

**Curvas de Dispersión para Placas Sometidas a Esfuerzo Axial a través del uso de
Principio de Acustoelasticidad**

Oscar Leonardo Moreno Avellaneda

Trabajo de Grado para Optar al Título de Ingeniero Mecánico

Director:

Jabid Eduardo Quiroga Méndez

Doctor en Ingeniería Civil.

Codirector:

Carlos Andrés Galán Pinilla

Doctor en Ciencia de los Materiales

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Fisicomécanicas

Bucaramanga

2024

Tabla de contenido

	Pág.
Introducción.....	8
1. Planteamiento del Problema.....	9
2. Objetivos.....	12
2.1. Objetivo General	12
2.2. Objetivos Específicos	12
3. Justificación	13
4. Marco Teórico	14
4.1. Antecedentes	14
4.1.1. Antecedentes Internacionales.....	14
4.1.2. Antecedentes Nacionales	15
4.2. Definiciones	17
4.2.1. Propiedades mecánicas de los materiales.	17
4.2.1.1. Elasticidad.....	17
4.2.1.2. Módulo de elasticidad.....	18
4.2.1.3. Resistencia a la tracción.....	19
4.2.1.4. Dureza	19
4.2.1.5. Plasticidad.....	19
4.2.1.6. Resiliencia.....	20

CURVAS DE DISPERSIÓN PLACAS CON ESFUERZO AXIAL	3
4.2.2. Tensión.....	20
4.2.3. Velocidad de Propagación	20
4.2.4. Coeficiente de Poisson.....	20
4.2.5. Fuerza Axial.....	21
4.2.6. Ondas ultrasónicas	21
4.2.7. Acustoelasticidad	21
4.2.8. Método Semi Analítico de Elementos Finitos	22
4.2.9. Matriz de Rigidez.....	22
4.2.10. Campo de Desplazamiento con Elementos Finitos.....	24
4.2.11. Matrices elementales.....	25
4.2.12. Ampliación de SAFE para incluir fuerzas axiales.	26
5. Resultados.....	27
5.1. Muestra.....	27
5.2. Curvas de Dispersión Obtenidas	27
5.3. Análisis de Resultados	29
5.3.1. Analisis de Curvas Ante Cambios en los Esfuerzos	29
5.3.2 Analisis de las Curvas ante Cambios en el Espesor y Material	35
6. Conclusiones.....	37
Referencias Bibliográficas.....	38
Apéndice.....	40

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1 Fallas en Estructuras	9
Figura 2 Curvas de dispersión	10
Figura 3 Estados de deformación de un material	18
Figura 4 Elemento Isoparamétrico de 3 nodos	22
Figura 5 Curvas de Dispersión Obtenidas, Placa sometida a esfuerzo Axial.....	28
Figura 6 Frecuencia vs Numero de onda	29
Figura 7 Frecuencia vs Velocidad de fase	30
Figura 8 Frecuencia vs Velocidad de Grupo	31
Figura 9 Análisis más detallado de Frecuencia vs Velocidad de fase	32
Figura 10 Variación de Esfuerzos	33
Figura 11 Frecuencia vs Velocidad de Grupo Aumento de Esfuerzo	34
Figura 12 Frecuencia vs Velocidad de Fase (Cambio del espesor de la placa).....	35
Figura 13 Frecuencia vs Velocidad de Fase (Análisis Material).....	36

Lista de Apéndice

Pág.

Apéndice A. Código realizado a través de MATLAB..... 40

Resumen

Título: Curvas de Dispersión para Placas Sometidas a Esfuerzo Axial a través del uso de Principio de Acoustoelasticidad*.

Autor: Oscar Leonardo Moreno Avellaneda†

Palabras clave: Acoustoelasticidad, Curvas de Dispersión, Propiedades Mecánicas, Esfuerzo Axial, MATLAB.

Descripción:

Este trabajo se enfoca en la evaluación de propiedades mecánicas de los materiales a través del principio de acoustoelasticidad, calculando curvas de dispersión para placas sometidas a esfuerzos axiales mediante el uso de un algoritmo en el software MATLAB. Se lleva a cabo una comparación de los resultados obtenidos en dos contextos: cuando la placa no está sometida a esfuerzo axial y cuando está bajo la influencia de esfuerzos axiales. Este algoritmo permitió identificar y analizar las variaciones en las curvas de dispersión, como a partir del esfuerzo axial ocurrieron cambios en la velocidad de fase y la velocidad de grupo lo que es de gran utilidad en el estudio de la acoustoelasticidad.

Los resultados de esta comparación ofrecen una comprensión más profunda de como a partir del esfuerzo axial se afectaría las propiedades mecánicas de los materiales y cómo estas varían en diferentes situaciones, lo cual es de gran importancia, desde la detección de defectos en materiales y estructuras hasta la mejora de la eficiencia en diversas áreas de aplicación. Este enfoque contribuye significativamente al conocimiento y la aplicación de las propiedades mecánicas de los materiales en distintos contextos, lo que beneficia a la industria y la investigación en general.

*: Trabajo de grado

†: Facultad de Ingenierías Fisicomécanicas. Director: PhD. Jabid Eduardo Quiroga Méndez. Codirector PhD. Carlos Andrés Galán Pinilla

Abstract

Title: Dispersion Curves for Plates Subjected to Axial Stress Using the Acoustoelasticity Principle.

Authors: Oscar Leonardo Moreno Avellaneda[†]

Keywords: Acoustoelasticity, Dispersion Curves, Mechanical Properties, Axial Stress, MATLAB.

Description:

This work focuses on assessing mechanical properties of materials through the principle of acoustoelasticity, calculating dispersion curves for plates subjected to axial stresses using an algorithm in MATLAB software. A comparison of results was conducted between two contexts: when the plate is not subjected to axial stress and when under the influence of axial stresses. This algorithm enabled the identification and analysis of variations in dispersion curves. It was observed that axial stress induced changes in both phase and group velocity, which are highly valuable in the study of acoustoelasticity.

The outcomes of this comparison offer a deeper understanding of how axial stress affects the mechanical properties of materials and how these vary in different situations. This insight is crucial, ranging from defect detection in materials and structures to enhancing efficiency in diverse application areas. This approach significantly contributes to advancing the knowledge and practical application of mechanical properties in various contexts, benefiting both industry and research at large.

*: Bachelor Thesis

†: Facultad de Ingenierías Fisicomécanicas. Director: PhD. Jabid Eduardo Quiroga Méndez. Codirector PhD. Carlos Andrés Galán Pinilla

Introducción

La forma en la que se conoce o calculan las propiedades mecánicas de los materiales se lleva a cabo mediante diferentes ensayos realizando pruebas y técnicas como por ejemplo los ensayos de dureza, tracción, compresión, flexión, torsión, fatiga entre otros que permiten analizar y conocer sus propiedades a medida que se han estudiado su comportamiento se conoce una técnica eficiente para calcular las propiedades mecánicas de los materiales a través del principio de acustoelasticidad se basa en la propagación de ondas acústicas en el material teniendo en cuenta con las variaciones de la velocidad de propagación.

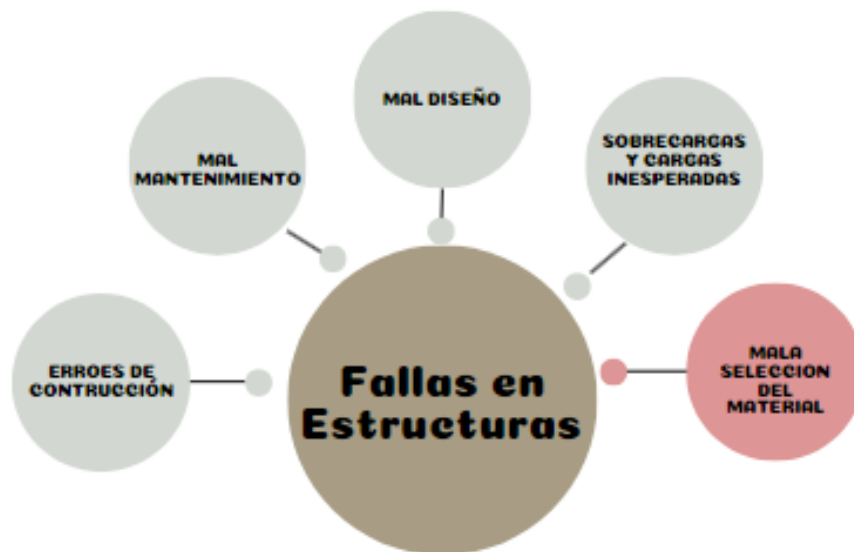
Usando esta técnica se generan curvas de dispersión que nos permiten conocer las propiedades elásticas del material y la distribución de tensiones en la placa, esto se obtiene excitando una placa con una fuente de ondas acústicas variando la velocidad de propagación en diferentes direcciones de la placa, este fenómeno se usa en diferentes campos de la ingeniería como la detección de fallas de los materiales, caracterización de materiales ente muchos otros.

1. Planteamiento del Problema

En la antigüedad conocer las propiedades mecánicas de los materiales era un proceso que no daba ninguna certeza se realizaba mediante observación y experiencia lo cual no generaba datos confiables, tener conocimiento de sus características es importante debido a que al emplear un material para dicha aplicación se requiere conocer exactamente sus propiedades mecánicas y así poder hacer una buena elección.

Figura 1

Fallas en Estructuras

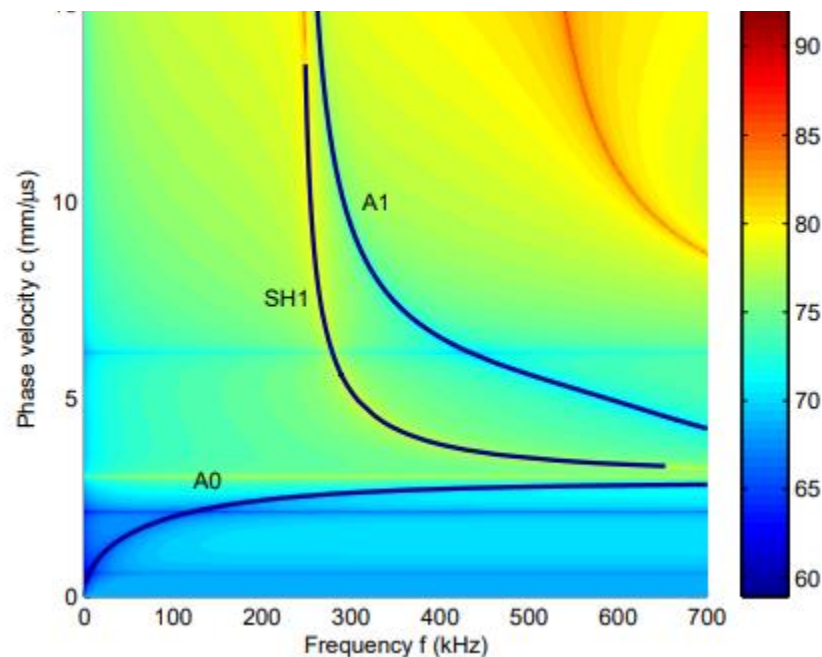


Este principio permite predecir como se deformarán y se comportaran bajo diferentes condiciones debido a que los materiales solidos presentan propiedades elásticas, lo que significa que pueden deformarse bajo la acción de una fuerza externa y luego volver a su estado natural cuando se elimina esta fuerza estas propiedades elásticas pueden ser descritas por medio de tensores de deformación y tensores de esfuerzo dependiendo de la

dirección y magnitud de las tensiones y deformaciones presentes midiendo las velocidades. Para llevar a cabo la medición de las propiedades acústicas de los materiales, es necesario utilizar técnicas de generación y detección de ondas acústicas. Estas técnicas incluyen el uso de transductores piezoeléctricos para generar y detectar ondas acústicas en el material, así como el uso de instrumentación especializada para medir las propiedades de las ondas acústicas generadas y su interacción con el material. Además, es importante tener en cuenta que las propiedades mecánicas de los materiales pueden variar dependiendo de la composición química, la estructura cristalina, la temperatura, la humedad y otros factores ambientales.

Figura 2

Curvas de dispersión



Nota: Curvas de dispersión generadas utilizando la teoría para una placa de aluminio estresada con $\sigma_{11} = 120$ MPa y $\phi = 45^\circ$ tomada de (Gandhi, 2010)

Por lo tanto, es necesario llevar a cabo mediciones en una amplia variedad de condiciones para obtener un conocimiento completo de las propiedades mecánicas de los materiales. en el futuro se espera que este principio de acustoelasticidad permita monitorear de forma precisa estructuras, puentes, edificios y aviones para detectar pequeñas deformaciones permitiendo una intervención más rápida y eficaz la acustoelasticidad también se utiliza en medicina para la detección de tumores cancerosos de forma precisa en si este principio tiene unas amplias aplicaciones importantes.

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Calcular las curvas de dispersión para placas sometidas a esfuerzos axiales a través del uso del principio de acustoelasticidad para estudiar las propiedades mecánicas del material.

2.2. Objetivos Específicos

- Realizar una revisión bibliográfica para determinar cuáles son los métodos que se usan para estimar el comportamiento de las ondas guiadas cuando el material está sometido a esfuerzos.
- Determinar las curvas de dispersión usando el software MATLAB para placas sometidas a esfuerzos axiales a través de uso del principio de acustoelasticidad.
- Comparar las curvas de dispersión obtenidas con literatura en las que se presentan curvas similares para validar el funcionamiento del algoritmo.

3. Justificación

El principio de la acustoelasticidad es un fenómeno que describe la relación entre la tensión y la velocidad del sonido en un material, aplicado en el campo de la mecánica de sólidos, se refiere al cambio de la velocidad de las ondas acústicas que se propagan a través de un material debido a la tensión aplicada, este principio ha sido ampliamente estudiado y aplicado a diferentes materiales. Estas curvas proporcionan información muy útil sobre las propiedades mecánicas de la placa que se obtienen al medir el cambio en la velocidad de las ondas acústicas a medida que se propagan por la placa bajo diferentes niveles de tensión axial, el uso de estas curvas de dispersión tiene aplicaciones en diferentes campos, incluido el control de la salud estructural, los ensayos no destructivos y la caracterización de materiales también se puede usar para detectar y cuantificar cambios en las propiedades mecánicas de un material como grietas, corrosión o degradación del material además este principio permite mejorar la precisión de la caracterización del material.

4. Marco Teórico

4.1. Antecedentes

4.1.1. *Antecedentes Internacionales*

Navneet Gandhi en su artículo “Determination of dispersion curves for acoustoelastic lamb wave propagation [Determinación de curvas de dispersión para la propagación de ondas Lamb acoustoelásticas]. (2010).” Investigó la relación entre las curvas de dispersión de las ondas acoustoelásticas de Lamb y las propiedades del material de la placa, se presentó un análisis teórico y de ahí se derivaron las ecuaciones de dispersión de las ondas de Lamb en la placa los resultados mostraron que las curvas de dispersión se ven afectadas por la presencia de tensión en la placa, lo que hace que la placa se convierta en anisotrópica y que la dispersión de las ondas se vuelva dependiente de la dirección. También se presenta un método aproximado utilizando constantes elásticas efectivas (EEC) que se utilizan para describir la propagación de ondas en placas estresadas biaxialmente, finalmente se comparó la predicción teoría y el método EEC con los resultados para un modo de onda único.

S. Chaki y G. Bourse en su artículo “Stress level measurement in prestressed steel strands using acoustoelastic effect [Medición del nivel de tensión en cordones de acero pretensados mediante efecto acústicoelástico].” (2009). Uso un procedimiento de ondas guiadas para monitorear los niveles de tensión en cordones de acero de 7 hilos (15,7 mm de diámetro) el método consiste en enviar ondas sonoras a través de cordones y medir la velocidad de propagación a diferentes tensiones. Como resultado se observó que a medida que aumenta la tensión en los cordones la

velocidad de propagación de las ondas disminuía y este método es capaz de medir con precisión el nivel de tensión en los cordones de acero incluso cuando los cordones estaban sometidos a niveles de tensión muy altos y se desarrolló un método un método no destructivo para hacerlo lo cual puede ser muy eficaz para monitorear las estructuras donde se emplean este tipo de cordones.

Marc Duquennoy, Mohammadi Ouafrouh, Dany Devos, Frédéric Jenot, y Mohamed Ourak en su artículo “Effective elastic constants in acoustoelasticity [Constantes elásticas efectivas en acoustoelasticidad.]” (2008). Estudiaron las constantes elásticas efectivas, se examina como las ondas acústicas afectan las constantes elásticas de un material y como estos cambios se pueden medir y cuantificar y encontraron que la velocidad del sonido puede cambiar significativamente en respuesta a la aplicación de ondas acústicas, los autores desarrollaron un modelo teórico que se basa en la teoría de la elasticidad y la teoría de las ondas acústicas proporcionando una descripción matemática detallada de las interacciones entre las ondas y las propiedades del material, lo cual tienen aplicaciones en la detección de grietas y la evaluación de la integridad estructural en materiales compuestos y en la industria aeroespacial, y para evaluar la salud de las estructuras detectando fallas en ellas antes de que se conviertan en problemas mayores.

4.1.2. Antecedentes Nacionales

Jabid Quiroga, Luis Mújica, Rodolfo Villamizar, Magda Ruiz y Jhonatan Camacho Navarro en este artículo “Estimation of dispersion curves combining Effective Elastic Constants and the SAFE Method: A case study on a plate under stress [Estimación de curvas de dispersión combinando Constantes Elásticas Efectivas y el

Método SAFE: Un estudio de caso en una placa sometida a tensión].” (2017). Se analiza el comportamiento elástico de una placa sometida a tensiones en el cual se lleva a cabo una metodología para determinar las curvas de dispersión de ondas elásticas en la placa utilizando tanto las constantes elásticas efectivas como el método SAFE lo que permite obtener información más precisa y detallada sobre el comportamiento elástico, lo cual puede ser utilizado en diferentes aplicaciones de ingeniería y ciencia de los materiales.

Andrés Fernando Ruiz Giraldo y Diego Javier Tascón Mosquera En su Tesis “Medición de propiedades elásticas de los materiales isotrópicos por ultrasonido” Universidad Autónoma De Occidente 2013, Tuvo Como Objetivo la medición de propiedades elásticas de los materiales isotrópicos a través de ondas de ultrasonido por medio de ensayos no destructivos, utilizando un proceso de inmersión, en el cual la pieza está en contacto con agua mediante el uso de transductores de inmersión donde se estudian las señales obtenidas para poder determinar la precisión de las propiedades elásticas de estos materiales y se comparan estos datos obtenidos experimentalmente con datos otorgados en diferentes literaturas, y como resultado se presentó coherencia con los datos para muestras de acero y vidrio con valores de velocidad transversal y longitudinal se presentaron desviaciones relativas de 2,63% lo cual nos dice que el método de medición fue preciso.

4.2. Definiciones

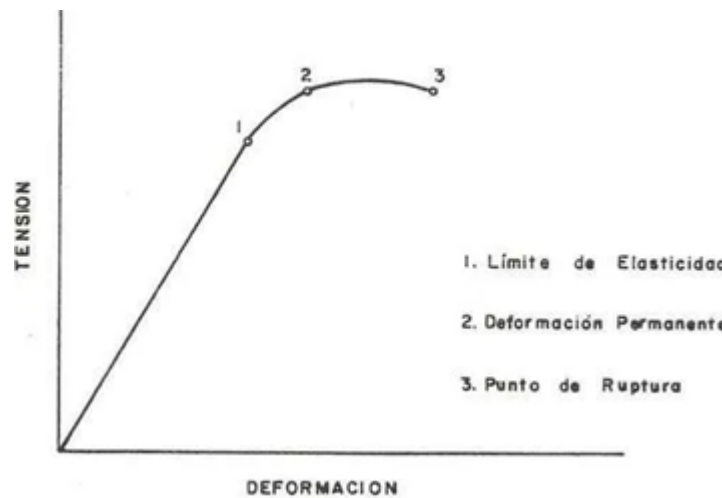
4.2.1. *Propiedades mecánicas de los materiales.*

Las propiedades de los materiales están asociadas con su capacidad para transmitir y resistir fuerzas o deformaciones aplicadas se refieren a su capacidad de mantener su integridad estructural y resistir cambios en su forma o dimensiones cuando se les aplica una carga externa.

4.2.1.1. Elasticidad. La elasticidad es una propiedad mecánica presente en los materiales que les permite experimentar deformaciones reversibles cuando se ven sometidos a fuerzas externas. La deformación se refiere a los cambios en forma y tamaño de un objeto. Un material se considera elástico si la deformación causada por una fuerza se detiene una vez que esa fuerza desaparece. Sin embargo, los materiales elásticos tienen un límite máximo de deformación conocido como límite elástico. Si se excede este límite, la deformación del material se vuelve permanente y sus propiedades se alteran. Además, si el esfuerzo aplicado al material supera las fuerzas internas de cohesión, se pueden generar fisuras y, eventualmente, el material fallará. (Osorio, 2011).

Figura 3

Estados de deformación de un material



Nota. El gráfico representa como un material puede experimentar cambios en su tamaño o forma bajo la aplicación de fuerzas externas tomado de (Osorio, 2011).

4.2.1.2. Módulo de elasticidad. El módulo de elasticidad de un material se refiere a la relación entre la fuerza o esfuerzo aplicado al material y la cantidad de deformación que experimenta por unidad de longitud. Es una medida de la rigidez del material cuando se le somete a una carga externa. Cuando esta relación entre el esfuerzo y la deformación unitaria es lineal, constante y no se alcanza el límite de proporcionalidad, el material exhibe un comportamiento elástico que sigue la Ley de Hooke. Esto significa que el material puede recuperar su forma original una vez que se elimina la carga aplicada, sin sufrir deformaciones permanentes. (Osorio, 2011).

4.2.1.3. Resistencia a la tracción. La resistencia a la tracción (también conocida como resistencia a la rotura) es un parámetro utilizado para evaluar la capacidad de un material para resistir fuerzas de tracción. Representa el máximo esfuerzo mecánico de tracción que una muestra o probeta puede soportar antes de romperse bajo carga. En otras palabras, la resistencia a la tracción es una medida de la resistencia máxima del material a ser estirado o sometido a una fuerza de tracción sin sufrir fractura.

4.2.1.4. Dureza. La dureza de un material se refiere a la resistencia que presenta ante la deformación permanente de su superficie por medio de rayado o penetración. En términos generales, cuanto mayor sea la dureza de un material, menor será la marca o huella dejada en su superficie al aplicar una fuerza. En otras palabras, la dureza de un material tiende a ser inversamente proporcional al tamaño o profundidad de la marca resultante al someterlo a una fuerza. (Rodríguez, 2017)

4.2.1.5. Plasticidad. La plasticidad es una propiedad mecánica de los materiales que implica la capacidad de sufrir deformaciones permanentes e irreversibles. En ocasiones, incluso pequeños aumentos en la tensión aplicada pueden resultar en incrementos proporcionales en la deformación del material. Sin embargo, cuando la carga aplicada es igual a cero, el objeto recupera su forma original sin retener ninguna deformación permanente.

4.2.1.6. Resiliencia. La resiliencia es una propiedad de los materiales que les permite recuperar su forma o posición original después de haber sido sometidos a fuerzas de flexión, estiramiento o compresión.

4.2.2. Tensión

La tensión es la respuesta interna que experimenta una pieza o material cuando se le aplica una carga externa. Esta tensión siempre es de igual magnitud, pero con dirección opuesta a la carga aplicada. La medida de la tensión se realiza en Pascales, que representa la cantidad de tensión generada por una carga de un Newton aplicada sobre un área de un metro cuadrado.

4.2.3. Velocidad de Propagación

La velocidad de propagación de una onda está determinada por la rigidez y la densidad del medio en el que se propaga. Si el medio es más rígido, las secciones de este ejercerán una mayor fuerza sobre las secciones adyacentes, lo que resultará en una mayor velocidad de propagación de la onda. (Tomé, 2018)

4.2.4. Coeficiente de Poisson

El coeficiente de Poisson es una propiedad adimensional específica de cada material que describe su respuesta a ciertos esfuerzos aplicados, en términos de deformación. Este coeficiente es un indicador de la relación entre las deformaciones longitudinales y transversales de un trozo de material cuando se somete a esfuerzos.

4.2.5. Fuerza Axial

Una fuerza axial es aquella que actúa directamente en el centro axial de un objeto, en la dirección de su eje longitudinal. Esta fuerza puede ser de compresión o de tensión, dependiendo de si actúa hacia adentro o hacia afuera del objeto respectivamente. Si la fuerza axial se aplica a lo largo del eje longitudinal y pasa por el centro geométrico del objeto, se le llama fuerza axial concéntrica. Por otra manera, si la fuerza no pasa por el centro geométrico del objeto, se le denomina fuerza axial excéntrica.

4.2.6. Ondas ultrasónicas

Las ondas de sonido son una forma de transferir energía que necesita un medio material para propagarse. El ultrasonido, por su parte, es una técnica de medición no destructiva que se utiliza para evaluar materiales sin causar daño o invasión. (Perez, 2014)

El ultrasonido consiste en ondas sonoras que se distinguen por su operación a frecuencias más altas que la gama audible del espectro acústico.

4.2.7. Acustoelasticidad

Es un fenómeno que estudia la relación entre la tensión aplicada y la velocidad de propagación de las ondas acústicas en materiales sólidos. Fue propuesta por primera vez en 1953 por Hughes y Kelly, y se basa en la teoría de deformaciones finitas de Murnaghan para estructuras que han sido predeformadas, inicialmente de forma isotrópica. Con el tiempo, esta teoría se ha generalizado para aplicarse a materiales con simetría arbitraria y se utiliza para investigar las tensiones aplicadas y las tensiones residuales en los sólidos. (Gandhi, 2010).

4.2.8. Método Semi Analítico de Elementos Finitos

Es una técnica numérica que combina aspectos de métodos analíticos y elementos finitos para el análisis de estructuras y así obtener soluciones precisas y eficientes. El Método comienza dividiendo la región de interés en elementos no superpuestos. Luego, se convierte la formulación fuerte o diferencial en una formulación débil o integral. Se calculan las matrices locales para cada elemento, después se ensamblan en un sistema global de ecuaciones para modelar todo el problema. (Avellaneda Gonzalez, 2021)

4.2.9. Matriz de Rigidez

La matriz de rigidez para un elemento en análisis de elementos finitos es una matriz que relaciona las fuerzas y los desplazamientos en ese elemento. Esta matriz se utiliza para calcular cómo se deformará y responderá el elemento bajo cargas externas. Su fórmula general se muestra en la Ecuación (1).

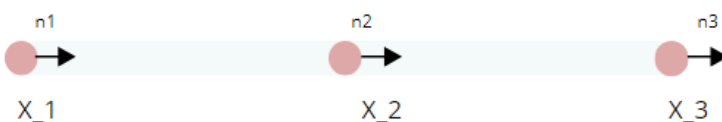
$$k = \int B^T C B dV \quad (1)$$

En la Ecuación (2), se muestra como en un elemento bidimensional de 3 nodos, el Jacobiano se utiliza para relacionar las coordenadas físicas X y Y con las coordenadas locales ξ y η

$$J = \frac{dx}{d\xi} = \sum \frac{dn_i}{d\xi} x_i = \frac{2\xi - 1}{2} x_1 - 2\xi x_2 + \frac{2\xi + 1}{2} x_3 \quad (2)$$

Figura 4

Elemento Isoparamétrico de 3 nodos



En la Ecuación (3), para un elemento Isoparamétrico de 3 nodos el jacobiano es $L/2$.

$$J = \frac{X_3 - X_1}{2} = \frac{L}{2} \quad (3)$$

L es la longitud del elemento.

En la Ecuación (4), se muestra como quedaría conformada la matriz B en coordenadas locales ξ y η .

$$B = \left[\begin{array}{cc} \frac{2\xi - 1}{2} & -2\xi \\ -2\xi & \frac{2\xi + 1}{2} \end{array} \right] \quad (4)$$

La matriz C para un material isótropo se muestra en la Ecuación (5), que describe el comportamiento elástico, Esta matriz es simétrica y contiene las constantes elásticas que relacionan las tensiones y deformaciones en un material bajo diferentes condiciones de carga.

$$C = \frac{2E}{1 - \nu^2} \left[\begin{array}{ccc} 1 - \nu & \nu & \nu \\ \nu & 1 - \nu & \nu \\ \nu & \nu & 1 - \nu \\ & & \frac{1 - 2\nu}{2} \\ & & \frac{1 - 2\nu}{2} \\ & & \frac{1 - 2\nu}{2} \end{array} \right] \quad (5)$$

El módulo de elasticidad ν y la relación de Poisson (Gravenkamp, Birk, y Song, 2014). Esta matriz C describe cómo un material isotrópico responde a las fuerzas y tensiones en cualquier dirección.

4.2.10. Campo de Desplazamiento con Elementos Finitos

En una guía de onda elástica que se extiende en la dirección z , en las Ecuaciones (6), (7) y (8) podemos representar el campo de desplazamiento como una combinación de una función exponencial compleja a lo largo de la guía de onda y una aproximación basada en elementos finitos en la sección transversal.

$$u(x, y, z, t) = u(x, y) \cdot e^{-j(xz - wt)} \quad (6)$$

$$v(x, y, z, t) = v(x, y) \cdot e^{-j(xz - wt)} \quad (7)$$

$$w(x, y, z, t) = w(x, y) \cdot e^{-j(xz - wt - \frac{\pi}{2})} \quad (8)$$

La energía almacenada en un elemento infinitesimal de la guía de ondas debido a la deformación se muestra en la Ecuación (9), describe la energía almacenada en un elemento infinitesimal de la guía de ondas debido a la deformación, utilizando los tensores de deformación y rigidez, y también incluye parámetros específicos de la guía de ondas.

$$s = \frac{1}{2} \varepsilon^T \cdot C \cdot \varepsilon = \frac{1}{2} [k^2 \cdot S_2 + k \cdot S_1 + S_0] \quad (9)$$

Donde C es la matriz de rigidez T denota la transpuesta. Los esfuerzos debidos al campo de desplazamiento se descomponen en una función mostrada en la Ecuación (10), sobre la sección transversal, multiplicada por la exponencial compleja.

$$\varepsilon(x, y) = \varepsilon_0(x, y) + k\varepsilon_1(x, y) \quad (10)$$

Las Ecuaciones (11), (12) y (13), muestra cómo podemos expresar los componentes de la energía de deformación.

$$S_0 = \varepsilon_0^T C \varepsilon_0 \quad (11)$$

$$S_1 = \varepsilon_0^T C \varepsilon_1 + \varepsilon_1^T C \varepsilon_0 \quad (12)$$

$$S_1 = \varepsilon_1^T C \varepsilon_1 \quad (13)$$

4.2.11. Matrices elementales

Hallamos la matriz de interpolación N Ecuación (14), que es una función de coordenadas locales (ξ, η) .

$$\bar{u}(\xi, \eta) = N(\xi, \eta)u \quad (14)$$

Se calculan las matrices elementales haciendo la integración sobre el área de los elementos, representadas en las Ecuaciones (15), (16), (17) y (18), describen aspectos específicos de un elemento finito, como las propiedades del material, interacciones entre elementos adyacentes y características físicas o geométricas del elemento, a través de la integración sobre el área del elemento. Estas matrices se ensamblan luego para formar el sistema global que describe el comportamiento del sistema en su conjunto.

$$E_0 = \int B_0 C B_0^T \det J d\xi d\eta \quad (15)$$

$$E_1 = \int [B_0 C B_1^T + B_1 C B_0^T] \det J d\xi d\eta \quad (16)$$

$$E_2 = \int B_1 C B_1^T \det J d\xi d\eta \quad (17)$$

$$m = \int N \rho N^T \det J d\xi d\eta \quad (18)$$

A partir de las matrices elementales la Ecuación (19), representa la ecuación de movimiento describe el comportamiento dinámico o estático de un sistema estructural en función de su masa, las propiedades de rigidez y los desplazamientos.

$$M\ddot{U} + [k^2 \cdot K_2 + kK_1 + K_0]U = 0 \quad (19)$$

4.2.12. Ampliación de SAFE para incluir fuerzas axiales.

Cuando analizamos únicamente la carga axial a lo largo de la dirección z en la guía de ondas, sólo necesitamos considerar la tensión inicial $\sigma_{zz}^{(0)}$, Ecuación (21), este término refleja la forma idéntica de la energía cinética, lo que lleva a una matriz de rigidez adicional proporcional a la matriz de masa, Ecuación (20), (Loveday PW, 2008, p.8).

$$M\ddot{U} + [k^2 \cdot (K_2 + K^{(0)}) + kK_1 + K_0]U = 0 \quad (20)$$

$$K^{(0)} = \frac{\sigma_{zz}^{(0)}}{\rho} M \quad (21)$$

5. Resultados

5.1.Muestra

La muestra que se utilizó en el análisis fue una placa plana con forma rectangular sometida a esfuerzos axiales. Esto nos permitirá estudiar su comportamiento bajo cargas de compresión o tensión a lo largo de su eje principal.

Material: Acero

Espesor: 1mm

Tipo de placa: plana

Forma: Rectangular

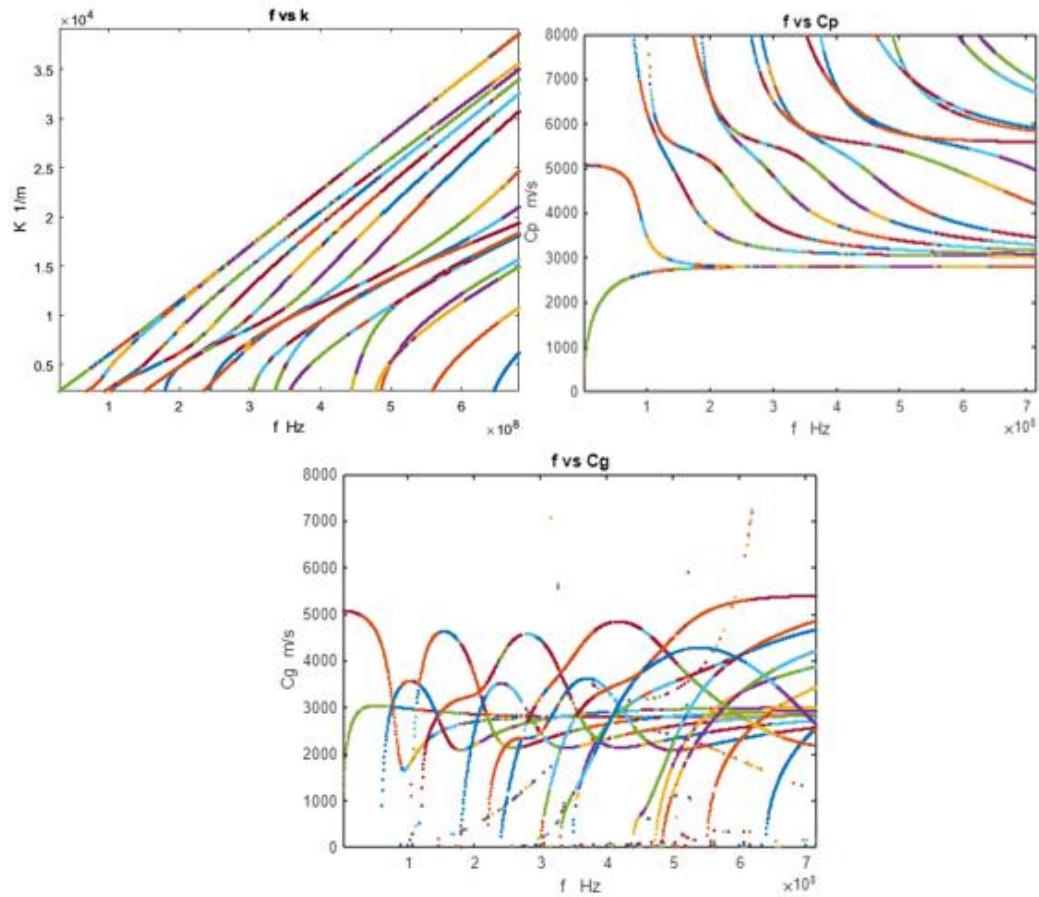
Esfuerzo aplicado: axial

5.2.Curvas de Dispersión Obtenidas

Los resultados de nuestro estudio se obtuvieron a través de la implementación de un código en MATLAB. Este software permitió la generación de gráficas detalladas y representativas que nos proporcionan una visión clara de los datos y los hallazgos de investigación. Estas gráficas desempeñan un papel fundamental en la presentación y el análisis de los resultados, lo que contribuye significativamente a la comprensión y la interpretación de nuestro estudio.

Figura 5

Curvas de Dispersión Obtenidas, Placa sometida a esfuerzo Axial



Nota. Curvas de Dispersión obtenidas a través de MATLAB aplicando un esfuerzo axial de $\sigma = 50\text{Mpa}$.

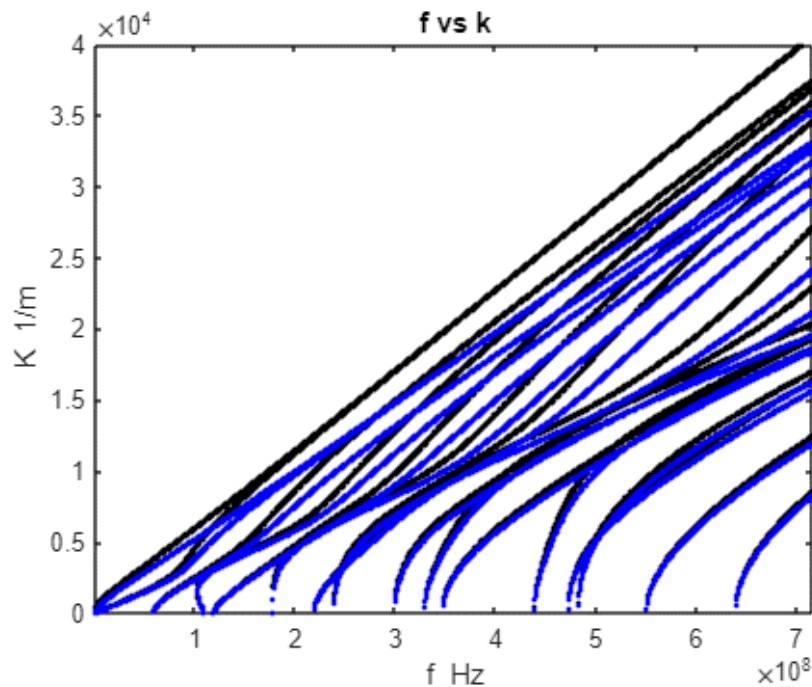
5.3. Análisis de Resultados

5.3.1. Análisis de las Curvas ante Cambios en los Esfuerzos

Al comparar las curvas de dispersión sin esfuerzo axial y con esfuerzo axial de 50 Mpa se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 6

Frecuencia vs Numero de onda



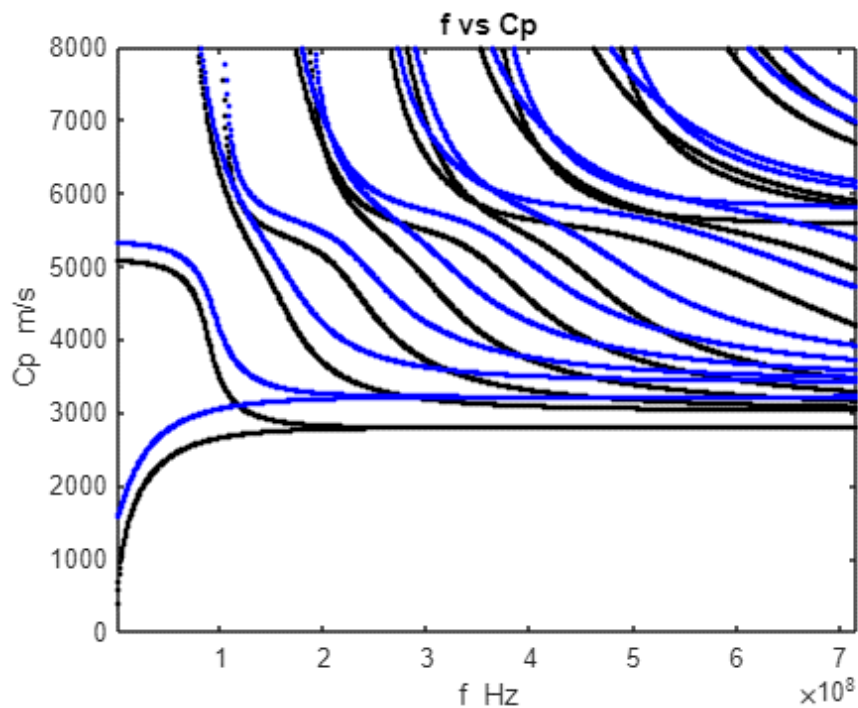
Nota. Comparación de curvas de dispersión obtenida mediante MATLAB, Frecuencia en Hz y numero de onda en 1/m cuando la placa de acero (1mm) está sometida a esfuerzo axial (Azul) y cuando no tiene esfuerzo (Negro).

En la Figura (6), se puede apreciar el comportamiento de frecuencia vs Numero de onda, aunque su representación sea principalmente ilustrativa. No obstante, su importancia

radica en su papel crucial para la determinación de dos aspectos fundamentales: la velocidad de fase y la velocidad de grupo, de suma relevancia en el estudio de la acustoelasticidad.

Figura 7

Frecuencia vs Velocidad de fase

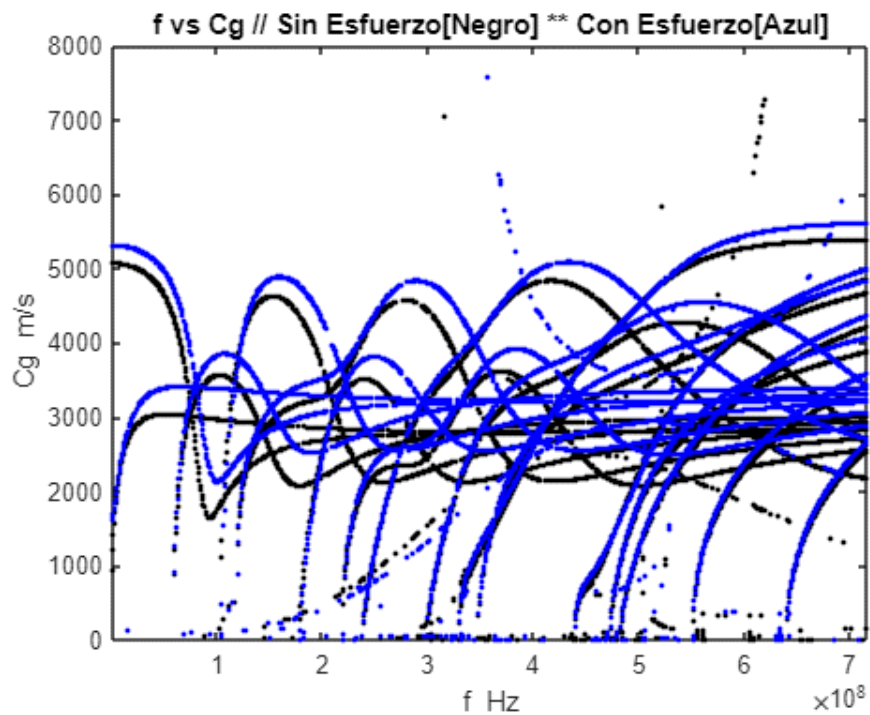


Nota. Comparación de curvas de dispersión obtenida mediante MATLAB, frecuencia en Hz y Velocidad de fase (m/s) cuando la placa (1mm) está sometida a esfuerzo axial (Azul) y cuando no tiene esfuerzo (Negro).

En la Figura (7), Se puede evidenciar un desplazamiento a la arriba que muestra un aumento en la velocidad de propagación de las ondas en el material al aplicarle un esfuerzo axial en la placa.

Figura 8

Frecuencia vs Velocidad de Grupo

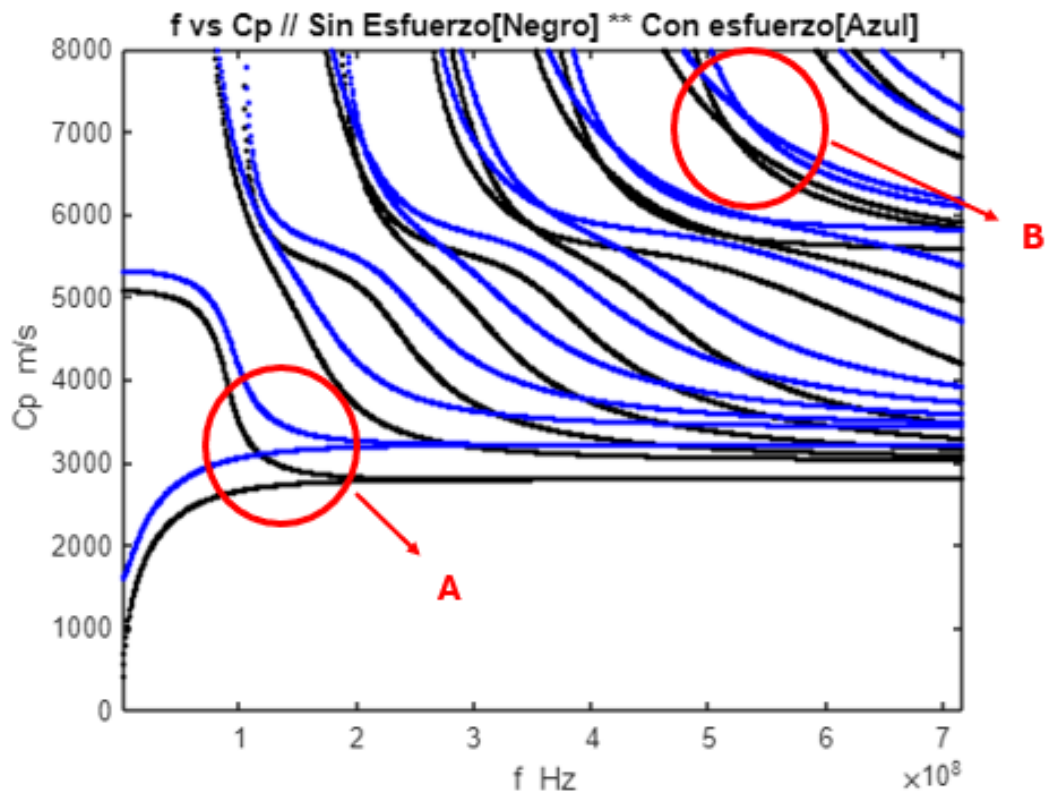


Nota. Comparación de curvas de dispersión obtenida mediante MATLAB, Frecuencia en Hz y velocidad de grupo en (m/s) cuando la placa (1mm) está sometida a esfuerzo axial (Azul) y cuando no tiene esfuerzo (Negro).

En la Figura (8), se puede observar que cuando se aplica esfuerzo axial al material y se observan las curvas de dispersión en acustoelasticidad, es posible notar un aumento en la velocidad de grupo en las ondas.

Figura 9

Análisis más detallado de Frecuencia vs Velocidad de fase



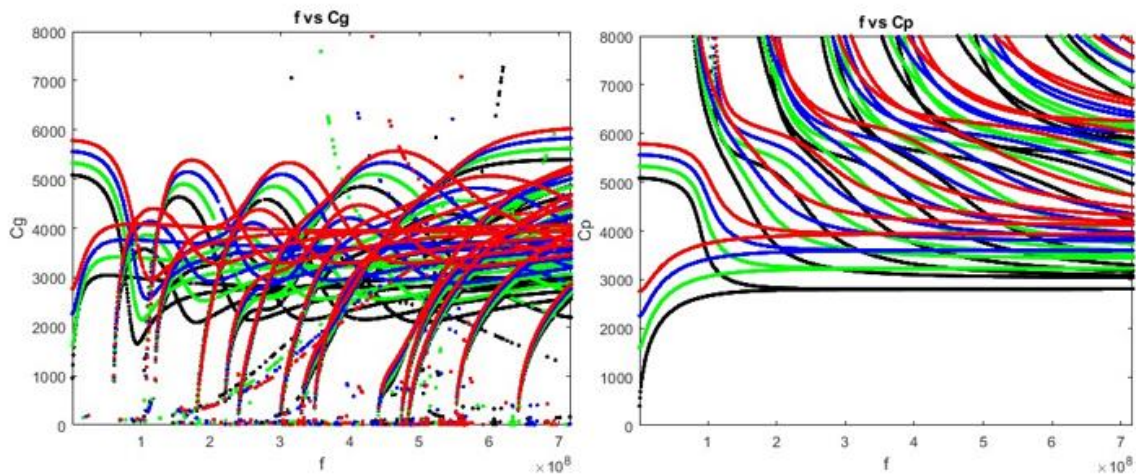
Nota. Análisis de la velocidad de fase en el modo A y el modo B, Sin esfuerzo axial y con esfuerzo Axial.

Se puede observar en la Figura (9), que a diferentes frecuencias se puede apreciar un comportamiento constante es decir siempre hay un aumento de la velocidad de fase debido al esfuerzo axial en todos los valores de Frecuencia.

Al ir incrementando el esfuerzo del material las curvas presentan el siguiente comportamiento mostrado en la Figura (10).

Figura 10

Variación de Esfuerzos

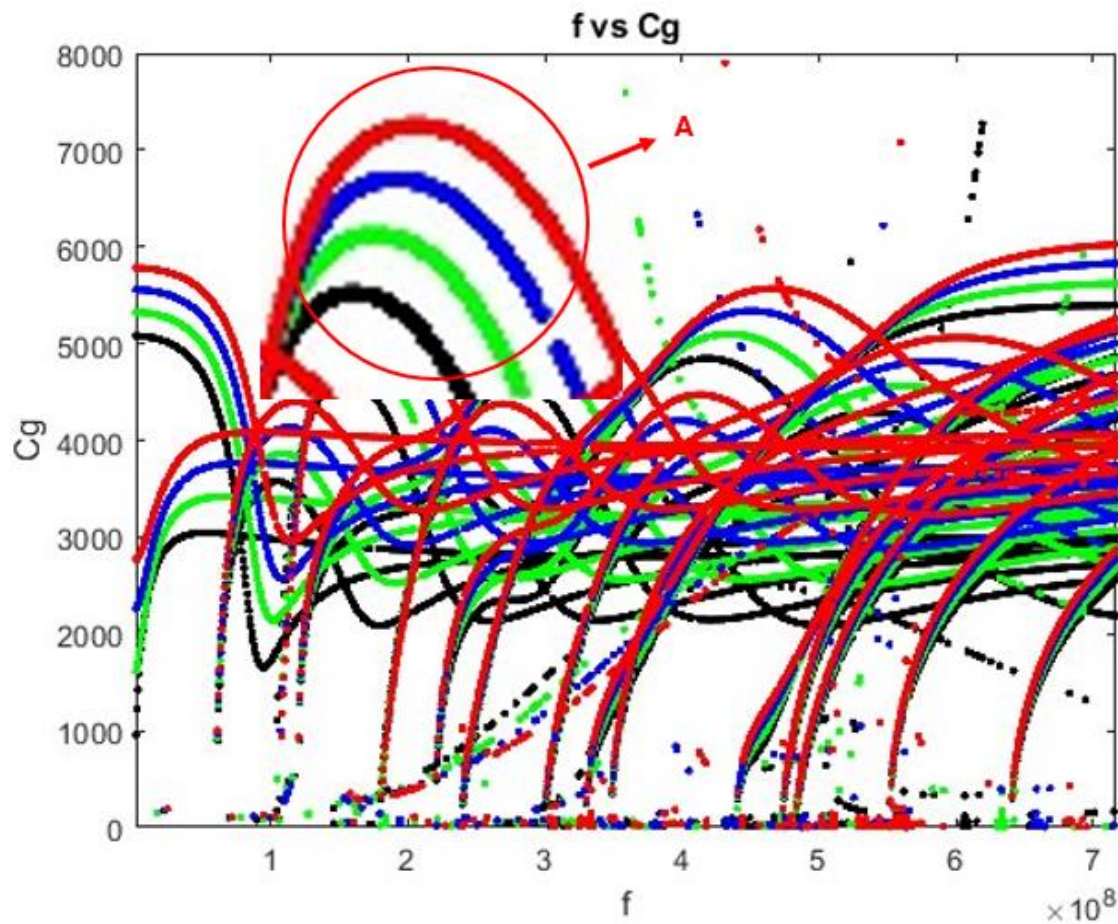


Nota. Comportamiento de la velocidad de grupo C_g y velocidad de fase C_p al variar el esfuerzo axial.

Un análisis más detallado del comportamiento al aumentar el esfuerzo se puede apreciar en la Figura (11), en el modo A, se aprecia el cambio de la velocidad de grupo en un rango de frecuencia específico el incremento es constante, lo que significa es que siempre que se aumenta el esfuerzo la velocidad de fase y velocidad de grupo tienden a aumentar.

Figura 11

Frecuencia vs Velocidad de Grupo Aumento de Esfuerzo



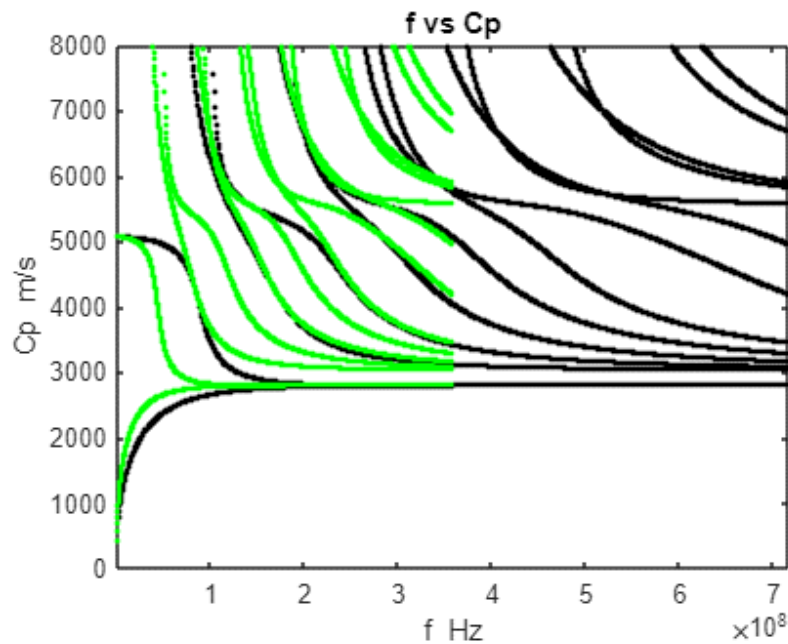
Nota. Comparación de curvas de dispersión obtenida mediante MATLAB, Frecuencia vs Velocidad de Grupo.

5.3.2. Análisis de las Curvas ante Cambios en el Espesor y el Material

También se analizó el comportamiento de las curvas de dispersión al variar el espesor de la placa conservando el esfuerzo axial de lo cual se muestra en la Figura (12), se presenta un desfase.

Figura 12

Frecuencia vs Velocidad de Fase (Cambio del espesor de la placa)



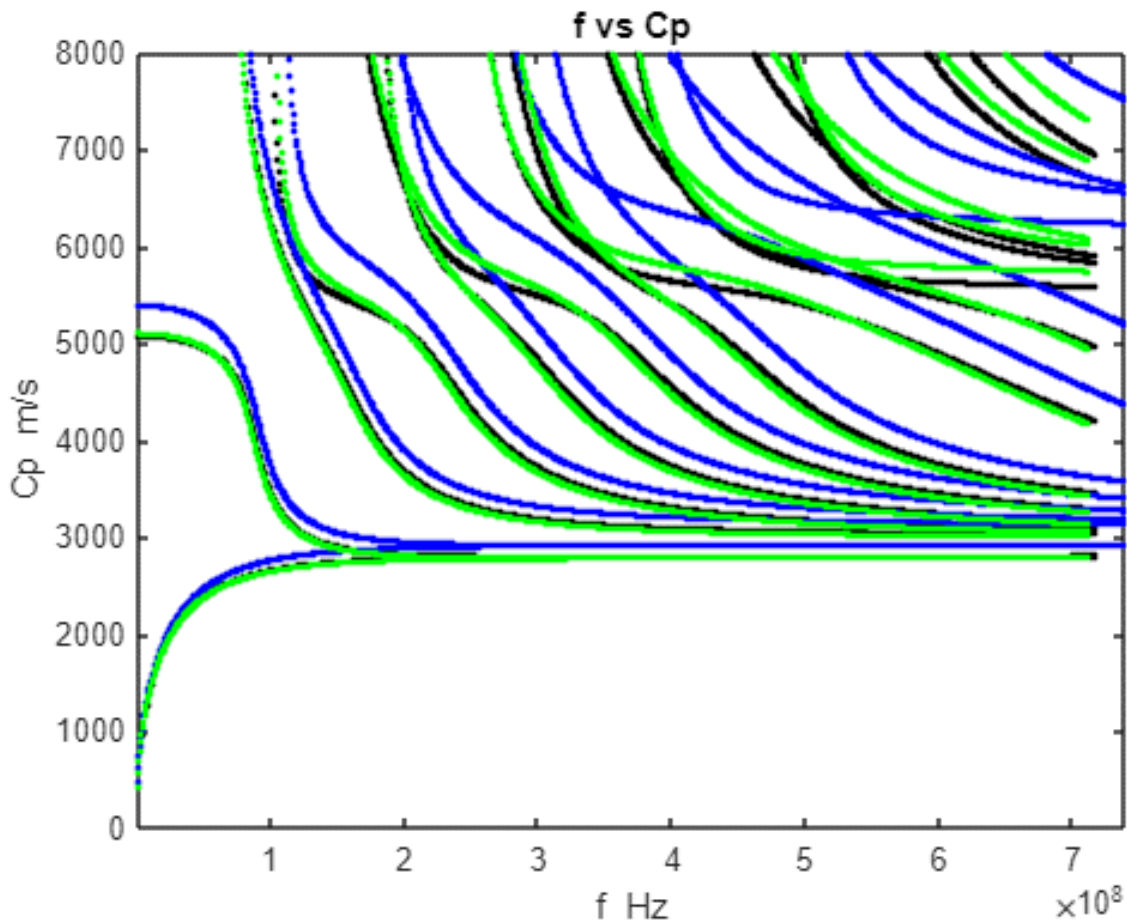
Nota. Comparación de las velocidades de fase al aumentar el espesor de la placa de 1 mm [Negro] a 2 mm [Verde].

Por último, se compararon las curvas de dispersión para diferentes materiales se usó, Acero con módulo de elasticidad $E=186\text{Gpa}$, coeficiente de Poisson $\nu=0,29$ y una densidad de $\rho=7870 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, Aluminio [Al] elasticidad $E=70\text{Gpa}$, coeficiente de Poisson

$V=0,33$ y una densidad de $\rho=2700 \frac{kg}{m^3}$ y Níquel [Ni] elasticidad $E=210Gpa$, coeficiente de Poison $V=0,31$ y una densidad de $\rho=8900 \frac{kg}{m^3}$. La presencia de pequeños desfases en las curvas de dispersión y el notorio aumento en las velocidades de grupo y de fase del aluminio en comparación con el acero y el níquel, estos últimos presentan comportamientos similares debido a que su módulo de elasticidad y densidad son parecidas como se muestra en la Figura (13).

Figura 13

Frecuencia vs Velocidad de Fase (Análisis Material)



Nota. Comparación de las curvas diferentes materiales, (Acero [Negro], Níquel [Verde] y Aluminio [Azul]).

6. Conclusiones

- Con los resultados obtenidos se puede observar que el algoritmo implementado en MATLAB es efectivo. Este algoritmo proporciona una visión más amplia y detallada de las curvas de dispersión al aplicarse un esfuerzo axial, demostrando un comportamiento consistente con las expectativas previas.
- La comparación entre las curvas de dispersión obtenidas y las presentadas en la literatura confirmó una similitud relevante. Esta coincidencia fortalece la confianza en la validez y exactitud del método utilizado, respaldando así su utilidad para analizar el comportamiento de ondas guiadas en materiales sometidos a esfuerzos.
- Se puede apreciar que, al someter el material a un esfuerzo axial, las curvas de dispersión reflejan un notorio incremento del 5% tanto en la velocidad de fase como en la velocidad de grupo.
- Al modificar el espesor de la placa, se observa un desfase en las curvas de dispersión. Además, al analizar con materiales distintos, se nota un comportamiento en el que tanto la velocidad de grupo como la velocidad de fase se ven afectadas en función del módulo de elasticidad, el coeficiente de Poisson y la densidad del material.

Referencias Bibliográficas

- Avellaneda Gonzalez, R. (2021). Metodo semi-analitico para el calculo de las propiedades efectivas termoelasticas en materiales compuestos reforzados por fibras. ciudad de mexico: Instituto Tecnologico de estudios superiores de Monterrey.
- Chaki, S., y Bourse, G. (2009). Stress level measurement in prestressed steel strands using acoustoelastic effect. *Experimental Mechanics* [Medición del nivel de tensiones en cordones de acero pretensados mediante efecto acústicoelástico. *Mecánica experimental*]. 49, 673-681.
- Duquennoy, M., Ouafouh, M., Devo, D., Jenot, F., y Ourak., M. (16 de junio de 2008). Effective elastic constants in acoustoelasticity[Constantes elásticas efectivas en acoustoelasticidad]. *Appl. Phys. Lett.*, 92 (24): 244105.
- Federacion de enseñanza de CC.OO. de Andalucia . (2011). revista digital para profesionales de la enseñanza, 2786-2008.
- Gandhi, N. (2010). Determination of dispersion curves for acoustoelastic lamb wave propagation.[Determinación de curvas de dispersión para la propagación de ondas lamb acoustoelásticas]. Diss. Georgia Institute of Technology.
- Gravenkamp, H., Birk, C., y Song, C. (2014). The computation of dispersion relations for axisymmetric waveguides using the Scaled Boundary Finite Element Method [El cálculo de las relaciones de dispersión para guías de onda axisimétricas utilizando el método de elementos finitos de límite escalado]. *elsevier*, 1373-1385. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2014.02.004>.
- Hernandez, R., Fernandez, C., & Baptista, L. (2014). metodología de la investigación (6th ed.). Mexico: McGraw-Hill.

- Loveday PW. Semi-analytical finite element analysis of elastic waveguides subjected to axial loads. Ultrasonics [Análisis semianalítico de elementos finitos de guías de ondas elásticas sometidas a cargas axiales]. 2009 Mar;49(3):298-300. doi: 10.1016/j.ultras.2008.10.018. Epub 2008 Nov 8. PMID: 19108858.
- Osorio, J. (2011). ¿qué es el módulo de elasticidad en el concreto? <https://360enconcreto.com/blog/detalle/elasticidad-del-concreto/>
- Perez, M. (2014). Propagación de ondas ultrasónicas en materiales compuestos con configuración fractal. Mexico: Instituto Politecnico Nacional.
- Quiroga, J., Mujica, L., Villamizar, R., Ruiz, M., & Camacho Navarro, J. (2017). Estimation of dispersion curves combining Effective Elastic Constants and the SAFE Method: A case study on a plate under stress [Estimación de curvas de dispersión combinando Constantes Elásticas Efectivas y el Método SAFE: Un estudio de caso en una placa sometida a tensión]. Journal of Physics, Lecture Series. 842. 012069. 10.1088/1742-6596/842/1/012069.
- Rodríguez, H. (2017). Ensayos de Dureza en los Materiales. <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn218.html>
- Ruiz, A., & Tascón, D. (2013). Medición de propiedades elásticas de materiales isotrópicos por ultrasonido. Universidad autonoma del occidente , Valle del Cauca . Santiago de Cali: Universidad autonoma del occidente .
- Tomé, C. (6 de Noviembre de 2018). Propagación de una onda. experientia docet, pág. 3.
- Villatoro, F. (2013). Dispositivos fonónicos para el control del sonido y del calor. <https://francis.naukas.com/2013/11/20/fonones/>

Apéndice

Apéndice A. Código realizado a través de MATLAB.

```
clear
clc
close all
format short
```

Propiedades y geometría - acero 1020:

```
E = 186*10^9; % Módulo de elasticidad [Pa]
V = 0.29;    % coeficiente de poisson
P = 7870;    % densidad [kg/m^3]
La = 0;      % factor de atenuación longitudinal
Sa = 0;      % factor de atenuación cortante
D = 1e-3;    % espesor [m]
S = 50*10^6; % Carga axial [Pa]
[K,L,G,M,C,Vp,Vs] = prop(E,V,P); % propiedades reales
[VpC,VsC,ErC,VrC,CC] = prop_c(P,Vp,Vs,La,Sa); % propiedades complejas
```

Condiciones de trabajo:

```
FM1 = round(Vs/D)*6;
NP1 = 1000;
TP1 = FM1/NP1;
O1 = 10;
J1 = D/2;
```

Matrices de rigidez:

```
[E0,E1,E2,EM] = k_eig(P,J1,O1,CC);
```

Matriz T de transformación:

```
s1 = size(E0);
M = mT(s1);
E0T=(M'*E0*M);
E1T=(M'*E1*M);
E2T=(M'*E2*M);
EMT=(M'*EM*M);
```

Implementación de carga axial:

```
E0TS=E0T+(S/P)*EMT;
```

Autovalores - Ax=yBx:

```
[v1,M7]=lapiz_eig(TP1,FM1,E0TS,E1T,E2T,EMT);
```

Filtro:

```
[s1,s2]=size(M7);
mr0 = zeros(s1,s2);
mr1 = zeros(s1,s2);
mr2 = zeros(s1,s2);
for j=1:s2
    for i=1:s1
        if (imag(M7(i,j))==0)&(real(M7(i,j))>0)
            mr0(i,j) = real(M7(i,j));
        elseif (imag(M7(i,j))~=0)&(real(M7(i,j))>0)
            mr1(i,j) = real(M7(i,j));
            mr2(i,j) = imag(M7(i,j));
        end
    end
end
mr0(mr0==0)=nan;
freq = 2*pi*v1;
```

Gráficos:

```
plot(freq,mr0,'.')
xlim tight
ylim tight
xlabel('f')
ylabel('K')
title('f vs k')
```

```
plot(freq,v1./mr0,'.')
xlim tight
ylim ([0 8000])
xlabel('f')
ylabel('Cp')
title('f vs Cp')
```

```
dfreq=freq(2:end);
dw=diff(v1);
dk=diff(mr0,1,2);
plot(dfreq,dw./dk,'.')
xlim tight
ylim ([0 8000])
xlabel('f')
ylabel('Cg')
title('f vs Cg')
```

```

function [K,L,G,M,C,Vp,Vs] = prop(E,V,P)
K = E/(3*(1-2*V)); % módulo masivo [Pa]
L = E*V/((1+V)*(1-2*V)); % primer parámetro de Láme [Pa]
G = E/(2*(1+V)); % Módulo cortante [Pa]
M = E*(1-V)/((1+V)*(1-2*V)); % Módulo onda P [Pa]
C = E/((1+V)*(1-2*V))*[1-V V 0;V 1-V 0;0 0 (1-2*V)/2]; % Tensor de elasticidad [Pa]
Vp = sqrt(M/P); % velocidad de ondas presivas [m/s]
Vs = sqrt(G/P); % velocidad de ondas cortantes [m/s]
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [VpC,VsC,ErC,VrC,CC] = prop_c(P,Vp,Vs,La,Sa)
VpC = Vp/(1+1i*(La/(2*pi)));
VsC = Vs/(1+1i*(Sa/(2*pi)));
ErC = P*(VsC^2)*((3*VpC^2-4*VsC^2)/(VpC^2-VsC^2));
VrC = (1/2)*((VpC^2-2*VsC^2)/(VpC^2-VsC^2));
CC = ErC/((1+VrC)*(1-2*VrC))*[1-VrC VrC 0;VrC 1-VrC 0;0 0 (1-2*VrC)/2];
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [E0,E1,E2,EM] = k_eig(D,J,O,C)
syms x
b1=[0 0;0 1;1 0];
b2=[1 0;0 0;0 1];

[nn,ww]=GLL(0);
N=SF(nn);
D_N=(1/J)*diff(N);

sE0=0;
sE1=0;
sE2=0;
sEM=0;

B1=b1*N;
B2=b2*D_N;

fE0=B1'*C*B1*J;
fE1=B2'*C*B1*J;
fE2=B2'*C*B2*J;
fEM=D*N'*N*J;

for i=1:length(nn)
    sE0=sE0+(ww(i)*(subs(fE0,x,nn(i))));
    sE1=sE1+(ww(i)*(subs(fE1,x,nn(i))));
    sE2=sE2+(ww(i)*(subs(fE2,x,nn(i))));
    sEM=sEM+(ww(i)*(subs(fEM,x,nn(i))));
end

E0=double(sE0);
E1=double(sE1);

```



```
function [v1,M7]=lapiz_eig(Tp,F,E0,E1,E2,EM)
n=round(F/Tp);
s0=size(E1);
M0=zeros(s0);
E1S=(E1'-E1)/(-1i);
M7 = zeros(s0(1)*2,n);
for i=1:1:n
    w=2*pi*(i*Tp);
    v1(1,i)=w;
    A=[M0,E2-(w^2)*EM;E2-(w^2)*EM,E1S];
    B=[E2-(w^2)*EM,M0;M0,-E0];
    [~,M4]=eig(A,B);
    v2=diag(M4);
    M7(:,i)=v2;
end
end
```