

**POSICIONAMIENTO DE UN OBJETO EN EL PLANO A PARTIR DEL
PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES DE UNA REJILLA RADIAL**

**LUIS ALEJANDRO GALINDO VEGA
CAMILO ANDRÉS RAMÍREZ PRIETO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2012**

**POSICIONAMIENTO DE UN OBJETO EN EL PLANO A PARTIR DEL
PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES DE UNA REJILLA RADIAL**

**LUIS ALEJANDRO GALINDO VEGA
CAMILO ANDRÉS RAMÍREZ PRIETO**

**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO
ELECTRÓNICO**

**DIRECTOR:
PH.D. JAIME ENRIQUE MENESES FONSECA
CODIRECTOR:
M.SC. JAIME GUILLERMO BARRERO PÉREZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2012**

TABLA DE CONTENIDO

	Pág
I. INTRODUCCIÓN	13
II. SISTEMA DE FRANJAS RADIALES	13
A) CÁLCULO DE LA FASE DE UN SISTEMA DE FRANJAS RADIALES	14
B) CÁLCULO DEL CENTRO	14
C) CONVERSIÓN DE SISTEMAS COORDENADOS	15
D) EXTRACCIÓN DE FASE	15
III. MEDIDA DE LA ORIENTACIÓN Y POSICIÓN EN EL PLANO	17
IV. VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL	18
A) ANÁLISIS METROLÓGICO DEL SISTEMA	18
1) Influencia del tamaño y numero de franjas en el cálculo del centro de la Rejilla Radial	18
2) Influencia del tamaño y numero de franjas en el cálculo de la Orientación Angular de la Rejilla	20
B) VALIDACIÓN EXPERIMENTAL	21
1) Patrón tipo Pistón	21
V. CONCLUSIONES	24
AGRADECIMIENTOS	25
REFERENCIAS.	25

LISTA DE FIGURAS

	Pág
Figura 1. Sistema de Franjas Radiales o Rejilla Radial	13
Figura 2. Imagen empleada para validar el algoritmo de búsqueda del centro	14
Figura 3. Fase de la Transformada de Fourier de la imagen de la Figura 2.	14
Figura 4. Trayectoria seguida por el algoritmo de búsqueda del centro	15
Figura 5. Conversión de Sistemas Coordinados	15
Figura 6. Sistema de Franjas Transformado	15
Figura 7. Perfil Sinusoidal del Sistema de Franjas Rectangulares	15
Figura 8. Transformada de Fourier $I_{(x,y)}$	15
Figura 9. Filtro Pasa-Bandas	16
Figura 10. Componente $TF\{i_{(x,y)}\}$ Filtrada.	16
Figura 11. Componente Real e Imaginaria	16
Figura 12. Fase Continua	16
Figura 13 Fase obtenida del método de la Transformada de Fourier aplicado a la imagen de la Figura 6.	16
Figura 14. Fase del Sistema de Franjas Radiales de la Figura 5.	16
Figura 15. Proceso para el cálculo de Fase del Sistema de Franjas Radiales.	17
Figura 16. Dispersiones en detección de centro para 6 posiciones	18
Figura 17. Dispersión en detección de centro para una posición	18
Figura 18. Diferencia entre desplazamiento teórico y experimental para rejillas	

con diferente número de franjas	18
Figura 19. Desviación estándar del error para rejillas con diferente número de franjas.	19
Figura 20. Diferencia entre desplazamiento teórico y experimental para rejillas de diferente tamaño	19
Figura 21. Desviación estándar del error para rejillas de diferente tamaño	19
Figura 22. Dispersiones en detección de ángulo de orientación de la rejilla para 6 posiciones angulares.	19
Figura 23. Dispersiones en detección de ángulo de orientación de la rejilla para una posición angular	20
Figura 24. Diferencia entre desplazamiento angular teórico y experimental para rejillas con diferente número de franjas	20
Figura 25. Desviación estándar del error para rejillas con diferente número de franjas	20
Figura 26. Diferencia entre desplazamiento angular teórico y experimental para rejillas de diferente tamaño	20
Figura 27. Desviación Estándar del error para rejillas con diferente número de Franjas	21
Figura 28. Patrón tipo Pistón	21
Figura 29. Montaje: 1. Pistón, 2. Encoder, 3.Rejilla Radial, 4. CCD	22
Figura 30. Rejilla Radial con referencia para conteo de número de vueltas	22
Figura 31. Ubicación de Rectángulo de referencia.	23
Figura 32. Medidas de Desplazamiento y Orientación reportadas por el algoritmo	23
Figura 33. Trayectoria del centro de la Rejilla Radial.	23
Figura 34 Desplazamiento Angular.	24
Figura 35 Velocidad Promedio de los Desplazamientos Angulares.	24

LISTA DE TABLAS

	Pág
TABLA I. Especificaciones Técnicas Encoder	22

RESUMEN

TÍTULO: Posicionamiento de un Objeto en el Plano a Partir del Procesamiento Digital de Imágenes de una Rejilla Radial¹

AUTORES: Luis Alejandro Galindo Vega y Camilo Andrés Ramirez Prieto²

PALABRAS CLAVE: Extracción de fase, metrología óptica, Procesamiento Digital de Imágenes.

DESCRIPCIÓN

En este artículo se presenta una estrategia que permite determinar de forma simultánea la posición y orientación de un objeto en el plano. El método consiste en analizar un sistema de franjas radiales adherido al objeto. El sistema de franjas está conformado por dos sectores angulares opuestos con franjas que provienen del centro del sistema coordenado radial. El objetivo es determinar, con precisión subpixel, el centro y el eje radial que pasa por el centro de los sectores angulares que poseen franjas. Por medio de un procesamiento digital de imágenes se extrae la fase del sistema de franjas. Inicialmente se determinan las coordenadas del centro empleando propiedades de la Transformada de Fourier. Posteriormente se realiza un cambio de sistemas coordenados de rectangular a polar, obteniéndose un sistema de franjas paralelas. Finalmente se emplea el método de la Transformada de Fourier para extraer la fase del sistema de franjas paralelas. De esta manera, la fase del sistema de franjas se utiliza como elemento codificador para la medida de posiciones angulares y posiciones del objeto en el plano. Pruebas de laboratorio demuestran que la técnica desarrollada tiene precisión sub-píxel al evaluar desplazamientos y rotaciones de un objeto en el plano. Se evalúa además el error introducido en el cálculo de posición angular y en el desplazamiento del objeto. El estudio de los parámetros del sistema de franjas radiales permitió establecer que el tamaño y la cantidad de franjas son factores determinantes para que el método presente un mínimo de error. Pruebas llevadas a cabo en la industria validaron el desempeño del método al confrontar las medidas de desplazamientos angulares reportadas por el procedimiento propuesto contra las reportadas por un Encoder de alta resolución.

¹ Proyecto de grado

² Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Director: Ph.D. Jaime Enrique Meneses Fonseca. Codirector: M.Sc. Jaime Guillermo Barrero Pérez.

ABSTRACT

TITLE: OBJECT POSITIONING ON THE PLANE WITH DIGITAL IMAGE PROCESSING OF A RADIAL GRID³

AUTHORS: Luis Alejandro Galindo Vega y Camilo Andrés Ramirez Prieto⁴

KEYWORDS: Phase extraction, optical metrology, Digital Image Processing.

DESCRIPTION

This paper presents a strategy that allows to determine the position and orientation of an object in a plane. The method consists of analyzing a system of radial fringes adhered to the object and by means of digital image process to determine its phase. This process requires sub-pixel accuracy use to establish the coordinates of the center and the radial axis of the fringes. It is also employed Fourier's method and performing to transform the rectangular coordinate into radial it can be calculated radial and center phase of the of fringes system. Thus, the phase of the fringe system is used as an Encoder for measuring angular positions and the object's place in the plane. Experimental evaluations show that the technique developed has accuracy in evaluating sub-pixel displacements and rotations of an object in the plane. It was evaluated the error introduced in the calculation of angular position and displacement of the object. The study of the influence of system parameters of radial fringes let to establish that the size and number of fringes are determining factors for the present method a minimum of error. The performance of proposed method was evaluated in industrial conditions comparing the measurement of angular positions with an Encoder of high resolution.

³ Degree project

⁴ Faculty of Physics Mechanics Engineering. School of Electrics Engineering, Electronics Engineering and Telecommunications. Director: Ph.D. Jaime Enrique Meneses Fonseca. Codirector: M.Sc. Jaime Guillermo Barrero Pérez.

I. INTRODUCCIÓN

Varias aplicaciones industriales tienen la necesidad de determinar con precisión el desplazamiento y rotación de un objeto en el plano, por lo que se requiere de equipos sofisticados que cumplan dicha función. Aunque no se conoce un dispositivo en el mercado que lleve a cabo las dos medidas de forma simultánea, se tienen que adaptar varios dispositivos elevando su costo de implementación. Encoders, potenciómetros lineales, sensores inductivos y sensores laser son los instrumentos más utilizados para tal fin, algunos de ellos limitados en resolución y en rango de medida.

En la línea investigativa de metrología óptica del grupo de Óptica y Tratamiento de señales, GOTS, de la Universidad Industrial de Santander, se han realizado investigaciones conjuntas con el grupo de Óptica de L'Institute FEMTO – ST de Besançon – Francia con el fin de determinar un sistema de posicionamiento global que permita generar un dispositivo de Reconstrucción Tridimensional (R3D) portátil. Los resultados obtenidos muestran que una mira o rejilla con franjas paralelas en coordenadas cartesianas permite obtener la posición de un cuerpo en el espacio, a precisión subpixel [1], [2]. Un análisis matemático previo permite determinar que un sistema de franjas radiales puede ser usado para medir rotaciones y traslaciones de un objeto en el plano. [3]

La técnica desarrollada en éste artículo consiste en adquirir la imagen de un sistema de franjas radiales o rejilla radial; mediante un algoritmo computacional de procesamiento de imágenes se determinan las coordenadas del centro de la rejilla en el plano. La extracción de su fase geométrica permite reportar la orientación angular de la rejilla radial. Pruebas experimentales estudian el desempeño del algoritmo al determinar el error introducido en el cálculo de posición angular y desplazamientos en 2D para rejillas radiales con diferentes parámetros.

II. SISTEMA DE FRANJAS RADIALES

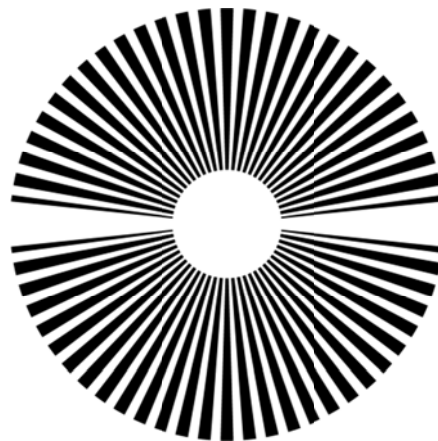
Un sistema de franjas radiales corresponde a una distribución en la que los puntos de igual intensidad generan un patrón de líneas rectas radiales que provienen de un centro común. De esta manera, al extraer valores de intensidad de puntos ubicados a igual distancia del centro se obtiene un perfil periódico. Matemáticamente el sistema se expresa en coordenadas polares (r, θ) por:

$$I_{(r,\theta)} = \left[a_0(r, \theta) + a_1(r, \theta) \cos\left(\frac{2\pi}{P_\theta} \theta\right) \right] \cdot M(r, \theta), \quad (1)$$

donde: $a_0(r, \theta)$ es el fondo continuo, $a_1(r, \theta)$ es el contraste, $(2\pi/P_\theta) \cdot \theta$ representa la fase, siendo P_θ el paso angular medido en grados y $M(r, \theta)$ es la máscara que define la región con franjas en la imagen. Como se muestra en la Figura 1, las franjas se encuentran entre un radio menor y uno mayor, y posee dos sectores angulares sin franjas.

La fase del sistema de franjas radiales corresponde al argumento la función coseno de (1); se caracteriza por tener un comportamiento lineal en función de la variable θ y no depende de r , teniendo la misma distribución espacial de un sistema de franjas rectangulares en coordenadas cartesianas.

Figura 1. Sistema de Franjas Radiales o Rejilla Radial



Fuente: Autores del proyecto

A) CÁLCULO DE LA FASE DE UN SISTEMA DE FRANJAS RADIALES.

Con la información contenida en la fase del sistema de franjas radiales es posible determinar su orientación y posición en el plano. Aunque en la literatura se encuentra poca información acerca de un método directo para extraer la fase a este tipo de distribuciones, se plantea la estrategia de hacer un cambio de coordenadas, de tal manera que el sistema de franjas radiales se comporte como un sistema de franjas rectangulares. El cambio de coordenadas rectangulares a polares implica calcular correctamente la ubicación del centro de la rejilla radial. De esta manera, la imagen final con la transformación de coordenadas posee franjas paralelas, de la cual es posible extraer la fase empleándose métodos conocidos como la Transformada de Fourier [4], Corrimiento de Fase [5], Fourier con ventana [6],[7]-[8] y Transformación de Wavelet [9], entre otros.

B) CÁLCULO DEL CENTRO

Haciendo uso de las propiedades de la Transformada de Fourier, es posible determinar las coordenadas del centro de la rejilla radial con alta precisión [10].

- Desplazamiento en el dominio espacial: La Transformada de Fourier de una función desplazada presenta un término de fase lineal que depende del desplazamiento.

$$TF\{f_{(x-x_0,y-y_0)}\} = TF\{f_{(x,y)}\}e^{-j2\pi f(x_0+y_0)} \quad (2)$$

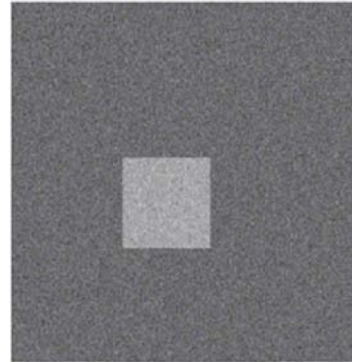
- Simetría para señal real y par: La Transformada de Fourier de una función par es netamente real.

$$TF\{f_{(x,y)}\} \text{ simetrica } \in \mathbb{R} \quad (3)$$

La Figura 2 muestra la imagen de un rectángulo con ruido adicionado. Se observa que su centro no coincide con el centro de la imagen. La Figura 3 muestra la fase de la Transformada de Fourier, calculada usando la función arcotangente. Se observa que debido a la función arcotangente, la fase

está limitada entre $\pm\pi$. Si se eliminan las discontinuidades adicionando valores enteros de 2π se obtiene una fase lineal, cuya pendiente es función del corrimiento del centro del rectángulo con respecto al centro de la imagen.

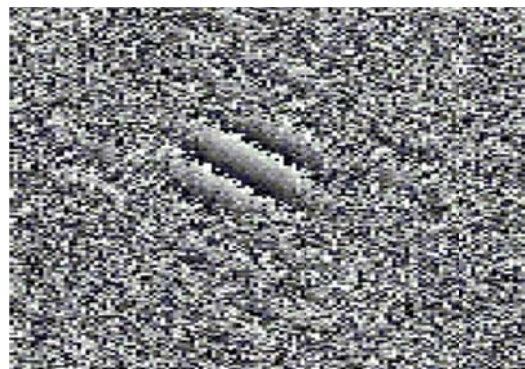
Figura 2. Imagen empleada para validar el algoritmo de búsqueda del centro



Fuente: Autores del proyecto

Determinado la pendiente y según (2) se puede calcular el corrimiento x_0 y y_0 . Estos valores son empleados para repositionar la figura y verificar si su parte imaginaria es cero. Debido a la influencia del ruido se desarrolló un procedimiento iterativo que estima el corrimiento minimizando el contenido frecuencial de la parte imaginaria. La Figura 4 muestra la trayectoria seguida por el algoritmo en la estimación del centro después de varias iteraciones.

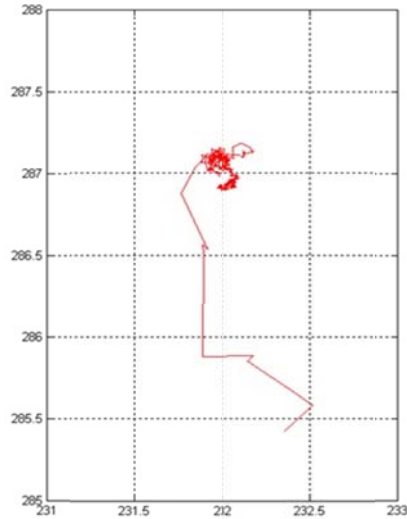
Figura 3. Fase de la Transformada de Fourier de la imagen de la Figura 2.



Fuente: Autores del proyecto

Para el caso de la imagen del rectángulo, el centro teórico fue (232,287) y el procedimiento encontró (232.096,286.963).

Figura 4. Trayectoria seguida por el algoritmo de búsqueda del centro



Fuente: Autores del proyecto

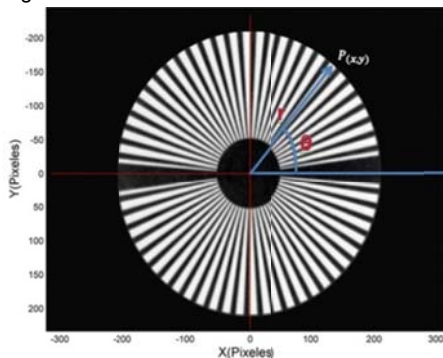
C) CONVERSIÓN DE SISTEMAS DE COORDENADOS

Las ecuaciones (4) y (5) muestran la conversión de sistemas coordenados de rectangulares a polares, siendo X_0 y Y_0 las coordenadas del centro de la rejilla radial, calculadas por el procedimiento indicado anteriormente.

$$R = \sqrt{(x - X_0)^2 + (y - Y_0)^2} , \quad (4)$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{y - Y_0}{x - X_0}\right) , \quad (5)$$

Figura 5. Conversión de sistemas coordenados

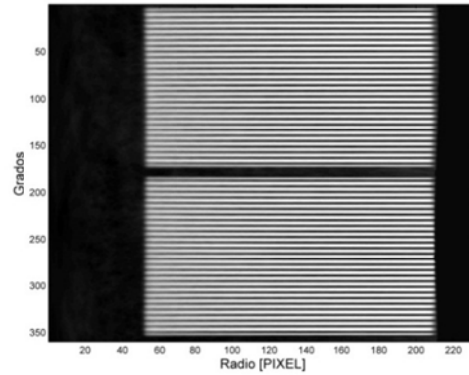


Fuente: Autores del proyecto

Al realizar este procedimiento se obtiene que para cada punto del plano rectangular, tiene un punto equivalente en el plano polar

formando un patrón de franjas como el que se muestra en la Figura 6.

Figura 6. Sistema de Franjas Transformado

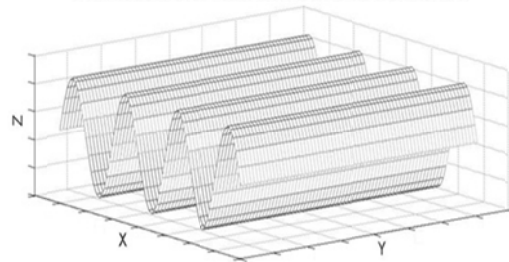


Fuente: Autores del proyecto

D) EXTRACCIÓN DE LA FASE

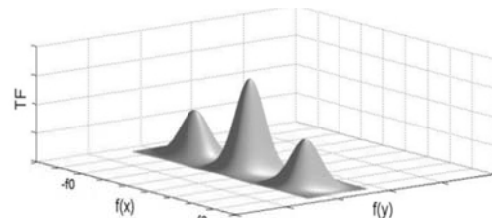
Haciendo uso del método de la Transformada de Fourier (TF) para sistemas rectangulares [4], se extrae la fase del sistema de franjas transformado. La distribución en intensidad de un sistema de franjas rectangular se muestra en la Figura 7.

Figura 7. Perfil Sinusoidal del Sistema de Franjas Rectangulares



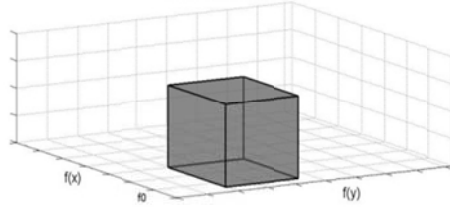
Fuente: Autores del proyecto

Figura 8. Transformada de Fourier $I_{(x,y)}$



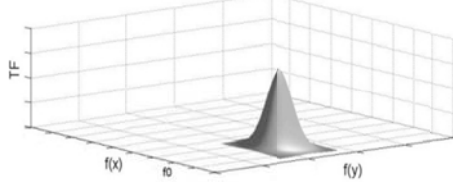
Fuente: Autores del proyecto

Figura 9. Filtro Pasa-Bandas



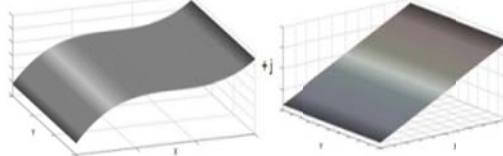
Fuente: Autores del proyecto

Figura 10. Componente TF $\{I_{(x,y)}\}$ filtrada



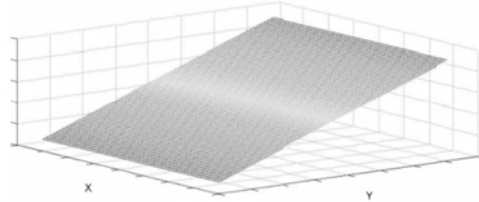
Fuente: Autores del proyecto

Figura 11. Componentes Real e Imaginaria



Fuente: Autores del proyecto

Figura 12. Fase Continua.



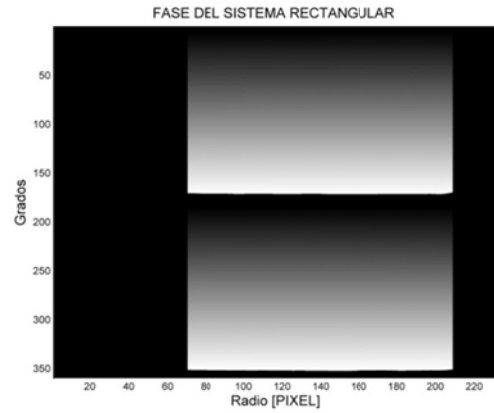
Fuente: Autores del proyecto

Realizando la Transformada de Fourier se encuentran tres lóbulos, Figura 8, uno central debido a la TF de la componente continua y dos lóbulos laterales ubicados en $\pm f_0$, $f_0 = 1/P_\theta$, correspondiente a la TF de $A_{(x,y)} \cos(\varphi_{(x,y)})$.

Un filtro pasa-banda permite filtrar un lóbulo lateral, Figura 9. Al aplicar la Transformada Inversa de Fourier al contenido frecuencial filtrado Figura 10, se obtiene una distribución compleja como se observa en la Figura 11. La fase de este complejo corresponde a la fase geométrica del sistema de franjas rectangulares y la

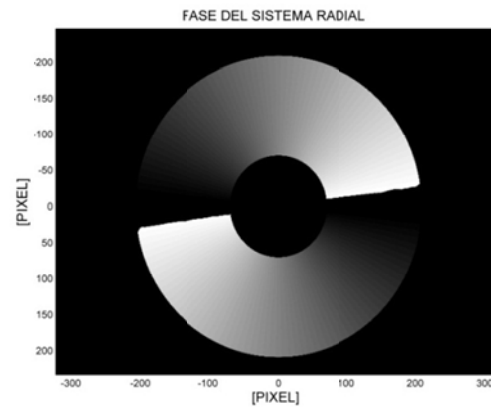
amplitud corresponde al contraste de las franjas. Para obtener la fase del complejo se emplea la función arcotangente, la cual está limitada en el rango de $[-\pi, \pi]$; la fase presenta discontinuidades en las transiciones $\pm \pi$ que ocurren en las líneas centrales de las franjas negras de la Figura 5. Para eliminar dichas discontinuidades tradicionalmente se adicionan valores de $2N\pi$, siendo N una función entera en escalón apropiada para eliminar las discontinuidades. Este procedimiento de convertir la fase discontinua en continua es llamado "Unwrapping Algorithm" [11]. La Figura 12 muestra la fase continua obtenida después de eliminar las discontinuidades.

Figura 13. Fase obtenida del método de la Transformada de Fourier aplicado a la imagen de la Figura 6.



Fuente: Autores del proyecto

Figura 14. Fase del Sistema de Franjas Radiales de la Figura 5.



Fuente: Autores del proyecto

El procedimiento anterior es aplicado a

la imagen mostrada en la Figura 6. La Figura 13 muestra la fase obtenida y la Figura 14, la fase del sistema de franjas radiales obtenida al realizar la transformación de coordenadas inversas: radiales a rectangulares, definidas por (6) y (7).

$$x = X_0 + r \cos(\theta) \quad (6)$$

$$y = Y_0 + r \sin(\theta) \quad (7)$$

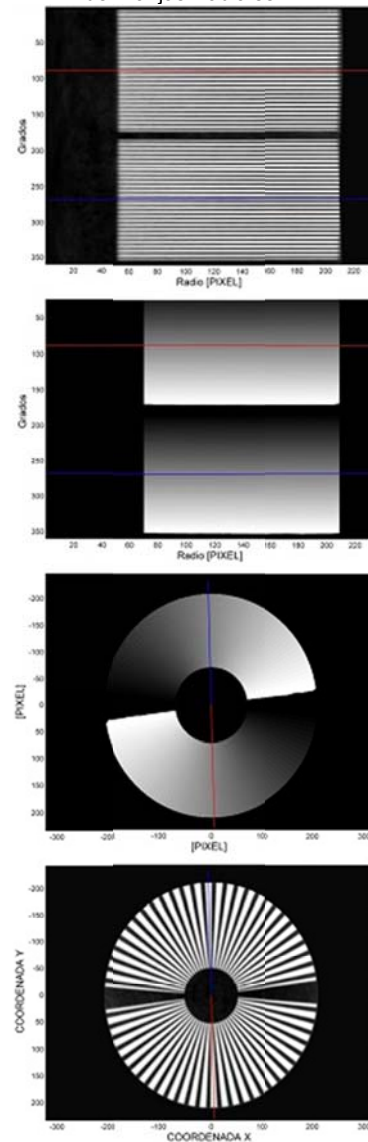
III. MEDIDA DE LA ORIENTACIÓN Y POSICIÓN EN EL PLANO

Una vez obtenida la distribución de fase se procede a emplearla para establecer la posición angular y espacial de la rejilla radial. La rejilla radial ha sido diseñada empleando dos sectores angulares con franjas ubicadas entre dos radios, uno interno menor y otro externo. Las regiones externas son eliminadas por la máscara. Cada sector angular posee, para el caso de la Figura 1, 28 franjas negras y 27 franjas blancas. Según la función cosenoidal que define las franjas, el centro de una franja blanca debe tener un valor de fase $2N\pi$, siendo N un número entero. Y el centro de una franja negra debe corresponder a un valor impar de π y ubicarse en una discontinuidad de la fase discontinua. La máscara empleada en la rejilla radial hace que el sistema tenga simetría con respecto al centro y se pueda emplear el procedimiento indicado en la sección IIB. De esta manera se puede estimar el centro con precisión subpixel empleando la distribución simétrica de las franjas. El centro calculado permite hacer el seguimiento del desplazamiento espacial en el plano introducido a la rejilla.

La posición angular de la rejilla es determinada buscando la fase correspondiente a la franja blanca que se ubica en el centro de cada sector angular. Así, como hay 27 franjas blancas para la rejilla de la Figura 5, la franja central posee una fase de 26π , asignado cero a la primera franja blanca. A partir de los radios máximo y mínimo, y conociendo el número de discontinuidades que corresponde al número de franjas en cada sector, se

calcula para cada sector las posiciones interpoladas que poseen el valor de fase de la franja central. Esta interpolación define una línea radial que pasa por el centro de la franja central de cada sector, identificadas por las líneas azul y roja en la Figura 15, y al ser interpoladas poseen precisión subpixel. Al rotar la rejilla radial, el algoritmo desarrollado determina las posiciones angulares de cada línea central en cada sector y al compararlas secuencialmente sus valores, se puede determinar el valor de la rotación introducida.

Figura 15. Proceso para el cálculo de Fase del Sistema de Franjas Radiales



Fuente: Autores del proyecto

IV VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL

A) ANÁLISIS METROLÓGICO DEL SISTEMA

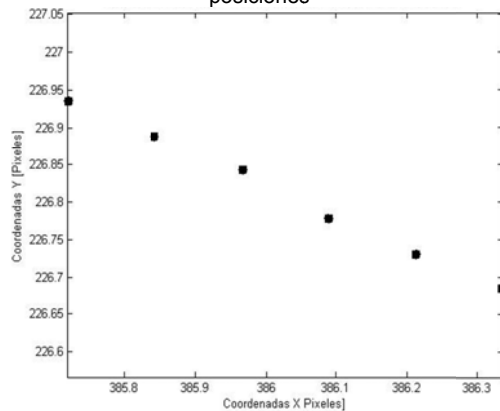
Para determinar la precisión del método, se hicieron pruebas de laboratorio en las que se usaron platinas mecánicas de rotación y traslación que sirvieron como referencia teórica de los desplazamientos; se compararon los resultados obtenidos y se determinó el error del método. También se evaluó la influencia en la precisión para diferentes parámetros de la rejilla radial, como tamaño y paso angular.

El montaje que se llevó a cabo para la evaluación del método constó de un sistema de rotación y traslación con una precisión de un minuto arco y $10\ \mu\text{m}$, respectivamente. La rejilla radial se ubicó sobre una superficie plana adherida al sistema de traslación y rotación. Las imágenes fueron adquiridas por una cámara CCD de 640×480 píxeles y focal $12\ \text{mm}$, ubicada a $90\ \text{cm}$ de la rejilla. Empleando una cuadrícula milimetrada se determinó que un pixel equivale a $754.15\ \mu\text{m}$ sobre la rejilla radial.

Para evaluar la traslación se desplazó manualmente la rejilla a intervalos de $100\ \mu\text{m}$. Para cada posición se adquirieron 50 imágenes. La posición inicial se asumió como punto de referencia del desplazamiento.

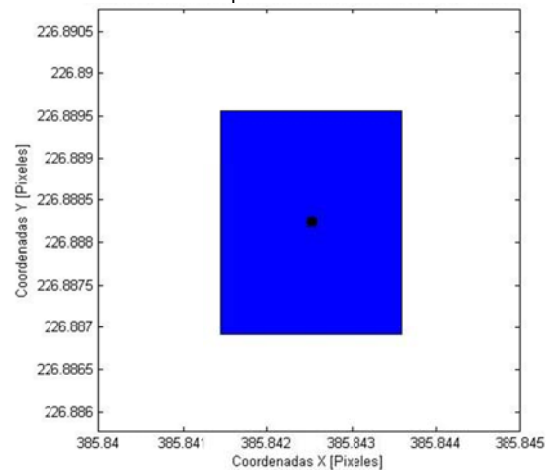
La Figura 16 muestra las coordenadas del centro para 5 traslaciones realizadas; cada posición tiene graficada las 50 coordenadas del centro de la rejilla radial.

Figura 16. Dispersiones en detección de centro para 6 posiciones



Fuente: Autores del proyecto

Figura 17. Dispersión en detección de centro para una posición



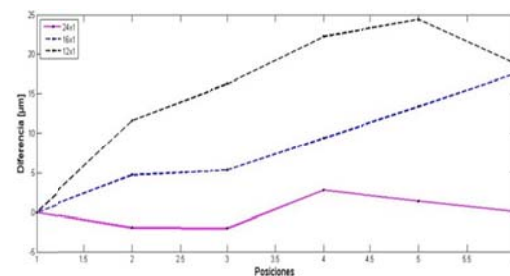
Fuente: Autores del proyecto

En la Figura 16 se observa que cada eje posee un tamaño máximo de un pixel: El sistema estima traslaciones al interior de un pixel, lo cual verifica la precisión subpixel del método de medida. Al adquirir 50 imágenes en cada posición se encuentra que el centro calculado presenta una desviación cercana a 0.0025 píxeles, que corresponde a $1.88\ \mu\text{m}$ sobre el objeto, como se puede observar en la Figura 17

1) Influencia del tamaño y número de franjas en el cálculo del centro de la Rejilla Radial.

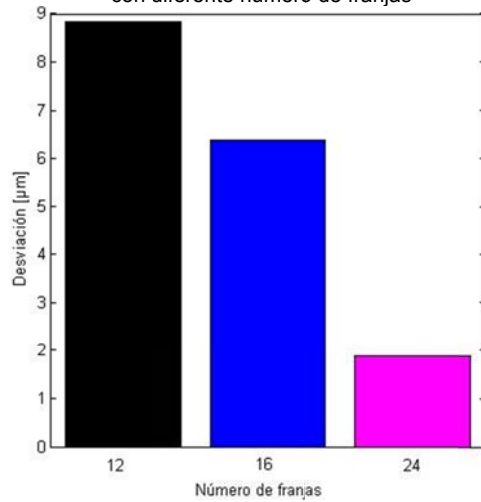
Con el fin de establecer la influencia del paso y tamaño de la rejilla en el error, se utilizaron rejillas radiales de igual tamaño pero de 24, 16 y 12 franjas en cada sector angular.

Figura 18. Diferencia entre desplazamiento teórico y experimental para rejillas con diferente número de franjas



Fuente: Autores del proyecto

Figura 19. Desviación estándar del error para rejillas con diferente número de franjas

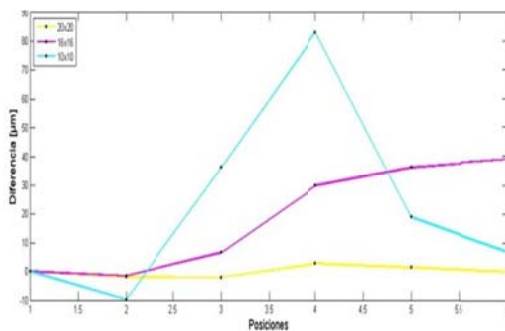


Fuente: Autores del proyecto

La Figura 18 muestra el error medido como la diferencia entre la posición esperada y la posición calculada con el método, para cada rejilla en función del desplazamiento introducido. La Figura 19 muestra la desviación estándar del error medido para cada rejilla. Se concluye que para rejillas de igual tamaño hay una relación inversa entre el número de franjas y el error introducido: a menor número de franjas mayor error.

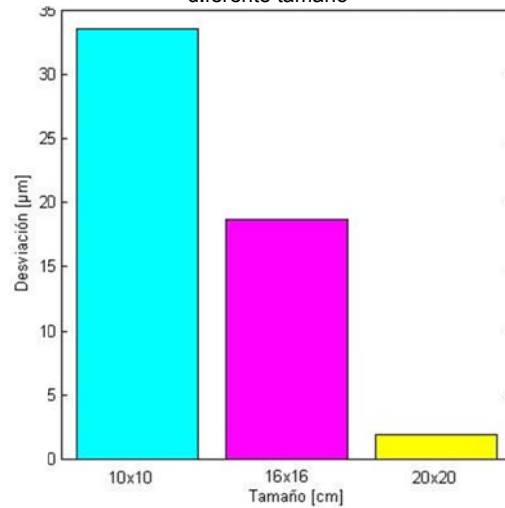
El tamaño es otra variable importante a tener en cuenta en el procedimiento. Para tal fin se evaluó el error introducido por el algoritmo para rejillas radiales de 10, 16 y 20 cm de diámetro, con 24 franjas cada una.

Figura 20. Diferencia entre desplazamiento teórico y experimental para rejillas de diferente tamaño



Fuente: Autores del proyecto

Figura 21. Desviación estándar del error para rejillas de diferente tamaño

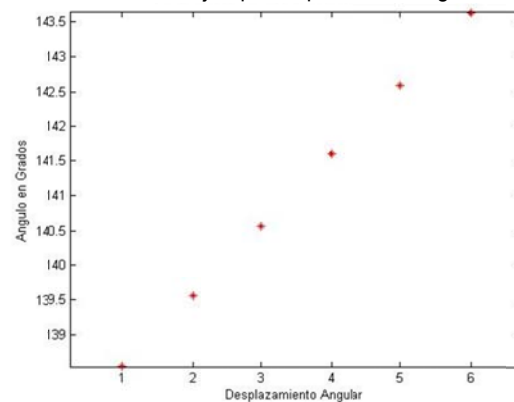


Fuente: Autores del proyecto

De igual forma, las curvas de error en función del desplazamiento y la desviación estándar del error en función del tamaño de la rejilla, Figura 20 y Figura 21, indican que a mayor tamaño de rejilla menor error se comete en el cálculo del centro.

La evaluación en rotación se hizo con desplazamientos angulares de un grado, adquiriendo 50 imágenes para cada posición.

Figura 22. Dispersiones en detección de ángulo de orientación de la rejilla para 6 posiciones angulares.

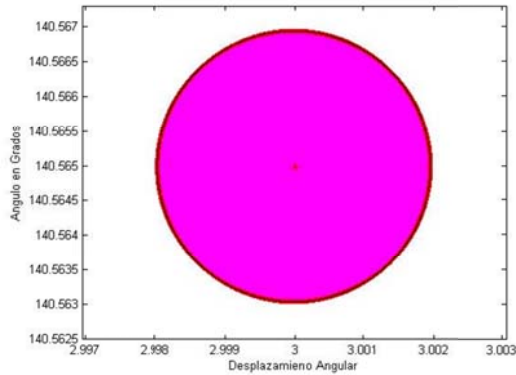


Fuente: Autores del proyecto

En la Figura 22, cada punto representa el ángulo de orientación de la rejilla radial para los diferentes desplazamientos

angulares, empleando la posición angular de un sector con franjas.

Figura 23. Dispersiones en detección de ángulo de orientación de la rejilla para una posición angular



Fuente: Autores del proyecto

Según la resolución de la imagen, el ángulo mínimo que se puede medir a precisión pixel es de 0.08952 grados que corresponde a:

$$\theta_{min} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{640}\right) \quad (8)$$

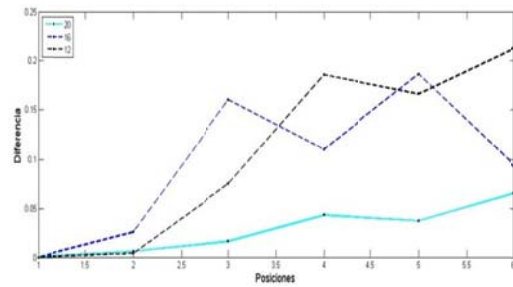
donde 640 es el número de pixeles horizontales de la imagen. Al adquirir 50 imágenes para una posición y calcular el ángulo de orientación de la rejilla este presenta una desviación de 0.004 grados, Figura 23.

De esta forma se demuestra que el método tiene precisión subpixel, es decir el método puede medir rotaciones inferiores al límite de rotación que se puede medir con la cámara.

2) Influencia del tamaño y número de franjas en el cálculo de orientación angular de la rejilla.

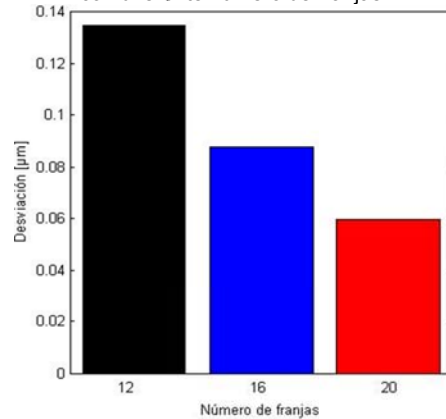
Se construyeron rejillas con 12, 16 y 20 franjas, con las que se evaluó la diferencia entre valor teórico y experimental de las posiciones angulares.

Figura 24. Diferencia entre desplazamiento angular teórico y experimental para rejillas con diferente número de franjas.



Fuente: Autores del proyecto

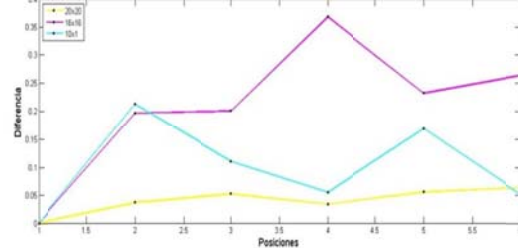
Figura 25. Desviación Estándar del error para rejillas con diferente número de franjas.



Fuente: Autores del proyecto

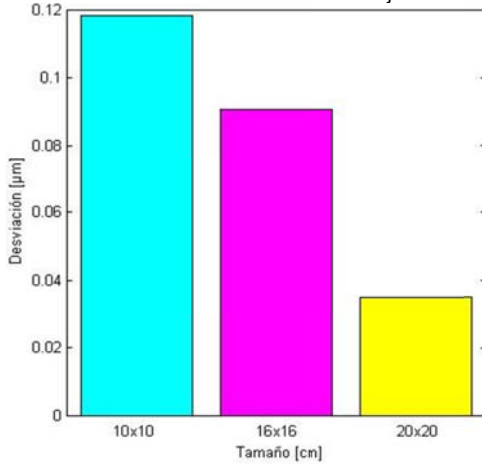
De igual forma, se evaluaron los errores en función de las diferentes posiciones angulares y la desviación estándar para cada rejilla, Figura 24 y Figura 25. Se demuestran que para una rejilla radial con mayor número de franjas el error en el cálculo de orientación es menor.

Figura 26. Diferencia entre desplazamiento angular teórico y experimental para rejillas de diferente tamaño.



Fuente: Autores del proyecto

Figura 27. Desviación estándar del error para rejillas con diferente número de franjas.



Fuente: Autores del proyecto

De igual forma se evaluó el comportamiento del tamaño de la rejilla para igual número de franjas. Como era de esperarse el error en el cálculo del ángulo de orientación de la rejilla radial es menor, cuando el tamaño es mayor, Figura 26 y Figura 27.

B) VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

En la etapa final se desarrolló una evaluación experimental en la que se tomó como referencia un procedimiento industrial debidamente acreditado, el cual realiza medidas de rotación a una precisión conocida. Para tal fin se dispone de un patrón primario tipo pistón, único en Colombia, empleado por el Centro de Desarrollo Tecnológico del Gas, CDT de GAS, [12] para calibrar medidores de caudal de gas.

1) Patrón tipo Pistón

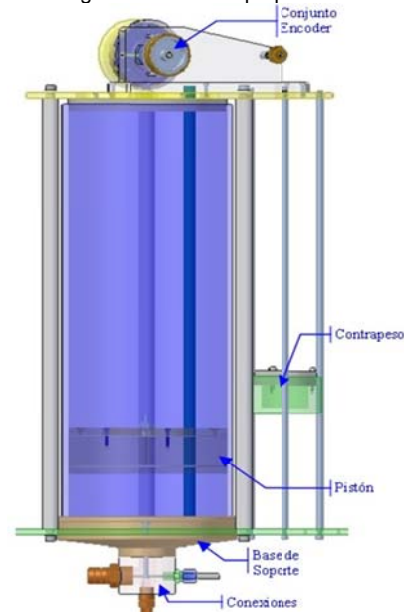
Este patrón consiste de un tubo de vidrio, de diámetro interno conocido con precisión, que contiene dentro un pistón de plástico ligeramente menor en diámetro. Una acanaladura horizontal alrededor del pistón retiene mercurio, de tal forma que exista poca fricción entre el tubo y el pistón, y sirva de sello para evitar fuga de gas. Una válvula de bypass es cerrada para iniciar el almacenamiento de gas en el cilindro de

vidrio, ver Figura 28.

El pistón se eleva debido a un pequeño exceso de presión (aprox. 0,5 kPa) del gas introducido por el fondo del tubo, se inicia el conteo de pulsos haciendo uso de un generador de pulsos o Encoder; el inicio y parada del conteo de pulsos es sincronizado por una señal proveniente del medidor que se encuentra bajo calibración.

El caudal volumétrico es calculado dividiendo el volumen previamente determinado por el tiempo entre la señal de inicio y parada.

Figura 28. Patrón tipo pistón



Fuente: CDT de GAS

La incertidumbre de la medición de caudal que se puede obtener con este patrón oscila entre $\pm 0,1\%$ y $\pm 0,35\%$.

El Encoder es el elemento primario de medición, encargado de convertir un desplazamiento volumétrico asociado al movimiento lineal del pistón, en una señal de pulsos. Para que el Encoder realice correctamente su función se requiere de una adecuada alineación entre los elementos móviles solidarios a la cuerda (pistón-contrapeso) y las poleas; el conjunto Encoder debe estar soportado por una estructura rígida que permita nivelar el conjunto cilindro-pistón y obtener un buen grado de verticalidad.

Este Encoder es incremental y cuenta con dos señales de salida (canal A y canal B) en

cuadratura lo cual permite conocer la dirección de desplazamiento y aumentar cuatro veces el número de pulsos por revolución. En la Tabla I se describen las características técnicas del Encoder.

TABLA I. Especificaciones Técnicas Encoder

Ítem	Especificación
Pulsos por revolución	5000
Fuente de Alimentación	5 VDC \pm 5% 150mA máx. sin carga
Señal de salida	Doble onda cuadrada en Cuadratura
Respuesta en Frecuencia	200kHz
Temperatura de operación	0 °C a 70 °C
Temperatura de almacenamiento	-20 °C a 80°C
Pulsos por revolución	5000



Fuente: CDT de GAS

En la prueba se confrontaron las medidas reportadas por el Encoder traducida a grados contra las medidas angulares reportadas por el método propuesto.

Para realizar la prueba se adecuó una pieza con la rejilla radial adherida, que se fijó en el eje de rotación. La rejilla contenía 28 franjas negras en cada sector angular con diámetro de 5.8 cm. Se empleó una cámara CCD con una focal de 16mm ubicada a 15 cm de la rejilla con la que se adquirieron imágenes cada segundo, Figura 29. El procedimiento llevado a cabo es el típico que se realiza para hacer calibraciones de un equipo, en el cual se fijó un caudal de 2 l/min durante un intervalo de 2.1 minutos.

Debido a la simetría de la rejilla, se hace necesario establecer una referencia externa

dibujada sobre la rejilla que sirva de para determinar vueltas completas. De manera general, la referencia sirve para posicionar las líneas roja y azul del procedimiento de extracción de fase.

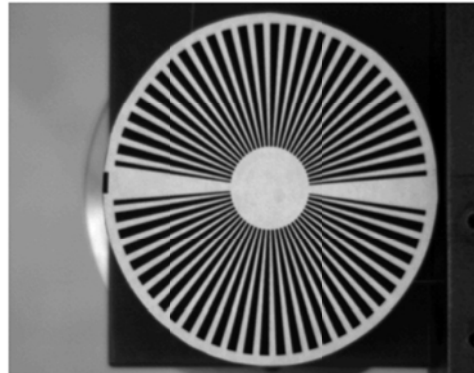
Figura 29. Montaje: 1. Pistón, 2. Encoder, 3. Rejilla Radial, 4. CCD



Fuente: CDT de GAS

Figura 30. Rejilla Radial con referencia para conteo de número de vueltas

REJILLA RADIAL CON REFERENCIA PARA NÚMERO DE VUELTAS

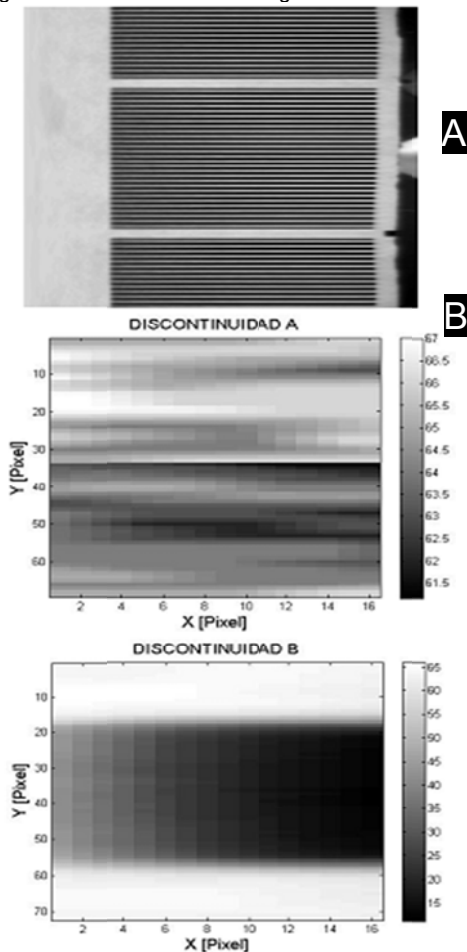


Fuente: Autores del proyecto

La referencia es una sección angular de color negro ubicada en una de las regiones que no contiene franjas, ver Figura 30, a una distancia de 1.0333% y un ancho de

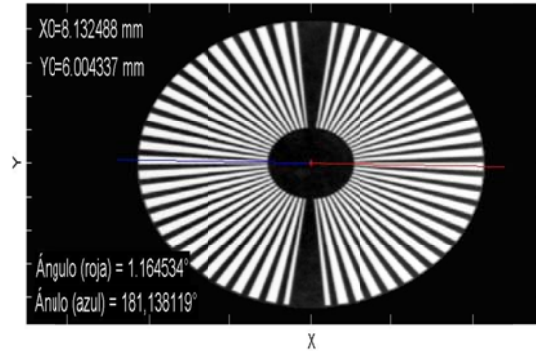
0.0111% del radio mayor de la rejilla. Con la información descrita anteriormente se procede a localizarla, ubicándola en la región que reporte menor intensidad en escala de gris. La Figura 31 corresponde al sistema de franjas después de realizar la transformación de sistemas coordenados de la Figura 30. Los sectores angulares sin franjas, en la Figura 30, corresponden a los sectores rectangulares A y B de la Figura 31; sus posiciones se conocen al interior del procesamiento de las imágenes. De esta manera se busca en los dos sectores sin franjas y se identifica el sector con la referencia, sector B en la Figura 31. Por medio de un acumulador se va totalizando los desplazamientos angulares, adicionando 360° cada vez que la referencia pase por la posición de partida.

Figura 31. Ubicación de Rectángulo de referencia



Fuente: Autores del proyecto

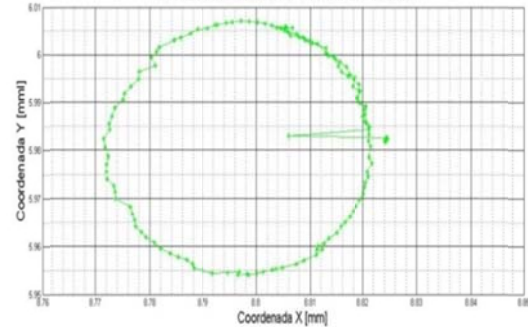
Figura 32. Medidas de Desplazamiento y Orientación reportadas por el algoritmo



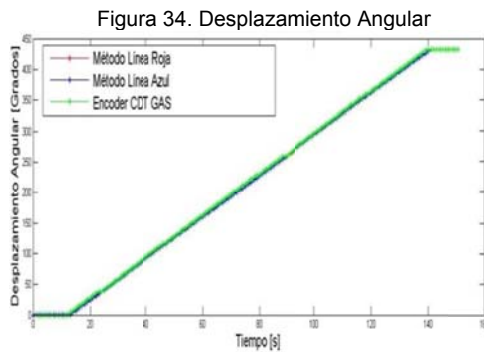
Fuente: Autores del proyecto

En la Figura 32 se reportan los datos obtenidos para una imagen procesada: se reportan las coordenadas del centro y las posiciones angulares de las líneas roja y azul. Al repetir el mismo procedimiento para cada una de las imágenes adquiridas durante la prueba se determina la trayectoria angular y 2D del centro de la rejilla. La Figura 33 muestra la trayectoria del centro de la rejilla. Este comportamiento se debe a que el centro de la rejilla radial no coincidía con el centro del eje, formando una circunferencia cuyo radio corresponde a la distancia entre dichos centros. De ésta forma se demuestra que el método reporta simultáneamente medidas de rotación y traslación, donde la medida de desplazamientos angulares no es afectada por traslaciones del centro de la rejilla, solucionando uno de los inconveniente que tienen los métodos usados tradicionalmente para reportar medidas de rotación a alta precisión cuando el eje se desplaza de su centro de rotación.

Figura 33. Trayectoria del centro de la Rejilla Radial.

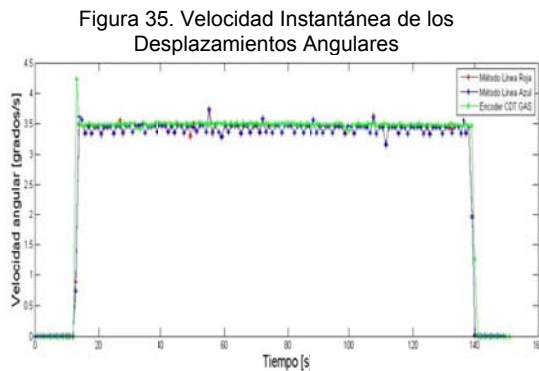


Fuente: Autores del proyecto



Fuente: Autores del proyecto

La Figura 34, muestra el desplazamiento total realizado en la prueba, donde la línea roja representa la orientación angular del sector de franjas ubicado en sentido horario de la referencia, la línea azul representa la orientación del otro sector y la línea verde el desplazamiento reportado por el Encoder. Con un desplazamiento total de 431.784°, donde las medidas reportadas por el método desarrollado se acercan a la precisión del Encoder.



Fuente: Autores del proyecto

Una vez conocidos los desplazamientos angulares en intervalos de 1s se determinó la velocidad angular instantánea que experimentó el eje de rotación. La Figura 35 muestra las velocidades angulares para el Encoder y para el método propuesto. El patrón tipo pistón está diseñado para calibrar medidores de caudales, enviando un caudal constante. Esto implica que la velocidad de giro del Encoder debe mantenerse constante. La Figura 35 muestra que el Encoder reporta una

velocidad promedio de 3.48 °/s, mientras que la velocidad reportada por el sistema es 3.475 ± 0.05 °/s. Al realizar una observación detallada de los valores reportados por el método propuesto se aprecia que los valores tienen un comportamiento no completamente aleatorio, con valores que oscilan alrededor de valores discretos. La posible causa de este comportamiento es la determinación de la medida del intervalo de tiempo entre imágenes, ya que se empleó una rutina temporal que depende de las interrupciones del microprocesador del computador empleado en las adquisiciones de imágenes. Es decir, se debe diseñar un sistema electrónico externo que envíe señales temporales precisas al Trigger de la cámara CCD para activar cada lectura de imágenes, y no depender de las interrupciones del microprocesador.

V. CONCLUSIONES

En este artículo se presenta un método para medir la posición y rotación de un objeto en el plano. El procedimiento emplea un procesamiento digital de imágenes sobre una rejilla con franjas distribuidas radialmente. El procesamiento se basa en la extracción de la fase del sistema de franjas radial, empleando el método de la Transformada de Fourier. El cálculo de la fase se realiza haciendo una transformación de sistemas coordenados y determinando el centro a partir de la información de fase de la imagen simétrica de la rejilla. Las evaluaciones experimentales demuestran que el método permite medir desplazamientos y rotaciones a valores inferiores a los definidos por el pixelado realizado por la cámara CCD. También se demuestra que rejillas de tamaño grande y mayor número de franjas introducen menor error en el cálculo de desplazamientos y rotaciones.

Pruebas llevadas a cabo en la industria demuestran que el método puede competir contra dispositivos que se encuentran en el mercado como lo es el Encoder de alta resolución, con la ventaja de reducir el gasto económico.

AGRADECIMIENTOS

La investigación fue apoyada por la Vicerrectoría de Investigaciones y extensión de la Universidad Industrial de Santander, Colombia (Proyecto N° 5184: Posicionamiento global de alta resolución a campo extendido por visión estéreo: Aplicaciones en metrología óptica). De igual forma los autores desean agradecer al centro de desarrollo tecnológico del gas, *CDT de GAS*, por el desarrollo de las pruebas experimentales.

[12]. Colombia, CENTRO DE DESARROLLO TECNOLÓGICO DEL GAS. <http://www.cdtdegas.com/>

REFERENCIAS

- [1]. Arias, Nestor; Meneses, Jaime; Suárez, Miguel; Medida de la Orientación, Posición y Desplazamiento en el Plano de un Objeto por Codificación de Fase. *Bistua: Revista de la Facultad de Ciencias Básicas*, Vol. 7, Núm. 2, julio – diciembre, 2009, pp. 1- 8, Universidad de Pamplona, Colombia.
- [2]. Néstor A. Arias. *Reconstrucción 3D a manos libres: Estrategia de posicionamiento global*, Tesis Doctoral, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, COLOMBIA. 2010
- [3]. Reina G, Nidia Esther. Análisis Teórico – Experimental de un Sistema de Franjas Radiales: Aplicaciones en Posicionamiento Global de un Objeto, Tesis pregrado, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, COLOMBIA. 2010.
- [4]. Mitsuo Takeda, Hideki Ina, and Seiji Kobayashi. *Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry*, *J. Opt. Soc. Am.* **72**, 156-160, 1982.
- [5]. Pérez Zayra, Romero Lenny. *Sistema Óptico de Reconstrucción Tridimensional para la detección de Ampollas en Recubrimientos*, Tesis Pregrado, Universidad Industrial de Santander, 2004.
- [6]. Kemao Q. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis. *Applied Optics* 2004;43:2695–702.
- [7]. Kemao Q. Two-dimensional windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: Principles, applications and implementations. *Optics and Lasers in Engineering* 2007;45:304–17.
- [8]. Wang Z, Ma H. Advanced continuous wavelet transform algorithm for digital interferogram analysis and processing. *Optical Engineering* 2006;45: 045601.
- [9]. Sandoz P. Wavelet transform as a processing tool in white-light interferometry. *Optics Letters* 1997;22:1065–7.
- [10]. Oriat, Luc; Lantz, Eric; Subpixel detection of the center of an object using a spectral phase algorithm on the image; Université de Franche- Comté; Besançon.
- [11]. J. Meneses, T. Garbi, P. Humbert, Phase-Unwrapping algorithm for images with high noise content based don a local histogram. *Appl Opt.*, 1(44):1207-15,(2005). 18.