

**DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO EN ESTADO ESTACIONARIO  
PARA LA PREDICCIÓN DE PATRONES DE FLUJO, CAÍDA DE PRESIÓN Y  
NIVEL DE LÍQUIDO DE MEZCLAS GAS – AGUA – CRUDO EN DE TUBERÍAS  
HORIZONTALES Y CASI HORIZONTALES**

**PROYECTO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA QUÍMICA**

**Ing. Oca. LAÍS MÚJICA RONCERY  
COD. 2057068**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA QUÍMICA  
BUCARAMANGA, 2007**

**DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO EN ESTADO ESTACIONARIO  
PARA LA PREDICCIÓN DE PATRÓN DE FLUJO, CAÍDA DE PRESIÓN Y  
NIVEL DE LÍQUIDO DE MEZCLAS GAS – AGUA – CRUDO DE TUBERÍAS  
HORIZONTALES Y CASI HORIZONTALES**

**PROYECTO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA QUÍMICA**

**Ing. Qca. LAÍS MÚJICA RONCERY  
COD. 2057068**

**DIRECTORES**

**Ph.D. EDGAR CASTILLO  
Ph.D. JAIME VILLAREAL  
Ph.D. CARMELO FUENTES**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA QUÍMICA  
BUCARAMANGA, 2007**

**TÍTULO:**

DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO EN ESTADO ESTACIONARIO PARA LA PREDICCIÓN DE PATRONES DE FLUJO, CAÍDA DE PRESIÓN Y NIVEL DE LÍQUIDO DE MEZCLAS GAS – AGUA – CRUDO EN DE TUBERÍAS HORIZONTALES Y CASI HORIZONTALES

**AUTOR:**

MÚJICA RONCERY, Laís\*\*

**PALABRAS CLAVE:**

Flujo multifásico, simulación, modelo matemático

**DESCRIPCIÓN O CONTENIDO:**

En el sector de producción y transporte de crudo y gas natural es común la presencia de sistemas de tres fases conformados principalmente por gas natural, agua y crudo. La presencia de las fases de manera simultánea da lugar a la formación de distintos patrones de flujo en los ductos de transporte, los cuales de manera general se clasifican como estratificado, anular, intermitente y pseudohomogéneo. La predicción del patrón de flujo para mezclas conformadas por una fase líquida y una fase gaseosa ha sido ampliamente estudiada desde hace cerca de treinta años. No obstante, la complejidad de las mezclas en las que la fase líquida es heterogénea es grande, y por lo tanto no se han desarrollado modelos que puedan predecir el patrón de flujo de estos sistemas en su totalidad y sus resultados no siempre se ajustan a las situaciones reales de campo.

La construcción de un modelo matemático se presenta como una oportunidad para el fortalecimiento del conocimiento en la fenomenología del transporte y reología de los fluidos. Así mismo, se constituye como una solución para diversos problemas operacionales y de mantenimiento en los campos de producción, como el de las líneas de flujo y recolección de sistemas de producción de crudos pesados, gas natural y crudos livianos

Se plantea desarrollar un modelo matemático para la predicción del comportamiento hidrodinámico de mezclas conformadas por dos fases líquidas y una gaseosa en flujo a través de tuberías, cuya validación se confrontará con datos operacionales de campos de producción y resultados de simuladores comerciales en estado estacionario.

---

\*Trabajo de grado

\*\* Facultad de Ingeniería, Maestría en Ingeniería Química. Directores: Edgar Castillo, Carmelo Fuentes, Jaime Villarreal

**TITLE:**

DEVELOPMENT OF A STEADY STATE MATHEMATIC MODEL FOR THE PREDICTION OF FLOW PATTERN, PRESSURE DROP AND HOLDUP OF MIXTURES GAS- WATER – OIL IN HORIZONTAL AND NEAR HORIZONTAL PIPELINES

**AUTHOR:**

MÚJICA RONCERY, Laís\*\*

**KEY WORDS:**

Multiphase flow, simulation, mathematic model

**DESCRIPTION AND CONTENT:**

In the sector of hydrocarbon production and transportation, is frequent the presence of three phase systems composed mainly by natural gas, water and oil. The simultaneous presence of the three phases originates diverse flow patterns into the pipelines, which in general are classified as stratified, annular, intermittent and pseudo-homogeneous. The prediction of the flow pattern for mixtures conformed by one liquid phase and one gas phase has been widely studied since thirty years ago. However, because of the complexity of the mixtures which the liquid phase is heterogeneous makes difficult the calculations for these systems, reason why have not been developed at all models that allow the prediction of flow pattern, and their results are not satisfactory according to the real situation in the oilfields.

For that reason, the construction of a mathematic model is an opportunity for the enhancement of the knowledge concerning transport phenomena and fluid reology. Additionally, it becomes a solution for diverse operational and maintenance problems in the oilfields, related to flowlines and gathering systems.

It is proposed to develop a steady state mathematic model for the prediction of the hydrodynamic behavior of mixtures composed by two liquid phases and one gas phase flowing through pipelines. The model is corroborated with operational data of oilfields and results of commercial simulators.

---

\*Degree Project

\*\* Faculty of Engineering. Master in Chemical Engineer. Directors: Edgar Castillo, Carmelo Fuentes, Jaime Villarreal

## TABLA DE CONTENIDO

1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	10
2	JUSTIFICACIÓN .....	11
3	ALCANCE .....	11
4	OBJETIVOS .....	12
4.1	OBJETIVO GENERAL.....	12
4.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	12
5	MARCO TEÓRICO .....	13
5.1	TIPOS DE PATRONES DE FLUJO .....	15
5.2	PREDICCIÓN DEL PATRÓN DE FLUJO– REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE .....	19
5.2.1	MODELOS EMPÍRICOS.....	19
5.2.2	MODELOS MECANÍSTICOS .....	20
5.2.2.1	Modelo para la predicción de patrón de flujo de sistemas gas -líquido en tubería horizontal y casi-horizontal. Taitel-Dukler .....	20
5.2.2.2	Modelo para la predicción de patrón de flujo de sistemas gas -líquido en tubería vertical en flujo en ascenso. Taitel - Barnea – Dukler.....	21
5.2.2.3	Modelo unificado para la predicción de patrón de flujo para sistemas gas - líquido para todos los intervalos de inclinación de tubería. Barnea .....	22
5.2.2.4	Modelo unificado para la predicción del patrón de flujo para sistemas gas - líquido en todo el rango de inclinación de tubería Shoham .....	24
5.3	PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN – REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE .....	25
5.3.1	FLUJO HOMOGÉNEO.....	25
5.3.2	FLUJO SEPARADO .....	26
5.3.3	ESTRATIFICADO .....	26
5.3.4	ANULAR.....	27
5.3.5	BURBUJA DISPERSA – (FLUJO PSEUDOHOMOGÉNEO).....	27
5.3.6	SLUG.....	28
6	MODELO MATEMÁTICO PROPUESTO .....	29
6.1	TERMODINÁMICA Y CORRELACIÓN DE PROPIEDADES FÍSICAS .....	31
6.1.1	PROPIEDADES FÍSICAS DEL GAS .....	31
6.1.2	PROPIEDADES FÍSICAS DEL CRUDO.....	35
6.1.3	PROPIEDADES DE MEZCLA .....	39
6.2	PREDICCIÓN DEL PATRÓN DE FLUJO .....	41
6.2.1	TRANSICIÓN FLUJO ESTRATIFICADO A NO ESTRATIFICADO .....	41
6.2.2	TRANSICIÓN ESTRATIFICADO PLANO – ESTRATIFICADO ONDULADO .....	42
6.2.3	TRANSICIÓN INTERMITENTE – ANULAR.....	43
6.2.4	TRANSICIÓN FLUJO INTERMITENTE – BURBUJA DISPERSA.....	43
6.2.5	TRANSICIÓN DE ESTRATIFICADO A ANULAR.....	44
6.2.6	ALGORITMO DE DECISIÓN DE PATRÓN DE FLUJO .....	45
6.3	CAÍDA DE PRESIÓN DE PATRONES DE FLUJO .....	46
6.3.1	FLUJO ESTRATIFICADO .....	47

6.3.2	FLUJO ANULAR.....	50
6.3.3	FLUJO SLUG.....	52
6.3.4	FLUJO BURBUJA DISPERSA.....	55
6.4	MÉTODO NUMÉRICO NEWTON – RAPHSON – BISECCIÓN.....	57
7	VALIDACIÓN DEL MODELO .....	58
7.1	ANÁLISIS DE UNA LÍNEA PATRÓN.....	59
7.1.1	CONDICIONES DE OPERACIÓN .....	59
7.1.2	PATRÓN DE FLUJO .....	60
7.1.3	PRESIÓN.....	63
7.1.4	HOLDUP .....	65
7.1.5	VELOCIDAD DEL GAS .....	66
7.1.6	VELOCIDAD DEL LÍQUIDO.....	68
7.2	ANÁLISIS COMPARATIVO DE TODAS LAS LÍNEAS .....	70
7.2.1	PATRÓN DE FLUJO .....	71
7.2.2	PRESIÓN.....	72
7.2.3	HOLDUP .....	72
7.2.4	VELOCIDAD DEL GAS .....	73
7.2.5	VELOCIDAD DEL LÍQUIDO.....	74
7.3	ANÁLISIS DE RESULTADOS GLOBAL.....	75
8	CONCLUSIONES .....	77
9	RECOMENDACIONES .....	77
	BIBLIOGRAFÍA .....	78
10	ANEXOS .....	80
10.1	ANEXO 1. SIMBOLOGÍA.....	80

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Resumen de las ecuaciones de estado.....	33
Tabla 2 Ecuación de estado de Peng-Robinson.....	33
Tabla 3 Propiedades físicas de la fase gaseosa determinadas a partir de la ecuación de estado Peng-Robinson .....	34
Tabla 4 Viscosidad de la fase gaseosa determinada a partir de la correlación de Lucas.....	35
Tabla 5 Síntesis de los modelos de actividad y correlaciones PVT .....	37
Tabla 6 Propiedades físicas del crudo .....	38
Tabla 7 Descripción general de los distintos modelos para la determinación de patrones de flujo.....	41
Tabla 8 Descripción general de los distintos modelos para la determinación de patrones de flujo.....	46
Tabla 9. Condiciones empleadas para los cálculos.....	59
Tabla 10. Composición del gas empleada .....	60
Tabla 11. Resumen condiciones operacionales de las líneas evaluadas .....	70
Tabla 12. Porcentaje de correlación de patrón de flujo con respecto a OLGA .....	71
Tabla 13. Porcentaje de correlación de tipo de flujo con respecto a OLGA .....	72
Tabla 14. Porcentaje de correlación de la caída de presión con respecto a OLGA.....	72
Tabla 15. Porcentaje de correlación del holdup con respecto a OLGA.....	73
Tabla 16. Porcentaje de correlación de la velocidad superficial del gas con respecto a OLGA .....	73
Tabla 17. Porcentaje de correlación de la velocidad superficial del líquido con respecto a OLGA .....	74
Tabla 18. Porcentaje de correlación de la velocidad del líquido con respecto a OLGA .....	75

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Esquema del patrón de flujo estratificado .....	15
Ilustración 2 Esquema del patrón de flujo intermitente .....	16
Ilustración 3 Esquema del patrón de flujo anular .....	16
Ilustración 4 Esquema del patrón de flujo burbuja dispersa .....	17
Ilustración 5 Mapa de patrones de flujo para una tubería horizontal .....	17
Ilustración 6 Esquema del patrón de flujo churn.....	18
Ilustración 7 Mapa de patrones de flujo para una tubería vertical.....	18
Ilustración 8 Algoritmo general del modelo .....	30
Ilustración 9 Algoritmo para determinación de patrón de flujo .....	45
Ilustración 10. Esquema de slug .....	52
Ilustración 11 Algoritmo de cálculo – método numérico .....	57
Ilustración 12 Patrón de flujo generado por OLGA .....	61
Ilustración 13 Patrón de flujo generado por el MÉTODO-A .....	62
Ilustración 14 Patrón de flujo generado por el METODO-B .....	62
Ilustración 15 Patrón de flujo generado por el METODO-B con inclinación de 20° .....	63
Ilustración 16 Presión a lo largo de la línea .....	64
Ilustración 17 Variación de la presión comparada con la variación de la altitud de la línea	65
Ilustración 18 Holdup a lo largo de la línea.....	66
Ilustración 19 Velocidad Superficial del Gas .....	67
Ilustración 20 Velocidad del gas.....	67
Ilustración 21 Velocidad Superficial de Líquido .....	69
Ilustración 22 Velocidad del líquido.....	69

# 1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el sector de producción y transporte de crudo y gas natural es común la presencia de sistemas de tres fases conformados principalmente por gas natural, agua y crudo. La presencia de las fases de manera simultánea da lugar a la formación de distintos patrones de flujo en los ductos de transporte, los cuales de manera general se clasifican como estratificado, anular, intermitente y pseudohomogéneo. La predicción del patrón de flujo para mezclas conformadas por una fase líquida y una fase gaseosa ha sido ampliamente estudiada desde hace cerca de treinta años. No obstante, la complejidad de las mezclas en las que la fase líquida es heterogénea es grande, y por lo tanto no se han desarrollado modelos que puedan predecir el patrón de flujo de estos sistemas en su totalidad y sus resultados no siempre se ajustan a las situaciones reales de campo.

En este orden de ideas, surge la necesidad de construir herramientas capaces de responder a los cambios que se dan en las condiciones operacionales (presión, temperatura, flujos) y en las características fisicoquímicas de los fluidos (densidad, viscosidad, composición), entre otros, ya que estos cambios afectan el funcionamiento del sistema al desviarse de las condiciones para las cuales fueron diseñadas, dando lugar a la pérdida de la eficiencia de los sistemas de control, problemas operacionales y aparición de fallas en los equipos, generando grandes pérdidas económicas, daños en el medio ambiente, en muchos casos pérdidas humanas e impactos sobre la imagen de las compañías petroleras.

Asimismo, las herramientas propuestas permitirían optimizar los futuros diseños de equipos, centros de producción y refinamiento de acuerdo con sus necesidades reales, reduciendo costos por sobrediseño, gasto energético y previniendo posibles problemas de mantenimiento y adecuación.

## 2 JUSTIFICACIÓN

La construcción de un modelo matemático se presenta como una oportunidad para el fortalecimiento del conocimiento en la fenomenología del transporte y reología de los fluidos. Así mismo, se constituye como una solución para diversos problemas operacionales y de mantenimiento en los campos de producción, como el de las líneas de flujo y recolección de sistemas de producción de crudos pesados, gas natural y crudos livianos.

Herramientas como éstas son de gran aplicación comercial. Algunos ejemplos de este tipo de programas son *OLGA*, *HYSYS*, *PIPEFLOW* y *PIPESYM*, los cuales se utilizan en diversos tipos de industrias. Los costos de las licencias son muy altos, lo cual limita su uso, sin contar con el hecho de la poca información que se conoce acerca de sus fundamentos.

## 3 ALCANCE

Se plantea desarrollar un modelo matemático para la predicción del comportamiento hidrodinámico de mezclas conformadas por dos fases líquidas y una gaseosa en flujo a través de tuberías, cuya validación se confrontará con datos operacionales de campos de producción y resultados de simuladores comerciales en estado estacionario.

## **4 OBJETIVOS**

### **4.1 OBJETIVO GENERAL**

Desarrollar un modelo matemático en estado estacionario para la predicción de patrones de flujo, caídas de presión y niveles de líquido de sistemas gas – agua – aceite en flujo a través de tuberías horizontales y casi horizontales.

### **4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Analizar los fenómenos de transferencia de momentum inherentes a sistemas de flujo a través de tuberías para determinar ecuaciones y correlaciones que puedan llegar a describir el comportamiento de estos sistemas.
- Construir un algoritmo de cálculo que integre las distintas ecuaciones encontradas con métodos numéricos que permitan su resolución y que constituyan, en conjunto, el modelo matemático.
- Validar el modelo construido a través de información operacional recogida en campo y resultados de software comercial
- Ajustar el modelo de acuerdo con los resultados de la validación.

## 5 MARCO TEÓRICO

El flujo de dos fases es una situación muy común en la industria de gas y petróleo, especialmente en producción y transporte, por lo cual desde hace bastante tiempo surgió la necesidad de establecer modelos físicos que describan el flujo de dos fases a través de una tubería concebidos de tal manera que pueda calcularse por simulaciones numéricas, el patrón de flujo, así como los límites de transiciones de flujo a partir de los caudales de gas y líquido, el diseño de la tubería, ángulo de inclinación y propiedades de los fluidos. En éste campo ha habido grandes avances, sin embargo, aún no existen modelos que puedan describirlo en su totalidad.

Para describir el fenómeno, existen modelos de carácter empírico, correlaciones experimentales restringidas en su campo de aplicación o validez, y que, además para ciertos fenómenos, tienen un número grande de variables lo que hace imposible generalizarla por el número de pruebas a realizar.

También existen los rigurosos, que en caso particular relacionan los esfuerzos de corte, presión y cantidad de movimiento según la ecuación de Navier – Stokes, cuya base es la conservación de cantidad de movimiento para fluidos newtonianos, donde se representan los efectos inerciales, los debidos a la fuerza del volumen de control, los relacionados con la variación de la presión y los concernientes a las fuerzas viscosas. Sin embargo, es aplicable sólo a sistemas sencillos, no tan complejos como el sistema de dos fases en el cual se incluyen términos interfaciales:

$$\mathbf{r} \left( \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) = X - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mathbf{m} \left[ 2 \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) \right] \right\} \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mathbf{m} \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mathbf{m} \left( \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} \right) \right]$$

A continuación se definen términos básicos que se emplean a lo largo del documento, siendo unos de los fundamentos hidrodinámicos más importantes para estos sistemas:

- HOLDUP: Es el nivel que ocupa el líquido en la tubería. Cuando no existe diferencia de velocidades de gas y líquido, el holdup está dado por la relación de caudales; sin embargo, no en todos los casos es así (a menos que se de una mezcla uniforme)
- CAÍDA DE PRESIÓN: De manera general, la caída de presión está dada por un componente de fricción, uno gravitacional y otro aceleracional:

$$A \frac{dP}{dx} = tS + rAg \sin q + rvA \frac{dv}{dx}$$

En el primero se tienen en cuenta las pérdidas debido al roce de cada uno de los fluidos con las paredes del tubo y las debidas al contacto entre los mismos, en la interfase. El segundo se debe básicamente a la fuerza que ejerce la gravedad sobre un cuerpo, que en algunos casos puede favorecer o desfavorecer el flujo. La tercera contempla el cambio de velocidad debido al cambio en el área de sección transversal durante el flujo. Esta ecuación debe resolverse de manera simultánea para ambos fluidos, pues ambos sufren la misma caída de presión.

- PATRÓN DE FLUJO: Básicamente es la configuración geométrica de los fluidos al interior de la tubería. Depende de los flujos de gas y líquido, del diseño de la tubería (diámetro, ángulo de inclinación) y de las propiedades físicas de cada una de las fases, especialmente la densidad, viscosidad, y tensión superficial. (De manera implícita presión, temperatura, componentes, composición).

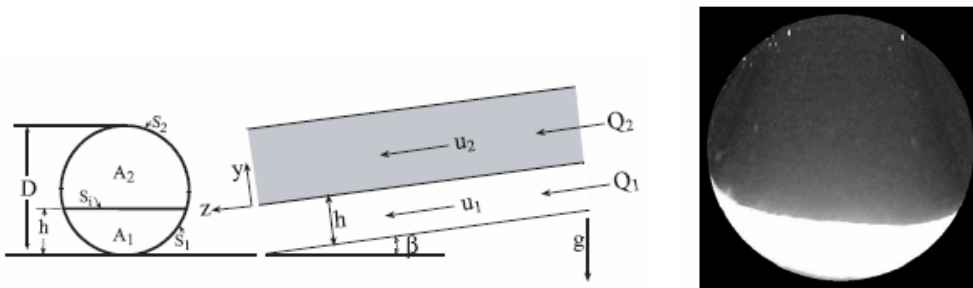
## 5.1 TIPOS DE PATRONES DE FLUJO<sup>1</sup>

Dadas las condiciones de flujo, las características morfológicas de los patrones posibles se diferencian comúnmente si se trata de tubería horizontal (líneas de flujo) o vertical (pozos de producción).

### SISTEMAS HORIZONTALES Y CASI-HORIZONTALES ( $-15^\circ < q < 15^\circ$ )

Para los sistemas horizontales y casi horizontales, como líneas de flujo y de recolección, una clasificación general de los tipos de flujo es segregado y distribuido. En el primer grupo se encuentran los patrones de flujo anular y estratificado, en los cuales la diferenciación de las fases gas y líquido es bastante clara. En el segundo tipo se encuentran los patrones de flujo intermitente y burbuja dispersa, en los cuales la turbulencia de los fluidos es tal que tienen zonas de mezcla pseudohomogénea. A continuación se describe con mayor grado de detalle cada patrón de flujo.

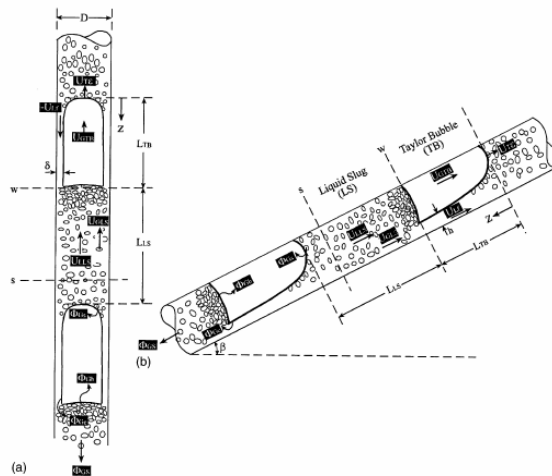
- **ESTRATIFICADO**: Se da a bajas velocidades de gas y líquido. Las fases se separan por diferencia de densidad. Existen dos clases: el plano, por la forma de la interfase, y el ondulado, que se da a velocidades de gas más altas. En las figuras se muestran una vista de corte transversal de una tubería en la que se da este tipo de flujo y un esquema general del mismo.



**Ilustración 1** Esquema del patrón de flujo estratificado

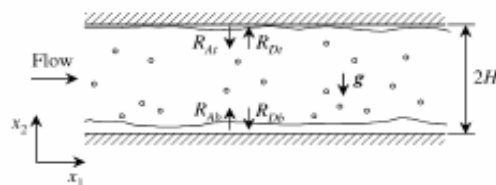
<sup>1</sup> SHOHAM, O. Fundamentals and applications of multiphase flow in production engineering. University of Tulsa. 1995.

- **INTERMITENTE:** Se caracteriza por flujo alterno de líquido, en paquetes o baches que ocupan toda el área de sección transversal de la tubería alternados con paquetes de gas que contienen líquido en el fondo de la tubería. Existen dos tipos: slug y burbuja elongada. En el flujo tipo slug la fase líquida puede contener pequeñas burbujas de gas, mientras que en el segundo no, hecho que depende de la velocidad del gas. En este tipo de flujo hay una gran acumulación de gas conocida como la burbuja de Taylor. En el siguiente esquema se muestra una representación general del patrón de flujo slug.



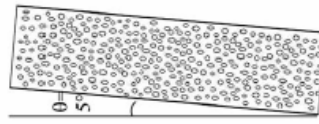
**Ilustración 2 Esquema del patrón de flujo intermitente**

- **ANULAR:** Se da a altas velocidades de gas, provocando que la mayor parte del líquido se ubique en las paredes de la tubería, y que se encuentre líquido en una pequeña proporción en el seno del gas en forma de gotas (Ver Figura 3). Dependiendo de la velocidad del gas, se distinguen dos tipos, plano y ondulado, este último considerado como una transición entre estratificado ondulado y slug.



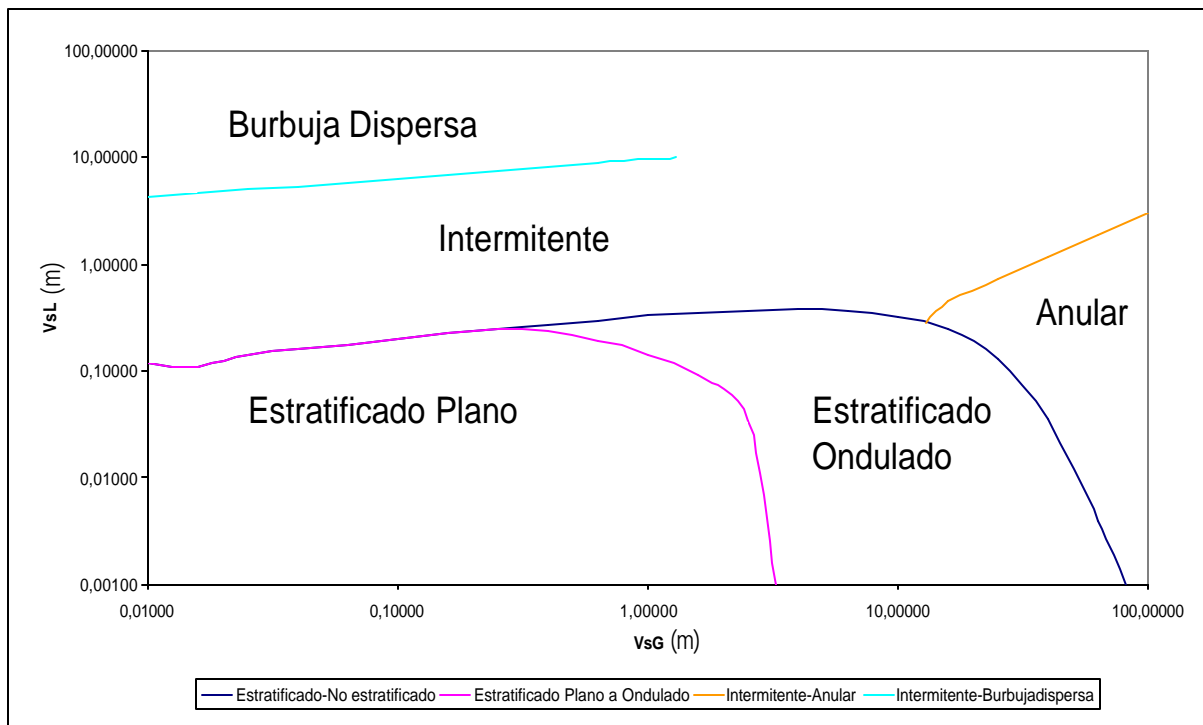
**Ilustración 3 Esquema del patrón de flujo anular**

- **BURBUJA DISPERSA:** Se da a altas velocidades de líquido, en el cual el gas se dispersa en forma de burbujas en el seno del líquido (ver figura 4). El flujo se considera pseudohomogéneo, en el cual las dos fases se mueven a la misma velocidad.



**Ilustración 4 Esquema del patrón de flujo burbuja dispersa**

Dependiendo de las propiedades físicas de los fluidos como densidad, viscosidad y tensión superficial, junto con las características de diseño de la línea como diámetro y grado de inclinación, se puede construir un mapa de patrones de flujo dependiente de la velocidad de cada una de las fases. A continuación se muestra una figura típica de un mapa construido para una tubería con 0° de inclinación.

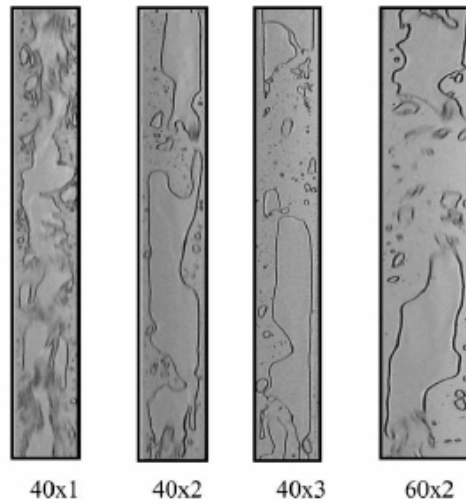


**Ilustración 5 Mapa de patrones de flujo para una tubería horizontal**

### SISTEMAS VERTICALES ( $q < -15^\circ$ o $q > 15^\circ$ )

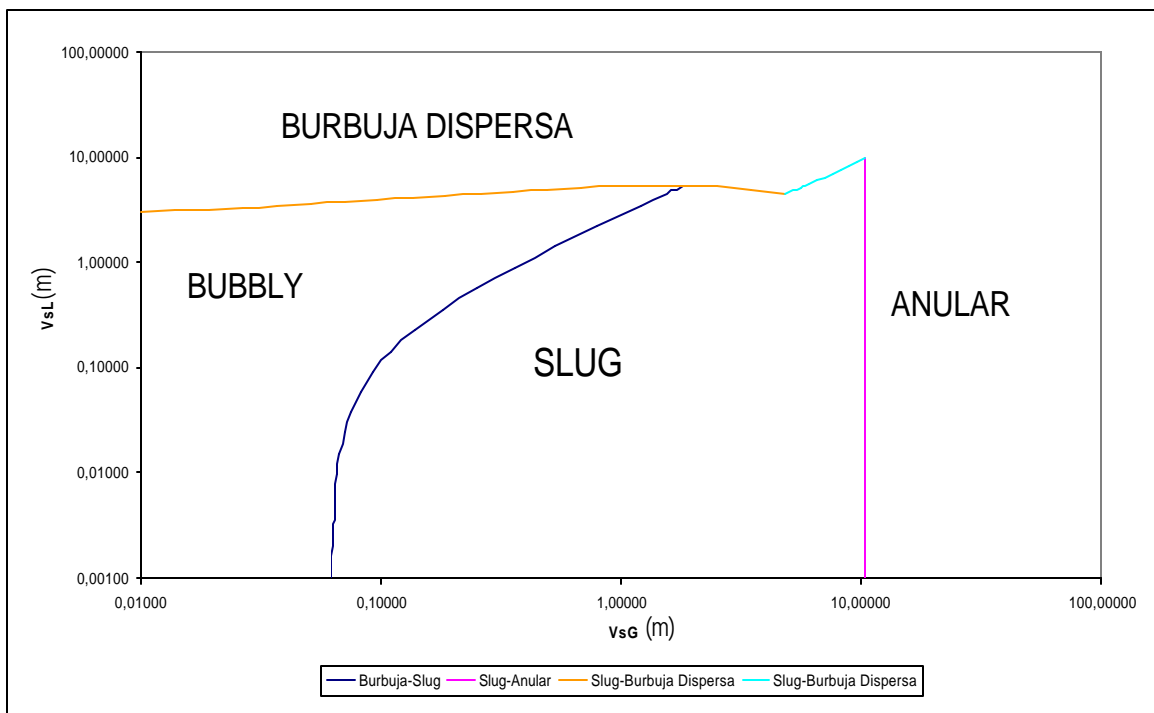
Para los sistemas verticales, como pozos de producción, los patrones de flujo que se dan son slug, anular, burbuja y churn. El de tipo burbuja se subdivide en dos clases, burbuja dispersa y "bubbly", cuya diferencia fundamental es la velocidad de las fases, ya que en el primer caso fluyen a la misma velocidad, mientras que en el segundo no. El flujo churn se

caracteriza por tener movimiento oscilatorio, similar al flujo slug, con la diferencia de que no existen límites claros entre las dos fases, dado por una mayor velocidad del gas, sin alcanzar a ser anular (ver Figura 6).



**Ilustración 6 Esquema del patrón de flujo churn**

El mapa de patrones de flujo típico para sistemas en flujo ascendente con un grado de inclinación de 90° se muestra en la siguiente figura.



**Ilustración 7 Mapa de patrones de flujo para una tubería vertical**

## **5.2 PREDICCIÓN DEL PATRÓN DE FLUJO– REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE**

Para la predicción de los patrones de flujo existen dos tipos de modelos. Los primeros son de carácter semiempírico, en los cuales se han desarrollado correlaciones que pueden emplearse bajo ciertas restricciones de diámetro y tipo de fluidos. Los segundos son consideraciones mecanísticas, en los cuales se trata de describir el fenómeno y a partir de este punto los criterios de transición<sup>2</sup>.

### **5.2.1 MODELOS EMPÍRICOS<sup>3</sup>**

Estos modelos se desarrollan a partir de datos experimentales y se correlacionan por medio de variables adimensionales, para que su relación sea universalmente correcta. Permite la resolución práctica del problema, sin embargo, se restringe a un número limitado de parámetros. Esto lo hace particularmente de difícil aplicación para cualquier sistema multifásico en los cuales se deben tener en cuenta un gran número de parámetros. Adicionalmente, para su construcción se necesitan de una gran cantidad de corridas experimentales, y su simplificación obedece más a la intuición que a bases científicas.

La correlación Dukler-Eaton-Flanigan-Beggs-Brill es aplicable para todo tipo de flujo. Por medio del número de Froude de mezcla y de los caudales de gas y líquido se estima si el régimen es estratificado, transición, intermitente o burbuja dispersa. Se dan factores de corrección del holdup por ángulo de inclinación y con estos se determina la caída de presión en términos de pérdida por fricción, por gravedad y por aceleración.

En este modelo, el holdup depende de la densidad, viscosidad y tensión superficial del líquido, así como del caudal de ambas fases y del área de flujo. Por medio de éstos y de correlaciones empíricas se calcula  $h_L$ , para luego determinar pérdidas de presión por

---

<sup>2</sup> TAITEL, Y. Advances in two-phase modeling. Society of petroleum engineers, SPE 27959, 1994

<sup>3</sup> SHOHAM, O. *Op. Cit.*

efectos de fricción y de la gravedad. La aplicación de este modelo tiene diámetros de flujo y caudales limitados.

Existe un modelo análogo al anterior propuesto por Hagedorn-Brown, pero para el caso de flujo en ascenso en tubería vertical. Al igual que este caso, las correlaciones son válidas para configuraciones geométricas y de operación restringidas.

## **5.2.2 MODELOS MECANÍSTICOS**

Se basan en la descripción de los fenómenos que definen la transición de un patrón de flujo a otro.

### **5.2.2.1 Modelo para la predicción de patrón de flujo de sistemas gas-líquido en tubería horizontal y casi-horizontal. Taitel-Dukler<sup>4</sup>**

A partir del holdup, se realiza la predicción del patrón con base en el flujo estratificado en equilibrio, y se determina su estabilidad. Se destacan en el modelo el uso de dos grupos adimensionales, X y Y en función de las propiedades físicas de los fluidos, caudales y características de diseño de la línea, con los cuales se calcula el nivel de líquido. A partir de esto se determinan las transiciones de flujo.

- **TRANSICIÓN FLUJO ESTRATIFICADO A NO ESTRATIFICADO:** Se realiza un análisis de estabilidad aplicando el criterio Kevin- Helmholtz, el cual parte de la concepción de flujo estratificado que tiene en cuenta que cuando aumenta de velocidad de líquido, provoca un incremento del nivel del mismo formando una onda que bloquea el paso de gas, efecto que es contrarrestado por la gravedad. También, cuando aumenta la velocidad del gas, hay insuficiente líquido para formar una capa estable al fondo del tubo y este es empujado a las paredes.

Para su modelamiento se considera entonces un sistema en flujo estratificado con una pequeña onda en la superficie que provoca la aceleración del gas por una disminución

---

<sup>4</sup> TAITEL, Y. y DUKLER, A. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. En: *AIChE Journal*, Vol. 22 No. 1, pag 47-55, 1976

de la presión (por disminución del área de sección transversal de flujo de gas), permitiendo que la onda crezca, a lo cual se opone la fuerza de gravedad.

- **TRANSICIÓN ESTRATIFICADO PLANO – ESTRATIFICADO ONDULADO:** Una vez establecida la existencia de flujo estratificado se procede a determinar cuál de los dos tipos de flujo existe. El criterio se basa en que las ondas se forman cuando la velocidad de la fase gaseosa es suficientemente alta para producir ondas, pero tan baja como para evitar inestabilidad, luego entonces hay un equilibrio entre ambas fuerzas. Estas ondas se generan cuando la presión y la tensión del gas sobrepasan las fuerzas de disipación viscosas del líquido, empleando el criterio de Jeffrey para la iniciación de ondas.
- **TRANSICIÓN INTERMITENTE – ANULAR:** Si por el contrario se determina que el flujo no es estratificado, la posibilidad para formar slugs (flujo intermitente) es dependiente del nivel de líquido. Si no hay cantidad suficiente de líquido en el momento que crezca la onda, el cuerpo de líquido no alcanzará a cubrir toda el área de sección transversal de la tubería. Para que sea posible, el nivel de líquido  $h_l/D$  debe ser mayor que 0.5 (simetría con respecto al eje suponiendo un comportamiento sinusoidal de las ondas).
- **TRANSICIÓN FLUJO INTERMITENTE – BURBUJA DISPERSA:** Para saber cual de estos dos tipos de flujo se da es necesario saber si la turbulencia en el líquido es suficientemente alta como para vencer las fuerzas de flotación que permiten que se forme una burbuja de Taylor. Las fuerzas de flotación son expresiones en las cuales se tiene en cuenta la diferencia de densidades (principio de Arquímedes), mientras que la turbulencia se refleja a través del factor de Fanning.

### **5.2.2.2 Modelo para la predicción de patrón de flujo de sistemas gas-líquido en tubería vertical en flujo en ascenso. Taitel - Barnea – Dukler<sup>5</sup>**

---

<sup>5</sup> TAITEL, Y., DUKLER, A., BARNEA, O. Modelling flow pattern transitions for steady upward gas - liquid flow in vertical tubes. En: *AIChE Journal*, Vol. 26 No. 3, pag 345-354, 1980

En flujo vertical no se da flujo estratificado. Las transiciones que han sido observadas se explican a continuación:

- **TRANSICIÓN FLUJO BURBUJA – SLUG:** Según este modelo la transición de burbuja a slug se determina según las fuerzas de dispersión o de flotación sean dominantes, las cuales dependen fundamentalmente del diámetro de las burbujas.
- **TRANSICIÓN FLUJO SLUG – CHURN:** El flujo churn se considera como una transición al slug a la entrada de un ducto. Por tanto lo que se busca es hallar la longitud en la cual se ve el fenómeno y a partir de la cual se da el flujo slug completamente desarrollado. Para este caso se tiene en cuenta que el fenómeno de deformación de la burbuja es provocado por un descenso de la película líquida en las paredes de la tubería, lo que trae como consecuencia el descenso de la capa de líquido que separa las burbujas permitiendo su coalescencia,
- **TRANSICIÓN A FLUJO ANULAR:** A grandes velocidades de gas, el flujo de líquido en ascenso se ve favorecido por los esfuerzos de corte con las paredes del tubo y con la interfase, así como por el arrastre del gas, y se desfavorece por efecto de la presión. Por tanto se estima la velocidad mínima de gas permisible para que se dé el fenómeno.

### **5.2.2.3 Modelo unificado para la predicción de patrón de flujo para sistemas gas - líquido para todos los intervalos de inclinación de tubería. Barnea<sup>6</sup>**

- **TRANSICIÓN A FLUJO BURBUJA DISPERSA:** A altas velocidades de líquido se puede dar este patrón de flujo por la turbulencia del líquido, que evita la aglomeración de las burbujas, lo cual está definido bien por el diámetro en el cual la burbuja comienza a deformarse, o por el diámetro a partir del cual se previene la migración. Se analiza de manera independiente para los casos de flujo horizontal o vertical

---

<sup>6</sup> BARNEA, D. A unified model for predicting flow-pattern transitions for the whole range of pipe inclinations. En: *Int. j. Multiphase Flow*, Vol. 13, No. 1, pag. 1-12, 1987

En el caso de flujo horizontal se comparan la turbulencia del líquido contra la tensión superficial. Se dan dos fenómenos que definen la transición: el primero, aglomeración de las burbujas; el segundo, migración por flotación.

En el caso vertical la velocidad de ascenso de burbuja de Taylor (slug) es mayor que la de las pequeñas. Así mismo, el ángulo de inclinación es tan grande como para prevenir la migración de burbujas a las paredes de la tubería. Cuando la velocidad de las burbujas es menor que la de Taylor y se evita la coalescencia en las paredes, se da este tipo de flujo.

- TRANSICIÓN DE FLUJO BURBUJA A SLUG: Transición de burbuja a slug se da cuando la fracción de gas supera el valor de 0.25.
- TRANSICIÓN DE FLUJO ESTRATIFICADO A NO ESTRATIFICADO : Se basa en el criterio de inestabilidad de Kelvin-Helmholtz: punto en el cual la aceleración del gas produce una disminución de la presión de la fase gaseosa (Bernoulli) y la onda tiende a crecer.
- TRANSICIÓN DE FLUJO ESTRATIFICADO A ANULAR: El criterio se basa en que las ondas crezcan hasta alcanzar la pared superior de la tubería, resultando bien sea en slug o anular. La posibilidad de formar una película en la parte superior es la que marca la diferencia entre las dos situaciones
- TRANSICIÓN DE FLUJO ESTRATIFICADO PLANO A ESTRATIFICADO ONDULADO: Emplea el mismo criterio de Taitel – Dukler, que considera que la generación de ondas es un efecto de asociado a la velocidad del gas. Por ello, se comparan la fuerza gravitacional y la relacionada con el flujo.
- TRANSICIÓN DE FLUJO ANULAR A INTERMITENTE: Es sólo aplicable fuera del rango de flujo estratificado estable. El cuerpo del gas se bloquea por acumulación de líquido, ya sea por inestabilidad de la película líquida en la parte superior del tubo por lo cual baja, o por un alto suministro de líquido en la película.

- **TRANSICIÓN FLUJO INTERMITENTE:** La transición de flujo slug a burbuja elongada se considera como el caso límite en el cual el cuerpo de agua del slug no contiene gas disperso. Para la transición de flujo slug a churn, se da sólo en flujo vertical en ascenso, cuando grandes burbujas de aire rompen la continuidad del cuerpo del líquido del slug, (fracción vacía de gas en el cuerpo del slug es equivalente al valor del holdup para burbuja dispersa, mayor que 0.52).

#### **5.2.2.4 Modelo unificado para la predicción del patrón de flujo para sistemas gas - líquido en todo el rango de inclinación de tubería Shoham<sup>7</sup>**

Reconoce las transiciones en el caso de que el flujo ascienda o descienda. En ascenso, para la transición burbuja a slug, es válido para bajos caudales, determinando la velocidad del líquido en función de la velocidad del gas, propiedades físicas y ángulo de inclinación del ducto. Para el flujo anular emplea como criterio la comparación de la velocidad del gas en función de las propiedades físicas de los fluidos y del ángulo de inclinación. En el caso de burbuja dispersa, el criterio se basa en la comparación del diámetro de burbuja con respecto al crítico.

En descenso, la transición de estratificado a no estratificado es la misma que consideran Taitel y Dukler. La transición de estratificado plano a ondulado emplea como criterio el número de Froude crítico. Para definir el cambio de flujo intermitente a anular se supone holdup mínimo. Para establecer si se da flujo en burbuja dispersa emplea el mismo criterio que en ascenso. La transición de flujo estratificado a anular se basa en la distancia radial de la superficie del líquido, la cual depende básicamente del ángulo de inclinación, las propiedades físicas del fluido, el régimen de la fase líquida y el diámetro de tubería

---

<sup>7</sup> SHOHAM, O. *Op Cit.*

### **5.3 PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN – REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE**

De manera general, la caída de presión está dada por un componente de fricción, uno gravitacional y por cambio de velocidades. En el primero se tienen en cuenta las pérdidas debido al roce de cada uno de los fluidos con las paredes del tubo y las debidas al contacto entre los mismos, en la interfase. El segundo se debe básicamente a la fuerza que ejerce la gravedad sobre un cuerpo, que en algunos casos puede favorecer o desfavorecer el flujo. La tercera contempla el cambio de velocidad debido al cambio en el área de sección transversal durante el flujo o al cambio de densidades.

La base de los modelos consiste determinar la cantidad de líquido acumulado (holdup) en términos de la altura que alcanza en el ducto o de la fracción ocupada, para estimar luego la transferencia de momentum, fenómeno de transporte más estudiado en éste tipo de sistemas, ya que es básico para la estimación de la caída de presión.

#### **5.3.1 FLUJO HOMOGÉNEO<sup>8</sup>**

Desarrollado para sistemas en flujo en estado estable, en el que ambas fases se mueven a la misma velocidad, son compresibles, y se consideran fenómenos de transferencia de masa a lo largo del trayecto.

Se recomienda su uso en condiciones de flujo en burbuja dispersa. Considera un balance de materia y de momentum con propiedades de mezcla promedio. La caída de presión en este caso está determinada por pérdidas por fricción, por efecto de la gravedad y por el cambio de velocidad. La primera depende básicamente de la velocidad de la mezcla y el nivel de turbulencia de la misma. El segundo, del ángulo de inclinación de la tubería y el tercero del cambio de velocidad debido a la diferencia en el volumen de líquido o de gas contenido en la tubería.

---

<sup>8</sup> SHOHAM, O. *Op Cit.*

### 5.3.2 FLUJO SEPARADO

Considera balance de momentum para cada fase. Se emplea para el cálculo de caída de presión en régimen estratificado y anular. Solo considera cambios de presión debido a las pérdidas de presión por fricción, que dependen a su vez de la velocidad de los fluidos y por tanto del nivel de líquido retenido. Para resolver las incógnitas la caída de presión de cada una de las fases se iguala, y la suma de las áreas de la sección transversal de cada una de las fases debe sumar el área de sección transversal total.

### 5.3.3 ESTRATIFICADO<sup>9</sup>

Su objetivo es determinar el holdup ( $h_L$ ) aplicando balances de momentum a ambas fases. Se consideran pérdidas de presión por fricción de cada una de las fases y entre las mismas, además del componente gravitacional. Se ignoran las pérdidas derivadas del cambio de velocidad.

En este es importante el uso de dos grupos adimensionales,  $X(\rho_L, \mu_L, q_L, \rho_G, \mu_G, q_G, d)$  y  $Y(\rho_L, \rho_G, \mu_G, q_G, \theta, d)$ , con los cuales se determina  $h_L$ . A partir de esto se llevan a cabo los cálculos restantes.

El balance de momentum a cada fase, involucra la variación de la presión, los efectos debidos a la fricción con las paredes de la tubería y en la interfase y la componente gravitacional, que dependiendo del ángulo de inclinación favorece o no el aumento de velocidad y por tanto de cantidad de movimiento.

$$-A_L \frac{dP}{dx} - \mathbf{t}_{wL} S_L + \mathbf{t}_i S_i + \mathbf{r}_L A_L g \sin \mathbf{b} = 0 \quad (1)$$

$$-A_G \frac{dP}{dx} - \mathbf{t}_{wG} S_G - \mathbf{t}_i S_i + \mathbf{r}_G A_G g \sin \mathbf{b} = 0 \quad (2)$$

Los esfuerzos de corte dependen de la velocidad de los fluidos, el factor de fricción, las propiedades de los fluidos (densidad y viscosidad principalmente) y del régimen de flujo. Se supone que no hay transferencia de momentum en la superficie que conforma la

---

<sup>9</sup> TAITEL, Y. y DUKLER, A. *Op Cit.*

interfase (como flujo en canal abierto). Por coexistir ambas fases en la tubería deben sufrir la misma caída de presión. En esta ecuación se desconoce gran parte de las variables, porque dependen del nivel que ocupe el líquido en la tubería.

Luego se llega a una expresión que depende de dos parámetros, X y Y, los cuales pueden calcularse conociendo las dimensiones del ducto, los caudales de gas y líquido de operación, el ángulo de inclinación de la tubería y las propiedades físicas de los fluidos (densidad y viscosidad). Para que el sistema tenga solución, existe un único  $h_L$  que lo satisface, el cual ha de encontrarse por métodos numéricos.

### 5.3.4 ANULAR<sup>10</sup>

Se supone flujo anular completamente desarrollado, espesor de película uniforme en toda la tubería, flujo isotérmico e incompresible. Se realiza un balance de momentum para el líquido que va en el "ánulo" que forma una película en la pared y para el gas en el seno (core) de la tubería.

$$\left. \frac{dP}{dx} \right|_F - t_{wF} \frac{S_L}{A_F} + t_i \frac{S_i}{A_F} - r_F g \sin \mathbf{b} = 0 \quad (1)$$

$$\left. \frac{dP}{dx} \right|_C - t_i \frac{S_i}{A_C} - r_C g \sin \mathbf{b} = 0 \quad (2)$$

### 5.3.5 BURBUJA DISPERSA – (FLUJO PSEUDOHOMOGÉNEO)

En este, la caída de presión se calcula como si se tratara de un sólo fluido con densidades y viscosidades de mezcla promedio, ponderadas con base en la fracción másica de los componentes.

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\frac{2}{D} f G^2 (x \mathbf{n}_{GL} + \mathbf{n}_L) + \frac{g \sin \mathbf{b}}{x \mathbf{n}_{GL} + \mathbf{n}_L} + G^2 \mathbf{n}_{GL} \frac{dx}{dz} - G^2 (x \mathbf{n}_{GL} + \mathbf{n}_L) \frac{1}{A} \frac{dA}{dz}}{1 + G^2 \left( x \frac{d\mathbf{n}_G}{dP} + (1-x) \frac{d\mathbf{n}_L}{dP} \right)}$$

<sup>10</sup> BARNEA, D. Transition from Annular Flow and from Dispersed Bubble Flow - Unified Models for the whole range of pipe inclinations. En: *Int. J. of Multiphase Flow*, Vol.12, 733-744, 1986

### 5.3.6 SLUG<sup>11</sup>

Para el cálculo se supone que todos los slugs son de la misma longitud. Se subdivide en dos zonas: el cuerpo del líquido y la de burbuja de Taylor. El cuerpo de líquido se trata como mezcla homogénea (burbuja dispersa) y el de la burbuja como flujo estratificado. La zona de líquido inmediatamente posterior a la burbuja de gas se considera turbulenta. Además se contemplan varios tipos de velocidades: en la interfase, la del gas y la del líquido dentro del slug (que se consideran iguales), y las velocidades de gas y líquido en la región estratificada.

Para el cálculo de la caída de presión se deben conocer el holdup en el cuerpo del slug y la frecuencia de los mismos. Se determina la componente debida a la diferencia de velocidad entre el cuerpo del slug y la interfase, y una dada por la fricción entre el slug y la pared de la tubería.

Por las características del tipo de flujo, la masa de gas y líquido no es constante en una sección transversal de la tubería, aunque se considera que el flujo volumétrico de la mezcla sí lo es (fluidos incompresibles).

La caída de presión está dada por:

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{\Delta P_T}{L_T} = \mathbf{r}_M g \sin \mathbf{b} \frac{t_S p D}{A_L} \frac{L_S}{L_T} + \frac{1}{L_T} \int_0^{L_F} \frac{t_B S_B + t_G S_G}{A} dx \quad (1)$$

En el holdup se evalúa en cada punto de la integral

---

<sup>11</sup> DUKLER, A. y HUBBARD, M. A Model for Gas-Liquid Slug Flow in Horizontal and Near Horizontal Tubes. En: *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Vol 14, Iss 4, 1975

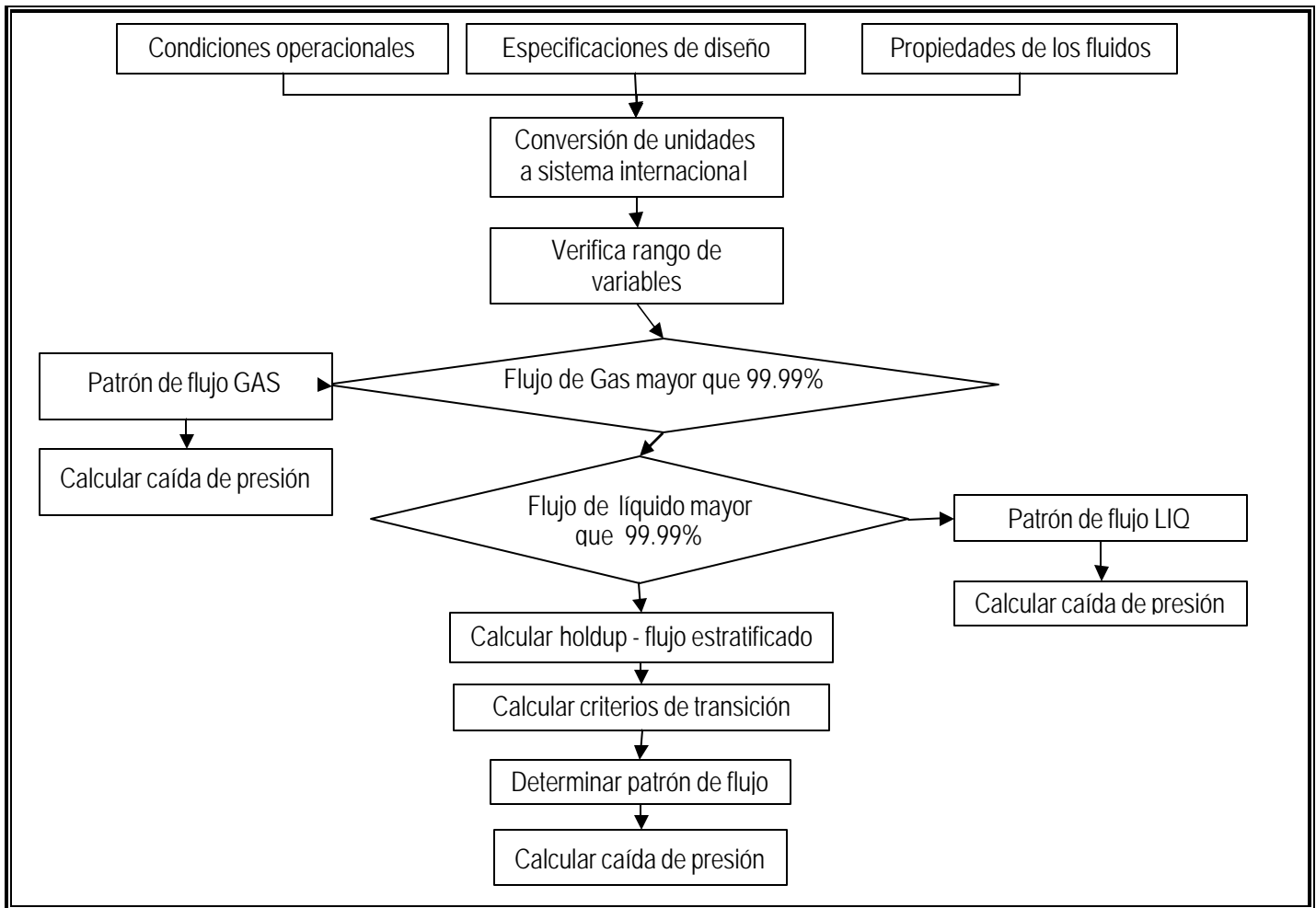
## 6 MODELO MATEMÁTICO PROPUESTO

El modelo matemático propuesto incorpora el modelamiento de los fenómenos junto con los algoritmos requeridos para su resolución. Lo propuesto aquí surge posterior a una serie de modificaciones, pruebas y ajustes hasta alcanzar un buen nivel de precisión.

Las variables principales a tener en cuenta para su predicción son: el patrón de flujo, la caída de presión, el nivel de líquido y la velocidad de las fases. Los fenómenos modelados que permiten esta valoración se fundamentan en tres componentes principales, a saber: termodinámica - correlación de propiedades físicas, patrón de flujo y modelos específicos para la determinación de variables hidrodinámicas de acuerdo con el patrón de flujo. El algoritmo asociado al procedimiento general de cálculos se muestra en la Ilustración 8.

En los capítulos posteriores se hará énfasis en el desarrollo de los siguientes aspectos:

- Termodinámica y predicción de propiedades físicas
- Criterios de transición para la determinación del patrón de flujo
- Cálculo de caída de presión para cada patrón de flujo
- Métodos numéricos para la resolución de ecuaciones



**Ilustración 8 Algoritmo general del modelo**

## **6.1 TERMODINÁMICA Y CORRELACIÓN DE PROPIEDADES FÍSICAS**

La termodinámica sirve como fundamento para el análisis del comportamiento de los fluidos y por tanto como soporte para la predicción de propiedades físicas que se requieren estimar como variables de entrada para la mayor parte de los cálculos asociados con la predicción del patrón de flujo y la caída de presión, entre otros.

Para efectos del modelamiento, este tipo de sistema es heterogéneo, multicomponente y sin reacción química. Los sistemas heterogéneos están conformados por varias fases, las cuales serán consideradas homogéneas individualmente, para este caso son gas natural, hidrocarburos líquidos y agua. Estas se separan por una interfase, la cual funciona como una "barrera" que en equilibrio debe asegurar que entre las fases exista equilibrio térmico, mecánico y de masa.

En cuanto a la fase gaseosa, su comportamiento es no ideal, y puede predecirse mediante una ecuación de estado. La predicción de las propiedades físicas del gas, con base en una ecuación de estado que permita estimar la densidad del gas y el factor de compresibilidad dada la temperatura y presión de operación junto con la composición del gas.

### **6.1.1 PROPIEDADES FÍSICAS DEL GAS<sup>12</sup>**

Por ser un sistema que opera normalmente a alta presión, el manejo del gas como gas ideal no es válido en éste caso. La diferencia del volumen real y el ideal se maneja por medio del factor de compresibilidad, siendo las fuerzas intermoleculares las responsables de las desviaciones. La magnitud y alcance de las fuerzas atractivas y repulsivas, junto con las derivadas de la polaridad de las moléculas comienzan a jugar un papel importante en la predicción del comportamiento del gas. Estos términos se encuentran implícitos en las diversas ecuaciones de estado propuestas para gases no ideales y líquidos.

---

<sup>12</sup> WALAS, S. Phase Equilibria in Chemical Engineering. Butterworth Publishers, 1984

Una ecuación de estado describe el comportamiento de presión, temperatura y volumen de componentes puros y mezclas. Para ello tienen términos que representan fuerzas de interacción molecular. El uso de las ecuaciones de estado y las propiedades calculadas a partir de las mismas es recomendado para sustancias no polares o ligeramente polares.

La forma más sencilla de una ecuación de estado, es la que representa el comportamiento de un gas ideal en el cual no existen interacciones intermoleculares. De manera general, existen dos tipos principales de ecuaciones de estado: las cúbicas y las viriales. Las primeras se caracterizan por que el volumen está "corregido" por los efectos repulsivos entre moléculas dependientes también del tamaño de la molécula (covolumen,  $b$ ). Además se agrega un parámetro dependiente de la temperatura, que resta a la presión los efectos de atracción ( $a$ ). Ejemplos de éstas son Redlich-Kwong, Soave-Redlich-Kwong y Peng-Robinson. El polinomio cúbico resultante de estas ecuaciones está en función del volumen específico, y puede tener tres posibles raíces: la primera representa al vapor, la menor al líquido mientras que la intermedia no tiene significado físico, y a bajas presiones solo hay una raíz.

Para un componente puro, los parámetros son calculados a partir del factor acéntrico, presión crítica y temperatura crítica. Para una mezcla se supone una sustancia hipotética cuyos parámetros son estimados a partir de reglas de mezcla empíricas, las cuales ajustan mejor o peor la predicción de propiedades de la mezcla según el tamaño y la simetría de las moléculas.

Otras ecuaciones, como las ecuaciones del tipo virial se caracterizan por tener forma en ley de potencias. A éste pertenecen las desarrolladas por Benedict-Webb-Rubin-Starling y Lee-Kessler-Plöcker. Estas ecuaciones pueden ser descritas de acuerdo a la teoría de los estados correspondientes, según la cual el comportamiento  $PvT$  de las sustancias se presenta en términos de las propiedades críticas (reducidas) a través del factor de compresibilidad. Sin embargo, para este modelo no han sido contempladas ya que el tiempo de cómputo requerido es mucho mayor al empleado por una ecuación cúbica, ya que se requerirían un ciclo interno de métodos numéricos que permitan calcular la raíz de

la ecuación, sin obtener un nivel de precisión mucho mayor. A continuación se sintetizan las distintas ecuaciones de estado existentes.

**Tabla 1 Resumen de las ecuaciones de estado**

ECUACIÓN DE ESTADO	AUTOR	GENERALIDADES
<b>ECUACIONES CÚBICAS</b>	Redlich – Kwong	Bajas presiones
	(SRK) Soave - Redlich – Kwong	Sustancias apolares y medianamente polares. Problemas en la región crítica
	Kabadi – Danner	Modificación de SRK para mezclas con agua e hidrocarburos. Muy específico para sustancias a las cuales se hayan desarrollado correlaciones.
	<b>Peng Robinson</b>	Sustancias apolares y medianamente polares. Apto en la región crítica. Predicción de propiedades de fase líquida.
<b>ECUACIONES VIRIALES</b>	(BWRS) Benedict – Webb – Rubin – Starling	Sustancias apolares y medianamente polares. Apto para gases licuados (regiones criogénicas).
	Lee- Kessler Plocker	Sustancias apolares y medianamente polares. Sustancia de referencia (n-octano). Condiciones subcríticas.

La ecuación de estado seleccionada para el modelamiento es Peng – Robinson, la cual es adecuada para sistemas de hidrocarburos alifáticos y agua en un amplio rango de presiones y temperaturas, siendo además una de las que menos cálculos iterativos requiere para su resolución, reduciendo los tiempos de cómputo. A continuación se muestra su desarrollo.

**Tabla 2 Ecuación de estado de Peng-Robinson**

<b>PENG-ROBINSON – ECUACIÓN DE ESTADO</b>	
Ecuación de estado	$P = \frac{RT}{(v-b)} - \frac{a}{v(v+b)+b(v-b)}$
Factor de compresibilidad	$Z^3 - (1-B)Z^2 + (A-2B-3B^2)Z - (AB-B^2-B^3) = 0$
Parámetro de covolumen. Mezcla y componente	$b = \sum_i x_i b_i \quad b_i = 0.077796 \frac{RT_{ci}}{P_{ci}}$
Parámetro efecto de atracción. Mezcla y de componente	$a = \sum_i \sum_j x_i x_j (a_i a_j)^{1/2} (1 - k_{ij}) \quad a_i = a_{ci} a_i$

PENG-ROBINSON – ECUACIÓN DE ESTADO	
Parámetros de componente	$a_{ci} = 0.457235 \frac{(RT_{ci})^2}{P_{ci}} \quad a_i = [1 + m_i(1 - T_{ri}^{0.5})]^2$
	$m_i = 0.37464 + 1.54226w_i - 0.26992w_i^2$
Parámetro efecto de atracción, mezcla	$A = \frac{aP}{(RT)^2}$
Parámetro covolumen, mezcla	$B = \frac{bP}{RT}$

**Tabla 3 Propiedades físicas de la fase gaseosa determinadas a partir de la ecuación de estado Peng-Robinson**

PENG-ROBINSON – PROPIEDADES FÍSICAS	
Fugacidad mezcla	$\ln f = z - 1 - \ln(z - B) - \frac{A}{2\sqrt{2}B} \ln \left( \frac{z + (\sqrt{2} + 1)B}{z + (\sqrt{2} - 1)B} \right)$
Entalpía mezcla	$\frac{H - H^{gi}}{RT} = 1 - z + \frac{A}{2\sqrt{2}B} \left( 1 + \frac{D}{aa} \right) \ln \left( \frac{z + (\sqrt{2} + 1)B}{z + (\sqrt{2} - 1)B} \right)$
Entropía mezcla	$\frac{S - S^{gi}}{R} = -\ln(z - B) - \frac{BD}{2\sqrt{2}Aaa} \ln \left( \frac{z + (\sqrt{2} + 1)B}{z + (\sqrt{2} - 1)B} \right)$
Fugacidad de componente	$\ln f_i = \frac{B_i}{B} (z - 1) - \ln(z - B) - \frac{A}{2\sqrt{2}B} \left( \frac{B_i}{B} - \frac{2}{aa} \sum_j^N Z_j (aa)_{ij} \right) \ln \left( \frac{z + (\sqrt{2} + 1)B}{z + (\sqrt{2} - 1)B} \right)$

La viscosidad se estima por medio del método de los estados correspondientes, que establece que cada sustancia pura tiene estado crítico. De allí también se deriva que el comportamiento presión-volumen-temperatura de las sustancias se presente en términos de las propiedades críticas, por medio del factor de compresibilidad. Como resultado, se plantea el principio de la teoría, que dice: “sustancias a presiones y temperaturas reducidas iguales tienen iguales volúmenes reducidos”. Como esta teoría fue formulada para sustancias puras, no para mezclas, se plantea una sustancia hipotética con propiedades críticas promedio (determinadas a partir de los componentes puros), para la cual se emplean reglas de mezcla empíricas para la determinación de volumen, presión y temperatura pseudocríticas. El cálculo de la viscosidad se realiza según lo propuesto por Lucas:

**Tabla 4 Viscosidad de la fase gaseosa determinada a partir de la correlación de Lucas**

<b>LUCAS – VISCOSIDAD</b>	
Viscosidad reducida	$h_r = xh$
Viscosidad Inversa	$x = \left[ \frac{RT_c N_o^2}{M^3 P_c^4} \right]^{1/6}$
Entropía mezcla	$hx = F_p^o F_Q^o \left[ \frac{0.807T_r^{0.618} - 3.57 \exp(-0.449T_r)}{+ 3.40 \exp(-4.058T_r) + 0.018} \right]$
Factor de corrección por polaridad	$F_p^o = 1 \quad 0 \leq d_r \leq 0.022$ $F_p^o = 1 + 30.55(0.292 - Z_c)^{1.72} \quad 0.022 \leq d_r \leq 0.075$ $F_p^o = 1 + 30.55(0.292 - Z_c)^{1.72}  0.96 + 0.1(T_r - 0.7)  \quad 0.075 \leq d_r$
Momento bipolar reducido	$d_r = 52.46 \frac{d^2 P_c}{T_c^2}$
Factor de corrección por efectos cuánticos	$F_Q^o = 1.22Q^{0.15} \left[ 1 + 0.00385(T_r - 12)^{2/M}  T_r - 12  \right]$

### 6.1.2 PROPIEDADES FÍSICAS DEL CRUDO

En cuanto a la fase líquida, la predicción de su comportamiento y el equilibrio de masa teniendo en cuenta que coexiste con la fase gaseosa, podría realizarse con base en el concepto de igualdad de potenciales químicos de los componentes y fugacidad. Es el coeficiente de fugacidad, que es la relación entre la fugacidad y la presión, quien representa la desviación de la idealidad, en donde las propiedades de la fase gaseosa se determinan mediante una ecuación de estado, mientras que para la fase líquida se realiza por medio de ecuaciones de estado o por modelos que permiten predecir el coeficiente de actividad en la fase líquida, tales como Van Laar, NRTL, UNIQUAC y UNIFAC, entre otros.

Especialmente en fase líquida, la fugacidad de un componente es fuertemente dependiente de su composición. En algunos sistemas, los efectos debido a las fuerzas de interacción intermolecular, tamaño y forma de las moléculas originan desviaciones de la idealidad, representadas por la actividad y el coeficiente de actividad ( $\gamma$ ) que es la relación de la fugacidad del componente real respecto a la fugacidad del componente a las mismas condiciones pero en un sistema ideal.

En este caso, la desviación de la idealidad es marcada, generando fases líquidas heterogéneas, la primera rica en sustancias polares (agua) y la segunda en sustancias no polares (crudo). Por ello, para efectos del modelamiento se maneja la fase acuosa como una fase independiente a la del crudo en lo que respecta a la predicción de propiedades físicas, esto es, inmiscibilidad total. No obstante el equilibrio con la fase gaseosa se maneja como agua en fase vapor, cuya concentración es la de saturación, que obedece la dada por la presión de vapor a las condiciones de temperatura del sistema.

La complejidad de la fase rica en componente orgánico apolar es alta, que de manera general comprende estructuras lineales, ramificadas, aromáticas con variedad de grupos funcionales y pesos moleculares. Por otra parte, en la mayor parte de las líneas de producción no es común tener a disposición la composición detallada de la fase orgánica, mientras que es bastante común emplear la gravedad API para su caracterización y comercialización. Por ello la predicción de propiedades se realiza con base en correlaciones empíricas propuestas que tienen a °API como parámetro de entrada, junto con la relación gas/ crudo medida en campo, la temperatura y presión de operación, permitiendo un cálculo más sencillo y que puede ser ejecutado sobre gran número de sistemas cuya información sea precaria.

Las propiedades físicas del crudo se estiman con correlaciones PVT teniendo en cuenta tres condiciones: Líquido en ausencia de gas o Dead-Oil, crudo en equilibrio con el gas o Live-Oil y crudo saturado, en el punto de burbuja. Según el estado en el que se encuentra, se han desarrollado correlaciones semiempíricas que se emplean para la predicción de propiedades, desarrolladas por autores<sup>13</sup> como Standing, Vasquez/Beggs, Al-Marhoun, Glaso, Petrosky-Farshad, Beal, Labeddy, Chew/Connally, Beggs/Robinson, Kartoadmodjo/Shmidt, entre otros.

A continuación se sintetizan las generalidades de los modelos de actividad y las correlaciones PVT.

---

<sup>13</sup> AL-MATHOUN. Evaluation of empirically derived PVT properties for Middle East crude oils. *Journal of Petroleum Science and Engineering* 42 (2004) 209– 221.

NASERI, A., NIKAZAR, M., MOUSAVI, S. A correlation approach for prediction of crude oil viscosities. *Journal of Petroleum Science and Engineering* 47 (2005) 163– 174

**Tabla 5 Síntesis de los modelos de actividad y correlaciones PVT**

MODELO	AUTOR	GENERALIDADES
<b>MODELOS DE ACTIVIDAD</b>	Chao Seader	Teoría de las soluciones regulares. Fracción volumétrica y parámetro de solubilidad
	Grayson Streed	Adaptación de Chao Seader para metano
	Margules	Componentes de similar tamaño, forma y estructura química
	Van Laar	Sistemas apolares en solución. Interacción binaria.
	Wilson	Composición local de solución, importancia del tamaño de la molécula. Sistemas polares o apolares, en solución.
	NRTL	Líquidos parcialmente miscibles.
	UNIQUAC	Contribuciones combinatoria (forma y tamaño) y residual (interacciones). Sistemas polares o apolares total o parcialmente miscibles.
	UNIFAC	Contribución por grupos funcionales, combinatoria y residual. Sistemas polares o apolares total o parcialmente miscibles.
<b>CORRELACIONES PVT</b>	<b>Vasquez – Beggs</b>	Presión de burbuja, gas en solución, FVF (formation volume factor) @Pb, crudo por debajo de saturación, en el punto de burbuja.
	Chew – Connelli	Crudo saturado con gas
	Standing	Presión de burbuja, gas en solución, FVF @Pb,
	Beggs - Robinson	Dead Oil (Líquido subenfriado), Crudo saturado con gas
	Glaso	Dead Oil (Líquido subenfriado), dos fases FVF
	Al - Marhoun	Presión de burbuja, gas en solución, FVF @Pb,
	Labedi	Dead Oil (Líquido subenfriado), Crudo saturado con gas, crudo por debajo de saturación

Las propiedades que se estiman por las correlaciones comprenden:

- Presión del punto de burbuja (Pb):
- Relación Gas/Oil en solución (Rs)
- Factor volumétrico de formación de crudo a la presión del punto de burbuja (Bob)
- Factor volumétrico total por debajo de la presión de burbuja (Bt)
- Compresibilidad isotérmica por debajo de la presión de saturación (Co)
- Viscosidad del crudo por debajo de la presión de saturación ( $\mu_o$ )
- Viscosidad del crudo en la presión de saturación ( $\mu_{ob}$ )
- Viscosidad del crudo en ausencia de gas (dead oil) ( $\mu_{od}$ )

Las correlaciones empeladas se resumen a continuación

**Tabla 6 Propiedades físicas del crudo**  
**PROPIEDADES FÍSICAS DEL CRUDO**

<p>Factor volumétrico de formación de crudo a la presión del punto de burbuja (Vasquez Beggs)</p>	$B_{ob} = 1 + a_1 R_s + a_2 (T - 60) \left( \frac{S_{API}}{S_g} \right) + a_3 R_s (T - 60) \left( \frac{S_{API}}{S_g} \right)$ <p> <math>a_1 = 4.677E-4</math>  <math>a_2 = 1.751E-5 \quad S_{API} &lt; 30</math>  <math>a_3 = -1.8106E-8</math> </p> <p> <math>a_1 = 4.67E-4</math>  <math>a_2 = 1.1E-5 \quad S_{API} &gt; 30</math>  <math>a_3 = 1.337E-9</math> </p>
<p>Factor volumétrico total por debajo de la presión de burbuja (Vasquez Beggs)</p>	$B_t = a_1 + a_2 \ln G + a_3 (\ln G)^2$ $G = R_s T^{a_4} S_g^{a_5} P^{a_6} S_0^C$ <p> <math>a_1 = 0.184518</math>  <math>a_2 = 0.47257</math>  <math>a_3 = 75.354436 E-3</math>  <math>a_4 = 0.5</math>  <math>a_5 = -0.3</math>  <math>a_6 = -1.1089</math>  <math>C = 2.9E-0.00027 R_s</math> </p>
<p>Presión del punto de burbuja (Vasquez Beggs)</p>	$P_b = a_1 \left( \frac{R_s}{S_g} \right)^{a_2} e^{\left( \frac{a_3 S_{API}}{T + 460} \right)}$ <p> <math>a_1 = 20.7880</math>  <math>a_2 = 0.9143 \quad S_{API} &lt; 30</math>  <math>a_3 = -23.5202</math> </p> <p> <math>a_1 = 29.7818</math>  <math>a_2 = 0.8425 \quad S_{API} &gt; 30</math>  <math>a_3 = -20.1609</math> </p>

PROPIEDADES FÍSICAS DEL CRUDO	
Relación Gas/Oil en solución (Vasquez Beggs)	$R_s = a_1 S_g P_b^{a_2} e^{\left( \frac{a_3 S_{API}}{T + 460} \right)}$ $a_1 = 0.0362$ $a_2 = 1.0937 \quad S_{API} < 30$ $a_3 = 25.7240$ $a_1 = 0.0178$ $a_2 = 1.1870 \quad S_{API} > 30$ $a_3 = 23.9310$
Viscosidad del crudo a la presión de saturación (Beggs Robinson)	$m_{ob} = a m_{ob}^b$ $a = a_1 (R_s + a_2)^{a_3}$ $b = a_4 (R_s + a_5)^{a_6}$ $a_1 = 10.715$ $a_2 = 100$ $a_3 = -0.515$ $a_4 = 5.44$ $a_5 = 150$ $a_6 = -0.338$
Viscosidad del crudo en ausencia de gas (Beggs Robinson)	$\ln(\ln(m_{OD} + 1)) = a_1 + a_2 S_{API} + a_3 \ln T$ $a_1 = 7.816432$ $a_2 = -0.04658$ $a_3 = -1.163$
Viscosidad del crudo por debajo de la presión de saturación (Vásquez Beggs)	$m_O = m_{ob} \left( \frac{p}{p_b} \right)^m$ $\ln m = a_1 + a_2 p + a_3 \ln p$ $a_1 = 7.816432$ $a_2 = -0.04658$ $a_3 = -1.163$

### 6.1.3 PROPIEDADES DE MEZCLA

Para la determinación de las propiedades de mezcla de la fase líquida y de la mezcla pseudohomogénea se tuvieron en cuenta las siguientes reglas de mezcla para el cálculo de la viscosidad:

$$\mathbf{m}_M = \mathbf{l}_G \mathbf{m}_G + \mathbf{l}_L \mathbf{m}_L$$

$$\mathbf{m}_L = (BSW) \mathbf{m}_W + (1 - BSW) \mathbf{m}_O$$

De manera análoga, el cálculo de la densidad y tensión superficial está dado por:

$$\mathbf{r}_M = \mathbf{l}_G \mathbf{r}_G + \mathbf{l}_L \mathbf{r}_L$$

$$\mathbf{r}_L = (BSW) \mathbf{r}_W + (1 - BSW) \mathbf{r}_O$$

$$\mathbf{g}_L = (BSW) \mathbf{g}_W + (1 - BSW) \mathbf{g}_O$$

## 6.2 PREDICCIÓN DEL PATRÓN DE FLUJO

Para la predicción de patrón de flujo, se emplean los criterios dados por Taitel-Duckler, teniendo en cuenta que son la base para el desarrollo de los modelos mecánicos propuestos por autores como Barnea y Shoham, los cuales emplean en el rango de inclinación contemplado sus criterios sin alteración significativa. Adicionalmente no se contempla la aplicación de las correlaciones empíricas, debido al limitado rango de éstas. A continuación se describen de manera general los distintos modelos existentes.

**Tabla 7 Descripción general de los distintos modelos para la determinación de patrones de flujo**

TIPO DE MODELO	AUTOR	GENERALIDADES
<b>Correlaciones empíricas</b>	Beggs-Brill	Sistemas gas -líquido horizontales
	Dukler-Eaton-Flanigan-Beggs-Brill	Sistemas gas -líquido horizontales
	Hagedorn-Brown	Sistemas gas -líquido verticales
	<b>Dukler-Taitel</b>	sistemas gas -líquido en tubería horizontal y cuasi-horizontal
<b>Modelos mecánicos</b>	Dukler-Taitel - Barnea	sistemas gas -líquido en tubería vertical en flujo en ascenso
	Barnea	sistemas gas - líquido en todo el rango de inclinación de tubería
	Shoham	sistemas gas - líquido en todo el rango de inclinación de tubería
	Lockhart-Martinelli	Sistemas gas -líquido horizontales

### 6.2.1 TRANSICIÓN FLUJO ESTRATIFICADO A NO ESTRATIFICADO

Se aplica el criterio Kevin- Helmholtz para la estabilidad del flujo estratificado. Las consideraciones teóricas derivadas de la formación de una onda de líquido que bloquea el paso de gas, efecto que es contrarrestado por la gravedad o de la cantidad de líquido requerida para formar una capa estable al fondo del tubo, evitando ser empujado a las paredes.

$$U_G > C_2 \left[ \frac{g(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_G)A_G \cos \mathbf{b}}{\mathbf{r}_G \frac{dA_L}{dh_L}} \right]^{1/2}$$

$$C_2 = 1 - \frac{h_L}{D}$$

De manera adimensional este criterio se expresa de la siguiente forma:

$$F^2 \left[ \frac{1}{C_2^2} \frac{\tilde{U}_G^2 \tilde{S}_i}{\tilde{A}_G} \right] \geq 1$$

$$F = \frac{\sqrt{\mathbf{r}_L}}{\sqrt{(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_G)}} \frac{U_{GS}}{\sqrt{Dg \cos \mathbf{b}}}$$

## 6.2.2 TRANSICIÓN ESTRATIFICADO PLANO – ESTRATIFICADO ONDULADO

Se considera que las ondas se generan cuando la presión y las fuerzas de tensión del gas superan las fuerzas ejercidas por el líquido. Se emplea el criterio de Jeffrey de iniciación de ondas, el cual lleva al uso de un parámetro adimensional,  $K(\rho_L, \rho_G, \mu_G, q_G, \theta, d)$ , que junto a  $h_L$  determinan la línea de transición, válido para flujo horizontal o en ascenso. Para flujo en descenso, se emplea el número de Froude crítico  $Fr(q_L, h_L)$ .

El criterio se basa en que las ondas se forman cuando la velocidad de la fase gaseosa es suficientemente alta para producir ondas, pero tan baja como para evitar inestabilidad. Se generan cuando la presión y el esfuerzo que genera el gas sobrepasan las fuerzas de disipación viscosas del líquido. Se emplea el criterio de Jeffrey para la iniciación de ondas:

$$U_G \geq \frac{4u_L g(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_G) \cos \mathbf{b}}{s \mathbf{r}_G U_L}$$

De manera adimensional:

$$K \geq \left[ \frac{2}{\tilde{U}_G \sqrt{s \tilde{U}_L}} \right]$$

K es función del número de Froude modificado y del número de Reynolds del líquido, que a su vez dependen de  $h_L$ .

$$K^2 = F^2 \text{Re} = \left[ \frac{\mathbf{r}_L U_{GS}^2}{(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_G) D g \cos \mathbf{b}} \right] \left[ \frac{DU_{LS}}{\mathbf{u}_L} \right]$$

### 6.2.3 TRANSICIÓN INTERMITENTE – ANULAR

La formación de slugs (flujo intermitente) es dependiente del nivel de líquido. Si no hay cantidad suficiente en el momento que crezca la onda, el cuerpo de líquido no alcanzará a cubrir toda el área de sección transversal de la tubería. Para que sea posible, el nivel de líquido  $h_L/D$  debe ser mayor que 0.5 (simetría con respecto al eje suponiendo un comportamiento sinusoidal de las ondas).

$$\frac{h_L}{D} = 0.5$$

### 6.2.4 TRANSICIÓN FLUJO INTERMITENTE – BURBUJA DISPERSA

Ocurre cuando la turbulencia de líquido vence las fuerzas de flote del gas que le permiten estar en la parte superior de la tubería. Se deriva de esto el uso del coeficiente adimensional  $T(\rho_L, \mu_L, q_L, \rho_G, \theta, d)$ , que con  $h_L$  determina la curva de transición.

$$U_L \geq \left[ \frac{4A_G}{S_i} \frac{g \cos \mathbf{b}}{f_L} \frac{(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_G)}{\mathbf{r}_L} \right]^{1/2}$$

De manera adimensional:

$$T^2 \geq \left[ \frac{8\tilde{A}_G}{\tilde{S}_i \tilde{U}_L^2 (\tilde{U}_L^2 \tilde{d}_L)^{-n}} \right]$$

Donde

$$T = \frac{\frac{4C_L}{D} \left( \frac{\mathbf{r}_l U_{SL} D}{\mathbf{m}_L} \right)^{-n} \frac{\mathbf{r}_l U_{SL}^2}{2}}{(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_G) g \cos \mathbf{b}}$$

### 6.2.5 TRANSICIÓN DE ESTRATIFICADO A ANULAR

Este criterio se basa en que las ondas crecen hasta alcanzar la pared superior de la tubería.

$$U_L^2 \geq \left[ \frac{gD(1 - \tilde{h}_L)}{f_L} \right] \cos \mathbf{b}$$

En forma adimensional:

$$Z = \frac{\frac{4C_L}{D} \left( \frac{\mathbf{r}_l U_{SL} D}{\mathbf{m}_L} \right)^{-n} \frac{\mathbf{r}_l U_{SL}^2}{2}}{\mathbf{r}_L g \cos \mathbf{b}} \geq 2 \left( \frac{\tilde{A}_L}{\tilde{A}} \right)^2 (1 - \tilde{h}_L) \frac{f_{LS}}{f_L}$$

La curva está determinada por todos los valores de  $\tilde{h}_L$  que satisfacen la ecuación anterior.

## 6.2.6 ALGORITMO DE DECISIÓN DE PATRÓN DE FLUJO

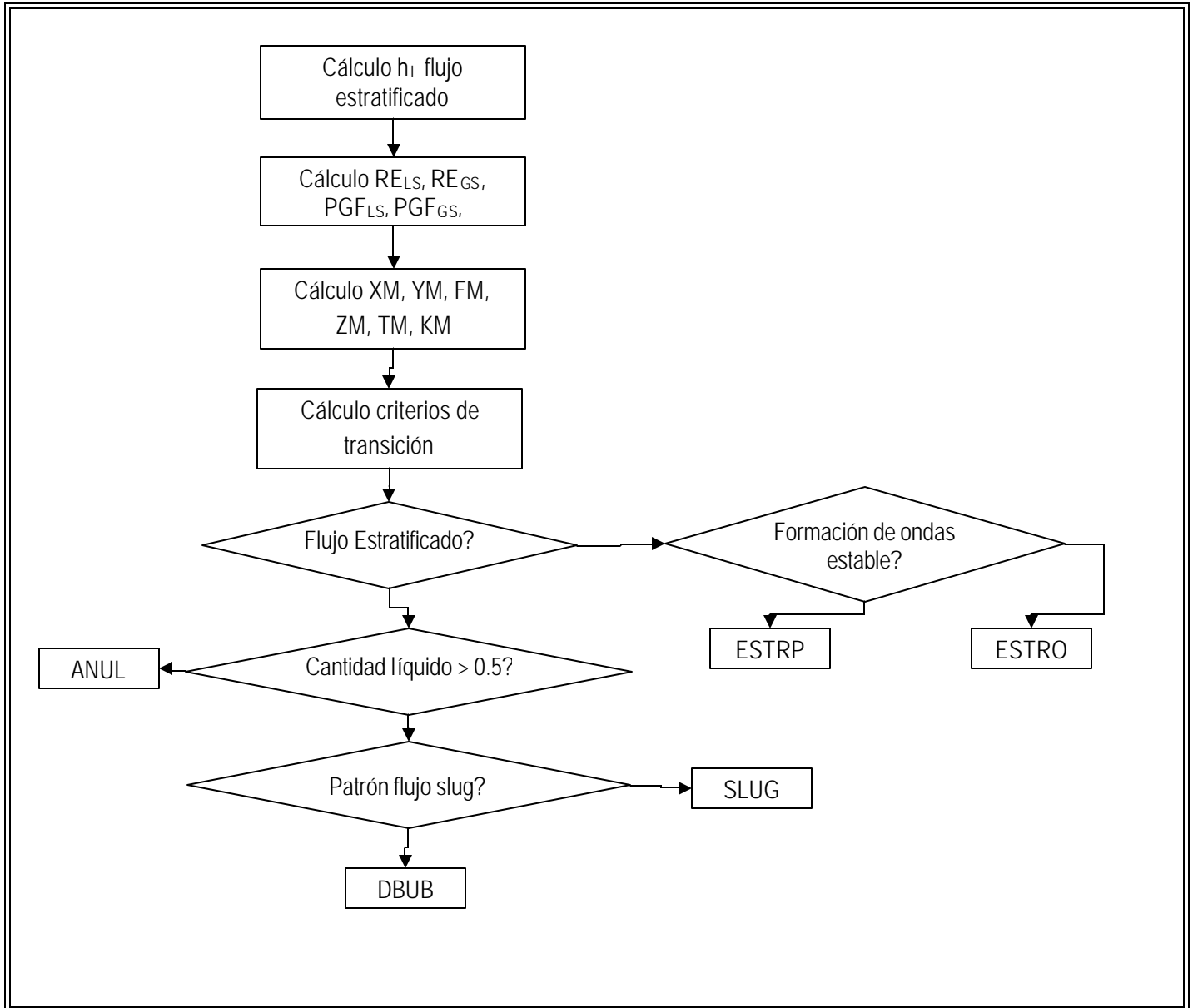


Ilustración 9 Algoritmo para determinación de patrón de flujo

### 6.3 CAÍDA DE PRESIÓN DE PATRONES DE FLUJO

La valoración de la caída de presión de los sistemas contemplados tiene como base para su desarrollo matemático consideraciones mecánicas, esto es, el análisis del fenómeno en una sección de tubería, asociado a las consideraciones de forma propias de cada patrón. En la tabla se resumen los distintos modelos existentes y se resaltan los que fueron empleados.

**Tabla 8 Descripción general de los distintos modelos para la determinación de patrones de flujo**

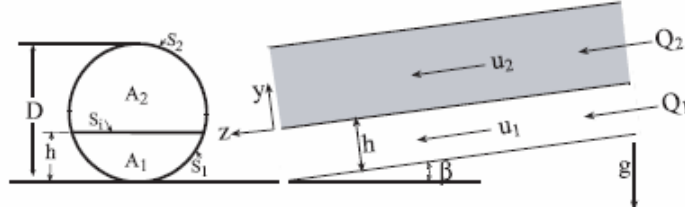
PATRÓN DE FLUJO	AUTOR	GENERALIDADES
SLUG	<b>Duckler- Hubbard y Gregory – Scott</b>	Flujo totalmente horizontal. Velocidades y longitudes características según la zona. Frecuencia de slugs
	Shoham Felizola	Flujo en ascenso. Gas se concentra en burbuja de Taylor, no gas disperso.
	Fernandez	Flujo vertical completamente desarrollado
	Barnea Taitel	Volumen de fluido de un slug completo. Componente gravitacional, friccional y aceleracional.
BURBUJA	<b>Wallis</b>	Seudohomogéneo
ANULAR	<b>Ansari</b>	Dispersión de gas, estabilidad de la capa líquida
ESTRATIFICADO	Lockhart – Martinelli	Flujo separado
	Alves –Caetano – Minami – Shoham	Flujo anular completamente desarrollado. Consideraciones de forma.
	Lockhart – Martinelli	Flujo separado
	<b>Taitel – Duckler</b>	Flujo estratificado en equilibrio. Consideraciones de forma

Otros criterios conocidos, como es el caso de las correlaciones empíricas desarrolladas por varios autores, no fueron contempladas para el desarrollo, ya que tiene como limitantes en algunos casos:

- Tipo de sustancias: son correlaciones desarrolladas para sistemas heterogéneos aire/agua.
- Especificaciones de diseño: por ser de carácter empírico, y dados los altos costos para la realización de ensayos se restringen a tuberías de diámetros cercanos a 2".

### 6.3.1 FLUJO ESTRATIFICADO

Se supone flujo en equilibrio. Se desprecian pérdidas de presión por efecto del cambio de velocidad.



Se realiza balance de momentum a cada fase, en las cuales se involucra la variación de la presión, los efectos debidos a la fricción con las paredes de la tubería y en la interfase y la componente gravitacional, que dependiendo del ángulo de inclinación favorece o no el aumento de velocidad y por tanto de cantidad de movimiento.

$$-A_L \frac{dP}{dx} - \tau_{wL} S_L + \tau_i S_i + \rho_L A_L g \sin \beta = 0 \quad (1)$$

$$-A_G \frac{dP}{dx} - \tau_{wG} S_G - \tau_i S_i + \rho_G A_G g \sin \beta = 0 \quad (2)$$

Donde  $\tau_{wG}$  y  $\tau_{wL}$  son la tensión o esfuerzo de corte entre la pared y el fluido.  $\tau_i$  está asociado a la pérdida de presión por la fricción entre los fluidos (en la interfase).  $A_L$  y  $A_G$  son el área de flujo de sección transversal del líquido y gas, respectivamente;  $\beta$  es el ángulo de inclinación;  $\rho_L$ ,  $\rho_G$  las densidades líquido y gas,  $g$  la gravedad;  $S_G$  y  $S_L$  los perímetros húmedos donde se da transferencia de momentum del gas (pared tubería e interfase gas líquido), del líquido (pared tubería) e interfase.

Los esfuerzos de corte dependen de la velocidad de los fluidos ( $U$ ), el factor de fricción ( $f$ ), las propiedades de los fluidos (densidad y viscosidad principalmente) y el régimen de flujo.

Están dados por:

$$\tau_{wG} = f_G \frac{\rho_G U_G^2}{2} \quad (3)$$

$$\tau_{wL} = f_L \frac{\rho_L U_L^2}{2} \quad (4)$$

$$\tau_i = f_i \frac{\rho_G (U_G - U_L)^2}{2} \quad (5)$$

Para el factor de fricción, que depende del régimen de flujo (número de Reynolds), los diámetros de cada fase están dados por el área de flujo y el perímetro húmedo. Para el líquido, se supone que no hay transferencia de momentum en la superficie que conforma la interfase (como flujo en canal abierto).

El factor de fricción de Fanning es una expresión desarrollada en la que se tiene en cuenta el régimen de flujo de las fases.

$$f_L = C_L \left( \frac{d_L \mathbf{r}_L U_L}{\mathbf{m}_L} \right)^{-n} \quad (6)$$

$$f_G = C_G \left( \frac{d_G \mathbf{r}_G U_G}{\mathbf{m}_G} \right)^{-m} \quad (7)$$

Sus coeficientes varían si se trata de flujo laminar o turbulento. No se ha desarrollado aún una expresión abiertamente aceptada para regímenes en transición.

El diámetro equivalente se determina a partir del radio hidráulico, que es la relación entre el área de flujo y el perímetro húmedo de la tubería en el cual se da el fenómeno:

$$d_L = 4 \frac{A_L}{S_L} \quad (8)$$

$$d_G = 4 \frac{A_G}{S_G + S_i} \quad (9)$$

Por coexistir ambas fases en la tubería deben sufrir la misma caída de presión, que al igualarlas para el gas y el líquido se obtiene:

$$\frac{\mathbf{t}_{wL} S_L}{\mathbf{t}_{wG} S_G} - \left( \frac{S_G}{A_G} + \frac{S_i}{A_L} + \frac{S_i}{A_G} \right) - \frac{(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_G) g \sin \mathbf{b}}{\mathbf{t}_{wG}} = 0 \quad (11)$$

En esta ecuación gran parte de las variables son desconocidas, pues dependen del nivel de líquido que ocupe la tubería. Por facilidad para la realización de cálculos se toman variables adimensionales, las cuales se indican con tilde:

$$\tilde{h}_L = \frac{h_L}{D} \quad \tilde{A}_L = \frac{A_L}{D^2} \quad \tilde{A}_G = \frac{A_G}{D^2} \quad \tilde{U}_L = \frac{U_L}{U_{LS}} = \frac{A}{A_L} \quad \tilde{U}_G = \frac{U_G}{U_{GS}} = \frac{A}{A_G}$$

$$U_{LS} = \frac{q_L}{A} \quad (12)$$

$$U_{GS} = \frac{q_G}{A} \quad (13)$$

Luego se llega a la expresión:

$$X^2 \left[ \left( \tilde{U}_L \tilde{d}_L \right)^{-n} \tilde{U}_L^2 \frac{\tilde{S}_L}{\tilde{A}_L} \right] - \left[ \left( \tilde{U}_G \tilde{d}_G \right)^{-m} \tilde{U}_G^2 \left( \frac{\tilde{S}_G}{\tilde{A}_G} + \frac{\tilde{S}_i}{\tilde{A}_L} + \frac{\tilde{S}_i}{\tilde{A}_G} \right) \right] - 4Y = 0 \quad (14)$$

Donde:

$$X^2 = \frac{\frac{4C_L \left( \frac{\mathbf{r}_L U_{LS} D}{\mathbf{m}_L} \right)^{-n} \frac{\mathbf{r}_L U_{LS}^2}{2}}{D \left( \frac{\mathbf{r}_G U_{GS} D}{\mathbf{m}_G} \right)^{-m} \frac{\mathbf{r}_G U_{GS}^2}{2}} = \frac{dP/dx|_{SL}}{dP/dx|_{SG}} \quad (15)$$

$$Y = \frac{(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_G) g \sin \mathbf{b}}{\frac{4C_G \left( \frac{\mathbf{r}_G U_{GS} D}{\mathbf{m}_G} \right)^{-m} \frac{\mathbf{r}_G U_{GS}^2}{2}}{dP/dx|_{SG}}} = \frac{(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_G) g \sin \mathbf{b}}{dP/dx|_{SG}} \quad (16)$$

Tanto X como Y pueden calcularse conociendo las dimensiones del ducto (diámetro interno especialmente), los caudales de gas y líquido de operación, el ángulo de inclinación de la tubería y las propiedades físicas de los fluidos (densidad y viscosidad) .

Los términos  $\frac{dP}{dx}|_{SL}$   $\frac{dP}{dx}|_{SG}$  son la pérdida de presión de una fase sola en el ducto.

Para que el sistema tenga solución, existe un único  $h_L$  que lo satisface, el cual ha de encontrarse por métodos numéricos. Por la configuración geométrica del sistema, se deducen las siguientes ecuaciones:

$$\tilde{A}_L = 0.25 \left[ \mathbf{p} - \arccos(2\tilde{h}_L - 1) + (2\tilde{h}_L - 1) \sqrt{1 - (2\tilde{h}_L - 1)^2} \right] \quad (17)$$

$$\tilde{A}_G = 0.25 \left[ \mathbf{p} - \arccos(2\tilde{h}_L - 1) - (2\tilde{h}_L - 1) \sqrt{1 - (2\tilde{h}_L - 1)^2} \right] \quad (18)$$

$$\tilde{S}_L = \mathbf{p} - \cos(2\tilde{h}_L - 1) \quad (19)$$

$$\tilde{S}_G = \cos(2\tilde{h}_L - 1) \quad (20)$$

$$\tilde{S}_i = \sqrt{1 - (2\tilde{h}_L - 1)^2} \quad (21)$$

### 6.3.2 FLUJO ANULAR

Se supone flujo anular completamente desarrollado, espesor de película uniforme en toda la tubería, flujo isotérmico e incompresible.

Para el líquido que va en el "ánulo" formando una película en la pared:

$$\left. \frac{dP}{dx} \right|_F - t_{wF} \frac{S_L}{A_F} + t_i \frac{S_i}{A_F} - r_F g \sin \mathbf{b} = 0 \quad (1)$$

Para el gas en el seno (core) de la tubería:

$$\left. \frac{dP}{dx} \right|_C - t_i \frac{S_i}{A_C} - r_C g \sin \mathbf{b} = 0 \quad (2)$$

Luego:

$$-t_F \frac{S_L}{A_C} + t_i S_i \left[ \frac{1}{A_F} + \frac{1}{A_C} \right] - (r_F - r_C) g \sin \mathbf{b} = 0 \quad (3)$$

$$U_F = U_{LS} \frac{(1-E)D^2}{4d(D-d)} \quad (4)$$

$$U_C = \frac{(U_{GS} + U_{LS}E)D^2}{4(D-2d)^2} \quad (5)$$

La fracción vacía del gas en el seno de la tubería está dada por:

$$\mathbf{a}_C = \frac{U_{GS}}{(U_{GS} + U_{LS}E)} \quad (6)$$

$$\mathbf{r}_C = \mathbf{r}_G \mathbf{a}_C + \mathbf{r}_L (1 - \mathbf{a}_C) \quad (7)$$

$$t_i = f_i \mathbf{r}_C \frac{(U_C - U_F)^2}{2} \quad (8)$$

$$t_F = f_F \mathbf{r}_L \frac{U_F^2}{2} \quad (9)$$

$$X^2 \left[ \frac{(1-E)^{2-n}}{\left[1 - (1-2\tilde{d})^2\right]^B} \right] - \left[ \frac{I}{\left[1 - (1-2\tilde{d})^2\right] \left[1 - 2\tilde{d}\right]^{5-m}} \right] + Y = 0 \quad (10)$$

$$I = \frac{f_i}{f_c} \quad (11)$$

Para la determinación del factor de fricción interfacial se proponen las correlaciones de Wallis (12), Whalkey-Hewitt (13), Oliemans (14), y Hemstock-Hamratty (15-22)

$$f_i = 0.005(1 + 300\tilde{d}) \quad (12)$$

$$f_i = 1 + 24\left(\frac{r_L}{r_G}\right)^{1/3}\tilde{d} \quad (13)$$

$$f_i = f_c \left[ 1 + 2250 \frac{\tilde{d}}{r_c (U_c - U_f)^2 d} \right] \quad (14)$$

Para flujo en ascenso:

$$I = \frac{f_i}{f_c} = 1 + 1400F \quad (15)$$

Para flujo en descenso:

$$I = \frac{f_i}{f_c} = 1 + 1400F \left[ 1 - \exp\left\{-\frac{1 + 1400F}{13.2FK}\right\} \right] \quad (16)$$

Horizontal:

$$I = \frac{f_i}{f_c} = 1 + 850F \quad (17)$$

$$F = \frac{\mathbf{x} \operatorname{Re}_L \mathbf{u}_L}{\operatorname{Re}_G^{0.9} \mathbf{u}_G} \left(\frac{r_L}{r_G}\right)^{1/2} \quad (18)$$

$$K = \frac{r_L}{r_G} \frac{Dg}{U_{GS} f_s} \quad (19)$$

$$\mathbf{x} = \left[ 0.42 \operatorname{Re}_L^{1.25} + 0.00028 \operatorname{Re}_L^{2.25} \right]^{0.4} \quad (20)$$

$$\operatorname{Re}_L = \frac{W_L D}{A \mathbf{m}_L} \quad (21)$$

$$\operatorname{Re}_G = \frac{W_G D}{A \mathbf{m}_G} \quad (22)$$

Y y X están dados por (ver Taitel-Dukler):

$$X^2 = \frac{dP/dx|_{SL}}{dP/dx|_{SG}}$$

$$Y = \frac{(r_L - r_G)g \sin \theta}{dP/dx|_{SG}}$$

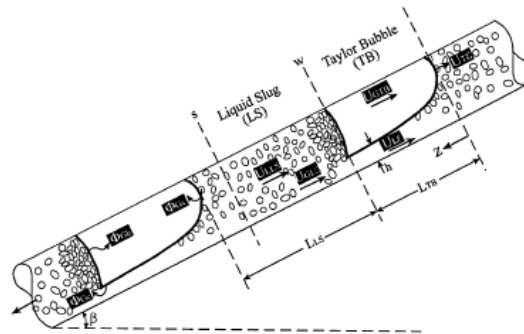
### 6.3.3 FLUJO SLUG

De manera general para los cálculos, los flujos máscicos de gas y líquido no son constantes en una sección transversal de la tubería, aunque se considera que el flujo volumétrico de la mezcla sí lo es (fluidos incompresibles).

El modelamiento toma el trabajo realizado por Dukler – Hubbard y Gregory - Nicholson - Aziz, el cual se basa en la morfología del slug, seccionando su bngitud total en dos zonas principales:

- La predominantemente gaseosa, denominada burbuja de Taylor, bajo la cual subyace una región estratificada
- La zona líquida turbulenta, que se trata como una mezcla pseudohomogénea.

Por ello el holdup está dado por las dos zonas: en el cuerpo líquido del slug y en la zona estratificada.



**Ilustración 10. Esquema de slug**

Derivado de esto, se tienen en cuenta varias velocidades características:

- Velocidad de cada fase en la zona anterior de la burbuja de Taylor en la interfase gas – líquido
- Del gas y del líquido en la región turbulenta, las cuales se consideran iguales.
- De gas y líquido en la región estratificada.

El cálculo de la caída de presión se realiza por unidad de slug, por lo cual las pérdidas totales suponen que todos los slugs son de la misma longitud, para lo cual se debe

conocer su frecuencia. Para la determinación de la caída de presión unitaria se consideran las pérdidas debidas a tres componentes principales:

- Por la diferencia de velocidad entre el cuerpo líquido y la interfase
- Por la fricción entre el slug y la pared de la tubería.
- Por el efecto gravitacional.

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{\Delta P_T}{L_T} = \mathbf{r}_M g \sin \mathbf{b} \frac{\mathbf{t}_S \rho D}{A_L} \frac{L_S}{L_T} + \frac{1}{L_T} \int_0^{L_F} \frac{\mathbf{t}_B S_B + \mathbf{t}_G S_G}{A} dx \quad (1)$$

Se considera que la longitud total del slug ( $L_S$ ) es proporcional al diámetro de la tubería, o lo que es lo mismo:

$$L_S \approx K_1 D \quad (2)$$

Se calcula la densidad de mezcla en la zona turbulenta a partir de la fracción vacía de gas en el cuerpo líquido del slug ( $\alpha_{TG}$ ).

$$\mathbf{r}_M = \mathbf{a}_{TG} \mathbf{r}_G + (1 - \mathbf{a}_{TG}) \mathbf{r}_L \quad (3)$$

Para determinar la fracción vacía en el cuerpo líquido del slug, se deben conocer la velocidad translacional del slug ( $U_t$ , en el frente de la burbuja de Taylor), la velocidad superficial de líquido y la velocidad del líquido en la zona turbulenta.

$$\mathbf{a}_{TG} = \frac{-U_{LS} + U_{SL} \mathbf{a}_{SL} + U_t \mathbf{a}_{TG}}{U_t} \quad (4)$$

El cálculo de la velocidad translacional se supone proporcional a dos componentes: a la velocidad total del slug ( $U_S$ ) y a la velocidad de la burbuja elongada, es decir, si todo el gas se acumula en un solo cuerpo que suma las contribuciones de la burbuja de Taylor y del gas disperso en el cuerpo líquido ( $U_D$ ).

$$U_t = C U_S + U_D \quad (5)$$

$$U_D \approx K_2 \sqrt{gD} \quad (6)$$

Realizando un balance de masa del líquido para la unidad de slug, considerando que se mantienen sus características a lo largo de la pendiente:

$$W_L = U_{SL} A \mathbf{a}_{SL} \mathbf{r}_L \frac{L_S}{L_T} + \frac{1}{L_T} \int_0^{L_F} U_{BL} A \mathbf{a}_{BL} \mathbf{r}_L dx \quad (7)$$

Resolviendo la integral:

$$W_L = U_{SL} A a_{SL} r_L \frac{L_S}{L_T} + U_{BL} A a_{BL} r_L \frac{L_T - L_S}{L_T} \quad (8)$$

Realizando un balance de masa por unidad de slug para la fase gaseosa, se tiene que:

$$(U_t - U_B) a_{BL} = (U_t - U_S) a_{SL} \quad (9)$$

Para encontrar la caída de presión total, se calcula la frecuencia de slugs.

$$J = \frac{U_t}{L_T} \quad (10)$$

La velocidad del slug es la velocidad de mezcla, o lo que es lo mismo, la suma de las velocidades superficiales de cada una de las fases:

$$U_S = U_{LS} + U_{GS} \quad (11)$$

El holdup estará dado por una correlación semiempírica, que depende de la velocidad del slug:

$$H_S = \frac{1}{\left( \left( \frac{U_S}{8.66} \right)^{8.66} + 1 \right)^{1.39}} \quad (12)$$

La velocidad traslacional es proporcional a la velocidad del slug, y está dada por:

$$U_t = (1 + C) U_S \quad (13)$$

$$C = \text{Log}(\text{Re}_{SLUG}) \quad (14)$$

La fracción másica del líquido en el cuerpo del slug depende de la densidad del líquido, el holdup del slug y la velocidad del mismo:

$$X = C U_S H_S A r_L \quad (15)$$

Para encontrar la longitud total del slug, se calcula la frecuencia de slugs.

$$L_T = J U_t \quad (16)$$

La longitud de la zona turbulenta del slug (en la interfase) está dada por:

$$L_{TURBULENTA} = \text{Exp} \left( (-2.663 + 5.44 \text{Log} D + 3.67)^{0.5} + 0.059 \text{Log}(U_S) \right) \quad (17)$$

La longitud del cuerpo líquido está dado por:

$$L_{CL} = 1.02 \frac{U_{SL}}{J H_S} \quad (18)$$

La longitud de la burbuja de Taylor resulta de la diferencia de la longitud total del slug y el líquido:

$$L_{TB} = L_T - L_S - L_{SL} \quad (19)$$

$$H_{LS} = H_S (L_S \mathbf{J} - U_S C) - \frac{U_{SL}}{L_{SL} \mathbf{J} - U_S (1 + C)} \quad (20)$$

Según la correlación de Shell, para diámetros mayores a 0.02 m la frecuencia de slugs está dada por el comportamiento del número de Froude del slug ( $Fr_{SLUG}$ ) que dependerá de un número de Froude mínimo ( $Fr_{MIN}$ ), que a su vez estará dado por los números de Froude del líquido y de gas ( $Fr_{SL}$  y  $Fr_{GS}$ , respectivamente):

$$Fr_{LS} = \frac{U_{LS}}{\sqrt{gD}} \quad (21)$$

$$Fr_{GS} = \frac{U_{GS}}{\sqrt{gD}} \quad (22)$$

$$Fr_{MIN} = 0.048 Fr_{LS}^{0.81} \quad (23)$$

$$K_F = 0.73 Fr_{LS}^{2.34} \quad (24)$$

$$Fr_{SLUG} = Fr_{MIN} + K_F \left( (Fr_{SL} + Fr_{GS})^{0.1} - 1.17 Fr_{SL}^{0.064} \right)^2 \quad (25)$$

$$\mathbf{J}_{SLUG} = Fr_{SLUG} \sqrt{gD} \quad (26)$$

Según la correlación de Gregory - Scott modificada por Zabaras, válida para tuberías de diámetro menor que 0.02 m, la frecuencia de slugs está dada por:

$$\mathbf{J}_{SLUG} = 0.0226 \left( \frac{U_{SL}}{gD} \right)^{1.2} \left( \frac{212.6}{U_S} + U_S \right)^{1.2} (0.836 + 2.75 \text{Sen} \mathbf{b})^{0.25} \quad (27)$$

### 6.3.4 FLUJO BURBUJA DISPERSA

En este la caída de presión se calcula como si se tratara de un sólo fluido con densidades y viscosidades de mezcla promedio, ponderadas con base en la fracción másica de los componentes.

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\frac{2}{D} f G^2 (x \mathbf{n}_{GL} + \mathbf{n}_L) + \frac{g \sin \mathbf{b}}{x \mathbf{n}_{GL} + \mathbf{n}_L} + G^2 \mathbf{n}_{GL} \frac{dx}{dz} - G^2 (x \mathbf{n}_{GL} + \mathbf{n}_L) \frac{1}{A} \frac{dA}{dz}}{1 + G^2 \left( x \frac{d\mathbf{n}_G}{dP} + (1-x) \frac{d\mathbf{n}_L}{dP} \right)} \quad (1)$$

$$x = \frac{W_G}{W_T} \quad (2)$$

$$\mathbf{n}_M = (x \mathbf{n}_G + (1-x) \mathbf{n}_L) = (x \mathbf{n}_{GL} + \mathbf{n}_L) \quad (3)$$

$$V_M = \frac{q_T}{A} = \frac{q_G + q_L}{A} = V_{SG} + V_{SL} \quad (4)$$

$$G = \frac{W_T}{A} = \frac{q_G + q_L}{A} = V_{SG} + V_{SL} \quad (5)$$

$$I_L = \frac{q_L}{q_G + q_L} \quad (6)$$

## 6.4 MÉTODO NUMÉRICO NEWTON – RAPHSON – BISECCIÓN

Como soporte para los cálculos se construye un método numérico empleado para resolver las raíces de las ecuaciones en flujo estratificado y anular. Inicialmente a una función se aplica el método de Newton – Raphson, y se emplea el método de bisección cuando Newton - Raphson traspasa los límites especificados ( $h_L$  entre 0 y 1). La derivada de la función  $f$  se determina analíticamente. El algoritmo de cálculo se describe a continuación:

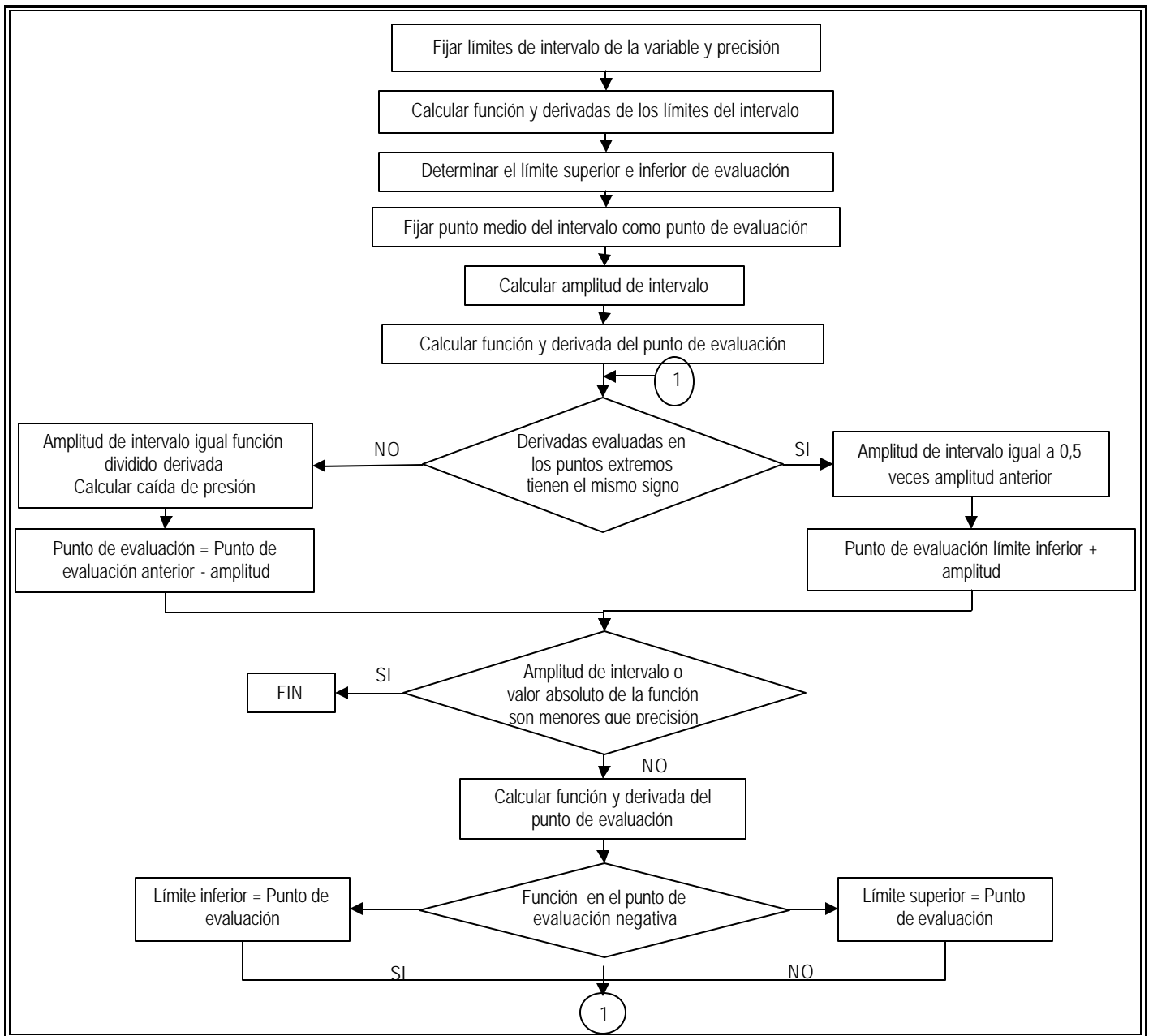


Ilustración 11 Algoritmo de cálculo – método numérico

## 7 VALIDACIÓN DEL MODELO

La aplicación del modelo propuesto y desarrollado en este trabajo se realizó a partir de dos algoritmos de cálculo, a saber:

- *METODO-A*. Las propiedades físicas son datos requeridos como información de entrada y se suponen constantes a lo largo de la línea. Por tanto no tiene en cuenta la predicción de propiedades físicas punto a punto,
- *METODO-B*. Las propiedades físicas son estimadas segmento a segmento teniendo en cuenta las condiciones de presión y temperatura del tramo analizado. La gravedad API y la composición del gas se consideran constantes a lo largo de la línea.

Los resultados fueron comparados frente a aplicaciones comerciales. La primera de ellas es *TUFFP Pro*<sup>14</sup> (Tulsa University Fluid Flow Projects) y *OLGA*<sup>®</sup> *2000*<sup>15</sup> (Scand Power Petroleum Technology). La comparación se realizó en 10 líneas de flujo de un campo de producción real, en donde se estimó la desviación como un coeficiente de correlación bajo una aproximación lineal de los resultados generados segmento a segmento para cada una de las variables contempladas. Para el caso del patrón de flujo, por tratarse de una variable cualitativa, no se estima tal coeficiente sino simplemente el resultado de comparar el valor correspondiente para cada segmento.

A continuación se muestra de manera detallada el análisis que se realizó para cada línea de flujo, aunque por motivos de extensión sólo se muestran los correspondientes a una de las 10 líneas. Posteriormente se muestran de manera consolidada los resultados de las líneas restantes.

---

<sup>14</sup> [www.tuffp.tulsa.edu](http://www.tuffp.tulsa.edu)

<sup>15</sup> [www.olga2000.com](http://www.olga2000.com)

## 7.1 ANÁLISIS DE UNA LÍNEA PATRÓN

### 7.1.1 CONDICIONES DE OPERACIÓN

Las condiciones de operación bajo las cuales se llevan a cabo los cálculos corresponden a las reales y son base tanto para la aplicación del modelo propuesto y desarrollado en este trabajo como para la simulación realizada con las aplicaciones comerciales (Tabla 4). Para la determinación de propiedades físicas del gas a emplearse en el *METODO-B* (con predicción de propiedades) se empleó la composición del gas de acuerdo con la Tabla 5, y un crudo de 41.5 ° API.

**Tabla 9. Condiciones empleadas para los cálculos**

VARIABLE	UNIDADES	VALOR
FLUJO GAS	MMSCFD	233.267
FLUJO CRUDO	BPD	26268
FLUJO AGUA	BPD	2258.46
PRESIÓN INICIAL	psia	1021.63
°API CRUDO	°API	41.5
DIÁMETRO NOMINAL	inch	16
DIÁMETRO INTERNO	inch	14.75
DENSIDAD AGUA	Kg/m <sup>3</sup>	980.67
DENSIDAD CRUDO	Kg/m <sup>3</sup>	710.03
GRAVEDAD ESPECIFICA GAS	-	1.04
FACTOR COMPRESIBILIDAD GAS		0.88
TENSIÓN SUPERFICIAL AGUA	N/m	0.00073
TENSIÓN SUPERFICIAL CRUDO	N/m	0.00073
TEMPERATURA INICIAL	°F	158.26
TEMPERATURA FINAL	°F	151.311

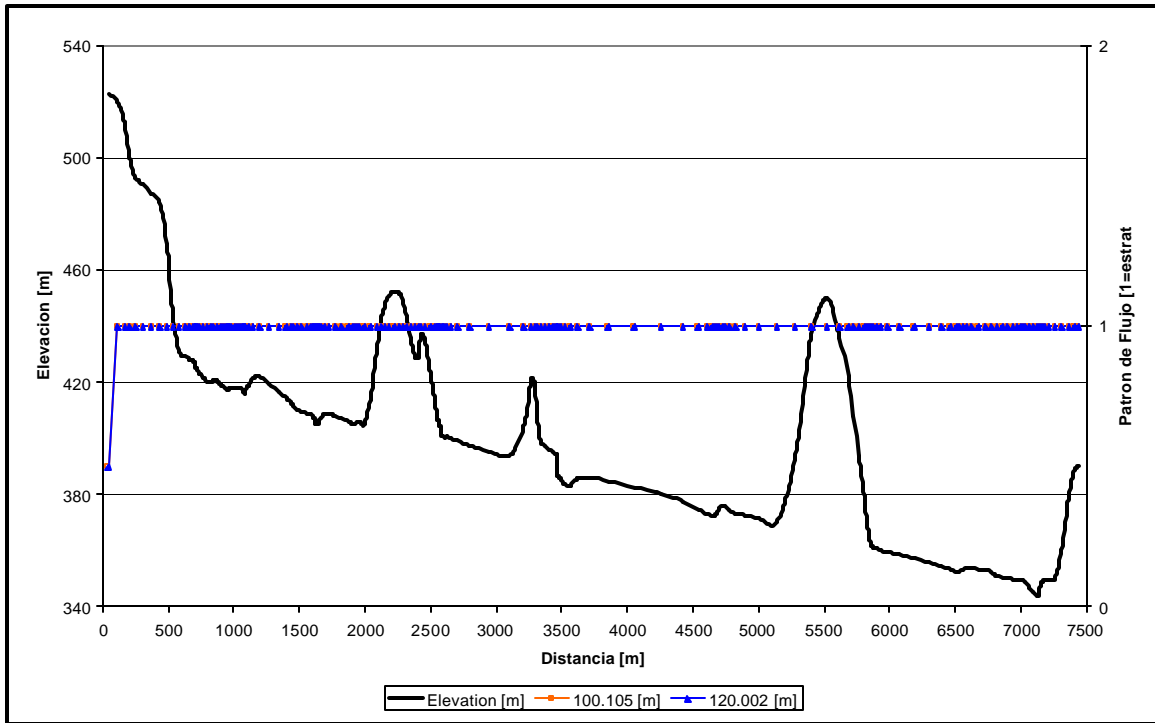
**Tabla 10. Composición del gas empleada**

COMPUESTO	CONTENIDO (%MOLAR)
N <sub>2</sub>	6,57
CO <sub>2</sub>	0,07
C1	62,32
C2	11,70
C3	9,61
IC4	1,88
C4	4,30
IC5	1,17
C5	1,33
C6	0,78
C7	0,26
C10	0,01

### **7.1.2 PATRÓN DE FLUJO**

Los diagramas correspondientes a los patrones de flujo generados por el modelo desarrollado y la aplicación *OLGA*<sup>®</sup> 2000 se muestran en las Ilustraciones 12 y 13. Según los resultados generados por bs *METODO-A* (sin predicción de propiedades) y *METODO-B* (con predicción de propiedades punto a punto) el patrón de flujo predominante a lo largo de la línea es anular. Para la aplicación en mención otro caso el patrón de flujo predominante es el estratificado.

Como medio de comparación y para la verificación de los resultados se emplean reportes generados por la aplicación *TUFFP Pro*. En la Ilustración 14 se muestra el mapa de patrones de flujo generado por esta para un grado de inclinación de  $-29^\circ$ , el cual corresponde a la pendiente descendente más pronunciada de la línea y en la cual se espera que el patrón de flujo estratificado sea más factible. En este mapa se puede observar que según la magnitud de las velocidades superficiales que la herramienta *OLGA*<sup>®</sup> 2000 estima, el patrón de flujo predominante es anular.



**Ilustración 12 Patrón de flujo generado por OLGA**

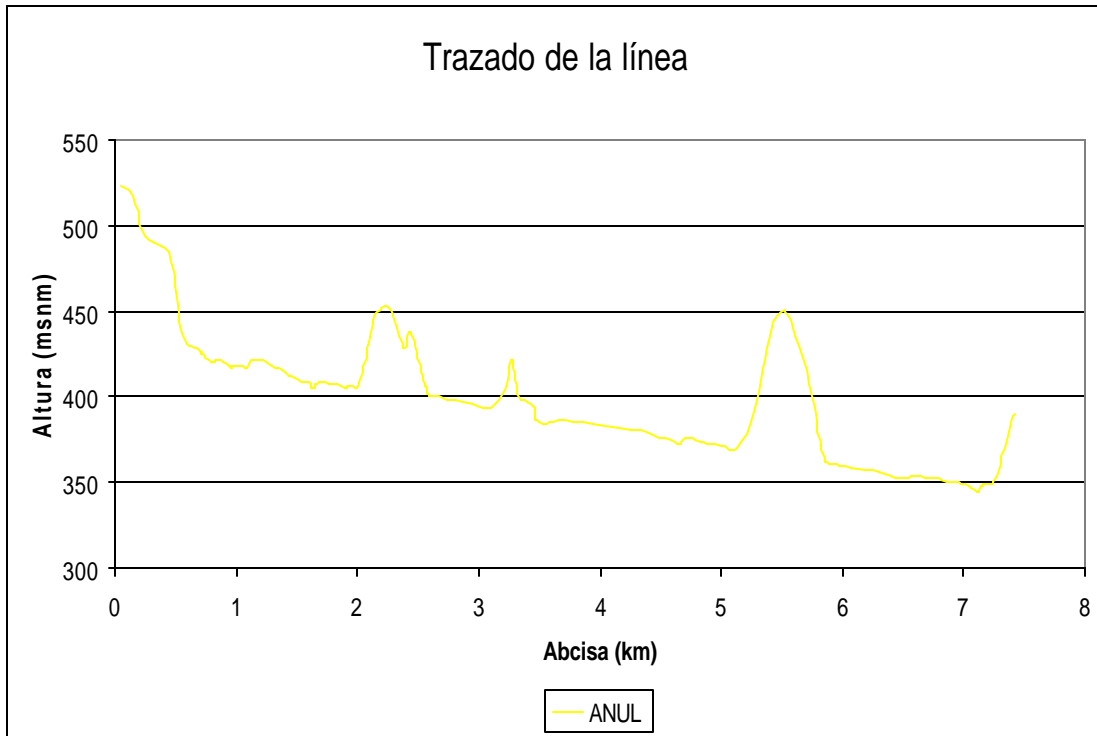


Ilustración 13 Patrón de flujo generado por el MÉTODO-A

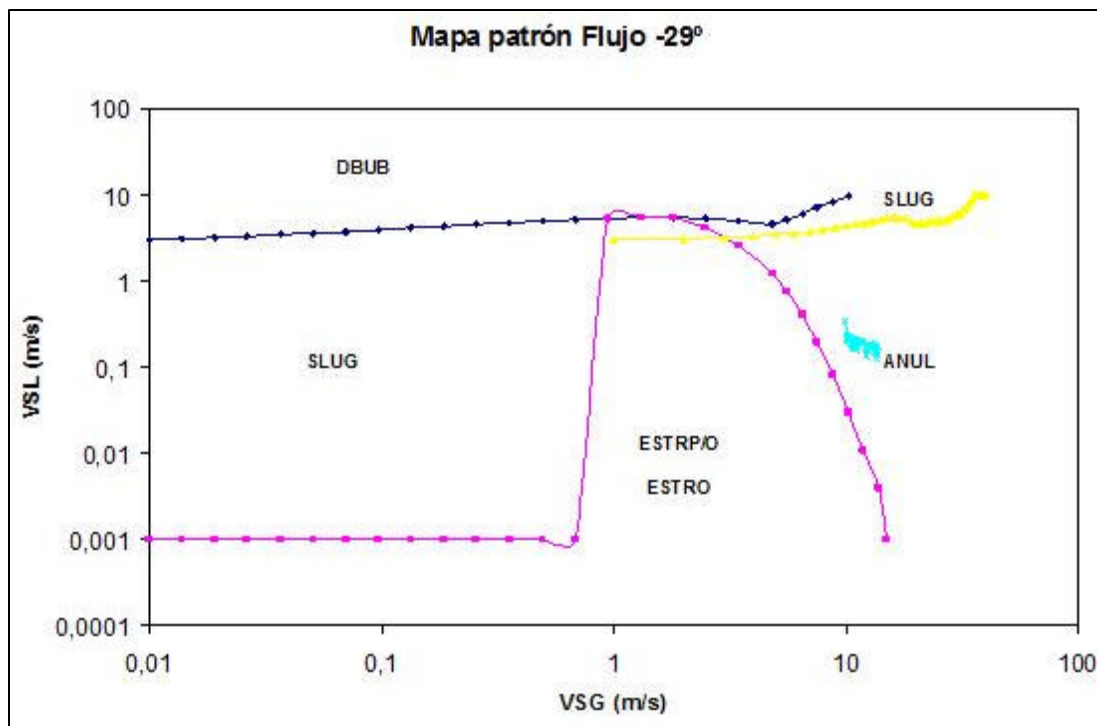
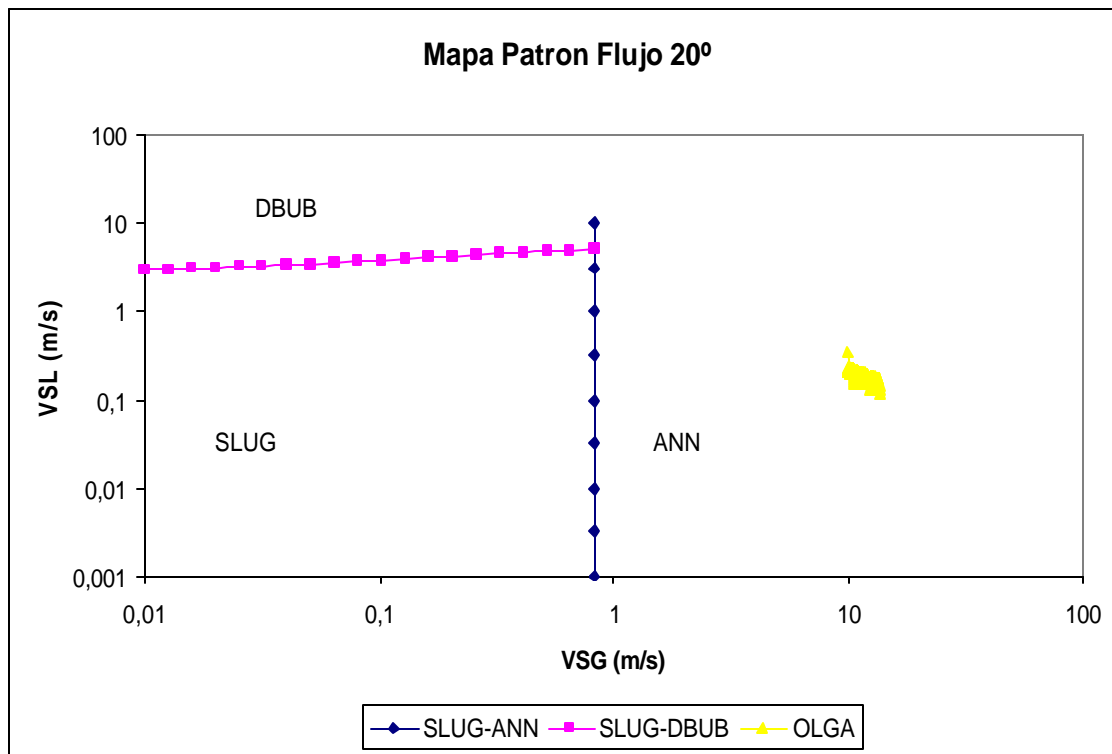


Ilustración 14 Patrón de flujo generado por el METODO-B

Mapas similares se generaron con *TUFFP Pro* para la pendiente en ascenso más pronunciada, para la cual según las condiciones de flujo la transición a flujo estratificado no existe, físicamente no se da (Ilustración 15). Diagramas generados para otras pendientes intermedias de la línea se incluyen en los anexos de este documento, en las cuales el flujo es anular.



**Ilustración 15 Patrón de flujo generado por el METODO-B con inclinación de 20°**

### 7.1.3 PRESIÓN

Para llevar a cabo la comparación de esta variable se analiza el comportamiento de la presión conforme el fluido avanza por la línea. Adicionalmente se analiza también el cambio del comportamiento de la presión con respecto a los cambios del terreno, expresado como derivada determinada numéricamente.

En la Ilustración 16 se muestra el comportamiento de la presión a lo largo de la línea y en la Ilustración 17 la variación de la presión con respecto al cambio de pendiente de la línea.

Es claro que cuando el fluido desciende la variación la pendiente de la línea de presión es positiva, dada la ganancia que aporta el componente gravitacional.

Los valores estimados a partir de las tres herramientas tienen un comportamiento similar. Para determinar el nivel de correspondencia de los perfiles generados a partir de los datos reportados por *OLGA*<sup>®</sup> 2000 y los determinados con los métodos se emplea el coeficiente de determinación  $R^2$ . Para el *METODO-A* el valor es de 99.99% y para el *METODO-B* 99.95%, lo cual es un nivel cercanía muy alto frente al patrón de comparación empleado. Llama la atención el hecho de que la predicción de la presión realizada por las herramientas sea tan cercana teniendo en cuenta que según *OLGA*<sup>®</sup> 2000 el flujo es estratificado y con lo métodos desarrollados el flujo es anular, patrones que tienen métodos de cálculo de caída de presión diferentes.

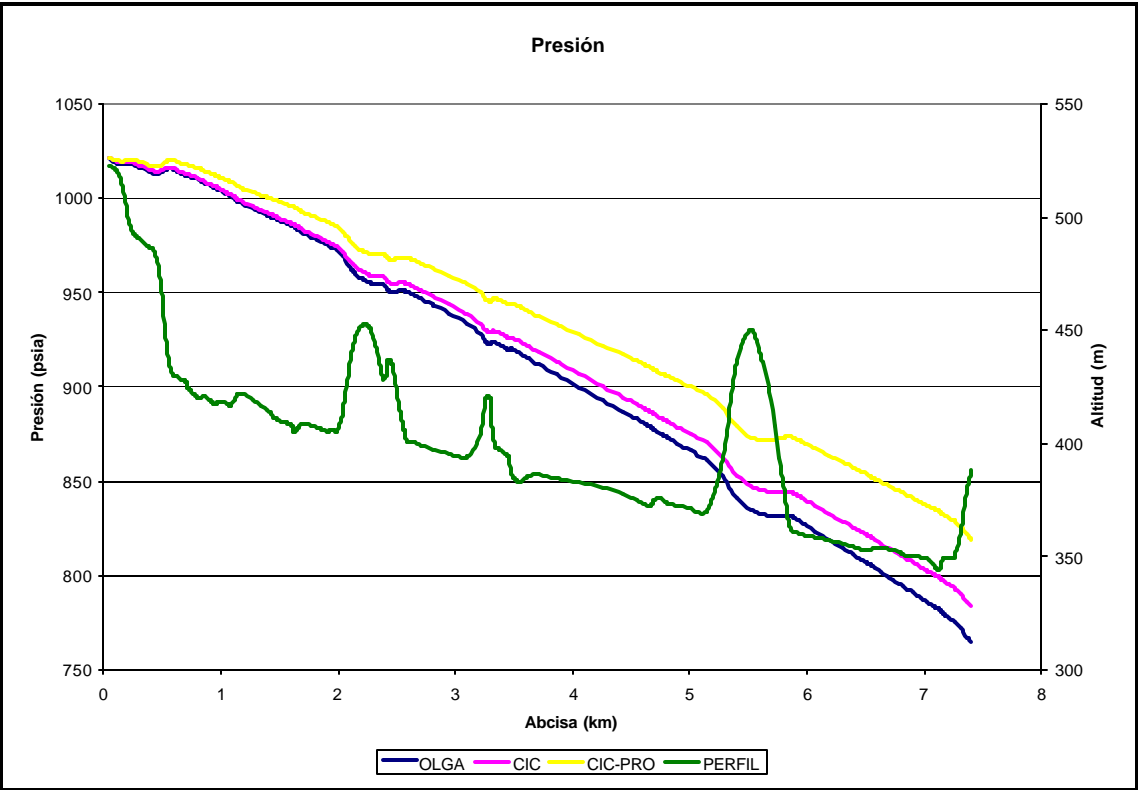
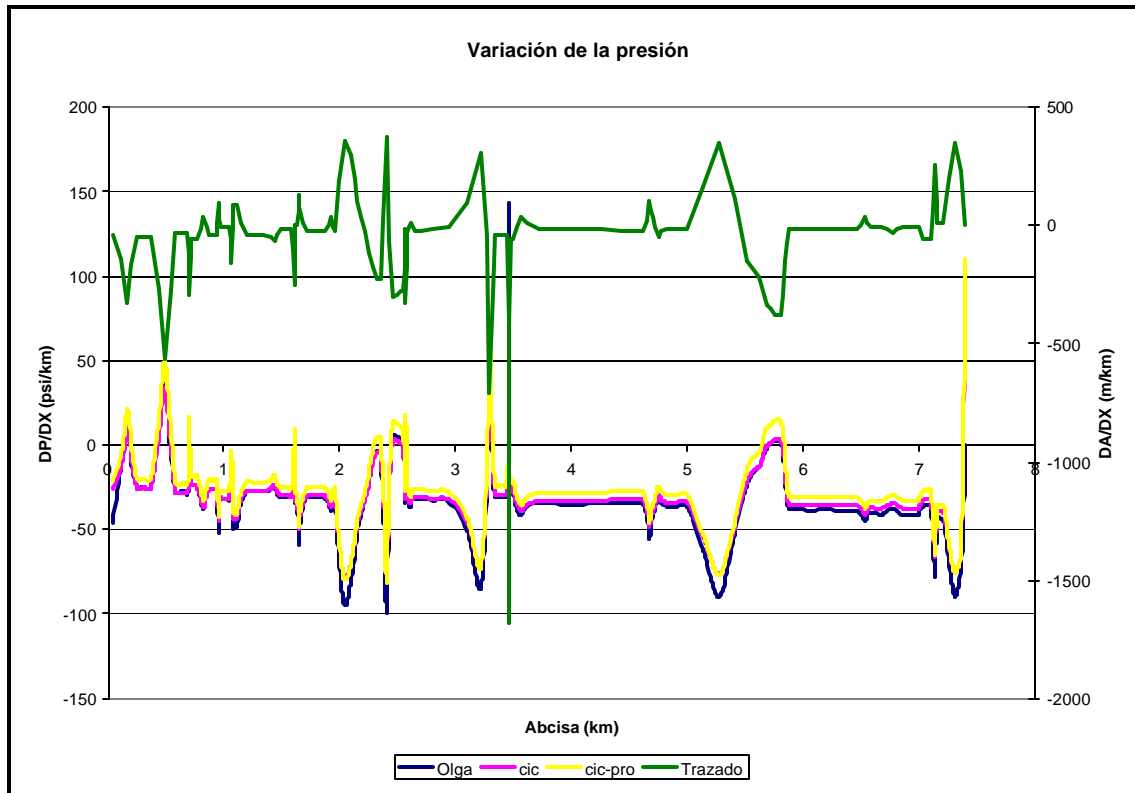


Ilustración 16 Presión a o largo de la línea



**Ilustración 17 Variación de la presión comparada con la variación de la altitud de la línea**

### 7.1.4 HOLDUP

Los resultados del nivel de líquido en la línea determinados con los distintos modelos se muestran en la Ilustración 17. Los cálculos realizados con el *METODO-A* son muy cercanos en orden de magnitud y comportamiento a los arrojados por *OLGA*<sup>®</sup> 2000, teniendo un coeficiente de determinación  $R^2$  de 98.99%. El holdup varía conforme cambia la línea, de manera más notable cuando se dan ascensos pronunciados en el trazado. Este fenómeno no se manifiesta de manera tan pronunciada en las pendientes de descenso de la línea.

La predicción realizada con el modelo *METODO-B* es del mismo orden de magnitud de las anteriores determinaciones; sin embargo su comportamiento es bastante uniforme, no siendo tan notorio por efectos de cambio de pendiente, teniendo una cercanía con respecto a los resultados arrojados por *OLGA*<sup>®</sup> 2000 del 81.46%. Esto parece estar relacionado con la respuesta que tienen las propiedades físicas predichas frente a las condiciones de temperatura y presión alta, principalmente bajas viscosidades de los líquidos, que hacen que la relación entre los esfuerzos de corte del gas y el líquido sea tal que mitigue la influencia del componente gravitacional sobre el valor del holdup.

En general para todos los casos este parámetro desciende conforme desciende la línea. En otras palabras, hay mayor tendencia a la acumulación en las pendientes pronunciadas al principio de la línea.

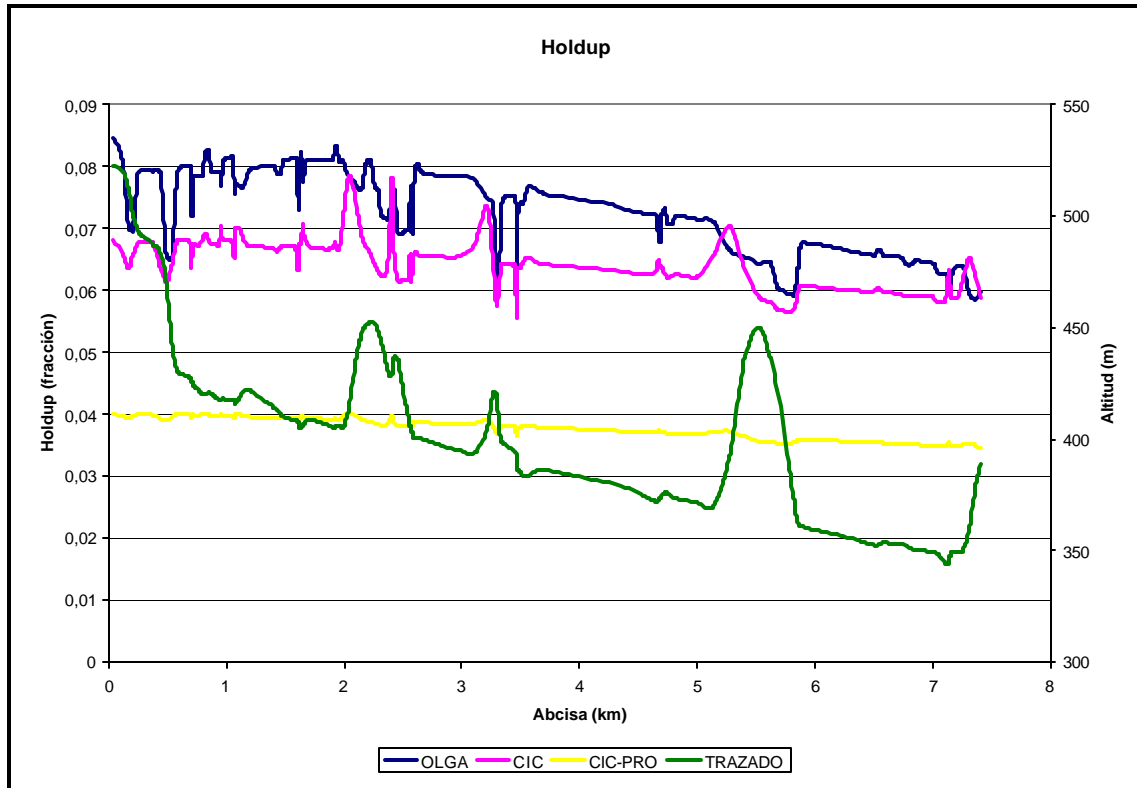
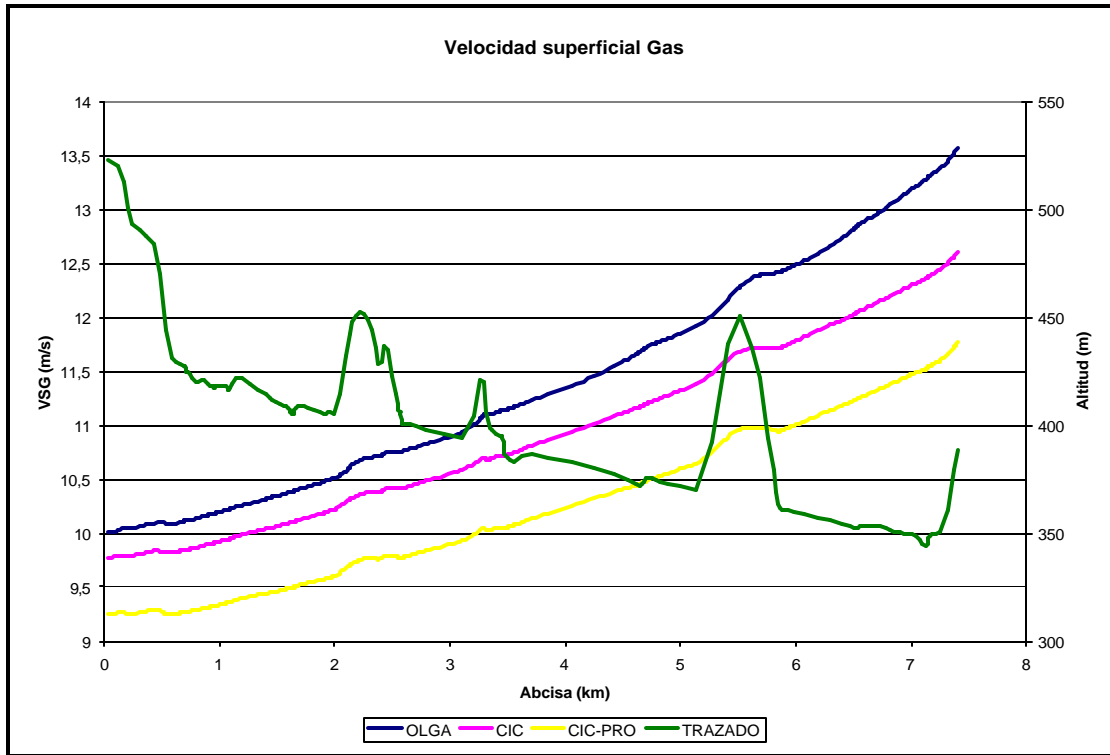


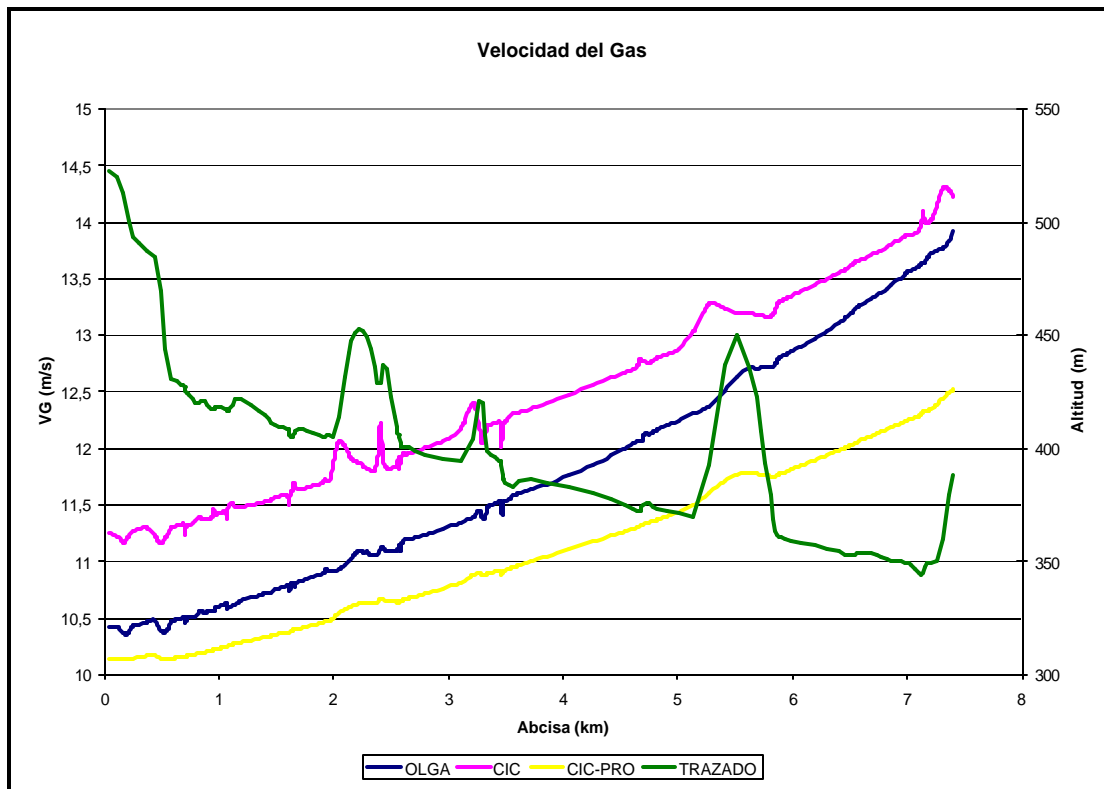
Ilustración 18 Holdup a lo largo de la línea

### 7.1.5 VELOCIDAD DEL GAS

Los resultados de la estimación de la velocidad superficial y “real” del gas se muestran en las Ilustraciones 19 y 20, respectivamente. En general se observa, como es de esperar, un comportamiento directamente dependiente de la presión, aunque inverso. Como al disminuir la presión disminuye la densidad del gas, este tiende a “expandirse” y con ello se da un aumento en la velocidad, variación que es proporcional al cambio de pendiente de la línea (magnitud de la caída de presión). La correspondencia de los resultados arrojados por *METODO-A* y *METODO-B* relativos a los de *OLGA*<sup>®</sup> 2000 es del 99.78% y 98.68%, respectivamente. Esto es más notorio al observar los resultados de velocidad del gas real, en los cuales los resultados se aproximan en un 99.65% y 99.56%.



**Ilustración 19 Velocidad Superficial del Gas**



**Ilustración 20 Velocidad del gas**

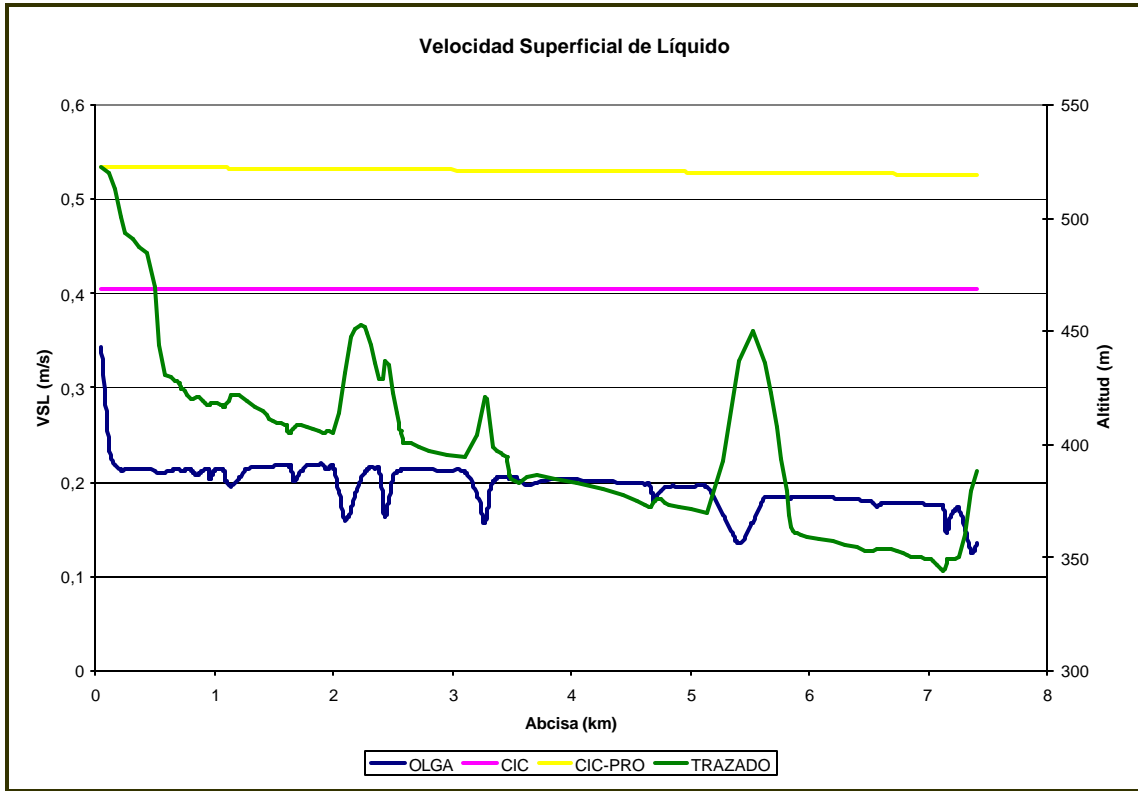
### 7.1.6 VELOCIDAD DEL LÍQUIDO

Los resultados relacionados con la velocidad de líquido se muestran en las Ilustraciones 21 y 22. En ellos, según el *METODO-A* no hay variación de la velocidad superficial del líquido, ya que en éste la densidad y viscosidad de los líquidos se considera constante a lo largo de la línea. El *METODO-B* predice una pequeña tendencia a la disminución de la velocidad superficial de líquido por efecto de la disminución de la densidad del líquido. Según las predicciones realizadas con *OLGA*<sup>®</sup> 2000 la velocidad superficial de líquido baja drásticamente al presentarse un gran ascenso en la línea, y luego “regresa” a su valor anterior (función impulso), siendo su comportamiento en general de descenso.

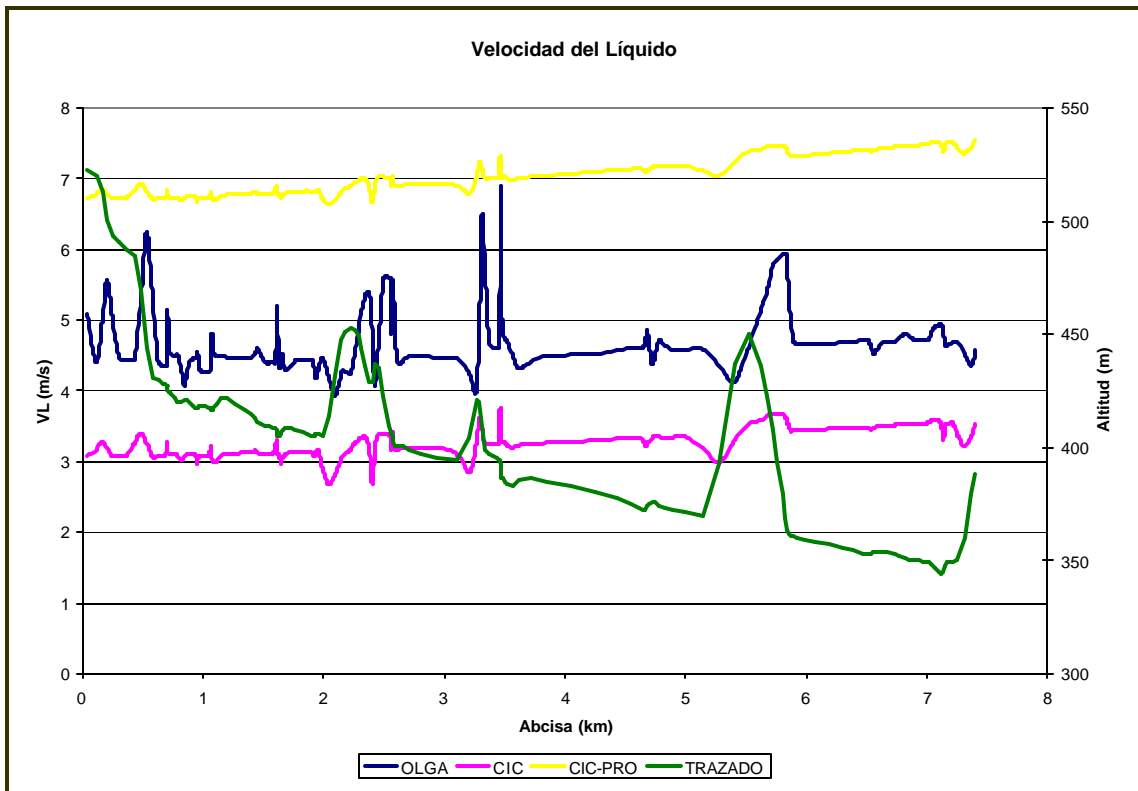
Dado que la disminución de la velocidad superficial de líquido implica una disminución del flujo de líquido, en el ascenso la caída de presión es tal que promueve la vaporización del hidrocarburo y con ello la disminución de flujo de líquido, cálculos que al parecer realiza *OLGA*<sup>®</sup> 2000 y no se han tenido en cuenta en los modelos desarrollados (equilibrio de fases y transferencia de masa). Sin embargo, de ser así la vaporización debería tener una influencia más marcada sobre la velocidad superficial del gas que sobre la velocidad superficial del líquido, lo cual no se da.

Al comparar la velocidad real del líquido se observa un comportamiento similar entre las determinaciones realizadas por *OLGA*<sup>®</sup> 2000 y los modelos desarrollados, lo cual quiere decir que en este caso sobre la velocidad de líquido pesan mucho más los fenómenos de transferencia de momentum que los asociados con la transferencia de masa. En el caso de las determinaciones realizadas con la herramienta *METODO-B* los cambios no son tan notorios debido al comportamiento uniforme del holdup a lo largo de la línea.

Estadísticamente, la cercanía de las velocidades superficiales de líquido calculadas por los *METODO-A* y *METODO-B* con respecto a las de *OLGA*<sup>®</sup> 2000 es del 78.88% y 65.53%, mientras que las velocidades reales de líquido se acercan en un 78.52% y 88.78%, respectivamente.



**Ilustración 21 Velocidad Superficial de Líquido**



**Ilustración 22 Velocidad del líquido**

## 7.2 ANÁLISIS COMPARATIVO DE TODAS LAS LÍNEAS

De manera similar al caso anterior de lleva a cabo el análisis para 9 líneas adicionales. Las condiciones operacionales empleadas en la evaluación de las líneas se resumen en la Tabla 11.

**Tabla 11. Resumen condiciones operacionales de las líneas evaluadas**

LÍNEA	A	B	C	D	E	F	G	H	I
<b>Presión Inicial (psia)</b>	1078,1	1058,4	961,4	671,3	669,2	773,8	851,7	852,9	891,7
<b>Temperatura Inicial (F)</b>	167,8	164,0	167,0	143,5	143,9	152,9	161,9	152,1	156,1
<b>Temperatura Final (F)</b>	164,2	144,5	157,0	133,0	133,6	144,1	158,6	140,0	136,8
<b>Flujo crudo (BOPD)</b>	2196,4	2142,1	181,0	14141,9	11389,3	26829,9	20116,5	1702,1	4286,3
<b>Flujo agua (BWPD)</b>	137,0	133,8	2115,6	1116,2	3478,7	1854,2	1135,9	1288,3	2142,9
<b>Flujo Gas (MMSCFD)</b>	99,3	97,9	1718,7	230,4	219,4	210,7	126,1	84,9	191,8
<b>API</b>	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0
<b>Gravedad Especifica Gas</b>	0,737	0,737	0,73	0,736	0,736	0,736	0,737	0,736	0,73
<b>Densidad Aceite</b>	739,1	737,1	746,0	739,1	755,9	752,0	751,0	744,6	742,0
<b>Densidad Agua</b>	977,9	978,9	977,7	977,9	984,0	981,6	979,0	981,6	981,0
<b>GLR (scf/bbl)</b>	42538,4	43029,2	748376,8	15100,5	14755,3	7345,2	5931,1	28385,1	29835,1

La línea que transporta la mayor cantidad de líquido es la "F", cuya relación de gas respecto al líquido es una de las más bajas. La línea "C" tiene el mayor flujo de gas y tal como se espera tiene el valor de GLR más alto. Las condiciones de mayor presión en cabeza corresponden a la línea "A", que a su vez tiene las más altas temperaturas de operación, los menores caudales de líquido y uno de los menores flujos de gas, que supera sólo al transportado por la línea "H".

Cabe aclarar que los flujos de gas, crudo y agua transportados por las líneas evaluadas son relativamente altos, en comparación con líneas de producción y transporte a nivel nacional. En todas las líneas las características del gas y del crudo son muy similares.

## 7.2.1 PATRÓN DE FLUJO

La diferencia en la predicción del patrón de flujo de las herramientas desarrolladas con el modelo propuesto y *OLGA*<sup>®</sup> 2000 es alta cuando se compara punto a punto. No obstante, puede llegar a aumentarse el grado de correlación si se tienen en cuenta dos consideraciones:

- Punto de referencia del patrón de flujo en el segmento de la línea. Al parecer *OLGA*<sup>®</sup> 2000 asigna el patrón de flujo a la abcisa final del segmento, siendo el primer punto de la línea uno de transición, mientras que para el caso de este modelo es la inicial.
- Agrupación de los patrones en segregado/distribuido

La línea cuyas transiciones de patrón de flujo se ajustan más a las estimadas por *OLGA*<sup>®</sup> 2000 es la "C", línea que maneja condiciones promedio de gas y líquido dentro de las contempladas.

**Tabla 12. Porcentaje de correlación de patrón de flujo con respecto a OLGA**

LÍNEA	MÉTODO-A	MÉTODO-B
A	10.77%	32.31%
B	56.22%	56.22%
C	73.11%	48.58%
D	18.86%	25.71%
E	24.0%	39.43%
F	32.63%	44.21%
G	0%	0%
H	33.49%	45.93%
I	57.58%	57.58%

Por otro lado, la línea "G" no presenta coincidencias en el patrón de flujo, aunque sí en el tipo de flujo (segregado). La característica principal de esta línea es que presenta la menor relación gas líquido, se lleva a cabo una comparación con la herramienta *TUFFP Pro*, según la cual el tipo de flujo predominante es anular. Con ello se verifica que uno de los puntos de diferencia entre las herramientas desarrolladas a partir del modelo propuesto y *OLGA*<sup>®</sup> 2000 es el criterio de transición entre flujo estratificado – anular.

**Tabla 13. Porcentaje de correlación de tipo de flujo con respecto a OLGA**

LÍNEA	MÉTODO-A	MÉTODO-B
<b>A</b>	92.31%	90.77%
<b>B</b>	68.24%	68.24%
<b>C</b>	73.11%	73.11%
<b>D</b>	97.71%	97.71%
<b>E</b>	96.00%	96.57%
<b>F</b>	84.21%	85.26%
<b>G</b>	99.26%	99.26%
<b>H</b>	93.30%	90.43%
<b>I</b>	77.78%	77.27%

## 7.2.2 PRESIÓN

De todas las variables, ésta es la que más se acerca a la predicha por *OLGA*<sup>®</sup> 2000. A pesar de que la correlación entre patrones de flujo no es alta, la predicción de la caída de presión presenta desviaciones muy pequeñas comparativamente con *OLGA*<sup>®</sup> 2000, la diferenciación entre tipo de flujo segregado o distribuido es muy similar en todos los casos.

**Tabla 14. Porcentaje de correlación de la caída de presión con respecto a OLGA**

LÍNEA	MÉTODO-A	MÉTODO-B
<b>A</b>	99.99%	99.99%
<b>B</b>	99.99%	99.99%
<b>C</b>	99.73%	99.61%
<b>D</b>	99.99%	99.95%
<b>E</b>	99.99%	99.84%
<b>F</b>	99.54%	99.45%
<b>G</b>	99.65%	99.66%
<b>H</b>	99.78%	99.78%
<b>I</b>	100.0%	99.49%

## 7.2.3 HOLDUP

La correlación de la predicción del nivel de líquido más cercana a las realizadas con *OLGA*<sup>®</sup> 2000 corresponde a la aplicación que no incluye cálculo de propiedades. La línea cuyo

comportamiento es el mejor estimado es "G", cuyos patrones de flujo contradictoriamente no coinciden en absoluto, mientras que la más lejana es "C", que es la que presenta mayores coincidencias en el patrón de flujo. Al parecer, la precisión aumenta con la disminución de la relación gas-líquido, o en otras palabras, a mayor flujo de líquido la determinación de su nivel en algún punto de la línea es más acertada.

**Tabla 15. Porcentaje de correlación del holdup con respecto a OLGA**

LÍNEA	MÉTODO-A	MÉTODO-B
<b>A</b>	57.38%	54.87%
<b>B</b>	56.39%	56.37%
<b>C</b>	53.81%	53.16%
<b>D</b>	85.06%	76.63%
<b>E</b>	82.55%	71.68%
<b>F</b>	90.46%	79.77%
<b>G</b>	99.15%	90.04%
<b>H</b>	56.53%	55.07%
<b>I</b>	55.52%	53.68%

## 7.2.4 VELOCIDAD DEL GAS

La predicción de la velocidad superficial del gas está estrechamente relacionada con la caída de presión. Al ser tan alta la correlación entre el valor de la presión, la predicción de la velocidad superficial de gas es muy acertada, indistintamente de las magnitudes de flujo de gas y líquido que se maneje.

**Tabla 16. Porcentaje de correlación de la velocidad superficial del gas con respecto a OLGA**

LÍNEA	MÉTODO-A	MÉTODO-B
<b>A</b>	98.91%	99.12%
<b>B</b>	99.63%	97.63%
<b>C</b>	97.14%	99.65%
<b>D</b>	99.43%	99.08%
<b>E</b>	99.51%	98.28%
<b>F</b>	99.12%	98.74%
<b>G</b>	98.73%	99.50%
<b>H</b>	99.03%	99.34%
<b>I</b>	95.88%	98.67%

## 7.2.5 VELOCIDAD DEL LÍQUIDO

El cálculo de la velocidad superficial de líquido varía significativamente del estimado por *OLGA*<sup>®</sup> 2000, no tanto en su magnitud, pues en la mayoría de los casos el valor es muy cercano al esperado, sino por los fundamentos (consideraciones teóricas) para la realización del cálculo. En la tabla 17 se observa el resumen de las correlaciones.

**Tabla 17. Porcentaje de correlación de la velocidad superficial del líquido con respecto a OLGA**

LÍNEA	MÉTODO-A	MÉTODO-B
A	98.18%	95.80%
B	42.39%	47.62%
C	77.72%	80.50%
D	97.70%	96.26%
E	98.31%	97.21%
F	96.71%	94.96%
G	81.77%	77.92%
H	97.91%	96.88%
I	96.65%	97.67%

Para los métodos desarrollados la velocidad superficial de líquido no varía a menos que varíe el flujo volumétrico o el área de sección transversal de líquido, ya que la estimación se basa en que la línea se encuentra en estado estacionario, lo que significa que no hay acumulación de fluidos en ningún punto, el aumento o disminución de nivel de líquido se refleja en el incremento o decremento de la velocidad real de flujo, no en la superficial. En condiciones normales y estables de operación, los cambios de flujo volumétrico se deben a cambios en la densidad del líquido, que son mínimos.

Esto no sucede de la misma manera con la herramienta *OLGA*<sup>®</sup> 2000. Según ésta, en todos los casos la velocidad superficial de líquido cambia sensiblemente con el cambio de pendiente de la línea, alcanzando incluso valores negativos (lo cual implica flujo en retroceso), condición que no se puede dar en estado estacionario sino en estado dinámico (cambio en el tiempo), el cual sin lugar a dudas se ajusta más a las condiciones reales de flujo en un momento, aunque pueden no ser las más representativas del sistema de manera global. Este fenómeno se presenta en la línea "B", en donde se presentan velocidades de flujo de líquido cercanas y menores que cero en algunos puntos. No obstante éste fenómeno se observa al final de la línea (que no es la zona de mayores

pendientes), esto se puede deber a ser una condición momentánea si se realizaron los cálculos en flujo transiente *OLGA*<sup>®</sup> 2000 .

Con el objeto de determinar la correlación de las velocidades de líquido y verificar su precisión, se estima la velocidad real de líquido a partir de la velocidad superficial y del nivel de líquido. En la mayoría de los casos la precisión no mejora con respecto a la velocidad superficial de líquido, debido a las diferencias en la estimación del nivel de líquido y a la propagación del error.

**Tabla 18. Porcentaje de correlación de la velocidad del líquido con respecto a OLGA**

LÍNEA	MÉTODO-A	MÉTODO-B
A	72.83%	77.40%
B	58.04%	58.70%
C	66.05%	68.02%
D	91.38%	96.35%
E	88.58%	94.22%
F	85.54%	80.08%
G	84.99%	97.72%
H	88.16%	90.84%
I	85.68%	85.37%

### 7.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS GLOBAL

- En general se observa una buena correspondencia entre los resultados reportados por *OLGA*<sup>®</sup> 2000 y las predicciones realizadas por *METODO-A* y *METODO-B* de las variables presión, velocidad superficial del gas, velocidad “real” del gas y holdup.
- La predicción de los patrones de flujo realizada por *METODO-A*, *METODO-B* y *TUFFP Pro* difiere completamente de la realizada por *OLGA*<sup>®</sup> 2000. Mientras las primeras predicen flujo predominantemente anular, la otra predice flujo estratificado. Cabe anotar que estos patrones de flujo caen dentro del criterio de transición en el que *OLGA*<sup>®</sup> 2000 se basa de flujo separado, sujeto a verificación de los criterios de transición de flujo estratificado – anular.
- Los resultados de las predicciones de velocidad superficial de líquido y velocidad real de líquido son del mismo orden de magnitud que las reportadas por *OLGA*<sup>®</sup> 2000. No obstante su correlación no es tan aproximada como la de las demás

variables analizadas y debe evaluarse la necesidad de incluir un módulo de cálculos relacionado con fenómenos de transferencia de masa.

- Deben verificarse las magnitudes de las viscosidades calculadas con el *METODO-B* ya que parece tener una gran influencia sobre las predicciones realizadas por la herramienta.
- Los modelos desarrollados logran un nivel de precisión del 99.99% en la predicción de la caída de presión y del 95% en la velocidad del gas.
- La variable de menor precisión es el holdup de la línea.
- El patrón de flujo estimado con *METODO-A* y *METODO-B* difiere de los estimados por *OLGA*<sup>®</sup> 2000, especialmente en lo que se refiere a la transición entre flujos anular y estratificado.
- Estadísticamente la precisión de la velocidad superficial de líquido en la mayoría de los casos supera el 96%. No obstante existen diferencias significativas en los fundamentos teóricos de concepción de esta variable, ya que la predicción de su comportamiento varía significativamente.
- El cambio de las propiedades de líquido con respecto a la presión y temperatura a las condiciones empleadas parece no ser significativo como para generar diferencias sustanciales en la predicción de la caída de presión, nivel de líquido, patrón de flujo y velocidad de las fases, debido a que no se encuentran diferencias sustanciales entre la herramienta que incorpora y la que no el cálculo de propiedades físicas de los líquidos.
- La línea que presenta mayores diferencias con respecto a *OLGA*<sup>®</sup> 2000 es "B" y la que presenta menor diferencia con es "D".

## **8 CONCLUSIONES**

Se logró mediante el análisis y compilación de estudios realizados en las áreas de fenómenos de transferencia de momentum, termodinámica, predicción de propiedades físicas y métodos numéricos un modelo matemático en estado estacionario, que permite la predicción de patrones de flujo, caídas de presión y niveles de líquido para sistemas gas – agua – aceite en flujo a través de tuberías horizontales y casi horizontales.

El modelo propuesto ha sido ajustado y validado a través de información operacional recogida en campo y resultados de software comercial, logrando altos niveles de precisión para las variables tenidas en cuenta.

El modelo propuesto ha sido adaptado para la resolución de diversas problemáticas en campos de producción colombianos, las cuales están asociadas a la caracterización de flujo, inspección, corrosión, acumulación de sólidos, arrastre, entre otros.

## **9 RECOMENDACIONES**

- Desarrollo de modelos para condiciones de flujo dinámicas
- Desarrollo de modelos que establezcan la proporción de mezcla líquida en altas presiones (zona crítica) para flujo vertical (pozos de producción)
- Incorporación de cálculos más refinados para determinar transferencia de masa gas/líquido y condensación/evaporación

## BIBLIOGRAFÍA

BARNEA, D. A unified model for predicting flow-pattern transitions for the whole range of pipe inclinations. En: *Int. J. Multiphase Flow*, Vol 13, Iss 1, 1-12, 1987.

SHOHAM, O. Fundamentals and applications of multiphase flow in production engineering. University of Toulusa. 1995.

TAITEL, Y. Advances in two-phase modeling. En: *SPE Journal*, Iss 27959, 1994.

TAITEL, Y. y DUKLER, A. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. En: *AIChE Journal*, Vol. 22 No. 1, 47-55, 1976.

TAITEL, Y., DUKLER, A. y BARNEA, O. Modeling flow pattern transitions for steady upward gas - liquid flow in vertical tubes. En: *AIChE Journal*, Vol 26, Iss 3, 345-354, 1980.

WALAS, S. Phase Equilibria in Chemical Engineering. Butterworth Publishers, 1984.

POLING, B., PRAUSNITZ, J. y O'CONNELL, J. The properties of gases and liquids. McGraw Hill, 5 ed, 2001.

SMITH, J., VAN NESS, H. y ABBOTT, M. Introducción a la termodinámica en ingeniería química. McGraw Hill, 1996.

AAMO, O. *et al.* Observer design for multiphase flow in vertical pipes with gaslift—theory and experiments. En: *J Proc Cont*, Vol 15, Iss 3, 247-257, 2005.

DYMENT, A. *et al.* A theoretical model for gas–liquid slug flow in down inclined ducts. En: *Int J Mult Flow*, Vol 30, Iss 5, 521-550, 2004.

ORELL, A. Experimental validation of a simple model for gas–liquid slug flow in horizontal pipes. En: *Chem Eng Science*, Vol 60, Iss 5, 1371-1381, 2005

ANSARI, A. M. y SYLVESTER, N. D. A Mechanistic Model for Upward Bubble Flow in Pipes, En: *AIChE J.*, Vol 8, Iss 34, 1392-1394, 1988.

SYLVESTER, N. D. A Mechanistic Model for Two-Phase Vertical Slug Flow in Pipes, En: *ASME J. Energy Resources Tech.*, Vol 109, 206-213, 1987.

BARNEA, D. Transition from Annular Flow and from Dispersed Bubble Flow - Unified Models for the whole range of pipe inclinations. En: *Int. J. of Multiphase Flow*, Vol.12, 733-744, 1986.

CAETANO, E., SHOHAM, O. y TRIGGIA, A. Gas Liquid Two-Phase Flow Pattern Prediction Computer Library. En: *Journal of Pipelines*, Vol 5 207-220, 1986.

DUKLER, A. y HUBBARD, M. A Model for Gas-Liquid Slug Flow in Horizontal and Near Horizontal Tubes. En: *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Vol 14, Iss 4, 1975

ZABARAS, G. Prediction of Slug Frequency for Gas/Liquid Flows. En: *SPE Journal*, Vol 5, Iss 3, 2000

GARCÍA, I. Introducción al equilibrio termodinámico y de fases. Unidad de publicaciones de la facultad de ingeniería, Universidad Nacional de Colombia, 1998.

FERGUSON La regla de las fases / F. D., T. K. JONES; versión española de Jose Maria Storch de Gracia y Asensio.

HENLEY, E. y SEADER, J. Operaciones de separación por etapas de equilibrio en ingeniería química. Editorial Reverté, 2000.

ELSHARKAWY, A. y ALIKHAN, A. Models for predicting the viscosity of Middle East crude oils. *Fuel* 78 (1999) 891-903

MAHMOOD, M. y AL-MARHOUN, M. Evaluation of empirically derived PVT properties for Pakistani crude oils. Journal of Petroleum Science and Engineering 16 (1996) 275-290

AL-MARHOUN, M. Evaluation of empirically derived PVT properties for Middle East crude oils. Journal of Petroleum Science and Engineering 42 (2004) 209– 221

GHASSAN, H., y NIMAT, B. Estimation of gas-oil surface tension. Journal of Petroleum Science and Engineering. 27 (2000) 197-200

NASERI, A., NIKAZAR, M., MOUSAVI, S. A correlation approach for prediction of crude oil viscosities. Journal of Petroleum Science and Engineering 47 (2005) 163– 174

## **10 ANEXOS**

### **10.1 ANEXO 1. SIMBOLOGÍA**

#### **FUNDAMENTOS TERMODINÁMICOS**

$f_i^V$ : Fugacidad del componente i en la fase vapor

$f_i^L$ : Fugacidad del componente i en la fase líquida

$a_i$ : Actividad del componente i

$f_i^*$ : Fugacidad del componente i puro en fase líquida a la temperatura de mezcla

$\gamma_i^L$ : Coeficiente de actividad del componente i en la fase líquida

$\phi_i^V$ : Coeficiente de fugacidad del componente i en la fase vapor

$\phi_i^L$ : Coeficiente de fugacidad del componente i en la fase líquida

$y_i$ : fracción molar del componente i en la fase vapor

$x_i$ : fracción molar del componente i en la fase líquida

P: Presión de la mezcla

$K_i$ : Coeficiente de reparto

$\rho_L$ : Densidad del líquido

$\rho_G$ : Densidad del gas

$\rho_w$ : Densidad del agua  
 $\rho_o$ : Densidad del crudo  
 $\mu_L$ : Viscosidad del líquido  
 $\mu_G$ : Viscosidad del gas  
 $\mu_w$ : Viscosidad del agua  
 $\mu_o$ : Viscosidad del crudo  
 $\gamma_L$ : Tensión superficial del líquido  
 $\gamma_w$ : Tensión superficial del agua  
 $\gamma_o$ : Tensión superficial del crudo  
BSW: fracción volumétrica de agua con respecto al líquido total a condiciones estándar  
 $\lambda_L$ : Fracción volumétrica del líquido con respecto a la cantidad de fluido total

### **CRITERIOS DE TRANCISIÓN**

$q_G$ : Flujo volumétrico del gas  
 $q_L$ : Flujo volumétrico del líquido  
 $U_G$ : Velocidad del gas  
 $U_L$ : Velocidad del líquido  
 $U_i$ : Velocidad en la interfase gas - líquido  
 $A_L$ : área de flujo del líquido  
 $A_G$ : área de flujo del gas  
 $\beta$ : ángulo de inclinación  
 $g$ : gravedad  
 $\tau_{wG}$ : Esfuerzo de corte entre la pared y el gas  
 $\tau_{wL}$ : Esfuerzo de corte entre la pared y el líquido  
 $\tau_i$ : Esfuerzo de corte en la interfase gas - líquido  
 $S_G$ : Perímetro húmedo donde se da la transferencia de momentum del gas (pared tubería e interfase gas líquido).  
 $S_L$ : Perímetro húmedo donde se da la transferencia de momentum del líquido (pared tubería).  
 $S_i$ : Perímetro húmedo donde se da la transferencia de momentum interfacial.  
 $f_G$ : factor de fricción de Fanning para el gas  
 $f_L$ : factor de fricción de Fanning para el líquido

$C_G$ : Coeficiente de Faninng para el gas (Re)  
 $C_L$ : Coeficiente de Faninng para el líquido (Re)  
 $n$ : exponente de Faninng para el gas (Re)  
 $m$ : exponente de Faninng para el líquido (Re)  
 $d_G$ : diámetro equivalente para la transferencia de momentum para el gas  
 $d_L$ : diámetro equivalente para la transferencia de momentum para el líquido  
 $D$ : Diámetro interno de la tubería  
 $A$ : Área de la sección transversal de la tubería  
 $h_L$ : nivel del líquido en la tubería, holdup  
 $U_{GS}$ : Velocidad superficial del gas  
 $U_{LS}$ : Velocidad superficial del líquido

$F$ : Número de Froude modificado  
 $C_W$ : Velocidad de propagación de las ondas  
 $\nu_L$ : Viscosidad cinemática del líquido  
 $s$ : Coeficiente de protección asociado con recuperación de onda (0.01 recomendado)

$Fr$ : Número de Froude  
 $Re_{LS}$ : Número de Reynolds para la fase líquida basado en la velocidad superficial  
 $\varepsilon$ : Energía de disipación por unidad de masa  
 $\sigma_L$ : Tensión superficial del líquido  
 $k$ : Frecuencia de choque. (0.68 para gotas dispersas, 1.14 para burbujas dispersas)  
 $\sigma_L$ : Viscosidad cinemática del líquido  
 $U_O$ : Velocidad de las burbujas de gas con respecto a la velocidad del líquido  
 $d_{max}$ : máximo diámetro de burbuja estable  
 $d_{CD}$ : diámetro de la burbuja debido a la aglomeración  
 $d_{CB}$ : diámetro de la burbuja debido a la flotación  
 $U_M$ : Velocidad de la mezcla  
 $f_M$ : factor de fricción basado en la velocidad de la mezcla  
 $F_B$ : Fuerza de flotación  
 $F_T$ : Fuerza de turbulencia  
 $\gamma$ : Coeficiente de deformación de la burbuja. Experimental. (1.1 - 1.5)

$U_0$ : Velocidad de ascenso de la burbuja.

$C_L$ : Coeficiente de ascenso de la burbuja. (recomendado 0.8)

$d$ : diámetro de la burbuja

$\delta_L$ : es el espesor de la película líquida

## FLUJO ANULAR

$A_F$ : área de flujo de la película de líquido

$A_C$ : área de flujo del gas en el seno de la tubería (core)

$\beta$ : ángulo de inclinación

$\rho_F$ : Densidad película líquido

$\rho_C$ : Densidad promedio del fluido en el seno de la tubería gas

$g$ : gravedad

$\tau_{WF}$ : Esfuerzo de corte entre la pared y la película de líquido

$\tau_i$ : Esfuerzo de corte en interfase gas - líquido

$S_L$ : Perímetro húmedo donde se da transferencia de momentum del líquido (pared tubería).

$S_i$ : Perímetro húmedo donde se da transferencia de momentum interfacial (determinada por espesor de película).

$U_F$ : Velocidad de la película líquida

$U_C$ : Velocidad en el seno de la tubería

$\delta$ : Espesor de la película de líquido

$\alpha_C$ : Fracción vacía de gas en el seno de la tubería

## FLUJO PSEUDOHOMOGÉNEO

$x$ : Fracción másica de gas

$v_L$ : volumen específico de líquido (másico)

$v_G$ : volumen específico de gas (másico)

$v_{GL}$ : diferencia de volumen específico entre el gas y el líquido (másico)

$G$ : velocidad másica de la mezcla

$A$ : Área total de flujo

D: Diámetro de tubería  
 $f_F$ : Factor de fricción de la mezcla  
 $W_G$ : Flujo másico de gas  
 $W_L$ : Flujo másico de líquido  
 $W_T$ : Flujo másico total  
 $q_G$ : Flujo volumétrico de gas  
 $q_L$ : Flujo volumétrico de líquido  
 $q_T$ : Flujo volumétrico total

## **FLUJO SLUG**

$\Delta P_T$ : Caída de presión total del slug  
 $L_T$ : Longitud total del slug  
 $L_S$ : Longitud del cuerpo del slug  
 $L_B$ : Longitud de la zona de burbuja  
 $\rho_M$ : Densidad promedio del slug  
 $\tau_S$ : Esfuerzo cortante ejercido por el líquido del cuerpo del slug a la pared  
 $\tau_B$ : Esfuerzo cortante ejercido por el líquido en la zona de la burbuja  
 $\tau_G$ : Esfuerzo cortante ejercido por el gas en la zona de la burbuja  
 $\alpha_{TG}$ : Fracción de gas total del slug  
 $U_{LS}$ : Velocidad superficial del líquido  
 $U_{SL}$ : Velocidad del líquido en la zona del slug  
 $U_t$ : Velocidad translacional  
 $\alpha_{SG}$ : Fracción de gas en el cuerpo del slug  
 $\alpha_{SL}$ : Fracción de líquido en el cuerpo del slug  
 $U_D$ : Velocidad de burbuja elongada (drift velocity)  
 $U_S$ : Velocidad total del cuerpo del slug  
C: Factor de relación de velocidad promedio  
 $W_L$ : Flujo de líquido para cada slug  
 $\alpha_{BL}$ : Fracción de líquido en la zona de burbuja  
 $U_{BL}$ : Velocidad del líquido en la zona de burbuja  
 $\nu$ : Frecuencia de slugs, constante