

EL CRITERIO DE LA MÍNIMA GENERACIÓN DE ENTROPÍA
(MGE) PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE DISIPADORES DE CALOR
Y SU SOLUCIÓN MEDIANTE ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN
GLOBAL

Jorge Mario Cruz Duarte
Ingeniero electrónico

Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas
Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones
Bucaramanga, Santander, Colombia
2015

EL CRITERIO DE LA MÍNIMA GENERACIÓN DE ENTROPÍA
(MGE) PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE DISIPADORES DE CALOR
Y SU SOLUCIÓN MEDIANTE ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN
GLOBAL

Jorge Mario Cruz Duarte
Ingeniero electrónico

Informe final del trabajo de investigación para optar al título de
Magister en ingeniería electrónica

Director
Carlos Rodrigo Correa Cely, Ph.D.
Ingeniero Químico

Codirector
Iván Mauricio Amaya Contreras, Ph.D.(c)
Ingeniero Mecatrónico

Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas
Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones
Bucaramanga, Santander, Colombia
2015

*Dedicado a mis tatarabuelos, bisabuelos, abuelos, padres, hermanos, hijos y nietos
(aunque estos dos últimos no hayan sido engendrados aún, que yo sepa...)*

¿Agradecimientos? infinitos a mis padres, que me han forjado como espada de acero Valyrio, rehúso a las convocatorias populares y poco inteligentes de mi patria.

A dos doctores, verdaderos doctores, el profesor Rodrigo Correa e Iván Amaya, grandes amigos, académicos y excelentes directores, quienes me enseñaron el agradable mundo de la producción intelectual.

A Ironman, Batman y la momia aulladora por su constante y desinteresada compañía.

A Erú Ilúvatar, Brahama, Akatosh, Zeus, Jah, Yisus o cualquier tipo de dios en el universo que vele consciente o inconscientemente el trágico existir de la insignificante humanidad.

Por último, y no menos importante, agradezco a la biblioteca de la universidad por sus incontables correcciones, basadas en una guía precaria, obsoleta y regordeta de mofas a la RAE, que arruinaron la presentación de este documento.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	20
1. FUNDAMENTOS	24
1.1. CRITERIO DE MÍNIMA GENERACIÓN DE ENTROPÍA	24
1.2. MÉTODOS MODERNOS DE OPTIMIZACIÓN	25
1.2.1. Método de Recocido Simulado	27
1.2.2. Método de Enjambre de Partículas Unificado	28
1.2.3. Método de La Espiral	29
1.3. DISIPADORES DE CALOR EN MICROELECTRÓNICA	30
1.3.1. Ejemplo 1. Tubo con generación uniforme de calor en su pared exterior	31
1.3.2. Ejemplo 2. Calentador con condición de frontera de temperatura constante en las superficies extremas	35
1.3.3. Ejemplo 3. Calentador de aire con condición de flujo de calor uniforme incidente en una de sus fronteras	39
2. MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA	46
2.1. CONDICIONES DE OPERACIÓN	46
2.2. ANÁLISIS SEGÚN EL CRITERIO DE LA MÍNIMA GENERACIÓN DE ENTROPÍA	47
2.3. RESISTENCIA TÉRMICA DEL DISIPADOR DE CALOR	52
2.3.1. Resistencia térmica del fluido	54
2.3.2. Resistencia térmica de convección	54
2.3.3. Resistencia térmica de dispersión en la base	57
2.3.4. Resistencia térmica del material en la interfaz	60
2.3.5. Resistencia térmica equivalente	60
2.4. CAÍDA DE PRESIÓN TOTAL	61
2.5. CORRELACIONES EMPÍRICAS	63
2.5.1. Régimen laminar	63
2.5.2. Régimen turbulento	64
2.6. MODELO FINAL	65
3. ESTUDIO PREVIO	67
4. METODOLOGÍA	69
4.1. PRUEBAS PARAMÉTRICAS DE LOS MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN	69

4.2. PRUEBAS DEL MODELO MATEMÁTICO	71
4.3. ESCENARIOS DE DISEÑO	72
4.4. PROBLEMA DE DISEÑO MULTIOBJETIVO	74
5. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES	76
5.1. PRUEBAS PARAMÉTRICAS DE LOS MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN	76
5.2. PRUEBAS DEL MODELO MATEMÁTICO	77
5.2.1. Longitud de los canales	77
5.2.2. Ancho de los canales	81
5.2.3. Conductividad térmica del material	84
5.2.4. Flujo volumétrico	84
5.2.5. Temperatura de entrada del aire	86
5.2.6. Área para transferencia de calor efectiva del chip	87
5.2.7. Resumen	90
5.3. ESCENARIOS DE DISEÑO	91
5.3.1. Diversas magnitudes de flujo volumétrico	91
5.3.2. Diversos materiales y fluidos de trabajo	92
5.3.3. Problema de diseño multiobjetivo	101
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	105
7. LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN	106
8. PRODUCCIÓN ACADÉMICA	107
BIBLIOGRAFÍA	109
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	118
ANEXOS	125

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Número de publicaciones por año relacionadas con Disipadores de Calor de Tipo Microcanal (DCTM), Minimización de la Generación de Entropía (MGE) y Métodos Modernos de Optimización (MMO).	22
Figura 2. Mínima Generación de Entropía como técnica multidisciplinaria. Basada en [22].	24
Figura 3. Estructura de aplicación del criterio de MGE. Basada en [22].	25
Figura 4. Número de publicaciones por año para los métodos: Recocido Simulado (SA), Enjambre de Partículas Unificado (PSO) y La Espiral (SO).	26
Figura 5. Distribución de algoritmos basados en la inteligencia del enjambre.	26
Figura 6. Estructuras tradicionales de disipadores de energía térmica.	30
Figura 7. Tubo para el calentamiento de agua. Basada en [8].	32
Figura 8. Variación de las temperaturas T_s y T_m con la longitud del tubo $0 \leq x \leq L$.	34
Figura 9. Variación de las temperaturas T_s y T_m con la longitud del tubo $0 \leq x \leq L$ con un flujo de aire.	35
Figura 10. Calentador de aire con dos arreglos de aletas y condiciones de frontera de temperatura constante.	35
Figura 11. Temperatura del aire a la salida del disipador $T_{m,o}$ y el flujo total de calor transferido Q para $0,01 \leq Ld \leq 1$ m.	38
Figura 12. Diferencia de temperaturas media logarítmica ΔT_{ml} para $0,01 \leq Ld \leq 1$ m.	39
Figura 13. Calentador de aire con un arreglo de aletas con condición de frontera de flujo de calor constante.	40
Figura 14. Variación de la resistencia térmica por convección R_{conv} del disipador, con q constante, entre $0,1 \leq Ld \leq 1$ m.	42
Figura 15. Variación de las temperaturas $T_{m,o}$ y $T_{s,o}$ del disipador, con q constante, entre $0,1 \leq Ld \leq 1$ m.	43
Figura 16. Variación de las resistencias térmicas en el calentador de aire con la relación de aspecto ac entre ≈ 0 y 1.	44
Figura 17. Variación del número de Reynolds y de la relación Ld/Dh con la relación de aspecto ac entre ≈ 0 y 1.	45
Figura 18. Sistema a analizar: disipador de calor de tipo microcanal e interfaz.	46

Figura 19. (a) Esquema de un disipador de calor de tipo microcanal. (b) Volumen de control por unidad de longitud basado en medio canal.	48
Figura 20. Disipador de calor representado como un circuito térmico.	53
Figura 21. Circuito térmico equivalente del canal en el volumen de control para el disipador de calor. Basado en [85].	54
Figura 22. Modelo térmico con simetría axial del flujo de calor que ingresa por la base al disipador. Basado en [91].	58
Figura 23. Variación de la resistencia térmica equivalente Req en $0,01 \leq Ld \leq 1$ m, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	78
Figura 24. Variación de las temperaturas Tf y Ti , en $0,01 \leq Ld \leq 1$ m, obtenidas con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	79
Figura 25. Variación de $Sgen$, con $0,01 \leq Ld \leq 1$ m, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	80
Figura 26. Variación de Be , con $0,01 \leq Ld \leq 1$ m, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	80
Figura 27. Variación las resistencias térmicas, con $100 \mu\text{m} \leq 2wc \leq 1$ mm, obtenidas con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	82
Figura 28. Variación las temperaturas Ti y Tf , con $100 \mu\text{m} \leq 2wc \leq 1$ mm, obtenidas con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	83
Figura 29. Variación de $Sgen$ y sus componentes, con $100 \mu\text{m} \leq 2wc \leq 1$ mm, obtenidas con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	83
Figura 30. Variación de $Sgen, \Delta T$, con $10 \leq Ld \leq 500$ W/m · K, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	84
Figura 31. Variación de $Sgen$, con $0,1 \times 10^{-3} \leq G \leq 10 \times 10^{-3}$ m ³ /s, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	85
Figura 32. Variación de Be , con $0,1 \times 10^{-3} \leq G \leq 10 \times 10^{-3}$ m ³ /s, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	85
Figura 33. Variación de $Sgen, \Delta T$, con $200 \leq Tf, ent \leq 400$ K, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	86
Figura 34. Variación las temperaturas Ti y Tf , con $200 \leq Tf, ent \leq 400$ K, obtenidas con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).	87
Figura 35. Variación de las temperaturas, con $100 \text{ mm}^2 \leq Ai \leq Ab$, obtenidas con el modelo de este trabajo (77).	88

Figura 36. Variación de Req , con $100 \text{ mm}^2 \leq Ai \leq Ab$, obtenida con el modelo de este trabajo (77) con y sin el efecto de la dispersión térmica.	89
Figura 37. Variación de $Sgen$, con $100 \text{ mm}^2 \leq Ai \leq Ab$, obtenida con el modelo de este trabajo (77) con y sin el efecto de la dispersión térmica.	90
Figura 38. Desviación estándar de $Sgen, \text{mín}$ obtenida con SA, UPSO y SO para diferentes valores de Gd .	92
Figura 39. Valores óptimos de αc y β encontrados variando Gd , el material y el fluido de trabajo del disipador.	93
Figura 40. Valores óptimos de $Sgen$ encontrados variando Gd , el material y el fluido de trabajo del disipador.	94
Figura 41. Valores de Req relacionados con $Sgen, \text{mín}$ encontrados variando Gd , el material y el fluido de trabajo del disipador.	95
Figura 42. Valores de Φ relacionados con $Sgen, \text{mín}$ encontrados variando Gd , el material y el fluido de trabajo del disipador.	96
Figura 43. Compromiso entre Φ y Req encontrados variando Gd , el material y el fluido de trabajo del disipador. La flecha indica el mejor caso de diseño, en términos de $Sgen, \text{mín}$, para todas las configuraciones material-fluido de trabajo.	96
Figura 44. Valores de Md relacionados con $Sgen, \text{mín}$ encontrados variando Gd , el material y el fluido de trabajo del disipador.	97
Figura 45. Valores promedio de $Sgen, \text{mín}$ hallados con SA, UPSO y SO, para varias combinaciones de materiales y fluidos de trabajo.	99
Figura 46. Valores promedio de $Sgen, \text{mín}$ hallados con SO para disipadores de calor de microcanales rectangulares de cobre variando el porcentaje de humedad relativa, utilizando dos aproximaciones (1 y 2) para el cálculo de h , dadas por la (95) y (59), respectivamente.	100
Figura 47. Valores obtenidos para los dos criterios de diseño multiobjetivo ($Sgen$ y $Cmat$), de un disipador de calor de SiC y aire con 90% de humedad, con diferentes valores de ω entre cero y uno, utilizando los tres métodos de optimización (SA, UPSO y SO).	102
Figura 48. Tendencia de los parámetros αc , β y Gd obtenida al variar ω para un disipador de calor de SiC con microcanales rectangulares y aire con 90% de humedad.	102
Figura 49. Representación gráfica de la función Ackley para dos dimensiones.	131
Figura 50. Representación gráfica de la función Alpine 1 para dos dimensiones.	131
Figura 51. Representación gráfica de la función Beale para dos dimensiones.	132

Figura 52. Representación gráfica de la función Bird para dos dimensiones.	133
Figura 53. Representación gráfica de la función Bukin 2 para dos dimensiones.	133
Figura 54. Representación gráfica de la función Cube para dos dimensiones.	134
Figura 55. Representación gráfica de la función Drop Water para dos dimensiones.	134
Figura 56. Representación gráfica de la función Hosaki para dos dimensiones.	135
Figura 57. Representación gráfica de la función Needle Eye para dos dimensiones.	136
Figura 58. Representación gráfica de la función Rosenbrock para dos dimensiones.	136
Figura 59. Representación gráfica de la función Six Hump Camel para dos dimensiones.	137
Figura 60. Representación gráfica de la función Step para dos dimensiones.	138
Figura 61. Representación gráfica de la función Stochastic para dos dimensiones.	138
Figura 62. Representación gráfica de la función Wayburn Seader 1 para dos dimensiones.	139

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Valores dados para los parámetros del sistema en la Figura 7.	32
Tabla 2. Valores dados para los parámetros del sistema en la Figura 10.	36
Tabla 3. Valores calculados para los parámetros del calentador de aire (ejemplo 2).	38
Tabla 4. Valores dados para los parámetros del sistema en la Figura 13.	40
Tabla 5. Valores calculados para los parámetros del calentador de aire (ejemplo 3).	41
Tabla 6. Características de esfuerzo, flujo y potencia de los sistemas eléctricos, térmicos y de fluidos. Basada en [83].	51
Tabla 7. Tasa de generación de entropía asociada a la transferencia de calor del disipador de calor con microcanales.	65
Tabla 8. Resultados obtenidos de la simulación por Montecarlo utilizando el modelo matemático presentado en [24].	67
Tabla 9. Lista de valores para los parámetros de cada método.	69
Tabla 10. Funciones de prueba estándar empleadas para las pruebas paramétricas de los algoritmos de optimización.	69
Tabla 11. Valores asumidos para los parámetros del modelo.	71
Tabla 12. Valores promedio asumidos para las propiedades termofísicas de los materiales y los fluidos de trabajo considerados.	72
Tabla 13. Valores asumidos para los parámetros del disipador.	73
Tabla 14. Precios (en dólar americano por kilogramo) asumidos para los materiales del disipador de calor en forma de polvo. Valores tomados del catálogo web de <i>Goodfellow Cambridge Limited</i> en el mes de diciembre de 2014 [107].	74
Tabla 15. Promedio y desviación estándar de los resultados obtenidos para las funciones de prueba utilizando los métodos de optimización SA, UPSO y SO.	76
Tabla 16. Estadísticas calculadas para cada uno de los parámetros de los métodos de optimización utilizando las funciones de prueba estándar seleccionadas.	77
Tabla 17. Diseños obtenidos con SA, UPSO y SO para un disipador de silicio con aire como fluido de trabajo y diferentes condiciones de flujo.	91
Tabla 18. Comparación de diseños obtenidos usando UPSO con los reportados con NSGA-II en [20]	98

Tabla 19. El mejor diseño encontrado para distintos disipadores de calor considerando como materiales: Si, Al, SiC, AlN y Cu; y como fluidos de trabajo: aire, aire con 10%, 50% y 90% de humedad, y amoniaco gaseoso.	100
Tabla 20. El mejor diseño multiobjetivo, con $\omega = 0,1$, encontrado para distintos disipadores de calor considerando como materiales: Si, Al, SiC, AlN y Cu; y como fluidos de trabajo: aire, aire con 10%, 50% y 90% de humedad, y amoniaco gaseoso.	103
Tabla 21. Artículos realizados durante el periodo de maestría 2013-2015.	107
Tabla 22. Trabajos de pregrado codirigidos durante el periodo de maestría 2013-2015.	108
Tabla 23. Artículos realizados antes del inicio de la maestría.	108
Tabla 24. Valores promedio de las propiedades del fluido.	125
Tabla 25. Detalle de los resultados obtenidos mediante las funciones de prueba seleccionadas y los métodos de optimización SA, UPSO y SO.	140

LISTA DE ANEXOS

A. EJEMPLOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR	125
A.1. CALENTADOR DE AIRE CON CONDICIÓN DE FRONTERA DE TEMPERATURA CONSTANTE	125
A.2. CALENTADOR DE AIRE CON CONDICIÓN DE FLUJO DE CALOR UNIFORME	128
B. FUNCIONES DE PRUEBA ESTÁNDAR	131
B.1. FUNCIÓN ACKLEY	131
B.2. FUNCIÓN ALPINE 1	131
B.3. FUNCIÓN BEALE	132
B.4. FUNCIÓN BIRD	132
B.5. FUNCIÓN BUKIN 2	133
B.6. FUNCIÓN COLVILLE	133
B.7. FUNCIÓN CUBE	134
B.8. FUNCIÓN DROP WATER	134
B.9. FUNCIÓN HOSAKI	135
B.10. FUNCIÓN NEEDLE EYE	135
B.11. FUNCIÓN POWELL 4	136
B.12. FUNCIÓN ROSENBROCK	136
B.13. FUNCIÓN SIX HUMP CAMEL	137
B.14. FUNCIÓN STEP	137
B.15. FUNCIÓN STOCHASTIC	138
B.16. FUNCIÓN TRID 6	138
B.17. FUNCIÓN WAYBURN SEADER 1	139
C. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DE DESEMPEÑO	140

RESUMEN

TÍTULO: EL CRITERIO DE LA MÍNIMA GENERACIÓN DE ENTROPÍA (MGE) PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE DISIPADORES DE CALOR Y SU SOLUCIÓN MEDIANTE ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN GLOBAL*.

AUTOR: JORGE MARIO CRUZ DUARTE†.

PALABRAS CLAVE: DISEÑO ÓPTIMO, DISIPADOR DE CALOR, MÍNIMA GENERACIÓN DE ENTROPÍA, MICROELECTRÓNICA.

DESCRIPCIÓN:

En esta tesis se aborda el problema de transferencia de calor inherente a los componentes electrónicos, y debido al calentamiento por *efecto Joule*. Este problema se agrava con el incremento de la escala de integración y las frecuencias de reloj en los circuitos integrados, siendo entonces la transferencia de calor una de las limitantes de diseño. La solución, aún muy marcada en nuestros días, consiste en el uso de los *disipadores* para incrementar la velocidad y capacidad de liberar el calor internamente generado. Por ello, este trabajo trata sobre el diseño óptimo de estos elementos calefactores, mediante la minimización de su entropía generada. Para ello, se emplearon métodos de optimización global como *Recocido Simulado*, *Enjambre de Partículas Unificado* y *La Espiral*. En esta investigación se estudiaron diversos escenarios de diseño, relacionados con disipadores de *microcanales rectangulares*, utilizando distintos materiales de construcción, fluidos de trabajo y condiciones de operación. Se observó, de las simulaciones realizadas, que al utilizar aire húmedo con cualquier material, se mejora en un 2,7% la eficiencia del disipador con respecto al aire seco. Además, esta suposición constituye una aproximación más cercana a la realidad, aunque se deben tener en cuenta los posibles riesgos para el dispositivo electrónico. Por otra parte, se encontró que los disipadores de SiC y AlN presentaron mejores resultados en términos de entropía generada, en un 2,9% y 1,3%, comparados con los de Si y Al, respectivamente. Incluso, éstos pueden mejorarse si se emplea NH₃ como fluido de trabajo en lugar del aire seco.

* Trabajo de grado de maestría.

† Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones (E3T). Director: Carlos Rodrigo Correa Cely, Ph.D., Ingeniero Químico. Codirector: Iván Mauricio Amaya Contreras, Ph.D.(c), Ingeniero Mecatrónico.

ABSTRACT

TITLE: OPTIMAL DESIGN OF HEAT SINKS THROUGH THE ENTROPY GENERATION MINIMISATION (EGM) CRITERION AND GLOBAL OPTIMISATION ALGORITHMS ‡.

AUTHOR: JORGE MARIO CRUZ DUARTE§.

KEYWORDS: OPTIMAL DESIGN, HEAT SINK, ENTROPY GENERATION MINIMISATION, MICROELECTRONIC.

DESCRIPTION:

This thesis deals with the heat transfer problem that is inherent to electronic devices: heating by *Joule effect*. This problem worsens with the increase in scale of integration and in clock rates. Therefore, heat transfer is a design constraint. A common solution, even nowadays, is to use heat sinks for increasing the rate and capacity of heat removal. Hence, the present work deals with the optimal design of these heat sinks, minimising its generated entropy. For that, we used global optimisation methods like *Simulated Annealing*, *Particle Swarm Optimisation*, and *Spiral Optimisation*. In this research we studied several design scenarios, related with *rectangular microchannel* heat sinks, and considering different bulk materials, working fluids, and operating conditions. From the simulations carried out, we observed an increase of 2.7% in the heat sink's efficiency, when using moist air instead of dry air as a working fluid, and for any bulk material. This fluid assumption is a good approach to reality, although it can jeopardize the electronic device. Moreover, we found that SiC and AlN heat sinks show better results in terms of generated entropy, in 2.9% and 1.3%, compared with heat sinks made of Si and Al, respectively. Nonetheless, they can still be improved by using NH₃ as a working fluid, instead of dry air.

‡ Master thesis: Master on electronic engineering.

§ Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones (E3T). Advisor: Carlos Rodrigo Correa Cely, Ph.D., Chemical engineer. Co-advisor: Iván Mauricio Amaya Contreras, Ph.D.(c), Mechatronic engineer.

RESUMEN EJECUTIVO

El problema que se aborda en esta tesis, es un *problema abierto*, en donde la transferencia de calor propia de la mayoría de los componentes electrónicos activos y pasivos se ven involucrados, al disipar la energía térmica generada en su interior debido al denominado calentamiento por *efecto Joule*. Este problema que existe en la tecnología actual del silicio, se agrava a medida que se tiende a la miniaturización, a la compactación de millones y al incremento en las frecuencias de reloj de, por ejemplo transistores, con el fin de lograr operaciones lógicas en el menor tiempo posible, y ocupando el menor espacio posible. En este sentido la transferencia de calor se torna en una de las limitantes, pues estos componentes tienen una temperatura máxima de operación. La solución aún muy marcada en nuestros días, consiste en el uso de los denominados *disipadores* o *aletas* que se superponen a estos componentes, con el fin de incrementar la velocidad y capacidad de liberar la energía térmica generada internamente en forma de calor.

Esta investigación versa sobre el diseño óptimo de estos elementos calefactores, mediante el uso de la minimización de la entropía generada.

En el presente texto se resumen los principales logros obtenidos. Mediante varios ejemplos demostrativos, se ilustra el uso de un principio básico muy útil en el diseño en ingeniería y es el relacionado con la *minimización de la generación de entropía*. Una vez definida la función objetivo con sus respectivas restricciones, para el caso que nos ocupa, se procedió a utilizar los métodos de solución preseleccionados, esto son, el de *Recocido Simulado*, el de *Enjambre de Partículas Unificado* y el de *La Espiral*, como se explicará.

Se tuvieron en cuenta diversos escenarios de diseño, relacionados con estos disipadores de calor, especialmente con los de *microcanales rectangulares*. Dichos escenarios consistieron en variar el material de construcción, analizando el efecto de utilizar silicio, aluminio, carburo de silicio, nitruro de aluminio y cobre; y el fluido de trabajo, estudiando la influencia del aire, del aire húmedo y del amoníaco gaseoso. Se observó de las simulaciones realizadas, que al utilizar aire húmedo con cualquier material, se mejora en un 2,7% la eficiencia del disipador con respecto al aire seco; y además de que constituye una aproximación cercana a la realidad, aunque se deben tener en cuenta los posibles riesgos para el dispositivo electrónico. Asimismo, se notó que los disipadores construidos de carburo de silicio y de nitruro de aluminio presentaron mejores resultados en términos de entropía generada, en un 2,9% y 1,3%, comparados con los disipadores de silicio y aluminio, respectivamente. Además, se planteó y resolvió un problema de optimización multiobjetivo, enfocado a minimizar tanto la tasa de generación de entropía como el costo del material de construcción, que fue resuelto a través de una transformación utilizando una suma ponderada. Se obtuvieron varios tipos de disipadores para distintas especificaciones, y se encontró que el

valor de la función objetivo tiende a estabilizarse para pesos mayores a 0,2. Lo anterior se debió a las restricciones consideradas en esta investigación.

INTRODUCCIÓN

La creciente demanda de dispositivos electrónicos rápidos, pequeños y robustos ha llevado a los fabricantes a considerar, además del problema original de diseño, la disipación de la energía térmica generada durante su operación [1]–[4]. Éste fenómeno se debe principalmente al calor interno generado por *efecto Joule*, que de no ser extraído adecuadamente puede averiar o comprometer el tiempo de vida útil. Por esta razón, se requiere la adición de un elemento extra denominado disipador de calor. Existen distintos tipos de disipadores, y sus geometrías varían de acuerdo con las necesidades de cada componente electrónico. Para mejorar su diseño, se suele partir de estructuras convencionales (como los de tipo placa de aletas y los de microcanales, por ejemplo), a modo de establecer el máximo rendimiento térmico durante la transferencia de calor desde el chip hacia los alrededores. En el caso específico de los disipadores de microcanales, éstos constituyen una alternativa apropiada para sistemas con alta disipación de potencia y con restricciones de espacio [3], [5]–[7].

El problema de diseño de disipadores se aborda tradicionalmente con la ayuda de modelos denominados de *resistencia térmica equivalente* del dispositivo, que depende de la geometría y de las propiedades termofísicas del material y del fluido de trabajo empleado para la transferencia de energía [5], [8]. Sin embargo, algunos investigadores han propuesto modificaciones a los modelos tradicionales, buscando mejorar la eficiencia de los disipadores. Entre ellas se incluye aumentar la capacidad térmica del flujo a través de los canales [9]–[14], considerando además estructuras con formas y disposiciones alternativas, así como diferentes materiales de construcción [15]–[19]. Por otra parte, también se han empleado metodologías de diseño multiobjetivo que buscan mejorar tanto la eficiencia térmica como la hidráulica, debido a que estas dos están estrechamente relacionadas con la operación de los disipadores de calor [20], [21].

Otra manera de realizar el diseño de un disipador de calor es a través de las relativamente recientes y poderosas técnicas basadas en la aplicación de la *segunda ley de la termodinámica*. Un ejemplo de ellas es la estrategia de Minimización de la Generación de Entropía (MGE), que consiste en modelar la generación de entropía de cada componente y fenómeno del disipador de calor, teniendo en cuenta las irreversibilidades presentes durante su operación (tales como la caída de presión y la diferencia finita de temperatura, entre otras). Así, es posible definir una función objetivo a minimizar, como la suma de los aportes de cada componente en el sistema, y a partir de ella encontrar los parámetros de diseño que maximizan la eficiencia del sistema. Esta metodología fue propuesta por Bejan en 1982 para el diseño de dispositivos reales en ingeniería [22], e implementada, por primera vez, en disipadores de calor de placa de aletas por Culham y Muzychka casi veinte años después, [23]; seguidamente se estudiaron otras estructuras de disipación térmica, como los

microcanales [24]–[28]. Luego, y de forma consecuente, aparecieron modificaciones al modelo base para continuar mejorando la eficiencia de los dispositivos térmicos [29]–[35].

Para obtener el mejor diseño de los disipadores a través de metodologías tradicionales y alternativas, se emplean distintas técnicas de optimización. Entre ellas se encuentran los algoritmos de optimización no convencionales, populares debido al avance considerable en las tecnologías de cómputo. Éstos han sido utilizados en diversos problemas de ingeniería, y se han destacado por su versatilidad, rapidez y precisión [36]–[41]. En el caso específico de los disipadores de microcanales, se han empleado estrategias como recocido simulado (SA) y algoritmos genéticos (GA), buscando minimizar la resistencia térmica [42], [43]. Con el criterio de MGE se han adoptado técnicas como GA [35], [44]–[46] y el método de optimización por enjambre de partículas (PSO) [47], [48].

En este documento se condensa el trabajo de investigación realizado y encaminado a la obtención y comprobación de los modelos relacionados con los disipadores de calor, utilizando el criterio de MGE, tomando como ejemplo demostrativo la estructura de microcanales rectangulares. Adicionalmente, se implementan y adecúan tres técnicas de optimización no convencional: recocido simulado (SA), enjambre de partículas unificado (UPSO) y espiral (SO). Asimismo, se resuelven diferentes problemas de diseño, considerando escenarios que incluyen restricciones, materiales de manufactura, fluidos de trabajo y magnitudes de flujo volumétrico. También se aborda un problema de diseño multiobjetivo teniendo en cuenta la tasa de generación de entropía y el costo del material para distintos casos de disipadores de calor.

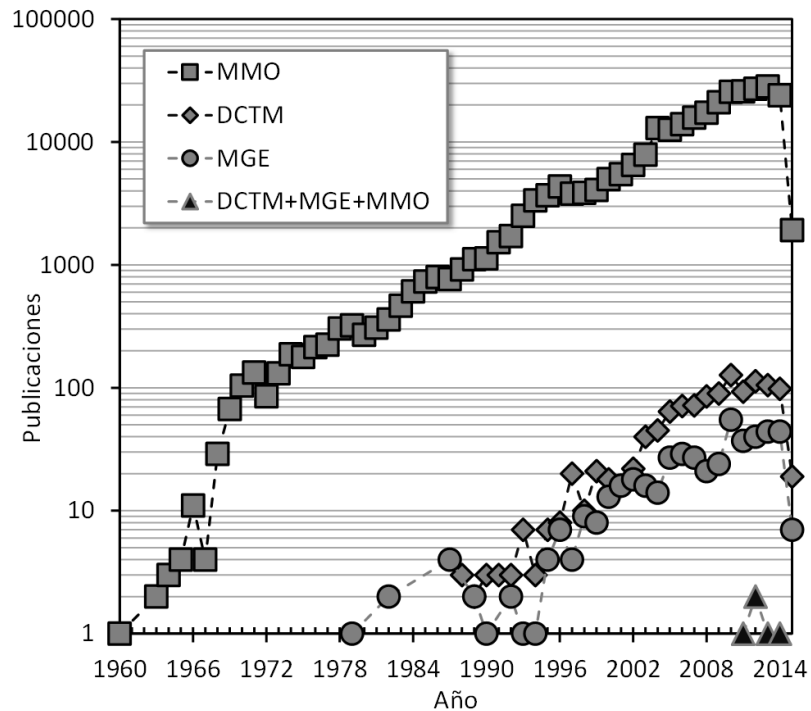
A continuación se describen los aspectos principales del problema planteado, junto con los objetivos propuestos para su resolución. Seguidamente, se aborda la fundamentación teórica relacionada con las temáticas a tratar, sentando las bases para la fácil comprensión de este documento. Luego, se presenta detalladamente la obtención del modelo de un disipador de calor de microcanales utilizando el criterio de MGE. Posteriormente, se describe la metodología seguida y se resumen los resultados obtenidos. Por último se destacan las conclusiones más relevantes de este trabajo y se hacen las respectivas recomendaciones para líneas futuras de investigación.

El escenario

La Figura 1 resume el número de publicaciones por año asociadas a los tres campos de esta investigación: Disipadores de Calor Tipo Microcanal (DCTM), Minimización de la Generación de Entropía (MGE), y Métodos Modernos de Optimización (MMO). Adicionalmente, se muestra el resultado para su intersección, y que corresponde a cuatro trabajos publicados entre los años 2011 y 2014, que evidencian la necesidad de profundizar

en este campo específico de la ingeniería de diseño, conformado por temas de actualidad y en continuo crecimiento.

Figura 1. Número de publicaciones por año relacionadas con Disipadores de Calor de Tipo Microcanal (DCTM), Minimización de la Generación de Entropía (MGE) y Métodos Modernos de Optimización (MMO).



El problema en esta investigación

En esta investigación se propone abordar el diseño de un disipador de calor de tipo microcanal, como solución al problema de la eliminación de la energía térmica disipada por los componentes microelectrónicos, a través del criterio de Mínima Generación de Entropía (MGE) y el uso de estrategias de optimización no convencional. Los resultados se compararán con los reportados en la literatura para diferentes condiciones de operación.

A continuación se transcriben los objetivos académicos aprobados.

Los objetivos

Objetivo general

Diseñar conceptualmente un disipador de calor mediante el criterio de mínima generación de entropía, comúnmente utilizado en la liberación de la energía térmica generada en

componentes electrónicos, a través de una herramienta computacional de optimización global de desarrollo propio.

Objetivos específicos

1. Implementar en software los algoritmos de optimización global “*de enjambre de partículas unificado*”, “*recocido simulado*” y “*espiral*”, realizando pruebas de desempeño tales como tiempo de ejecución, número de iteraciones, número de evaluaciones de la función objetivo, precisión y exactitud, por ejemplo, utilizando las funciones estándar comúnmente disponibles para la evaluación de una estrategia de optimización. (Página 76)
2. Transformar el modelo matemático del disipador de energía térmica (tipo microcanal) obtenido mediante la aplicación del criterio de mínima generación de entropía en una o varias funciones objetivo con restricciones, de tal forma que se pueda resolver mediante el software desarrollado. (Página 76)
3. Contrastar los resultados con los disponibles en la literatura, para un dispositivo electrónico en particular y unas condiciones de operación predefinidas. (Páginas 67 y 92)

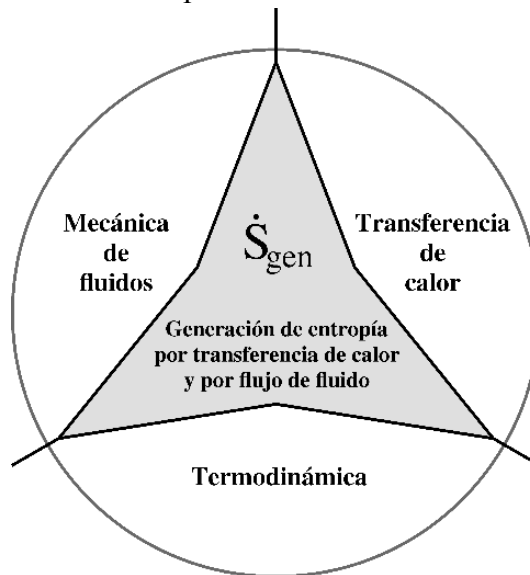
A través de los diferentes numerales que a continuación aparecen, se observa el desglose de cada uno de los objetivos y los resultados logrados en cada uno de ellos. Se presenta seguidamente algunos conceptos que se requieren para el cabal tratamiento conceptual del problema que nos ocupa.

1. FUNDAMENTOS

1.1. Criterio de mínima generación de entropía

El criterio de Mínima de Generación de Entropía (MGE), propuesto por Bejan en el año 1982, es una poderosa herramienta de análisis y de diseño óptimo de dispositivos reales. Ésta contempla el mínimo efecto de las irreversibilidades presentes en la operación de los sistemas, ya sean por transferencia de calor, por flujo de fluidos o por cualquier otro fenómeno de transporte involucrado [22]. Como se observa en la Figura 2, la técnica se define como una metodología multidisciplinaria alternativa y sólida, que considera áreas del conocimiento como la mecánica de fluidos, la transferencia de calor y la termodinámica.

Figura 2. Mínima Generación de Entropía como técnica multidisciplinaria. Basada en [22].

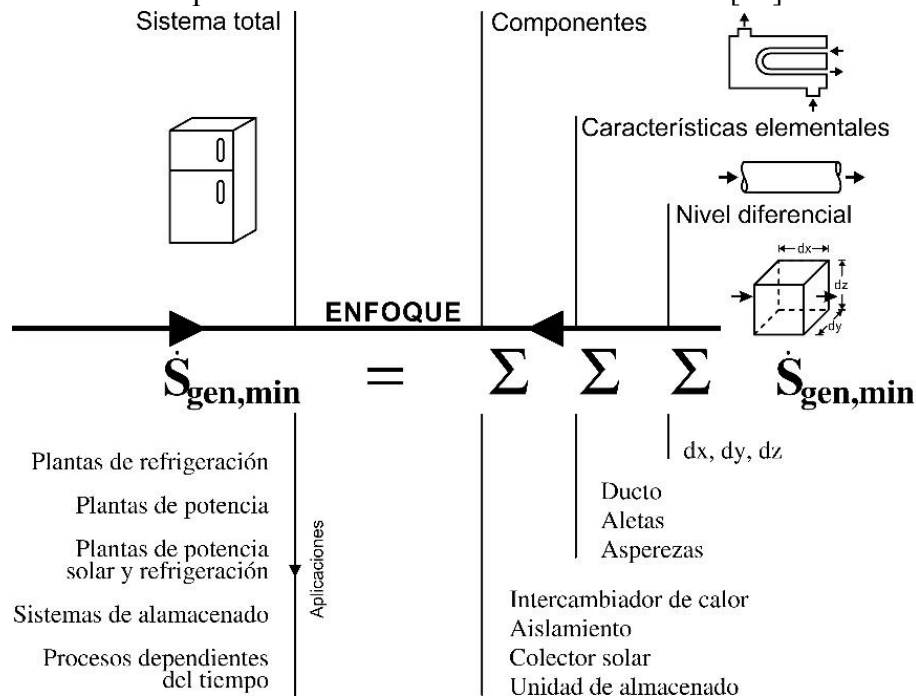


La cantidad de entropía generada por un dispositivo real, de acuerdo con la segunda ley de la termodinámica, se relaciona con el grado de cercanía al desempeño ideal. En el caso particular de los disipadores de calor, la MGE indica la máxima eficiencia en la transferencia de calor, tal que preserva el desempeño del dispositivo electrónico al mantenerlo en un rango adecuado de temperaturas.

La construcción del modelo basado en la segunda ley de la termodinámica, resulta ventajosa para el sistema en su totalidad, ya que la generación de entropía puede ser desglosada como la suma de contribuciones por cada componente. Entonces, para encontrar la MGE de un dispositivo, basta con encontrar el valor mínimo aportado por cada uno de sus componentes. Si se definen cada uno de estos elementos como subsistemas, haciendo la analogía con una arquitectura jerárquica, es posible repetir la técnica de MGE para todas las partes que

conforman el sistema. Por tanto, el modelo de diseño puede ser realizado a partir de la contribución de esquemas más sencillos, tan simples como el nivel de enfoque que el diseñador requiera. En la Figura 3 se presentan algunos ejemplos ilustrativos de aplicaciones y posibles componentes para cada uno de ellos. También se observa un ejemplo gráfico que hace alusión a un sistema de refrigeración doméstico.

Figura 3. Estructura de aplicación del criterio de MGE. Basada en [22].



1.2. Métodos modernos de optimización

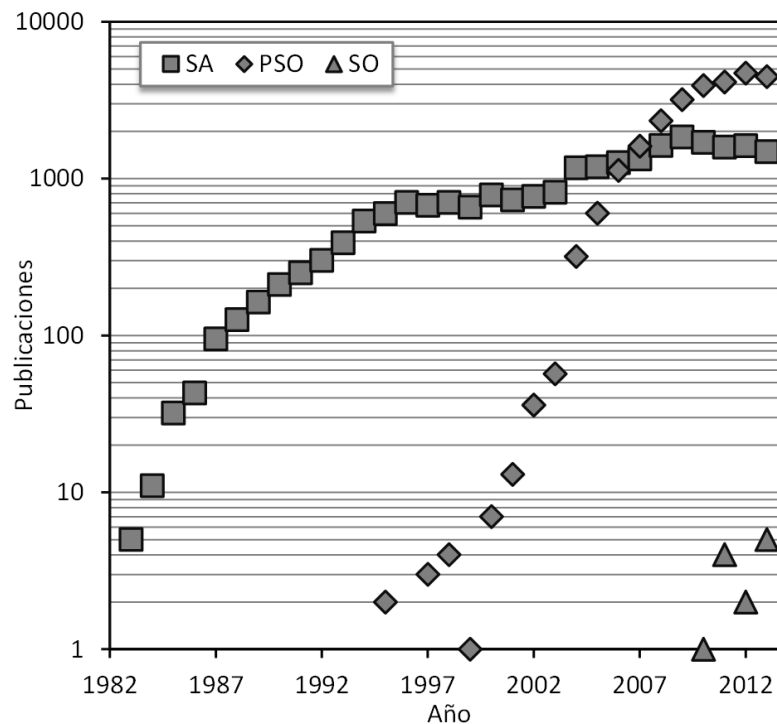
Las técnicas tradicionales requieren el modelo completo del sistema de interés, y en muchos casos inclusive de sus derivadas. Un ejemplo de esto es el método de *Newton-Raphson*, que requiere tanto el *Jacobiano* del modelo, como un punto de inicio cercano a la respuesta, para garantizar totalmente su convergencia [37], [39], [40].

Por otra parte, las técnicas modernas se han fortalecido con el desarrollo de herramientas de cómputo cada vez más robustas y potentes, haciendo estas alternativas viables para diversas áreas del conocimiento. Tres de sus características principales son: rapidez de procesamiento, flexibilidad y facilidad de implementación. También se conocen como algoritmos bioinspirados, por ser un conjunto de pasos que pretenden emular el comportamiento de diversos fenómenos presentes en la naturaleza. Algunas de las técnicas de optimización más representativas e influyentes en la actualidad son [36], [49]: Algoritmos Genéticos, basados en algunos conceptos generales de la genética y de los procesos de selección natural [50];

Recocido Simulado, fundamentado en la dinámica atómica del enfriamiento natural de un metal inicialmente fundido [51], [52]; y Enjambre de Partículas, que simula la búsqueda cooperativa de alimento realizada por las bandadas de aves o los bancos de peces [53]–[55]. De igual manera, existen otros algoritmos útiles cuando el diseñador solo puede acceder a la información experimental de un sistema, conocidos como métodos de Lógica Difusa y de Redes Neuronales, [36], [56].

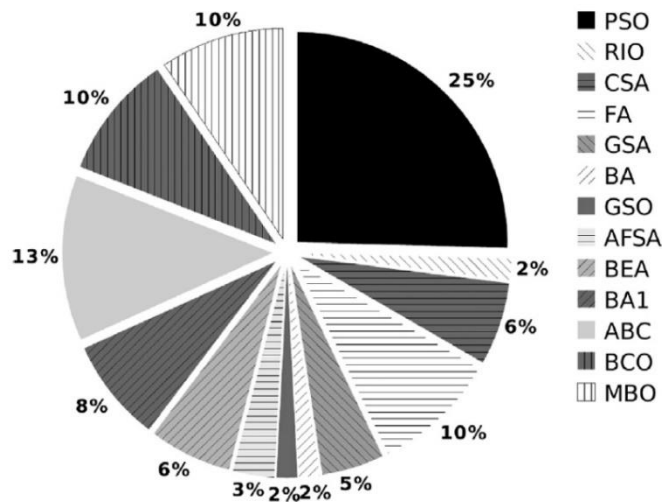
A continuación se presentan brevemente las estrategias seleccionadas para esta investigación: el método de *La Espiral*, por ser una técnica reciente y con diversas aplicaciones; *Recocido Simulado*, por ser una estrategia ampliamente usada de optimización moderna; y *Enjambre de Partículas Unificado*, como modificación robusta del método de Optimización por Enjambre de Partículas. En la Figura 4 se presenta cómo ha crecido el interés de la comunidad científica por estos tres métodos.

Figura 4. Número de publicaciones por año para los métodos: Recocido Simulado (SA), Enjambre de Partículas Unificado (PSO) y La Espiral (SO).



Adicionalmente, Krause et al. realizaron un estudio con una muestra de 64 artículos (Figura 5), donde encontraron que, al año 2013, efectivamente PSO era la técnica más utilizada en los algoritmos basados en la inteligencia del enjambre, [57].

Figura 5. Distribución de algoritmos basados en la inteligencia del enjambre.



Fuente: Krause et al. [57].

1.2.1. Método de Recocido Simulado

La técnica de optimización conocida como Recocido Simulado (*Simulated Annealing*—SA, por sus siglas en inglés) fue presentada por Kirkpatrick et al. en 1983, y emula globalmente el proceso de enfriamiento de un sólido (generalmente metal), que inicialmente se encuentra a altas temperaturas, hasta alcanzar el equilibrio térmico con el ambiente, [51]. La búsqueda del valor óptimo de una función $f(\mathbf{x})$ inicia con un punto de diseño \mathbf{x}_i , y su estado energético $E_i = f(\mathbf{x}_i)$. Para seleccionar el siguiente estado en \mathbf{x}_{i+1} , se emplea el criterio de *Metropolis* en (1) [36], que representa la probabilidad de aceptar este nuevo estado,

$$P\{E_{i+1}\} = \min\left\{1, e^{-\frac{\Delta E}{k_B T}}\right\}. \quad (1)$$

La diferencia entre el mejor estado energético y el actual ($\Delta E = E_{i+1} - E_i$), depende de la constante de Boltzmann (k_B) y de la temperatura T (o variable de control del método). Este algoritmo se concentra en la obtención de los puntos de diseño (denominados iteraciones, Ψ_{SA}) a una temperatura T , para cada ciclo p , hasta alcanzar el mínimo estado energético deseado, que corresponde al valor óptimo del problema. Una vez un ciclo p se completa con Ψ_{SA} estados adecuados, la temperatura T disminuye de acuerdo con el factor c , valor entre cero y uno. El proceso general de este método se presenta a continuación:

Pseudocódigo 1. Método de optimización de recocido simulado (SA)

Entrada:	La función objetivo $f(\mathbf{x})$, el espacio de búsqueda $\mathbf{x}_{min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{max}$, y el criterio de convergencia.
Salida:	Mejor punto \mathbf{x} que cumpla con el criterio de convergencia especificado.
1.	Definir $T, \Psi_{SA}, c, i = 1$ y $p = 1$.
2.	Inicializar aleatoriamente \mathbf{x}_1 en el dominio de búsqueda y evaluar la función objetivo $E_1 = f(\mathbf{x}_1)$.
3.	Generar un nuevo punto de diseño \mathbf{x}_{i+1} .

4. Evaluar $E_{i+1} = f(\mathbf{x}_{i+1})$ y calcular $\Delta E = E_{i+1} - E_i$.
 5. Aplicar el criterio de *Metropolis* en (1) para aceptar o rechazar \mathbf{x}_{i+1} .
 6. Hacer $i = i + 1$. Si $i < \Psi_{SA}$, volver a 3. En caso contrario, continuar.
 7. Hacer $p = p + 1$, $i = 1$ y reducir T .
 8. Verificar el criterio de convergencia. Si no se cumple, volver a 3. En caso contrario, continuar.
 9. Imprimir el mejor punto \mathbf{x} .
-

1.2.2. Método de Enjambre de Partículas Unificado

La estrategia de Optimización por Enjambre de Partículas Unificada (*Unified Particle Swarm Optimisation*—UPSO, por sus siglas en inglés), basada en la inteligencia del enjambre, fue propuesta por Parsopoulos y Vrahatis en 2004 [58]. Este algoritmo, relativamente reciente y de uso común en la literatura [59], consiste en una modificación del método de Optimización por Enjambre de Partículas (PSO) [55]. Su característica principal consiste en la capacidad de los agentes para formar conjuntos o vecindades dentro del enjambre, con el propósito de fortalecer las características de exploración y explotación del proceso de búsqueda. Esta división se define matemáticamente con dos componentes de velocidad, \mathbf{G} y \mathbf{L} en (2) y (3), que son la velocidad global y local en la dinámica de una partícula con respecto al enjambre y a su propia vecindad, respectivamente.

$$\mathbf{G}_p^{t+1} = \chi \cdot [\mathbf{V}_p^t + \phi_1 r_1 (\mathbf{P}_p - \mathbf{X}_p^t) + \phi_2 r_2 (\mathbf{P}_g - \mathbf{X}_p^t)] \quad (2)$$

$$\mathbf{L}_p^{t+1} = \chi \cdot [\mathbf{V}_p^t + \phi_1 r_3 (\mathbf{P}_p - \mathbf{X}_p^t) + \phi_2 r_4 (\mathbf{P}_{gp} - \mathbf{X}_p^t)] \quad (3)$$

De las ecuaciones (2) y (3), χ es el factor de constricción, \mathbf{V}_p^t es la velocidad total previa, y ϕ_1 y ϕ_2 son los factores de confianza propia y del enjambre, respectivamente. r_k es una variable aleatoria, uniformemente distribuida entre cero y uno ($k = 1, \dots, 4$). \mathbf{P}_{gp} es la mejor posición encontrada por cada vecindad, \mathbf{P}_p es la mejor solución por cada partícula, y \mathbf{P}_g es la mejor posición para todo el enjambre. Y \mathbf{X}_p^t es la posición de la partícula p en el paso actual t . Adicionalmente, Ψ_{UPSO} corresponde al tamaño del enjambre, tal que $p = 1, 2, \dots, \Psi_{UPSO}$. Por último, la velocidad total de cada partícula \mathbf{V}_p^t se calcula con las contribuciones global y local de la velocidad (\mathbf{G} y \mathbf{L}), empleando un factor de unificación (u) que toma valores entre cero y uno, como se muestra en (4). Seguidamente, el cálculo de la nueva posición para cada partícula \mathbf{X}_p^{t+1} se realiza con (5).

$$\mathbf{V}_p^{t+1} = (1 - u)\mathbf{L}_p^{t+1} + u \cdot \mathbf{G}_p^{t+1}, \quad (4)$$

$$\mathbf{X}_p^{t+1} = \mathbf{X}_p^t + \mathbf{V}_p^{t+1}. \quad (5)$$

Como complemento a las ecuaciones de (2) a (5), a continuación se presenta el pseudocódigo del método UPSO:

Pseudocódigo 2. Método de Optimización de Enjambre de Partículas Unificado (UPSO)

Entrada:	La función objetivo $f(\mathbf{X})$, el espacio de búsqueda $\mathbf{X}_{\min} \leq \mathbf{X}_p \leq \mathbf{X}_{\max}$, y el criterio de convergencia.
Salida:	Mejor punto \mathbf{X}_p que cumpla con el criterio de convergencia especificado.
1.	Definir $\chi, \phi_1, \phi_2, \Psi_{UPSO}$ y la topología de las vecindades. Hacer $t = 1$.
2.	Inicializar aleatoriamente \mathbf{X}_p y \mathbf{V}_p en el dominio de búsqueda. Evaluar la función objetivo $f_p = f(\mathbf{X}_p)$ y encontrar $\mathbf{P}_p, \mathbf{P}_{gp}$ y \mathbf{P}_g .
3.	Hacer $t = t + 1$ y actualizar \mathbf{X}_p con (5). Evaluar $f_p = f(\mathbf{X}_p)$.
4.	Actualizar $\mathbf{P}_p, \mathbf{P}_{gp}$ y \mathbf{P}_g .
5.	Verificar el criterio de convergencia. Si no se cumple, volver a 3. En caso contrario, continuar.
6.	Imprimir el mejor punto \mathbf{P}_g .

1.2.3. Método de La Espiral

Tamura y Yasuda presentaron, en el año 2011, la estrategia de optimización basada en La Espiral geométrica (*Spiral Optimisation*—SO, de sus siglas en inglés) [60], [61]. Este método emula la dinámica de un conjunto de puntos, que giran alrededor de una referencia (o punto de origen) describiendo una espiral logarítmica como trayectoria de convergencia. Por cada iteración, esta referencia se cambia a la mejor posición encontrada de acuerdo con la función de costo. SO se concentra en las estrategias de búsqueda conocidas como diversificación e intensificación. La primera, también conocida como exploración, consiste en identificar la porción del espacio de búsqueda donde se encuentre la mejor solución [36]. La segunda, es la búsqueda detallada (o explotación) alrededor de la región identificada, a modo de encontrar la mejor posición de referencia. Todo lo anterior sucede al emplear la expresión general del método SO, que se muestra en (6), y que consiste en la actualización de la posición de cada punto con respecto a la referencia,

$$\mathbf{x}^{(k)}(t + 1) = \mathcal{S}_n(r, \theta)\mathbf{x}^{(k)}(t) - (\mathcal{S}_n(r, \theta) - \mathbf{J}_n)\mathbf{x}^*, \quad (6)$$

siendo $\mathbf{x}^{(k)}(t)$ la posición \mathbf{x} del k -ésimo punto en el paso t , donde cada posición de los agentes se representa en el dominio n -dimensional del problema como $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, con un número total de puntos de búsqueda Ψ_{SO} para $k = 1, 2, \dots, \Psi_{SO}$. \mathbf{J}_n es la matriz identidad con n dimensiones y \mathbf{x}^* es el punto de origen o la mejor solución actual. La matriz estable \mathcal{S}_n es el producto escalar de la matriz de rotación $\mathcal{R}^{(n)}(\theta)$ con r , como en (7), donde r y θ son la tasa de convergencia entre un punto y el origen, y el ángulo de rotación alrededor del origen, respectivamente. Estas dos últimas se definen en los intervalos $0 < r < 1$ y $0 \leq \theta \leq 2\pi$. La matriz de rotación $\mathcal{R}^{(n)}(\theta)$ en (7), corresponde al producto de todas las combinaciones posibles de las matrices de rotación $\mathcal{R}_{i,j}^{(n)}(\theta_{i,j})$ por cada plano $x_i - x_j$ en el espacio de búsqueda.

$$\mathcal{S}_n(r, \theta) = r \cdot \mathcal{R}^{(n)}(\theta) = r \cdot \prod_{i=1}^{n-1} \prod_{j=1}^i \mathcal{R}_{n-i, n+1-j}^{(n)}(\theta_{n-i, n+1-j}) \quad (7)$$

Seguidamente, se presenta la versión generalizada del pseudocódigo de SO:

Pseudocódigo 3. Método de optimización de La Espiral (SO).

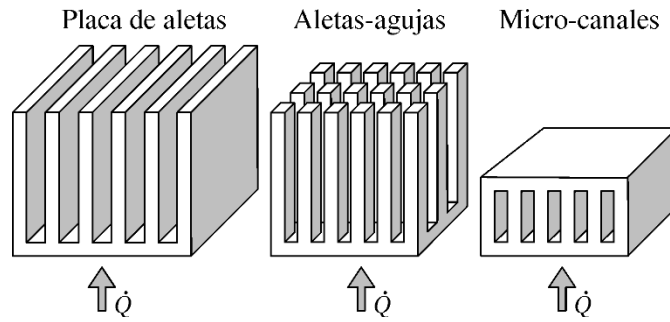
Entrada:	La función objetivo $f(\mathbf{x})$, el espacio de búsqueda $\mathbf{x}_{min} \leq \mathbf{x}^k \leq \mathbf{x}_{max}$, y el criterio de convergencia.
Salida:	Mejor punto \mathbf{x}^k que cumpla con el criterio de convergencia especificado.
1.	Definir Ψ_{SO} , θ y r teniendo en cuenta que $\Psi_{SO} \geq 2$, $0 < r < 1$ y $0 \leq \theta \leq 2\pi$.
2.	Definir $t = 0$ e inicializar aleatoriamente los Ψ_{SO} puntos $\mathbf{x}^k(0)$ en el dominio de búsqueda.
3.	Encontrar el punto de origen inicial \mathbf{x}^* .
4.	Actualizar las posiciones \mathbf{x}^k con (6).
5.	Evaluar cada punto $\mathbf{x}^k(t + 1)$ en $f(\mathbf{x})$ y actualizar \mathbf{x}^* .
6.	Verificar el criterio de convergencia. Si no se cumple, volver a 4. En caso contrario, continuar.
7.	Imprimir el mejor punto \mathbf{x}^* .

1.3. Disipadores de calor en microelectrónica

Los disipadores de calor protegen a los dispositivos electrónicos, transfiriendo la energía térmica que generan hacia sus alrededores (por ejemplo, aire o agua), y evitando averías debido a altas temperaturas [3]. Tradicionalmente, su modelado se ha enfocado en la transferencia de calor por convección, aunque se ha considerado también la transferencia por conducción y por radiación térmica. En la mayoría de los casos, el fenómeno de conducción se desprecia debido a que el disipador es de naturaleza metálica y homogeniza fácilmente su temperatura con la del dispositivo. Un material comúnmente usado para tal fin es el aluminio o el bronce [62]. Adicionalmente, se emplea el flujo de un fluido como mecanismo de disipación y que varía de acuerdo con la aplicación (gases, líquidos o un flujo bifásico [63], [64]), involucrando así la convección forzada.

Los disipadores se clasifican según el tipo de flujo o su geometría. La primera incluye desde la forma más sencilla de disipación, por convección natural, hasta los sistemas robustos de recirculación de un fluido [62], [64], incluyendo también los mecanismos usados en los microprocesadores de equipos de cómputo domésticos (también conocidos como *muffin-fans*, *axial-fans* o *coolers*) [65]–[67]. La segunda clasificación comprende las técnicas de manufactura empleadas, así como las características geométricas y del material. La Figura 6 muestra tres estructuras base que sirven como punto de partida para una aplicación particular de diseño. Un ejemplo de esto se presenta en [68], donde se considera un arreglo escalonado de aletas tipo agujas como una modificación para el incremento en la disipación de energía térmica. Algunas otras modificaciones se encuentran en [12], [17], [19], [23], [30], [62], [67]–[70].

Figura 6. Estructuras tradicionales de disipadores de energía térmica.



En general, los disipadores de tipo placa de aletas y de aletas tipo agujas, mostrados en la Figura 6, son los más usados en la transferencia del calor generado por los procesadores, acompañados con mecanismos de suministro de flujo como los ventiladores. En el caso de los dispositivos con microcanales, que aparecieron en la década de los 80, se han implementado para la disipación de energía térmica en circuitos integrados, ya que pueden operar con flujos de una o dos fases [3], [71].

La mecánica de diseño de un disipador de calor consiste en establecer un modelo del dispositivo, considerando las condiciones de operación del sistema, para luego determinar los parámetros que garantizan la máxima transferencia de energía térmica (o máxima eficiencia). Las metodologías convencionales de diseño comprenden análisis a partir de simulaciones numéricas, o correlaciones entre datos experimentales, donde se varía cada uno de los parámetros hasta encontrar la mínima resistencia térmica del disipador, y también, la mínima caída de presión en el flujo del fluido de trabajo [3], [12], [18], [19], [26], [29], [44], [45], [72]–[74]. Tradicionalmente, se usan métodos iterativos, como los basados en el gradiente y los multiplicadores de Lagrange, para encontrar los parámetros óptimos [17], [19], [30], [62], [66], [72], [75]–[77].

En este punto centramos nuestra atención hacia los disipadores con *microcanales*, para comprender adecuadamente la mecánica relacionada con la transferencia de calor desde el chip hacia el fluido a través del disipador. Por ello, a título de ejemplos demostrativos, a continuación se presentan y analizan tres casos de mecanismos de disipación térmica con flujo interno de fluido, [8]: un tubo con generación uniforme de calor en su pared exterior; un calentador con condición de frontera de temperatura constante en las superficies extremas; y la modificación de este último con un flujo de calor uniforme, incidente en una de sus fronteras.

1.3.1. Ejemplo 1. Tubo con generación uniforme de calor en su pared exterior

En este ejemplo se requiere encontrar la longitud L de un tubo con pared delgada, para que la temperatura de salida de un flujo de agua, $\dot{m} = 0,1 \text{ kg/s}$, que entra con $T_{m,i} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, sea $T_{m,o} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$ (Figura 7). Seguidamente, se debe hallar el coeficiente local de convección a

la salida (\bar{h}_o), asumiendo que la temperatura de la superficie interna del tubo es $T_{s,o} = 70 \text{ }^\circ\text{C}$. En la Tabla 1 se encuentran tabulados los valores dados para los parámetros de este sistema, como los diámetros interno, D_i , y externo, D_o , del tubo, y el flujo de calor uniforme \dot{q}_V (generado por *efecto Joule*) en la pared del tubo.

Las condiciones de operación asumidas para el sistema son:

1. El flujo de agua se encuentra en estado estable,
2. Las propiedades promedio del fluido y del material del tubo son constantes,
3. Los cambios de energía cinética y potencial son insignificantes,
4. El flujo de calor es uniforme,
5. Toda la energía térmica generada es transferida hacia el fluido.

Figura 7. Tubo para el calentamiento de agua. Basada en [8].

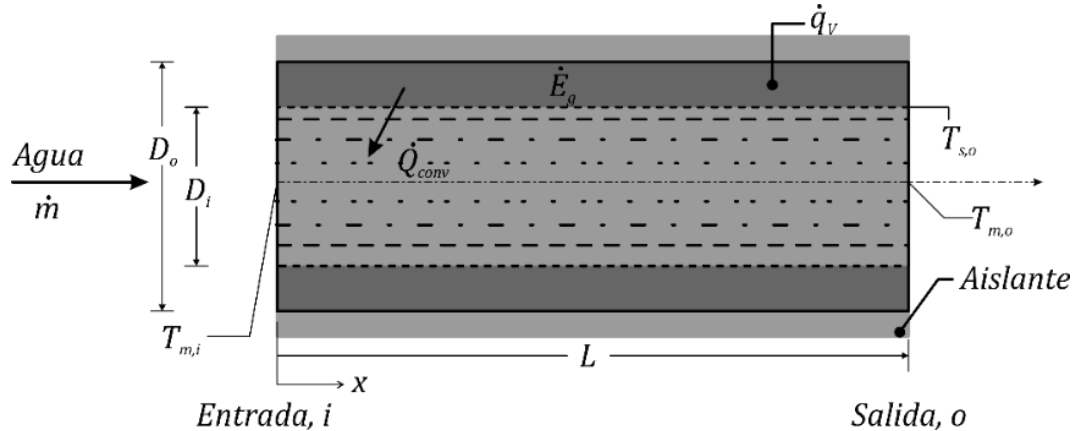


Tabla 1. Valores dados para los parámetros del sistema en la Figura 7.

Parámetro	D_i	D_o	\dot{q}_V	\dot{m}	$T_{m,i}$	$T_{m,o}$	$T_{s,o}$
Unidad	mm	mm	W/m ³	kg/s	°C	°C	°C
Valor	20	40	10 ⁶	0,1	20	60	70

Partiendo de que toda la energía generada (\dot{E}_g) fluye en dirección radial, desde la superficie del tubo y hacia el fluido, se tiene que

$$\dot{E}_g = \dot{Q}, \quad (8)$$

donde \dot{E}_g se determina con (9) empleando el flujo de calor (\dot{q}_V) y el volumen de la pared del tubo (V),

$$\begin{aligned}\dot{E}_g &= \dot{q}_V \cdot V \\ &= \dot{q}_V \cdot \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_i^2) L\end{aligned}\quad (9)$$

La tasa neta de calor transferido hacia el fluido se escribe en términos del balance de energía como,

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \dot{m}(h_{salida} - h_{entrada}) \\ &= \dot{m}c_p(T_{m,o} - T_{m,i}),\end{aligned}\quad (10)$$

y al reemplazar (9) y (10) en (8) se llega a

$$\dot{q}_V \cdot \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_i^2) L = \dot{m}c_p(T_{m,o} - T_{m,i}),\quad (11)$$

donde, reordenando, se encuentra una expresión para calcular L como

$$L = \frac{4\dot{m}c_p}{\pi(D_o^2 - D_i^2)} \cdot (T_{m,o} - T_{m,i}).\quad (12)$$

La ecuación (12) muestra una relación directa entre la longitud del tubo y las temperaturas de entrada y de salida del fluido. Al evaluar con los datos suministrados en la Tabla 1, se encuentra que L debe ser igual a 17,7362 m para que el agua salga con una temperatura de 60 °C.

Por otra parte, a través de la ley de enfriamiento de Newton, (13), y utilizando (9) dado que toda la energía térmica generada es suministrada al fluido, se llega a (14) como una expresión que relaciona el flujo de calor (\dot{q}_V) con los parámetros de geometría del tubo (L , D_i , D_o y $A_{s,i} = \pi D_i L$), las temperaturas del fluido $T_{m,o}$ y de la superficie $T_{s,o}$ a la salida del tubo, y el coeficiente local promedio de convección (\bar{h}_o).

$$\dot{Q}_{conv} = \bar{h}_o A_{s,i} (T_{s,o} - T_{m,o})\quad (13)$$

$$\dot{q}_V \cdot \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_i^2) L = \bar{h}_o A_{s,i} (T_{s,o} - T_{m,o})\quad (14)$$

Reorganizando (14) se encuentra una expresión para \bar{h}_o como

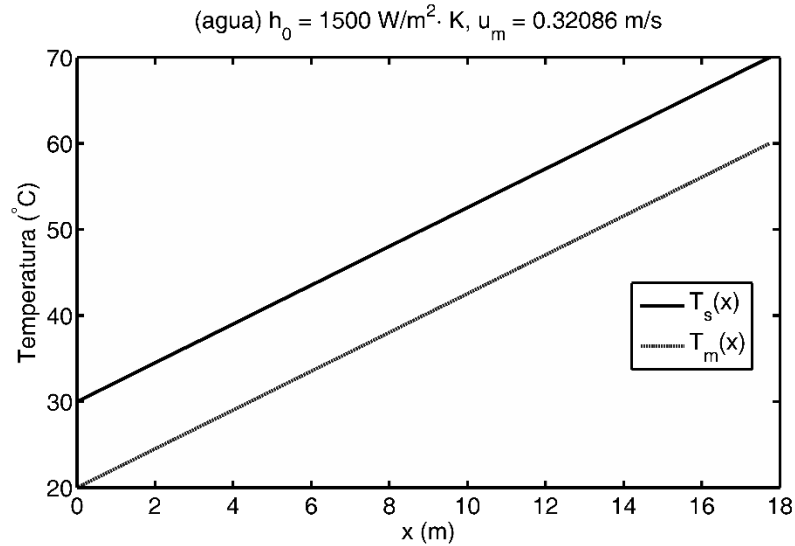
$$\bar{h}_o = \frac{\dot{q}_V}{4D_i} \cdot \left(\frac{D_o^2 - D_i^2}{T_{s,o} - T_{m,o}} \right),\quad (15)$$

donde con los valores dados en la Tabla 1 se obtiene que $\bar{h}_o = 1500 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. En este caso, los valores de \bar{h} ($= \bar{h}_o$) y de $T_s - T_m$ ($= T_{s,o} - T_{m,o}$) permanecen constantes en toda la longitud del tubo debido a que se consideró el flujo como completamente desarrollado, como se observa en la Figura 8.

Adicionalmente, con la expresión (16) se calcula el valor de la velocidad promedio del flujo como $u_m = 0,32086 \text{ m/s}$, empleando la densidad promedio del agua $\rho = 992,0635 \text{ kg/m}^3$ a 313 K.

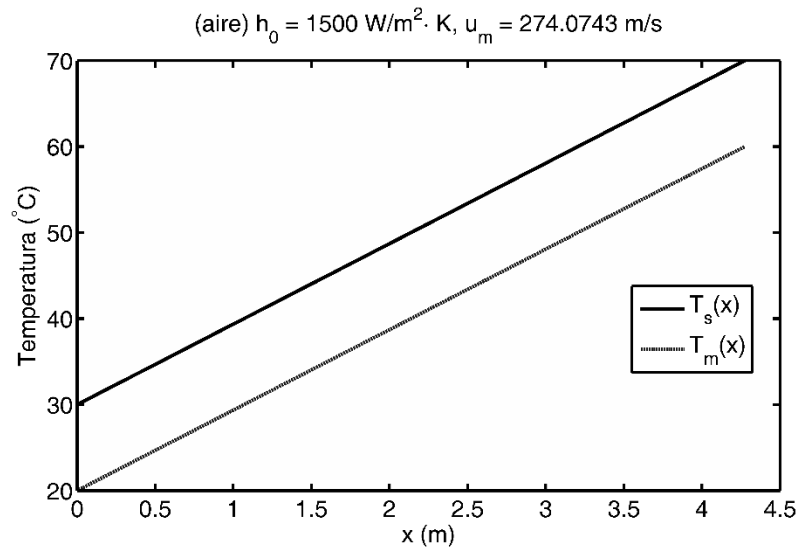
$$u_m = \frac{4\dot{m}}{\rho\pi D_i^2} \quad (16)$$

Figura 8. Variación de las temperaturas T_s y T_m con la longitud del tubo $0 \leq x \leq L$.



Ahora bien, al cambiar el agua por aire ($c_p = 1008 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ y $\rho = 1,1614 \text{ kg/m}^3$ a $\bar{T}_m = 313 \text{ K}$) y repetir el procedimiento anterior, se obtiene que la longitud del tubo que satisface $T_{m,o} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$ es de 4,2738 m; aproximadamente cuatro veces más pequeña que la obtenida para el agua. De igual manera, se obtiene la variación de las temperaturas en función de la longitud del tubo, como se muestra en la Figura 9, donde se nota que \bar{h} y $T_s - T_m$ no dependen del tipo de fluido sino de las temperaturas definidas, del flujo de calor y de la geometría del tubo, como en (15). Sin embargo, la velocidad promedio del aire en el interior del tubo es de 274,0743 m/s, 850 veces mayor que la obtenida al emplear agua, lo que indica que se requiere un mayor esfuerzo hidrodinámico (potencia de bombeo) para satisfacer las condiciones térmicas deseadas.

Figura 9. Variación de las temperaturas T_s y T_m con la longitud del tubo $0 \leq x \leq L$ con un flujo de aire.



1.3.2. Ejemplo 2. Calentador con condición de frontera de temperatura constante en las superficies extremas

En este ejemplo se requiere determinar la temperatura de salida ($T_{m,o}$) del aire que fluye a través de un calentador de aluminio ($k = 240 \text{ W/m} \cdot \text{K}$), y la magnitud promedio de la tasa de transferencia de calor (\dot{Q}) hacia el fluido. Para esto, se conoce que el calentador está compuesto por aletas entre dos superficies extremas a la misma temperatura ($T_s = 400 \text{ K}$), como se muestra en la Figura 10, y que el aire atmosférico ingresa al sistema con $T_{m,i} = 300 \text{ K}$ y $u_m = 5 \text{ m/s}$. Adicionalmente, el ancho y la profundidad del calentador se definen como $W_d = 200 \text{ mm}$ y $L_d = 100 \text{ mm}$, y el espesor, la altura y el espaciado de cada aleta como $W_p = 1 \text{ mm}$, $H_c = 15 \text{ mm}$ y $W_c = 2 \text{ mm}$, respectivamente. En la Tabla 2 se resume toda la información concerniente al problema.

Figura 10. Calentador de aire con dos arreglos de aletas y condiciones de frontera de temperatura constante.

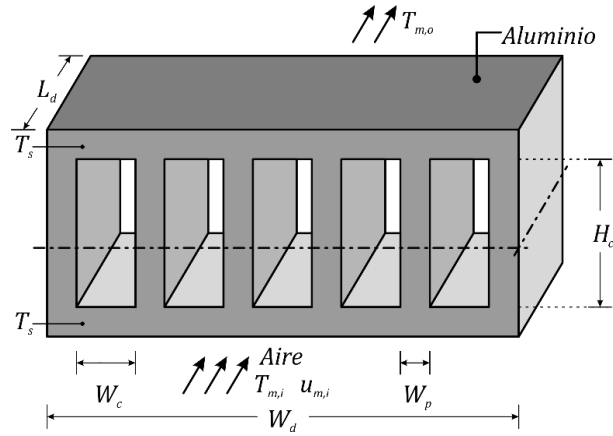


Tabla 2. Valores dados para los parámetros del sistema en la Figura 10.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
W_d	200 mm	$T_{m,i}$	300 K
L_d	100 mm	u_m	5 m/s
W_p	1 mm	T_s	400 K
W_c	2 mm	k	240 W/m · K
H_c	15 mm		

Las condiciones de operación asumidas para el sistema son:

1. El aire se comporta como un gas ideal,
2. El flujo de aire está en estado estable y está completamente desarrollado a lo largo del canal,
3. Las propiedades promedio del fluido y del material del tubo son constantes,
4. Los cambios de energía cinética y potencial son insignificantes,
5. Toda la energía térmica se transfiere al fluido,
6. La resistencia por conducción en las placas extremas es insignificante.

Analizando la simetría del calentador en la Figura 10, es posible modelarlo como un acople de dos arreglos de aletas con la misma condición de frontera. Con esto, la altura de cada arreglo es $H_c/2$, y el flujo neto de calor entregado al fluido será $\dot{Q} = 2\dot{Q}_{vc}$, calculado como

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= 2\dot{Q}_{vc} \\ &= 2\bar{h}A'_{ef}\eta_o\Delta T_{ml}, \end{aligned} \quad (17)$$

donde \dot{Q}_{vc} es la tasa de transferencia de calor por convección de cada arreglo, y en consecuencia, \bar{h} es el coeficiente de convección promedio, A'_{ef} es el área total efectiva de la

superficie en contacto con el fluido, (18), η_o es la eficiencia global del arreglo de aletas, (19), y ΔT_{ml} es la diferencia de temperaturas media logarítmica, (20).

$$\begin{aligned} A'_{ef} &= N_p A_{ef,p} + A_{ef,b} \\ &= 2N_p \left(\frac{H_c}{2} L_d \right) + (N_p - 1) \cdot (W_w L_d) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\eta_o = 1 - N_p \frac{A_{ef,p}}{A'_{ef}} (1 - \eta_p) \quad (19)$$

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_o / \Delta T_i)} \quad (20)$$

Para calcular lo anterior se debe conocer el número de aletas N_p , el área efectiva de la aleta $A_{ef,p}$ y del arreglo de aletas A_{ef} , la eficiencia de una aleta η_p , y la diferencia de temperaturas entre la superficie y el flujo a la entrada y a la salida del arreglo, $\Delta T_i (= T_s - T_{m,i})$ y $\Delta T_o (= T_s - T_{m,o})$, respectivamente.

A partir del balance de energía en el flujo de aire se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \dot{m} c_p (T_{m,o} - T_{m,i}) \\ &= \dot{m} c_p [(T_s - T_{m,i}) - (T_s - T_{m,o})] \\ &= \dot{m} c_p (\Delta T_i - \Delta T_o), \end{aligned} \quad (21)$$

donde al relacionar (17) y (21), empleando la definición de ΔT_{ml} en (20), se encuentra que

$$\dot{m} c_p (\Delta T_i - \Delta T_o) = 2 \bar{h} A'_{ef} \eta_o \cdot \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_o / \Delta T_i)}. \quad (22)$$

La expresión (22) muestra la correspondencia de la tasa de calor transferido por convección hacia el fluido, en términos de la geometría y las propiedades del sistema. Así, reorganizando (22) se llega a (23) como una ecuación para el cálculo de $T_{m,o}$ en función de la resistencia térmica equivalente del calentador R_{conv} . Esta última se encuentra a partir de la condición de simetría $R_{conv} = R_{conv,vc}/2$, donde $R_{conv,vc}$ es la resistencia de convección para cada arreglo de aletas (24).

$$T_{m,o} = T_s - (T_s - T_{m,i}) \cdot \exp\left(-\frac{1}{\dot{m} c_p R_{conv}}\right) \quad (23)$$

$$R_{conv,vc} = \frac{1}{\bar{h}A'_{ef}\eta_0} \quad (24)$$

Con estas ecuaciones se reescribe \dot{Q} en (17) en términos de R_{conv} y ΔT_{ml} como

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T_{ml}}{R_{conv}}. \quad (25)$$

Por tanto, para calcular $T_{m,o}$ se emplea (23) y, posteriormente con (25) se halla \dot{Q} . Los resultados para cada uno de los parámetros analizados se presentan en la Tabla 3, obtenidos a partir de las especificaciones del problema (Tabla 2), y su procedimiento se detalla en el Anexo I.

Tabla 3. Valores calculados para los parámetros del calentador de aire (ejemplo 2).

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$T_{m,o}$	358,9489 K	\bar{h}	46,3677 W/m ² · K
\dot{Q}	694,2456 W	η_p	0,9927
N_p	67	A'_{ef}	0,1138 m ²
\dot{m}	11,6721 × 10 ⁻³ kg/s	η_o	0,9936
D_h	3,5294 mm	R_{conv}	0,0954 K/W

El procedimiento anterior se repite para longitudes del calentador desde 0,01 m y hasta 1 m, y los valores de $T_{m,o}$ y \dot{Q} en función de la longitud normalizada (L_d/D_h) se muestran en la Figura 11. A medida que se incrementa L_d , \dot{Q} y $T_{m,o}$ tienden a un valor constante de 1177 W y 400 K, respectivamente. En consecuencia, ΔT_{ml} tiende a cero (como se muestra en la Figura 12). De aquí, una longitud $L_d \approx 0,86$ m (o $L_d/D_h \approx 243$) es suficiente para considerar a \dot{Q} y $T_{m,o}$ constantes con $T_{m,o} = T_s$. Adicionalmente, en ambas figuras también se muestra una línea vertical en $L_d/D_h \approx 49$, que corresponde al límite inferior de L_d/D_h en el que es adecuado considerar el flujo como completamente desarrollado.

Figura 11. Temperatura del aire a la salida del disipador $T_{m,o}$ y el flujo total de calor transferido \dot{Q} para $0,01 \leq L_d \leq 1$ m.

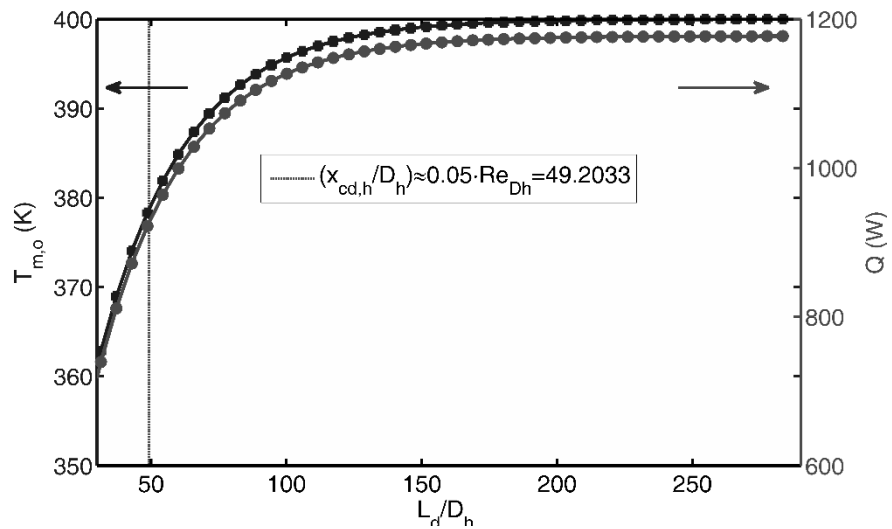
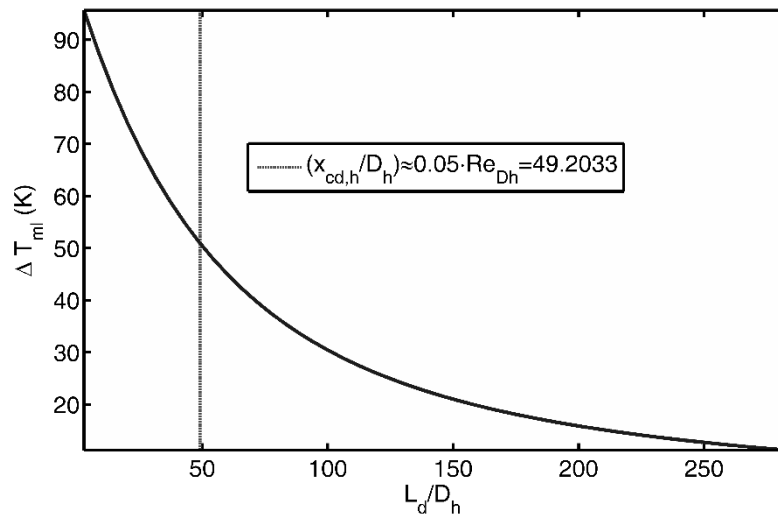


Figura 12. Diferencia de temperaturas media logarítmica ΔT_{ml} para $0,01 \leq L_d \leq 1$ m.



1.3.3. Ejemplo 3. Calentador de aire con condición de flujo de calor uniforme incidente en una de sus fronteras

El problema consiste en determinar las temperaturas de salida, tanto del flujo ($T_{m,o}$) como de la superficie interna de los canales ($T_{s,o}$), en un calentador de aire (similar al analizado en el ejemplo anterior), con un flujo de calor constante de $\dot{q} = 34,65 \text{ kW/m}^2$ que incide por la capa inferior, y sin transferencia energética alguna (entre el sistema y el ambiente) por la capa superior. Se asumen las condiciones de operación del ejemplo anterior y en la Tabla 4 se resume toda la información concerniente al problema.

Figura 13. Calentador de aire con un arreglo de aletas con condición de frontera de flujo de calor constante.

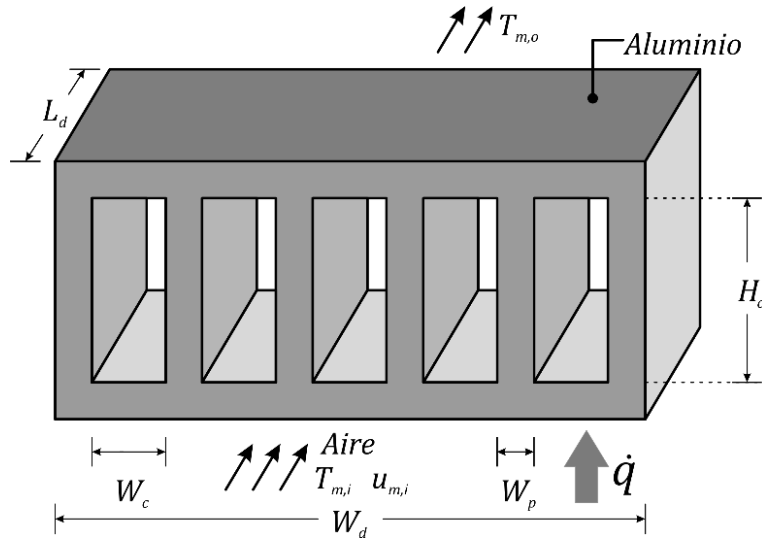


Tabla 4. Valores dados para los parámetros del sistema en la Figura 13.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
W_d	200 mm	$T_{m,i}$	300 K
L_d	100 mm	u_m	5 m/s
W_p	1 mm	\dot{q}	34,65 kW/m ²
W_c	2 mm	k	240 W/m · K
H_c	15 mm		

Como primer paso, se calcula la tasa de transferencia de calor \dot{Q} a partir del flujo de calor \dot{q} , que corresponde también a la potencia transferida hacia el fluido, como

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \dot{q} \cdot W_d L_d \\ &= \bar{h} A'_{ef} \eta_o \Delta T, \end{aligned} \quad (26)$$

donde \bar{h} es el coeficiente de película promedio, A'_{ef} es el área total efectiva del arreglo de aletas en contacto con el fluido, η_o es la eficiencia global del arreglo de aletas y ΔT es la diferencia de temperaturas entre la placa base y el fluido a la salida del canal ($\Delta T = T_{s,o} - T_{m,o}$). La diferencia entre (26) y (17), el ejemplo anterior, radica en la diferencia media logarítmica de temperaturas ΔT_{ml} , propia de la condición de frontera a temperatura constante [8]. Reescribiendo (26) se llega a una expresión para $T_{s,o}$ que depende de $T_{m,o}$, \dot{Q} y R_{conv} como

$$T_{s,o} = T_{m,o} + \dot{Q} \cdot R_{conv}, \quad (27)$$

$$R_{conv} = \frac{1}{\bar{h}A'_{ef}\eta_o}, \quad (28)$$

donde R_{conv} es la resistencia térmica de convección para un arreglo de aletas, y su cálculo se muestra en el Anexo I. Por su parte, la temperatura $T_{m,o}$ se encuentra a partir del balance de energía en el flujo de fluido como

$$T_{m,o} = T_{m,i} + \dot{Q} \cdot R_f, \quad (29)$$

$$R_f = \frac{1}{\dot{m}c_p}, \quad (30)$$

donde R_f es la resistencia térmica debida a la capacidad calorífica del fluido.

Con lo anterior, para calcular el valor de $T_{s,o}$ con (27) se debe conocer primero $T_{m,o}$ a través de (29) y las resistencias térmicas R_f y R_{conv} . Sin embargo, $T_{s,o}$ se puede expresar como (31) luego de reemplazar (29) en (27) y de definir R_{eq} como la resistencia térmica equivalente para todo el calentador, que incluye los fenómenos de convección y de transferencia de calor al fluido, (32),

$$T_{s,o} = T_{m,i} + \dot{Q} \cdot R_{eq}, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} R_{eq} &= \frac{1}{\bar{h}A'_{ef}\eta_o} + \frac{1}{\dot{m}c_p} \\ &= R_{conv} + R_f. \end{aligned} \quad (32)$$

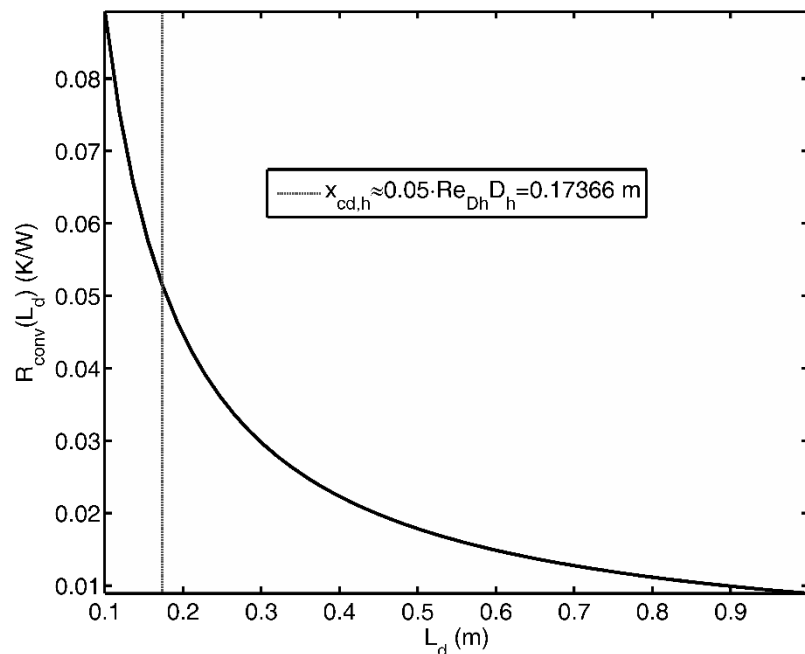
Empleando las expresiones anteriores se determina $T_{m,o}$ y $T_{s,o}$ como se muestra en la Tabla 5, donde también se tabulan los valores de los parámetros \bar{h} , η_o , R_{conv} , R_f y R_{eq} ; el procedimiento seguido se detalla en el Anexo I.

Tabla 5. Valores calculados para los parámetros del calentador de aire (ejemplo 3).

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$T_{m,o}$	358,8426 K	R_f	0,0849 K/W
$T_{s,o}$	421,5591 K	R_{conv}	0,0905 K/W
\bar{h}	53,9327 W/m ² · K	R_{eq}	0,1754 K/W

Al momento de implementar este tipo de calentadores de aire (o disipadores de calor) se suelen encontrar limitaciones para su geometría, dadas por el tipo de aplicación y el entorno donde será instalado. Por ello, es conveniente predecir cómo se comportará el disipador al modificar algunos de los parámetros de su estructura base. Uno de estos parámetros es la profundidad de los canales (L_d) que, como ejemplo ilustrativo, se varía de 0,1 a 1 m para observar su efecto en la resistencia térmica de convección (R_{conv}), como se muestra en la Figura 14. También se observa como R_{conv} decrece hiperbólicamente a medida que L_d aumenta, debido principalmente al incremento del área superficial efectiva para la transferencia. Así, entre mayor sea el área efectiva, también lo será el intercambio de energía térmica y menor la oposición del dispositivo a ésta. Adicionalmente, la Figura 14 contiene una línea vertical en $L_d = 0,17$ m que indica la longitud hidráulica de entrada, $x_{cd,h}$ (mayor que la longitud térmica de entrada $x_{cd,t}$), para que el flujo laminar sea apropiadamente asumido como completamente desarrollado.

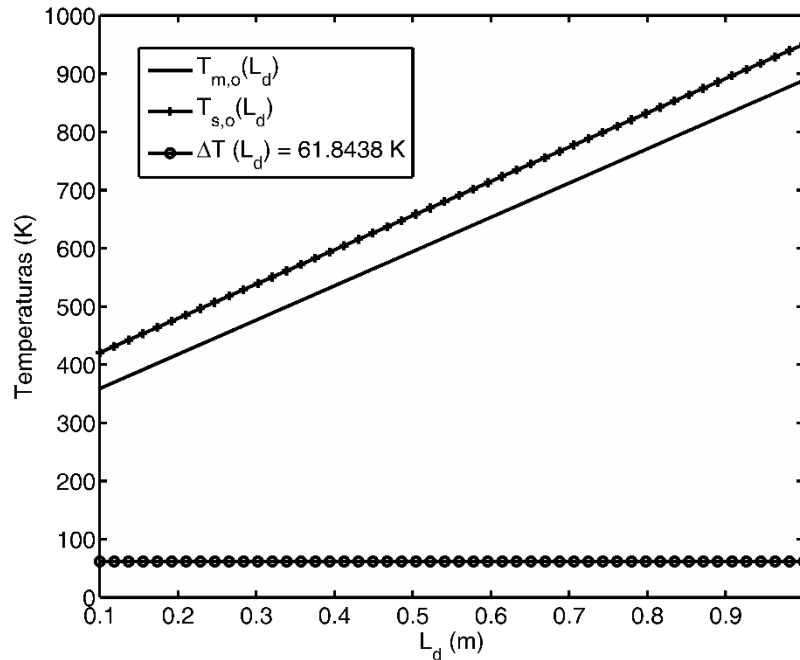
Figura 14. Variación de la resistencia térmica por convección R_{conv} del disipador, con \dot{q} constante, entre $0,1 \leq L_d \leq 1$ m.



Por otra parte, en la Figura 15 se muestra cómo las temperaturas promedio $T_{m,o}$ y $T_{s,o}$ crecen en función de L_d , manteniendo una diferencia constante de $\Delta T = 61,8438$ K. Este incremento se debe al aumento de la transferencia de calor, como se analizó anteriormente,

y su tendencia, aproximadamente lineal, está dada por la variación directa de \dot{Q} , e inversa de R_{conv} , en función de la profundidad de los canales.

Figura 15. Variación de las temperaturas $T_{m,o}$ y $T_{s,o}$ del disipador, con \dot{q} constante, entre $0,1 \leq L_d \leq 1$ m.



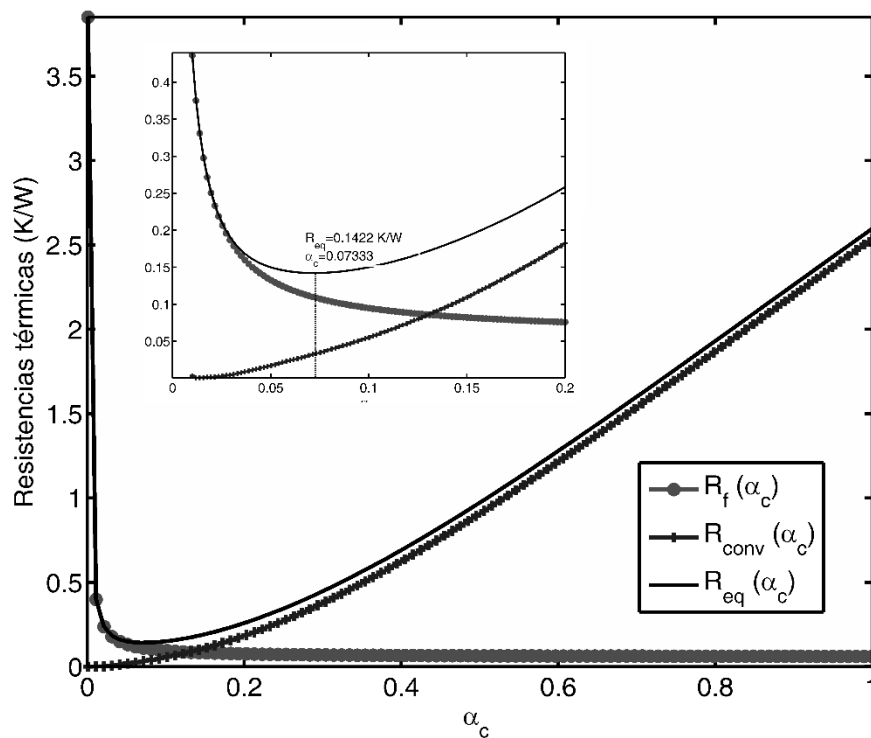
Otra forma de modificar la transferencia de calor en un calentador de aire es a través de la relación de aspecto de los canales $\alpha_c = W_c/H_c$, que a su vez se relaciona con el área efectiva y la eficiencia total del arreglo, con la velocidad del flujo y con el coeficiente de convección promedio. Sin embargo, para determinar el número de Nusselt es recomendable utilizar una correlación empírica que aproxime su comportamiento, para unas condiciones de operación definidas, en función de ciertos parámetros propios del sistema. Con lo anterior y utilizando la expresión de Kim y Kim [78] para calcular Nu_{D_h} ,

$$Nu_{D_h} = 2,253 + 8,164 \left(\frac{1}{\alpha_c + 1} \right)^{1,5}, \quad (33)$$

válida para un flujo laminar completamente desarrollado, se obtiene la variación de las resistencias térmicas en el calentador con respecto a α_c , en el intervalo $0 \lesssim \alpha_c \leq 1$, como se observa en la Figura 16. Para este procedimiento se fijó la altura de las aletas en $H_c = 15$ mm.

La Figura 16 muestra que aun cuando R_f disminuye a medida que α_c tiende a la unidad, el valor de R_{conv} aumenta. De esta manera R_{eq} tiene un mínimo de 0,1422 K/W en $\alpha_{c,opt} \approx 0,07333$, que compensa los efectos asociados a la transferencia de calor del calentador. Ahora bien, los valores altos de R_f para valores reducidos de α_c se deben a la restricción del flujo \dot{m} , que disminuyen la capacidad térmica de éste. En el caso contrario, R_{conv} crece con la relación de aspecto debido a que tanto el área efectiva como el coeficiente de convección dependen de α_c .

Figura 16. Variación de las resistencias térmicas en el calentador de aire con la relación de aspecto α_c entre ≈ 0 y 1.



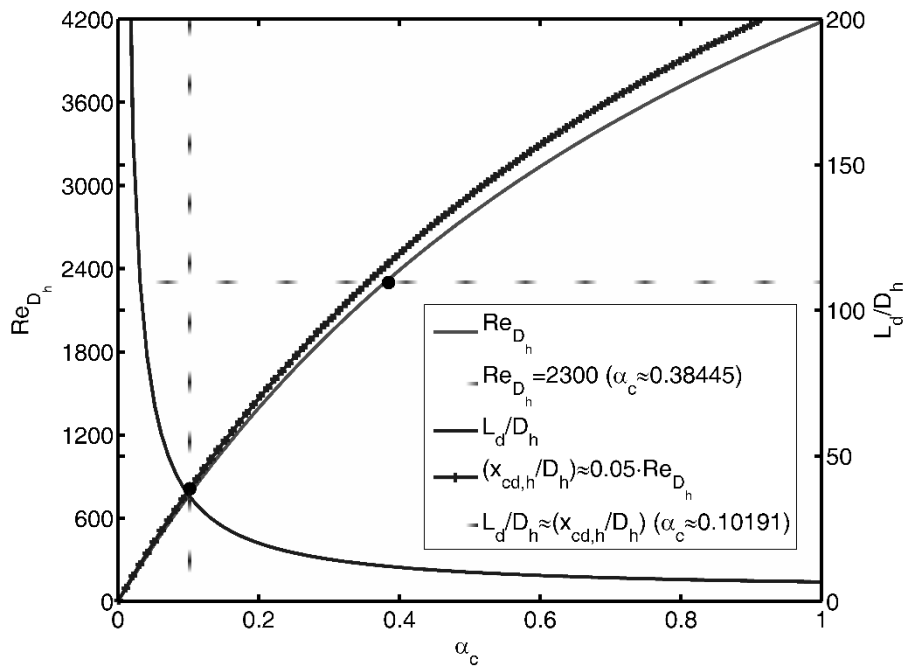
Del anterior análisis se debe tener en cuenta que los resultados obtenidos son válidos para $Re_{D_h} < 2300$ y, adicionalmente, para $L_d/D_h > (x_{cd,h}/D_h)$. Por esto, en la Figura 17 se presenta la variación del número de Reynolds, Re_{D_h} , (en el eje de la izquierda) y de la relación L_d/D_h (en el eje de la derecha), en función de α_c . Adicionalmente, se muestran los dos puntos críticos $L_d/D_h \approx (x_{cd,h}/D_h)$ y $Re_{D_h} = 2300$ que corresponden a $\alpha_c \approx 0,10$ y $\alpha_c \approx 0,38$, respectivamente, y definen los valores de α_c donde es apropiado asumir el flujo como laminar y completamente desarrollado.

En este ejemplo, el valor de L_d/D_h que corresponde a la relación de aspecto óptima ($\alpha_{c,opt} \approx 0,07333$) se encuentra por debajo de la longitud hidráulica de entrada ($x_{cd,h}/D_h$),

por lo que no sería conveniente considerar el flujo como completamente desarrollado. Sin embargo, es válido asumir que el flujo ingresa al dispositivo cuando ya se ha desarrollado completamente, especialmente cuando el calentador es alimentado por ductos que permiten lo anterior.

Finalmente, si la resistencia térmica equivalente no satisface los requerimientos del sistema, es recomendable ajustar otros parámetros (ya sean de geometría del calentador o del fluido) y analizar su influencia en R_{eq} .

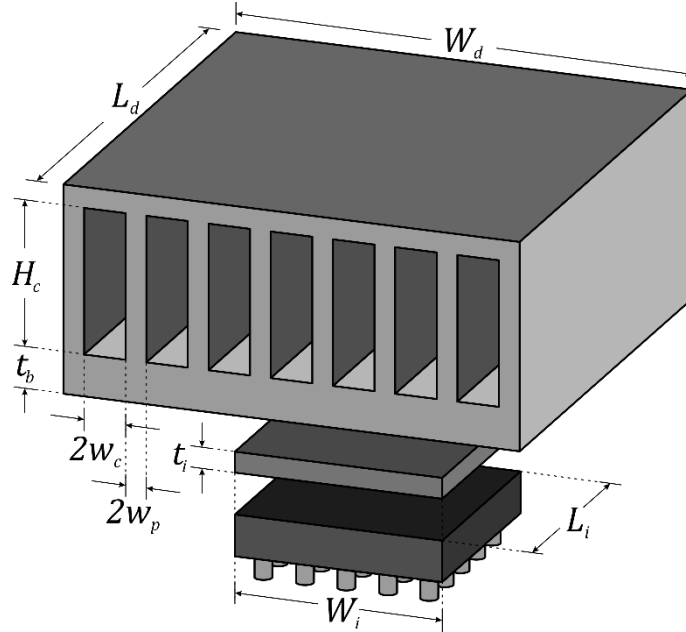
Figura 17. Variación del número de Reynolds y de la relación L_d/D_h con la relación de aspecto α_c entre ≈ 0 y 1.



2. MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA

La Figura 18 muestra el sistema considerado en esta investigación, que consiste en un disipador con *microcanales* y una capa de adherente entre el disipador y el chip. Este sistema es similar al utilizado por Khan et al. [70], Shao et al. [79] y Adham y Mohd-Ghazali [35], y se analiza en este trabajo con la metodología de la *mínima generación de entropía*, [22].

Figura 18. Sistema a analizar: disipador de calor de tipo microcanal e interfaz.



Para obtener el modelo matemático del sistema mostrado en la Figura 18 se requieren cuatro etapas, que se detallan a continuación: establecer las condiciones de operación, analizar el sistema con base en el criterio de mínima generación de entropía, obtener y definir las expresiones relacionadas con el desempeño del sistema (resistencias térmicas, caída de presión y correlaciones empíricas), y probar el modelo variando algunos de los parámetros relacionados con la geometría y/o las propiedades termofísicas del sistema.

2.1. Condiciones de operación

Las siguientes condiciones de operación, basadas en [8], [48], [70], [79], se encuentran clasificadas en tres grupos: el primero, relacionado con las propiedades del material y la geometría del disipador y sus canales; el segundo, afín a la transferencia de calor en el cuerpo del disipador y del fluido; y el tercero, relativo a las propiedades y la dinámica del fluido de trabajo.

- Material y geometría:

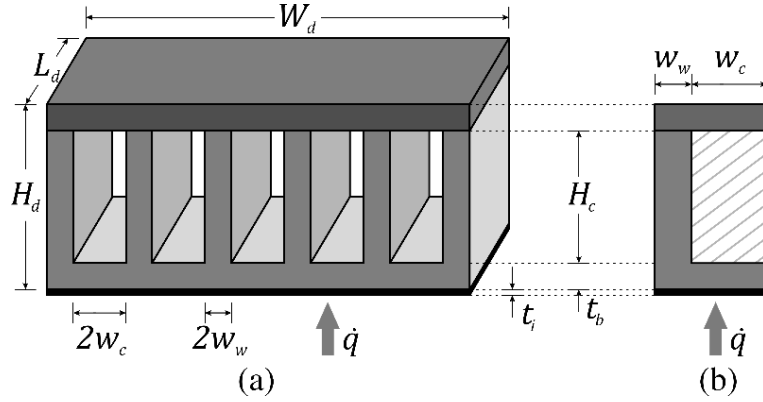
- El material del disipador es macroscópicamente isotrópico y buen conductor térmico.
- La interfaz chip-disipador consiste en una grasa térmica que reduce la caída de temperaturas por contacto.
- El área de transferencia de calor del chip es igual al área del cuerpo de grasa térmica en la interfaz.
- El área de la base del disipador es mayor, o por lo menos igual, al área de transferencia de calor del chip.
- Las rugosidades en las superficies del interior de los canales son despreciables.
- El diámetro hidráulico (D_h) es mucho mayor que el camino libre promedio (λ) del fluido ($D_h > 1000\lambda$).
- Transferencia de calor:
 - El flujo de calor generado por el dispositivo electrónico es uniforme, completamente desarrollado e ingresa al disipador por la superficie inferior.
 - Se tiene en cuenta el fenómeno de dispersión/contracción térmica debido a la transferencia de calor de un cuerpo a otro con diferente área de la sección transversal.
 - Todo el calor generado por el chip es transferido por convección hacia el flujo de trabajo mediante el disipador.
 - Se desprecia la transferencia de calor hacia la placa superior, que se encuentra a la temperatura ambiente.
 - Los cambios de las energías cinética y potencial son despreciables, al igual que la transferencia de calor por radiación.
- Transferencia de masa:
 - La densidad y las propiedades termofísicas promedio del fluido son aproximadamente constantes en el interior del disipador.
 - El flujo de fluido es estacionario, laminar o turbulento, y completamente desarrollados. No se considera el régimen de transición.

2.2. Análisis según el criterio de la mínima generación de entropía

Para el desarrollo del modelo se utiliza el criterio de la mínima generación de entropía (MGE). Inicialmente, se asume el caso crítico en el que el área de la superficie inferior del disipador corresponde al área de la interfaz y a la del chip. Por ello, se toma la geometría base de un disipador de tipo microcanal que depende del ancho W_d , de la longitud L_d y de la altura del disipador H_d , así como de la altura H_c y el ancho del canal $2w_c$, del ancho de la aleta (o pared) $2w_p$ y del grosor de la placa base t_b , como se muestra en la Figura 19.a. Esta estructura la analizaron inicialmente Khan et al. en [70], pero en este trabajo se incluye como

elemento adicional, la resistencia térmica generada por la grasa (térmica) como material que se distribuye uniformemente en la interfaz chip-disipador, y con espesor t_i .

Figura 19. (a) Esquema de un disipador de calor de tipo microcanal. (b) Volumen de control por unidad de longitud basado en medio canal.



A partir de la simetría de los canales en la Figura 19.a, se define el volumen de control a ser analizado (Figura 19.b), que corresponde a medio canal del disipador con un flujo de calor uniforme, \dot{q} , generado por el dispositivo electrónico. Adicionalmente, la región con trazos oblicuos en la Figura 19.b indica el flujo de fluido que atraviesa el volumen de control. Entonces, para encontrar el modelo del sistema en términos de generación de entropía, se realizan tres análisis basados en la termodinámica, esto es, balances de materia, de energía y de entropía, [8], [22], [70], [80]. El primero de ellos, el balance de masa, que en su forma general se escribe como

$$\left[\sum_i \dot{m}_i \right]_{\text{entrada}} - \left[\sum_j \dot{m}_j \right]_{\text{salida}} = \left[\frac{dm}{dt} \right]_{\text{sistema}}, \quad (34)$$

$$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] - \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

y reescrito para el volumen de control (VC) con un flujo estacionario ($(dm/dt)_{\text{sistema}} = 0$) queda como (35), donde \dot{m}_{vc} identifica al único flujo que atraviesa el medio canal.

$$\dot{m}_{\text{entrada}} = \dot{m}_{\text{salida}} = \dot{m}_{vc} \quad (35)$$

$$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

Seguidamente, se obtiene una expresión para los cambios energéticos, partiendo del balance de energía en (36) y teniendo en cuenta las condiciones de operación asumidas, como (37).

En este caso, la única transferencia de energía hacia el sistema es \dot{Q}_{vc} ($= \dot{q}A_{b,vc}$), donde $A_{b,vc}$ ($= (w_c + w_p)L_d$) es el área de la superficie inferior del volumen de control,

$$\left[\sum_i \dot{Q}_i + \sum_j \dot{W}_j + \sum_k \dot{H}_k \right]_{entrada} - \left[\sum_\ell \dot{Q}_\ell + \sum_m \dot{W}_m + \sum_n \dot{H}_n \right]_{salida} = \left[\frac{dE}{dt} \right]_{sistema} \quad (36)$$

$$([W] + [W] + [W]) - ([W] + [W] + [W]) = \left[\frac{J}{s} \right]$$

$$\dot{Q}_{vc} = \dot{m}_{vc}(h_{salida} - h_{entrada}) = \dot{m}_{vc}\Delta h \quad (37)$$

$$[W] = [W] - [W] = \left[\frac{kg}{s} \right] \cdot \left(\left[\frac{J}{kg} \right] - \left[\frac{J}{kg} \right] \right) = \left[\frac{kg}{s} \right] \cdot \left[\frac{J}{kg} \right]$$

El tercer análisis corresponde al balance de entropía, cuya forma general es (38), con el que se describe la transferencia de entropía en el volumen de control (39), siendo \dot{Q}_{vc}/T_i la tasa de entropía que ingresa al sistema por la frontera a temperatura T_i .

$$\left[\sum_i \dot{S}_i + \sum_j \dot{m}_j s_j \right]_{entrada} - \left[\sum_k \dot{S}_k + \sum_\ell \dot{m}_\ell s_\ell \right]_{salida} + \dot{S}_{gen} = \left[\frac{dS}{dt} \right]_{sistema} \quad (38)$$

$$\left(\left[\frac{W}{K} \right] + \left[\frac{kg}{s} \right] \cdot \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right] \right) - \left(\left[\frac{W}{K} \right] + \left[\frac{kg}{s} \right] \cdot \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right] \right) + \left[\frac{W}{K} \right] = \left[\frac{W}{K} \right]$$

$$\frac{\dot{Q}_{vc}}{T_i} + \dot{S}_{gen,vc} = \dot{m}_{vc}(s_{salida} - s_{entrada}) = \dot{m}_{vc}\Delta s \quad (39)$$

$$\left[\frac{W}{K} \right] + \left[\frac{W}{K} \right] = \left[\frac{kg}{s} \right] \cdot \left(\left[\frac{J}{kg \cdot K} \right] - \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right] \right) = \left[\frac{kg}{s} \right] \cdot \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

Adicionalmente, se emplea la segunda ecuación de *Gibbs* para relacionar los cambios de entropía, de entalpía y de presión del fluido cuando éste atraviesa el volumen de control, como

$$\Delta h = T_a \Delta s - \frac{1}{\rho} \Delta P, \quad (40)$$

$$\left[\frac{J}{kg} \right] = [K] \cdot \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right] - \left[\frac{m^3}{kg} \right] \cdot \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

donde T_a es la temperatura del ambiente, ρ es la densidad promedio del fluido, y ΔP es la caída de presión, definida como el cambio de un estado del fluido con mayor presión a otro con menor, de acuerdo con $-dP/dx > 0$ en [8].

Ahora bien, reemplazando Δh de (37) y Δs de (39), en (40) se obtiene

$$\frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}_{vc}} = \frac{\dot{Q}_{vc} T_a}{\dot{m}_{vc} T_i} + \frac{\dot{S}_{gen}}{\dot{m}_{vc}} T_a - \frac{1}{\rho} \Delta P, \quad (41)$$

$$\left[\frac{\text{W} \cdot \text{s}}{\text{kg}} \right] = \left[\frac{\text{W} \cdot \text{s}}{\text{kg}} \right] \cdot \left[\frac{\text{K}}{\text{K}} \right] + \left[\frac{\text{W} \cdot \text{s}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \cdot [\text{K}] - \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] \cdot \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right]$$

que se puede reescribir como una función de la tasa de generación de entropía, dando lugar a

$$\begin{aligned} \dot{S}_{gen,vc} &= \left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_i} \right) \dot{Q}_{vc} + \frac{\dot{m}_{vc}}{\rho T_a} \Delta P \\ &= \Delta T \frac{\dot{Q}_{vc}}{T_i T_a} + \Delta P \frac{G_{vc}}{T_a}. \end{aligned} \quad (42)$$

$$\left[\frac{\text{W}}{\text{K}} \right] = \left(\left[\frac{1}{\text{K}} \right] - \left[\frac{1}{\text{K}} \right] \right) \cdot [\text{W}] + \left[\frac{\text{m}^3}{\text{K} \cdot \text{s}} \right] \cdot \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right]$$

Esta expresión relaciona las temperaturas de los alrededores (T_a) y de la frontera (T_i), la tasa de transferencia de calor (\dot{Q}_{vc}), el flujo ($G_{vc} = \dot{m}_{vc}/\rho$) y la caída de presión del mismo (ΔP), en el volumen de control. Además, es fácil reconocer que la entropía generada se compone de los aportes por transferencia de calor y de flujo de masa, relacionados con la diferencia finita de temperaturas $\Delta T (= T_i - T_a)$ y con la caída de presión $\Delta P (= P_{entrada} - P_{salida})$, respectivamente.

La expresión (42) también puede ser analizada a través del concepto de exergía destruida ($\dot{X}_{destruida}$), o de trabajo disponible perdido ($\dot{W}_{perdido}$), que están estrechamente relacionados con \dot{S}_{gen} por medio del teorema de *Gouy-Stodola* [22], [80], como:

$$\begin{aligned} \dot{X}_{destruida} &= \dot{W}_{perdido} = \dot{W}_{rev} - \dot{W} = T_a \dot{S}_{gen}, \\ [\text{W}] &= [\text{W}] = [\text{W}] - [\text{W}] = [\text{K}] \cdot \left[\frac{\text{W}}{\text{K}} \right] \end{aligned} \quad (43)$$

donde \dot{W}_{rev} y \dot{W} son el máximo potencial de trabajo disponible y el trabajo útil que genera el sistema, respectivamente. En el caso del disipador de calor, el término \dot{W} es igual a cero

debido a que este sistema no produce ningún tipo de trabajo durante su operación. De esta manera, el disipador destruye la totalidad del máximo potencial de trabajo disponible por efectos de las irreversibilidades presentes durante el proceso, como se puede observar al relacionar (42) y (43) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\dot{W}_{perdido} &= T_a \dot{S}_{gen,vc} \\ &= \frac{\Delta T}{T_i} \cdot \dot{Q}_{vc} + \Delta P \cdot G_{vc},\end{aligned}\tag{44}$$

$$[W] = [K] \cdot \left[\frac{W}{K} \right] = \frac{[K]}{[K]} \cdot [W] + \left[\frac{W \cdot s}{m^3} \right] \cdot \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

donde $\Delta T \cdot \dot{Q}_{vc}/T_i$ y $\Delta P \cdot G_{vc}$ son la exergía por transferencia de calor y por flujo de fluido, o también, la potencia térmica y de flujo, respectivamente. Con esta última denominación es fácil hacer la analogía con un sistema eléctrico, como se presenta en la Tabla 6, y así notar que la potencia destruida durante la operación del disipador es la suma de las potencias térmica y de flujo.

Tabla 6. Características de esfuerzo, flujo y potencia de los sistemas eléctricos, térmicos y de fluidos. Basada en [81].

Sistema	Esfuerzo	Flujo	Potencia
Eléctrico	Caída de tensión (ΔV)	Corriente eléctrica (J)	$J \cdot \Delta V$
Térmico	Diferencia de temperaturas (ΔT)	Calor (\dot{Q})	$\dot{Q} \cdot \Delta T/T$
Fluido	Caída de presión (ΔP)	Flujo volumétrico (G)	$G \cdot \Delta P$

La expresión de $\dot{S}_{gen,vc}$ en (42) puede ser escalada para todo el disipador de calor, como en (45), ya que la entropía es una propiedad extensiva [8],

$$\begin{aligned}\dot{S}_{gen} &= \frac{\Delta T}{T_a T_i} \dot{Q}_d + \frac{G_d}{T_a} \Delta P \\ &= \dot{S}_{gen,\Delta T} + \dot{S}_{gen,\Delta P}.\end{aligned}\tag{45}$$

$$\begin{aligned}\left[\frac{W}{K} \right] &= \left[\frac{K}{K \cdot K} \right] \cdot [W] + \left[\frac{m^3}{K \cdot s} \right] \cdot \left[\frac{J}{m^3} \right] \\ &= \left[\frac{W}{K} \right] + \left[\frac{W}{K} \right]\end{aligned}$$

El modelo del disipador, en términos de la tasa neta de generación de entropía (\dot{S}_{gen}) en (45), relaciona los efectos de las irreversibilidades por transferencia de calor ($\dot{S}_{gen,\Delta T}$) y de flujo de masa ($\dot{S}_{gen,\Delta P}$) presentes durante la operación de todo el sistema [70], [82].

Adicionalmente, la expresión (45) se reescribe en términos de la resistencia térmica equivalente de todo el disipador R_{eq} ($= \Delta T / \dot{Q}_d$) como

$$\dot{S}_{gen} = \frac{\dot{Q}_d^2}{T_a T_i} R_{eq} + \frac{G_d}{T_a} \Delta P \quad (46)$$

$$\left[\frac{W}{K} \right] = \left[\frac{W^2}{K \cdot K} \right] \cdot \left[\frac{K}{W} \right] + \left[\frac{m^3}{K \cdot s} \right] \cdot \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

donde ΔT es la diferencia de temperaturas entre la interfaz y el ambiente, \dot{Q}_d es la tasa neta de potencia disipada, G_d es el flujo neto de fluido y N_c es el número de microcanales en el disipador, determinados con

$$\Delta T = T_i - T_a, \quad (47)$$

$$[K] = [K] - [K]$$

$$\dot{Q}_d = \dot{q} \cdot A_i = \dot{q} \cdot W_i L_i, \quad (48)$$

$$[W] = \left[\frac{W}{m^2} \right] \cdot [m^2]$$

$$G_d = 2N_c G_{vc}, \quad (49)$$

$$\left[\frac{m^3}{s} \right] = [Adim] \cdot \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

$$N_c = \frac{W_d - 2w_p}{2(w_c + w_p)}. \quad (50)$$

$$[Adim] = [m] \cdot \left[\frac{1}{m} \right]$$

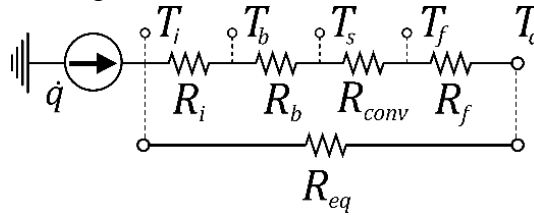
Sin embargo, se debe tener en cuenta que \dot{Q}_d en (48), depende del área de la superficie del chip que transfiere el flujo de calor a la interfaz con área de contacto A_i ($= W_i L_i$).

Ahora bien, para describir completamente la generación de entropía en el disipador es necesario conocer cómo se relaciona la resistencia térmica y la caída de presión con la geometría y las condiciones de operación; para esto se acude a fundamentos básicos en transferencia de calor y en mecánica de fluidos, como se presenta enseguida.

2.3. Resistencia térmica del disipador de calor

Para encontrar la resistencia térmica del disipador (R_{eq}), se recurre a la analogía, aunque limitada, con los circuitos eléctricos, donde el flujo de calor corresponde a la corriente eléctrica y la diferencia de temperaturas a la caída de potencial. Con ello, por cada cambio de material o de mecanismo de transferencia de calor, se tiene una resistencia térmica, y en consecuencia, el disipador se representa como un circuito térmico (Figura 20).

Figura 20. Disipador de calor representado como un circuito térmico.



Así, este conjunto de resistencias térmicas se reduce a una equivalente, R_{eq} , que describe completamente al disipador de calor entre las temperaturas de la interfaz T_i y del fluido a la entrada T_a como,

$$\begin{aligned}
 R_{eq} &= \frac{T_i - T_a}{\dot{Q}_d} \\
 &= \frac{T_i - T_b}{\dot{Q}_d} + \frac{T_b - T_s}{\dot{Q}_d} + \frac{T_s - T_f}{\dot{Q}_d} + \frac{T_f - T_a}{\dot{Q}_d} \\
 &= R_i + R_b + R_{conv} + R_f \\
 \left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right] &= \left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right] + \left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right] + \left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right] + \left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right]
 \end{aligned} \tag{51}$$

donde R_i , R_b , R_{conv} y R_f son las resistencias por conducción en la interfaz, por dispersión en la base, por convección en los canales y por capacidad calorífica en el fluido, respectivamente. Además, las temperaturas promedio en (51) corresponden a la interfaz (T_i), a la superficie base (T_b), a la superficie en contacto con el fluido (T_s), al fluido en la salida (T_f) y en la entrada (T_a). Adicionalmente, se debe tener en cuenta la temperatura con la que entra el fluido a los canales ($T_{f,ent}$), que por lo general se asume igual a la del ambiente T_a . Una vez sean determinadas las resistencias térmicas con (51), es posible encontrar cada una de las temperaturas en la Figura 20 como

$$\begin{aligned}
 T_i &= T_b + R_i \cdot \dot{Q}_d, \\
 T_b &= T_s + R_b \cdot \dot{Q}_d, \\
 T_s &= T_f + R_{conv} \cdot \dot{Q}_d, \\
 T_f &= T_{f,ent} + R_f \cdot \dot{Q}_d.
 \end{aligned} \tag{52}$$

A continuación se detalla la obtención de cada una de las resistencias térmicas mencionadas para hallar, finalmente, R_{eq} .

2.3.1. Resistencia térmica del fluido

La resistencia del fluido (o resistencia térmica capacitiva) se encuentra a partir del balance de energía en el flujo de fluido,

$$\dot{Q}_d = \dot{m}_d c_p (T_f - T_{f,ent}) \quad (53)$$

$$[\text{W}] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \cdot \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \cdot [\text{K}]$$

donde \dot{Q}_d es la tasa de transferencia de calor, generada por el chip y llevada al fluido a través del disipador; \dot{m}_d es el flujo másico total que ingresa al disipador, definido como $\dot{m}_d = \rho G_d$; c_p es el calor específico promedio y $T_f - T_{f,ent}$ es la diferencia finita de temperaturas promedio entre el fluido a la entrada y a la salida de los canales. Con lo anterior, se tiene que

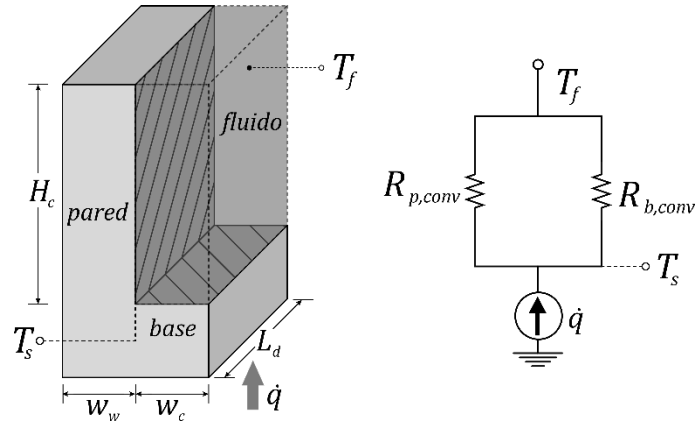
$$R_f = \frac{T_f - T_{f,ent}}{\dot{Q}_d} = \frac{1}{\rho G_d c_p} \quad (54)$$

$$\left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right] = \left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right] = \left[\frac{\text{s}}{\text{kg}} \right] \cdot \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{K}}{\text{J}} \right].$$

2.3.2. Resistencia térmica de convección

La transferencia de calor por convección ocurre en el interior de los canales del disipador, donde el flujo de fluido entra en contacto con las paredes y la base de cada canal, que se encuentran a una temperatura T_s , mayor que T_f . Por tanto, para encontrar R_{conv} del disipador se parte de un modelo reducido, o volumen de control, mostrado en la Figura 21.

Figura 21. Circuito térmico equivalente del canal en el volumen de control para el disipador de calor. Basado en [83].



A partir de la ley enfriamiento de Newton se encuentran las resistencias para la pared ($R_{p,conv}$) y para la base del canal ($R_{b,conv}$) como

$$R_{b,conv} = \frac{1}{\bar{h}A_{b,conv}} = \frac{1}{\bar{h}w_cL_d} \quad (55)$$

$$\left[\frac{\text{K}}{\text{W}}\right] = \left[\frac{\text{K} \cdot \text{m}^2}{\text{W}}\right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}^2}\right] = \left[\frac{\text{K} \cdot \text{m}^2}{\text{W}}\right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}}\right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}}\right]$$

$$R_{p,conv} = \frac{1}{\bar{h}\eta_p A_{p,conv}} = \frac{1}{\bar{h}\eta_p H_c L_d} \quad (56)$$

$$\left[\frac{\text{K}}{\text{W}}\right] = \left[\frac{\text{K} \cdot \text{m}^2}{\text{W}}\right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}^2}\right] = \left[\frac{\text{K} \cdot \text{m}^2}{\text{W}}\right] \cdot [\text{Adim}] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}}\right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}}\right]$$

donde \bar{h} es el coeficiente promedio de convección, que depende del material, del fluido y de las condiciones de operación de las superficies, entre otros factores; y η_p es la eficiencia térmica de la pared.

Para calcular el coeficiente de convección promedio se emplea el número de Nusselt (Nu_{D_h}), como una correlación encontrada experimentalmente en los problemas de transferencia de calor con condiciones de operación dadas [8]. Por su parte, Nu_{D_h} se define como (57), y es función de los coeficientes promedio de convección (\bar{h}) y de conducción del fluido (k_f), y de la longitud característica de la superficie sólida, que para este caso corresponde al diámetro hidráulico efectivo (D_h) del canal, calculado con (58) [8], [26], [35], [79], [84].

$$Nu_{D_h} = \frac{\bar{h}D_h}{k_f} \quad (57)$$

$$[\text{Adim}] = \left[\frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2} \right] \cdot [\text{m}] \cdot \left[\frac{\text{K} \cdot \text{m}}{\text{W}} \right]$$

$$D_h = \frac{4w_c H_c}{2w_c + H_c} \quad (58)$$

$$[\text{m}] = [\text{m}] \cdot [\text{m}] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}} \right]$$

Se debe reconocer que no existe una expresión definitiva para Nu_{D_h} o, específicamente, \bar{h} , ya que éste depende de los múltiples parámetros relacionados con la transferencia de calor por convección. Es por esto que el grado de cercanía a la realidad del modelo de resistencia, corresponde a la selección o medición adecuada del parámetro \bar{h} . Por ejemplo, en (59) se muestra la expresión obtenida por Thomas en [85], que correlaciona el coeficiente de película promedio (\bar{h}) con la humedad relativa (HR) de la mezcla ideal de aire y agua como fluido de trabajo, y la diferencia finita de temperaturas entre la superficie interna de los canales y el ambiente ($T_s - T_a$). De hecho, ésta se obtuvo experimentalmente con una superficie de cobre libre de oxígeno.

$$\bar{h} = 110,96 + 203,11(\text{HR})^{2,17}(T_s - T_a)^{0,1} \quad (59)$$

$$\left[\frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2} \right] = \left[\frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2} \right] + \left[\frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2} \right]$$

El factor de eficiencia de la pared (η_p) se calcula utilizando (60), con la altura del canal (H_c) y el parámetro de la aleta (m) como (61), definido en [8]. Este parámetro depende del perímetro \mathcal{P}_p ($= 2(w_p + L_d)$) y del área de la sección transversal de la pared $A_{st,p}$ ($= w_p L_d$), al igual que de los coeficientes \bar{h} y k [8], [26]. [5], [8].

$$\eta_p = \frac{\tanh mH_c}{mH_c} \quad (60)$$

$$[\text{Adim}] = [\text{Adim}] \cdot [\text{m}] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}} \right]$$

$$m^2 = \frac{2\bar{h}(w_p + L_d)}{kw_p L_d} \approx \frac{2\bar{h}}{kw_p} \quad (61)$$

$$\left[\frac{1}{\text{m}^2} \right] = \left[\frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2} \right] \cdot \left[\frac{\text{K} \cdot \text{m}}{\text{W}} \right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}} \right]$$

Con lo anterior, las resistencias $R_{p,conv}$ y $R_{b,conv}$ se calculan con (55) y (56), y con sus resultados se encuentra la resistencia térmica de convección equivalente para el volumen de control (Figura 21), como

$$R_{conv,vc} = \left(\frac{1}{R_{p,conv}} + \frac{1}{R_{b,conv}} \right)^{-1}. \quad (62)$$

$$\left[\frac{K}{W} \right] = \left(\left[\frac{W}{K} \right] + \left[\frac{W}{K} \right] \right)^{-1}$$

Así, la resistencia equivalente para todo el disipador (R_{conv}) se encuentra con la analogía a un circuito de resistencias en paralelo, compuesto por $2N_c$ elementos $R_{conv,vc}$ que corresponden a medio canal con media pared, y dos elementos de $R_{p,conv}$ que representan la media pared en los extremos del disipador [79]. Con lo anterior, se obtiene la expresión para R_{conv} como,

$$R_{conv} = \frac{R_{conv,vc}}{2N_c} + \frac{R_{p,conv}}{2}, \quad (63)$$

$$\left[\frac{K}{W} \right] = \left[\frac{K}{W} \right]$$

que reescrita, utilizando (55), (56) y (62), genera

$$\begin{aligned} R_{conv} &= \frac{1}{2N_c \bar{h} L_d (w_c + \eta_p H_c)} \\ &= \frac{1}{\bar{h} A_{ef}}, \end{aligned} \quad (64)$$

$$\left[\frac{K}{W} \right] = \left[\frac{K \cdot m^2}{W} \right] \cdot \left[\frac{1}{m^2} \right] = \left[\frac{K \cdot m^2}{W} \right] \cdot \left[\frac{1}{m} \right] \cdot \left[\frac{1}{m} \right]$$

donde A_{ef} es el área total efectiva para la transferencia de calor por convección dada por (65). Este resultado es coherente con el obtenido por Khan et al. en [70].

$$A_{ef} = 2N_c L_d \cdot (w_c + \eta_p H_c) \quad (65)$$

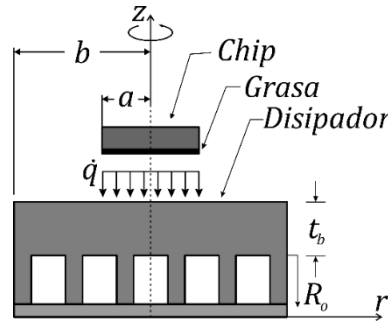
$$[m^2] = [m] \cdot ([m] + [m])$$

2.3.3. Resistencia térmica de dispersión en la base

La resistencia térmica de dispersión describe el efecto de conducción de energía desde una superficie con menor área (chip) a otra de mayor área (base del disipador), generando una diferencia de temperaturas diferente a la esperada por conducción entre dos superficies con igual área. Este fenómeno aparece debido a la distribución del calor suministrado desde una fuente a todo el cuerpo conductor [62], [86]–[94].

Para representar esta característica se emplea la expresión desarrollada por Song et al. [88] y Lee et al. [89] para la resistencia térmica de dispersión promedio R_b , basada en el modelo con simetría axial del disipador de calor mostrado en la Figura 22. En ésta se observa que \dot{q} ingresa simétricamente en $r = 0$ y se dispersa por todo el cuerpo conductor hasta llegar al fluido, asumiendo elementos cilíndricos. Sin embargo, para dispositivos no circulares como el chip y el disipador, los radios equivalentes a y b se calculan como (66) y (67), respectivamente.

Figura 22. Modelo térmico con simetría axial del flujo de calor que ingresa por la base al disipador. Basado en [89].



$$a = \sqrt{\frac{A_i}{\pi}} = \sqrt{\frac{W_i L_i}{\pi}} \quad (66)$$

$$[\text{m}] = [\text{m}^2]^{1/2} = [\text{m} \cdot \text{m}]^{1/2}$$

$$b = \sqrt{\frac{A_b}{\pi}} = \sqrt{\frac{W_d L_d}{\pi}} \quad (67)$$

$$[\text{m}] = [\text{m}^2]^{1/2} = [\text{m} \cdot \text{m}]^{1/2}$$

De aquí, la resistencia térmica de dispersión promedio en la base del disipador (R_b) se calcula con (68), donde k es la conductividad térmica del material; ε y τ son el radio adimensional de la fuente de calor y del grosor adimensional de la placa base calculados en (69) y (70), respectivamente; y Φ_b es un parámetro adimensional definido en (71).

$$R_b = \frac{T_i - T_b}{\dot{Q}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}k \cdot a} \cdot \left[\frac{\varepsilon \cdot \tau}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{2} \cdot (1 - \varepsilon)^{\frac{3}{2}} \cdot \Phi_b \right] \quad (68)$$

$$[K/W] = \left(\left[\frac{W}{m \cdot K} \right] \cdot [m] \right)^{-1} \cdot ([Adim] \cdot [Adim] + [Adim] \cdot [Adim])$$

$$\varepsilon = \frac{a}{b} \quad (69)$$

$$[Adim] = [m]/[m]$$

$$\tau = \frac{t_b}{b} \quad (70)$$

$$[Adim] = [m]/[m]$$

$$\Phi_b = \frac{\tanh(\lambda_b \cdot \tau) + \frac{\lambda_b}{Bi}}{1 + \frac{\lambda_b}{Bi} \cdot \tanh(\lambda_b \cdot \tau)} \quad (71)$$

$$[Adim] = [Adim]/[Adim]$$

Por su parte, el parámetro Φ_b en (71) depende de λ_b y de Bi , calculados con (72) y (73), donde λ_b es un parámetro empírico encontrado por Song et al. [88] y Lee et al. [89], y Bi es el número de Biot efectivo en función de la resistencia térmica externa R_o (o la resistencia equivalente entre T_s y T_a) que se encuentra con (74),

$$\lambda_b = \pi + \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot \varepsilon}, \quad (72)$$

$$[Adim] = [Adim] + [Adim]$$

$$Bi = \frac{1}{\pi k b R_o}, \quad (73)$$

$$[Adim] = \left(\left[\frac{W}{m \cdot K} \right] \cdot [m] \cdot \left[\frac{K}{W} \right] \right)^{-1}$$

$$R_o = \frac{T_b - T_a}{\dot{Q}_d} = R_{conv} + R_f. \quad (74)$$

$$\left[\frac{K}{W} \right] = \left[\frac{K}{W} \right] + \left[\frac{K}{W} \right]$$

Ahora bien, se debe tener en cuenta que la resistencia térmica de dispersión, encontrada en (68), corresponde a una buena aproximación de los resultados analíticos y numéricos que modelan este fenómeno [86], donde la expresión general de R_b para dos dimensiones se

presenta en [91] y [94]. No obstante, es posible comprobar que para el caso crítico en el que $\varepsilon = 1$ (cuando $A_i = A_b$), R_b se convierte en la resistencia de conducción de calor a través de la base como

$$R_b|_{\varepsilon=1} = \frac{t_b}{kA_b} \quad (75)$$

$$\left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right] = [\text{m}] \cdot \left[\frac{\text{K} \cdot \text{m}}{\text{W}} \right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}} \right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}} \right].$$

Se debe recalcar que el modelo presentado por Song et al. [88] y Lee et al. [89] también es útil para modelar el efecto de constricción térmica (contrario a la dispersión), que consiste en la transferencia de calor desde un chip cuya área de contacto efectiva es mayor que el área en la base del disipador. Sin embargo, este caso no se tiene en cuenta en el estudio actual, debido a su poca, o nula, ocurrencia en aplicaciones con dispositivos electrónicos.

2.3.4. Resistencia térmica del material en la interfaz

La resistencia térmica de conducción en la interfaz (o de contacto) describe el efecto de las rugosidades durante la conducción de calor a través de un acople de superficies, que generan una caída de temperaturas considerable [8], [95]. Para reducir este efecto se emplea una “grasa térmica” como material en la interfaz chip-disipador, comúnmente usada en la práctica y en concordancia con las condiciones de operación previamente definidas. Con lo anterior, dicha resistencia se modela mediante *la ley de Fourier* [8], como

$$R_i = \frac{T_i - T_b}{\dot{q} \cdot A_i} = \frac{t_i}{k_i W_i L_i}, \quad (76)$$

$$\left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right] = \frac{[\text{K}]}{[\text{W}/\text{m}^2] \cdot [\text{m}^2]} = \frac{[\text{m}]}{[\text{W}/\text{K} \cdot \text{m}] \cdot [\text{m}] \cdot [\text{m}]}$$

donde para la interfaz, t_i es el grosor, k_i es la conductividad térmica de la grasa y $A_i (= W_i L_i)$ es el área de la superficie en contacto con la base del disipador $A_b (= W_d L_d)$. Sin embargo, en algunos casos la resistencia para las grasas está definida por el fabricante en unidad de área ($\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$), $R'_i = R_i \cdot A_i$.

2.3.5. Resistencia térmica equivalente

La resistencia térmica equivalente para todo el disipador, definida en (51), se reescribe en (77) reemplazando las expresiones obtenidas previamente para R_f, R_{conv}, R_b y R_i en (54), (64), (68) y (76), respectivamente.

$$Re_{eq} = \frac{R'_i}{W_i L_i} + \frac{1}{\sqrt{\pi} k \cdot a} \cdot \left[\frac{\varepsilon \cdot \tau}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{2} \cdot (1 - \varepsilon)^{\frac{3}{2}} \cdot \Phi_b \right] + \frac{1}{\bar{h} A_{ef}} + \frac{1}{\rho G_d c_p} \quad (77)$$

$$\left[\frac{K}{W} \right] = \left[\frac{K \cdot m^2}{W} \right] \cdot \left[\frac{1}{m^2} \right] + \left(\left[\frac{W}{m \cdot K} \right] \cdot [m] \right)^{-1} + \left[\frac{K \cdot m^2}{W} \right] \cdot \left[\frac{1}{m^2} \right] + \left[\frac{s}{kg} \right] \cdot \left[\frac{kg \cdot K}{J} \right]$$

2.4. Caída de presión total

Con base en la simetría de diseño asumida, la caída de presión total (ΔP) a través de los canales del dissipador (ΔP_d) y de los tubos que suministran el fluido de trabajo (ΔP_{tu}) se determina con (78), de acuerdo con Kleiner [96],

$$\Delta P = \Delta P_d + \Delta P_{tu} \quad (78)$$

$$[Pa] = [Pa] + [Pa]$$

Para el cálculo de ΔP_d se emplea la expresión en (79), que relaciona la caída de presión por pérdida de carga y por pérdidas en la entrada y la salida del canal, en función de la densidad promedio del fluido (ρ), la velocidad promedio del flujo a través de los canales (\bar{V}_f), el factor de fricción de Darcy (f), la longitud o profundidad del canal (L_d), el diámetro hidráulico (D_h) y los coeficientes de pérdidas por contracción (k_{co}) y por expansión (k_{ex}) a la entrada y la salida del canal, respectivamente, [43], [70], [84], [96], [97].

$$\Delta P_d = \rho \frac{\bar{V}_f^2}{2} \left[f \left(\frac{L_d}{D_h} \right) + (k_{co} + k_{ex}) \right] \quad (79)$$

$$[Pa] = \left[\frac{kg}{m^3} \right] \cdot \left[\frac{m^2}{s^2} \right] \cdot \left([Adim] \cdot [m] \cdot \left[\frac{1}{m} \right] + [Adim] \right)$$

En (80) se presenta la expresión para el cálculo de \bar{V}_f en función del flujo volumétrico G_d total y del flujo de masa \dot{m}_d [98]. Por otra parte, el efecto combinado de los coeficientes k_{co} y k_{ex} de un flujo en fase gaseosa se encuentra a través de la correlación en (81), presentada por Kleiner et al. [96] y modificada por Adham et al. [35], en función de β o la relación entre los anchos de la aleta y del canal, $\beta = w_c/w_p$.

$$\bar{V}_f = \frac{G_d}{N_c A_{st,c}} = \frac{G_d}{2 N_c w_c H_c} \quad (80)$$

$$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right] = \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}}\right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}}\right] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right] \cdot \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}}\right] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}}\right]$$

$$k_{co} + k_{ex} = 1,79 - 2,32 \left(\frac{\beta}{1 + \beta}\right) + 0,53 \left(\frac{\beta}{1 + \beta}\right)^2 \quad (81)$$

$$[\text{Adim}] = [\text{Adim}] + [\text{Adim}] + [\text{Adim}]$$

Adicionalmente, el factor de fricción (f), que describe la influencia de la superficie interna del canal sobre el flujo de fluido, se obtiene a través de correlaciones empíricas para condiciones de operación similares a las del problema estudiado. Un ejemplo de esto es el número de Poiseuille (fRe_{D_h}) que relaciona f con el número de Reynolds basado en el diámetro hidráulico (Re_{D_h}). Adicionalmente, Re_{D_h} permite caracterizar hidrodinámicamente el flujo, y se relaciona con \bar{V}_f , D_h y la viscosidad cinemática promedio del fluido (ν) como en (82) [5], [8], [26].

$$Re_{D_h} = \frac{\bar{V}_f D_h}{\nu} \quad (82)$$

$$[\text{Adim}] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right] \cdot [\text{m}] \cdot \left[\frac{\text{s}}{\text{m}^2}\right]$$

Por otra parte, la caída de presión (ΔP_{tu}) en los tubos que suministran el flujo de fluido a los canales del disipador está dada por (83),

$$\Delta P_{tu} = \rho \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{G_d}{D_{tu}^2}\right)^2 \left[2f_{tu} \left(\frac{L_{tu}}{D_{tu}}\right) + 2,84 - 2,42 \left(\frac{\pi D_{tu}^2}{4W_d H_c}\right)^2 + \left(\frac{\pi D_{tu}^2}{4W_d H_c}\right)^4 \right] \quad (83)$$

$$[\text{Pa}] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right] \left(\left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right] \left[\frac{1}{\text{m}^2}\right]\right)^2 \left([\text{Adim}][\text{m}] \left[\frac{1}{\text{m}}\right] + [\text{Adim}] + \left([\text{m}^2] \left[\frac{1}{\text{m}}\right] \left[\frac{1}{\text{m}}\right]\right)^2 + \left([\text{m}^2] \left[\frac{1}{\text{m}}\right] \left[\frac{1}{\text{m}}\right]\right)^4 \right)$$

donde L_{tu} , D_{tu} y f_{tu} son la longitud, el diámetro interno y el factor de fricción de los dos tubos a la entrada y a la salida del disipador, respectivamente. Este último factor se determina con (84), de acuerdo con [96].

$$f_{tu} = 4 \left(0,09290 + \frac{1,01612}{L_{tu}/D_{tu}} \right) \cdot \left(\frac{4G_d}{\pi \nu D_{tu}} \right)^{-0,268 - 0,3193 \frac{D_{tu}}{L_{tu}}} \quad (84)$$

$$[\text{Adim}] = \left([\text{Adim}] + \left[\frac{\text{m}}{\text{m}} \right] \right) \cdot \left(\left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] \left[\frac{\text{s}}{\text{m}^2} \right] \left[\frac{1}{\text{m}} \right] \right)^{[\text{Adim}] + \left[\frac{\text{m}}{\text{m}} \right]}$$

Ahora bien, en (85) se reescribe la expresión para la caída de presión total utilizando las correlaciones para ΔP_d y ΔP_{tu} mostradas previamente.

$$\Delta P = \rho \left(\frac{\bar{V}_f^2}{2} \left[f \left(\frac{L_d}{D_h} \right) + 1,79 - 2,32 \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right) + 0,53 \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right)^2 \right] \right. \\ \left. + \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{G_d}{D_{tu}^2} \right)^2 \left[2f_{tu} \left(\frac{L_{tu}}{D_{tu}} \right) + 2,84 - 2,42 \left(\frac{\pi D_{tu}^2}{4W_d H_c} \right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{\pi D_{tu}^2}{4W_d H_c} \right)^4 \right] \right) \quad (85)$$

$$[\text{Pa}] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \cdot \left(\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right] \cdot \left([\text{Adim}] \cdot [\text{m}] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}} \right] + [\text{Adim}] \right) \right. \\ \left. + \left(\left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] \left[\frac{1}{\text{m}^2} \right] \right)^2 \left([\text{Adim}] [\text{m}] \left[\frac{1}{\text{m}} \right] + [\text{Adim}] + \left([\text{m}^2] \left[\frac{1}{\text{m}} \right] \left[\frac{1}{\text{m}} \right] \right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \left([\text{m}^2] \left[\frac{1}{\text{m}} \right] \left[\frac{1}{\text{m}} \right] \right)^4 \right) \right)$$

2.5. Correlaciones empíricas

Antes de definir las correlaciones empíricas para Nu_{D_h} y f , que caracterizan la transferencia de calor por convección y de flujo de masa, se debe caracterizar el flujo en términos de su hidrodinámica. En este documento se consideran los regímenes laminar y turbulento completamente desarrollados, de acuerdo con las condiciones de operación previamente definidas, seleccionados a través del número de Reynolds en (82) [8], [95].

2.5.1. Régimen laminar

Cuando el flujo es laminar completamente desarrollado ($Re_{D_h} \lesssim 2300$) [6], se considera la expresión obtenida por Kim y Kim [78] y adaptada por Adham et al. [35] para el número de Nusselt de un gas, en términos de la relación de aspecto del canal (α_c) como

$$Nu_{D_h} = 2,253 + 8,164 \left(\frac{1}{1 + \alpha_c} \right)^{1,5} \quad (86)$$

$$[\text{Adim}] = [\text{Adim}] + [\text{Adim}]$$

$$\alpha_c = \frac{2w_c}{H_c} \quad (87)$$

$$[\text{Adim}] = [\text{m}] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}} \right]$$

Para el cálculo del factor de fricción de un flujo laminar completamente desarrollado se emplea la correlación empleada por Adham et al. [35].

$$f = \frac{1}{Re_{D_h}} \left[\left(3,2 \left(\frac{Re_{D_h} \cdot D_h}{L_d} \right)^{0,57} \right)^2 + \left(4,7 + 19,64 \left(\frac{\alpha_c^2 + 1}{(\alpha_c + 1)^2} \right) \right)^2 \right]^{0,5} \quad (88)$$

$$[\text{Adim}] = \left[\frac{1}{\text{Adim}} \right] \cdot \left([\text{Adim}] \cdot [\text{m}] \cdot \left[\frac{1}{\text{m}} \right] + [\text{Adim}] \right)$$

2.5.2. Régimen turbulento

Se asume el régimen turbulento completamente desarrollado para $2300 < Re_{D_h} < 5 \times 10^6$ y $0,5 \leq Pr \leq 2000$ [6], [8], [11], [29], [35], [99], [100]. Este último grupo adimensional conocido como el número de Prandtl (Pr) y relaciona la difusión de la cantidad de movimiento con la difusión térmica del fluido, como se observa en (89),

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha_t} = \frac{c_p \mu}{k_f} \quad (89)$$

$$[\text{Adim}] = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] \cdot \left[\frac{\text{s}}{\text{m}^2} \right] = \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \cdot [\text{Pa} \cdot \text{s}] \cdot \left[\frac{\text{m} \cdot \text{K}}{\text{W}} \right]$$

donde ν y μ son las viscosidades cinemática y dinámica, respectivamente, α_t es la difusividad térmica y c_p es el calor específico promedio del fluido [5].

Empleando la información anterior se presenta en (90) la correlación para el número de Nusselt, según Incropera y DeWitt [8],

$$Nu_{D_h} = \frac{(f/2)(Re_{D_h} - 1000)Pr}{1 + 12,7\sqrt{f/2}(Pr^{2/3} - 1)} \quad (90)$$

$$[\text{Adim}] = [\text{Adim}] \cdot [\text{Adim}]$$

De igual manera, se utiliza la expresión para el factor de fricción presentada por Incropera y DeWitt [8] para flujos turbulentos en tubos con superficies lisas,

$$f = (0,79 \ln Re_{D_h} - 1,64)^{-2} \quad (91)$$

$$[\text{Adim}] = [\text{Adim}] - [\text{Adim}]$$

2.6. Modelo final

Con las expresiones anteriores se sintetiza el modelo obtenido para el disipador de calor con microcanales. Éste incluye los efectos térmicos de dispersión en la base del disipador y en la interfaz de grasa como muestra la Tabla 7.

Tabla 7. Tasa de generación de entropía asociada a la transferencia de calor del disipador de calor con microcanales.

$\dot{S}_{gen} = \frac{\dot{Q}_d^2}{T_a T_i} R_{eq} + \frac{G_d}{T_a} \Delta P$			
$\dot{Q}_d = \dot{q} \cdot W_i L_i$		$T_i = T_a + \dot{Q}_d \cdot R_{eq}$	
Resistencia térmica equivalente			
$R_{eq} = \frac{t_i}{k_i W_i L_i} + \frac{1}{\sqrt{\pi} k \cdot a} \cdot \left[\frac{\varepsilon \cdot \tau}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{2} \cdot (1 - \varepsilon)^{\frac{3}{2}} \cdot \Phi_b \right] + \frac{1}{\bar{h} A_{ef}} + \frac{1}{\rho G_d c_p}$			
$a = \sqrt{\frac{W_i L_i}{\pi}}$	$b = \sqrt{\frac{W_b L_b}{\pi}}$	$\varepsilon = \frac{a}{b}$	$\tau = \frac{t_b}{b}$
$\Phi_b = \frac{\tanh(\lambda_b \cdot \tau) + \frac{\lambda_b}{Bi}}{1 + \frac{\lambda_b}{Bi} \cdot \tanh(\lambda_b \cdot \tau)}$			
$\lambda_b = \pi + \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot \varepsilon}$	$Bi = \frac{1}{\pi k b R_o}$	$R_o = \frac{1}{\bar{h} A_{ef}} + \frac{\rho}{G_d c_p}$	

$$\bar{h} = \frac{Nu_{D_h} k_f}{D_h}$$

$$D_h = \frac{4w_c H_c}{2w_c + H_c}$$

$$A_{ef} = 2N_c L_d \cdot (w_c + \eta_p H_c)$$

$$N_c = \frac{W_d - 2w_p}{2(w_c + w_p)}$$

$$\eta_p = \frac{\tanh mH_c}{mH_c}$$

$$m^2 = \frac{2\bar{h}(w_p + L_d)}{kw_p L_d}$$

Caída de presión

$$\Delta P = \rho \left(\frac{\bar{V}_f^2}{2} \left[f \left(\frac{L_d}{D_h} \right) + 1,79 - 2,32 \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right) + 0,53 \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right)^2 \right] \right. \\ \left. + \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{G_d}{D_{tu}^2} \right)^2 \left[2f_{tu} \left(\frac{L_{tu}}{D_{tu}} \right) + 2,84 - 2,42 \left(\frac{\pi D_{tu}^2}{4W_d H_c} \right)^2 + \left(\frac{\pi D_{tu}^2}{4W_d H_c} \right)^4 \right] \right)$$

$$\bar{V}_f = \frac{G_d}{2N_c w_c H_c}$$

$$\beta = \frac{w_c}{w_p}$$

$$f_{tu} = 4 \left(0,09290 + \frac{1,01612}{L_{tu}/D_{tu}} \right) \cdot \left(\frac{4G_d}{\pi v D_{tu}} \right)^{-0,268 - 0,3193 \frac{D_{tu}}{L_{tu}}}$$

Correlaciones empíricas

$$Nu_{D_h} = \begin{cases} 2,253 + 8,164 \left(\frac{1}{1 + \alpha_c} \right)^{1,5}, & \text{si } Re_{D_h} \lesssim 2300 \\ \frac{(f/2)(Re_{D_h} - 1000)Pr}{1 + 12,7\sqrt{f/2}(Pr^{2/3} - 1)}, & \text{si } Re_{D_h} > 2300 \end{cases}$$

$$f = \begin{cases} \frac{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}}{Re_{D_h}}, & \text{si } Re_{D_h} \lesssim 2300 \\ (0,79 \ln Re_{D_h} - 1,64)^{-2}, & \text{si } Re_{D_h} > 2300 \end{cases}$$

$$C_1 = 3,2 \left(\frac{Re_{D_h} \cdot D_h}{L_d} \right)^{0,57}$$

$$C_2 = 4,7 + 19,64 \left[\frac{\alpha_c^2 + 1}{(\alpha_c + 1)^2} \right]$$

$$\alpha_c = \frac{2w_c}{H_c}$$

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k_f}$$

$$Re_{D_h} = \frac{\bar{V}_f D_h}{\nu}$$

3. ESTUDIO PREVIO

Antes de continuar con la metodología, se expone brevemente el trabajo previo realizado para el afianzamiento tanto de la metodología de diseño, como del modelo matemático a utilizar. Por ello, como primera estrategia, se seleccionó de la literatura el modelo presentado por Khan et al. en [24]. En este modelo se destaca, como principal característica, la consideración del enrarecimiento del aire que fluye a través de los microcanales. Este fenómeno, en la literatura, se asocia con el número de Knudsen (Kn), que se define como el cociente entre el camino libre promedio (λ), propio del gas, y el diámetro hidráulico efectivo del canal (D_h). Seguidamente, con este modelo se realiza una simulación de Montecarlo empleando 10^{10} muestras aleatorias para cada variable del disipador. Como resultado, se obtuvo un conjunto de intervalos para cada parámetro, Tabla 8, que dan lugar a un diseño factible de disipador de calor con microcanales rectangulares; sin embargo, para las condiciones asumidas, éste no corresponde al óptimo.

Por tanto, en la búsqueda del diseño con tasa mínima de generación de entropía, se implementaron y ajustaron paramétricamente dos estrategias de optimización no convencional: el método de Enjambre de Partículas Unificado (UPSO) y el de Búsqueda Armónica (HS). Con ellos, se obtuvieron diseños de disipadores para diferentes escenarios, que incluyeron la variación de las restricciones, del material de construcción (entre molibdeno, tungsteno, aluminio, óxido de berilio, carburo de silicio, oro, nitruro de aluminio y cobre), y de la tasa de transferencia de calor. Adicionalmente, los resultados obtenidos se compararon con los determinados por Khan et al. en [46] utilizando el mismo modelo junto con el Algoritmo Genético (GA). De esto se notó que las variables de diseño ($\alpha_c = 2w_c/H_c$ y $\beta = w_c/w_p$) siguen la misma tendencia, en función de Kn y del flujo volumétrico (G_d), que las reportadas en [46].

La información detallada de este estudio previo no se presenta por motivos de espacio. No obstante, se encontró que la dispersión en los resultados hallados por HS es dos veces menor que la hallada por UPSO. Asimismo, el primero tiene una probabilidad del 23,5% de encontrar el diseño óptimo, mientras que el segundo tan solo tiene el 9,6%. La totalidad de los resultados obtenidos se condensaron en el artículo “*Designing Optimal Microchannels. A Comparison of two Global Optimisation Algorithms*”, enviado al Heat Transfer Engineering Journal (Publicado por Taylor and Francis).

Tabla 8. Resultados obtenidos de la simulación por Montecarlo utilizando el modelo matemático presentado en [24].

Parámetro	Valor mínimo	Valor máximo	Unidad
\dot{S}_{gen}	0,4340	0,4459	W/K

$\dot{S}_{gen,\Delta P}$	0,0367	0,0373	W/K
$\dot{S}_{gen,\Delta T}$	0,3973	0,4086	W/K
R_{eq}	0,3387	0,3527	K/W
ΔP	1573,6436	1599,3707	Pa
\bar{V}_f	2,7793	3,5731	m/s
H_c	$173,39 \times 10^{-4}$	$1,0327 \times 10^{-1}$	m
w_c	$8,2103 \times 10^{-5}$	$8,4662 \times 10^{-5}$	m
w_p	$8,9911 \times 10^{-8}$	$8,2103 \times 10^{-5}$	m

4. METODOLOGÍA

Los resultados de simulación de este trabajo se obtuvieron utilizando una computadora personal ASUS® S46C con las siguientes especificaciones: CPU Intel® Core™ i7-3537U @ 2,00 GHz – 2,50 GHz, RAM de 6 GB, con sistema operativo Microsoft® Windows™ 8.1 Single de 64 bits. A continuación se presenta la metodología seguida.

4.1. Pruebas paramétricas de los métodos de optimización

Para la implementación de cada método de optimización (SA, UPSO y SO) se consideraron los parámetros mostrados en la Tabla 9, con un número máximo de pasos igual a 1000. Además, se definió como criterio de convergencia el error absoluto, entre el valor obtenido y el valor esperado de la función objetivo, menor a 1×10^{-6} . Con todos los métodos se realizaron 50 ejecuciones para cada combinación de parámetros en cada una de las funciones de prueba estándar seleccionadas (Tabla 10). Estas funciones se eligieron con base en la naturaleza de sus expresiones, tomando como patrón la ecuación de la tasa de generación de entropía (Tabla 7). En el Anexo II se presentan con mayor detalle cada una de las funciones resumidas en la Tabla 10.

Tabla 9. Lista de valores para los parámetros de cada método.

Método	Parámetro	Lista de valores
SA	Ψ_{SA}	25 y 100
	T	200; 800 y 1400
	c	0,6; 0,8 y 0,9
	k_B	1
UPSO	Ψ_{UPSO}	25 y 100
	ϕ_1 y ϕ_2	2; 2,5 y 3
	χ	0,6 y 0,8
	u	0,2; 0,5 y 0,8
SO	Ψ_{SO}	25 y 100
	θ	$\pi/8$; $\pi/4$ y $\pi/2$
	r	0,9; 0,95 y 0,99

Tabla 10. Funciones de prueba estándar empleadas para las pruebas paramétricas de los algoritmos de optimización.

Núm.	Función	Dimensiones	Continua	Multimodo
1	Ackley	2 y 5	X	X
2	Alpine 1	2 y 5	X	X

3	Beale	2	X	
4	Bird	2	X	X
5	Bukin 2	2	X	X
6	Colville	4	X	X
7	Cube	2	X	
8	Drop Water	4 y 5	X	X
9	Hosaki	2	X	X
10	Needle Eye	2 y 5		X
11	Powell 4	4	X	
12	Rosenbrock	2 y 5	X	
13	Six Hump Camel	2	X	X
14	Step	2 y 5	X	
15	Stochastic	2 y 5		X
16	Trid 6	6	X	X
17	Wayburn Seader 1	2	X	X

Una vez se realizaron todas las ejecuciones, se calculó la tasa de convergencia ($T.C.$) para cada configuración de parámetros con

$$T.C. = \frac{\text{Número de Resultados por Convergencia}}{\text{Número de Ejecuciones Realizadas}}. \quad (92)$$

Seguidamente, se encontró la $T.C.$ promedio de las configuraciones utilizadas en todas las funciones de prueba estándar. Luego, se organizaron descendientemente los resultados obtenidos, para hallar el mejor conjunto de parámetros de cada uno de los tres métodos de optimización. Adicionalmente, se utilizó el menor número promedio de iteraciones como criterio auxiliar de selección. Debido al volumen de los datos generados en esta etapa del trabajo, fue necesario emplear dos tareas *MapReduce*, utilizando la API de *Apache™ Hadoop®* v2.3.0, que se describen brevemente a continuación.

La primera tarea *MapReduce* consistió en el cálculo de la tasa de convergencia, utilizando los valores de la función objetivo, y los valores promedio, desviación estándar, mínimo y máximo del número de pasos requerido, para cada una de las ejecuciones realizadas en cada prueba. Con la segunda tarea, se determinó un puntaje para cada uno de los valores asignados a los parámetros, que dependía de los valores promedio y desviaciones estándar de los resultados obtenidos en la primera tarea. Posteriormente, estos valores se organizaron por cada método empleado.

4.2. Pruebas del modelo matemático

En esta sección se compara el modelo matemático obtenido y el modelo básico de un disipador de calor de tipo microcanal, a través de seis casos diferentes de variación de parámetros como: la longitud y el ancho de los canales, la conductividad térmica del material, la temperatura del flujo a la entrada y el área efectiva del chip para la transferencia de calor. Para esto se emplea la expresión de la tasa de generación de entropía (\dot{S}_{gen}) presentada en (46),

$$\dot{S}_{gen} = \frac{\dot{Q}_d^2}{T_a T_i} R_{eq} + \frac{G_d}{T_a} \Delta P \quad (46)$$

donde R_{eq} se reemplaza con (32) o (77) si el modelo a utilizar es el básico o el correspondiente al sistema mostrado en la Figura 18,

$$R_{eq} = \frac{1}{\bar{h} A'_{ef} \eta_o} + \frac{1}{\dot{m}_d c_p}, \quad (32)$$

$$R_{eq} = \frac{R'_i}{W_i L_i} + \frac{1}{\sqrt{\pi} k \cdot a} \cdot \left[\frac{\varepsilon \cdot \tau}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{2} \cdot (1 - \varepsilon)^{\frac{3}{2}} \cdot \Phi_b \right] + \frac{1}{\bar{h} A'_{ef}} + \frac{\rho}{G_d c_p}. \quad (77)$$

Los demás parámetros en \dot{S}_{gen} (relacionados con el flujo de fluido) se calculan de acuerdo a las expresiones de la Tabla 7, considerando el flujo como laminar y completamente desarrollado para ambos modelos. Adicionalmente, se asumen los valores presentados en la Tabla 11 para los parámetros del disipador de calor, basados en los utilizados por Khan et al. [70] y Chen et al. [42].

Tabla 11. Valores asumidos para los parámetros del modelo.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor promedio
L_d, L_i (m)	51×10^{-3}	T_a (K)	300
W_d, W_i (m)	51×10^{-3}	G_d (m ³ /s)	7×10^{-3}
H_c (m)	$1,7 \times 10^{-3}$	k (W/m · K)	148
t_b (m)	$0,1 \times 10^{-3}$	k_f (W/m · K)	0,0261
$2w_c$ (m)	250×10^{-6}	ρ (kg/m ³)	1,1614
$2w_p$ (m)	140×10^{-6}	c_p (J/kg · K)	1007
\dot{q} (W/m ²)	150×10^3	ν (m ² /s)	$1,58 \times 10^{-5}$
R'_i (m ² · K/W)	27×10^{-3}	Pr	0,71

4.3. Escenarios de diseño

El diseño de un disipador de calor de microcanales rectangulares, con base en el criterio de mínima generación de entropía, consistió en resolver el problema de optimización mostrado en (93), teniendo en cuenta el modelo presentado en la Tabla 7. Para esto se emplearon los métodos de optimización de Recocido Simulado (SA), de Enjambre de Partículas Unificado (UPSO) y de La Espiral (SO), previamente ajustados con las funciones de prueba estándar.

$$\begin{aligned} \text{mín}\{\dot{S}_{gen}\} &= \text{mín} \left\{ \frac{\dot{Q}_d^2}{T_a T_i} R_{eq} + \frac{G_d}{T_a} \Delta P \right\} \\ \text{sujeto a} \quad g_1 &= \frac{2w_c}{H_c} - 1 \leq 0 \\ g_2 &= 1 - \frac{w_c}{w_p} \leq 0 \end{aligned} \quad (93)$$

En la segunda parte de este trabajo, se realizaron diseños óptimos de disipadores con microcanales, en tres grupos de escenarios de operación. En el primer conjunto de ellos se consideraron diferentes valores para el flujo volumétrico (G_d) desde 0,001 m³/s hasta 0,01 m³/s con pasos de 0,0005 m³/s, empleando silicio como material del disipador y aire como el fluido de trabajo. En el segundo grupo de escenarios se consideró el silicio, el aluminio y el cobre como posibles materiales para el disipador, y el aire y el amoniaco gaseoso como fluidos de trabajo, preservando el rango de valores para G_d . Por último, en el tercer grupo se consideraron, adicionalmente, el carburo de silicio y el nitruro de aluminio como materiales, y aire con 10%, 50% y 90% de humedad como fluidos de trabajo. Esto con el fin de emular condiciones cercanas a la operación real de los disipadores de calor. Además, se consideró el flujo volumétrico G_d como una variable de diseño. Los valores promedio asumidos, a una temperatura de 300 K, para las propiedades termofísicas de los materiales y de los fluidos de trabajo se muestran en la Tabla 12. Asimismo, en la Tabla 13 se presentan las especificaciones de diseño consideradas, basadas en [20], [96], [101] para propósitos comparativos, junto con las restricciones adicionales para las variables de diseño α_c ($= 2w_c/H_c$), β ($= w_c/w_p$) y G_d en (94).

Tabla 12. Valores promedio asumidos para las propiedades termofísicas de los materiales y los fluidos de trabajo considerados.

Material/Fluido	ρ (kg/m ³)	k (W/m · K)	$\nu \times 10^{-5}$ (m ² /s)	c_p (J/kg · K)
Silicio (Si)	2330	148	-	703
Aluminio (Al)	2707	237	-	910
Cobre (Cu)	8954	401	-	390
Carburo de silicio (SiC)	3300	270	-	750

Nitruro de aluminio (AlN)	3300	320	-	740
Aire	1,1614	0,0261	1,58	1007
Amoniaco gaseoso	0,7	0,027	1,4654	2158
Aire con 10% de humedad	1,1743	0,02671	1,5332	1009
Aire con 50% de humedad	1,1681	0,027655	1,5312	1025
Aire con 90% de humedad	1,1618	0,028583	1,5293	1042

Tabla 13. Valores asumidos para los parámetros del disipador.

Parámetro	Valor
L_d, L_i (m)	50×10^{-3}
W_d, W_i (m)	50×10^{-3}
L_{tu} (m)	0,5
D_{tu} (m)	$1,9 \times 10^{-2}$
H_c (m)	25×10^{-3}
G_d (m ³ /s)	$4,5 \times 10^{-3}$
\dot{q} (W/m ²)	50×10^3

$$\begin{aligned}
 0,001 &\leq \alpha_c \leq 0,1 \\
 2 &\leq \beta \leq 10 \\
 0,001 \text{ m}^3/\text{s} &\leq G_d \leq 0,01 \text{ m}^3/\text{s}
 \end{aligned} \tag{94}$$

Adicionalmente, a título de ejemplo se utilizó el método de *La Espiral* para contrastar los diseños de disipadores de calor de cobre, con aire húmedo como fluido de trabajo, empleando dos aproximaciones diferentes para el coeficiente de película promedio (\bar{h}). Para esto se asumió el flujo de fluido con régimen laminar ($Re_{D_h} \lesssim 2300$). Así, la primera aproximación de \bar{h} se relaciona con la geometría del canal y la conductividad térmica del fluido como se muestra en (95). Ésta fue reescrita de (86) con base en (57). Mientras que la segunda aproximación corresponde a la expresión en (59), que depende de la humedad relativa (HR) del fluido y de la diferencia de temperaturas entre la superficie interna de los canales y el ambiente ($T_s - T_a$). Esta última se reescribe a continuación para facilitar la lectura.

$$\bar{h} = \frac{k_f}{D_h} \left[2,253 + 8,164 \left(\frac{1}{1 + \alpha_c} \right)^{1,5} \right] \tag{95}$$

$$\left[\frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2} \right] = \left[\frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}} \right] \left[\frac{1}{\text{m}} \right] [\text{Adim}]$$

$$\bar{h} = 110,96 + 203,11(\text{HR})^{2,17} (T_s - T_a)^{0,1} \tag{59}$$

$$\left[\frac{W}{K \cdot m^2} \right] = \left[\frac{W}{K \cdot m^2} \right] + \left[\frac{W}{K \cdot m^2} \right]$$

4.4. Problema de diseño multiobjetivo

Finalmente, como última etapa de este trabajo se plantea, y se resuelve, un problema de diseño multiobjetivo de disipadores de calor con microcanales rectangulares. Para esto se seleccionó, como primer criterio de diseño, la tasa de generación de entropía total, relacionada con la eficiencia energética del sistema, y como segundo criterio se definió el costo del material (C_{mat}) para la construcción del disipador de calor, [102], [103]. El C_{mat} se calculó como en (96),

$$C_{mat} = M_d \cdot \frac{\mathcal{P}_{mat}}{\mathcal{P}_{m\acute{a}x}} \quad (96)$$

donde M_d es la masa total del disipador en términos de su geometría y densidad (97), \mathcal{P}_{mat} es el precio por unidad de masa del material utilizado para el disipador y $\mathcal{P}_{m\acute{a}x}$ es el precio por unidad de masa del material más costoso entre el conjunto de opciones consideradas. Los valores de \mathcal{P}_{mat} para cada uno de los materiales seleccionados para este trabajo se presentan en la Tabla 14.

$$M_d = 2\rho L_d \cdot [W_d H_b + w_p H_c (N_c + 1)] \quad (97)$$

Tabla 14. Precios (en dólar americano por kilogramo) asumidos para los materiales del disipador de calor en forma de polvo. Valores tomados del catálogo web de *Goodfellow Cambridge Limited* en el mes de diciembre de 2014 [104].

Material (en polvo)	Pureza	Tamaño máx. partícula (μm)	\mathcal{P}_{mat} (USD/kg)	$\mathcal{P}_{mat}/\mathcal{P}_{m\acute{a}x}$
Silicio (Si)	99,998%	45	32900	0,45
Aluminio (Al)	99,900%	60	1780	0,02
Cobre (Cu)	99,999%	800	73800	1,00
Carburo de silicio (SiC)	99,000%	0,1-1	4060	0,06
Nitruro de aluminio (AlN)	99,500%	1,4	14400	0,20

Con lo anterior, el problema de optimización multiobjetivo se escribe como:

$$\begin{aligned} \min\{\dot{S}_{gen}, C_{mat}\} &= \min\left\{\frac{\dot{Q}_d^2}{T_a T_i} R_{eq} + \frac{G_d}{T_a} \Delta P, M_d \frac{\mathcal{P}_{mat}}{\mathcal{P}_{m\acute{a}x}}\right\} \\ \text{sujeto a} & \\ & 0,001 \leq \alpha_c \leq 0,1 \end{aligned} \quad (98)$$

$$0,001 \text{ m}^3/\text{s} \leq G_d \leq 0,01 \text{ m}^3/\text{s}$$

Éste se transformó a un problema de optimización sencillo ponderando las dos funciones objetivo en una sola expresión (99), siendo ω un indicador de qué tan importante es reducir el costo del material, con respecto a la entropía generada, en un diseño particular de un disipador de calor. El valor de ω varía entre cero y uno, siendo $\omega = 0$ un diseño basado únicamente en la eficiencia energética, y $\omega = 1$, uno enfocado en la reducción del costo del material.

$$f_{obj}(\dot{S}_{gen}, C_{mat}) = \dot{S}_{gen} \cdot (1 - \omega) + 10 \cdot C_{mat} \cdot \omega$$

(99)

sujeto a $0,001 \leq \alpha_c \leq 0,1$
 $2 \leq \beta \leq 10$
 $0,001 \text{ m}^3/\text{s} \leq G_d \leq 0,01 \text{ m}^3/\text{s}$

En este trabajo se resolvió (99) con los tres métodos de optimización seleccionados (SA, UPSO y SO) para un conjunto de valores de ω ($= 0; 0,1; 0,2; \dots; 1$), a manera de evaluar diferentes condiciones de diseño. Además, se emplearon todos los materiales y los fluidos de trabajo presentados en Tabla 12.

5. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

Inicialmente este capítulo presenta las diferentes pruebas relacionadas con los algoritmos de optimización implementados en este trabajo. Seguidamente, se resuelven los problemas de diseño preparados a título de ejercicio demostrativo de la forma como se resolvió el modelo matemático, ecuación (77)—Tabla 7, transformándolo en un problema de optimización y adicionándole restricciones, de acuerdo con lo descrito en la metodología.

5.1. Pruebas paramétricas de los métodos de optimización

Luego de utilizar los métodos de optimización Recocido Simulado (SA), Enjambre de Partículas Unificado (UPSO) y La Espiral (SO), con diferentes parámetros de control, para minimizar las funciones de prueba estándar seleccionadas (Tabla 10), se obtuvieron los valores promedio y la desviación estándar resumidos en la Tabla 15. Se observa que UPSO y SO exhiben, en general, mayor precisión y exactitud que el método de recocido simulado. Esto se debe, principalmente, a que estas dos técnicas se encuentran basadas en la inteligencia del enjambre, reduciendo fuertemente la probabilidad de llegar a una respuesta errónea por estancamiento en un óptimo local.

Tabla 15. Promedio y desviación estándar de los resultados obtenidos para las funciones de prueba utilizando los métodos de optimización SA, UPSO y SO.

Función	Teórico	SA		UPSO		SO	
	f_{min}	$f_{min,prom}$	$f_{min,desv}$	$f_{min,prom}$	$f_{min,desv}$	$f_{min,prom}$	$f_{min,desv}$
Ackley (2D)	0,0000	5,3554	2,0186	5,8308E-07	2,3537E-07	5,9609E-03	4,1720E-02
Ackley (5D)	0,0000	6,0078	1,3565	7,9414E-07	1,5366E-07	0,7465	0,2974
Alpine 1 (2D)	0,0000	1,6073E-04	2,1370E-04	5,4161E-07	2,5209E-07	1,9391E-04	9,6737E-04
Alpine 1 (5D)	0,0000	1,7673E-02	2,2782E-02	7,4628E-07	1,7081E-07	0,1199	0,1522
Beale (2D)	0,0000	0,4164	1,3282	4,0592E-07	2,4162E-07	3,9475E-07	2,9804E-07
Bird (2D)	-106,7645	-86,7194	38,3874	-107,0000	0,0000	-106,9000	0,4583
Bukin 2 (2D)	0,0000	4,2820E-07	2,6686E-07	3,7082E-07	2,5443E-07	4,2022E-07	3,1599E-07
Colville (4D)	0,0000	2,9614E-05	2,1734E-05	9,2509E-07	1,6896E-07	1,5403	2,1877
Cube (2D)	0,0000	4,0180E-07	2,7769E-07	4,2996E-07	3,0114E-07	3,9652E-07	2,8179E-07
Drop Water (2D)	-1,0000	-0,3555	0,2205	-1,0000	0,0000	-0,9987	8,9600E-03
Drop Water (5D)	-1,0000	-0,1514	0,0717	-0,9458	0,0226	-0,9288	2,9240E-02
Hosaki (2D)	-2,3458	-1,9814	0,5512	-2,3500	0,0000	-2,3496	1,9596E-03
Needle Eye (2D)	1,0000	33,5600	47,4772	1,0000	0,0000	41,4600	49,5610
Needle Eye (5D)	1,0000	352,9200	49,9843	1,0000	0,0000	362,3600	51,6928
Powell 4 (4D)	0,0000	6,0290E-07	3,1451E-07	5,8378E-07	2,5319E-07	2,3149E-04	5,3742E-04
Rosenbrock (2D)	0,0000	4,3948E-07	2,7564E-07	3,7909E-07	2,6022E-07	4,4373E-07	3,0272E-07

Rosenbrock (5D)	0,0000	0,3200	1,0645	3,3081	19,7114	112,0836	165,9705
Six Hump Camel (2D)	-1,0316	-0,2495	1,0205	-1,0300	0,0000	-1,0300	5,1619E-08
Step (2D)	0,0000	4522,880	3391,7351	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Step (5D)	0,0000	10057,200	5547,8367	0,0000	0,0000	12,8800	34,6800
Stochastic (2D)	0,0000	6,1660E-03	3,9123E-03	5,2873E-07	2,5182E-07	1,7568E-03	4,1274E-03
Stochastic (5D)	0,0000	0,3766	0,2123	7,1094E-07	2,0126E-07	0,1858	0,1819
Trid 6 (6D)	-50,0000	-50,0000	0,0000	-50,0000	0,0000	-49,8880	0,1306
Wayburn Seader 1 (2D)	0,0000	4,6454E-07	2,4981E-07	4,1300E-07	2,5838E-07	4,2888E-07	2,7511E-07

La Tabla 16 presenta el valor promedio, la desviación estándar y la moda para los parámetros de cada técnica de optimización, encontrados con la mejor configuración de valores (en términos de la tasa de convergencia $T.C.$), por cada función de prueba. Los valores escogidos para pruebas posteriores se seleccionaron teniendo en cuenta la moda. En el anexo III se detalla la información obtenida durante la etapa de pruebas paramétricas de los métodos de optimización.

Tabla 16. Estadísticas calculadas para cada uno de los parámetros de los métodos de optimización utilizando las funciones de prueba estándar seleccionadas.

Método	Parámetro	Valor Prom.	Desv. Est.	Moda
SA	Ψ_{SA}	81	35	100
	T	1025	446	1400
	c	0,69	0,12	0,6
UPSO	Ψ_{UPSO}	97	16	100
	ϕ_1	2,45	0,43	2,0
	ϕ_2	2,43	0,39	2,5
	χ	0,64	0,08	0,6
	u	0,58	0,21	0,5
SO	Ψ_{SO}	81	34	100
	θ	0,0896	0,0540	0,393
	r	0,96	0,04	0,99

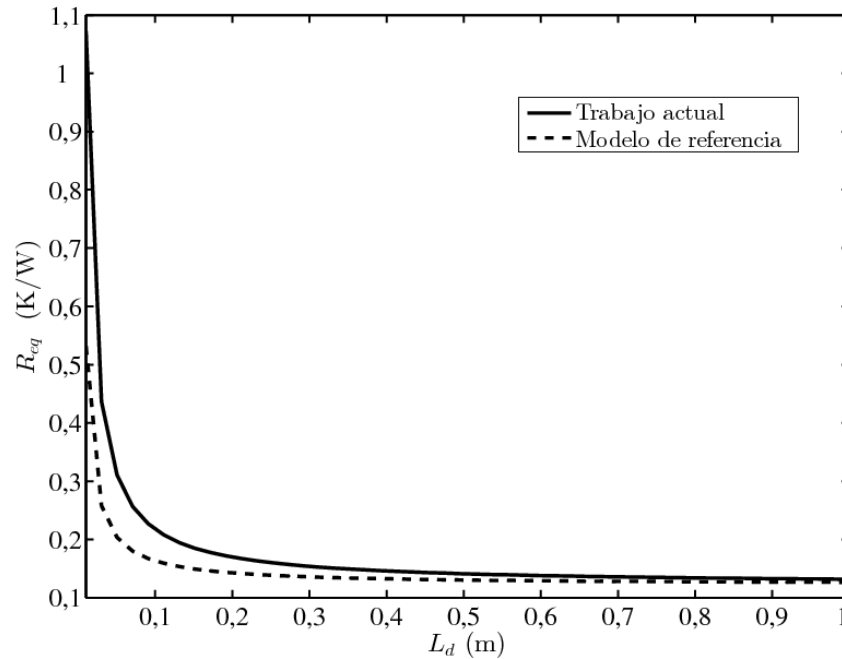
5.2. Pruebas del modelo matemático

5.2.1. Longitud de los canales

La resistencia térmica equivalente para cada modelo del disipador se compone de las resistencias relacionadas con los medios que el flujo de calor atraviesa, desde la superficie

externa del dispositivo hasta el fluido de trabajo. A excepción de la resistencia del fluido R_f , todas están estrechamente relacionadas con la longitud de los canales (o del disipador), L_d . Por tanto, a medida que se incrementa L_d el área efectiva para la transferencia de calor también aumenta y, por ende, la resistencia térmica equivalente decrece a un mínimo dado por el flujo de fluido. Lo anterior se comprueba con la Figura 23, donde se varía L_d entre 0,01 m y 1 m, y donde R_{eq} sigue el comportamiento del modelo de referencia. Cabe aclarar que en la figura se observa una discrepancia en magnitud, debida a las consideraciones adicionales en el disipador, como los efectos térmicos de la grasa en la interfaz y de la placa base.

Figura 23. Variación de la resistencia térmica equivalente R_{eq} en $0,01 \leq L_d \leq 1$ m, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).



Teniendo en cuenta el comportamiento anterior de R_{eq} , en la Figura 24 se muestra cómo varían las temperaturas promedio de la interfaz y del fluido, al incrementar L_d , además de notarse la tendencia lineal de las temperaturas con respecto a la profundidad de los canales, con una diferencia constante $T_i - T_f$. No obstante, se debe aclarar que este comportamiento es válido para la condición asumida de flujo laminar completamente desarrollado. En el caso del modelo de referencia (32) la temperatura por la que ingresa el flujo de calor al disipador es $T_i = T_s$.

Adicionalmente, se debe notar que una diferencia de temperatura respecto al ambiente, $\Delta T = T_i - T_a$, puede ser considerada peligrosa para el dispositivo electrónico cuando supera los

~70 K. Esto es, para valores de L_d superiores a 0,01 m y 0,07 m de acuerdo con el modelo de estudio y el modelo de referencia, respectivamente. Esta restricción en las temperaturas debe tenerse en cuenta al elegir un valor para L_d en el diseño final de un disipador de calor con microcanales.

La reducción de R_{eq} y el aumento de T_f y T_i en función de L_d dan lugar al incremento de la energía transferida hacia el fluido, y en consecuencia, al aumento de la entropía generada—considerando la creciente diferencia finita de temperaturas $T_i - T_a$, como se muestra en la Figura 25. Una disminución en la resistencia térmica equivalente no implica que el proceso sea óptimo, como en este caso, pues las irreversibilidades serán mayores debido al incremento de ΔT (una de las principales causas de irreversibilidades, inherente a los sistemas reales).

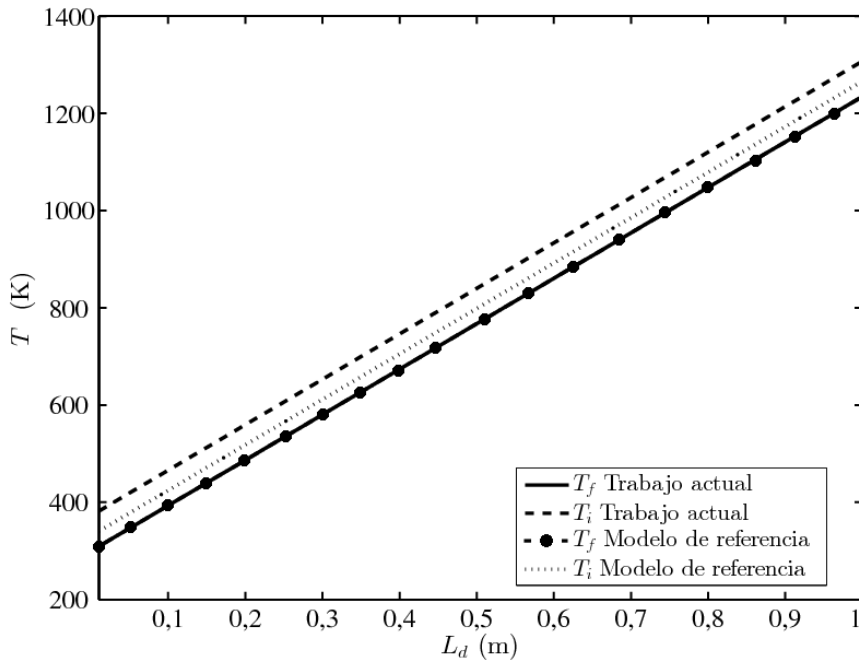


Figura 24. Variación de las temperaturas T_f y T_i , en $0,01 \leq L_d \leq 1$ m, obtenidas con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).

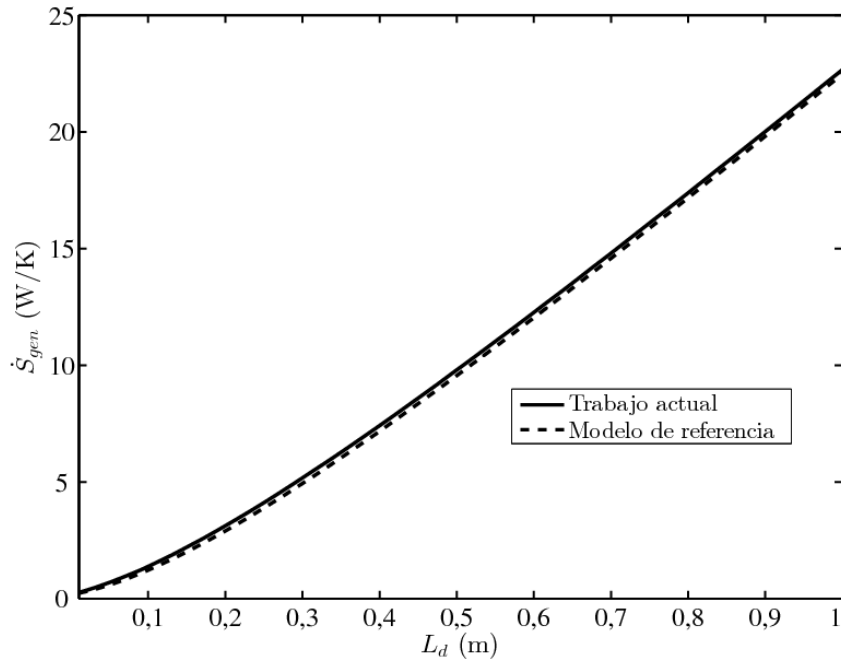
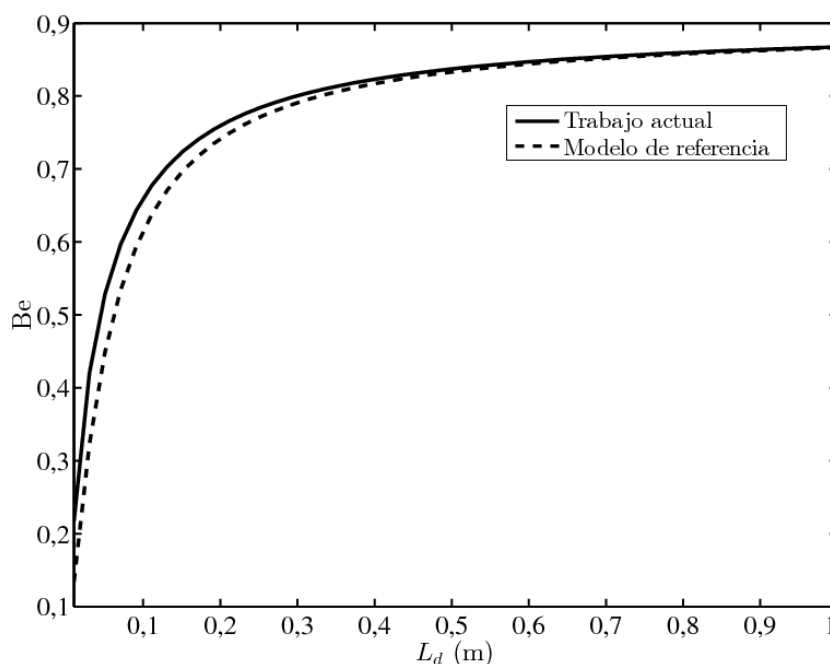


Figura 25. Variación de \dot{S}_{gen} , con $0,01 \leq L_d \leq 1$ m, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).

Otra forma de identificar los fenómenos causantes de irreversibilidades es a través del número de Bejan (Be)—definido como la relación entre la entropía generada por transferencia de calor, $\dot{S}_{gen,\Delta T}$, y la total del sistema, \dot{S}_{gen} , que se muestra en la Figura 26, donde al aumentar L_d el número Be tiende a un valor próximo a 0,9. En otras palabras, este valor indica el efecto dominante de las irreversibilidades debidas a la transferencia de calor.

Figura 26. Variación de Be , con $0,01 \leq L_d \leq 1$ m, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).



Como conclusión, al aumentar la profundidad de los canales se encontró que aunque la resistencia térmica equivalente se haga mínima, la eficiencia del proceso—en términos de la segunda ley de la termodinámica—tiende a reducirse debido al aumento en la diferencia de temperaturas. Entonces, aunque el parámetro L_d generalmente está dado por las especificaciones de diseño (acordes con la geometría y las restricciones del sistema electrónico) es importante valorar su influencia en el proceso de disipación térmica.

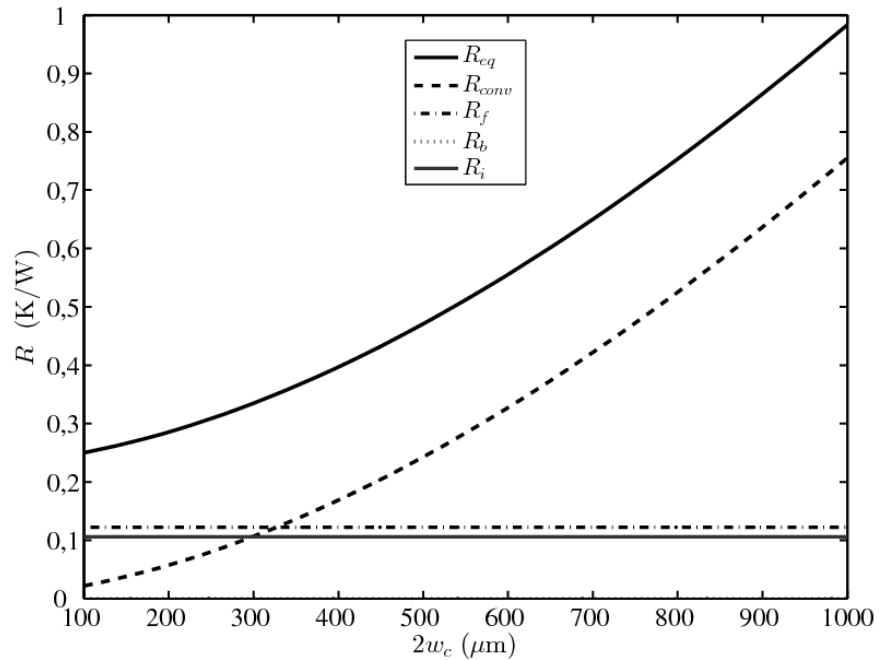
5.2.2. Ancho de los canales

El ancho de los canales es uno de los parámetros más importantes al momento de diseñar un disipador de calor, debido a que éste se relaciona inversamente con el número de canales y, en consecuencia, afecta directamente el caudal de fluido que atraviesa el disipador de calor.

En la Figura 27 se observa que al aumentar el ancho de los canales la resistencia térmica de convección (en el modelo de estudio) aumenta. Esto se debe a que el área efectiva decrece junto con el número de canales y, en consecuencia, la velocidad promedio del flujo y el coeficiente de convección disminuyen. El intervalo asumido para $2w_c$, de $100\ \mu\text{m}$ a $1\ \text{mm}$, permite identificar, en la Figura 27, que el mayor aporte a R_{eq} se debe a R_{conv} , donde las resistencias de la interfaz y del fluido son sensiblemente mayores—y constantes—que la de conducción en la base del disipador. La tendencia de R_{eq} usando el modelo básico, (32), es similar a la mostrada por la Figura 27, con una pequeña variación en la escala debido a la ausencia de los otros aportes resistivos.

Por otra parte, la temperatura de la interfaz sigue la forma de la resistencia térmica equivalente para cada uno de los modelos. Sin embargo, T_f permanece constante debido a que el flujo en todo el disipador, G , es constante y lo único que varía con $2w_c$ es la velocidad promedio del flujo en el interior de los canales. Se debe notar que cuando $2w_c$ tiende a cero, las temperaturas (de acuerdo con el modelo) alcanzan un valor mínimo en el cual no existe transferencia de calor por convección.

Figura 27. Variación las resistencias térmicas, con $100 \mu\text{m} \leq 2w_c \leq 1 \text{ mm}$, obtenidas con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).



La Figura 29 muestra el comportamiento de la tasa de generación de entropía total, \dot{S}_{gen} , al variar el ancho del canal en el disipador, donde es clara la presencia de un valor mínimo debido a los aportes de $\dot{S}_{gen,\Delta T}$ y $\dot{S}_{gen,\Delta P}$ (o de las irreversibilidades por transferencia de calor y flujo de masa). En este caso, $\dot{S}_{gen,\Delta T}$ se incrementa ligeramente con el aumento de $2w_c$, en contraste con la caída abrupta de $\dot{S}_{gen,\Delta P}$. Lo anterior se debe a que conforme los canales se hacen más grandes, la velocidad promedio del flujo a través de ellos se reduce, al igual que la caída de presión entre su entrada y su salida. Siguiendo la analogía de la resistencia térmica con base en los sistemas eléctricos, es fácil reconocer que la resistencia hidráulica del disipador R_H —definida como $R_H = \Delta P/G$ con G constante—decrece cuando se aumenta $2w_c$.

Figura 28. Variación las temperaturas T_i y T_f , con $100 \mu\text{m} \leq 2w_c \leq 1 \text{ mm}$, obtenidas con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).

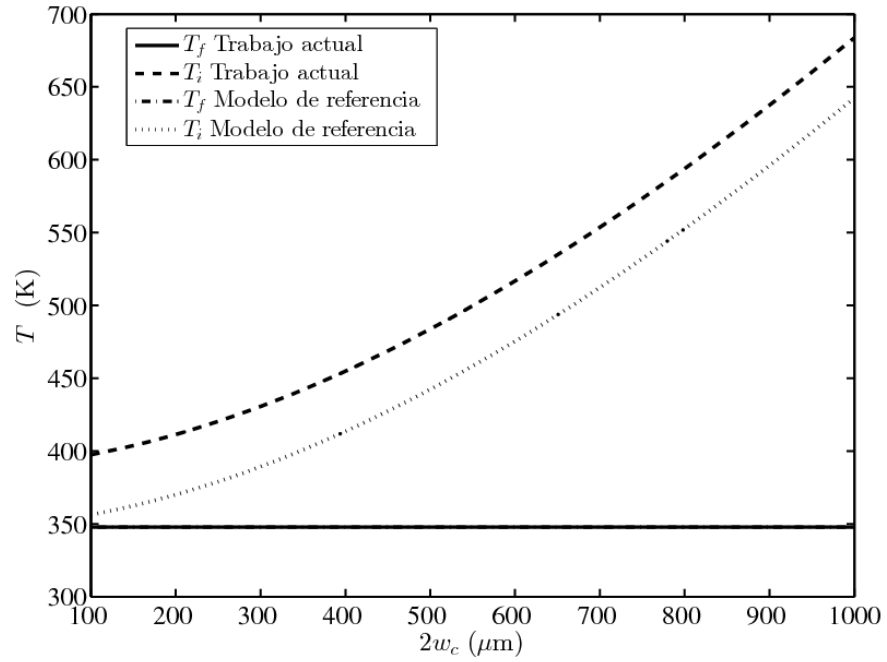
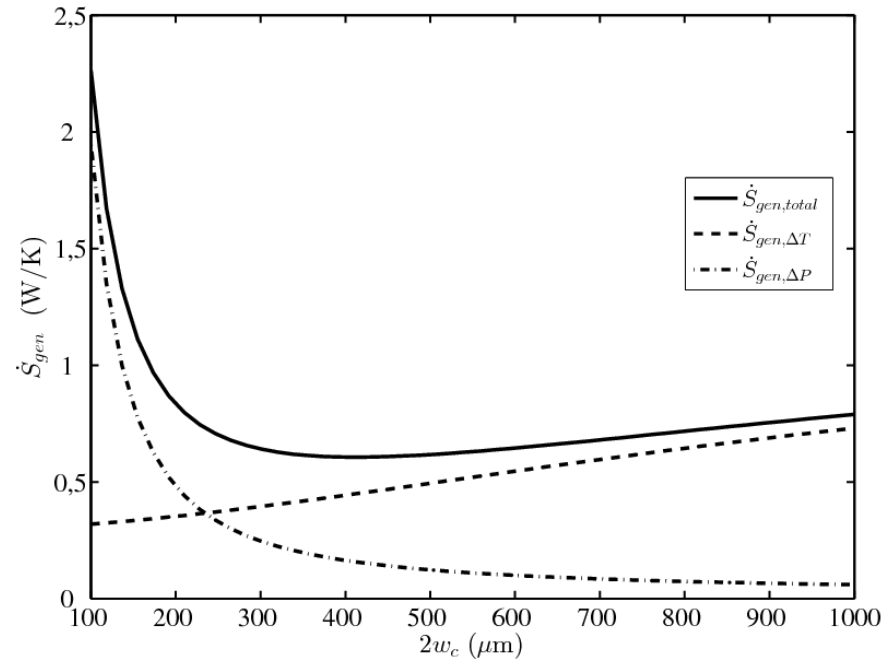


Figura 29. Variación de \dot{S}_{gen} y sus componentes, con $100 \mu\text{m} \leq 2w_c \leq 1 \text{ mm}$, obtenidas con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).



5.2.3. Conductividad térmica del material

En la Figura 30 se muestra el comportamiento de la tasa de entropía generada debido a la transferencia de calor $\dot{S}_{gen,\Delta T}$ en función de la conductividad térmica del disipador k (propiedad del material) entre 10 y 500 W/m · K. La tendencia de $\dot{S}_{gen,\Delta T}$ es ligeramente decreciente con el aumento de k a partir de 150 W/m · K; mientras que para valores menores de la conductividad, el flujo de calor debe realizar un mayor “esfuerzo” para llegar al fluido, lo que se traduce en un aumento de la diferencia de temperaturas, que a su vez, incrementa la entropía generada por ΔT . Por otra parte, $\dot{S}_{gen,\Delta P}$ permanece constante debido a que no depende del tipo de material sino de la geometría de los canales.

5.2.4. Flujo volumétrico

Otra forma de aumentar la transferencia de calor, manteniendo la geometría del disipador fija, consiste en incrementar el flujo volumétrico G , y con esto reducir la resistencia térmica del fluido y la de convección, siendo esta última la de mayor proporción en el sistema (como se observó en los anteriores casos). Sin embargo, el aumento del flujo también genera un incremento en la caída de presión, de manera que el efecto combinado entre el calor y el flujo se compensan, en términos de \dot{S}_{gen} , dando lugar a un punto mínimo para ambos modelos. Lo anterior se muestra en la Figura 31 donde \dot{S}_{gen} varía en función de G , entre $0,1 \times 10^{-3}$ y 10×10^{-3} m³/s.

Adicionalmente, el modelo exhibe un cambio rápido de Be , desde uno a valores cercanos a cero, como se muestra en la Figura 32. Esto indica que aunque se esté mejorando la transferencia de calor al aumentar el flujo, se requerirá de una mayor potencia de bombeo para mantener el flujo con su respectiva caída de presión.

Figura 30. Variación de $\dot{S}_{gen,\Delta T}$, con $10 \leq k \leq 500$ W/m · K, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).

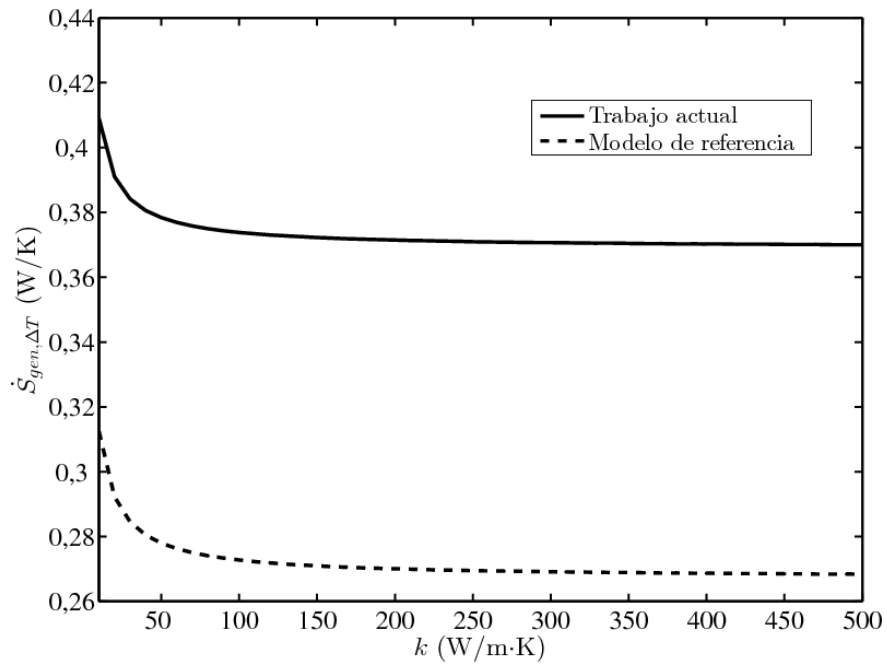


Figura 31. Variación de \dot{S}_{gen} , con $0,1 \times 10^{-3} \leq G \leq 10 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).

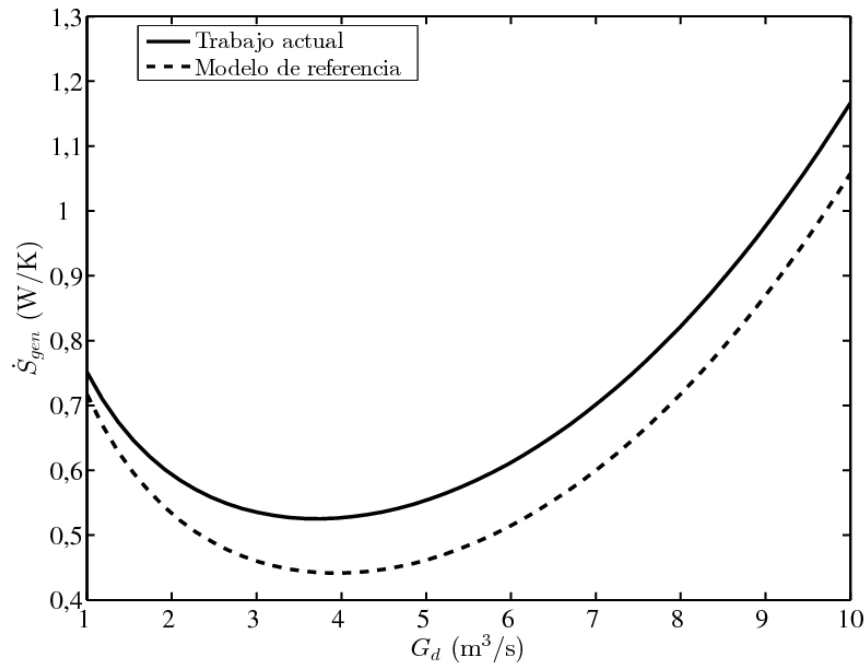
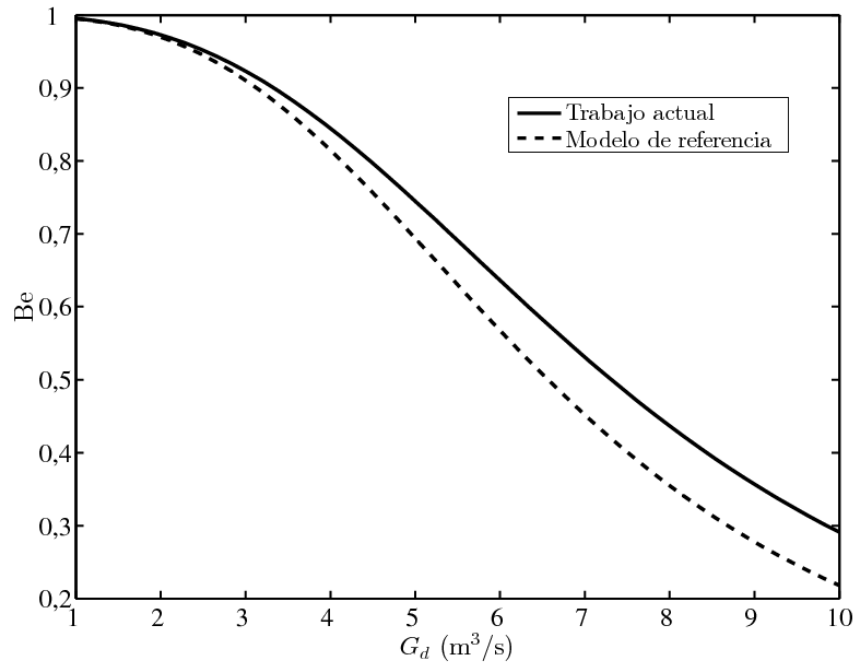


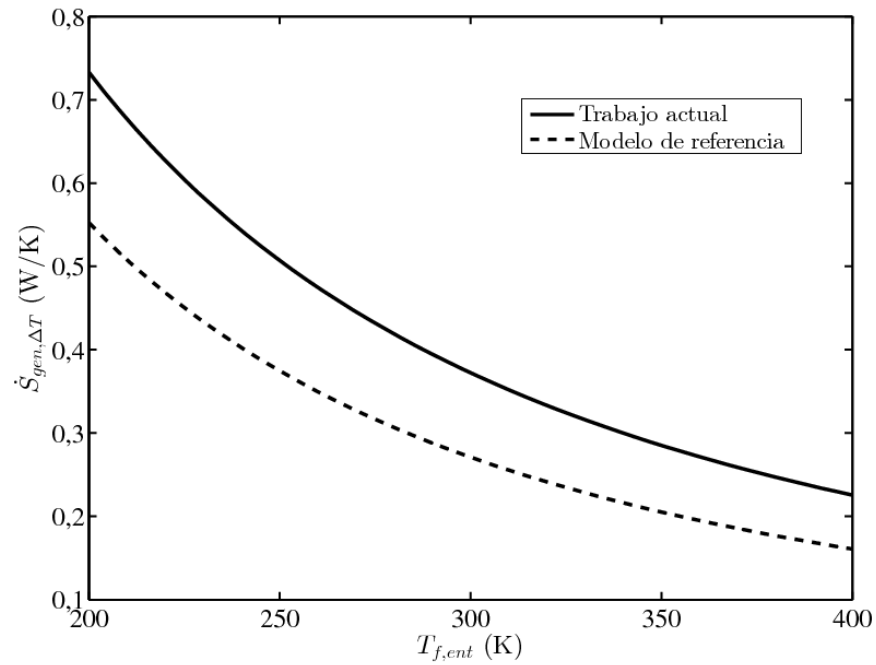
Figura 32. Variación de Be , con $0,1 \times 10^{-3} \leq G \leq 10 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).



5.2.5. Temperatura de entrada del aire

Al incrementar la temperatura del flujo a la entrada, $T_{f,ent}$, en un rango práctico de 200 a 300 K, se presenta una disminución en la tasa de generación de entropía por transferencia de calor del disipador (Figura 33); esto se debe a que $\dot{S}_{gen,\Delta T}$ es inversamente proporcional a la temperatura de la interfaz T_i —relacionada con $T_{f,ent}$. Por otra parte, la variación lineal de las temperaturas T_i y T_f en función de $T_{f,ent}$ se muestra en la Figura 34, donde la diferencia $T_i - T_f$ permanece constante. Con lo anterior, se identifica $T_{f,ent}$ como un parámetro importante para mejorar la transferencia de calor sin aumentar las irreversibilidades por flujo de fluido en el sistema. Sin embargo, se debe tener presente su influencia sobre T_i para así evitar cualquier avería en el chip por exceso de temperatura.

Figura 33. Variación de $\dot{S}_{gen,\Delta T}$, con $200 \leq T_{f,ent} \leq 400$ K, obtenida con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).



5.2.6. Área para transferencia de calor efectiva del chip

Ahora se analiza el caso en el que el área efectiva del chip, A_i , es menor que el área base del disipador, A_b . Esta situación es bastante común en la implementación de disipadores en microelectrónica, y por ello se emplea el modelo actual, que incluye el efecto de dispersión (cuando la fuente es menor al área de conducción). En la Figura 35 se presenta el comportamiento de las temperaturas presentes en el disipador en función de la razón A_i/A_b que va desde 0,04 hasta uno, que indica el caso asumido inicialmente (cuando $A_i = A_b$). La temperatura del fluido T_f y la de la superficie interna de los canales T_s varían linealmente con el aumento gradual de la transferencia neta de calor \dot{Q}_d que depende del área del chip. Por otra parte, la temperatura de la base T_b tiene en cuenta el efecto de la dispersión del flujo de calor en la base del disipador, y por tanto, su comportamiento no lineal se observa en la Figura 35, donde T_b y T_i presentan una mínima diferencia de temperatura para cuando $A_i/A_b \approx 0,82$.

Figura 34. Variación las temperaturas T_i y T_f , con $200 \leq T_{f,ent} \leq 400$ K, obtenidas con el modelo de este trabajo (77) y el modelo de referencia (32).

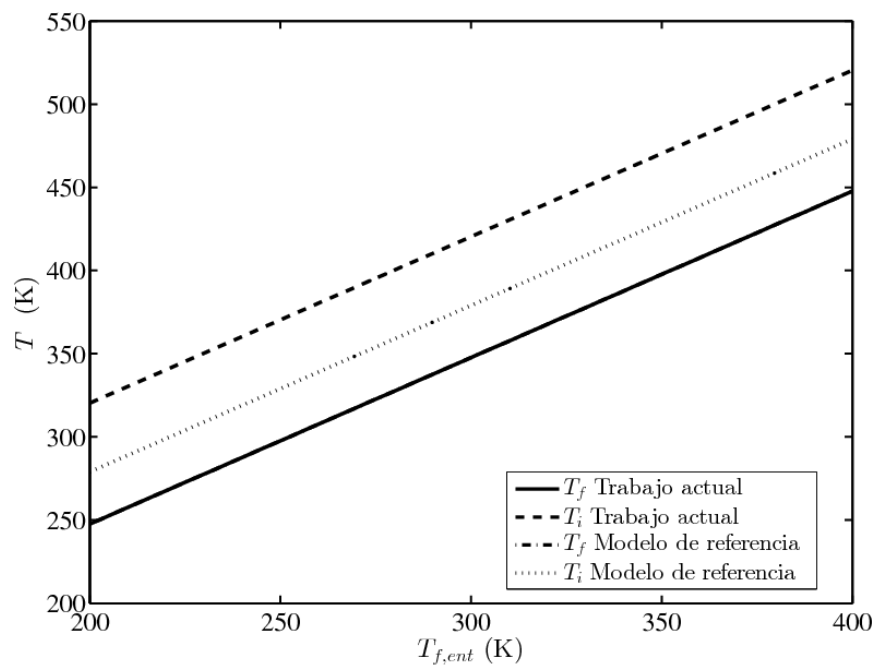
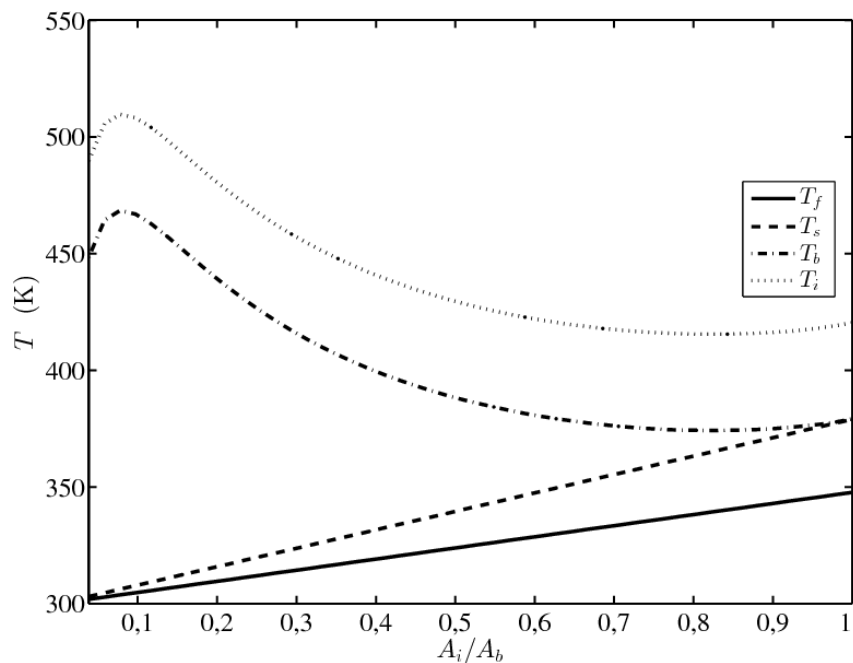


Figura 35. Variación de las temperaturas, con $100 \text{ mm}^2 \leq A_i \leq A_b$, obtenidas con el modelo de este trabajo (77).



Para comparar adecuadamente el efecto de incluir la resistencia de dispersión en el modelo actual, se compara el modelo propuesto en (77) con una modificación de éste, que consiste en la definición de una magnitud adicional de transferencia de calor $\dot{Q}_i (= \dot{q} \cdot A_i)$, para el

flujo \dot{q} proveniente del chip. Con lo anterior, las temperaturas del modelo ajustado se calculan como

$$\begin{aligned} T_i &= T_b + R_i \cdot \dot{Q}_i \\ T_b &= T_s + R_b \cdot \dot{Q}_d \\ T_s &= T_f + R_{conv} \cdot \dot{Q}_d \\ T_f &= T_{f,ent} + R_f \cdot \dot{Q}_d \end{aligned} \quad (100)$$

y, adicionalmente, se tiene en cuenta que R'_b corresponde a la resistencia térmica de conducción en la base del disipador: $R'_b = t_b/kA_b$.

En la Figura 36 se muestra la variación de la resistencia térmica equivalente para ambos modelos, donde el modelo sin dispersión térmica decrece más rápidamente. Por último, en la Figura 37 se observa que cuando la relación A_i/A_b es menor que la unidad, la generación de entropía del modelo con dispersión crece suavemente, caso contrario al modelo que no considera este fenómeno. Entonces, para evitar estimaciones inadecuadas durante el diseño de disipadores de calor, es recomendable considerar la dispersión térmica cuando el área de contacto del chip es menor que la del disipador.

Figura 36. Variación de R_{eq} , con $100 \text{ mm}^2 \leq A_i \leq A_b$, obtenida con el modelo de este trabajo (77) con y sin el efecto de la dispersión térmica.

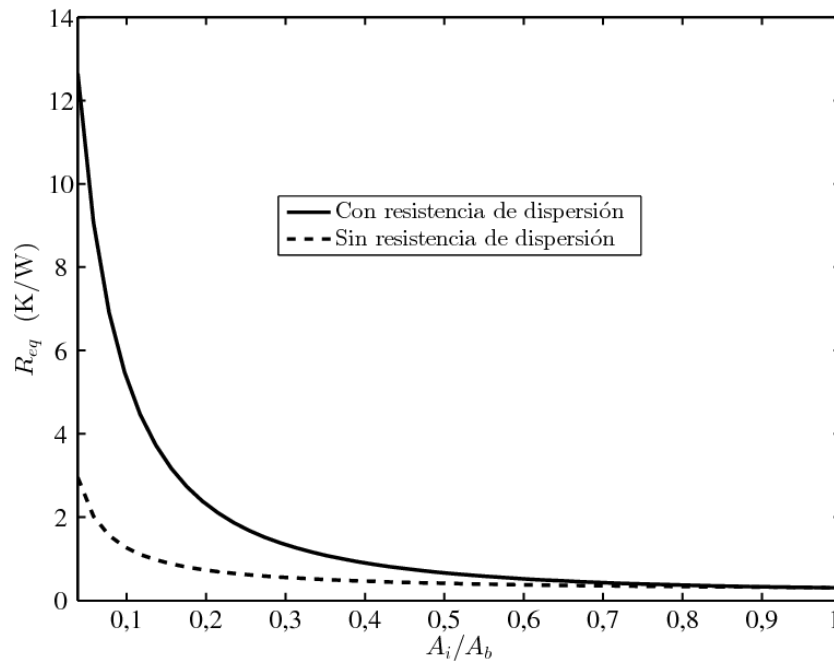
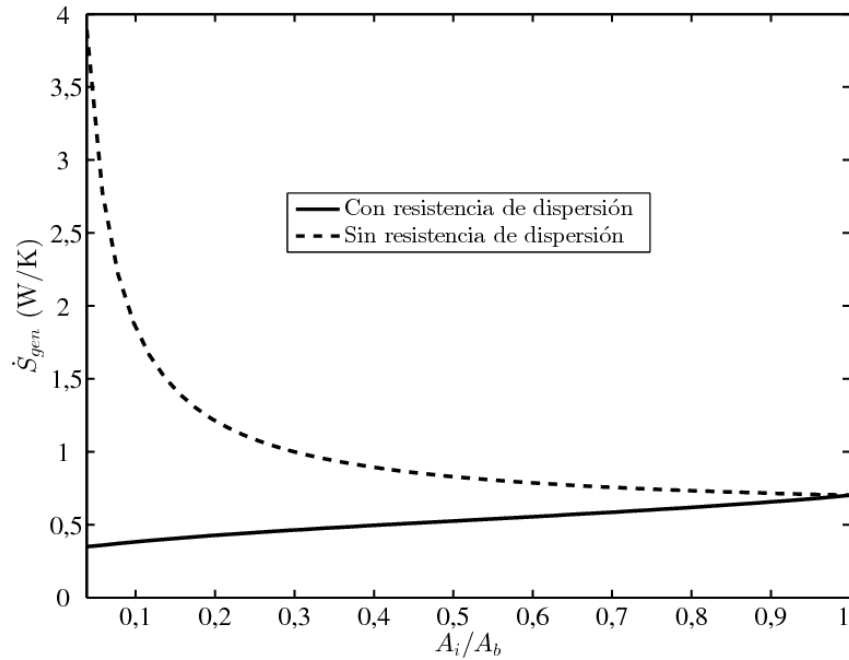


Figura 37. Variación de \dot{S}_{gen} , con $100 \text{ mm}^2 \leq A_i \leq A_b$, obtenida con el modelo de este trabajo (77) con y sin el efecto de la dispersión térmica.



5.2.7. Resumen

En las pruebas anteriores se variaron parámetros como la longitud y el ancho de los canales, la conductividad térmica del material, el flujo volumétrico del fluido, la temperatura de entrada del flujo y el área efectiva del chip para la transferencia de calor. Con los resultados obtenidos se comparó y analizó el modelo de este trabajo (77) contra el modelo básico (32), para las cinco primeras simulaciones. Para la última, se comparó el modelo de este trabajo con y sin el efecto de la dispersión térmica en la base del disipador.

A manera de conclusión, se observa un fuerte compromiso entre las irreversibilidades por transferencia de calor y por flujo de masa, al variar el ancho de los canales ($2w_c$) y el flujo volumétrico (G_d). Por otra parte, la longitud de los canales (L_d) y la conductividad térmica del material (k), en términos de \dot{S}_{gen} , deben ser menor que 0,1 m y mayor que $150 \text{ W/m} \cdot \text{K}$, respectivamente. Sin embargo, la temperatura del fluido a la entrada es un parámetro que debe analizarse con detalle para cada diseño de disipador de calor, ya que aunque la entropía generada sea baja, es posible comprometer el desempeño del chip por exceso de temperatura. Por último, es recomendable emplear un modelo que incluya el efecto de la dispersión térmica a manera de evitar estimaciones erróneas, además de que entre más pequeña sea la razón A_i/A_b menor será la generación de entropía. Naturalmente, esta última afirmación depende de las restricciones del diseño.

5.3. Escenarios de diseño

5.3.1. Diversas magnitudes de flujo volumétrico

Como primer caso de diseño, se obtuvo un disipador de calor de silicio con microcanales rectangulares, con aire como fluido de trabajo, para diferentes magnitudes de flujo volumétrico (G_d). En la Tabla 17 se presentan los resultados obtenidos en términos del promedio, de la desviación estándar y del mejor valor de las tasas mínimas de generación de entropía ($\dot{S}_{gen,mín}$) halladas en las 50 ejecuciones de las técnicas de optimización. Para este caso, el mejor diseño para cada valor de G_d especificado (o escenario de diseño), corresponde al disipador de calor con el menor efecto de las irreversibilidades por calor y por flujo de masa. De la Tabla 17 también se puede notar que el menor valor de $\dot{S}_{gen,mín}$ se encuentra para un valor de G_d entre 0,004 y 0,0045 m³/s. Siendo más específicos, el mejor diseño de un disipador de calor, de silicio con aire como fluido de trabajo, asumiendo G_d como una variable adicional, se encontró para un flujo de 0,004 m³/s con canales rectangulares de dimensiones dadas por $\alpha_c = 2w_c/H_c = 0,0109$ y $\beta = w_c/w_p = 2,2685$, con la tasa de generación de entropía mínima igual a 0,0637 W/K.

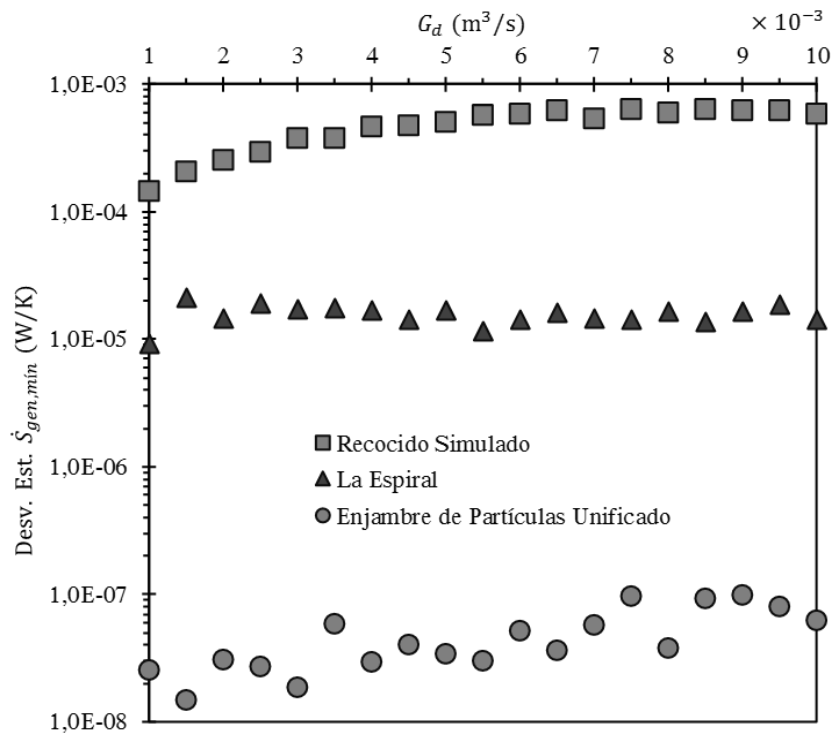
Tabla 17. Diseños obtenidos con SA, UPSO y SO para un disipador de silicio con aire como fluido de trabajo y diferentes condiciones de flujo.

G_d (m ³ /s)	SA			UPSO			SO		
	$\dot{S}_{gen,mín}$ (W/K)			$\dot{S}_{gen,mín}$ (W/K)			$\dot{S}_{gen,mín}$ (W/K)		
	Prom.	Desv. Est.	Mejor	Prom.	Desv. Est.	Mejor	Prom.	Desv. Est.	Mejor
$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-6}$			$\times 10^{-6}$			$\times 10^{-6}$		
1,0	0,122	145,855	0,122	0,122	0,025	0,122	0,122	9,213	0,122
1,5	0,096	208,286	0,096	0,096	0,015	0,096	0,096	21,523	0,096
2,0	0,082	252,474	0,081	0,081	0,031	0,081	0,081	14,612	0,081
2,5	0,073	295,705	0,073	0,073	0,027	0,073	0,073	19,119	0,073
3,0	0,068	378,716	0,068	0,068	0,019	0,068	0,068	17,410	0,068
3,5	0,065	377,173	0,065	0,065	0,059	0,065	0,065	17,797	0,065
4,0	0,064	466,862	0,064	0,064	0,029	0,064	0,064	17,112	0,064
4,5	0,065	475,066	0,064	0,064	0,040	0,064	0,064	14,490	0,064
5,0	0,066	501,416	0,066	0,066	0,034	0,066	0,066	17,059	0,066
5,5	0,069	574,284	0,068	0,068	0,030	0,068	0,068	11,733	0,068
6,0	0,073	580,223	0,072	0,072	0,052	0,072	0,072	14,350	0,072
6,5	0,078	620,351	0,077	0,077	0,036	0,077	0,077	16,340	0,077
7,0	0,084	542,576	0,083	0,083	0,057	0,083	0,083	14,597	0,083
7,5	0,091	631,556	0,091	0,091	0,096	0,091	0,091	14,395	0,091
8,0	0,100	603,088	0,099	0,099	0,038	0,099	0,099	16,567	0,099
8,5	0,109	632,085	0,109	0,109	0,092	0,109	0,109	13,856	0,109
9,0	0,120	620,506	0,120	0,120	0,099	0,120	0,120	16,560	0,120

9,5	0,133	618,378	0,132	0,132	0,081	0,132	0,132	18,657	0,132
10,0	0,147	582,538	0,146	0,146	0,063	0,146	0,146	14,270	0,146

Por otra parte, se debe notar que con el método de Enjambre de Partículas Unificado (UPSO) se presenta la menor variación en los resultados (Tabla 17). En la Figura 38 se muestra la desviación estándar de los resultados encontrados con los tres métodos para los valores de G_d considerados, donde es notable que UPSO varía menos, seguido de La Espiral (SO), y de la técnica de Recocido Simulado (SA).

Figura 38. Desviación estándar de $\dot{S}_{gen,min}$ obtenida con SA, UPSO y SO para diferentes valores de G_d .

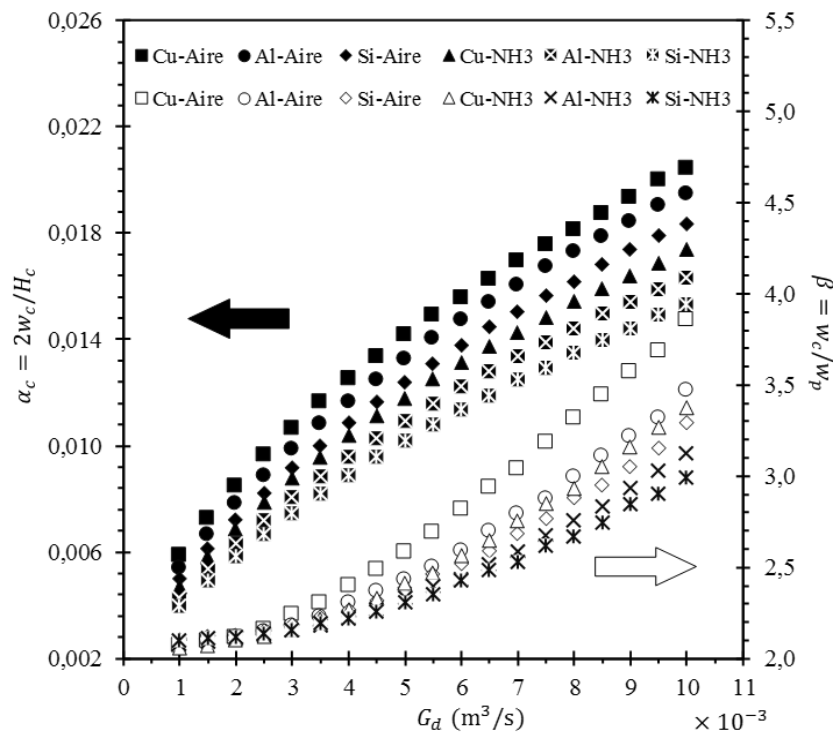


5.3.2. Diversos materiales y fluidos de trabajo

Siguiendo la metodología anterior, se realizaron varios diseños para disipadores de calor, considerando diversas combinaciones de materiales de construcción (silicio, aluminio y cobre) y fluidos de trabajo (aire y amoníaco gaseoso). Para esto se utilizaron, igualmente, los tres algoritmos de optimización. Sin embargo solo se muestran los datos encontrados con UPSO, debido a su alta precisión y exactitud con respecto a los otros dos métodos, y, también, por razones de espacio.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos para los casos propuestos, en términos de las variables óptimas de diseño, esto es α_c y β en la Figura 39, en función de G_d . En estas figuras se observa, en general, que la relaciones de aspecto óptimas α_c y β aumentan en función de G_d . En otras palabras, al aumentar el flujo volumétrico se debe aumentar el ancho de los canales y reducir el grosor de las paredes, para así disminuir el efecto de las irreversibilidades asociadas con la operación del sistema. Ahora bien, se debe notar que para un material con mayor conductividad térmica (como el cobre) y un fluido con menor capacidad calorífica (como el aire), se obtuvieron valores de α_c y β mayores para cualquier magnitud de G_d . De igual manera, se observó el caso opuesto, esto es, canales más delgados y paredes más gruesas para silicio y amoníaco gaseoso. Por otra parte, se conoce que β es inversamente proporcional al número de canales en el disipador, que por su parte, está relacionado directamente con la cantidad de material empleado en el disipador.

Figura 39. Valores óptimos de α_c y β encontrados variando G_d , el material y el fluido de trabajo del disipador.



Las tendencias encontradas de los valores óptimos de α y β en función de G_d dan lugar a disipadores con mínima generación de entropía ($\dot{S}_{gen,min}$), como se muestra en la Figura 40. Se observa que la influencia del tipo de fluido de trabajo es sensiblemente mayor a la del material del disipador, en términos de \dot{S}_{gen} . Por último, con la Figura 40 se observa que un flujo de $G_d = 0,0045 \text{ m}^3\text{/s}$ representa el mejor caso de diseño para todas las

configuraciones material-fluido estudiadas. Adicionalmente, es claro que el menor valor de $\dot{S}_{gen,min}$ se obtiene cuando se trata de un disipador de cobre con amoniaco gaseoso como fluido de trabajo. Sin embargo, se deben tener en cuenta los riesgos asociados al utilizar NH_3 en dispositivos electrónicos. Por esta razón, y considerando el efecto corrosivo del amoniaco sobre el cobre, la mejor opción corresponde al disipador con microcanales rectangulares de aluminio ($\alpha_c = 0,0103$ y $\beta = 2,2714$) con NH_3 a $0,0045 \text{ m}^3/\text{s}$.

Como complemento al análisis anterior, en la Figura 41 se presenta la variación de la resistencia térmica equivalente (R_{eq}) del disipador en función de G_d . En ésta, a medida que se considera un flujo volumétrico mayor, el área efectiva de los canales para la convección aumenta, y, en consecuencia, R_{eq} disminuye. Además, se produce un incremento en la caída de presión del flujo de fluido en el disipador. Y, como consecuencia, se debe aumentar la potencia de bombeo (Φ) requerida para mantener el suministro del flujo de fluido de trabajo en los canales (Figura 42). Los resultados obtenidos tanto para R_{eq} como para Φ no son los mínimos, pero en conjunto, dan lugar a la mínima tasa de generación de entropía, debido al fuerte compromiso que existe entre la transferencia de calor y la transferencia de flujo de masa (Figura 40). Con esto, en la Figura 43 se muestra la relación entre la potencia de bombeo y la resistencia térmica para cada caso de diseño. Ésta corresponde a una forma alternativa de llegar a un frente de Pareto, donde es evidente el compromiso entre Φ y R_{eq} (o entre las irreversibilidades por transferencia de flujo de masa y de calor, respectivamente). La flecha en la Figura 43 pasa sobre todos los casos de diseño con la menor entropía generada.

Figura 40. Valores óptimos de \dot{S}_{gen} encontrados variando G_d , el material y el fluido de trabajo del disipador.

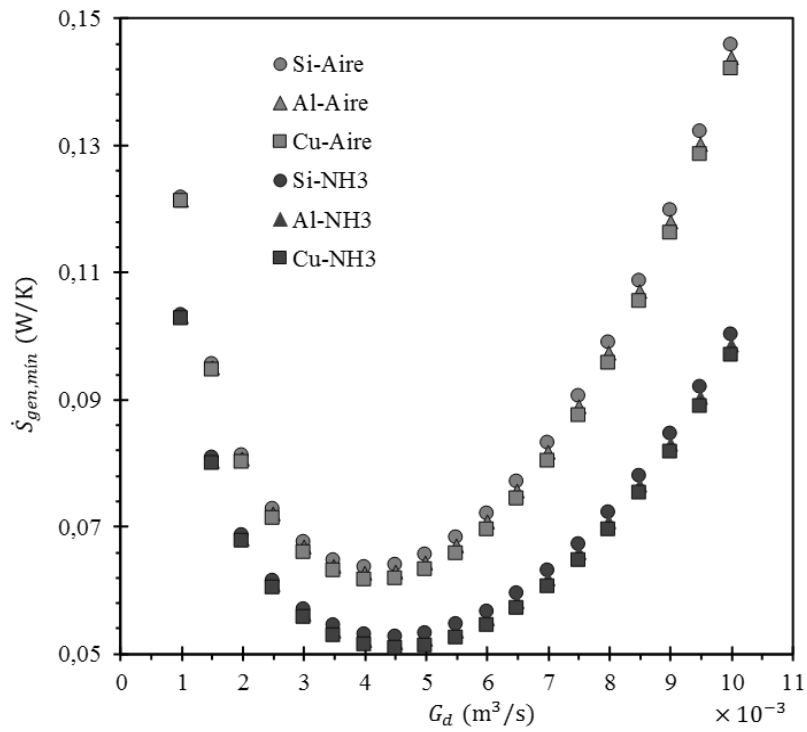


Figura 41. Valores de R_{eq} relacionados con $\dot{S}_{gen,min}$ encontrados variando G_d , el material y el fluido de trabajo del disipador.

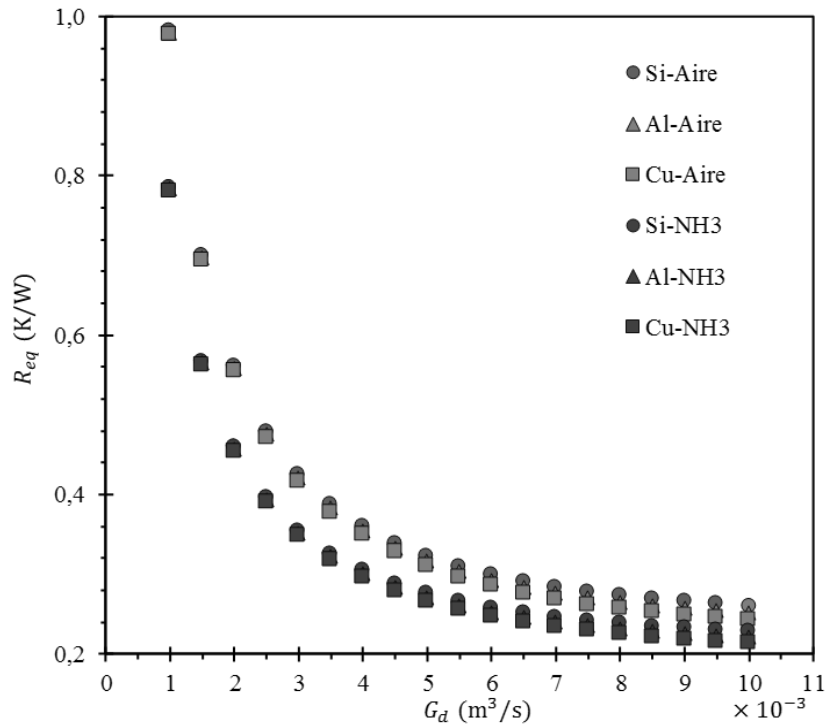


Figura 42. Valores de Φ relacionados con $\dot{S}_{gen,min}$ encontrados variando G_d , el material y el fluido de trabajo del disipador.

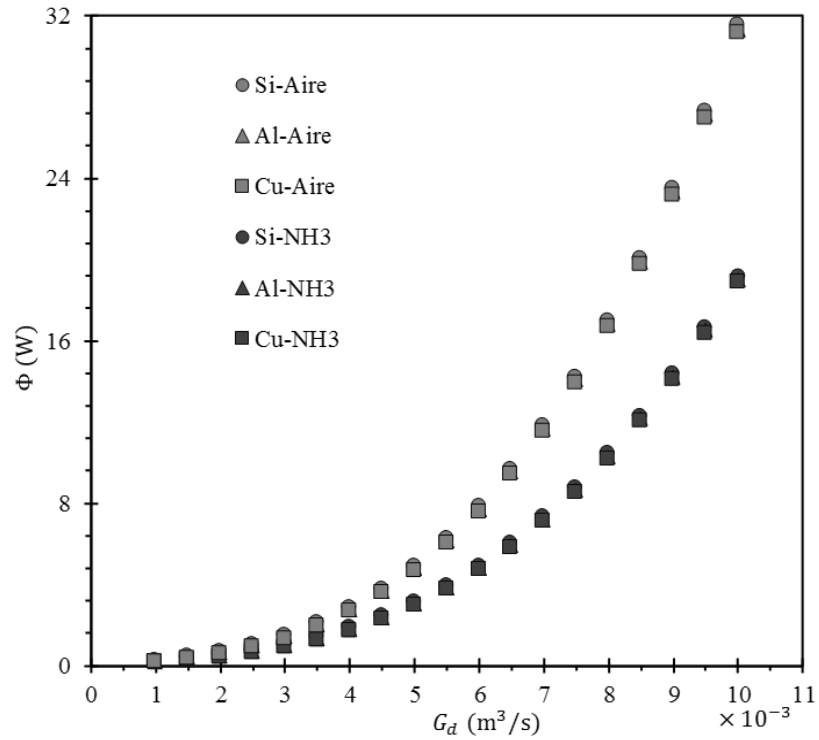
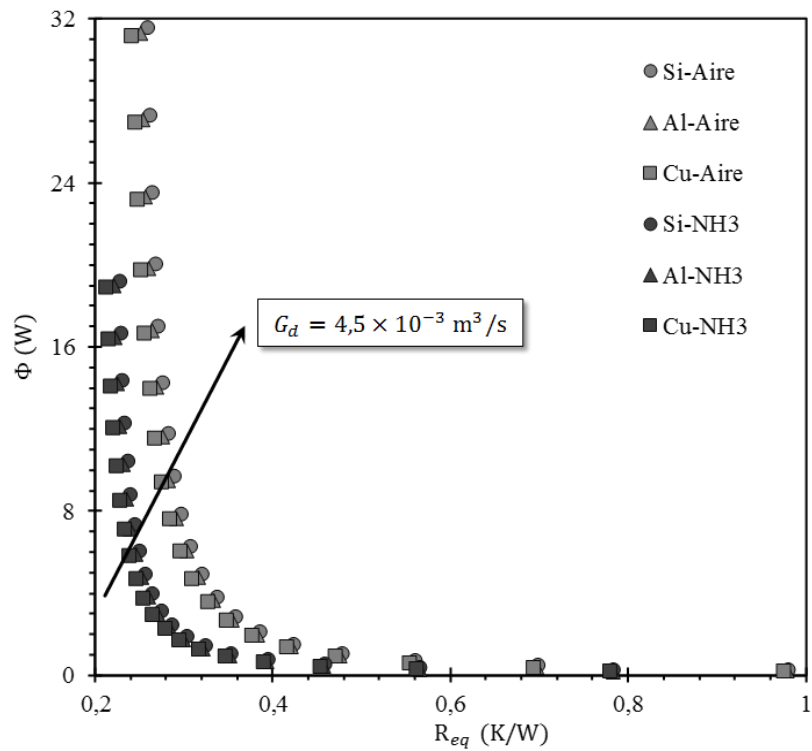


Figura 43. Compromiso entre Φ y R_{eq} encontrados variando G_d , el material y el fluido de trabajo del disipador. La flecha indica el mejor caso de diseño, en términos de $\dot{S}_{gen,min}$, para todas las configuraciones material-fluido de trabajo.



Por otra parte, en la Figura 44 se presenta la variación de la cantidad de material empleado (masa del disipador, M_d) para cada diseño encontrado en función de G_d . De esta manera, se aprecia que los disipadores de cobre tienen mayor masa con respecto a los de aluminio y silicio. Esto, combinado con el costo por kilogramo de cada material, puede ser considerado como un criterio adicional de diseño. De igual forma debido a la diferencia de densidades entre estos, el peso adicional, podría resultar como otro criterio válido.

Adicionalmente, en la Tabla 18 se presentan los resultados obtenidos con el método UPSO y los reportados por Adham et al. en [20], hallados con el algoritmo genético multiobjetivo NSGA-II. Aunque la generación de entropía encontrada en este trabajo con UPSO es mayor que la calculada por [20], ésta corresponde al valor mínimo de acuerdo con el modelo y el objetivo de diseño empleados en este trabajo. Por su parte, en [20] se hallaron los diseños con la mínima resistencia térmica y la máxima potencia de bombeo para un flujo de fluido definido. Sin embargo, los dos criterios de diseño son válidos para la solución del problema de transferencia de calor en dispositivos electrónicos. No obstante, al emplear el criterio de la mínima generación de entropía se reducen indirectamente los costos energéticos adicionales, requeridos para mantener una potencia de bombeo específica.

Figura 44. Valores de M_d relacionados con $\dot{S}_{gen,min}$ encontrados variando G_d , el material y el fluido de trabajo del disipador.

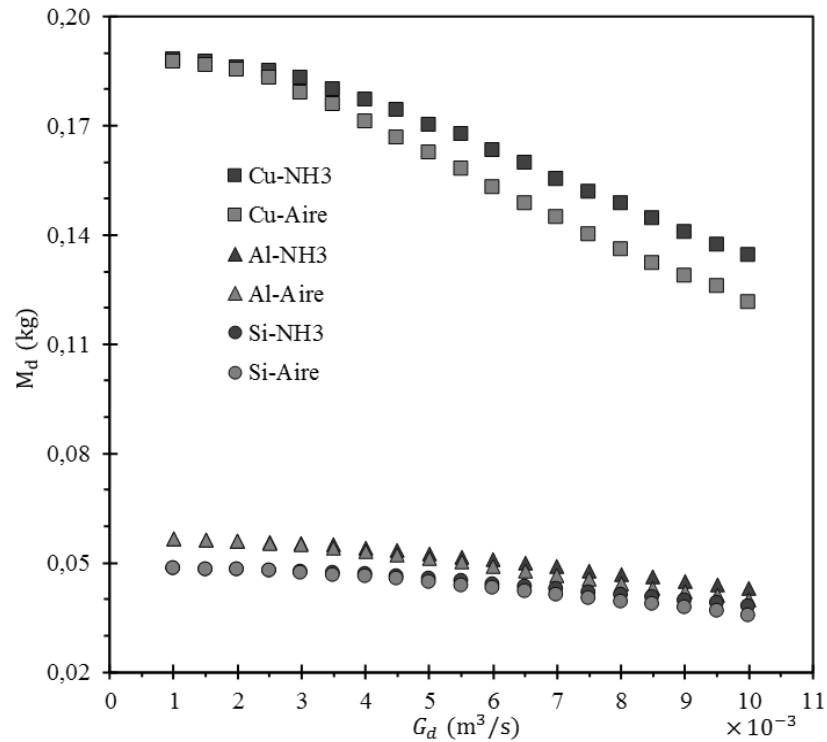


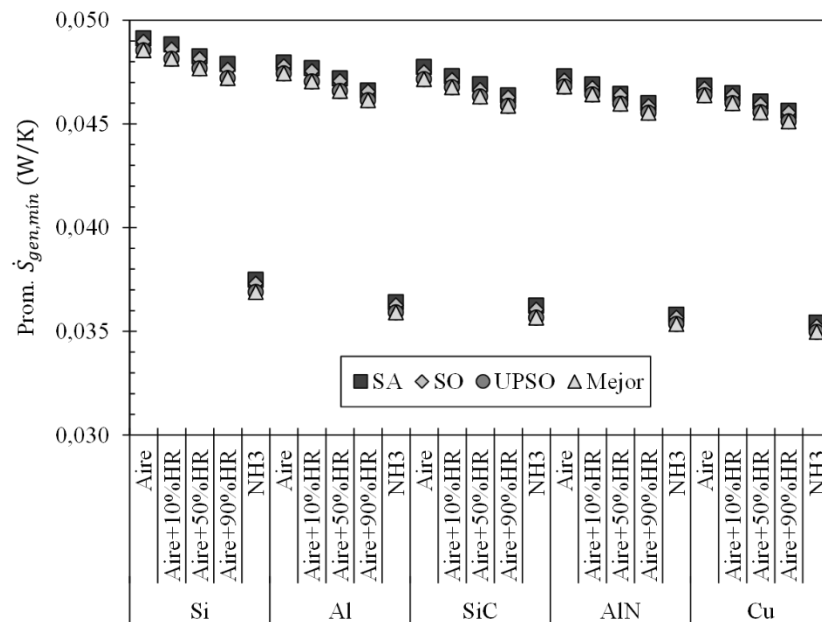
Tabla 18. Comparación de diseños obtenidos usando UPSO con los reportados con NSGA-II en [20]

G_d (m^3/s) $\times 10^{-3}$	UPSO	NSGA-II [20]	UPSO	NSGA-II [20]	UPSO	NSGA-II [20]
	R_{eq} (K/W)	$R_{eq,min}$ (K/W)	Φ (W)	$\Phi_{m\acute{a}x}$ (W)	$\dot{S}_{gen,min}$ (W/K) $\times 10^{-3}$	\dot{S}_{gen} (W/K) $\times 10^{-3}$
4,50	0,290	0,162	2,010	2,550	51,676	34,847
4,75	0,283	0,155	2,338	2,970	51,697	35,177
5,00	0,276	0,148	2,700	3,425	51,932	35,619
5,25	0,269	0,142	3,096	3,900	52,370	36,276

Por último, y como tercer conjunto de casos de diseño, se diseñaron disipadores con mínima generación de entropía, considerando materiales como: silicio, aluminio, carburo de silicio, nitruro de aluminio y cobre; combinados con los fluidos de trabajo: aire, aire con 10%, 50% y 90% de humedad relativa y amoniaco gaseoso. En la Figura 45 se muestran los resultados relacionados con este conjunto de diseños, en términos del valor promedio de $\dot{S}_{gen,min}$ encontrado con los tres métodos de optimización (SA, UPSO y SO), y además, se presenta el mejor valor de $\dot{S}_{gen,min}$ hallado. Éstos se organizaron a manera de resaltar la tendencia decreciente dada por cada combinación material-fluido de trabajo. Ahora, se debe notar que la presencia de humedad en el aire mejora significativamente la eficiencia de los disipadores de calor, al igual que los compuestos SiC y AlN. La implementación de disipadores de

carburo de silicio y de nitruro de aluminio constituyen alternativas llamativas en especial para aplicaciones de dispositivos microelectrónicos. En la Tabla 19 se presenta detalladamente el mejor diseño encontrado para cada uno de los casos presentados en la Figura 45, siendo $\dot{S}_{gen,min}$ la mínima tasa de generación de entropía, R_{eq} la resistencia equivalente del disipador, Φ la potencia de bombeo de flujo, ΔP la caída de presión del flujo de fluido, \bar{V}_f la velocidad promedio del flujo, M_d la masa total del disipador, α_c la relación de aspecto del canal, β la relación canal-pared y G_d el flujo volumétrico del fluido de trabajo.

Figura 45. Valores promedio de $\dot{S}_{gen,min}$ hallados con SA, UPSO y SO, para varias combinaciones de materiales y fluidos de trabajo.



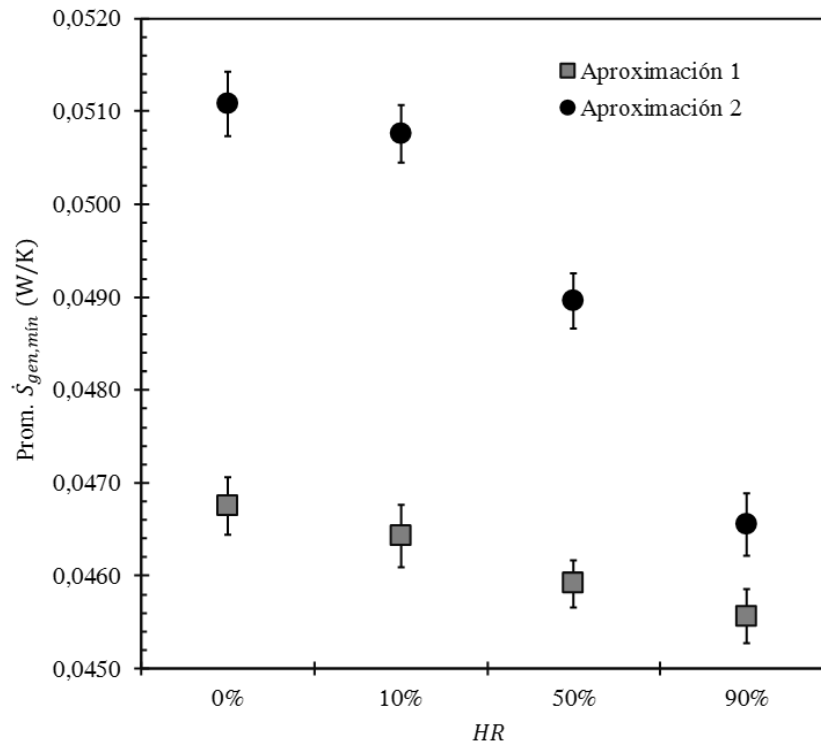
De igual forma, con el método de *La Espiral* se diseñaron y simularon disipadores óptimos de cobre, variando la humedad relativa (HR) en el aire húmedo utilizado como fluido de trabajo, y empleando dos aproximaciones para el coeficiente de película promedio (\bar{h}): la primera solo depende de la geometría del canal y, la segunda se relaciona con HR y la diferencia de temperaturas $T_s - T_a$. Los resultados obtenidos para estas condiciones de diseño se presentan en la Figura 46, donde se observa que los disipadores que utilizan aire con un mayor porcentaje de HR, poseen también un menor valor de $\dot{S}_{gen,min}$. En el caso particular de los disipadores obtenidos con la segunda aproximación, se observa que la tasa de generación de entropía es, en promedio, 6% mayor a los determinados inicialmente (aproximación uno). En todos los casos se comprobó que el punto de rocío se encontraba por debajo de la temperatura ambiente, a modo de prevenir la condensación del agua en el interior de los canales. Ya que esto último constituiría un caso de diseño muy diferente al asumido,

y por ende, los valores de \bar{h} podrían generar resultados erróneos. Sin embargo, se debe tener en cuenta que la segunda aproximación se obtuvo durante un procedimiento experimental de transferencia de calor por convección natural. Por esto, aunque es una buena medida de la influencia de la humedad en la transferencia de calor, no considera el efecto de flujo forzado que la aproximación uno sí tiene en cuenta.

Tabla 19. El mejor diseño encontrado para distintos disipadores de calor considerando como materiales: Si, Al, SiC, AlN y Cu; y como fluidos de trabajo: aire, aire con 10%, 50% y 90% de humedad, y amoníaco gaseoso.

Material	Fluido de trabajo	$\dot{S}_{gen,min}$ (W/K)	R_{eq} (K/W)	Φ (W)	ΔP (Pa)	\bar{V}_f (m/s)	M_d (kg)	α_c $\times 10^{-3}$	β	G_d (m ³ /s) $\times 10^{-3}$
Si	Aire	0,0486	0,2387	3,26	771	4,84	0,0458	10,8953	2,2919	4,2216
	Aire+10%HR	0,0481	0,2364	3,23	769	4,82	0,0457	10,8203	2,2986	4,2032
	Aire+50%HR	0,0477	0,2339	3,20	762	4,82	0,0459	10,8839	2,2842	4,2012
	Aire+90%HR	0,0472	0,2313	3,18	756	4,82	0,0458	10,8961	2,2925	4,1978
	NH3	0,0369	0,1768	2,49	551	5,21	0,0462	9,31941	2,2615	4,5237
Al	Aire	0,0474	0,2320	3,22	755	4,86	0,0528	11,7653	2,3208	4,2569
	Aire+10%HR	0,0470	0,2298	3,19	753	4,86	0,0531	11,7389	2,3037	4,2389
	Aire+50%HR	0,0466	0,2273	3,16	747	4,85	0,0529	11,753	2,3128	4,2356
	Aire+90%HR	0,0461	0,2248	3,14	741	4,84	0,0528	11,7654	2,3209	4,2322
	NH3	0,0359	0,1711	2,46	538	5,25	0,0534	10,089	2,2804	4,5673
SiC	Aire	0,0472	0,2303	3,20	751	4,88	0,0645	12,0589	2,3137	4,2665
	Aire+10%HR	0,0468	0,2281	3,18	749	4,85	0,0644	11,9699	2,3228	4,2474
	Aire+50%HR	0,0463	0,2256	3,15	743	4,84	0,0642	11,9838	2,3318	4,2442
	Aire+90%HR	0,0459	0,2232	3,13	737	4,83	0,0640	11,9961	2,3396	4,2406
	NH3	0,0357	0,1697	2,44	534	5,26	0,0650	10,3175	2,2832	4,5784
AlN	Aire	0,0468	0,2281	3,19	746	4,87	0,0638	12,335	2,3540	4,2769
	Aire+10%HR	0,0464	0,2260	3,17	745	4,84	0,0636	12,2432	2,3641	4,2577
	Aire+50%HR	0,0460	0,2236	3,14	738	4,85	0,0639	12,3219	2,3457	4,2552
	Aire+90%HR	0,0455	0,2212	3,11	732	4,84	0,0638	12,3339	2,3533	4,2515
	NH3	0,0354	0,1679	2,43	530	5,27	0,0650	10,6352	2,2848	4,5927
Cu	Aire	0,0464	0,2255	3,18	741	4,84	0,1694	12,6731	2,4290	4,2896
	Aire+10%HR	0,0460	0,2234	3,15	739	4,83	0,1703	12,6453	2,4110	4,2710
	Aire+50%HR	0,0456	0,2210	3,13	733	4,82	0,1699	12,6588	2,4197	4,2675
	Aire+90%HR	0,0451	0,2187	3,10	727	4,83	0,1709	12,7402	2,3987	4,2647
	NH3	0,0350	0,1657	2,42	525	5,26	0,1737	10,9609	2,3378	4,6081

Figura 46. Valores promedio de $\dot{S}_{gen,min}$ hallados con SO para disipadores de calor de microcanales rectangulares de cobre variando el porcentaje de humedad relativa, utilizando dos aproximaciones (1 y 2) para el cálculo de \bar{h} , dadas por la (95) y (59), respectivamente.



5.3.3. Problema de diseño multiobjetivo

Finalmente, se resolvió el problema de diseño multiobjetivo que incluía como criterios la minimización de la tasa de generación de entropía (\dot{S}_{gen}) y el costo del material (\mathcal{C}_{mat}). A título de ejemplo ilustrativo, en la Figura 47 se presentan los resultados hallados con los tres métodos de optimización en un disipador de carburo de silicio y aire con 90% de humedad. En ésta se observa que si se prescinde del costo ($\omega = 0$), la tasa generación de entropía es mínima; en el caso opuesto, cuando no se tienen en cuenta el efecto de las irreversibilidades ($\omega = 1$), el costo del material para construir el disipador es mínimo. Por su parte, a medida que ω aumenta el costo tiende a disminuir mientras que la entropía generada aumenta. Para valores extremos de ω , uno de los dos criterios tiende a un valor muy elevado, relacionado con la poca significancia que éste tiene sobre el diseño.

La ligera variación de \dot{S}_{gen} y \mathcal{C}_{mat} cuando ω es mayor a 0,2 (Figura 47) se debe explícitamente a las restricciones de geometría definidas para este problema de diseño. Lo anterior se observa de una mejor manera en la Figura 48, donde α_c y β tienden a sus extremos (inferior y superior, respectivamente) cuando se le da más importancia a minimizar el costo del material ($\omega \rightarrow 1$). Como consecuencia de lo anterior el flujo volumétrico del fluido varía ligeramente con respecto a ω . En la Tabla 20 se presentan los mejores diseños obtenidos, con diferentes combinaciones de material-fluido de trabajo empleando $\omega = 0,1$.

Figura 47. Valores obtenidos para los dos criterios de diseño multiobjetivo (\dot{S}_{gen} y C_{mat}), de un disipador de calor de SiC y aire con 90% de humedad, con diferentes valores de ω entre cero y uno, utilizando los tres métodos de optimización (SA, UPSO y SO).

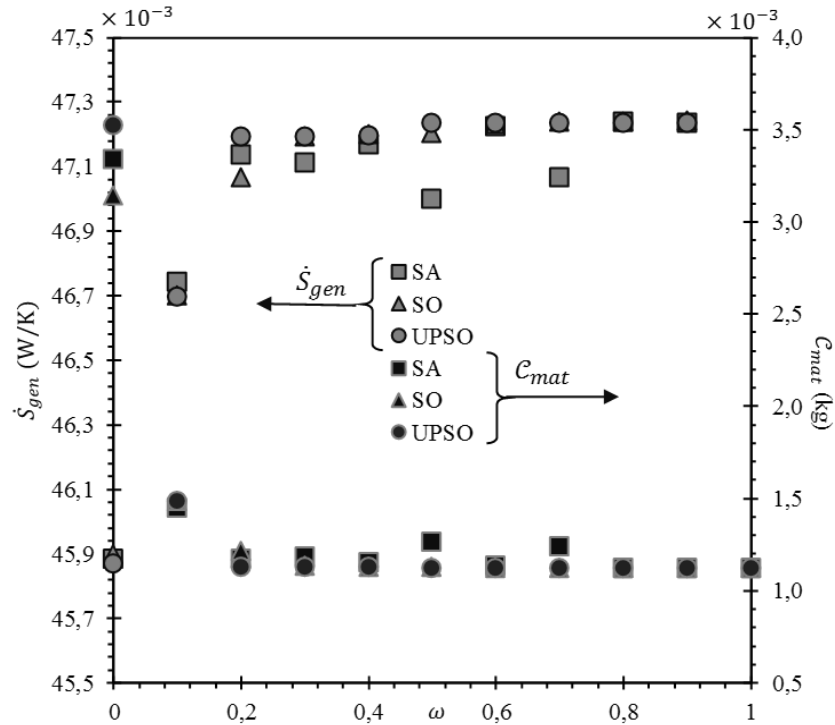


Figura 48. Tendencia de los parámetros α_c , β y G_d obtenida al variar ω para un disipador de calor de SiC con microcanales rectangulares y aire con 90% de humedad.

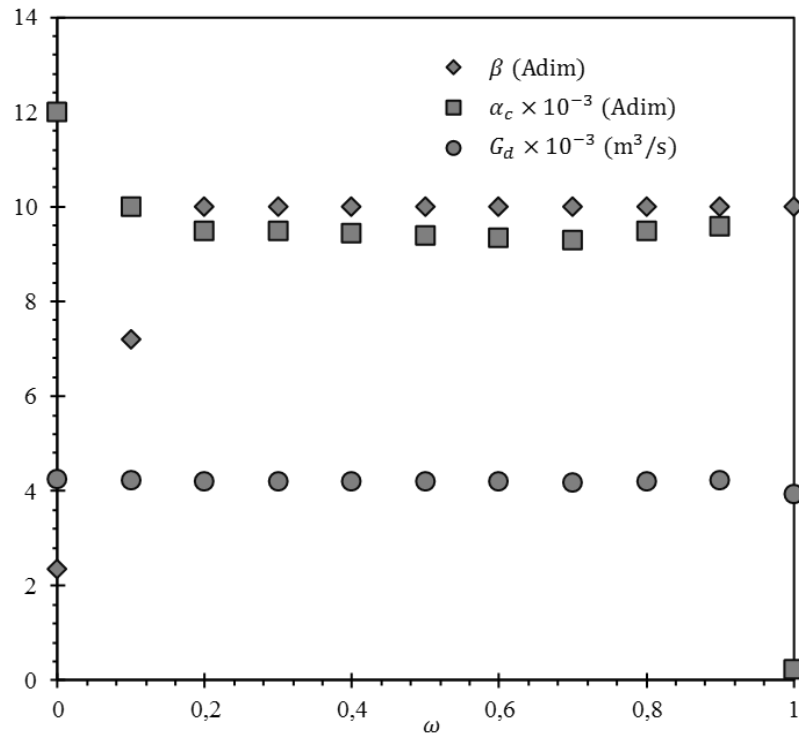


Tabla 20. El mejor diseño multiobjetivo, con $\omega = 0,1$, encontrado para distintos disipadores de calor considerando como materiales: Si, Al, SiC, AlN y Cu; y como fluidos de trabajo: aire, aire con 10%, 50% y 90% de humedad, y amoníaco gaseoso.

Material	Fluido de trabajo	$f_{obj,min}$	R_{eq} (K/W)	Φ (W)	ΔP (Pa)	\bar{V}_f (m/s)	α_c $\times 10^{-3}$	β	G_d (m^3/s) $\times 10^{-3}$
Si	Aire	0,0516	0,2488	3,3148	793	3,6696	8,5929	10,0000	4,1781
	Aire+10%HR	0,0410	0,1847	2,5718	574	3,9337	7,2846	9,9992	4,4774
	Aire+50%HR	0,0512	0,2463	3,2905	791	3,6519	8,5124	9,9993	4,1578
	Aire+90%HR	0,0508	0,2435	3,2617	785	3,6478	8,5122	9,9992	4,1530
	NH3	0,0504	0,2414	3,2056	774	3,6354	8,5523	9,9999	4,1390
Al	Aire	0,0438	0,2332	3,2211	757	4,2743	10,8375	3,8771	4,2559
	Aire+10%HR	0,0334	0,1724	2,4618	539	4,5392	9,1924	4,0748	4,5638
	Aire+50%HR	0,0434	0,2311	3,1974	755	4,2516	10,7752	3,8965	4,2376
	Aire+90%HR	0,0430	0,2286	3,1690	748	4,2418	10,7913	3,9251	4,2341
	NH3	0,0426	0,2261	3,1421	743	4,2335	10,8046	3,9489	4,2310
SiC	Aire	0,0984	0,2337	3,2008	756	3,7376	9,9034	9,9990	4,2336
	Aire+10%HR	0,0879	0,1731	2,4220	535	3,9976	8,5540	10,0000	4,5309
	Aire+50%HR	0,0980	0,2323	3,1434	748	3,7101	9,9035	9,9999	4,2025
	Aire+90%HR	0,0976	0,2282	3,1837	751	3,7424	10,0125	9,9996	4,2389
	NH3	0,0972	0,2250	3,1852	750	3,7509	10,0133	9,9996	4,2488
AlN	Aire	0,0447	0,2353	3,2324	761	3,8776	10,0740	6,9714	4,2481
	Aire+10%HR	0,0343	0,1745	2,4780	545	4,1115	8,4718	7,5967	4,5499

	Aire+50%HR	0,0443	0,2331	3,2109	759	3,8530	9,9774	7,0734	4,2287
	Aire+90%HR	0,0439	0,2306	3,1833	753	3,8454	9,9893	7,1416	4,2255
	NH3	0,0435	0,2282	3,1554	747	3,8379	10,0005	7,2072	4,2219
Cu	Aire	0,0473	0,2365	3,2263	761	3,7234	9,7967	10,0000	4,2404
	Aire+10%HR	0,0369	0,1746	2,4810	545	3,9994	8,3559	9,9992	4,5533
	Aire+50%HR	0,0470	0,2338	3,2228	762	3,7129	9,6923	9,9999	4,2284
	Aire+90%HR	0,0465	0,2313	3,1907	755	3,7103	9,7441	10,0000	4,2255
	NH3	0,0461	0,2287	3,1623	749	3,7061	9,7435	10,0000	4,2204

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Durante este trabajo de investigación se exploró el diseño de disipadores de calor con microcanales rectangulares, a través del criterio de Minimización de la Generación de Entropía (MGE), considerando tres alternativas de optimización moderna (UPSO, SO, y SA) para su solución. Se encontró que el método de optimización de enjambre de partículas unificado (UPSO) presentó mayor precisión que los otros algoritmos considerados. Además, con el algoritmo de la espiral (SO) se hallaron resultados similares a los de UPSO, y en ambos casos fueron drásticamente mejores que los generados con la técnica de recocido simulado (SA), presentando una variación promedio aproximada 10000 veces menor. Por tanto, UPSO y SO son alternativas viables para el diseño de dispositivos de disipación térmica, bajo las condiciones exploradas.

Por otra parte, se verificó y estudió la influencia de distintos parámetros, relacionados con la geometría y las condiciones de operación de los disipadores de microcanales, sobre la tasa de generación de entropía (\dot{S}_{gen}). Para cada uno de ellos se encontró el rango de valores que permiten la operación del dispositivo con un mínimo valor de \dot{S}_{gen} . Adicionalmente, se determinó que los parámetros más influyentes al momento de diseñar un disipador, son el ancho de los canales y de las paredes, además del flujo volumétrico, para unas condiciones de operación y restricciones de diseño dadas.

La relación entre las áreas efectivas para la transferencia de calor en la interfaz chip-disipador influye considerablemente durante la operación de los dispositivos térmicos, que a su vez, pueden resultar insuficientes para extraer el calor proveniente del componente electrónico. Es por esto que se recomienda incluir el modelo de dispersión térmica en la simulación y el diseño de los disipadores de calor.

La tasa de generación de entropía es, para el caso específico de los disipadores de microcanales, una alternativa poderosa de diseño de dispositivos reales. Esta metodología considera los efectos de las irreversibilidades por transferencia de calor y de flujo de masa durante la operación del disipador. Su modelado e implementación es flexible y aplicable a distintos fenómenos físicos, que puedan influir en el rendimiento de los dispositivos en ingeniería.

Al variar el material de manufactura y el fluido de trabajo que se utilizan con el disipador, se observó que \dot{S}_{gen} es afectada, en mayor proporción, por las propiedades termofísicas del fluido, aun cuando el criterio de selección del material de trabajo depende principalmente de la transferencia de calor en la interfaz chip-disipador. Con lo anterior, se determinó que el amoníaco gaseoso representa la mejor opción en términos de $\dot{S}_{gen,min}$. Sin embargo, su

aplicación en los dispositivos reales se encuentra limitada por su alto potencial de corrosividad y toxicidad para los usuarios. Adicionalmente, se observó que al aumentar el nivel de humedad en el aire como fluido de trabajo, se incrementa su capacidad de transferencia de calor, sin que ello se constituya en un riesgo para la integridad de los equipos electrónicos. Asimismo, los disipadores de materiales de tipo compuestos (SiC y AlN) presentaron mejores resultados en términos de la eficiencia térmica, comparados con los disipadores de Si y Al. Pero, aun así, son inferiores a los hallados con Cu, a pesar de ser el material más caro y denso dentro de los considerados.

También se encontró que es posible mejorar la eficiencia de los disipadores de calor tipo microcanal, controlando la humedad presente en el aire utilizado como fluido de trabajo. Con la inclusión de este factor como especificación de diseño, se pueden obtener estructuras de disipación con una operación cercana a la realidad; esto es, conociendo el porcentaje de humedad presente en el aire atmosférico comúnmente empleado como fluido de trabajo.

Con el criterio de MGE se abordó el problema de diseño de disipadores de calor con un enfoque basado en la minimización de las pérdidas energéticas, mientras que otras estrategias, de tipo multiobjetivo por ejemplo, buscan la reducción de la resistencia térmica aumentando la potencia de bombeo. Aunque ambas son metodologías válidas, esta última no considera el desperdicio energético de mantener el suministro de fluido en valores elevados de flujo volumétrico.

Para todos los disipadores encontrados, sujetos a las restricciones y a las especificaciones de diseño consideradas en este trabajo, el flujo volumétrico óptimo estuvo entre $4,0$ y $4,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, coherente con los resultados hallados en las pruebas paramétricas del modelo.

Por último, se diseñaron disipadores utilizando dos criterios: la tasa de generación de entropía y el costo del material. De esta forma se generó un problema de optimización multiobjetivo, que se resolvió considerando el factor de peso ω . Éste pondera la suma de cada función objetivo, permitiendo establecer diferentes prioridades de diseño. Se observó que para valores de ω superiores a $0,2$, el valor de la función multiobjetivo tiende a estabilizarse debido a las restricciones asumidas en esta tesis.

7. LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

Con los resultados obtenidos durante este trabajo de investigación, se espera implementar y comprobar los diseños de disipadores de calor con microcanales, a través de un proceso de manufactura aditiva. Así, con ello crear un prototipo para fortalecer el proceso de diseño óptimo, como también, la realización de pruebas experimentales de una manera ágil y confiable. Para ello, se recomienda estudiar las propiedades termofísicas de los materiales

para la construcción de la estructura de disipación, como el ácido poliláctico (PLA), estaño y cobre, por ejemplo. Además, se deben considerar fenómenos físicos adicionales, tales como la rugosidad superficial y la variación de propiedades en la vecindad de las capas límite térmica e hidrodinámica, entre otras, además de restricciones y condiciones de operación, que se encuentren estrechamente relacionadas con los disipadores de calor reales, utilizados en dispositivos electrónicos. Finalmente, se deben implementar otras estrategias de optimización para el diseño de disipadores, y de ser posible, plantear una metodología híbrida de diseño con los métodos no convencionales.

8. PRODUCCIÓN ACADÉMICA

En la Tabla 21 se muestran los artículos realizados como producto de este trabajo de investigación. Adicionalmente, la Tabla 22 incluye los trabajos de pregrado codirigidos, que se encuentran tanto finalizados como en ejecución, y que están vinculados también con esta investigación. En la Tabla 23 se presentan los documentos realizados antes de mi ingreso a la maestría, y que igualmente se encuentran relacionados con este trabajo de investigación.

Tabla 21. Artículos realizados durante el periodo de maestría 2013-2015.

Título	Autores	Revista (Estado)	Año
Influence of moist air in copper heat sinks: Analysis through the entropy generation minimization criterion	Cruz, J. Amaya, I., Correa, R.	Ingeniería e Investigación—Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá ISSN: 0120-5609 (En proceso de evaluación)	2015
Optimal rectangular microchannel design, using simulated annealing, unified particle swarm and spiral algorithms, in the presence of spreading resistance	Cruz, J. Amaya, I., Correa, R.	Applied Thermal Engineering—Elsevier ISSN: 1359-4311 (Aceptado: En proceso de impresión)	2014
Harmony Search algorithm: A variant with Self-Regulated Fretwidth	Amaya, I. Cruz, J. Correa, R.	Applied Mathematics and Computation Journal—Elsevier ISSN: 0096-3003 (En proceso de evaluación)	2014
Microchannel heat sink design through entropy generation: A comparison of two global optimisation techniques	Cruz, J. Amaya, I., Correa, R.	Heat Transfer Engineering Journal—Taylor & Francis ISSN: 1521-0537 (En proceso de evaluación)	2014
A modified firefly-inspired algorithm for global computational optimization	Amaya, I. Cruz, J. Correa, R.	Revista Dyna—Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín ISSN: 0012-7353 (Publicado: vol. 81, N.º 187, pp. 85-90)	2014

Estrategia Computacional para la Búsqueda de Múltiples Raíces Reales y/o Complejas en Sistemas de Ecuaciones No Lineales	Cruz, J. Amaya, I., Correa, R.	Revista IngeCUC—Universidad de la Costa, Barranquilla ISSN: 0122-6517 (Publicado vol. 9, N.º 1, pp. 197-208)	2013
Application of the central force deterministic algorithm in the design of an optimum Golinski's speed reducer	Amaya, I. Cruz, J. Correa, R.	Revista de Ingeniería—Universidad de los Andes, Bogotá ISSN: 0121-4993 (En proceso de evaluación)	2013

Tabla 22. Trabajos de pregrado codirigidos durante el periodo de maestría 2013-2015.

Título	Autores	Director/Codirector	Estado	Año
Diseño óptimo de un disipador de calor mediante el uso del algoritmo de optimización del murciélago virtual	Acevedo, J.	Correa, R. Cruz, J.	En ejecución	2014
Filtrado y segmentado en una imagen de electroforesis en gel de una dimensión aplicando el algoritmo de la luciérnaga virtual	Porras, H. Salazar, C.	Correa, R. Cruz, J.	En ejecución	2014
Cálculo de valores propios en sistemas Masa-Resorte-Amortiguador (MRA) mediante el algoritmo de la luciérnaga virtual	Guerra, K.	Correa, R. Cruz, J.	Finalizado	2013

Tabla 23. Artículos realizados antes del inicio de la maestría.

Título	Autores	Revista (Estado)	Año
Solution of the mathematical model of a DC nonlinear electronic circuit using an optimization strategy: Application of the original and unified Particle Swarm Metaheuristics	Cruz, J. Amaya, I., Correa, R.	IEEE 4th Colombian Workshop on Circuits and Systems (CWCAS), 2012 (Conferencia, Barranquilla 1-2 nov, 2012)	2012
Solution of the Mathematical Model of a Nonlinear Direct Current Circuit Using Particle Swarm Optimization	Amaya, I. Cruz, J. Correa, R.	Revista Dyna—Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín (Publicado: vol. 79, N.º 172, pp. 77-84)	2011
Real Roots of Nonlinear Systems of Equations Through a Metaheuristic Algorithm	Amaya, I. Cruz, J. Correa, R.	Revista Dyna—Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín (Publicado: vol. 78, N.º 170, pp. 15-23)	2011

BIBLIOGRAFÍA

- ABBASSI, H. 2007. Entropy generation analysis in a uniformly heated microchannel heat sink. *Energy*. Vol. 32, no. 10, pp. 1932-1947. ISSN 03605442.
- ADHAM, A., MOHD-GHAZALI, N. y AHMAD, R. 2013. Optimization of nanofluid-cooled microchannel heat sink. *Thermal Science*. no. 00, pp. 163-163. ISSN 0354-9836.
- ADHAM, A.M., MOHD-GHAZALI, N. y AHMAD, R. 2012. Optimization of an ammonia-cooled rectangular microchannel heat sink using multi-objective non-dominated sorting genetic algorithm (NSGA2). *Heat and Mass Transfer*. Vol. 48, no. 10, pp. 1723-1733. ISSN 0947-7411.
- ADHAM, A.M., MOHD-GHAZALI, N. y AHMAD, R. 2013. Thermal and hydrodynamic analysis of microchannel heat sinks: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Vol. 21, pp. 614-622. ISSN 13640321.
- ADHAM, A.M., MOHD-GHAZALI, N. y AHMAD, R. 2014. Optimization of a Rectangular Microchannel Heat Sink Using Entropy Generation Minimization (EGM) and Genetic Algorithm (GA). *Arabian Journal for Science and Engineering*. ISSN 1319-8025.
- AMAYA, I., CRUZ, J. y CORREA, R. 2011. Real Roots of Nonlinear Systems of Equations Through a Metaheuristic Algorithm. *Revista Dyna*. Vol. 78, no. 170, pp. 15-23.
- AMAYA, I., CRUZ, J. y CORREA, R. 2012. Solution of the Mathematical Model of a Nonlinear Direct Current Circuit Using Particle Swarm Optimization. *Revista Dyna*. Vol. 79, no. 172, pp. 77-84.
- ASI, M. y DIB, N. 2010. Design Of Multilayer Microwave Broadband Absorbers Using Central Force Optimization. *Progress In Electromagnetics Research B*. Vol. 26, no. September, pp. 101-113.
- BEJAN, A. 1988. *Advanced engineering thermodynamics*. S.l.: s.n. ISBN 978-0-471-67763-5.
- BEJAN, A. 1995. *Entropy generation minimization: The new thermodynamics of finite-size devices and finite-time processes*. New York: CRC press. ISBN 978-94-010-5943-5.
- CENGEL, Y.A. y BOLES, M.A. 2006. *Thermodynamics: an engineering approach*. 5. New York: McGraw-Hill. ISBN 0073107689.
- CHEN, C.-T. y CHEN, H.-I. 2013. Multi-objective optimization design of plate-fin heat sinks using a direction-based genetic algorithm. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*. Vol. 44, no. 2, pp. 257-265. ISSN 18761070.

CHEN, C.-W., LEE, J.-J. y KOU, H.-S. 2008. Optimum thermal design of microchannel heat sinks by the simulated annealing method. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. Vol. 35, no. 8, pp. 980-984. ISSN 07351933.

CLERC, M. 2006. *Particle Swarm Optimization*. 1. London: Wiley-ISTE. ISBN 1-905209-04-5.

CORREA, R., AMAYA, I. y ARAQUE, A. 2011. Uso de algoritmos metaheurísticos híbridos para la minimización de entropía en problemas de transferencia de calor en circuitos electrónicos. *Revista Ingeniería y Universidad*. Vol. 15, no. 2, pp. 403-421.

CRUZ, J., AMAYA, I. y CORREA, R. 2012. Solution of the mathematical model of a DC nonlinear electronic circuit using an optimization strategy: Application of the original and unified Particle Swarm Metaheuristics. 2012 IEEE 4th Colombian Workshop on Circuits and Systems (CWCAS). S.l.: IEEE, pp. 1-6. ISBN 978-1-4673-4614-6.

CRUZ, J., AMAYA, I. y CORREA, R. 2013. Algoritmo de optimización para el cálculo de múltiples raíces de sistemas de ecuaciones no lineales. *INGECUC*. Vol. 9, no. 1, pp. 197-208.

CULHAM, J.R. y MUZYCHKA, Y.S. 2001. Optimization of plate fin heat sinks using entropy generation minimization. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*. Vol. 24, no. 2, pp. 159-165. ISSN 15213331.

EBERHART, R. y KENNEDY, J. 1995. A new optimizer using particle swarm theory. *MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*. S.l.: IEEE, pp. 39-43. ISBN 0-7803-2676-8.

ELLISON, G.N. 2003. Maximum thermal spreading resistance for rectangular sources and plates with nonunity aspect ratios. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*. Vol. 26, no. 2, pp. 439-454. ISSN 1521-3331.

GOLDBERG, D. y HOLLAND, J. 1988. Genetic algorithms and machine learning. *Machine learning*. Vol. 3, no. 2-3, pp. 95-99.

GOLDSTEIN, R.J., ECKERT, E.R.G., IBELE, W.E., PATANKAR, S. V, SIMON, T.W., KUEHN, T.H., STRYKOWSKI, P.J., TAMMA, K.K., BAR-COHEN, A., HEBERLEIN, J.V.R., DAVIDSON, J.H., BISCHOF, J., KULACKI, F.A., KORTSHAGEN, U. y GARRICK, S. 2002. Heat transfer - a review of 2000 literature. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 45, no. 14, pp. 2853-2957.

GRANVILLE, V., KRIVANEK, M. y RASSON, J.-P. 1994. Simulated annealing: a proof of convergence. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 16, no. 6, pp. 652-656. ISSN 01628828.

GROUP, T.G. 2008. Goodfellow. [en línea]. [Consulta: 1 diciembre 2014]. Disponible en: <http://www.goodfellow.com/>.

GURURATANA, S. y LI, X. 2013. Numerical Investigation of Small Scale Pin Fin Heat Sinks with Vibration Effect. *Canadian Journal on Computing in Mathematics*. Vol. 4, no. 1, pp. 5-10.

HADDAD, O., ABUZAIID, M. y AL-NIMR, M. 2004. Entropy Generation Due to Laminar Incompressible Forced Convection Flow Through Parallel-Plates Microchannel. *Entropy*. Vol. 6, no. 5, pp. 413-426. ISSN 1099-4300.

HALELFADL, S., ADHAM, A.M., MOHD-GHAZALI, N., MARÉ, T., ESTELLÉ, P. y AHMAD, R. 2014. Optimization of thermal performances and pressure drop of rectangular microchannel heat sink using aqueous carbon nanotubes based nanofluid. *Applied Thermal Engineering*. Vol. 62, no. 2, pp. 492-499. ISSN 13594311.

HARPER, C. 2004. *Electronic Materials and Processes Handbook*. 3rd. New York: McGraw-Hill. ISBN 9780071402149.

HASSAN, I., PHUTTHAVONG, P. y ABDELGAWAD, M.M. 2004. Microchannel heat sinks: An overview of the state-of-the-art. *Microscale Thermophysical Engineering*. Vol. 8, no. 3, pp. 183-205. ISSN 1089-3954.

HATAMI, M. y GANJI, D.D. 2014. Thermal and flow analysis of microchannel heat sink (MCHS) cooled by Cu-water nanofluid using porous media approach and least square method. *Energy Conversion and Management*. Vol. 78, pp. 347-358. ISSN 01968904.

HINOJOSA, A., ESPINOSA, K. y CORREA, R. 2012. El método de enjambre de partículas y el criterio de mínima entropía en el diseño óptimo de un dissipador de calor. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*. Vol. 11, no. 20, pp. 203-214.

HO, C.J. y CHEN, W.C. 2013. An experimental study on thermal performance of Al₂O₃/water nanofluid in a minichannel heat sink. *Applied Thermal Engineering*. Vol. 50, no. 1, pp. 516-522. ISSN 13594311.

HUNG, T.-C., SHEU, T.-S. y YAN, W.-M. 2012. Optimal thermal design of microchannel heat sinks with different geometric configurations. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. Vol. 39, no. 10, pp. 1572-1577. ISSN 07351933.

HUNG, T.-C., YAN, W.-M., WANG, X.-D. y HUANG, Y.-X. 2012. Optimal design of geometric parameters of double-layered microchannel heat sinks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 55, no. 11, pp. 3262-3272. ISSN 00179310.

HUSAIN, A. y KIM, K.-Y. 2008. Optimization of a microchannel heat sink with temperature dependent fluid properties. *Applied Thermal Engineering*. Vol. 28, no. 8-9, pp. 1101-1107. ISSN 13594311.

IBÁÑEZ, G. y CUEVAS, S. 2010. Entropy generation minimization of a MHD (magnetohydrodynamic) flow in a microchannel. *Energy*. Vol. 35, no. 10, pp. 4149-4155. ISSN 03605442.

INCROPERA, F.P. y DEWITT, D.P. 1996. *Fundamentals of heat and mass transfer*. S.I.: John Wiley & Sons. ISBN 0471304603.

JIAN-HUI, Z. y CHUN-XIN, Y. 2008. Design and Simulation of the CPU Fan and Heat Sinks. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*. Vol. 31, no. 4, pp. 890-903. ISSN 1521-3331.

JIAN-HUI, Z., CHUN-XIN, Y. y LI-NA, Z. 2008. Minimizing the entropy generation rate of the plate-finned heat sinks using computational fluid dynamics and combined optimization. *Applied Thermal Engineering*. Vol. 29, no. 8-9, pp. 1872-1879. ISSN 13594311.

KANDLIKAR, S.G. y UPADHYE, H.R. 2005. Extending the heat flux limit with enhanced microchannels in direct single phase cooling of computer chips. *Semiconductor Thermal Measurement and Management IEEE Twenty First Annual IEEE Symposium, 2005*. S.I.: Ieee, pp. 8-15. ISBN 0-7803-8985-9.

KARATHANASSIS, I.K., PAPANICOLAOU, E., BELESSIOTIS, V. y BERGELES, G.C. 2013. Multi-objective design optimization of a micro heat sink for Concentrating Photovoltaic/Thermal (CPVT) systems using a genetic algorithm. *Applied Thermal Engineering*. Vol. 59, no. 1-2, pp. 733-744. ISSN 13594311.

KARUNANITHI, A.K. y HASSANIPOUR, F. 2014. Multilayer minichannel heat sinks: The effect of porosity scaling on pressure drop. *5th International Conference on Porous Media and Their Applications in Science, Engineering and Industry*. Kona, Hawaii, USA: s.n., pp. 6.

KENNEDY, J. y EBERHART, R. 1995. Particle swarm optimization. *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*. Perth: IEEE, pp. 1942-1948. ISBN 0-7803-2768-3.

KHAN, W.A., CULHAM, J.R. y YOVANOVICH, M.M. 2008. Modeling of Cylindrical Pin-Fin Heat Sinks for Electronic Packaging. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*. Vol. 31, no. 3, pp. 536-545. ISSN 1521-3331.

KHAN, W.A., CULHAM, J.R.R. y YOVANOVICH, M.M.M. 2009. Optimization of Microchannel Heat Sinks Using Entropy Generation Minimization Method. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*. Vol. 32, no. 2, pp. 243-251. ISSN 1521-3331.

KHAN, W.A., KADRI, M.B. y ALI, Q. 2013. Optimization of Microchannel Heat Sinks Using Genetic Algorithm. *Heat Transfer Engineering*. Vol. 34, no. 4, pp. 279-287. ISSN 0145-7632.

- KHAN, W.A. y YOYANOVICH, M.M. 2008. Analytical Modeling of Fluid Flow and Heat Transfer in Microchannel/Nanochannel Heat Sinks. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. Vol. 22, no. 3, pp. 352-359. ISSN 0887-8722.
- KHAN, W.A., YOYANOVICH, M.M. y CULHAM, J.R. 2006. Optimization of microchannel heat sinks using entropy generation minimization method. *Twenty-Second Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement And Management Symposium*. Dallas, TX, USA: IEEE, pp. 78-86. ISBN 1-4244-0153-4.
- KHAN, W.A.W.A., CULHAM, J.R.R. y YOYANOVICH, M.M.M. 2005. Optimization of pin-fin heat sinks using entropy generation minimization. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*. Vol. 28, no. 2, pp. 247-254. ISSN 1521-3331.
- KIM, D.-K., KIM, S.J. y BAE, J.-K. 2009. Comparison of thermal performances of plate-fin and pin-fin heat sinks subject to an impinging flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 52, no. 15-16, pp. 3510-3517. ISSN 00179310.
- KIM, S.J. y KIM, D. 1999. Forced Convection in Microstructures for Electronic Equipment Cooling. *Journal of Heat Transfer*. Vol. 121, no. 3, pp. 639. ISSN 00221481.
- KIRKPATRICK, S., JR., D.G., VECCHI, M.P., IOANNIDIS, Y. y WONG, E. 1983. Optimization by simulated annealing. *Science*. Vol. 220, no. 4598, pp. 671-680.
- KLEINER, M., KÜHN, S. y HABERGER, K. 1995. High performance forced air cooling scheme employing microchannel heat exchangers. *IEEE Transactions on Components, packaging, and manufacturing technology-Part A*. Vol. 18, no. 4, pp. 795-804.
- KNIGHT, R.W., HALL, D.J., GOODLING, J.S. y JAEGER, R.C. 1992. Heat sink optimization with application to microchannels. *IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology*. Vol. 15, no. 5, pp. 832-842. ISSN 01486411.
- KRAUSE, J., CORDEIRO, J., PARPINELLI, R.S. y LOPES, H.S. 2013. A Survey of Swarm Algorithms Applied to Discrete Optimization Problems. En: X.-S. YANG, Z. CUI, R. XIAO, A.H. GANDOMI y M. KARAMANOGLU (eds.), *Swarm Intelligence and Bio-inspired Computation*. Oxford: Elsevier. pp. 169-191. ISBN 9780124051638.
- KREITH, F., MANGLIK, R.M. y BOHN, M.S. 2011. *Principles of Heat Transfer*. 7th. Stamford, CT: Cengage Learning.
- KRISHNAN, S., HERNON, D., HODES, M., MULLINS, J. y LYONS, A.M. 2012. Design of Complex Structured Monolithic Heat Sinks for Enhanced Air Cooling. *Components, Packaging and Manufacturing Technology, IEEE Transactions on*. Vol. 2, no. 2, pp. 266-277. ISSN 2156-3950.
- LEE, S. 1995. Optimum design and selection of heat sinks. *IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology: Part A*. S.l.: s.n., pp. 48-54.

- LEE, S., SONG, S., AU, V. y MORAN, K.P. 1995. Constriction/Spreading Resistance Model for Electronics Packaging. Proceedings of the 4th ASME/JSME thermal engineering conference. S.l.: s.n., pp. 199-206.
- LEÓN, J.C., RUBIO, C.A., HERNÁNDEZ, A. y RUBIO, J.C. 2007. Disipación de calor en microcanales de tipo trapezoidal con diferentes razones de aspecto. Ingeniería Mecánica, Tecnología y Desarrollo. Vol. 2, no. 5, pp. 169-176.
- LEON, O.A., DE MEY, G., DICK, E. y VIERENDEELS, J. 2004. Staggered heat sinks with aerodynamic cooling fins. Microelectronics Reliability. Vol. 44, no. 7, pp. 1181-1187. ISSN 00262714.
- LEONG, K.Y. y ONG, H.C. 2014. Entropy generation analysis of nanofluids flow in various shapes of cross section ducts. International Communications in Heat and Mass Transfer. ISSN 07351933.
- LIN, L., CHEN, Y.-Y., ZHANG, X.-X. y WANG, X.-D. 2014. Optimization of geometry and flow rate distribution for double-layer microchannel heat sink. International Journal of Thermal Sciences. Vol. 78, pp. 158-168. ISSN 12900729.
- MADHUSUDANA, C. V. 2014. Thermal Contact Conductance. Cham: Springer International Publishing. Mechanical Engineering Series. ISBN 978-3-319-01275-9.
- MAHIAN, O., KIANIFAR, A., KLEINSTREUER, C., AL-NIMR, M. a., POP, I., SAHIN, A.Z. y WONGWISES, S. 2013. A review of entropy generation in nanofluid flow. International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 65, pp. 514-532. ISSN 00179310.
- MIKOŁAJ ŁATKOWSKI, M.J. 2006. Minimization of Entropy Generation in Steady State Processes of Diffusional Heat and Mass Transfer. S.l.: University of Science and Technology Faculty of Non-Ferrous Metals.
- MILLS, A.F. y MILLS, A.F. 1999. Basic heat and mass transfer. S.l.: Prentice hall Upper Saddle River, NJ.
- MOHSIN, S., MAQBOOL, A. y KHAN, W.A. 2009. Optimization of Cylindrical Pin-Fin Heat Sinks Using Genetic Algorithms. IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies. Vol. 32, no. 1, pp. 44-52. ISSN 1521-3331.
- MORVAY, Z. y GVOZDENAC, D. 2008. Applied Industrial Energy and Environmental Management. S.l.: Wiley-IEEE Press. ISBN 978-0-470-69742-9.
- MURAKAMI, Y. y MIKIC, B.B.B.B. 2001. Parametric optimization of multichanneled heat sinks for VLSI chip cooling. IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies. Vol. 24, no. 1, pp. 2-9. ISSN 15213331.

MUZYCHKA, Y.S., CULHAM, J.R. y YOVANOVICH, M.M. 2003. Thermal Spreading Resistance of Eccentric Heat Sources on Rectangular Flux Channels. *Journal of Electronic Packaging*. Vol. 125, no. 2, pp. 178. ISSN 10437398.

MUZYCHKA, Y.S., YOVANOVICH, M.M. y CULHAM, J.R. 2003. Thermal spreading resistances in rectangular flux channels. Part I - Geometric equivalences. 36th AIAA Thermophysics Conference. Orlando, Florida: s.n., pp. 10.

NELSON, D.J. y SAYERS, W.A. 1992. A comparison of two-dimensional planar, axisymmetric and three-dimensional spreading resistances. [1992 Proceedings] Eighth Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium. S.I.: IEEE, pp. 62-68. ISBN 0-7803-0500-0.

PARSOPOULOS, K. y VRAHATIS, M. 2004. UPSO: A unified particle swarm optimization scheme. *Proceedings of the International Conference of "Computational Methods in Sciences and Engineering*. Zeist, The Netherlands: VSP International Science Publishers, pp. 868–873.

PARSOPOULOS, K.E. y VRAHATIS, M.N. 2005. Unified Particle Swarm Optimization for Solving Constrained Engineering Optimization Problems. *Advances in Natural Computation, Pt 3, Proceedings*. Vol. 3612, pp. 582-591.

QU, W. y MUDAWAR, I. 2002a. Analysis of three-dimensional heat transfer in micro-channel heat sinks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 45, no. 19, pp. 3973-3985. ISSN 00179310.

QU, W. y MUDAWAR, I. 2002b. Experimental and numerical study of pressure drop and heat transfer in a single-phase micro-channel heat sink. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 45, no. 12, pp. 2549-2565. ISSN 00179310.

RAO, R.V. y WAGHMARE, G.G. 2014. Multi-objective design optimization of a plate-fin heat sink using a teaching-learning-based optimization algorithm. *Applied Thermal Engineering*. ISSN 13594311.

RAO, S.S. 2009. *Engineering Optimization: Theory and Practice*. 4. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. ISBN 978-0-470-18352-6.

RATTS, E.B. y RAUT, A.G. 2004. Entropy Generation Minimization of Fully Developed Internal Flow With Constant Heat Flux. *Journal of Heat Transfer*. Vol. 126, no. 4, pp. 656. ISSN 00221481.

RICHARD CULHAM, J., KHAN, W.A., MICHAEL YOVANOVICH, M. y MUZYCHKA, Y.S. 2007. The Influence of Material Properties and Spreading Resistance in the Thermal Design of Plate Fin Heat Sinks. *Journal of Electronic Packaging*. Vol. 129, no. 1, pp. 76. ISSN 10437398.

- RIMBAULT, B., NGUYEN, C.T. y GALANIS, N. 2014. Experimental investigation of CuO–water nanofluid flow and heat transfer inside a microchannel heat sink. *International Journal of Thermal Sciences*. Vol. 84, pp. 275-292. ISSN 12900729.
- ŞAHİN, A.Z. 1999. The effect of variable viscosity on the entropy generation and pumping power in a laminar fluid flow through a duct subjected to constant heat flux. *Heat and Mass Transfer*. Vol. 35, no. 6, pp. 499-506. ISSN 0947-7411.
- SCHALLER, R.R. 1997. Moore's law: past, present and future. *IEEE Spectrum*. Vol. 34, no. 6, pp. 52-59. ISSN 00189235.
- SHAFEIE, H., ABOUALI, O., JAFARPUR, K. y AHMADI, G. 2013. Numerical study of heat transfer performance of single-phase heat sinks with micro pin-fin structures. *Applied Thermal Engineering*. Vol. 58, no. 1-2, pp. 68-76. ISSN 13594311.
- SHAO, B., WANG, L., CHENG, H. y LI, J. 2012. Optimization and Numerical Simulation of Multi-layer Microchannel Heat Sink. *Procedia Engineering*. Vol. 31, pp. 928-933. ISSN 18777058.
- SHAO, B., WANG, L., LI, J. y CHENG, H. 2011. Multi-objective optimization design of a micro-channel heat sink using adaptive genetic algorithm. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. Vol. 21, no. 3, pp. 353-364. ISSN 0961-5539.
- SHIH, C.J. y LIU, G.C. 2004. Optimal Design Methodology of Plate-Fin Heat Sinks for Electronic Cooling Using Entropy Generation Strategy. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*. Vol. 27, no. 3, pp. 551-559. ISSN 1521-3331.
- SOHEL, M.R., SAIDUR, R., HASSAN, N.H., ELIAS, M.M., KHALEDUZZAMAN, S.S. y MAHBUBUL, I.M. 2013. Analysis of entropy generation using nanofluid flow through the circular microchannel and minichannel heat sink. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. Vol. 46, pp. 85-91. ISSN 07351933.
- SONG, S., LEE, S. y AU, V. 1994. Closed-form equation for thermal constriction/spreading resistances with variable resistance boundary condition. *IEPS Conference*. S.l.: s.n., pp. 111-121.
- TAMURA, K. y YASUDA, K. 2011a. Spiral Dynamics Inspired Optimization. *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*. Vol. 15, no. 8, pp. 1116-1122.
- TAMURA, K. y YASUDA, K. 2011b. Spiral Multipoint Search for Global Optimization. *2011 10th International Conference on Machine Learning and Applications and Workshops*. S.l.: IEEE, pp. 470-475. ISBN 978-1-4577-2134-2.
- TEERTSTRA, P., YOVANOVICH, M.M., CULHAM, J.R. y LEMCZYK, T. 2000. Analytical forced convection modeling of plate fin heat sinks. *Fifteenth Annual IEEE*

Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium (Cat. No.99CH36306). S.l.: IEEE, pp. 34-41. ISBN 0-7803-5264-5.

THOMAS, A.V., KORATKAR, N. y PELES, Y. 2012. Dehumidification heat transfer on copper surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 55, no. 25-26, pp. 7858-7864. ISSN 00179310.

TUCKERMAN, D.B. 1984. *Heat-Transfer Microstructures for Integrated Circuits*. S.l.: University of California.

TUCKERMAN, D.B. y PEASE, R.F.W. 1981. High-performance heat sinking for VLSI. *IEEE Electron Device Letters*. Vol. 2, no. 5, pp. 126-129. ISSN 0741-3106.

TÜRKAKAR, G. 2010. *Numerical Simulation and Analytical Optimization of Microchannel Heat Sinks*. MSc. Thesis. S.l.: Middle East Technical University.

WEISE, T. 2009. *Global optimization algorithms—theory and application*. 2nd. S.l.: it-wise.de (self-published), Germany.

WOODS, R.L. y LAWRENCE, K.L. 1997. *Modeling and simulation of dynamic systems*. .

YAKUT, K., ALEMDAROGLU, N., KOTCIOGLU, I. y CELIK, C. 2006. Experimental investigation of thermal resistance of a heat sink with hexagonal fins. *Applied Thermal Engineering*. Vol. 26, no. 17-18, pp. 2262-2271. ISSN 13594311.

YANG, X.S. 2010. *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Application*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc. ISBN 978-0-470-58246-6.

YIN, S., TSENG, K.J. y ZHAO, J. 2013. Design of AlN-based micro-channel heat sink in direct bond copper for power electronics packaging. *Applied Thermal Engineering*. Vol. 52, no. 1, pp. 120-129. ISSN 13594311.

YOVANOVICH, M., CULHAM, J.R. y TEERTSTRA, P. 1998. Analytical Modeling of Spreading Resistance in Flux Tubes, Half Spaces, and Compound Disks. *IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology-Part A*. Vol. 21, no. 1, pp. 168-176.

YOVANOVICH, M.M., MUZYCHKA, Y.S. y CULHAM, J.R. 1999. Spreading Resistance of Isoflux Rectangles and Strips on Compound Flux Channels. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. Vol. 13, no. 4, pp. 495-500.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Schaller, R. R., «Moore's law: past, present and future», *IEEE Spectr.*, vol. 34, n.º 6, pp. 52-59, jun. 1997.
- [2] Harper, C., *Electronic Materials and Processes Handbook*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, (2004).
- [3] Tuckerman, D. B. y Pease, R. F. W., «High-performance heat sinking for VLSI», *IEEE Electron Device Lett.*, vol. 2, n.º 5, pp. 126-129, may 1981.
- [4] Tuckerman, D. B., «Heat-Transfer Microstructures for Integrated Circuits», University of California, (1984).
- [5] Mills, A. F. y Mills, A. F., *Basic heat and mass transfer*, vol. 2. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, (1999).
- [6] Knight, R. W., Hall, D. J., Goodling, J. S., y Jaeger, R. C., «Heat sink optimization with application to microchannels», *IEEE Trans. Components, Hybrids, Manuf. Technol.*, vol. 15, n.º 5, pp. 832-842, 1992.
- [7] Teertstra, P., Yovanovich, M. M., Culham, J. R., y Lemczyk, T., «Analytical forced convection modeling of plate fin heat sinks», in *Fifteenth Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium (Cat. No.99CH36306)*, (2000), pp. 34-41.
- [8] Incropera, F. P. y DeWitt, D. P., *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley & Sons, (1996).
- [9] León, J. C., Rubio, C. A., Hernández, A., y Rubio, J. C., «Disipación de calor en microcanales de tipo trapezoidal con diferentes razones de aspecto», *Ing. Mecánica, Tecnol. y Desarro.*, vol. 2, n.º 5, pp. 169-176, 2007.
- [10] Hatami, M. y Ganji, D. D., «Thermal and flow analysis of microchannel heat sink (MCHS) cooled by Cu-water nanofluid using porous media approach and least square method», *Energy Convers. Manag.*, vol. 78, pp. 347-358, feb. 2014.
- [11] Kandlikar, S. G. y Upadhye, H. R., «Extending the heat flux limit with enhanced microchannels in direct single phase cooling of computer chips», in *Semiconductor Thermal Measurement and Management IEEE Twenty First Annual IEEE Symposium, 2005.*, (2005), pp. 8-15.
- [12] Gururatana, S. y Li, X., «Numerical Investigation of Small Scale Pin Fin Heat Sinks with Vibration Effect», *Can. J. Comput. Math.*, vol. 4, n.º 1, pp. 5-10, 2013.
- [13] Ho, C. J. y Chen, W. C., «An experimental study on thermal performance of Al₂O₃/water nanofluid in a minichannel heat sink», *Appl. Therm. Eng.*, vol. 50, n.º 1, pp. 516-522, ene. 2013.
- [14] Rimbault, B., Nguyen, C. T., y Galanis, N., «Experimental investigation of CuO-water nanofluid flow and heat transfer inside a microchannel heat sink», *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 84, pp. 275-292, oct. 2014.
- [15] Karunanithi, A. K. y Hassanipour, F., «Multilayer minichannel heat sinks: The effect of porosity scaling on pressure drop», in *5th International Conference on Porous Media and Their Applications in Science, Engineering and Industry*, (2014), p. 6.
- [16] Lin, L., Chen, Y.-Y., Zhang, X.-X., y Wang, X.-D., «Optimization of geometry and flow rate distribution for double-layer microchannel heat sink», *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 78, pp. 158-168, abr. 2014.

- [17] Hung, T.-C., Sheu, T.-S., y Yan, W.-M., «Optimal thermal design of microchannel heat sinks with different geometric configurations», *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 39, n.º 10, pp. 1572-1577, dic. 2012.
- [18] Yin, S., Tseng, K. J., y Zhao, J., «Design of AlN-based micro-channel heat sink in direct bond copper for power electronics packaging», *Appl. Therm. Eng.*, vol. 52, n.º 1, pp. 120-129, abr. 2013.
- [19] Krishnan, S., Herson, D., Hodes, M., Mullins, J., y Lyons, A. M., «Design of Complex Structured Monolithic Heat Sinks for Enhanced Air Cooling», *Components, Packag. Manuf. Technol. IEEE Trans.*, vol. 2, n.º 2, pp. 266-277, feb. 2012.
- [20] Adham, A. M., Mohd-Ghazali, N., y Ahmad, R., «Optimization of an ammonia-cooled rectangular microchannel heat sink using multi-objective non-dominated sorting genetic algorithm (NSGA2)», *Heat Mass Transf.*, vol. 48, n.º 10, pp. 1723-1733, may 2012.
- [21] Karathanassis, I. K., Papanicolaou, E., Belessiotis, V., y Bergeles, G. C., «Multi-objective design optimization of a micro heat sink for Concentrating Photovoltaic/Thermal (CPVT) systems using a genetic algorithm», *Appl. Therm. Eng.*, vol. 59, n.º 1-2, pp. 733-744, sep. 2013.
- [22] Bejan, A., *Entropy generation minimization: The new thermodynamics of finite-size devices and finite-time processes*, vol. 79, n.º 3. New York: CRC press, (1995).
- [23] Culham, J. R. y Muzychka, Y. S., «Optimization of plate fin heat sinks using entropy generation minimization», *IEEE Trans. Components Packag. Technol.*, vol. 24, n.º 2, pp. 159-165, jun. 2001.
- [24] Khan, W. A., Yovanovich, M. M., y Culham, J. R., «Optimization of microchannel heat sinks using entropy generation minimization method», in *Twenty-Second Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement And Management Symposium*, (2006), pp. 78-86.
- [25] Mikołaj Łatkowski, M. J., «Minimization of Entropy Generation in Steady State Processes of Diffusional Heat and Mass Transfer», University of Science and Technology Faculty of Non-Ferrous Metals, (2006).
- [26] Khan, W. A. y Yovanovich, M. M., «Analytical Modeling of Fluid Flow and Heat Transfer in Microchannel/Nanochannel Heat Sinks», *J. Thermophys. Heat Transf.*, vol. 22, n.º 3, pp. 352-359, jul. 2008.
- [27] Haddad, O., Abuzaid, M., y Al-Nimr, M., «Entropy Generation Due to Laminar Incompressible Forced Convection Flow Through Parallel-Plates Microchannel», *Entropy*, vol. 6, n.º 5, pp. 413-426, dic. 2004.
- [28] Ratts, E. B. y Raut, A. G., «Entropy Generation Minimization of Fully Developed Internal Flow With Constant Heat Flux», *J. Heat Transfer*, vol. 126, n.º 4, p. 656, 2004.
- [29] Abbassi, H., «Entropy generation analysis in a uniformly heated microchannel heat sink», *Energy*, vol. 32, n.º 10, pp. 1932-1947, oct. 2007.
- [30] Soheli, M. R., Saidur, R., Hassan, N. H., Elias, M. M., Khaleduzzaman, S. S., y Mahbubul, I. M., «Analysis of entropy generation using nanofluid flow through the circular microchannel and minichannel heat sink», *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 46, pp. 85-91, ago. 2013.

- [31] Leong, K. Y. y Ong, H. C., «Entropy generation analysis of nanofluids flow in various shapes of cross section ducts», *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, jul. 2014.
- [32] Mahian, O., Kianifar, A., Kleinstreuer, C., Al-Nimr, M. a., Pop, I., Sahin, A. Z., y Wongwises, S., «A review of entropy generation in nanofluid flow», *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 65, pp. 514-532, oct. 2013.
- [33] Ibáñez, G. y Cuevas, S., «Entropy generation minimization of a MHD (magnetohydrodynamic) flow in a microchannel», *Energy*, vol. 35, n.º 10, pp. 4149-4155, oct. 2010.
- [34] Şahin, A. Z., «The effect of variable viscosity on the entropy generation and pumping power in a laminar fluid flow through a duct subjected to constant heat flux», *Heat Mass Transf.*, vol. 35, n.º 6, pp. 499-506, dic. 1999.
- [35] Adham, A. M., Mohd-Ghazali, N., y Ahmad, R., «Optimization of a Rectangular Microchannel Heat Sink Using Entropy Generation Minimization (EGM) and Genetic Algorithm (GA)», *Arab. J. Sci. Eng.*, jul. 2014.
- [36] Rao, S. S., *Engineering Optimization: Theory and Practice*, 4.^a ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., (2009).
- [37] Cruz, J., Amaya, I., y Correa, R., «Solution of the mathematical model of a DC nonlinear electronic circuit using an optimization strategy: Application of the original and unified Particle Swarm Metaheuristics», in *2012 IEEE 4th Colombian Workshop on Circuits and Systems (CWCAS)*, (2012), pp. 1-6.
- [38] Cruz, J., Amaya, I., y Correa, R., «Algoritmo de optimización para el cálculo de múltiples raíces de sistemas de ecuaciones no lineales», *INGECUC*, vol. 9, n.º 1, pp. 197-208, 2013.
- [39] Amaya, I., Cruz, J., y Correa, R., «Real Roots of Nonlinear Systems of Equations Through a Metaheuristic Algorithm», *Rev. Dyna*, vol. 78, n.º 170, pp. 15-23, 2011.
- [40] Amaya, I., Cruz, J., y Correa, R., «Solution of the Mathematical Model of a Nonlinear Direct Current Circuit Using Particle Swarm Optimization», *Rev. Dyna*, vol. 79, n.º 172, pp. 77-84, 2012.
- [41] Asi, M. y Dib, N., «Design Of Multilayer Microwave Broadband Absorbers Using Central Force Optimization», *Prog. Electromagn. Res. B*, vol. 26, n.º September, pp. 101-113, 2010.
- [42] Chen, C.-W., Lee, J.-J., y Kou, H.-S., «Optimum thermal design of microchannel heat sinks by the simulated annealing method», *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 35, n.º 8, pp. 980-984, oct. 2008.
- [43] Shao, B., Wang, L., Cheng, H., y Li, J., «Optimization and Numerical Simulation of Multi-layer Microchannel Heat Sink», *Procedia Eng.*, vol. 31, pp. 928-933, ene. 2012.
- [44] Jian-Hui, Z., Chun-Xin, Y., y Li-Na, Z., «Minimizing the entropy generation rate of the plate-finned heat sinks using computational fluid dynamics and combined optimization», *Appl. Therm. Eng.*, vol. 29, n.º 8-9, pp. 1872-1879, jun. 2008.
- [45] Jian-Hui, Z. y Chun-Xin, Y., «Design and Simulation of the CPU Fan and Heat Sinks», *IEEE Trans. Components Packag. Technol.*, vol. 31, n.º 4, pp. 890-903, dic. 2008.
- [46] Khan, W. A., Kadri, M. B., y Ali, Q., «Optimization of Microchannel Heat Sinks Using Genetic Algorithm», *Heat Transf. Eng.*, vol. 34, n.º 4, pp. 279-287, ene. 2013.

- [47] Correa, R., Amaya, I., y Araque, A., «Uso de algoritmos metaheurísticos híbridos para la minimización de entropía en problemas de transferencia de calor en circuitos electrónicos», *Rev. Ing. y Univ.*, vol. 15, n.º 2, pp. 403-421, 2011.
- [48] Hinojosa, A., Espinosa, K., y Correa, R., «El método de enjambre de partículas y el criterio de mínima entropía en el diseño óptimo de un disipador de calor», *Rev. Ing. Univ. Medellín*, vol. 11, n.º 20, pp. 203-214, 2012.
- [49] Yang, X. S., *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Application*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., (2010).
- [50] Goldberg, D. y Holland, J., «Genetic algorithms and machine learning», *Mach. Learn.*, vol. 3, n.º 2-3, pp. 95-99, 1988.
- [51] Kirkpatrick, S., Jr., D. G., Vecchi, M. P., Ioannidis, Y., y Wong, E., «Optimization by simulated annealing», *Science (80-.)*, vol. 220, n.º 4598, pp. 671-680, 1983.
- [52] Granville, V., Krivanek, M., y Rasson, J.-P., «Simulated annealing: a proof of convergence», *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 16, n.º 6, pp. 652-656, jun. 1994.
- [53] Clerc, M., *Particle Swarm Optimization*, 1.^a ed. London: Wiley-ISTE, (2006).
- [54] Kennedy, J. y Eberhart, R., «Particle swarm optimization», in *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, (1995), vol. 4, pp. 1942-1948.
- [55] Eberhart, R. y Kennedy, J., «A new optimizer using particle swarm theory», in *MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, (1995), pp. 39-43.
- [56] Weise, T., *Global optimization algorithms—theory and application*, 2nd ed. it-weise.de (self-published), Germany, (2009).
- [57] Krause, J., Cordeiro, J., Parpinelli, R. S., y Lopes, H. S., «A Survey of Swarm Algorithms Applied to Discrete Optimization Problems», in *Swarm Intelligence and Bio-inspired Computation*, X.-S. Yang, Z. Cui, R. Xiao, A. H. Gandomi, y M. Karamanoglu, Eds. Oxford: Elsevier, (2013), pp. 169-191.
- [58] Parsopoulos, K. y Vrahatis, M., «UPSO: A unified particle swarm optimization scheme», in *Proceedings of the International Conference of "Computational Methods in Sciences and Engineering*, (2004), vol. 1, pp. 868–873.
- [59] Parsopoulos, K. E. y Vrahatis, M. N., «Unified Particle Swarm Optimization for Solving Constrained Engineering Optimization Problems», *Adv. Nat. Comput. Pt 3, Proc.*, vol. 3612, pp. 582-591, 2005.
- [60] Tamura, K. y Yasuda, K., «Spiral Multipoint Search for Global Optimization», in *2011 10th International Conference on Machine Learning and Applications and Workshops*, (2011), pp. 470-475.
- [61] Tamura, K. y Yasuda, K., «Spiral Dynamics Inspired Optimization», *J. Adv. Comput. Intell. Intell. Informatics*, vol. 15, n.º 8, pp. 1116-1122, 2011.
- [62] Richard Culham, J., Khan, W. A., Michael Yovanovich, M., y Muzychka, Y. S., «The Influence of Material Properties and Spreading Resistance in the Thermal Design of Plate Fin Heat Sinks», *J. Electron. Packag.*, vol. 129, n.º 1, p. 76, 2007.
- [63] Goldstein, R. J., Eckert, E. R. G., Ibele, W. E., Patankar, S. V., Simon, T. W., Kuehn, T. H., Strykowski, P. J., Tamma, K. K., Bar-Cohen, A., Heberlein, J. V. R., Davidson, J. H., Bischof, J., Kulacki, F. A., Kortshagen, U., y Garrick, S., «Heat transfer - a

- review of 2000 literature», *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 45, n.º 14, pp. 2853-2957, 2002.
- [64] Lee, S., «Optimum design and selection of heat sinks», in *IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology: Part A*, (1995), vol. 18, n.º 4, pp. 48-54.
- [65] Shih, C. J. y Liu, G. C., «Optimal Design Methodology of Plate-Fin Heat Sinks for Electronic Cooling Using Entropy Generation Strategy», *IEEE Trans. Components Packag. Technol.*, vol. 27, n.º 3, pp. 551-559, sep. 2004.
- [66] Murakami, Y. y Mikic, B. B. B., «Parametric optimization of multichanneled heat sinks for VLSI chip cooling», *IEEE Trans. Components Packag. Technol.*, vol. 24, n.º 1, pp. 2-9, mar. 2001.
- [67] Khan, W. A., Culham, J. R., y Yovanovich, M. M., «Modeling of Cylindrical Pin-Fin Heat Sinks for Electronic Packaging», *IEEE Trans. Components Packag. Technol.*, vol. 31, n.º 3, pp. 536-545, sep. 2008.
- [68] Leon, O. A., De Mey, G., Dick, E., y Vierendeels, J., «Staggered heat sinks with aerodynamic cooling fins», *Microelectron. Reliab.*, vol. 44, n.º 7, pp. 1181-1187, jul. 2004.
- [69] Khan, W. A. W. A., Culham, J. R. R., y Yovanovich, M. M. M., «Optimization of pin-fin heat sinks using entropy generation minimization», *IEEE Trans. Components Packag. Technol.*, vol. 28, n.º 2, pp. 247-254, jun. 2005.
- [70] Khan, W. A., Culham, J. R. R., y Yovanovich, M. M. M., «Optimization of Microchannel Heat Sinks Using Entropy Generation Minimization Method», *IEEE Trans. Components Packag. Technol.*, vol. 32, n.º 2, pp. 243-251, jun. 2009.
- [71] Hassan, I., Phutthavong, P., y Abdelgawad, M. M., «Microchannel heat sinks: An overview of the state-of-the-art», *Microscale Thermophys. Eng.*, vol. 8, n.º 3, pp. 183-205, ene. 2004.
- [72] Husain, A. y Kim, K.-Y., «Optimization of a microchannel heat sink with temperature dependent fluid properties», *Appl. Therm. Eng.*, vol. 28, n.º 8-9, pp. 1101-1107, jun. 2008.
- [73] Türkakar, G., «Numerical Simulation and Analytical Optimization of Microchannel Heat Sinks», MSc. Thesis, Middle East Technical University, (2010).
- [74] Shafeie, H., Abouali, O., Jafarpur, K., y Ahmadi, G., «Numerical study of heat transfer performance of single-phase heat sinks with micro pin-fin structures», *Appl. Therm. Eng.*, vol. 58, n.º 1-2, pp. 68-76, sep. 2013.
- [75] Yakut, K., Alemdaroglu, N., Kotcioglu, I., y Celik, C., «Experimental investigation of thermal resistance of a heat sink with hexagonal fins», *Appl. Therm. Eng.*, vol. 26, n.º 17-18, pp. 2262-2271, dic. 2006.
- [76] Kim, D.-K., Kim, S. J., y Bae, J.-K., «Comparison of thermal performances of plate-fin and pin-fin heat sinks subject to an impinging flow», *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 52, n.º 15-16, pp. 3510-3517, jul. 2009.
- [77] Hung, T.-C., Yan, W.-M., Wang, X.-D., y Huang, Y.-X., «Optimal design of geometric parameters of double-layered microchannel heat sinks», *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 55, n.º 11, pp. 3262-3272, may 2012.
- [78] Kim, S. J. y Kim, D., «Forced Convection in Microstructures for Electronic Equipment Cooling», *J. Heat Transfer*, vol. 121, n.º 3, p. 639, 1999.

- [79] Shao, B., Wang, L., Li, J., y Cheng, H., «Multi-objective optimization design of a micro-channel heat sink using adaptive genetic algorithm», *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow*, vol. 21, n.º 3, pp. 353-364, 2011.
- [80] Cengel, Y. A. y Boles, M. A., *Thermodynamics: an engineering approach*, 5.ª ed., vol. 5. New York: McGraw-Hill, (2006).
- [81] Woods, R. L. y Lawrence, K. L., «Modeling and simulation of dynamic systems», 1997.
- [82] Bejan, A., *Advanced engineering thermodynamics*. (1988).
- [83] Mohsin, S., Maqbool, A., y Khan, W. A., «Optimization of Cylindrical Pin-Fin Heat Sinks Using Genetic Algorithms», *IEEE Trans. Components Packag. Technol.*, vol. 32, n.º 1, pp. 44-52, mar. 2009.
- [84] Halefadi, S., Adham, A. M., Mohd-Ghazali, N., Maré, T., Estellé, P., y Ahmad, R., «Optimization of thermal performances and pressure drop of rectangular microchannel heat sink using aqueous carbon nanotubes based nanofluid», *Appl. Therm. Eng.*, vol. 62, n.º 2, pp. 492-499, ene. 2014.
- [85] Thomas, A. V., Koratkar, N., y Peles, Y., «Dehumidification heat transfer on copper surfaces», *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 55, n.º 25-26, pp. 7858-7864, 2012.
- [86] Yovanovich, M., Culham, J. R., y Teertstra, P., «Analytical Modeling of Spreading Resistance in Flux Tubes, Half Spaces, and Compound Disks», *IEEE Trans. Components, Packag. Manuf. Technol. A*, vol. 21, n.º 1, pp. 168-176, 1998.
- [87] Madhusudana, C. V., *Thermal Contact Conductance*. Cham: Springer International Publishing, (2014).
- [88] Song, S., Lee, S., y Au, V., «Closed-form equation for thermal constriction/spreading resistances with variable resistance boundary condition», in *IEPS Conference*, (1994), pp. 111-121.
- [89] Lee, S., Song, S., Au, V., y Moran, K. P., «Constriction/Spreading Resistance Model for Electronics Packaging», in *Proceedings of the 4th ASME/JSME thermal engineering conference*, (1995), vol. 4, pp. 199-206.
- [90] Ellison, G. N., «Maximum thermal spreading resistance for rectangular sources and plates with nonunity aspect ratios», *IEEE Trans. Components Packag. Technol.*, vol. 26, n.º 2, pp. 439-454, jun. 2003.
- [91] Yovanovich, M. M., Muzychka, Y. S., y Culham, J. R., «Spreading Resistance of Isoflux Rectangles and Strips on Compound Flux Channels», *J. Thermophys. Heat Transf.*, vol. 13, n.º 4, pp. 495-500, 1999.
- [92] Muzychka, Y. S., Culham, J. R., y Yovanovich, M. M., «Thermal Spreading Resistance of Eccentric Heat Sources on Rectangular Flux Channels», *J. Electron. Packag.*, vol. 125, n.º 2, p. 178, 2003.
- [93] Muzychka, Y. S., Yovanovich, M. M., y Culham, J. R., «Thermal spreading resistances in rectangular flux channels. Part I - Geometric equivalences», in *36th AIAA Thermophysics Conference*, (2003), p. 10.
- [94] Nelson, D. J. y Sayers, W. A., «A comparison of two-dimensional planar, axisymmetric and three-dimensional spreading resistances», in *[1992 Proceedings] Eighth Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium*, (1992), pp. 62-68.

- [95] Kreith, F., Manglik, R. M., y Bohn, M. S., *Principles of Heat Transfer*, 7th ed. Stamford, CT: Cengage Learning, (2011).
- [96] Kleiner, M., Kühn, S., y Habberger, K., «High performance forced air cooling scheme employing microchannel heat exchangers», *IEEE Trans. Components, Packag. Manuf. Technol. A*, vol. 18, n.º 4, pp. 795-804, 1995.
- [97] Adham, A., Mohd-Ghazali, N., y Ahmad, R., «Optimization of nanofluid-cooled microchannel heat sink», *Therm. Sci.*, n.º 00, pp. 163-163, 2013.
- [98] Qu, W. y Mudawar, I., «Experimental and numerical study of pressure drop and heat transfer in a single-phase micro-channel heat sink», *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 45, n.º 12, pp. 2549-2565, jun. 2002.
- [99] Adham, A. M., Mohd-Ghazali, N., y Ahmad, R., «Thermal and hydrodynamic analysis of microchannel heat sinks: A review», *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 21, pp. 614-622, may 2013.
- [100] Qu, W. y Mudawar, I., «Analysis of three-dimensional heat transfer in micro-channel heat sinks», *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 45, n.º 19, pp. 3973-3985, sep. 2002.
- [101] Morvay, Z. y Gvozdenac, D., *Applied Industrial Energy and Environmental Management*. Wiley-IEEE Press, (2008).
- [102] Chen, C.-T. y Chen, H.-I., «Multi-objective optimization design of plate-fin heat sinks using a direction-based genetic algorithm», *J. Taiwan Inst. Chem. Eng.*, vol. 44, n.º 2, pp. 257-265, mar. 2013.
- [103] Rao, R. V. y Waghmare, G. G., «Multi-objective design optimization of a plate-fin heat sink using a teaching-learning-based optimization algorithm», *Appl. Therm. Eng.*, nov. 2014.
- [104] Group, T. G., «Goodfellow», 2008. [Online]. Available: <http://www.goodfellow.com/>. [Accessed: 01-dic-2014].

ANEXOS

A. EJEMPLOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

A.1. Calentador de aire con condición de frontera de temperatura constante

El siguiente procedimiento se basa en las expresiones encontradas durante el desarrollo del ejemplo 2 y los datos suministrados en la Tabla 2. Adicionalmente, la Tabla 24 muestra los valores promedio de las propiedades del fluido, y en (101) y (102) se reescriben las dos expresiones clave, obtenidas previamente para el cálculo de $T_{m,o}$ y \dot{Q} .

Tabla 24. Valores promedio de las propiedades del fluido.

Propiedad	Valor	Referencia
c_p	1009 J/kg	
μ	$208,2 \times 10^{-7} \text{ Pa} \cdot \text{s}$	$\bar{T}_m = 350 \text{ K}$
k	0,03 W/m · K	
ρ	1,1614 kg/m ²	$T_{mi} = 300 \text{ K}$

$$T_{m,o} = T_s - (T_s - T_{m,i}) \cdot \exp\left(-\frac{1}{\dot{m}c_p R_{conv}}\right) \quad (101)$$

$$\dot{Q} = \Delta T_{ml} / R_{conv} \quad (102)$$

Antes de encontrar $T_{m,o}$ y \dot{Q} se deben hallar los parámetros \dot{m} , R_{conv} y ΔT_{ml} con ayuda de la información suministrada en la Tabla 2 y en la Tabla 24. En este orden de ideas, el flujo másico de aire que ingresa al calentador se calcula con el número aproximado de canales N_p , la densidad promedio del aire ρ , la velocidad promedio u_m y el área de la sección transversal de cada canal $A_{st,c}$ ($= W_c H_c$) como

$$\begin{aligned} \dot{m} &= N_p \rho u_m A_{st,c} \\ &= N_p \rho u_m W_c H_c \\ &= 11,6721 \times 10^{-3} \text{ kg/s} \end{aligned} \quad (103)$$

donde N_p se calcula con

$$N_p = \frac{W_d}{W_p + W_c} \approx 67. \quad (104)$$

Seguidamente, la eficiencia del arreglo de aletas η_o se obtiene con

$$\eta_o = 1 - N_p \frac{A_{ef,p}}{A'_{ef}} (1 - \eta_p), \quad (105)$$

que depende del número de aletas N_p , del área efectiva de una aleta $A_{ef,p}$ del área total efectiva del arreglo de aletas A'_{ef} , y de la eficiencia de una aleta η_p . Las áreas efectivas se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} A_{ef,p} &= 2 \left(\frac{H_c}{2} \cdot L_d \right) \\ &= 0,003 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (106)$$

$$\begin{aligned} A_{ef,b} &= (W_d - N_p W_p) L_d \\ &= 0,0133 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (107)$$

$$\begin{aligned} A'_{ef} &= N_p A_{ef,p} + A_{ef,b} \\ &= 0,2143 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (108)$$

Seguidamente, η_p se determina con (109) en función del parámetro m , que se halla con (110), y caracteriza la transferencia por convección debido a la conducción interna de calor en la aleta. Por ello, depende tanto del coeficiente de película \bar{h} como de la conductividad térmica k de la aleta.

$$\eta_p = \frac{\tanh(mH_c/2)}{mH_c/2} \quad (109)$$

$$m^2 = \frac{2\bar{h}(W_p + L_d)}{kW_p L_d} \quad (110)$$

Antes de obtener el valor de \bar{h} se debe conocer el número de Nusselt (Nu_{D_h}), seleccionado de acuerdo con el régimen del flujo de fluido que, para este caso, se calcula con (111) y corresponde al laminar completamente desarrollado ($Re_{D_h} < 2300$). Para llegar al resultado anterior, en (112) se determinó el diámetro hidráulico (D_h), como la longitud característica de los canales.

$$\begin{aligned} Re_{D_h} &= \frac{\rho u_m D_h}{\mu} \\ &= 984,0618 \end{aligned} \quad (111)$$

$$D_h = \frac{4W_c H_c}{2(W_c + H_c)} = 3,5294 \text{ mm} \quad (112)$$

Una vez definido el régimen del flujo, se selecciona Nu_{D_h} utilizando la relación de aspecto $\alpha_c (= W_c/H_c = 2/15)$ y la tabla suministrada por Incropera y DeWitt [8]:

$$\begin{aligned} Nu_{D_h} &= \frac{\bar{h}D_h}{k_f} \\ &= 5,455. \end{aligned} \quad (113)$$

Ahora bien, con (113) y los valores $k_f = 0,03 \text{ W/m}$ y D_h de (112), se obtiene que

$$\bar{h} = k_f \cdot \frac{Nu_{D_h}}{D_h} \approx 46,3677 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}, \quad (114)$$

y, seguidamente, el valor para el parámetro de la aleta se encuentra con (110), al igual que la eficiencia de la aleta con (109), como se presenta a continuación:

$$m = 19,755 \text{ m}^{-1} \quad (115)$$

$$\eta_p = 0,9927. \quad (116)$$

Con lo anterior y la expresión (105) se calcula la eficiencia total para cada arreglo de aletas como

$$\eta_o = 0,9936. \quad (117)$$

De igual manera, es fácil encontrar $R_{conv,vc}$ como en (118), para la resistencia térmica de convección para un arreglo de aletas, y en consecuencia, la resistencia equivalente R_{conv} para todo el calentador de aire como en (119).

$$R_{conv,vc} = \frac{1}{\bar{h}A'_{ef}\eta_o} = 0,1907 \text{ K/W} \quad (118)$$

$$R_{conv} = \frac{R_{conv,vc}}{2} = 0,0954 \text{ K/W} \quad (119)$$

Por último, utilizando los valores de T_s , $T_{m,i}$, c_p , \dot{m} y R_{conv} , con (101) se calcula la temperatura del aire a la salida del calentador, como

$$T_{m,o} = 358,9489 \text{ K}, \quad (120)$$

para así determinar la diferencia media logarítmica de temperaturas (ΔT_{ml}) con (121), y seguidamente, la magnitud de la tasa de transferencia de calor (\dot{Q}) con (122) y con (102).

$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_s - T_{mo}) - (T_s - T_{mi})}{\ln((T_s - T_{mo})/(T_s - T_{mi}))} = 66,2085 \text{ K} \quad (121)$$

$$\dot{Q} = 694,2456 \text{ W} \quad (122)$$

A.2. Calentador de aire con condición de flujo de calor uniforme

Para calcular $T_{m,o}$, $T_{s,o}$ y R_{eq} se emplean (123), (124) y (125), obtenidas en el desarrollo del ejemplo 3, junto con la información de los parámetros del calentador y las propiedades promedio del aire en la Tabla 4 y la Tabla 24, respectivamente, como se muestra a continuación:

$$T_{m,o} = T_{m,i} + \dot{Q} \cdot R_f \quad (123)$$

$$T_{s,o} = T_{m,i} + \dot{Q} \cdot R_{eq} \quad (124)$$

$$R_{eq} = \frac{1}{\bar{h}A'_{ef}\eta_o} + \frac{1}{\dot{m}c_p} = R_{conv} + R_f \quad (125)$$

El primer paso consiste en calcular el número de aletas del arreglo (N_p) y el flujo de aire que atraviesa el calentador (\dot{m}) como

$$N_p = \frac{W_d}{W_p + W_c} \approx 67, \quad (126)$$

$$\dot{m} = N_p \rho u_m W_c H_c = 11,6721 \times 10^{-3} \text{ kg/s.} \quad (127)$$

Para calcular el coeficiente de convección promedio se calcula primero el número de Reynolds (Re_{D_h}) a través del diámetro hidráulico (D_h); luego, se identifica el régimen del flujo y la correlación empírica del número de Nusselt (Nu_{D_h}) a utilizar; por último, se despeja \bar{h} del valor calculado para Nu_{D_h} . De acuerdo con lo anterior, D_h y Re_{D_h} se calculan como,

$$D_h = \frac{4W_c H_c}{2(W_c + H_c)} = 3,5294 \text{ mm}, \quad (128)$$

$$Re_{D_h} = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} = 984,0618, \quad (129)$$

donde $Re_{D_h} < 2300$, con lo que se asume el flujo en régimen laminar completamente desarrollado. Seguidamente, se emplea la relación de aspecto del canal $\alpha_c (= W_c/H_c = 2/15)$ para seleccionar Nu_{D_h} de los valores tabulados en [8] como

$$Nu_{D_h} = \frac{\bar{h} D_h}{k_f} = 6,345. \quad (130)$$

Y así resolver (130) en términos del coeficiente de convección promedio,

$$\bar{h} = \frac{Nu_{D_h} k_f}{D_h} \approx 53,9327 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}. \quad (131)$$

Por otra parte, para encontrar la eficiencia total del arreglo de aletas (η_o) se debe calcular primero la eficiencia de una aleta η_p como

$$m^2 = \frac{2\bar{h}(W_p + L_d)}{k W_p L_d} = 21,3057 \text{ m}^{-2}, \quad (132)$$

$$\eta_p = \frac{\tanh(m H_c)}{m H_c} = 0,9673, \quad (133)$$

y de igual forma encontrar las áreas efectivas (de una aleta, de la base y del arreglo de aletas) con

$$A_{ef,p} = 2H_c L_d = 0,003 \text{ m}^2, \quad (134)$$

$$A_{ef,b} = (W_d - N_p W_p) L_d = 0,0133 \text{ m}^2, \quad (135)$$

$$A'_{ef} = N_p A_{ef,p} + A_{ef,b} = 0,2143 \text{ m}^2. \quad (136)$$

Para finalmente calcular η_o como

$$\eta_0 = 1 - N_p \frac{A_{ef,p}}{A'_{ef}} (1 - \eta_p) = 0,9693. \quad (137)$$

Ahora bien, una vez determinados los parámetros \dot{m} , \bar{h} , A'_{ef} y η_0 se hallan fácilmente las resistencias térmicas presentes en el modelo del calentador con

$$R_{conv} = \frac{1}{\bar{h}A'_{ef}\eta_0} = 0,0905 \text{ K/W}, \quad (138)$$

$$R_f = \frac{1}{\dot{m}c_p} = 0,0849 \text{ K/W}, \quad (139)$$

$$R_{eq} = 0,1754 \text{ K/W}, \quad (140)$$

y seguidamente, empleando (123) y (124), se calculan las temperaturas promedio de la superficie $T_{s,o}$ y del fluido $T_{m,o}$ a la salida del calentador como

$$T_{m,o} = 358,8426 \text{ K}, \quad (141)$$

$$T_{s,o} = 421,5591 \text{ K}. \quad (142)$$

B. FUNCIONES DE PRUEBA ESTÁNDAR

B.1. Función Ackley

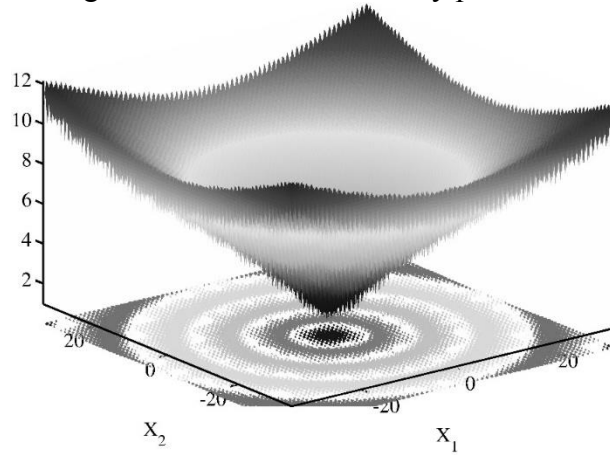
$$f_1(\mathbf{x}) = -20e^{-0,02\sqrt{N^{-1}\sum_{i=1}^N x_i^2}} - e^{N^{-1}\sum_{i=1}^N \cos 2\pi x_i} + 20 + e \quad (143)$$

sujeta a $-35 \leq x_i \leq 35$ para $i = 1, \dots, N$

$$\mathbf{x}^* = 0$$

$$f(\mathbf{x}^*) = 0$$

Figura 49. Representación gráfica de la función Ackley para dos dimensiones.



B.2. Función Alpine 1

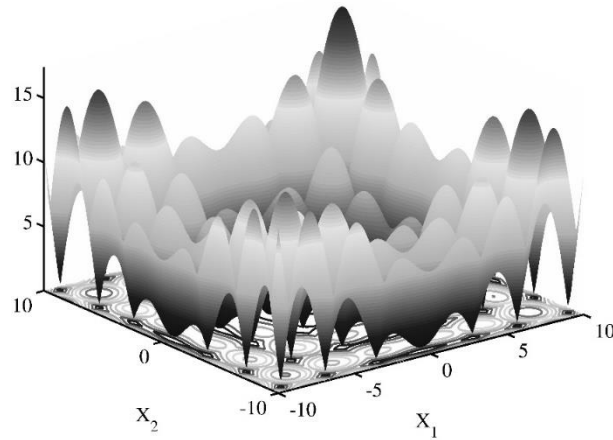
$$f_2(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N |x_i \sin x_i + 0,1x_i| \quad (144)$$

sujeta a $-10 \leq x_i \leq 10$ para $i = 1, \dots, N$

$$\mathbf{x}^* = 0$$

$$f(\mathbf{x}^*) = 0$$

Figura 50. Representación gráfica de la función Alpine 1 para dos dimensiones.



B.3. Función Beale

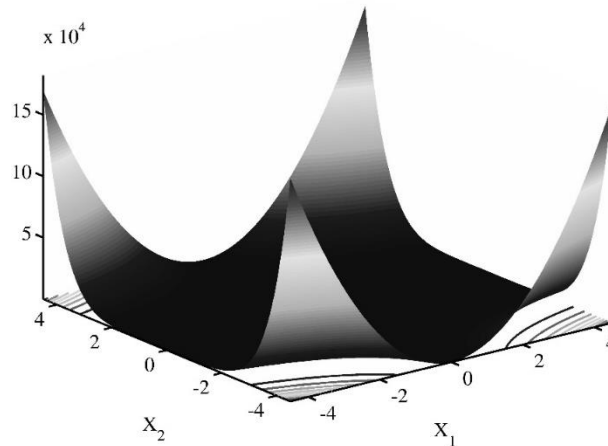
$$f_3(\mathbf{x}) = (1,5 - x_1 + x_1x_2^2 + (2,25 - x_1 + x_1x_2^2)^2 + (2,625 - x_1 + x_1x_2^3)^2 \quad (145)$$

sujeta a $-4,5 \leq x_i \leq 4,5$ para $i = 1$ y 2

$$\mathbf{x}^* = \langle 3; 0,5 \rangle$$

$$f(\mathbf{x}^*) = 0$$

Figura 51. Representación gráfica de la función Beale para dos dimensiones.



B.4. Función Bird

$$f_4(\mathbf{x}) = \sin x_1 e^{(1-\cos x_2)^2} + \cos x_2 e^{(1-\sin x_1)^2} + (x_1 - x_2)^2 \quad (146)$$

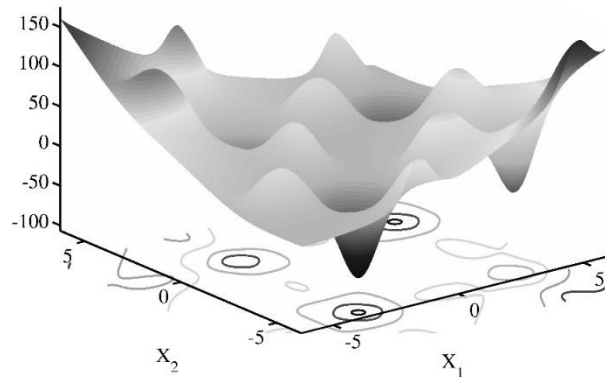
sujeta a $-2\pi \leq x_i \leq 2\pi$ para $i = 1$ y 2

$$\mathbf{x}^* = \langle 4,701055752; 3,152946020 \rangle$$

$$\mathbf{x}^* = \langle -1,582142171; -3.130246800 \rangle$$

$$f(\mathbf{x}^*) = -106,7645367$$

Figura 52. Representación gráfica de la función Bird para dos dimensiones.



B.5. Función Bukin 2

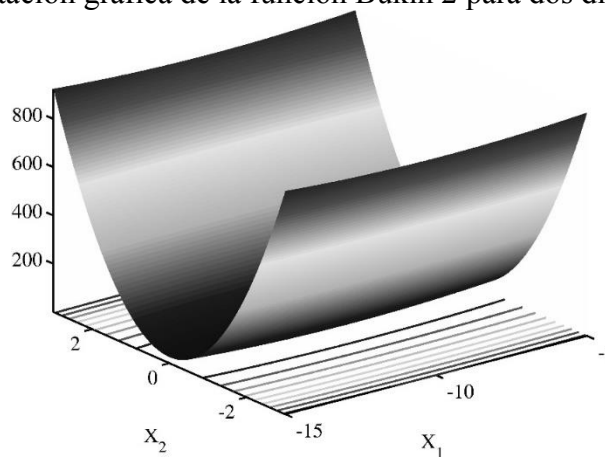
$$f_5(x_1; x_2) = 101 + 100x_2^2 + 1,01x_1^2 + 20,2x_1 \quad (147)$$

sujeta a $-15 \leq x_1 \leq -5$ y $-3 \leq x_2 \leq 3$

$$\mathbf{x}^* = \langle -10; 0 \rangle$$

$$f(\mathbf{x}^*) = 0$$

Figura 53. Representación gráfica de la función Bukin 2 para dos dimensiones.



B.6. Función Colville

$$f_6(\mathbf{x}) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (x_1 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + 90(x_3^2 - x_4)^2 + 10,1[(x_2 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2] + 19,8(x_2 - 1)(x_4 - 1) \quad (148)$$

sujeta a $-10 \leq x_i \leq 10$ para $i = 1, \dots, 4$

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{1}$$

$$f(\mathbf{x}^*) = 0$$

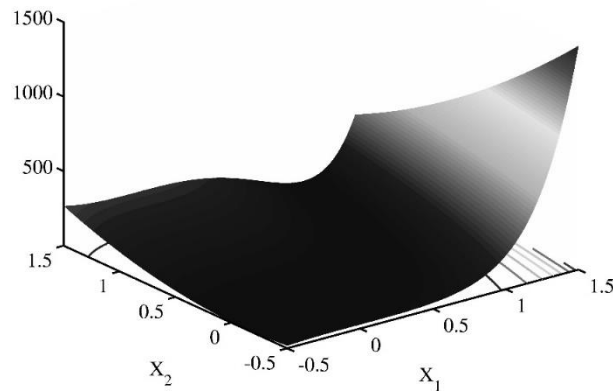
B.7. Función Cube

$$f_7(\mathbf{x}) = 100(x_2 - x_1^3)^2 + (1 - x_1)^2 \quad (149)$$

sujeta a $-10 \leq x_i \leq 10$ para $i = 1$ y 2

$$\mathbf{x}^* = 1 \quad f(\mathbf{x}^*) = 0$$

Figura 54. Representación gráfica de la función Cube para dos dimensiones.



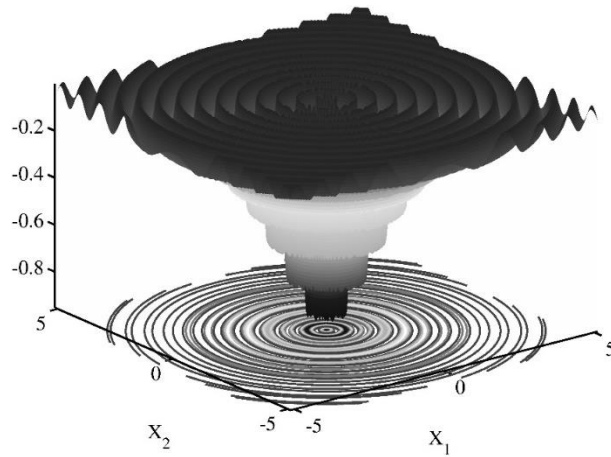
B.8. Función Drop Water

$$f_8(\mathbf{x}) = -\frac{1 + \cos\left(12\sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2}\right)}{2 + 0,5\sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (150)$$

sujeta a $-5,12 \leq x_i \leq 5,12$ para $i = 1, \dots, N$

$$\mathbf{x}^* = 0 \quad f(\mathbf{x}^*) = -1$$

Figura 55. Representación gráfica de la función Drop Water para dos dimensiones.



B.9. Función Hosaki

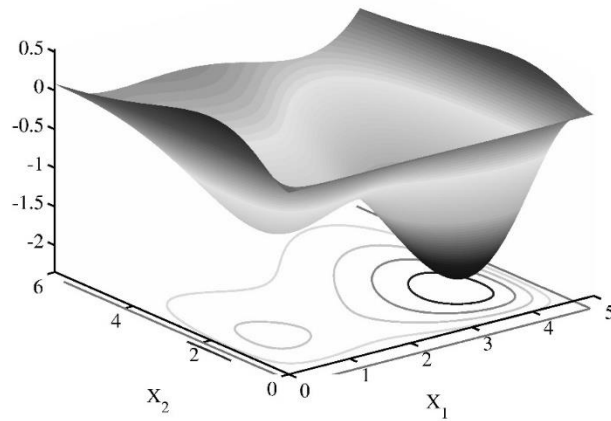
$$f_9(\mathbf{x}) = \left(1 - 8x_1 + 7x_1^2 - \frac{7}{3}x_1^3 + \frac{1}{4}x_1^4\right) \cdot x_2^2 e^{-x_2} \quad (151)$$

sujeta a $-1 \leq x_i \leq 1$ para $i = 1$ y 2

$$\mathbf{x}^* = \langle 4; 2 \rangle$$

$$f(\mathbf{x}^*) \approx -2,3458$$

Figura 56. Representación gráfica de la función Hosaki para dos dimensiones.



B.10. Función Needle Eye

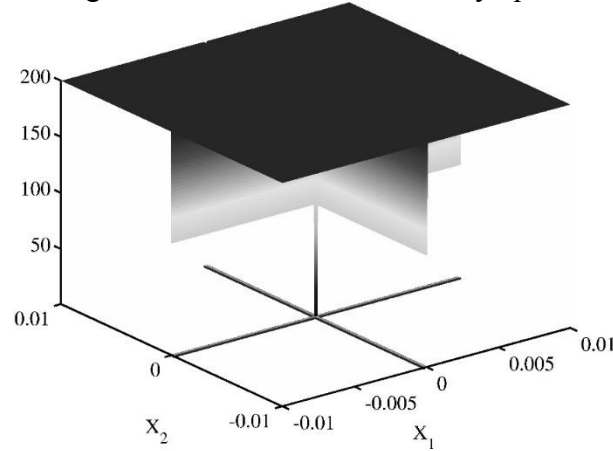
$$f_{10}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{si } |x_i| < 0,0001 \\ \sum_{i=1}^N (100 + |x_i|), & \text{si } |x_i| > 0,0001 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases} \quad (152)$$

sujeta a $-10 \leq x_i \leq 10$ para $i = 1, \dots, N$

$$\mathbf{x}^* = 0$$

$$f(\mathbf{x}^*) = 1$$

Figura 57. Representación gráfica de la función Needle Eye para dos dimensiones.



B.11. Función Powell 4

$$f_{11}(\mathbf{x}) = (x_3 + 10x_1)^2 + 5(x_2 - x_4)^2 + (x_1 - 2x_2^4)^4 + 10(x_3 - x_4)^4 \quad (153)$$

sujeta a $-4 \leq x_i \leq 5$ para $i = 1, \dots, 4$

$$\mathbf{x}^* = 0$$

$$f(\mathbf{x}^*) = 0$$

B.12. Función Rosenbrock

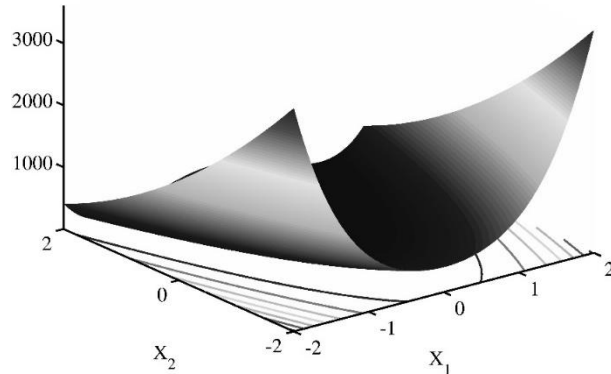
$$f_{12}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2] \quad (154)$$

sujeta a $-30 \leq x_i \leq 30$ para $i = 1, \dots, N$

$$\mathbf{x}^* = 1$$

$$f(\mathbf{x}^*) = 0$$

Figura 58. Representación gráfica de la función Rosenbrock para dos dimensiones.



B.13. Función Six Hump Camel

$$f_{13}(\mathbf{x}) = \left(4 - 2,1x_1^2 + \frac{1}{3}x_1^4\right) \cdot x_1^2 + x_1x_2 + 4(x_2^2 - 1) \cdot x_2^2 \quad (155)$$

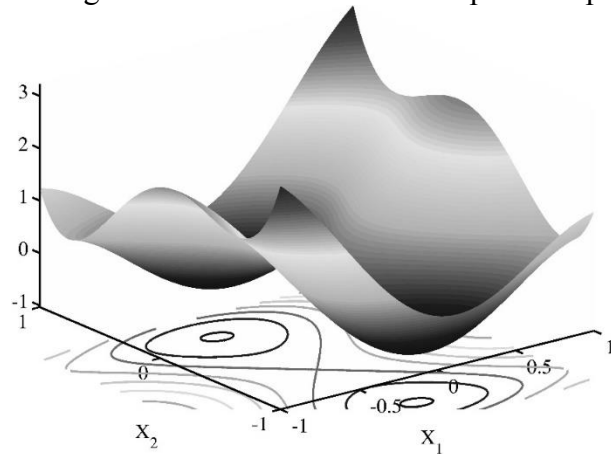
sujeta a $-5 \leq x_i \leq 5$ para $i = 1$ y 2

$$\mathbf{x}^* = \langle -0,089842014; 0,712656403 \rangle$$

$$\mathbf{x}^* = \langle 0,089842014; -0,712656403 \rangle$$

$$f(\mathbf{x}^*) = -1,031628453$$

Figura 59. Representación gráfica de la función Six Hump Camel para dos dimensiones.



B.14. Función Step

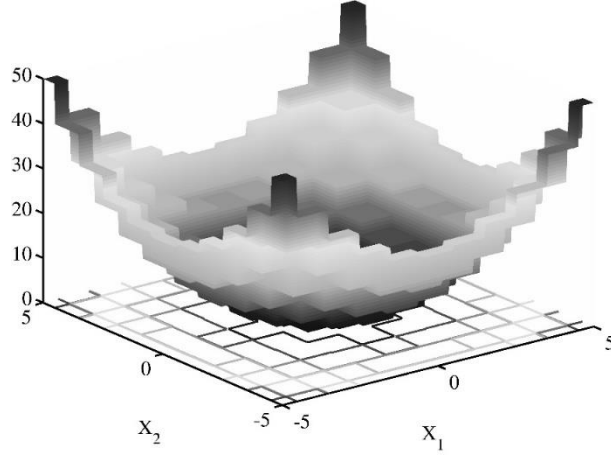
$$f_{14}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N ([x_i + 0,5])^2 \quad (156)$$

sujeta a $-100 \leq x_i \leq 100$ para $i = 1, \dots, N$

$$\mathbf{x}^* = 0$$

$$f(\mathbf{x}^*) = 0$$

Figura 60. Representación gráfica de la función Step para dos dimensiones.



B.15. Función Stochastic

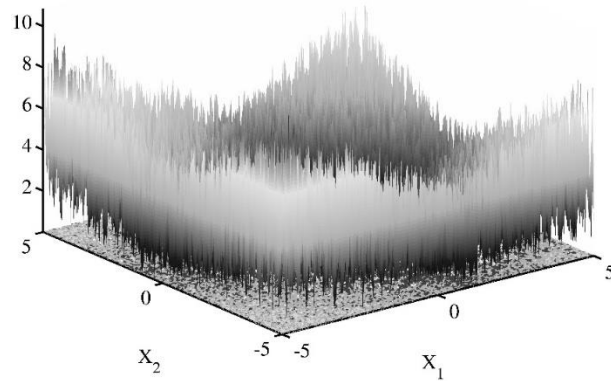
$$f_{15}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \epsilon_i \left| x_i - \frac{1}{i} \right| \quad (157)$$

sujeta a $-5 \leq x_i \leq 5$ para $i = 1, \dots, N$

donde ϵ_i es una variable aleatoria uniformemente distribuida entre 0 y 1.

$$\mathbf{x}^* = 1/N \quad f(\mathbf{x}^*) = 0$$

Figura 61. Representación gráfica de la función Stochastic para dos dimensiones.



B.16. Función Trid 6

$$f_{16}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^6 (x_i - 1)^2 - \sum_{i=2}^6 x_i x_{i-1} \quad (158)$$

sujeta a $-20 \leq x_i \leq 20$ para $i = 1, \dots, 6$

$$\mathbf{x}^* = \langle 6; 10; 12; 12; 10; 6 \rangle$$

$$f(\mathbf{x}^*) = -50$$

B.17. Función Wayburn Seader 1

$$f_{17}(\mathbf{x}) = (x_1^6 + x_2^4 - 17)^2 + (2x_1 + x_2 - 4)^2 \quad (159)$$

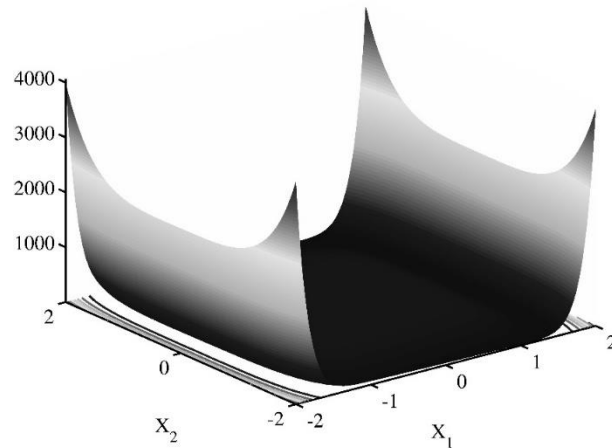
sujeta a $-5 \leq x_i \leq 5$ para $i = 1$ y 2

$$\mathbf{x}^* = \langle 1; 2 \rangle$$

$$\mathbf{x}^* = \langle 1,597; 0,806 \rangle$$

$$f(\mathbf{x}^*) = 0$$

Figura 62. Representación gráfica de la función Wayburn Seader 1 para dos dimensiones.



C. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DE DESEMPEÑO

Tabla 25. Detalle de los resultados obtenidos mediante las funciones de prueba seleccionadas y los métodos de optimización SA, UPSO y SO.

	Dim.	Método	T.C.	Err. Prom.	Prom. f_{min}	Desv. Est. f_{min}	Prom. Pasos	Desv. Est. Pasos	Prom. Tiempo (s)	Desv. Est. Tiempo (s)
f_1	2	SA	0%	5,36E+0	5,3554E+0	2,02E+0	1001	0	3,76	0,66
		UPSO	100%	583,08E-9	583,0800E-9	235,37E-9	75	8	0,92	0,11
		SO	98%	5,96E-3	5,9609E-3	41,72E-3	295	101	3,13	1,06
	5	SA	0%	6,01E+0	6,0078E+0	1,36E+0	1001	0	3,24	0,02
		UPSO	100%	794,14E-9	794,1400E-9	153,66E-9	177	94	2,43	1,36
		SO	0%	746,54E-3	746,5400E-3	297,40E-3	1001	0	13,38	0,43
f_2	2	SA	2%	160,73E-6	160,7312E-6	213,70E-6	992	63	13,14	1,91
		UPSO	100%	541,61E-9	541,6140E-9	252,09E-9	85	15	0,96	0,18
		SO	80%	193,91E-6	193,9061E-6	967,37E-6	392	304	6,02	4,84
	5	SA	0%	17,67E-3	17,6732E-3	22,78E-3	1001	0	11,96	1,05
		UPSO	100%	746,28E-9	746,2800E-9	170,81E-9	509	76	6,91	1,20
		SO	0%	119,91E-3	119,9126E-3	152,19E-3	1001	0	13,26	1,65
f_3	2	SA	68%	416,40E-3	416,4004E-3	1,33E+0	373	431	1,35	1,60
		UPSO	100%	405,92E-9	405,9160E-9	241,62E-9	32	9	0,43	0,14
		SO	100%	394,75E-9	394,7522E-9	298,04E-9	481	75	1,41	0,23
f_4	2	SA	70%	20,05E+0	-86,7194E+0	38,39E+0	465	388	5,43	4,79
		UPSO	100%	235,46E-3	-107,0000E+0	000,00E+0	51	16	0,48	0,23
		SO	74%	135,46E-3	-106,9000E+0	458,26E-3	326	400	3,41	4,38
f_5	2	SA	100%	428,20E-9	428,1988E-9	266,86E-9	139	82	0,47	0,31
		UPSO	100%	370,82E-9	370,8224E-9	254,43E-9	33	7	0,40	0,11
		SO	100%	420,22E-9	420,2158E-9	315,99E-9	478	73	4,26	0,66
f_6	4	SA	0%	29,61E-6	29,6136E-6	21,73E-6	1001	0	10,73	2,46
		UPSO	100%	925,09E-9	925,0900E-9	168,96E-9	617	232	8,07	3,20
		SO	0%	1,54E+0	1,5403E+0	2,19E+0	1001	0	12,16	1,75
f_7	2	SA	100%	401,80E-9	401,8002E-9	277,69E-9	140	117	1,50	1,26
		UPSO	100%	429,96E-9	429,9616E-9	301,14E-9	333	79	0,91	0,22
		SO	100%	396,52E-9	396,5180E-9	281,79E-9	596	79	6,66	0,88
f_8	2	SA	1%	644,50E-3	-355,5000E-3	220,54E-3	993	84	10,57	2,55
		UPSO	100%	0,00E+0	-1,0000E+0	0,00E+0	47	8	0,50	0,17
		SO	98%	1,28E-3	-998,7200E-3	8,96E-3	101	129	1,25	1,59
	5	SA	0%	848,59E-3	-151,4080E-3	71,71E-3	1001	0	11,46	2,03
		UPSO	12%	54,22E-3	-945,7800E-3	22,61E-3	965	105	10,95	1,72
		SO	0%	71,16E-3	-928,8400E-3	29,24E-3	1001	0	12,42	1,35
f_9	2	SA	20%	364,40E-3	-1,9814E+0	551,25E-3	832	339	2,14	0,89
		UPSO	30%	4,20E-3	-2,3500E+0	119,21E-9	707	449	1,93	1,24

		SO	90%	3,80E-3	-2,3496E+0	1,96E-3	576	152	8,13	2,49
f_{10}	2	SA	68%	32,56E+0	33,5600E+0	47,48E+0	655	320	9,87	4,85
		UPSO	100%	0,00E+0	1,0000E+0	0,00E+0	44	11	0,48	0,13
		SO	60%	40,46E+0	41,4600E+0	49,56E+0	904	88	13,22	2,77
	5	SA	0%	351,92E+0	352,9200E+0	49,98E+0	1001	0	13,83	2,54
		UPSO	100%	0,00E+0	1,0000E+0	0,00E+0	115	56	1,44	0,73
		SO	0%	361,36E+0	362,3600E+0	51,69E+0	1001	0	13,62	3,20
f_{11}	4	SA	98%	602,90E-9	602,9020E-9	314,51E-9	358	215	4,03	2,51
		UPSO	100%	583,78E-9	583,7782E-9	253,19E-9	220	48	2,20	0,72
		SO	8%	231,49E-6	231,4913E-6	537,42E-6	934	229	8,78	2,14
f_{12}	2	SA	100%	439,48E-9	439,4780E-9	275,64E-9	233	175	2,79	2,06
		UPSO	100%	379,09E-9	379,0880E-9	260,22E-9	186	32	2,41	0,75
		SO	100%	443,73E-9	443,7300E-9	302,72E-9	752	73	2,04	0,30
	5	SA	0%	320,00E-3	319,9970E-3	1,06E+0	1001	0	11,49	2,13
		UPSO	74%	3,31E+0	3,3081E+0	19,71E+0	800	139	9,85	2,36
		SO	0%	112,08E+0	112,0836E+0	165,97E+0	1001	0	13,00	0,48
f_{13}	2	SA	44%	782,13E-3	-249,5000E-3	1,02E+0	650	397	2,19	1,46
		UPSO	100%	1,63E-3	-1,0300E+0	51,62E-9	28	6	0,31	0,09
		SO	100%	1,63E-3	-1,0300E+0	51,62E-9	735	37	8,68	2,19
f_{14}	2	SA	2%	4,52E+3	4,5229E+3	3,39E+3	991	67	8,01	0,55
		UPSO	100%	0,00E+0	0,0000E+0	0,00E+0	7	3	0,05	0,03
		SO	100%	0,00E+0	0,0000E+0	0,00E+0	36	3	0,08	0,03
	5	SA	0%	10,06E+3	10,0572E+3	5,55E+3	1001	0	8,08	0,08
		UPSO	100%	0,00E+0	0,0000E+0	0,00E+0	18	2	0,14	0,02
		SO	24%	12,88E+0	12,8800E+0	34,68E+0	772	407	6,69	3,51
f_{15}	2	SA	0%	6,17E-3	6,1660E-3	3,91E-3	1001	0	13,28	0,01
		UPSO	100%	528,73E-9	528,7300E-9	251,82E-9	80	14	0,97	0,21
		SO	46%	1,76E-3	1,7568E-3	4,13E-3	643	411	8,06	5,40
	5	SA	0%	376,62E-3	376,6220E-3	212,33E-3	1001	0	12,65	1,72
		UPSO	100%	710,94E-9	710,9400E-9	201,26E-9	183	41	2,49	0,58
		SO	0%	185,84E-3	185,8396E-3	181,87E-3	1001	0	15,32	1,86
f_{16}	6	SA	2%	0,00E+0	-50,0000E+0	0,00E+0	998	19	12,66	0,98
		UPSO	100%	0,00E+0	-50,0000E+0	0,00E+0	52	3	0,62	0,04
		SO	0%	112,00E-3	-49,8880E+0	130,60E-3	1001	0	13,58	3,09
f_{17}	2	SA	100%	464,54E-9	464,5376E-9	249,81E-9	185	92	2,22	1,20
		UPSO	100%	413,00E-9	413,0040E-9	258,38E-9	44	7	0,44	0,07
		SO	100%	428,88E-9	428,8800E-9	275,11E-9	140	14	1,58	0,16