}{Fuerzas\ de\ inercia}$
Número de Prantl	$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$	$\frac{Momento\ de\ difusión}{Difusión\ térmica}$

[30] JALURYA, Yogesh., Design and optimization of thermal systems, Segunda edición, CRC Press, New York, 2008.

Parámetro	Definición	Radio de efecto
Número de Peclet	$Pe = \frac{VL}{\alpha}$	$\frac{Transporte\ convectivo}{Transporte\ conductivo}$
Número de Eckert	$Ec = \frac{V^2}{C_p \Delta T}$	$\frac{Energía\ cinética}{Diferencia\ de\ entalpía}$
Número de Biot	$Bi = \frac{hL}{k}$	$\frac{Resistencia\ conductiva}{Resistencia\ convectiva}$
Número de Fourier	$Fo = \frac{\alpha\tau}{L^2}$	$\frac{Difusión\ térmica}{Almacenamiento\ térmico\ de\ energía}$
Número de Grashof	$Gr = \frac{g\beta\Delta T L^3}{\nu^2}$	$\frac{Fuerzas\ de\ flotabilidad}{Fuerzas\ viscosas}$
Número de Nusselt	$Nu = \frac{hL}{k_f}$	$\frac{Convecciòn}{Difusiòm}$
Número de Sherwood	$Sh = \frac{h_m L}{D_{AB}}$	$\frac{Transferencia\ convectiva\ de\ masa}{Fuerzas\ gravitacional}$
Número de Schmidt	$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}}$	$\frac{Impulso\ de\ difusión}{Masa\ de\ difusión}$

2.4.2.1 Semejanza Geométrica, Cinemática Y Dinámica:

Semejanza geométrica: Entre el modelo y el prototipo, existe semejanza geométrica, cuando las relaciones entre todas las dimensiones correspondientes u homólogas en el modelo y prototipo son iguales. Tales relaciones pueden escribirse:

$$\frac{L_{modelo}}{L_{prototipo}} = L_{rel} \qquad (2.15)$$

$$\frac{L_m}{L_p} = L_r \qquad (2.16)$$

$$\frac{A_{modelo}}{A_{prototipo}} = \frac{L^2{}_{modelo}}{L^2{}_{prototipo}} = L^2{}_{rel} = L^2{}_r \qquad (2.17)$$

Semejanza cinemática: Entre modelo y prototipo existe semejanza cinemática si:
(1) la trayectoria de las partículas móviles homologas son geométricamente semejantes
(2) las relaciones entre las velocidades de las partículas homólogas son iguales.
A continuación se dan las siguientes relaciones útiles:

Tabla 2. Relaciones útiles para la semejanza cinemática

Velocidad	$\frac{a_m}{a_v} = \frac{{L_m}/{T^2}_m}{{L_p}/{T^2}_p} = \frac{L_m}{L_v} : \frac{{T^2}_m}{{T^2}_p} = \frac{L_r}{{T^2}_r}$
Aceleración	$\frac{V_m}{V_v} = \frac{{L_m}/{T_m}}{{L_p}/{T_p}} = \frac{L_m}{L_v} : \frac{T_m}{T_p} = \frac{L_r}{T_r}$
Caudal	$\frac{Q_m}{Q_v} = \frac{{L^3}_m/{T_m}}{{L^3}_p/{T_p}} = \frac{{L^3}_m}{{L^3}_v} : \frac{T_m}{T_p} = \frac{{L^3}_r}{T_r}$

Semejanza dinámica: Entres dos sistemas semejantes geométricamente y cinemáticamente existe semejanza dinámica si las relaciones entre las fuerzas homólogas en modelo y prototipo son las mismas.

Las condiciones requeridas para la semejanza completa se obtienen a partir del segundo principio del movimiento de Newton, $\sum Fx = Max$. Las fuerzas que actúan pueden ser cualquiera de las siguientes, o una combinación de las mismas: fuerzas viscosas, fuerzas debidas a la presión, fuerzas gravitatorias, fuerzas debidas a la tensión superficial y fuerzas elásticas. Entre modelo y prototipo se desarrolla la siguiente relación de fuerzas:

$$\frac{\sum fuerzas\ (viscosas, de\ presiòn, graviotatorias, tensión\ superficial, elasticas)_m}{\sum fuerzas\ (viscosas, de\ presiòn, graviotatorias, tensión\ superficial, elasticas)_p} = \frac{M_m a_m}{M_p a_p} \quad (2.18)$$

La relación entre las fuerzas de inercia se desarrolla en la siguiente forma:

$$F_r = \frac{fuerza_{modelo}}{fuerza_{prototipo}} = \frac{M_m a_m}{M_p a_p} = \frac{\rho_m {L^3}_m}{\rho_p {L^3}_p}\ x\ \frac{L_r}{{T^2}_r} = \rho_r\ {L^2}_r \left(\frac{L_r}{T_r}\right)^2$$

$$F_r = \rho_r {L^2}_r {V^2}_r = \rho_r A_r {V_r}^2 \qquad (2.19)$$

Grupos adimensionales importantes en la Mecánica de Fluidos: En todos los problemas relacionados con la Mecánica de Fluidos, aparece siempre un número determinado de grupos adimensionales. Se observa cuales son, y por qué son estos y no otros. Así, a nivel general, se sabe que la suma de fuerzas que actúan sobre un fluido, puede provocar una aceleración del mismo:

$$\sum \vec{F} = m * \vec{a} \qquad (2.20)$$

Esta fuerza de inercia se puede expresar como:

$$m * \vec{a} = \rho * v^2 * L^2 \qquad (2.21)$$

Las fuerzas que componen el sumatorio de fuerzas son los másicos y las superficiales, y pueden ser:

a) Fuerzas másicos:

1) Fuerzas debido a la gravedad:

$$F_m = L^3 * \rho * g \qquad (2.22)$$

b) Fuerzas superficiales:

1) Fuerzas normales o de presión:

$$F_p = L^2 * \Delta p \qquad (2.23)$$

2) Fuerzas tangenciales o de fricción debido a la viscosidad:

$$F_{fricciòn} = L * \mu * \nu \qquad (2.24)$$

3) Fuerzas tangenciales debido a la tensión superficial:

$$F_\sigma = L * \sigma \qquad (2.25)$$

4) Fuerzas normales debido a la compresibilidad:

$$F_k = L^2 * k \qquad (2.26)$$

Sumando todas las fuerzas e igualando a las de inercia, se obtiene:

$$L^3 * \rho * g + L^2 * \Delta p + L * \mu * \nu + L * \sigma + L^2 * k = \rho * \nu^2 * L^2 \qquad (2.27)$$

Esta es una expresión que relaciona 8 magnitudes físicas:

$$f(l, \Delta p, \rho, g, \nu, \mu, k, \sigma) = 0 \qquad (2.28)$$

Como intervienen 3 magnitudes básicas (masa, longitud y tiempo), se han de obtener 5 grupos adimensionales:

Dividiendo la ecuación del $\sum F$ por las fuerzas de inercia, se obtiene:

$$\frac{L * g}{\nu^2} + \frac{\Delta p}{\rho * \nu^2} + \frac{\mu}{L * \nu^2 * \rho} + \frac{k}{\rho * \nu^2} = 1 \qquad (2.29)$$

Estos cinco números adimensionales, en general, se les da otra forma y se les asigna unos nombres particulares:

- Número de Reynolds.

$$Re = \frac{\rho * l * \nu}{\mu} = \frac{l * \nu}{\mu} \qquad (2.30)$$

Es el cociente entre las fuerzas de inercia y las fuerzas de fricción producidas por la viscosidad.

- Número de Euler.

$$Eu = \frac{\nu}{\sqrt{2 * \frac{\Delta p}{\rho}}} \qquad (2.31)$$

Representa la raíz cuadrada del cociente entre las fuerzas de inercia y las de presión.

- Número de Froude.

$$Fr = \frac{\nu}{\sqrt{l * g}} \qquad (2.32)$$

Es la raíz cuadrada del cociente entre las fuerzas de inercia y las de gravedad.

- Número de Mach.

$$Ma = \frac{\nu}{\sqrt{\frac{k}{\rho}}} \qquad (2.33)$$

Es la raíz cuadrada del cociente entre las fuerzas de inercia y las de elasticidad. Siendo $\sqrt{\frac{k}{p}}$ la velocidad del sonido en el fluido en cuestión.

- Número de Weber.

$$We = \frac{v}{\sqrt{\frac{\sigma}{\rho * l}}} \qquad (2.34)$$

Es la raíz cuadrada del cociente entre las fuerzas de inercia y las debidas a la tensión superficial.

Aplicaciones del Análisis dimensional:

- Detección de errores de cálculo.
- Resolución de problemas cuya solución directa conlleva dificultades matemáticas insalvables.
- Creación y estudio de modelos reducidos.
- Consideraciones sobre la influencia de posibles cambios en los modelos, etc.

3. ANÁLISIS Y MODELADO DE LOS COMPONENTES DE UN SISTEMA TÉRMICO.

Hoy en día el modelado es primordial para el ingeniero. Modelar es el paso a seguir después de describir el sistema real o el fenómeno físico.

La gran ventaja de utilizar la técnica del modelado, es que ella permite ampliar el campo de aplicaciones de un equipo o componente.

El uso de modelos hace necesario acudir a procesos de prueba y error, y el resultado de esto indicará si es necesaria una modificación de las hipótesis utilizadas para la creación del modelo. Esto resulta, en que no existe un modelo completamente óptimo para la descripción de un sistema, pero esto nos permite concluir que el modelado es un campo de investigación que permanece siempre abierto.

Los componentes de un sistema térmico se pueden modelar de tres maneras características:

- Modelado por transferencia de calor
- Modelado por termodinámica
- Modelado por mecánica de fluidos

Además los principios básicos usados en el modelado son:[31]

- De conservación
- De transferencia

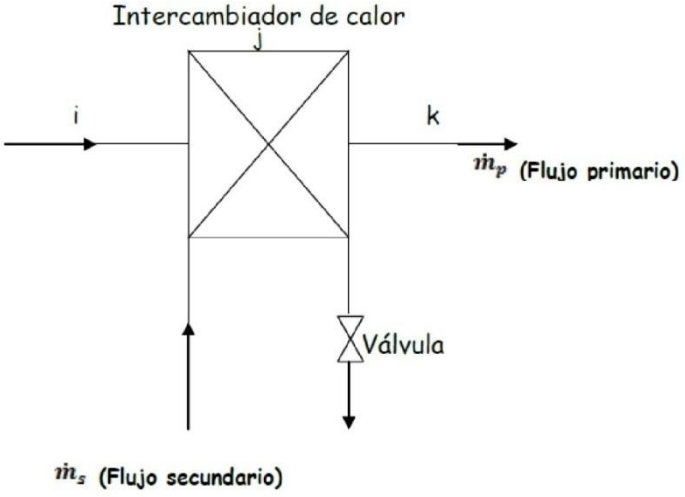
[31] HERNÁNDEZ MENDOZA, Oscar Saúl. MODELAMIENTO, SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS TÉRMICOS: BASES Y MODELOS. III Congreso Internacional de Electrónica y Tecnologías de Avanzada Pamplona – Norte de Santander 2003.

- ❖ De flujo de energía
- ❖ De flujo de materia

La creación de un modelo requiere seguir ciertos pasos, tales como:[32]

a. Análisis Técnico

Figura 3.1. Análisis técnico de un sistema térmico



Fuente: Autores

El análisis técnico requiere conocer:

- ❖ Estructura general del sistema
- ❖ Principios básicos a aplicar

b. Análisis físico

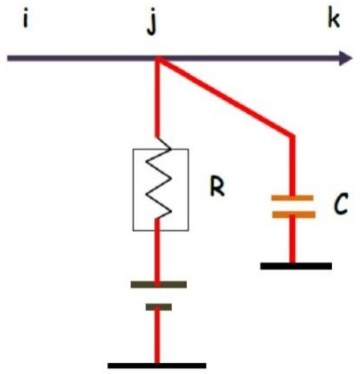
En la descripción del análisis físico se requiere:

- Deben aparecer los flujos esenciales del problema estudiado

[32] HERNÁNDEZ MENDOZA, Oscar Saúl. MODELAMIENTO, SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS TÉRMICOS: BASES Y MODELOS. III Congreso Internacional de Electrónica y Tecnologías de Avanzada Pamplona – Norte de Santander 2003.

- Definir caminos de análisis del problema
- Se deben usar relaciones análogas, tales como analogías eléctricas o esquemas del componente usado indicando flujos de energía y de los fluidos usados.

Figura 3.2. Análisis físico de un sistema térmico



Fuente: Autores

c. Uso de ecuaciones matemáticas

Aquí se hace uso de los principios básicos, por ejemplo:

a. Primer principio de la termodinámica para sistemas abiertos o cerrados

❖ Circuito abierto

$$\sum \dot{Q} - \sum \dot{W} = \sum \dot{m}_j \, h_j + \frac{dU}{d\tau} \qquad (3.1)$$

❖ Circuito cerrado

$$\sum \dot{Q} - \sum \dot{W} = \frac{dU}{d\tau} \qquad (3.2)$$

Donde:

$U = f(T, c_i)$ = Variable de estado: energía interna del volumen de referencia

$\dot{m}_j$ = Flujo másico del fluido que circula

h_j = Entalpía específica del fluido que circula

$\dot{Q}$ = Flujo de energía calórica

$\dot{W}$ = Flujo de trabajo mecánico

b. Segundo principio de la termodinámica o ecuación de producción de la entropía

$$\frac{dS}{d\tau} = \sum \dot{m}_j s_j + \sum \int \frac{\delta \dot{Q}}{T} + \dot{P}_s \qquad (3.3)$$

Donde:

S = Entropía del volumen de referencia

s_j = Entropía específica del fluido

T = Temperatura absoluta a la cual el flujo de calor es recibido en el volumen de referencia.

$\dot{P}_s$ = Tasa de producción de entropía en el volumen de referencia.

c. Conservación de la materia

$$\dot{m}_j = \sum \dot{m}_{ij} \qquad (3.4)$$

Donde:

$\dot{m}_j$ = Tasa másico del volumen de referencia

$\dot{m}_{ij}$ = Flujo de materia i, entrando (<0) o saliendo (>0)

d. Conservación del momentum

$$F = \frac{d}{dT}(mV) \qquad (3.6)$$

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial T}\int \rho V dV_{vc} + \int \rho\, V(V \cdot \hat{n}) dA_{vc} \qquad (3.7)$$

3.1 ANÁLISIS Y MODELADO DE TRANSFERENCIA DE CALOR PARA CALENTADORES DE AIRE, BOMBAS, TURBINAS, TUBERÍAS, COMPRESORES, INTERCAMBIADORES DE CALOR, CALDERAS, VÁLVULAS, CONDENSADORES Y TORRES DE ENFRIAMIENTO.

Como es ya bien sabido, existen tres mecanismos de transferencia de calor que están presentes siempre que haya un potencial térmico que los favorezca. Estos son la conducción, convección y la radiación.

La existencia de uno o todos depende de las interacciones en el sistema, en algunos casos se puede prescindir de los efectos de la radiación por ejemplo. Esto no quiere decir sin embargo que no se puedan contemplar estos efectos, si no que tal suposición hará un poco más sencillo el análisis de los sistemas que se trataran a continuación.

Para empezar, en forma general se puede decir que el calor que se transfiere de un cuerpo dado se puede expresar como[33]:

$$Q = UA\Delta T_{ml} \qquad (3.8)$$

Donde el producto UA se puede hallar como:

$$UA = \frac{1}{R_{total}} \qquad (3.9)$$

[33] INCROPERA, Frank P. De WITT, David P. FUNDAMENTOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR, Cuarta edición, PRETINCE HALL. México 1999.

Donde R_{total} se puede hallar si se conoce la temperatura del cuerpo en la superficie de transferencia de calor dependiendo del caso.

Ahora, se tiene que ΔT_{mL} es la diferencia de temperatura media logarítmica, la cual depende de las condiciones del problema. Entonces, en general si se analiza la transferencia de calor entre dos fluidos se pueden tener los siguientes casos dependiendo de las variaciones de temperatura de estos:

- Si el cambio de temperatura de ambos fluidos es igual ($\Delta T_C = \Delta T_F$), se puede decir que $\Delta T_{mL} = \Delta T_C = \Delta T_F$.
- Si se tiene el caso de un cambio de fase, ya sea evaporación ($\Delta T_F = 0$) o condensación ($\Delta T_C = 0$), donde la diferencia de temperatura es diferente para los dos fluidos; o ya sea que se tenga flujo paralelo, se puede decir que[34]:

$$\Delta T_{mL} = \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_o / \Delta T_i)} \qquad (3.10)$$

- Si las variaciones de ambos fluidos fueran diferentes ($\Delta T_C \neq \Delta T_F$), o si se tiene flujo cruzado y demás condiciones no contempladas anteriormente, se tiene que:

$$\Delta T_{mL} = F \Delta T_{mL,CF} \qquad (3.11)$$

  Es decir, la forma apropiada de ΔT_{mL} se obtiene al aplicar un factor de corrección al calor de ΔT_{mL} que se calcularía bajo la suposición de condiciones de contraflujo. Para hallar el factor de corrección F, se tienen expresiones algebraicas cuyos resultados se grafican para los diferentes tipos de condiciones.

[34] Ver [12] página 591.

3.1.1 Calentadores De Aire[35]:

En general, el calentamiento del aire se puede hacer por medio de intercambiadores de tubos aleteados o por medio de regeneradores.

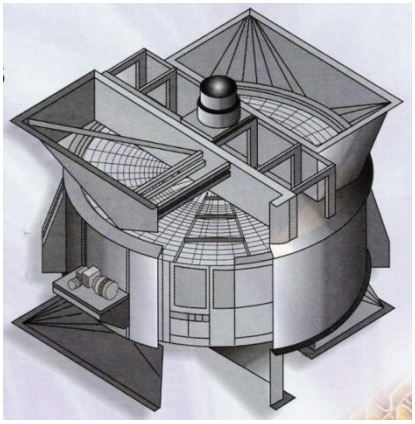
En una central térmica cuya fuente de energía es una caldera que quema gas, carbón o un combustible líquido; el objetivo de precalentar el aire es aumentar la eficiencia de esta, para así disminuir el consumo de combustible sin una disminución en la cantidad de energía extraída de la combustión. Por tanto, esta tarea, en los casos prácticos, está encomendada a los regeneradores. Esto se hace así, debido a que un calentador de tubos aleteados requiere de un gran volumen para transferir el calor necesario, para llevar la temperatura del aire a la requerida, mientras que un regenerador transfiere el mismo calor con un menor volumen.

Igualmente se puede tener un sistema de aire acondicionado de un gran establecimiento donde se usan regeneradores para pre-enfriar el aire que va hacia la unidad de enfriamiento.

La función de un regenerador es la de extraer o suministrar calor a una corriente de aire ó gas que fluye en contraflujo respecto a otra. Las dos corrientes fluyen alternadamente a través de una matriz de gran capacidad de almacenamiento de calor. El calor cedido por el fluido caliente es almacenado en la matriz, haciendo aumentar su temperatura y posteriormente se transfiere al fluido frío cuando esta pasa por la matriz, enfriándola. La figura 3.3 muestra un regenerador rotativo.

[35] MILLS, Anthony F. TRANSFERENCIA DE CALOR, McGraw Hill / IRWIN, Colombia 1997.

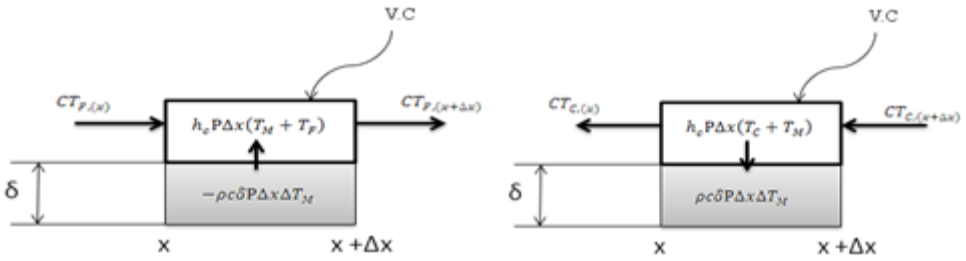
Figura 3.3. Regenerador rotativo



Fuente: http://www.mylsa.ws/esp/esp.pdf

En la mayoría de los casos, los regeneradores se usan para flujos equilibrados, es decir, cuando las capacidades térmicas de flujo son iguales, $C_C = C_F = C$, donde $C = \dot{m}c_p$ [J/K*s]. La figura 3.4 muestra un esquema del volumen de control para el paso del fluido caliente y el frío, donde δ es el espesor de la pared y la temperatura de la matriz T_M es constante a través de la pared.

Figura 3.4. Volúmenes de control para un regenerador en general para calentamiento y enfriamiento respectivamente.



Fuente: Autores

Si la matriz está expuesta al fluido frío durante τ partiendo desde $t = 0$, y al caliente desde τ hasta 2τ, se puede hacer el balance de energía para los dos casos y se tendrá lo siguiente:

$$CT_{F,(x)} + h_c \mathrm{P} \Delta x (T_M + T_F) = CT_{F,(x+\Delta x)} \qquad (3.12)$$

$$CT_{C,(x)} + h_c \mathrm{P} \Delta x (T_C + T_M) = CT_{C,(x+\Delta x)} \qquad (3.13)$$

Donde P es el perímetro de la superficie de transferencia de calor.

Para flujo en contracorriente. Analizando el regenerador para fluidos gaseosos, se puede despreciar el almacenamiento de energía. Ahora, si se reordena y se divide entre Δx, haciendo luego que $\Delta x \rightarrow 0$ se tiene:

$$C \frac{\partial T_F}{\partial x} = h_c \mathrm{P} (T_M + T_F) \qquad (3.14)$$

$$C \frac{\partial T_C}{\partial x} = h_c \mathrm{P} (T_C + T_M) \qquad (3.14)$$

Si la capacidad calorífica de un elemento de la matriz de longitud Δx es $\rho c \delta P \Delta x$ y donde la variación de temperaturas en esta es ΔT_M, haciendo el balance de energía se tendrá que:

$$-\rho c \delta \mathrm{P} \Delta x \Delta T_M = h_c \mathrm{P} \Delta x (T_M - T_F) \Delta t \qquad (3.16)$$

Aquí se ha asumido que la conducción axial es muy pequeña, luego dividiendo en Δx y haciendo $\Delta x \rightarrow 0$ se tiene:

$$-\rho c \delta \mathrm{P} \frac{\partial T_M}{\partial t} = h_c \mathrm{P} (T_M - T_F) \qquad (3.17)$$

Si el fluido calienta la matriz,

$$-\rho c \delta \mathrm{P} \frac{\partial T_M}{\partial t} = h_c \mathrm{P}(T_C - T_M) \qquad (3.18)$$

Reescribiendo las ecuaciones 3.14 y 3.17 en función de las variables adimensionales independientes $x^* = x/L$ y $t^* = t/\tau$ se obtendrá que para $0 < t < \tau$,

$$C \frac{\partial T_F}{\partial x^*} = h_c \mathrm{PL}(T_M - T_F) = -C_R \frac{\partial T_M}{\partial t^*} \qquad (3.19)$$

Donde C_R es la capacidad térmica del regenerador de matriz dividida entre el tiempo de exposición. Para un matriz de intercambio de calor de masa M_M.

$$C_R = \frac{\rho c \delta \mathrm{PL}}{\tau} = \frac{c M_M}{\tau} \qquad (3.20)$$

Esta es independiente de la geometría de la matriz. Si se divide la ecuación 3.19 entre C_R,

$$\frac{\partial T_F}{\partial x^*} = NUT(T_M - T_F) = -R_R \frac{\partial T_M}{\partial t^*} \qquad (3.21)$$

Donde $NUT = h_c PL/C$ y $R_R = C_R/C$.

Igualmente para el calentamiento de la matriz se tiene,

$$\frac{\partial T_C}{\partial x^*} = NUT(T_C - T_M) = R_R \frac{\partial T_M}{\partial t^*} \qquad (3.22)$$

Estas ecuaciones diferenciales parciales 3.21 y 3.22 se pueden resolver numéricamente. Se observa además que para un regenerador rotativo como el de la figura 3.3 que gira con velocidad angular ω rad/seg, y si la matriz está expuesta

al flujo caliente desde $\theta = 0$ hasta Θ y al flujo frío desde $\theta = \pi$ hasta $\pi + \Theta$, los resultados anteriores son válidos reemplazando t por θ y τ por Θ/ω; además,

$$C_R = cM_M/(\Theta/\omega).$$

En la figura 8.25 de [36], página 791 se dan unas curvas donde se muestra:

$$\varepsilon = \frac{\overline{T}_{F,sal} - T_{F,ent}}{T_{c,ent} - T_{F,ent}} \qquad (3.23)$$

Donde $\overline{T}_{F,sal}$ es la media calculada sobre un semiciclo.

Se pueden obtener soluciones analíticas para dos casos límite:

Caso 1: $R_R \gg$ NUT. Cuando el tiempo característico τ es pequeño, lo cual se obtiene en la práctica por medio de un intercambiador tipo rueda que gira a una velocidad suficientemente elevada, las ecuaciones 3.21 y 3.22 muestran que $\frac{\partial T_M}{\partial t^*}$ tiende a cero, es decir que la temperatura de la matriz depende solo de la distancia axial y no del tiempo ni de θ. Por tanto para esta situación se tiene que:

$$\varepsilon = \frac{NUT}{1 + NUT} \qquad (3.24)$$

$$NUT = \frac{h_c \mathrm{P} L}{2C} \qquad (3.25)$$

Ahora, si los coeficientes de transferencia de calor de los lados caliente y frío no son iguales, se puede demostrar que la ecuación 3.25 conserva su validez si:

[36] Ver referencia [13]

$$NUT = \frac{UPL}{C} \qquad (3.26)$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_{c,C}} + \frac{1}{h_{c,F}} \qquad (3.27)$$

Note que el área de transferencia PL corresponde a una sola corriente y, por tanto, es igual a $\Theta/2\pi$ del área total de una rueda.

Caso 2: NUT $\gg$ R_R. Cuando h_c es grande se puede hacer $T_C = T_M$ y, de la ecuación 3.22,

$$\frac{\partial T_C}{\partial x^*} = R_R \frac{\partial T_C}{\partial x^*} = \frac{\partial T_C}{\partial (t^*/R_R)} \qquad (3.28)$$

Que establece que T_C no es función de x^* o de t^* de manera independiente, sino solo de la combinación de $x^* + (t^* / R_R)$. En forma similar, T_F es solo función de $x^* - (t^* / R_R)$.

De aquí se concluye que un frente de temperatura se desplaza como una onda de choque a través del regenerador. Mientras el flujo caliente pasa por la matriz, un frente caliente avanza en función lineal del tiempo; este frente caliente retrocede cuando el fluido frío regresa por el otro camino. En un regenerador real, la variación de temperatura no es discontinua debido a que h_c tiene un valor finito y la conducción axial en el interior de la matriz.

Ahora, para que el frente caliente tenga el tiempo suficiente tiempo para recorrer toda la matriz es necesario que $x^* = t^*/R_R$ para $x^* = 1$ y $t^* = 1$; es decir,

$$R_R = \frac{cM_M}{\dot{m}c_p\tau} = 1 \qquad (3.29)$$

Esta ecuación proporciona la combinación de la longitud y el semiperiodo necesario para que el frente recorra exactamente la longitud de la matriz. Si R_R es mucho mayor que la unidad, puede ser que la matriz sea innecesariamente larga o que la velocidad de rotación sea excesiva.

3.1.2 Bombas:[37]

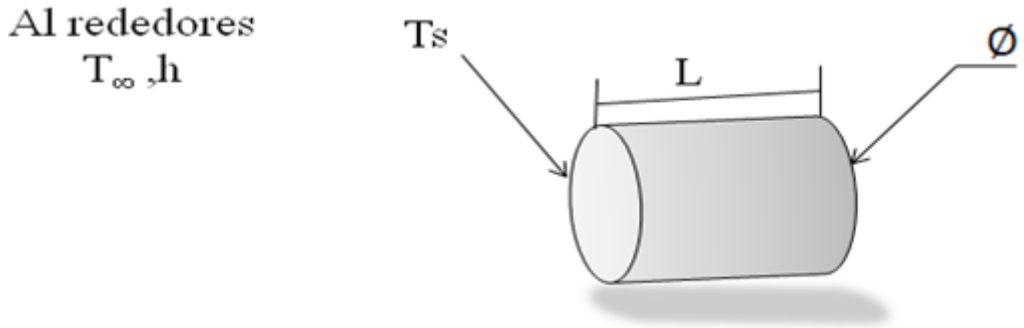
Las bombas en los sistemas térmicos en general son usadas para transportar fluidos de proceso como leche, jugos, combustibles, sustancias químicas, el agua que se va a pasar por la caldera para convertirla en vapor en una planta térmica o para cualquier otro fin que requiera transporte de un fluido en su fase líquida.

Dependiendo del sistema en cuestión, se puede tener que el fluido transportado esté a la temperatura ambiente, por lo cual la pérdida de calor de este muy probablemente no sea muy importante pues es pequeña; o se puede tener el caso que el fluido esté a una temperatura alta donde los efectos de la transferencia de calor son apreciables, pero la aplicación no requiere un control estricto de esta; o finalmente puede ser el caso de una central térmica donde el condensado sale a altas temperaturas y es definitivamente imperante mantener esta minimizando la pérdida de calor. Por tanto estas tres suposiciones ilustran someramente que el nivel de complejidad del modelo a usar para representar la transferencia de calor en un sistema dado depende de la necesidad de la aplicación o del proceso; y de la cantidad de datos con que se cuentan en el momento de plantear el modelo en cuestión.

[37] INCROPERA, Frank P. De WITT, David P. FUNDAMENTOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR, Cuarta edición, PRETINCE HALL. México 1999.

Llevando a cabo una simplificación de la forma geométrica del dispositivo en cuestión se hace una aproximación a un cilindro con diámetro constante como se muestra en la figura 3.5.

Figura 3.5. Forma cilíndrica aproximada de para bomba en general.



Fuente: Autores

Debido a que el comportamiento del fluido dentro de una bomba centrífuga o de desplazamiento positivo no es fácilmente modelable, solo se tendrá en cuenta los efectos de la convección en el exterior del equipo y se supondrá que es conocida la temperatura de la pared interna de la carcasa de la bomba.

De este modo se tienen los siguientes casos:

Si $\frac{Gr}{Re} \ll 1 \rightarrow$ Convección forzada

Si $\frac{Gr}{Re} \approx 1 \rightarrow$ Convección libre y forzada simultáneamente

Si $\frac{Gr}{Re} \gg 1 \rightarrow$ Convección libre

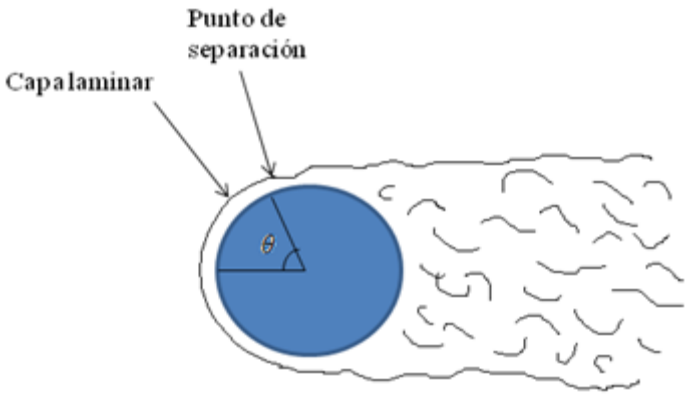
- Convección forzada.

Para esta condición como para la de convección libre o natural, se puede presentar que el flujo sea laminar o turbulento dependiendo del valor del número de Reynolds. Ahora bien, como ya se ha asumido una forma cilíndrica e isotérmica (T_s = cte), están dadas las siguientes condiciones respecto a la condición de flujo:

Si $Re \equiv \frac{VD}{\nu} \precsim 2e5$

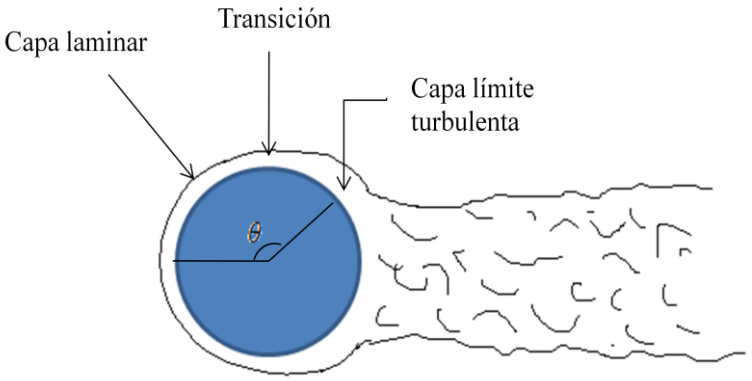
Donde θ ≈ 80°

Figura 3.6. Representación flujo laminar



Si $Re \equiv \frac{VD}{\nu} \succsim 2e5$

Figura 3.7. Representación flujo turbulento



Donde θ ≈ 140°

Para el flujo alrededor de un cilindro Hilpert proporciona una correlación empírica para el número de Nusselt promedio de la siguiente forma:[38]

$$Nu_D = CRe_D{}^m Pr^{1/3} \qquad (3.30)$$

Para esta correlación, las propiedades se evalúan en la temperatura de película.

$$T_F = \frac{T_S - T_\infty}{2} \qquad (3.31)$$

También se puede usar la ecuación de Zhukauskas[39]:

$$\overline{N}u_D = CRe^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_S}\right)^{1/4} \qquad (3.32)$$

La cual está definida para 0.7< Pr < 500; y para 1 < Re_D < 10^6.

En esta ecuación todas las propiedades se deben evaluar en la temperatura de película a excepción de Pr_S que se evalúa en T_S. También se tiene que si $Pr \leq 10, n = 0.37$; mientras que si $Pr > 10, n = 0.36$.

Por último, Churchill y Bernstein [12] propusieron una correlación para todo el rango de Re_D para el que se dispone de datos, así como un amplio rango de Pr.

Esta ecuación se recomienda para todo $Re_D Pr > 0.2$:

[38] Donde C y m se toman de la tabla 7.2 [12] página 370.

[39] C y m se toman de la tabla 7.4 de [12] página 371.

$$\overline{N}u_D = 0.3 + \frac{0.62{Re_D}^{1/2}Pr^{1/3}}{[1+(0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \qquad (3.33)$$

Donde todas las propiedades se evalúan en la temperatura de película.

En este punto, es importante resaltar que para cálculos de ingeniería no se puede esperar una precisión mucho mejor que el 20%.

- Convección libre.

En este caso se debe analizar la convección para las placas planas de los extremos de la bomba y para el perfil circular de esta como se puede observar en las figuras 3.8 y 3.9 respectivamente.

Se tiene entonces para el primer caso mencionado que si $Ra_L \lesssim 10^9$, se tiene flujo laminar:

$$Ra_L = GrPr = \frac{g\beta(T_S - T_\infty)L^3}{\nu^2} \qquad (3.34)$$

Donde $\beta = \frac{1}{T}$ para un gas ideal

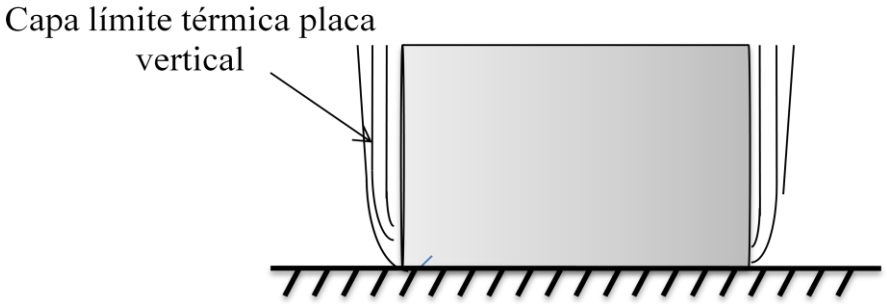
Donde g es la gravedad [m/seg^2] y T [K].

Churchill y Chu[40] propusieron la siguiente correlación para todo el intervalo de Ra_L:

$$\overline{N}u_L = \left\{0.85 + \frac{0.387{Ra_L}^{1/6}}{[1+(0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 \qquad (3.35)$$

[40] INCROPERA, Frank P. De WITT, David P. FUNDAMENTOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR, Cuarta edición, PRETINCE HALL. México 1999.

Figura 3.8. Capa límite para las placas planas de las caras del modelo de la bomba.



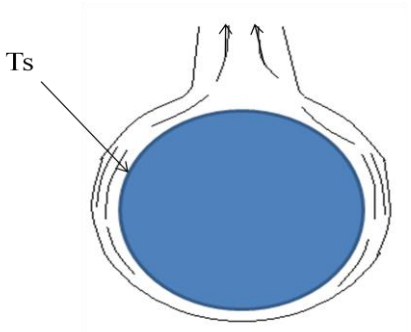
Fuente: Autores

Para el flujo laminar se obtiene mayor precisión con[41]:

$$\overline{N}u_L = 0.68 + \frac{0.670{Ra_L}^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}} \qquad (3.36)$$

Donde todas las propiedades están evaluadas en la temperatura de película para placa isotérmica (T_S = cte).

Figura 3.9. Convección natural en un cuerpo de sección circular.



[41] INCROPERA, Frank P. De WITT, David P. FUNDAMENTOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR, Cuarta edición, PRETINCE HALL. México 1999.

Fuente: Autores

Ahora, para la convección en el perfil circular del modelo de la bomba como se muestra en la figura 3.7, se tiene que Churchill propone:

$$\overline{N}u_D = \left\{0.60 + \frac{0.387{Ra_D}^{1/6}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\} \qquad (3.37)$$

Para un amplio rango del número de Rayleigh y para cilindro isotérmico.

Ahora, también se puede hallar el Nusselt promedio como sigue[42]:

$$\overline{N}u_D = \frac{\overline{h}D}{k} = C{Ra_D}^n \qquad (3.38)$$

- Convección mezclada (forzada y libre simultáneas).

Para este caso la solución está dada por:

$$Nu^n = {Nu_f}^n \pm {Nu_N}^n \qquad (3.39)$$

Donde Nu_f corresponde al hallado para convección forzada y Nu_N al de convección natural. Igualmente el signo en la ecuación depende de si hay flujo asistido (+) que se presenta cuando el empuje va en la misma dirección del flujo; o si es flujo opuesto (-), que se da cuando el empuje es opuesto al flujo.

El exponente por lo general es tomado como n = 3, pero se tiene también que si hay flujo transversal (cuando el empuje y el flujo son perpendiculares) en placas horizontales, n = 3.5; mientras que si hay flujo transversal en un cilindro o esfera, n = 4.

[42] Donde C y n se toman de la tabla 9.1 de [12] página 501.

Con lo anteriormente expuesto, se tiene que ya es posible determinar las pérdidas de calor por convección relativas al exterior de la bomba, pero el calor que cede el fluido estará dado por la resistencia térmica total y por las temperaturas del medio exterior y del fluido que desplaza la bomba así:

$$Q = UA\,\Delta T \qquad (3.40)$$

Donde U es el coeficiente global de transferencia de calor, A es el área de las superficies de transferencia de calor y ΔT es la diferencia de temperaturas entre exterior y la superficie interna de la carcasa.
Ahora UA está dado por [12]:

$$\frac{1}{UA} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_c L} + \frac{1}{2\pi r_2 h_{\infty,o} L} \qquad (3.41)$$

Donde L es la longitud como se muestra en la figura 3.5, $h_{\infty,o}$ es el coeficiente de convección del medio exterior y k_c es la conductividad del material de la carcasa. Todas las unidades deben estar en el S.I.

3.1.3 Turbinas

En este caso, debido a la complejidad de los fenómenos que ocurren en el flujo de vapor al interior de esta, se puede hacer una aproximación como la que se hizo para la bomba para simplificar el análisis con la consideración que la turbina puede estar recubierta por un aislamiento como en una planta térmica; o puede que no lo esté, pero alrededor hay un flujo de aire a alta velocidad con en las aplicaciones aeroespaciales o cualquier otra consideración que se deba hacer dependiendo de la aplicación.

Entonces si se toma la forma simplificada a un cilindro de la figura 3.5 para la turbina, se puede hacer el mismo análisis ya expuesto anteriormente, solo que en la ecuación 3.42 se debe agregar la resistencia térmica correspondiente al aislamiento, en el caso que este esté presente.

$$\frac{1}{UA} = \frac{\ln (r_2/r_1)}{2\pi k_c L} + \frac{\ln (r_3/r_2)}{2\pi k_a L} + \frac{1}{2\pi r_3 h_{\infty,o} L} \qquad (3.42)$$

Donde k_a es la conductividad térmica del aislamiento. Por tanto el calor puede ser igualmente hallado por medio de la ecuación 3.40 para las condiciones respectivas a la turbina.

Si se tuviera el caso de una turbina a reacción para un avión, para un bote o para cualquier otra aplicación de transporte, seguramente habría convección forzada en el exterior de esta, por lo cual se deberá hallar el coeficiente de convección para este caso como se explicó en la sección anterior.

3.1.4 Tuberías[43]:

Seguramente en muchos de los sistemas térmicos estudiados y en otros habrá necesidad de transportar fluidos para procesos o para algún otro fin por medio de tuberías. Por supuesto, dependiendo de la aplicación, puede que sea relevante el control de la temperatura del fluido por como en una planta de vapor, por lo cual se debe tener en cuenta la transferencia de calor a través de esta; o quizás no lo sea como sería el caso para una planta procesadora de carnes donde se use agua para lavar las instalaciones, por lo cual este factor no afecta el funcionamiento del proceso. Por esta razón, se ve que el tipo de análisis depende de la aplicación y de los datos que se tengan.

[43] INCROPERA, Frank P. De WITT, David P. FUNDAMENTOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR, Cuarta edición, PRETINCE HALL. México 1999.

Al analizar la transferencia de calor por convección que se produce debido al flujo interno de vapor en la tubería, se puede tener que la temperatura de la superficie externa sea constante (Ts = cte) o que el flujo de calor en la misma sea constante. Para que lo primero ocurra, debería haber al exterior de la línea un proceso de cambio de fase (ebullición o condensación), pero en contraposición, para que ocurra lo segundo tendría que haber una fuente de calor, es decir una resistencia eléctrica que caliente la superficie por ejemplo. Por tanto, antes que nada se debe determinar qué condiciones se tienen.

Si flujo de calor superficial constante:

$$q_{conv} = q''_s(P * L) \qquad (3.43)$$

Donde q''_s es el flujo de calor [W/m^2], P el perímetro [m] y L la longitud [m].

En este caso, se tendrá que

$$Nu_D = 4.36 \quad q''_s = cte \qquad (3.44)$$

Si temperatura superficial constante:

$$q = \overline{h} A_s \Delta T_{ml} \qquad (3.45)$$

Donde ΔT_{mL} es la diferencia de temperatura media logarítmica y se expresa como:

$$\Delta T_{mL} = \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_o / \Delta T_i)} \qquad (3.46)$$

Con:

$\Delta T_o = T_s - T_{m,o}$ $\Delta T_i = T_s - T_{m,i}$

Donde T_s es la temperatura de la superficie interior de la tubería y $T_{m,i}$ y $T_{m,o}$ son la temperatura media a la entrada y a la salida respectivamente.

Ahora, teniendo en cuenta las condiciones en el exterior de la tubería (convección natural), se puede reemplazar en la ecuación 3.44 el coeficiente de convección promedio por el coeficiente global promedio de transferencia de calor:

$$q_{conv} = \overline{U} A_s \Delta T_{mL} \qquad (3.47)$$

Donde en la diferencia de temperatura media logarítmica se reemplaza T_s por T_∞. Además se tiene que:

$$\frac{1}{\overline{U}A} = R_{total} \qquad (3.48)$$

Dependiendo de las condiciones del flujo, se podría tener que si $Re_D \lesssim 2300$ entonces el flujo es laminar. Por tanto en la región completamente desarrollada:

$Nu_D = 3.66$ T_s = cte (3.49)

Donde para hallar h, la conductividad térmica se debe hallar a T_m.

Para la región de entrada, suponiendo longitud de entrada combinada (térmica y de velocidad), se tiene una correlación debida a Sieder y Tate de la forma:

$$\overline{N}u_D = 1.86 \left[\frac{Re_D Pr}{L/D}\right]^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14} \qquad (3.50)$$

Para: T_s = cte; $0.48 < Pr < 16700$; $0.0044 < \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right) < 9.75$.

Esta correlación se puede usar para $\left[\frac{Re_D Pr}{L/D}\right]^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14} \geq 0.2$. Si se tiene un valor inferior se puede hacer una buena aproximación con la ecuación 3.48.

Todas las propiedades en la ecuación 3.50 se deben evaluar en $\overline{T}_m = \frac{T_{m,i} + T_{m,o}}{2}$, a excepción de μ_s.

Para el caso de $Re_D > 2300$ se puede tomar flujo turbulento, aunque se requiere de $Re_D \geq 10.000$ para que se dé el flujo turbulento completamente.
Por tanto, aquí las correlaciones que se usan para hallar el número de Nusselt son empíricas.
La correlación de Dittus-Boelter para flujo turbulento completamente desarrollado (hidrodinámica y térmicamente) es de la forma:

$$Nu_D = 0.023 {Re_D}^{4/5} Pr^n \qquad (3.51)$$

Donde: $0.7 \leq Pr \leq 160$; $Re_D \lesssim 10.000$; $L/D \lesssim 10$.

Donde n = 0.3 para $T_s < T_m$, es decir calentamiento.

Esta correlación solo se usa para variaciones de temperatura pequeñas y moderadas ($T_s - T_m$) con todas las propiedades evaluadas en T_m. Esta relación se puede usar para las condiciones de temperatura superficial uniforme y de flujo de calor uniforme.

Si bien la ecuación de Dittus-Boelter es sencilla, ofrece errores de alrededor del 25%. Sin embargo se pueden tener errores menores al 10% con el uso de la ecuación que propuso Petukhov:

$$Nu_D = \frac{(f/8)Re_D Pr}{1.07 + 12.7\left(\frac{f}{8}\right)^{\frac{1}{2}}(Pr^{\frac{2}{3}} - 1)} \qquad (3.52)$$

Para: 0.5 < Pr < 2000; $10^4 < Re_D < 5*10^6$.

Donde el factor de fricción puede ser obtenido del diagrama de Moody.

Para números de Reynolds menores, Gnielinsky propuso:

$$Nu_D = \frac{\left(\frac{f}{8}\right)(Re_D - 1000)Pr}{1 + 12.7\left(\frac{f}{8}\right)^{\frac{1}{2}}(Pr^{\frac{2}{3}} - 1)} \qquad (3.53)$$

Para: 0.5 < Pr < 2000; $3000 < Re_D < 5*10^6$.

Donde según Petukhov, $f = (0.790 \ln Re_D - 1.64)^{-2}$, para el mismo rango de valores del número de Reynolds de la ecuación 3.53.

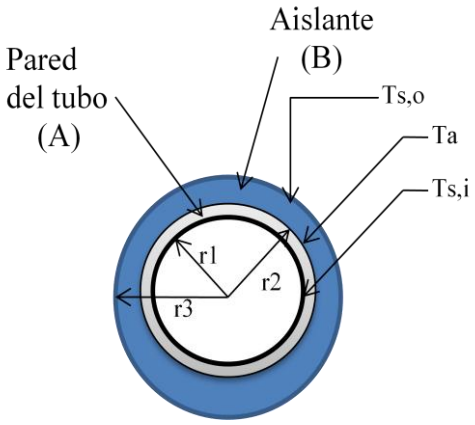
Esta ecuación dada para el coeficiente de fricción es usada para tubos suaves. Además todas las propiedades se deben evaluar en T_m.

Si se tuviera el caso de $2300 < Re_D < 10^4$, que corresponde a flujo en transición entre laminar y turbulento, es posible usar la ecuación 3.53 con buena precisión.

Finalmente, teniendo las herramientas para hallar el coeficiente de convección forzada para el flujo interno en la tubería y con las ecuaciones dadas anteriormente para la convección natural o para convección forzada según sea la aplicación, es posible determinar qué cantidad de calor pierde o gana el fluido por medio de la tubería.

Si se tiene el caso, por ejemplo, de una tubería aislada para el transporte de vapor como la que se muestra en la figura 3.10, se ve que se puede hacer el siguiente análisis:

Figura 3.10. Esquema de una tubería de transporte de vapor.



Fuente: Autores

$$\frac{1}{\bar{U}A_S} = \frac{1}{2\pi r_1 h_{\infty,i} L} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_A L} + \frac{ln(r_3/r_2)}{2\pi k_B L} + \frac{1}{2\pi r_3 h_{\infty,o} L} \qquad (3.54)$$

Donde $h_{\infty,i}$ y $h_{\infty,o}$ son los coeficientes de convección del vapor y del ambiente exterior respectivamente.

Entonces el espesor del aislante está dado por r_3 y r_2. Por tanto, conociendo las condiciones del flujo interno y de las condiciones del exterior se puede evaluar la cantidad de aislante necesaria para cumplir con los requerimientos del diseño térmico y los económicos.

3.1.5 Compresores

Los compresores son máquinas que tienen por finalidad aportar una energía a los fluidos compresibles (gases y vapores) sobre los que operan, para hacerlos fluir aumentando al mismo tiempo su presión. Por esta razón son encontrados en todas aquellas aplicaciones en que se requiera transportar fluidos en estado gaseoso como gasoductos, equipos de refrigeración, entre otras.

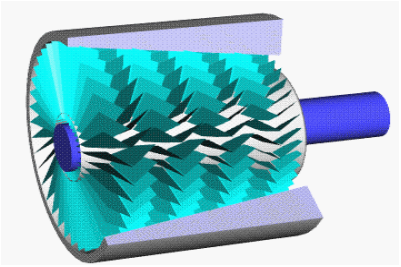
En un sistema térmico se puede encontrar, por ejemplo, compresores axiales en las turbinas a reacción y compresores reciprocantes que son usados para los ciclos de refrigeración. Aunque en realidad hay muchos tipos y clasificaciones, a continuación se enfoca en estos para dar una visión del análisis que se efectúa para estos equipos.

El aire en un compresor axial, ver figura 3.11, fluye en la dirección del eje del compresor a través de una serie de álabes móviles o álabes del rotor acoplados al eje por medio de un disco y una serie de álabes fijos o álabes del estator acoplados a la carcasa del compresor y concéntricos al eje de rotación. Cada conjunto de álabes móviles y álabes fijos forman una etapa del compresor[44].

Como se hizo para los casos de las turbinas y bombas, se puede hacer una simplificación para este tipo de compresor, donde por su principio de funcionamiento este puede ser aproximado a un cilindro hueco, donde se conoce la temperatura de la superficie interna y externa.

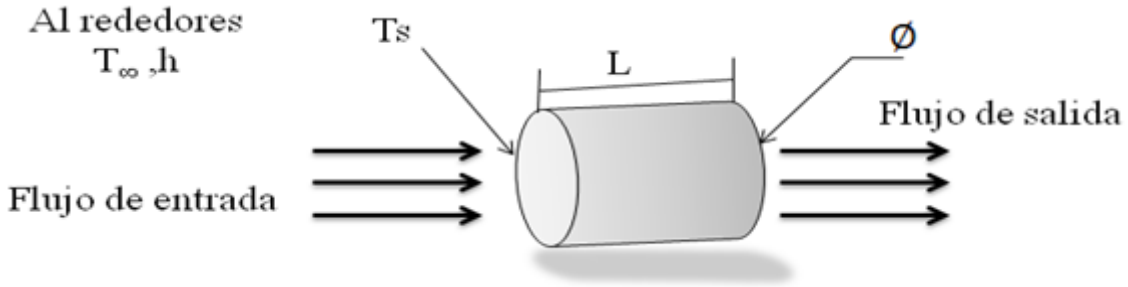
[44] http://www.uamerica.edu.co/tutorial/4turgas_text3_1.htm

Figura 3.11. Esquema general de un compresor axial



.**Fuente**: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/ca/Axial_compressor.gif

Figura 3.12. Simplificación de un compresor axial para el análisis de transferencia de calor.



Fuente: Autores

Si el compresor está aislado, se tiene que el análisis será tal como el de la turbina presentado en la sección 2 y se puede usar la ecuación 2.1 teniendo en cuenta el análisis de la sección 1 y omitiendo las superficies verticales.

En el caso que este no estuviese aislado, entonces se puede usar la ecuación 3.41 para hallar U y posteriormente la 3.40 para hallar el calor perdido.

En los compresores reciprocantes, se tiene que el gas es comprimido en una cámara por un pistón luego de ser succionado. Debido a esta compresión el fluido compresible se calienta por lo cual es necesario eliminar este calor para no afectar el funcionamiento del equipo.

Para empezar el análisis en este caso, para hallar el calor a retirar en un cilindro se debe tener en cuenta que el flujo en la cámara de compresión no es fácilmente modelable, por lo que se debe partir que la temperatura de la pared interna es conocida. Incluso, para obtener una buena aproximación de la temperatura de la superficie, se puede suponer un proceso politrópico sobre el fluido de la siguiente forma[45]:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} \qquad (3.55)$$

Donde para la compresión, las condiciones 1 son las del fluido al ingresar a la cámara (punto muerto inferior) y las condiciones 2 son las que se alcanzan cuando se hay comprimido, es decir, cuando el pistón está en el punto muerto superior. La constante k del exponente depende del gas, donde para el aire, por ejemplo, se tiene que $k = 1.4$. Para la expansión se invierten los subíndices, es decir, 1 para punto muerto superior y 2 para el inferior.

Para el calor transferido, si el cilindro está provisto de aletas, se tiene que la eficiencia global del arreglo de aletas será:

$$\eta_0 = \frac{q_t}{q_{máx}} = \frac{q_t}{hA_t\theta_b} \qquad (3.56)$$

Donde q_t es el calor que disipan las aletas, h el coeficiente de convección externo, A_t el área de superficie total y $\theta_b \equiv T_b - T_\infty$, donde los términos del miembro derecho son respectivamente la temperatura de la base de la aleta y del medio.
Ahora, la ecuación 3.56 se puede expresar también como[46]:

[45] ÇENGEL, Yunus A. BOLES, Michael A. TERMODINAMICA, Tomo I, Segunda edición, McGraw Hill. Colombia 1998.
[46] La eficiencia de de cada aleta η_f se puede hallar para cada tipo de aleta en la tabla 3.5 de [12] página 125.

$$\eta_0 = 1 - \frac{NA_f}{A_t}(1 - \eta_f) \qquad (3.57)$$

También se puede expresar la resistencia térmica del arreglo de aletas como:

$$R_{t,o} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_0 h A_t} \qquad (3.58)$$

Pero si se tiene que las aletas no hacen parte integral de la pared sino que estás se ensamblan a esta por soldadura u otro método, se debe expresar la resistencia térmica de contacto:

$$R_{t,o(c)} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_{0(c)} h A_t} \qquad (3.59)$$

Donde $\eta_{o(c)}$ es la eficiencia global de la superficie que se expresa como:

$$\eta_{0(c)} = 1 - \frac{NA_f}{A_t}\left(1 - \frac{\eta_f}{C_1}\right) \qquad (3.59a)$$

Donde:

$$C_1 = 1 + \eta_f h A_f \left(\frac{R^{"}_{t,c}}{A_{c,b}}\right) \qquad (3.59b)$$

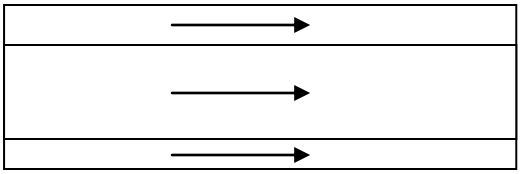
$R^{"}_{t,c}$ es la resistencia de conducción de la unión de la aleta a la pared del material. Con las resistencias térmicas se pueden usar las ecuaciones 3.40 y 3.41.

3.1.6 Intercambiador De Calor

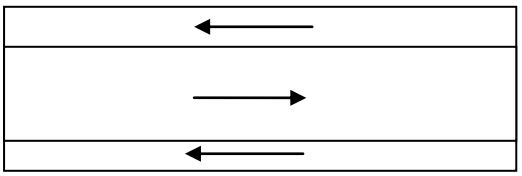
Tipos de intercambiadores:

- **Doble tubo**, es el más sencillo de los intercambiadores, consiste en dos tubos colocados concéntricamente por los cuales circula fluido. Dependiendo del sentido del flujo se clasifican en flujo paralelo y flujo contracorriente.

Figura 3.13. Flujo paralelo y contracorriente en un intercambiador de calor de doble tubo.



Flujo paralelo



Flujo contracorriente

Fuente: Los autores

- **Carcasa y tubo**, es el tipo de intercambiador más ampliamente utilizado en la industria. Consiste en que un fluido se hace pasar por los tubos y el otro fluido se pasa por la carcasa y alrededor de los tubos. Así como existen intercambiadores de varios pasos de tubos también existen de varios pasos de carcasa. La transferencia de calor se da fundamentalmente por conducción y convección desde un fluido caliente a otro frío, separados por una pared metálica.

- **Flujo cruzado**, los fluidos se mueven perpendicularmente uno con respecto al otro. Generalmente se utilizan en procesos de enfriamiento y calentamiento de gas y aire. Los tipos de flujo cruzado que existen se diferencian en que el fluido que incide sobre los tubos está mezclado o sin mezclar.

Consideraciones en el análisis de intercambiadores de calor:

- Flujo estable. Lo que implica que el flujo másico de ambos fluidos es constante al igual que las propiedades a las entradas y salidas.
- Los cambios en la energía cinética y en la potencial son despreciables.
- El calor específico se tomará como constante en algún valor promedio, en un intervalo específico de temperaturas.
- La conducción axial de calor se desprecia.
- Se supone que la superficie exterior del intercambiador está completamente aislada. Por tanto no se tiene pérdida de calor hacia el medio exterior y la única transferencia de calor se da entre los dos fluidos.

Análisis de los intercambiadores de calor:

Existen dos tipos de análisis de transferencia de calor. El primero es el análisis de diseño o dimensionamiento el cual se emplea cuando se desea conocer el área superficial y donde los estados de entrada de los fluidos, el coeficiente de transferencia de calor global y la transferencia de calor son conocidos. El segundo tipo de análisis es el de *rendimiento* que se utiliza para saber la transferencia de calor y de esta manera conocer las temperaturas de salidas de los fluidos frío y caliente; donde los estados de entrada de los fluidos frío y caliente, el coeficiente de transferencia de calor global, y el área superficial son dados.

Según la primera ley de la termodinámica y teniendo en cuenta las consideraciones anteriormente expuestas se infiere que la velocidad de transferencia de calor del fluido caliente es igual a la transferencia de calor hacia el fluido frío.

$$\dot{m}_h C_{ph}\left(T_{h,ent} - T_{h,sal}\right) = \dot{m}_c C_{pc}\left(T_{c,sal} - T_{c,ent}\right) \qquad (3.60)$$

En donde los subíndices c y h hacen referencia a los fluidos frío y caliente respectivamente.

$$\dot{m}_h, \dot{m}_c = Flujo\ másico$$

$C_{ph}, C_{pc} = \ Calores\ específicos$

$T_{c,sal,} T_{h,sal} = temperaturas\ de\ salida$

$T_{c,ent,} T_{h,ent} = temperaturas\ de\ entradas$

También se tiene que:

$$C_h\left(T_{h,ent} - T_{h,sal}\right) = C_c\left(T_{c,sal} - T_{c,ent}\right) \qquad (3.61)$$

Donde:

$C_h = Razón\ de\ capacidad\ calorífica\ o\ capacidad\ calorifica\ del\ fluido\ caliente$
$= \dot{m}_h C_{ph}$

$C_c = Razón\ de\ capacidad\ calorífica\ o\ capacidad\ calorifica\ del\ fluido\ frio$
$= \dot{m}_c C_{pc}$

La velocidad de la transferencia de calor en un intercambiador también se puede expresar de una manera análoga a la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{Q} = U A_s \Delta T_m \qquad (3.62)$$

Donde:

$U = Coeficiente\ de\ calor\ total$

$A_s = Area\ de\ transferencia\ de\ calor$

$\Delta T_m = diferencia\ promedio\ apropiada\ de\ temperatura\ entre\ los\ dos\ fluidos$

Coeficiente de transferencia de calor total:

Para un tubo se tiene que

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} = UA\Delta T = U_i A_i \Delta T = U_0 A_0 \Delta T \qquad (3.63)$$

Cancelando ΔT se tiene que:

$$\frac{1}{UA_s} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{U_0 A_0} = R = \frac{1}{h_i A_i} + R_{pared} + \frac{1}{h_0 A_0} \qquad (3.64)$$

Cuando el grosor de la pared del tubo es pequeña y la conductividad alta entonces se puede decir en general que $R_{pared} \approx 0$ y $A_i \approx A_0 \approx A_s$ por tanto la ecuación se simplifica

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_0} \qquad (3.65)$$

A continuación se analizarán los casos más frecuentes en intercambiadores de calor:

a) Alguno de los dos fluidos o ambos cambian de fase. El análisis de intercambiador de calor es inmediato si la temperatura de uno o de los dos fluidos es constante.

$\mathrm{T_h}$ y $\mathrm{T_c}$ son constante. Esta condición existe si el fluido frío está en ebullición y el fluido caliente se está condensando con sus temperaturas de saturación como temperaturas de referencias para definir los coeficientes de transferencia de calor. El flujo de calor,$\mathrm{U(T_h - T_c)}$ es uniforme y la transferencia de calor es

$$q = UA(T_h - T_c) \qquad (3.66)$$

Así, si la transferencia de calor es dada, el área superficial del intercambiador de calor puede ser determinada. Si el área superficial es conocida, la transferencia de calor puede ser hallada.

Con el cambio de fase, la transferencia de calor se relaciona con el flujo másico de condensación o ebullición.

$$\dot{m}_c = \frac{q}{(i'_{fg})_c} \qquad (3.67)$$

$$\dot{m}_B = \frac{q}{(i'_{fg})_B} \qquad (3.68)$$

El flujo másico de condensación es $\dot{m}_c$, y i'_{fg} es la entalpía de vaporización corregida para considerar el sub-enfriamiento del fluido. Usualmente,

$$i'_{fg} = i_{fg} + 0{,}68C_p\left(T_{sat} - T_{superficie}\right) \qquad (3.69)$$

Algunos de los dos $\mathrm{T_h}$ o $\mathrm{T_c}$ es constante (Uno de los dos fluidos está en cambio de fase). El segundo fluido está en una sola fase. En el caso de dos fluidos monofásicos, esta condición se aproxima cuando el producto del flujo másico y el calor específico de uno de los fluidos es mucho más grande que un producto similar del otro fluido.

T_h es constante (condensación de fluido caliente). $\mathrm{T_{Ci}}$ y $\mathrm{T_{Ce}}$ son la entrada y salida de temperaturas del fluido frío.

$$\ln\left(\frac{T_h - T_{Ce}}{T_h - T_{Ci}}\right) = -\frac{UA_s}{(\dot{m}C_p)_C} \qquad (3.70)$$

$$q = (\dot{m}C_p)_C(T_{Ce} - T_{Ci}) = \dot{m}_C i'_{fg} \qquad (3.71)$$

T_C es constante (Ebullición del fluido frío). T_{hi} y T_{he} son las temperaturas de entrada y salida del fluido caliente.

$$\ln\left(\frac{T_{he} - T_C}{T_{hi} - T_C}\right) = -\frac{UA_s}{(\dot{m}C_p)_h} \qquad (3.72)$$

$$q = (\dot{m}C_p)_h(T_{hi} - T_{he}) = \dot{m}_B i'_{fg} \qquad (3.73)$$

En las ecuaciones 3.71 y 3.73, $\dot{m}_C$ y $\dot{m}_B$ son la flujo másico de condensación y ebullición de fluido respectivamente. Con uno o con ambos fluidos en cambio de fase, el análisis proporcionado es válido para todos los tipos de intercambiadores de calor.

b) Ambos, fluido caliente y fluido frío son fluidos monofásicos. Se dan dos métodos de análisis, el método de Diferencia de temperaturas logarítmicas ($LMTD$) y el número de unidades de transferencia, método de la efectividad ($NTU - \varepsilon$). Si bien el método de $LMTD$ da como resultado soluciones directas para problemas de dimensionamiento, requiere una solución iterativa para problemas de rendimiento. Soluciones directas son posibles para ambos problemas. Los dos métodos son ilustrados para un intercambiador de contra flujo en la figura 3.14 con la siguiente nomenclatura.

$C_C = (\dot{m}C_p)_C = Flujo\ de\ capacidad\ del\ fliudo\ frio$

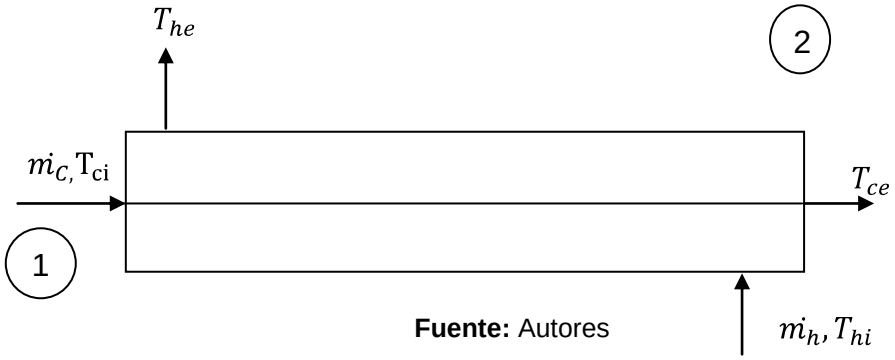
$C_h = (\dot{m}C_p)_h = Flujo\ de\ capacidad\ del\ fluido\ caliente$

$C_{r=}\frac{C_{min}}{C_{max}} = \mathrm{R}elacion\ de\ flujos\ de\ capacidad$

$$\Delta T_M = Diferencia\ media\ de\ temperatura\ del\ fluido\ caliente\ y\ frio$$

$$q = UA\Delta T_M \qquad (3.74)$$

Figura 3.14. Intercambiador de calor a contra flujo



Fuente: Autores

$$N = \mathrm{NTU} = \frac{\mathrm{UA}}{\mathrm{C_{min}}} \qquad (3.75)$$

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{max}} = efectividad \qquad (3.76)$$

q es la transferencia de calor real en un área infinita de un intercambiador de calor a contra flujo con los mismos estados de entrada de los fluidos y el coeficiente global de transferencia de calor

$$q_{max} = C_{min}(T_{hi} - T_{Ci}) \qquad (3.77)$$

- **Método de la LMTD:**

Las relaciones a usar son:

$$q = UA_s\Delta T_M \qquad (3.78)$$

$C_r = 1$

$$\Delta T_M = T_{hi} - T_{Ce} = T_{he} - T_{Ci} \qquad (3.79)$$

$C_r \neq 1$

$$\Delta T_M = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)} \qquad (3.80)$$

$$q = C_c(T_{Ce} - T_{Ci}) = C_h(T_{hi} - T_{he}) \qquad (3.81)$$

$$\Delta T_1 = (T_h - T_C)_1$$

$$\Delta T_2 = (T_h - T_C)_2 \quad (3.82)$$

Los subíndices 1 y 2 denotan los dos extremos del intercambiador de calor; ΔT_1 y ΔT_2 son las diferencias entre las temperaturas del fluido en los dos extremos.

Dimensionamiento: Dado C_C, C_h, T_{hi}, T_{Ci}, U, T_{he} (o T_{Ce}), y los flujos másicos de flujo, encontrar el área As requerida.

- Determinar q y T_{ce} (o T_{he}) de la ecuación 3.81.
- Encontrar ΔT_M de la ecuación 3.79 o 3.80.
- Encontrar As de la ecuación 3.78.

Rendimiento: Dado C_C, C_h, T_{hi}, T_{Ci}, U, As, y los flujos másicos de flujo, encontrar q, T_{he}, y T_{Ce}.

1. Si $C_r = 1$, Combinando las ecuaciones 3.79 y 3.81 se tiene

$$UA(T_{hi} - T_{Ce}) = C_C(T_{Ce} - T_{Ci}) \qquad (3.83)$$

Resolviendo para T_{Ce} y luego encontrando q y T_{he}.

2. Si $C_r \neq 1$: La solución es iterativa. Un método sugerido es
   a) Suponer T_{he} (o T_{Ce}). Encontrar T_{Ce} (o T_{he}) y q de la ecuación 3.81.
   b) Con las temperaturas terminales conocidas, computar ΔT_M de la ecuación 3.80 y q de la ecuación 3.78.
   c) Si el flujo de temperaturas en los pasos a) y b) son diferentes, regresar al paso a) y repetir los cómputos hasta que la diferencia entre los flujos de transferencia de calor calculado en los pasos a) y b) sea insignificantemente pequeño.

- **Método de NTU-ε:**

Para un intercambiador de calor a contraflujo, de las tablas se tiene:

$$q_{max} = C_{min}(T_{Hi} - T_{Ci}) \qquad (3.84)$$

$C_r = 1$ $\quad \varepsilon = \frac{NTU}{1+NTU}$ $\quad NTU = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}$

$C_r \neq 1$ $\quad \varepsilon = \frac{1-exp[-NTU(1-C_r)]}{1-C_r exp[-NTU(1-C_r)]}$ $\quad NTU = -\frac{1}{1-C_r}\ln\frac{1-\varepsilon}{1-C_r\varepsilon}$

Dimensionamiento: Con q y q_{max} conocidas, determinar ε. Encontrar NTU de la relación NTU-ε y As de el valor computado de de NTU.

Rendimiento: Con N conocida, encontrar ε de la relación ε-N. Encontrar q_{max} y q. Conociendo q, encontrar la temperatura de salida de los fluidos.

La diferencia media de temperaturas se usa en un intercambiador de calor a contra flujo con flujos de capacidad desigual es el LMTD dado

por la ecuación 3.80. La ecuación 3.80 puede ser usado por un intercambiador de calor de flujo paralelo para todas las flujos de capacidad. Para otros tipos de intercambiadores, la diferencia media de temperaturas se encuentra de:

$$\Delta T = F(LMTD)_{CF} \qquad (3.85)$$

3.1.7 Caldera

Consideraciones

- Caldera acuotubular, fluido de proceso fluye dentro de tubos.
- Calentamiento del fluido de proceso por radiación, debida a la llama de combustión, y por convección, por los gases calientes producto de la combustión.
- Se dividirá la caldera en tres zonas: la sección radiante, donde la transferencia de calor es por radiación en un porcentaje del 80%, la sección de convección, donde los tubos están fuera del alcance de la llama y los tubos tienen aletas para mejorar las condiciones de transferencia de calor, y la sección de blindaje o zona de choque, representan los primeros tubos de la zona de convección, aquí los tubos no tienen aletas.
- Pérdidas de calor en las paredes de la caldera 2% valor aceptable en diseño.

Modelos matemáticos en la sección radiante: La ecuación de Wilson, lobo y Hottel se usa para calcular el calor absorbido en la sección radiante.

$$R = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{G}{4200}\right)\sqrt{Q\alpha A_{cp}}\right]} \qquad (3.86)$$

Donde:

R = Fracción de calor liberado que es absorbido en la sección radiante

G = Relación Aire-Fuel [lb aire/lb fuel]

Q = Calor total liberado por la llama [BTU/hr](incluye calor de combustión combustible, calor sensible del aire, vapor o fuel sin precalentados

α = Factor para corregir espacio entre tubos

A_{cp} = Área del horno donde se han montado los tubos o área de plano frío

La solución de las ecuaciones de Lobo-Evans es una aproximación teórica más exacta de las ecuaciones de Wilson, lobo y Hottel. Este método considera como cuerpo radiante a los gases calientes en la cámara de combustión y como plano frío de absorción de radiación a los tubos.

$$Q_{rad} = 1.73x10^{-9}\alpha A_{cp} F_s \left(T_g{}^4 - T_m{}^4\right) \qquad (3.87)$$

Donde:

Q_{rad} = Calor absorbido por radiación [Btu/hr]

α = Factor para corregir espacio entre tubos

A_{cp} = Área de plano frío [ft^2]

F_s = Factor de intercambio de radiación desde los gases calientes

T_g = Temperatura de llama [R]

T_m= Temperatura de superficie metálica de tubos [R]

El calor absorbido en la zona radiante por convección está dado por

$$Q_{conv} = hA_t\left(T_g - T_m\right) \qquad (3.88)$$

Donde:

h = Coeficiente de convección de película para los gases del horno

A_t = Área exterior de los tubos, [ft^2]

Entonces:

$$Q_R = Q_{rad} + Q_{conv} = 1.73x10^{-9}\alpha A_{cp} F_s\left(T_g{}^4 - T_m{}^4\right) + 2x1.91\alpha A_{cp}\left(T_g - T_m\right) \quad (3.89)$$

Donde se tomó un valor medio de $^{A_t}/_{\alpha A_{cp}}$ de 1.91 y de h=2.0

Modelo matemático en la sección de convección: La sección de convección se calcula igual que un intercambiador de calor. Se puede decir que el tipo de flujo es de contra corriente. Entonces se puede utilizar la formula de la diferencia media logarítmica de temperatura LMTD, por tanto la ecuación de transferencia de calor es

$$Q_s = U_o A_o LMTD \quad (3.90)$$

Donde:

Q_s = Calor transferido en los tubos de choque, Btu/hr

U_o = Coeficiente global de transferencia de energía, Btu/hr-ft2-ºF

A_o = Área exterior de los tubos de choque, ft2

$LMTD$ = Diferencia media logarítmica de temperatura, ºF

U_o se obtiene por la formula ya analizada con anterioridad.

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_0} \quad (3.91)$$

Y donde h_0 está influenciado tanto por la convección como por los flujos de radiación de los gases y de las paredes del horno. Por tanto:

$$h_o = 1.6\left(\frac{G^2}{D}\right)^{0.33} T^{0.3} + 0.0025T - 1.65 \quad (3.92)$$

G = Velocidad másico de los gases alrededor de los tubos, jb/s-ft2

T = Temperatura media del gas, ºR

Esta última ecuación es válida para la zona de tubos desnudos y con aletas.

Para los tubos de choque hay que multiplicar el valor de la ecuación anterior por 1.75.

3.1.8 Válvulas

La consideración más generalizada de las válvulas consiste en que estas bajan la presión del fluido a entalpía constante. Por tanto la transferencia de calor es cero.

$$Q = 0 \qquad (3.93)$$

3.1.9 Condensador

El condensador es un tipo de intercambiador que se comporta como T_h*constante (condensación de fluido caliente)* estudiado con anterioridad.

3.1.10 Torres De Enfriamiento

Modelo matemático de la efectividad en torres de enfriamiento: En torres de enfriamiento la entalpía de saturación del aire no varía linealmente con la temperatura. Sin embargo, se puede escoger una inclinación promedio apropiada entre la entrada y la salida de las condiciones del agua, una relación de eficiencia puede ser derivada en términos de Cs (calor específico de saturación). Esta efectividad del lado aire, ε_a, es definida como la relación entre la transferencia de calor real y la máxima transferencia de calor posible del lado aire que ocurriría si la corriente de aire de salida estuviera saturada en la temperatura del agua recibida. (Ejemplo $h_{a,\,o}=h_{s,\,w,\,i}$).

El calor transferido real en términos de su efectividad se da luego como sigue:

$$Q = \varepsilon_a \dot{m}_a \left(h_{s,wi} - h_{a,i}\right) \qquad (3.94)$$

Donde $h_{s,\ w,\ i}$ es la entalpía de aire saturado en las condiciones de agua a la entrada, y $h_{a,\ i}$ es la entalpía de el aire recibido. Esto es análogo al intercambiador de calor a contra flujo seco, la efectividad del lado aire ε_a es evaluado:

$$\varepsilon_a = \frac{1 - exp[-NTU(1 - C_r)]}{1 - C_r exp[-NTU(1 - C_r)]} \qquad (3.95)$$

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{\dot{m}_a C_s}{\dot{m}_{w,i} C_{p,w}} \qquad (3.96)$$

El valor promedio para el calor específico de saturación se calcula como la pendiente promedio de los estados de entrada y salida del agua

$$C_s = \frac{h_{s,wi} - h_{s,wo}}{T_{w,i} - T_{w,o}} \qquad (3.97)$$

Donde $h_{s,\ w,\ o}$ es la entalpía de aire saturado a las condiciones de agua a la salida. La entalpía del aire a la salida y la temperatura del agua pueden luego ser determinado de las ecuaciones de balance de energía global.

3.2 ANÁLISIS Y MODELADO TERMODINÁMICO PARA CALENTADORES DE AIRE, TUBERÍAS, TURBINAS, BOMBAS, COMPRESORES, INTERCAMBIADORES DE CALOR, CALDERAS, VÁLVULAS, CONDENSADORES Y TORRES DE ENFRIAMIENTO.

La Primera ley de la termodinámica o primer principio de la termodinámica se postula a partir del siguiente hecho experimental:[47]

En un sistema cerrado adiabático que evoluciona de un estado inicial "A" a otro estado final "B", el trabajo realizado no depende ni del tipo de trabajo ni del proceso seguido.

Este enunciado supone formalmente definido el concepto de trabajo termodinámico. Este hecho experimental, por el contrario, muestra que para los sistemas cerrados adiabáticos, el trabajo no va a depender del proceso, sino tan solo de los estados inicial y final. En consecuencia, podrá ser identificado con la variación de una nueva variable de estado de dichos sistemas, definida como energía.

Se define entonces la energía, *E*, como una variable de estado cuya variación en un proceso adiabático es el trabajo intercambiado por el sistema:

$$\Delta E = +W \qquad (3.98)$$

Cuando el sistema cerrado evoluciona del estado inicial A al estado final B pero por un proceso no adiabático, la variación de la energía debe ser la misma, sin embargo, ahora, el trabajo intercambiado será diferente del trabajo adiabático anterior. La diferencia entre ambos trabajos debe haberse realizado por medio de

[47] http:// es.wikipedia.org/wiki/Primera_ley_de_la_termodin%C3%A1mica

interacción térmica. Se define entonces la cantidad de energía térmica intercambiada *Q* (calor) como:

$$Q = \Delta E - W \qquad (3.99)$$

Esta definición suele identificarse con la ley de la conservación de la energía y, a su vez, identifica el calor como una transferencia de energía.

El siguiente es el análisis de algunos elementos que intervienen en los procesos térmicos y su respectivo balance de energía.

3.2.1 Calentadores De Aire:

Los calentadores de aire son un tipo de intercambiador de calor donde dos corrientes de fluido en movimiento intercambian calor sin mezclarse, en este caso aire como su nombre lo indica.

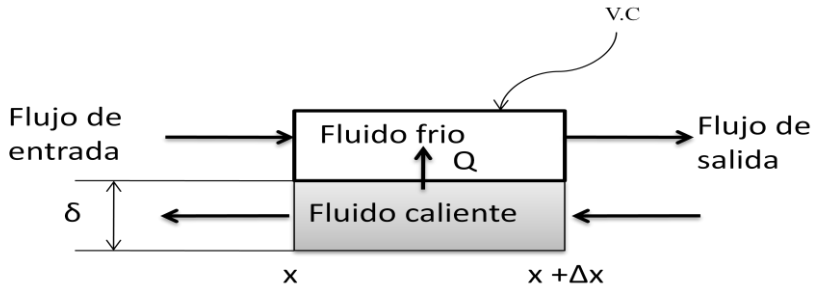
El principio de conservación de la masa para un intercambiador de calor en operación estable requiere que la suma de las tasas de flujo másico entrantes sea igual a las tasas que salen. Otra expresión del mismo principio es que en operación estable, la tasa de flujo másico de cada corriente de fluido que fluye por un intercambiador de calor permanece constante.

Estos dispositivos no presentan interacciones de trabajo por lo que ***w = 0*** y sus cambios de ***Ec*** y ***Ep*** son despreciables para cada corriente de fluido. Con respecto al flujo de calor se tiene que depende de cómo se elige el volumen de control.

Si el calentador está aislado y además se elige todo el equipo como volumen de control, seguramente no habrá calor que salga o entre al sistema. Pero si se elige

el volumen de control para uno de los dos fluidos, entonces la frontera será cruzada por el calor cuando fluya de un fluido a otro y Q no será cero.

Figura 3.15. Volumen de control para un elemento diferencial de un regenerador.



Fuente: Autores

De tal forma, se tiene que el balance de energía para el volumen de control que abarca todo el calentador será:

$$\sum_{F,e} \dot{m}h - \sum_{F,s} \dot{m}h = \sum_{C,e} \dot{m}h - \sum_{C,s} \dot{m}h \qquad (3.100)$$

3.2.2 Bombas[48]:

Sin duda este tipo de equipo corresponde a un sistema abierto el cual puede ser analizado como un dispositivo de flujo estable. Sin embargo, se deben señalar algunas consideraciones que deben ser tenidas en cuenta para el análisis:

- Como primera medida se supone operación bajo condiciones de flujo estable.
- El flujo de calor se puede aproximar a cero, ya que en la mayoría de las aplicaciones en sistemas térmicos la diferencia de temperaturas entre el fluido bombeado y el ambiente no es significativamente grande. Si así fuera,

[48] MARADEY CHARRYS, Juan F., TERMODINAMICA APLICADA, 1ª edición, Ediciones Universidad Industrial de Santander. Colombia 2002.

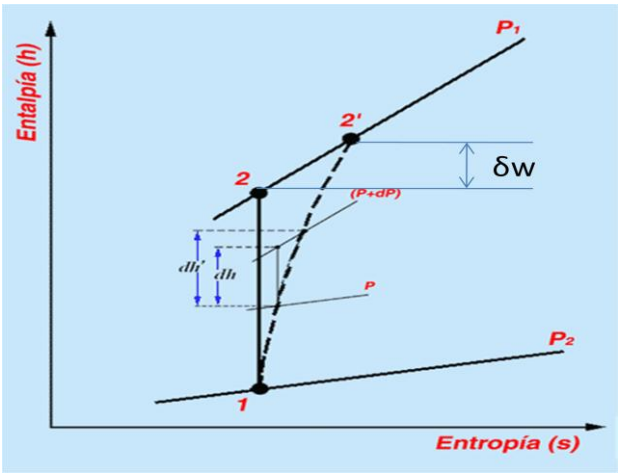
seguramente este efecto sería muy pequeño comparado con el trabajo suministrado, además que esta estaría aislada.

- Se asume que este equipo es estacionario, por lo cual los cambios de energía cinética y potencial se pueden despreciar (ΔEc=0; ΔEp=0).

Además de lo anterior, es necesario resaltar el hecho que el trabajo necesario para subir la presión de un fluido incompresible es menor que el que se necesita para hacer lo mismo con uno compresible. Esto se puede ver más claramente si se analiza la ecuación ***w = v*Δp***, donde v es el volumen específico del fluido. De aquí se puede ver que para que el consumo del equipo sea de 1 KJ, el cambio de presión del fluido incompresible debe ser de aproximadamente 10 bar.

Dicho esto, el trabajo que consume una bomba en un sistema térmico puede ser despreciado en algunos casos con respecto a otros consumos. Este es el caso de las plantas de generación térmica donde las presiones de caldera no son demasiado altas (menos de 1000 MW). En el caso de plantas de alta presión este debe ser considerado.

Figura 3.16. Diagrama h-s de los procesos real e isoentrópico de una bomba adiabática.



Fuente: http://www.uamerica.edu.co/tutorial/images/figuras/figura61.gif

De acuerdo a la figura 3.16, se observa el proceso ideal vs real, por lo tanto se puede expresar el rendimiento isoentrópico como sigue:

$$\eta_b = \frac{Trabajo\ isoentrópico}{Trabajo\ real} = \frac{w}{w'} \qquad (3.101)$$

Si además se plantea la ecuación de la primera ley para la bomba como un sistema abierto en flujo estable que trabaja entre los estados 1 y 2, se tiene que:

$$w_b = h_2 - h_1 \qquad (3.102)$$

Por tanto el rendimiento se puede escribir también de la siguiente forma:

$$\eta_b = \frac{h_2 - h_1}{h_2' - h_1} = \frac{\nu(p_2 - p_1)}{h_2' - h_1} \qquad (3.103)$$

Ahora, el trabajo adicional que se debe suministrar será δw, el cual corresponde a la diferencia de entalpías en la presión de salida como sigue:

$$\delta w = h_2' - h_2 = (1 - \eta_b)(h_2' - h_1) \qquad (3.104)$$

Este trabajo se debe suministrar para vencer las irreversibilidades internas en la bomba.

3.2.3 Turbinas[49]:

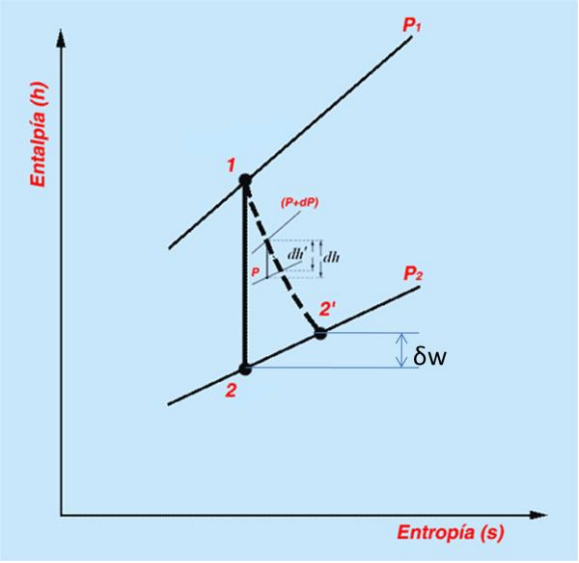
En una turbina bajo operación estable, el estado de entrada del fluido y la presión de escape son fijos. En razón de esto, bajo la consideración de $Ec, Ep\ y\ Q$ iguales

[49] ÇENGEL, Yunus A. BOLES, Michael A. TERMODINAMICA, Cuarta edición, McGraw Hill. Mexico 2004.

a cero, se tiene que el proceso ideal para una turbina se puede representar por un proceso isoentrópico entre el estado de entrada y la presión de escape. De aquí, el rendimiento isoentrópico de una turbina estará dado por:

$$\eta_t = \frac{Trabajo\ real\ de\ la\ turbina}{Trabajo\ isoentrópico\ de\ la\ turbina} = \frac{w}{w'} \qquad (3.105)$$

Figura 3.17. Proceso de expansión en una turbina en un diagrama h-s



Fuente: http://www.uamerica.edu.co/tutorial/images/figuras/figura61.gif

Como se ve en la figura 3.17, debido a las irreversibilidades hay una pérdida de trabajo la cual se puede expresar como:

$$\delta w = h_{2'} - h_2 = (1 - \eta_t)(h_1 - h_2) \qquad (3.106)$$

Y de la misma figura se tiene que el rendimiento isoentrópico de la turbina es:

$$\eta_t = \frac{h_1 - h_{2'}}{h_1 - h_2} \qquad (3.107)$$

Como en el caso de los compresores, el rendimiento de la turbina depende directamente del diseño de esta, tanto así que para los mejores se obtienen rendimientos isoentrópicos superiores al 90%.

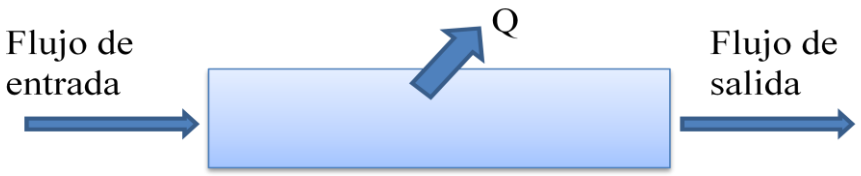
La mayoría de las turbinas tienen más de una etapa. Sin embargo, las relaciones desarrolladas anteriormente para una turbina de una sola etapa son igualmente válidas para cualquier turbina como un todo[50]. En tal caso, el rendimiento de cada etapa del equipo se determina en la práctica experimentalmente y en el análisis este se puede aproximar al mismo para cada una de las etapas que la conforman. Por tanto, de igual manera a lo que se planteó inicialmente, para una turbina multietapa se puede hacer el mismo análisis para cada expansión como un proceso isoentrópico, para luego aplicar la ecuación 3.107 y hallar el trabajo respectivo.

[50] MARADEY CHARRYS, Juan F., TERMODINAMICA APLICADA, 1ª edición, Ediciones Universidad Industrial de Santander. Colombia 2002.

3.2.4 Tuberías[51]:

Las tuberías y ductos son de gran importancia en muchas aplicaciones de ingeniería para sistemas térmicos. El flujo por una tubería o ducto casi siempre satisface las condiciones de flujo estable y por esa razón se analiza como un proceso de flujo estable. El volumen de control puede seleccionarse para que coincida con las superficies interiores de la parte de la tubería que interesa analizar.

Figura 3.18. Flujo en un ducto o tubería.



Fuente: Autores

Para el análisis de estos sistemas, se puede despreciar las variaciones de energía potencial (Ep) sin ningún problema, pero no es igual para el caso de la energía cinética (Ec) debido a que si el fluido en cuestión es incompresible, seguramente no habrá cambios muy grandes en la velocidad. Sin embargo no es igual para fluidos compresibles, donde por efectos de variaciones en la sección transversal de la tubería, la velocidad del flujo puede variar significativamente. Con respecto a la transferencia de calor, se tiene que puede ser deseable que esté presente en algunos casos, como es el de un refrigerante en un refrigerador. Sin embargo esto también puede ser indeseable, como es el caso del transporte de vapor en una central térmica. En todo caso, la presencia o no de transferencia de calor deberá ser contemplada en el planteamiento del balance de energía así como el trabajo, si está presente.

---

[51] ÇENGEL, Yunus A. BOLES, Michael A. TERMODINAMICA, Cuarta edición, McGraw Hill. Mexico 2004.

$$Q - W = \Delta H \qquad (3.108)$$

3.2.5 Compresores:

En forma general, los compresores son dispositivos que elevan la presión de fluidos compresibles, por lo que de acuerdo a ***w = v*Δp***, el trabajo que se debe suministrar a estos para elevar la presión es mucho mayor que el correspondiente a las bombas, debido a que el volumen específico de un fluido compresible es mayor que el de su contraparte. En el caso de los compresores axiales, se tiene que el rendimiento isoentrópico está definido como la relación entre el trabajo de entrada requerido para elevar la presión de un gas a un valor específico de una manera isoentrópica y el trabajo de entrada real. Teniendo en cuenta las mismas consideraciones que para la bomba, se tiene que para un compresor reversible[52]:

$$\eta_c = \frac{Trabajo\ isoentrópico\ del\ compresor}{Trabajo\ real\ del\ compresor} = \frac{w}{w'} \qquad (3.109)$$

Como la función es la misma que la de la bomba, de la figura 3.16 se puede decir de igual forma que el rendimiento está dado del mismo modo:

$$\eta_c = \frac{h_2 - h_1}{h_{2'} - h_1} \qquad (3.110)$$

El valor de η_c depende en gran medida del diseño del compresor, donde los mejores están en el orden del 75 al 85%. El trabajo del proceso isoentrópico se puede hallar como:

$$w = \frac{kR(T_2 - T_1)}{k-1} = \frac{kRT_1}{k-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] \qquad (3.111)$$

[52] ÇENGEL, Yunus A. BOLES, Michael A. TERMODINAMICA, Cuarta edición, McGraw Hill. Mexico 2004.

Si bien se ha asumido en un principio que no hay transferencia de calor (adiabático), para disminuir el trabajo que se debe suministrar al compresor es necesario enfriar el gas para disminuir el volumen específico del mismo. De este modo, ya el proceso isoentrópico no es el adecuado y más bien se debe aproximar a uno isotérmico, de manera que el rendimiento isotérmico sería:

$$\eta_c = \frac{w_t}{w_r} \qquad (3.112)$$

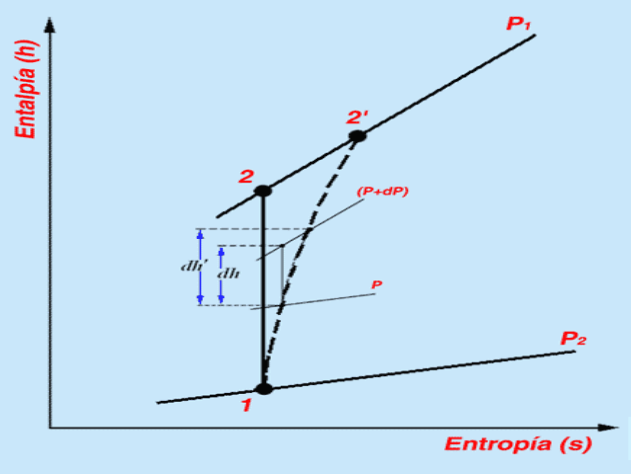
Donde los términos del numerador y el denominador son las entradas requeridas por el compresor en los casos isotérmico reversible y real, respectivamente.
De aquí, el trabajo del proceso isotérmico reversible será:

$$w_t = RT \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \qquad (3.113)$$

En el caso de un proceso politrópico, en el cual se presenta menor enfriamiento que en el isotérmico pero mayor que el isoentrópico, se debe definir un rendimiento politrópico según la figura 3.19 como sigue[53]:

[53] http://www.uamerica.edu.co/tutorial/4turgas_text3_1.htm

Figura 3.19. Proceso de compresión en un diagrama h-s



Fuente: http://www.uamerica.edu.co/tutorial/images/figuras/figura61.gif

$$\eta_{pc} = \frac{dh}{dh'} \qquad (3.114)$$

Reemplazando dh' = Cp*dt y dh = v*dp. Luego al integrar[54], se llega a:

$$\frac{T_{2'}}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n\eta_{pc}}} \qquad (3.115)$$

$$\eta_{ec} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2'}} = \frac{RP^{\frac{n-1}{n}} - 1}{RP^{\frac{n-1}{n\eta_{pc}}}} \qquad (3.116)$$

Donde η_{pc} se halla de 3.113 y se reemplaza en 3.114 para hallar el rendimiento politrópico del compresor.

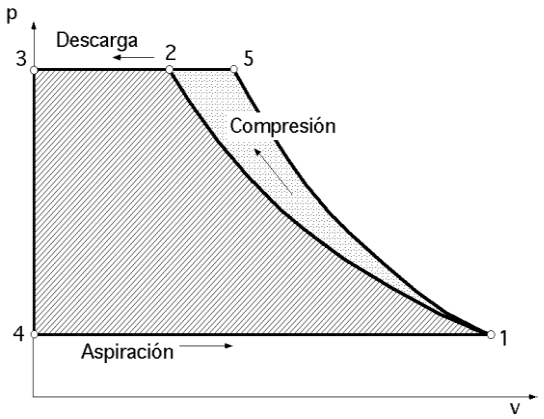
Además RP = p_1/p_2, que se conoce como relación de presiones. Igualmente, el trabajo del proceso politrópico reversible es:

[54] Ver: DIEZ, Pedro F. COMPRESORES ALTERNATIVOS. Universidad de Cantabria, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética.

$$w_t = \frac{nR(T_2 - T_1)}{n-1} = \frac{nRT_1}{n-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(n-1/n)} - 1\right] \qquad (3.117)$$

Por otro lado, en el caso de los compresores reciprocantes se tiene que el proceso teórico para uno ideal, sin pérdidas, con espacio muerto nulo y con un gas ideal, se puede representar como se ve en la figura 3.20.

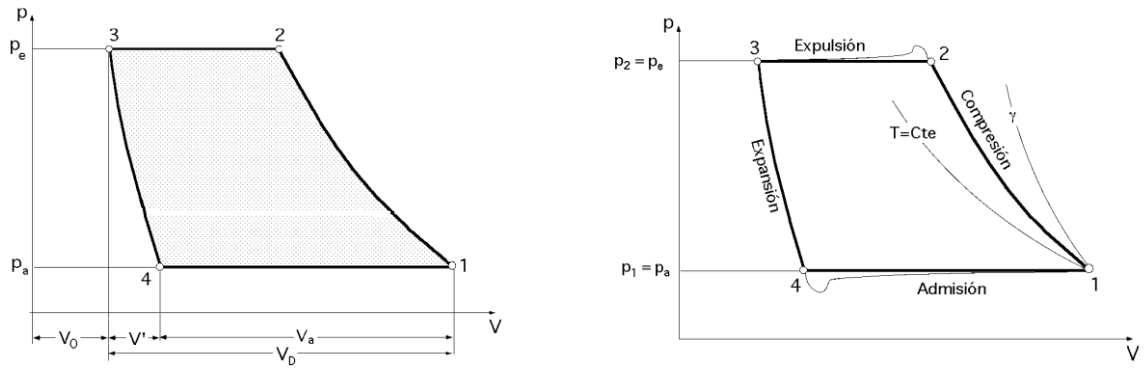
Figura 3.20. Proceso teórico de un compresor ideal.



Fuente: Compresores alternativos, Pedro F. Díez. Universidad de Cantabria.

Sin embargo, en la realidad estos dispositivos presentan un volumen V_0 de espacio muerto, debido al cual el diagrama del ciclo teórico para este sería el que se ve en la figura 3.21. Además de esto, las válvulas de admisión y expulsión experimentan retrasos en la apertura, por lo cual sumado con lo anterior, esto traduce en irreversibilidades que aumentan el trabajo a suministrar para que el gas sea comprimido.

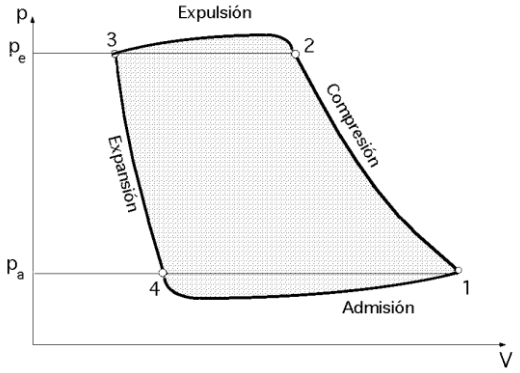
Figura 3.21. Esquema del proceso isoentrópico sin retraso y con retraso en la apertura de válvulas.



Fuente: Compresores alternativos, Pedro F. Díez. Universidad de Cantabria.

Dado que el área limitada por las líneas del proceso corresponde al trabajo que se debe suministrar al dispositivo, se ve claramente que dichos retrasos hacen un poco más ineficiente el trabajo de compresión.

Figura 3.22. Diagrama real de trabajo de un compresor.



Fuente: Compresores alternativos, Pedro F. Díez. Universidad de Cantabria.

Sumadas todas estas irreversibilidades, además de las causadas por fricción, calentamiento del gas, entre otras, se tiene que el rendimiento de este se expresa igualmente como en el caso de los axiales:

$$\eta_c = \frac{Trabajo\ isoentrópico\ del\ compresor}{Trabajo\ real\ del\ compresor} = \frac{w}{w'} \qquad (3.118)$$

3.2.6 Intercambiadores De Calor

Los intercambiadores de calor son dispositivos donde dos corrientes de fluido en movimiento intercambian calor sin mezclarse. La característica básica estos equipos es que un fluido circula por la tubería interior y el otro fluye por el espacio anular. El calor se transfiere del fluido caliente al frío a través de la pared que los separa. Para aumentar la relación de transferencia de calor, se debe aumentar el área, y esto se logra cuando el tubo interior forma varias vueltas dentro del casco.

- Conservación de la masa (flujo estable): Requiere que la suma de las tasas de flujo másico que entran sean iguales a la suma de las tasas de flujo másico que salen, es decir:

$$\sum m_i = \sum m_o$$

$$m_i = m_o = m \qquad (3.119)$$

Se concluye que:

"En operación estable, la tasa de flujo másico de cada corriente de fluido que fluye por un intercambiador de calor permanece constante".[55]

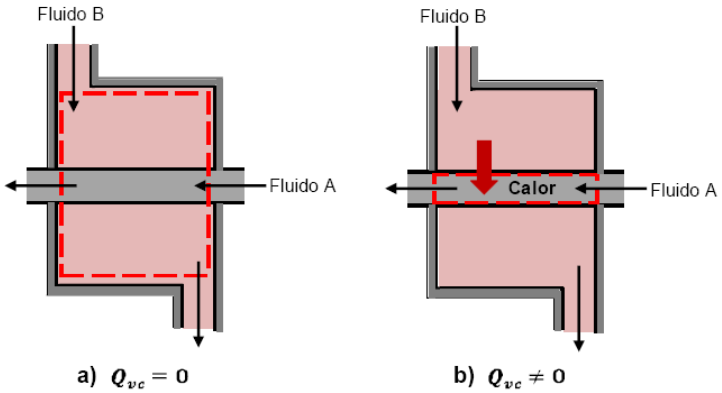
En los intercambiadores de calor se puede despreciar los cambios de energía cinética y potencial y en ellos no se presentan interacciones de trabajo, es decir:

$$\Delta e_c \cong 0 \qquad \Delta e_p \cong 0 \qquad \dot{W} = 0$$

[55] ÇENGEL, Yunus. BOLES, Michael. TERMODINÁMICA, cuarta edición, McGraw – Hill, 2002

La elección del volumen de control de un intercambiador de calor, nos da la relación de la tasa de transferencia de calor asociada con estos.

Figura 3.23. Flujo de calor en los intercambiadores de calor

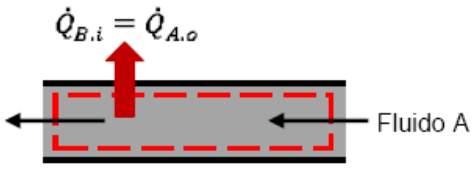


Fuente: Los autores

En la figura a) se toma como volumen de control todo el intercambiador. En este caso la tasa de transferencia es aproximadamente cero debido a que la frontera se encuentra justo debajo del aislamiento.

En la figura b) se toma como volumen de control uno de los fluidos, en este caso la tasa de transferencia es diferente de cero debido a que la frontera será cruzada por el calor cuando fluya de un fluido a otro. En este caso se dice que:

Figura 3.24. Volumen de control en un intercambiador de calor



Fuente: Los autores

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores se tiene que:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \sum \dot{m}_o \left(h_o + \frac{{V_o}^2}{2} + gZ_o \right) - \sum \dot{m}_i \left(h_i + \frac{{V_i}^2}{2} + gZ_i \right)$$

$$\dot{Q} - \dot{W} = \sum \dot{m}_o (h_o) - \sum \dot{m}_i (h_i)$$

$$\dot{Q} = \dot{m}\,(h_o - h_i) = \dot{m}\,\Delta h \qquad (3.120)$$

Teniendo en cuenta:

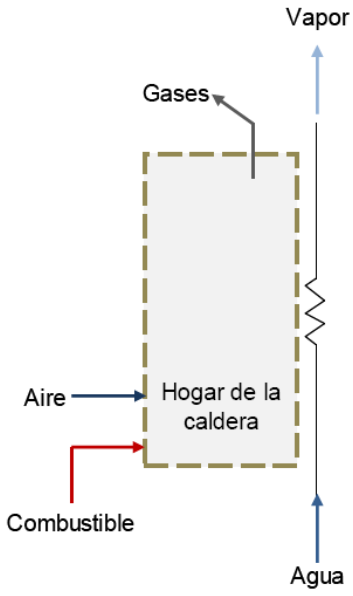
$$\Delta h = C_p \Delta T \qquad (3.121)$$

Entonces:

$$\dot{Q}_{A,o} = \dot{m}_A C_{p,A} \Delta T_A = \dot{m}_B C_{p,B} \Delta T_B \qquad (3.122)$$

3.2.7 Caldera

Figura 3.25. Flujos en una caldera de vapor



Fuente: Los autores

Para llevar a cabo el análisis termodinámico de la caldera, se debe tener en cuenta:

- El análisis termoquímico, debido a la reacción químicas que se presentan, particularmente la reacción de combustión.
- El análisis termodinámico, producido por el cambio de fase del agua al pasar por los serpentines de la caldera.

➢ **Análisis termoquímico**

Dentro de la caldera se presenta una reacción de combustión. Para que la combustión se lleve a cabo se requiere que exista una mezcla inflamable (comburente + combustible) en fase gaseosa. La fase gaseosa se hace necesaria debido a que se puede logar un contacto directo entre las moléculas del combustible y el comburente. De la mezcla comburente + combustible resultan unos productos gaseosos que reciben el nombre de humos o gases de escape. Esta relación de reactivos y productos la se puede expresar de la siguiente manera:

El comburente más usado, tanto por economía como por obtención es el aire, y la mayoría de los combustibles contienen hidrocarburos. El aire es una mezcla de los componentes O_2 (21%) y N_2 (79%). En una reacción en donde el aire sea el agente oxidante, cada mol de O_2 llevará consigo (79/21) aproximadamente 3.77 moles de N_2 atmosférico.

A la cantidad mínima de aire que proporciona suficiente oxígeno para oxidar completamente un combustible se le llama aire teórico.[56]

Es importante tener en cuenta, que si el combustible contiene oxígeno, este está disponible para el proceso de combustión, por lo tanto el requerimiento del comburente (aire) es menor. La ecuación química para la combustión teórica de un mol de un hidrocarburo de formula general $C_xH_yO_zN_w$, se define de la siguiente manera:

$$C_xH_yO_zN_w + \alpha\varepsilon\left(O_2 + \varphi N_2\right) \rightarrow_x CO_2 +_{1/2y} H_2O +_{\varepsilon(\alpha+1)} O_2 +_{\left(\alpha\varepsilon\varphi+\frac{1}{2\omega}\right)} N_2 \qquad (3.123)$$

Donde α es el factor de aire de la combustión. Si se tiene aire en exceso, α>1 a la mezcla se le llama pobre y la combustión se dice que es oxidante. Si el aire de suministra en defecto, α<1, la mezcla se le llama rica y la combustión es reductora y ε es el número de moles de oxígeno teórico y esta dado por la siguiente ecuación:[57]

$$\varepsilon = x + \frac{1}{4y} - \frac{1}{2z} \qquad (3.124)$$

Y ψ=3.77 para oxidación con aire, ψ=0 para oxígeno puro.

Cuando al proceso se le suministra una gran cantidad de aire en exceso para asegurarse que la combustión sea completa, trae como consecuencia que exista un aumento en los productos de la combustión, es decir mayor cantidad de gases de escape o humos.

---

[56] MARADEY CHARRYS, Juan F., TERMODINAMICA APLICADA, 1ª edición, Ediciones Universidad Industrial de Santander, 2002.

[57] Documento de la comisión nacional para el ahorro de la energía. Dirección de enlace y programas regionales, Eficiencia en calderas y combustión, V. 1.1.1. México, 2007

Esto no es recomendable por dos razones:

1. Impacto ambiental, debido a que estos productos son expulsados a altas temperaturas (200 y 300 ºC).
2. Las pérdidas se incrementarías, ya que los humos transportan una gran cantidad de energía.

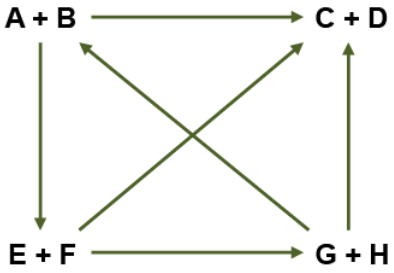
Cuando se presentan reacciones químicas es de gran importancia hacer uso de la Ley de Hess, esta ley establece que:

“El calor generado en una reacción química (o en un cambio de fase) está determinado solamente por la naturaleza de los reactivos y productos y por las temperaturas final e inicial, sin importar el número de procesos o reacciones que tengan lugar entre los dos estados extremos”.

La ley de Hess se utiliza para predecir el cambio de entalpía en una reacción ΔH_r. La entalpía es función de estado, no depende del camino recorrido, sólo de los estados final e inicial.

Una forma sencilla de explicar la Ley de Hess, es haciendo uso del siguiente esquema:

Figura 3.26. Esquema de la Ley de Hess



Fuente: Los autores

No importa si el proceso que inicia con los reactivos A y B para generar los productos C y D, se realiza:

- En una etapa

  $A + B \rightarrow C + D(\Delta H_r^o)_0$

- En dos etapas

  $A + B \rightarrow E + F(\Delta H_r^o)_1$

  $E + F \rightarrow C + D(\Delta H_r^o)_2$

  $\longrightarrow A + B \rightarrow C + D(\Delta H_r^o)_1 + (\Delta H_r^o)_2 = (\Delta H_r^o)_0$

- En tres etapas

  $A + B \rightarrow E + F(\Delta H_r^o)_1$

  $E + F \rightarrow G + H(\Delta H_r^o)_2$

  $G + h \rightarrow C + D(\Delta H_r^o)_3$

  $\longrightarrow A + B \rightarrow C + D(\Delta H_r^o)_1 + (\Delta H_r^o)_2 + (\Delta H_r^o)_3 = \Delta H_r^o$

La cantidad de calor involucrada en el proceso total, siempre será la misma ΔH_r^o.

Se resalta que en los balances entálpicos se escoge siempre una temperatura de referencia T_{ref}. El estado estándar de referencia o condiciones estándar para todas las sustancias se ha asignado como $P = 1\ atm\ y\ T = 298.15K(25°C)$, por lo tanto se concluye que:

$$Q = \sum (H_s)^{T_{ref}} - \sum (H_e)^{T_{ref}}$$

$$Q = \left(\left(\sum H_{calor\ latente} + \sum H_{calor\ sensible}\right)_s\right) - \left(\left(\sum H_{calor\ latente} + \sum H_{calor\ sensible}\right)_e\right) \quad (3.125)$$

En una reacción química como se resalto anteriormente, se debe tener en cuenta la ΔH_r, entonces:

$$Q = \sum (H_s)^{T_{ref}} - \sum (H_e)^{T_{ref}} + \sum (\Delta H_r)^{T_{ref}} \qquad (3.126)$$

Donde,

$$\sum \left(H_{e,s}\right)^{T_{ref}} = \sum_{i}^{e,s} m_i C_{p,i} \Delta T + \sum_{i}^{e,s} m_i \lambda_i \qquad (3.127)$$

$\sum_i^{e,s} m_i C_{p,i} \Delta T$ = Calor sensible

$\sum_i^{e,s} m_i \lambda_i$ = Calor latente

$$\sum (H_s)^{T_{ref}} = \sum_{i}^{s} m_i H_{productos}^{formación} + \sum_{i}^{e} m_i H_{reactivs}^{formación} \qquad (3.128)$$

- **Análisis termodinámico**

Aplicando la primera ley de la termodinámica, se tiene que:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \sum \dot{m}_o \left(h_o + \frac{{V_o}^2}{2} + g Z_o \right) - \sum \dot{m}_i \left(h_i + \frac{{V_i}^2}{2} + g Z_i \right)$$

Teniendo en cuenta que se pueden despreciar los cambios de energía cinética y potencial y en ella no se presentan interacciones de trabajo, es decir:

$$\Delta e_c \cong 0 \qquad \Delta e_p \cong 0 \qquad \dot{W} = 0$$

$$\dot{Q} - \dot{W} = \sum \dot{m}_o (h_o) - \sum \dot{m}_i (h_i)$$

Aplicando la ley de la conservación de la masa:

$$\dot{m}_i = \dot{m}_o = m \qquad (3.129)$$

Entonces:

$$\dot{q} = \sum(h_o) - \sum(h_i) \qquad (3.130)$$

- **Eficiencias**

En las calderas, es de gran importancia el cálculo de la eficiencia. Existen dos métodos particulares, el método directo y el método indirecto o de pérdidas.

- Método directo[58]:

La eficiencia de una caldera se define como la relación entre la energía aprovechada en la transformación del agua en vapor, y la energía suministrada por el combustible.

$$Eficiencia = \frac{Calor\ que\ sale\ con\ el\ vapor\ producido}{Calor\ suministrado\ por\ el\ combustible}\ x\ 100 \qquad (3.131)$$

Donde el calor que sale con el vapor producido se puede calcular mediante el uso de tablas de vapor, donde es necesario conocer la temperatura del agua de alimentación, la presión a la cual se está produciendo el vapor y el flujo de vapor.

Para calcular el calor suministrado por el combustible, se hace con a base a la cantidad de combustible suministrado (m) y su poder calorífico (C_{pc}).

$$Q_{suministrado} = mC_{pc} \qquad (3.132)$$

[58] Documento de la comisión nacional para el ahorro de la energía. Dirección de enlace y programas regionales, Eficiencia en calderas y combustión, V. 1.1.1. México, 2007

- Método indirecto o de pérdidas:

La eficiencia se calcula restándole a 100 el valor de las pérdidas de calor.

$$Eficiencia = 100 - perdidas \qquad (3.133)$$

Dentro de las pérdidas se consideran:

- Pérdidas de calor sensible en gases de combustión: Las pérdidas se producen debido a la temperatura y volumen de los gases que salen por la chimenea: a mayor temperatura de los gases, menor es la eficiencia de la caldera.

  Los gases pueden estar demasiado calientes por una o dos razones:

  - El quemador está produciendo más calor que el que se requiere para la carga específica de la caldera.
  - Las superficies de calefacción de la caldera no están funcionando correctamente y el calor no se está transfiriendo al agua.

  Se debe tener cuidado al reducir la temperatura de los gases de combustión, ya que demasiado enfriamiento puede reducir la temperatura de los gases por debajo del punto de rocío, lo que aumenta la posibilidad de corrosión.

- Pérdidas por combustible no quemado.

- Pérdidas por radiación: Debido a que la caldera (su envolvente) está más caliente que en el medio ambiente donde se encuentra, una parte de calor se transfiere a su alrededor. Un aislamiento dañado o mal instalado aumentará considerablemente el potencial de pérdida de calor por radiación.

- Pérdidas por purgas: La purga se realiza extrayendo agua de la parte inferior de la caldera, donde se encuentran más concentrados los sólidos disueltos y en suspensión, e introduciendo agua de alimentación con una concentración muy baja. Hay que buscar el nivel adecuado de purga que se le debe dar a la caldera. Una purga insuficiente no impide la formación de fangos, incrustaciones y arrastres, mientras que una purga excesiva producirá pérdidas de calor elevadas.[59]

3.2.8 Válvulas

Estos son dispositivos de restricción de flujo, que ocasionan una disminución significativa en la presión del fluido. Este descenso de la presión se logra sin necesidad de realizar ningún trabajo.

Es importante resaltar que a menudo la reducción de presión puede ir acompañada son una disminución (algunas veces aumento) en la temperatura, por esta razón estos dispositivos son muy útiles en aplicaciones tales como refrigeración y acondicionamiento de aire.

- Conservación de la masa (flujo estable): Requiere que la suma de las tasas de flujo másico que entran sean iguales a la suma de las tasas de flujo másico que salen, es decir:

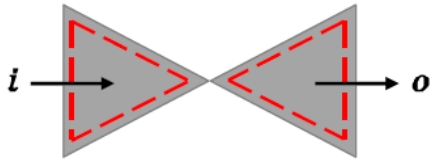
$$\sum m_i = \sum m_o$$

$$m_o = m_i \qquad (3.134)$$

Tomando como volumen de control toda la válvula, se tiene que:

[59] Documento de la comisión nacional para el ahorro de la energía. Dirección de enlace y programas regionales, Eficiencia en calderas y combustión, V. 1.1.1. México, 2007

Figura 3.27. Válvula de estrangulamiento



Fuente: Los autores

Las válvulas son dispositivos normalmente pequeños y debido a que el flujo a través de ellas es mínimo y el área es bastante reducida no ocurre una tasa de transferencia de calor efectiva, por lo tanto se puede decir que el flujo a través de estas es adiabático, es decir:

$$\dot{Q} = 0 \qquad (3.135)$$

En las válvulas no se efectúa ningún tipo de trabajo, además se puede despreciar los cambios de energía potencial y cinética, es decir:

$$\Delta e_c \cong 0 \qquad \Delta e_p \cong 0 \qquad \dot{W} = 0$$

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores se tiene que:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \sum \dot{m}_o \left(h_o + \frac{V_o{}^2}{2} + gZ_o \right) - \sum \dot{m}_i \left(h_i + \frac{V_i{}^2}{2} + gZ_i \right)$$

$$h_o \cong h_i \qquad (3.136)$$

Teniendo en cuenta:

$$h = u + Pv$$

Entonces:

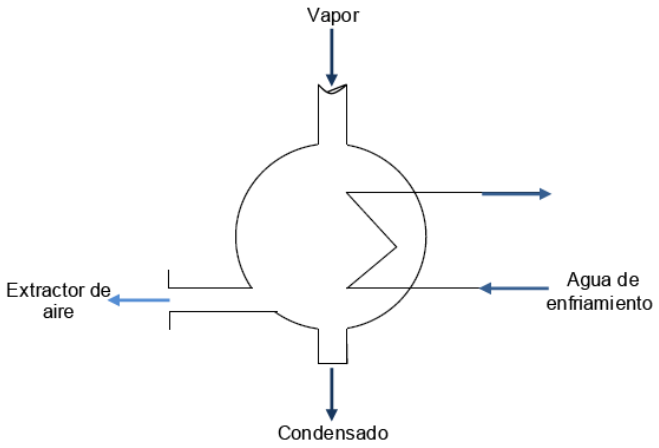
$$u_o + P_o v_o = u_i + P_i v_i \qquad (3.137)$$

De lo anterior se puede concluir que: "*Energía interna + energía del fluido = constante"*

3.2.9 Condensador

Su función es la de recibir el vapor de salida de una turbina o motor de vapor, condensarlo y entregar el condensado a la bomba de alimentación de la caldera, es decir, el condensador es el sumidero de energía de la planta.

Figura 3.28. Condensador



Fuente: Los autores

El agua de enfriamiento proviene de una torre de enfriamiento, un río u otro tipo de suministro, la cual fluye por el interior de los tubos mientras que el vapor se condensa sobre su superficie exterior.[60]

En el condensador como en la caldera no se presentan interacciones de trabajo, además los cambios de energía potencial y cinética son despreciables, es decir:

[60] MARADEY CHARRYS, Juan F., TERMODINAMICA APLICADA, 1ª edición, Ediciones Universidad Industrial de Santander, 2002.

$$\Delta e_c \cong 0 \qquad \Delta e_p \cong 0 \qquad \dot{W} = 0$$

- **Balance de energía para el cambio de fase**

Aplicando balance de masa, balance de energía y tomando en cuenta las consideraciones anteriores, se tiene que:

Balance de masa

$$\dot{m}_i = \dot{m}_o = m \qquad (3.138)$$

Balance de energía

$$\dot{Q} - \dot{W} = \sum \dot{m}_o \left(h_o + \frac{{V_o}^2}{2} + gZ_o \right) - \sum \dot{m}_i \left(h_i + \frac{{V_i}^2}{2} + gZ_i \right)$$

$$\dot{Q} = \sum \dot{m}_o (h_o) - \sum \dot{m}_i (h_i)$$

Entonces:

$$\dot{q} = h_o - h_i \qquad (3.139)$$

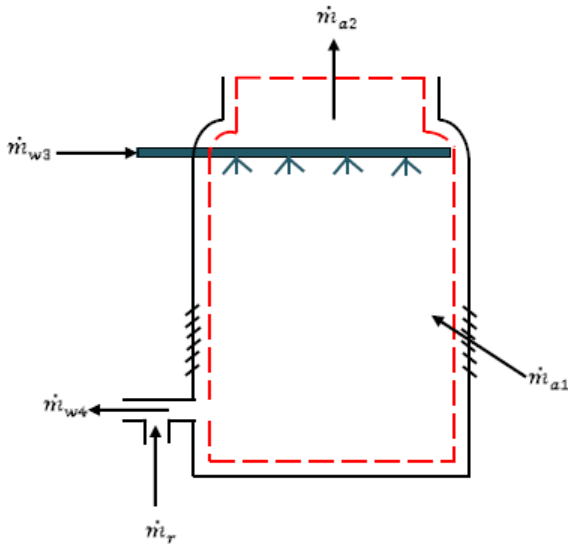
- **Balance de energía para al agua de enfriamiento**

$$\dot{Q} = \dot{m} C_p \Delta T \qquad (3.140)$$

3.2.10 Torres De Enfriamiento

En una torre de enfriamiento el aire entra por el fondo y sale por la parte superior. A esta llega por al parte el agua caliente proveniente del condensador.

Figura 3.29. Flujos másicos en una torre de enfriamiento



Fuente: Los autores

En las torres de enfriamiento se puede considerar que:

$$\Delta e_c \cong 0 \qquad \Delta e_p \cong 0 \qquad \dot{Q} = 0$$

Si se conocen los estados de entrada y salida se pueden aplicar la ley de conservación de la masa y la primera ley. Además, si la torre de enfriamiento es de tiro forzado o inducido se hace necesario el uso de un ventilador que introduce una potencia $\dot{W}$.

Balance de masa de aire seco:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a \qquad (3.141)$$

Balance de masa de agua:

$$\dot{m}_{w1} - \dot{m}_{w4} = \dot{m}_a\,(\omega_2 - \omega_1) = \dot{m}_r \qquad (3.142)$$

Balance de energía:

$$\dot{m}_{a2}h_{a2} + \dot{m}_{w4}h_{w4} = \dot{m}_{a1}h_{a1} + \dot{m}_{w3}h_{w3} + \dot{m}_r h_r + \dot{W} \qquad (3.143)$$

Si la torre de enfriamiento es de tiro natural:

Balance de masa de aire seco:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a \qquad (3.144)$$

Balance de masa de agua:

$$\dot{m}_{w3} - \dot{m}_{w4} = \dot{m}_a\,(\omega_2 - \omega_1) = \dot{m}_r \qquad (3.145)$$

Balance de energía:

$$\dot{m}_{a2}h_{a2} + \dot{m}_{w4}h_{w4} = \dot{m}_{a1}h_{a1} + \dot{m}_{w3}h_{w3} + \dot{m}_r h_r \qquad (3.146)$$

El flujo volumétrico de aire que entra a la torre de enfriamiento, se puede calcular así:

$$\dot{\forall}_{a1} = \dot{m}_{a1}v_{a1} \qquad (3.147)$$

3.3 ANÁLISIS Y MODELADO DE MECÁNICA DE FLUIDOS PARA CALENTADORES DE AIRE, TUBERÍAS, TURBINAS, BOMBAS, COMPRESORES, INTERCAMBIADORES DE CALOR, CALDERAS, VÁLVULAS, CONDENSADORES Y TORRES DE ENFRIAMIENTO.

En todo sistema térmico hay una interacción implícita entre fluidos y cuerpos sólidos, inmersos en estos o que los contienen, por lo que para su análisis es imperante conocer las leyes básicas que rigen el comportamiento de dichos fluidos y de cómo se da esta interacción.

Básicamente hay tres técnicas que se usan para el análisis de los problemas de flujos arbitrarios:

- Volúmenes de control, o análisis integral a gran escala, el cual es válido para cualquier flujo, aunque a menudo se basa en propiedades unidimensionales o promediadas en el contorno.
- Diferencial, o análisis a pequeña escala es igualmente viable como el anterior, pero en la práctica solo existen soluciones exactas para algunos pocos problemas, como el flujo en conductos rectos. Sin embargo es posible encontrar soluciones a las ecuaciones diferenciales numéricamente por medio de la Mecánica de Fluidos Computacional (CFD, computational Fluid Dynamics).
- Experimental, o análisis dimensional, el cual es aplicable a cualquier problema, ya sea analítico, numérico o experimental. Esta aproximación es especialmente útil para reducir los costos en la experimentación[61].

Ahora bien, lo que se busca es determinar la interacción del flujo con un componente o equipo de un sistema térmico cualquiera, es decir, el componente en cuestión será el volumen de control.

---

[61] WHITE, Frank M., MECÁNICA DE FLUIDOS, 5ta Edición, McGraw Hill, España 2004.

Para el estudio de todo sistema se requiere el uso de 4 leyes básicas:

- ✓ Conservación de la masa: Donde, $\frac{dm_{sist}}{dt} = 0$; por tanto la masa del sistema permanece constante.
- ✓ Conservación de la cantidad de movimiento: La cual se obtiene de la segunda ley de Newton así, $\sum \boldsymbol{F} = \frac{d(m\boldsymbol{V})}{dt}$.
- ✓ Conservación del momento cinético: Esta hace referencia a fuerzas externas o internas que hacen que el fluido tienda a rotar, la cual se expresa como $\boldsymbol{M} = \frac{d\boldsymbol{H}}{dt}$, donde $\boldsymbol{H} = \sum(r \times \boldsymbol{V})\delta m$ es el momento cinético.
- ✓ Conservación de la energía: También conocida como primera ley de la termodinámica la cual se expresa como:

$$\delta Q - \delta W = dE$$

o

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{dE}{dt} \qquad (3.148)$$

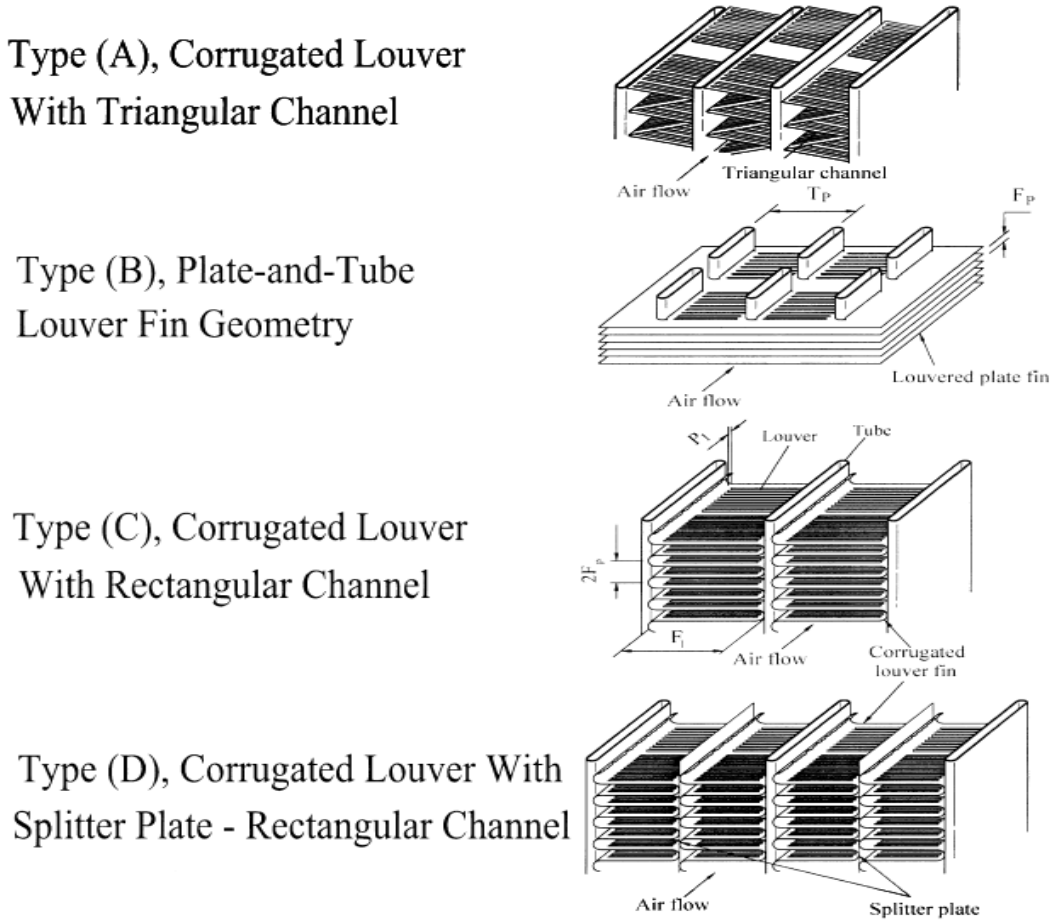
3.3.1 Calentadores De Aire:

Estos equipos trabajan con dos corrientes de gas como fluido de trabajo a diferentes temperaturas, y, la caída de presión que se genera en estos es un dato importante. Para esto se han hecho estudios con el fin de determinar dicha caída por medio de correlaciones a través de la experimentación.

Se ha hallado una correlación para intercambiadores de calor, con geometría de aletas tipo persiana, donde los autores han elaborado pruebas sobre un intercambiador tipo C como se ve en la figura 3.30[62].

[62] Yu-Juei Chang, Kuei-Chang Hsu, Yur-Tsai Lin, Chi-Chuan Wang. A generalized friction correlation for louver fin geometry. International Journal of Heat and Mass Transfer. 1999.

Figura 3.30. Tipos de intercambiadores de calor de aletas tipo persiana.



Fuente: A generalized friction correlation for louver fin geometry.

La correlación propuesta fue:

$$f = f_1 * f_2 * f_3 \qquad (3.149)$$

Donde

$$f_1 \begin{cases} 14.39Re_{LP}{}^{(-0.805F_p/F_l)}\left(log_e\left[1+\left(F_p/L_p\right)\right]\right)^{3.04} & Re_{LP}<150 \\ 4.97Re_{LP}{}^{0.6049-1.064/\theta^{0.2}}(log_e[(F_t/F_P)^{0.5}+0.9])^{-0.527} & 150<Re_{LP}<5000 \end{cases} \quad (3.150)$$

$$f_2 \begin{cases} \left\{log_e\left[\left(\frac{F_t}{F_P}\right)^{0.48}+\left[\left(\frac{D_h}{L_P}\right)log_e(o.3Re_{LP})\right]^{-2.966}\right.\right. & \\ (F_P/L_l)^{-0.7931(T_P/T_h)} & 150<Re_{LP} \end{cases} \quad (3.151)$$

$$f_1 \begin{cases} \left(F_p/L_p\right)^{-0.308}(F_D/L_l)^{-0.308}\left(e^{-0.1167^{T_P}/_{D_m}}\right)\theta^{0.35} & Re_{LP}<15 \\ (T_P/D_m)^{-0.0446}\,log_e[1.2+(L_P/F_P)^{1.4}]^{-3.553}\,\theta^{-0.477} & 150<Re_{LP}<5000 \end{cases} \quad (3.152)$$

Donde F_l es la longitud de la aleta (mm), F_p es el diámetro pitch (mm), F_t es el ancho de la aleta (mm), L_l la longitud de la persiana (mm), L_p el diámetro pitch de la persiana (mm), D_m es el diámetro mayor del tubo (mm), D_h el diámetro hidráulico del arreglo de aletas (mm) y θ es el ángulo de las persianas (grados).

Se puede calcular el factor de fricción de acuerdo al número de Reynolds correspondiente al flujo respectivo y por ende la pérdida de presión en el calentador de aire, por medio de la ecuación 3.149 y asimismo a partir de la 3.150 hasta la 3.152.

3.3.2 Bombas.

La bomba es el ingenio más antiguo que se conoce para transferir energía a un fluido y llevarlo de un punto 1 a un punto 2.

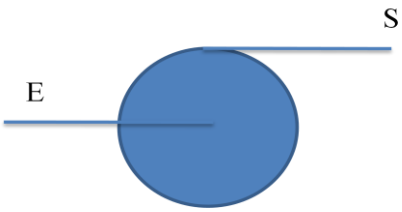
En un sistema térmico, la función de las bombas, es la de aportar energía a los fluidos que hacen parte del sistema, para transportarlo a determinadas

condiciones de caudal y presión. Por tanto, se busca establecer el efecto que esta tiene sobre el fluido aguas abajo, donde el volumen de control encierra al equipo. Para esto se debe tener en cuenta las siguientes consideraciones:

a) Prevalecen las condiciones de flujo estable.
b) El fluido es incompresible.
c) Sobre el flujo solo actúa la fuerza gravitacional, por tanto se desprecian los efectos causados por campos magnéticos y otras fuerzas externas.
d) No hay fricción.
e) La masa del sistema se conserva, es decir que $\dot{m}_e = \dot{m}_s$.

Partiendo de lo anterior y planteando la ecuación de la energía para la bomba de la figura 3.31 entre la entrada y la salida se tiene[63]:

Figura 3.31. Esquema representativo de una bomba.



Fuente: Autores**.**

$$\frac{P_E}{\gamma} + Z_E + \frac{{v_E}^2}{2g} + H = \frac{P_S}{\gamma} + Z_s + \frac{{v_S}^2}{2g} \qquad (3.153)$$

Donde H es el incremento en la presión del flujo al pasar por la bomba o también llamada altura útil. Por tanto despejando y reagrupando los términos de la ecuación:

$$H = \left(\frac{P_S}{\gamma} - \frac{P_E}{\gamma}\right) + (Z_S - Z_E) + \left(\frac{{v_S}^2}{2g} - \frac{{v_E}^2}{2g}\right) \qquad (3.154)$$

[63] MATAIX, Claudio. MECÁNICA DE FLUIDOS Y MÁQUINAS HIDRAULICAS, 2da Edición, Ediciones del Castillo S.A, Madrid 1986.

De la ecuación 3.154 se tiene que el segundo término del miembro derecho es la altura estática, cuya diferencia entre la entrada y la salida es despreciable, por lo cual este término se hace cero. Mientras tanto el tercer término de la derecha, es el incremento de altura dinámica, la cual se hace cero si los diámetros de la succión y la descarga son iguales. De lo contrario, es normal que el diámetro de succión se tome mayor para así evitar cavitación, por lo cual está ya no es igual a cero, pero no es una cantidad significativa y se puede despreciar.

Entonces:

$$H = \frac{P_S - P_E}{\gamma} = P_{man,S} - P_{man,E} \qquad (3.155)$$

Es decir, el aumento en la presión del flujo al pasar por la bomba será la diferencia entre las presiones manométricas a la salida y a la entrada, lo que es congruente con la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

3.3.3 Turbinas.

Al contrario de las bombas, este tipo de turbomáquina extrae energía del fluido que pasa a través de esta. De esta forma, para el caso de una turbina de vapor o de gas instalada en una central termoeléctrica, existen unas condiciones de operación dictadas por el diseño de la instalación, en las cuales el flujo másico y las presiones a la entrada y a la salida son requisitos del mismo.

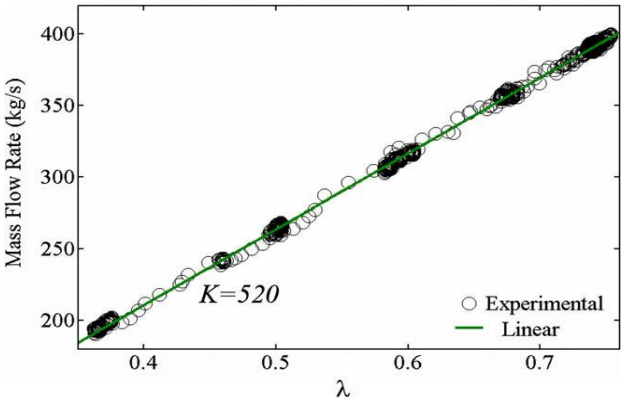
Al ser compresible el fluido que pasa a través de la turbina, no se puede expresar la ecuación de la energía para esta, al igual que en el caso de la bomba, pues la densidad no es constante y por tanto γ tampoco lo es. Por tanto la forma de modelar la caída de presión a través de este equipo o al menos plantear la ecuación de la energía para el flujo compresible sería muy compleja.

El vapor de alta presión entra en la turbina a través de una boquilla de la etapa diseñada para aumentar su velocidad. La caída de presión producida a la entrada de la tobera de la turbina limita el flujo másico a través de esta. Una relación entre el flujo másico y la caída de presión a lo largo de la turbina fue desarrollada por Stodola[64]. Esta relación fue después modificada para incluir el efecto de la temperatura de entrada así:

$$\dot{m}_i = \frac{K}{\sqrt{T_{in}}}\sqrt{{P_{in}}^2 - {P_{out}}^2} \qquad (3.156)$$

Donde K es una constante que se obtiene de la figura 3.32 y es la pendiente de la curva de la respuesta de la turbina.

Figura 3.32. Flujo másico contra λ.



Fuente: Steam turbine model, Ali Chaibakhsh, Ali Ghaffari.

Además, λ se define como sigue:

$$\lambda = \sqrt{\frac{{P_{in}}^2 - {P_{out}}^2}{{T_{in}}^2}} \qquad (3.157)$$

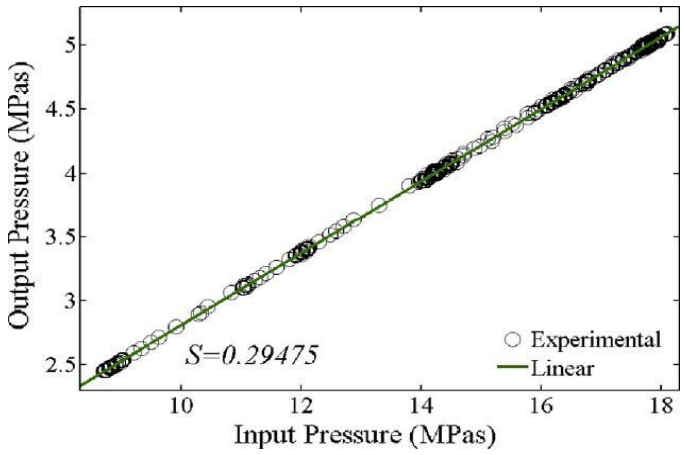
[64] CHAIBAKHSH Ali, GHAFFARI Ali. STEAM TURBINE MODEL. Department of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran. 2008.

Graficando λ contra el flujo másico en la entrada basados en datos experimentales, la pendiente que se obtiene de la regresión lineal es $K = 520$ (figura 3.32). Generalmente, la ecuación 3.156 resulta ser una buena aproximación para el caso donde el fluido de trabajo es vapor de agua.

La relación entre las presiones de entrada y salida de la turbina son mostradas en la figura 3.33, donde es evidente que esta es bastante lineal y se ha hallado según la pendiente que se muestra en la misma.

De este gráfico se puede hallar la función de transferencia, ya que este corresponde a datos experimentales, donde la respuesta del sistema se conoce al igual que la excitación del mismo.

Figura 3.33. Variación de la presión de salida del vapor en función de la presión de entrada del mismo en una turbina medidos experimentalmente.



Fuente: Steam turbine model, Ali Chaibakhsh, Ali Ghaffari.

$$\frac{P_{sal}}{P_{ent}} = \frac{0.29475}{0.4s + 1} \qquad (3.157)$$

Donde la constante de tiempo se mide alrededor de 0.4 s como se ve en la ecuación. La temperatura del vapor en la salida de la turbina puede ser hallada en términos de la presión de vapor de entrada y temperatura. En el supuesto que la expansión de vapor en la turbina fuera un proceso adiabático e isoentrópico, es simple estimar la temperatura del vapor en la descarga de la turbina de alta presión mediante el uso de la presión por medio de la relación de gas ideal como función de la temperatura.

$$\frac{T_{sal}}{T_{ent}} = \left(\frac{P_{sal}}{P_{ent}}\right)^{\left(\frac{k-1}{k}\right)} \qquad (3.158)$$

Donde k = Cp/Cv es el coeficiente de expansión politrópica.

Cabe aclarar, que se pudo en este caso usar relaciones de gas ideal, debido a que el autor[65] planteó su análisis para una turbina de alta en una instalación con recalentamiento de vapor, por lo que se puede estar seguro que no va a haber condensación del vapor en la turbina.
De lo contrario, para el caso de la turbina de media o baja en la misma instalación por ejemplo, se tiene que si es muy probable que se presente condensación por lo que sería incorrecto asumir que el vapor se comporta como un gas ideal.

3.3.4 Tuberías.

Cuando se analizan flujos en conductos o tuberías, el interés principal es establecer la pérdida de presión del fluido a lo largo de su recorrido. En este caso se tienen en cuenta las siguientes consideraciones:
1) Flujo en estado estable.
2) Fluido incompresible.
3) Tubería de sección uniforme.

[65] CHAIBAKHSH Ali, GHAFFARI Ali. STEAM TURBINE MODEL. Department of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran. 2008.

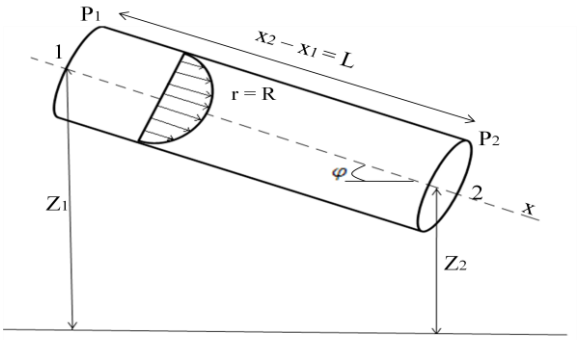
4) La masa se conserva, $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$.

5) Condiciones de capa límite completamente desarrollada, por tanto el perfil de velocidad es igual en los puntos 1 y 2.

La ecuación de la energía entonces queda para la figura 3.34 así:

$$\left(\frac{P}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g}\right)_1 = \left(\frac{P}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g}\right)_2 + h_f \qquad (3.159)$$

Figura 3.34. Volumen de control para un volumen de control entre dos secciones de un tubo inclinado.



Fuente: Autores

Ya que no hay trabajo de partes móviles (bombas o turbinas) ni transferencia de calor entre 1 y 2, la ecuación 3.159 proporciona la pérdida de carga en función de la caída de presión y la variación de altura, ya que no hay variación de la velocidad[66]:

$$h_f = (z_1 - z_2) + \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right) = \Delta z + \frac{\Delta P}{\gamma} \qquad (3.160)$$

[66] WHITE, Frank M., MECÁNICA DE FLUIDOS, 5ta Edición, McGraw Hill, España 2004.

La pérdida de carga es igual a la suma de las variaciones de presión y altura, o sea, a la variación de la línea de altura motriz.

Finalmente, si se aplica la ecuación de cantidad de movimiento al volumen de control de la figura 3.32, y teniendo en cuenta como fuerzas aplicadas las de presión, gravedad y fricción en la pared:

$$\sum F_x = \Delta P(\pi R^2) + \gamma(\pi R^2)L\sin\varphi - \tau_w(2\pi RL) = \dot{m}(V_2 - V_1) = 0 \qquad (3.161)$$

Reordenando los términos de la ecuación se encuentra una relación entre la pérdida de carga y el esfuerzo cortante en la pared:

$$\Delta z + \frac{\Delta P}{\gamma} = h_f = \frac{2\tau_w}{\gamma}\frac{L}{R} = \frac{4\tau_w}{\gamma}\frac{L}{d} \qquad (3.162)$$

Ahora, para relacionar la pérdida de carga con las características de la tubería se tiene que Weisbach propuso la siguiente correlación:

$$h_f = f\frac{L}{d}\frac{v^2}{2g} \qquad (3.163)$$

Donde $f = f(Re_d, \frac{\varepsilon}{d}, forma\ de\ la\ tubería)$ es conocido como coeficiente de fricción de Darcy, el parámetro ε es la altura de la rugosidad de la pared, que es importante en flujo turbulento en conductos (pero no en el laminar).

Si se igualan las ecuaciones 3.162 y 3.163 se puede encontrar una forma alternativa para el coeficiente de fricción:

$$h_f = f = \frac{8\tau_w}{\rho V^2} \qquad (3.164)$$

3.3.5 Compresores.

Estos equipos cumplen la misma función que las bombas, solo que las anteriores trabajan con fluidos incompresibles para lo cual se requiere menos energía, mientras que los compresores lo hacen sobre fluidos compresibles, por lo tanto no se puede utilizar la ecuación de la energía de la misma forma que para analizar la bomba, pues la densidad no es constante además del resto de consideraciones que se tienen en cuenta cuando se trabaja con gases.

Sabiendo que la compresión se puede llevar a cabo adiabáticamente o politrópicamente, la carga se puede expresar como sigue teniendo en cuenta las siguientes consideraciones[67]:

1) Prevalecen las condiciones de flujo estable.
2) El fluido es compresible.
3) Sobre el flujo solo actúa la fuerza gravitacional, por tanto se desprecian los efectos causados por campos magnéticos y otras fuerzas externas.
4) Proceso adiabático/politrópico.
5) La masa del sistema se conserva, es decir que $\dot{m}_e = \dot{m}_s$.

Por tanto:

$$H_{ad} = \left(\frac{z_s - z_d}{2}\right)\left(\frac{1545}{M_w}\right) T_s \left[\frac{r_c{}^{(k-1)/k} - 1}{(k - 1/k)}\right] \qquad (3.165)$$

$$H_{poli} = \left(\frac{z_s - z_d}{2}\right)\left(\frac{1545}{M_w}\right) T_s \left[\frac{r_c{}^{(n-1)/n} - 1}{(n - 1/n)}\right] \qquad (3.166)$$

Donde H_{ad} y H_{poli} corresponden a la carga adiabática y politrópica respectivamente en (ft-lb)/lb; z_s es el factor de compresibilidad en la succión, z_d es

[67] Ver: GREENE, Richard W. COMPRESORES SELECCIÓN, USO Y MANTENIMIENTO.1º edición, McGraw Hill, Mexico, 1990.

el factor de compresibilidad en la descarga; M_w es el peso molécular, T_s es la temperatura de succión (ºR) y r_c es la relación de compresión (P_d/P_s).

3.3.6 Intercambiadores De Calor

La determinación de la caída de presión (ΔP) para un intercambiador de calor es esencial, por lo menos por dos razones:

- El fluido necesita ser bombeado a través del intercambiador, lo que significa que la potencia de bombeo del fluido es necesaria. Esta potencia de bombeo es proporcional a la caída de presión del intercambiador.
- La tasa de transferencia de calor puede ser influenciada significativamente por el cambio de la temperatura de saturación para un fluido condensado/evaporado si hay una gran caída de presión asociada con el flujo.

La potencia de bombeo es proporcional a la caída de presión y está dada por:

$$P_b = \frac{\dot{V}\Delta p}{\eta_p} = \frac{\dot{m}\Delta \mathrm{p}}{\rho \eta_p} \qquad (3.167)$$

Donde $\dot{V}$ es la tasa de flujo volumétrico y η_p es la eficiencia de la bomba/ventilador.

$$\dot{m} = GA_0 \qquad \Delta p \approx f_f \frac{4L}{D_h}\frac{G^2}{2g_c\rho} \qquad R_e = \frac{GD_h}{\mu}$$

Donde G se conoce como la velocidad de masa por unidad de superficie en el núcleo ($G = \rho u_m$, donde u_m es la velocidad media axial que se produce en el área mínima de flujo libre en el intercambiador $\left(\frac{kg}{m^2 s}\right)$, A_0 es el área mínima de flujo, f_f es el factor de fricción de Fanning, R_e es el número de Reynolds.

Algunas correlaciones para el factor de fricción de Fanning, son las siguientes:

- Flujo laminar (Re<2000)

$$f_f = \frac{16}{R_e} \qquad (3.168)$$

- Flujo turbulento, tubo liso (Re>4000)

$$\frac{1}{\sqrt{f_f}} = 4\ log_{10}\left(R_e\sqrt{f_f}\right) - 0.4 \qquad (3.169)$$

- Flujo turbulento, tubo rugoso

$$\frac{1}{\sqrt{f_f}} = 4\ log_{10}\left(\frac{D}{e}\right) + 2.28 \qquad (3.170)$$

- Flujo de transición

$$\frac{1}{\sqrt{f_f}} = 4\ log_{10}\left(\frac{D}{e}\right) + 2.28 - 4\ log_{10}\left(4.67\frac{\frac{D}{e}}{R_e\sqrt{f_f}} + 1\right) \qquad (3.171)$$

Otras contribuciones importantes a la caída de presión del intercambiador de calor, es la caída de presión en el núcleo. Se compone de uno o más de las siguientes contribuciones, en función de la construcción del intercambiador:

(1) Las pérdidas de fricción asociada con el flujo de fluido sobre la superficie de transferencia de calor.
(2) Los cambios de densidad del fluido en el núcleo.

(3) Caída de presión asociada con la contracción y expansión en el núcleo a la entrada y la salida.

(4) Efecto de la gravedad, debido al cambio en la elevación entre la entrada y salida del intercambiador.

❖ Intercambiador de carcasa y tubos

➢ Lado tubos

La caída de presión al interior del tubo está determinada por la siguiente ecuación:

$$\Delta p = \frac{G^2}{2g_c\rho_i}\left[1 \underbrace{- \sigma^2 + K_c}_{\text{Efecto de entrada}} + \underbrace{2\left(\frac{\rho_i}{\rho_o} - 1\right)}_{\text{Efecto de momentum}} + \underbrace{f\frac{1}{r_h}\left(\frac{1}{\rho_m}\right)}_{\text{Fricción en el núcleo}} \underbrace{- (1 - \sigma^2 - K_e)\frac{\rho_i}{\rho_o}}_{\text{Efecto de salida}}\right] \qquad (3.172)$$

El efecto de entrada, es debido a:

- La caída de presión que resulta de un cambio en el área de flujo.
- Las pérdidas de presión asociadas con la expansión libre, en el caso que uno de los fluidos sea un gas.

El efecto de momentum, es debido a:

- El cambio de presión debido al cambio en el flujo de momento en el núcleo.

El efecto de salida, es debido a:

- El aumento de presión debido a la desaceleración asociada con un aumento del área de flujo.
- La pérdida de presión debida a la libre expansión y a los cambios irreversibles del flujo de impulso debido a una expansión brusca.

- Lado carcasa

La evaluación de la caída de presión en el lado carcasa es más complejo debido a las desviaciones existentes en el recorrido del flujo y al flujo cruzado.

La caída de presión asociada con el flujo de un fluido en una sección de flujo cruzado ideal entre dos bafles es:

$$\Delta p_{b,i} = Eu\frac{{G_c}^2}{2g_c\rho_s}N_{r,cc}\left(\frac{\mu_w}{\mu_m}\right)^{0.25} = \frac{4f_{id}{G_c}^2}{2g_c\rho_s}N_{r,cc}\left(\frac{\mu_w}{\mu_m}\right)^{0.25} = \frac{\mu^2}{\rho g_c}\frac{N_{r,cc}}{{d_o}^2}H_g \qquad (3.173)$$

Donde

$$Eu = 4f_{id} \qquad (3.174)$$

$$H_g = 32R_e \qquad (3.174)$$

3.3.7 Caldera.

En el cálculo de la caída de presión para una caldera se debe tener en cuenta las partes que la componen, es decir:

- Sobrecalentador y recalentador

$$\Delta P = \left(\frac{fL}{D_i} + \frac{1.5}{12} + \frac{N_b}{12}\right)v\left(\frac{G}{10^5}\right)^2 \qquad (3.175)$$

Donde:

N_b: Pérdidas de cabeza de velocidad

v: Volumen específico promedio de vapor

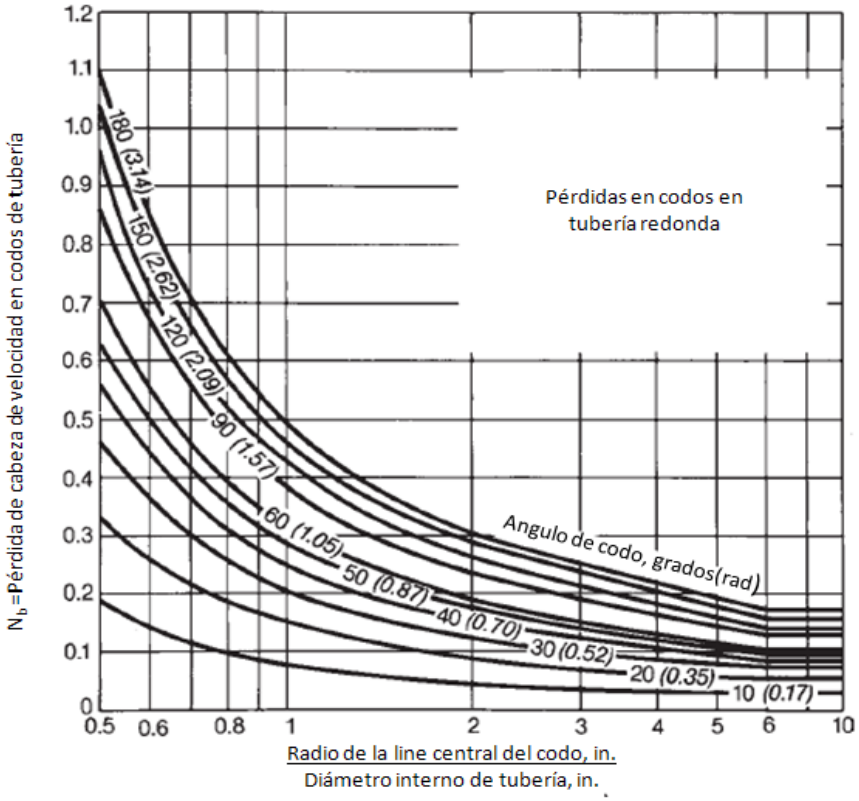
G: Flujo másico de vapor por unidad de área

L: Longitud continúa de un tubo de recalentador desde el tambor de vapor hasta la salida del recalentador

f: Factor de fricción.

Para calcular el N_b se puede usar la siguiente figura para diferentes ángulos de codo:

Figura 3.35. Ángulos para codos en tubería redonda



Fuente: Pérdidas en codo para tubería redonda, en términos de la cabeza de velocidad. Adaptado de Steam: its generations and use, The Babcock & Wilcox Company.

- Hogar y haz de tubos

La caída de presión dentro del hogar y del haz de tubos fue calculada mediante la ecuación de Darcy – Weisbach:

$$\Delta p = f\frac{\rho L_H V^2}{2D_{in-H}} \qquad (3.176)$$

Donde:

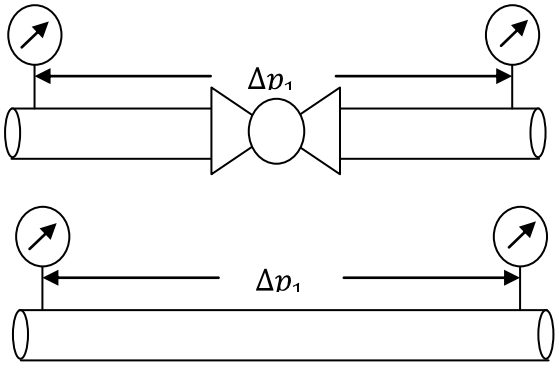
L_H: Longitud del hogar

V: Velocidad de los gases de combustión

3.3.8 Válvula

Cuando un fluido se desplaza uniformemente por una tubería recta, larga y de diámetro constante, la configuración del flujo indicada por la distribución de la velocidad sobre el diámetro de la tubería adopta una forma característica. Cualquier obstáculo en la tubería cambia la dirección de la corriente en forma total o parcial, altera la configuración característica de flujo y ocasiona turbulencia, causando una pérdida de energía mayor de la que normalmente se produce en un flujo por una tubería recta. Ya que las válvulas en una línea de tuberías alteran la configuración de flujo, producen una pérdida de presión adicional.[68]

Figura 3.36. Tubería recta y con forma característica



Fuente: Los autores

Existen diversos tipos de válvulas, tales como las válvulas de compuerta, bola, macho, de mariposa, válvulas de globo, angulares, entre otras; esta variedad hace

[68] CRANE – FLUJO DE FLUIDOS EN VÁLVULAS, ACCESORIOS Y TUBERÍAS, McGraw – Hill.

que sea complicado comprobar experimentalmente la pérdida de presión en cada una de ellas.

Por lo tanto se proporcionan medios confiables para adquirir esta información, que dependen de conceptos tales como longitud equivalente “L/D”, coeficiente de resistencia “K” y coeficiente de flujo “C_v o K_v”.

La pérdida de presión en la válvula depende de:

- Rozamiento del fluido contra las paredes (fricción)
- Cambios de dirección
- Cambios de sección más o menos brusco (cambio en el área)
- Obstrucciones

La pérdida de carga en válvulas se da generalmente en función del coeficiente de resistencia K, que indica la pérdida de altura de presión estática en una válvula, en función de la “altura de velocidad”. Es decir:

$$h_L = K\,\frac{V^2}{2g} \qquad (3.177)$$

El coeficiente de resistencia K en la ecuación, se define como la pérdida de altura de velocidad para una válvula. Está siempre asociado con el diámetro al cual se refiere la velocidad. Esta ecuación es válida para calcular la caída de presión en válvulas para todas las condiciones de flujo.

$$K_2 = \frac{0.8\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)(1-\beta^2)}{\beta^4} = \frac{K_t}{\beta^4} \qquad (3.178)$$

$$K_2 = \frac{0.5(1-\beta^2)\sqrt{\sin\frac{\theta}{2}}}{\beta^4} = \frac{K_1}{\beta^4} \qquad (3.179)$$

$$K_2 = \frac{2.6\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)(1-\beta^2)}{\beta^4} = \frac{K_1}{\beta^4} \qquad (3.180)$$

$$K_2 = \frac{(1-\beta^2)^2}{\beta^4} = \frac{K_1}{\beta^4} \qquad (3.181)$$

$$K_2 = \frac{K_1\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)[0.8(1-\beta^2) + 2.6(1-\beta^2)^2]}{\beta^4} \qquad (3.182)$$

$$K_2 = \frac{K_1 + \beta[0.5(1-\beta^2) + (1-\beta^2)^2]}{\beta^4} \qquad (3.183)$$

$$\beta = \frac{d_1}{d_2} \qquad (3.184)$$

$$\beta^2 = \frac{a_1}{a_2} \qquad (3.185)$$

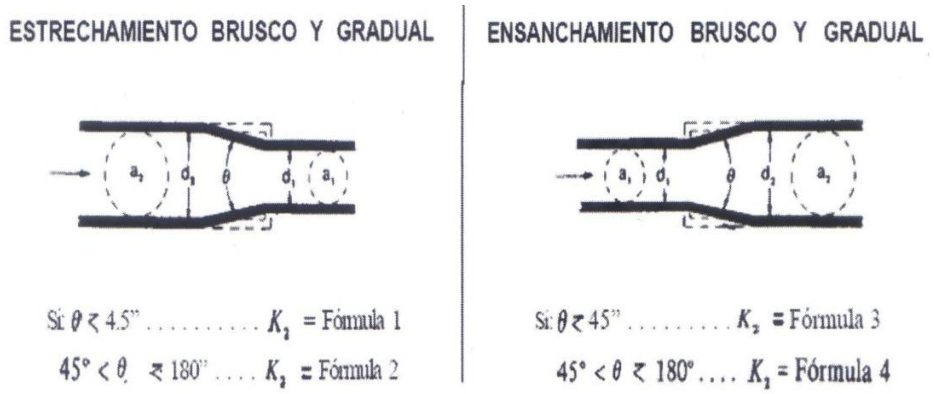
Para ensanchamiento brusco

$$K_1 = (1-\beta^2)^2 \qquad (3.186)$$

Para estrechamiento brusco

$$K_1 = 0.5(1-\beta^2)^2 \qquad (3.187)$$

Figura 3.37. Estrechamientos en las válvulas



Fuente: CRANE – FLUJO DE FLUIDOS EN VÁLVULAS, ACCESORIOS Y TUBERÍAS, McGraw Hill

Tabla 3. Factores de fricción para tuberías comerciales, nuevas de acero, con flujo en la zona total de turbulencia.

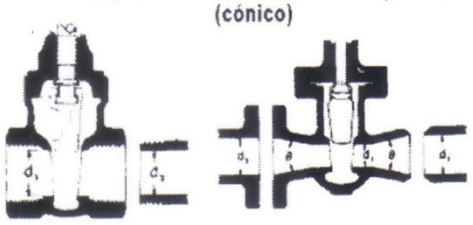
Diámetro nominal	mm	15	20	25	32	40	50	65,80	100	125	150	200-250	300-400	450-600
	pulg	1/2	3/4	1	11/4	11/2	2	21/2, 3	4	5	6	8-10	12-16	18-24
Factor de fricción (f_t)		0.027	0.025	0.023	0.022	0.021	0.019	0.018	0.017	0.016	0.015	0.014	0.013	0.012

Fuente: CRANE – FLUJO DE FLUIDOS EN VÁLVULAS, ACCESORIOS Y TUBERÍAS, McGraw Hill

Figura 3.38. Coeficientes de resistencia "K" valido para válvulas y accesorios

VÁLVULAS DE COMPUERTA

De cuña, de doble obturador o tipo macho (cónico)

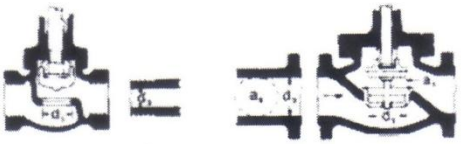


Si: $\beta = 1, \theta = 0$ . . . . . $K_1 = 8 f_T$

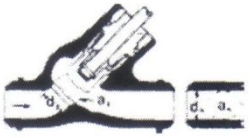
$\beta < 1$ y $\theta < 45°$. . . . . K_2 = Fórmula 5

$\beta < 1$ y $45° < \theta < 180°$. . . . K_3 = Fórmula 6

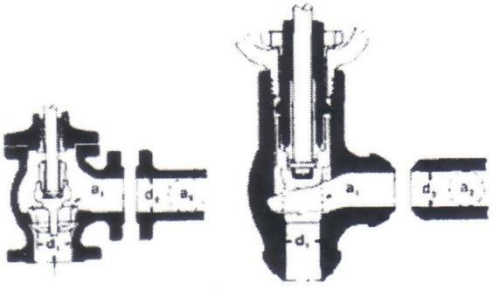
VÁLVULAS DE GLOBO Y ANGULARES



Si: $\beta = 1 \quad K_1 = 340 f_T$



Si: $\beta = 1 \ldots . K_1 = 55 f_T$

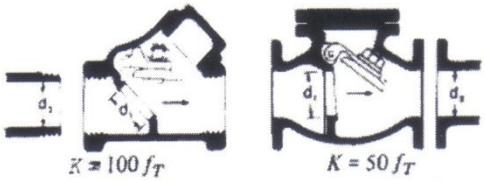


Si: $\beta = 1 \ldots K_1 = 150 f_T$ Si: $\beta = 1 \ldots . K_1 = 55 f_T$

Todas las válvulas de globo y angulares con asiento reducido o de mariposa

Si: $\beta < 1 \ldots . K_2$ = Fórmula 7

VÁLVULAS DE RETENCIÓN DE DISCO OSCILANTE



$K = 100 f_T$ $K = 50 f_T$

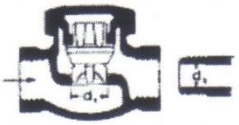
Velocidad mínima en la tubería para levantar totalmente el obturador

(m/seg) = $45 \sqrt{\bar{V}}$ = $75\sqrt{\bar{V}}$

(pie/seg) = $35 \sqrt{\bar{V}}$ = $60 \sqrt{\bar{V}}$

U/L, Registradas = $120 \sqrt{\bar{V}}$ = $100 \sqrt{\bar{V}}$

VALVULAS DE RETENCION DE OBTURADOR ASCENDENTE



Si: $\beta = 1 \ldots K_1 = 600 f_T$

$\beta < 1 \ldots K_2$ = Fórmula 7

Velocidad mínima en la tubería para levantar totalmente el obturador = $50 \beta^2 \sqrt{\bar{V}}$ m/seg $40 \beta^2 \sqrt{\bar{V}}$ pie/seg

Si: $\beta = 1 \ldots . K_1 = 55 f_T$

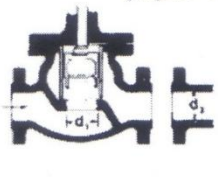
$\beta < 1 \ldots K_2$ = Fórmula 7

Velocidad mínima en la tubería para levantar totalmente el obturador = $170 \beta^2 \sqrt{\bar{V}}$ m/seg $140 \beta^2 \sqrt{\bar{V}}$ pie/seg

VALVULAS DE RETENCIÓN DE DISCO BASCULANTE

Pasos	$\alpha = 5°$	$\alpha = 15$
50 mm (2") a 200 mm (8") K =	$40 f_T$	$120 f_T$
250 mm (10") a 350 mm (14") K =	$30 f_T$	$90 f_T$
400 mm (16") a 1200 mm (48") K =	$20 f_T$	$60 f_T$
Velocidad mínima en la tubería para abrir totalmente el obturador = m/seg	$100 \sqrt{\bar{V}}$	$40 \sqrt{\bar{V}}$
pie/seg	$80 \sqrt{\bar{V}}$	$30 \sqrt{\bar{V}}$

VÁLVULAS DE RETENCIÓN Y CIERRE
(Tipos recto y angular)



Si:

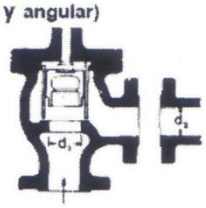
$\beta = 1 \ldots K_1 = 400 f_T$

$\beta < 1 \ldots K_2 =$ Fórmula 7

Velocidad mínima en la tubería para levantar totalmente el obturador

m/seg $= 70\ \beta^2 \sqrt{V}$

pie/seg $= 55\ \beta^2 \sqrt{V}$



Si:

$\beta = 1 \ldots K_1 = 200 f_T$

$\beta < 1 \ldots K_2 =$ Fórmula 7

Velocidad mínima en la tubería para levantar totalmente el obturador

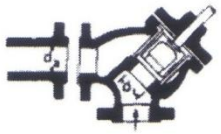
$= 95\ \beta^2 \sqrt{V}$

$= 75\ \beta^2 \sqrt{V}$

Si:

$\beta = 1 \ldots K_1 = 300 f_T$

$\beta < 1 \ldots K_2 =$ Fórmula 7



Si:

$\beta = 1 \ldots K_1 = 350 f_T$

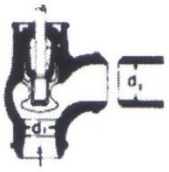
$\beta < 1. K_2 =$ Fórmula 7

velocidad mínima en la tubería para abrir totalmente el obturador

m/seg $= 75\ \beta^2 \sqrt{V}$ pie/seg $= 60\ \beta^2 \sqrt{V}$

$\beta = 1 \ldots K_1 = 55 f_T$

$\beta < 1 \ldots K_2 =$ Fórmula 7



$\beta = 1 \ldots K_1 = 55 f_T$

$\beta < 1 \ldots K_2 =$ Fórmula 7

Velocidad mínima en la tubería para levantar totalmente el obturador

mg/seg $= 170\ \beta^2 \sqrt{V}$ (pie/seg) $= 140\ \beta^2 \sqrt{V}$

VÁLVULAS DE PIE CON FILTRO

Obturador ascendente

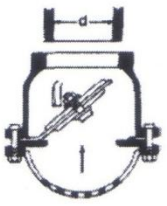
$K = 420 f_T$

Velocidad mínima en la tubería para levantar totalmente el obturador

m/seg $= 20 \sqrt{V}$

pie/seg $= 15 \sqrt{V}$

Obturador oscilante



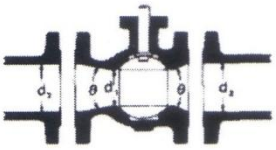
$K = 75 f_T$

Velocidad mínima en la tubería para levantar totalmente el obturador

$= 45 \sqrt{V}$

$= 35 \sqrt{V}$

VÁLVULAS DE GLOBO

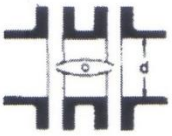


Si: $\beta = 1, \theta = 0 \ldots K_1 = 3 f_T$

$\beta < 1$ y $\theta < 45° \ldots K_2 =$ Fórmula 5

$\beta < 1$ y $45° < \theta \leq 180° \ldots K_2 =$ Fórmula 6

VÁLVULAS DE MARIPOSA



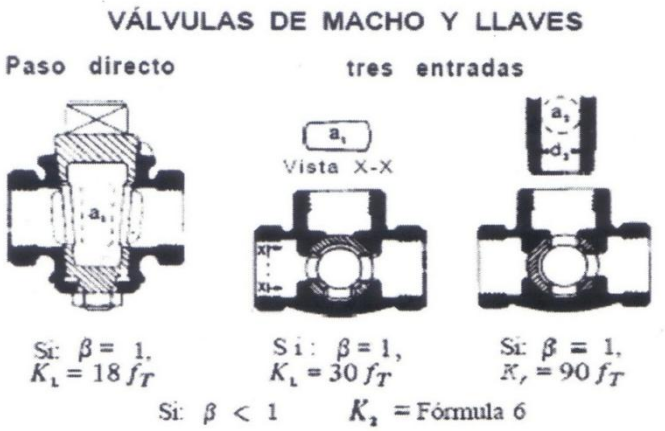
Diámetro 50 mm (2") a 200 mm (8"). . . . . $K = 45 f_T$

Diámetro 250 mm (10") a 350 mm (14"). . . $K = 35 f_T$

Diámetro 400 mm (16") a 600 mm (24") . . $K = 25 f_T$

Fuente: CRANE – FLUJO DE FLUIDOS EN VÁLVULAS, ACCESORIOS Y TUBERÍAS, McGraw Hill – Tabla A-24

Figura 3.39. Coeficientes de resistencia "K" valido para válvulas de macho y llaves



Fuente: CRANE – FLUJO DE FLUIDOS EN VÁLVULAS, ACCESORIOS Y TUBERÍAS, McGraw Hill – Tabla A-24

3.3.9 Condensador

Para calcular la caída de presión en un condensador, es necesario identificar por donde circula y la fase en la que se encuentra el fluido.

- Si la condensación es por fuera de los tubos

$$\Delta p_c = 2fV^2\rho(N+1) \qquad (3.188)$$

- Si la condensación es por dentro de los tubos

$$\Delta p_t = 4f\frac{V^2\rho L N_p}{D_e} \qquad (3.189)$$

- Si dentro de los tubos hay cambio de fase

$$\Delta p_t = \left(\left(\Delta p^{1/n} \right)_f + \left(\Delta p^{1/n} \right)_g \right)^n \qquad (3.190)$$

Donde n=4 cuando ambas fases presentan flujo turbulento, o n=3.5 cuando una o ambas fases están en régimen laminar.

Para la caída de presión tanto en la fase líquida, como en la fase de vapor se tiene:

$$\Delta p_f = 4f \frac{\rho_l {V_l}^2 L N_p}{D_i} \qquad (3.191)$$

$$\Delta p_g = 4f \frac{\rho_g {V_g}^2 L N_p}{D_i} \qquad (3.192)$$

Donde:

D_i: Diámetro interno

D_c: Diámetro en la coraza

D_e: Diámetro en la entrada

f: Factor de fricción

L: Longitud del condensador

N_p: Número de pasos de tubo

V: Velocidad de flujo

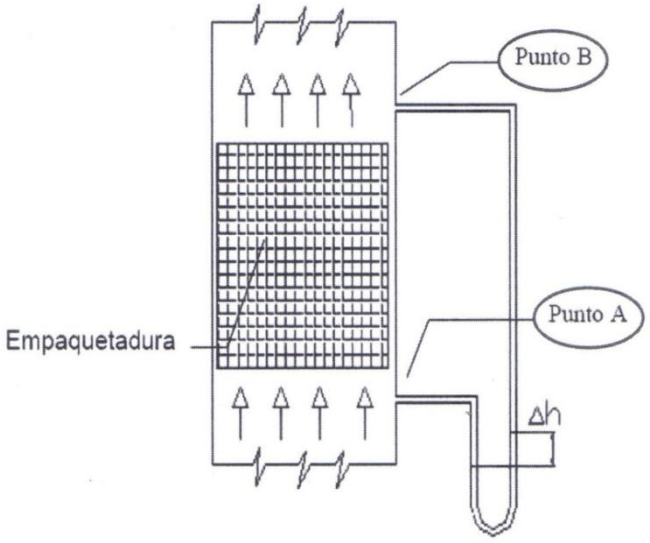
ρ: Densidad

3.3.10 Torre De Enfriamiento.

Existen dos métodos para calcular la caída de presión en una torre de enfriamiento:

- En forma práctica: La caída de presión dentro de la empaquetadura se puede medir utilizando un manómetro diferencial colocado entre los puntos A y B. Esta caída de presión nos determinará la presión estática mínima que debe producir un ventilador para permitir que el aire pase a través de la empaquetadura. El siguiente esquema muestra la medición de la caída de presión dentro de la empaquetadura.

Figura 3.40. Medición de la caída de presión dentro de la empaquetadura de una torre de enfriamiento



Fuente: Jorge Antonio Iñiguez Donoso, Alfredo Barriga Rivera – Cálculo y Diseño De Empaquetadura y Ventiladores para una Torre de Enfriamiento de Tiro Forzado, Escuela Superior Politécnica del Litoral, 2000.

$$p_A - p_B = \rho g h_2 - \rho g h_1 \qquad (3.193)$$

- Cálculos

La caída de presión se presenta en el relleno de la torre de enfriamiento, por lo tanto la pérdida de presión a través del relleno se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$\Delta p = (3.94E - 10)(9.85\ x\ Z + 5)(G"^2\ x\ V_h) \qquad (3.194)$$

Donde:

Z: Altura del relleno (m).

$G"$: Flujo transversal del gas (kg/m^{2}h).

V_h: Volumen húmedo a la entrada (m^3/kg).

Δp: Caída de presión (cm H_2O).

4. ANÁLISIS Y MODELADO DE LOS SISTEMAS TÉRMICOS.

En capítulos anteriores, se presentó el modelado de sistemas térmicos, y se discutió diferentes tipos de modelos para diferentes componentes térmicos. La atención se centró en los modelos matemáticos, que emplean las aproximaciones, simplificaciones e idealizaciones para obtener un conjunto de ecuaciones matemáticas que rigen un determinado componente o subsistema. Los modelos matemáticos también ayudan a identificar los mecanismos dominantes y a determinar los parámetros dimensionales importantes que deben ser variados en un estudio experimental o en un análisis para caracterizar el comportamiento térmico del sistema dado. El modelado físico, del cual también se habló en anteriores capítulos, implica experimentar con un modelo a escala del sistema; se utiliza como un medio para obtener resultados que no son extraídos fácilmente de modelos matemáticos. El ajuste de curvas se usa a menudo para derivar ecuaciones y expresiones algebraicas para representar los resultados experimentales o numéricos, así como también datos sobre las propiedades de los materiales, condiciones ambientales, tendencias financieras y características de los equipos.

Como consecuencia de la modelación matemática y física, junto con el ajuste de curvas, se obtienen las ecuaciones matemáticas que rigen el comportamiento del sistema térmico. Estas ecuaciones están generalmente relacionadas entre sí a través de las propiedades del material, condiciones de frontera, flujo de materia y energía, y las interacciones entre los diversos componentes del sistema.

Debido a la naturaleza acoplada de estas ecuaciones y porque en los sistemas térmicos típicos surgen ecuaciones diferenciales algebraicas no lineales, incluyendo tanto las ecuaciones diferenciales ordinarias como las parciales, se

tiene la necesidad de recurrir a técnicas numéricas para obtener los resultados deseados ya que raras veces las soluciones analíticas son posibles.

Un modelo numérico de un sistema térmico se refiere a una representación computacional o representación numérica del sistema en un computador, que puede ser utilizado para aproximarse al comportamiento y a las características del sistema. Consiste en un esquema numérico o un procedimiento que dará soluciones a las ecuaciones matemáticas gobernantes, con fronteras numéricamente impuestas y condiciones iniciales, datos de propiedades relevantes, características de los componentes y otras entradas necesarias para la representación de todo el sistema. El algoritmo numérico, así como su implementación en un computador, constituye el modelo numérico.

4.1 SISTEMAS DE GENERACIÓN DE POTENCIA O CONVERSIÓN DE ENERGÍA (CENTRAL TÉRMICA).

Una central termoeléctrica o central térmica es una instalación empleada para la generación de energía eléctrica a partir de la energía liberada en forma de calor, normalmente mediante la combustión de combustibles fósiles como petróleo, gas natural o carbón. Este calor es empleado por un ciclo termodinámico convencional para mover un alternador y producir energía eléctrica[69].

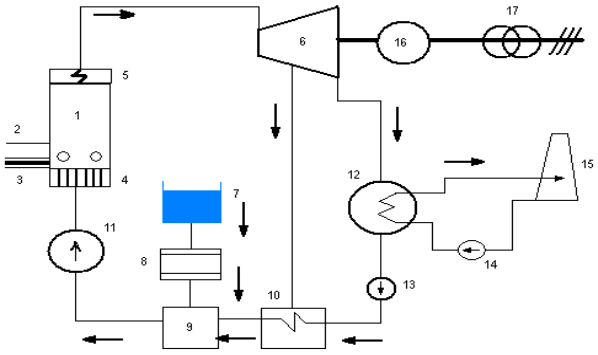
El funcionamiento de una planta termoeléctrica es la siguiente: el combustible se inyecta, mezclado con aire caliente a presión, en la caldera (1) para su combustión.

[69] Fuente: http://es.wikipedia.org/wiki/Central_termoel%C3%A9ctrica

Dentro de la caldera se produce el vapor que al pasar a la turbina acciona sus álabes. El vapor al llegar a la turbina (6) se expande y al hacerlo entrega su energía en forma de movimiento rotativo en su eje e impulsa al alternador (16), donde se produce energía eléctrica.

Después de accionar las turbinas y una vez entrego su energía, el vapor sale a baja presión y temperatura e ingresa en el condensador (12), en donde se transforma en agua mediante enfriamiento. El agua obtenida por la condensación del vapor se inyecta de nuevo a la caldera a través de la bomba en las condiciones de presión y temperaturas más adecuadas[70].

Figura 4.1. Esquema de una central eléctrica



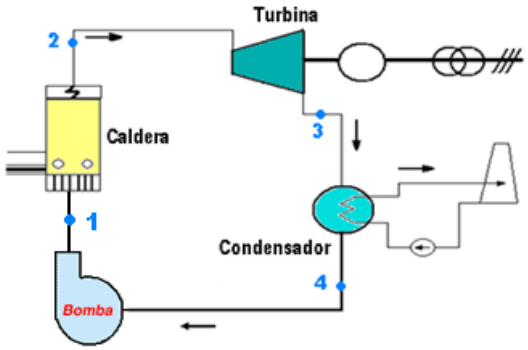
Fuente: http://www.textoscientificos.com/energía/centrales-electricas/vapor

Los elementos de la planta térmica que serán objeto de estudio son: (1) Caldera, (6) Turbina de vapor, (12) Condensador, (13) Bomba de extracción.

La siguiente figura muestra la planta que será objeto de estudio y sus respectivos puntos de análisis:

[70] Fuente: http://www.textoscientificos.com/energía/centrales-electricas/vapor

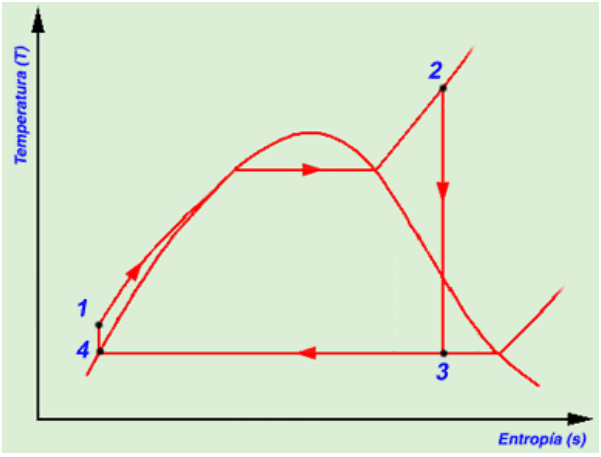
Figura 4.2. Esquema de una Planta Térmica



Fuente: http://www.textoscientificos.com/energía/centrales-electricas/vapor

En termodinámica se conoce como ciclo Rankine ideal, el empleado por las centrales termoeléctricas, el cual consiste en:

Figura 4.3. Diagrama T-s de el ciclo de una Planta Térmica



Fuente: http://www.uamerica.edu.co/tutorial/1intro_text_1_1.htm

El vapor que sale de la caldera (estado 2), es recalentado, a una presión relativamente alta, éste es conducido a través de una tubería hasta la turbina donde recibe el vapor y produce una expansión isoentrópica, permitiendo de esta forma mover su rotor y así producir el trabajo (W_t) necesario para mover el generador, el vapor sale de la turbina (estado 3), generalmente vapor húmedo a baja presión; pasa el condensador, donde se transforma en líquido saturado

(estado 4), en un proceso de extracción de calor (Q_{exp}), que se realiza a presión constante; allí el agua es tomada por la bomba y con un trabajo de bombeo (Wb) se aumenta la presión , en un proceso de compresión isoentrópica hasta el estado líquido subenfriado (estado 1), donde se alcanza la presión de trabajo de la caldera; en ésta se adiciona calor (Q_{tc}) transformando el líquido en vapor recalentado a través de un proceso a presión constante, obteniéndose nuevamente el vapor necesario para alimentar la turbina (estado 2)[71].

Para el análisis de cada componente de la planta térmica es necesario recurrir a las ecuaciones de conservación de la masa, conservación de la energía y la de cantidad de movimiento de la siguiente forma:

CALDERA:

Las ecuaciones para la caldera según el balance de masa son:

$$\dot{m}_{gases} = \dot{m}_{comb} + \dot{m}_{aire} \qquad (4.1)$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \qquad (4.2)$$

El estado 1 representa el paso desde la bomba hasta la entrada de la caldera y el estado 2 de la salida de la caldera hasta la entrada de la turbina.

Ahora, según la conservación de la energía:

$$\dot{m}_{comb} * PC + \dot{m}_{aire} * \Delta h_{aire} - \dot{m}_{gases} * \Delta h_{gases} = Q_{TC} + Q_{per} \qquad (4.3)$$

Siendo PC el poder calorífico del combustible y

[71] Fuente: http://www.uamerica.edu.co/tutorial/1intro_text_1_1.htm

$$Q_{TC} = \dot{m}_{vapor} * \Delta h_{vapor} \qquad (4.4)$$

Para la transferencia de calor en la caldera se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Caldera acuotubular, fluido de proceso fluye dentro de tubos.
- Calentamiento del fluido de proceso por radiación, debida a la llama de combustión, y por convección, por los gases calientes producto de la combustión.
- Se dividirá la caldera en tres zonas: la sección *radiante,* donde la transferencia de calor es por radiación en un porcentaje del 80%, la sección de *convección,* donde los tubos están fuera del alcance de la llama y los tubos tienen aletas para mejorar las condiciones de transferencia de calor, y la sección de *blindaje o zona de choque,* representan los primeros tubos de la zona de convección, aquí los tubos no tienen aletas.
- Pérdidas de calor en las paredes de la caldera 2% valor aceptable en diseño.

Sección Radiante.

$$Q_{rad} = 1.73x10^{-9}\alpha A_{cp} F_s \left({T_g}^4 - {T_m}^4\right) \qquad (4.5)$$

Q_{rad}= Calor absorbido por radiación [Btu/hr]

α = Factor para corregir espacio entre tubos

A_{cp}= Área de plano frío [ft^2]

F_s= Factor de intercambio de radiación desde los gases calientes

T_g= Temperatura de llama [R]

T_m= Temperatura de superficie metálica de tubos [R]

El calor absorbido en la zona radiante por convección está dado por:

$$Q_{conv} = hA_t(T_g - T_m) \qquad (4.6)$$

Donde:

h= Coeficiente de convección de película para los gases del horno

A_t= Área exterior de los tubos, [ft^2]

Entonces:

$$Q_R = Q_{rad} + Q_{conv}$$

$$Q_R = 0.173\alpha A_{CP} F_s \left[\left(\left(\frac{T_g}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_m}{100}\right)^4\right)\right] + 2x1.91\alpha A_{cp}(T_g - T_m) \qquad (4.7)$$

Donde se tomó un valor medio de $A_t/\alpha A_{cp}$ de 1.91y de h=2.0

Sección de Convección.

La sección de convección se calcula igual que un intercambiador de calor. Se puede decir que el tipo de flujo es de contra corriente. Entonces se puede utilizar la formula de la diferencia media logarítmica de temperatura LMTD, por tanto la ecuación de transferencia de calor es:

$$Q_s = U_o A_o LMTD \qquad (4.8)$$

Donde:

Q_s = Calor transferido en los tubos de choque, Btu/hr

U_o = Coeficiente global de transferencia de energía, Btu/hr-ft2-ºF

A_o = Área exterior de los tubos de choque, ft2

$LMTD$ = Diferencia media logarítmica de temperatura, ºF

U_o se obtiene por la formula ya analizada con anterioridad.

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_0} \qquad (4.9)$$

Y donde h_0 está influenciado tanto por la convección como por los flujos de radiación de los gases y de las paredes del horno. Por tanto:

$$h_o = 1.6\left(\frac{G^2}{D}\right)^{0.33} T^{0.3} + 0.0025T - 1.65 \qquad (4.10)$$

G = Velocidad másico de los gases alrededor de los tubos, jb/s-ft2

T = Temperatura media del gas, ºR

Esta última ecuación es válida para la zona de tubos desnudos y con aletas.

Para los tubos de choque hay que multiplicar el valor de la ecuación anterior por 1.75.

En la caldera según la ecuación de la cantidad de movimiento se tiene:

$$\Delta P_{caldera} = f(\dot{m}) \qquad (4.11)$$

En el cálculo de la caída de presión para una caldera se debe tener en cuenta las partes que la componen, es decir:

- Screen

$$\Delta p_1 = \Delta p_f + \Delta p_a + \Delta p_g + \Delta p_l \qquad (4.12)$$

$$\Delta p_f = \frac{fL}{D_e}\, \nu \left(\frac{G}{10^5}\right)^2 \qquad (4.13)$$

$$\nu = \nu_f(1 - x) + \nu_g x \qquad (4.14)$$

El factor de fricción se puede encontrar haciendo uso de la figura 4.4. Para hacer uso de esta figura se debe tener en cuenta el Número de Reynolds y la caracterización del flujo (Laminar, Transición, Turbulento).

$$R_e = \frac{GD_e}{\mu} \qquad (4.15)$$

R_e < 2000 Laminar, R_e > 4000 Turbulento, 2000 < R_e > 4000 Transición

$$D_e = \frac{4A_c}{P} \qquad (4.16)$$

Donde:

Δp_f Pérdida de presión por fricción

f Factor de fricción

L Longitud (m)

D_e Diámetro equivalente o diámetro hidráulico (m)

ν Volumen específico $\left(\frac{m^3}{kg}\right)$

ν_f Volumen específico de agua saturada $\left(\frac{m^3}{kg}\right)$

ν_g Volumen específico de vapor saturado $\left(\frac{m^3}{kg}\right)$

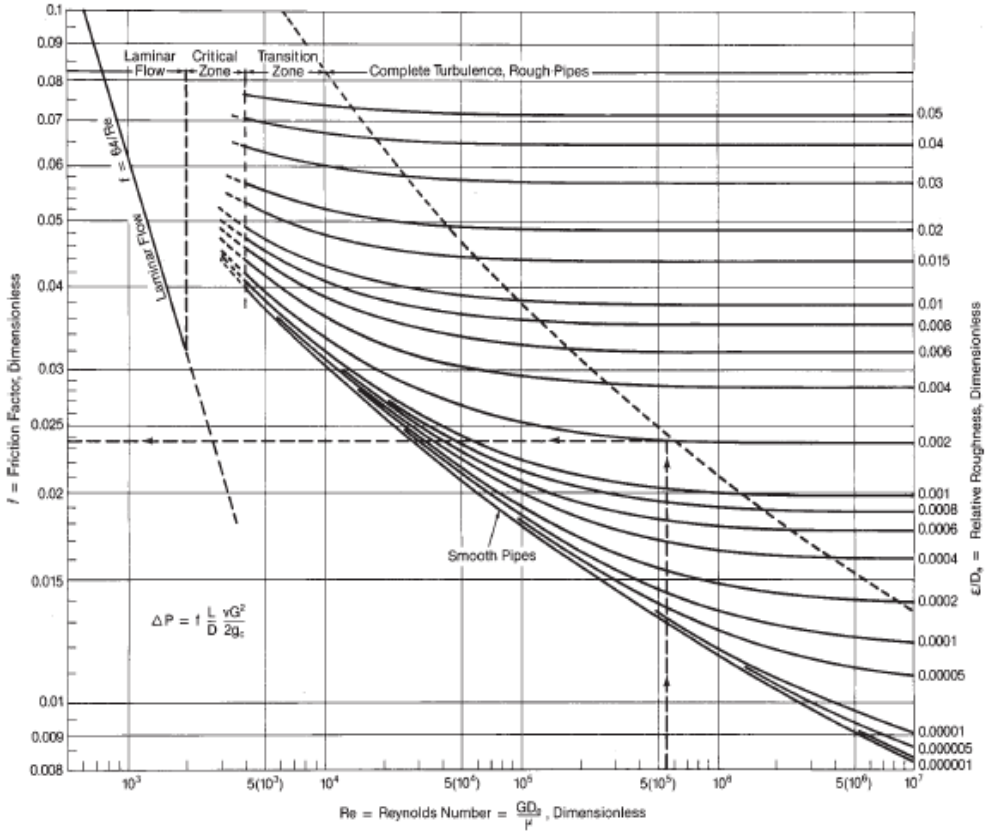
G Flujo másico $\left(\frac{kg}{m^2 s}\right)$

μ Viscosidad del fluido

A_c Área de la sección transversal del tubo (m^2)

P Perímetro de la sección transversal (m)

Figura 4.4 Relación del Factor de fricción/Número de Reynolds para determinar la caída de presión en el flujo de fluidos a través de circuitos cerrados (Tuberías y ductos)



Fuente: THE BABCOCK & WILCOX COMPANY – Steam its generation and use, edition 41, 2006

$$\Delta p_g = \rho_{hom}\left(\frac{g}{g_c}\right) L \sin\theta \qquad (4.17)$$

$$\frac{1}{\rho_{hom}} = \frac{(1-x)}{\rho_f} + \frac{x}{\rho_g} \qquad (4.18)$$

Donde:

Δp_g Pérdida de presión debida a la elevación

ρ_{hom} Densidad homogénea $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$

g Gravedad = $9.81\ \frac{m^2}{s}$

g_c Factor de proporcionalidad = $1\ \frac{kg\ m}{N\ s^2}$

L Longitud (m)

x Calidad

θ Ángulo desde la horizontal

$$\Delta p_a = \frac{G^2}{g_c}\left(\frac{1}{\rho_{sal}} - \frac{1}{\rho_{ent}}\right) \qquad (4.19)$$

Donde:

Δp_a Pérdida de presión debido a la aceleración

G Flujo másico $\left(\frac{kg}{m^2 s}\right)$

g_c Factor de proporcionalidad = $1\ \frac{kg\ m}{N\ s^2}$

ρ_{sal} Densidad homogénea a la salida $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$

ρ_{ent} Densidad homogénea a la entrada $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$

$$\Delta p_l = \phi k\left(\frac{G^2 \nu_f}{2g_c}\right) \qquad (4.20)$$

$$\Phi = 1.0 + \left(\frac{\nu_g - \nu_f}{\nu_f}\right)x \qquad (4.21)$$

$$G = \frac{\dot{m}}{A} \qquad (4.22)$$

Donde:

Δp_l Pérdidas locales, debido a los accesorios, las contracciones, expansiones, curvas, o de los orificios

ϕ Factor multiplicador para flujo bifásico

ν_f Volumen específico de agua saturada $\left(\frac{m^3}{kg}\right)$

ν_g Volumen específico de vapor saturado $\left(\frac{m^3}{kg}\right)$

x Calidad

K Coeficiente de pérdidas del accesorio

g_c Factor de proporcionalidad = 1 $\frac{kg\ m}{N\ s^2}$

G Flujo másico $\left(\frac{kg}{m^2 s}\right)$

$\dot{m}$ Flujo másico $\left(\frac{kg}{s}\right)$

A Área (m^2)

$$\Delta p_1 = \frac{fL}{D_e}\ \nu\left(\frac{G}{10^5}\right)^2 + \rho_{hom}\left(\frac{g}{g_c}\right) L \sin\theta + \frac{G^2}{g_c}\left(\frac{1}{\rho_{sal}} - \frac{1}{\rho_{ent}}\right) + \phi k\left(\frac{G^2 \nu_f}{2g_c}\right) \qquad (4.23)$$

- Superheater

$$\Delta p_2 = \Delta p_f + \Delta p_{e+e} + \Delta p_b \qquad (4.24)$$

$$\Delta p_f = \frac{fL}{D_e}\ \nu\left(\frac{G}{10^5}\right)^2$$

$$\Delta p_{e\to e} = \frac{1.5}{12}\ \nu\left(\frac{G}{10^5}\right)^2 \qquad (4.25)$$

$$\Delta p_b = \frac{N_b}{12}\nu\left(\frac{G}{10^5}\right)^2 \qquad (4.26)$$

$$\Delta p_2 = \left(\frac{fL}{D_e} + \frac{1.5}{12} + \frac{N_b}{12}\right)\ \nu\left(\frac{G}{10^5}\right)^2 \qquad (4.27)$$

Donde:

Δp_f Pérdida de presión por fricción

Δp_{e+e} Pérdida de presión a la entrada y la salida

Δp_b Pérdida en los codos

G Flujo másico $\left(\frac{kg}{m^2 s}\right)$

f Factor de fricción

L Longitud (m)

D_e Diámetro equivalente o diámetro hidráulico (m)

N_b Factor de pérdidas en los codos

ν Volumen específico $\left(\frac{m^3}{kg}\right)$

- Boiler bank

$$\Delta p_3 = \Delta p_f + \Delta p_a + \Delta p_g + \Delta p_l \qquad (4.28)$$

$$\Delta p_3 = \frac{fL}{D_e}\,\nu\left(\frac{G}{10^5}\right)^2 + \rho_{hom}\left(\frac{g}{g_c}\right)L\sin\theta + \frac{G^2}{g_c}\left(\frac{1}{\rho_{sal}} - \frac{1}{\rho_{ent}}\right) + \phi k\left(\frac{G^2\nu_f}{2g_c}\right) \qquad (4.29)$$

- Economizer

$$\Delta p_4 = \Delta p_f + \Delta p_{e+e} + \Delta p_b \qquad (4.30)$$

$$\Delta p_4 = \left(\frac{fL}{D_e} + \frac{1.5}{12} + \frac{N_b}{12}\right)\nu\left(\frac{G}{10^5}\right)^2 \qquad (4.31)$$

La caída de presión total en la caldera es:

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3 + \Delta p_4 \qquad (4.32)$$

$$\Delta p = 2\left[\frac{fL}{D_e}\,\nu\left(\frac{G}{10^5}\right)^2 + \rho_{hom}\left(\frac{g}{g_c}\right)L\sin\theta + \frac{G^2}{g_c}\left(\frac{1}{\rho_{sal}} - \frac{1}{\rho_{ent}}\right) + \phi k\left(\frac{G^2\nu_f}{2g_c}\right)\right] + 2\left[\left(\frac{fL}{D_e} + \frac{1.5}{12} + \frac{N_b}{12}\right)\nu\left(\frac{G}{10^5}\right)^2\right] \qquad (4.33)$$

TURBINA:

Conservación de la masa:

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 \qquad (4.34)$$

El estado 2 es a la entrada de la turbina y el estado 3 a la salida de la misma.

Ahora según la conservación de la energía:

$$\dot{m}_2 * (\Delta h)_{TURB} = W_f \qquad (4.35)$$

$W_f$es el trabajo en la turbina.

Y según la cantidad de movimiento:

$$\Delta P_{turbina} = f(\dot{m}) \qquad (4.36)$$

Para analizar la caída de presión y el comportamiento de las turbinas, desde el punto de vista de la mecánica de fluidos se utilizará el modelo de una turbina alta presión y sus respectivas correlaciones.

Modelo de turbina de alta presión (HP).

El vapor de alta presión entra a la turbina a través de una boquilla diseñada para aumentar su velocidad. La caída de presión producida en la boquilla a la entrada de la turbina limita el flujo de masa a través de la turbina. La relación entre el flujo de masa de y la caída de presión en la turbina de HP ha sido desarrollado por Stodola en 1927. La relación fue modificada posteriormente para incluir el efecto de la temperatura de entrada de la siguiente manera:

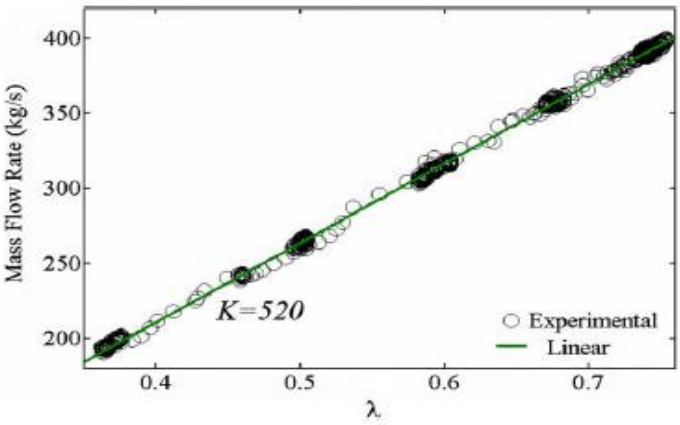
$$\dot{m}_{in} = \frac{K}{\sqrt{T_{in}}}\sqrt{{P_{in}}^2 - {P_{out}}^2} \qquad (4.37)$$

Donde K es una constante que se obtiene de los datos tomados de las respuestas de la turbina. Y λ se define como:

$$\lambda = \sqrt{\frac{{p_{in}}^2 - {p_{out}}^2}{T_{in}}} \qquad (4.38)$$

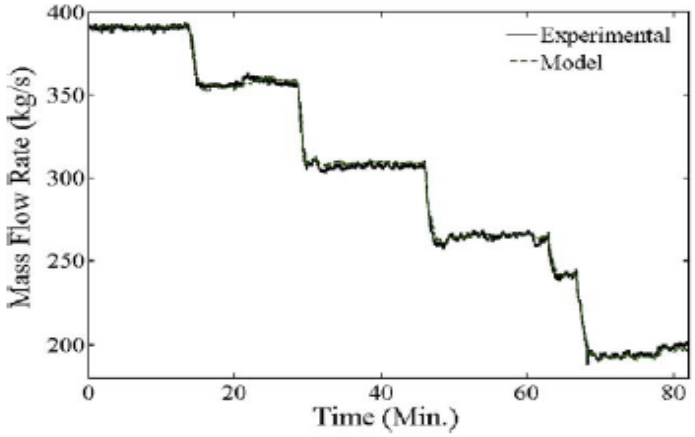
Se grafica λ contra la flujo de flujo de masa en la entrada, basado en datos experimentales, y utilizando regresión lineal se halla la pendiente K=520 (Figura 4.5). Generalmente la ecuación 4.37 tiene suficiente precisión cuando el fluido de trabajo es vapor de agua. Una comparación entre el modelo planteado y el experimental se muestra en la figura 4.6 que indica la exactitud de la constante definida[72].

Figura 4.5. Flujo másico Vs λ



[72] Fuente: Simulation Modelling Practice and Theory. journal homepage: ww.elsevier.com/ locate/simpat

Figura 4.6. Respuesta del modelo de presión – flujo de masa



La relación de presión de entrada y salida para motores de turbina de HP, basada en datos experimentales se muestra en la figura 4.7. Esta muestra una relación lineal con la pendiente de 0.29475.Nótese que la constante de tiempo para las turbinas de HP está normalmente entre 0,1 y 0,4 s, aquí la constante de tiempo es de 0,4 s, y por lo tanto la función de transferencia de presión entrada-salida es:

$$\frac{p_{out}}{p_{in}} = \frac{0.29475}{0.4s + 1} \qquad (4.39)$$

El tiempo de respuesta de la función de transferencia se muestra en la figura 4.8.

Para desarrollar el modelo dinámico de la turbina HP es necesario conocer la presión, flujo de masa y temperatura del vapor de agua la entrada y a la salida de cada sección. La temperatura del vapor en la salida de la turbina puede ser definida en términos de presión y temperatura del vapor a la entrada.

Asumir que la expansión del vapor en la turbina de HP es un proceso adiabático e isoentrópico, es simplemente para estimar la temperatura del vapor en la descarga de la turbina HP, mediante el uso de la relación de presión-temperatura del gas ideal.

$$\frac{T_{out}}{T_{in}} = \left(\frac{p_{out}}{p_{in}}\right)^{\left(\frac{k-1}{k}\right)} \qquad (4.40)$$

Donde K=Cp/Cv es el factor de expansión politrópica

Figura 4.7. Relación de presión de entrada y salida para motores de turbina de HP, basada en datos experimentales

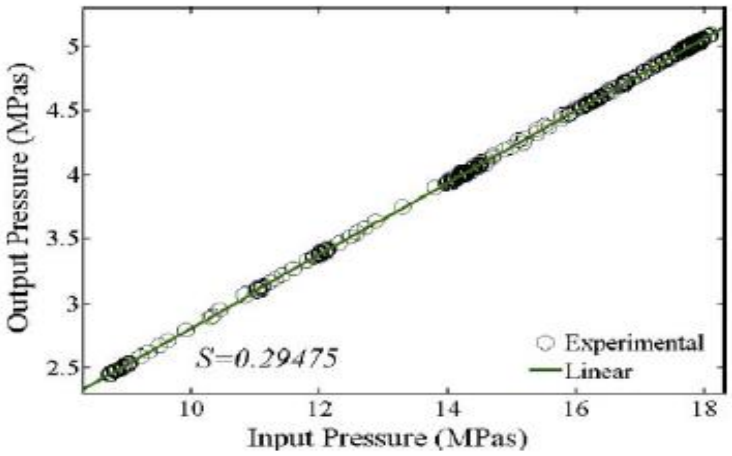
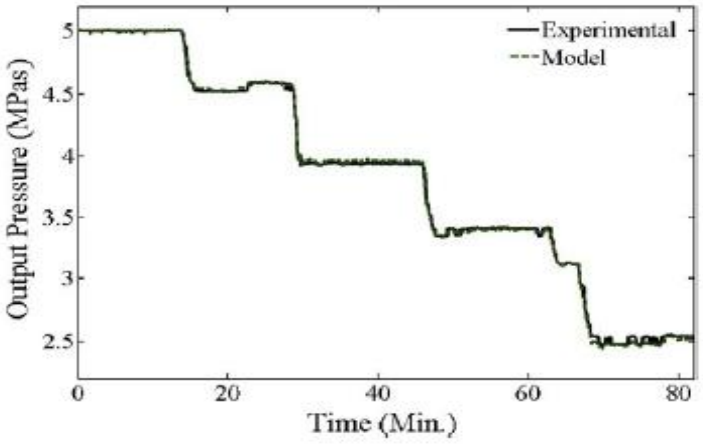


Figura 4.8. Tiempo de respuesta de la función de transferencia



CONDENSADOR:

La ecuación para el condensador según el balance de masa es:

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_4 \qquad (4.41)$$

Según la ecuación de la energía:

$$Q_{exp} = \dot{m} * (\Delta h)_{cond} \qquad (4.42)$$

El condensador es un tipo de intercambiador que se comporta como T_h constante (condensación de fluido caliente)

T_h es constante (condensación de fluido caliente). T_{Ci} y T_{Ce} son la entrada y salida de temperaturas del fluido frío.

$$\ln\left(\frac{T_h - T_{Ce}}{T_h - T_{Ci}}\right) = -\frac{UA_s}{(\dot{m}C_p)_C} \qquad (4.43)$$

$$q = (\dot{m}C_p)_C(T_{Ce} - T_{Ci}) = \dot{m}_C i'_{fg} \qquad (4.44)$$

T_C es constante (Ebullición del fluido frío). T_{hi} y T_{he} son las temperaturas de entrada y salida del fluido caliente.

$$\ln\left(\frac{T_{he} - T_C}{T_{hi} - T_C}\right) = -\frac{UA_s}{(\dot{m}C_p)_h} \qquad (4.45)$$

$$q = (\dot{m}C_p)_h(T_{hi} - T_{he}) = \dot{m}_B i'_{fg} \qquad (4.46)$$

En las ecuaciones 4.44 y 4.46, $\dot{m}_C$ y $\dot{m}_B$ son la flujo másico de condensación y ebullición de fluido respectivamente. Con uno o con ambos fluidos en cambio de fase, el análisis proporcionado es válido para todos los tipos de intercambiadores de calor.

Por último se aplica la ecuación de cantidad de movimiento para el condensador:

$$\Delta P_{condensador} = f(\dot{m}) \qquad (4.47)$$

La caída de presión en el condensador se obtiene de la siguiente forma:

$$\Delta p = \frac{f_{tp} L_{tp} G^2}{2\rho_l D}\left[1 + \frac{x}{2}\left(\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g}\right)\right] + \frac{G^2}{\rho_l}\left(\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g}\right)x$$
$$+ \frac{gL\sin\theta}{x}\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g \rho_l}\ln\left[1 + x\left(\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g}\right)\right] \quad (4.48)$$

Para determinar el factor de fricción, haciendo uso de las siguientes correlaciones:

$f_{tp} = \frac{64}{R_e}$ Para $R_e < 2300$

$f_{tp} = 0.316 {R_e}^{-0.25}$ Para $R_e > 2300$

Donde:

$$R_e = \frac{G D_i}{\mu_{tp}}$$

Se hacen uso de otras correlaciones para estimar el valor de la viscosidad homogénea de un flujo bifásico, tales como:

Mc. Adams (1942):

$$\frac{1}{\mu_{tp}} = \frac{x}{\mu_g} + \frac{1 - x}{\mu_l} \qquad (4.49)$$

Cicchitti (1960):

$$\mu_{tp} = \left(x\mu_g + (1 - x)\mu_l\right) \qquad (4.50)$$

Dukler (1964):

$$\mu_{tp} = \rho_H \left(\frac{\mu_g}{\rho_g} + (1 - x) \frac{\mu_l}{\rho_l} \right) \qquad (4.51)$$

$$\rho_H = \left(\frac{x}{\rho_g} + \frac{1 - x}{\rho_l} \right)^{-1} \qquad (4.52)$$

Donde:

f_{tp} = Factor de fricción para flujo bifásico

L_{tp} = Longitud

G = Flujo másico

ρ_l = Densidad para la fase líquida

ρ_g = Densidad para la fase gaseosa

ρ_H = Densidad homogénea para flujo bifásico

x = Calidad

g = Gravedad

R_e = Número de Reynolds

D_i = Diámetro interno

μ_{tp} = Viscosidad flujo bifásico

μ_l = Viscosidad fase líquida

μ_g = Viscosidad fase gaseosa

BOMBA:

Haciendo el respectivo balance de masa:

$$\dot{m}_4 = \dot{m}_1 \qquad (4.53)$$

El estado 4 es a la entrada de la bomba y el estado 1 a la salida de la misma.

Ahora según la conservación de la energía:

$$\dot{m} * (\Delta h)_{BOMBA} = W_{bomba} \qquad (4.54)$$

W_{bomba} es el trabajo de la bomba

Por último aplicando la ecuación de cantidad de movimiento a la bomba y se tiene:

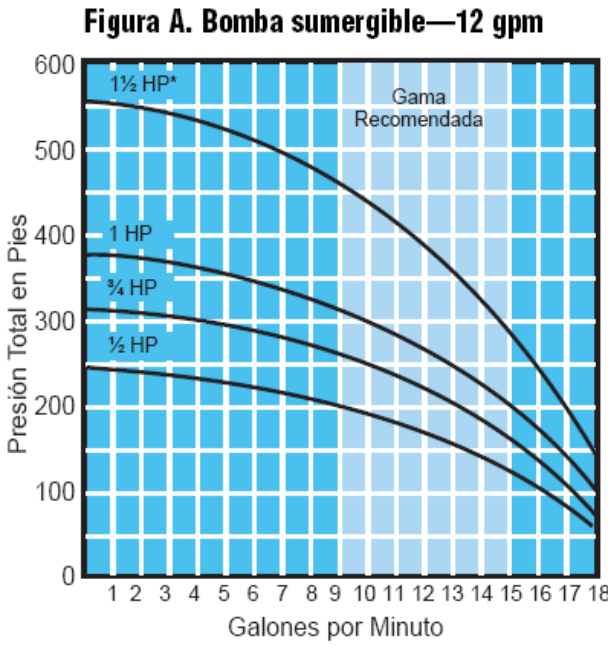
$$\Delta P_{bomba} = f(\dot{m}) \qquad (4.55)$$

Para los dispositivos como las bombas la caída de presión puede relacionarse con el caudal y con el número de revoluciones en sus respectivas curvas de funcionamiento y curvas de bombeo que proporciona el fabricante.

Interpretar estas gráficas puede ser útil, tanto para especificar las bombas para una aplicación, como para determinar si una bomba que ya ha sido instalada está rindiendo al nivel de su capacidad. Para las aplicaciones de bombeo, las curvas que se ilustran son muy similares, simplemente ofrecen información adicional[73].

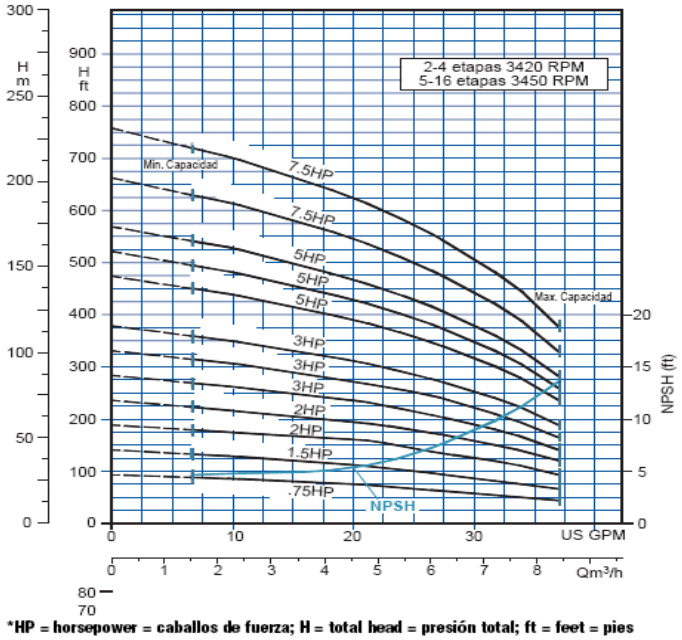
[73] http://www.agualatinoamerica.com/docs/pdf/7-8-02ref.pdf

Figura 4.9. Curva de bombeo



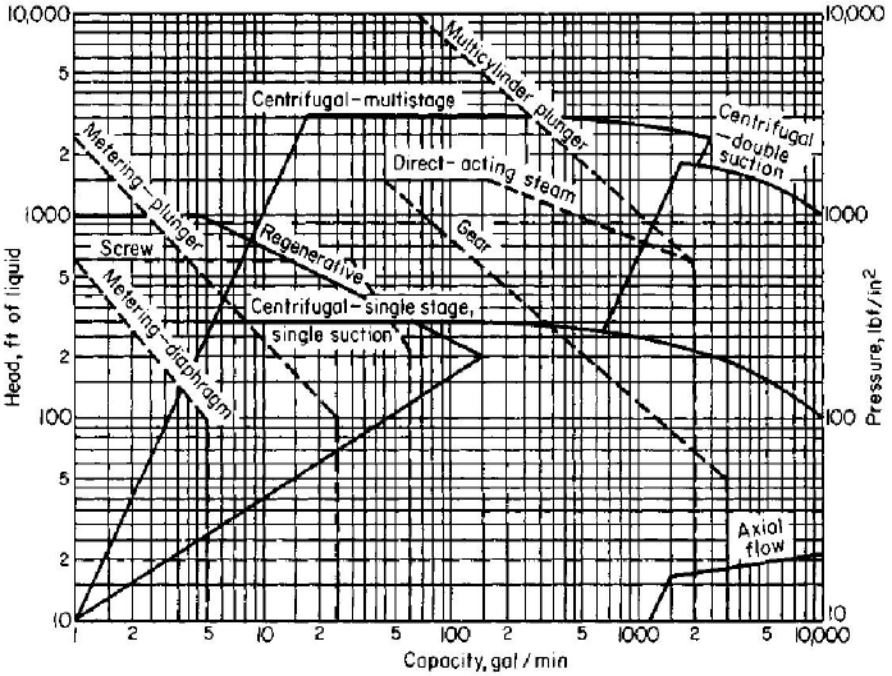
Fuente: Myers/Pentair Pump Group. The Rustler 4", K3153 Rev.02/01

Figura 4.10. Curva de bombeo



Fuente: Weber Industries/Webtrol V Series, V2008, 02/2001 Edition.

Figura 4.11. Curva de bombeo



Del análisis anterior para cada uno de los componentes de la planta de vapor, se tiene que sumadas las ecuaciones se llega a un total de 14, ahora se tiene que contar la cantidad de incógnitas teniendo en cuenta que el estado 1 es la salida de la bomba y la entrada de la caldera, el estado 2 es la salida de la caldera y la entrada de la turbina, el estado 3 corresponde a la salida de la turbina y la entrada al condensador y por último el estado 4 corresponde a la salida del condensador y la entrada a la bomba:

$\dot{m}_1$	h_3
$\dot{m}_2$	h_4
$\dot{m}_3$	P_1
$\dot{m}_4$	P_2
$\dot{m}_{aire}$	P_3
$\dot{m}_{comb}$	P_4
$\dot{m}_{gases}$	W_f(Trabajo de turbina)
T_{aire}	W_{bomba}(Trabajo de la bomba)
T_{gases}	$Q_{\exp condensador}$
h_1	Q_{TC}
h_2	

Se tiene un resultado un tanto incierto 14 ecuaciones con 21 incógnitas, por consiguiente se debe buscar las relaciones pertinentes que faciliten las ecuaciones necesarias para la solución:

$$\dot{m}_{aire} \ es\ conocido \qquad (4.56)$$

$$\dot{m}_{comb}\ es\ conocido \qquad (4.57)$$

$$T_{aire} \ es\ conocida \qquad (4.58)$$

$$Q_{TC} = U * A * LMTD\ (depende\ del\ tamaño\ y\ la\ geometria) \qquad (4.59)$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_{alimentación}\ es\ conocida \qquad (4.60)$$

$$h_4 = entalpia\ a\ la\ salida\ del\ condensador = h_f\ a\ la\ presión\ de\ condensación \qquad (4.61)$$

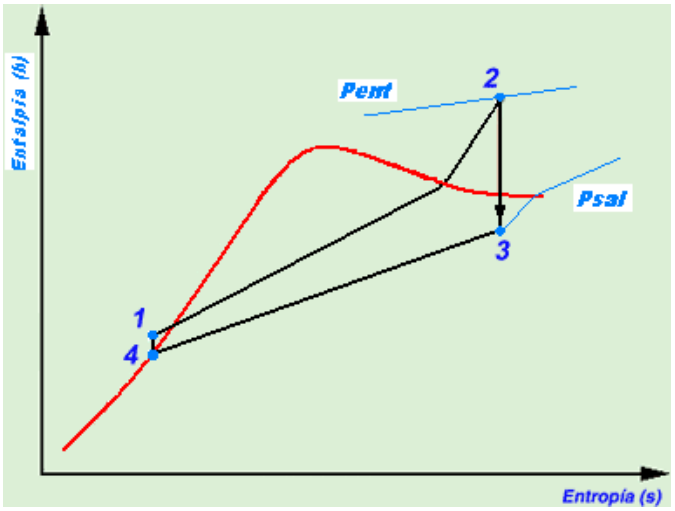
La presión de condensación es una función de la temperatura de condensación, que a su vez se conoce puesto que por lo general se estima de acuerdo al fluido utilizado para enfriar el vapor. Ejemplo: 10ºC por encima de la temperatura cuando el fluido es agua.

Por último, se sabe que en la turbina se produce una expansión isoentrópica del vapor como se ve en la figura 4.2 y 4.3. Y de aquí se puede decir que:

$$h_3 = f(P, s) \qquad (4.62)$$

Cumpliendo de esta forma con todas las incógnitas de la planta.

Figura 4.12. Diagrama h Vs s

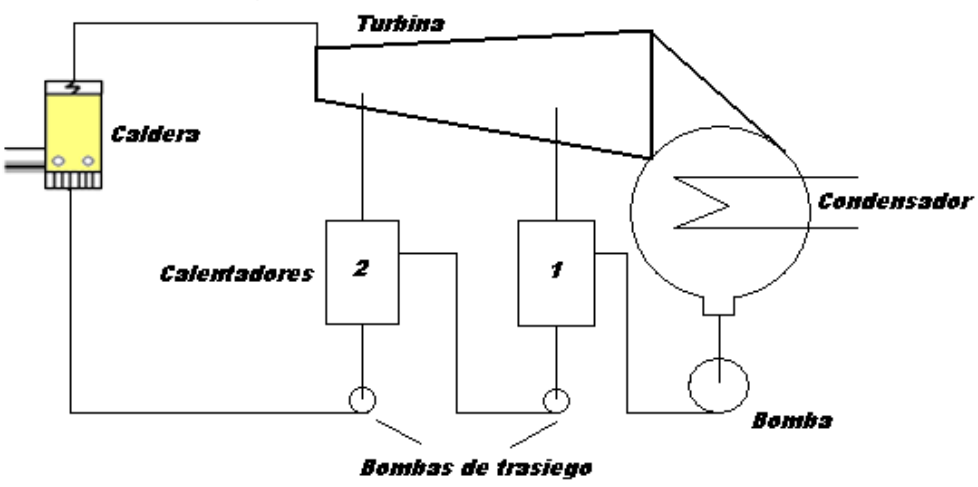


Fuente: Termodinámica Aplicada. Juan Francisco Maradey Charris. Universidad Industrial de Santander

El análisis anterior cubre los requerimientos de una planta de vapor en cuanto al funcionamiento en un ciclo ideal, sin embargo a estas plantas a menudo se les añaden otro tipo de componentes con el fin de mejorar la eficiencia. Entre estos están los intercambiadores de calor externos encargados de drenar pequeñas cantidades de vapor de la turbina a diferentes temperaturas, con el fin que el agua

sufra calentamientos sucesivos. De este modo, la entalpía del vapor de extracción no se pierde en el condensador con el agua de enfriamiento, sino que se conserva en la planta[74].

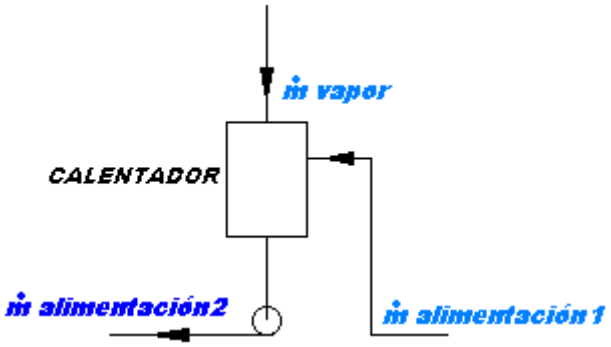
Figura 4.13. Esquema de una planta térmica



Fuente: Termodinámica Aplicada. Juan Francisco Maradey Charris. Universidad Industrial de Santander

De igual forma que para los demás componentes, se hace el respectivo balance para cada calentador:

Figura 4.14. Esquema de flujos de un calentador



[74] Fuente: Termodinámica Aplicada. Juan Francisco Maradey Charris. Universidad Industrial de Santander

Según el balance de masa:

$$\dot{m}_{alimentación\,2} = \dot{m}_{alimentación\,1} + \dot{m}_{vapor} \qquad (4.63)$$

Según el balance de energía:

$$\dot{m}_{alimentación1} * h_{alim1} + \dot{m}_{vapor} * \Delta h_{vapor} - W_{bomba\,trasiego} = \dot{m}_{alimentación2} * h_{alim2} \qquad (4.64)$$

$$\Delta P_{calentador} = f(\dot{m}) \qquad (4.65)$$

$$h_{salida\ calentador} = entalpia\ del\ liquido\ saturado\ a\ la\ temperatura\ de\ condensación \qquad (4.66)$$

Desde luego, se tendría que replantear el balance de masa y de energía en la turbina puesto que se le están conectando a la salida un número n de calentadores por lo que el flujo másico a la salida se divide tanto como para el condensador, como para cada calentador, y posteriormente se procedería de la misma forma, se cuentan las incógnitas y se busca las correlaciones pertinentes para hallar un mismo número de ecuaciones, esta vez con una nueva condición de agua de alimentación.

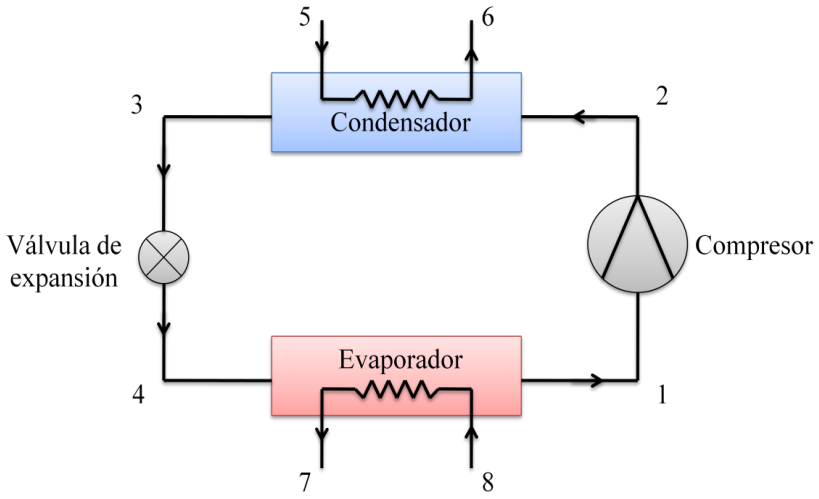
4.2 SISTEMA HVAC/R (SISTEMA DE REFRIGERACIÓN POR COMPRESIÓN DE VAPOR).

Este apartado se basa en el ciclo de refrigeración por compresión de vapor. Como bien se sabe, los refrigeradores son máquinas térmicas que, a diferencia de una central térmica, consumen trabajo para hacer fluir el calor en la dirección contraria

a la que normalmente lo haría. Esto quiere decir que pueden trabajar en un ciclo Rankine invertido, el cual es la base del ciclo de compresión de vapor[75].

Un refrigerador está compuesto básicamente por un compresor, el cual se tomara como reciprocante para efectos del presente análisis; un condensador; una válvula de expansión y un evaporador, el cual junto al condensador no es más que intercambiadores de calor donde el intercambio se da entre el refrigerante y aire. La disposición de estos componentes es la que se ve en la figura 4.15.

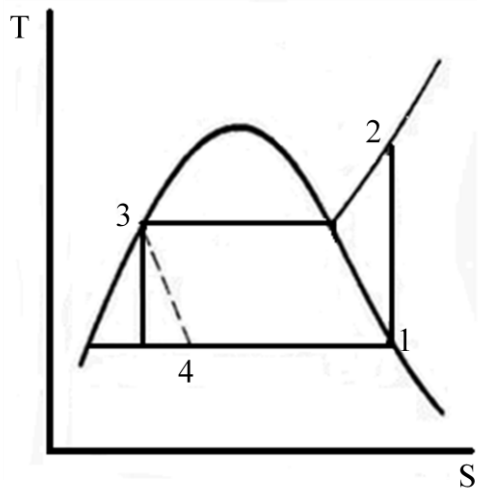
Figura 4.15. Esquema de un refrigerador por compresión de vapor.



Fuente: Autores

[75] MARADEY CHARRYS, Juan F., TERMODINAMICA APLICADA, 1ª edición, Ediciones Universidad Industrial de Santander. Colombia 2002.

Figura 4.16. Ciclo de refrigeración por compresión de vapor.



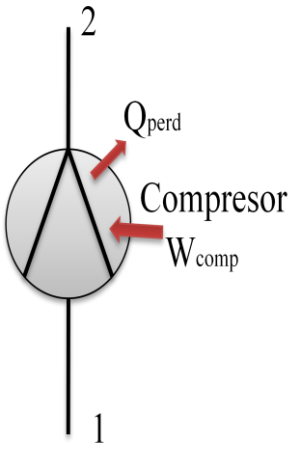
Fuente: Autores

Para el análisis de cada componente del sistema en cuestión, es necesario valerse de las ecuaciones de la conservación de la masa, conservación de la energía y conservación de la cantidad de movimiento, teniendo en cuenta las consideraciones necesarias para cada caso.

COMPRESOR:

Balance de masa:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \qquad (4.67)$$



Balance de energía:

$$-\dot{Q}_{perd} - \dot{W}_{comp} = \dot{m}_{refri}\Delta h$$

$$-\dot{W}_{comp} = \dot{m}_{refri}\Delta h + \dot{Q}_{perd} \qquad (4.68)$$

Basados en la norma ARI[76], se tiene que los compresores para aplicaciones de refrigeración y acondicionamiento de aire fabricados por marcas asociadas a ARI (Air conditioning and Refrigeration Institute), han sido probados bajo este estándar y se rigen bajo el siguiente polinomio de tercer orden,

$$X = C_1 + C_2 * S + C_3 * D + C_4 * S^2 + C_5 * (S * D) + C_6 * D^2 + C_7 * S^3 + C_8(D * S^2) + C_9(S * D^2) + C_{10} * D^3 \qquad (4.69)$$

Donde X es, en este caso, el trabajo hecho por el compresor o unidad compresora [kW]; S es la temperatura del punto de roció en la succión; D es la temperatura del punto de rocío en la descarga y C es un coeficiente de la ecuación que representa el rendimiento del compresor.

Los coeficientes que aparecen en la ecuación mencionada anteriormente, están dados por cada fabricante para el cálculo de cada parámetro a que hace referencia este polinomio. Así, para el cálculo del trabajo del compresor se da un grupo de coeficientes; para el cálculo del flujo másico se ofrece otro y así sucesivamente. Entonces, ya definidos los correspondientes coeficientes, solo queda reemplazar los parámetros de S y D según sea la aplicación.

Para el caso en que el propósito del compresor sea para acondicionamiento de aire o bombas de calor, se deben establecer los siguientes parámetros para determinar los coeficientes de los polinomios:

- -25ºC hasta 12.5ºC, Temperatura del punto de rocío en la succión (incrementos de 2.5ºC)
- 25ºC hasta 60ºC, Temperatura del punto de rocío en la descarga (incrementos de 5ºC)
- Recalentamiento de 11.1ºC

[76] ARI Standard 540. STANDARD FOR POSITIVE DISPLACEMENT REFRIGERANT COMPRESSORS AND COMPRESSOR UNITS. 1999

El calor perdido por el compresor se dará para la simulación posterior como un estimado.

Conservación de la cantidad de movimiento:

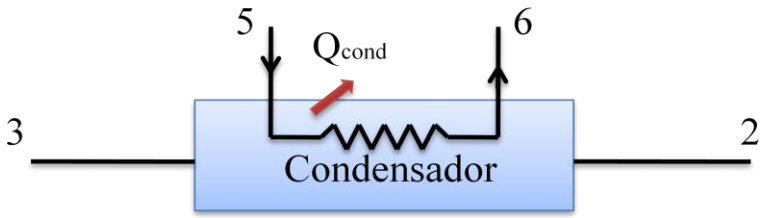
Con base en la norma ARI mencionada en el anterior análisis, se tiene que por medio del polinomio dado es posible calcular el flujo másico dados los coeficientes correspondientes, en función de las presiones de succión y descarga:

$$\dot{m} = C_1 + C_2 * (S) + C_3 * D + C_4 * (S^2) + C_5 * (S * D) + C_6 * (D^2) + C_7(S^3) + C_8(D * S^2) + C_9(S * D^2) + C_{10}(D^3) \qquad (4.70)$$

Donde las temperaturas de punto de rocío en la succión y descarga respectivamente se reemplazan por las presiones de rocío.

CONDENSADOR:

En este caso, se tiene que tanto por el condensador como por el evaporador hay un flujo bifásico, ya sea por condensación o por ebullición del refrigerante. Por tanto esto debe ser tenido en cuenta en el análisis.



Balance de masa:

Por el lado del refrigerante se tiene que:

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 \qquad (4.71)$$

Mientras que por el lado del aire del exterior se tiene

$$\dot{m}_5 = \dot{m}_6 \qquad (4.72)$$

Balance de energía:

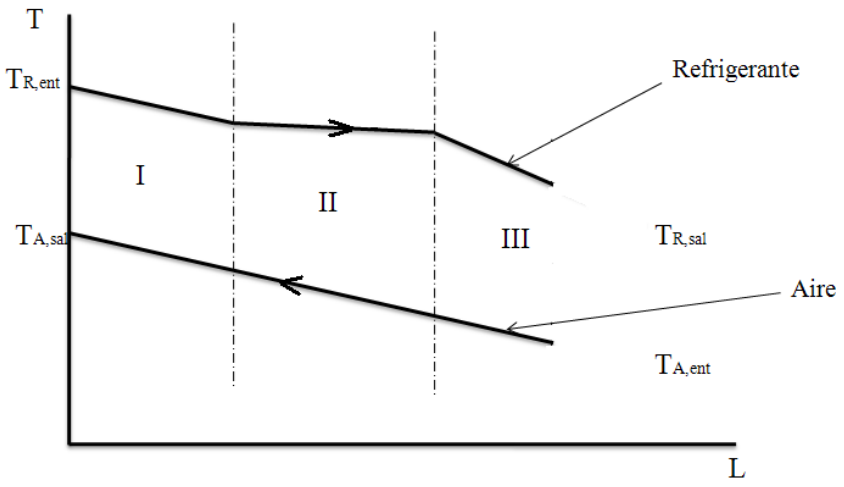
$$\dot{m}_3(h_2 - h_3) = \dot{m}_5(h_6 - h_5) = \dot{Q}_I + \dot{Q}_{II} + \dot{Q}_{III} \qquad (4.73)$$

Donde:

$$\dot{Q}_{refri} = \dot{m}_{refri} C_p (T_2 - T_3) \qquad (4.74)$$

Este calor puede ser calculado teniendo en cuenta que, basados en la grafica de la figura 4.17, el condensador puede ser dividido de acuerdo al estado del refrigerante.

Figura 4.17. Perfil de temperaturas del refrigerante y el aire en el condensador.



Fuente: Autores

I. Calor transferido para el vapor sobrecalentado:

Partiendo de la suposición que la temperatura de la pared de la tubería es constante se tiene que,

$$q_{conv} = \overline{U} A_s \Delta T_{ml} \qquad (4.75)$$

Donde,

$$\frac{1}{\overline{U} A_s} = R_{total} \qquad (4.76)$$

Por medio de la correlación de Dittus-Boelter, el cálculo de Nu_D queda de la siguiente manera para flujo turbulento:

$$Nu_D = 0.023 {Re_D}^{4/5} Pr^n \qquad (4.77)$$

Donde se tiene que $0.7 \leq Pr \leq 160$; $Re_D \geq 10.000$; $L/D \geq 10$, además que n=0.3 para enfriamiento (Ts < Tm) y n=0.4 para calentamiento (Ts > Tm).

II. Calor transferido para la mezcla bifásica[77]:

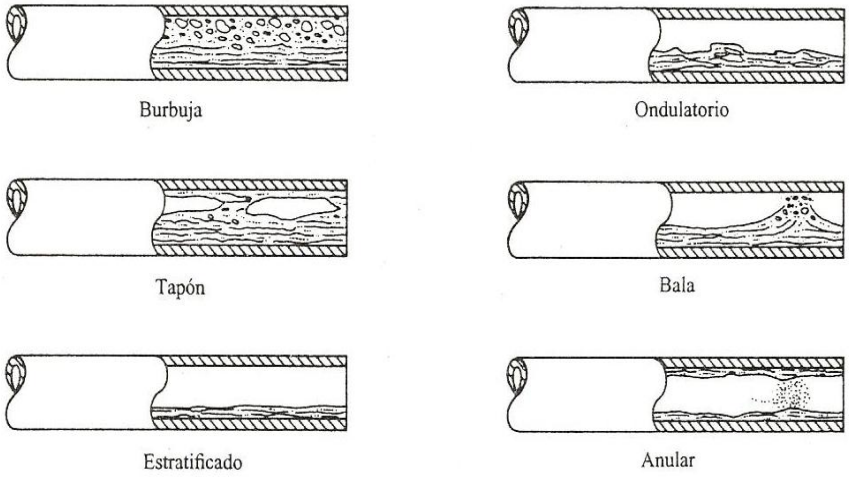
En general, el flujo es anular sobre la mayor parte de la longitud del tubo, y se puede predecir de manera satisfactoria el comportamiento del condensador sobre casi todo el intervalo práctico de funcionamiento, por medio de las correlaciones basadas en un modelo de flujo anular. En primer lugar se debe calcular el número de Reynolds para cada fase por separado:

$$Re_l = \frac{G(1-x)D}{\mu_l} \qquad (4.78)$$

[77] MILLS, Anthony F. TRANSFERENCIA DE CALOR, McGraw Hill / IRWIN, Colombia 1997.

$$Re_v = \frac{GxD}{\mu_v} \qquad (4.79)$$

Figura 4.18. Patrones de flujo horizontal para flujo bifásico líquido-vapor.



Fuente: Mills Anthony F. Transferencia de calor

Luego, según el régimen de flujo obtenido de acuerdo al número de Reynolds, obtenemos tiene los números de Nusselt de la siguiente manera:

Re_v>3500:

$$Nu = \frac{hD}{k_l} = 0.15 \frac{Pr_l {Re_l}^{0.9}}{F} \left(\frac{1}{X} + \frac{2.85}{X^{0.476}}\right) \qquad (4.80)$$

Donde X es el parámetro de Martinelli.

$$X = \left(\frac{\mu_l}{\mu_v}\right)^{0.1} \left(\frac{1-x}{x}\right)^{0.9} \left(\frac{\rho_v}{\rho_l}\right)^{0.5} \qquad (4.81)$$

Y F es una función que representa la resistencia térmica de la película anular, que fluye en el régimen turbulento,

$$F = 5Pr_l + 5\ln(1 + 5Pr_l) + 2.5\ln\left(0.0031Re_l^{0.812}\right) \qquad 1125 < Re_l \qquad (4.82)$$

$$F = 5Pr_l + 5\ln\left[1 + Pr_l\left(0.0964Re_l^{0.585} - 1\right)\right] \qquad 50 < Re_l < 1125 \qquad (4.83)$$

$$F = 0.707Pr_l Re_l^{0.5} \qquad (4.84)$$

$Re_l < 50$

$Re_v < 3500$

Si el número de Reynolds del vapor es más bajo, el régimen anular no se mantiene y el flujo se estratifica. La calidad del vapor es, en general inferior al 20%.

$$Nu = 0.728K\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)D^3 h'_{fg}}{\mu_l k_l (T_{sal} - T_w)}\right]^{1/4} \qquad (4.85)$$

Donde

$$K = \left[1 - \left(\frac{1-x}{x}\right)\left(\frac{\rho_v}{\rho_l}\right)^{2/3}\right]^{-3/4} \qquad (4.86)$$

III. Calor transferido para el Líquido comprimido:

En este caso se hace el mismo análisis planteado para el vapor sobrecalentado, aunque esto no quiere decir que la transferencia de calor se da de igual forma en gases que en líquidos. De hecho, la transferencia de calor por convección es más efectiva en líquidos que en gases.

Conservación de la cantidad de movimiento:

La conservación de la cantidad de movimiento dice que para el lado del refrigerante:

$$P_2 = P_3 + \Delta P_{total} = P_3 + \Delta P_{I,total} + \Delta P_{II,total} + \Delta P_{III,total} \qquad (4.87)$$

Donde el ΔP_{total} es la sumatoria de los gradientes de presión por fricción, aceleración y gravitacional (estática).

Del diagrama en la figura (4.16), que muestra el ciclo de compresión de vapor, se puede observar que el refrigerante entra al condensador en estado de vapor sobrecalentado, donde hay un enfriamiento sensible hasta que este pasa a vapor saturado, donde comienza un enfriamiento latente, todo esto a presión constante. La mezcla bifásica, con la calidad variando a medida que se desplaza dentro del domo, se mantiene hasta que se llega al estado 3 de líquido saturado.

El mencionado corresponde al ciclo ideal, pero en la realidad se tiene que del condensador no sale líquido saturado si no líquido comprimido. Esto quiere decir que se debe dividir el condensador en tres partes donde habitan los estados mencionados (vapor sobrecalentado [I], mezcla bifásica [II] y líquido comprimido [III]) como se ve en la figura (4.17).

I. Caída de presión para vapor sobrecalentado:

Esta se puede calcular de:

$$\Delta p_I = \frac{G^2}{2\rho_i}\left[\underbrace{1-\sigma^2+K_c}_{\text{Efecto de entrada}} + \underbrace{2\left(\frac{\rho_i}{\rho_o}-1\right)}_{\text{Efecto de momentum}} + \underbrace{f\frac{1}{r_h}\left(\frac{1}{\rho_m}\right)}_{\text{Fricción en el núcleo}} - \underbrace{(1-\sigma^2-K_e)\frac{\rho_i}{\rho_o}}_{\text{Efecto de salida}}\right] \qquad (4.88)$$

El efecto de entrada, es debido a:

- La caída de presión que resulta de un cambio en el área de flujo.
- Las pérdidas de presión asociadas con la expansión libre, en el caso que uno de los fluidos sea un gas.

El efecto de momentum, es debido a:

- El cambio de presión debido al cambio en el flujo de momento en el núcleo.

El efecto de salida, es debido a:

- El aumento de presión debido a la desaceleración asociada con un aumento del área de flujo.
- La pérdida de presión debida a la libre expansión y a los cambios irreversibles del flujo de impulso debido a una expansión brusca.

II. Caída de presión para la mezcla bifásica[78]:

Para esta parte del intercambiador se tiene que el refrigerante entra como vapor saturado y más adelante este pasa a el estado de mezcla de líquido-vapor con una calidad x a la salida, y un cambio lineal de x a lo largo de la longitud de la tubería L. Bajo estas condiciones se tiene que la caída total de presión será

$$\Delta P_{II} = \frac{f_{tp} L_{tp} G^2}{2\rho_l D}\left[1 + \frac{x}{2}\left(\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g}\right)\right] + \frac{G^2}{\rho_l}\left(\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g}\right)x$$
$$+ \frac{gL\sin\theta}{x}\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g \rho_l}\ln\left[1 + x\left(\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g}\right)\right] \qquad (4.89)$$

[78] OWHAIB, Wahib. Experimental Heat Transfer, Pressure Drop, and Flow Visualization of R-134A in Vertical Mini/Micro Tubes, Doctoral thesis, Division of Applied Thermodynamics and Refrigeration Department of Energy Technology Royal Institute of Technology, KTH Stockholm, Sweden 2007.

Donde G es el flujo másico [kg/m^2]; ρ_g y ρ_l son las densidades de las fases gaseosa y líquida respectivamente; D es el diámetro de la tubería; f_{tp} es el factor de fricción para el flujo bifásico; g es la gravedad y x es la calidad de la mezcla.
Es de resaltar que esta expresión de ha desarrollado para la suposición de flujo bifásico homogéneo, donde se asume que el flujo es o de líquido o de vapor solamente, aplicando un factor de corrección a la densidad para el componente de la aceleración.

Para determinar el factor de fricción, es necesario tener la viscosidad, la cual se puede calcular para nuestro caso como una viscosidad para el flujo bifásico homogéneo.

Dependiendo del régimen de flujo, el factor de fricción puede ser:

$$f_{tp} = \begin{Bmatrix} \frac{64}{Re_{tp}} \; para \; Re_{tp} < 2300 \\ 0.316 {Re_{tp}}^{-0.25} \; para \; Re_{tp} > 2300 \end{Bmatrix} donde \; Re_{tp} = \frac{G D_i}{\mu_{tp}} \qquad (4.90)$$

La viscosidad del flujo bifásico homogéneo se puede calcular según:

$$Mc\ Adams\ et\ al.\ (1942): \frac{1}{\mu_{tp,H}} = \frac{x}{\mu_g} + \frac{1-x}{\mu_l} \qquad (4.91)$$

$$Cicchitti\ et\ al.\ (1960): \mu_{tp,H} = x\mu_g + \mu_l(1-x) \qquad (4.92)$$

$$Dukler\ et\ al.\ (1964): \mu_{tp,H} = \rho_H \left[x\frac{\mu_g}{\rho_g} + (1-x)\frac{\mu_l}{\rho_l} \right] \qquad (4.93)$$

Donde ρ_H es la densidad homogénea, la cual está dada por:

$$\frac{1}{\rho_H} = \frac{x}{\rho_g} + \frac{1-x}{\rho_l} \qquad (4.94)$$

III. Caída de presión para el líquido comprimido:

En esta parte del intercambiador, sabiendo que el refrigerante está en estado líquido, se puede usar las correlaciones vistas en las sesiones anteriores para el cálculo de la caída de presión en ductos circulares.

$$\dot{m} = GA_0 \qquad \Delta p_{\mathrm{III}} \approx f_f \frac{4L}{D_h}\frac{G^2}{2\rho} \qquad R_e = \frac{GD_h}{\mu}$$

Donde para esta ecuación G se conoce como la velocidad de masa por unidad de superficie en el núcleo ($G = \rho u_m$, donde u_m es la velocidad media axial que se produce en el área mínima de flujo libre en el intercambiador $\left(\frac{kg}{m^2 s}\right)$, A_0 es el área mínima de flujo, f_f es el factor de fricción de Fanning, R_e es el número de Reynolds.

Algunas correlaciones para el factor de fricción de Fanning, son las siguientes:

- Flujo laminar (Re<2000)

$$f_f = \frac{64}{R_e} \qquad (4.95)$$

- Flujo turbulento, tubo liso (Re>4000)

$$\frac{1}{\sqrt{f_f}} = 4\, log_{10}\left(R_e\sqrt{f_f}\right) - 0.4 \qquad (4.96)$$

- Flujo turbulento, tubo rugoso

$$\frac{1}{\sqrt{f_f}} = 4\, log_{10}\left(\frac{D}{e}\right) + 2.28 \qquad (4.97)$$

- Flujo de transición

$$\frac{1}{\sqrt{f_f}} = 4\,log_{10}\left(\frac{D}{e}\right) + 2.28 - 4\,log_{10}\left(4.67\frac{\frac{D}{e}}{R_e\sqrt{f_f}} + 1\right) \qquad (4.98)$$

Ahora, para el lado del aire se da un flujo de este mismo a través de los tubos del condensador, es decir un flujo externo el cual se puede modelar de la siguiente manera:

$$\Delta p_{aire,c} = \left[\frac{Eu}{\chi}\right]\chi\frac{1}{2}\rho u_0^2.n \qquad (4.99)$$

Donde el número de Euler, $Eu = 2\Delta p/(\rho u_0^2.n)$ se define por hilera de tubo; la velocidad, u_0, es la velocidad media en el espaciamiento mínimo entre tubos, y n es el número de hileras de tubos contadas en la dirección de flujo.

VÁLVULA DE EXPANSIÓN:

Balance de masa:

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_4 \qquad (4.100)$$

Balance de energía:

La termodinámica establece, que para las válvulas el cambio en la entalpía del fluido que las atraviesa es cero, por tanto al plantear la primera ley de la termodinámica se obtiene que:

$$h_3 - h_4 = 0 \qquad (4.101)$$

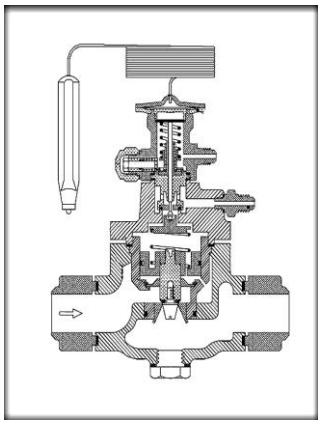
Conservación de la cantidad de movimiento:

Para este caso se tiene que la función de la válvula de expansión es mantener el grado de recalentamiento del refrigerante al regular el caudal de este a través del evaporador. Para esto la válvula capta la temperatura a la salida del evaporador por medio de un bulbo sensor, el cual contiene un fluido denominado carga termostática el cual al evaporarse ejerce una fuerza sobre el diafragma de la válvula controlando el flujo de refrigerante al interior del evaporador.

De lo anterior se tiene que es muy complicado modelar matemáticamente la variación de la pérdida de presión en la válvula ya que no se conoce el comportamiento del fluido potencia (carga termostática) respecto a la variación de la temperatura. Por tanto, en nuestro caso para la posterior simulación se da como un dato el grado de recalentamiento y consecuentemente la caída de presión a través de la válvula, es decir:

$$P_3 - P_4 = C \qquad (4.102)$$

Figura 4.19. Válvula de expansión termostática modelo PHT para alta presión.



Fuente:http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/ed/PHT.jpg/270px-PHT.jpg

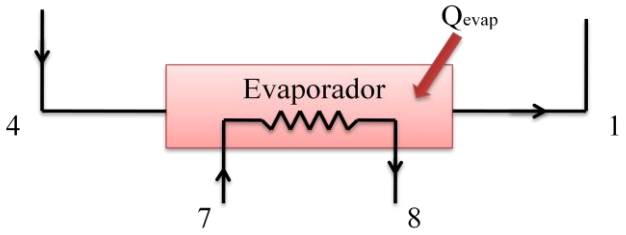
Donde C es una constante que corresponde al valor que se le dé a la caída depresión en la válvula al momento de la simulación.

EVAPORADOR:

Este componente del sistema cumple la labor inversa del condensador, es decir que aquí el refrigerante toma el calor del ambiente a enfriar por lo cual consecuentemente sufre un cambio de fase.

Cabe resaltar que como se ve en la figura 4.20, el refrigerante al pasar por la válvula de expansión sale de esta como una mezcla de líquido-vapor, tras haber sufrido un proceso denominado ***Flash-Gas***, el cual consiste en una expansión súbita debido a la caída de presión en la válvula. Esto quiere decir que el refrigerante entra al evaporador como una mezcla bifásica, a diferencia del condensador donde este entra en una sola fase.

Figura 4.20. Flujos en un evaporador



Balance de masa:

Mientras que por el lado del aire del exterior se tiene

$$\dot{m}_7 = \dot{m}_8 \qquad (4.103)$$

Balance de energía:

$$\dot{m}_4(h_1 - h_4) = \dot{m}_7(h_7 - h_8) = \dot{Q}_{TP} + \dot{Q}_{SP} \qquad (4.104)$$

Donde los subíndices significan *Two Phase* y *Single Phase* respectivamente.

- Calor transferido para la mezcla bifásica:

Se tiene que un procedimiento para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor por convección forzada durante la ebullición fue propuesto por V. Klimenko, el cual es solo válido para cuando las paredes del tubo están húmedas. El primer paso es determinar si el modo dominante es la *ebullición nucleada* o *evaporación en película* evaluando el parámetro Φ[79]:

$$\Phi = \frac{G h_{fg}}{q}\left[1 + x\left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1\right)\right]\left(\frac{\rho_v}{\rho_l}\right)^{1/3} \qquad (4.105)$$

Si $\Phi<1.6*10^4$, entonces domina la ebullición nucleada; si $\Phi>1.6*10^4$, domina la evaporación en película.

El siguiente paso es obtener el coeficiente de transferencia de calor de dos fases h_{TP} a partir de cualquiera de las dos correlaciones que siguen.

$\Phi<1.6*10^4$

$$Nu = 7.4 * 10^{-3} q^{*0.6} P^{*0.5} {Pr_l}^{-1/3}\left(\frac{k_w}{k_l}\right)^{0.15} \qquad (4.106)$$

Donde:

$$Nu = \frac{h_{TP} L_c}{k_l}; \qquad L_c = \left[\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}\right]^{1/2}; \qquad q^* = \frac{q L_c}{h_{fg}\rho_v \alpha_l}$$

$$P^* = \frac{P}{[\sigma g(\rho_l - \rho_v)]^{1/2}} = \frac{P L_c}{\sigma}$$

[79] De [13] (sección 7.5.3)

$\Phi > 1.6*10^4$

$$Nu = 0.087 Re^{0.6} {Pr_l}^{1/6} \left(\frac{\rho_v}{\rho_l}\right)^{0.2} \left(\frac{k_w}{k_l}\right)^{0.09} \qquad (4.107)$$

Donde:

$$Re = \frac{VL_c}{\nu_l}; \quad V = \frac{G}{\rho_l}\left[1 + x\left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1\right)\right]$$

Todas las propiedades se evalúan a T_{sat}.

Finalmente se tiene que:

$$h = \left({h_{TP}}^3 + {h_{FC}}^3\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (4.108)$$

Donde h_{FC} es el coeficiente de transferencia de calor por convección en una sola fase, el cual se calcula basado en un número de Reynolds de líquido puro,

$$Re = \frac{GD}{\mu_l} \qquad (4.109)$$

- Calor transferido para el vapor sobrecalentado:

Conservación de la cantidad de movimiento:

Para el lado del refrigerante se tiene que:

$$P_4 = P_1 + \Delta P_{total} = P_1 + \Delta P_{TP} + \Delta P_{SP} \qquad (4.110)$$

- Caída de presión para la mezcla bifásica:

Es el mismo análisis que se planteó para la mezcla bifásica en el condensador [II].

- Caída de presión para el vapor sobrecalentado:

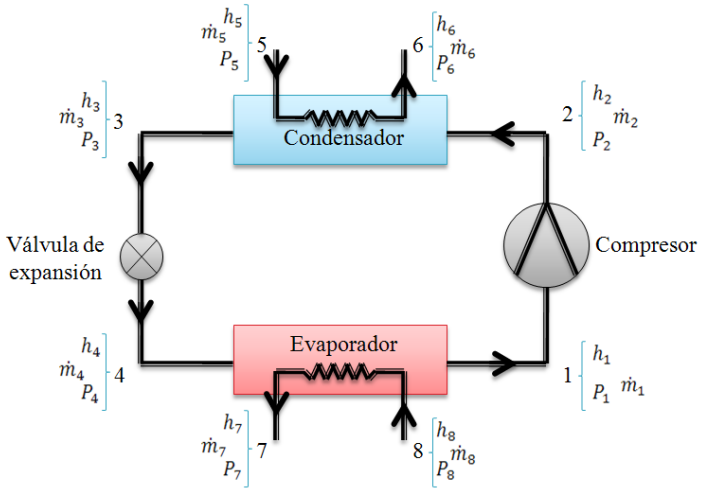
El mismo análisis que se planteó para la etapa [I] del condensador.

Para el lado del aire, al igual que en el condensador se tiene que:

$$\Delta p_{aire,e} = \left[\frac{Eu}{\chi}\right] \chi \frac{1}{2} \rho u_0^2 . n \qquad (4.111)$$

Sintetizando todo lo presentado hasta ahora, se tiene un total de ***15*** ecuaciones. Se procede ahora a identificar las variables del problema, las cuales como se observa en la figura 4.21 corresponden a ***24***. Esto quiere decir que el sistema de ecuaciones está incompleto y se debe encontrar otras relaciones para completar el sistema.

Figura 4.21. Variables identificadas del sistema en análisis.



Fuente: Autores

Se empieza estableciendo las variables conocidas:

- Del condensador se conoce:

$$h_5 = C \qquad (4.112)$$

$$P_5 = C \qquad (4.113)$$

$$\dot{m}_5 = C \qquad (4.114)$$

- Del evaporador se tiene:

$$P_7 = C \qquad (4.115)$$

$$h_7 = C \qquad (4.116)$$

$$\dot{m}_7 = C \qquad (4.117)$$

- Además del grado de sobrecalentamiento en el evaporador, el cual se da como un dato del cual se infiere la caída de presión en la válvula de expansión, también se dará como dato el grado de sub-enfriamiento, el cual relaciona la masa total de refrigerante que se usa en el ciclo. Es decir:

$$SC = C \qquad (4.118)$$

A falta de dos ecuaciones más, se plantea el calor transferido al aire para el condensador y el evaporador, el cual proporciona el tamaño del intercambiador de calor:

$$q_{cond} = \overline{U} A_s \Delta T_{ml} \qquad (4.119)$$

$$q_{evap} = \overline{U} A_s \Delta T_{ml} \qquad (4.120)$$

5. SIMULACIÓN.

La simulación de un sistema, es el cálculo de las variables de operación (tales como presiones, temperaturas y flujos de energía y líquidos) en un sistema térmico. La simulación del sistema supone conocidas las características de funcionamiento de todos los componentes, así como las ecuaciones de propiedades termodinámicas de las sustancias de trabajo.

Las ecuaciones de las características de funcionamiento de los componentes y las propiedades termodinámicas, junto con la ecuación de la energía y los balances de masa, forma un conjunto de ecuaciones simultáneas que relacionan las variables de operación. La descripción matemática de la simulación del sistema es lo que permite resolver estas ecuaciones simultáneas, muchas de las cuales pueden ser no lineales.

Un sistema es un conjunto de componentes cuyos parámetros de rendimiento están relacionados entre sí. La simulación del sistema significa observar un sistema artificial que imita el funcionamiento de un sistema real. Este tipo de simulación estudiado puede realizarse mediante procedimiento de cálculo, en contraste con la simulación de un sistema físico que se da observando el desempeño de otro sistema físico. Un ejemplo de dos sistemas físicos correspondientes es el sistema eléctrico de resistencias y capacitores que representa el sistema de flujo de calor en una pared sólida.

Algunos usos de la simulación.

La simulación del sistema puede ser utilizado en una etapa de diseño con el fin de lograr un diseño mejorado, o puede ser utilizada en un sistema existente para estudiar posibles modificaciones. La simulación no se necesita en las *condiciones*

de diseño, porque en el proceso de diseño el ingeniero probablemente escogerá valores razonables para las variables de operación (presión, temperatura, caudales, etc.) y seleccionará los componentes (bombas, compresores, intercambiadores de calor, etc.) que corresponden a dichas variables de operación. La simulación del sistema no se aplica en las condiciones del diseño, esta se aplicaría, por ejemplo, como en condiciones de carga parcial o condiciones de sobrecarga. El diseñador puede investigar fuera de las operaciones de diseño, para asegurarse que las presiones, temperaturas, o los flujos de flujo no sean demasiado altos o demasiado bajos.

El fuerte aumento en el costo de la energía probablemente ha sido responsable del desarrollo de la simulación del sistema durante los últimos años. Los sistemas térmicos (generación de energía, calefacción y refrigeración) operan la mayor parte del tiempo fuera de las condiciones de diseño. Para realizar estudios de energía en la etapa de diseño, las operaciones del sistema pueden ser simuladas en todo el rango de operación que el sistema experimentará.

La simulación del sistema a veces se aplica a sistemas existentes cuando hay un problema de funcionamiento o cuando se considera una posible mejora. El efecto producido sobre el sistema al cambiar un componente, puede ser previsto antes que el cambio real se lleve a cabo, con el fin de asegurarse que se corregirá el problema de funcionamiento y luego encontrar el medio más barato de lograrlo.

A continuación, se discuten el uso de diagramas de flujo de la información y la aplicación de los cálculos secuenciales y simultáneos. El proceso de simulación de sistemas térmicos que opera en el estado estable generalmente facilita la solución de ecuaciones simultáneas algebraicas y no lineales.

Diagramas de flujo de información.

Los diagramas de flujo de energía y flujo de líquidos son herramientas estándar de ingeniería. En la simulación del sistema, una herramienta útil es el diagrama de flujo de información.

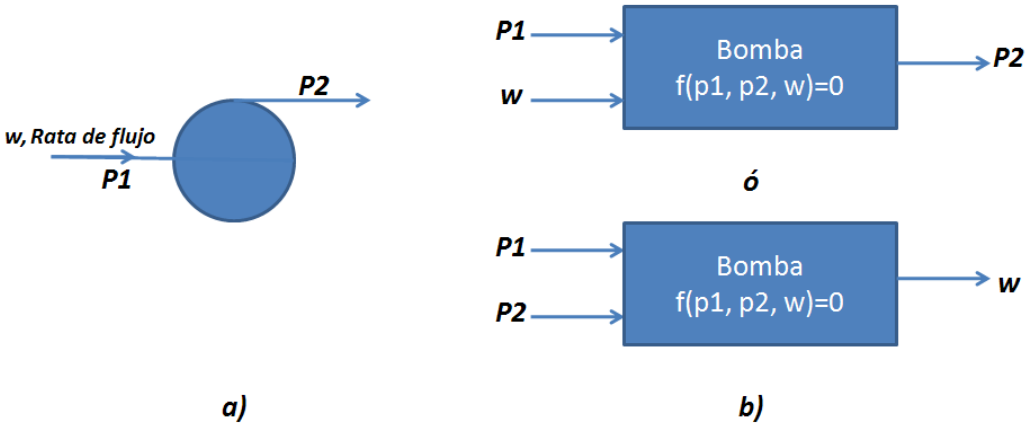
Un diagrama de bloque de un sistema de control, es un diagrama de flujo de información, en la que el bloque simboliza que una salida puede ser calculada cuando la entrada es conocida.

En el diagrama de bloque utilizado en los trabajos de control automático, los bloques representan las funciones de transferencia, las cuales pueden ser consideradas ecuaciones diferenciales. En la simulación de un sistema en estado estable, el bloque representa una ecuación algebraica.

Una bomba centrífuga puede aparecer en un diagrama de flujo de fluidos como se muestra en la figura 5.1a, mientras que en el diagrama de flujo de información, los bloques (Figura 5.1b) representan las funciones o expresiones que permiten el cálculo de la presión de salida para un bloque y el caudal de salida del otro bloque. Un bloque, como en la figura 5.1b[80], es generalmente una ecuación, designada como $f\ (p1, p2, w) = 0$, o pueden ser datos de tablas a los que se le podrían aplicar interpolaciones.

[80] Fuente: DESIGN OF THERMAL SYSTEMS. Third Edition. W. F. Stoecker. Mc Graw Hill

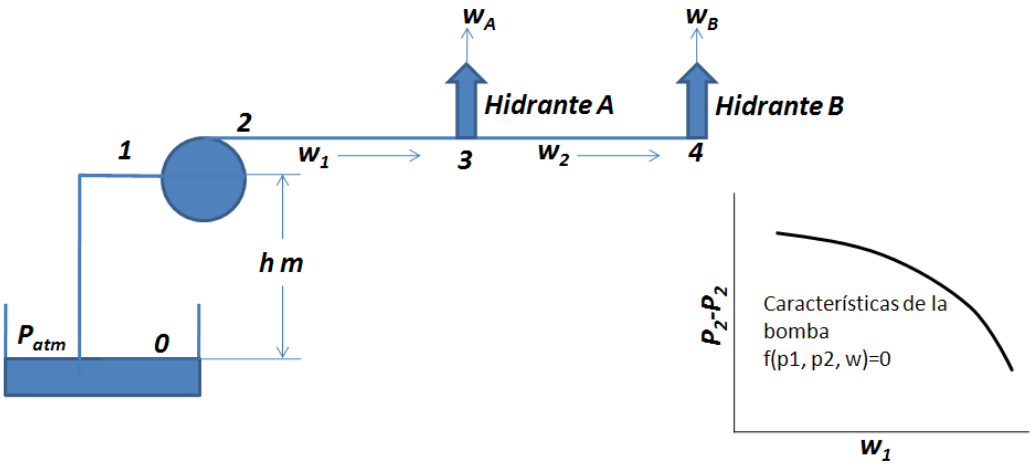
Figura 5.1. (a) Bomba centrífuga en forma de diagrama de flujo de fluidos. (b) Posibles bloques de flujo de información que representan a la bomba.



Fuente: Los autores

En la Figura 5.1 sólo se muestra un componente. Para ilustrar cómo estos bloques individuales pueden construir el diagrama de flujo de información para un sistema, considere la instalación de toma de agua mostrada en la figura 5.2.

Figura 5.2. Sistema de toma de agua y características de la bomba



Fuente: Los autores

Una bomba que tiene características de flujo y presión mostradas en la figura 5.2 aspira agua de un depósito abierto y lo entrega a través de una longitud de tubo al

hidrante A, y una cantidad adicional de agua continua por el tubo al hidrante B. Las flujos de flujo de agua en las secciones de tubería son designadas por w_1 y w_2, y las tasas de flujo que pasan al exterior por medio de los hidrantes se denominan w_A y w_B.

Las ecuaciones para el flujo de agua a través de los hidrantes abiertos son

$$w_A = C_A\sqrt{p_3 - p_{at}} \qquad (5.1)$$

$$w_B = C_B\sqrt{p_4 - p_{at}} \qquad (5.2)$$

Donde C_A y C_B son constantes y p_{at} es la presión atmosférica. La ecuación para la sección de la tubería de 0-1 es:

$$p_{at} - p_1 = C_1 w_1^2 + h\rho g \qquad (5.3)$$

Donde $C_1 w_1^2$ representa la fricción y $h\rho g$ es la caída de presión debido al cambio de elevación h. Para las secciones de tubería 2-3 y 3-4 se tiene:

$$p_2 - p_3 = C_3 w_1^2 \qquad (5.4)$$

$$p_3 - p_4 = C_3 w_2^2 \qquad (5.5)$$

Estas cinco ecuaciones pueden ser escritas en forma funcional:

$$f_1(w_A, p_3) = 0$$
$$f_2(w_B, p_4) = 0$$
$$f_3(w_1, p_1) = 0$$
$$f_4(w_1, p_2, p_3) = 0$$

$$f_5(w_2, p_3, p_4) = 0$$

La presión atmosférica p_{at} no está en la lista como una variable, por tanto esta tendrá un valor conocido. Las características de la bomba proporcionan una función adicional

$$f_6 = (w_1, p_1, p_2) = 0$$

Las seis ecuaciones anteriores pueden denominarse como características de funcionamiento de componentes. Hay ocho variables desconocidas $w_1, w_2, w_A, w_B, p_1, p_2, p_3\ y\ p_4$ pero hasta el momento solo se tiene seis ecuaciones.

Los balances de masas proporcionan las otras dos ecuaciones:

$$w_1 = w_A + w_2 \qquad (5.6)$$

$$f_7(w_1, w_A, w_2) = 0$$

Y

$$w_2 = w_B \qquad (5.7)$$

$$f_8(w_2, w_B) = 0$$

Por lo tanto se tiene:

Variables desconocidas (8)

w_1	p_1
w_2	p_2
w_A	p_3
w_B	p_4

Número de ecuaciones (5):

$$w_A = C_A\sqrt{p_3 - p_{at}} \qquad (5.8)$$

$$w_B = C_B\sqrt{p_4 - p_{at}} \qquad (5.9)$$

$$p_{at} - p_1 = C_1 w_1^2 + h\rho g \qquad (5.10)$$

$$p_2 - p_3 = C_3 w_1^2 \qquad (5.11)$$

$$p_3 - p_4 = C_3 w_2^2 \qquad (5.12)$$

De manera adicional a estas ecuaciones encontramos:
Características de la bomba (curva)

$$f_6 = (w_1, p_1, p_2) = 0$$

$$w_1 = w_A + w_2 \qquad (5.13)$$

$$w_2 = w_B \qquad (5.14)$$

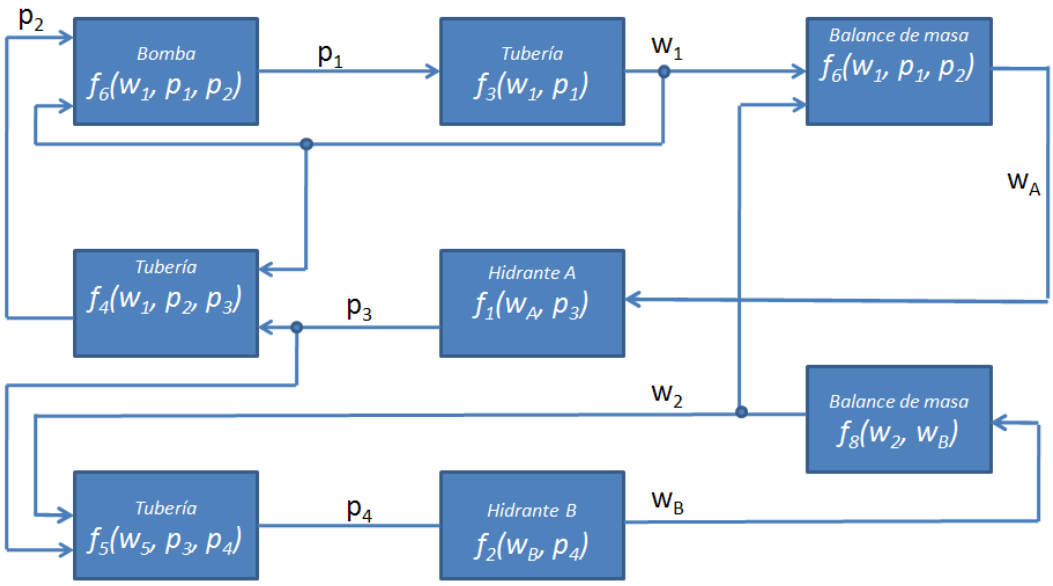
Valores conocidos:

$$p_{at} = tiene\ un\ valor\ conocido \qquad (5.15)$$

C_A y C_B son constantes.

Varios diagramas de flujo pueden ser desarrollados para expresar este sistema. Cada bloque está arreglado de tal modo que solo exista una salida, lo cual indica que la ecuación representada por el bloque se soluciona por la variable de salida.

Figura 5.3. Diagrama de flujo de información para sistemas de toma de agua para bomberos.



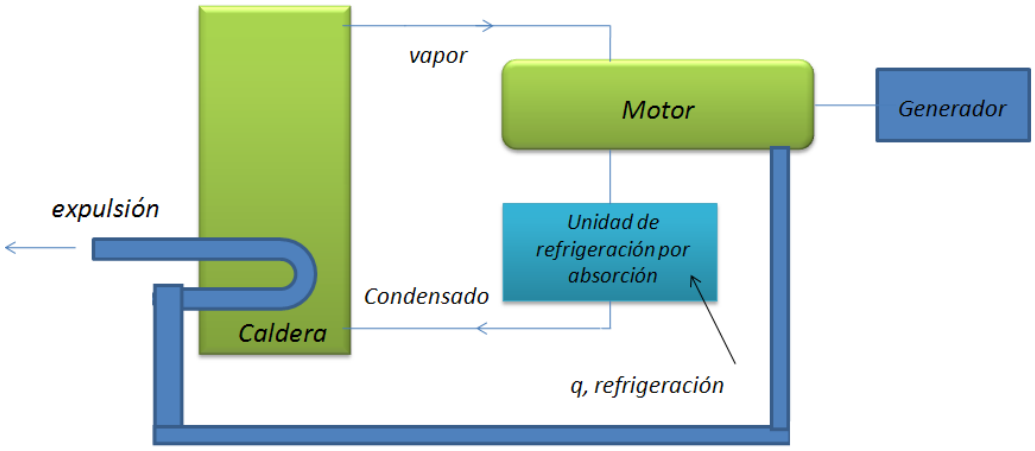
Fuente: Los autores

CÁLCULOS SECUENCIALES Y SIMULTANEOS

En ocasiones es posible empezar con la información de entrada e inmediatamente calcular la información de salida del componente. La información de salida de este primer componente es todo lo que se necesita para calcular la información de salida del siguiente componente y así hasta el componente final del sistema, cuya salida es la información de salida del sistema. Cada simulación de un sistema consiste en cálculos secuenciales. Un ejemplo de cálculos secuenciales ocurre en

una planta de generación de potencia usando calor recuperado para generar vapor por calentamiento o refrigeración, como se muestra en la figura 5.4.

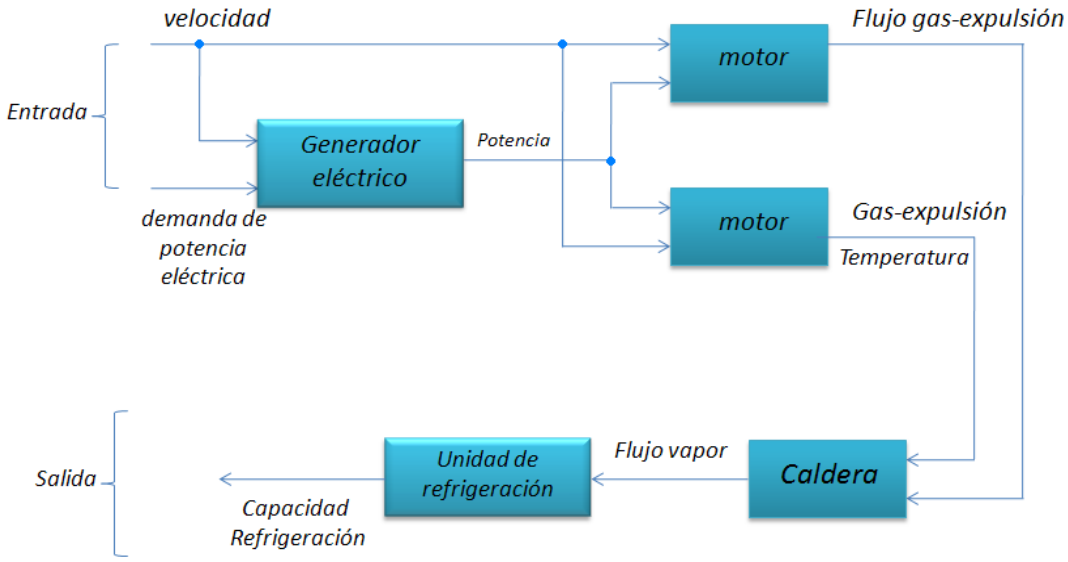
Figura 5.4. Generación de potencia con recuperación de calor para desarrollar vapor por refrigeración



Fuente: Los autores

El gas que se expulsa del motor fluye a través de la caldera, la cual genera vapor para operar una unidad de refrigeración por absorción. Si la información de salida es la capacidad de refrigeración disponible cuando la unidad genere un requerimiento de potencia eléctrica, un posible diagrama de flujo de información para esta simulación lo muestra la figura 5.5.

Figura 5.5. Diagrama de flujo de información para una planta de generación de potencia



Fuente: Los autores

Se empieza conociendo la velocidad del motor-generador y la demanda de potencia eléctrica, se puede resolver las ecuaciones representando las características de funcionamiento de los componentes en secuencia hasta llegar a la información de salida, la capacidad de refrigeración.

La simulación secuencial mostrada por el diagrama de flujo de información de la figura 5.5 está en contraste con la simulación simultánea necesaria para el diagrama de flujo de información de la figura 5.3.

5.1. MÉTODOS DE SIMULACIÓN.

La simulación es la experimentación que se le hace a un modelo construido, con el fin de aplicar conclusiones al sistema.

La simulación tiene como principal objetivo la predicción, es decir, puede mostrar lo que sucederá en un sistema real cuando se realicen determinados cambios bajo determinadas condiciones. Esta implica:

- Construir el modelo
- Ensayar diversas alternativas con el fin de elegir y adoptar la mejor en el sistema real, procurando que sea la óptima o que por lo menos sea lo suficientemente aproximada.

5.1.1. Método Monte Carlo O Simulación Monte Carlo

Este método data de aproximadamente el año de 1944 con el desarrollo de la computadora, fue llamado así por el por el principado de Mónaco por ser "la capital del juego de azar"', al tomar una ruleta como un generador simple de números aleatorios.[81]

Los métodos de Monte Carlo comprenden una serie de técnicas o procedimientos que permiten obtener soluciones a problemas matemáticos o físicos por medio de pruebas aleatorias repetidas, realizando experimentos con muestreos estadísticos en una computadora.

¿Por qué el uso de números aleatorios?

- Deben tener igual probabilidad de salir elegidos.
- No debe existir correlación serial
- Se generan por tablas (Rand 1955), o por dispositivos especiales: ruleta. En la práctica se utilizan algoritmos y se generan números pseudo aleatorios.

¿Qué son los números pseudo aleatorios?

- Sustituyen a los números aleatorios.

---

[81] Investigación Operativa I – Simulación Método Monte Carlo, Facultad de Ciencias Exactas Universidad Nacional del Centro de la provincia de Buenos Aires, 2005.

- Se generan por algoritmos o fórmulas.
- Se debe asegurar la existencia de secuencias largas y densas.

Este tipo de simulación es muy usado en problemas donde se hace necesario resolver integrales que no se pueden resolver por métodos analíticos, por lo que para solucionar estas integrales se usan números aleatorios. El algoritmo de Simulación Monte Carlo Crudo o Puro está fundamentado en la generación de números aleatorios por el método de Transformación Inversa.
El método de Monte Carlo es una herramienta de investigación y planeamiento; es una técnica de muestreo artificial, empleada para operar numéricamente sistemas complejos que tengan componentes aleatorios, manteniendo tanto la entrada como la salida un cierto grado de incertidumbre.

5.1.2 Método De Sustitución Sucesiva (Punto Fijo

Sea la ecuación general $\mathrm{f(x)} = 0$, se desea encontrar una raíz real.
El método del punto fijo nos ayuda a encontrar las raíces reales a este tipo de ecuaciones de la siguiente manera:

1. Transformar $f(x) = 0$ a una forma equivalente de punto fijo:

$$x = g(x) \qquad (5.16)$$

2. Probar un valor para la raíz, se hace una observación directa de la ecuación, se denota este primer valor por x_0.

3. Una vez establecido el valor de x_0 se evalúa $g(x)$ en x_0, el resultado se denota por x_1, es decir:

$$g(x) = x_1 \qquad (5.17)$$

El valor de x_1 comparado con x_0 presenta dos condiciones:

- **Condición 1**

$$x_1 = x_0$$

Esto indica que el valor de x_0 es una raíz y el problema queda resuelto, ya que se cumple que:

$$f(x_0) = 0 \qquad (5.18)$$

- **Condición 2**

$$x_1 \neq x_0$$

Esto indica que $g(x_0) \neq x_0$ y además que $f(x_0) \neq 0$. Dado esto se procede a una segunda evaluación de $g(x)$, pero ahora en x_1, se denota el resultado como x_2, es decir:

$$g(x_1) = x_2 \qquad (5.19)$$

Este resultado se repite y se llega a un proceso iterativo hasta que se obtenga:

$$x_{i+1} = x_i$$

Algoritmo del método del punto fijo

1. Dada una función $f(x) = 0$ convertirla de la forma $x = f(x)$
   Existen dos maneras de realizar esta operación:
   a) Agregar de ambos lados de la ecuación una x.
   b) Despejar la x del término de primer grado de la ecuación

2. Elegir un valor inicial x_0. Este valor inicial debe cumplir con el criterio de convergencia:

$$|f'(x_0) < 1| \qquad (5.20)$$

3. Obtener una nueva aproximación evaluando la formula general del método:

$$x_{n+1} = f(x_n) \qquad (5.21)$$

4. Este proceso se repite y se obtiene un proceso iterativo hasta que:

$$x_{n+1} = x_i$$

- **Ejemplo del Método del Punto Fijo**

Usando el método de punto fijo se va a aproximar la solución de la ecuación $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$ dentro del intervalo $[1,2]$. Lo primero es buscar una función $g(x)$ adecuada.

$$x^3 + 4x^2 - 10 = 0$$

$$x^2(x + 4) = 10$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{10}{x + 4}}$$

Y claramente se elige como función iteradora a:

$$g(x) = \sqrt{\frac{10}{x + 4}}$$

Para toda $x \in [1,2]$, lo cual garantiza que la sucesión que se va a construir va a ser convergente

$$|g'(x)| = \frac{10}{2(x+4)^{3/2}} \leq g(2) < 1$$

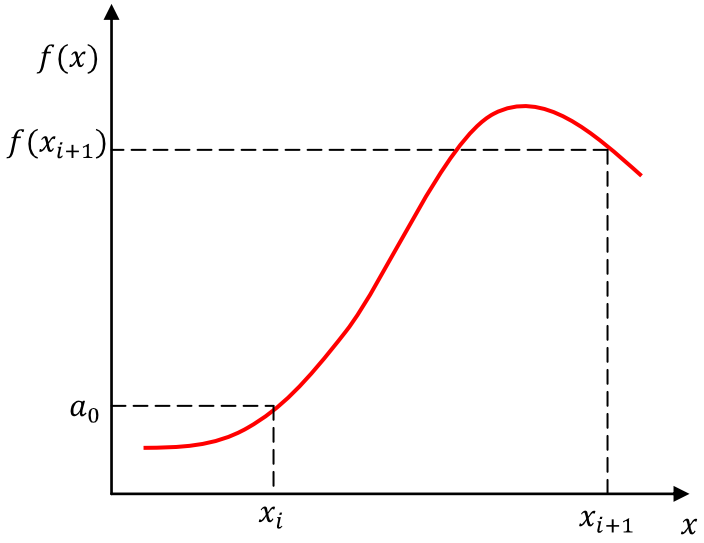
5.1.3 Método De Expansión De Taylor

La serie de Taylor es, sin duda, el fundamento matemático más importante para comprender, manejar y formular métodos numéricos que se basan en la aproximación de funciones por medio de polinomios. Este método se caracteriza por:

- La expansión de Taylor de una función, es una serie infinita de potencias que representa, de manera exacta, el comportamiento de la función en la vecindad de un punto dado.
- Si se ignoran todos los términos de la serie de Taylor, excepto unos cuantos, se obtiene un polinomio que aproxima a la función verdadera.
- El error del método numérico depende de la precisión con la que el polinomio se aproxima a la función verdadera.
- Los errores por truncamiento se evalúan a través de la comparación del desarrollo polinómico de la solución numérica, con la serie de Taylor, de la solución exacta. Los errores de truncamiento tienen relación con el método de aproximación que se usará ya que generalmente frente a una serie infinita de términos, se tenderá a cortar el número de términos, introduciendo en ese momento un error, por no utilizar la serie completa (que se supone es exacta). En una iteración, se entiende como el error por no seguir iterando y seguir aproximándose a la solución.

Sea una función $f(x)$ en un intervalo de convergencia y que tiene derivadas continuas hasta de orden $n+1$ $(f', f'', f''', \dots f^n)$ en un punto x_i.

Figura 5.6. $f(x)$ Vs x



Fuente: Autores

Se cumple que:

$$f(x) = f(x_i) + f'(x_i)(x - x_i) + \frac{f''(x_i)(x - x_i)^2}{2!} + \frac{f'''(x_i)(x - x_i)^3}{3!} + \cdots$$
$$+ \frac{f^{(n)}(x_i)(x - x_i)^n}{n!} + \ \ldots \sum \frac{f^{(n+1)}(z)}{(n+1)!}(x - x_i)^{n+1}$$

Que en forma sintética se expresa:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{f^{(j)}(x_i)(x - x_i)^j}{j!} + \frac{f^{(n+1)}(z)}{(n+1)!}(x - x_i)^{n+1} \qquad (5.22)$$

Donde z es un punto dentro del intervalo $[x_{i,} x_{i+1}]$.

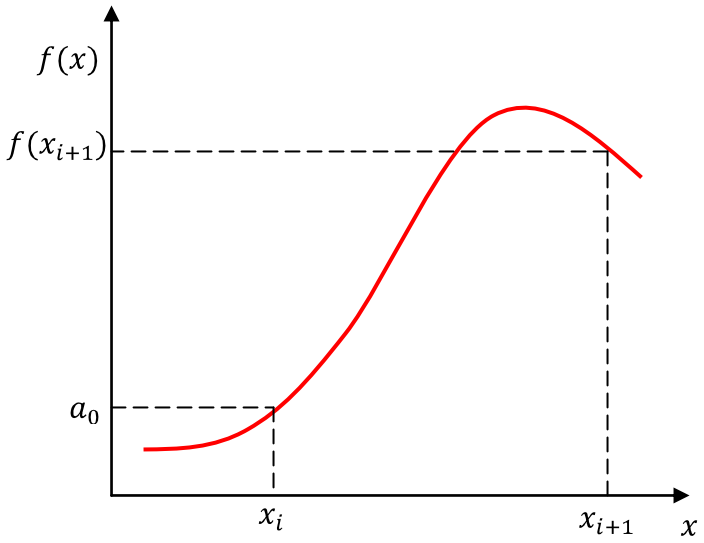
Las expresiones anteriores son equivalentes y representan la expansión en serie de Taylor que permite evaluar el valor de la función en cualquier punto x, en términos de la propia función y de sus derivadas en el punto x_i.

5.1.4. Método De Newton-Raphson

Se basa en trazar rectas tangentes que "toman la forma" de la función por medio de su primera derivada. Este método no trabaja sobre un intervalo sino que basa su formula en un proceso iterativo.[82]

Supóngase una función $f(x)$ a la que se desea calcular su raíz. Evaluando un valor x_1 cercano a la raíz en la función y trazando una recta tangente al punto x_1, $f(x_1)$ se obtiene un valor x_2 que es mucho más cercano a la raíz de x_1.

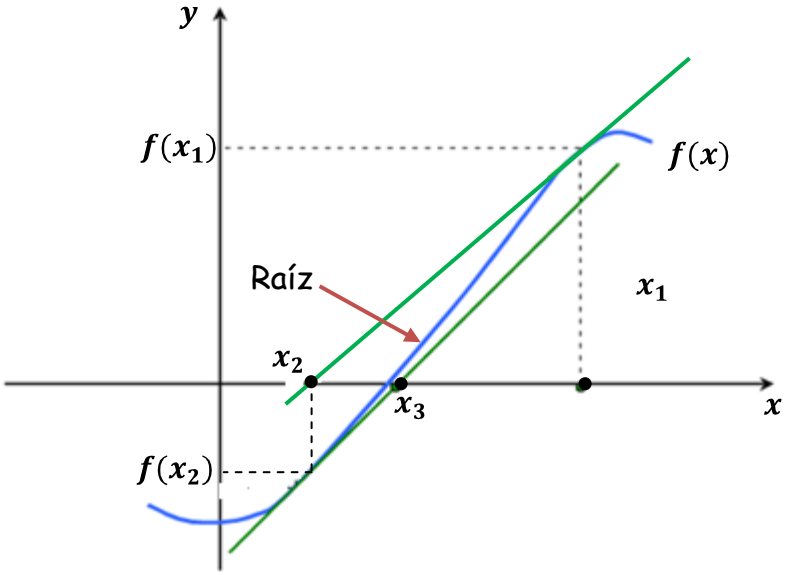
Figura 5.7 Evaluación de la función f(x) en un intervalo (x_i,x_{i+1}).



Fuente: Los Autores

[82] http://noosfera.indivia.net/métodos/newtonRaphson.html

Figura 5.8. Evaluación de la función f(x) en un intervalo (x_i,x_{i+1})



Fuente: Los Autores

Para encontrar el valor de x_2, se tomará la ecuación de la recta,

$$f(x_2) - f(x_1) = m(x_2 - x_1) \qquad (5.23)$$

Se supone que $f(x_2)$ sea igual a 0 para que x_2 sea una raíz de $f(x)$.

$$-f(x_1) = m(x_2 - x_1) \qquad (5.24)$$

Pero en el punto x_1, $f(x_1)$ la pendiente m puede tomarse como $f'(x_1)$ por ser la mejor aproximación a la pendiente en dicho punto.

$$-f(x_1) = f'(x_1)(x_2 - x_1) \qquad (5.25)$$

$$x_2 - x_1 = -\frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \qquad (5.26)$$

Y despejando x_2.

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

Si se busca una mejor aproximación a la raíz utilizando este nuevo valor x_2.

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

Y así sucesivamente se puede seguir buscando aproximaciones que cada vez son más cercanas a la raíz. Entonces se puede generalizar la ecuación de la siguiente manera,

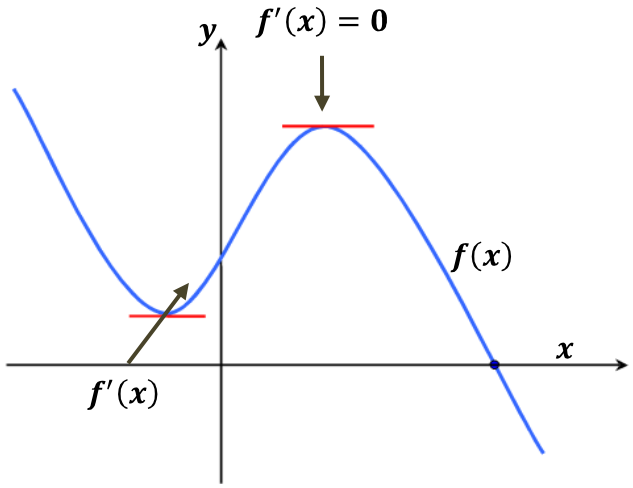
$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \qquad k \ \epsilon \ Z^+ \qquad (5.27)$$

Que se conoce como la ecuación de Newton-Raphson.

Este método puede presentar inconvenientes, tales como:

1. El método de Newton-Raphson se indetermina en los puntos críticos por haber una división por cero. En un punto crítico, este método es ineficaz porque la recta tangente nunca cruza el eje de las abscisas y no se obtiene un nuevo valor de x.

Figura 5.9. Función f(x) con puntos críticos.



Fuente: Los Autores

Se sabe por cálculo diferencial que un punto crítico es aquel valor de $x$que hace que la primera derivada de una función sea 0 $(f'(x) = 0)$.

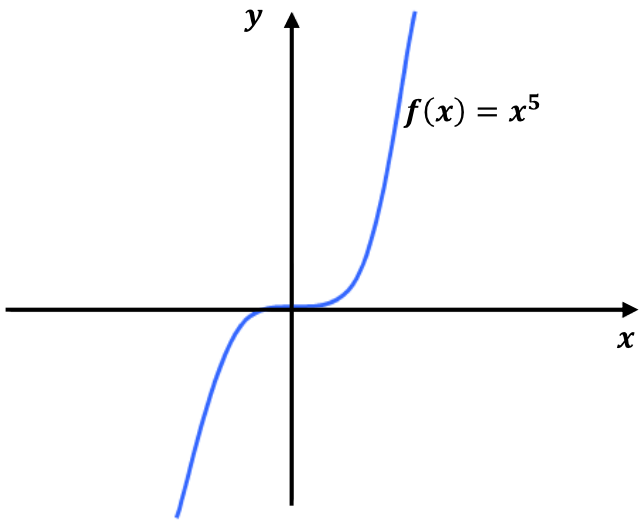
$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{0}$$

Si al resolver una ecuación, se llega a un punto crítico, o que la primera derivada de la función $f'(x)$ se aproxime a cero, se sugiere intentar un nuevo valor mayor o menor (sumando o restando una unidad) o intentar un valor cercano a la raíz.

2. El método de Newton-Raphson es poco conveniente cuando se tenga una función $f(x)$ cuya primera derivada sea muy complicada obtener.
3. El método de Newton-Raphson presenta otro inconveniente, es cuando se resuelva una función con raíces reales repetidas, como la siguiente:

Figura 5.10. Función f(x) con puntos críticos



Fuente: Los Autores

En las raíces que son repetidas, dicha raíz puede ser también un punto crítico o un punto de inflexión, donde el método de Newton-Raphson es ineficaz. Como se puede notar en el gráfico anterior, la raíz también es un punto de inflexión.

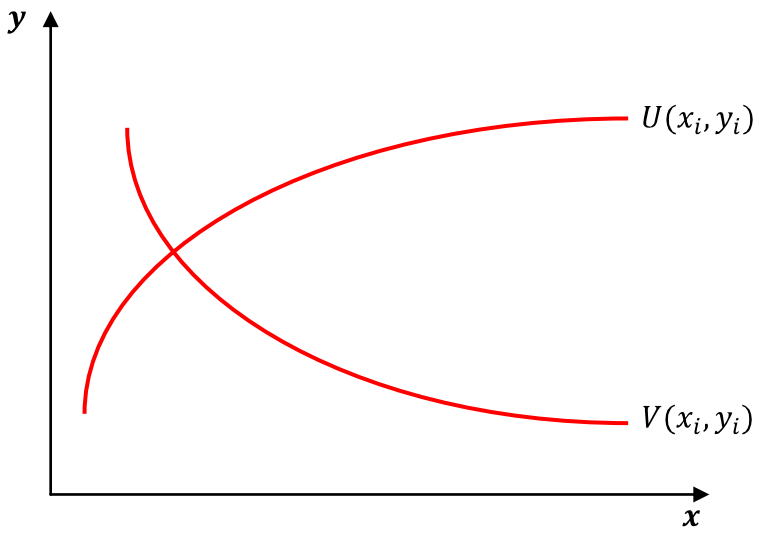
- **Método de Newton – Raphson para un Sistema De Ecuaciones**

El método de Newton – Raphson para un sistema de ecuaciones, lo se puede estudiar de la siguiente manera:

$$x_{i+1} = U(x_1, y_1) \qquad (5.28)$$

$$y_{i+1} = V(x_i, y_i) \qquad (5.29)$$

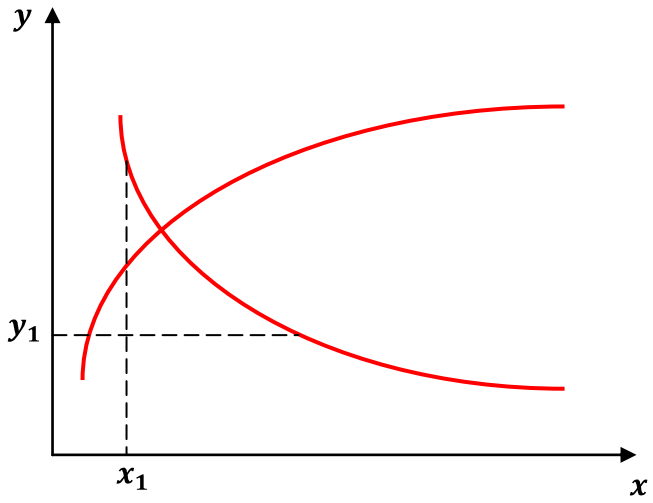
Figura 5.11. Intersección entre dos funciones.



Fuente: Los Autores

1. Consiste en elegir las coordenadas de un punto (x_1, y_1), como aproximación del punto de intersección de las funciones $U(x, y)$ y $V(x, y)$ que hacen que éstas se anulen.

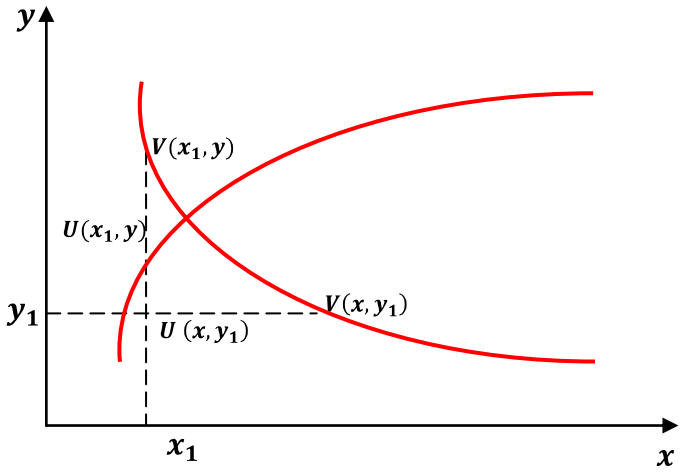
Figura 5.12. Intersección entre dos funciones



Fuente: Los Autores

2. Obtener los valores de las funciones $U(x,y)$, $V(x,y)$ evaluadas con las coordenadas (x_1,y_1) y localizar los cuatro puntos $U(x_1,y)$, $V(x_1,y)$, $U(x,y_1)$, $V(x,y_1)$.

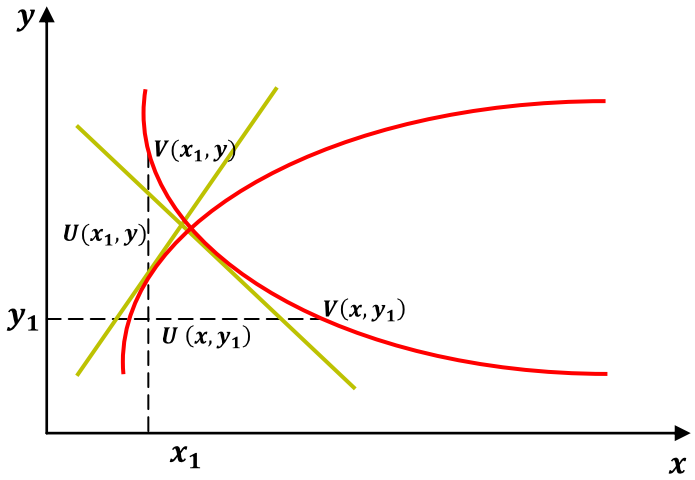
Figura 5.13. Intersección entre dos funciones



Fuente: Los Autores

3. Trazar una recta tangente paralela a la secante que une los puntos $U(x_1,y)$ y $U(x,y_1)$ y otra tangente paralela a la secante que une los puntos $V(x_1,y)$ y $V(x,y_1)$.

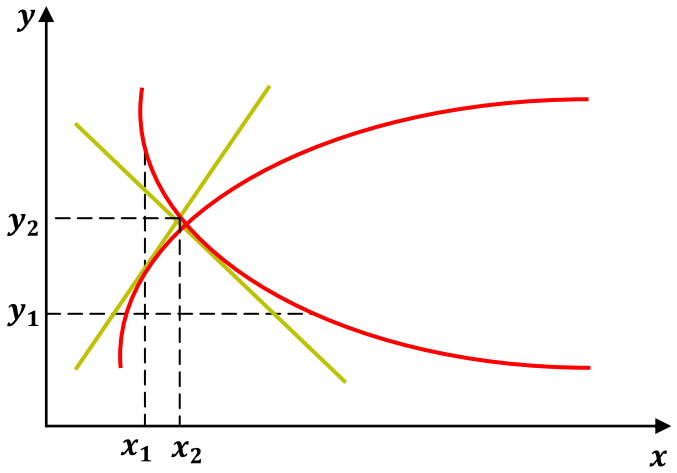
Figura 5.14. Intersección entre dos funciones



Fuente: Los Autores

4. El punto de intersección de estas dos tangentes constituye una segunda aproximación (x_2, y_2) del punto de intersección de las dos funciones.

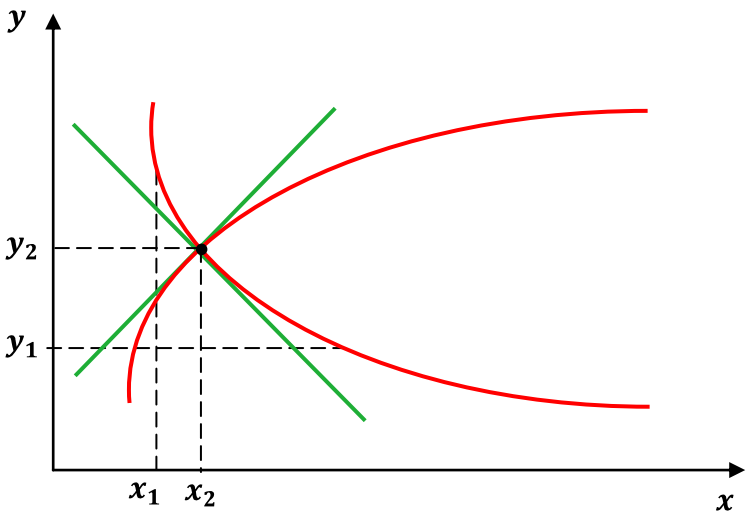
Figura 5.15. Intersección entre dos funciones



Fuente: Los Autores

5. El proceso se repite n veces hasta que las coordenadas del punto de intersección (x_n, y_n) coincida prácticamente con el valor exacto de la intersección entre las dos curvas.

Figura 5.16. Intersección entre dos funciones



Fuente: Los Autores

Este procedimiento corresponde, analíticamente, a extender el uso de la derivada, para calcular la intersección entre dos o más funciones.

5.2 DESCRIPCIÓN DE SOFTWARE DE SIMULACIÓN.

5.2.1 TRNSYS

Es un completo y extensible ambiente de simulación para la simulación transitoria de sistemas térmicos como edificios de varias zonas. Es utilizado por ingenieros e investigadores para validar conceptos de ingeniería desde sistemas solares domésticos de calentamiento de agua hasta el diseño y simulación de edificios y su equipamiento, incluyendo las estrategias de control, comportamiento de los

ocupantes, sistemas alternativos de energías (Eólica, Solar, fotovoltaica, sistema de hidrogeno), etc. Uno de los factores claves de éxito es su estructura abierta modular. El código fuente del núcleo así como los modelos componentes se entregan a los usuarios. Esto facilita la ampliación de los modelos existentes para acomodarlos a las necesidades específicas de los usuarios.

La arquitectura basada en DLL permite a los usuarios y a los desarrolladores añadir fácilmente modelos componentes personalizados utilizando todos los lenguajes de programación comunes (C, C++, Pascal, Fortran, etc.) además TRNSYS se puede conectar a muchas otras aplicaciones para pre- o pos-proceso o a través de llamadas interactivas durante la simulación (por ejemplo, Microsoft Excel, Matlab, COMIS, etc.). Las aplicaciones de trnsys incluyen:

- Sistemas de energía solar (térmico y fotovoltaico)
- Edificios de baja energía y sistemas HVAC con características avanzadas de diseño (ventilación natural, losas de calefacción/refrigeración, doble fachada, etc.)
- Sistemas de energía renovable
- La cogeneración, pilas de combustible
- Todo lo que requiere simulación dinámica.

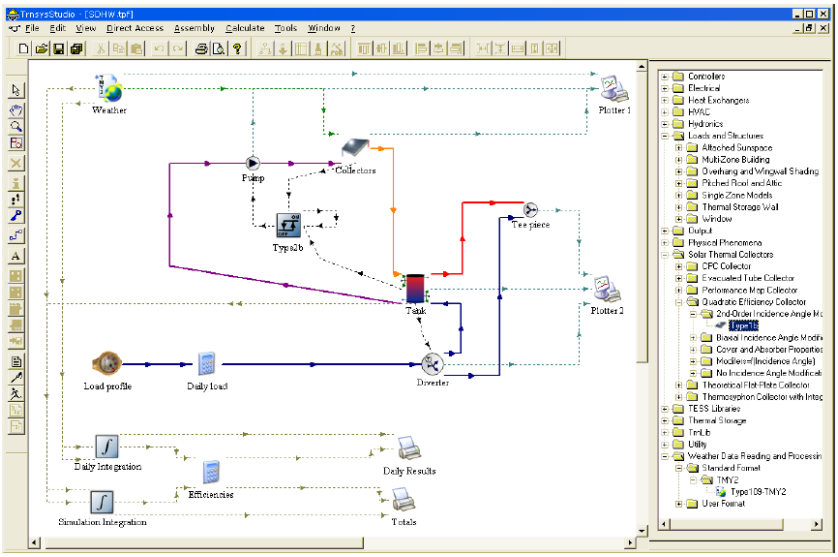
El conjunto TRNSYS

Trnsys consta de un conjunto de programas: el estudio de simulación de trnsys, el motor de simulación (TRNII.dll) y su ejecutable (TRNExe.exe), la interfaz visual de entrada de datos de construcción (TRNBuild.exe) y el editor utilizado para crear programas autónomos y redistribuibles conocidos como aplicaciones TRNSED (TRNEdit.exe).

- **Estudio de simulación de TRNSYS**

  Es la principal interface visual de trnsys (antiguamente conocido como IISiBat). Desde allí se pueden arrastrar y soltar componentes en el área de trabajo (workspace) conectándolos entre sí y se establecen los parámetros de simulación global:

Figura 5.17. Entorno TRNSYS

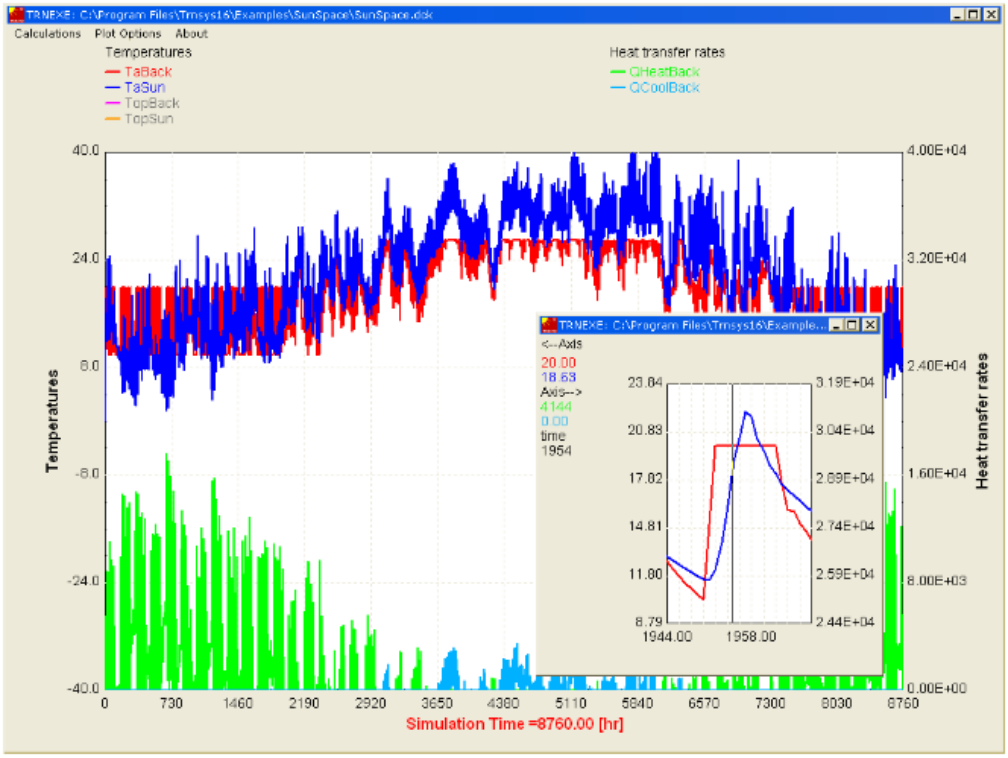


El estudio de simulación también incluye un administrador de salidas en donde se controlan cuales variables se integran, se imprimen y/o se representan gráficamente, y un administrador de registro/error que permite estudiar en detalle que ocurrió en la simulación. También se pueden realizar múltiples tareas adicionales desde el estudio de simulación: generar proyectos utilizando “asistente para nuevos proyectos”, genere una estructura para los nuevos componentes utilizando el Asistente para Fortran, ver y editar las proformas de los componentes (una proforma es la descripción de los parámetros de entrada/salida de un componente), ver archivos de salida, etc.

- **Motor de simulación de TRNSYS**

El código de simulación está programado en fortran y la fuente se distribuye (ver el directorio de código fuente). El motor se compila dentro de una librería de vínculos dinámicos de Windows (DLL), TRNDII. El núcleo de TRNSYS lee toda la información acerca de la simulación (cuales componentes son usados y como ellos son conectados) en el archivo de entradas de TRNSYS conocido como archivo de plataforma (deck file)(*dck.). Este último también abre archivos adicionales de entrada (por ejemplo datos de clima) y crea archivos de salida. El motor de simulación es llamado por un programa ejecutable, TRNExe, el cual también implementa el trazador de gráficos en línea, una herramienta muy útil que permite ver a decenas de variables de salida durante una simulación.

Figura 5.18. Entorno TRNSYS

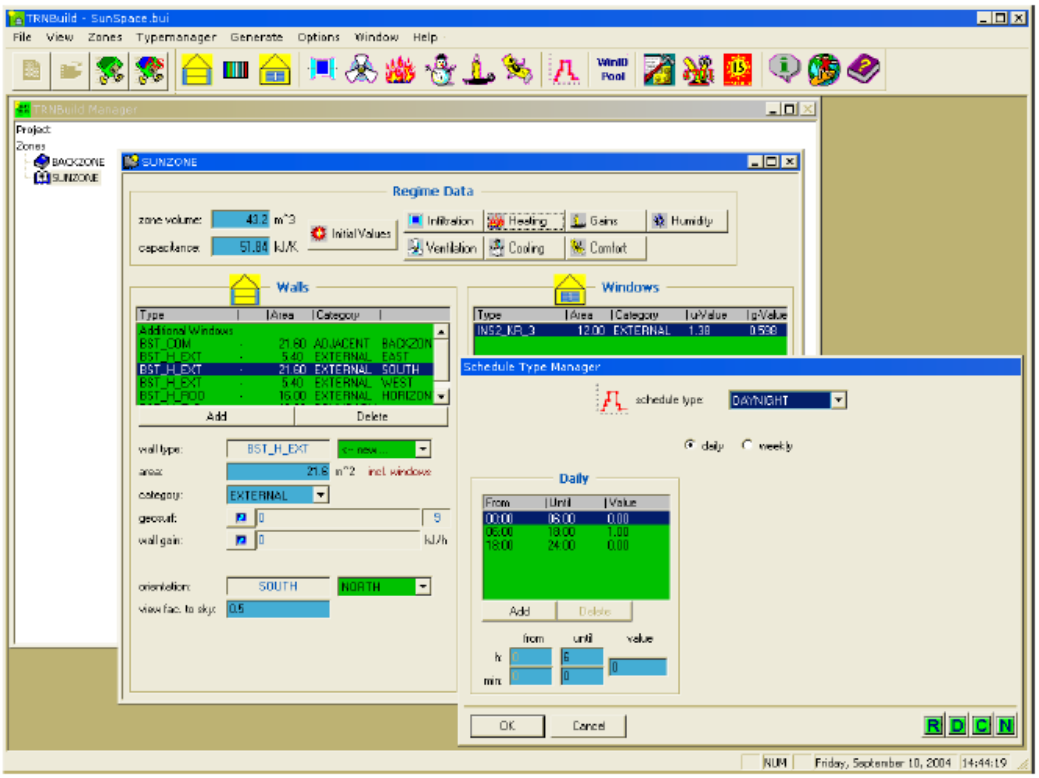


El trazador de gráficos en línea ofrece algunas funciones avanzadas como el zoom y la visualización de los valores numéricos de las variables en cualquier paso del tiempo.

- **Interface visual del edificio**

  TRNBuild (antes conocido como Prebid) es la herramienta que se utiliza para introducir datos de entrada para los edificios multizona. Permite especificar todos los detalles de la estructura del edificio, así como todo lo que se necesita para simular el comportamiento térmico del edificio, tales como características ópticas de las ventanas, itinerarios (schedules) de calefacción y refrigeración etc.

Figura 5.19. Entorno TRNSYS



TRNBuild crea un archivo de descripción del edificio (*bui) que incluye toda la información necesaria para simular el edificio. Hay que notar que este no era

el caso para TRNSYS 15 donde siempre se requería la Librería Ventana (w4-lib.dat) para correr la simulación.

- **TRNEdit**

  TRNEdit es un editor especializado que se puede utilizar para crear o modificar archivos de TRNSYS de entrada (plataforma). En general no es recomendable utilizarlo, y sólo los usuarios avanzados deben intentar modificar los archivos de plataforma a mano. La mayoría de los usuarios deben confiar en Estudio de Simulación para generar y modificar archivos de plataforma.

Requerimientos del sistema.

- **SOFTWARE.**

  Sistema operativo.

  TRNSYS requiere Windows 95/98, Windows NT 4.0, Windows 2000, Windows ME o Windows XP. Se recomienda Windows 2000 o XP debido a los problemas conocidos de gestión de los recursos en las anteriores versiones de Windows (estos temas no se relacionan con TRNSYS ni sus programas de utilidad).

  Compiladores.

  Gracias a la tecnología drop-in DLL, ningún compilador es necesario para añadir componentes a TRNSYS si los componentes son obtenidos como un archivo DLL pre-compilado. Si desea depurar TRNSYS o agregar componentes para los que ha recibido el código Fortran, necesitará un compilador Fortran. Si desea crear sus propios componentes, se necesitará un compilador capaz de crear un archivo DLL. Esto incluye cualquier compilador

reciente compatible con Windows para C + +, Delphi, Fortran u otros lenguajes.

Otras.

Se recomienda la versión 6 y superiores del programa gratuito Acrobat Reader para aprovechar las avanzadas capacidades de búsqueda que este posee.

- **HARDWARE.**

Los requerimientos de TRNSYS para el equipo dependerán de las simulaciones que se desean ejecutar. Las especificaciones que a continuación se enumeran son los requisitos básicos y la configuración recomendada. La configuración recomendada debería permitir realizar simulaciones anuales con un intervalo de tiempo de 0,1 segundos utilizando toda la capacidad del trazador de gráficos en línea, mientras que la configuración básica permite llevar a cabo simulaciones más típicas.

Configuración mínima.

- Procesador Pentium III o equivalente.
- 128 MB de RAM.
- 200 MB de espacio en disco disponible (hasta 2GB si se instalaran todos los archivos opcionales de datos de clima).

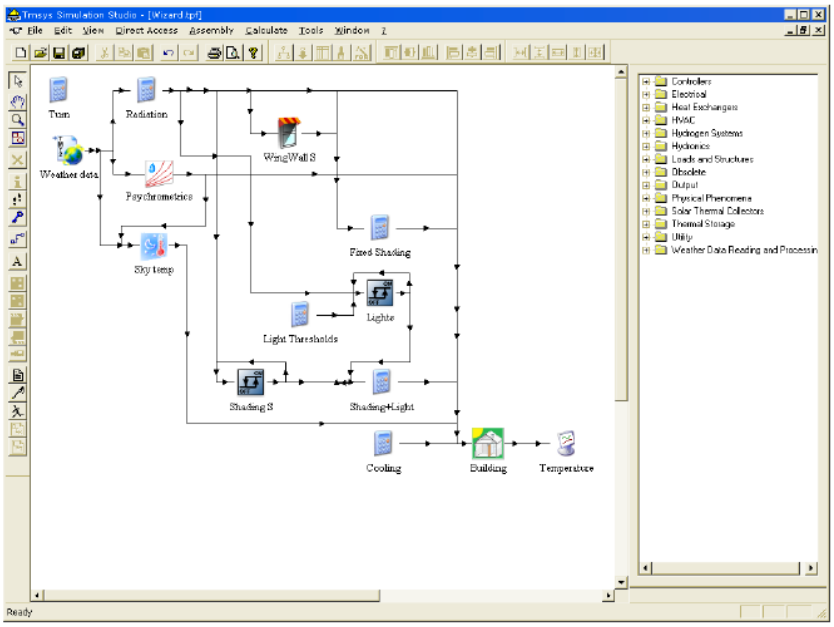
Configuración recomendada.

- Procesador Pentium IV con 2 GHz o equivalente.
- 512 MB de RAM.
- 1 GB de espacio en disco disponible (hasta 3GB si se instalaran todos los archivos opcionales de datos de clima).

Creando un proyecto de edificio.

Los Proyectos de edificios de multi-zona pueden ser creados análogamente como se crean otros sistemas térmicos. Como es más complejos estimar parámetros de simulación, el modelo de edificio requiere algunos archivos de datos externos contenidos en la descripción detallada del edificio los cuales deben ser preparados con anticipación. Con trnsys Studio Building Wizard ésta preparación es más sencilla comparada con otras versiones de trnsys. Building Wizard permite el dimensionamiento de las zonas del edificio y de cómo se organizan las zonas, una respecto a la otra. Se puede fijar la proporción de vidriado en cada lado del edificio (se debe distribuir en igual cantidad en todas las zonas) y también un ángulo de rotación global del edificio (con respecto al norte). Todos los datos de régimen pueden ser definidos: como infiltración y ventilación, características de enfriamiento y calentamiento, ganancias internas, e itinerarios correspondientes. El Building Wizard genera un proyecto de trnsys y un archivo de descripción de edificio (.bui). Este ultimo llama a TRNBuild para generar los archivos del edificio asociado, y luego abrir el proyecto creado en el Estudio. El proyecto de trnsys creado por el Building Wizard tiene todos los componentes necesarios y las conexiones que han sido creadas por el usuario. Esto se puede explorar dando doble click en los componentes o conexiones.

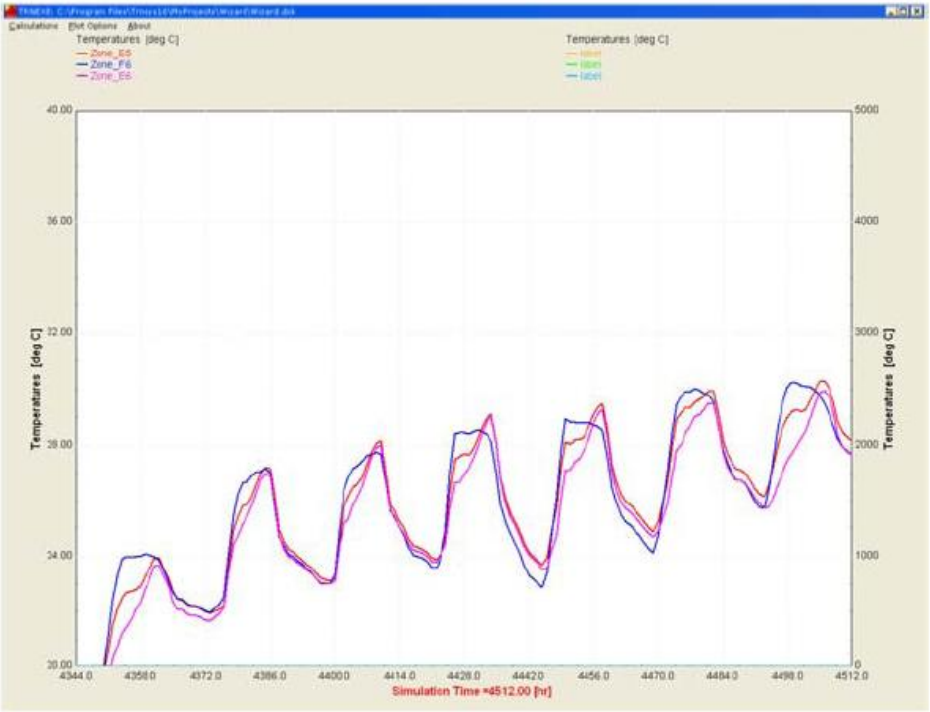
Figura 5.20. Creación de un proyecto de edificio.



Proyecto trnsys generado por Building Wizard.

Normalmente, el proyecto generado por el Building Wizard tiene que ser modificado ya sea para ampliar la descripción de construcción o para la modificación o la actividad de completar los componentes en la simulación. Es posible que los resultados de la simulación (por ejemplo, la temperatura del recinto en verano) aparezcan en el trazador en línea (online plotter) o impreso como archivos de acuerdo a los componentes de salida previamente definido.

Figura 5.21. Creación de un proyecto de edificio.



Temperaturas para la primera semana de Julio.

Una vez definido ciertos parámetros del edificio y su estrategia de control, será posible estudiar la manera cómo influyen ciertas modificaciones en el edificio y en la estrategia de control en los resultados obtenidos.

5.2.2 EES

Sigla de “Engineering Ecuation solve”, solucionador de ecuaciones de ingeniería. La función básica proporcionada por EES es la solución de un conjunto de ecuaciones algebraicas. Este programa también puede resolver ecuaciones diferenciales, ecuaciones con variables complejas, hacer optimización, provee regresiones lineales y no lineales, y genera gráficos de calidad de publicación. Lo que la convierte en una poderosa herramienta similar a matlab.

Ventajas.

Lo que hace único a este programa es que contiene las propiedades termo-físicas de muchas sustancias comunes utilizadas en aplicaciones de las ciencias térmicas. EES tiene estas propiedades tanto en sistema internacional como en sistema ingles. Por lo tanto con este programa se evita el engorroso trabajo de buscar propiedades en tablas y hacer interpolaciones. En general Hay dos diferencias principales entre la EES y el resto de programas solucionadores de ecuaciones numéricas. En primer lugar, EES automáticamente identifica y agrupa ecuaciones que deben ser resueltos al mismo tiempo. Esta característica simplifica el proceso para el usuario y asegura que el programa de solución siempre funciona a la máxima eficacia. En segundo lugar, EES proporciona muchas funciones incorporadas de propiedades matemáticas y termo-físicas útiles para los cálculos de ingeniería. Por ejemplo, las tablas de vapor se implementan de manera que cualquier propiedad termodinámica se puede obtener de una función incorporada en términos de cualquier otras dos propiedades. Lo mismo se aplica a refrigerantes ecológicos (incluyendo algunas de las nuevas mezclas), amoníaco, metano, dióxido de carbono y muchos otros líquidos. Tablas de aire son también incorporadas al programa, como las funciones psicométricas y datos de tabla JANAF (Joint-Army-Navy-Air force) para muchos gases comunes. Propiedades de transporte también están disponibles para la mayoría de estas sustancias.

Personalización y expansión de las capacidades de EES.

La biblioteca de funciones de propiedades matemáticas y termo-físicas en EES es extensa, pero no es posible anticipar las necesidades de cada usuario. EES permite al usuario entrar en su propia relación funcional de tres maneras. En primer lugar, se proporciona facilidad para el acceso y la interpolación de datos tabulados para que estos se puedan usar directamente en la solución del conjunto de ecuaciones. En segundo lugar, el leguaje de la EES es compatible con

funciones y procedimiento escritos por el usuario similares a los de Pascal y FORTRAN. EES también proporciona soporte para los módulos escritos por los usuarios, que son independientes de los programas de EES pero que se pueden acceder por otros programas de EES. Las funciones, procedimientos, y los módulos se pueden guardar como archivos de la biblioteca, que son identificados automáticamente cuando se inicia la EES. En tercer lugar, las funciones y procedimientos compilados, escritos en un lenguaje de alto nivel tales como Pascal, C o FORTRAN, puede ser enlazado dinámicamente en EES con la capacidad de la biblioteca de vínculos dinámicos incorporado al sistema operativo Windows. Estos tres métodos de agregar relaciones funcionales proporcionan medios muy poderosos para extender las capacidades de los EES.

¿A quienes va dirigido el software?

La motivación para el desarrollo de EES surge de la experiencia en la enseñanza de la termodinámica y la transferencia de calor en ingeniería mecánica. Para estudiar el material de estos cursos, es necesario que el alumno trabaje los problemas. Sin embargo, gran parte del tiempo y el esfuerzo necesarios para resolver los problemas se concentra en buscar información de propiedades y solucionar las ecuaciones apropiadas. Una vez que el estudiante está familiarizado con el uso de tablas de propiedades, la utilización posterior de las tablas no contribuye a la comprensión del estudiante de la asignatura, ni tampoco la utilización del álgebra. El tiempo y el esfuerzo necesarios para resolver problemas de la manera convencional desvalorizan el aprendizaje de la materia al obligar a los estudiantes a preocuparse por el orden en que las ecuaciones deben ser resueltas (que realmente no importa) y mediante estudios paramétricos demasiado laboriosos. A menudo no son asignados problemas prácticos por su complejidad matemática, aquellos que puedan tener soluciones implícitas, como en las que participan tanto las consideraciones termodinámicas y de transferencia

de calor. EES permite al usuario concentrarse más en el diseño, liberándolo de tareas tediosas.

EES es particularmente útil para los problemas de diseño en el que los efectos de uno o más parámetros deben ser determinados. El programa ofrece esta capacidad con su tabla paramétrica, que es similar a una hoja de cálculo. El usuario identifica las variables que son independientes introduciendo sus valores en las celdas de tabla. EES calculará los valores de las variables dependientes en la tabla. La relación de las variables en la tabla se puede visualizar en las graficas de calidad de publicación (publication-quality plots). EES también proporciona la capacidad de propagar la incertidumbre de los datos experimentales para proporcionar estimaciones de incertidumbre de las variables calculadas. Con EES, no es más difícil de hacer los problemas de diseño de lo que resulta resolver un problema para un conjunto fijo de variables independientes.

EES ofrece las ventajas de un sencillo conjunto de comandos intuitivos los cuales se pueden aprender a utilizar rápidamente para resolver cualquier problema algebraico. Sin embargo, las capacidades de este programa son también amplias y útiles para un experto. El amplio banco de datos de propiedades termodinámicas y de propiedades de transporte integrados en el EES es útil en la solución de problemas de termodinámica, mecánica de fluidos y transferencia de calor. EES se puede utilizar para muchas aplicaciones de ingeniería, por tanto es ideal tanto para la enseñanza en los cursos de ingeniería mecánica como para el ingeniero practicante enfrentado a la necesidad de resolver problemas prácticos.

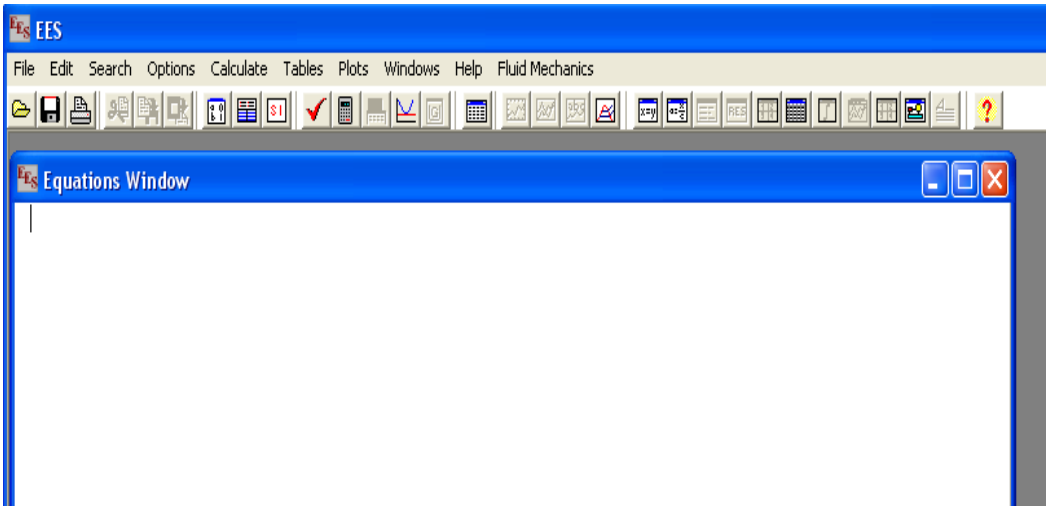
Requerimientos del sistema.

Versiones de EES han sido desarrolladas para equipos Apple Macintosh y para los sistemas operativos windows, incluyendo windows 3.1, Windows 95 y Windows NT.

Familiarización con el software.

Esta es la pantalla que aparece cuando se inicia el programa, en la ventana **Equations Window** se digitarán las ecuaciones.

Figura 5.22. Ventana Equations Window.



En **Options** >**Unit System** se despliega una ventana donde se elige el sistema de unidades:

Figura 5.23. Ventana Options >Unit System.

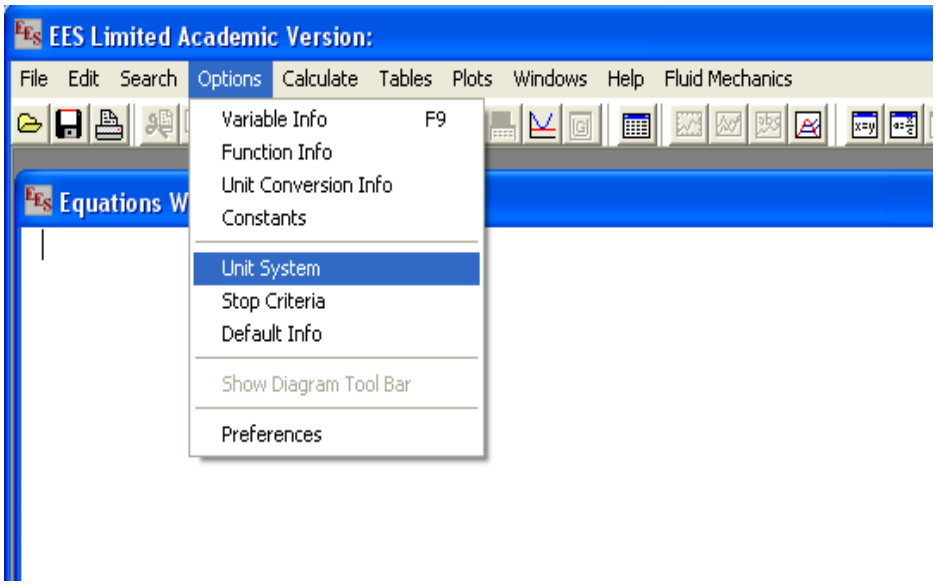
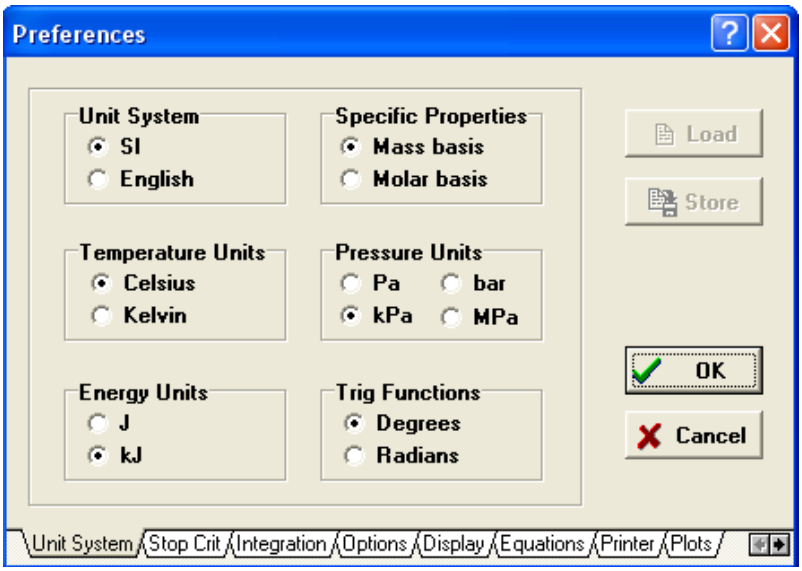


Figura 5.24. Ventana Preferences.



Si se desea llamar una función termodinámica **Options>Function Info** , se desplegará una ventana.

Figura 5.25. Ventana Options>Function Info.

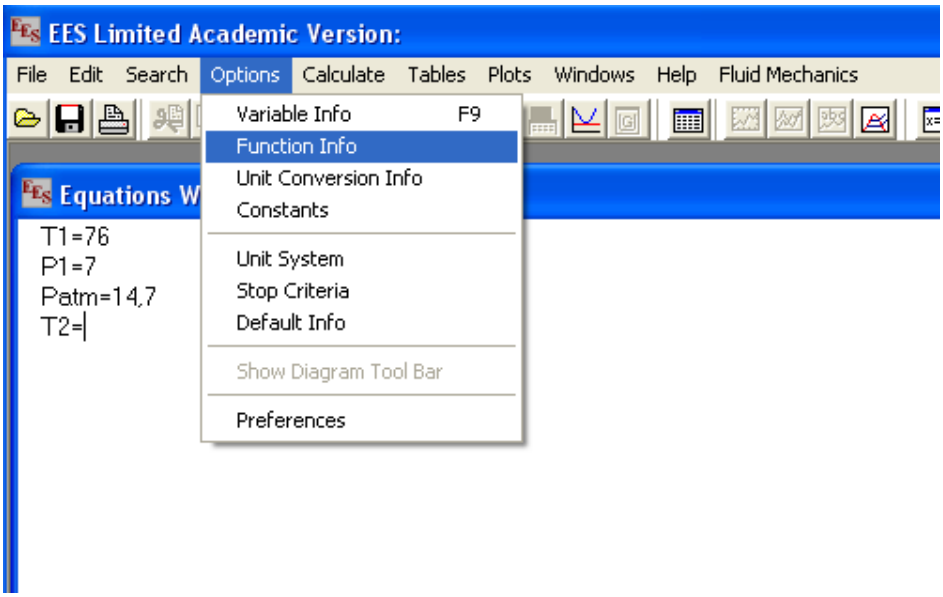
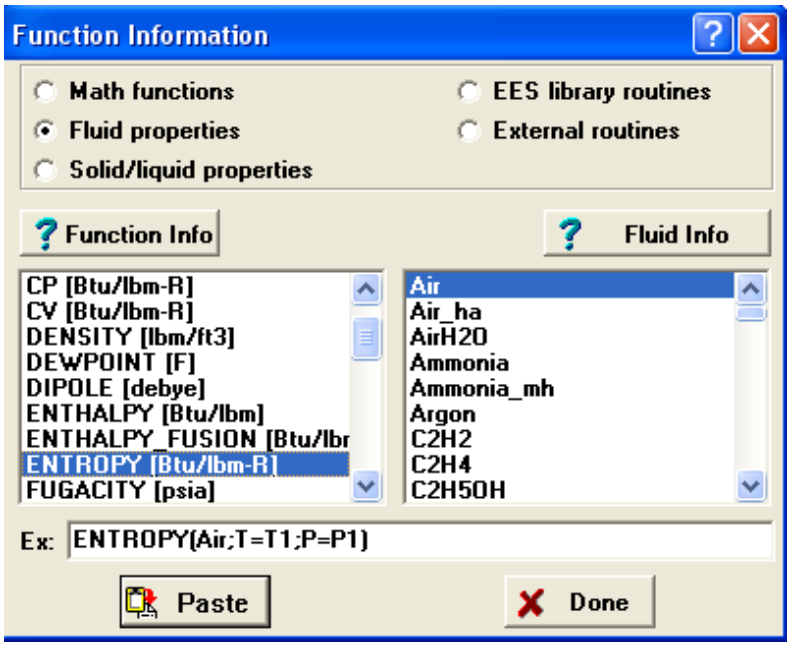
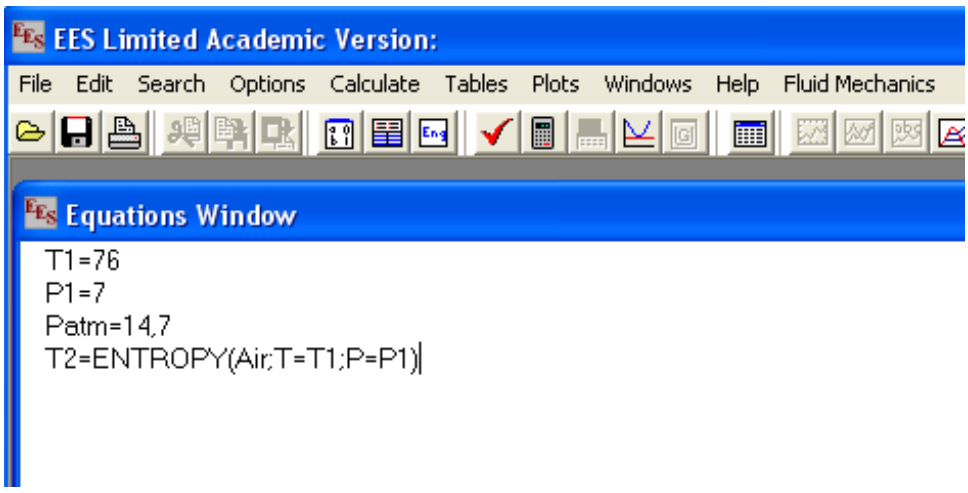


Figura 5.26. Ventana Function Information.



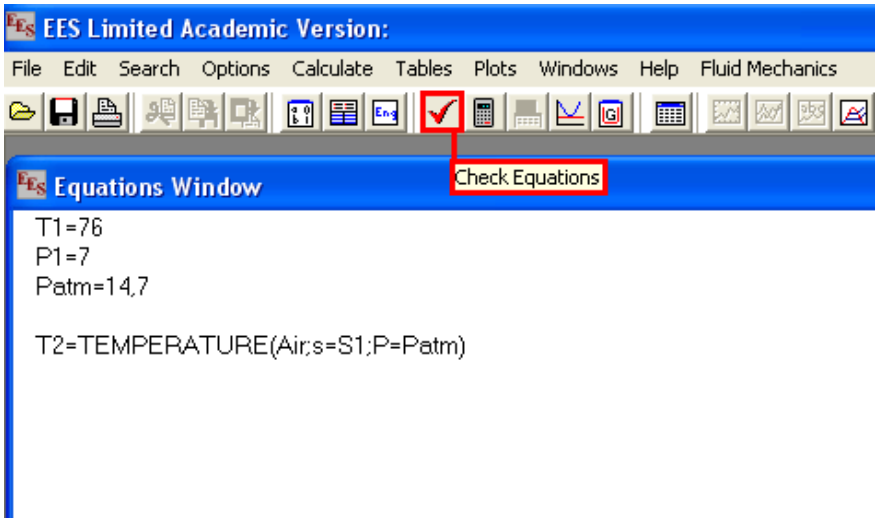
En la cual se puede escoger entre varias opciones **Fluid properties**. Esta opción mostrará dos listas. En una se muestran una una variedad de funciones termodinámicas y en la otra diferentes fluidos. Finalmente se elige las opción **Paste** y en el **Equations window** se pegará la propiedad seleccionada con su respectiva sintaxis.

Figura 5.27. Ventana Equations window.



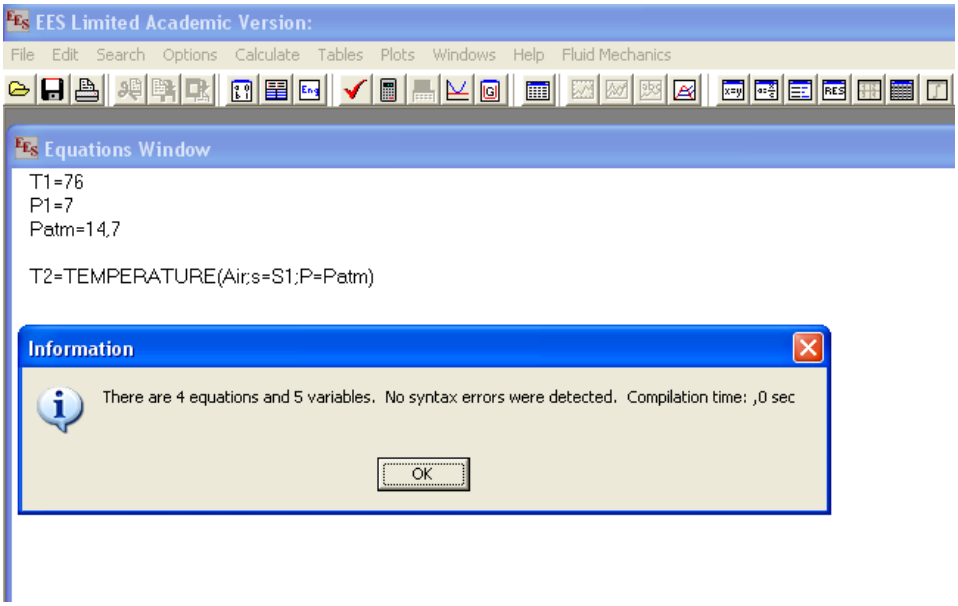
En el símbolo de comprobación que está en rojo llamado **Check Equations.**

Figura 5.28. Ventana Equations window.



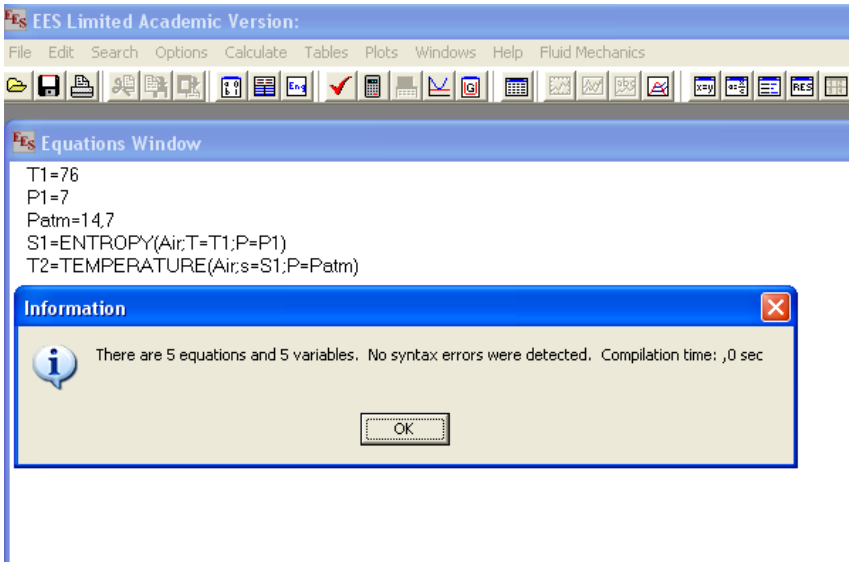
Se puede comprobar que el sistema de ecuaciones es consistente. Si el sistema no es consistente aparecerá un mensaje como este:

Figura 5.29. Ventana Equations window.



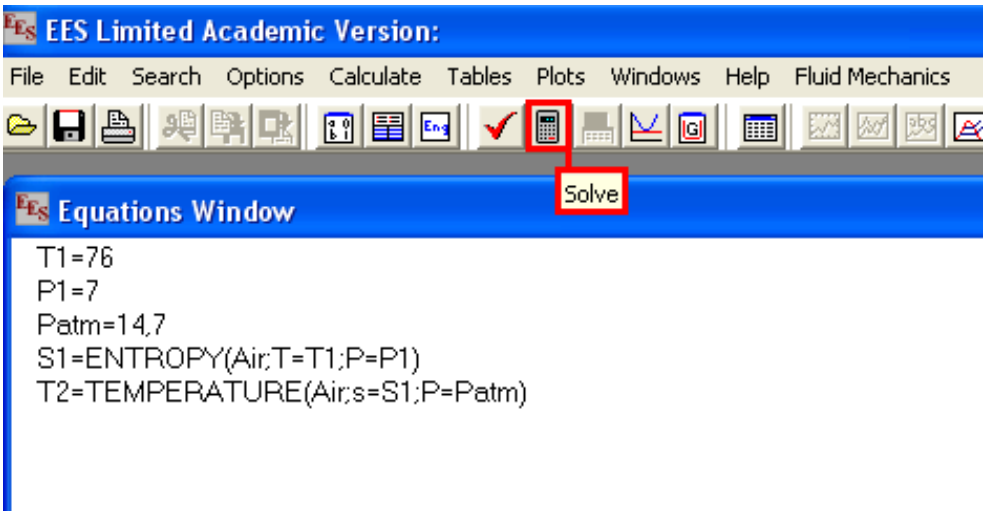
De lo contrario aparecerá este otro mensaje:

Figura 5.30. Ventana Equations window.



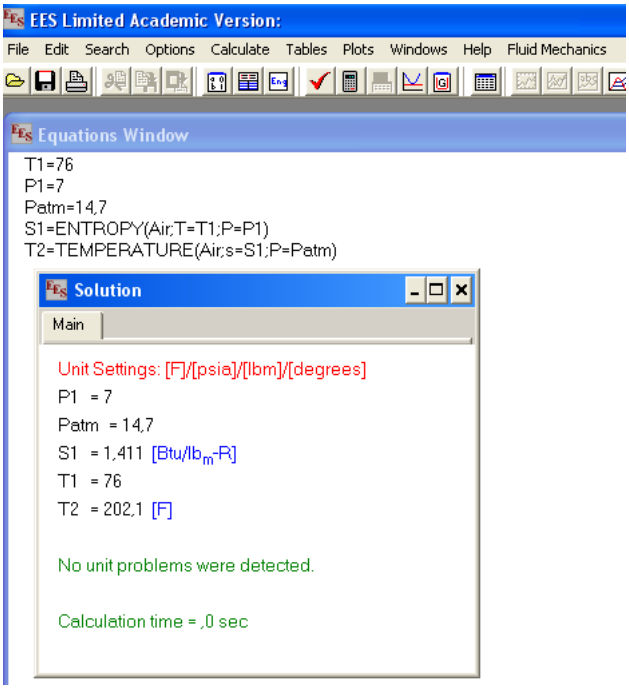
Ahora, se puede solucionar el sistema de ecuaciones, dando click en la opción **Solve**.

Figura 5.31. Ventana Equations window – Solve.



Aparecerá una ventana llamada **Solution** la cual contiene los parámetros utilizados junto a la solución de la variable desconocida (T2=202,1[F]).

Figura 5.32. Ventana Equations window – Solution.



5.2.3 Dinámica De Fluidos De Ansys (Fluent)

ANSYS fluid dinamics es un paquete completo de productos para el modelado de flujo de fluidos y otros fenómenos físicos relacionados. Se ofrece una incomparable capacidad de análisis de flujo de fluido, proporcionando todas las herramientas necesarias para diseñar y optimizar equipos nuevos de fluidos y solucionar problemas de instalaciones ya existentes. El paquete de dinámica de fluidos de ANSYS contiene tanto software de dinámica de fluidos computacional de propósito general, como también otros productos especializados para hacer frente a las solicitudes específicas de la industria.

Dentro de las herramientas de análisis de fluidos de propósito general están los famosos ANSYS CFX y los productos ANSYS FLUENT, ahora disponibles conjuntamente en el paquete ANSYS CFD. Con ANSYS CFD, se tiene acceso a una excepcional variedad de modelos físicos de flujo de fluidos, lo que permite analizar equipos con mucha confianza. ANSYS tecnología CFD es altamente expansible, permitiendo una eficiente cálculos en paralelo en miles de núcleos de procesamiento. ANSYS CFD también incluye la herramienta ANSYS CFD-Post con todas las funciones de flujo de fluido post-procesamiento. Esto puede ser usado para el análisis avanzado cuantitativo y visualizaciones de alta calidad. Cuando ANSYS CFD se utiliza en combinación con ANSYS Mechanical es eminentemente adecuado para resolver los complejos problemas de interacción fluido-estructura.

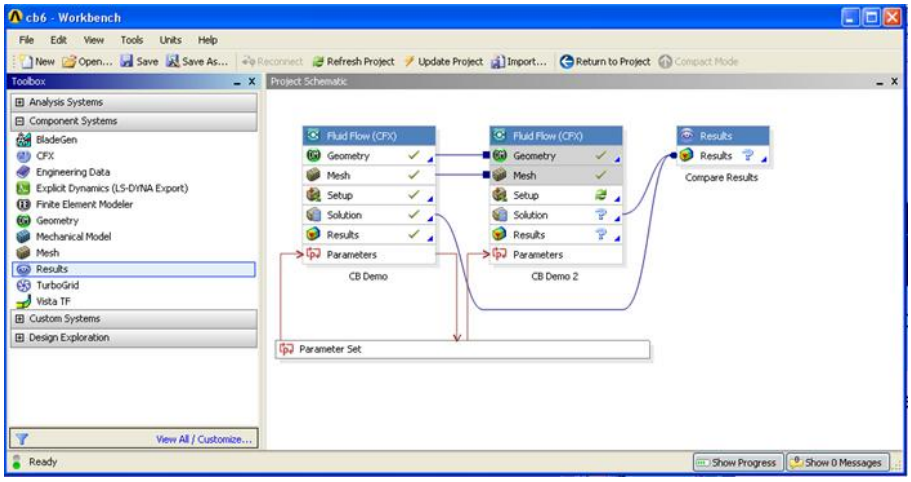
Los productos dinámica de fluidos de ANSYS tienen un alto grado de interoperabilidad, y están diseñados para ser montados de manera eficiente en el desarrollo de los procesos de productos impulsados por simulación dentro de una compañía.

Características de Fluid Dinamics.

- Integración de ANSYS Workbench.
  El principal software de ANSYS fluid dynamics esta completamente integrado en el entorno ANSYS Workbench. La plataforma ANSYS Workbench ofrece flujos de trabajo eficientes y flexibles, la asociatividad de CAD, y poderosas capacidades de modelado de geometría y mallado. El gestor de parámetros incorporados hace que sea fácil de llevar a cabo la exploración del diseño. La conectividad con otros productos ANSYS permite nuevas posibilidades de simulación. Conexiones con el software ANSYS Mechanical y otras tecnologías de ANSYS permite a los usuarios modelar aplicaciones multi-físicas como interacciones fluido-estructura (FSI). La conexión con ANSYS

DesignXplorer proporciona optimización del diseño avanzado. ANSYS Workbench permite la inclusión de la dinámica de los fluidos en un eficaz proceso de diseño de producto conducido por simulación.

Figura 5.33. Entorno FLUENT.



El software ANSYS fluid se integra en la plataforma de ANSYS Workbench.

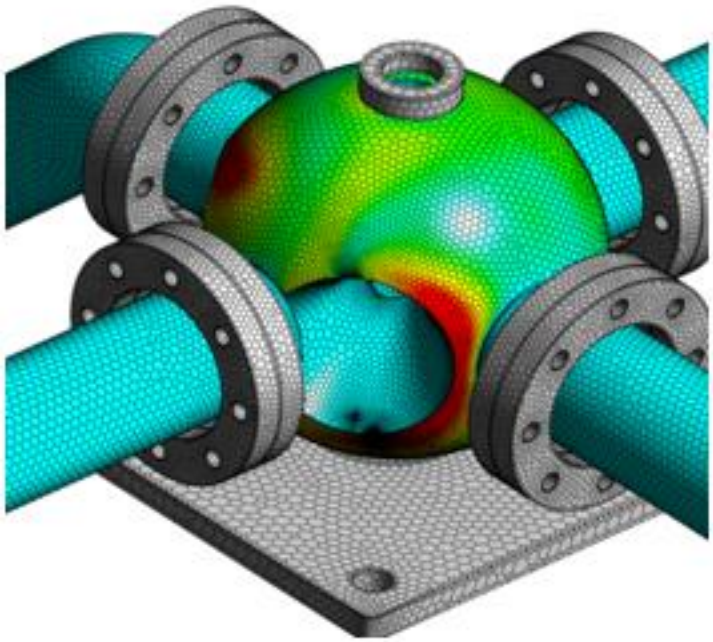
- Comprensión de la física.

  El software de dinámica de fluidos de ANSYS ofrece amplitud y profundidad en la modelización del flujo de fluidos relacionados con los fenómenos de la física. Flujos Viscoso y turbulento, flujo interna y externo se pueden calcular con facilidad. De hecho, la tecnología de la dinámica de fluidos de ANSYS es un líder en el modelado de flujo turbulento, que cubren corrientes muy complejas. Las predicciones del flujo turbulento se pueden extender a las predicciones de ruido inducidas por el flujo. La transferencia de calor con y sin radiación se puede modelar. El Software dinámica de fluidos de ANSYS es un líder en el modelado de flujos multi-fásicos, reacciones químicas, y la combustión.

- Cálculos numéricos.

  Cálculos fiables y eficientes se requieren para poder utilizar las predicciones dinámicas de fluidos para la optimización del diseño de ingeniería. El Software ANSYS fluid dynamics numérico es líder del sector para resolver las ecuaciones de flujo de fluidos. Una variedad de métodos y solucionadores de esquemas numéricos están disponibles para asegurar que los cálculos sean eficientes y dar lugar a predicciones precisas. Esto incluye solucionadores de volumen finito que incluyen tanto métodos acoplados como métodos separados para el modelado de flujo de fluidos en general, y un solucionador de elementos finitos para flujos viscosos de los fluidos complejos. Enmallado no estructurado en su totalidad se pueden utilizar con todos los tipos comunes de celdas, incluyendo las mallas poliédricas. Las soluciones basadas en la adaptación de malla base puede ser utilizada para mejorar aún más la exactitud de predicción.

Figura 5.34. Entorno FLUENT.



Simulación utilizando un en mayado poliédrico utilizando tecnología ANSYS fluid dynamics.

- **Capacidades de computo**, ANSYS fluid dinamics ofrece opciones de computo de alto rendimiento. Lo que permite realizar modelos más fieles con mayores detalles geométricos, más grandes, con mayor complejidad física, y aumenta el tiempo de retorno para simulaciones individuales de CFD.

- **Pos procesamiento,** ANSYS CFD-Post permite a los usuarios generar informes de análisis con facilidad. Los reportes regulares están apoyados por imágenes de mapa de bits o archivos de visualización en 3-D, tablas de datos, anotaciones, diagramas en xy e histogramas. ANSYS CFD-Post es especialmente adecuado para procesar los conjuntos de datos transitorios, lo que facilita a los usuarios crear animaciones de sus resultados dependientes del tiempo.

Pasos en la resolución de un problema de CFD.

Una vez se han definido las características relevantes del problema que se desea resolver (definición del problema) se debe:

1. Definir objetivos del modelado: es decir definir los resultados que se quieren alcanzar: suposiciones y simplificación que se deben y se pueden hacer, el grado de exactitud deseado, condiciones de frontera
2. Crear la geometría del modelo y el enmallado: El proceso de solución requiere un modelador geométrico y un generador de malla.
3. Configurar el solver y los modelos físicos
4. Calcular y monitorear solución
5. Examinar y guardar los resultados
6. Si es necesario considere la posibilidad de revisar los parámetros numéricos o los parámetros del modelo físico.

Como utilizar ANSYS FLUENT en ANSYS Workbench.

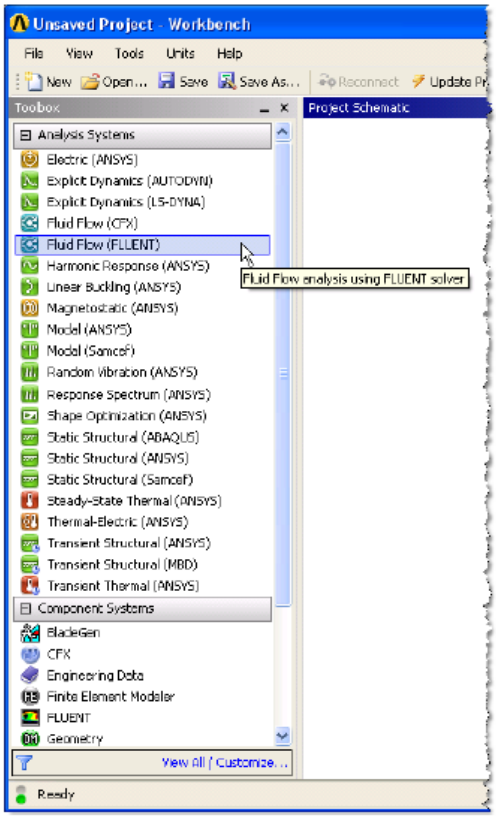
- Correr Ansys Workbench

Start → All Programs → ANSYS 12.1 → Workbench

Se despliega la ventana de aplicación de Ansys Workbench la cual muestra a mano izquierda el **Toolbox**(el cual muestra varios análisis sustentados y aplicaciones) y a la derecha el **Proyect Schematic** donde se visualizan los componentes del análisis.

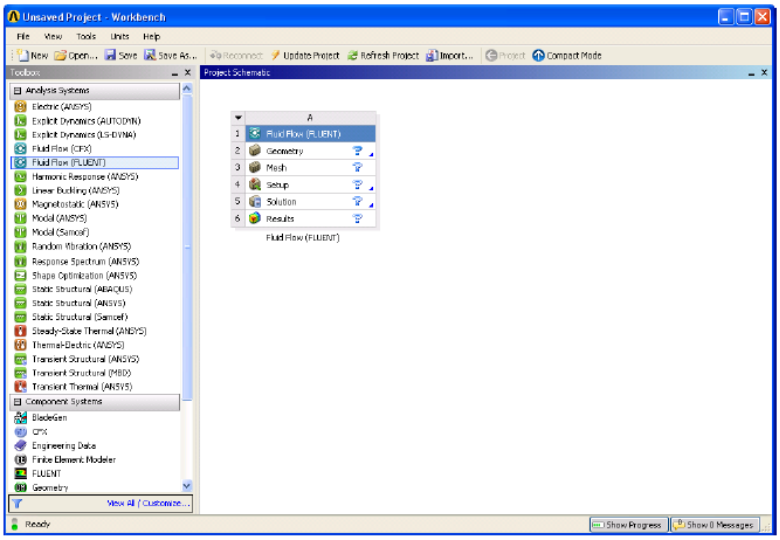
- Crear un nuevo sistema de análisis de flujo de fluidos de Ansys Fluent en Ansys Workbench: dando doble click sobre la opción **Fluid Flow (FLUENT)** dentro de **Analysis Systems** en el **Toolbox.**

Figura 5.35. Entorno WORKBENCH.



O arrastrando el sistema de análisis (**Fluid Flow (FLUENT)**)y soltándolo dentro de **Proyect Schematic.** Esto crea un nuevo sistema de análisis de flujo de fluidos.

Figura 5.36. Entorno WORKBENCH - Proyect Schematic.



Para dar nombre al proyecto se da doble click sobre la etiqueta Fluid Flow (FLUENT) que se encuentra dentro del sistema de análisis y se digita el nombre y se guarda en el menú File en ANSYS Workbench:

File ⟶ Save...

- Crear geometrías usando Ansys DesingModeler o se puede importar desde otro programa como solidwork , esto se hace dando click derecho sobre la celda **Geometry** de nuestro sistema de análisis de flujo de fluidos.
- Crear el enmallado computacional para la geometría utilizando Ansys Meching.
- Establecer la simulación CFD en Ansys Fluent, el cual incluye:
  - Fijar propiedades de los materiales y condiciones de frontera según requerimientos del problema.
  - Iniciar los cálculos en esquematización residual.
  - Calcular una solución utilizando el solucionador basado en presiones.

- Visualizar los resultados utilizando CFD-post.

5.2.4 SIMULINK:

Se utiliza en modelado y simulación de sistemas dinámicos. Sobre Simulink se pueden trabajar tanto sistemas lineales como no lineales: En tiempo continuo, Muestreados, Híbridos y Sistemas Multifrecuencia (contiene sistemas muestreados a diferente frecuencia). Simulink Proporciona un entorno gráfico e interactivo y un conjunto de bibliotecas de bloques personalizables que permiten diseñar, simular, implementar y probar una variedad de sistemas de tiempo variable, incluidas las comunicaciones, los controles, procesamiento de señales, procesamiento de video y procesamiento de imágenes. Productos complementarios amplían el software Simulink para modelado de dominios múltiples, así como proporcionar herramientas para el diseño, implementación y tareas de verificación y validación. Simulink está integrado con MATLAB, proporcionando acceso inmediato a una amplia gama de herramientas que le permiten desarrollar algoritmos, analizar y visualizar simulaciones, crear secuencias de comandos de procesamiento por lotes, personalizar el entorno de modelado, y definir señales, parámetros y datos de prueba.

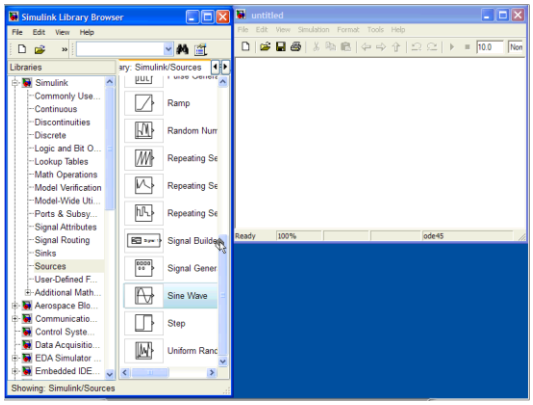
Características principales.

- Bibliotecas extensas y ampliables de bloques predefinidos.
- Editor gráfico interactivo para el ensamble y manejo intuitivo de los diagramas de bloque.
- Capacidad para gestionar diseños complejos mediante la segmentación de los modelos en jerarquías de componentes de diseño.
- Explorador de modelo para navegar, crear, configurar y buscar todas las señales, parámetros, propiedades y código generado asociada a su modelo.
- Interfaces de programación (API) que le permiten conectarse con otros programas de simulación e incorporar el código manual.

- Funciones de bloque de MATLAB Embebidos, para llevar algoritmos de MATLAB dentro de Simulink e implementaciones de sistemas embebidos.
- Modos de simulación (Normal, Acelerador, y Acelerador Rápido) para ejecutar simulaciones interpretativamente o en velocidades de código C compilado utilizando solucionadores de paso fijo o de paso variable.
- Depurador gráfico y un perfilador para examinar los resultados de simulación para luego diagnosticar el rendimiento y el comportamiento inesperado en su diseño.
- Pleno acceso a MATLAB para analizar y visualizar resultados, personalizar el entorno de modelado, y definir señales, parámetros y datos de prueba.
- Análisis de modelos y herramientas de diagnóstico para garantizar la coherencia del modelo e identificar los errores de modelado.

Entorno de simulink.

Figura 5.37. Entorno Simulink.



Crear y trabajar con modelos.

Con Simulink, se puede rápidamente crear, modelar y mantener un diagrama de bloques detallado del sistema, utilizando un conjunto completo de bloques predefinidos. Simulink proporciona herramientas para el modelado jerárquico, gestión de datos y la personalización del subsistema, lo que facilita la creación de

representaciones concisa, precisa, independientemente de la complejidad de su sistema.

Selección y personalización de los bloques.

Simulink incluye una amplia biblioteca de funciones de uso común en el modelado de un sistema. Estos incluyen:

- Bloques dinámicos continuos y discretos, tales como integración y el retardo de unidad.
- Bloques algorítmicos, como Suma, Producto y tabla de búsqueda.
- bloques estructurales, tales como Mux, Switch, y Bus Selector.

Estos bloques integrados se pueden personalizar y también se pueden crear nuevos bloques e incorporarlos a la propia librería. Un conjunto de bloques adicionales (se adquieren por separado) amplían Simulink con funcionalidades especificas en el sector aeroespacial, comunicaciones, radio frecuencia, procesamiento de señales, procesamiento de videos e imágenes y otras aplicaciones.

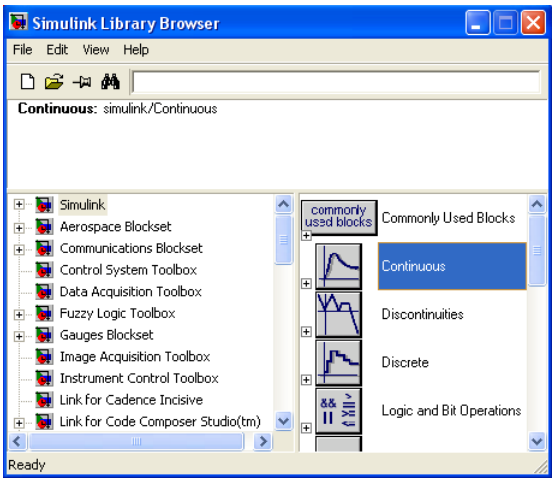
Familiarización con el entorno Simulink.

Para iniciar Simulink primero se tienen que iniciar Matlab. Una vez se muestre el entorno de Matlab se puede iniciar Simulink de dos formas:

- Click sobre el icono de simulink en la barra de herramientas de Matlab
- Ingresando el comando simulink en el prompt de Matlab

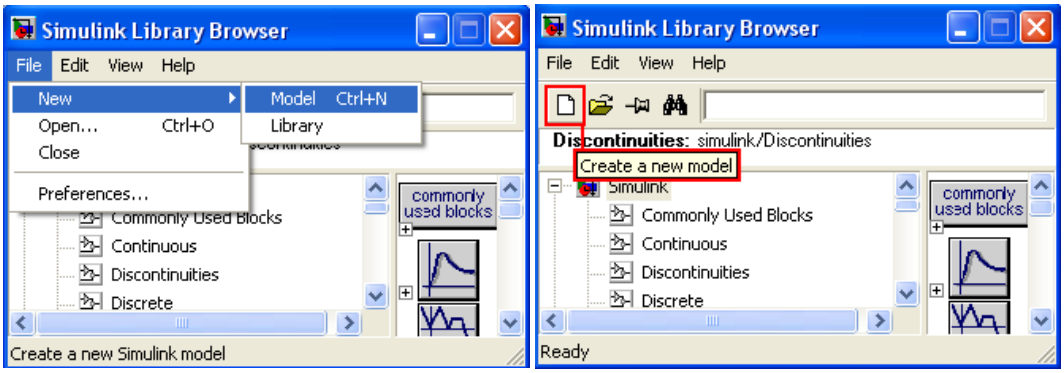
Se inicia Simulink desplegándose el explorador de librerías de Simulink (Simulink Library Browser).

Figura 5.38. Entorno Simulink.



Library Browser muestra una vista estructurada en árbol de las librerías de bloque instaladas en el sistema. En versiones recientes esta ventana muestra también los bloques como iconos en una ventana aledaña. Se pueden construir modelos copiando los bloques de Library Browser a la ventana de un modelo. Esto último se hace, en primera instancia, creando un modelo nuevo escogiendo **File/New/ Model**.

Figura 5.39. Entorno Simulink – New Model.

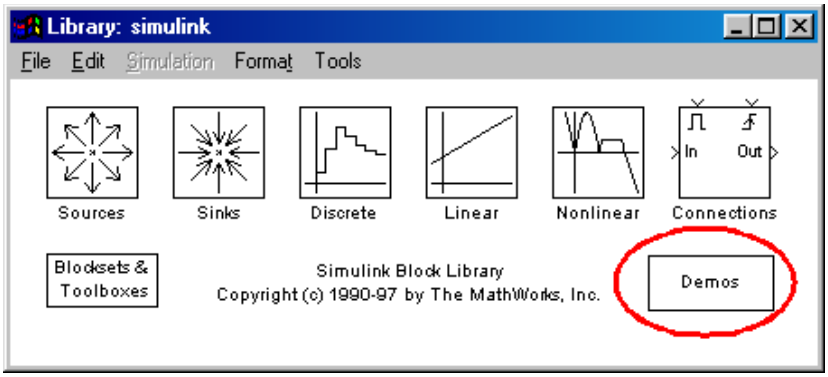


O sencillamente escogiendo de la barra de herramientas del explorador de librerías (Library Browser's toolbar). Esta última opción aplica solo para Windows.

Analizando un modelo de demostración.

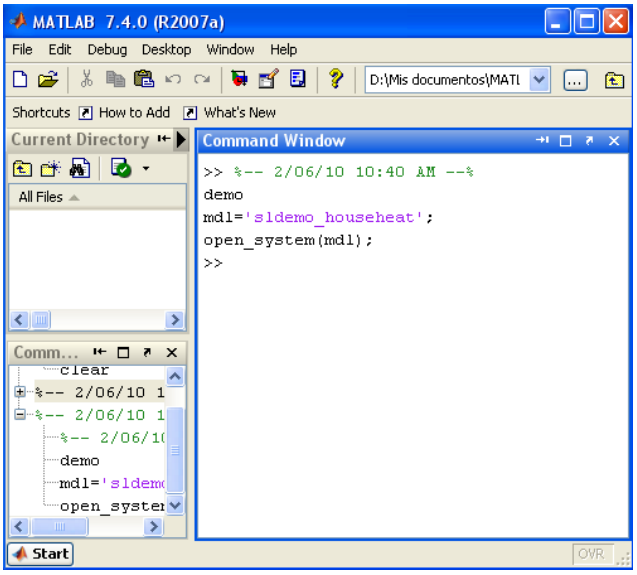
Para comprender mejor como funciona simulink se verá la simulación de un modelo ya existente: modelo térmico de una casa, el cual se llama desde la librería principal de Simulink.

Figura 5.40. Entorno Simulink – Demos.



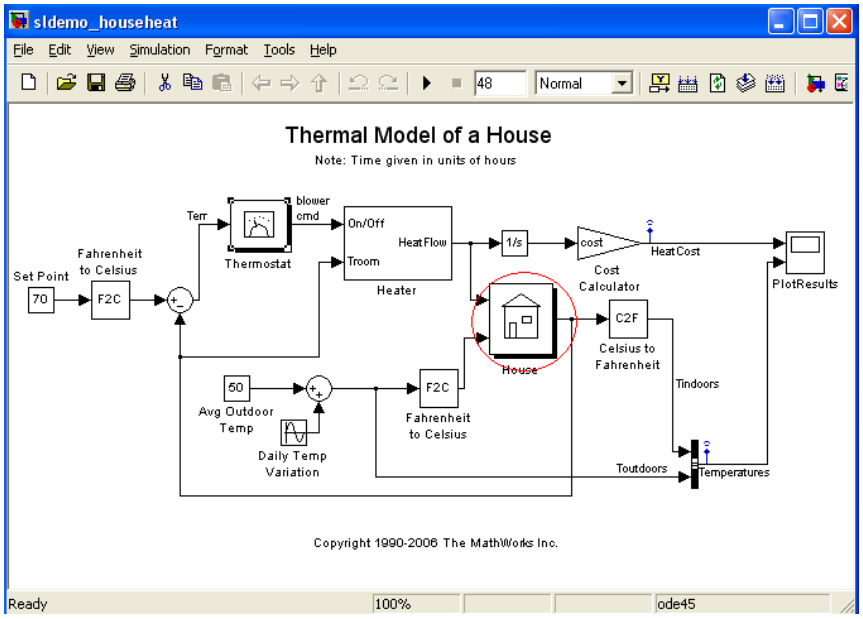
O también se puede llamar desde Matlab si se conoce el código de localización.

Figura 5.41. Entorno Simulink – Command Window.



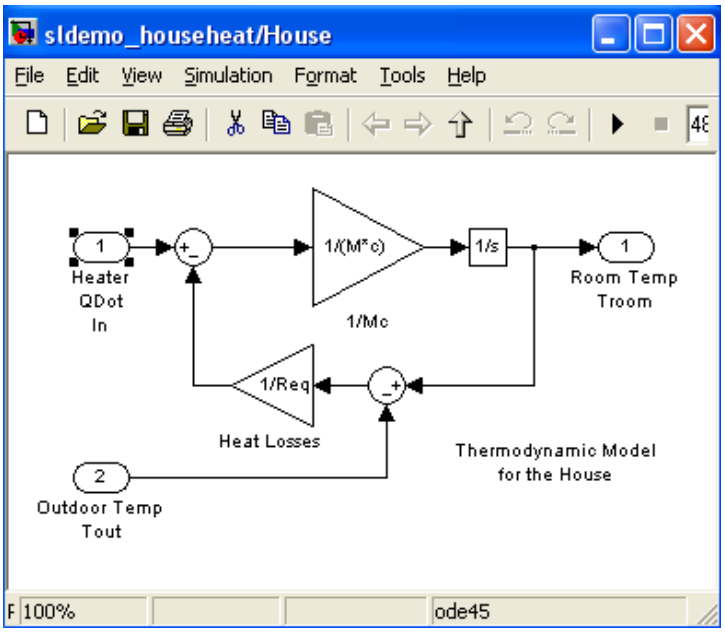
La temperatura de la casa está fijada a través de un termostato en 70 grados Fahrenheit, la cual está afectada por la temperatura del exterior de 50 grados Fahrenheit que fluctúa sinusoidalmente en 15 grados.

Figura 5.42. Entorno Simulink – Demo House Heat.



Se puede abrir cada bloque para ver que contiene, dando doble clip sobre ellos. No se puede encontrar con un subsistema o simplemente con un parámetro definido en el bloque. Para el subsistema house se tiene lo siguiente:

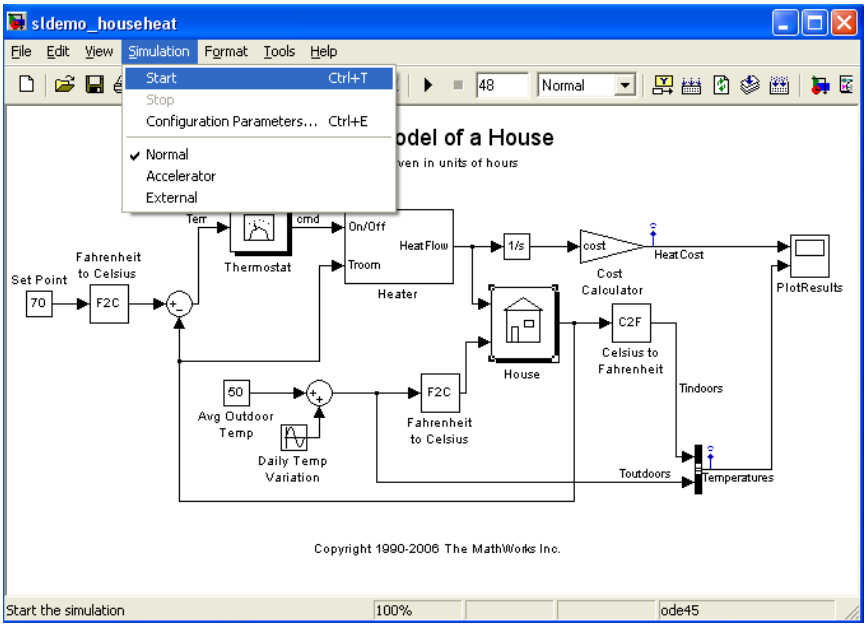
Figura 5.43. Entorno Simulink – Demo House Heat.



La cual actualiza la temperatura interna, por comparación de la temperatura externa e interna.

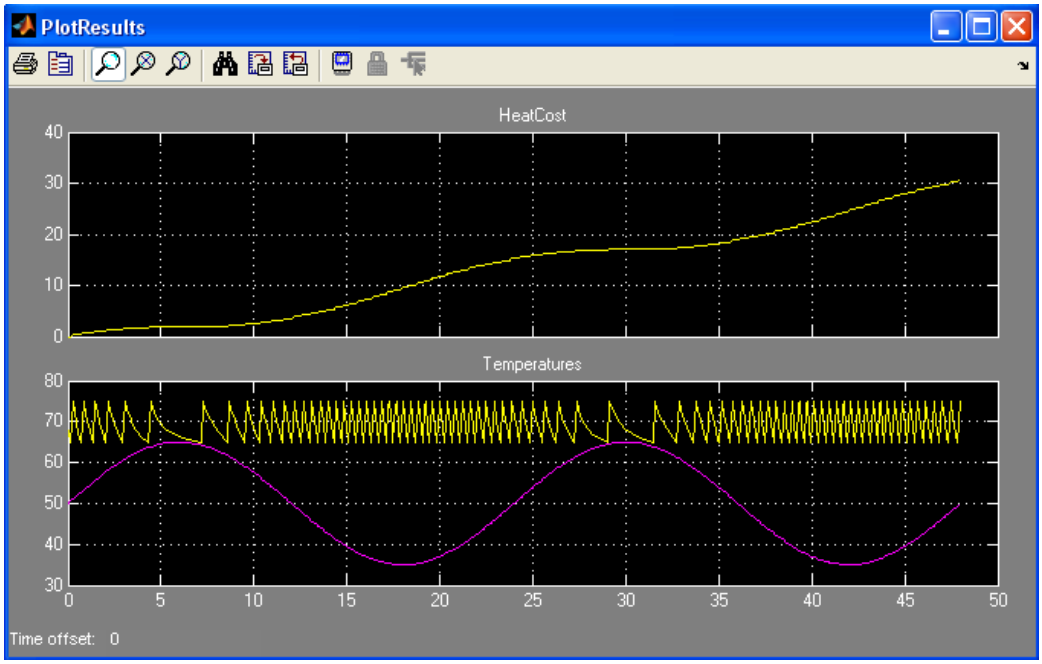
Para iniciar la simulación se pulsa **Simulation/Start** o solo **Ctrl+T.**

Figura 5.44. Entorno Simulink – Demo House Heat.



Dando doble clip sobre PlotResult se observa:

Figura 5.45. Entorno Simulink – Plot of Results.



Se muestra la fluctuación de la temperatura interior con respecto a la temperatura exterior y costo termo económico.

5.3 SIMULACIÓN DE UN SISTEMA DE REFRIGERACIÓN POR COMPRESIÓN DE VAPOR.

Durante los años, el incremento en la potencia computacional ha permitido la investigación de problemas matemáticos que tienen un nivel de complejidad muy alto. Hoy en día, se resuelven problemas que están lejos de poder resolverlos de forma analítica.

Lo que se busca con el sistema computacional es obtener librerías para el cálculo numérico, en especial en lo concerniente a la solución de ecuaciones lineales por

medio de métodos iterativos. Particularmente, se busca el diseño de unas jerarquías de clases para resolver el problema de solucionar la ecuación:

$$Ax = b \qquad (5.30)$$

Donde A es una matriz y “x y b” son vectores[83].

Programación orientada a objetos:

La programación orientada a objetos (POO) es una técnica de diseño de software que permite definir una interface común a diferentes métodos e implementaciones numéricas. Una ventaja del uso de la POO es que la interface se puede construir de modo que se asemeje mucho a la matemática del problema. Con este método de hallar una interface común definimos unas librerías que nos proporcionaran las herramientas suficientes para el análisis, conexión, método de iteración y posteriores resultados de un sistema de refrigeración por compresión de vapor.

Las *Interfaces* definen las propiedades, métodos y eventos que pueden implementar las clases. Las interfaces le permiten definir características como grupos pequeños de propiedades, métodos y eventos estrechamente relacionados; de esta forma se reducen los problemas de compatibilidad, ya que pueden desarrollarse implementaciones mejoradas para las interfaces sin poner en peligro el código existente. Se pueden agregar nuevas características en cualquier momento, mediante el desarrollo de implementaciones e interfaces adicionales.[84]

La idea fundamental de la POO es agrupar en una sola entidad de programación datos (características) y métodos (funciones), definidos por el programador,

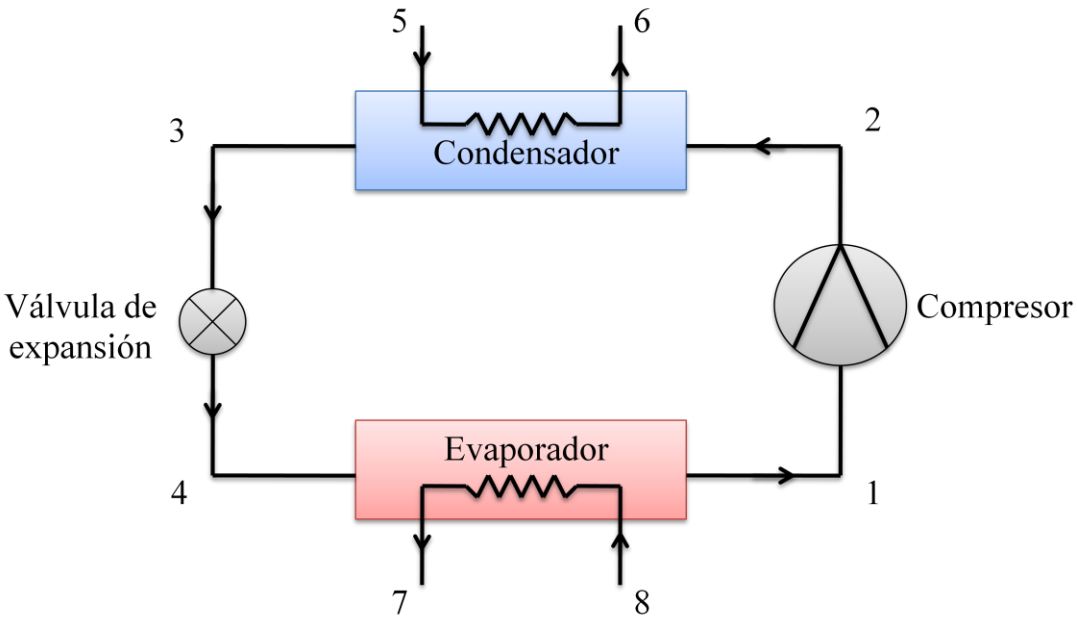
[83] Solución de sistemas de ecuaciones lineales usando programación orientada a objetos. David Fuentes, Pedro Díaz. *Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Cra 27 Cll 9, Colombia.*
[84] http://msdn.microsoft.com/es-es/library/28e2e18x(VS.80).aspx

normalmente referidos como *tipos de datos abstractos* (DA). En C++, un DA se representa por medio de una clase (*class*). La clase es la que da la pauta en todas las librerías existentes y de esta se derivan nuevas clases o herencias con el fin de llevar un orden o secuencia de todos los procesos y elementos implicados en la solución de nuestro sistema.

Problema: sistema de refrigeración por compresión de vapor:

En nuestro problema en particular debemos simular un sistema de refrigeración que costa de los siguientes componentes y de los siguientes flujos:

Figura 5.46. Sistema de Refrigeración.

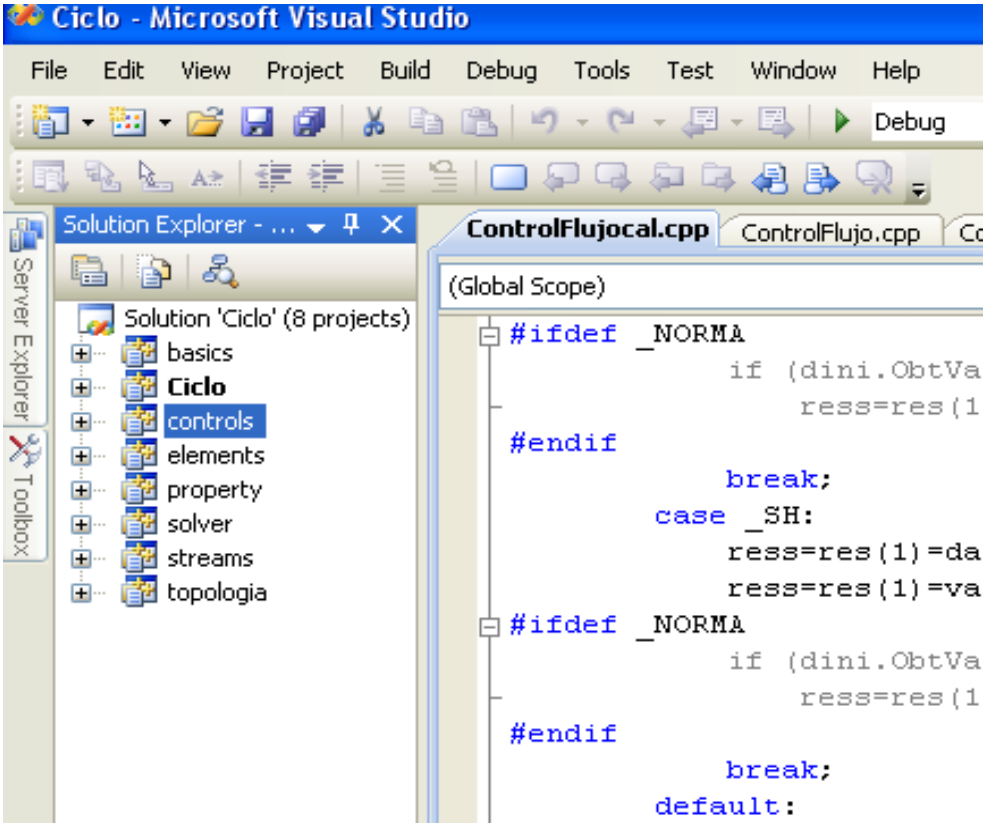


Fuente: Autores

En el desarrollo del sistema de refrigeración se deben tomar en cuenta varios factores relevantes como lo son los flujos, los elementos del sistema, las propiedades de los fluidos implicados, las conexiones de entrada y salida entre otros; para cada uno de estos factores existen clases abstractas que constituyen las librerías del software y permiten la solución y posterior simulación del sistema

de refrigeración después de un proceso iterativo. Las librerías utilizadas para la solución de este sistema se muestran a continuación en la figura:

Figura 5.47. Librerías para la solución del sistema



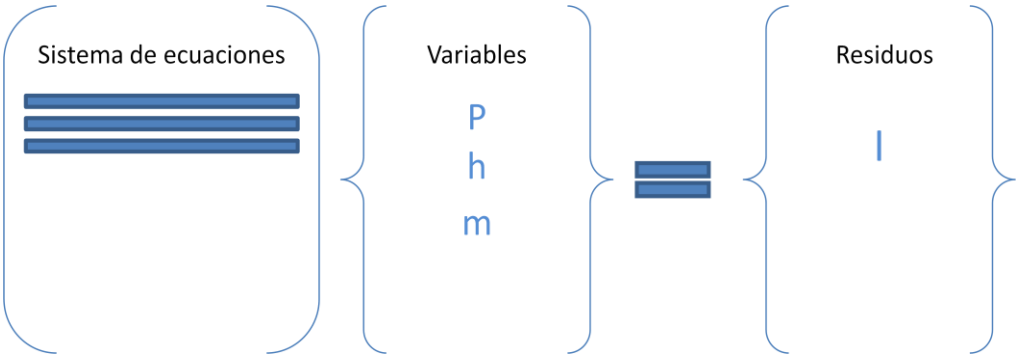
Fuente: Autores

Simulación del sistema:

Para el desarrollo del modelo del sistema de refrigeración por compresión de vapor debemos tener en cuenta varios factores (según el esquema de la figura 5.46):

Como sabemos y como concluimos de presentaciones pasadas, a cada flujo de refrigerante le corresponden 3 incógnitas: presión, entalpia y flujo másico. Además de las otras 3 implicadas en el flujo de aire para el condensador y el evaporador. Para resolver este sistema de ecuaciones, el software utilizado nos debe brindar la siguiente solución:

Figura 5.48. Esquema de solución del sistema



La solución del sistema de ecuaciones se hace a través del jacobiano [J].
Según el método numérico el vector solución es:

$$\{X_{i+1}\} = \{X_i\} - \frac{F(X_i)}{[J(X_i)]} \dots\dots\dots (5.31)$$

Donde Xi es la solución inicial, F(Xi) representa los residuos y J(Xi) el jacobiano. Cuando Xi sea igual a X(i+1), es decir que el termino $\frac{F(X_i)}{[J(X_i)]}$ tienda a cero el proceso iterativo habrá terminado y la solución será la indicada.

Para poder resolver el sistema, el software nos ofrece las herramientas para dar una solución inicial, evaluar la función en esa solución inicial, llenar el jacobiano y llevado a cabo el proceso iterativo llegar a la solución verdadera.

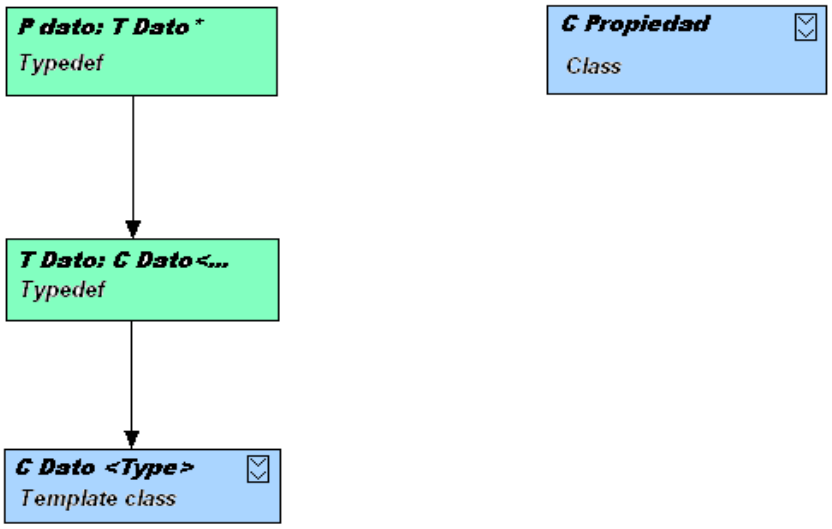
Una vez se plantee el sistema de ecuaciones, el siguiente paso es hallar la matriz de conectividad para que esta a su vez facilite el proceso de iteración que se hace según el método Newton Raphson modificado y que a su vez será el que nos muestre los resultados finales luego que el programa converja.

Para cada uno de estos pasos el software tiene unas librerías o jerarquías de clase que están conectadas entre sí y que cumplen cada una un papel específico:

a. ***BASICS***: Basics es la librería donde están definidas las variables, tipos de variables y almacenados los valores junto al tipo de variable, ejemplo: presión, temperatura, entalpía, flujo másico, etc., donde se definen las operaciones entre estas y el orden de magnitud de cada una de ellas. Mantiene además un orden lógico en cuanto a operaciones entre variables y cifras coherentes, con el fin de no permitir las operaciones entre 2 tipos de variables directamente.

   Define también las propiedades que se obtienen de un flujo.

Figura 5.49. Diagrama de clases Basics.



La grafica nos muestra la clase abstracta (CDato <Type>) y las dependencias.

b. ***CICLO***: Esta clase define todo lo concerniente al ciclo de vapor.

Primero utiliza las propiedades de los fluidos (definidas en CONTROLS), además tiene en cuenta los flujos, equipos y conexión entre estos (es decir está conectado con Property, con Elements y con Streams, además de Topología), luego a través de una función virtual hace el cálculo de la función F(x), y evalúa los residuos en la ecuación 5.31. Después con una nueva función virtual evalúa el jacobiano del sistema de ecuaciones y se elabora la solución inicial del ciclo, se desnormaliza y se normaliza para un nuevo cálculo del ciclo y se almacenan los resultados en un vector:

```
int SolInicial();
      /*Función que desnormaliza la solución en cada paso para evaluar
psteriormente el residuo
        mediante la función fx*/
      int desnormalizar(Vector<double> x,Vector<double> &xsal);
      /*Función que normaliza la solución inicial*/
      int normalizar(Vector<double> x,Vector<double> &xsal);
      /*Función general que normaliza cualquier vector*/
      int normalizar();
      /*Función que calcula el ciclo de compresión de vapor*/
      int calcularciclo();
      /*Vector que almacena los valores de las variables que proporciona
la solución inicial*/
      Vector<real> solini;
      /*Vector que almacena los valores de las variables de entrada*/
      Vector<real> Xent;
      /*Vector que almacena los valores de la solución del problema*/
      Vector<real> getnonlin_sol();
```

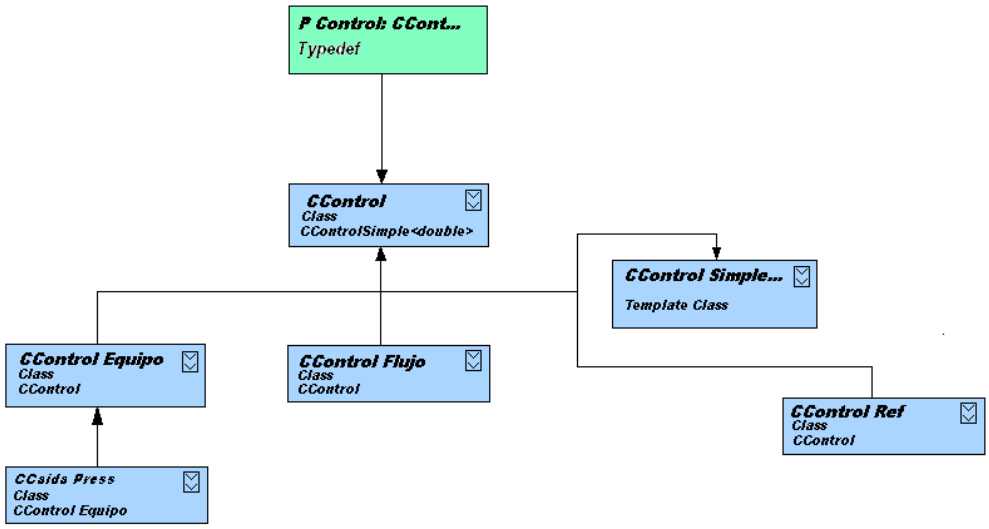
c. ***CONTROLS***: Define todos los controles implicados en el programa, así como el tipo de control y los valores de dichos controles, ejemplo: el subenfriamiento, el sobrecalentamiento o la temperatura de condensación.

   En controls se crea el objeto propiedades, luego se entrega el valor del control y se registra el número de ecuaciones que se obtienen de cada control (para llenar el jacobiano); posteriormente se almacena en un vector las variables del flujo, implícitas en dichos controles y se crea una variable que guarda el tipo de control por temperatura, presión, etc., para finalmente leerlo y calcularlo (llamando a librerías tales como Streams y topología):

```
/*Función que lee los controles y los flujos a los cuales afecta y el
equipo al cual afecta*/
      virtual void Leer(std::ifstream &ifs,Vector<CFlujoSimple*>
*flujos,Vector<CTopoEquipo*> *equipos)=0;
      /*impone el vector de variables dependientes del equipo*/
      virtual void ImpVarDep()=0;
      virtual Vector<double> CalculaResiduo(int calculado,int &reem);
```

El diagrama de clases:

Figura 5.50. Diagrama de clases Controls.

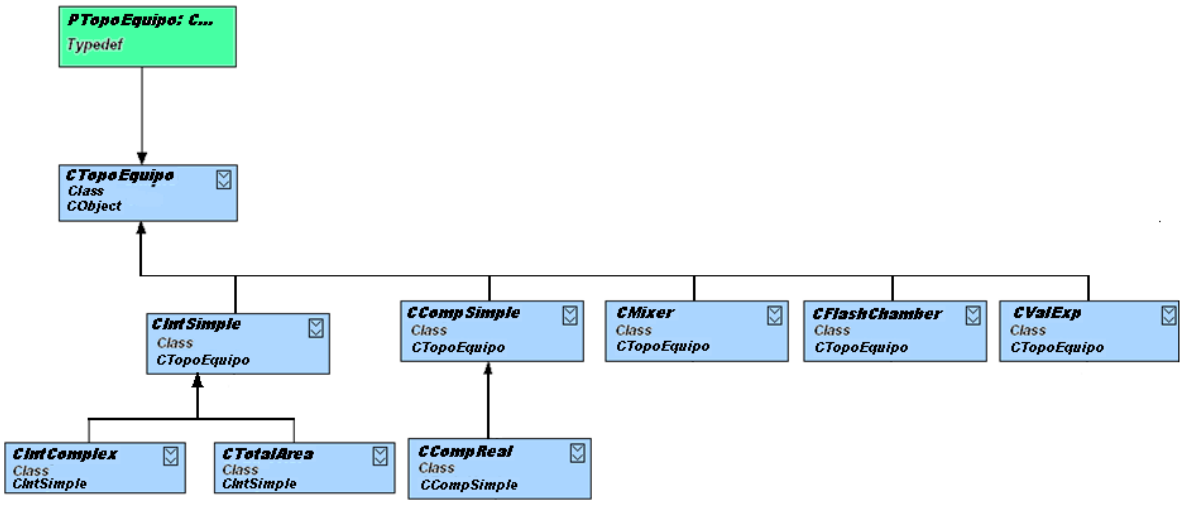


muestra la clase abstracta (CControl) donde se proporcionan los valores y funciones a sus respectivas herencias: Control equipo, control flujo y control refrigerante, con el fin que el programa realice la iteración partiendo de estas restricciones.

d. ***ELEMENTS***: En elements se definen los equipos pertinentes del sistema y los flujos correspondientes a cada equipo, así como las variables involucradas en cada uno de ellos.

   En la figura observamos la clase abstracta (CTopoEquipo), es decir la identificación y asignación de cada equipo con sus conexiones según la topología y sus respectivas herencias: intercambiadores (evaporador y condensador), compresor simple, válvula de expansión y demás componentes del sistema.

Figura 5.51. Diagrama de clases Elements.



En Elements se calcula todo aquello que se pueda calcular en el equipo según su tipo y según los datos de entrada y tiene en cuenta:

LAS VARIABLES: el número de flujos que entran al equipo, índices de los flujos, número de flujos que salen del equipo, índices de los flujos, número de ecuaciones que proporciona cada equipo.

Luego de hecho el cálculo, almacena los residuos en el vector global de residuos (F(x)), según la lista global de equipos y sus respectivos índices. Luego de esto se crea un vector con los índices globales del equipo para llenar el jacobiano:

```
Vector <int>      indent;     /*indices globales de las variables que
entran(para el jacobiano)*/
      Vector <int>      indsal; /*indices globales de las variables que
salen (para el jacobiano)*/
      DensMatrix<int> matvar; /*matriz que proporciona la relacion entre
las variables de entrada y las escuaciones que se usarán a la hora de
calcular el jacobiano*/
```

FUNCIONES MIEMBRO: Donde se verifica la topología y se llenan los vectores globales según los flujos que entran y salen de cada equipo y se impone la matriz de variables para llenar el jacobiano y proceder con el cálculo de cada equipo:

```
/*Función externa que direcciona los valores de lectura*/
      friend  void operator >> (std::ifstream &ifs,CTopoEquipo &inter);
      /*Función que lee los equipos*/
      virtual void Leer (std::ifstream &ifs);

      virtual Vector<double> CalculaResiduo(int calculado,int &reem);
      virtual double CalcularPar(int par,int &reem);
      int type;
      bool calculado;
```

e. PROPERTY: Es la interfase común que se encarga de definir como se calculan las propiedades para el refrigerante y para los demás fluidos participantes en el sistema y para asignar posteriormente los valores termodinámicos.

   En la interface Property se clasifican las variables y se definen según el tipo de variable que corresponda, además de asignar las propiedades a los fluidos implícitos en el sistema y los estados (ejemplo: saturación)

f. ***SOLVER***: Permite el cálculo y las iteraciones y asigna una solución inicial, una vez toda la topología este hecha, es decir todos los flujos y los equipos estén enlazados. Se encarga de definir el método utilizado para la iteración (Newton Raphson modificado) y posterior solución del sistema.

   En solver se definen los algoritmos de solución para el sistema, es decir se ejecuta el método de iteración, se detectan las divergencias, se lleva un registro del número de iteraciones, se calcula un error, se calcula el residuo, se

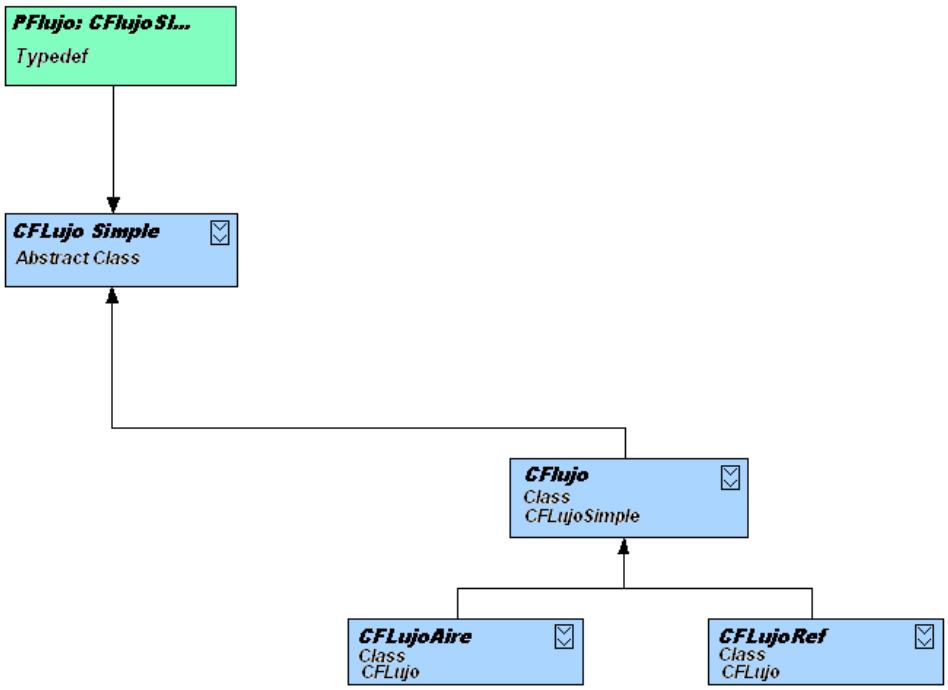
calcula el jacobiano (una y otra vez), y realiza las iteraciones que sean necesarias hasta encontrar la solución final (convergencia):

```
   Vector<real>         xk;          // x k+1 escalado
      Vector<real>            xk1;        // delta x escalado
      Vector<real>            feval;           // evaluacion de f(x)
      DensMatrix<real>  Jacobi;     // matriz para el jacobiano.
      Vector<real>            escal;           // vector de escalado

      real            eps;                // change in nonlinear
solution, "error"
```

g. STREAMS: Define la lista de los flujos implicados en el sistema, y los separa de acuerdo al tipo de fluido.

Figura 5.52. Diagrama de clases Streams.



En la figura se aprecia la clase abstracta llamada CFlujo Simple en la que se encuentra todo lo referente a los flujos y la herencia de la misma (Cflujo) de la que se derivan CFlujoAire encargada de los cálculos para el flujo de aire y propiedades (flujo volumétrico, humedad relativa) y CFlujoRef encargada de los cálculos para el refrigerante.

Streams almacena en un vector las n-incógnitas para los flujos, procedimiento necesario a la hora de construir la matriz de conectividad. En esta librería se leen los flujos y se asignan los índices para cada tipo de fluido, almacenándolos en un vector, posteriormente se llama desde aquí a Property para asignar las propiedades termodinámicas a cada uno de los flujos implicados en el sistema. Una vez registrado el cálculo para cada flujo y cada fluido, pasan las variables que se encuentran en el vector a la clase propiedad.

h. TOPOLOGIA: Es la interface más importante. En esta se lleva un registro del número de flujos, número de equipos, número de controles, número de ecuaciones, número de variables y las almacenas en unos vectores de punteros (memoria). Es aquí en topología donde se arma la matriz de conectividad y se almacena la relación de las variables con el jacobiano. Se crean los vectores con las variables y los tipos de datos, incluidas las direcciones de memoria donde se encuentran los valores. Se crea también el vector con el que trabaja solver:

```
Vector<double> incógnitas;            /*vector con los valores de las
variables, solver calcula con este vector*/
```

FUNCIONES MIEMBRO: Aquí se encuentran las funciones con las que se llena la matriz de conectividad, que pasa la matriz de incógnitas a las variables (para calcular los equipos), que pasa el vector de variables al de incógnitas (para usarse en el solver):

```
void AIncógnitas(Vector<PDato> &var,Vector<double> &inc);
      int Verificar();                          /*Función global para
verificar la conectividad y la relación de la matriz Jacobina y saber si
el sistema a resolver esta completo*/

      int ObtNVar();      /*calcula el número de variables en el sistema*/
      int ObtNVarFL();/*calcula el número de variables de flujo en el
sistema*/
      int ObtNEcu();      /*calcula el número de ecuaciones del sistema*/
      int VerConectividad();  /*verifica que todos los flujos esten
conectados*/

      int LeerFlujos(ifstream &ifs);            /*Función que lee los
flujos*/
      int LeerEquipos(ifstream &ifs);           /*Función que lee los
Equipos*/
      int LeerControles(ifstream &ifs);   /*Función que lee los
Controles*/
      int Leer(ifstream &ifs);                  /*Función globa para
leer*/
```

La topología define las conexiones entre los equipos, los flujos que entran y salen de cada uno de ellos y las variables que se relacionan entre sí según el orden y la geometría del sistema.

Del orden impuesto en la topología se parte para enlazar los componentes el sistema y luego de esto armar la matriz de conectividad con la que el proyecto quedara listo para la iteración y posterior muestra de resultados.

6. OPTIMIZACIÓN.

6.1 CONCEPTOS BÁSICOS.

La optimización hace referencia a la "Ciencia de seleccionar la mejor entre muchas posibles decisiones en un ambiente complejo de la vida real". La optimización no es más que un proceso colectivo que busca encontrar un conjunto de condiciones requeridas para alcanzar los mejores resultados a partir de una situación dada.[85]

Para lograr que se cumpla el objetivo de la optimización se requiere de un modelo que pueda describir el comportamiento de un sistema sobre el cual se pueden llevar a cabo pruebas con el fin de encontrar una solución.

Optimización termoeconómica.

Optimización desde el punto de vista termoeconómico significa la modificación de la estructura y de los parámetros de diseño de un sistema para minimizar el total de los costos normalizados de los productos del sistema, bajo condiciones de frontera asociadas con materiales disponibles, recursos financieros, protección del medio ambiente, y regulación gubernamental, junto con la seguridad, operatividad, confiabilidad, disponibilidad y mantenibilidad del sistema.

La *optimización termodinámica* apunta a minimizar las ineficiencias termodinámicas: destrucción de exergía y pérdidas de exergía. Sin embargo el objetivo de la *optimización termoeconómica* es la de minimizar los costos, incluyendo los costos debidos a las ineficiencia termodinámicas. Un sistema

[85] FERRADA DEL BUSTO, Pedro Manuel. OPTIMIZACIÓN CON APLICACIONES A LA INGENIERÍA QUÍMICA. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, 1994.

verdaderamente optimizado es aquel en que la magnitud de cada ineficiencia termodinámica significante es justificada por consideraciones relacionadas con el costo o se impone por al menos una de las anteriores condiciones de frontera mencionadas.

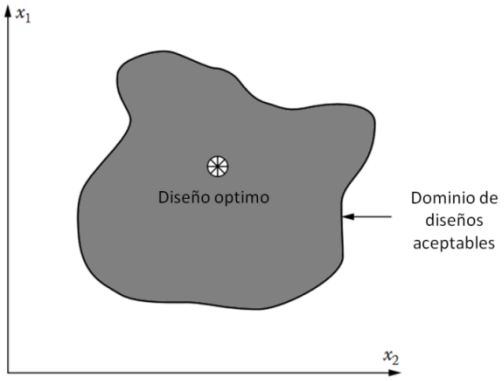
Diseño y optimización.

Debido a la creciente competencia global la optimización ha tomado gran importancia en el diseño. Ya no es suficiente obtener un sistema factible que realice las tareas deseadas y cumpla con las restricciones dadas. Por lo menos, se deben obtener varios diseños factibles y el diseño final será aquel que minimiza o maximiza una cantidad adecuada elegida. En general muchos parámetros afectan el rendimiento y el costo de un sistema. Por lo tanto, si los parámetros son diversos, se puede obtener un grado de optimización en términos de cantidades tales como potencia por unidad de cantidad de combustible, costo, eficiencia, el consumo de energía por unidad de producción, y otras características del sistema. Diferentes características de producto pueden ser de particular interés en diversas aplicaciones y los más importantes pueden ser empleados para la optimización. Por ejemplo: el peso es especialmente importante en el sector aeroespacial y en aplicaciones aeronáuticas, la aceleración en los automóviles, el consumo de energía en los refrigeradores, y la tasa de flujo en un sistema de bombeo de agua. Por lo tanto, estas características pueden ser elegidas para la minimización o maximización.

Se pueden obtener diseños factibles sobre los rangos permisibles de las variables de diseño con el fin de cumplir los requisitos indicados y las restricciones. Generalmente no se obtiene una solución única generándose diferentes diseños para una aplicación dada. A la región a la cual se obtienen diseños aceptables se denomina el *dominio de los diseños factibles*, dadas en términos de las variables físicas del problema. La figura 6.1 muestra, cualitativamente, un boceto de un dominio en función de las variables X_1 y X_2, donde éstas pueden ser cantidades

físicas, tales como el diámetro y la longitud de la concha de un intercambiador de calor de carcasa y tubo. Entonces, cualquier diseño en este dominio es aceptable o factible y puede ser seleccionado para el problema en cuestión. La optimización, por el contrario, trata de buscar la mejor solución, una que minimiza o maximiza una característica o cantidad de particular interés en la aplicación bajo consideración. Extremos locales pueden estar presentes en diferentes puntos del dominio de diseños aceptables. Sin embargo, en la mayoría de aplicaciones se encuentra que sólo un punto óptimo global produce el mínimo o máximo en todo el dominio, como se muestra en la figura. Este es el diseño óptimo que se solicita en el proceso de optimización.

Figura 6.1. Diseño óptimo en un domino de diseños aceptables.



Fuente: Los autores

Pero antes de llegar a una solución óptima se debe primero *formular un problema de optimización adecuado*. La apropiada formulación del problema es de mayor importancia y algunas veces es el paso más difícil de un estudio de optimización.

Características fundamentales de los problemas de optimización.

Fronteras del sistema: el primer paso en un estudio de optimización es definir claramente las fronteras de los sistemas que van a ser optimizados. Todos los sub-sistemas que significativamente afectan el rendimiento del sistema bajo

estudio deberían ser incluidos en el problema de optimización. Cuando se está tratando con sistemas complejos, es frecuentemente deseable descomponerlos en sub-sistemas más pequeños que puedan ser individualmente optimizados. En tales casos la selección de las fronteras del subsistema es muy importante porque los resultados de la optimización pueden verse afectados por esta selección. Este asunto hace parte de las consideraciones de *sub-optimización*.

Criterios de optimización: La selección de los criterios es la base sobre los cuales el diseño del sistema será evaluado y optimizado. Este es un elemento clave en la formulación de un problema de optimización. Criterios de optimización pueden ser *económicos* (inversión total de capital, costos totales anuales normalizados, ganancias netas anuales normalizados, retorno de la inversión o algún criterio de evaluación de la rentabilidad como tasa media de retorno, periodo de retorno de la inversión, método del valor presente neto, método de la relación beneficio-costo y el método de la tasa interna de retorno), *tecnológico* (eficiencia termodinámica, tiempo de producción, tasa de producción, confiabilidad, peso total, etc.) y *medio ambiente* (ejemplo tasas de polución emitidas). Un diseño optimizado se caracteriza por un mínimo o un máximo valor, según corresponda, para cada criterio seleccionado.

En la práctica es deseable desarrollar un diseño que sea el mejor con respecto a varios criterios (no solamente con respecto a uno). Como estos criterios por lo general compiten entre sí, es imposible encontrar una solución que, por ejemplo, a la vez minimice los costos y el impacto ambiental mientras aumenta al máximo la eficiencia y la confiabilidad.

Variables: Otro elemento esencial en la formulación de un problema de optimización es la selección de las *variables independientes* que caracterizan adecuadamente las posibles opciones de diseño. En la selección de estas variables, es necesario (a) incluir todas las variables importantes que afectan el

rendimiento y los costos efectivos del sistema, (b) no incluyen detalles finos o variables de menor importancia, y (c) distinguir entre las variables independientes cuyos valores son susceptibles a cambios (*las variables de decisión)* y *los parámetros,* cuyos valores se fijan según la aplicación particular. En estudios de optimización solo las variables de decisión pueden variar; los parámetros son variables independientes que en cualquier declaración de modelo en particular *se le da a cada uno un valor específico e invariable*. Las variables cuyos valores son calculados a partir de las variables independientes usando el modelo matemático se denominan *variables dependientes*.

En un diseño *preliminar,* por ejemplo, generalmente no es necesario considerar los detalles de cada componente del sistema. Un compresor puede ser acertadamente caracterizado por solo la relación de presión, el flujo volumétrico, y por la eficiencia isoentrópica o politrópica. Para un intercambiador de calor, podría ser suficiente utilizar el área superficial de transferencia de calor y la caída de presión en cada lado. Las variables de diseño de componentes detallados podrían ser consideradas en un estudio separado de diseño involucrando individualmente cada componente del sistema.

En algunos sistemas térmicos, hay variables de decisión que afectan el costo del producto sin la influencia del rendimiento termodinámico (eficiencia) del sistema. Se tiene como una práctica de simplificación, el que estas variables puedan ser consideradas separadamente y optimizadas *después* que la variable de decisión, que están afectadas tanto por costo y eficiencia, hayan sido optimizadas.

Modelo matemático: Un modelo matemático es una descripción en términos de relaciones matemáticas que siempre involucran algunas idealizaciones en las funciones de un sistema físico. El modelo matemático describe la manera de cómo todas las variables del problema se relacionan y la forma en la cual las variables

independientes afectan el criterio de rendimiento. El modelo matemático para un problema de optimización consiste en:

- Una función objetivo para ser maximizada o minimizada
- Restricciones de igualdad
- Restricciones de desigualdad

La función objetivo expresa el criterio de optimización como una función de las variables dependientes e independientes.

Las restricciones de igualdad y desigualdad son proporcionadas por modelos termodinámicos y de costos adecuados así como de condiciones de frontera apropiadas. Estos modelos generalmente incluyen ecuaciones de balance de material y energías para cada componente, relaciones asociadas con el diseño de ingeniería como valores máximos y mínimos para temperatura y presión, el rendimiento y el costo de cada componente así como propiedades físicas y químicas de sustancias involucradas. Los modelos también tienen ecuaciones y desigualdades que especifican rangos de operación permisibles, los requerimientos de rendimiento máximo o mínimos y los límites en la disponibilidad de recursos.

El desarrollo de un modelo matemático requiere un buen entendimiento del sistema y es normalmente una actividad que demanda mucho tiempo. En el modelado de un problema de optimización, el error más común es omitir algo significativo. Existen entonces chequeos sistemáticos del modelo que reducen las omisiones antes de llegar a los cómputos.

Sub-optimización, es aplicada usualmente a sistemas térmicos complejos, particularmente cuando la optimización del sistema completo podría no ser factible a causa de la complejidad. La sub-optimización es la optimización de una parte de un problema o de un subsistema, ignorando algunas variables que afectan la

función objetivo u otro subsistema. La sub-optimización es útil cuando ninguna formulación de problema ni técnicas de optimización disponibles permiten una solución para el problema completo. En la práctica, la sub-optimización de un sistema también podría ser necesaria a causa de consideraciones económicas y prácticas como limitaciones en tiempo o mano de obra. Sin embargo, la sub-optimización de todos los sub-sistemas separadamente no necesariamente garantiza la optimización de la totalidad del sistema.

6.2 OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS TÉRMICOS.

La optimización podría definirse como “la ciencia de seleccionar la mejor entre muchas posibles decisiones en un ambiente complejo de la vida real”. Esta selección de la mejor decisión, no es otra cosa que la búsqueda de un valor máximo o mínimo de una función objetivo, o modelo matemático representativo de una situación de la vida real[86].

Para el caso de los sistemas térmicos, se tiene que la función objetivo es por lo general una función de varias variables sujeta a restricciones que dependen de la aplicación y del propio sistema. Esto quiere decir que son funciones difíciles de diferenciar y cuyas restricciones hacen mucho más complicado su tratamiento para llegar al resultado óptimo deseado.
En razón de lo anterior, es necesario usar diferentes métodos cuya aplicabilidad depende del tipo de función objetivo y de las restricciones.

[86] FERRADA DEL BUSTO, Pedro M. Optimización con Aplicaciones a la Ingeniería Química. Universidad Industrial de Santander.

6.2.1 Multiplicadores De Lagrange:

Este es el método más importante y el más usado para optimización basada en cálculo.

Este puede ser usado para optimizar funciones que dependen de varias variables independientes y cuando existen restricciones de igualdad. En caso que las restricciones sean de desigualdad, este no puede ser usado, a menos que estas sean convertidas en restricciones de igualdad. Adicionalmente, en algunos casos las restricciones de desigualdad simplemente definen el dominio aceptable del sistema y no se usan para la optimización. Sin embargo, la solución obtenida se verifica de modo que no se violen dichas restricciones.

El método de los multiplicadores de Lagrange convierte el problema de hallar los máximos y mínimos en el de encontrar la solución de un sistema de ecuaciones algebraicas, proveyendo así un esquema conveniente para determinar el óptimo.
El típico problema de optimización está dado por la expresión:

$$U(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \dashrightarrow \acute{O}ptimo \qquad (6.1)$$

Sujeto a las restricciones,

$$G_1(x_{1,}x_2, \dots, x_n) = 0$$
$$G_2(x_{1,}x_2, \dots, x_n) = 0$$
$$\vdots$$
$$G_m(x_{1,}x_2, \dots, x_n) = 0$$

La función objetivo y las restricciones son combinadas en una función nueva conocida como la expresión de Lagrange, definida como:

$$Y(x_{1,}x_2,\dots,x_n)$$
$$= U(x_{1,}x_2,\dots,x_n) + \lambda_1 G_1(x_{1,}x_2,\dots,x_n) + \lambda_2 G_2(x_{1,}x_2,\dots,x_n) + \cdots$$
$$+ \lambda_m G_m(x_{1,}x_2,\dots,x_n) \qquad (6.2)$$

Donde los parámetros desconocidos λ se conocen como multiplicadores de Lagrange. Entonces, diferenciando la expresión de Lagrange[87], se encontrará que el óptimo se obtiene al resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} + \lambda_1 \frac{\partial G_1}{\partial x_1} + \lambda_2 \frac{\partial G_2}{\partial x_1} + \cdots + \lambda_m \frac{\partial G_m}{\partial x_1} = 0$$
$$\frac{\partial U}{\partial x_2} + \lambda_1 \frac{\partial G_1}{\partial x_2} + \lambda_2 \frac{\partial G_2}{\partial x_2} + \cdots + \lambda_m \frac{\partial G_m}{\partial x_2} = 0$$
$$\vdots$$
$$\frac{\partial U}{\partial x_n} + \lambda_1 \frac{\partial G_1}{\partial x_n} + \lambda_2 \frac{\partial G_2}{\partial x_n} + \cdots + \lambda_m \frac{\partial G_m}{\partial x_n} = 0$$

$$G_1(x_{1,}x_2,\dots,x_n) = 0$$
$$G_2(x_{1,}x_2,\dots,x_n) = 0$$
$$\vdots$$
$$G_m(x_{1,}x_2,\dots,x_n) = 0$$

Si el sistema anterior se representara en la forma vectorial y para un número cualquiera de incógnitas, se tiene que:

$$\nabla U + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \nabla G_i = 0 \qquad (6.3)$$

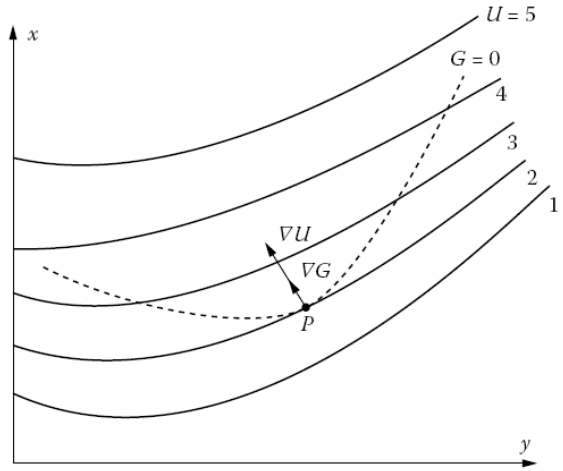
[87] Ver sección 8.2 de la referencia [2].

Si la función objetivo U y las restricciones G_i son continuas y diferenciables, se tiene que se ha obtenido un sistema de ecuaciones algebraicas. Dado que hay *m* ecuaciones por las restricciones y *n* adicionales derivadas de la expresión de Lagrange, un total de *m+n* ecuaciones se han obtenido. Las incógnitas son los *m* multiplicadores, correspondientes a las *m* restricciones, y las *n* variables independientes. Esto quiere decir que el sistema de ecuaciones que se obtiene puede ser resuelto por métodos analíticos o por métodos numéricos según sea conveniente.

De la ecuación 6.3 se tiene que hay dos gradientes ∇U y ∇G, lo que quiere decir que estos son vectores perpendiculares a la curva dada por la función correspondiente a cada una (U y G). Por tanto, de la figura 6.2 se tiene que el óptimo de la función objetivo $\boldsymbol{U}$ estará donde los vectores de los gradientes ya mencionados se hacen co-lineales, es decir, donde las curvas U y G se cortan tangencialmente.

Los multiplicadores de Lagrange λ son simplemente unas constantes. Por tanto, a pesar que las magnitudes de los vectores gradientes pueden ser diferentes, λ puede ser ajustado para asegurar que la expresión de la ecuación 6.3 se cumpla. Sin embargo, si los vectores no están en la misma línea, la suma de estos no podrá ser cero a menos que ambos sean cero.

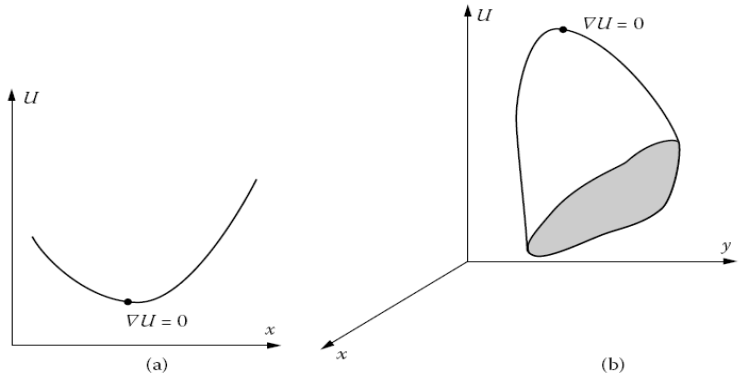
Figura 6.2. Interpretación física del método de los multiplicadores de Lagrange para dos variables independientes y una restricción.



Fuente: Jaluria, Yogesh. Design and Optimization of Thermal Systems.

En la misma figura 6.2 se observa claramente que se puede llegar a valores más pequeños al óptimo si no hubiese restricciones. En ese caso, se omite el segundo término del lado izquierdo de la ecuación 6.3 y se tendría como resultado el punto que se señala en curva mostrada en la figura 6.3, el cual corresponde al valor óptimo de la función objetivo.

Figura 6.3. El valor mínimo y máximo para un problema sin restricciones dado por $\nabla U = 0$.



Fuente: Jaluria, Yogesh. Design and Optimization of Thermal Systems.

6.2.2 Programación Dinámica[88]:

Muchos procesos de ingeniería consisten en una secuencia de etapas u operaciones continuas que se pueden aproximar como una serie de etapas interconectadas. En los sistemas térmicos, distintas etapas tales como bombas, compresores, evaporadores y condensadores son frecuentes.

La programación dinámica es una técnica de optimización que es aplicable a estos procesos y trata de encontrar el camino a través de estas etapas o pasos que reduzcan al mínimo los costos, maximicen la producción u optimicen alguna otra función objetivo. La palabra ***dinámica*** se refiere a los cambios iterativos en el camino y no a la connotación habitual de los cambios con el tiempo.

La programación dinámica es muy diferente de las otras técnicas de optimización tales como los multiplicadores de Lagrange y programación geométrica porque proporciona una función óptima en lugar de un punto óptimo. Es similar a la utilización de cálculo de variaciones para determinar la ruta que podría minimizar, por ejemplo, la distancia recorrida o la energía consumida por un automóvil al ir de un punto a otro dentro de las limitaciones establecidas. El método es muy adecuado a los problemas que implican una serie de actividades que pueden ser tratadas como etapas y pueden ser variadas en sus posiciones relativas en el proceso[89].

Al pasar de un punto a otro a través de una secuencia de pasos, la programación dinámica se inicia con una etapa, la analiza y determina el óptimo correspondiente a esta. Seguidamente se procede a la etapa siguiente, obteniendo su grado óptimo, y la combina con la etapa anterior. De esta forma se establecen arreglos

---

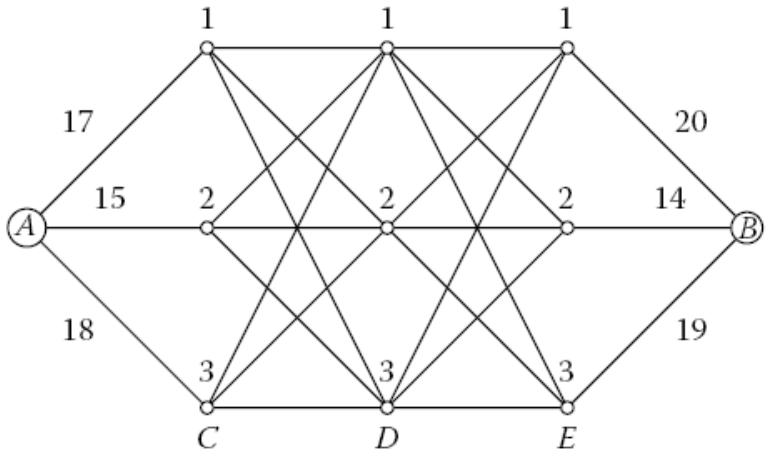
[88] Para mayor detalle, ver sección 4.5 de [38].

[89] Sección 10.3 de [2].

óptimos para las sub-secciones. Así, esta no considera todas las posibles combinaciones, si no que usa los arreglos óptimos de las sub-secciones, ignorando los ineficaces. Una vez que un óptimo se ha determinado en una sub-sección especial, este no se repite para el futuro cálculo de las otras sub-secciones ni para el óptimo final. La figura 6.4 muestra un boceto de un problema típico sencillo adecuado para solucionarlo por medio de programación dinámica. Tres ubicaciones posibles existen para cada una de las tres estaciones en el transporte de material desde la A a la B. Los costos entre diferentes puntos se dan y la programación dinámica busca un camino a través de las tres estaciones que minimice el costo total. Por lo tanto, si C_i representa el coste en cada etapa del transporte del material de un lugar a otro, la programación dinámica tiene por objeto minimizar el costo total C para n etapas dado por:

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (6.4)$$

Figura 6.4. Uso de la programación dinámica para minimizar el costo para ir desde el punto A hasta el B.



Fuente: Jaluria, Yogesh. Design and Optimization of Thermal Systems.

La programación dinámica es una técnica útil para una variedad de problemas de ingeniería y de gestión, como las encontradas en la maquinaria, instalaciones, redes de transporte, tuberías de gas y de distribución de agua, y sistemas de fabricación. Sin embargo, el uso de esta técnica de optimización a sistemas térmicos y procesos, es bastante limitado porque a menudo es difícil dividir los procesos continuos en etapas. Cuando se presentan etapas, como en calefacción y refrigeración, el número de etapas es a menudo pequeño y generalmente estas no son intercambiables y móviles dentro del proceso. Sin embargo, la programación dinámica es útil en el análisis económico y administración de sistemas térmicos[90].

6.2.3 Programación Geométrica[91]:

La programación geométrica puede ser usada para resolver problemas que están caracterizados por funciones no lineales y es por tanto una técnica de optimización no lineal. Dado que los sistemas térmicos son a menudo de carácter no lineal, la programación geométrica es un método útil para optimizar estos sistemas.

Este método es fácil de aplicar dado que involucra la solución de ecuaciones lineales, a diferencia de las no lineales, las cuales se deben resolver por medio de los métodos de cálculo para optimización. Esto se puede verificar si se cumple que el grado de dificultad *D* es igual a cero, en cuyo caso se tendrá que el problema arrojará ecuaciones lineales. En el caso de obtener $D > 0$, el problema se hace más complejo y es recomendable recurrir a otra técnica de optimización, aunque en algunos casos es posible manipular o reformular el problema para así satisfacer esta condición.

---

[90] Ver ejemplo 10.9 de [2].

[91] Ver sección 4.4 de [38] y capítulo 10 de [2].

El grado de dificultad se define como:

$$D = N - (n + 1) \qquad (6.5)$$

Donde N es el número total de términos que forman la función objetivo y las restricciones y n es el número de variables independientes. Dado que las constantes no alteran la ubicación del valor óptimo de la función objetivo, solo se tienen en cuenta los términos que contienen polinomios.

Los problemas de aplicaciones a la optimización pueden ser con restricciones o sin ellas. Si un problema no tiene restricciones, la obtención del valor óptimo es mucho más sencilla que en el caso contrario, por lo cual se empezara explicando este caso. Cabe resaltar que las restricciones, si se presentan, deben ser de igualdad.

6.2.3.1 Optimización Sin Restricciones: El problema puede ser de una sola variable independiente o de múltiples variables.

Para el caso de una sola variable independiente, la función objetivo U se puede escribir como:

$$U = Ax^a + Bx^b \qquad (6.6)$$

Ambos términos de la ecuación se pueden reemplazar por u_1 y u_2 respectivamente, donde $u_1 = Ax^a$ y $u_2 = Bx^b$. Por tanto, se tiene que estos términos representan las contribuciones individuales a la función objetivo general.
El valor óptimo de la función objetivo U^* está dado por la expresión:

$$U^* = \left(\frac{Ax^a}{w_1}\right)^{w_1} \left(\frac{Bx^b}{w_2}\right)^{w_2} \qquad (6.7)$$

Con

$$w_1 + w_2 = 1 \qquad (6.8)$$

y

$$aw_1 + bw_2 = 0 \qquad (6.9)$$

Donde w_1 y w_2 se obtienen de las ecuaciones 6.6 y 6.8. La última ecuación da como resultado que sea posible eliminar la variable independiente de la ecuación 6.7, por lo cual esta se reescribe de la siguiente forma:

$$U^* = \left(\frac{A}{w_1}\right)^{w_1} \left(\frac{B}{w_2}\right)^{w_2} \qquad (6.10)$$

Finalmente, el valor óptimo de la variable independiente se puede obtener de[92]:

$$w_1 = \frac{u_1^*}{U^*} \qquad (6.11)$$

$$w_2 = \frac{u_2^*}{U^*} \qquad (6.12)$$

Por tanto se obtiene que w_1 y w_2 representan los pesos de las contribuciones relativas de los dos términos a la función objetivo total en el punto óptimo.

Para un problema con múltiples variables, el procedimiento anterior se puede extender fácilmente a este caso. Igual que en el caso anterior, la función objetivo

[92] Ver sección 10.1.2 de [2]

debe consistir de términos polinómicos y el grado de dificultad debe ser cero. Por tanto esta se puede escribir como:

$$U(x,y) = u_1 + u_2 + u_3 \qquad (6.13)$$

Donde u_1, u_2 y u_3 son polinomios en términos de dos variables independientes x y y. Dado que hay tres términos en la ecuación y dos variables independientes, el grado de complejidad es $D = 3 - (2 + 1) = 0$. Entonces el valor óptimo de la función objetivo puede ser escrito como:

$$U^* = \left(\frac{u_1}{w_1}\right)^{w_1} \left(\frac{u_2}{w_2}\right)^{w_2} \left(\frac{u_3}{w_3}\right)^{w_3} \qquad (6.14)$$

Con

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 \qquad (6.15)$$

Otras dos ecuaciones se obtienen de igualar la suma de los exponentes de cada variable de la ecuación 6.14 a cero, al igual que como se hizo en la ecuación 6.8. Así se tiene tres ecuaciones lineales para hallar w_1, w_2 y w_3 fácilmente. Por tanto se puede calcular U^* y las variables independientes luego se hallan de:

$$w_1 = \frac{u_1}{U^*} \qquad w_2 = \frac{u_2}{U^*} \qquad w_3 = \frac{u_3}{U^*} \qquad (6.16)$$

De aquí se tiene que el método puede ser usado para problemas con más variables, en tanto el grado de dificultad se mantenga en cero[93].

6.2.3.2 Optimización Restringida: Se considera el problema de optimización restringida dado por la función objetivo

[93] Ver ejemplos 10.3 y 10.4 de [2] para estudiar la mecánica del procedimiento.

$$U = u_1 + u_2 + u_3 \qquad (6.17)$$

Sujeta a la restricción

$$u_4 + u_5 = 1 \qquad (6.18)$$

Con x_1, x_2, x_3 y x_4 como las variables independientes. Si se da el mismo tratamiento que se mostró en la sección anterior, se tiene que se puede escribir la función objetivo como[94]:

$$U^* = \left(\frac{u_1}{w_1}\right)^{w_1} \left(\frac{u_2}{w_2}\right)^{w_2} \left(\frac{u_3}{w_3}\right)^{w_3} \left(\frac{u_4}{w_4}\right)^{pw_4} \left(\frac{u_5}{w_5}\right)^{pw_5} \qquad (6.19)$$

Donde p es una constante arbitraria usada para poder incluir los términos de la restricción en la ecuación 6.19.

Las ecuaciones para calcular las $w's$ se deducen aplicando el método de los multiplicadores de Lagrange[95], por lo cual se obtiene:

$$\begin{gathered} a_{11}w_1 + a_{12}w_2 + a_{13}w_3 + pa_{14}w_4 + pa_{15}w_5 = 0 \\ a_{21}w_1 + a_{22}w_2 + a_{23}w_3 + pa_{24}w_4 + pa_{25}w_5 = 0 \qquad (6.20) \\ \vdots \\ a_{41}w_1 + a_{42}w_2 + a_{43}w_3 + pa_{44}w_4 + pa_{45}w_5 = 0 \end{gathered}$$

Con

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 \qquad (6.21)$$

[94] Sección 10.1.4 de [2].

[95] Ver sección 10.1.4 de [2].

$$p(w_4 + w_5) = p \qquad (6.22)$$

Al resolver estas ecuaciones se obtiene[96] w_1, w_2, w_3, w_4, w_5 y p.

6.2.4 Métodos De Búsqueda[97]:

Los métodos de búsqueda, los cuales están basados en la selección del mejor diseño de varias alternativas, están entre los métodos de optimización más ampliamente utilizados para la optimización de sistemas térmicos. Un número finito de diseños que satisfacen los requerimientos y restricciones son generados y el que optimice la función objetivo es seleccionado. Aunque son particularmente adecuados para circunstancias donde las variables de diseño toman valores discretos, este enfoque puede ser usado también para optimizar funciones continuas como las que se consideraron en las secciones anteriores. Un amplio número de métodos de búsqueda han sido desarrollados para manejar diferentes tipos de problemas y proveer medios robustos, flexibles y versátiles para optimizar sistemas y procesos prácticos.

Los métodos de búsqueda se puede utilizar para una amplia variedad de problemas, que van desde problemas de optimización muy simples sin restricciones de una sola variable, hasta sistemas muy complicados con muchas restricciones y variables. Debido a su versatilidad y facilidad de aplicación, estos métodos son los más comúnmente utilizados para la optimización de sistemas térmicos.

Dependiendo del tipo de problema al que se hace frente, hay varios métodos de búsqueda para optimización. Estos enfoques se pueden clasificar así:

---

[96] Ver ejemplos 10.5 y 10.6 de [2].

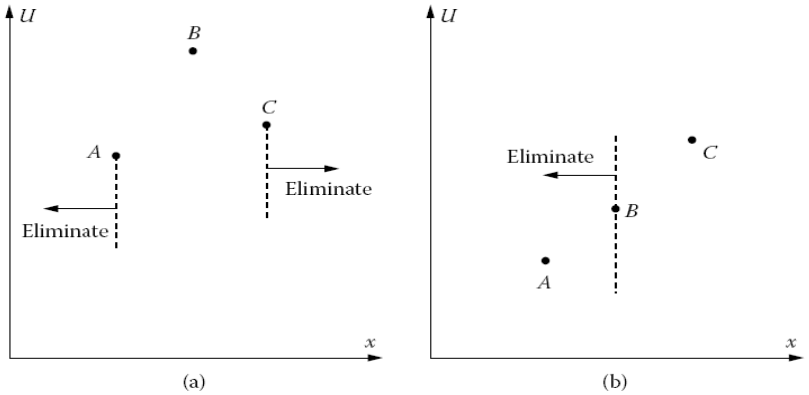
[97] JALURIA, Yogesh. Design and Optimization of Thermal Systems. Second Edition. CRC Press Taylor & Francis Group, 2008.

6.2.4.1 Métodos De Eliminación: Son usados para problemas con una sola variable independiente y sin restricciones. En estos métodos, el dominio en el cual se encuentra el valor óptimo es gradualmente reducido eliminando las regiones donde se sabe que no se encuentra el óptimo. Los más utilizados son búsqueda exhaustiva uniforme, búsqueda dicotómica , búsqueda de Fibonacci.

Cada uno de estos métodos tiene sus ventajas y desventajas. Estos además pueden ser usados en problemas con varias variables al aplicarlos a cada una a la vez.

a) *Búsqueda exhaustiva uniforme:* Como su nombre lo indica, este método usa ubicaciones uniformemente distribuidas sobre el dominio completo de diseño para determinar la función objetivo. El número de ejecuciones n se escoge primero y el rango inicial L_o de la variable x es subdividido ubicando n puntos uniformemente sobre todo el dominio. Por tanto se obtienen $n+1$ subdivisiones, cada una con un ancho de $L_o/(n+1)$. En cada uno de los n puntos se evalúa la función objetivo $U(x)$ a través de la experimentación o una simulación del sistema. Entonces se tiene que el rango donde se encuentra el valor óptimo se obtiene al eliminar aquellas regiones donde la inspección indica que este no está. Por tanto, si se quiere un máximo, la región ubicada entre el valor más pequeño de $U(x)$ obtenida en dos ejecuciones y la que se encuentra cerca de la frontera es eliminada, como se muestra en la figura 6.5.

Figura 6.5. Eliminación de las regiones en la búsqueda de un máximo en U.



Fuente: Jaluria, Yogesh. Design and Optimization of Thermal Systems.

En la figura 6.5(a) se tiene que la región más allá de C y la que está antes de A son eliminadas, reduciendo así el dominio en el cual se encuentra el máximo a la región entre A y C. Similarmente, en la figura 6.5 (b), la región comprendida entre el límite de dominio inferior y el punto B queda eliminada. Entonces el diseño óptimo es elegido de este intervalo y se define la región final de incertidumbre como L_f:

$$L_f = \frac{2L_o}{n+1} \qquad (6.23)$$

Ya que dos sub-intervalos, de un total de n + 1, contendrá el óptimo.

La reducción del intervalo de incertidumbre es generalmente expresado en términos de la relación de reducción como

$$R = \frac{intervalo\ de\ incertidumbre\ inicial}{intervalo\ de\ incertidumbre\ final} = \frac{L_o}{L_f} \qquad (6.24)$$

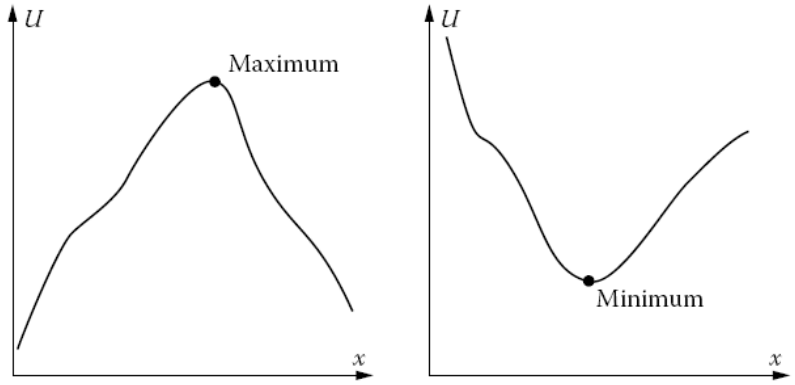
Donde para el método de la búsqueda uniforme exhaustiva, la relación de reducción será:

$$R = \frac{n+1}{2} \qquad (6.25)$$

Por lo tanto, el número de experimentos o ensayos generales n necesaria para la obtención de un intervalo deseado de incertidumbre puede determinarse a partir de esta ecuación.

El método de búsqueda exhaustiva no es una estrategia muy eficaz para determinar el óptimo, ya que abarca todo el dominio de manera uniforme. Sin embargo, sí revela las características generales de la función objetivo que se está optimizando, sobre todo si es unimodal[98], si de hecho existe un óptimo, y si es un máximo o un mínimo. Por lo tanto, aunque ineficaz, este enfoque es útil para los casos en que los rasgos básicos de la función objetivo no se conocen debido a la complejidad del problema o porque es un nuevo problema con poca información precedente.

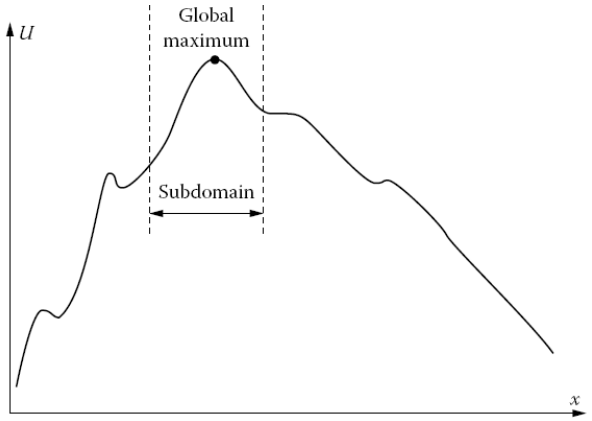
Figura 6.6. Distribución unimodal de la función objetivo mostrando un máximo y un mínimo.



Fuente: Jaluria, Yogesh. Design and Optimization of Thermal Systems.

[98] Es decir, que tiene un solo máximo o mínimo global (ver fig. 6.6). En el caso contrario se tendría una función con varios máximos y mínimos locales (ver fig. 6.7).

Figura 6.7 Función con varios picos locales.



Fuente: Jaluria, Yogesh. Design and Optimization of Thermal Systems.

6.2.4.2 Técnicas De Escalada De Montaña

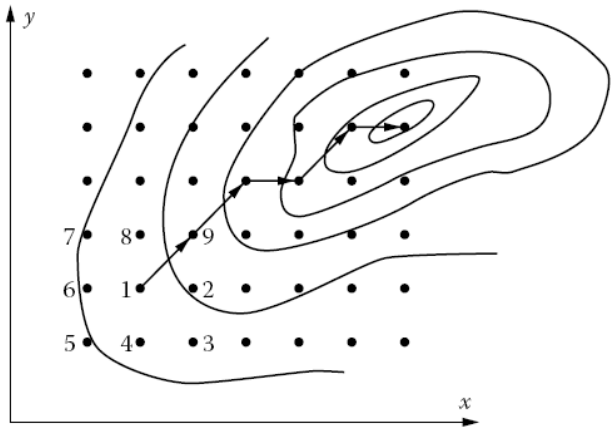
Estos métodos, usados en problemas de multi-variables sin restricciones, están basados en encontrar la vía más corta hacia el pico de una montaña, el cual representa el máximo de una función objetivo. Una modificación del mismo permite que sea posible encontrar un valle o depresión, la cual representa el mínimo.

Aunque estas técnicas son más complicadas que los métodos de eliminación, son generalmente más eficientes, requiriendo un menor número de iteraciones para lograr el diseño óptimo. Algunas de estas técnicas son red de búsqueda, búsqueda univariada, método de la subida/bajada abrupta.

Se considera a continuación la búsqueda de un diseño óptimo cuando el sistema está gobernado por dos o más variables independientes. Para facilitar la visualización, se considera el caso para dos variables inicialmente, pudiendo más adelante ampliar este a sistemas con más de dos, lo cual consecuentemente haría que el problema se vuelva mucho más complejo. Además, muchos sistemas térmicos en la práctica pueden estar bien caracterizados en términos de dos o tres

variables predominantes. Ejemplos de esto incluyen la longitud y el diámetro de un intercambiador de calor; la tasa de flujo del fluido y la temperatura del evaporador en un sistema de refrigeración; las dimensiones de una torre de enfriamiento y la energía que esta expulsa; las dimensiones de una cámara de combustión y la tasa de flujo de combustible; y así sucesivamente.

Figura 6.8. Método de la red de búsqueda en un espacio bidimensional.



Fuente: Jaluria, Yogesh. Design and Optimization of Thermal Systems.

Con el fin de representar gráficamente el enfoque iterativo para el diseño óptimo, un método conveniente es el uso de curvas de nivel o líneas de valores constantes de la función objetivo. La figura 6.8 muestra una gráfica típica de curvas de nivel, donde cada una representa un valor que toma la función objetivo y el máximo o mínimo se representa por la más íntima.

Los métodos presentados aquí para la optimización sin restricciones multi-variable se basan en trasladar el cálculo en la dirección de incremento de la función objetivo para un máximo y en la dirección de la disminución de la función objetivo para un mínimo.

a) *Método de la red de búsqueda:* Este método de búsqueda se basa en el cálculo de la función objetivo U en la vecindad de un punto de partida elegido y luego pasar este punto a la ubicación que tiene el mayor valor de U, si la búsqueda es por un máximo. Así, el cálculo se mueve en la dirección en que el valor de la función objetivo se incrementa para la localización de un máximo. El máximo se alcanza cuando el valor en el punto central es superior a los valores en sus puntos vecinos. Aunque la búsqueda de un máximo de U se considera aquí,

un procedimiento similar puede ser seguido para hallar un mínimo, moviendo el cálculo en el sentido de disminución del valor de la función objetivo.

Se superpone un enrejado en el dominio del diseño como se muestra en la figura 6.8 en términos de los gráficos de contorno en un espacio bidimensional. El punto de partida puede ser elegido con base en la información disponible sobre la ubicación del máximo. De lo contrario, un punto fuera de los límites de la región puede ser seleccionado, como el punto 1 de la figura. Se evalúa entonces la función objetivo en todos los puntos circundantes del 2 al 9 (ver figura 6.8). Si el valor máximo de la función objetivo resulta ser el 9, entonces se retoman los cálculos con este como nuevo punto central y así sucesivamente hasta que el valor máximo aparezca el mismo en el punto central.

Claramente este método no es muy eficiente, pues es necesario buscar sucesivamente en las vecindades de un punto central y además ir moviendo este último hacia el valor óptimo según se vaya avanzando. Sin embargo, para un número no muy elevado de variables, este es más eficiente que el método de búsqueda exhaustiva (visto anteriormente), aunque a medida que se aumenta el número de variables independientes y que se usa una malla más fina, este de hace más complicado y tiende a ser menos eficiente que al anterior método. Por tanto es recomendable empezar con una malla gruesa y de esta forma hallar un valor óptimo. Entonces, usando este punto como estimación inicial se pasa a usar una malla más fina y así sucesivamente hasta llegar a un grado de exactitud razonable. Este puede incluso ser utilizado para funciones discontinuas y para valores discretos, siempre y cuando la función objetivo puede ser evaluada.

6.2.4.3 Optimización Restringida: Aunque muchas de las técnicas que se mencionaron anteriormente se usan para problemas sin restricciones, igualmente pueden ser usadas para problemas con restricciones, pero con algunas

modificaciones. Estas restringen el movimiento hacia el valor óptimo deseado y pueden también definir el dominio aceptable donde este se encuentra.

Dos importantes esquemas usados para optimizar problemas restringidos son:
Método de la función penalizada.
Búsqueda a lo largo de una restricción.

El primero combina la función objetivo con las restricciones para formar una nueva función la cual es tratada como un problema sin restricciones, pero que permite tenerlas en cuenta a través de la selección cuidadosa de los factores de peso. El último enfoque puede ser combinado con una de las técnicas anteriores nombradas para problemas sin restricciones, particularmente el de subida/bajada abrupta.

Debido a que el principal interés de este documento es al problema de optimización multi-variable restringido, solo se expondrá en este documento un método para problemas con una variable independiente y para el problema sin restricciones multi-variable respectivamente[99].

Los problemas con restricciones resultan ser mucho más complejos que aquellos que no lo están, como los ya mencionados. El número de variables independientes debe ser mayor que el de restricciones de igualdad, pues de lo contrario estas restricciones solo serían usadas para calcular las variables y no para optimizar la función objetivo. Por otra parte, las restricciones de desigualdad a menudo dan una idea de cuál es el dominio factible de las variables y su número no se restringe como si lo está el de las restricciones de igualdad.

[99] Ver los métodos restantes en las secciones 9.2 y 9.3 de [2].

En algunos casos es posible eliminar variables por medio de las restricciones, por lo cual el problema se convierte en uno más sencillo de abordar. Sin embargo, hay muchos en los cuales esto no es posible y además, la misma restricción puede ser una consideración importante y su conservación puede ser conveniente para el sistema bajo análisis.

a) *Método de la función penalizada*: Con este método se busca básicamente tratar problemas con restricciones como si no las tuvieran, al crear una *función compuesta* (también conocida como función de castigo) que consiste de la función objetivo y sus respectivas restricciones. El método de la función penalizada usa parámetros conocidos como *parámetros de castigo*, los cuales penalizan la función compuesta por la violación de las restricciones. Por tanto, al imponer estos es posible usar los métodos desarrollados para problemas de optimización sin restricciones, como los vistos anteriormente. Entonces, los parámetros de castigo se varían una y otra vez, de tal forma que la función compuesta arroje un óptimo cuya diferencia con el anteriormente calculado tienda a cero a medida que se itera.

Se considera el siguiente problema de optimización dado por la función:

$$U(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) - - - > \frac{Mínimo}{Máximo} \qquad (6.26)$$

$$G_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0, \ \ Donde\ i = 1, 2, 3, \dots m \qquad (6.27)$$

Donde solo se han considerado restricciones de igualdad, por tanto $n > m$. La función compuesta se puede formular de diferentes formas[100]. Si se busca obtener un máximo, se puede expresar la función objetivo V como:

$$V = U - \left(r_1 {G_1}^2 + r_2 {G_2}^2 + r_3 {G_3}^2 + \cdots + r_m {G_m}^2\right) \qquad (6.28)$$

O bien, si lo que se desea obtener es un mínimo, entonces la función queda

$$V = U + \left(r_1 {G_1}^2 + r_2 {G_2}^2 + r_3 {G_3}^2 + \cdots + r_m {G_m}^2\right) \qquad (6.29)$$

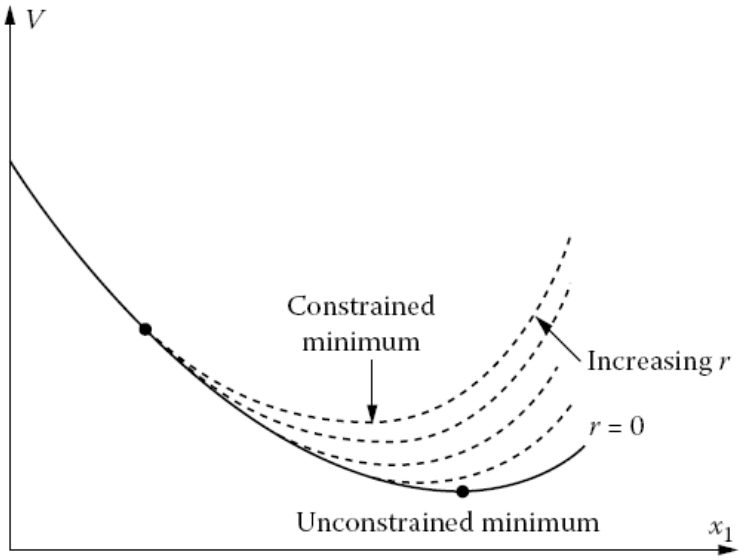
El uso de las potencias al cuadrado asegura que se está considerando la magnitud de la violación de las restricciones, y no su signo positivo o negativo, el cual puede cancelar la presencia de la violación de otra restricción. Se tiene además que los parámetros de castigo r, son escalares cuyo valor se puede asignar dependiendo de la trascendencia de la restricción a la que este es asignado.

Si los parámetros de castigo se hacen cero, las restricciones no tendrán efecto en la solución y por tanto estas no son satisfechas. Por otro lado, si se asignan valores muy altos a los parámetros de castigo, las restricciones son satisfechas, pero la convergencia hacia el valor óptimo se hace demasiado lenta. El enfoque general consiste en comenzar por valores pequeños de los parámetros de castigo y aumentarlos a medida que lo hacen las $G's$, las cuales representan las restricciones. Esto implica que como se ve en la figura 6.9, se pasa de un problema sin restricciones a uno restringido gradualmente[101].

[100] Ver sección 9.4.1 de [2].

[101] Para mayor claridad ver ejemplo 9.5 de [2].

Figura 6.9. Método de la función penalizada para la función compuesta V y diferentes $r's$.



Fuente: Jaluria, Yogesh. Design and Optimization of Thermal Systems.

6.2.4.4 Optimización Termoeconómica[102]:

El método termoeconómico relaciona la termodinámica con la economía. Con este enfoque, la eficiencia del costo óptimo exergético se obtiene para un componente aislado del resto de componentes del sistema. Este enfoque se basa en las siguientes asunciones:

- El flujo de exergía del producto $\dot{E}_p$ y el costo unitario de combustible c_F permanecen constantes para el *k*-ésimo componente a ser optimizado:

$$\dot{E}_{P,k} = constante \qquad (6.30)$$

[102] BEJAN, Adrian. TSATSARONIS, George. MORAN, Michael. Thermal Design and Optimization. USA, John Wiley & sons, 1996.

$$c_{F,k} = constante \qquad (6.31)$$

Estas ecuaciones representan las restricciones del problema.

- Para cada componente del sistema, se espera que el costo de la inversión se incremente cuando así lo hace la capacidad y la eficiencia exergética del componente. Aquí se supone que para el componente *k*-ésimo, la inversión de capital total (ICT_k) se puede representar aproximadamente por la siguiente ecuación[103]:

$$ICT_k = B_k \left(\frac{\varepsilon_k}{1-\varepsilon_k}\right)^{n_k} \dot{E}_{P,k}^{m_k} \qquad (6.32)$$

Donde $\dot{E}_{P,k}$ es la flujo de exergía del producto para el *k*-ésimo componente y ε_k es la eficiencia exergética del componente. El término $\left(\frac{\varepsilon_k}{1-\varepsilon_k}\right)^{n_k}$ expresa el efecto de la eficiencia (rendimiento termodinámico), mientras que $\dot{E}_{P,k}^{m_k}$ expresa el efecto de la capacidad (tamaño) del componente en el valor de ICT_k. Además B_k, n_k y m_k son constantes.

La inversión de capital total asociada al *k*-ésimo componente se puede estimar del costo de compra del mismo[104]. Cuando esta se determina, es posible usar el método de los mínimos cuadrados para calcular las constantes B_k, n_k y m_k de la ecuación 6.32.

Hasta ahora la discusión se ha centrado en componentes para los cuales se puede definir una eficiencia exergética. Sin embargo, cuando esta no se puede definir en un componente (por ejemplo una válvula de estrangulamiento o un

[103] Ver sección 9.2 de [39]

[104] Ver sección 7.1 de [39].

cooler), este se puede optimizar aisladamente minimizando la suma de su inversión y de sus costos de mantenimiento.

- Usualmente una parte de los costos de mantenimiento y operación (O&M) dependen del costo de la inversión total y otra parte en la flujo de producción actual. Aquí se asume que los costos nivelados anuales de operación y mantenimiento atribuidos al *k*-ésimo componente de un sistema se pueden representar aproximadamente por medio de la siguiente ecuación:

$$Z_k^{OM} = \gamma_k(ICT_k) + \omega_k \tau \dot{E}_{P,k} + R_k \qquad (6.33)$$

  En esta ecuación, γ_k es un coeficiente que se tiene en cuenta para la parte de los costos fijos de operación y mantenimiento dependiendo de la inversión de capital total asociada al *k*-ésimo componente; ω_k es una constante que se tiene en cuenta para los costos variables de operación y mantenimiento asociados al *k*-ésimo componente, y denota el costo de operación y mantenimiento por unidad de producto de exergía; τ es el tiempo anual promedio de operación de la planta en carga nominal; y R_k incluye todos los demás costos de operación y mantenimiento que son independientes de la inversión de capital total y de la exergía del producto.

  Normalmente los costos anuales de operación y mantenimiento se calculan para el sistema entero. En el caso que no se conozca otra información, el costo de compra de cada componente puede ser usado como un factor de peso para distribuir los costos de operación y mantenimiento del sistema completo entre sus componentes.

- El análisis económico del sistema que está siendo considerado se puede simplificar al despreciar los efectos de financiación, inflación, impuestos, aseguramiento y tiempo de construcción y considerando los costos de inicio, el

capital de trabajo y los costos de las licencias, investigación y desarrollo juntos en la inversión de capital total. La tasa anual de ejecución asociada con el *k*-ésimo componente es por tanto obtenida al multiplicar la inversión de capital total de este componente (ICT_k) por el factor de recuperación de capital β[105] como sigue:

$$Z_k^{CI} = \beta(ICT_k) \qquad (6.34)$$

Todas las anteriores asunciones componen el modelo de costo. Los costos totales anuales nivelados, excluyendo el costo de combustible asociado con el *k*-ésimo componente, se obtienen al combinar las ecuaciones 6.33 y 6.34.

$$Z_k = Z_k^{CI} + Z_k^{OM} = (\beta + \gamma_k)(ICT_k) + \omega_k \tau \dot{E}_{P,k} + R_k \qquad (6.35)$$

La correspondiente flujo de costo $\dot{Z}_k$ se obtiene dividiendo la ecuación 6.35 por τ:

$$\dot{Z}_k = \frac{(\beta + \gamma_k)B_k}{\tau}\left(\frac{\varepsilon_k}{1-\varepsilon_k}\right)^{n_k} \dot{E}_{P,k}^{m_k} + \omega_k \dot{E}_{P,k} + \frac{R_k}{\tau} \qquad (6.36)$$

Finalmente, la función objetivo se puede expresar como:

$$c_{P,k} = \frac{c_{F,k}}{\varepsilon_k} + \frac{(\beta + \gamma_k)B_k}{\tau \dot{E}_{P,k}^{1-m_k}}\left(\frac{\varepsilon_k}{1-\varepsilon_k}\right)^{n_k} + \omega_k + \frac{R_k}{\tau \dot{E}_{P,k}} \qquad (6.37)$$

Los valores de β, γ_k, B_k, τ, ω_k y R_k permanecen constantes durante el proceso de optimización, y así $c_{P,k}$ solo varía con ε_k. Así, el problema de optimización se reduce a minimizar la ecuación 6.37 sujeta al as restricciones expresadas por las ecuaciones 6.30 y 6.31.

[105] Ver ecuación 7.28 de [39].

6.3 OPTIMIZACIÓN TERMO-ECONÓMICA APLICADA A UN SISTEMA DE REFRIGERACIÓN POR COMPRESIÓN DE VAPOR.

La necesidad de analizar el comportamiento de los sistemas utilizados en la industria tales como los sistemas de refrigeración ha llevado a utilizar los métodos de simulación como una herramienta básica y de gran popularidad.

Debido a los altos costos en consumo de energía eléctrica que implica la puesta en marcha de un sistema de refrigeración además de su costo de inversión, operación y mantenimiento, se están aplicando técnicas que permitan obtener beneficios desde su diseño hasta su instalación. Por esta razón con el tiempo se han buscado procedimientos que permitan obtener productos con las características deseadas. En los sistemas térmicos la optimización termoeconómica nos proporciona herramientas que nos ayudaran a realizar un análisis del comportamiento económico y térmico de un sistema de refrigeración.

La teoría del costo termoeconómico permite asignar un valor monetario a ciertas variables que implican el uso de un sistema de refrigeración tales como costos de inversión, de operación y de mantenimiento. Cuando se conocen estos costos económicos se pueden tomar decisiones con respecto a las variables anteriores con una racionalidad económica que permita maximizar el beneficio.

Ejemplos de la aplicación del método de optimización termoeconómico para un sistema de refrigeración por compresión de vapor.

Para llevar a cabo la aplicación del método termoeconómico para un sistema de refrigeración por compresión de vapor, lo primero que se debe realizar es el análisis de la unidad de refrigeración que se requiere. Haciendo uso de la Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado:

Figura 6.10. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado

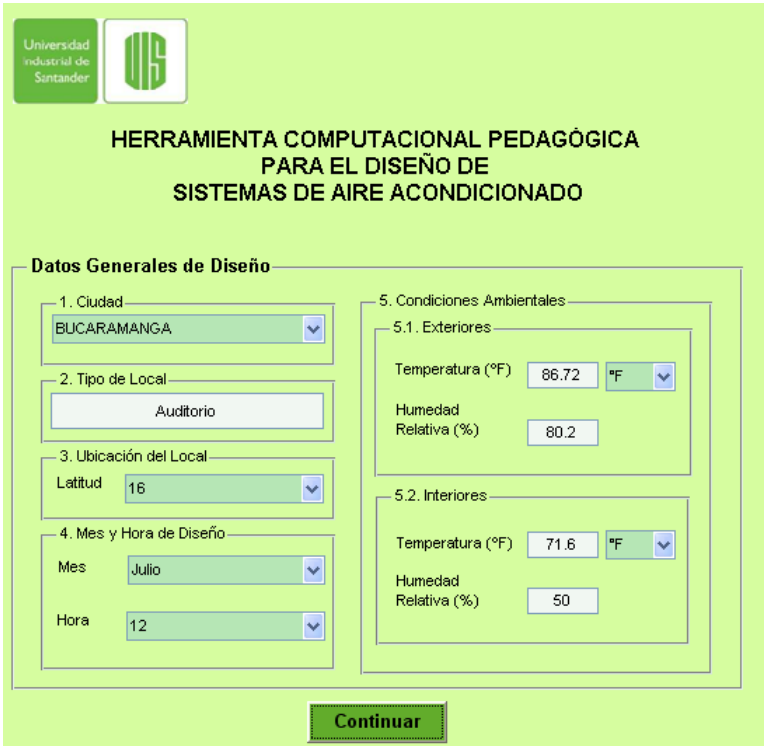


Figura 6.11. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas

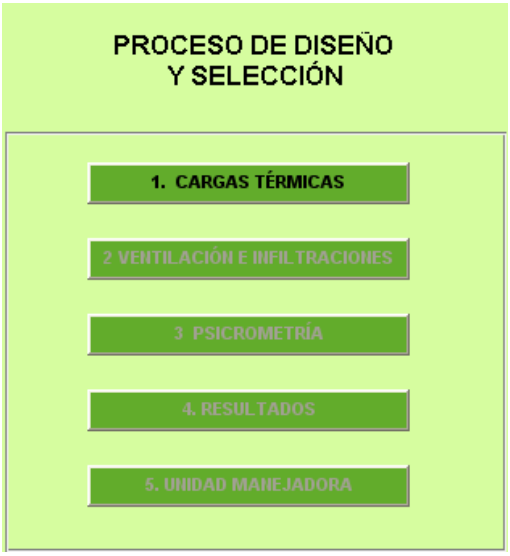


Figura 6.12. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Paredes

Figura 6.13. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Paredes

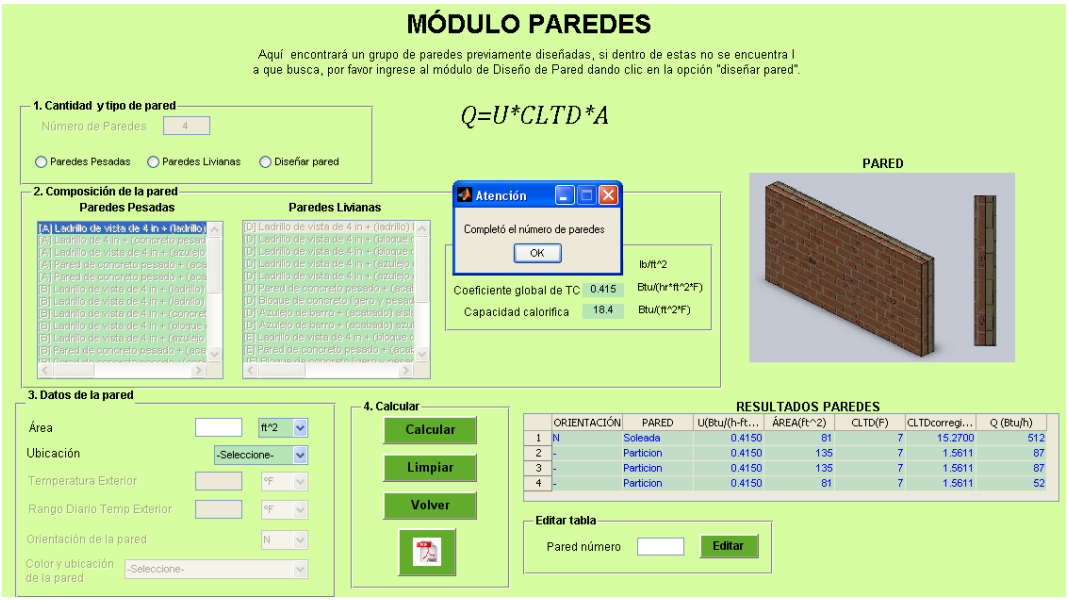


Figura 6.14. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Techos

Figura 6.15. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Techos

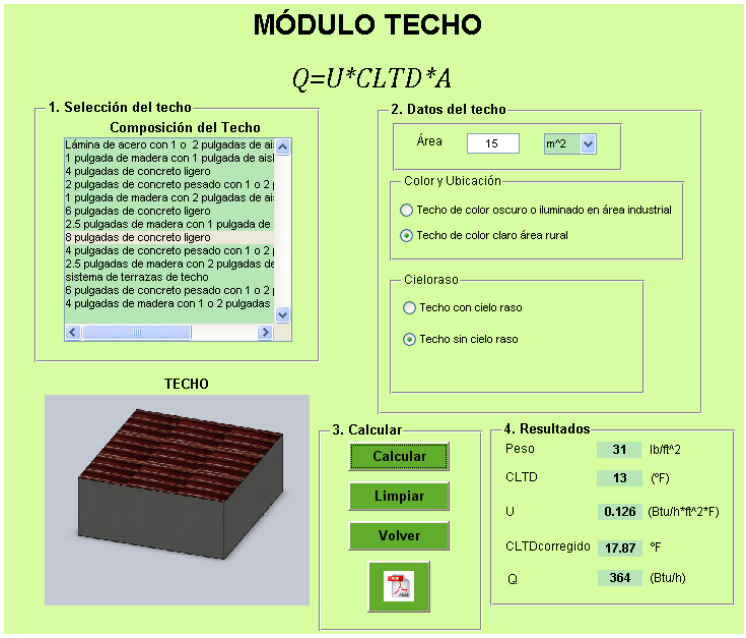


Figura 6.16. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Vidrios

Figura 6.17. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Vidrios

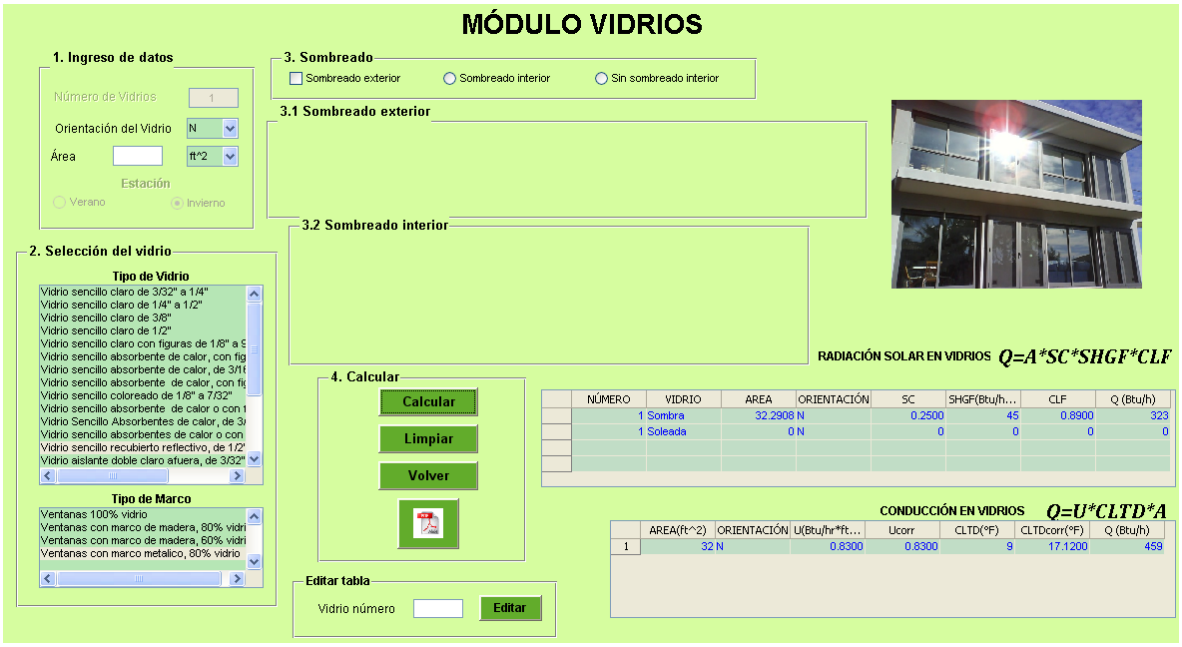


Figura 6.18. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Alumbrado

Figura 6.19. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Alumbrado

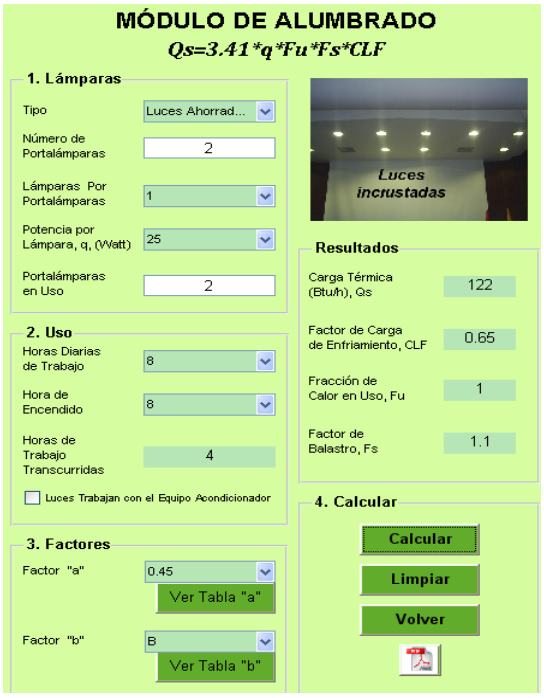


Figura 6.20. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Personas

Figura 6.21. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Personas

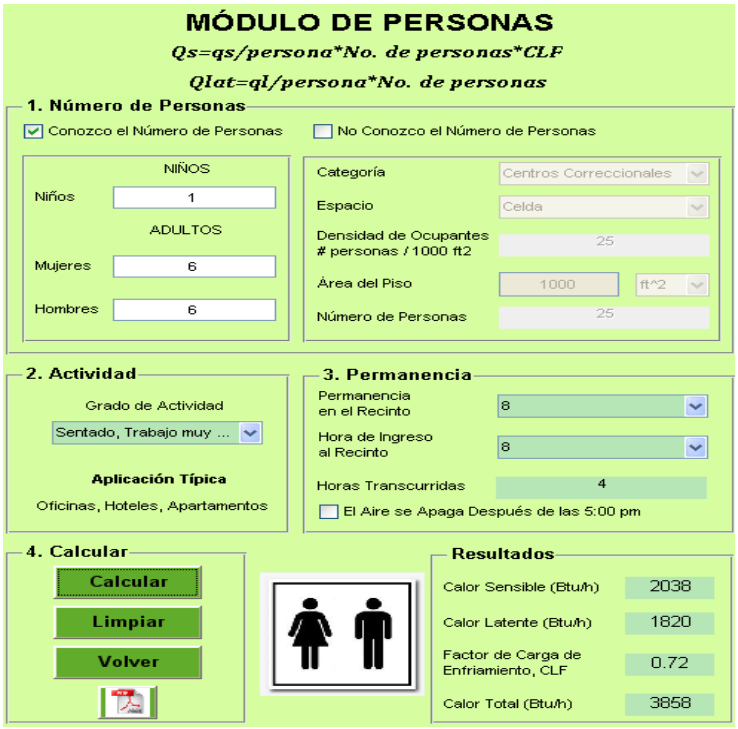


Figura 6.22. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Equipos

Figura 6.23. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Cargas Térmicas - Equipos

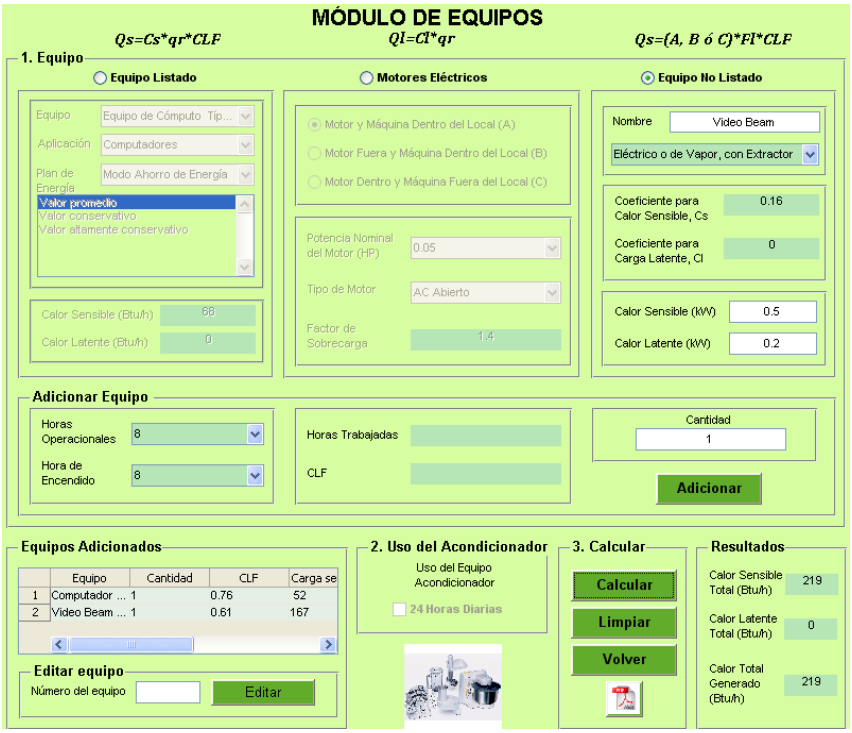


Figura 6.24. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Ventilación e infiltraciones

Figura 6.25. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Ventilación e infiltraciones

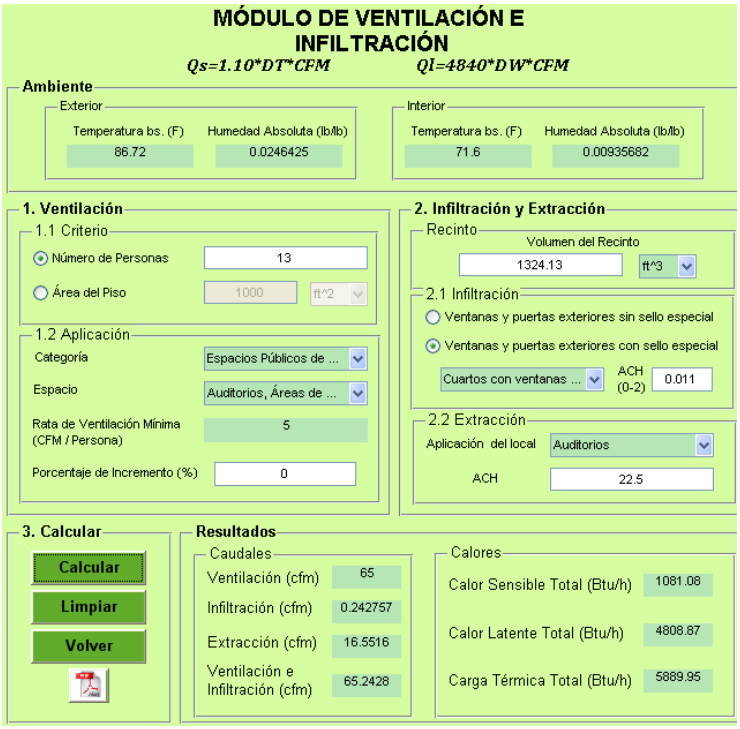


Figura 6.26. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Psicrometría

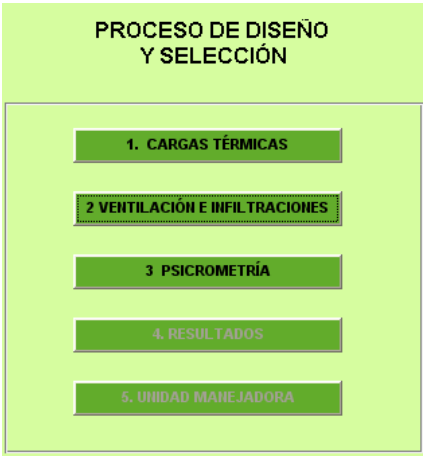
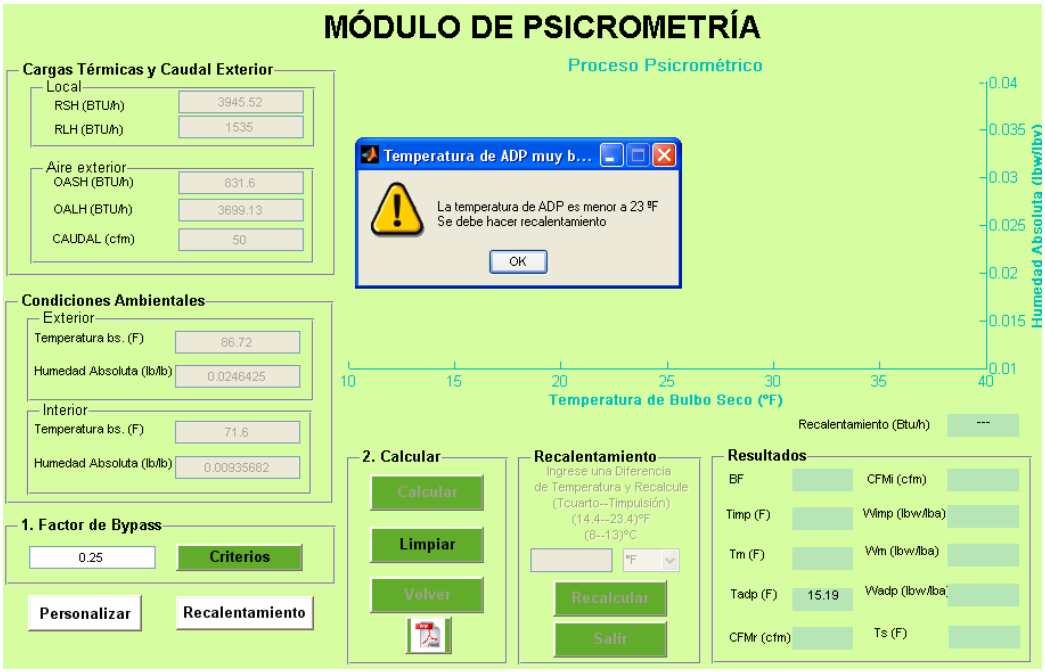


Figura 6.27. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Psicrometría



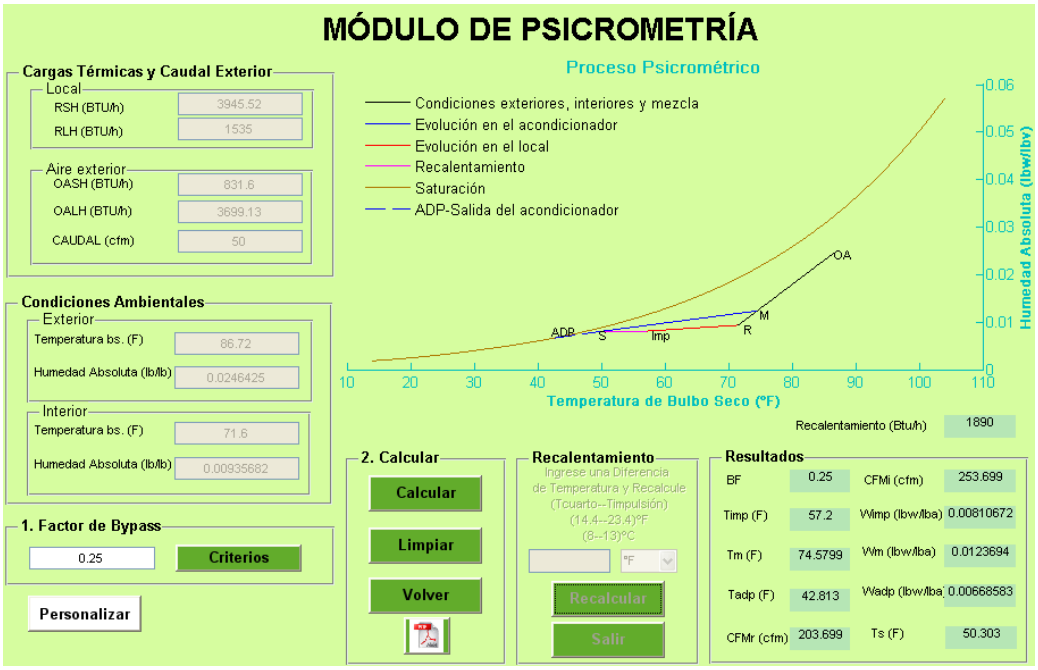


Figura 6.28. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Resultados

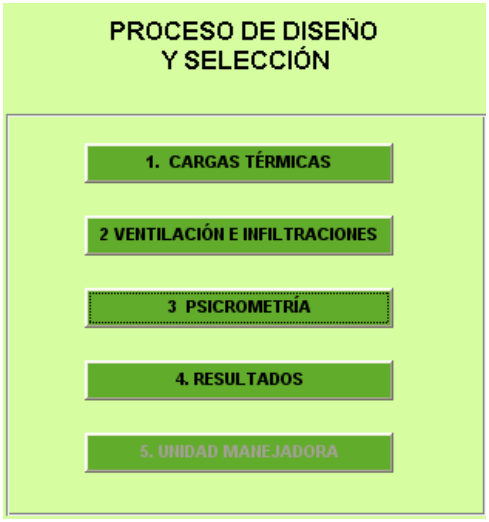


Figura 6.29. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Resultados

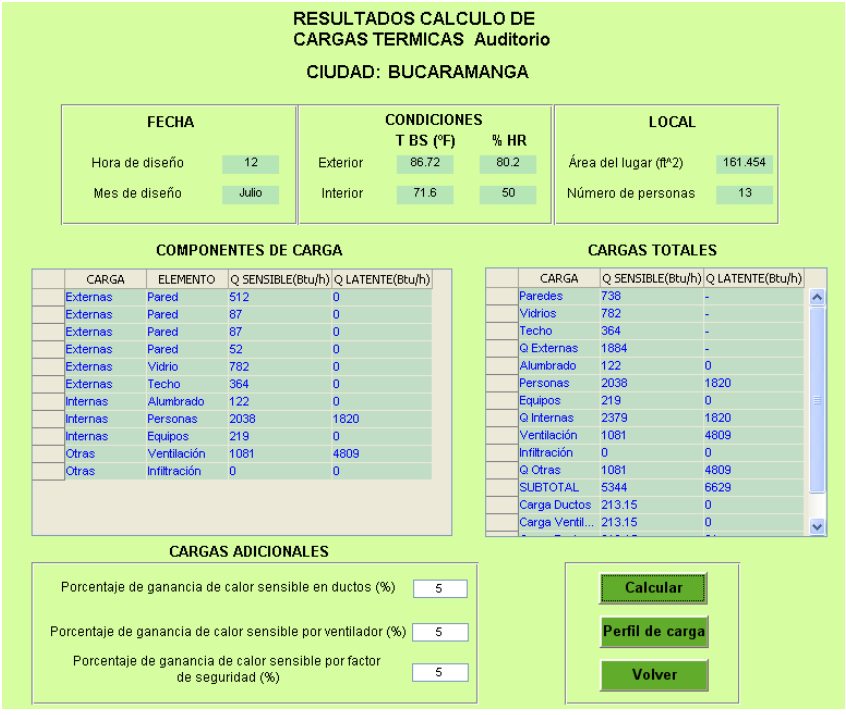


Figura 6.30. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Unidad manejadora

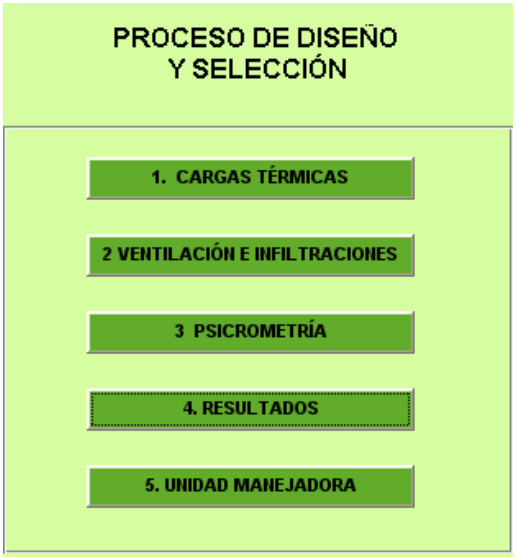
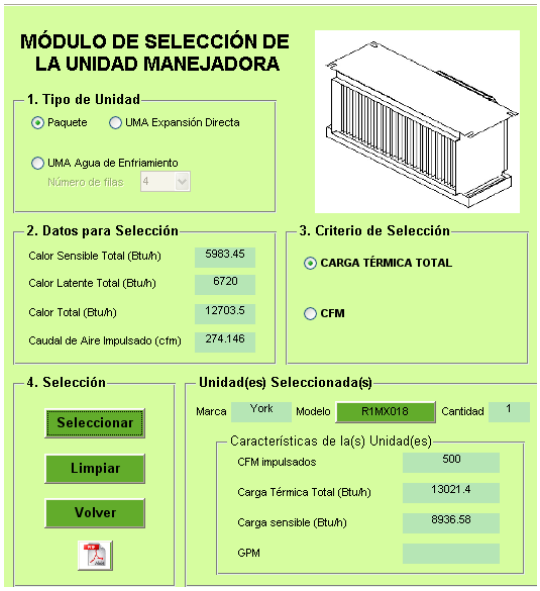


Figura 6.31. Entorno Herramienta Computacional Pedagógica para el Diseño de Sistemas de Aire Acondicionado – Proceso de diseño y selección – Unidad manejadora



Se Concluyo que se requiere una unidad refrigeradora de 18.000 BTU.

Para continuar con el análisis ahora se debe aplicar el método de la siguiente manera:

Función objetivo

$$C_{P,T} = C_{E,T} + Z_T^{CI} + Z_T^{OM} \qquad (6.38)$$

$C_{P,T}$ = Costo anual de extracción de calor del local

$C_{E,T}$ = Costo energético anual total

Z_T^{CI} = Costo asociado con inversión de capital

Z_T^{OM} = Costo anual asociado con operación y mantenimiento

Se hace uso de la función objetivo para los tres marcas de aires acondicionados Minisplit (LG, COMFORT STAR, SAMSUNG)

Ejemplo 1

Características Aire Acondicionado Minisplit
Marca: LG
Capacidad: 18000 BTU/h
Consumo eléctrico: 1,8 kW
Horas de uso del equipo: 8 horas diarias

- Costo energético anual total

$$Energía = Consumo\ eléctrico\ (kW)\ x\ Tiempo\ de\ uso\ (horas\ (h))$$

$$Energía = 1{,}8\ (kW)\ x\ 8\ (h)$$

$$Energía_{día} = 14{,}4\ kWh$$

$$Energía_{mes} = Energía_{día}\ x\ 30\ días$$

$$Energía_{mes} = 14{,}4\ kWh\ x\ 30\ días$$

$$Energía_{mes} = 432\ kWh$$

$$Costo\ energético\ mensual = Energía_{mes}\ x\ CU_v$$

Según la tarifas establecidas por la ELECTRIFICADORA DE SANTANDER S.A ESP, para el mes de Junio de año 2010[106].

[106] http://www.essa.com.co/essa/historico_tarifas.aspx

Tabla 4. Tarifas ELECTRIFICADORA DE SANTANDER S.A ESP MES DE JUNIO AÑO 2010

ELECTRIFICADORA DE SANTANDER S.A. ESP.

INFORMA A SUS USUARIOS DEL SISTEMA DE ENERGIA ELECTRICA DE DEPARTAMENTO DE SANTANDER Y SUR DEL CESAR

De acuerdo con las resoluciones 119/07, 097/08, 121/09 y 172/09 expedidas por la Comisión de Regulación de Energía y Gas CREG, que permiten establecer los costos de la prestación del servicio a usuarios regulados, las tarifas para el mes de

JUNIO 2010

TARIFAS RESIDENCIALES

ESTRATO		1		2		3		4
PROPIEDAD ACTIVOS	NIVEL MEDIDA	% SUBSIDIO	TARIFA $/kWh	% SUBSIDIO	TARIFA $/kWh	% SUBSIDIO	TARIFA $/kWh	TARIFA $/kWh
ESSA	I	-60.00%	147.4360	-50.00%	184.2950	-15.00%	313.3015	368.5901
CLIENTE	I	-60.00%	133.4055	-50.00%	166.7569	-15.00%	283.4868	333.5139

Nota: El subsidio es aplicado hasta el consumo de subsistencia.

TARIFAS RESIDENCIALES				TARIFAS NO RESIDENCIALES				
ESTRATO		5 y 6		COMERCIAL / INDUSTRIAL		ACUEDUCTOS. ESP		OFICIAL
PROPIEDAD ACTIVOS	NIVEL MEDIDA	% CONTRIB.	TARIFA $/kWh	CONTRIB. 20%	TARIFA $/kWh	CONTRIB. 10%	TARIFA $/kWh	TARIFA $/kWh
ESSA	I	20.00%	442.3081	73.7180	442.3081	36.8590	405.4491	368.5901
CLIENTE	I	20.00%	400.2166	66.7028	400.2167	33.3514	366.8653	333.5139
	II			61.6328	369.7970	30.8164	338.9806	308.1642
	III			46.7629	280.5772	23.3814	257.1957	233.8143
	IV			42.0370	252.2219	21.0185	231.2034	210.1849

COMPONENTES DEL COSTO UNITARIO VARIABLE Y FIJO DE PRESTACION DEL SERVICIO (CU) según Res. CREG 119/2007

NIVEL MEDIDA	G	T	D	Cv	PR	R	CUv Aplicado	CUf Aplicado
	Compra Energía	Costo STN	Costo Distribución	Costo de Comercialización	Costo de Compra, transporte y reducción de pérdidas	Costo de Restricciones	Costo Unitario Variable de Prestación del Servicio	Costo Unitario Fijo de Prestación del Servicio
	$/kWh	$/kWh	$/kWh	$/kWh	$/kWh	$/kWh	$/kWh	$/kWh
I ESSA	121.4628	21.3434	155.4507	37.7805	24.2951	8.2575	368.5901	0.0000
I CLIENTE	121.4628	21.3434	120.3745	37.7805	24.2951	8.2575	333.5139	0.0000
II	121.4628	21.3434	108.7543	37.7805	10.5656	8.2575	308.1642	0.0000
III	121.4628	21.3434	37.6927	37.7805	7.2773	8.2575	233.8143	0.0000
IV	121.4628	21.3434	16.4385	37.7805	4.9022	8.2575	210.1849	0.0000

INDICADORES DE CALIDAD (metas DES FES). Segundo Trimestre 2010

GRUPOS		VALORES MAXIMOS DES	VALORES MAXIMOS FES
1	Cabecera Municipal, población >= 100.000 Habitantes	3	5
2	Cabecera Municipal, población <100.000>=50.000 Habitantes	8	14
3	Cabecera Municipal, población < 50.000 Habitantes	6	12
4	Areas rurales	12	19

DES: Tiempo de interrupción de un circuito durante el último trimestre
FES: Numero de interrupciones de un circuito durante el último trimestre

Según lo establecido en la Ley 820 de 2003 y su decreto reglamentario 3130 de 2003, ESSA comunica los valores correspondientes a las garantías exigidas para la denuncia del contrato de arrendamiento.

COSTO DE GARANTIAS PARA EL MES DE JUNIO

SECTOR	Valor Garantía ($)
ESTRATO 1	123,088
ESTRATO 2	135,582
ESTRATO 3	204,008
ESTRATO 4	260,982
ESTRATO 5	388,608
ESTRATO 6	447,721

CONSUMO DE SUBSISTENCIA

Resolución UPME 0355 de 8 de Julio de 2004.

Alturas inferior a 1000 Mts	Alturas superior o = a 1000 Mts
173 kWh	130 kWh

Una empresa epm

Fuente: http://www.essa.com.co/essa/historico_tarifas.aspx

La tarifa no residencial (Industrial) es de:

442,3081 ($/kWh)

$$Costo\ energético\ mensual = 432\ kWh\ x\ 442{,}3081\ \$/kWh$$

$$Costo\ energético\ mensual = \$\ 191.074{,}032$$

$$Costo\ energético\ anual = Costo\ energético\ mensual\ x\ 12\ meses$$

$$Costo\ energético\ anual = \$\ 191.074{,}032\ x\ 12\ meses$$

$$Costo\ energético\ anual\ total = \$\ 2.292.888{,}384$$

- Costo asociado con la inversión de capital

$$Costo\ de\ compra\ del\ equipo: \$1.280.000$$

$$Costo\ de\ instalación: \$180.000$$

$$Costo\ asociado\ con\ la\ inversión\ capital: Costo\ de\ compra\ del\ equipo + Costo\ de\ instalación$$

$$Costo\ asociado\ con\ la\ inversión\ capital: \$1.280.000 + \$180.000$$

$$Costo\ asociado\ con\ la\ inversión\ capital: \$1.460.000$$

- Costo anual asociado con operación y mantenimiento

$$Costo\ de\ mantenimiento_{mensual}: \$70.000$$

$$Costo\ de\ mantenimiento_{anual}: Costo\ de\ mantenimiento_{mensual}\ x\ 12\ meses$$

$$Costo\ de\ mantenimiento_{anual}: \$70.000\ x\ 12\ meses$$

$$Costo\ de\ mantenimiento_{anual}: \$840.000$$

$$Costo\ anual\ asociado\ con\ oper\ y\ mtto: \$840.000$$

Por lo tanto, el costo anual de extracción de calor del local, será:

$$Costo\ de\ extracción\ de\ calor\ del\ local: \sum Costo\ (Energético\ anual\ total + Asociado\ con\ la\ inversion\ de\ capital + Anual\ asociado\ con\ oper\ y\ mtto) \qquad (6.39)$$

$$Costo\ de\ extracción\ de\ calor\ del\ local: \$2.292.888{,}384 + \$1.460.000 + \$840.000$$

$$Costo\ de\ extracción\ de\ calor\ del\ local: \$4.592.888{,}384$$

Ejemplo 2

Características Aire Acondicionado Minisplit

Marca: COMFORT STAR

Capacidad: 18000 BTU/h

Consumo eléctrico: 1,955 kW

Horas de uso del equipo: 8 horas diarias

- Costo energético anual total

$$Energía = Consumo\ eléctrico\ (kW)\ x\ Tiempo\ de\ uso\ (horas\ (h))$$

$$Energía = 1{,}955\ (kW)\ x\ 8\ (h)$$

$$Energía_{día} = 15{,}64\ kWh$$

$$Energía_{mes} = Energía_{día}\ x\ 30\ días$$

$$Energía_{mes} = 15{,}64\ kWh\ x\ 30\ días$$

$$Energía_{mes} = 469{,}2\ kWh$$

$$Costo\ energético\ mensual = Energía_{mes}\ x\ CU_v$$

Según la tarifas establecidas por la ELECTRIFICADORA DE SANTANDER S.A ESP, para el mes de Junio de año 2010[107], La tarifa no residencial (Industrial) es de:

442,3081 ($/kWh)

$$Costo\ energético\ mensual = 469{,}2\ kWh\ x\ 442{,}3081\ \$/kWh$$

$$Costo\ energético\ mensual = \$\ 207.530{,}961$$

[107] http://www.essa.com.co/essa/historico_tarifas.aspx

$$Costo\ energético\ anual = Costo\ energético\ mensual\ x\ 12\ meses$$

$$Costo\ energético\ anual = \$\ 207.530{,}961\ x\ 12\ meses$$

$$Costo\ energético\ anual\ total = \$\ 2.490.371{,}526$$

- Costo asociado con la inversión de capital

$$Costo\ de\ compra\ del\ equipo: \$985.000$$

$$Costo\ de\ instalación: \$180.000$$

$$Costo\ asociado\ con\ la\ inversión\ capital: Costo\ de\ compra\ del\ equipo + Costo\ de\ instalación$$

$$Costo\ asociado\ con\ la\ inversión\ capital: \$985.000 + \$180.000$$

$$Costo\ asociado\ con\ la\ inversión\ capital: \$1.165.000$$

- Costo anual asociado con operación y mantenimiento

$$Costo\ de\ mantenimiento_{mensual}: \$70.000$$

$$Costo\ de\ mantenimiento_{anual}: Costo\ de\ mantenimiento_{mensual}\ x\ 12\ meses$$

$$Costo\ de\ mantenimiento_{anual}: \$70.000\ x\ 12\ meses$$

$$Costo\ de\ mantenimiento_{anual}: \$840.000$$

$$Costo\ anual\ asociado\ con\ oper\ y\ mtto: \$840.000$$

Por lo tanto, el costo anual de extracción de calor del local, será:

$$Costo\ de\ extracción\ de\ calor\ del\ local: \sum Costo\ (Energético\ anual\ total + Asociado\ con\ la\ inversion\ de\ capital + Anual\ asociado\ con\ oper\ y\ mtto)$$

$$Costo\ de\ extracción\ de\ calor\ del\ local: \$2.490.371{,}526 + \$1.165.000 + \$840.000$$

$$Costo\ de\ extracción\ de\ calor\ del\ local: \$4.495.371{,}526$$

Ejemplo 3

Características Aire Acondicionado Minisplit
Marca: SAMSUNG
Capacidad: 18000 BTU/h
Consumo eléctrico: 1,90 kW
Horas de uso del equipo: 8 horas diarias

- Costo energético anual total

$$Energía = Consumo\ eléctrico\ (kW)\ x\ Tiempo\ de\ uso\ (horas\ (h))$$

$$Energía = 1{,}90(kW)\ x\ 8\ (h)$$

$$Energía_{día} = 15{,}2\ kWh$$

$$Energía_{mes} = Energía_{día}\ x\ 30\ días$$

$$Energía_{mes} = 15.2\ kWh\ x\ 30\ días$$

$$Energía_{mes} = 456\ kWh$$

$$Costo\ energético\ mensual = Energía_{mes}\ x\ CU_v$$

Según la tarifas establecidas por la ELECTRIFICADORA DE SANTANDER S.A ESP, para el mes de Junio de año 2010[108], La tarifa no residencial (Industrial) es de:

442,3081 ($/kWh)

$$Costo\ energético\ mensual = 456\ kWh\ x\ 442.3081\ \$/kWh$$

$$Costo\ energético\ mensual = \$\ 201.692{,}494$$

$$Costo\ energético\ anual = Costo\ energético\ mensual\ x\ 12\ meses$$

$$Costo\ energético\ anual = \$201.692{,}494\ \ x\ \ 12\ meses$$

$$Costo\ energético\ anual\ total = \$\ 2.420.309{,}923$$

[108] http://www.essa.com.co/essa/historico_tarifas.aspx

- Costo asociado con la inversión de capital

$$Costo\ de\ compra\ del\ equipo: \$1.083.131$$

$$Costo\ de\ instalación: \$180.000$$

$$Costo\ asociado\ con\ la\ inversión\ capital: Costo\ de\ compra\ del\ equipo + Costo\ de\ instalación$$

$$Costo\ asociado\ con\ la\ inversión\ capital: \$1.083.131 + \$180.000$$

$$Costo\ asociado\ con\ la\ inversión\ capital: \$1.263.131$$

- Costo anual asociado con operación y mantenimiento

$$Costo\ de\ mantenimiento_{mensual}: \$70.000$$

$$Costo\ de\ mantenimiento_{anual}: Costo\ de\ mantenimiento_{mensual}\ x\ 12\ meses$$

$$Costo\ de\ mantenimiento_{anual}: \$70.000\ x\ 12\ meses$$

$$Costo\ de\ mantenimiento_{anual}: \$840.000$$

$$Costo\ anual\ asociado\ con\ oper\ y\ mtto: \$840.000$$

Por lo tanto, el costo anual de extracción de calor del local, será:

$$Costo\ de\ extracción\ de\ calor\ del\ local: \sum Costo\ (Energético\ anual\ total + Asociado\ con\ la\ inversion\ de\ capital + Anual\ asociado\ con\ oper\ y\ mtto)$$

$$Costo\ de\ extracción\ de\ calor\ del\ local: \$2.420.309{,}923\ + \$1.263.131 + \$840.000$$

$$Costo\ de\ extracció\ de\ calor\ del\ locas: \$4.523.440{,}923$$

Tabla 5. Costos adquisición equipo aire acondicionado primer año

Equipos / Función objetivo	C_{ETotal}	Z^{CI}_{Total}	Z^{OM}_{Total}	$C_{P\ Total}$
Minisplit LG	$2.292.888	$1.460.000	$840.000	$4.592.888
Minisplit COMFORT STAR	$2.490.371	$1.165.000	$840.000	$4.495.371
Minisplit SAMSUNG	$2.420.309	$1.263.131	$840.000	$4.523.440

De la tabla anterior y gracias al análisis termoeconómico se concluye que durante el primer año el equipo que nos conviene adquirir es el AIRE ACONDICIONADO MARCA COMFORT STAR. Este debido a que el costo de adquisición del equipo incrementa los costos totales.

Pero si se analiza la tabla a partir del segundo año se concluye que el equipo que nos conviene adquirir es el AIRE ACONDICIONADO LG debido a que los costos de consumo de energía son menores.

Tabla 6. Costos adquisición equipo aire acondicionado segundo año

Equipos / Función objetivo	C_{ETotal}	Z^{CI}_{Total}	Z^{OM}_{Total}	$C_{P\ Total}$
Minisplit LG	$2.292.888	0	$840.000	$3.132.888
Minisplit COMFORT STAR	$2.490.371	0	$840.000	$3.330.371
Minisplit SAMSUNG	$2.420.309	0	$840.000	$3.277.309

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

[1] STOECKER, W. F., DESIGN OF THERMAL SYSTEMS, Third Edition, McGraw-Hill, 1st of January of 1989

[2] JALURIA, Yogesh. DESIGN AND OPTIMIZATION OF THERMAL SYSTEMS, Second Edition, CRC Press Taylor & Francis Group, 2008

[3] MARADEY CHARRYS, Juan F., TERMODINAMICA APLICADA, 1ª edición, Ediciones Universidad Industrial de Santander, 2002.

[4] ZERBAN, Alexander H., NYE, Edwin P., POWER PLANTS, 2nd edition, The Haddon Craftsment, Inc., 1957.

[5] GUASCH, Antoni, PIERA, Miquel Ángel, CASANOVAS, Josep, FIGUERAS, Jaume. APLICACIÓN A PROCESOS LOGÍSTICOS DE FABRICACIÓN Y SERVICIOS. Primera edición, Alfaomega Grupo Editor, México, D.F., 2005.

[6] RÍOS INSUA, David, RÍOS INSUA JACINTO Y JIMENEZ, Martin. SIMULACIÓN MÉTODOS Y APLICACIONES, primera edición, Alfaomega Grupo Editor, México, D.F., 2000.

[7] OGATA, Katsuhiko, INGENIERÍA DE CONTROL MODERNA, 3era Edición, Pearson, Pretince Hall, 1998.

[8] OGATA, Katsuhiko, DINÁMICA DE SISTEMAS, 1ª Edición, Pretince Hall, 1987.

[9] HERNÁNDEZ MENDOZA, Oscar Saúl. MODELAMIENTO, SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS TÉRMICOS: BASES Y MODELOS. III Congreso Internacional de Electrónica y Tecnologías de Avanzada Pamplona – Norte de Santander 2003.

[10] HIBBELER, Russel. MECÁNICA VECTORIAL PARA INGENIEROS, Decima edición, Pearson Prentice Hall 2004.

[11] CENGEL, Yunus y BOLES, Michael A. TERMODINAMICA. Cuarta edición, McGraw-Hill, Interamericana, México D.F 2004.

[12] INCROPERA, Frank P. De WITT, David P. FUNDAMENTOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR, Cuarta edición, PRETINCE HALL. México 1999.

[13] MILLS, Anthony F. TRANSFERENCIA DE CALOR, McGraw Hill / IRWIN, Colombia 1997.

[14] ÇENGEL, Yunus A. BOLES, Michael A. TERMODINAMICA, Tomo I, Segunda edición, McGraw Hill. Colombia 1998.

[15] KAKAC, Sadik – LIU, Hongtan., HEAT EXCHANGERS: SELECTION, RATING, AND THERMAL DESIGN, second edition, crc press, 2002.

[16] CENGEL, Yunus. TRANSFERENCIA DE CALOR, segunda edición, McGraw-Hill, Interamericana, México D.F 2004.

[17] SURYANARAYANA, Narasípur - ARICI Oner. DESIGN AND SIMULATION OF THERMAL SYSTEMS. McGraw-Hill, Boston, 2003.

[18] DIEZ, Pedro F. COMPRESORES ALTERNATIVOS. Universidad de Cantabria, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética.

[19] ÇENGEL, Yunus. BOLES, Michael. TERMODINÁMICA, cuarta edición, McGraw – Hill, 2002.

[20] Documento de la comisión nacional para el ahorro de la energía. Dirección de enlace y programas regionales, Eficiencia en calderas y combustión, V. 1.1.1. México, 2007

[21] WHITE, Frank M., MECÁNICA DE FLUIDOS, 5ta Edición, McGraw Hill, España 2004.

[22] DIEZ, Pedro F. MECÁNICA DE FLUIDOS. Universidad de Cantabria, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética.

[23] MATAIX, Claudio. MECÁNICA DE FLUIDOS Y MÁQUINAS HIDRAULICAS, 2da Edición, Ediciones del Castillo S.A, Madrid 1986.

[24] CHAIBAKHSH Ali, GHAFFARI Ali. STEAM TURBINE MODEL. Department of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran. 2008.

[25] Yu-Juei Chang, Kuei-Chang Hsu, Yur-Tsai Lin, Chi-Chuan Wang. A generalized friction correlation for louver fin geometry. International Journal of Heat and Mass Transfer. 1999.

[26] GREENE, Richard W. COMPRESORES SELECCIÓN, USO Y MANTENIMIENTO.1º edición, McGraw Hill, Mexico, 1990.

[27] SHAN, Ramesh K – SEKULIC, Dusan. FUNDMENTALS OF HEAT EXCHANGER DESIGN, Jhon Wiely & Soins INC, Canada 2003.

[28] CRANE. FLUJO DE FLUIDOS EN VÁLVULAS, ACCESORIOS Y TUBERÍAS, McGraw - Hill.

[29] IÑIGUEZ DONOSO, Jorge Antonio - BARRIGA RIVERA - Alfredo. CÁLCULO Y DISEÑO DE EMPAQUETADURA Y VENTILADORES PARA UNA TORRE DE ENFRIAMIENTO DE TIRO FORZADO, Escuela Superior Politécnica del Litoral, 2000.

[30] KITTO AND STULTZ – STEAM ITS GENERATION AND USE, The babcock & wilcox compañy, Barberton, Ohio, 2005.

[31] Simulation Modelling Practice and Theory. Journal homepage: ww.elsevier.com/ locate/simpat

[32] OWHAIB, Wahib. Experimental Heat Transfer, Pressure Drop, and Flow Visualization of R-134A in Vertical Mini/Micro Tubes, Doctoral thesis, Division of Applied Thermodynamics and Refrigeration Department of Energy Technology Royal Institute of Technology, KTH Stockholm, Sweden 2007.

[33] ARI Standard 540. STANDARD FOR POSITIVE DISPLACEMENT REFRIGERANT COMPRESSORS AND COMPRESSOR UNITS. 1999.

[34] UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CENTRO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES (Buenos Aires, Argentina). Investigación Operativas I, Simulación método Monte Carlo, Facultad de Ciencias Exactas, Buenos Aires 2005.

[35] ROCHA, Gustavo. APROXIMACIÓN NUMÉRICA Y ERRORES, MÉTODOS NUMÉRICOS, SERIE DE TAYLOR, 2005

[36] HERNÁNDEZ MENDOZA, Oscar Saúl. MODELAMIENTO, SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS TÉRMICOS: BASES Y MODELOS. España, 2004

[37] LINARES, Pedro. RAMOS, Andrés. SANCHEZ, Pedro. SARABIA, Ángel. VITORIANO, Begoña. MODELOS MATEMÁTICOS DE OPTIMIZACIÓN. Universidad Pontificia comillas. Madrid, Octubre 2001.

[38] FERRADA DEL BUSTO, Pedro Manuel. OPTIMIZACIÓN CON APLICACIONES A LA INGENIERÍA QUÍMICA. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, 1994.

[39] BEJAN, Adrian. TSATSARONIS, George. MORAN, Michael. THERMAL DESIGN AND OPTIMIZATION. John Wiley & sons, Inc.

[40] ARMAS VALDES, Juan Carlos – LAPIDO RODRIGUEA, Margarita – GÓMEZ SARDUY, Julio – ROQUE DIAZ, Pablo. OPTIMIZACIÓN TERMOECONÓMICA DE SISTEMAS DE CLIMATIZACIÓN DE AGUA HELADA A PARTIR DE TÉCNICAS DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL. Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodriguez”, Centro de Estudios de Energía y Medio Ambiente (CEEMA), Facultad de Ingeniería Mecánica, Cuba, 2008. Universidad Central “Marta Abreu” de las Villas, Centro de Estudios de Termoenergética Azucarera (CETA), Cuba, 2008.

Referencias de internet:

[41] www.grupoice.com/cler/pdf/ele_rur/diego_arista_ferreryos.pdf

[42] http://energíasolar.110mb.com/?a=heliostato

[43] http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0226-01/capitulo6.html

[44] http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/arauca/87061/docs_curso/C10.htm

[45] http://www.edicionsupc.es/ftppublic/pdfmostra/EM04003M.pdf

[46] http://highperformancehvac.com/hvac-definition.html

[47] http://www.mundohvacr.com.mx/mundo/2009/05/calefaccion/

[48] http://www.utp.edu.co/programas/maestria/sap/stermi.htm

[49]http://www.fceia.unr.edu.ar/fceia1/mecánica/Automotores/MODELADO%20DE%20SISTEMAS%20DINAMICOS.pdf

[50] http://www.dea.icai.upcomillas.es/pagola/Material/modelado.pdf

[51] http://www.uiah.fi/projects/metodi/25b.htm

[52] http://www.unap.cl/public/Construccionde modelos.doc

[53] http://ceagi.org/portal/files/recursos/Tema_1.pdf

[54] http://www.arqhys.com/arquitectura/fisicos-modelos.html

[55] http://www.material_simulacion.ucv.cl/tipos_de_modelos_matematicos.htm

[56] http://es.wikipedia.org/wiki/Espacio_de_estados

[57] http://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis_dimensional

[58] http://www-eupm.upc.es/~mmt/tem4.doc

[59] http://grimaldi.blogspot.es/img/análisis.doc

[60] http://www.uamerica.edu.co/tutorial/4turgas_text3_1.htm

[61] http://www.textoscientificos.com/energía/centrales-electricas/vapor

[62] http://www.uamerica.edu.co/tutorial/1intro_text_1_1.htm

[63] http://www.agualatinoamerica.com/docs/pdf/7-8-02ref.pdf

[64] http://proton.ucting.udg.mx/posgrado/cursos/métodos/ecnolin/fijo/index.html

[65] http://www.scribd.com/doc/15638680/Metodo-de-NewtonRaphson

[66] http://noosfera.indivia.net/métodos/newtonRaphson.html

[67] http://www.mathworks.com/products/simulink

[68] http://www.mhhe.com/engcs/mech/ees/na.html.

[69] http://www.trnsys.com/

[70] http://www.fluent.com/

[71] http://www.ansys.com/products/fluid-dynamics/

[72] http://www.essa.com.co/essa/historico_tarifas.aspx

[73] http://www.gerencie.com/métodos-de-depreciacion.html