

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN BANCO PROTOTIPO PARA LA
DETERMINACIÓN DEL MODULO DE BULK ISOTÉRMICO EFECTIVO DEL
ACEITE HIDRÁULICO BASE MINERAL EN EL LABORATORIO DE
POTENCIA FLUIDA.**

CAMILO ANDRÉS MANRIQUE ESCOBAR

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECAÑICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECANICA
BUCARAMANGA**

2016

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN BANCO PROTOTIPO PARA LA
DETERMINACIÓN DEL MODULO DE BULK ISOTÉRMICO EFECTIVO DEL
ACEITE HIDRÁULICO BASE MINERAL EN EL LABORATORIO DE
POTENCIA FLUIDA.**

CAMILO ANDRÉS MANRIQUE ESCOBAR

**Trabajo de grado para optar al título de
Ingeniero Mecánico**

**DIRECTOR:
CARLOS BORRÁS PINILLA,
Ingeniero Mecánico, PhD**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECAÑICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECANICA
BUCARAMANGA**

2016

CONTENIDO

Pág

INTRODUCCIÓN	14
1. MARCO TEÓRICO.....	16
1.1. EL MÓDULO DE BULK.....	16
1.1.1. Módulo de bulk isotérmico secante.	19
1.1.2. Módulo de bulk isotérmico tangente.	19
1.1.3. Módulo de bulk isentrópico (adiabático) secante. M.....	20
1.1.4. Módulo de bulk isentrópico (adiabático) tangente. M	20
1.2. LA TEMPERATURA Y EL MÓDULO BULK	22
1.3. LA PRESIÓN Y EL MÓDULO DE BULK	26
1.4. EFECTO DEL AIRE EN EL MÓDULO DE BULK	28
1.5. EFECTO DEL CAMBIO DE ESTADO EN EL MÓDULO DE BULK.....	31
1.6. EFECTO DEL MÓDULO DE BULK EN EL RENDIMIENTO DE SISTEMAS HIDRÁULICOS.....	33
1.6.1. Control de posición.....	33
1.6.2. Pérdida de potencia..	33
1.6.3. Tiempo de respuesta.....	34
1.6.4. Estabilidad.....	35
1.6.5. Pérdida de fluido en el tanque.....	35
1.6.6. Sobrecalentamiento:.....	35

1.7.	MODELOS MATEMÁTICOS DEL MÓDULO DE BULK EFECTIVO EN PRESENCIA DE AIRE	36
1.7.1.	Modelos de sólo compresión. A.L. Audenino et al [16] define el módulo de bulk efectivo de un sistema como	36
1.7.2.	Modelos de compresión y disolución.....	38
1.8.	MÉTODOS DE MEDICIÓN DEL MÓDULO DE BULK	39
1.9.	DISEÑO ESTADÍSTICO DE EXPERIMENTOS	42
1.9.1.	Prueba T para diferencia de medias	42
1.9.2.	El Intervalo de Confianza T en μ	44
1.9.3.	Análisis de Varianza (ANOVA)	45
2.	DISEÑO DEL BANCO PARA LA MEDICIÓN DEL MÓDULO DE COMPRESIBILIDAD	49
2.1.	DISEÑO DEL SISTEMA DE MASA VARIABLE	52
2.1.1.	Determinación del volumen interno del sistema.	52
2.1.2.	Diseño por resistencia de materiales.	57
2.1.3.	Criterio de deformaciones.	62
2.1.4.	Diseño de las tapas de la cámara de pruebas	66
3.	SENSORICA DEL SISTEMA.....	79
3.1.	MEDICIÓN DEL CAMBIO DE VOLUMEN Y PRESIÓN INSTANTÁNEA ..	79
3.2.	CALIBRACIÓN	81
3.3.	REPETIBILIDAD DEL EXPERIMENTO	84
4.	SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS.....	89

5.	ANÁLISIS DE RESULTADOS	92
5.1.	ANÁLISIS DE LA MEDICIÓN PARA ACEITE PURO	94
5.2.	COMPARACIÓN DE RESULTADOS CON EL MODELO TEÓRICO	100
5.3.	Incertidumbre de la medición	102
6.	CONCLUSIONES.....	103
	BIBLIOGRAFÍA.....	108

LISTA DE FIGURAS

		Pág
Figura 1	Relación de cambio entre volumen y presión	18
Figura 2	Comparación de diferentes módulos de compresibilidad	20
Figura 3	Viscosidad absoluta y módulo de compresibilidad de un aceite hidráulico	24
Figura 4	Módulo de bulk en función de la temperatura ($30^{\circ}\text{C} - 60^{\circ}\text{C}$)	25
Figura 5	Curva de compresión de una sustancia	26
Figura 6	Módulo de bulk de aceite con aire	28
Figura 7	Efecto de la velocidad de compresión en la curva Presión vs. Volumen	31
Figura 8	Coeficiente politrópico de compresión vs. Velocidad de compresión	32
Figura 9	Pérdida de potencia	34
Figura 10	Método de masa variable	40
Figura 11	Método de volumen variable	41
Figura 12	Criterio de rechazo para prueba T	44
Figura 13	Tabla de análisis de varianza	48
Figura 14	Planteamiento método de volumen variable.	50
Figura 15	Planteamiento método de masa variable	51
Figura 16	Esquema del sistema de masa variable	57
Figura 17	Diseño preliminar cámara de compresión cilíndrica.	58
Figura 18	Eficiencia de costura	59
Figura 19	Cilindro rígido conectado a una fuente de presión	62

Figura 20	Estado de esfuerzos cilindro pared gruesa.	63
Figura 21	Cambio de volumen vs. Presión	65
Figura 22	Diseño preliminar de la cámara de pruebas	66
Figura 23	Determinación parámetro C	67
Figura 24	Materiales para brida ASME 16.5	68
Figura 25	Esquema tapa bridada y dimensiones.	69
Figura 26	Diseño preliminar de sistema con tapa roscada	70
Figura 27	Alojamiento para sellado de vástagos, pistones y sellados axiales	73
Figura 28	Dimensiones para alojamiento de sellado de pistón.	74
Figura 29	Porcentaje de deformación efectivo para O-ring aplicación hidráulica o neumática estática.	74
Figura 30	Dimensiones o-rings de aplicaciones generales (serie G)	75
Figura 31	Tolerancia del agujero del pistón.	77
Figura 32	Esquema potenciómetro rotativo de 10 vueltas.	79
Figura 33	Gráfica de regresión para transductor de presión	83
Figura 34	Gráfica de la regresión para el potenciómetro lineal	83
Figura 35	Comparación de intervalos de confianza para aceite puro	85
Figura 36	Comparación de intervalos de confianza para $X_o = 1,5\%$	86
Figura 37	Comparación de intervalos de confianza para $X_o = 1,5\%$	86
Figura 38	Intervalo de confianza de las diferencias de medias, aceite puro.	87
Figura 39	Intervalo de confianza de las diferencias de medias, $X_o = 1,5\%$	87
Figura 40	Intervalo de confianza de las diferencias de medias, $X_o = 2,5\%$	88
Figura 41	Diagrama de bloques del sistema de adquisición de datos	89
Figura 42	Esquema de conexión de los sensores	90

Figura 43	Panel frontal del sistema de adquisición	90
Figura 44	Curvas de compresión del sistema	92
Figura 45	Variación del módulo de bulk tangente isotérmico respecto a la presión (aceite puro)	94
Figura 46	Módulo de bulk del aceite puro	95
Figura 47	Módulo de bulk del aceite hidráulico con aire.	97
Figura 48	Regresiones con Shape Language Modeling.	99
Figura 49	Comparación del modelo matemático con resultado experimental	101

LISTA DE TABLAS

		Pág
Tabla 1	Módulo de bulk típico para aceite hidráulico (sin aire) a $20^{\circ}C$, 50 [Mpa]	21
Tabla 2	Módulo de compresibilidad isentrópico de sustancias hidráulicas típicas a temperatura y presión definida	22
Tabla 3	Efecto de temperatura en el módulo de bulk de un aceite comercial	23
Tabla 4	Propiedades aceite hidráulico Terpel ISO 68	53
Tabla 5	Índice de viscosidad de Widman International SRL	54
Tabla 6	Propiedades mecánicas acero SA 516 gr 70	59
Tabla 7	Espesor requerido para cédulas comerciales de tubería	60
Tabla 8	Propiedades mecánicas de los aceros	61
Tabla 9	Espesor de pared requerido para aceros considerados	61
Tabla 10	Módulo de compresibilidad recipiente cilíndrico	65
Tabla 11	Paso y factor de seguridad tapa roscada.	73
Tabla 12	Diseño del o-ring para sistema de sellado.	78
Tabla 13	Propiedades potenciómetro México Bourns 3590	80
Tabla 14	Propiedades transductor de presión WIKA Eco-1	81
Tabla 15	Análisis de error de sensores	82
Tabla 16	Sensibilidad de los parámetros de regresión	82
Tabla 17	Resumen del análisis de varianza	85
Tabla 18	RMSE de las diferentes pruebas experimentales	98
Tabla 19	RMSE de las regresiones con Shape Language Modeling	99

RESUMEN

TÍTULO: DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN BANCO PROTOTIPO PARA LA DETERMINACIÓN DEL MODULO DE BULK ISOTÉRMICO EFECTIVO DEL ACEITE HIDRÁULICO BASE MINERAL *

AUTOR: MANRIQUE ESCOBAR, CAMILO ANDRÉS**

PALABRAS CLAVES: MÓDULO DE BULK, CONTROL HIDRÁULICO, MEZCLA ACEITE AIRE

DESCRIPCIÓN:

El módulo de bulk determina la resistencia que un fluido presenta al someterse a compresión. Por tal razón la rigidez y respuesta dinámica de sistemas hidráulicos y amortiguadores depende de su valor efectivo. Así mismo la simulación de líneas de succión de bombas y el estudio del fenómeno de cavitación son áreas donde el estudio de esta propiedad es de interés, dado que la exactitud en las simulaciones mediante CFD se ve afectada por los supuestos vinculados a las ecuaciones de Rayleigh-Plesset, siendo posible sustituirlas con un apropiado modelo del módulo de bulk efectivo. Numerosos estudios han demostrado que el valor numérico de esta propiedad depende de variables tales como la temperatura, la presión, la cantidad de aire infiltrado y la velocidad de compresión. La presencia de aire infiltrado en sistemas hidráulicos es bastante común, incluso después de realizar un proceso exhaustivo de purga y este factor disminuye dramáticamente el valor efectivo del módulo de bulk. En este proyecto se lleva a cabo el diseño y construcción de un dispositivo para medir el valor efectivo del módulo de bulk tangente isotérmico del aceite hidráulico con cantidades controladas de aire infiltrado respecto a la presión, empleando el método de masa variable. Se considera la deformación elástica del reactor debido a que esta podría conllevar a un error considerable en la medición dado el rango de presión de operación, con un valor máximo de 3000 [psi].

* Proyecto de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: Carlos Borrás Pinilla, Ingeniero Mecánico.

ABSTRACT

TITLE: DESIGN AND CONSTRUCTION OF A PROTOTYPE DEVICE TO DETERMINE THE ISOTHERMAL TANGENT BULK MODULUS OF HYDRAULIC OIL.*

AUTHOR: MANRIQUE ESCOBAR, CAMILO ANDRÉS**

KEYWORDS: BULK MODULUS, HYDRAULIC CONTROL, MIXTURE OIL AIR.

DESCRIPTION: The bulk modulus determines the resistance of a fluid has when is being compressed. Therefore, the stiffness and dynamic response of hydraulic systems and dampers depends on its effective value. Likewise, the simulation of hydraulic pump's suction lines and the cavitation phenomena are topics where it is a property of interest due to the fact that the accuracy of simulations through CFD tools is decreased by the assumptions in the Rayleigh-Plesset's equations and these can be substituted by an appropriate bulk modulus's model. Many studies have proved the dependency of the numeric value of the bulk modulus with temperature, pressure and speed of compression. The presence of entrained air in hydraulic systems is very common, even after having a meticulous purge process, and it is known that this factor diminishes dramatically the effective value of the bulk modulus. In this project a device for the measuring the effective bulk modulus of hydraulic oil and air mixture is designed and constructed. The mass change method is used and the elastic deformation of the pressured vessel is considered to avoid the source of error due to the wide range of pressure with a higher value of 3000 [psi].

* Bachelor Thesis.

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: Carlos Borrás Pinilla, Ingeniero Mecánico.

INTRODUCCIÓN

El estudio que se realiza ya sea para diseñar o simular la respuesta dinámica de un sistema hidráulico requiere del conocimiento de las propiedades del fluido empleado como medio de transmisión de energía. La rigidez volumétrica presente en un fluido al estar sometido a presión es la propiedad definida como módulo de bulk, la cual es una importante característica del aceite hidráulico ya que la exactitud en su determinación afecta directamente el modelado y la correcta predicción teórica de la respuesta dinámica de actuadores hidráulicos y servosistemas.

El módulo de bulk de un fluido hidráulico controla la cantidad de energía que este absorbe y el tiempo que requiere para elevar la presión a través del sistema de bombeo, así como la energía liberada durante el proceso de descompresión. La razón detrás de esto yace en que, al aplicar una alta presión a un gran volumen de aceite, una significativa cantidad de energía será usada en comprimir el fluido, el resultado de esto es el retraso en la respuesta del actuador, un actuador cargado no se moverá hasta que el fluido antes de él haya sido comprimido. Además, la energía almacenada en el fluido puede causar que el actuador continúe moviéndose después de cerrada la válvula de control.

El módulo de bulk presenta un valor numérico alto, 220000 [psi] de acuerdo a Merrit [1], gracias a esto se tiene una alta frecuencia natural y por ende los servos hidráulicos presentan un alto nivel de desempeño respecto a otros tipos de sistemas de control ya sean eléctricos o mecánicos. Sin embargo, en los sistemas hidráulicos convencionales el aceite hidráulico es usualmente expuesto al aire atmosférico en el tanque y por ello es usual que pequeñas cantidades de aire infiltrado modifiquen el módulo de bulk del aceite dentro del sistema.

El contenido de aire es conocido por afectar la compresibilidad de un líquido. Mezclas de aceite con aire se encuentran en diferentes formas: paquetes de aire localizados, burbujas dispersas en el aceite y en forma de aire disuelto. Se sabe que el aire disuelto, ya que no está en paquetes o burbujas, no experimenta compresión politrópica, por tal razón no afecta el módulo de bulk, por otra parte, la presencia de paquetes localizados de aire y de burbujas dispersas sí, por ende, también afectan la respuesta dinámica del sistema hidráulico, su frecuencia natural, la transmisión de potencia y la estabilidad. Según Akkaya [2], omitir el comportamiento dinámico del módulo de bulk en el sistema de control de transmisiones hidráulicas es una fuente de error considerable y puede tener implicaciones en la seguridad de operación.

En vista de la importancia de este parámetro el grupo de investigación DicBot plantea el desarrollo de este proyecto con el fin de contribuir al desarrollo técnico y académico de la escuela de Ingeniería mecánica de la Universidad Industrial de Santander mediante la construcción e implementación de un banco prototipo de pruebas para la adecuada medición del módulo de bulk isotérmico de aceite hidráulico base mineral con diferentes porcentajes de contenido de aire.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. EL MÓDULO DE BULK

Con el fin de comprender el concepto de módulo de bulk, es necesario analizar la ecuación de estado de una sustancia. La ecuación que relaciona la presión, temperatura y densidad de un líquido es por definición la ecuación de estado. Esta no puede ser derivada matemáticamente de principios físicos. Ya que los fluidos experimentan pequeños cambios en su densidad debido al cambio de presión o temperatura la ecuación puede ser aproximada por los tres primeros términos de la serie de Taylor [1].

$$\rho = \rho_{op} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T (P - P_O) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P (T - T_O) \quad (1)$$

Donde ρ_O , P_O y T_O son los valores iniciales de densidad, presión y temperatura ρ_{op} , P y T son los valores instantáneos (en el punto de operación) de densidad, presión y temperatura.

Reescribiendo se obtiene:

$$\rho = \rho_{op} \left(1 + \frac{1}{K_T} (P - P_O) - \alpha (T - T_O)\right) \quad (2)$$

la ecuación linealizada de estado de un fluido, donde los términos K_T y α son el módulo de bulk isotérmico y el coeficiente de expansión cúbica respectivamente.

$$K_T = \rho_{op} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T \text{ Módulo de Bulk isotérmico} \quad (3)$$

$$\alpha = -\frac{1}{\rho_{op}} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad \text{Módulo de expansión volumétrica} \quad (4)$$

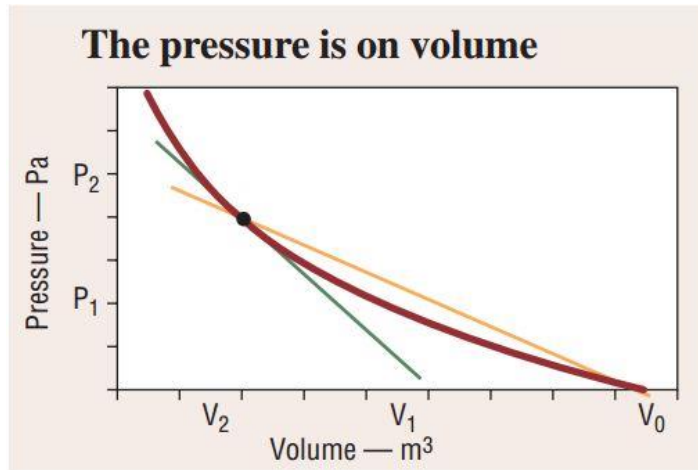
Debido a que $\rho = m/v$ es posible sustituir la densidad por el volumen en las definiciones (3) y (4) obteniendo:

$$K_T = -V_{op} \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T \quad (5)$$

El término K_T representa el cambio en la presión dividido por el cambio fraccional en el volumen a una temperatura constante y es llamado el módulo de bulk isotérmico. El módulo de bulk es siempre una medida positiva (ya que $\left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T$ es siempre una medida negativa) y tiene un valor de 220000 [psi] para fluidos derivados del petróleo [1].

Es importante entender que, ya que los fluidos sometidos a presión no obedecen la ley de Hooke, la relación entre el cambio de volumen y la presión no es lineal [3]. A partir de este fenómeno se plantean dos opciones para medir el módulo de compresibilidad de una sustancia. Definir el módulo de bulk en función de la pendiente de la línea tangente a la curva presión versus volumen $\left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T$, o emplear la tangente de la línea secante que cruza por el origen de las abscisas hasta el punto de interés $\left(\frac{P-P_0}{V-V_0} \right)_T$. Se definen así el módulo de bulk tangente K_T y el módulo de bulk secante $\bar{K}_T$ respectivamente.

Figura 1. Relación de cambio entre volumen y presión.



Fuente GEORGE, H.; BARBER, A. What Is Bulk Modulus and When Is It Important?. Hydraulic and Pneumatics, 2007.

En la figura 1. Se observa la relación entre la presión y el volumen de un aceite hidráulico. La línea roja indica la trayectoria del proceso mientras las líneas azul y naranja representan las mediciones del módulo de compresibilidad tangente y secante respectivamente. De la gráfica se deduce fácilmente que el valor del módulo de compresibilidad tangente a la línea del proceso siempre será mayor al valor del módulo de compresibilidad secante a la línea del proceso.

El módulo de bulk tangente es siempre mayor al módulo de bulk secante para cualquier punto de la curva excepto a presión atmosférica donde son iguales [4], la relación entre estos dos valores es $K_T(P) = \bar{K}_T(2P)$. Donde $K_T(P)$ representa el módulo de compresibilidad isotérmico tangente a una presión y $\bar{K}_T(2P)$ el módulo de compresibilidad isotérmico secante al doble de esta. [5].

Ya se mencionó que la relación entre el cambio de volumen de una sustancia con la presión a la que se somete no cumple la ley de Hooke, razón por la cual se originan dos definiciones del módulo de bulk, además de esto la relación volumen versus presión también se ve modificada por la forma en que se realiza la compresión del sistema. Bajo condición de rápidas oscilaciones de presión, el sistema no tendrá oportunidad de alcanzar un equilibrio térmico, existiendo un cambio en la temperatura, presentándose entonces un valor del módulo de compresibilidad diferente al que se observa durante un proceso lento (cuasi estático) en el que el sistema mantiene estabilidad térmica durante la compresión. De tal forma existen dos tipos de módulo de compresibilidad, donde para un estado determinado se tiene:

1.1.1. Módulo de bulk isotérmico secante. Módulo de bulk obtenido del cambio entre la presión de trabajo y la atmosférica a temperatura constante. Es el producto del volumen original del fluido y la pendiente de la línea trazada desde el origen hasta un punto específico de la gráfica presión versus volumen específico [6].

$$\bar{K}_T = -V_o \left(\frac{P-P_o}{V-V_o} \right)_T \quad (6)$$

1.1.2. Módulo de bulk isotérmico tangente. Módulo de bulk obtenido de la verdadera tasa de cambio $\frac{dP}{dV}$ a la presión de trabajo y temperatura constante. Es el producto del volumen del fluido a una presión específica por la derivada de la presión respecto al volumen en ese punto (la pendiente de la línea tangente a ese punto) [6].

$$K_T = -V \left(\frac{dP}{dV} \right)_T \quad (7)$$

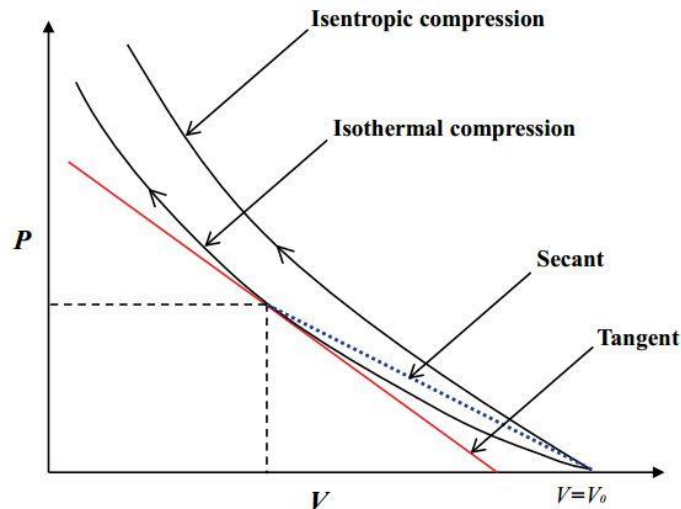
1.1.3. Módulo de bulk isentrópico (adiabático) secante. Módulo de bulk obtenido durante proceso isentrópico (de compresión rápida, sin estabilidad térmica) entre la presión de trabajo y la atmosférica.

$$\bar{K}_S = -V_0 \left(\frac{P-P_0}{V-V_0} \right)_S \quad (8)$$

1.1.4. Módulo de bulk isentrópico (adiabático) tangente. Módulo de bulk obtenido durante proceso isentrópico (de compresión rápida, sin estabilidad térmica) empleando la verdadera tasa de cambio $\frac{dP}{dV}$ a la presión de trabajo.

$$K_S = -V \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_S \quad (9)$$

Figura 2. Comparación de diferentes módulos de compresibilidad



Fuente: GHOLIZADEH, H. et al. Fluid bulk modulus: a literature survey. International Journal of Fluid Power, 2011, vol. 12, no 3, p. 5-15.

De la gráfica se observa la diferencia entre los cuatro valores posibles del módulo de bulk para un mismo punto de operación (P,T). La diferencia entre el módulo de

bulk tangente y secante yace en su formulación matemática donde es importante diferenciar los términos V y V_0 , siendo V el volumen instantáneo del sistema en el punto de operación $V = f(P, T)$; por otra parte V_0 es el volumen del sistema en el estado inicial $V_0 = f(P_{atm}, T_{atm})$ y es un valor constante a lo largo de la medición, siendo esta una diferencia usualmente no esclarecida en la literatura [7]. Así mismo se puede observar de la figura que el valor del módulo de bulk adiabático K_s para una determinada presión es mayor que el valor del módulo de bulk isotérmico K_T para esta misma [3]. Al observar las diferencias se concluye que es muy importante elegir apropiadamente qué definición del módulo de bulk debe usarse dependiendo de las condiciones de operación. Hayward [8] sugiere usar el módulo de bulk adiabático para situaciones con cambios abruptos de presión y el módulo de bulk isotérmico para situaciones con cambios de presión lentos, así mismo el uso del módulo de bulk adiabático para los cambios de presión debidos a la propagación de ondas de sonido [8].

Tabla 1. Módulo de bulk típico para aceite hidráulico (sin aire) a 20°C, 50 [Mpa]

Adiabatic secant bulk modulus	2.15 GPa
Adiabatic tangent bulk modulus	2.41 GPa
Isothermal secant bulk modulus	1.88 GPa
Isothermal tangent bulk modulus	2.15 GPa

Fuente: GHOLIZADEH, H. et al. Fluid bulk modulus: a literature survey. International Journal of Fluid Power, 2011, vol. 12, no 3, p. 5-15.

En la tabla 1 se observan los diferentes valores del módulo de bulk para un aceite hidráulico mineral con viscosidad 100 [cSt] a 20°C y 50 [Mpa] en ausencia de burbujas de aire. Sin embargo, valores tan altos como estos no son normalmente

alcanzados en condiciones de operación debido a que el módulo de bulk disminuye rápidamente con pequeñas cantidades de aire infiltrado [1].

Tabla 2. Módulo de compresibilidad isentrópico de sustancias hidráulicas típicas a temperatura y presión definida.

Fluid type	Isentropic secant bulk modulus at 20° C and 10,000 psi
Water – glycol	500,000 psi
Water-in-oil emulsion	333,000 psi
Phosphate ester	440,000 psi
ISO 32 mineral oil	260,000 psi

Fuente GEORGE, H; BARBER, A. What Is Bulk Modulus and When Is It Important?. Hydraulic and Pneumatics, 2007.

Se puede demostrar que existe una relación entre el módulo de bulk isotérmico y el módulo de bulk adiabático [1]

$$K_S = \frac{c_p}{c_v} K_T \quad (10)$$

Así mismo es posible emplear el módulo de bulk secante para derivar el módulo de bulk tangente a cualquier presión [9].

$$K = \frac{\bar{K}(\bar{K}-P)}{\bar{K}-P\frac{d\bar{K}}{dP}} \quad (11)$$

1.2. LA TEMPERATURA Y EL MÓDULO BULK

El efecto de la temperatura es importante debido a que la compresión de un fluido elevará inevitablemente su temperatura, lo cual causa la tendencia del fluido a expandirse, generando así presión adicional. Una compresión lenta permitirá que el fluido disipe al ambiente el calor generado durante el proceso. Siendo esta la razón física detrás del mayor valor de K_s sobre K_T .

Al medir el cambio de presión en una sustancia durante un proceso de compresión rápida se está registrando el efecto de la compresión misma y la expansión térmica producto del cambio de temperatura por el calor generado durante el proceso. Un efecto diferente se presenta cuando el proceso de compresión se realiza con una sustancia a diferentes valores de temperatura manteniendo ésta constante.

Tabla 3. Efecto de temperatura en el módulo de bulk de un aceite comercial

% of air	Temperature, °F	Isentropic bulk modulus, psi
0.0	80	268,000
0.0	180	163,000

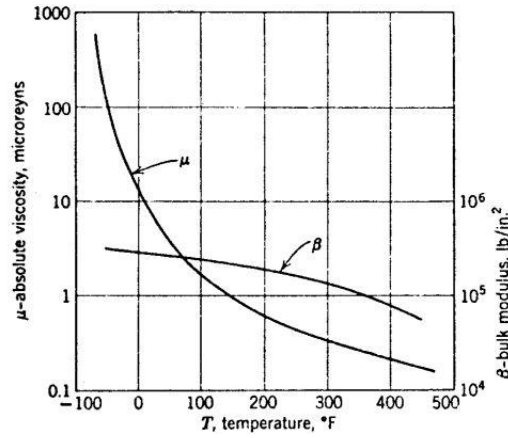
Fuente GEORGE, H; BARBER, A. What Is Bulk Modulus and When Is It Important?.Hydraulic and Pneumatics, 2007.

De la tabla 3 se observa el efecto de aumentar la temperatura de un aceite comercial en $100^{\circ}F$ sobre la temperatura ambiente, lo cual reduce su módulo de compresibilidad en un 61%.

Al aumentar la temperatura, el módulo de compresibilidad de la mayoría de fluidos conocidos tiende a disminuir debido a que las moléculas se moverán más

rapidamente, lo cual resulta en la expansión de la sustancia y la correspondiente pérdida de densidad. Efecto que conlleva al aumento del espacio intermolecular del fluido lo que conlleva a la reducción del módulo de bulk [7].

Figura 3. Viscosidad absoluta y módulo de compresibilidad de un aceite hidráulico



Fuente Merrit, H. E. 1967. Hydraulic Control Systems.

En la figura 3 se observa el efecto de la temperatura en el módulo de compresibilidad de un aceite hidráulico MIL-H-5606B. Klaus and O'Brien [5] encontraron que el incremento en la temperatura causa que el módulo de bulk secante disminuya logarítmicamente, esto dentro del rango $0 - 128^{\circ}\text{C}$

$$\log \frac{\bar{K}_T(P, T_1)}{\bar{K}_T(P, T_2)} = \beta(T_2 - T_1) \quad (12)$$

β es una función de la presión y su valor puede hallarse en la gráfica que exponen en su documento. Dado que el efecto del módulo de compresibilidad con la temperatura es logarítmico, su influencia en el valor del módulo de compresibilidad

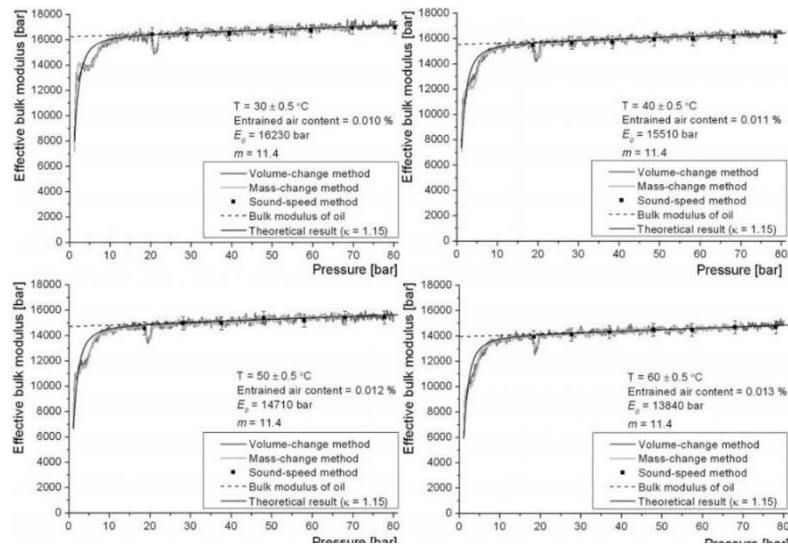
es más importante que la de la presión, a pesar de ello la temperatura es un factor poco considerado en la literatura [7].

Sunghun, K. et al [10] determinan experimentalmente el comportamiento del módulo de bulk del aceite ISO VG 46 en un rango de 30°C a 60°C con contenido de aire. Del resultado experimental proponen el modelo:

$$E_{oil} = E_{0,T0} + m * P + n * T \quad (13)$$

Donde el término relacionado con el efecto de la temperatura n tiene un valor de $-80 \left[\frac{bar}{^{\circ}C} \right]$, $E_{0,T0} = 18670 \pm 50 \left[bar \right]$ es el módulo de compresibilidad del aceite a temperatura ambiente y presión atmosférica. Así mismo m representa un coeficiente relacionado al cambio del módulo de compresibilidad respecto a la presión, el cual determinan con un valor de 11,4 (indiferente de la temperatura).

Figura 4. Módulo de bulk en función de la temperatura (30°C – 60°C)

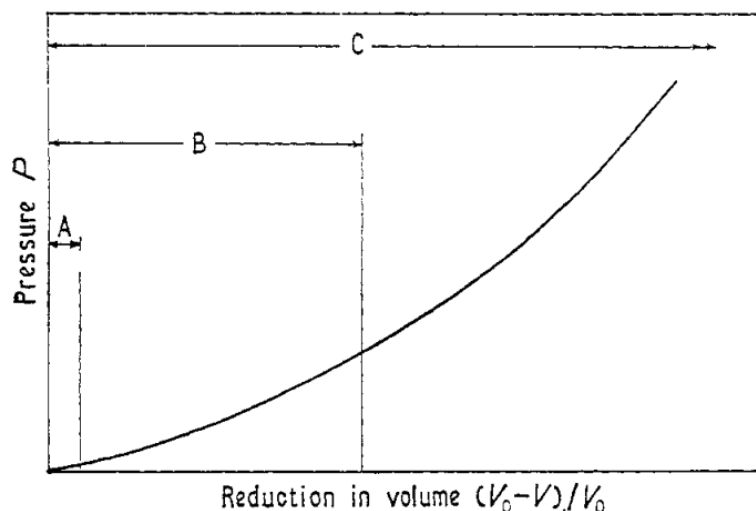


Fuente KIM, S.; MURRENHOFF, H. Measurement of effective bulk modulus for hydraulic oil at low pressure. *Journal of Fluids Engineering*, 2012, vol. 134, no 2, p. 021201.

1.3. LA PRESIÓN Y EL MÓDULO DE BULK

Al aumentar la presión el módulo de compresibilidad de una sustancia al inicio aumentará rápidamente debido a la disminución en el espacio intermolecular; después de cierto rango de presión las moléculas entran en contacto y la tasa de aumento del módulo de compresibilidad disminuye notablemente [7]. Muchos intentos se han realizado para formular una ecuación para la compresibilidad de forma analítica derivada de la teoría molecular, pero ninguno de estos ha arrojado una ecuación conveniente que se ajuste con los datos experimentales [9]. Por esta razón el efecto de la presión sobre el módulo de compresibilidad se determina de forma empírica, proceso relativamente sencillo al tomar en cuenta la curva de comportamiento de la presión respecto al cambio del volumen de una muestra libre de aire y temperatura constante.

Figura 5. Curva de compresión de una sustancia



Fuente HAYWARD, A. T. J. Compressibility equations for liquids: a comparative study. British Journal of Applied Physics, 1967, vol. 18, no 7, p. 965.

La curva de comportamiento se divide en tres regiones como se observan en la figura. La zona A se encuentra en el rango de presión de las decenas de bares; en

esta zona la curvatura es tan suave que puede asumirse que tiene un comportamiento lineal, obedeciendo así la ley de Hooke, de tal forma que sólo se necesita una constante para definir su comportamiento, siendo así constante el módulo de compresibilidad para el rango de las decenas de bares y cumpliéndose que $K_T = \bar{K}_T$ ó $K_S = \bar{K}_S$.

La zona B comprende el rango de los cientos de bares, en esta zona la curvatura es demasiado pronunciada como para ser despreciada sin sacrificar un grado de exactitud sensato, aun así, es posible aproximarla a una función cuadrática que parta del origen de las abscisas. Para esta zona el módulo de compresibilidad tendrá un comportamiento lineal de la forma:

$$\bar{K}_T = K_0 + m * P_g \quad (14)$$

Donde K_0 será el módulo de bulk de la sustancia a presión ambiente, P_g será la presión de la sustancia en el punto de operación y m será la pendiente de la recta. Una pendiente propia de cada sustancia que es independiente de la temperatura. De resultados experimentales puede demostrarse que dentro de rangos moderados de presión (hasta 80 [Mpa] para aceite mineral), el módulo de bulk secante isotérmico o adiabático puede expresarse de esta forma [11].

Dentro de este rango de presión es fácil determinar el módulo de compresibilidad isotérmico tangente a partir del módulo de compresibilidad secante empleando la correlación (11) donde el término desconocido $\frac{dK}{dP} = m$.

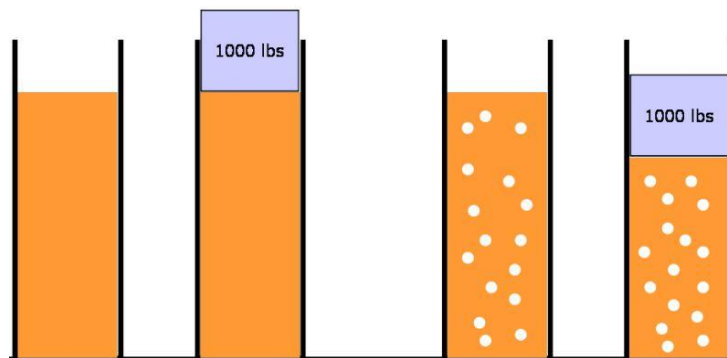
Es hasta que se alcanza el rango de los miles de bares (zona C), que la curvatura se aleja lo suficiente de la linealidad para requerir la aproximación con una curva cúbica. Klaus and O'Brien [5] realizan un estudio del comportamiento del módulo de compresibilidad para diferentes sustancias entre los rangos de 0 – 69 [MPa] y 0 – 177°C. Ellos encontraron que la relación entre el módulo de compresibilidad y la presión es lineal y excepto para el agua, todos los fluidos estudiados tenían la misma pendiente $m = 5,3$ [7].

$$\bar{K}_T = K_0 + 5,3 * P_g \quad (15)$$

1.4. EFECTO DEL AIRE EN EL MÓDULO DE BULK

Cuando burbujas de aire logran filtrarse en el fluido hidráulico, el módulo de bulk disminuye y el sistema se torna “esponjoso”. Situación que se puede apreciar fácilmente cuando el pedal de freno del auto se siente “esponjoso”. La solución entonces es purgar el sistema de frenos con el fin de eliminar el contenido de aire y así el sistema se torne rígido nuevamente [12].

Figura 6. Módulo de bulk de aceite con aire.



Fuente DURFEE, W.; SUN, Z. Fluid power system dynamics. Center for Compact and Efficient Fluid Power, 2009.

El sistema hidráulico de una maquinaria móvil puede presentar grandes cantidades de aire infiltrado debido a un tamaño reducido del tanque o a elementos de acople y sellado que ofrecen pobre estanqueidad. Razón por la cual el estudio del efecto del contenido de aire en el módulo de bulk es importante [10]. Los diseñadores de sistemas hidráulicos deben ser cautelosos con el valor del módulo de bulk que emplean en sus cálculos. Normalmente los valores publicados son determinados mediante métodos de laboratorio que incluyen excelente purgado, conexiones y sellos, siendo estas condiciones que se alejan de un sistema real en operación.

El aire se presenta en un sistema hidráulico de tres formas diferentes según Magorien [13]:

Aire libre, es aire atrapado dentro del sistema, pero no totalmente en contacto con el fluido. No está en forma de burbujas infiltradas ni disuelto sino en forma de paquetes de aire que pueden eliminarse mediante purga.

Aire arrastrado, se encuentra suspendido en el fluido normalmente en forma de burbujas pequeñas. Se puede eliminar mediante filtros.

Aire disuelto, es el que se encuentra dentro de la solución. Debido a que no es aire libre o arrastrado no obedece la ley de Boyle. Obedece entonces la ley de Henry, la cantidad de aceite disuelto en el líquido es proporcional a la presión del gas. Puede ser eliminado sometiendo el fluido a presiones bajas o aumentando su temperatura. Su presencia no tiene efecto sobre el módulo de bulk.

El aire libre y el aire arrastrado pueden entonces ser eliminados del sistema de forma sencilla mediante la purga y el implemento de filtros, lo cual llevaría a pensar que no es necesario estudiar su efecto en el módulo de compresibilidad, pero esto es falso.

El fluido de trabajo a condición ambiente contiene una pequeña cantidad de aire disuelto la cual aumentará durante la operación debido a que este se ve expuesto a aire de forma directa en el tanque del sistema, donde se hace caer como cascada para aumentar la transferencia de calor por convección y así refrigerar el sistema. Este proceso tiene un efecto adverso. Durante el tiempo de contacto entre aire y aceite no sólo se transfiere calor, sino que también una parte del aire atmosférico se disuelve en el aceite conforme a la ley de Henry. Ese aire disuelto sale de la solución dentro del sistema después de un periodo de operación debido al aumento de temperatura por el calor generado y a caídas de presión durante el paso por válvulas y orificios. El aire en forma de burbujas disminuirá el módulo de bulk afectando el sistema. Si las burbujas generadas no se reúnen en paquetes grandes y además el fluido se mueve a una baja velocidad, la gran mayoría de estas burbujas serán reabsorbidas por el fluido aguas abajo, tal como sugiere la ley de Henry [13].

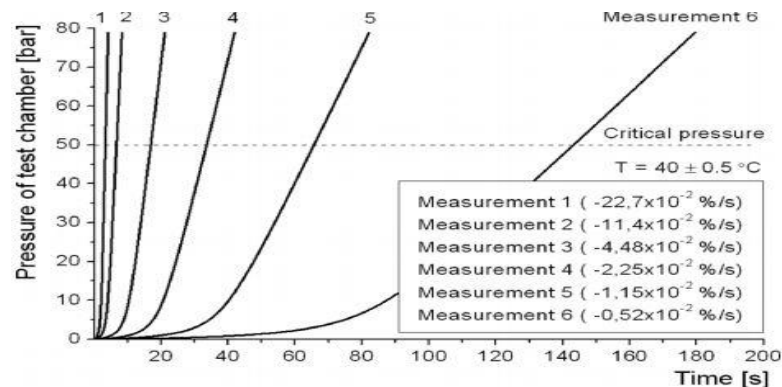
El proceso de disolución del aire en el aceite es descrito por la ley de Henry, la cual afirma que a temperatura constante la cantidad de aire disuelto aumentará con la presión. Así mismo al ser un proceso de adsorción (en el que una capa fina de aire en contacto con el fluido se acumula en este), la capacidad del aceite para almacenar aire en solución depende de la geometría de la burbuja de aire, donde a mayor diámetro de burbuja menor será la tasa de adsorción [13]. Debido a esto el fluido en contacto con aire tendrá una tasa de adsorción inicialmente alta, hasta que la superficie de contacto se sature. Las burbujas de aire que no consigan disolverse

en el líquido experimentaran compresión obedeciendo la ley de Boyle, proceso que depende de la forma en que el sistema cambia de estado.

1.5. EFECTO DEL CAMBIO DE ESTADO EN EL MÓDULO DE BULK

Hayward [9] estudia la compresibilidad de aceite con burbujas de aire y encuentra que el comportamiento del índice politrópico de compresión es más cercano al modelo isotérmico $n = 1$ que al adiabático $n = 1,4$.

Figura 7. Efecto de la velocidad de compresión en la curva Presión vs. Volumen



Fuente KIM, S.; MURRENHOFF, H. Measurement of effective bulk modulus for hydraulic oil at low pressure. *Journal of Fluids Engineering*, 2012, vol. 134, no 2, p. 021201.

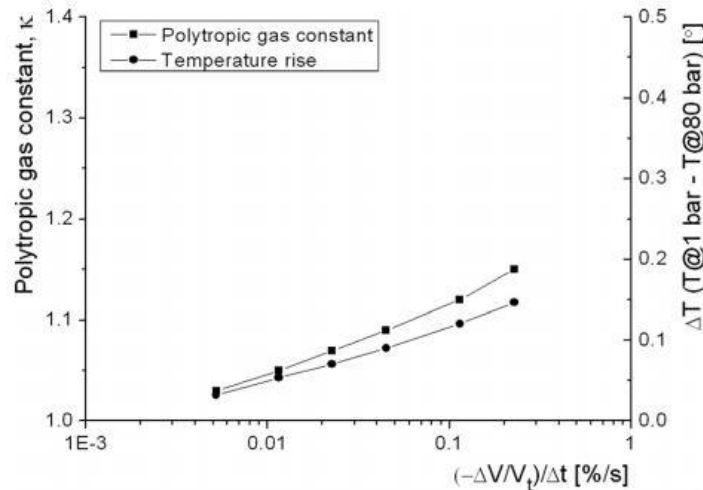
En la figura 7 muestra para un aceite con 0,45% de contenido de aire, el cambio de volumen como función del tiempo para diferentes velocidades de compresión. A mayor velocidad de compresión el coeficiente politrópico se aproximará más al valor adiabático ($n = 1,4$), aumentando así el módulo de bulk.

Es posible estimar el valor del coeficiente politrópico de compresión conociendo la velocidad de compresión del sistema mediante la correlación [10].

$$n = n_{adiabático} + \frac{(n_{isotérmico} - n_{adiabático})}{(1 + v_v/0,67)^{0,49}} \quad (16)$$

Donde $v_v = \frac{\Delta V/V_0}{t} \left[\frac{\%}{t} \right]$ que representa la velocidad de compresión del sistema.

Figura 8. Coeficiente politrópico de compresión vs. Velocidad de compresión



Fuente KIM, S.; MURRENHOFF, H. Measurement of effective bulk modulus for hydraulic oil at low pressure. Journal of Fluids Engineering, 2012, vol. 134, no 2, p. 021201.

En la figura 8 se observa el comportamiento del coeficiente de compresión politrópico respecto a la velocidad de compresión. El coeficiente es mucho más cercano al modelo isotérmico $n = 1$. La segunda curva muestra el comportamiento de la temperatura respecto a la velocidad de compresión. Al incrementar la temperatura o disminuir la presión de operación el aire disuelto saldrá de la solución y se convertirá en aire infiltrado (burbujas), por esta razón dependiendo de las condiciones de operación el aire puede convertirse en infiltrado o viceversa [13].
Influencia del módulo de bulk en el funcionamiento de un sistema hidráulico

1.6. EFECTO DEL MÓDULO DE BULK EN EL RENDIMIENTO DE SISTEMAS HIDRÁULICOS

1.6.1. Control de posición: Si un actuador lineal que transporta una carga requiere un apropiado control de posición, el módulo de bulk debe ser tomado en cuenta. La razón detrás de esto yace en la forma en que el fluido de trabajo absorbe la energía del sistema. Si un actuador cargado lleva una velocidad determinada, esto se traduce en una cantidad de movimiento, la cual, en caso de realizar una parada súbita, deberá ser absorbida y amortiguada por el fluido. Al cerrarse las válvulas de control aguas arriba y abajo del actuador, un pico de presión aparecerá. Si el fluido presenta aire en forma de paquetes o burbujas, estos se comprimirán debido al pico de presión, almacenando energía, la cual causará que la carga continúe en movimiento con las válvulas cerradas. Se tiene entonces que para un valor alto del módulo de compresibilidad mayor será la exactitud en el control de posición.

1.6.2. Pérdida de potencia: Para que un actuador lineal o rotativo pueda mover una carga, es necesario presurizar el fluido dentro de este, para ello la bomba debe proveer una cantidad de aceite igual a la disminución de volumen requerida para obtener la presión de trabajo. Debido a que este volumen adicionado no ejerce trabajo efectivo, se considera una pérdida de potencia.

Partiendo de la definición básica del módulo de compresibilidad se tiene que el cambio de volumen es [10]:

$$\Delta V = \frac{V_0 * \Delta P}{K_e} \quad (17)$$

Y la definición de trabajo:

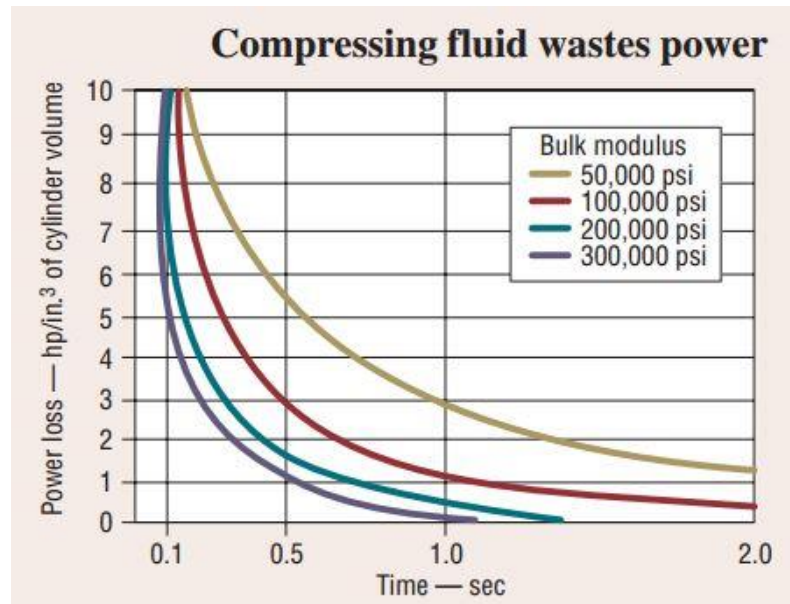
$$\dot{W} = \Delta P * \Delta V \quad (18)$$

Reemplazando (17) en (18) y considerando la variable temporal se obtiene la potencia perdida.

$$\dot{W} = \frac{\Delta P^2 * V_0}{K_e * t} \quad (19)$$

De esta expresión se observa fácilmente el efecto del módulo de bulk en el rendimiento de sistemas hidráulicos.

Figura 9. Pérdida de potencia



Fuente GEORGE, H; BARBER, A. What Is Bulk Modulus and When Is It Important?.Hydraulic and Pneumatics, 2007.

1.6.3. Tiempo de respuesta: Es usual considerar el fluido de trabajo incompresible, se espera entonces que presente una alta rigidez y por ende un tiempo de respuesta inmediato.

Pero debido a que antes de que el sistema ejerza el trabajo útil, debe comprimirse el aceite hasta la presión de trabajo, se prioriza el trabajo perdido.

De la expresión (19) se puede observar que, para un valor de potencia constante, a mayor módulo de bulk, menor será el tiempo de respuesta [10].

1.6.4. Estabilidad: La frecuencia natural de un sistema masa- resorte se determina mediante

$$f = \frac{1}{2\pi} * \frac{\sqrt{K*g}}{W} \quad (20)$$

Donde K representa la constante del resorte. En un sistema hidráulico la equivalencia se encuentra al reemplazar la constante del resorte con el módulo de bulk. Se puede observar entonces que, a mayor valor de este, mayor será la frecuencia natural del sistema y por ende su estabilidad [6].

1.6.5. Pérdida de fluido en el tanque: Si una cantidad de aire en forma de paquete no es evacuada del sistema mediante proceso de venteo y consigue llegar al tanque, el volumen que era ocupado por este será reemplazado por fluido que entrará por la línea de succión generando una disminución en el nivel del tanque. Si la cantidad de aire es grande y el tanque es pequeño este puede quedar vacío o cerca a estarlo [13].

1.6.6. Sobrecalentamiento: Los paquetes de aire infiltrado al igual que las burbujas de aire experimentan compresión politrópica al aumentar la presión del sistema, proceso que genera calor, el cual puede aumentar la temperatura del sistema a niveles indeseables. El módulo de bulk experimenta una disminución logarítmica con el aumento de la temperatura, el cual a su vez causa que el aire disuelto en el aceite salga en forma de burbujas y disminuya aún más el módulo de bulk.

1.7. MODELOS MATEMÁTICOS DEL MÓDULO DE BULK EFECTIVO EN PRESENCIA DE AIRE

El valor numérico del módulo de bulk depende de las condiciones de operación del sistema, la cantidad de aire, la forma en que se aplique la compresión y la definición matemática empleada para el cálculo del mismo (tangente o secante). Los modelos matemáticos que determinan el efecto del contenido de aire en el valor numérico del módulo de compresibilidad se dividen en dos tipos, los modelos de sólo compresión y los modelos de compresión y disolución. La diferencia entre estos yace en que el primero considera únicamente el efecto de la compresión politrópica del aire durante el proceso mientras que el segundo considera también el efecto de disolución de aire en el aceite, fenómeno regido por la ley de Henry.

1.7.1. Modelos de sólo compresión. A.L. Audenino et al [16] define el módulo de bulk efectivo de un sistema como

$$\frac{1}{K_e} = \frac{1}{K_o} + \frac{V_g}{V_c} \left(\frac{1}{K_g} - \frac{1}{K_c} \right) \quad (21)$$

Donde $K_o = 2 \times 10^9 [Pa]$ es el módulo de compresibilidad del aceite, el cual es considerado constante.

Merrit [1] permite al módulo variar con la presión al descartar el comportamiento constante de variables pertinentes dentro de la ecuación. Teniendo que V_g es el volumen de aire, el cual varía según la ecuación de estado de un gas ideal, K_g es el módulo de compresibilidad del aire, y K_c es el módulo de compresibilidad del recipiente.

$$K_g = n(P + P_{atm}) \quad (22)$$

$$V_g = m_g \frac{R_g * T}{p + p_{atm}} \quad (23)$$

Que sustituyendo produce:

$$\frac{1}{K_e} = \frac{1}{K_c} + \frac{1}{K_l} + \frac{V_{go}}{V_0} \left(\frac{1}{K_g} - \frac{1}{K_l} \right) \quad (24)$$

Cabe resaltar que la fracción volumétrica de aire en el aceite es considerada constante con la presión, lo cual discrepa del fenómeno real en el que la fracción volumétrica de aire disminuye. Debido a esto el módulo de compresibilidad efectivo de la mezcla aceite-aire predicho por este modelo será siempre menor que el valor real [15]. El modelo de sólo compresión propuesto por Gholizadeh, H et al. [15] considera el valor instantáneo de la fracción volumétrica de aire, emplea la definición matemática del módulo de bulk tangente, razón por la cual su predicción del módulo de bulk efectivo es más cercana a la realidad que la del modelo de A.L. Audenino et al [16] o Merrit [1].

$$K_{ec} = \frac{\left(\left(\frac{P_0}{P} \right)^{1/n} X_0 + (1 - X_0) \right)}{\frac{X_0 (P_0/P)^{1/n}}{nP} + \frac{(1 - X_0)}{K_l}} \quad (25)$$

Donde P_0 es la presión atmosférica, P representa la presión absoluta instantánea del sistema, de tal forma que puede ser expresada como $P = P_0 + P_g$, siendo P_g la presión manométrica. $X_0 = \frac{V_{go}}{V_{l0} + V_{go}}$, donde V_{go} es el volumen inicial de aire y V_{l0} el volumen inicial de aceite.

1.7.2. Modelos de compresión y disolución. Ruan et al [17] derivan una expresión para predecir el módulo de bulk de la mezcla aire-aceite considerando efectos de compresión y disolución de aire en el aceite conforme a la ley de Henry. Definen en su modelo una presión crítica P_c , después de la cual todo el aire en el sistema habrá sido disuelto en el aceite, de tal forma que este valor define el punto en que el sistema comienza a comportarse como libre de aire. Encuentran que la presión crítica es proporcional a la raíz cuadrada de la fracción volumétrica de aire y que es un valor que debe determinarse experimentalmente para cada caso particular.

$$K_{ec} = \frac{1 + \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{X_0}{1-X_0}\right) \left(\frac{P_c - P}{P_c - P_0}\right)}{\frac{1}{K_l} + \left(\left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{X_0}{1-X_0}\right) \frac{1}{P_c - P_0}\right) \left(\frac{P_c - P}{nP} + 1\right)} \quad (26)$$

Este modelo presenta un problema en la curva de módulo de bulk versus presión, donde se da un salto o discontinuidad en el punto de presión crítica, la cual está ligada a una discontinuidad en la primera derivada de la ley de Henry. También presenta una inconsistencia en la zona de baja presión, donde arroja valores del módulo de bulk inferiores a los arrojados por modelos de sólo compresión, situación que no concuerda con el fenómeno físico.

Gholizadeh, H. et al [18] desarrollan una expresión más acertada para el fenómeno que considera las variaciones volumétricas de aire debido a la compresión y a la disolución sin presentar un salto o discontinuidad. Los términos P_c , m , X_0 , $(X_0)_c$, n_1 , n_2 deben determinarse experimentalmente para cada caso.

$$\left\{ \begin{array}{ll} K_{ecd} = \frac{V_l(P, T) + V_{gcd}(P, T)}{\frac{V_l(P, T)}{K_l(P, T)} + \frac{1}{K_{g_1}} V_{gcd}(P, T)} & P \leq P_c \\ K_{ecd} = \frac{V_l(P, T) + \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1}{n_2}} \frac{T}{T_0} (X_0)_c}{\frac{V_l(P, T)}{K_l(P, T)} + \frac{1}{K_{g_2}} \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1}{n_2}} \frac{T}{T_0} (X_0)_c} & P > P_c \end{array} \right. \quad (27)$$

$$\text{Donde } V_{gcd}(P, T) = \frac{P_0 V_{go}}{P} \frac{T}{T_0} \left(\frac{P_c - P}{P_c - P_0} \right) \quad (28)$$

$$K_l(P, T) = K_l(P_0, T) + m(P - P_0) \quad (29)$$

$$V_l(P, T) = V_l(P_0, T) \left(1 + \frac{m}{K_l(P_0, T)} (P - P_0) \right)^{-1/m} \quad (30)$$

1.8. MÉTODOS DE MEDICIÓN DEL MÓDULO DE BULK

Existen básicamente tres métodos para realizar la medición del módulo de compresibilidad. El método de cambio de masa, el método de cambio de volumen y el método de velocidad del sonido. Teóricamente, el módulo de bulk puede determinarse mediante la medición del cambio de presión debido al cambio de volumen de una sustancia y el recipiente en que se encuentra [10]

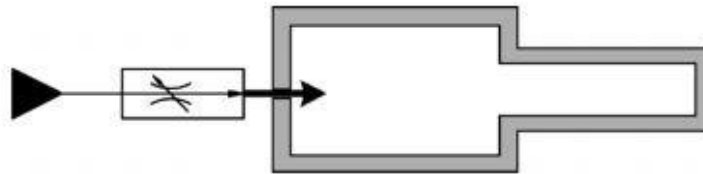
$$\frac{dP}{dt} = \frac{K_e}{V_o} * \left(\dot{q}_{in} - \dot{q}_{out} - \frac{dV}{dt} \right) \quad (28)$$

El método de cambio de masa consiste en un volumen de control el cual, estando lleno de aceite a condición ambiente, se le es introducido mediante una bomba, una cantidad extra de fluido el cual producirá un aumento en la presión del sistema.

$$q_{in} = \frac{V_o}{K_e} * \frac{dP}{dt} \quad (29)$$

Donde $\dot{q}_{out} = \frac{dV}{dt} = 0$ para un sistema de volumen constante. Mediante una válvula de control de caudal se mantiene constante el caudal de entrada al sistema y mediante un sensor de presión puede determinarse la tasa de cambio de esta variable. Permitiendo entonces realizarse una curva de presión contra tiempo, la cual puede fácilmente convertirse en una curva de compresibilidad del aceite suponiendo que el caudal es constante durante el tiempo de operación. Esta suposición normalmente conlleva un alto grado de error debido a que el caudal suministrado por la bomba tenderá a disminuir a incrementos de presión a pesar de implementar válvulas de control de caudal compensadas por presión (Shungun. 2012).

Figura 10. Método de masa variable



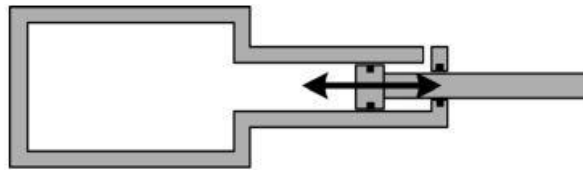
Fuente KIM, S.; MURRENHOF, H. Measurement of effective bulk modulus for hydraulic oil at low pressure. *Journal of Fluids Engineering*, 2012, vol. 134, no 2, p. 021201.

El método de volumen variable consiste en un recipiente con una masa constante de aceite $q_{in} = q_{out} = 0$, la cual es sometida a compresión mediante un émbolo móvil en la tapa del recipiente. Las variables a medir son la presión interna del sistema y la posición del émbolo en el tiempo. El cambio en la posición del émbolo se asocia fácilmente con el cambio en el volumen del sistema sabiendo que $\Delta V = -A * X$ donde A representa el área del pistón y X su desplazamiento. Normalmente

el error asociado a este método es bajo gracias a la alta exactitud de los sensores de posición

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{dP}{dt} * \frac{K}{V} \quad (30)$$

Figura 11. Método de volumen variable



Fuente KIM, S.; MURRENHOFF, H. Measurement of effective bulk modulus for hydraulic oil at low pressure. *Journal of Fluids Engineering*, 2012, vol. 134, no 2, p. 021201.

El método de velocidad del sonido se basa en la relación existente entre el módulo de bulk una sustancia y la velocidad del sonido que viaja a través de esta.

$$V = \sqrt{\frac{K_e}{\rho}} \quad (31)$$

Donde V es la velocidad del sonido en la sustancia de trabajo, K_e es el módulo de bulk efectivo y ρ es la densidad de la sustancia.

Se concluye de (23) que es necesario realizar la medición de la velocidad de la sustancia en el fluido de trabajo, para lo cual, se instalan dos o más sensores de presión dinámica a distancias determinadas y mediante la medición del tiempo que toma un pulso en ir de un sensor a otro es posible determinar la velocidad de propagación. La dificultad del método yace en la determinación de la densidad efectiva de la sustancia ya que esta varía con el pico de presión causado por el pulso.

1.9. DISEÑO ESTADÍSTICO DE EXPERIMENTOS

A continuación, se presentan las pruebas estadísticas realizadas en las fases de diseño y análisis de datos.

Hipótesis estadística:

Se entiende por hipótesis estadística una afirmación sobre un parámetro de una o más poblaciones, según Montgomery [24].

1.9.1. Prueba T para diferencia de medias

Se considera realizar una prueba de diferencia de medias para comparar dos distribuciones cuyas varianzas poblacionales son desconocidas. Para muestras que exceden los 40 datos se puede asumir que la varianza muestral es aproximadamente igual a la varianza poblacional, permitiendo utilizar una prueba Z para diferencia de medias. Sin embargo, para aplicaciones prácticas es recomendable utilizar la prueba T para cualquier caso de muestreo ya que evita el supuesto mencionado previamente.

Para la prueba de hipótesis de la diferencia de medias μ_1 y μ_2 de dos distribuciones normales donde las varianzas σ_1^2 y σ_2^2 son desconocidas se emplea una prueba T estadística donde es necesario el supuesto de normalidad. Para los casos aplicados se asume que las varianzas de ambos grupos son desconocidas pero iguales $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$. La prueba para diferencia de medias pretende corroborar las siguientes hipótesis:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad (32)$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \quad (33)$$

Si $X_{11}, X_{12} \dots X_{1n_1}$, son mediciones aleatorias de n_1 observaciones de la primer población y $X_{21}, X_{22} \dots X_{2n_2}$, son mediciones aleatorias de n_2 observaciones de la segunda población. Se define $\bar{X}_1$ y $\bar{X}_2$ como las medias de la muestra y S_1^2, S_2^2 como las varianzas de la muestra. El valor esperado de la diferencia de medias para las muestras $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ esta dado por $E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \mu_1 - \mu_2$ y la varianza se determina mediante:

$$V(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\sigma^2}{n_2} = \sigma^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \quad (34)$$

De donde se obtiene al combinar las varianzas de las dos muestras:

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad (35)$$

De donde, mediante manipulación matemática se obtiene que, el test estadístico y la hipótesis nula están dados, respectivamente, por:

$$T_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \Delta_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad (36)$$

$$H_o: \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0 \quad (37)$$

Donde se tiene como criterios de rechazo para la hipótesis alternativa en cada caso:

Figura 12. Criterio de rechazo para prueba T

<u>Alternative Hypothesis</u>	<u>Rejection Criterion</u>
$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta_0$	$t_0 > t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2}$ OR $t_0 < -t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2}$
$H_1: \mu_1 - \mu_2 > \Delta_0$	$t_0 > t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$
$H_1: \mu_1 - \mu_2 < \Delta_0$	$t_0 < -t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$

Fuente MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. Applied statistics and probability for engineers. John Wiley & Sons, 2010.

1.9.2. El Intervalo de Confianza T en μ . Los intervalos de confianza son estimaciones estadísticas las cuales brindan un rango de posibles valores que pueda tomar una variable aleatoria dada una probabilidad de ocurrencia llamada confianza (confianza = $1 - \alpha$). Sabiendo que $T = \frac{(\bar{X} - \mu)}{S/\sqrt{n}}$ es el estadístico t para n-1 grados de libertad. Permitiendo $t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ ser el mayor punto porcentual de la distribución t con n-1 grados de libertad, se plantea:

$$P\left(-t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \leq T \leq t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}\right) = 1 - \alpha \quad (38)$$

$$P\left(-t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \leq \frac{(\bar{X} - \mu)}{S/\sqrt{n}} \leq t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}\right) = 1 - \alpha \quad (39)$$

Reorganizando se obtiene

$$P\left(\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \quad (40)$$

De donde se concluye que

$$\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (41)$$

Es el intervalo de confianza de μ , siendo $\bar{X}$ y S la media y la desviación estándar de una muestra aleatoria de distribución normal de varianza poblacional desconocida.

1.9.3. Análisis de Varianza (ANOVA)

El análisis de varianza se deduce de la descomposición de la variabilidad total en sus partes componentes. La suma de cuadrados total corregida

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 \quad (42)$$

Donde reescribiendo SS_T se obtiene:

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n [(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.})]^2 \quad (43)$$

Simplificación la ecuación (43) se obtiene:

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 \quad (44)$$

Expresión que es posible reescribirse como:

$$SS_T = SS_{Tratamientos} + SS_E \quad (45)$$

Donde SS_E es la suma de cuadrados del error y $SS_{Tratamientos}$ es la suma de cuadrados dentro de los tratamientos.

$$SS_E = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 = \sum_{i=1}^a \left[\sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 \right] \quad (46)$$

Si el termino en corchetes de la ecuación (46) se divide por $n-1$, se obtiene la varianza muestral del i -ésimo tratamiento.

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{n-1} \quad \forall i = 1, 2, \dots, a \quad (47)$$

Ahora pueden combinarse “a” varianzas muestrales para obtener una sola estimación de la varianza poblacional agrupada de la siguiente manera:

$$\frac{(n-1)S_1^2 + (n-1)S_2^2 + \dots + (n-1)S_a^2}{(n-1) + (n-1) + \dots + (n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^a \left[\sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \right]}{\sum_{i=1}^a (n-1)} = \frac{SS_E}{(N-a)} \quad (48)$$

Por lo tanto, $SS_E / (N - a)$ es una estimación combinada de la varianza común dentro de cada uno de los “a” tratamientos.

De manera similar, si no hubiera diferencias entre las medias de los “a” tratamientos., podría usarse la variación de los promedios de los tratamientos y el gran promedio para estimar σ^2 . Específicamente:

$$\frac{SS_{Tratamiento}}{a-1} = \frac{n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_i - \bar{y} \dots)^2}{a-1} \quad (49)$$

La ecuación (49) es una estimación de σ^2 considerando que las medias de los tratamientos son iguales. Puede verse de una manera intuitiva que $\sum_{i=1}^a (\bar{y}_i - \bar{y} \dots)^2 / (a - 1)$ estima σ^2 / n siendo la varianza de los promedios de los tratamientos, donde $n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_i - \bar{y} \dots)^2 / (a - 1)$ debe estimar σ^2 , si no hay diferencia en las medias de los tratamientos se tiene:

$$MS_{Tratamientos} = \frac{SS_{Tratamientos}}{a-1} \quad (50)$$

$$MS_E = \frac{SS_E}{N-a} \quad (51)$$

Los valores esperados de (50) y (51) se obtienen mediante:

$$E(MS_E) = E\left(\frac{SS_E}{N-a}\right) = \frac{1}{N-a} E\left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a y_{i.}^2\right] \quad (52)$$

Después de elevar al cuadrado y tomar el valor esperado se obtiene

$$E(MS_E) = \frac{1}{N-a} \left[N\mu^2 + n \sum_{i=1}^a \tau_i^2 + N\sigma^2 - N\mu^2 - n \sum_{i=1}^a \tau_i^2 - a\sigma^2 \right]$$

$$E(MS_E) = \sigma^2 \quad (53)$$

Realizando un proceso homólogo es posible demostrar que

$$E(MS_{Tratamientos}) = \sigma^2 + \frac{n \sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a-1} \quad (54)$$

Para realizar una prueba de hipótesis para la diferencia de medias entre tratamientos se compara $MS_{Tratamientos}$ y MS_E .

Dado que el teorema de Cochran determina que $SS_{Tratamientos}/\sigma^2$ y SS_E/σ^2 son variables aleatorias χ^2 distribuidas independientemente, se plantea que, si la hipótesis alternativa de que por lo menos una de las medias es significativamente diferente a las otras, es verdadera, se tiene:

$$F_0 = \frac{SS_{Tratamientos}/(a-1)}{SS_E/(N-a)} = \frac{MS_{Tratamientos}}{MS_E} \quad (55)$$

Siendo este el estadístico de prueba para la hipótesis de la no diferencia de medias entre los tratamientos. H_0 debe rechazarse y concluirse que hay diferencia de medias si:

$$F_0 > F_{\alpha, a-a, N-a} \quad (56)$$

Es posible emplear el enfoque del valor P para tomar una decisión, a partir de una distribución $F_{\alpha, a-a, N-a}$.

Figura 13. Tabla de análisis de varianza

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F_0
Entre los tratamientos	$SS_{\text{Tratamientos}} = n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$	$a-1$	$MS_{\text{Tratamientos}}$	$F_0 = \frac{MS_{\text{Tratamientos}}}{MS_E}$
Error (dentro de los tratamientos)	$SS_E = SS_T - SS_{\text{Tratamientos}}$	$N-a$	MS_E	
Total	$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$	$N-1$		

Fuente MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. Applied statistics and probability for engineers. John Wiley & Sons, 2010.

2. DISEÑO DEL BANCO PARA LA MEDICIÓN DEL MÓDULO DE COMPRESIBILIDAD

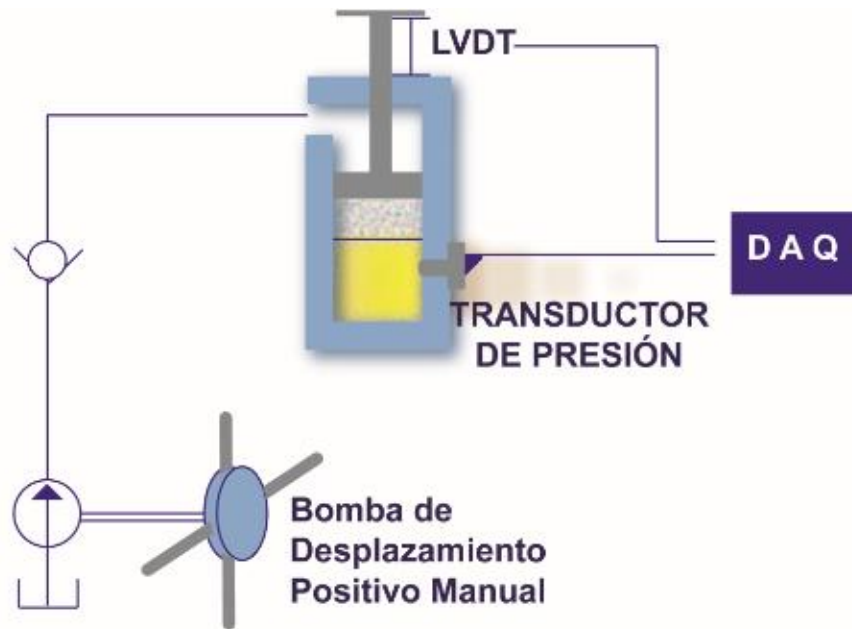
La primera etapa del proceso de diseño consiste en seleccionar el método de medición adecuado, tomando en cuenta las herramientas disponibles y los costos de fabricación implicados para cada una de las alternativas.

El grupo de investigación DicBot cuenta con una bomba de desplazamiento positivo manual con capacidad de 6000 [PSI] y 50 [ml], Un transductor de presión de 3000 [PSI] y una tarjeta de adquisición de datos National Instruments NI USB-6216.

Los métodos de medición considerados como opciones fueron masa variable y volumen variable. Se descartó el método de velocidad del sonido por su alta complejidad sensorica y de análisis de datos, alto costo y que al ser una medición indirecta tiene menor capacidad didáctica.

Se plantea entonces una posible solución para cada uno de los métodos de medición:

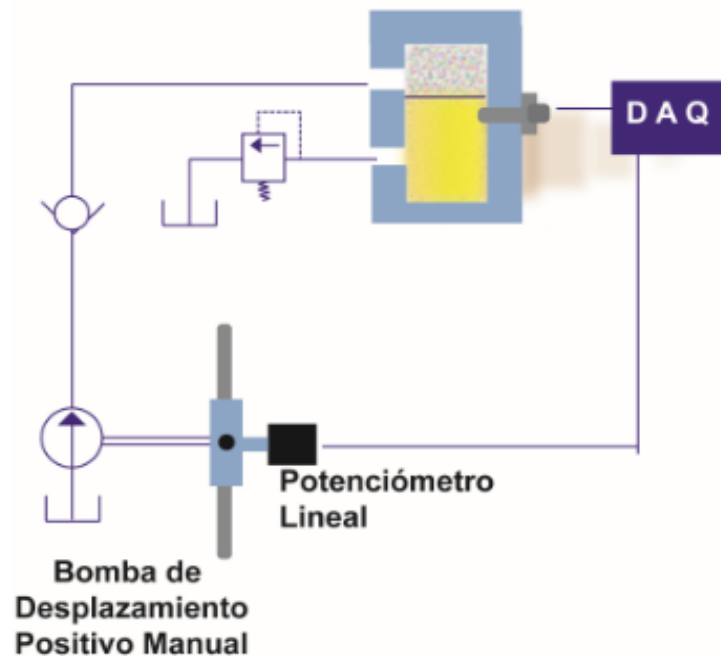
Figura 14. Planteamiento método de volumen variable.



En la figura 14 se observa la propuesta del banco para la medición del módulo de bulk mediante el método de volumen variable. Esta opción implica el uso de un LVDT con el fin de medir el desplazamiento del émbolo y poder determinar el volumen instantáneo del sistema. Se emplea la bomba de desplazamiento positivo manual para accionar el émbolo que realizará la compresión. Uno de los problemas del sistema yace en el reducido valor de caudal de suministro de la bomba, lo cual se traduce en una pequeña carrera del émbolo de compresión. Esto dificultaría llegar a la presión de prueba deseada con las muestras de aceite con diferente fracción volumétrica de aire.

Restringiendo el sistema a volúmenes pequeños, lo cual implicaría la medición de desplazamientos pequeños del LVDT y por ende una fuente de error considerable.

Figura 15. Planteamiento método de masa variable.



En la figura 15 se observa la posible solución mediante el método de masa variable. El sistema consiste en un recipiente de pared gruesa que se considerará indeformable, el cual se llenará con una cantidad determinada de aceite y aire. Posteriormente se ingresará más aceite mediante la bomba de desplazamiento positivo manual. El mecanismo de funcionamiento de esta bomba consiste en un único pistón, el cual al realizar una carrera completa suministra 50 [ml] mediante el accionamiento a través de un tornillo de potencial filial a un volante que es girado por el operario.

Debido a que el pistón tiene un sellado apropiado, es la única parte móvil y las conexiones de la línea de alimentación desde el tanque y la línea de descarga no presentan fugas gracias al sellado por racores de tubing, las fugas a lo largo de la carrera se pueden asumir despreciables. Dando así la posibilidad de determinar el

volumen suministrado por la bomba al conocer el número de vueltas dadas al volante de accionamiento.

De tal forma se evita el error producido por la usual suposición de caudal constante en la bomba al emplear el método de medición de masa variable. Debido a que el sistema sería llenado previamente a la presurización, 50 [ml] es volumen suficiente para presurizar cualquier muestra hasta la el valor deseado. Al considerar el factor económico, se concluye que el método de masa variable es el más indicado para resolver el problema en cuestión.

2.1. DISEÑO DEL SISTEMA DE MASA VARIABLE

2.1.1. Determinación del volumen interno del sistema. Con el fin de evitar que el volumen requerido para aumentar la presión del sistema sea poco y por ende el porcentaje de error implicado en su medición sea mayor o en caso contrario, el volumen requerido para aumentar la presión sea mayor a 50 [ml], se debe realizar un correcto dimensionamiento del sistema. Para esto es necesario considerar cómo se comporta el módulo de compresibilidad, definiendo la sustancia de trabajo y estimando su compresibilidad con el mayor contenido de aire al que quiera estudiarse y a la presión máxima de operación del sistema.

La sustancia de trabajo que se estudiará será el aceite hidráulico Terpel ISO 68 cuyas propiedades se encuentran en el catálogo del fabricante.

Tabla 4. Propiedades aceite hidráulico Terpel ISO 68



TERPEL
Lubricantes

**TERPEL HIDRAULICO ISO 32,
46, 68, 100, 150, 220, 320**

INSPECCIONES TÍPICAS

CARACTERISTICAS	GRADO ISO						
	32	46	68	100	150	220	320
Viscosidad, cSt a 40 °C ASTM D-445	32±3,2	46±4,6	68±6,8	100±10	150±15	220±22	320±32
Índice de viscosidad, mínimo ASTM D-2270	95	95	95	90	90	90	85

Fuente <http://www.disterpel.com.co/es/Hidraulico.pdf>

Se tiene para el aceite ISO 68 una viscosidad cinemática de 68 cSt a 40°C y un índice de viscosidad de 95. Hayward [8] propone una correlación experimental que permite conocer el módulo de bulk con una exactitud de $\pm 5\%$ para cualquier aceite hidráulico mineral conociendo su densidad o viscosidad a presión atmosférica y 20°C.

Con el fin de obtener la viscosidad cinemática del aceite a 20°C se emplea la tabla de cálculo ofrecida por Widman International SRL para determinar la viscosidad cinemática del aceite a 100°C. Este resultado se corrobora mediante la norma ISO 2909 / ASTM D2270-226.

Tabla 5. Índice de viscosidad de Widman International SRL

Calcular la viscosidad cSt a 100°C	
Índice de Viscosidad	95
Viscosidad cSt (mm²/s) a 40°C	68
Viscosidad cSt (mm²/s) a 100°C	8.57
Calcular Borrar	

Fuente <http://www.widman.biz/Seleccion/indice-visc.html>

Conociendo la viscosidad cinemática del aceite para 40°C y 100°C es posible, mediante el estándar ASTM-D341-2009, conocer la viscosidad cinemática del aceite a 20°C al estimar el valor numérico mediante el método gráfico (ver anexo 1) para facilitar la iteración con el sistema de ecuaciones proporcionado.

$$\log_{10} \log_{10} Z = A - B \log_{10} T \quad (57)$$

$$Z = \nu + 0,7 + C - D + E - F + G - H \quad (58)$$

$$C = \exp(-1,14883 - 2,65868 * \nu) \quad (59)$$

$$D = \exp(-0,0038138 - 12,5645 * \nu) \quad (60)$$

$$E = \exp(5,46491 - 37,6289 * \nu) \quad (61)$$

$$F = \exp(13,0458 - 74,685 * \nu) \quad (62)$$

$$G = \exp(37,4619 - 192,643 * \nu) \quad (63)$$

$$H = \exp(80,4945 - 400,468 * \nu) \quad (64)$$

Mediante el software EES se obtiene para 20°C viscosidad $\nu = 217,5 [cSt]$. Entonces es posible conocer el módulo de bulk tangente isotérmico y adiabático del aceite mediante las correlaciones de Hayward [8].

$$K_T(P_0, T) = (1,3 + 0,15 \log v_{(P_{atm}, 20^\circ C)}) 10^{4 + \frac{20-T}{435}} \quad (65)$$

$$\bar{K}_T(P, T) = \frac{K_T(P_0, T)}{10} + mP \quad (66)$$

$$K_S(P_0, T) = (1,57 + 0,15 \log v_{(P_{atm}, 20^\circ C)}) 10^{4 + \frac{20-T}{417}} \quad (67)$$

$$\bar{K}_S = \frac{K_S(P_0, T)}{10} + mP \quad (68)$$

Estos valores predichos del módulo de bulk secante se convierten en módulo de bulk tangente mediante la correlación (11) donde $\frac{d\bar{K}}{dP} = 5,3$ Klaus and O'Brien [5].

Empleando las ecuaciones (65) y (66) se obtiene el módulo de bulk secante isotérmico del aceite Terpel ISO 68, a través del cual, mediante la ecuación (11) puede calcularse el módulo de bulk tangente isotérmico. Para presión atmosférica se tiene:

$$K_T(P_{atm}) = 218002 \pm 10900 [PSI]$$

Una vez conocida una estimación del valor del módulo de compresibilidad del aceite puro se determinará el volumen interno del recipiente de pared gruesa en el que se realizarán las pruebas de compresibilidad. Debe hallarse el volumen interno requerido para llegar a 6000 [PSI] introduciendo 50 [ml] de aceite a un recipiente previamente llenado con aceite Terpel ISO 68 y una fracción volumétrica $X_0 = 0,05$, valor usual de contenido de aire en sistemas hidráulicos.

Para determinar este volumen es necesario recurrir al modelo del módulo de compresibilidad más acertado posible. Se empleará el formulado por Gholizadeh, H et al [15].

$$K_{ec} = V \frac{dP}{dV} = \frac{\left(\left(\frac{14,7}{14,7 + P} \right)^{\frac{1}{1}} 0,05 + (1 - 0,05) \right)}{\frac{0,05}{1(14,7 + P)} \left(\frac{14,7}{14,7 + P} \right)^{\frac{1}{1}} + \frac{(1 - 0,05)}{218002}}$$

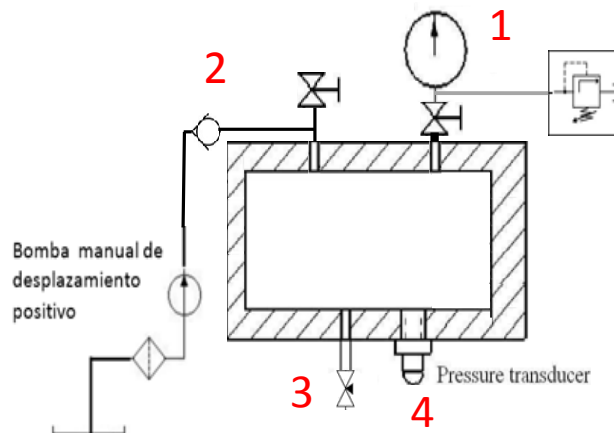
Donde para un sistema de masa variable el valor V se convierte en una constante que representará el volumen interno del sistema. Organizando los diferenciales de tal forma que queden en el numerador y estableciendo los límites de integración, tomando en cuenta que la ecuación del módulo de compresibilidad está planteada para presión absoluta y el cambio de volumen del sistema está fijado por la capacidad volumétrica de la bomba para cada lado de la ecuación se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_0} \int_0^{3,0511} dV &= \int_{14,7}^{6014,7} \frac{dP}{K_{ec}(P)} \\ \frac{1}{V_0} \int_0^{3,0511} dV &= \int_{14,7}^{6014,7} \left(\frac{\left(\left(\frac{14,7}{14,7 + P} \right)^1 0,05 + 0,95 \right)}{\frac{0,05}{14,7 + P} \left(\frac{14,7}{14,7 + P} \right)^1 + \frac{0,95}{218002}} \right)^{-1} dP \\ \frac{1}{V_0} \int_0^{3,0511} dV &= 0,07669711 = \frac{\Delta V}{V_0} \end{aligned}$$

Donde se sabe que $\Delta V = 50[ml]$, capacidad de la bomba, que en unidades apropiadas arroja un valor $V_0 = 651,549 [ml]$ para el volumen interno del recipiente de pared gruesa.

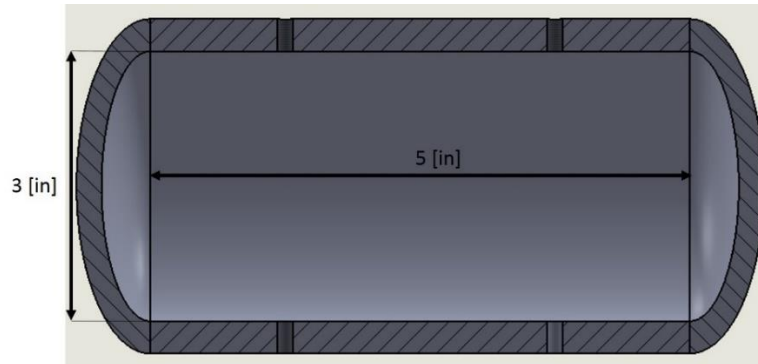
2.1.2. Diseño por resistencia de materiales. El recipiente donde se realizarán las pruebas deberá poder llevarse a una presión interna de 6000 [PSI]. Siendo entonces un recipiente a presión interna, el cual debe diseñarse de acuerdo a la norma ASME VIII

Figura 16. Esquema del sistema de masa variable



En la figura 16 se observa el sistema a diseñar, el cual debe llevar 4 puertos laterales con rosca $1/4$ " NPT para las conexiones de los racores tubing, el transductor de presión y el manómetro. Se buscará emplear para la fabricación de las paredes del recipiente un tramo corto de tubería comercial. Para las tapas laterales se emplearán tapas semielípticas estándar soldadas, las cuales se seleccionarán para su compra una vez se conozca la cédula para la tubería de la pared del recipiente. Para ello es necesario analizar el esfuerzo con el fin de determinar el espesor mínimo de pared requerido. Debido a que a 3[in] es el diámetro menor al cual se puede encontrar tapas estándar para recipiente a presión, éste será el diámetro interno mínimo del recipiente. Así mismo, con el fin de tener un volumen interno del recipiente lo más cercano posible a $V_0 = 651,549$ [ml], la longitud del tramo de tubería a usar debe ser de 5[in].

Figura 17. Diseño preliminar cámara de compresión cilíndrica.



Esfuerzo circunferencial y longitudinal:

$$t_{cir} = \frac{P * R}{S * E - 0,6 * P} \quad (69)$$

$$t_{long} = \frac{P * R}{2 * S * E + 0,4 * P} \quad (70)$$

t_{cir} = Espesor de pared mínimo considerando esfuerzo circunferencial

t_{long} = Espesor de pared mínimo considerando esfuerzo longitudinal

P = Presión interna de diseño

R = Radio interno del recipiente

S = Esfuerzo máximo permisible del material

E = Eficiencia de la costura

Se diseñará para acero SA 516 grado 70 normalizado ya que es el material usado para fabricación de calderas y recipientes a presión.

Tabla 6. Propiedades mecánicas acero SA 516 gr 70

Line No.	Nominal Composition	Product Form	Spec No.	Type/Grade	Alloy Designation/ UNS No.	Class/ Condition/ Temper	Size/Thickness, in.	P-No.	Group No.
21	Carbon steel	Plate	SA-515	70	K03101	...	...	1	2
22	Carbon steel	Plate	SA-516	70	K02700	...	...	1	2
23	Carbon steel	Plate	SAJIS G3118	SGV480	...	...	...	1	2

Line No.	Min. Tensile Strength, ksi	Min. Yield Strength, ksi	Applicability and Max. Temperature Limits (NP = Not Permitted) (SPT = Supports Only)				External Pressure Chart No.	Notes
			I	III	VIII-1	XII		
21	70	38	1000	700	1000	650	CS-2	G10, S1, T2
22	70	38	850	700	1000	650	CS-2	G10, S1, T2
23	70	38	850	NP	NP	NP	CS-2	G10, S1, T2

Fuente ASME Boiler and Pressure Vessel Code II Part D

Para determinar el valor de E se recurre a la norma ASME VIII Part UW-12 para joint category A con E=0,6

Figura 18. Eficiencia de costura

	UNION SIMPLE POR UN SOLO LADO SIN SOLERA DE RESPALDO	---	---	0.60
---	---	-----	-----	------

Fuente Norma ASME VIII Part UW-12

Empleando unidades SI [mm, kPa] se obtienen los siguientes resultados para varios valores de diámetro nominal

Tabla 7. Espesor requerido para cédulas comerciales de tubería

Diámetro nominal	Espesor según norma ASME VIII t [mm]	Espesor de tubería cédula 160 (t_{160})	Diferencia $t_{160} - t$
3 [in]; 76 [mm]	10,52	11,1	0,58
4 [in]; 102 [mm]	14,03	13,5	-0,53
5 [in]; 127 [mm]	17,54	15,9	-1,64
6 [in]; 152 [mm]	21,05	18,3	-2,75
8 [in]; 203 [mm]	28,06	23	-5,06

Se puede observar que el espesor requerido según ASME VIII se tiene sólo para diámetro de 3" con un espesor de tubería de 11,1 [mm]. Se optaría entonces por una geometría de 3" diámetro para el cilindro en caso de conseguir caps semielípticas para este diámetro y cédula.

Se tendría un factor de seguridad $N = 1,055$ valor que no es aceptable para un recipiente a presión. Por esta razón se descarta el uso de tubería comercial y se diseña a partir de un eje macizo de acero que será maquinado para dar el espesor de pared requerido. Se considerarán los aceros AISI SAE 1020, AISI SAE 1045, AISI SAE 4140, AISI SAE 4340 e inoxidable 304. Siendo estos materiales comerciales para ejes macizos.

Tabla 8. Propiedades mecánicas de los aceros.

ACERO	Límite elástico	Coeficiente de Poisson	Módulo de Young
1020	196 [MPa]	0,3	200000 [MPa]
1045	379 [MPa]	0,3	200000 [MPa]
304 Inox	205 [MPa]	0,26	193000 [MPa]
4140	392 [MPa]	0,3	210000 [MPa]
4340	441 [MPa]	0,3	200000 [MPa]

En la tabla 8 aparecen las propiedades mecánicas de interés para el diseño del recipiente a presión. Los datos se toman del proveedor Cia. General de Aceros S.A. Se determinará para cada uno estos mediante las ecuaciones (69) y (70) el espesor requerido con un factor de seguridad $N = 5$.

Tabla 9. Espesor de pared requerido para aceros considerados.

ACERO	t_{long} [in]	t_{cir} [in]	$t_{diseño}$ [in]	D_{ext} [in]
1020	0,3	0,725	3,625	10,25
1045	0,1602	0,3504	1,752	6,504
304 Inox	0,291	0,69	3,44	9,88
4140	0,155	0,338	1,69	6,38
4340	0,1381	0,298	1,491	6

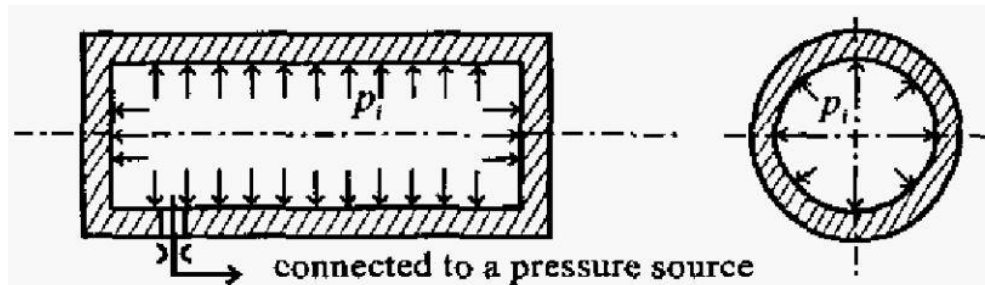
En la tabla 9 se observan los espesores requeridos para cada acero según los criterios de esfuerzo longitudinal (t_{long}), esfuerzo circunferencial (t_{cir}), espesor requerido con factor de seguridad $N = 5$ ($t_{diseño}$) y diámetro externo del recipiente ($D_{ext} = 3 + 2t_{diseño}$).

Se considerarán como opciones los aceros 1045, 4140 y 4340 debido a que estos requieren de un diámetro externo $D_{ext} = 6,5"$ o menos, siendo este un tamaño aceptable para la cámara de pruebas que debe ser ubicada en el banco cuyo espacio disponible para la instalación es de 7,5"

2.1.3. Criterio de deformaciones. Debido a que el método de medición seleccionado tiene como suposición que el volumen del sistema es constante a lo largo del proceso de compresión, es necesario seleccionar el material que presente la menor deformación debida al aumento de la presión interna.

Lee I et al [14] propone un modelo que permite determinar el módulo de compresibilidad de un recipiente cilíndrico de pared gruesa sometido a presión interna, considerando tanto su deformación radial como axial.

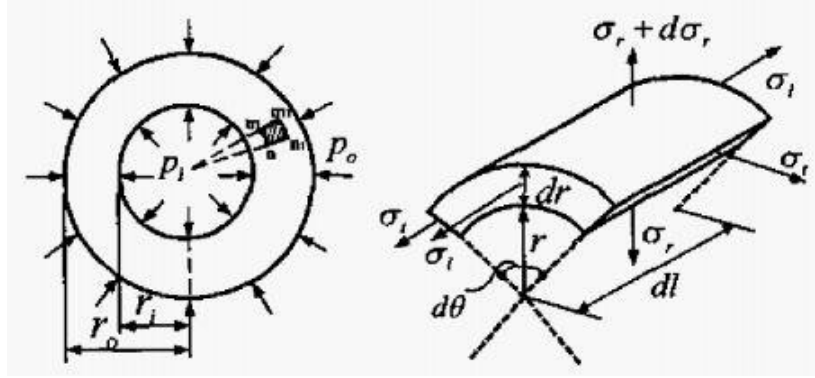
Figura 19. Cilindro rígido conectado a una fuente de presión



LEE, Ill-Yeong; DAN SUN, D. Evaluation of effective bulk modulus of oil in automotive hydraulic dampers-effects of cylinder shell elastic deformation. En SICE 2004 Annual Conference. IEEE, 2004. p. 2431-2436.

En la figura 19 se observa un esquema del modelo considerado por Yeon (2004). Siendo este un recipiente cilíndrico de pared gruesa con tapas planas.

Figura 20. Estado de esfuerzos cilindro pared gruesa.



Fuente **Yeong Lee and Dan Dan Sun**. 2004. Evaluation of Effective Bulk Modulus of Oil in Automotive Hydraulic Dampers.

En la figura 20 se observa el estado de carga de un volumen diferencial en las paredes del recipiente, donde se evidencia el efecto de la carga radial y axial.

Las ecuaciones (71) a (74) permiten determinar el módulo de compresibilidad de un recipiente cilíndrico conociendo su geometría y material.

$$K_c = \frac{p_i}{(\varepsilon_{ti}^2 + 2\varepsilon_{ti})(1 + \varepsilon_l) + \varepsilon_l} \quad (71)$$

$$\varepsilon_l = \frac{\sigma_l}{E} - \frac{2\nu(r_i^2 p_i - r_o^2 p_o)}{E(r_o^2 - r_i^2)} \quad (72)$$

$$\varepsilon_{ti} = \frac{(r_o^2 - r_i^2)p_i - 2r_o^2 p_o}{E(r_o^2 - r_i^2)} + \frac{\nu}{E} p_i - \frac{\nu}{E} \sigma_l \quad (73)$$

$$\sigma_l = \frac{F_l + p_i \pi r_i^2}{\pi(r_o^2 - r_i^2)} \quad (74)$$

Donde K_c : Módulo de bulk del recipiente.

p_i, p_o : Presión interna y externa del recipiente.

r_i, r_o : Radio interno y externo del recipiente.

ε : Tensión en la pared del recipiente.

$\varepsilon_t = \varepsilon$ en la dirección tangencial.

$\varepsilon_l, \varepsilon_{ti}$: ε en la dirección longitudinal, ε_t en $r = r_i$.

ν : Coeficiente de Poisson del material.

E : Módulo de Young del material.

En contraste, el modelo simple que considera sólo deformación radial para recipiente cilíndrico de pared gruesa está dado por:

$$K_{cl} = \frac{E}{2} \left[\frac{(r_o + r_i)(r_o - r_i)}{(1 + \nu)r_o^2 + (1 - \nu)r_i^2} \right] \quad (75)$$

Se determinará el módulo de compresibilidad para los aceros considerados para el diseño empleando las ecuaciones (71) a (74). Para la determinación de la deformación del recipiente en función de la presión se parte de la definición del módulo de bulk:

$$K = V \frac{dP}{dV} \quad (76)$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dP}{K} \quad (77)$$

$$V = V_o e^{\frac{P - P_o}{K}} \quad (78)$$

$$\Delta V = V_o \left(e^{\frac{P - P_o}{K}} - 1 \right) \quad (79)$$

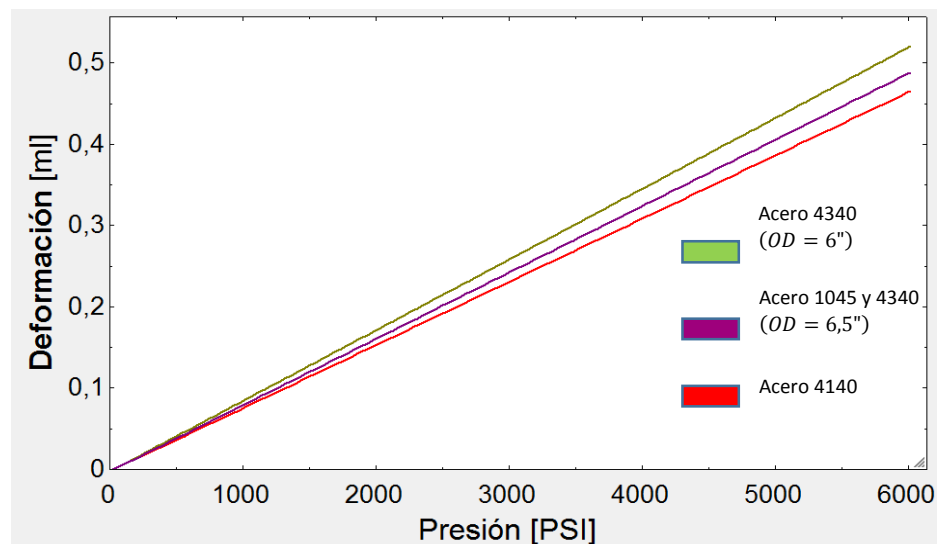
Donde k es determinado mediante la ecuación (71) y V_0 el volumen interno del sistema a presión atmosférica.

Utilizando el software EES para el manejo de las ecuaciones se determina el módulo de compresibilidad y la deformación de las cámaras de prueba de cada material.

Tabla 10. Módulo de compresibilidad recipiente cilíndrico

ACERO	Módulo de Young [ksi]	Diámetro Interno [in]	Diámetro Externo [in]	Módulo de bulk [ksi] $\times 10^3$	Cambio de volumen [ml] a 6000 [psi]
1045	29007,55	3	6,5	7,9	0,4879
4140	30457,92	3	6,5	8,4	0,4647
4340	29007,55	3	6	7,5	0,52
			6,5	7,9	0,4879

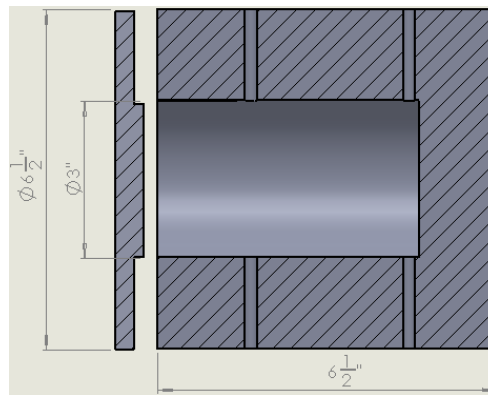
Figura 21. Cambio de volumen vs. Presión



Se observa de los cálculos realizados que el acero 4140 presenta menor deformación y por ende es el material seleccionado para la fabricación de la cámara de pruebas. Debido a que el espesor requerido es superior al espesor de cédulas comerciales de tubería y la soldabilidad del acero 4140 es baja, se descarta la posibilidad de emplear tapas semielípticas estándar. Se considerará dejar un el recipiente abierto por un extremo y con un fondo ciego en el extremo opuesto.

2.1.4. Diseño de las tapas de la cámara de pruebas

Figura 22. Diseño preliminar de la cámara de pruebas



Es necesario determinar el espesor mínimo del fondo ciego, así como diseñar un sistema para sellar el extremo abierto.

Para el fondo ciego se tiene según norma ASME VIII:

$$t_{min} = \sqrt{\frac{C*P}{S*E}} \quad (80)$$

Donde:

C : Factor que depende del método de unión de la tapa, dimensiones del recipiente.

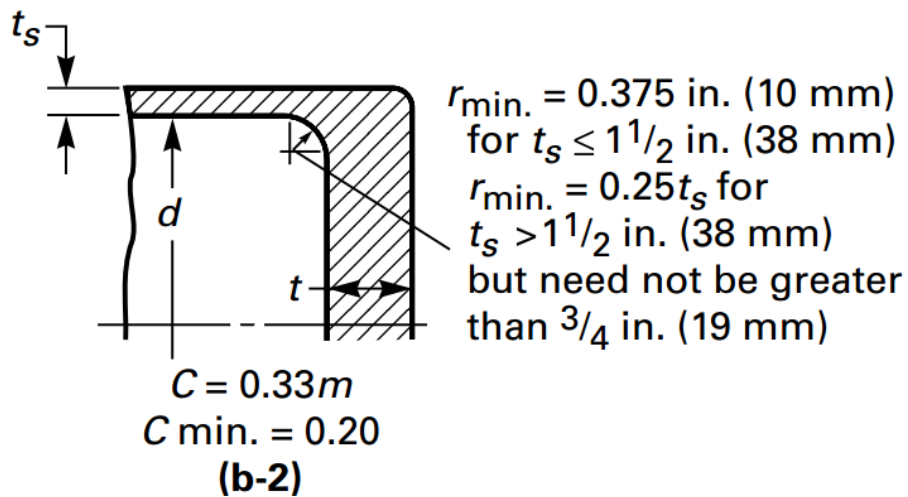
P : Presión interna de diseño.

S : Esfuerzo máximo permisible a tensión.

E : Eficiencia de soldadura.

Para determinar C se tiene

Figura 23. Determinación parámetro C



Fuente. ASME Boiler and Pressure Vessel Code II Part D

De donde se obtiene el radio de entalladura $r_{min} = \frac{3}{4} [in]$ y la correlación

$C = 0,33m$ donde $m = t_r/t_s$ y t_r : Espesor mínimo requerido para tubería sin costura; t_s : Espesor nominal del recipiente. Dado que $t_r = t_s$ entonces $C = 0,33$

$$t_{min} = \sqrt{\frac{0,33 * 6000}{56855 * 1}} = 0,19 [in]$$

Para el sellado del extremo abierto se empleará una brida ciega. Se conoce el diámetro interior del recipiente y la presión de operación. Las bridas con diseño ASME 16.5 se pueden encontrar disponibles para la compra. Debido a la alta presión del sistema el costo de ésta es de \$3'000.000, razón por la cual se considera la fabricación de una brida ciega de acuerdo con la norma ASME B 16.5 seleccionando adecuadamente el material y empleando las dimensiones estipuladas por la misma.

Para ello se consulta la norma TEMA la cual, acorde con la norma ASME B 16.5 proporciona las dimensiones de la brida a emplear, así como los materiales de acuerdo al rating de temperatura y presión.

Se encuentra en los temperature-pressure ratings que las bridas de clase 2500 pueden trabajar a presiones de 6170 [psi] para rangos de temperatura entre $-20^{\circ}F$ y $100^{\circ}F$.

Figura 24. Materiales para brida ASME 16.5

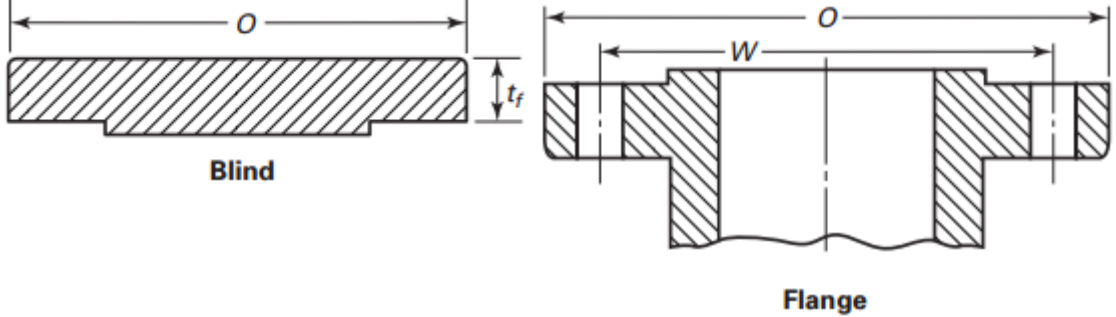
Nominal Designation	Forgings	Castings	Plates
C-Si	A 105 (1)	A 216 Gr. WC6 (1)	A 515 Gr. 70 (1)
C-Mn-Si	A 350 Gr. LF2(1)		A 516 Gr. 70 (1)(2) A 537 Cl. 1 (3)
C-Mn-Si-V	A 350 Gr. LF6 Cl. 1 (4)		

WORKING PRESSURES BY CLASSES, psig							
Class Temp., °F	150	300	400	600	900	1500	2500
-20 to 100	285	740	990	1480	2220	3705	6170
200	260	675	900	1350	2025	3375	5625
300	230	655	876	1315	1970	3280	5470
400	200	635	845	1270	1900	3170	5280
500	170	600	800	1200	1795	2995	4990
600	140	550	730	1095	1540	2735	4560
650	125	535	715	1075	1610	2685	4475
700	110	535	710	1065	1600	2665	4440
750	95	505	670	1010	1510	2520	4200
800	80	410	550	825	1235	2060	3430
850	65	270	365	535	805	1340	2230
900	50	170	230	345	515	860	1430
950	35	105	140	205	310	515	860
1000	20	50	70	105	155	260	430

Fuente. Standards of the tubular exchanger manufacturers association 8th edition

De la tabla se observa que los materiales A 105, A 350, A 216, A 525 Gr. 70, A 516 Gr. 70, A 537 Cl.1 son posibles opciones para la fabricación de la brida. De la misma forma es posible consultar para cada uno de los grupos de materiales contemplados por la norma ASME 16.5 con el fin de encontrar todos los materiales posibles para la fabricación.

Figura 25. Esquema tapa bridada y dimensiones.



Nominal Pipe Size	Outside Diameter of Flange, O	Drilling [Notes (2), (3)]				Length of Bolts, L [Notes (1), (4)]		
		Diameter of Bolt Circle, W	Diameter of Bolt Holes	Number of Bolts	Diameter of Bolts	Raised Face 0.25 in.	Male and Female/ Tongue and Groove	Ring Joint
1/2	5.25	3.50	7/8	4	3/4	4.75	4.50	4.75
3/4	5.50	3.75	7/8	4	3/4	5.00	4.75	5.00
1	6.25	4.25	1	4	7/8	5.50	5.25	5.50
1 1/4	7.25	5.12	1 1/8	4	1	6.00	5.75	6.00
1 1/2	8.00	5.75	1 1/4	4	1 1/8	6.75	6.50	6.75
2	9.25	6.75	1 1/8	8	1	7.00	6.75	7.00
2 1/2	10.50	7.75	1 1/4	8	1 1/8	7.75	7.50	8.00
3	12.00	9.00	1 3/8	8	1 1/4	8.75	8.50	9.00
4	14.00	10.75	1 5/8	8	1 1/2	10.00	9.75	10.25
5	16.50	12.75	1 7/8	8	1 3/4	11.75	11.50	12.25
6	19.00	14.50	2 1/8	8	2	13.50	13.25	14.00
8	21.75	17.25	2 1/8	12	2	15.00	14.75	15.50
10	26.50	21.25	2 5/8	12	2 1/2	19.25	19.00	20.00
12	30.00	24.38	2 7/8	12	2 3/4	21.25	21.00	22.00

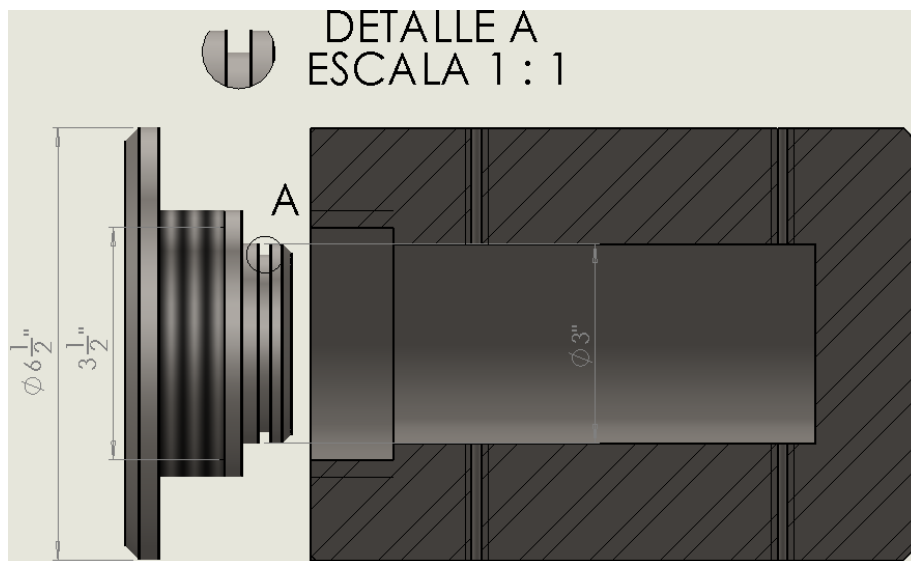
Fuente: ASME B 16.5 Pipe Flanges and Flanged Fittings

Se toma de la norma la geometría de la brida de la cual se tiene un diámetro externo de 12[in]. Ya que el diámetro externo de las paredes del recipiente es de tan sólo 6,5[in], sería necesario soldar la brida al cuerpo, proceso inaceptable dada la baja soldabilidad del acero 4140.

Si se considera una brida integral type, para lo cual se requeriría mecanizar de un bloque de acero las paredes cilíndricas con el espesor previamente calculado, un fondo ciego y la brida al otro extremo. El costo del eje macizo de acero 4140 de 12 [in] de diámetro es de \$1'500.000, razón por la cual se descarta emplear una brida. Se replanteará el diseño de sellado del sistema.

Se considerará entonces una tapa roscada con el fin de mantener el diámetro externo igual al de la pared cilíndrica y evitar la necesidad de utilizar soldadura. Dado que la presión de diseño es mucho más alta que la máxima recomendada para el uso de roscas cónicas NPT o whitworth, se empleará rosca cuadrada y un o-ring para el sellado.

Figura 26. Diseño preliminar de sistema con tapa roscada



En la figura 23 se observa el diseño preliminar de la tapa roscada. En el detalle A se observa la ubicación de la ranura donde irá instalado el o-ring para el sellado. La tapa presenta 3 secciones con diferente diámetro, la de diámetro menor con una dimensión de 3[in] entrará en la cámara donde se encuentra el aceite presurizado para sellar con el o-ring. La sección de diámetro medio de 3,5[in] tendrá la unión roscada y por último la sección de diámetro mayor 6,5[in].

El espesor de la tapa roscada se calcula mediante la ecuación (80) y se obtiene $t_{min} = 0,28 [in]$. Se procede a determinar la geometría de la rosca. Para ello se emplearán las correlaciones proporcionadas por Budynas (2008) dejando como variables el paso de la rosca y la longitud de la sección roscada.

Para rosca cuadrada el diámetro mayor está dado por:

$$D = P + d_r \quad (81)$$

Donde D es el diámetro mayor, P es el paso de la rosca y d_r es el diámetro de raíz.

El diámetro medio está definido como

$$d_m = D + d_r \quad (82)$$

Y sustituyendo (44) en (45) se obtiene

$$d_m = \frac{P}{2} + d_r \quad (83)$$

Para el número de roscas en contacto se tiene

$$n_t = P * l \quad (84)$$

Donde l es la longitud de la sección roscada.

Se tiene para el esfuerzo de apoyo en función del paso de la rosca

$$\sigma_B = \frac{-2F}{\pi d_m n_t P} \quad (85)$$

Donde F es la fuerza resultante sobre la tapa, que el caso particular se calcula mediante $F = PA = 6000 \frac{\pi 3^2}{4}$

El esfuerzo flexionante en la raíz de la rosca se determina mediante

$$\sigma_b = \frac{6F}{\pi d_r n_t P} \quad (86)$$

El esfuerzo cortante τ en el centro de la raíz de la tapa debido a la carga es

$$\tau = \frac{3F}{\pi d_r n_t P} \quad (87)$$

El esfuerzo de von Mises σ' se determina mediante

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (88)$$

Donde $\sigma_y = 0$ al igual que los esfuerzos cortantes, se obtiene

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x)^2 + (\sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2} \quad (89)$$

Las tuercas en contacto no pueden compartir, de manera homogénea, la carga. Algunos experimentos muestran que la primera rosca en contacto soporta 0.38 de la carga, la segunda 0.25, la tercera 0.18 y la séptima está libre de carga. Al estimar los esfuerzos de las tuercas con las ecuaciones anteriores, sustituyendo $0.38F$ por F y haciendo n_t igual a 1, se obtendrá el nivel máximo de esfuerzos en la combinación rosca-tuerca de acuerdo con Budynas [19].

Mediante el software EES se resuelve el conjunto de ecuaciones donde se obtiene

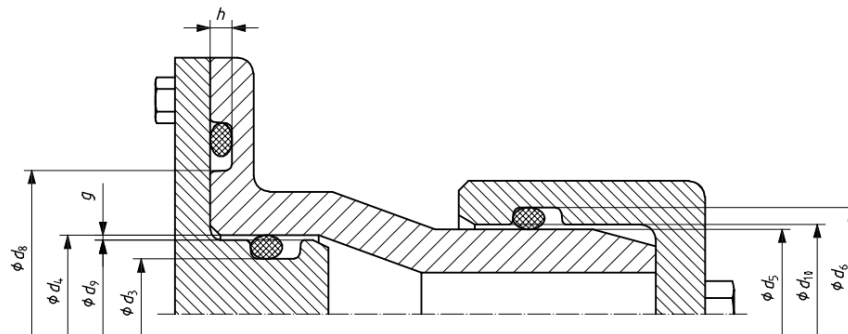
Tabla 11. Paso y factor de seguridad tapa roscada.

Paso	Factor de seguridad
$1/4$	1,616
$1/3$	2,155
$1/2$	3,232

Se empleará rosca cuadrada con paso $1/2$ [in] para la fabricación.

Con el fin de tener un sellado adecuado, es necesario determina la geometría del o-ring así como el alojamiento donde irá instalado. Para ello se recurre a la norma ISO 3601-2 para la geometría del housing y a la norma ISO 3601-1 para la geometría y tolerancia del o-ring.

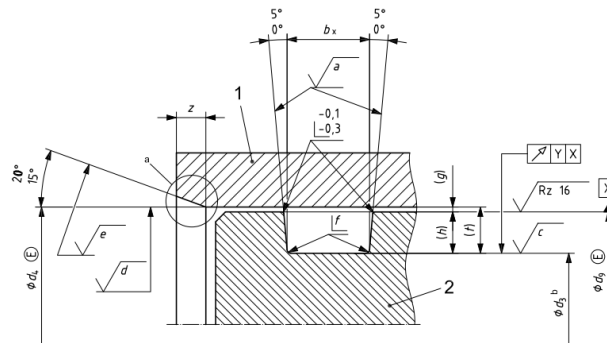
Figura 27. Alojamiento para sellado de vástagos, pistones y sellados axiales



Fuente ISO 3601-2:2008 Fluid power systems —O-rings —

Se clasifica la aplicación para el problema, siendo esta, sellado de sistema hidráulico de pistón estático con presión interna. Para el que se tienen las siguientes recomendaciones.

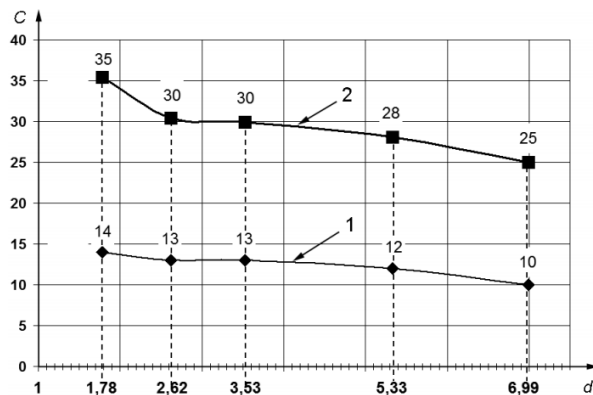
Figura 28. Dimensiones para alojamiento de sellado de pistón.



Fuente ISO 3601-2:2008 Fluid power systems —O-rings —

El porcentaje de deformación de la sección transversal efectiva del o-ring recomendado para la aplicación particular se toma de la siguiente gráfica.

Figura 29. Porcentaje de deformación efectivo para O-ring aplicación hidráulica o neumática estática.



Fuente ISO 3601-2:2008 Fluid power systems —O-rings —

Donde d_2 representa el diámetro de la sección transversal del o-ring y las curvas 1 y 2 las compresiones efectivas en porcentaje C de la sección transversal del o-ring mínima y máxima respectivamente. Para el caso en cuestión se selecciona el

diámetro $d_2 = 3,53 \text{ [mm]}$ donde se tiene que la deformación debe estar dentro del intervalo $C = [13\%, 30\%]$.

Es necesario determinar el espesor y diámetro interno del o-ring a emplear al igual que su tolerancia. Las dimensiones se encuentran en la norma ISO 3601-1, en la sección de aplicaciones generales, se toman los diámetros de interés considerando que el diámetro interno del o-ring será menor que el diámetro del eje donde debe instalarse, $d_4 = 3[in] = 76,2 \text{ [mm]}$. Los parámetros d_1 y d_2 se encuentran en la figura 27 donde se hallan también las tolerancias para cada uno de estos. Se define entonces:

$$d_{1,min} = d_1 - Tolerancia \quad (90)$$

$$d_{1,max} = d_1 + Tolerancia \quad (91)$$

$$d_{2,min} = d_2 - Tolerancia \quad (92)$$

$$d_{2,max} = d_2 + Tolerancia \quad (93)$$

Figura 30. Dimensiones o-rings de aplicaciones generales (serie G)

d_1	tol. ±	d_2				
		$1,8 \pm 0,08$	$2,65 \pm 0,09$	$3,55 \pm 0,1$	$5,3 \pm 0,13$	$7 \pm 0,15$
45	0,44		x	x	x	
46,2	0,45		x	x	x	
47,5	0,46		x	x	x	
48,7	0,47		x	x	x	
50	0,48		x	x	x	
51,5	0,49		x	x	x	
53	0,50		x	x	x	
54,5	0,51		x	x	x	
56	0,52		x	x	x	
58	0,54		x	x	x	
60	0,55		x	x	x	
61,5	0,56		x	x	x	
63	0,57		x	x	x	
65	0,58		x	x	x	
67	0,60		x	x	x	
69	0,61		x	x	x	
71	0,63		x	x	x	
73	0,64		x	x	x	
75	0,65		x	x	x	

Fuente ISO 3601-1:2002 Fluid power systems —O-rings —

Para determinar el espesor t del housing para el o-ring se emplean las correlaciones encontradas en la norma.

Deformación del diámetro interno del o-ring S

$$S_{min} = \left[\frac{d_{3,min} - d_{1,max}}{d_{1,max}} \right] \times 100 \quad (94)$$

$$S_{max} = \left[\frac{d_{3,max} - d_{1,min}}{d_{1,min}} \right] \times 100 \quad (95)$$

Porcentaje de reducción de la sección transversal producto de la deformación del diámetro interno

$$R_{min} = \begin{cases} 0.01 + 1.06(S_{min}) - 0.1(S_{min})^2, & 0\% < S_{min} \leq 3\% \\ 0.56 + 0.59(S_{min}) - 0.0046(S_{min})^2, & 3\% < S_{min} < 25\% \end{cases} \quad (96)$$

$$R_{max} = \begin{cases} 0.01 + 1.06(S_{max}) - 0.1(S_{max})^2, & 0\% < S_{max} \leq 3\% \\ 0.56 + 0.59(S_{max}) - 0.0046(S_{max})^2, & 3\% < S_{max} < 25\% \end{cases} \quad (97)$$

La sección transversal efectiva d_2^* del o-ring con deformación diametral

$$d_{2,min}^* = d_{2,min} - \left(\frac{R_{max}}{100} \right) d_{2,min} \quad (98)$$

$$d_{2,max}^* = d_{2,max} - \left(\frac{R_{min}}{100} \right) d_{2,max} \quad (99)$$

El porcentaje de compresión efectiva

$$C_{min} = \left[\frac{(d_{2,min}^* - t_{max})}{d_{2,min}^*} \right] \times 100 \quad (100)$$

$$C_{max} = \left[\frac{(d_{2,max}^* - t_{min})}{d_{2,max}^*} \right] \times 100 \quad (101)$$

Donde t_{max} y t_{min} se determinan conociendo la dimensión del diámetro del agujero donde se instala el eje a sellar $d_4 = 3[in] = 76,2 [mm]$ y la tolerancia estipulada por la norma ISO 3601-2.

Figura 31. Tolerancia del agujero del pistón.

Static				b_1	b_2	b_3	d_1	d_2
d_4/d_9		d_3		$+0,25$ 0			nom.	nom.
nom.	tol.	nom.	tol.					
70,27	H8/f7	65,06	h9	5,0	6,4	7,8	63,09	3,53
73,52	H8/f7	68,31	h9	5,0	6,4	7,8	66,27	3,53
76,85	H8/f7	71,64	h9	5,0	6,4	7,8	69,44	3,53
80,09	H8/f7	74,88	h9	5,0	6,4	7,8	72,62	3,53
83,33	H8/f7	78,12	h9	5,0	6,4	7,8	75,79	3,53
86,57	H8/f7	81,39	h9	5,0	6,4	7,8	78,97	3,53
89,81	H8/f7	84,63	h9	5,0	6,4	7,8	82,14	3,53
93,05	H8/f7	87,87	h9	5,0	6,4	7,8	85,32	3,53
96,28	H8/f7	91,10	h9	5,0	6,4	7,8	88,49	3,53
99,63	H8/f7	94,45	h9	5,0	6,4	7,8	91,67	3,53
102,86	H8/f7	97,68	h9	5,0	6,4	7,8	94,84	3,53
106,1	H8/f7	100,92	h9	5,0	6,4	7,8	98,02	3,53
109,34	H8/f7	104,16	h9	5,0	6,4	7,8	101,19	3,53
112,58	H8/f7	107,40	h9	5,0	6,4	7,8	104,37	3,53
115,87	H8/f7	110,69	h9	5,0	6,4	7,8	107,54	3,53

Fuente ISO 3601-2:2008 Fluid power systems —O-rings —

Se tiene para el diámetro particular la tolerancia es H8, se definen entonces:

$$d_{4,min} = d_4 - Tolerancia \quad (102)$$

$$d_{4,min} = 76,2 - 0,008 = 76,192 \text{ [mm]}$$

$$d_{4,max} = d_4 + Tolerancia \quad (103)$$

$$d_{4,max} = 76,2 + 0,008 = 76,208 \text{ [mm]}$$

$$t_{min} = \frac{d_{4,min} - d_{3,max}}{2} \quad (104)$$

$$t_{max} = \frac{d_{4,max} - d_{3,min}}{2} \quad (105)$$

Empleando el software EES para la manipulación de ecuaciones se determina la geometría del alojamiento del o-ring iterando d_1 y d_2 de acuerdo a los valores de la figura 27 con sus respectivas tolerancias, haciendo el valor $C_{min} = 21,5\%$, siendo este el valor medio del intervalo sugerido, al igual que considerando la recomendación de mantener la deformación diametral del o-ring, S , dentro del intervalo $2\% \leq S \leq 8\%$.

Tabla 12. Diseño del o-ring para sistema de sellado.

Cota	Significado	Valor [mm]
d_1	Diámetro interno del o-ring	67
d_2	Diámetro de la sección transversal del o-ring	3,55
d_3	Diámetro del alojamiento del o-ring	71,07
t	Profundidad del alojamiento del o-ring	$2,564 \pm 0,029$
S_{min}	Deformación diametral mínima del o-ring	5,06%
S_{max}	Deformación diametral máxima del o-ring	7,11%
C_{max}	Deformación efectiva máxima del o-ring	27,88%

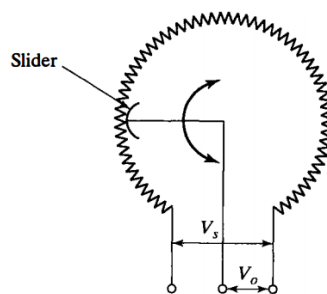
3. SENSORICA DEL SISTEMA

3.1. MEDICIÓN DEL CAMBIO DE VOLUMEN Y LA PRESIÓN INSTANTÁNEA

El sistema de masa variable se basa en la medición de la presión y el cambio de volumen instantáneos del sistema. En el diseño del experimento se consideró como método para la medición del cambio de volumen, medir la posición angular del volante de la bomba de desplazamiento positivo, y con esa información calcularse el volumen de aceite que ha ingresado al sistema.

El pistón de la bomba da una carrera completa al girar el volante 24 veces, ingresando al sistema 50 [ml] de aceite, se decide implementar un potenciómetro lineal con el cual es posible determinar la posición angular de la bomba. Para ello se instala una transmisión de 2 engranajes, donde el volante girará junto con el piñón y el potenciómetro junto con la corona, con el fin de reducir el número de vueltas que dará el potenciómetro, dado que éstos dan máximo 10 vueltas.

Figura 32. Esquema potenciómetro rotativo de 10 vueltas.



Fuente WHEELER, A. et al. Introduction to engineering experimentation. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

Del esquema se observa que a mayor número de vueltas se tendrá un mayor voltaje a la salida del potenciómetro hasta dar las 10 vueltas, donde se tendrá un voltaje

igual al de alimentación. Dado que el potenciómetro varía linealmente su voltaje de salida respecto a la posición angular de la perilla, el volumen ingresado al sistema aumentará de igual forma. El sensor se alimentará durante las mediciones con 5 [V]. Se selecciona el sensor Mexico Bourns 3590 para estas mediciones.

Tabla 13. Propiedades potenciómetro Mexico Bourns 3590

Rango estándar de resistencia	200 a 100 [K ohms]
Tolerancia total de la resistencia	$\pm 5\%$
Ángulo eléctrico efectivo	$3600^{\circ+10}_{-0}$
Linealidad del sensor	$\pm 0,25\%$

Fuente <https://www.bourns.com/pdfs/3590.pdf>

Para la medición de la presión instantánea el grupo de investigación DicBot dispone de un transductor de presión de referencia WIKA Eco-1, el cual cuenta con una conexión roscada $1/4$ NPT para instalarse en uno de los agujeros roscados de la cámara de pruebas. Las propiedades del sensor son las siguientes

Tabla 14. Propiedades transductor de presión WIKA Eco-1

Rango de presión	3000 [PSI]
Voltaje de salida	0 – 10[V]
Voltaje de alimentación	14 – 30[V]
Linealidad del sensor	±0,5%

Fuente http://de-de.wika.de/upload/DS_PE8114_GB_1395.pdf

3.2. CALIBRACIÓN

Para la calibración se realiza una muestra de 26 datos presión – voltaje para el transductor de presión y 121 datos posición angular – voltaje para el potenciómetro lineal. Debido a que el mecanismo interno de la bomba funciona mediante un tornillo de potencia que empuja un pistón, el cual desplaza el fluido de descarga de la bomba, la posición angular del volante estará relacionada con el volumen de descarga de la bomba mediante las propiedades geométricas del tornillo de potencia y el pistón.

$$A = \pi \frac{D^2}{4} \quad (106)$$

$$\Delta V = P \theta A \quad (107)$$

Donde A es el área del pistón, D es el diámetro externo del sello del pistón, ΔV es el volumen de descarga de la bomba, P es el paso del tornillo de potencia y θ es la posición angular del tornillo de potencia, siendo esta la variable medida por el potenciómetro. El volumen de descarga predicho por la ecuación se corrobora mediante mediciones del volumen de descarga de la bomba, validando así su uso.

Se realizan regresiones lineales con sus respectivos análisis de error y sensibilidad de los parámetros de regresión mediante el software Minitab 17 (ver Anexo 2).

Tabla 15. Análisis de error de sensores

Sensor	Error estándar <i>SE</i>	Porcentaje respecto al rango de medición	R^2	R^2 ajustado	R^2 predicho
Transductor de presión	43,2516	1,44%	99,69%	99,68%	99,65%
Potenciómetro lineal	3,60588	0,1%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabla 16. Sensibilidad de los parámetros de regresión

Sensor	Término	Coeficiente	Error estándar <i>SE</i>	Valor T	Valor P (P<0.05)
Transductor de presión	Constante	62,2	20,9	2,97	0,007
	Pendiente	309,37	3,5	88,28	0
Potenciómetro lineal	Constante	-3,452	0,653	-5,29	0
	Pendiente	395,739	0,124	3196,54	0

Figura 33. Gráfica de regresión para transductor de presión

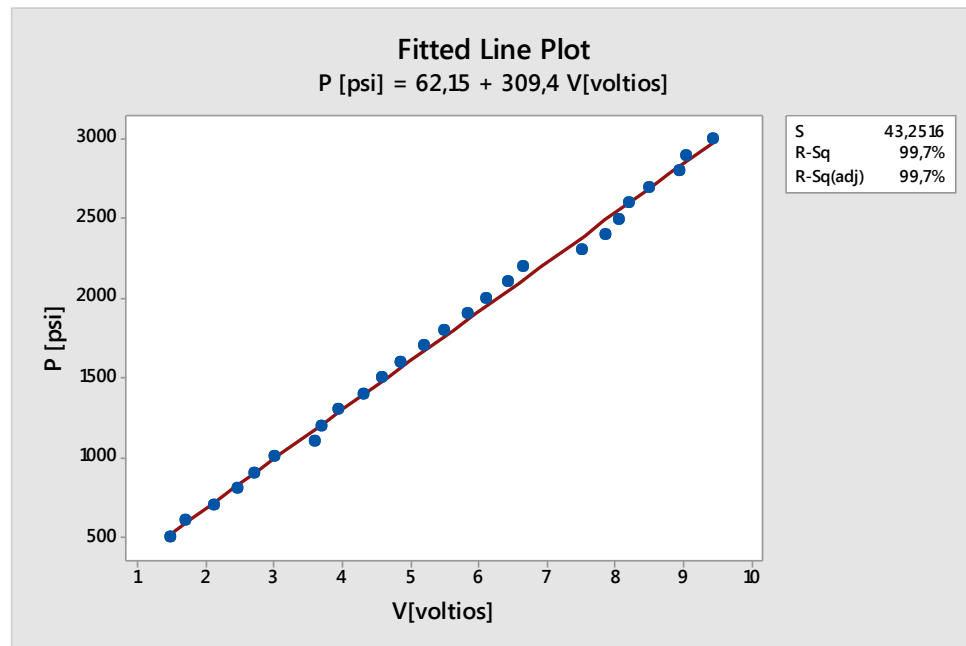
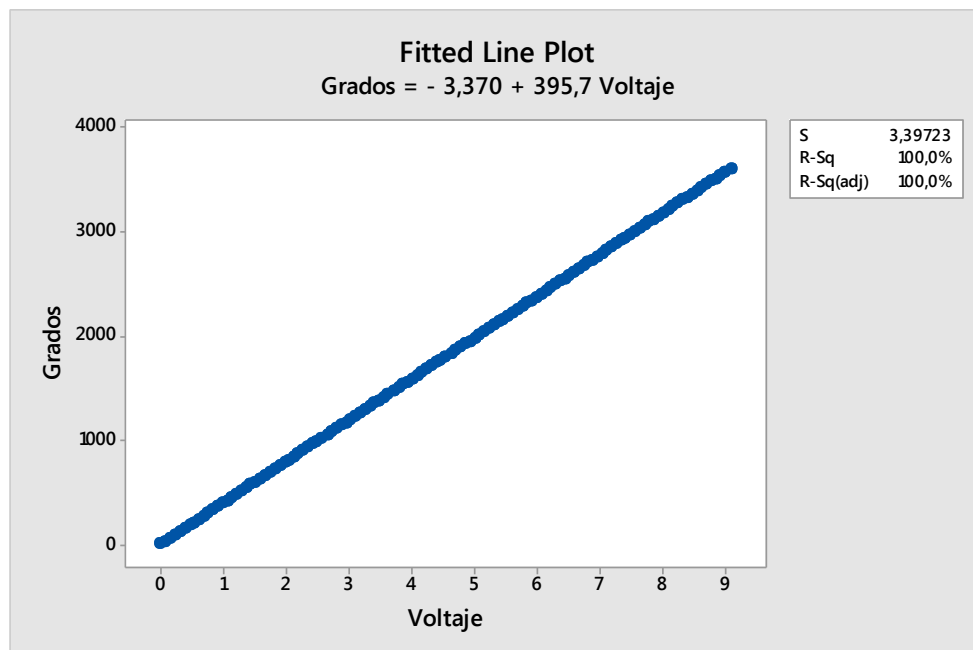


Figura 34. Gráfica de la regresión para el potenciómetro lineal



En la tabla 15 se presenta el error estándar del transductor de presión y el potenciómetro lineal, estos valores representan las desviaciones puntuales de los valores reales medidos respecto al modelo de regresión con sus respectivos porcentajes respecto al rango de medición, de donde se concluye que el porcentaje es no significativo para la muestra.

Los coeficientes de determinación R^2 , R^2 ajustado y R^2 predicho, sugieren que el modelo logra explicar más 99,65% del error de los datos de medición. Lo cual soporta el supuesto de la linealidad del modelo de regresión.

Para los análisis de sensibilidad presentados en la tabla 16, se propone una prueba de hipótesis, la cual, tiene como hipótesis nula que cada uno de los coeficientes sean iguales a 0. Utilizando el estadístico T, los valores P indican que los estadísticos de prueba caen en la zona de rechazo, es decir, se encuentra validez estadística suficiente para rechazar la hipótesis nula, por consiguiente, los coeficientes son diferentes de 0, sugiriendo que el efecto de cada parámetro es significativo en la medición.

3.3. REPETIBILIDAD DEL EXPERIMENTO

Para verificar la repetibilidad del experimento, para la variable dependiente, presión, se realizan pruebas de: análisis de varianza de una vía, comparación de intervalos de confianza e intervalos de confianza de diferencia de medias. Estas pruebas se realizan para tomas con aceite puro, aceite con fracción volumétrica de aire $X_o = 1,5\%$ y $X_o = 2,5\%$.

Tabla 17. Resumen del análisis de varianza

Toma	Repeticiones	Cantidad total de datos (Parejas Volumen-Presión)	Valor F	Valor P ($P < 0.05$)
Aceite Puro	10	3633	0,99	0,373
$X_o = 1,5\%$	10	2905	0,56	0,453
$X_o = 2,5\%$	10	2388	0,11	0,741

Para los análisis de varianza de una vía, la hipótesis nula es la igualdad de medias para las repeticiones y la hipótesis alternativa es que al menos una de las medias sea diferente de las demás. Dado que todos los valores P son mayores que 0,05 con una confianza del 95%, se puede afirmar que el experimento es repetible para cada una de las tomas realizadas (aceite puro, $X_o = 1,5\%$ y $X_o = 2,5\%$).

Comparación de intervalos de confianza

Figura 35. Comparación de intervalos de confianza para aceite puro

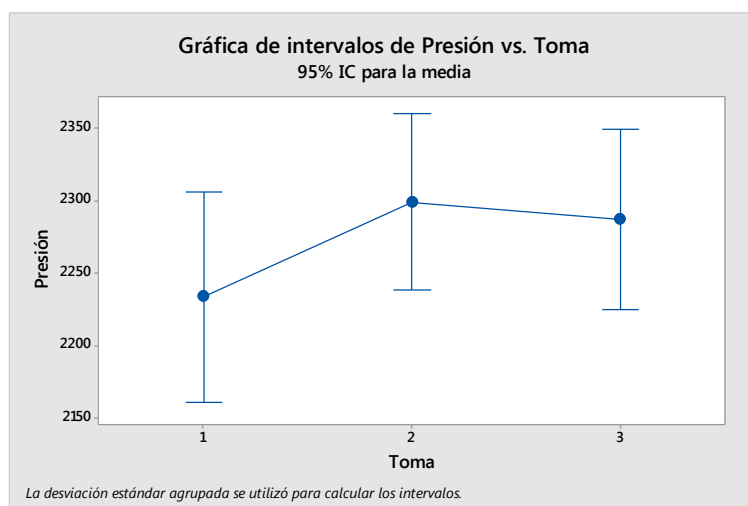


Figura 36. Comparación de intervalos de confianza para $X_o = 1,5\%$

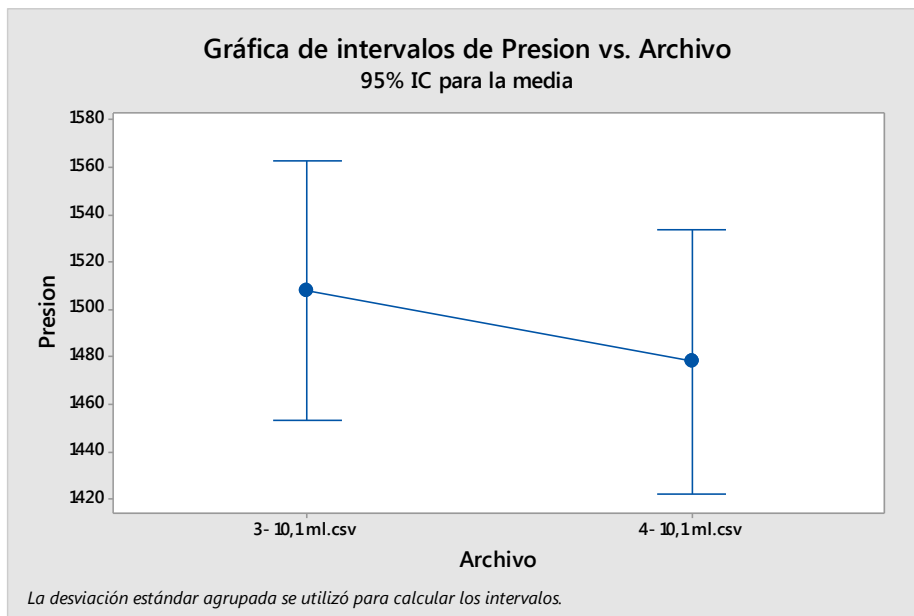
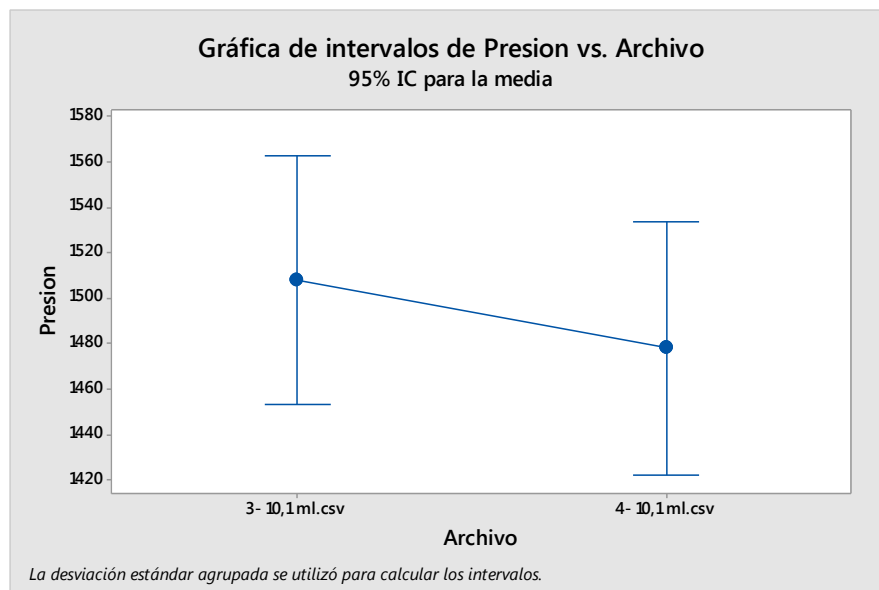


Figura 37. Comparación de intervalos de confianza para $X_o = 1,5\%$



Intervalos de confianza de la diferencia de medias

Figura 38. Intervalo de confianza de las diferencias de medias, aceite puro.

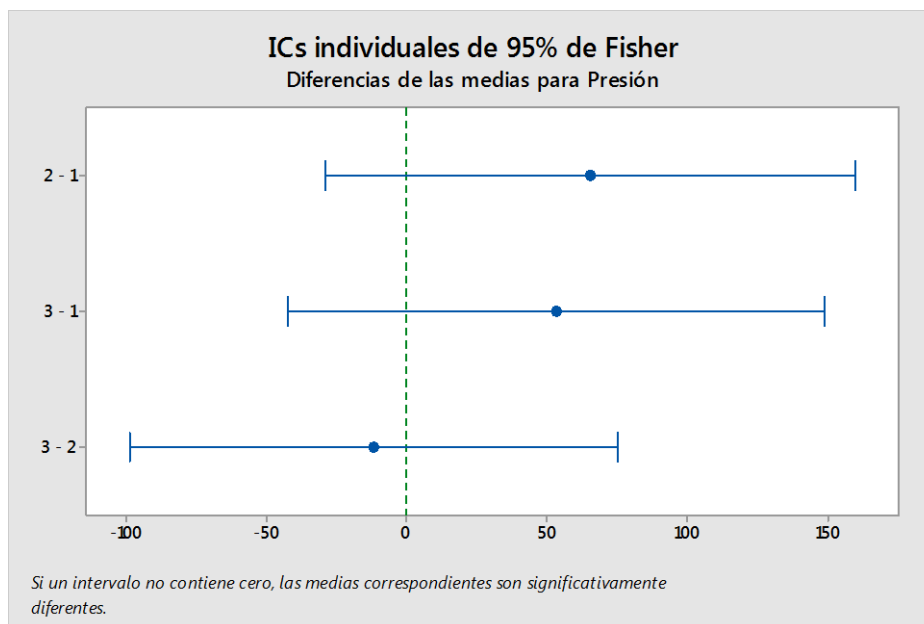


Figura 39. Intervalo de confianza de las diferencias de medias, $X_o = 1,5\%$

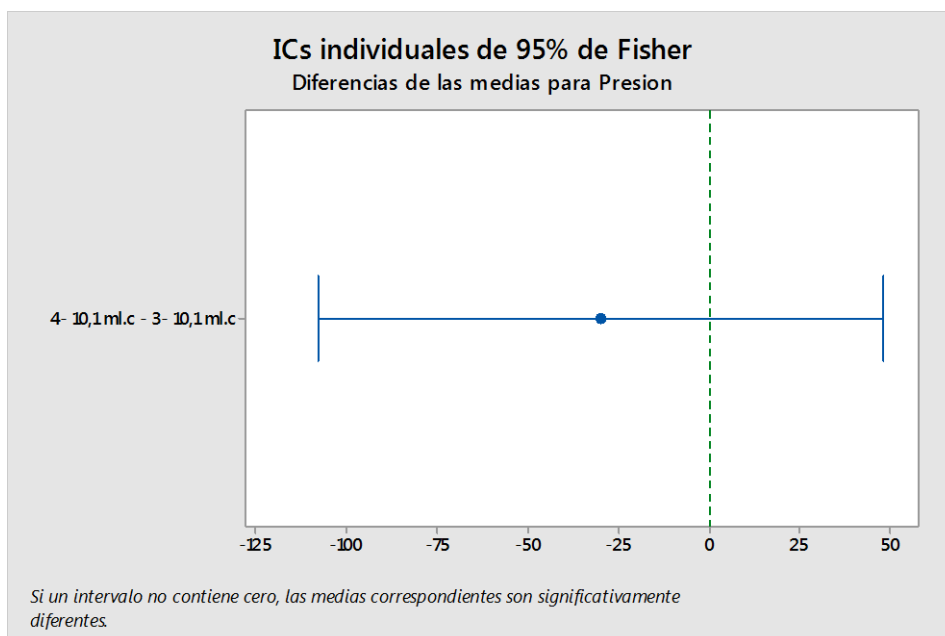
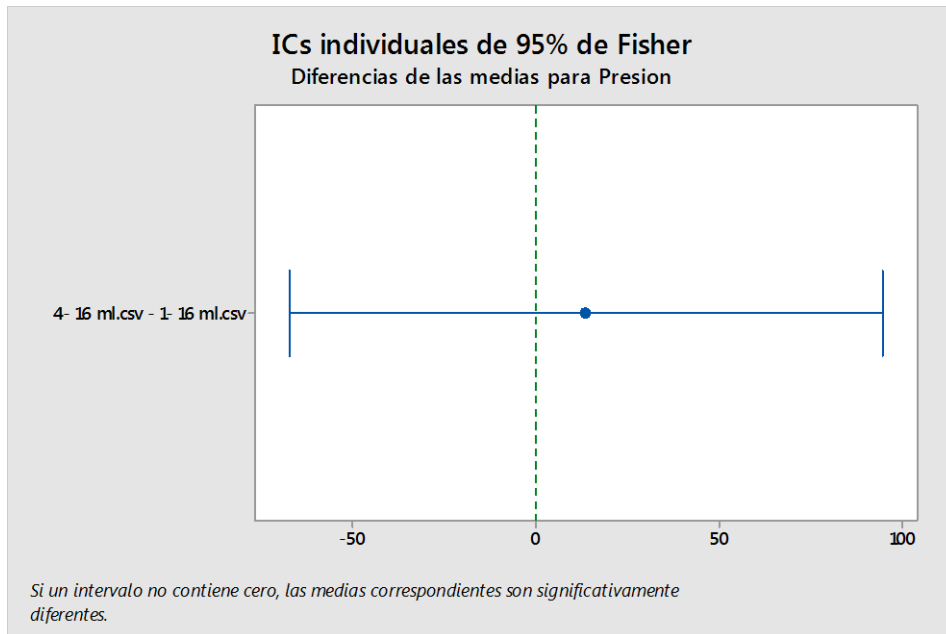


Figura 40. Intervalo de confianza de las diferencias de medias, $X_o = 2,5\%$



De las figuras 35 a 37 se presentan las comparaciones de intervalos de confianza de las medias por cada toma, ya que en las tres figuras se evidencia solapamiento de los intervalos, se puede concluir que no existe diferencias significativas entre las tomas realizadas. Para las figuras 38 a 40 se observa que el 0 pertenece a todos los intervalos de confianza de la diferencia de medias, lo cual indica que al comparar cada una de las tomas en parejas, no existe evidencia estadística de diferencias significativas para cada pareja de repeticiones.

4. SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS

Para la adquisición de datos se emplea un DAQ National Instruments NI USB-6216. Se desarrolla un código en LabView con el fin de adquirir los datos en tiempo real de los voltajes de salida del potenciómetro rotativo y el transductor de presión. Dada la alta sensibilidad de los sensores y la alta frecuencia de captura del DAQ, es posible tener una gran cantidad de datos. Una vez tomado el paquete de datos de un ciclo, estos se promedian para generar una medición para cada ciclo de toma del DAQ. De tal forma se disminuye el ruido electrónico mediante software.

Figura 41. Diagrama de bloques del sistema de adquisición de datos

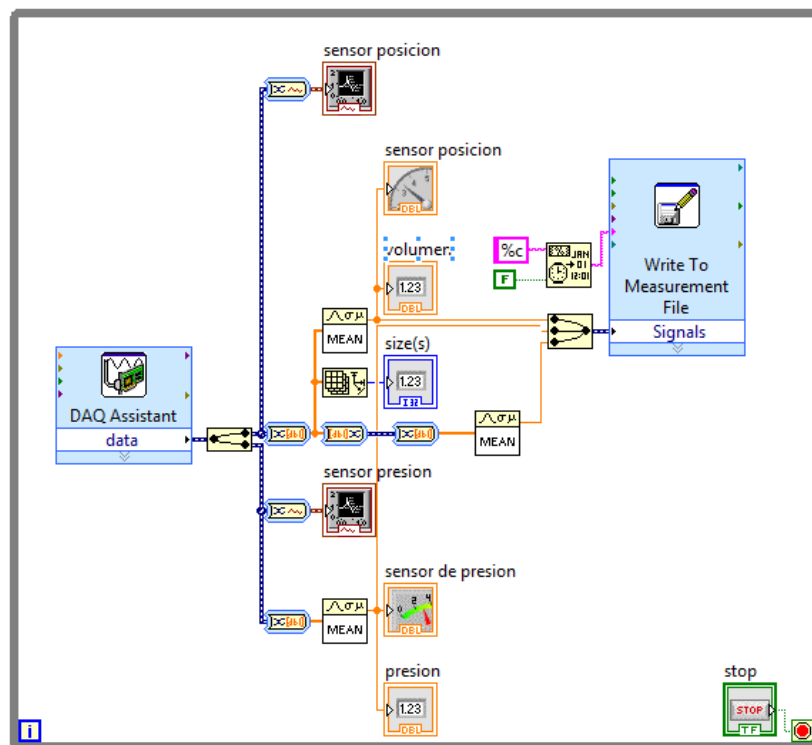
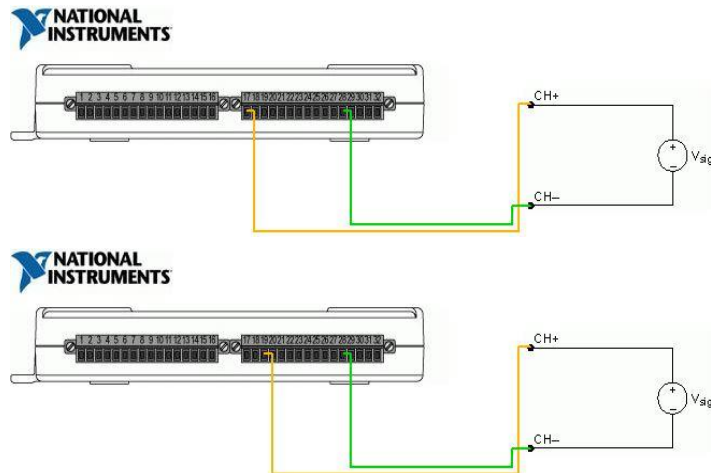


Figura 42. Esquema de conexión de los sensores



En la figura 30 se observa la presencia de dos bloques de visualización conectados a la salida de cada una de las variables medidas. Los cuales permiten observar el comportamiento en tiempo real de las variables durante la realización del experimento durante la ejecución del código en el panel frontal.

Figura 43. Panel frontal del sistema de adquisición

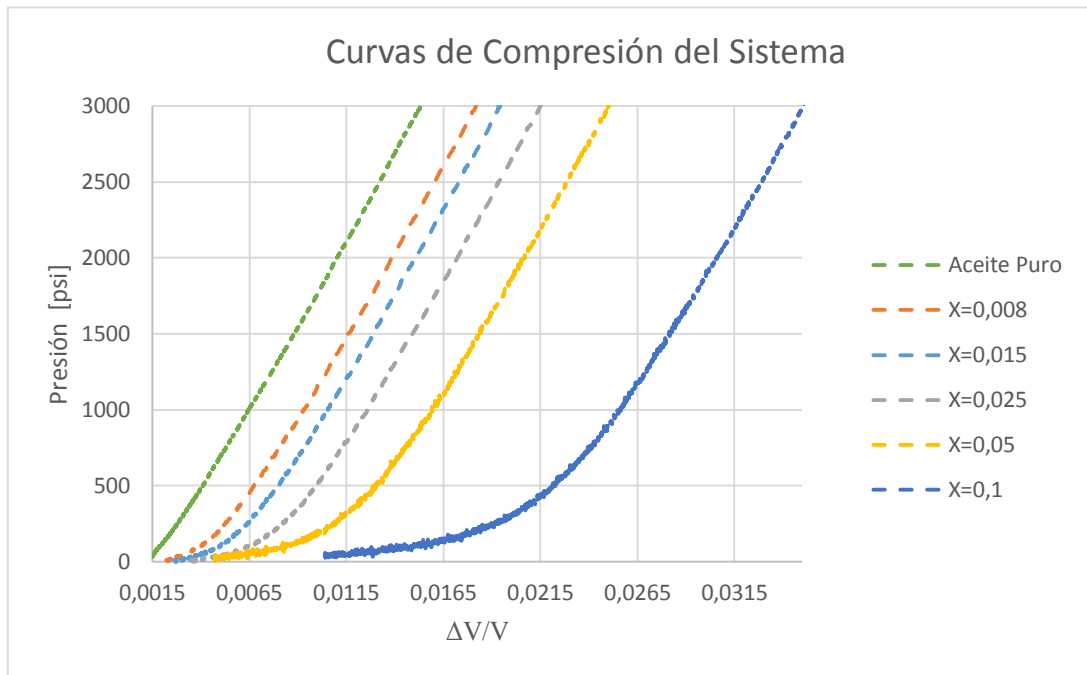


En la figura 31 se observa el esquema de la ventana de visualización del sistema de adquisición, en cada uno de los monitores puede observarse el comportamiento instantáneo de las variables presión y volumen. Una vez adquiridos los datos, éstos se exportan a Matlab, donde se lleva acabo el análisis de los mismos.

5. ANALISIS DE RESULTADOS

El método de medición del módulo de bulk empleado es el de masa variable, en él, las variables medidas son el cambio de volumen del sistema y la presión. Con éstos es posible crear las curvas de compresión del sistema para cada muestra.

Figura 44. Curvas de compresión del sistema



En la figura 44 se observan las curvas de compresión de cada muestra. Se evidencia el efecto del contenido del aire al comparar las curvas de aceite puro y $X_o = 0,1$ donde la diferencia en el porcentaje de compresión requerido para alcanzar 1000 [psi] es del 60%.

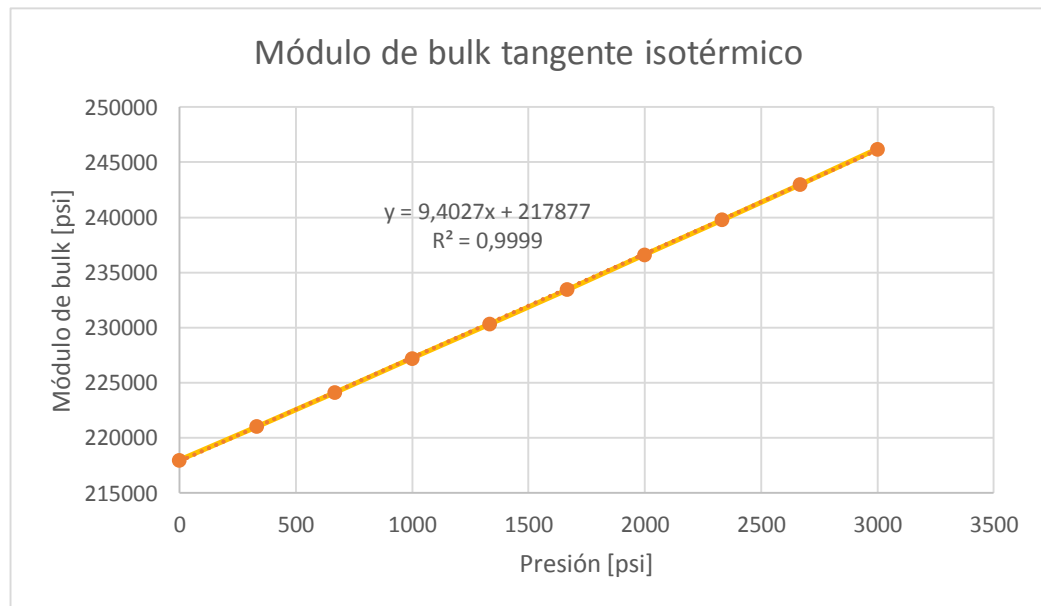
Dado que el módulo de bulk isotérmico tangente, de acuerdo con la ecuación (17) posee el término $\left(\frac{dP}{dV}\right)_T$, la derivada de la presión con respecto al cambio de volumen, es necesario realizar la diferenciación de los parámetros medidos. Se considera inicialmente determinar el valor del módulo de bulk secante, el cual, de acuerdo con la ecuación (16) está en función de $\left(\frac{P-P_0}{V-V_0}\right)_T$, variable que puede determinarse aritméticamente, conociendo el cambio en la presión y en el volumen del sistema evitando así emplear métodos de diferenciación. Debido a que, a pesar de las medidas implementadas para disminuir el ruido en los datos, éste impidió el cálculo satisfactorio de la pendiente de la recta secante, se considera determinar el módulo de bulk tangente isotérmico realizando una regresión a los datos de la curva de compresión, y derivando la función obtenida.

Se desarrolla un código en Matlab el cual tiene como variables de entrada los datos de medición importados de LabView y el parámetro de regularización λ , el cual corresponde a la penalización de los parámetros del modelo de regresión, excluyendo el término de tendencia. λ se itera manualmente hasta eliminar los problemas de sobreajuste vinculados al alto grado del polinomio o los problemas de tendencia para altos valores del mismo. Se considera un modelo polinómico, decisión tomada en base a la forma observada en las curvas de la figura 32 y se estipula que la función de salida sea de grado 5 como máximo. El código entrega los coeficientes de regresión penalizados y la gráfica de la curva de compresión ajustada, la cual se deriva para obtener la pendiente de la curva y calcular el módulo de bulk.

5.1. ANÁLISIS DE LA MEDICIÓN PARA ACEITE PURO

El objetivo de la prueba con aceite puro es determinar de forma experimental el módulo de bulk isotérmico tangente del aceite puro. Con el fin de observar el comportamiento teórico de éste respecto a la presión se emplearán las ecuaciones (11) y (14), donde sabiendo que $\frac{d\bar{K}}{dP} = 5,3$ [5], se obtiene mediante el software EES una tabla de datos Presión – Módulo de bulk isotérmico tangente teórico, cuya gráfica aparece en la figura 33.

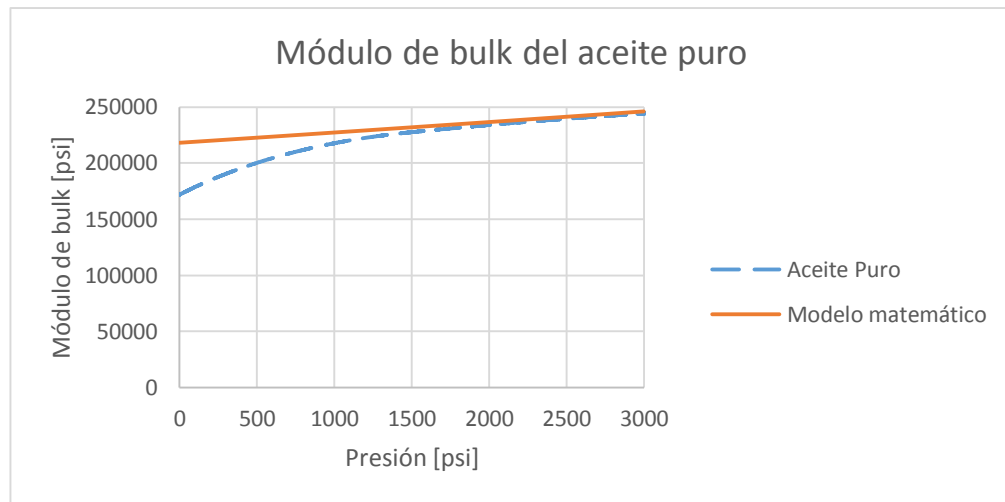
Figura 45. Variación del módulo de bulk tangente isotérmico respecto a la presión (aceite puro)



De la figura 45 se observa que el módulo de bulk tangente isotérmico teórico del aceite puro se comporta de forma lineal con una pendiente $\frac{dK}{dP} = 9,4$. Del código para

las regresiones de Matlab se obtiene la gráfica del módulo de bulk tangente isotérmico del aceite puro experimental, del cual se tiene un $RMSE = 7,2349[psi]$. Este valor representa la diferencia entre los datos medidos y el modelo de regresión obtenido por el código.

Figura 46. Módulo de bulk del aceite puro



Se observa en la figura 35 que a pesar de que el modelo teórico predice un comportamiento lineal, se obtiene una curvatura para presiones por debajo de $1000[psi]$. Ya que los errores producidos por la deformación del recipiente fueron extraídos de los datos, la curvatura presentada para ese intervalo de presión es debida a la presencia de una pequeña cantidad de aire en el sistema como afirman Hoyos y Mejía [21], Gholiezhadeh et al [18] y Hayward [11].

Con el fin de determinar el valor del contenido de aire, así como el módulo de bulk tangente isotérmico medido por el sistema, se definirá el módulo de bulk, de acuerdo con el procedimiento planteado por Gholiezhadeh et al [18]

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{K_l} + X_o \frac{1}{K_g} \quad (108)$$

$$K_l = K_{lo} + 9,4 * P \quad (109)$$

$$K_g = P \quad (110)$$

Donde K_{lo} es el módulo de bulk tangente isotérmico a presión atmosférica y X_o es la fracción volumétrica de aire. Siendo estos términos dos constantes durante todo el proceso, las cuales se desconocen. Con el fin de hallar sus valores se plantea optimizar la función de mínimos cuadrados entre la curva de datos de medición y la ecuación 68

$$F = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\hat{K}_e} - \frac{1}{K_{ec}} \right)^2 \quad (111)$$

Donde $\hat{K}_e$ es el módulo de compresibilidad medido y K_{ec} definido en la ecuación 68.

Para llevar a cabo la optimización se empleará el Optimization toolbox de Matlab, la función “lsqcurvefit” permite realizar este proceso al proporcionarle los vectores presión y módulo de bulk de la medición, la función objetivo, que en este caso particular es la ecuación 68, y unos intervalos para los parámetros K_{lo} y X_o . Para K_{lo} , el valor mínimo de acuerdo con la ecuación 40, la cual presenta una exactitud de $\pm 5\%$, $K_T(P_{atm}) = 218002 \pm 10900 [PSI]$, donde $K_{Tmin} = 207102 [PSI]$.

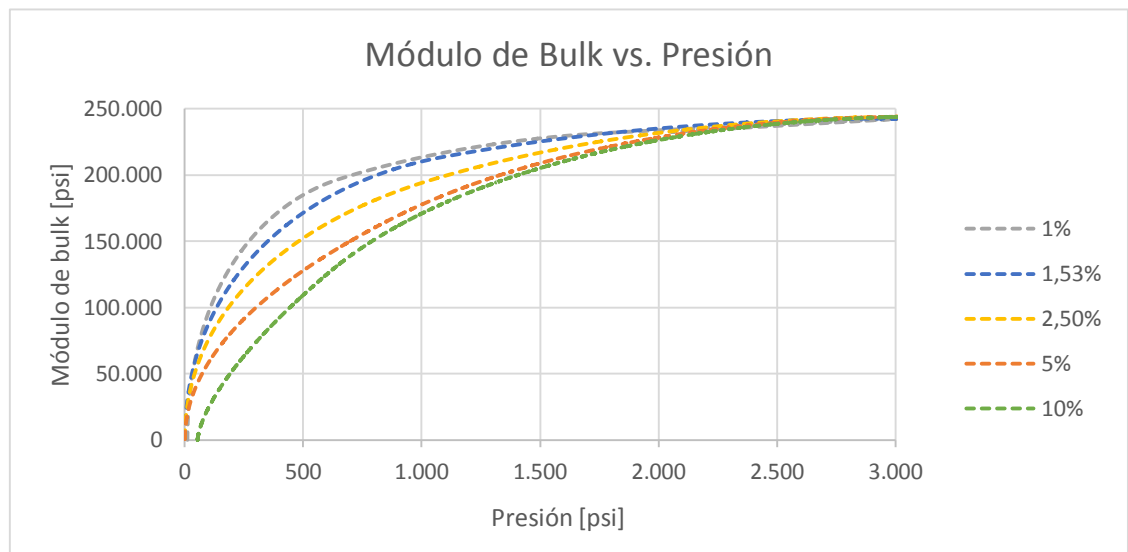
$$0 \leq X_o \leq 0,05 \quad (112)$$

$$207102 \leq K_T \leq 300000 \quad (113)$$

Se obtienen los valores $K_{lo} = 221080$ y $X_o = 0,00048$. K_{lo} se encuentra dentro de la tolerancia dada por la ecuación 40, por esta razón se considera validada su medición. Así mismo, la medición de $X_o = 0,00048$ confirma que una pequeña cantidad de aire se hallaba en el sistema durante la medición.

Las curvas para las demás mediciones se realizan de forma analógica mediante el código Matlab para las regresiones, partiendo del conocimiento de K_{lo} , y X_o que se controla para cada caso de medición.

Figura 47. Módulo de bulk del aceite hidráulico con aire.



En la figura 47 se observa el comportamiento del módulo de bulk para diferentes fracciones volumétricas de aire. Se evidencia el efecto de éste al comparar el comportamiento de la curva de 1% de contenido de aire con la curva de 10% de contenido de aire.

Tabla 18. RMSE de las diferentes pruebas experimentales.

Contenido de aire	1%	1,53%	2,5%	5%	10%
RMSE	40,51	43,8	41,07	54,4	93,2

Se considera replantear el método en que se realizan las regresiones ya que estas presentan un valor de RMSE mayor al obtenido para la regresión de aceite puro, lo cual sugiere que existe un mayor error de los datos de medición respecto al modelo de regresión. Esto es debido a que el fenómeno físico de compresión de aceite con contenido de aire presenta diferentes etapas con diferentes tendencias. Al realizar una regresión global de los datos, los cambios entre estas no son tenidos en cuenta.

Según Gholiezhadeh [22], una forma más apropiada de calcular la derivada de datos con ruido es realizar un ajuste de mínimos cuadrados de splines seccionadas. D’Errico [23] desarrolla un algoritmo que ejecuta este método llamado “Shape Language Modeling” en el que los datos de entrada son divididos en paquetes de igual o desigual tamaño, los cuales pueden seleccionarse por el usuario o elegirse por optimización de mínimos cuadrados mediante la función “fmincon” de la Optimization Toolbox de Matlab, además de esto, cada regresión es regularizada por un parámetro λ el cual es elegido mediante validación cruzada. Cada uno de

estos paquetes se ajusta a una spline, las cuales se unen para formar la regresión del modelo global. La herramienta slmset permite proporcionar información conocida de los datos a ajustar, como su concavidad, tendencia, valores máximos y mínimos. Esta información mejora notablemente la calidad de la regresión.

Figura 48. Regresiones con Shape Language Modeling.

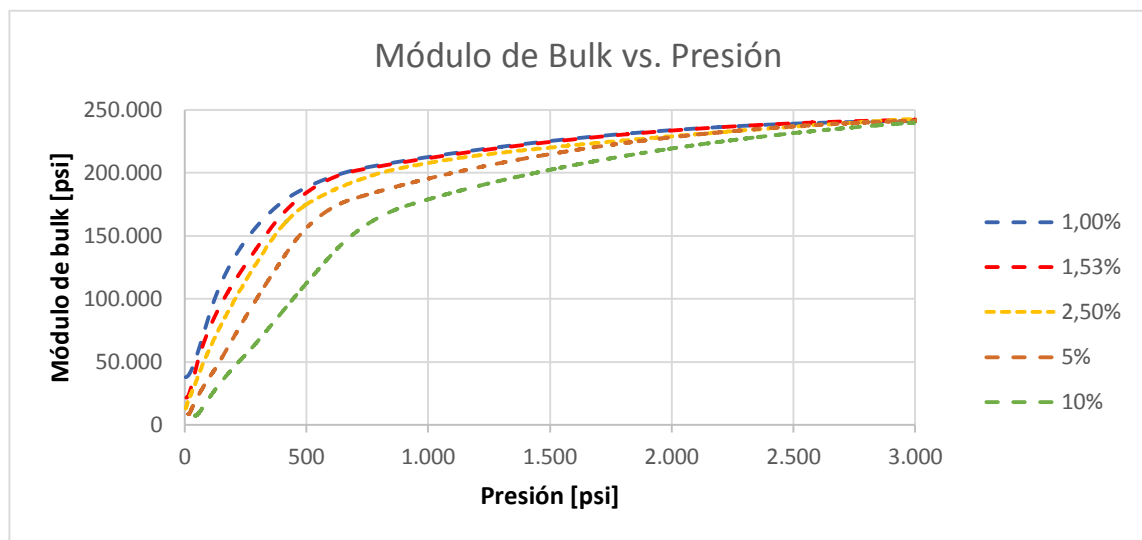


Tabla 19. RMSE de las regresiones con Shape Language Modeling

Toma	Aceite Puro	$X_o = 0,008$	$X_o = 0,015$	$X_o = 0,025$	$X_o = 0,05$	$X_o = 0,01$
RMSE	6,65	5,95	5,98	7,17	10,55	10,68

En la figura 48 se observan las regresiones obtenidas mediante el algoritmo Shape Language Modeling. Debido a que estas regresiones se realizan seleccionando

paquetes de tal forma que los cambios de tendencia en la curva no sean despreciados, el RMSE es menor y se encuentra en un rango aceptable.

Ruan J. et al [17] definen un punto crítico en la curva cuando $P = P_c$, donde P_c es la presión crítica, la cual se determina de forma experimental y se define como la presión a partir de la cual las burbujas de aire no pueden mantener un volumen libre y se disuelven completamente en el aceite. La presión crítica entonces define el punto de cambio de las tendencias en la curva del módulo de bulk, antes de esta se observará el efecto del contenido de aire, donde el módulo de bulk presenta un valor drásticamente menor al predicho por el modelo matemático de aceite puro además de que presenta una variación mayor con la presión, causando un margen de error considerable respecto a la suposición de que este es constante. Una vez alcanzada la presión crítica, el sistema se comportará como lo hace cuando contiene aceite puro.

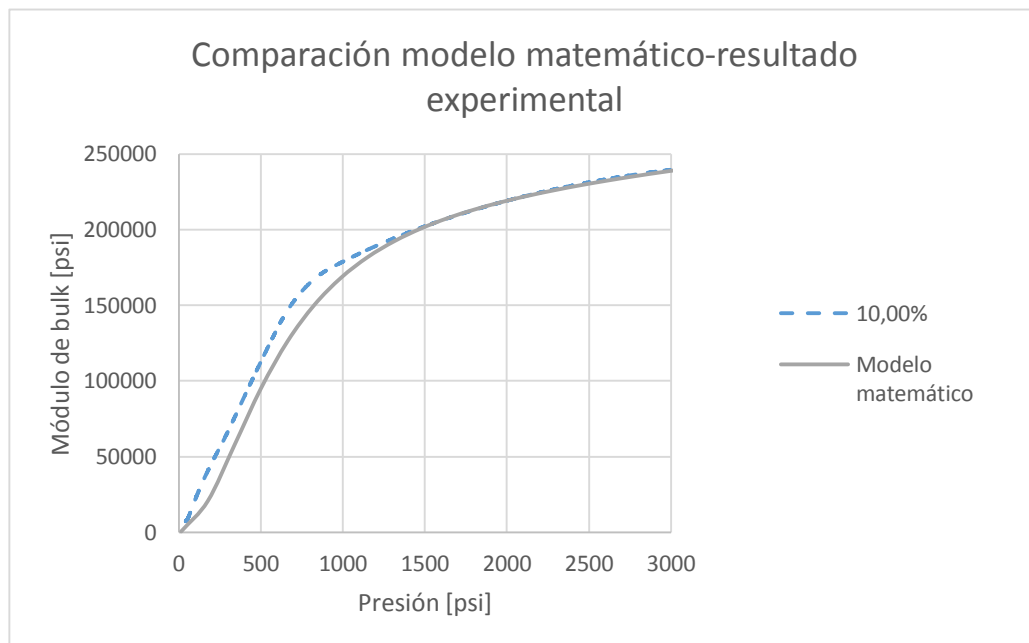
Es posible observar en la figura 37 que la presión crítica aumenta con el contenido de aire. Se estima por inspección visual que para un porcentaje de aire del 1% la presión crítica está cerca de 600 [psi] y que para porcentaje del 10% cerca de los 1500 [psi]. Es por esta razón que los sistemas hidráulicos de alta precisión operan a presiones de 1000 [psi] o más.

5.2. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS CON EL MODELO TEÓRICO

Debido a que los modelos matemáticos de compresión-disolución requieren de la determinación experimental de parámetros complejos, se empleará el modelo de sólo compresión de la ecuación 25. Mediante el software EES se genera el vector de valores del módulo de bulk producidos por la ecuación 25 al reemplazar los diferentes valores de presión tomados por el sensor durante el experimento para la medición con 10% de contenido de aire. Los datos se ingresan al software Minitab

17 con el fin de determinar qué tan similares son las mediciones experimentales respecto al modelo matemático. Se realiza una prueba T-normal de dos muestras cuya hipótesis nula es la igualdad de medias y la hipótesis alternativa es la diferencia de las mismas. El valor T obtenido es 3,04 al cual corresponde un valor P de 0,002, lo cual indica que se debe rechazar la hipótesis nula, es decir, la igualdad de medias y por consiguiente se concluye que el modelo matemático difiere significativamente de los valores medidos.

Figura 49. Comparación del modelo matemático con resultado experimental.



En la figura 49 se observa la curva del proceso medida experimentalmente comparada con la curva producida por el modelo matemático, ya que este último no considera la disolución de aire en el aceite, para cada valor de presión por debajo de la presión crítica, se tendrá una mayor cantidad de aire en el proceso teórico que en el experimental, siendo esta la razón por la que los valores medidos del módulo

de bulk se encuentran por encima de los valores predichos por el modelo para toda presión menor a la presión crítica.

5.3. Incertidumbre de la medición

Dado que el módulo de bulk se determinó mediante regresiones múltiples seccionadas, se puede asumir que la incertidumbre de medida se ajusta a una distribución Gaussiana y, por ende, encontrar un intervalo de confianza del mismo.

$$\varepsilon = Z_{\alpha/2} * RMSE \quad (74)$$

Donde $Z_{\alpha/2}$ es el valor de una distribución normal estándar con media 0 y desviación estándar 1, considerando un 95% de confianza $Z_{\alpha/2} = 1,96$ y $\varepsilon = 13,04$ [psi]. De tal forma se tiene que el módulo de bulk del aceite hidráulico a presión atmosférica es $K_{lo} = 221080 \pm 13,04$ [psi].

6. CONCLUSIONES

El uso de tapa roscada con sellado de o-ring, pese a no estar contemplado en la norma ASME VIII para el diseño de recipientes a presión, proporciona estanqueidad a 6000 [psi] tal como se evidenció en la prueba hidrostática realizada a la cámara de pruebas.

Existe una diferencia significativa entre las mediciones experimentales del módulo de bulk isotérmico tangente y las predichas por el modelo matemático dado por Gholiezhadeh (2012) para todo valor por debajo de la presión crítica, donde el modelo teórico presenta valores menores a los obtenidos en la medición. La causa de esto yace en el supuesto de no disolución considerado.

En el diseño de sistemas hidráulicos y su modelado dinámico, el módulo de bulk es usualmente estimado como una constante. Debido a que en los sistemas hidráulicos es posible encontrar contenidos de aire de hasta 20% [1] y que incluso niveles tan bajos como el 1% afectan notablemente el módulo de bulk, estimarlo como una constante conduce a errores considerables.

CITAS

[1] MERRITT, Herbert E. Hydraulic control systems. John Wiley & Sons, 1967.

[2] AKKAYA, Ali Volkan. Effect of bulk modulus on performance of a hydrostatic transmission control system. *Sadhana*, 2006, vol. 31, no 5, p. 543-556.

[3] HAYWARD, A. T. J. Compressibility measurements on hydraulic fluids. *Hydraulic pneumatic power*, 1965, vol. 11, p. 643-646.

[4] STECKI, J. S.; DAVIS, D. C. Fluid transmission lines—distributed parameter models part 1: A review of the state of the art. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 1986, vol. 200, no 4, p. 215-228.

[5] KLAUS, E. E.; O'BRIEN, J. A. Precise Measurement and Prediction of Bulk-Modulus Values for Fluids and Lubricants. *Journal of Basic Engineering*, 1964, vol. 86, no 3, p. 469-473.

[6] GEORGE, H; BARBER, A. What Is Bulk Modulus and When Is It Important?. *Hydraulic and Pneumatics*, 2007.

[7] GHOLIZADEH, H. et al. Fluid bulk modulus: a literature survey. *International Journal of Fluid Power*, 2011, vol. 12, no 3, p. 5-15.

[8] HAYWARD, A. T. J. How to estimate the bulk modulus of hydraulic fluids. Citado por Gholizadeh, Hossein. *Hydraulic Pneumatic Power*, 1970, vol. 16, no 181, p. 28-40.

[9] HAYWARD, A. T. J. Compressibility equations for liquids: a comparative study. *British Journal of Applied Physics*, 1967, vol. 18, no 7, p. 965.

[10] KIM, S.; MURRENHOFF, H. Measurement of effective bulk modulus for hydraulic oil at low pressure. *Journal of Fluids Engineering*, 2012, vol. 134, no 2, p. 021201.

[11] HAYWARD, A. T. J. How to measure the isothermal compressibility of liquids accurately. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1971, vol. 4, no 7, p. 938.

[12] DURFEE, W.; SUN, Z. Fluid power system dynamics. Center for Compact and Efficient Fluid Power, 2009.

[13] MAGORIEN, V. G. EFFECTS OF AIR ON HYDRAULIC SYSTEMS-VERY SMALL AMOUNTS OF FREE AIR ENTRAINED AIR AND (MORE ELUSIVE AND LESS WELL KNOWN) DISSOLVED AIR CAN CHANGE CONSIDERABLY CHARACTERISTICS OF A SYSTEM. *Hydraulics & Pneumatics*, 1967, vol. 20, no 10, p. 128-&.

[14] LEE, Ill-Yeong; DAN SUN, D. Evaluation of effective bulk modulus of oil in automotive hydraulic dampers-effects of cylinder shell elastic deformation. En SICE 2004 Annual Conference. IEEE, 2004. p. 2431-2436.

[15] GHOLIZADEH, H et al. Fluid bulk modulus: Comparison of low pressure models. *International journal of fluid power*, 2012, vol. 13, no 1, p. 7-16.

[16] AUDENINO, A. L.; BELINGARDI, G. Modelling the dynamic behaviour of a motorcycle damper. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 1995, vol. 209, no 4, p. 249-262.

[17] RUAN, J; BURTON, R. Bulk modulus of air content oil in a hydraulic cylinder. En *ASME 2006 international mechanical engineering congress and exposition*. American Society of Mechanical Engineers, 2006. p. 259-269.

[18] GHOLIZADEH, Hossein, et al. Modeling and Experimental Validation of the Effective Bulk Modulus of a Mixture of Hydraulic Oil and Air. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2014, vol. 136, no 5, p. 051013.

[19] BUDYNAS, R, et al. Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. 2008.

[20] WHEELER, A. et al. Introduction to engineering experimentation. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

[21] MEJÍA, L.; MESA, M. Sistema para medir la compresibilidad isotérmica de aceites minerales. *Scientia et Technica*, 2006, vol. 3, no 32.

[22] GHOLIZADEH, H. Modeling and experimental evaluation of the effective bulk modulus for a mixture of hydraulic oil and air. Saskatchewan, 2011. Trabajo de grado (PhD). University of Saskatchewan. Department of Mechanical Engineering.

[23] D'Errico J. Shape Language Modeling [en línea].

<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/24443-slm-shape-language-modeling?s_tid=srchtitle> [Citado el 12 de Marzo de 2016].

[24] MONTGOMERY, D. et al. Applied statistics and probability for engineers. John Wiley & Sons, 2010.

BIBLIOGRAFÍA

AKKAYA, Ali Volkan. Effect of bulk modulus on performance of a hydrostatic transmission control system. En: Sadhana, 2006, vol. 31, no 5, p. 543-556.

GHOLIZADEH, H et al. Fluid bulk modulus: Comparison of low pressure models. En: International journal of fluid power, 2012, vol. 13, no 1, p. 7-16.

GHOLIZADEH, H. et al. Fluid bulk modulus: a literature survey. En: International Journal of Fluid Power, 2011, vol. 12, no 3, p. 5-15.

GHOLIZADEH, H. Modeling and experimental evaluation of the effective bulk modulus for a mixture of hydraulic oil and air. Saskatchewan. Dissertation. Saskatoon, Canadá: University of Saskatchewan. Department of Mechanical Engineering, 2011.

GHOLIZADEH, Hossein, et al. Modeling and Experimental Validation of the Effective Bulk Modulus of a Mixture of Hydraulic Oil and Air. En: Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2014, vol. 136, no 5, p. 051013.

HAYWARD, A. T. J. Compressibility equations for liquids: a comparative study. En: British Journal of Applied Physics, 1967, vol. 18, no 7, p. 965.

HAYWARD, A. T. J. Compressibility measurements on hydraulic fluids. En: Hydraulic pneumatic power, 1965, vol. 11, p. 643-646.

HAYWARD, A. T. J. How to estimate the bulk modulus of hydraulic fluids. Citado por Gholizadeh, Hossein. En: Hydraulic Pneumatic Power, 1970, vol. 16, no 181, p. 28-40.

HAYWARD, A. T. J. How to measure the isothermal compressibility of liquids accurately. En: Journal of Physics D: Applied Physics, 1971, vol. 4, no 7, p. 938.

KIM, S.; MURRENHOFF, H. Measurement of effective bulk modulus for hydraulic oil at low pressure. En: Journal of Fluids Engineering, 2012, vol. 134, no 2, p. 021201.

MERRITT, Herbert E. Hydraulic control systems. México: John Wiley & Sons, 1967.

RUAN, J; BURTON, R. Bulk modulus of air content oil in a hydraulic cylinder. En ASME 2006 international mechanical engineering congress and exposition. American Society of Mechanical Engineers, 2006. p. 259-269.