

**VALIDACIÓN DE UN MODELO TIPO RC PARA TECHO VERDE CASO  
EDIFICIO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA DE LA UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER**

**CARLOS MIGUEL VARGAS AYALA  
YURI PAOLA ARIZA COY**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA  
2014**

**VALIDACIÓN DE UN MODELO TIPO RC PARA TECHO VERDE CASO  
EDIFICIO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA DE LA UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER**

**CARLOS MIGUEL VARGAS AYALA  
YURI PAOLA ARIZA COY**

**Trabajo de grado para optar por el título de  
Ingenieros Electricistas**

**Director  
GERMAN ALFONSO OSMA PINTO  
Ingeniero Industrial y Electricista, MS.c**

**Codirector  
RODOLFO VILLAMIZAR MEJIA  
Ingeniero Electricista y Electrónico, Ph.D**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA  
2014**

## DEDICATORIA

*Dedico este trabajo de grado con todo mi cariño y mi amor para las personas que hicieron todo en la vida para que yo pudiera lograr mis sueños, por motivarme y darme la mano cuando sentía que el camino se terminaba, a ustedes por siempre mi corazón y mi agradecimiento.*

*A mis padres Carlos Eduardo Vargas Pinto y Carmen Ayala Acosta por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, y sobre todo por su amor.*

*A mis tíos Juan Manuel Vargas Pinto y Amparo Ayala Acosta por su incondicional apoyo, fueron un pilar muy importante para mi superación personal y alcanzar este logro en mi vida.*

*A mi compañera, amiga y novia Yuri Paola Ariza Coy por su esfuerzo y dedicación, gracias a su constancia y entrega pudimos culminar este difícil reto.*

*A mis maestros que en este andar por la vida, influyeron con sus lecciones y experiencias en mi formación como persona.*

***Carlos Miguel Vargas Ayala***

## DEDICATORIA

Dedico cada una de las páginas de este libro, principalmente a Dios por su infinito amor y por estar conmigo en cada paso que doy, por darme las fuerzas necesarias para seguir y así poder lograr realizar este reto y por haber puesto en mi camino a aquellas personas que me han brindado su compañía y apoyo.

A mis padres *Jose Antonio Ariza Hernandez* y *Luz Marina Coy López* por su apoyo incondicional, confianza, esfuerzo, pero sobre todo por todo su amor, por enseñarme el valor de ser perseverante, por ser mi mayor motivación; por todos estos detalles que me han permitido crecer como una persona de bien; quiero compartir con ustedes este logro que es tan suyo como mío.

A mis hermanos *Edwin José* y *Gian Carlos* por creer en mí y quererme, por brindarme su apoyo y su cariño, los quiero mucho.

A mi novio *Carlos Miguel Vargas* por quererme y demostrarme su amor de tantas maneras, por haber aceptado realizar conmigo este reto además de ser perseverante, comprometido pero sobre todo paciente en la realización de esta tesis.

A todos mis amigos porque que tuvimos la fortuna de apoyarnos mutuamente en nuestra formación profesional, porque durante este tiempo compartimos buenos momentos y algunos no tan buenos, por haberme brindado su apoyo, consejo y conocimiento.

¡Gracias!

Yuri Paola Ariza Coy

## CONTENIDO

|   |    |
|---|----|
| INTRODUCCIÓN  | 17 |
| 1 GENERALIDADES SOBRE TECHO VERDE                           | 19 |
| 1.1 CAPA VEGETAL  | 21 |
| 1.2 SUSTRATO  | 22 |
| 1.3 CAPAS ABIÓTICAS   | 23 |
| 1.4 MODELO TIPO RC PROPUESTO                                | 23 |
| 2 SINTONIZACIÓN DEL MODELO                                  | 26 |
| 2.1 ADAPTACIÓN PROPUESTA AL MODELO CIRCUITAL RC INICIAL     | 26 |
| 2.2 MODELO ALTERNATIVO PROPUESTO                            | 31 |
| 2.3 MODELADO EN EL ESPACIO DE ESTADOS                       | 33 |
| 3 MEDICIONES EXPERIMENTALES                                 | 39 |
| 3.1 EQUIPOS DE MEDIDA UTILIZADOS EN LA ADQUISICIÓN DE DATOS | 41 |
| 3.2 RESULTADOS OBTENIDOS                                    | 42 |
| 3.2.1 Radiación solar directa                               | 43 |
| 3.2.2 Sustrato  | 45 |
| 3.2.3 Capas abióticas                                       | 45 |
| 3.2.4 Recinto   | 46 |
| 4 SINTONIZACIÓN DEL MODELO EN EL ESPACIO DE ESTADOS         | 48 |
| 4.1 PARÁMETROS INICIALES                                    | 48 |
| 4.2 OPTIMIZACIÓN DE LAS MATRICES A Y B                      | 51 |
| 4.2.1 Análisis iniciales                                    | 52 |
| 4.2.2 Proceso de optimización                               | 53 |

|   |    |
|---|----|
| 4.2.3 Representación del sistema en diagrama de bloques           | 56 |
| 4.2.4 Parámetros sintonizados del modelo en el espacio de estados | 58 |
| 4.3 ESTIMACIÓN SIN CUBIERTA VEGETAL                               | 59 |
| 4.3.1 Modelo RC propuesto en el trabajo de grado anterior         | 59 |
| 4.3.2 Modelo alternativo propuesto                                | 62 |
| 5 CONCLUSIONES  | 67 |
| 6 RECOMENDACIONES   | 69 |
| CITAS BIBLIOGRÁFICAS  | 70 |
| BIBLIOGRAFÍA  | 73 |
| ANEXOS  | 74 |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1. Efecto de la absorción y reflectividad de las plantas [14].....                                       | 21 |
| Figura 2. Circuito RC propuesto en un anterior trabajo de grado .....   | 24 |
| Figura 3. Pasos para la validación general del modelo .....   | 26 |
| Figura 4. Modelo de circuito RC con los ajustes considerados para la primera adaptación .....                   | 30 |
| Figura 5. Diagrama de flujo para el análisis del modelo alternativo propuesto .....                             | 31 |
| Figura 6. Modelo circuital alternativo propuesto .....  | 32 |
| Figura 7. Nodos especificados para el planteamiento del espacio de estados .....                                | 35 |
| Figura 8. Techo verde Edificio de Ingeniería Eléctrica UIS .....  | 39 |
| Figura 9. Interior del recinto 402 del Edificio de Ingeniería Eléctrica UIS.....                                | 39 |
| Figura 10. Punto de medición e instalación del sensor en la capa abiótica .....                                 | 40 |
| Figura 11. Medidores instalados.....  | 40 |
| Figura 12. Instrumentos de medición utilizados.....   | 42 |
| Figura 13. Radiación solar directa $R_{ad}$ para las diferentes condiciones de soleamiento.....                 | 43 |
| Figura 14. Radiación solar directa $R_{ad}$ en distintas condiciones de soleamiento en horas de la mañana ..... | 44 |
| Figura 15. Paralelo de temperatura en el sustrato en las distintas condiciones de soleamiento ...               | 45 |
| Figura 16. Paralelo de temperatura en las capas abióticas en las distintas condiciones de soleamiento .....     | 46 |
| Figura 17. Paralelo de temperatura en el recinto 402 en distintas condiciones de soleamiento ...                | 47 |
| Figura 18. Temperatura del recinto “V1” medido y simulado con las entradas del sistema .....                    | 54 |
| Figura 19. Temperatura de las capas abióticas “V3” medido y simulada con las entradas del sistema .....         | 55 |
| Figura 20 . Temperatura de las losas de concreto “V4” medido y simulado con las entradas del sistema .....      | 55 |
| Figura 21. Temperatura del sustrato “V5” medido y simulado con las entradas del sistema.....                    | 56 |
| Figura 22 Diagrama de bloques del modelo sintonizado.....   | 57 |
| Figura 23. Modelo de techo sin cubierta vegetal.....  | 60 |
| Figura 24 Estimación sin cubierta vegetal .....   | 61 |
| Figura 25. Comparación de las temperaturas del recinto y de la placa sin cubierta vegetal .....                 | 61 |
| Figura 26. Circuito del modelo alternativo propuesto, acondicionado para estimación sin cubierta vegetal.....   | 62 |
| Figura 27. Modelo sin cubierta vegetal sintetizado.....   | 63 |
| Figura 28. Temperatura en el recinto estimada para un sistema con y sin cubierta vegetal .....                  | 64 |
| Figura 29. Comparación de la temperatura en el recinto con y sin cubierta vegetal.....                          | 65 |
| Figura 30. Comparación de la temperatura ambiente con la del recinto sin cubierta vegetal .....                 | 65 |
| Figura 31. Comparación de la temperatura ambiente con la del recinto con cubierta vegetal.....                  | 66 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|   |    |
|---|----|
| Tabla 1. Descripción general de las capas de un techo verde extensivo [15]. .....   | 20 |
| Tabla 2. Elementos que conforman el circuito propuesto de la Figura 2. ....   | 25 |
| Tabla 3. Valores utilizados en la estimación de parámetros del modelo [11]. ....  | 48 |
| Tabla 4. Valores típicos utilizados para determinar los parámetros del circuito .....   | 50 |
| Tabla 5. Medidas del recinto 402 del Edificio de Ingeniería Eléctrica UIS .....   | 50 |
| Tabla 6. Valores de los parámetros del circuito a validar .....   | 50 |
| Tabla 7. Valores de los elementos de las matrices A y B utilizados en la optimización del modelo en el espacio de estados ..... | 51 |
| Tabla 8. Parámetros sintonizados del modelo de la Figura 7 .....  | 59 |

## ÍNDICE DE ANEXOS

|  |     |
|--|-----|
| Anexo A. Estudios previos.....   | 74  |
| Anexo B. Análisis y modelado del circuito rc inicial propuesto .....   | 82  |
| Anexo C. Gráficas de las mediciones realizadas en el techo verde ..... | 98  |
| Anexo D. implementación de software .....                              | 107 |

## ABREVIATURAS

|                          |   |
|--------------------------|---|
| <i>A</i>                 | Área expuesta [ $m^2$ ].  |
| <i>A<sub>win</sub></i>   | Área total de las ventanas que rodean el recinto [ $m^2$ ].   |
| <i>C</i>                 | Capacitancia análoga a la capacidad térmica de almacenamiento de calor [ $\frac{J}{K}$ ].   |
| <i>C<sub>a</sub></i>     | Capacidad de calor específico del aire [ $\frac{kJ}{kg K}$ ].   |
| <i>d<sub>o</sub></i>     | Altura de desplazamiento  |
| <i>F</i>                 | Índice de área foliar.  |
| <i>H</i>                 | Flujo de calor sensible [ $W$ ].  |
| <i>h<sub>c</sub></i>     | Coeficiente de convección [ $\frac{W}{m^2 * ^\circ C}$ ].   |
| <i>h<sub>p</sub></i>     | Altura de las plantas.  |
| <i>h<sub>r</sub></i>     | Coeficiente de radiación [ $\frac{W}{^\circ C * m}$ ].  |
| <i>I</i>                 | Flujo de corriente análoga a la velocidad de flujo de calor [ $W$ ].  |
| <i>k</i>                 | Conductividad térmica [ $\frac{W}{^\circ C * m}$ ].   |
| <i>l</i>                 | Grosor de la capa [ $m$ ].  |
| <i>m<sub>r</sub></i>     | Flujo de la masa del aire en el recinto [ $\frac{kg}{s}$ ].   |
| <i>Q̇</i>                | Velocidad de transferencia de calor [ $W$ ].  |
| <i>Q<sub>rad</sub></i>   | Densidad del flujo de radiación de calor por unidad de área irradiado en el recinto [ $\frac{W}{m^2}$ ].  |
| <i>Q̇<sub>int</sub></i>  | Generación interna de calor en el recinto [ $W$ ].  |
| <i>R</i>                 | Radiación térmica [ $\frac{W}{m^2}$ ].  |
| <i>R<sub>ad</sub></i>    | Radiación solar directa [ $\frac{W}{m^2}$ ].  |
| <i>Rad<sub>sky</sub></i> | Radiación de onda larga en la horizontal [ $\frac{W}{m^2}$ ].   |
| <i>R<sub>i</sub></i>     | Resistencia térmica total de cada pared del recinto [ $\frac{K}{W}$ ].  |
| <i>r<sub>a</sub></i>     | Resistencia aerodinámica a la transferencia de calor sensible [ $\frac{s}{m}$ ].  |
| <i>r<sub>e</sub></i>     | Resistencia estomática a la transferencia de vapor [ $\frac{s}{m}$ ].   |
| <i>T</i>                 | Temperatura [ $^\circ C$ ]. <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>T<sub>s</sub></i> Temperatura del aire que entra en el recinto.</li> </ul>  |
| <i>w</i>                 | Identificador de ventana [-].   |
| <i>Y</i>                 | Admitancia térmica análoga [ $\frac{W}{K}$ ]. <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Y<sub>R</sub></i> Admitancia térmica a la radiación</li> <li>• <i>Y<sub>H</sub></i> Admitancia térmica al calor sensible</li> <li>• <i>Y<sub>L</sub></i> Admitancia térmica al calor latente</li> </ul> |

$Z_{om}$  Longitud de rugosidad

### **Letras griegas**

$\gamma$  Constante psicrométrica termodinámica  $\left[\frac{Pa}{K}\right]$ .

$\varepsilon$  Emisividad  $[-]$ .

$\mu$  Coeficiente de absorción de las plantas  $[-]$ .

$\kappa$  Constante Von Kármán  $[-]$ .

$\sigma_f$  Cobertura vegetal fraccionada  $[-]$ .

$\rho_s$  Reflectividad de onda corta de la hoja.

$\rho_g$  Reflectividad de onda corta del suelo.

$\rho_t$  Reflectividad de onda corta de la placa.

$(\rho c_p)_i$  Capacidad térmica específica  $\left[\frac{J}{m^3 \cdot K}\right]$ .

$(\rho c_p)_{ap}$  Capacidad térmica específica combinada de aire/vegetación  $\left[\frac{J}{m^3 \cdot K}\right]$ .

$(\rho c_p)_{as}$  Capacidad térmica específica combinada de aire/sustrato  $\left[\frac{J}{m^3 \cdot K}\right]$ .

$\sigma$  Constante de Stefan-Boltzmann  $\left[\frac{W}{m^2 \cdot K^4}\right]$ .

$\tau_s$  Transmitancia de onda corta de la hoja  $[-]$ .

$\tau w_i$  Transmisividad del vidrio de la ventana  $[-]$ .

$\omega_g$  Contenido volumétrico de agua en un volumen de suelo dado  $[-]$ .

$\omega_g^{sat}$  Contenido volumétrico saturado de agua en un volumen de suelo dado  $[-]$ .

### **Subíndices**

*abio* Capas abióticas

*pr* Pared

*s* Sustrato

*pl* Placa

*t* Losas de concreto

*p* Plantas

*rec* Recinto

*amb* Ambiente

*cond* Conducción

*conv* Convección

*sky* Firmamento, onda larga en la horizontal

## RESUMEN

**TITULO:** VALIDACIÓN DE UN MODELO TIPO RC PARA TECHO VERDE CASO EDIFICIO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA-UIS\*

**AUTORES:** ARIZA COY YURI PAOLA\*\*  
VARGAS AYALA CARLOS MIGUEL\*\*

**PALABRAS CLAVE:** Techos verdes, aislamiento térmico, analogía termoeléctrica, espacio de estados, sintonización.

### DESCRIPCION

La utilización de techos verdes como una opción atractiva para el ahorro de energía además de mejorar el hábitat es una de las tecnologías verdes que han sido tema de investigación. El Edificio de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander a partir de estudios previos implementó esta tecnología.

En una investigación anterior, se propuso un modelo circuital RC basado en la literatura a partir de la analogía termoeléctrica. Con el propósito de hacer una estimación de la transferencia de calor y del comportamiento térmico del techo verde.

En el presente trabajo de grado, para validar dicho modelo circuital se realizan campañas de medición de radiación solar y temperaturas en las distintas capas de la cubierta vegetal, con el fin de obtener las medidas necesarias para analizar la autenticidad de este modelo. Para estas mediciones experimentales se dispone de la cubierta vegetal del salón 402 del edificio de Ingeniería Eléctrica E3T UIS.

El sistema a analizar es considerado un sistema MIMO para el cual se realiza una simplificación y se procede a plantear un modelo en el espacio de estados el cual es objeto de sintonización y validación.

Se realizan simulaciones en las que se verifica que las características de estabilidad del sistema se cumplan para el comportamiento en estado estable.

Finalmente se estiman algunos de los parámetros del modelo y la diferencia de temperatura entre el interior y exterior del recinto con y sin cubierta vegetal, esto con el fin de suministrar información acerca del beneficio de emplear esta tecnología limpia y de desarrollo sostenible.

---

\* Trabajo de grado

\*\* Facultad de ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones  
Director: MSc. German Alfonso Osma Pinto

## ABSTRACT

**TITLE:** VALIDATION OF A RC TYPE MODEL FOR GREEN ROOF, CASE: ELECTRICAL ENGINEERING BUILDING OF THE UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER\*

**AUTHORS:** ARIZA COY YURI PAOLA\*\*  
VARGAS AYALA CARLOS MIGUEL\*\*

**KEY WORDS:** Green roof, thermal insulation, thermal-electrical analogy, state space, tuning.

### DESCRIPTION

Using green roofs as an attractive option for energy savings while improving the environment, is one of the green technologies that have been the subject of research recently. Thanks to all the previous studies made, this technology was implemented in the Electrical Engineering Building of UIS.

In a previous investigation, it was proposed an RC circuit model based on the literature from the thermal analogy, in order to estimate the heat transfer and the thermal behavior of the green roof.

This paper has the intention to validate this model. In order to do that it was necessary to make measurement campaigns of solar radiation and temperature in the different layers of the vegetal cover to be able to analyze the authenticity of this model. This experimental measures were made on the vegetal cover of room 402 in the Electrical Engineering Building E3T UIS.

The analyzed system is considered a MIMO one, with a simplified model made in the state space. This model is the one that has to be tuned and validated. The next step was to perform simulations that made possible to verify the fulfillment of the system stability characteristics for the steady state behavior.

Finally, some of the model parameters and the temperature difference between the interior and exterior of the precinct (with and without vegetal cover) were estimated, in order to provide information about the benefits of using this clean and sustainable technology.

---

\* Grade work

\*\* Department of Physical-Mechanical Engineerings. School of Electrical, Electronic and Telecommunications Engineering  
Advisor: MSc. German Alfonso Osma Pinto.

## INTRODUCCIÓN

El uso de cubiertas vegetales es una solución atractiva para mejorar la mitigación del efecto de las islas de calor urbana, la sostenibilidad del medio ambiente en zonas urbanas especialmente en cuanto a la calidad del aire, la eficiencia energética de edificios mediante la protección contra la radiación solar y las fluctuaciones de temperatura [1] [2], además de aportar atractivos estéticos. Los techos verdes no sólo proporcionan un aislamiento con fines de ahorro de energía, sino que también previenen la contaminación acústica [3].

La implementación de cubiertas vegetales reduce significativamente la transferencia de calor hacia el interior de las edificaciones puesto que es un sistema que consta de una capa de vegetación, sustrato y capas abióticas o membranas impermeabilizantes, proporcionando así un aislamiento térmico [4]. Esta tecnología limpia surgió como una solución para el consumo eficiente de energía y es un tema que ha sido de considerable estudio, en [2] se mencionan conclusiones experimentales de distintos autores [5]–[8] además en [9] [10] concluyen que la vegetación tiene la capacidad de reducir como máximo hasta el 60% de las aportaciones externas de energía en un clima tropical.

Con el fin de estimar el potencial de la cubierta vegetal de tipo extensivo del Edificio de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones de la Universidad Industrial de Santander, se valida un modelo RC planteado a partir de la analogía termoeléctrica de investigaciones previas [11]; para lo cual es indispensable obtener medidas experimentales de temperatura en las diferentes capas de la cubierta vegetal.

Para la validación del circuito propuesto es necesario elaborar un modelado en el espacio de estados con el fin de realizar la sintonización de dicho modelo y poder establecer un error estimado. Una vez sintonizado el modelo se estima la diferencia de temperatura que se presenta entre la parte externa e interna del techo con cubierta vegetal y sin aislamiento vegetal.

El presente proyecto de grado consta de cuatro capítulos en los que se expone el procedimiento elaborado para la sintonización y validación del modelo.

En el Capítulo 1 se mencionan generalidades y características importantes de los techos verdes, además de las especificaciones del modelo suministrado en el trabajo de grado

[11]. Además detalles de la analogía termoeléctrica y transferencia de energía se exponen en el Anexo A.

En el Capítulo 2 se presentan adaptaciones que complementan el comportamiento térmico del techo verde y simplificaciones realizadas al circuito RC propuesto, para obtener un modelo en el espacio de estados. El desarrollo de este análisis circuital se aprecia con más detalle en el Anexo B.

En el Capítulo 3 se expone el proceso de monitorización realizado para la obtención de medidas de temperatura y radiación solar necesarias para la validación del modelo, se enseñan las características de los equipos utilizados en el proceso de medición y finalmente se realiza un reporte de las medidas registradas en distintas condiciones de soleamiento. En el Anexo C se presentan algunas gráficas de manera individual con el fin de apreciar el comportamiento y el rango de medida de las temperaturas en las capas de la cubierta vegetal.

En el Capítulo 4 se hace una breve descripción de las funciones del software MATLAB necesarias para la optimización del modelo, seguidamente se evidencia el uso de las mismas mediante los códigos y esquemas mostrados, con lo que finalmente se obtiene la respuesta de los parámetros sintonizados y el error cuadrático medio.

## 1 GENERALIDADES SOBRE TECHO VERDE

En la construcción de las edificaciones tradicionales se usa comúnmente el concreto en las placas superiores, que al ser irradiadas por el sol directamente no evitan la transferencia de calor desde el exterior hacia el interior de la construcción, ocasionando un incremento de la temperatura dentro de la vivienda o recinto. Esta situación es más crítica en las zonas tropicales debido a la mayor intensidad de la radiación solar [11].

En la actualidad, las prácticas sostenibles han evolucionado tanto que la implementación de techos verdes es una de las estrategias que permite mejorar el confort térmico de los ocupantes de las edificaciones, reduciendo el consumo energético de éstos, y a su vez ayudan a disminuir el efecto de isla de calor que es un fenómeno común en las ciudades donde las grandes edificaciones tienen lugar [12].

El efecto de isla de calor consiste en la absorción de gran cantidad de radiación solar en el concreto, pavimento, etc. aumentando la temperatura en lugares urbanos, incluso en la noche, puesto que los edificios empiezan a liberar el calor que absorbieron durante el día [12].

La implementación de los techos verdes reduce la transferencia de calor a través de la placa, lo cual mitiga la ganancia de calor interior y en consecuencia el consumo de energía debido a refrigeración. Los procesos de transferencia de calor de un techo plano, como por convección, conducción y radiación, son modificados por el techo verde debido a las características térmicas y propiedades de los materiales superficiales constituyentes, evapotranspiración y los procesos metabólicos de las plantas [13].

La utilización de edificaciones y viviendas con techo verde es una medida más amigable con el medio ambiente. Además esta estrategia agrega un valor estético a la edificación y al entorno [14], brindando a la vez beneficios ambientales y económicos.

Entre los beneficios ambientales se puede resaltar

- Mitigación del efecto “isla de calor” [12] y restitución del equilibrio climático
- Restitución del paisaje natural
- Mejoramiento de la calidad del aire
- Uso racional del agua (utilización del agua lluvia)


Algunos beneficios financieros son:

- Incremento del valor comercial del edificio
- Reducción del consumo energético y costos de operación del edificio
- Aumento de la durabilidad de la cubierta y de la capa de impermeabilización

Las cubiertas verdes están compuestas en general por una capa vegetal, el sustrato o suelo para el cultivo, además de diferentes capas protectoras, donde su número dependerá del tipo de cubierta verde, es decir si es de tipo intensivo o extensivo [4].

Una configuración tipo extensivo y las funciones de las capas más importantes se mencionan en la Tabla 1.

**Tabla 1. Descripción general de las capas de un techo verde extensivo.**

|  | Capa   | Función |
|--|--|---------|
| Vegetación   | Visual, aislamiento térmico  |         |
| Sustrato   | Capa de crecimiento vegetal. Debe tener una relación entre material inorgánico y material orgánico cercana a 4:1 |         |
| Protección   | Direccionamiento del agua en exceso por lluvia o riego   |         |
| Impermeable  | Separación de la humedad   |         |

Fuente: Osma Pinto, German Alfonso. "Uso racional de la energía a partir del diseño de aplicaciones sostenibles en el Edificio Ingeniería Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander," *Trab. Investig. Maest. UIS*, 2011. Modificado por autores.

*La vegetación* corresponde a la parte viva del techo verde, donde se encuentran las plantas que realizan parte del intercambio de calor con el entorno [7]; además de ser la parte visible o estéticamente apreciable.

*El sustrato* es la superficie en que la vegetación o plantas viven, este determina la vida útil de la cubierta vegetal puesto que suministra los nutrientes necesarios para un buen crecimiento de las plantas. Esta capa tiene una función significativa en la transferencia de calor [14].

*Las capas abióticas* son aquellas que protegen la construcción de efectos adversos como penetración de raíces en la placa, o el exceso de humedad que puede hacer que se degrade el techo [15].

## 1.1 CAPA VEGETAL

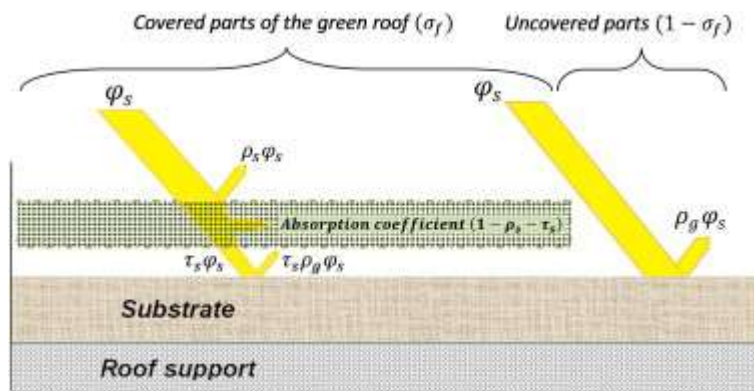
El *sedum* es una planta común y de adecuado uso en la implementación de cubiertas verdes, puesto que brinda buena cobertura y sombra al techo; además posee la capacidad de almacenar agua ya que sus hojas son de naturaleza carnosa haciéndoles muy resistentes a considerables periodos de sequía [16]. Teniendo un nivel de mantenimiento mínimo, y de fácil instalación [4].

En el techo verde del Edificio de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander se sembró *sedum* tipo crasuláceas, puesto que sus hojas proporcionan un buen aislamiento térmico, y por esto muestra altos niveles de transmitancia  $\tau_s$  y reflectividad  $\rho_s$  y por consiguiente un bajo coeficiente de absorción  $\mu$ , donde:

$$\mu = (1 - \tau_s - \rho_s) \quad (1)$$

Estos coeficientes indican el porcentaje de radiación solar ( $\varphi_s$ ) que transmite, refleja y absorbe la planta, tal como se muestra en Figura 1.

**Figura 1. Efecto de la absorción y reflectividad de las plantas.**



Fuente: R. Djedjig, S.-E. Ouldboukhitine, R. Belarbi, and E. Bozonnet, "Development and validation of a coupled heat and mass transfer model for green roofs," *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 39, no. 6, pp. 752–761, Jul. 2012

Para medir la transferencia de calor por radiación, todos los materiales tienen ciertas propiedades específicas, como la emisividad, que es la relación entre la habilidad de las plantas de irradiar energía térmica y la radiación emitida como si fueran un cuerpo negro [17].

También está el albedo, que es el porcentaje de radiación solar que la superficie de las hojas reflejan con respecto a la radiación incidente [14],[17]. Por último, están las resistencias propias de cada planta, éstas son la resistencia aerodinámica que es la resistencia al cambio de humedad de la capa formada en la superficie de la hoja; y la resistencia estomática que es la resistencia a la difusión de vapor desde las estomas a la atmósfera [17].

## **1.2 SUSTRATO**

El mayor grado en el nivel de aislamiento térmico es determinado por el tipo de sustrato y su profundidad [7]. Las condiciones del sustrato influyen directamente en el rendimiento de la disipación de calor de las plantas; puesto que un sustrato a altas temperaturas haría que las plantas cierren sus estomas y en la superficie de las hojas aumente la temperatura reduciendo la pérdida de agua [18].

Los sustratos para techos verdes requieren características diferentes a las usadas en jardines comunes, ya que la tierra natural tiene un peso muy elevado y propiedades físico-químicas no adecuadas para el uso en cubiertas verdes. En lugar de tierra normal se utilizan sustratos especialmente formulados para complementar la vegetación de la cubierta ecológica.

Las características principales del sustrato son la capacidad de calor específico y la conductividad térmica, porque la mayor parte de transferencia de calor se da por conducción a través de éste, la cual depende de la humedad y se asume uniforme en toda el área para la realización de análisis de tipo unidimensionales [19].

La humedad del sustrato depende de las condiciones meteorológicas, como las lluvias o sequías y de la irrigación [20]; y es de vital importancia en el proceso de evapotranspiración, que previene que el calor sea transmitido hacia el edificio y también funciona como un enfriador pasivo que incluso remueve el calor del edificio [4]; ya que este proceso representa casi el 60% de las pérdidas de calor [21].

En la realización de un modelo que represente el balance de energía de un techo verde, se deben tener en cuenta algunas características que influyen directamente en el diseño y dependen de las necesidades a suplir.

### 1.3 CAPAS ABIÓTICAS

Las capas abióticas son usadas para separar el sustrato del hormigón o techo con el fin de evitar el deterioro que puede causar la vegetación y la humedad. En el techo verde se tienen tres tipos de capas abióticas, la capa drenaje, anti raíz e impermeabilización [22].

*Capa de drenaje* es la encargada de evacuar el agua que fluye cuando el sustrato está saturado, puesto que el equilibrio en la acumulación de agua en el sustrato y la capa de drenaje es un factor vital para el éxito del techo verde, garantizándose asimismo la ideal evacuación de agua sobrante. Se recomienda que la cubierta tenga al menos un 2% de pendiente para favorecer la evacuación de agua sobrante [23].

*Capa anti-raíz* tiene como función evitar que las raíces de la vegetación dañen la capa impermeabilizante, por lo general esta función está incluida en la capa de drenaje [11] [15].

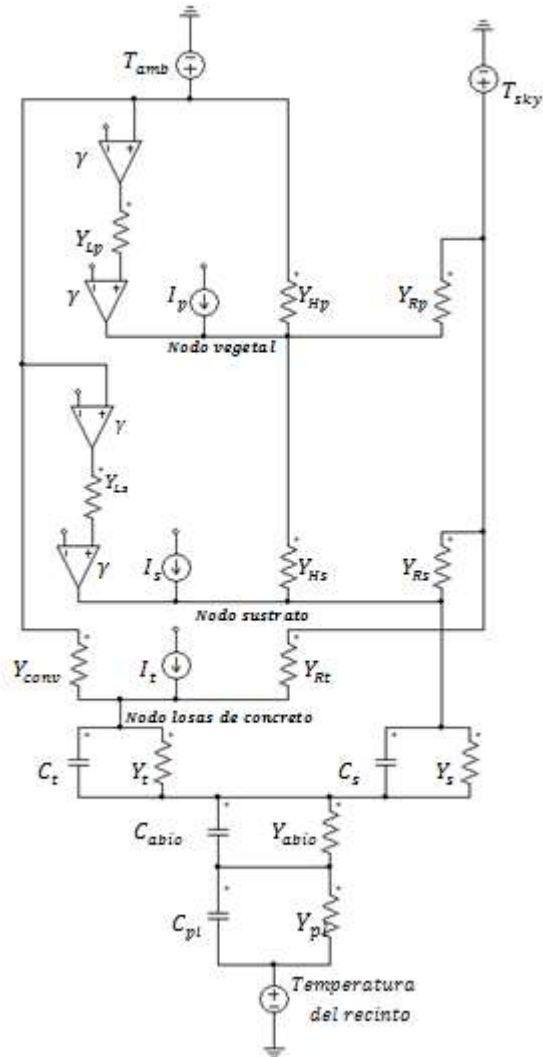
Finalmente, se tiene la *capa impermeabilizante* que tiene como función impedir el paso del agua a la placa de concreto (techo), se realiza a partir de una tela de PVC o de una solución asfáltica (aplicación líquida) [15].

Debido a las múltiples capas que conforman la cubierta vegetal, la temperatura en la parte superior de la placa es menor a la de un techo desnudo, ya que el techo desnudo solo disipa calor por transferencia externa (convección y conducción) [22]. En el Anexo A se enseñan con más detalle los conceptos de intercambio de energía y analogía termoeléctrica utilizados en el planteamiento del modelo suministrado por un trabajo de grado anterior [11].

### 1.4 MODELO TIPO RC PROPUESTO

Considerando los efectos del intercambio de calor y energía a las que está expuesta la cubierta vegetal y la necesidad de plantear un modelo que permita el estudio de tal comportamiento, se aplica la analogía termoeléctrica y se obtiene el modelo circuital de la Figura 2, este circuito RC es proporcionado por el trabajo de grado [11].

Figura 2. Circuito RC propuesto en un anterior trabajo de grado



Fuente: Balaguera N. and Hernandez F., "Consideraciones para el planteamiento del problema de optimización del aislamiento de la radiación solar a partir del recubierto vegetal de la envolvente de viviendas de interés social.," *Trab. grado en Ing. Eléctrica UIS*, pp. 1–111, 2013.

Los elementos que conforman el circuito son mencionados en la Tabla 2.

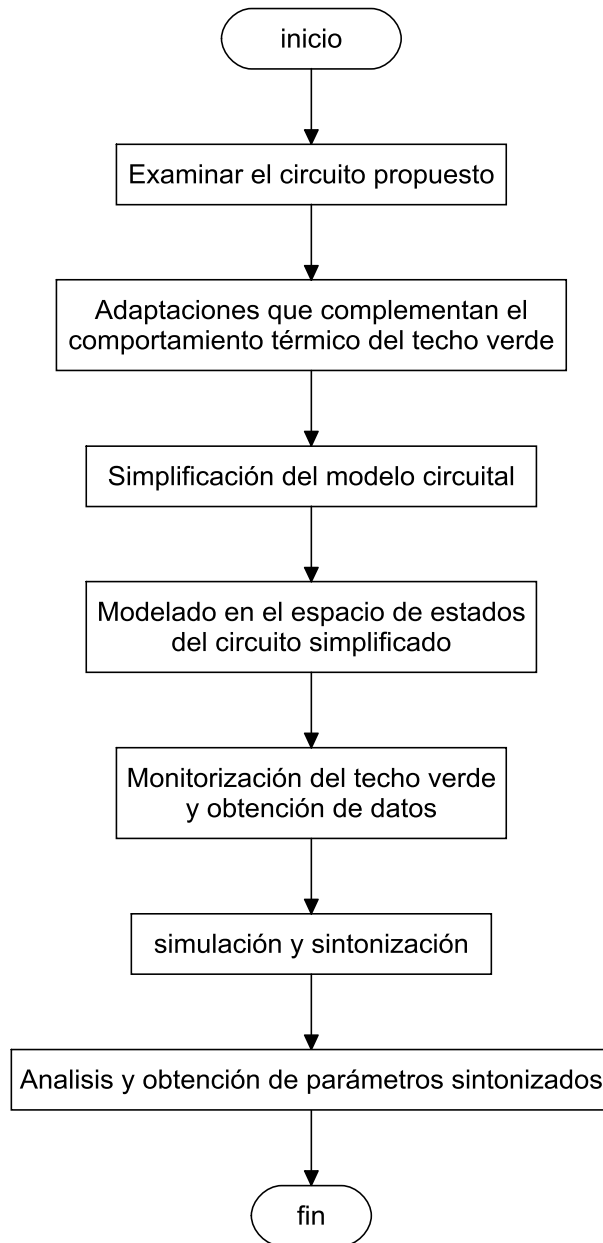
**Tabla 2. Elementos que conforman el circuito propuesto de la Figura 2.**

| <b><i>Elementos del circuito</i></b> |   |
|--------------------------------------|---|
| $T_{amb}$                            | Temperatura ambiente  |
| $T_{sky}$                            | Temperatura del firmamento a determinada radiación                          |
| $Y_{Lp}$                             | Admitancia térmica al calor latente en las plantas                          |
| $Y_{Ls}$                             | Admitancia térmica al calor latente en el sustrato                          |
| $I_p$                                | Fuente del nodo vegetal   |
| $I_s$                                | Fuente del nodo de sustrato   |
| $I_t$                                | Fuente del nodo de las losas de concreto                                    |
| $C_t$                                | Capacitancia térmica a la conducción para la placa de sustrato              |
| $C_s$                                | Capacitancia térmica a la conducción para las losas de concreto             |
| $C_{abio}$                           | Capacitancia térmica a la conducción para la capa abiótica                  |
| $C_{pl}$                             | Capacitancia térmica a la conducción para la placa                          |
| $Y_{pl}$                             | Admitancia térmica de la placa por conducción                               |
| $Y_{Hp}$                             | Admitancia al flujo de calor sensible en las plantas                        |
| $Y_{Hs}$                             | Admitancia al flujo de calor sensible en el sustrato                        |
| $Y_{Rs}$                             | Admitancia térmica del sustrato a la transferencia de radiación             |
| $Y_{Rp}$                             | Admitancia térmica de las plantas a la transferencia de radiación           |
| $Y_{Rt}$                             | Admitancia térmica de las losas de concreto a la transferencia de radiación |
| $Y_{conv}$                           | Admitancia térmica a la convección  |
| $Y_t$                                | Admitancia térmica de las losas de concreto por conducción                  |
| $Y_s$                                | Admitancia térmica del sustrato por conducción                              |
| $Y_{abio}$                           | Admitancia térmica de las capas abióticas por conducción                    |
| $\gamma$                             | Constante psicrométrica   |

## 2 SINTONIZACIÓN DEL MODELO

A continuación se describe brevemente la metodología utilizada en el proceso de sintonización del modelo (ver figura 3).

**Figura 3. Pasos para la validación general del modelo**



En el primer paso, se realiza la observación y análisis del circuito RC propuesto en el trabajo de grado [11]. Se verifica que los elementos del circuito evidencien de forma apropiada el comportamiento térmico del techo verde.

En el paso dos, se efectúan algunas adaptaciones que complementan el comportamiento del techo verde. Las modificaciones realizadas describen oportunamente el comportamiento térmico del recinto, y el efecto de la radiación solar en la capa de sustrato, vegetación y tabletas de concreto.

En el paso tres, se elabora la simplificación del modelo circuital resultante de las adaptaciones realizadas en el paso dos (ver Anexo B). Tal reducción se elabora en nodos específicos que facilitan el análisis del modelo.

En el paso cuatro, se elabora el modelo en el espacio de estados del circuito RC simplificado, este método, se hace con el fin de facilitar el análisis del sistema en estudio el cual consta de múltiples entradas y salidas (MIMO). Éste modelo planteado se puede observar en el Anexo B.

En el paso cinco, se procede a obtener medidas experimentales del techo verde, donde las temperaturas en los distintos nodos de la cubierta vegetal se estiman como las salidas del sistema; la radiación solar directa, la temperatura ambiente, la temperatura del firmamento y el flujo de calor en el recinto componen las entradas del sistema.

En el paso seis, se hacen las simulaciones necesarias para lograr sintonizar el sistema, teniendo como referencia el comportamiento térmico de las capas, registrado en el proceso de medición.

En el paso siete, una vez sintonizados los elementos de las matrices A y B, se busca obtener los valores de cada uno de los parámetros del circuito y se realiza un análisis de las respuestas obtenidas para el techo con y sin cubierta vegetal.

## **2.1 ADAPTACIÓN PROPUESTA AL MODELO CIRCUITAL RC INICIAL**

Los edificios son sistemas dinámicos con características físicas y de ocupación aleatorias que varían en el tiempo; las características de transferencia de calor dependen de las condiciones ambientales, es decir la transferencia de calor por convección y conducción que experimenta el techo y las paredes depende de factores externos que son condiciones

climáticas del ambiente tales como temperatura exterior, la velocidad y dirección del viento, la nubosidad del cielo, el flujo de radiación de calor en las paredes, techo y ventanas; también depende de factores internos como el nivel de ocupación, la generación de calor interno que puede ser producido por la iluminación y los equipos electrónicos [24].

Se representa el flujo de calor en la habitación en el circuito de la Figura 4 por medio de una fuente independiente  $I_{rec}$ , la cual describe la tasa de calor almacenado en el aire del recinto [24].

En la Ecuación (2), el primer término representa el flujo de calor entre la pared y el recinto debido a la diferencia de temperatura, el segundo término el flujo de calor emitido por el sistema de calefacción, el tercero el calor de radiación total que atraviesa las ventanas, y el último la generación de calor en el interior del recinto [24].

$$I_{rec} = \sum_{i=1}^{\# paredes} \left[ \frac{T_{pr} - T_{rec}}{R_i} \right] + [\dot{m}_r C_a (T_s - T_{rec})] + [w \tau w_i A_{win} Q_{rad}] + [\dot{Q}_{int}] [W] \quad (2)$$

Donde,  $T_{rec}$  es la temperatura del recinto,  $\dot{m}_r$  es el flujo de masa del aire en la habitación,  $C_a$  es la capacidad de calor específico del aire,  $T_s$  es la temperatura del aire que entra en la habitación,  $\tau w_i$  es la transmisividad del vidrio de la ventana,  $w$  es el identificador de ventana que es igual a cero si ninguna de las paredes que rodea la habitación tiene una ventana, y es igual a 1 si una de ellas tiene una ventana,  $A_{win}$  es el área total de las ventanas que rodean el recinto,  $Q_{rad}$  es la densidad del flujo de radiación de calor por unidad de área irradiado en la habitación,  $\dot{Q}_{int}$  es la generación interna de calor en la habitación,  $T_{pr}$  es la temperatura de la pared,  $R_i$  es la resistencia térmica total de cada pared de la habitación [24].

Al considerar la admitancia térmica del recinto es necesario estimar la admitancia por conducción térmica de las paredes y por convección por medio del flujo de aire. La admitancia por conducción  $Y_{rec}$  se describe en la ecuación (3).

$$Y_{rec} = \sum_{i=1}^{\# paredes} \frac{k_{pr} A_{pr_i}}{l_{pr}} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (3)$$

Donde  $k_{pr}$  es la conductividad térmica de la pared,  $A_{pr_i}$  es el área de pared  $i$  que corresponde al área maciza de dicha pared,  $l_{pr}$  es el grosor de la pared; se realiza una sumatoria de la contribución de las admitancias por conducción de cada una de las paredes.

La admitancia por convección  $Y_{convrec}$  (ver Ecuación 4) depende directamente del área de las ventanas que conforman el recinto, donde  $h_c$  es el coeficiente de convección de las ventanas,  $A_{win_i}$  es el área total de las ventanas de la pared  $i$ ; se realiza una sumatoria de las contribuciones de las admitancias por convección de cada pared.

$$Y_{convrec} = \sum_{i=1}^{\# paredes} h_c * A_{win_i} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (4)$$

Debido al comportamiento térmico del recinto es necesario considerar la capacidad almacenadora de energía en forma de calor de las paredes disipada en el aire, para lograrlo se hará uso de una capacitancia térmica por conducción  $C_{rec}$  conectada a tierra y al nodo que representa la temperatura del recinto.

$$C_{rec} = A_{pr} * l_{pr} * (\rho c_p)_{pr} \left[ \frac{J}{K} \right] \quad (5)$$

Además teniendo en cuenta que la radiación  $R_{ad}$  es la entrada común de las fuentes de corriente  $I_p$ ,  $I_s$ ,  $I_t$  planteadas en [11] se propone tomar la radiación como una fuente de excitación de tensión que acompañadas de admitancias sean equivalentes a dichas fuentes de corriente.

$Y_{Ip}$  Admitancia debida a la corriente  $I_p$

$$Y_{Ip} = A\sigma_f(1 - \tau_s - \rho_s)(1 + \tau_s\rho_g) [m^2] \quad (6)$$

$Y_{Is}$  Admitancia debida a la corriente  $I_s$

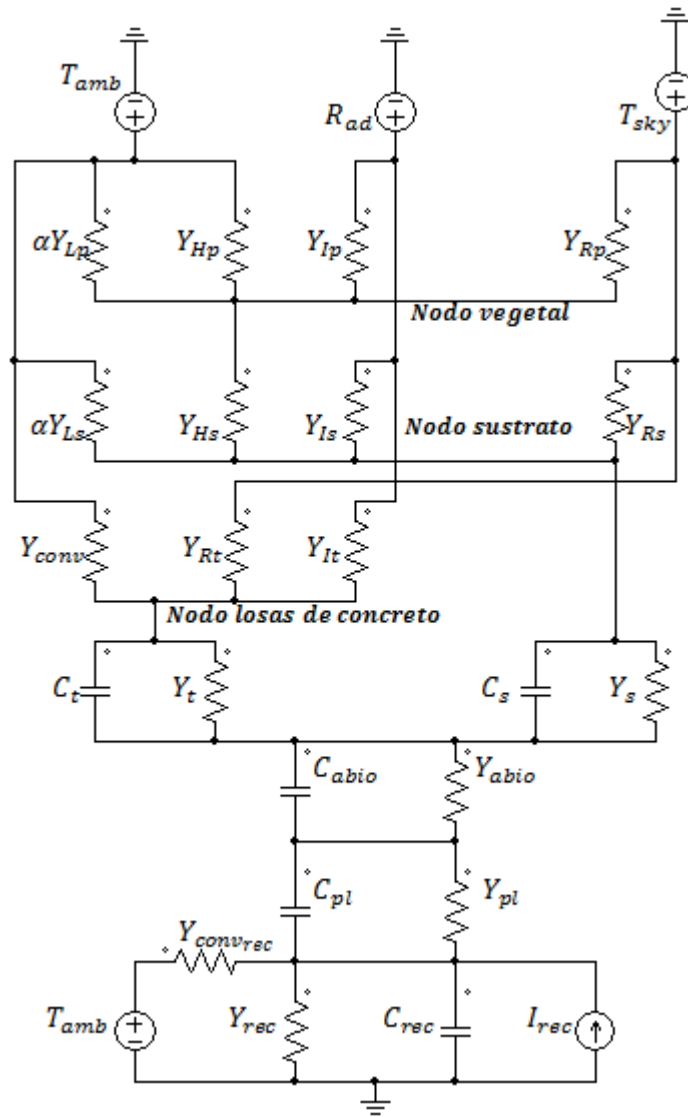
$$A(1 - \rho_g)(1 - \sigma_f(1 - \tau_s)) [m^2] \quad (7)$$

$Y_{It}$  Admitancia debida a la corriente  $I_t$

$$A_{desc} (1 - \rho_t) [m^2] \quad (8)$$

Las consideraciones anteriormente expuestas al circuito propuesto en el trabajo de grado [11], se pueden apreciar en el modelo de la Figura 4.

Figura 4. Modelo de circuito RC con los ajustes considerados para la primera adaptación



El modelo de la Figura 4, es objeto de simplificación y modelado en el espacio de estados (ver Anexo B). Una vez sintonizadas las matrices A y B, se hallan los parámetros que conforman el circuito simplificado obtenido a partir de la Figura 4. Con estos parámetros, se busca simular el comportamiento del techo sin cubierta vegetal.

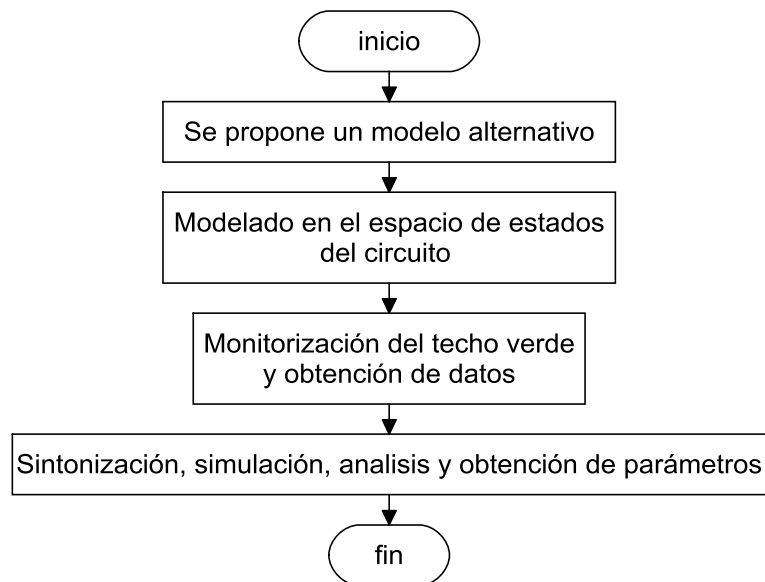
Se plantea el sistema para el techo sin cubierta vegetal, ignorando los valores de los parámetros (sustrato, plantas, capas abióticas y losas de concreto) característicos del techo verde, empleando los parámetros correspondientes al recinto y la placa de concreto, se simula este sistema, obteniendo como respuesta valores que no corresponden con la

temperatura esperada en el recinto y la placa. Por tanto se concluye que el circuito propuesto tiene falencias significativas y se propone el circuito alternativo de la Figura 6.

## 2.2 MODELO ALTERNATIVO PROPUESTO

El diagrama de la Figura 5 muestra la metodología utilizada en el proceso de sintonización del modelo alternativo propuesto.

**Figura 5. Diagrama de flujo para el análisis del modelo alternativo propuesto**

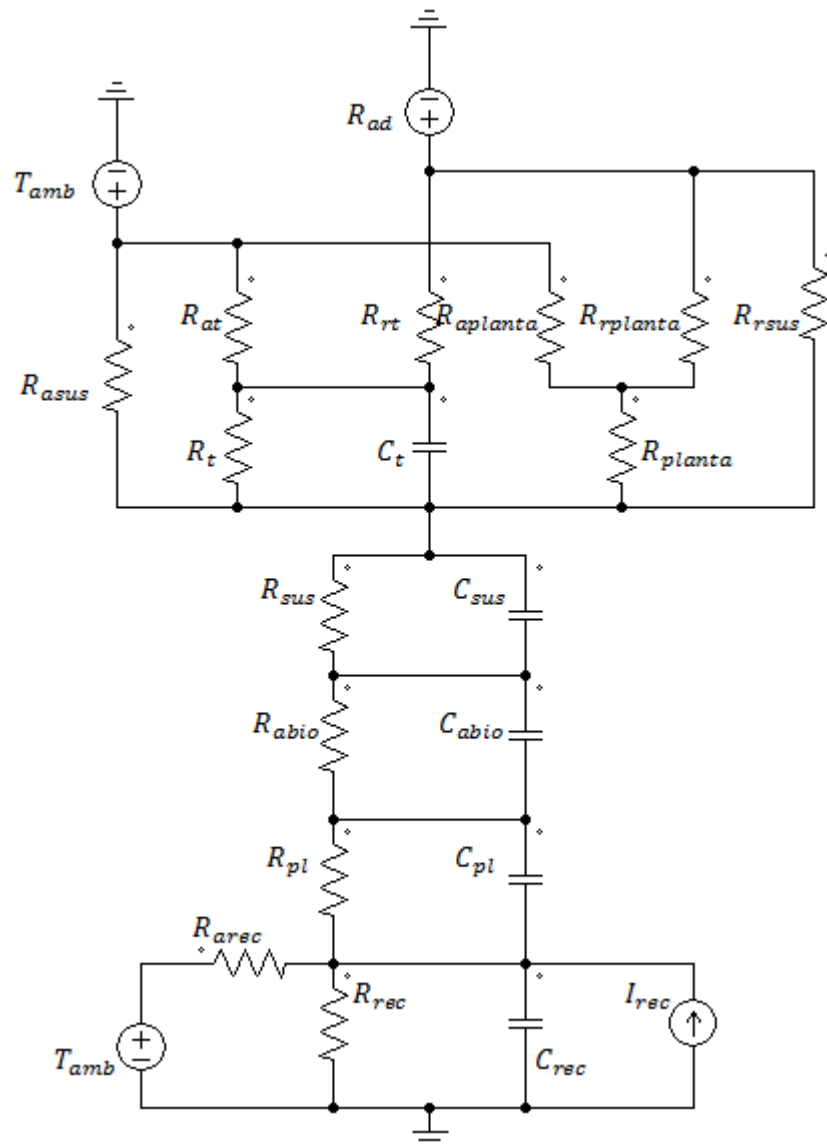


En el paso uno, se propone el circuito alternativo, el cual está basado en la disposición física de las capas que forman el techo verde. Este modelo considera las adaptaciones mencionadas para el recinto (sección 2.1).

Este modelo, representa físicamente la posición y secuencia de las capas, siendo el recinto el sitio inferior a partir del cual, ascendentemente se sitúan las demás incorporándolas en el siguiente orden: Placa de concreto, capas abióticas, sustrato y paralelamente plantas junto a las losas de concreto.

Los elementos circuitales propuestos en este modelo, constan de elementos pasivos como resistencias y capacitores, aplicando así los principios de la analogía termoeléctrica (Anexo A). Tales elementos se relacionan en cada una de las capas de la cubierta vegetal, indicando el comportamiento térmico de cada una de ellas (ver Figura 6).

**Figura 6. Modelo circuital alternativo propuesto**



En el paso dos, se plantean las ecuaciones diferenciales para las temperaturas o tensiones en cada uno de los nodos y se propone la ecuación diferencial de estado, a partir de ésta, se estiman las expresiones de los elementos que conforman las matrices A y B.

En el paso tres, se obtienen medidas experimentales en el techo verde, las temperaturas en los distintos nodos de la cubierta vegetal se estiman como las salidas del sistema; la radiación solar directa, la temperatura ambiente y el flujo de calor en el recinto componen las entradas del sistema.

En el paso cuatro, se tiene como punto de partida los valores sintonizados de las matrices A y B obtenidas del modelo anterior. Con estos valores se pretende despejar los parámetros que conforman el circuito y simular las respuestas obtenidas.

Del circuito de la Figura 6, se definen los nuevos elementos considerados como:

- $R_{rec}$  Disipación de calor en el recinto.
- $R_{arec}$  Disipación de calor en el recinto debido a la temperatura ambiente.
- $R_{pl}$  Disipación de calor en la placa.
- $R_{abio}$  Disipación de calor en las capas abióticas.
- $R_{sus}$  Disipación de calor en el sustrato.
- $C_{sus}$  Capacitancia térmica por conducción del sustrato.
- $R_t$  Disipación de calor en las losas de concreto.
- $R_{at}$  Disipación de calor en las losas de concreto debido a la temperatura ambiente.
- $R_{rt}$  Disipación de calor en las losas de concreto debido a la radiación solar directa.
- $R_{asus}$  Disipación de calor en el sustrato debido a la temperatura ambiente.
- $R_{rsus}$  Disipación de calor en el sustrato debido a la radiación solar directa.
- $R_p$  Disipación de calor en las plantas.
- $R_{ap}$  Disipación de calor en las plantas debido a la temperatura ambiente.
- $R_{rp}$  Disipación de calor en las plantas debido a la radiación solar directa.

Los valores de las resistencias  $R_p$   $R_{ap}$   $R_{rp}$  se consideraron muy grandes, puesto que la disipación de calor que realizan las plantas es elevada se estimó que el comportamiento de las resistencias es abrir el circuito.

### 2.3 MODELADO EN EL ESPACIO DE ESTADOS

El modelado de sistemas puede efectuarse con distintos métodos; realizando la descripción mediante la función de transferencia, método que presenta limitaciones como el no proporcionar información sobre la estructura física del sistema, es válida solamente para

sistemas lineales invariantes en el tiempo con una única entrada y salida (SISO), además de requerir que las condiciones iniciales del sistema sean nulas; requisitos que los sistemas reales difícilmente cumplen [25].

Otro método que es utilizado en sistemas más complejos es la representación en el espacio de estados, esta técnica es aplicable a sistemas lineales y no lineales, permite analizar sistemas variantes e invariantes en el tiempo que posean más de una entrada y salida (MIMO), donde las condiciones iniciales pueden ser diferentes de cero. Este tipo de análisis proporciona información más detallada y sencilla del sistema.

El sistema en estudio es un sistema con entradas variables como lo son la radiación y las temperaturas en diferentes capas del techo verde, para lo cual un enfoque en el espacio de estados es el indicado para este estudio. Con la representación en el espacio de estados se puede conocer y controlar en cierta medida la dinámica interna del sistema y su respuesta.

Para la realización del modelo en el espacio de estados, es necesario declarar el vector de estados  $x = [V1; V2; V3; V4; V5]$ , donde los valores que lo forman corresponden a temperaturas en distintas partes del techo como se muestra en la Figura 7. Las ecuaciones planteadas a partir de este circuito son:

$$V_1 \left( \frac{1}{R_{rec}} + \frac{1}{R_{pl}} + \frac{1}{R_{arec}} \right) - \frac{V_2}{R_{pl}} + \dot{V}_1 (C_{rec} + C_{pl}) - \dot{V}_2 C_{pl} - \frac{T_{amb}}{R_{arec}} - I_{rec} = 0 \quad (9)$$

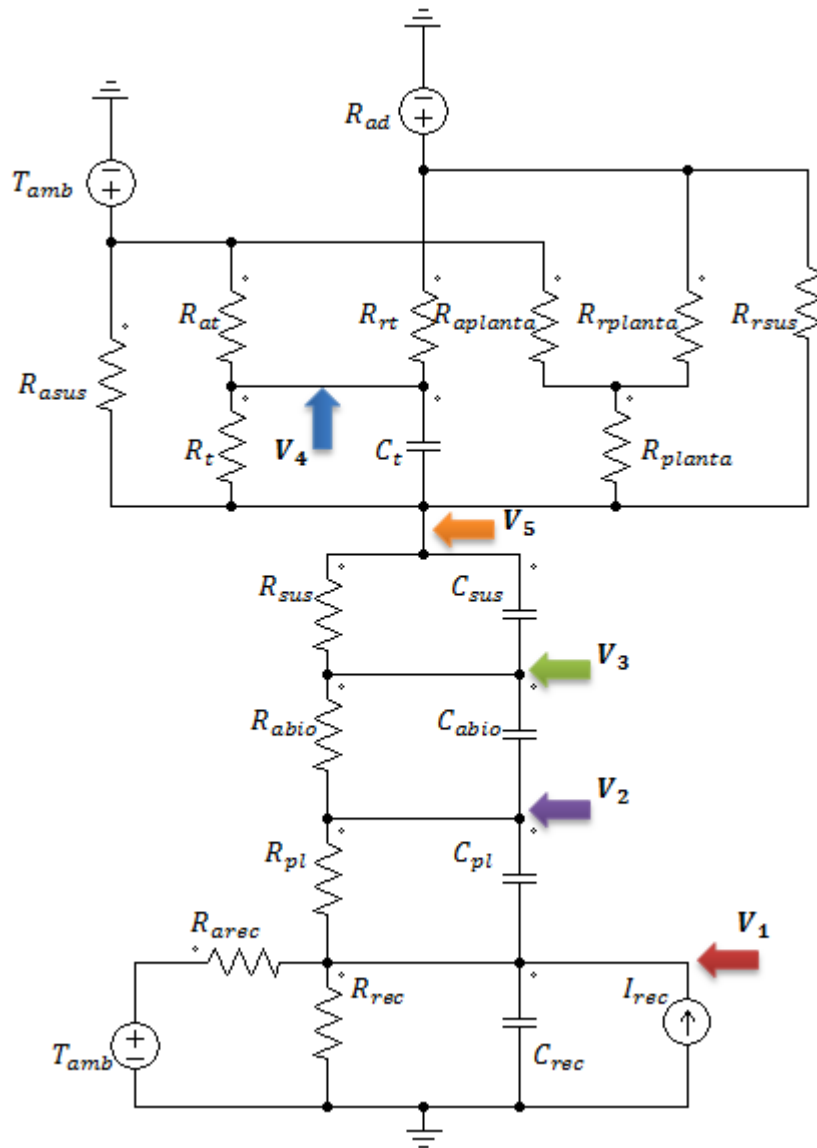
$$-\frac{V_1}{R_{pl}} + V_2 \left( \frac{1}{R_{abio}} + \frac{1}{R_{pl}} \right) - \frac{V_3}{R_{abio}} - \dot{V}_1 C_{pl} + \dot{V}_2 (C_{abio} + C_{pl}) - \dot{V}_3 C_{abio} = 0 \quad (10)$$

$$-\frac{V_2}{R_{abio}} + V_3 \left( \frac{1}{R_{abio}} + \frac{1}{R_{sus}} \right) - \frac{V_5}{R_{sus}} - \dot{V}_2 C_{abio} + \dot{V}_3 (C_{abio} + C_{sus}) - \dot{V}_5 C_{sus} = 0 \quad (11)$$

$$-\frac{V_3}{R_{sus}} + V_5 \left( \frac{1}{R_{sus}} + \frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_{asus}} + \frac{1}{R_{rsus}} \right) - \frac{V_4}{R_t} - \dot{V}_3 C_{sus} - \dot{V}_4 C_t + \dot{V}_5 (C_{sus} + C_t) - \frac{T_{amb}}{R_{asus}} - \frac{R_{ad}}{R_{rsus}} = 0 \quad (12)$$

$$-\frac{V_5}{R_t} + V_4 \left( \frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_{at}} + \frac{1}{R_{rt}} \right) - \dot{V}_4 C_t - \dot{V}_5 C_t - \frac{T_{amb}}{R_{at}} - \frac{R_{ad}}{R_{rt}} = 0 \quad (13)$$

Figura 7. Nodos especificados para el planteamiento del espacio de estados



Al resolver el sistema de ecuaciones mencionado anteriormente se plantea el modelo en el espacio de estados.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{V}_4 \\ \dot{V}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} \\ B_{51} & B_{52} & B_{53} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{amb} \\ R_{ad} \\ I_{rec} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{amb} \\ R_{ad} \\ I_{rec} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Donde los elementos de las matrices A y B son:

$$A_{11} = \left[ \left( \frac{1}{R_{rec}} + \frac{1}{R_{arec}} + \frac{1}{R_{pl}} \right) \frac{C_{pl} - C_{rec}}{C_{rec}(C_{rec} + C_{pl})} \right] \quad (16)$$

$$A_{12} = \frac{2}{R_{pl}(C_{rec} + C_{pl})} \quad (17)$$

$$A_{13} = A_{23} = 0 \quad (18)$$

$$A_{14} = \left( \frac{1}{R_{at}} + \frac{1}{R_{rt}} \right) \left( \frac{1}{C_{rec}} \right) \quad (19)$$

$$A_{15} = \left( \frac{1}{R_{asus}} + \frac{1}{R_{rsus}} \right) \left( \frac{1}{C_{rec}} \right) \quad (20)$$

$$A_{21} = A_{31} = A_{41} = A_{51} = \frac{1}{C_{rec}} \left( \frac{1}{R_{rec}} + \frac{1}{R_{arec}} + \frac{1}{R_{pl}} \right) - \frac{C_{rec} + C_{pl}}{R_{pl} C_{pl} C_{rec}} \quad (21)$$

$$A_{22} = \frac{C_{rec} + C_{pl}}{R_{pl} C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{rec} R_{pl}} \quad (22)$$

$$A_{24} = \left( \frac{1}{R_{at}} + \frac{1}{R_{rt}} \right) \frac{C_{rec} + C_{pl}}{C_{pl} C_{rec}} \quad (23)$$

$$A_{25} = \left( \frac{1}{R_{asus}} + \frac{1}{R_{rsus}} \right) \frac{C_{rec} + C_{pl}}{C_{pl} C_{rec}} \quad (24)$$

$$A_{32} = A_{42} = A_{52} = \frac{C_{rec} + C_{pl}}{R_{pl} C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{rec} R_{pl}} + \frac{1}{C_{abio} R_{abio}} \quad (25)$$

$$A_{33} = -\frac{1}{C_{abio} R_{abio}} \quad (26)$$

$$A_{34} = \left( \frac{1}{R_{at}} + \frac{1}{R_{rt}} \right) \left( \frac{C_{rec} + C_{pl}}{C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{abio}} \right) \quad (27)$$

$$A_{35} = \left( \frac{1}{R_{asus}} + \frac{1}{R_{rsus}} \right) \left( \frac{C_{rec} + C_{pl}}{C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{abio}} \right) \quad (28)$$

$$A_{43} = A_{53} = \frac{1}{R_{sus} C_{sus}} - \frac{1}{C_{abio} R_{abio}} \quad (29)$$

$$A_{44} = \left( \frac{1}{R_{at}} + \frac{1}{R_{rt}} \right) \left( \frac{C_{rec} + C_{pl}}{C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{sus}} - \frac{1}{C_t} - \frac{1}{C_{abio}} \right) - \frac{1}{C_t R_t} \quad (30)$$

$$A_{45} = \left( \frac{1}{R_{asus}} + \frac{1}{R_{rsus}} \right) \left( \frac{C_{rec} + C_{pl}}{C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{sus}} - \frac{1}{C_{abio}} \right) - \frac{1}{R_{rsus} C_{sus}} + \frac{1}{R_t C_t} \quad (31)$$

$$A_{54} = \left( \frac{1}{R_{at}} + \frac{1}{R_{rt}} \right) \left( \frac{C_{rec} + C_{pl}}{C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{sus}} - \frac{1}{C_{abio}} \right) \quad (32)$$

$$A_{55} = \left( \frac{1}{R_{asus}} + \frac{1}{R_{rsus}} \right) \left( \frac{C_{rec} + C_{pl}}{C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{sus}} - \frac{1}{C_{abio}} \right) - \frac{1}{R_{rsus} C_{sus}} \quad (33)$$

$$B_{11} = \frac{C_{rec} - C_{pl}}{C_{rec} R_{arec} (C_{rec} + C_{pl})} + \left( \frac{1}{R_{asus}} + \frac{1}{R_{at}} \right) \frac{1}{C_{rec}} \quad (34)$$

$$B_{12} = - \left( \frac{1}{R_{rsus}} + \frac{1}{R_{rt}} \right) \frac{1}{C_{rec}} \quad (35)$$

$$B_{13} = \frac{C_{rec} - 1}{C_{rec} (C_{rec} + C_{pl})} \quad (36)$$

$$B_{21} = - \left( \frac{1}{C_{rec} R_{arec}} + \left( \frac{1}{R_{asus}} + \frac{1}{R_{at}} \right) \frac{(C_{rec} + C_{pl})}{C_{pl} C_{rec}} \right) \quad (37)$$

$$B_{22} = - \left( \frac{1}{R_{rsus}} + \frac{1}{R_{rt}} \right) \frac{(C_{rec} + C_{pl})}{C_{pl} C_{rec}} \quad (38)$$

$$B_{23} = B_{33} = B_{43} = B_{53} = - \frac{1}{C_{pl} C_{rec}} \quad (39)$$

$$B_{31} = - \left( \frac{1}{C_{rec} R_{arec}} + \left( \frac{1}{R_{asus}} + \frac{1}{R_{at}} \right) \left( \frac{(C_{rec} + C_{pl})}{C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{abio}} \right) \right) \quad (40)$$

$$B_{32} = - \left( \frac{1}{R_{rsus}} + \frac{1}{R_{rt}} \right) \left( \frac{(C_{rec} + C_{pl})}{C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{abio}} \right) \quad (41)$$

$$B_{41} = -\left(\frac{1}{C_{rec}R_{arec}} + \left(\frac{1}{R_{asus}} + \frac{1}{R_{at}}\right)\left(\frac{(C_{rec} + C_{pl})}{C_{pl} C_{rec}} + \frac{1}{C_{sus}} - \frac{1}{C_{abio}}\right) - \frac{1}{R_{at}C_t}\right) \quad (42)$$

$$B_{42} = -\left(\left(\frac{1}{R_{rsus}} + \frac{1}{R_{rt}}\right)\left(\frac{(C_{rec} + C_{pl})}{C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{abio}} + \frac{1}{C_{sus}}\right) - \frac{1}{R_{rt}C_t}\right) \quad (43)$$

$$B_{51} = -\left(\frac{1}{C_{rec}R_{arec}} + \left(\frac{1}{R_{asus}} + \frac{1}{R_{at}}\right)\left(\frac{(C_{rec} + C_{pl})}{C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{abio}} + \frac{1}{C_{sus}}\right)\right) \quad (44)$$

$$B_{52} = -\left(\frac{1}{R_{rsus}} + \frac{1}{R_{rt}}\right)\left(\frac{(C_{rec} + C_{pl})}{C_{pl} C_{rec}} - \frac{1}{C_{abio}} + \frac{1}{C_{sus}}\right) \quad (45)$$

### 3 MEDICIONES EXPERIMENTALES

Para la sintonización del modelo en el espacio de estados se requirió la obtención de medidas en cada uno de los nodos del circuito de la Figura 8. Estas corresponden a temperaturas en diferentes capas que conforman el techo verde, además de medidas de radiación solar. La medición fue realizada en distintas horas del día y en diferentes condiciones de soleamiento, a un periodo de muestreo de 1 minuto.

También se consideraron mediciones de radiación solar y temperatura obtenidas por la estación meteorológica de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander las cuales son registradas cada diez minutos. Para realizar la medición se consideró un lugar en la cubierta vegetal que coincidiera con el aula 402 con el fin de estimar las muestras con las menores perturbaciones posibles. El sitio escogido no cuenta con interferencias de sombra alguna a lo largo del día (ver Figura 8 - 9).

**Figura 8. Techo verde Edificio de Ingeniería Eléctrica UIS**



**Figura 9. Interior del recinto 402 del Edificio de Ingeniería Eléctrica UIS**



**Figura 10. Punto de medición e instalación del sensor en la capa abiótica**



**Figura 11. Medidores instalados**



Las medidas recolectadas describen las temperaturas en diferentes capas de la cubierta vegetal “sustrato, capa abiótica, losas de concreto”, la temperatura del recinto, radiación sobre la capa vegetal; y las medidas de temperatura ambiente y radiación solar fueron suministradas por la estación meteorológica.

Para la instalación de los sensores de contacto se utilizaron dos termocuplas tipo K de las cuales una se instaló para medir la temperatura del sustrato con una profundidad de 3 cm; y la otra se instaló en las capas abióticas para lo cual se realizó una excavación como se muestra en las Figuras 10 y 11.

### 3.1 EQUIPOS DE MEDIDA UTILIZADOS EN LA ADQUISICIÓN DE DATOS

La toma de muestras se realizó con instrumentos de medida suministrados por la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander, para tal medición se contó con un equipo que consta de:

- Termo higrómetro FLUKE 971
- Termómetro termocupla FLUKE 52 II
- Termómetro infrarrojo y de contacto FLUKE 561
- Medidor de radiación solar AMPROBE Solar-100

#### ***Termómetro infrarrojo y de contacto FLUKE 561***

Las medidas de temperatura realizadas con este instrumento se hicieron con la función de infrarrojo (IR).

Algunas de las características que posee este equipo para la medición de temperatura (IR) importantes de resaltar son:

- Posee un rango de temperaturas de  $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $550\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Exactitud  $> 0^{\circ}\text{C}$ ;  $\pm 1\%$  ó  $\pm 1,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , lo que sea mayor
- Distancia: Punto 90% de energía 12:1
- Enfoque laser: salida  $< 1\text{ mW}$  clase II, longitud de onda 630 a 670 nm
- Emisividad: LO (Baja), MED (media), HI (alta).
- Humedad relativa: Del 10% al 90% de HR, sin condensación hasta  $30^{\circ}\text{C}$

#### ***Termómetro termocupla FLUKE 52 II***

Este instrumento de medición cuenta con dos entradas de termocuplas tipo K que pueden ser utilizadas simultáneamente, algunas de las características que cabe resaltar son:

- Rango de medición *Tipo K*:  $-200^{\circ}\text{C}$  a  $+1372\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $-328^{\circ}\text{F}$  a  $+2501\text{ }^{\circ}\text{F}$ )
- Resolución de la pantalla:  $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}/^{\circ}\text{F}/\text{K}$   $< 1000^{\circ}$ ;  $1\text{ }^{\circ}\text{C}/^{\circ}\text{F}/\text{K}$   $\geq 1000^{\circ}$
- Exactitud de la medición  $\pm[0,05\%$  de la lectura  $+ 0,3\text{ }^{\circ}\text{C}]$
- Tensión diferencial máxima de modo común: 1 V (diferencia de tensión máxima entre T1 y T2).
- Normas aplicables: NIST-175

En la figura 12 se muestran los instrumentos utilizados para la medición.

**Figura 12. Instrumentos de medición utilizados**



### 3.2 RESULTADOS OBTENIDOS

Las distintas medidas de temperatura y radiación se realizaron en el mes de junio de 2014, época previa al fenómeno del niño en la cual se presenta sequía, altas temperaturas, escasas precipitaciones e intensa formación de nubes; además algunos de los días en los que se realizó la medición coinciden con el inicio del solsticio de verano<sup>1</sup>. Las muestras fueron obtenidas en las diferentes condiciones de soleamiento (nubado, parcialmente nubado y soleado).

Las condiciones de soleamiento en estudio se diagnosticaron con base en lo observado durante el tiempo de la medición, condición que influye directamente en el nivel de radiación registrado. En la Figura (13,14) se observan las medidas de radiación solar en diferentes días durante la misma hora, estas mediciones se realizaron con el mismo periodo de muestreo con el fin de dar mayor validez a las apreciaciones mostradas.

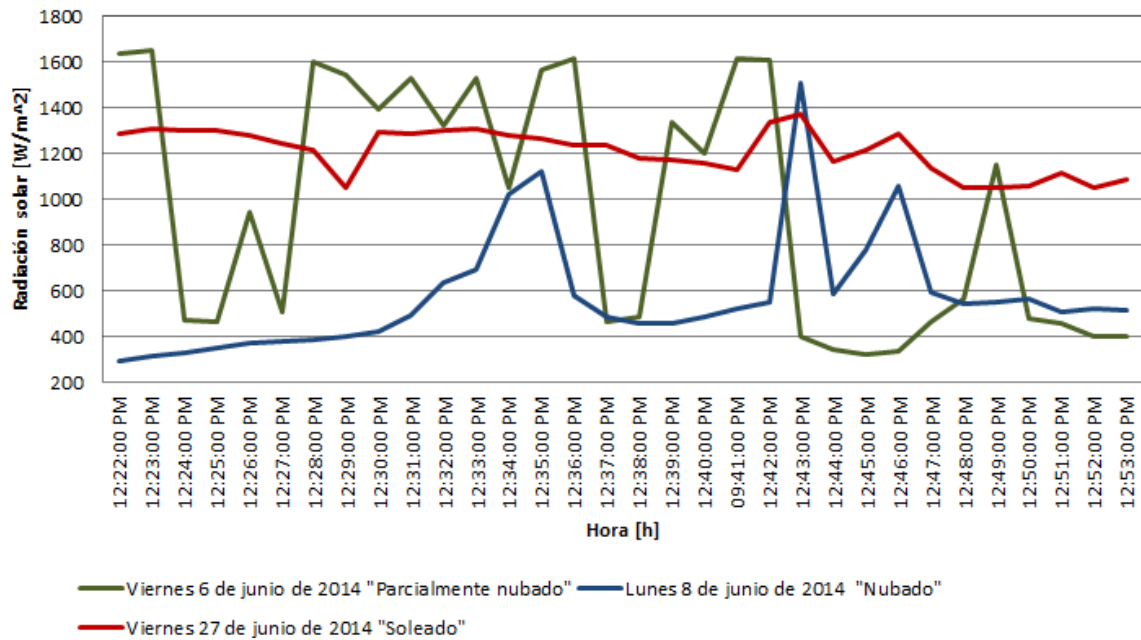
---

<sup>1</sup> Solsticio de verano: ocurre el 21 de junio cuando el semieje del planeta está más inclinado hacia el sol, la inclinación máxima del planeta es (23° 26').

**3.2.1 Radiación solar directa.** La radiación solar  $R_{ad}$  es la radiación solar directa medida en la superficie del techo verde, ésta es una medida obtenida en el punto de medición mostrado en la (Figura 10, 11) que corresponde a la cubierta vegetal del recinto 402 del Edificio de Ingeniería Eléctrica UIS, esta medida es considerada una entrada del sistema por lo cual es imprescindible en la sintonización y validación del modelo.

En la Figura 13 se aprecia una comparación para la  $R_{ad}$  en diferentes condiciones de soleamiento en horas del medio día; a continuación se detalla el comportamiento de la  $R_{ad}$  para las diferentes condiciones de soleamiento registradas.

**Figura 13. Radiación solar directa  $R_{ad}$  para las diferentes condiciones de soleamiento**



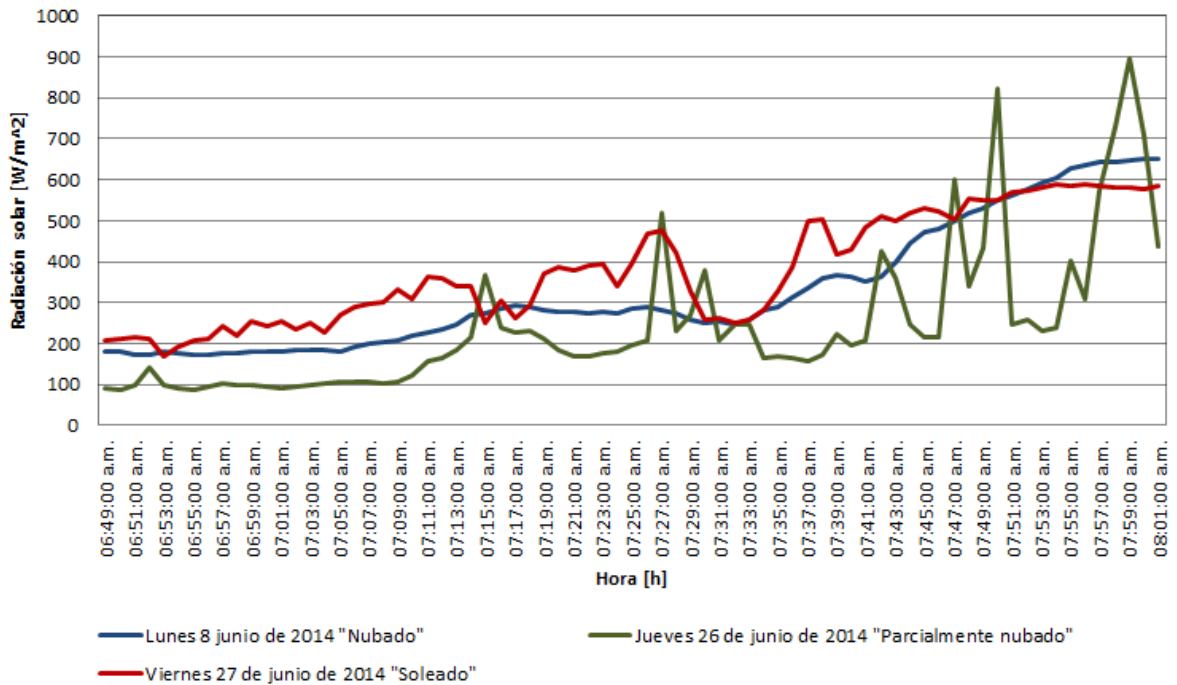
Cuando se tiene condición soleada el incremento de la radiación se aumenta o mantiene constantemente, es decir no presenta casi intermitencias o disminuciones y tiende a ser siempre creciente.

Cuando se tiene condición parcialmente nubada el comportamiento es intermitente puesto que las nubes absorben cierto porcentaje de radiación y reflejan otro, los huecos o disminuciones se presentan cada vez que la presencia consistente de alguna nube interfiere.

En condición nubada se presentan constantemente nubes en la zona de medida, por lo cual la radiación tiende a incrementarse pero en un rango pequeño, y dependiendo de la consistencia de las nubes presentes oscila de forma creciente o decreciente (presentando picos o depresiones significativas) al transcurrir el tiempo.

En la Figura 14 se aprecia un paralelo de radiación solar  $R_{ad}$  en diferentes condiciones de soleamiento en horas de la mañana; se estima un comportamiento similar al registrado en la Figura 13.

**Figura 14. Radiación solar directa  $R_{ad}$  en distintas condiciones de soleamiento en horas de la mañana**



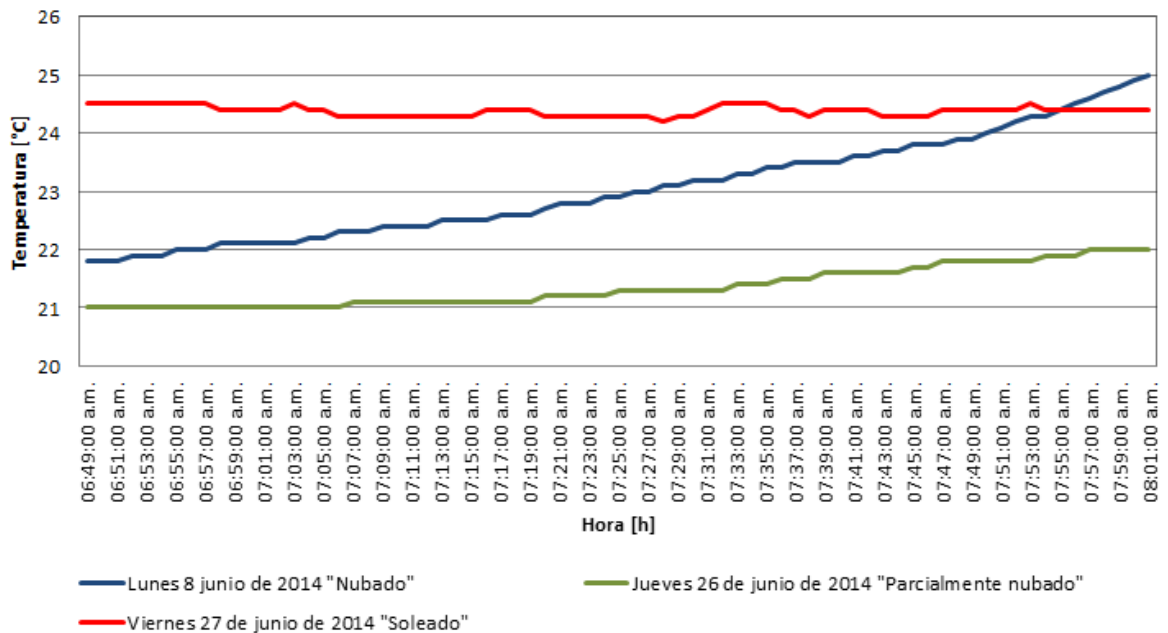
Cuando se tiene condición soleada el incremento es significativo y las disminuciones que se presentan en su mayoría no son tan considerables, y estas dependen principalmente de la presencia aleatoria de nubes.

Cuando se tiene condición parcialmente nubada el comportamiento es intermitente en el que las disminuciones y los picos observados se presentan cada vez que la presencia de una nube densa interfiere.

En condición nubada la presencia densa de nubes a pesar de que la radiación tiende a aumentar esta condición hace que el incremento sea moderado y sin depresiones o picos.

**3.2.2 Sustrato.** La capacidad del sustrato de almacenar energía en forma de calor hace que el incremento de temperatura experimentado en el sustrato no sea el reflejo inmediato del comportamiento de la radiación solar a la que es expuesto; razón por la que se puede observar un comportamiento más continuo, es decir sin picos ni depresiones significativas (ver Figura 15).

**Figura 15. Paralelo de temperatura en el sustrato en las distintas condiciones de soleamiento**

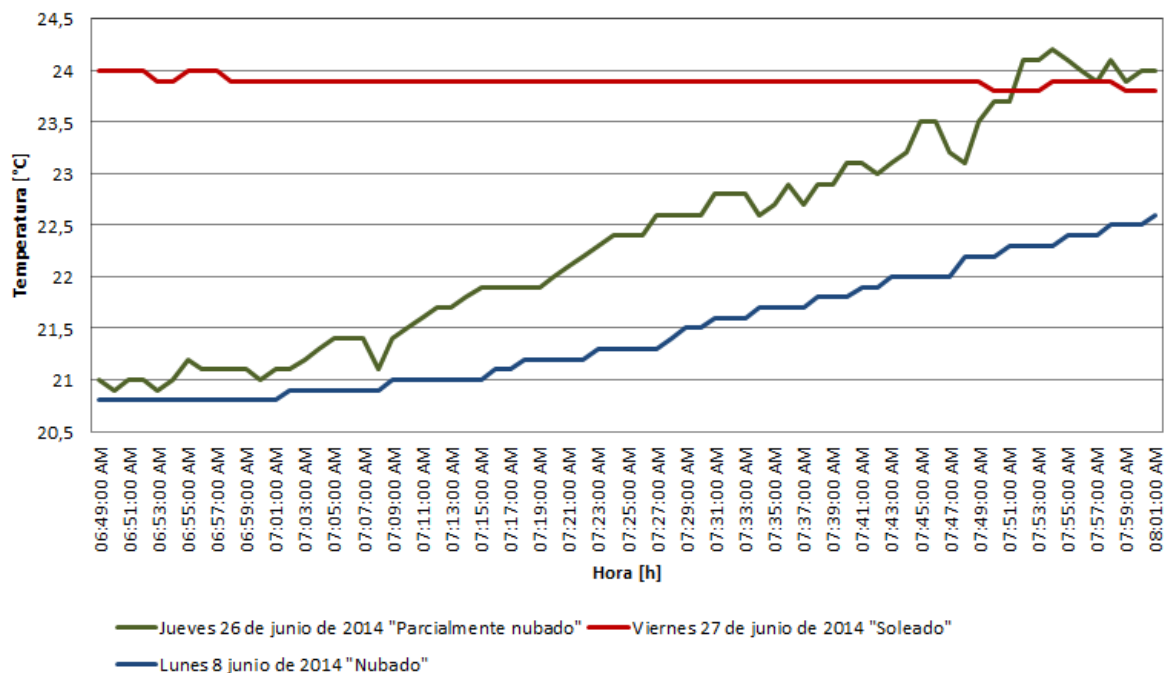


**3.2.3 Capas abióticas.** El comportamiento de las capas abióticas ante los factores que inciden en la temperatura del techo verde es algo particular, puesto que los cambios de temperatura que experimentan estas capas son más lentos.

Al tener condición soleada el incremento de la radiación solar directa tiende a mantenerse constante, por lo cual se observa que una vez alcanzado un valor de temperatura en las capas abióticas este tiende a mantenerse constante teniendo cambios pequeños en lapsos de tiempo considerablemente largos (ver Figura 16).

En las condiciones de soleamiento nubado y parcialmente nubado se observa que al presentarse cambios más notorios en la radiación solar y la temperatura del ambiente (aumentos o depresiones), factores que tienen gran influencia en el comportamiento térmico de la cubierta vegetal; la respuesta térmica de las capas abióticas es consecuente con aquellos factores pero hay que tener en cuenta que esta presenta un tipo de retardo; es decir si en un momento dado la radiación solar incidente en el techo y la temperatura ambiente aumenta, este incremento se hará notorio en las capas abióticas un lapso de tiempo después de haber ocurrido dicho suceso (ver Figura 16).

**Figura 16. Paralelo de temperatura en las capas abióticas en las distintas condiciones de soleamiento**



**3.2.4 Recinto.** Las medidas de temperatura obtenidas en el recinto se registraron en un ambiente totalmente cerrado (puertas y ventanas), además de no contar con la presencia

considerable de personas (1 persona encargada de tomar las medidas) y cabe resaltar que no se contó con generación de calor por equipos electrónicos.

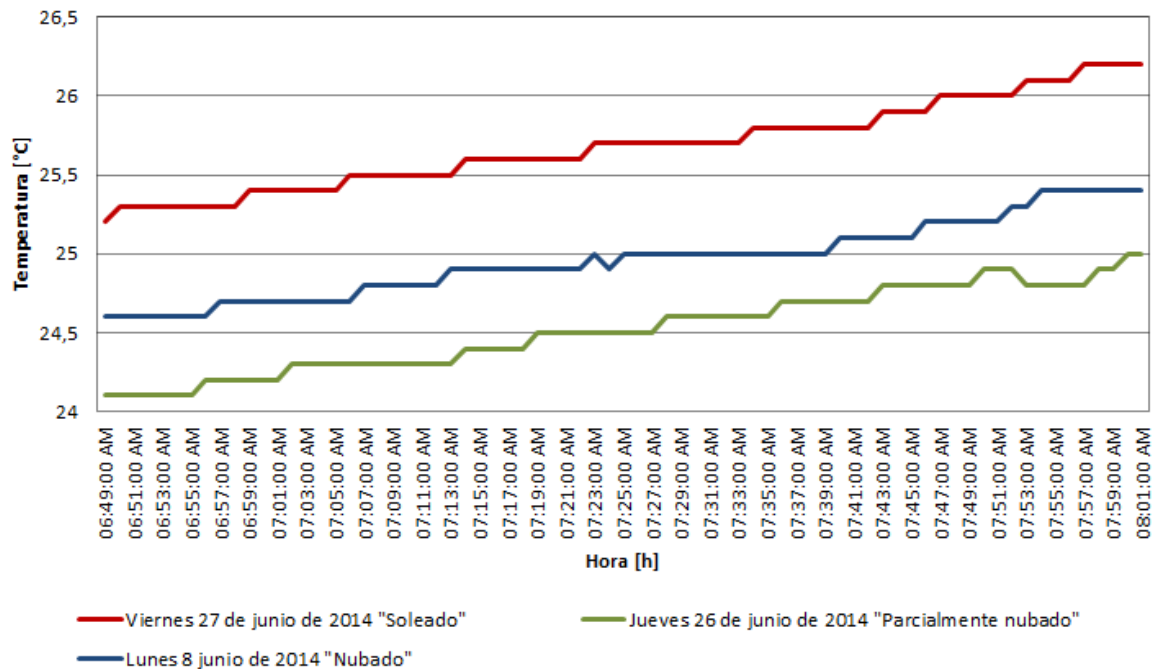
En la Figura 17 se puede apreciar el comportamiento de la temperatura en el recinto 402 del Edificio de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones para distintas condiciones de soleamiento en iguales horas del día.

El recinto al no ser expuesto a ningún tipo de ventilación o refrigeración natural, hace que la temperatura de este al iniciar el día registrara valores mayores a los de la temperatura ambiente. Estos valores son el punto de partida para el incremento de temperatura durante el día.

A medida que transcurre el día la temperatura aumenta con la misma naturaleza para las tres condiciones de soleamiento. Los cambios registrados muestran un rango de aumento o disminución de la temperatura corto en un tiempo considerablemente largo.

Las figuras de las mediciones realizadas se pueden apreciar con más detalle en el Anexo D; las cuales están organizadas según la condición de soleamiento.

**Figura 17. Paralelo de temperatura en el recinto 402 en distintas condiciones de soleamiento**



## 4 SINTONIZACIÓN DEL MODELO EN EL ESPACIO DE ESTADOS

La sintonización del modelo en el espacio de estados requiere el cálculo de parámetros del circuito RC a validar. Para este cálculo es necesario el conocimiento de constantes y características físicas del techo verde como áreas, grosores de las capas, etc.

Una vez calculados los parámetros del circuito, es posible determinar los valores de los elementos de las matrices A y B, los cuales son objeto de optimización.

### 4.1 PARÁMETROS INICIALES

Para la sintonización del modelo inicial en el espacio de estados se determinaron los parámetros que conforman el circuito de la Figura 4, con el fin de acelerar el proceso de optimización. Estos parámetros están asociados con los elementos de las matrices A y B del Anexo B. En la Tabla 3 se tienen algunos de los valores tipo para calcular dichos parámetros, facilitados en el trabajo de grado [11].

**Tabla 3. Valores utilizados en la estimación de parámetros del modelo.**

| Conjunto   | Subconjunto          | Parámetro                                 | Valor tipo | Unidades    |
|--|----------------------|---|------------|-------------|
| General  | Áreas                | Área total                                | 110        | $m^2$       |
|  |                      | Cobertura vegetal fraccionada             | 0,7        | -           |
|  |                      | Índice de área foliar                     | 3          | -           |
|  |                      | Área vegetal                              | 70         | $m^2$       |
|  |                      | Área sustrato                             | 30         | $m^2$       |
|  |                      | Área tabletas de concreto                 | 10         | $m^2$       |
|  | Temperaturas         | Temperatura ambiente (prom)               | 22         | $^{\circ}C$ |
|  | Radiación Solar      | Incidencia solar (máx)                    | 1353       | $W/m^2$     |
|  | Velocidad del viento | Velocidad del viento                      | 1          | $m/s$       |
|  | Contenido de humedad | Contenido volumétrico de agua en el suelo | 0,2        | -           |
| Contenido volumétrico de agua en el suelo saturado |                      | 0,5                                       | -          |             |

**Tabla 3. Continuación**

| Conjunto          | Subconjunto          | Parámetro  | Valor tipo | Unidades      |
|-------------------|----------------------|--|------------|---------------|
| General           | Grosos de las capas  | Sustrato   | 0,1        | m             |
|                   |                      | Abióticas  | 0,05       | m             |
|                   |                      | Placa  | 0,40       | m             |
|                   |                      | Tabletas de concreto   | 0,07       | m             |
|                   | Perfiles de viento   | Altura de las plantas  | 0,1        | m             |
|                   |                      | Altura de desplazamiento   | 0,0742     | m             |
|                   |                      | Altura de referencia   | 1          | m             |
|                   |                      | Longitud de rugosidad  | 0,0131     | m             |
| Nodos             | Vegetación           | Transmitancia  | 0,15       | -             |
|                   |                      | Reflectancia   | 0,37       | -             |
|                   |                      | Emisividad   | 0,98       | -             |
|                   | Sustrato             | Reflectancia   | 0,34       | -             |
|                   |                      | Emisividad   | 0,95       | -             |
|                   | Tabletas de concreto | Reflectancia   | 0,2        | -             |
| Emisividad        |                      | 0,54   | -          |               |
| Admitancias       | Conducción           | Conductividad térmica del sustrato   | 2,1        | $W/(m * K)$   |
|                   |                      | Conductividad térmica de las capas abióticas   | 0,029      | $W/(m * K)$   |
|                   |                      | Conductividad térmica del concreto   | 1,4        | $W/(m * K)$   |
|                   | Convección           | Coeficiente de convección  | 25         | $W/(m^2 * K)$ |
|                   | Calor sensible       | Resistencia aerodinámica a la transferencia de calor sensible  | 152,43     | s/m           |
|                   |                      | Resistencia a la transferencia de calor sensible entre la superficie del sustrato y el aire entre las hojas de la vegetación | 112,88     | s/m           |
|                   | Calor latente        | Resistencia estomática a la transferencia de vapor de agua   | 1,772      | s/m           |
|                   |                      | Resistencia estomática mínima  | 1          | s/m           |
|                   |                      | Resistencia a la transferencia de vapor del sustrato   | 1,67       | s/m           |
|                   | Capacitancias        | Capacidades caloríficas específicas  | Agua       | 4186,8        |
| Sustrato          |                      |  | 2.761.440  | $J/(m^3 * K)$ |
| Concreto          |                      |  | 1.464.400  | $J/(m^3 * K)$ |
| Aire              |                      |  | 1.213,36   | $J/(m^3 * K)$ |
| Capa drenaje      |                      |  | 376,812    | $J/(m^3 * K)$ |
| Capa antirraíz    |                      |  | 41,84      | $J/(m^3 * K)$ |
| Impermeabilizante |                      |  | 41,84      | $J/(m^3 * K)$ |

Fuente: Balaguera N. and Hernandez F., "Consideraciones para el planteamiento del problema de optimización del aislamiento de la radiación solar a partir del recubierto vegetal de la envolvente de viviendas de interés social," *Trab. grado en Ing. Eléctrica UIS*, pp. 1–111, 2013. Modificado por autores.

Algunos de los valores necesarios para determinar los parámetros del circuito RC no se especificaron en la Figura 7 por lo cual se utilizaron valores típicos mostrados en la Tabla 4.

**Tabla 4. Valores típicos utilizados para determinar los parámetros del circuito**

| Parámetro                                      | Valor tipo   | Unidades             |
|--|--------------|----------------------|
| Conductividad de la pared                      | 1,047        | $W/(m * ^\circ C)$   |
| Coefficiente de convección del vidrio          | 5,8          | $W/(m^2 * ^\circ C)$ |
| Capacidad calorífica específica de la pared    | 1.673.600,00 | $J/(m^3 * K)$        |
| Capacidad calorífica específica de las plantas | 1.606.656,00 | $J/(m^3 * K)$        |

Se realizaron mediciones pertinentes en el recinto, necesarias para evaluar los parámetros  $Y_{rec}$  y  $C_{rec}$  (ver Tabla 5).

**Tabla 5. Medidas del recinto 402 del Edificio de Ingeniería Eléctrica UIS**

| Parámetro  | Valor       |
|--|-------------|
| Área total de pared del recinto 402 del Edificio de Ingeniería eléctrica UIS                   | 75,43 $m^2$ |
| Área total que conforman las ventanas del recinto 402 del Edificio de Ingeniería Eléctrica UIS | 12,66 $m^2$ |
| Grosor de las paredes del recinto 402 del Edificio de Ingeniería eléctrica UIS                 | 0,13 $m$    |

Teniendo las constantes y medidas necesarias, se calculan los valores basados en la literatura de cada uno de los parámetros del circuito RC inicial. En la Tabla 6 se observan los valores calculados para los parámetros del circuito de la Figura 4 los cuales permitirán estimar los valores para los elementos de las matrices A y B descritos en las ecuaciones (B.52 – B.83) del Anexo B.

**Tabla 6. Valores de los parámetros del circuito a validar**

| Parámetro  | Valor           | Unidad       | Parámetro     | Valor            | Unidad       |
|------------|-----------------|--------------|---------------|------------------|--------------|
| $Y_{Lp}$   | $1,0171 * 10^6$ | $W/^\circ C$ | $C_t$         | $1,0251 * 10^6$  | $J/^\circ C$ |
| $Y_{Ls}$   | $1,9248 * 10^5$ | $W/^\circ C$ | $C_s$         | $8,28432 * 10^6$ | $J/^\circ C$ |
| $Y_{Hp}$   | $1,2625 * 10^6$ | $W/^\circ C$ | $C_{abio}$    | $230,120 * 10^3$ | $J/^\circ C$ |
| $Y_{Hs}$   | $2,3644 * 10^5$ | $W/^\circ C$ | $C_{pl}$      | $6,44336 * 10^7$ | $J/^\circ C$ |
| $Y_{Rs}$   | 0               | $W/^\circ C$ | $C_{rec}$     | $1,6411 * 10^7$  | $J/^\circ C$ |
| $Y_{Rp}$   | 0               | $W/^\circ C$ | $Y_{Ip}$      | 52,993           | $m^2$        |
| $Y_{Rt}$   | 0               | $W/^\circ C$ | $Y_{Is}$      | 29,402           | $m^2$        |
| $Y_{pl}$   | 385             | $W/^\circ C$ | $Y_{It}$      | 8                | $m^2$        |
| $Y_{conv}$ | 2750            | $W/^\circ C$ | $Y_s$         | 630              | $W/^\circ C$ |
| $Y_{abio}$ | 63,8            | $W/^\circ C$ | $Y_t$         | 200              | $W/^\circ C$ |
| $Y_{rec}$  | $6,0751 * 10^2$ | $W/^\circ C$ | $Y_{convrec}$ | 73,43            | $W/^\circ C$ |

Los valores iniciales de los elementos de las matrices A y B, se calculan a partir de los parámetros mostrados en la Tabla 6 basados en la literatura. Las expresiones que describen estos elementos se especifican en las ecuaciones (B.52 – B.83) del Anexo B, el reporte de los valores calculados se aprecia en la Tabla 7.

**Tabla 7. Valores de los elementos de las matrices A y B utilizados en la optimización del modelo en el espacio de estados**

| <i>Elemento</i> | <i>Valor</i>         | <i>Elemento</i> | <i>Valor</i>         | <i>Elemento</i> | <i>Valor</i>       |
|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------|--------------------|
| $A_{11}$        | $-41,492 * 10^{-6}$  | $A_{41}$        | $-35,5168 * 10^{-6}$ | $B_{22}$        | $3,1915 * 10^{-6}$ |
| $A_{12}$        | 0                    | $A_{42}$        | $-5,9751 * 10^{-6}$  | $B_{23}$        | $6,2626 * 10^{-9}$ |
| $A_{13}$        | 0                    | $A_{43}$        | $-82,140 * 10^{-6}$  | $B_{24}$        | $6,0933 * 10^{-8}$ |
| $A_{14}$        | $-0,50416 * 10^{-3}$ | $A_{44}$        | -1,6509              | $B_{31}$        | 2,1332             |
| $A_{15}$        | -0,0877              | $A_{45}$        | -6,3636              | $B_{32}$        | $1,8459 * 10^{-4}$ |
| $A_{21}$        | $-35,517 * 10^{-6}$  | $A_{51}$        | $-35,5168 * 10^{-6}$ | $B_{33}$        | $3,6223 * 10^{-7}$ |
| $A_{22}$        | $-5,9751 * 10^{-6}$  | $A_{52}$        | $-5,9751 * 10^{-6}$  | $B_{34}$        | $6,0933 * 10^{-8}$ |
| $A_{23}$        | 0                    | $A_{53}$        | $-0,2012 * 10^{-3}$  | $B_{41}$        | 2,1359             |
| $A_{24}$        | $-0,63257 * 10^{-3}$ | $A_{54}$        | -0,0366              | $B_{42}$        | $1,9240 * 10^{-4}$ |
| $A_{25}$        | -0,1100              | $A_{55}$        | -115,80              | $B_{43}$        | $3,6223 * 10^{-7}$ |
| $A_{31}$        | $-35,5168 * 10^{-6}$ | $B_{11}$        | 0,0294               | $B_{44}$        | $6,0933 * 10^{-8}$ |
| $A_{32}$        | $-5,9751 * 10^{-6}$  | $B_{12}$        | $2,5436 * 10^{-6}$   | $B_{51}$        | 2,6011             |
| $A_{33}$        | $-0,27725 * 10^{-3}$ | $B_{13}$        | $4,991 * 10^{-9}$    | $B_{52}$        | $2,1751 * 10^{-4}$ |
| $A_{34}$        | -0,0366              | $B_{14}$        | $4,8564 * 10^{-8}$   | $B_{53}$        | $4,4214 * 10^{-7}$ |
| $A_{35}$        | -6,3636              | $B_{21}$        | 0,0369               | $B_{54}$        | $6,0933 * 10^{-8}$ |

## 4.2 OPTIMIZACIÓN DE LAS MATRICES A Y B

El análisis del comportamiento dinámico del techo verde requiere hacer uso del modelado en caja gris. Este tipo de modelo permite estimar o sintonizar parámetros del sistema si se conocen los datos de las entradas y salidas; además tener un conocimiento sólido de las leyes físicas.

Para el desarrollo del presente estudio se realizó la toma de medidas de la temperatura en las diferentes capas de la cubierta verde consideradas como salidas, también se hace registro de la temperatura ambiente y de la radiación solar directa consideradas entradas del sistema. Las leyes físicas que describen el comportamiento térmico del sistema mode-

lado inicialmente se expresan mediante las ecuaciones descritas con más detalle en el Anexo A y en la Sección 2.1 del presente documento.

**4.2.1 Análisis iniciales.** Inicialmente se realizaron mediciones de radiación solar, temperatura ambiente y temperatura en las diferentes capas de la cubierta vegetal; se dispuso de algunas de las medidas registradas por la estación meteorológica del edificio con el fin de suplir las entradas  $T_{amb}$  y  $T_{sky}$ <sup>2</sup>.

En el modelo circuital inicial, la entrada  $T_{sky}$  es una medida indirecta, los registros tenidos en cuenta para su medición son de radiación solar; durante el proceso de sintonización se llegó a la conclusión que las medidas obtenidas para esta entrada no eran las adecuadas, dado que la temperatura de onda larga en la horizontal  $T_{sky}$  debe ser menor a las medidas de temperatura ambiente [14], condición que no se cumple por tanto las respuestas de la sintonización no son razonables.

Se realizaron los cálculos pertinentes para determinar los valores de los parámetros del circuito descritos en el Anexo A, mostrados en la Tabla 6, con el objetivo de tomar estos valores como referencia para la sintonización del modelo.

Para estimar el tiempo de la respuesta transitoria del sistema, es necesario hallar y evaluar los polos, los más cercanos al eje  $j\omega$  dominan el comportamiento y hacen que la respuesta del sistema sea más lenta.

Analizando los polos obtenidos de la matriz A inicial, calculada en la Tabla 7, se observó que los tiempos de asentamiento eran demasiado grandes a pesar de cumplir con los criterios de estabilidad necesarios. Simultáneamente la matriz B inicial calculada en la Tabla 7, siendo la principal aportante a la ganancia del sistema posee unos valores muy pequeños los cuales al aplicar la ecuación (48) hace que las ganancias del sistema no sean congruentes con las medidas obtenidas.

Por tanto los valores calculados de los elementos de A y B iniciales (ver Tabla 7), no se consideraron en la simulación. Se optó por definir unos nuevos valores iniciales para la matriz A en la que los tiempos del transitorio fueran más cortos y acordes con el comportamiento del techo verde, además se analizaron los aportes de cada una de las entradas a las salidas del sistema y se realizó un ajuste de ganancias para así obtener una respuesta más acorde con el comportamiento real de la cubierta vegetal.

---

<sup>2</sup> Temperatura del firmamento a cierta radiación de onda larga

**4.2.2 Proceso de optimización.** Una vez estimados los valores iniciales de las matrices A y B, se implementan los códigos en MATLAB descritos en el Anexo D. Al inicializar la simulación se presentan transitorios inesperados, por tal motivo se simula el sistema con condiciones iniciales cero durante un tiempo, en que el sistema se estabiliza alcanzando el valor inicial medido de la temperatura ambiente, a partir del cual se introducen los valores medidos de las entradas del sistema para así ver el comportamiento del mismo.

La entrada del sistema  $T_{sky}$  no se tiene en cuenta para ninguno de los dos modelos planteados, las medidas existentes no son pertinentes para considerar sus efectos en los modelos. Además se estima que el aporte de esta entrada puede ser una perturbación que impida el análisis del sistema.

La entrada del sistema  $I_{rec}$  no se consideró, debido a que no había fuentes de calor relevantes en el interior del recinto las cuales aportaran un flujo de calor significativo. Esencialmente las fuentes de calor a considerar son, el calor de los aparatos electrónicos, equipos de calefacción y el nivel de ocupación del recinto.

Una vez terminadas las iteraciones establecidas, se obtienen los valores optimizados de las matrices A y B a partir de las cuales se obtienen las salidas del sistema mediante la utilización del comando *lsim*<sup>3</sup>. La función de optimización planteada, corresponde al error cuadrático presente entre las temperaturas medidas en las capas del techo verde y las temperaturas simuladas (salidas).

A continuación se exponen gráficamente el comportamiento de las salidas simuladas del sistema y los valores registrados de las mediciones experimentales de estas; además de las entradas consideradas, obtenidas también en el proceso de medición realizado experimentalmente.

Dichas salidas, se ajustaron basadas en las medidas experimentales registradas, es decir, al examinar individualmente cada una de las salidas, se contempla cuál de las entradas medidas tiene mayor influencia en su comportamiento, por ende se ajusta la ganancia aportada por cada entrada respectivamente y se estiman los valores de la matriz B.

Teniendo estos valores en las matrices A y B con ganancia ajustada y tiempos de establecimiento adecuados, se procede a optimizar los valores de estas matrices. Para lo cual experimentalmente se define el número de iteraciones adecuadas para que la respuesta simulada tenga un comportamiento y rango de operación apropiado.

El criterio para definir el número de iteraciones, consiste en analizar los polos del sistema verificando que se mantengan reales.

---

<sup>3</sup> Comando de MATLAB utilizado en la programación descrita en el Anexo D.

De las gráficas mostradas en las Figuras 18-21 se puede deducir que la entrada más influyente en el comportamiento de las salidas del sistema es la temperatura ambiente, no obstante en la temperatura de las losas de concreto hay un aporte importante de radiación solar.

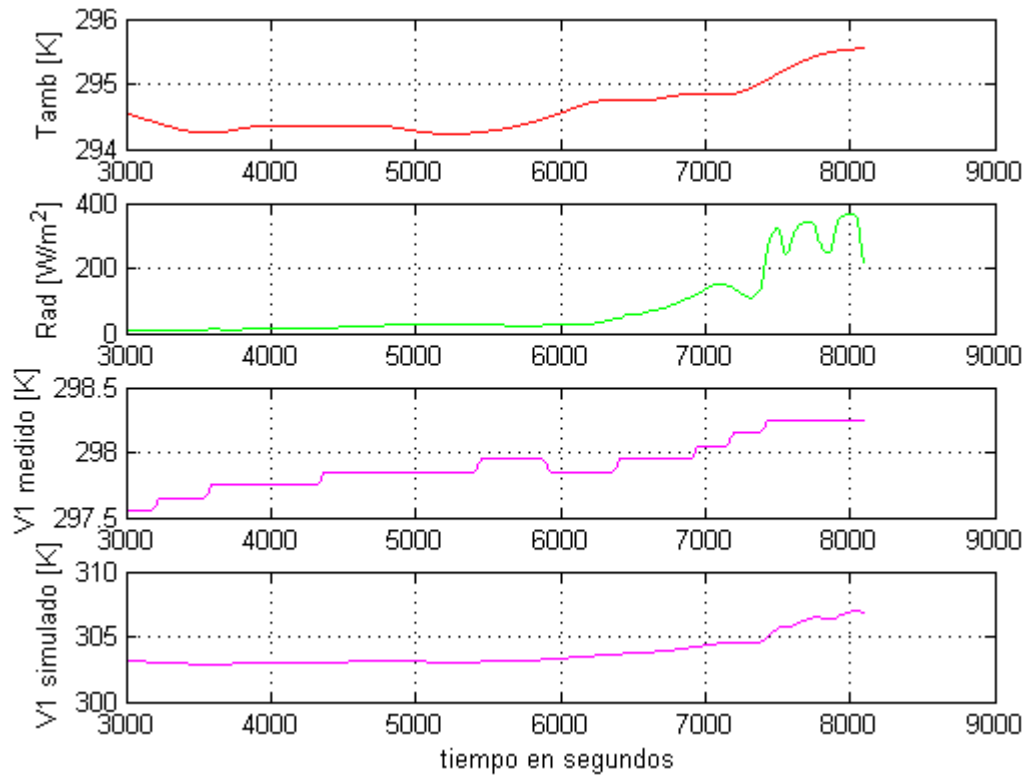
A continuación se muestran las gráficas obtenidas donde,

|   |                         |
|---|-------------------------|
| Temperatura ambiente en grados kelvin               | Tamb [K]                |
| Radiación solar directa en watts por metro cuadrado | Rad [W/m <sup>2</sup> ] |

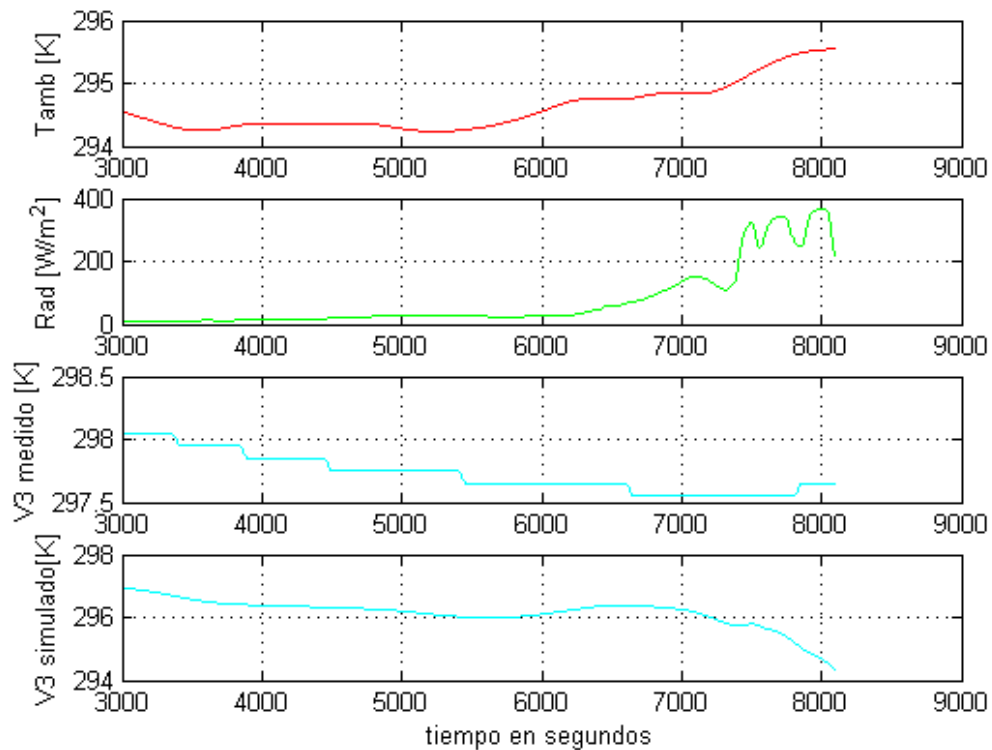
Los valores medidos y simulados respectivamente de:

|   |        |
|---|--------|
| Temperatura en el recinto en grados kelvin            | V1 [K] |
| Temperatura en las capas abióticas en grados kelvin   | V3 [K] |
| Temperatura en las losas de concreto en grados kelvin | V4 [K] |
| Temperatura en el sustrato en grados kelvin           | V5 [K] |

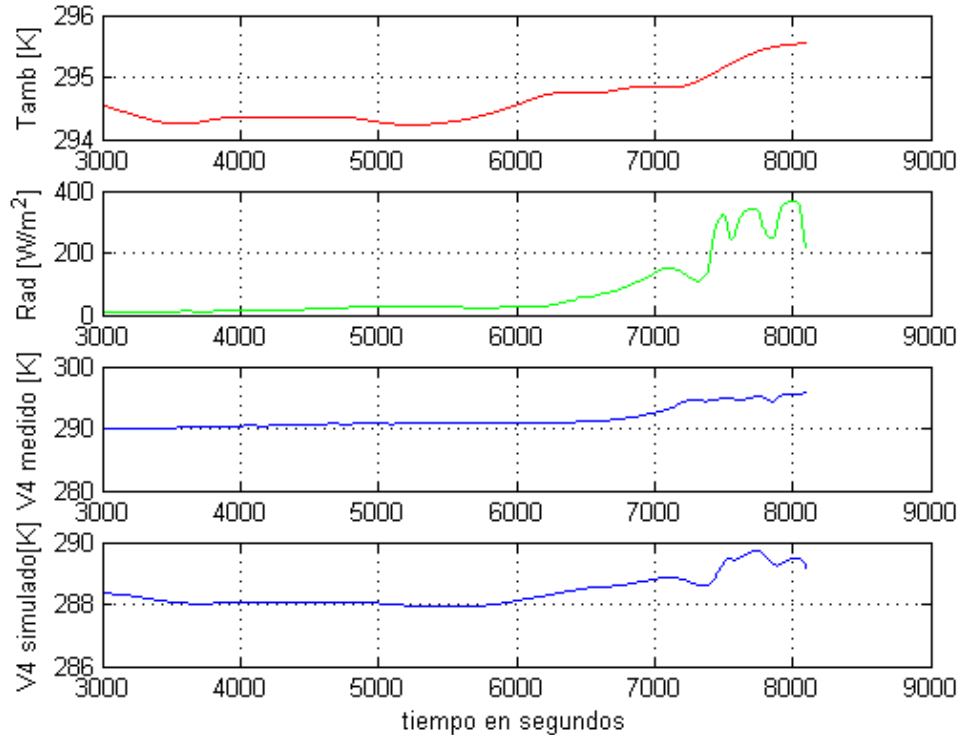
**Figura 18. Temperatura del recinto “V1” medido y simulado con las entradas del sistema**



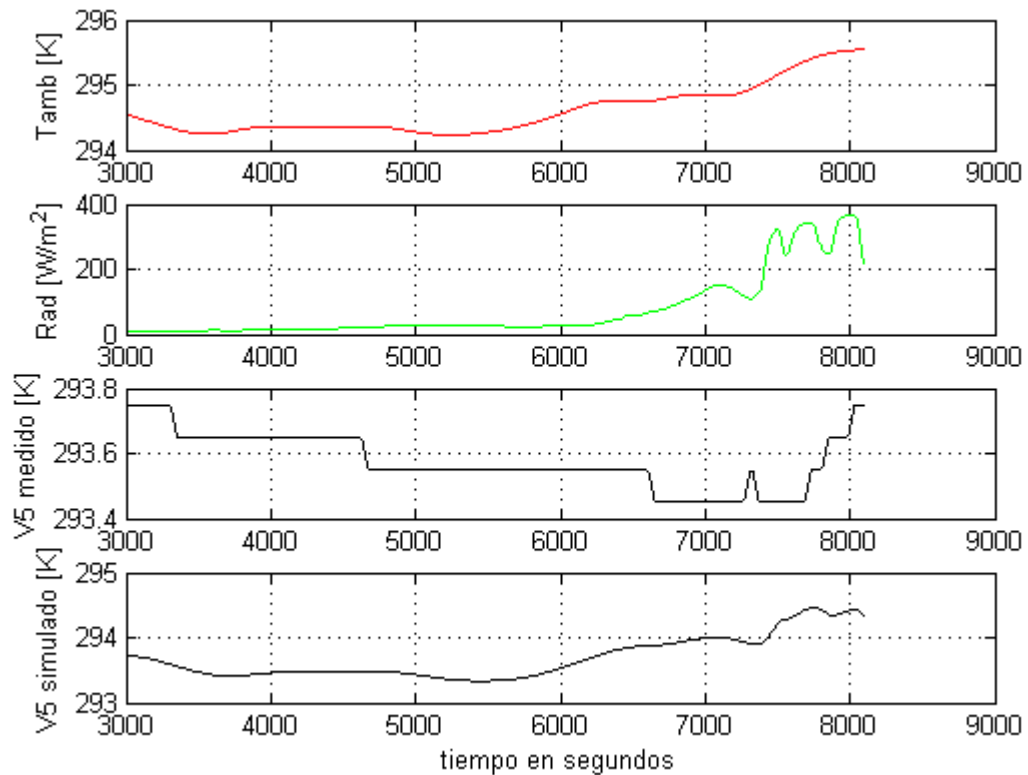
**Figura 19. Temperatura de las capas abióticas “V3” medido y simulada con las entradas del sistema**



**Figura 20 . Temperatura de las losas de concreto “V4” medido y simulado con las entradas del sistema**



**Figura 21. Temperatura del sustrato “V5” medido y simulado con las entradas del sistema**



Al comparar los valores de los parámetros iniciales con los sintonizados del modelo inicial, se observó una diferencia significativa debido a que para determinar los parámetros del circuito a validar no se tuvieron en cuenta ciertas variables, como la velocidad del viento, el contenido de agua en el sustrato, etc. ; además hubo características que no se tenían con exactitud, como la composición del sustrato, la placa, las losas de concreto, el vidrio de las ventanas, porque a la hora de buscar sus propiedades caloríficas no se hallaron valores reales sino estimados, los cuales tiene un margen de incertidumbre.

**4.2.3 Representación del sistema en diagrama de bloques.** Las salidas del sistema  $Y(s)$  se obtienen relacionando la matriz de transferencia  $G(s)$  con las entradas del sistema  $U(s)$  mediante la ecuación (47).

$$Y(s) = G(s)U(s) \tag{46}$$

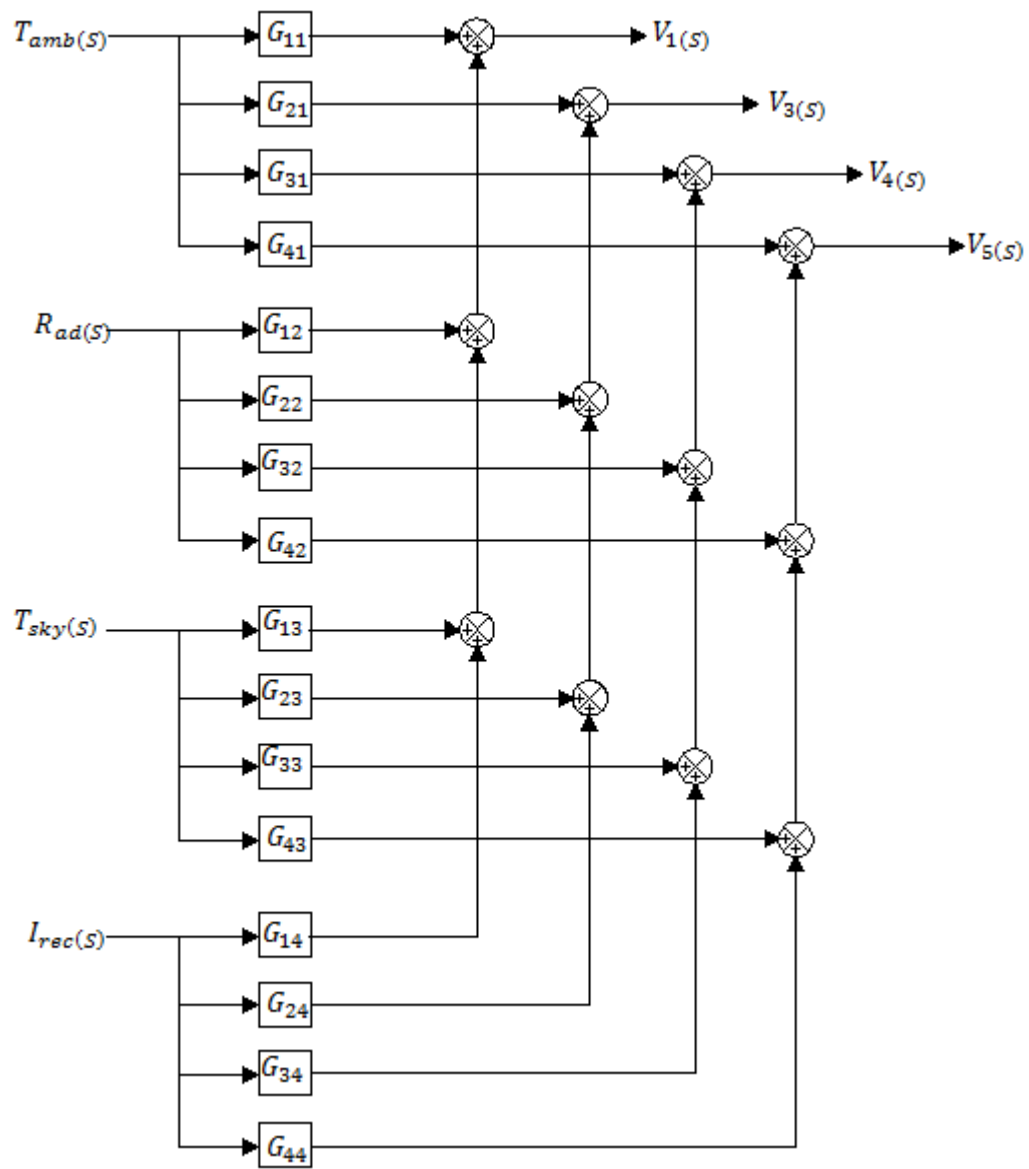
Donde  $G(s)$  está dada por:

$$G(s) = C (sI - A)^{-1} B + D \tag{47}$$

Para el modelo en el espacio de estados del circuito RC propuesto en el trabajo de grados [11], especificado en el Anexo B, la representación de las salidas según la ecuación (47) son:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{amb} \\ R_{ad} \\ T_{sky} \\ I_{rec} \end{bmatrix} \quad (48)$$

**Figura 22 Diagrama de bloques del modelo sintonizado**



Para el modelo en el espacio de estados del circuito alternativo propuesto de la Figura 6, la representación de las salidas según la ecuación (47) son:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{amb} \\ R_{ad} \\ I_{rec} \end{bmatrix} \quad (49)$$

En la Figura 22 se aprecia la representación en diagrama de bloques de la relación entre las entradas y salidas del sistema mediante los elementos de la matriz de transferencia.

Para el modelo alternativo, en el diagrama de bloques, se eliminan los aportes de la entrada  $T_{sky}$ . La matriz de ganancia optimizada para el sistema representado en el modelo de estados inicial es:

$$G = \begin{bmatrix} 1,0291 & 0,0097966 & -0,0092657 & -0,02427 \\ 1,0072 & -0,018335 & 0,13918 & 0,17086 \\ 0,97863 & -0,0030634 & 0,067303 & -0,097586 \\ 0,99706 & -0,0024227 & -0,087354 & 0,025624 \end{bmatrix} \quad (50)$$

La matriz de ganancia para el sistema del modelo alternativo propuesto, es la misma de la ecuación (51) pero se elimina la tercera columna.

**4.2.4 Parámetros sintonizados del modelo en el espacio de estados.** Los valores sintonizados de los elementos de las matrices A y B del modelo en el espacio de estados descritos en las ecuaciones (B.52 – B.83) del Anexo B, se muestran en forma matricial en las ecuaciones (52 - 53).

$$[A] = \begin{bmatrix} -0,015829 & -0,00023969 & -0,00050422 & -0,00025463 & -0,00086336 \\ -0,0002506 & -0,0016329 & -0,0006186 & 3,8212 * 10^{-5} & -0,00029679 \\ 0,00022236 & 0,00037982 & -0,003543 & -3,3355 * 10^{-5} & -0,00034054 \\ 0,00012258 & 0,00046999 & -0,00040451 & -0,0080933 & -0,00026754 \\ 0,00042932 & 0,00024671 & -0,00065419 & -0,00017275 & -0,0059422 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0,017802 & 9,0003 * 10^{-5} & -4,2801 * 10^{-5} & -0,00017938 \\ 0,00042284 & -0,00037019 & 0,00068178 & 0,00093765 \\ 0,0038787 & 1,5833 * 10^{-5} & 0,00032196 & 0,00042395 \\ 0,0086747 & 6,9758 * 10^{-5} & 0,00039845 & -0,00094879 \\ 0,0064191 & 2,3371 * 10^{-5} & -0,00050707 & 0,0001327 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Los valores de los parámetros sintonizados del modelo inicial simplificado, se obtuvieron al resolver el sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden escritas en función de las variables de estado y las entradas del sistema. Tales expresiones se observan en las ecuaciones (B.52 – B.83) del Anexo B y conforman los elementos de las matrices A y B. Los

valores de los parámetros sintonizados para el modelo inicial especificado en el Anexo B, se muestran en la Tabla 8.

**Tabla 8. Parámetros sintonizados del modelo de la Figura 7**

| Parámetro  | Valor    | Parámetro     | Valor   |
|------------|----------|---------------|---------|
| $Y_a$      | 0,27157  | $Y_s$         | 1,3993  |
| $Y_b$      | 0,92077  | $C_s$         | 521,14  |
| $Y_c$      | 16,8812  | $Y_{It}$      | 0,1114  |
| $C_{rec}$  | 1066,5   | $Y_{conv}$    | 0,1355  |
| $C_{pl}$   | -1625,2  | $Y_{Rt}$      | 0,03683 |
| $Y_{pl}$   | -2,65376 | $Y_{rec}$     | 10,3213 |
| $C_{abio}$ | 856,7    | $Y_{convrec}$ | 6,5599  |
| $Y_{abio}$ | 3,03537  | $Y_{e1}$      | 0,09697 |
| $Y_t$      | 0,1837   | $Y_{e4}$      | -1,3311 |
| $C_t$      | 59,212   | $Y_{e6}$      | -0,0805 |

### 4.3 ESTIMACIÓN SIN CUBIERTA VEGETAL

La transferencia de calor en edificaciones sin aislamiento vegetal es mayor, puesto que la energía proporcionada por la radiación solar es mayormente absorbida por la placa, las características o propiedades del material como el coeficiente de conducción, emisividad y reflectancia permiten que el techo absorba y libere energía constantemente dando paso al efecto isla de calor.

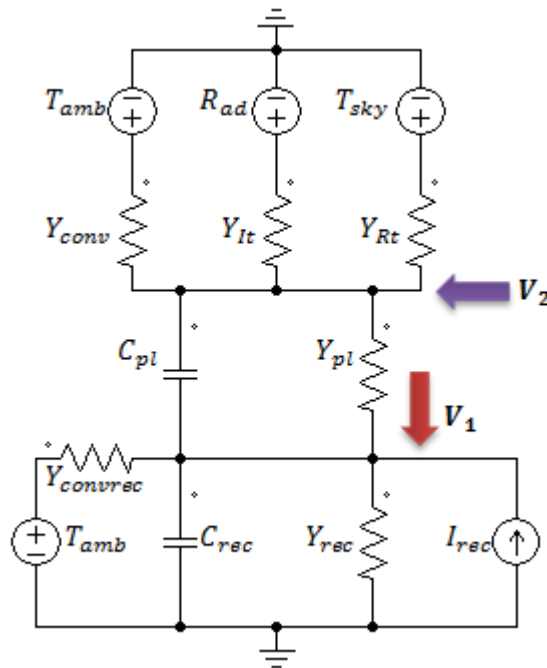
**4.3.1 Modelo RC propuesto en el trabajo de grado anterior.** En la estimación de la transferencia de calor del techo sin cubierta vegetal, considerando el circuito de la Figura 4, todas las admitancias que dependen de alguna característica de la cubierta vegetal se eliminan teniendo como resultado el circuito de la Figura 23. Al realizar la representación en el espacio de estados se tienen las siguientes expresiones matriciales.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{amb} \\ R_{ad} \\ T_{sky} \\ I_{rec} \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{amb} \\ R_{ad} \\ T_{sky} \\ I_{rec} \end{bmatrix} \quad (54)$$

Los elementos del circuito que se omiten corresponden a elementos de la cubierta vegetal como el sustrato, tabletas y vegetación para así estimar un comportamiento aproximado del techo, evaluando la temperatura del recinto y la temperatura de la placa.

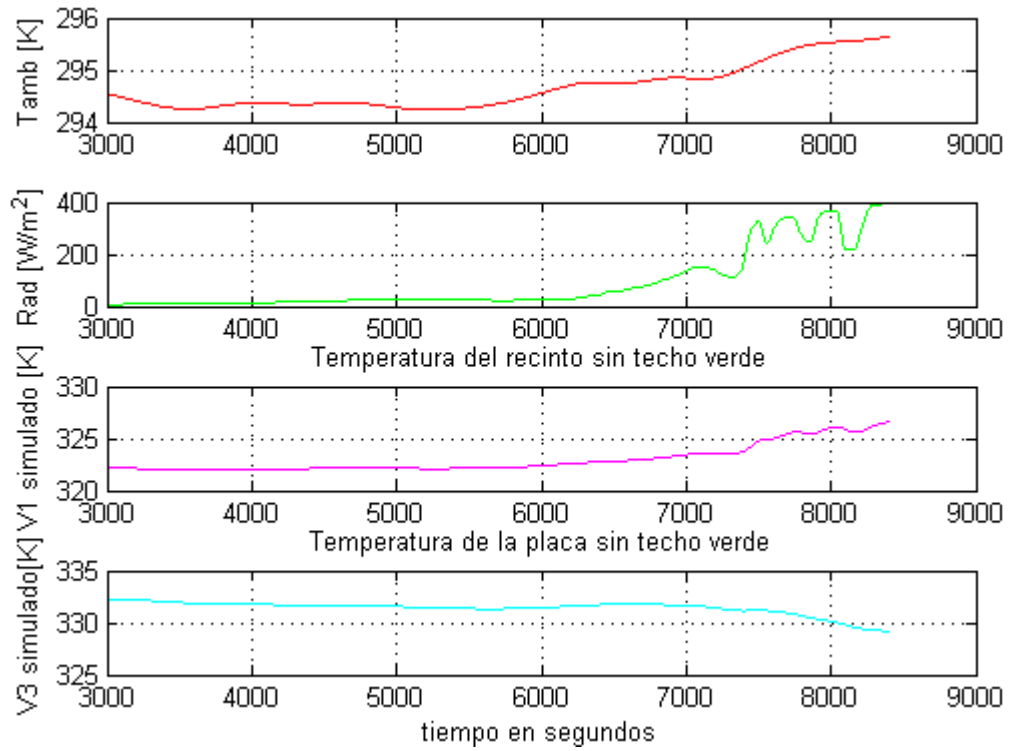
**Figura 23. Modelo de techo sin cubierta vegetal**



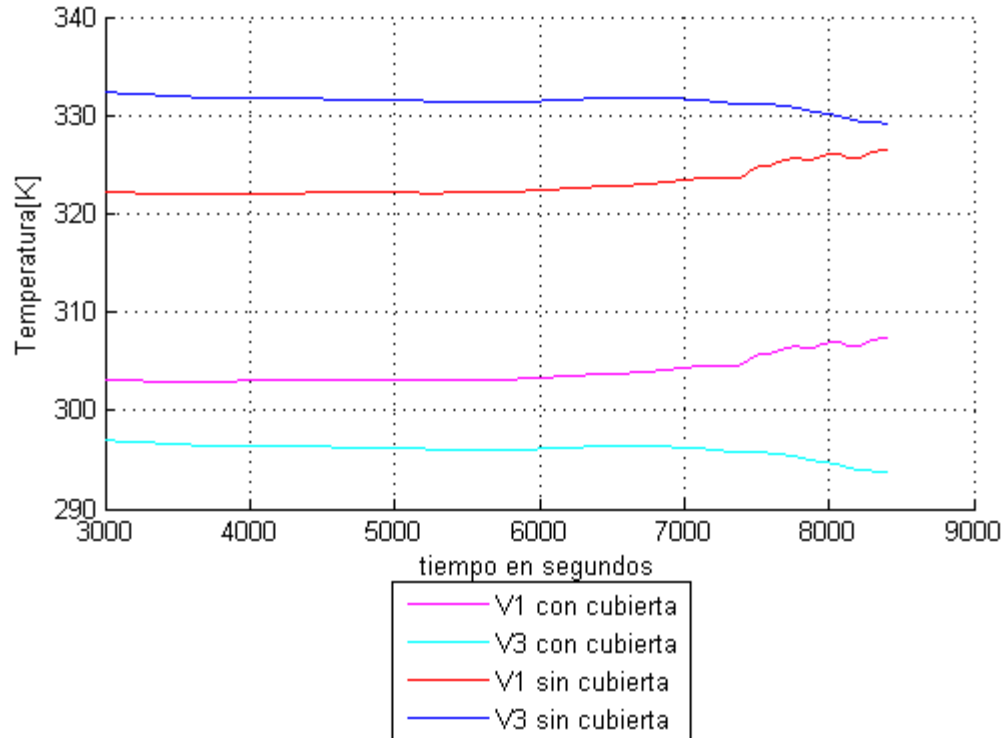
Una vez planteado el circuito para el techo sin cubierta vegetal (ver Figura 23), se procede a realizar las simulaciones pertinentes para estimar el comportamiento térmico en los nodos  $V_1$  y  $V_2$ , que representan las temperaturas en el recinto y la placa de concreto respectivamente

Los valores de temperatura obtenidos se muestran en la Figuras (24 – 25). Tales magnitudes son elevadas para los rangos que el recinto puede manejar.

**Figura 24 Estimación sin cubierta vegetal**

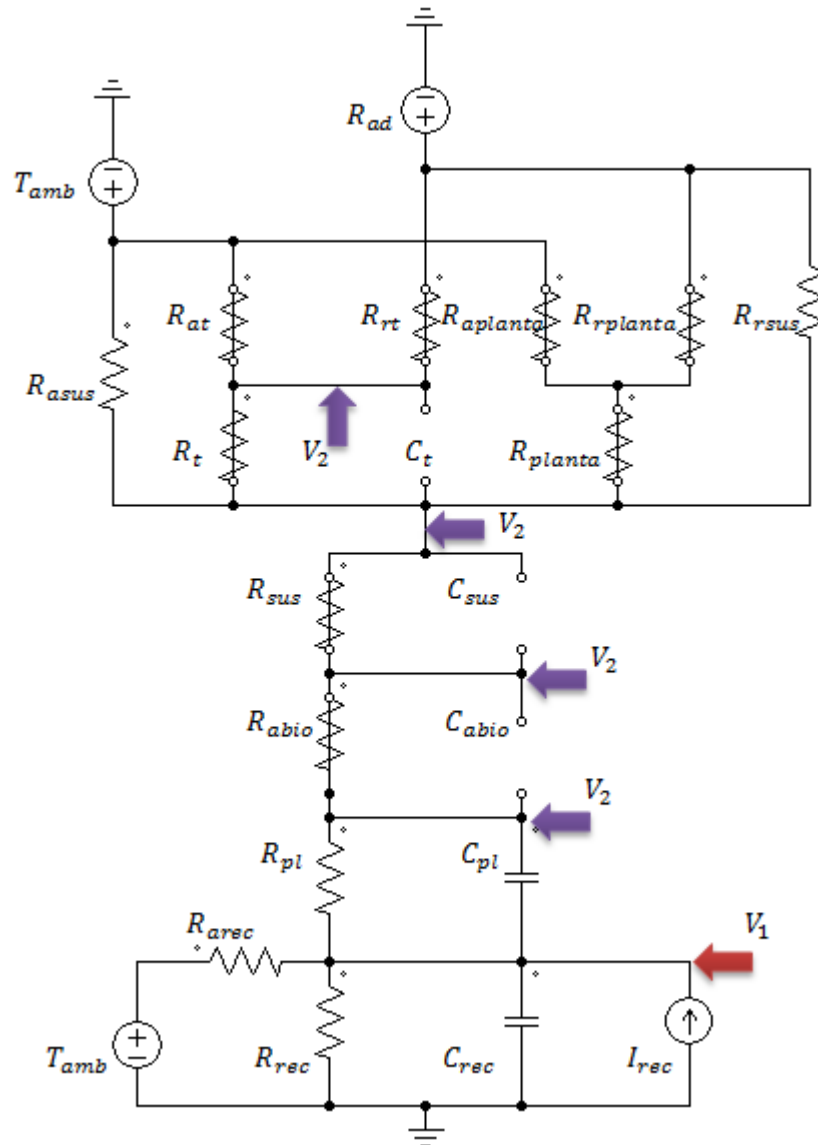


**Figura 25. Comparación de las temperaturas del recinto y de la placa sin cubierta vegetal**



**4.3.2 Modelo alternativo propuesto.** La estimación sin cubierta vegetal en el modelo alternativo propuesto en la Sección 2.2, se realiza cortocircuitando “coci” resistencias ( $R = 0$ ) y abriendo capacitores ( $C = 0$ ). En la Figura 26 se observa el circuito alternativo con las resistencias y capacitores seleccionados para igualar a cero, tales elementos no tienen relación con las capas que caracterizan la cubierta verde.

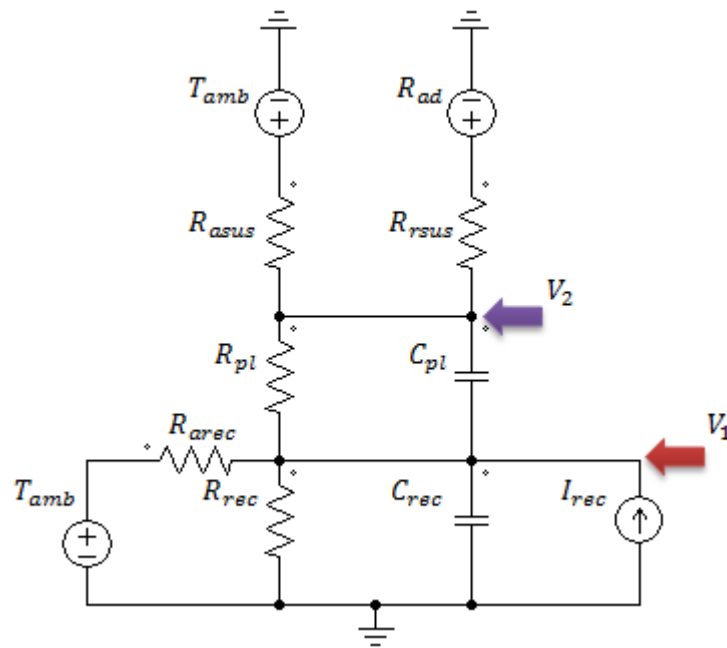
**Figura 26. Circuito del modelo alternativo propuesto, acondicionado para estimación sin cubierta vegetal**



Una vez cortocircuitadas las resistencias y abiertos los capacitores, se observa que al realizar el coci de la resistencia correspondiente a las capas abióticas  $R_{abio}$  y abrir el capacitor  $C_{abio}$  se tiene que la tensión  $V_3$  de la Figura 6, se iguala a  $V_2$ , ( $V_3 = V_2$ ). Continuo se realiza el coci y el circuito abierto de los elementos relacionados con el sustrato y las losas de concreto, condición que ocasiona que las tensiones de estos nodos sean iguales a las de  $V_2$ , ( $V_2 = V_3 = V_4 = V_5$ ) (ver Figura 26).

El circuito resultante de sintetizar el circuito se muestra en la Figura 27.

**Figura 27. Modelo sin cubierta vegetal sintetizado**

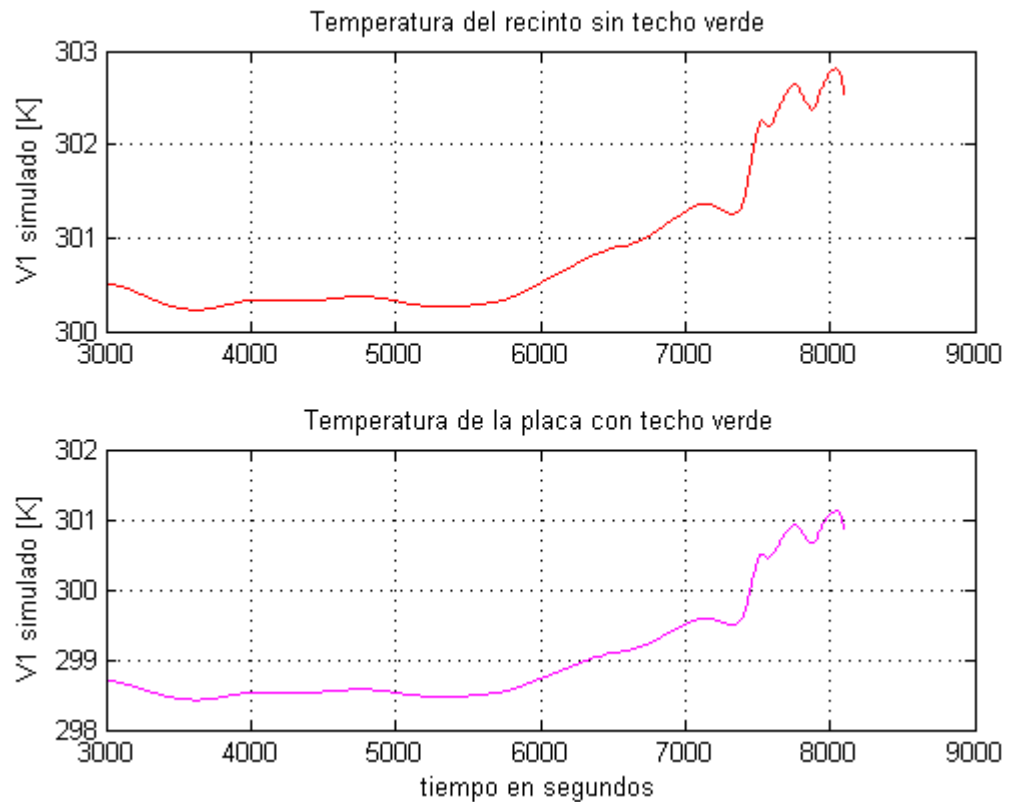


Las respuestas de las simulaciones mostradas en las figuras (28 y 29), ilustran las diferencias de temperatura al implementar cubierta vegetal y sin hacer uso de ésta. Se evidencia el aislamiento térmico que proporciona el techo verde con una diferencia aproximada de dos grados.

En relación con la temperatura ambiente, se tiene que la temperatura del recinto es mayor, puesto que las condiciones en el recinto hacen que el almacenamiento de calor sea constante y la disipación sea mínima (puertas y ventanas cerradas). Además en la tempe-

ratura ambiente influye el flujo y la velocidad del viento, lo que hace que el calor se disipe fácilmente. (Ver Figura 30).

**Figura 28. Temperatura en el recinto estimada para un sistema con y sin cubierta vegetal**



En la Figura 31, se muestra el comportamiento de la temperatura ambiente medida y la temperatura del recinto simulada para un sistema con cubierta vegetal. Al igual que en la comparación sin techo verde, se tiene que los valores de la temperatura ambiente son menores que los del recinto. Debido que el aire es el elemento que transfiere el calor por convección; en las condiciones de medida se garantizó un flujo del aire casi nulo, puesto que se inhabilitaron los puntos de acceso y la ventilación forzada (extractores).

Figura 29. Comparación de la temperatura en el recinto con y sin cubierta vegetal

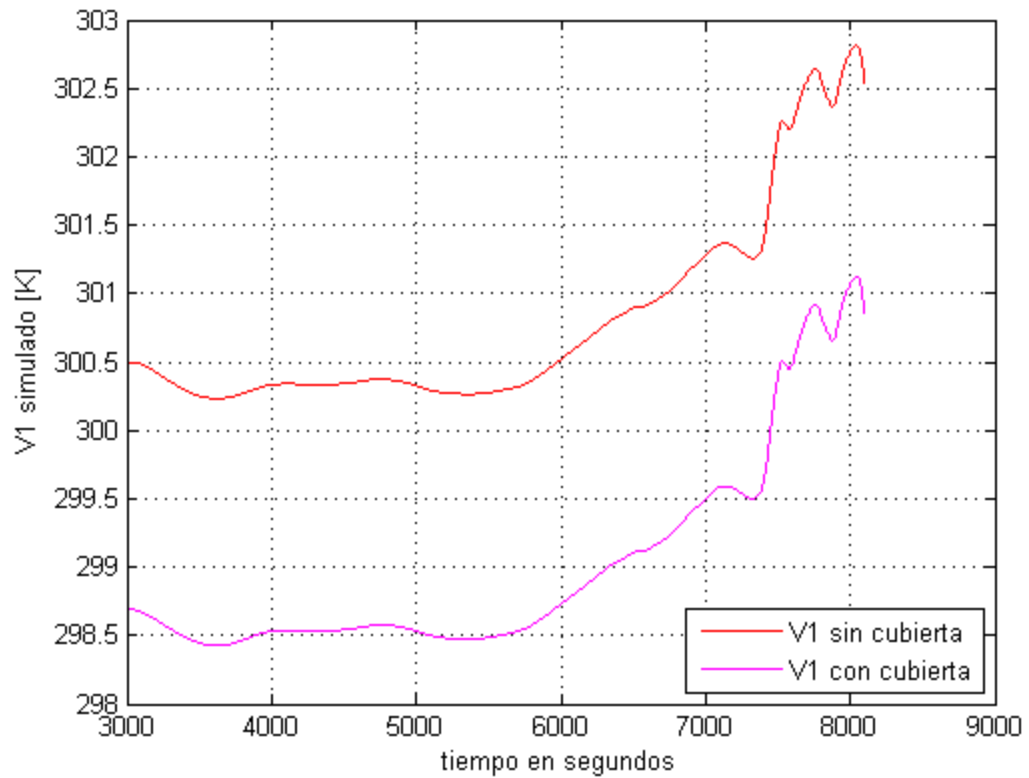
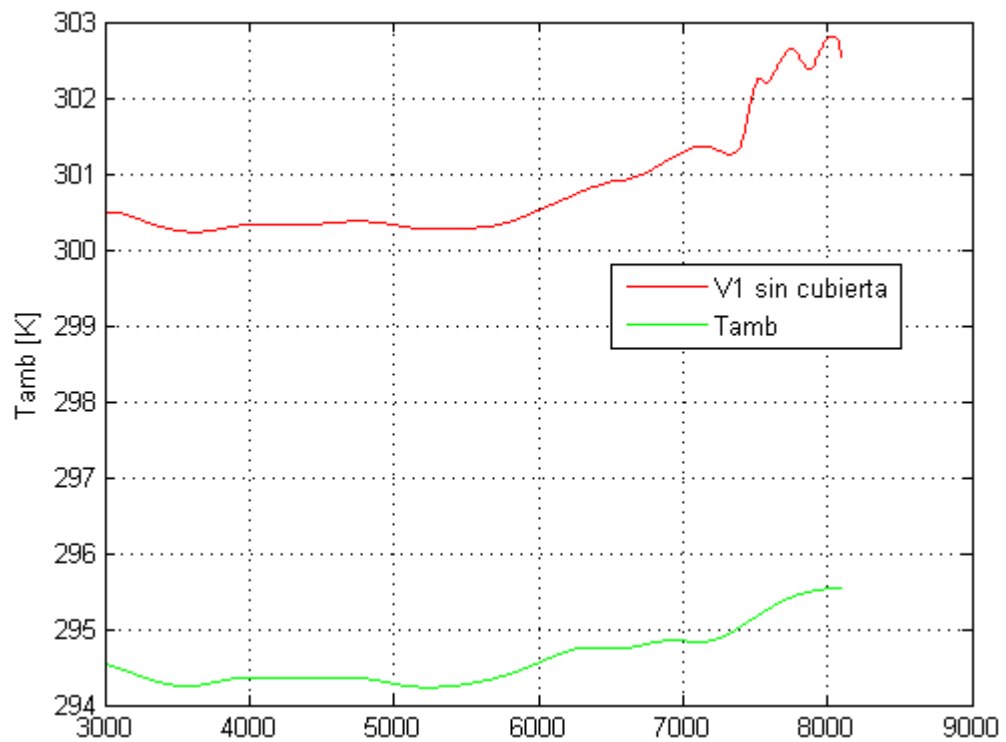
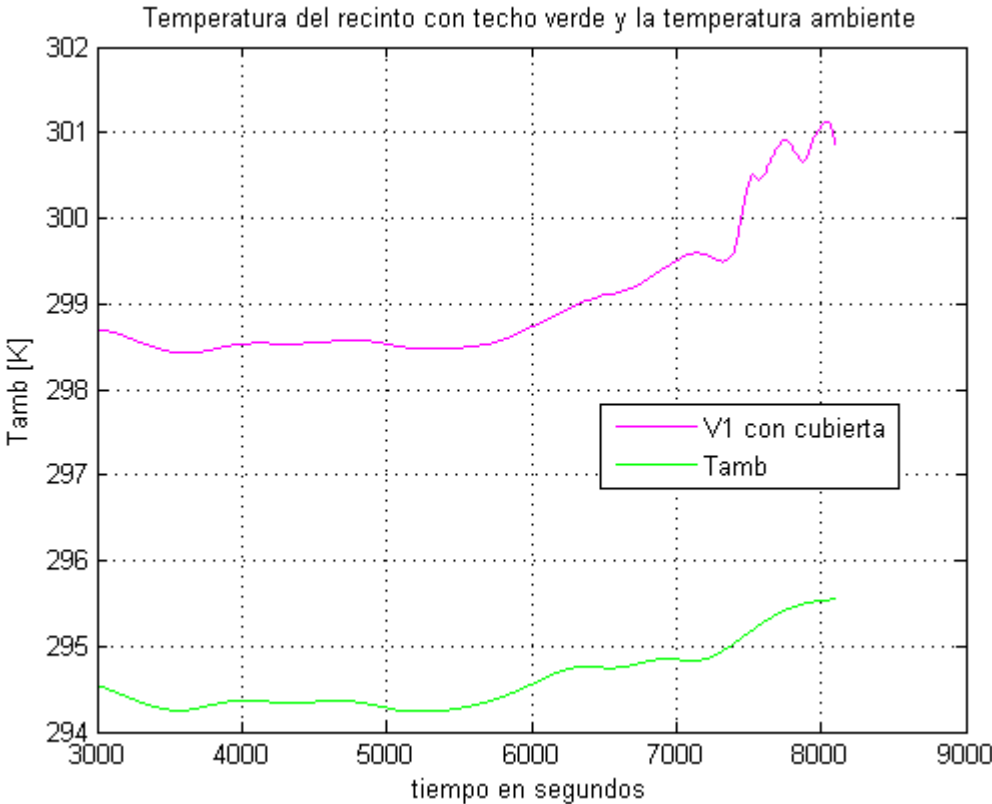


Figura 30. Comparación de la temperatura ambiente con la del recinto sin cubierta vegetal



**Figura 31. Comparación de la temperatura ambiente con la del recinto con cubierta vegetal**



## 5 CONCLUSIONES

Para desarrollar la sintonización del sistema fue necesario realizar un modelo en caja gris, el cual recoge la estructura matemática del sistema mediante ecuaciones diferenciales, y teniendo conocimiento previo de valores experimentales de las entradas y salidas del sistema es posible estimar los parámetros.

No fue posible obtener un valor de los parámetros reducidos del modelo inicial, debido a que los parámetros sintonizados corresponden a los del modelo en el espacio de estados (Figura B.18); dado que se obtuvieron los valores de la matriz de estados A y la matriz de entrada B, fue posible determinar los parámetros relacionados en estas matrices, logrando simplificar el modelo a validar de la Figura 4 en el modelo de la Figura B.18.

A partir de las ecuaciones planteadas en el modelo alternativo propuesto, no fue posible determinar los parámetros de la Figura 6, puesto que al resolver dichas ecuaciones se tiene como resultado inconsistencias matemáticas debido que los valores estimados de las matrices A y B tiene un porcentaje significativo de incertidumbre.

Al analizar la incidencia de la radiación solar en el modelo, se replantean equivalencias de algunos de los elementos presentes en el circuito propuesto. Para considerar directamente como entrada la radiación solar, dado que es una de las medidas registradas en el proceso de medición experimental y tiene gran incidencia en el comportamiento del sistema; las fuentes de corriente independientes planteadas en el circuito a validar, se reemplazaron por fuentes independientes de tensión en serie con admitancias.

Se consideraron más características en el comportamiento térmico del recinto como lo es:

- i) La capacidad de almacenamiento del calor disipado en el aire mediante un elemento capacitivo  $C_{rec}$ .
- ii) La habilidad de disipar calor por conducción térmica de las paredes y convección por medio del flujo del aire que circula por las ventanas representado mediante elementos pasivos  $Y_{rec}$  y  $Y_{convrec}$ , respectivamente.
- iii) La incidencia directa de la temperatura ambiente del recinto por medio de la admitancia de convección.
- iv) El flujo de calor que describe la tasa de calor almacenado en el aire del recinto, el cual depende de distintos factores, tales como el nivel de ocupación, la emisión de calor de sistemas de calefacción, el calor producido por la radiación que incide en las ventanas del recinto, representado mediante una fuente de corriente independiente  $I_{rec}$ .

Para analizar el comportamiento transitorio del sistema es necesario que su comportamiento precedente se encuentre en un estado estable para que no influya al momento de constatar el comportamiento dinámico del sistema. Para lograr este estado se creó una entrada constante durante un tiempo determinado en el cual el sistema se estabilizó.

La temperatura ambiente tiene una gran relevancia en la dinámica del sistema debido a que es ella la que condiciona en gran medida el comportamiento de las demás temperaturas.

Las posibles causas de desviación en los valores sintonizados, se deben a no considerar otros factores que pueden intervenir en la transferencia de calor, principalmente el porcentaje de humedad en el sustrato, la velocidad del viento, el área de cobertura vegetal, además de no contar con la cantidad suficiente de equipos, que permitan una exhaustiva monitorización de la cubierta vegetal y que tales equipos cuenten con la sensibilidad y exactitud suficiente para percibir los cambios de temperatura.

Al momento de sugerir el modelo alternativo, no se descarta el modelo inicial propuesto, sino que se hace énfasis en cambiar la ubicación de las admitancias del circuito, esto con el fin de que la disposición física real de las capas que conforman el techo verde coincida con el circuito, el cambio radica en que las capas de vegetación y losas de concreto están situados paralelamente sobre la capa de sustrato, por tanto los nodos y elementos circuitales se deben comportan de la misma manera en el circuito propuesto.

## 6 RECOMENDACIONES

La medición realizada en el Edificio de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones de la Universidad Industrial de Santander se había previsto para ser realizada en distintos puntos de la cubierta vegetal con el fin de poder tener muestras simultáneas de las diferentes capas en dichos puntos, la distribución de los puntos abarcaba las aulas 401 y 402 del edificio. Por razones de disponibilidad financiera los equipos y dispositivos necesarios para tal fin no se tuvieron disponibles.

Por tanto se contó con el equipo de medida mencionado en el numeral 3.1, estos permitieron la toma de muestras en un solo sitio a la vez; para tener una tendencia coherente se seleccionó un sitio en el que se realizaron las medidas para las diferentes condiciones de soleamiento.

Se recomienda instalar un sistema de tele medida para monitorizar el comportamiento del techo verde con el cual se puedan tener datos del comportamiento térmico de la cubierta en las horas del día incluso en la noche, registrando los datos de temperatura en las diferentes capas y en diferentes puntos de la cubierta, la temperatura ambiente, el contenido de agua del sustrato, la velocidad del viento, radiación solar, temperatura en el recinto en diferentes puntos; estos datos deben ser recolectados simultáneamente con un periodo de muestreo de al menos 1 minuto.

## CITAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] D. Morau, T. Libelle, and F. Garde, "Performance Evaluation of Green Roof for Thermal Protection of Buildings In Reunion Island," *Energy Procedia*, vol. 14, pp. 1008–1016, Jan. 2012.
- [2] S.-E. Ouldboukhitine, R. Belarbi, I. Jaffal, and A. Trabelsi, "Assessment of green roof thermal behavior: A coupled heat and mass transfer model," *Build. Environ.*, vol. 46, no. 12, pp. 2624–2631, Dec. 2011.
- [3] T. Van Renterghem and D. Botteldooren, "In-situ measurements of sound propagating over extensive green roofs," *Build. Environ.*, vol. 46, no. 3, pp. 729–738, Mar. 2011.
- [4] H. F. Castleton, V. Stovin, S. B. M. Beck, and J. B. Davison, "Green roofs; building energy savings and the potential for retrofit," *Energy Build.*, vol. 42, no. 10, pp. 1582–1591, Oct. 2010.
- [5] R. Fioretti, A. Palla, L. G. Lanza, and P. Principi, "Green roof energy and water related performance in the Mediterranean climate," *Build. Environ.*, vol. 45, no. 8, pp. 1890–1904, Aug. 2010.
- [6] M. Santamouris, C. Pavlou, P. Doukas, G. Mihalakakou, A. Synnefa, A. Hatzibiros, and P. Patargias, "Investigating and analysing the energy and environmental performance of an experimental green roof system installed in a nursery school building in Athens, Greece," *Energy*, vol. 32, no. 9, pp. 1781–1788, Sep. 2007.
- [7] D. J. Sailor, D. Hutchinson, and L. Bokovoy, "Thermal property measurements for ecoroof soils common in the western U.S.," *Energy Build.*, vol. 40, no. 7, pp. 1246–1251, Jan. 2008.
- [8] Y.-J. Lin and H.-T. Lin, "Thermal performance of different planting substrates and irrigation frequencies in extensive tropical rooftop greeneries," *Build. Environ.*, vol. 46, no. 2, pp. 345–355, Feb. 2011.
- [9] W. Nyuk, T. Puay, and C. Yu, "Study of thermal performance of extensive rooftop greenery systems in the tropical climate," vol. 42, pp. 25–54, 2007.
- [10] R. M. Lazzarin, F. Castellotti, and F. Busato, "Experimental measurements and numerical modelling of a green roof," *Energy Build.*, vol. 37, no. 12, pp. 1260–1267, Dec. 2005.
- [11] N. Balaguera and F. Hernandez, "Consideraciones para el planteamiento del problema de optimización del aislamiento de la radiación solar a partir del recubierto vegetal de la envolvente de viviendas de interés social.," *Trab. grado en Ing. Eléctrica UIS*, pp. 1–111, 2013.

- [12] E. J. Gago, J. Roldan, R. Pacheco-Torres, and J. Ordóñez, "The city and urban heat islands: A review of strategies to mitigate adverse effects," *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 25, pp. 749–758, Sep. 2013.
- [13] C. Y. Jim and H. He, "Coupling heat flux dynamics with meteorological conditions in the green roof ecosystem," *Ecol. Eng.*, vol. 36, no. 8, pp. 1052–1063, Aug. 2010.
- [14] R. Djedjig, S.-E. Ouldboukhitine, R. Belarbi, and E. Bozonnet, "Development and validation of a coupled heat and mass transfer model for green roofs," *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 39, no. 6, pp. 752–761, Jul. 2012.
- [15] G. A. Osma Pinto, "Uso racional de la energía a partir del diseño de aplicaciones sostenibles en el Edificio Ingeniería Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander," *Trab. Investig. Maest. UIS*, 2011.
- [16] T. Blanusa, M. M. Vaz Monteiro, F. Fantozzi, E. Vysini, Y. Li, and R. W. F. Cameron, "Alternatives to Sedum on green roofs: Can broad leaf perennial plants offer better 'cooling service'?" *Build. Environ.*, vol. 59, no. null, pp. 99–106, Jan. 2013.
- [17] D. J. Sailor, "A green roof model for building energy simulation programs," *Energy Build.*, vol. 40, no. 8, pp. 1466–1478, Jan. 2008.
- [18] H. G. Jones, *Plants and Microclimate: A Quantitative Approach to Environmental Plant Physiology*. CUP Archive, 1983, p. 323.
- [19] J. W. Deardorff, "Efficient prediction of ground surface temperature and moisture, with inclusion of a layer of vegetation," *J. Geophys. Res.*, vol. 83, no. C4, p. 1889, 1978.
- [20] Y. Zhang, P. Xu, H. Wang, C. Feng, and H. Yang, "Application of Green Roof Techniques in Beijing, China," in *2010 International Conference on Management and Service Science*, 2010, pp. 1–4.
- [21] C. Feng, Q. Meng, and Y. Zhang, "Theoretical and experimental analysis of the energy balance of extensive green roofs," *Energy Build.*, vol. 42, no. 6, pp. 959–965, Jun. 2010.
- [22] C. Y. Jim and S. W. Tsang, "Modeling the heat diffusion process in the abiotic layers of green roofs," *Energy Build.*, vol. 43, no. 6, pp. 1341–1350, Jun. 2011.
- [23] [Http://www.zinco-cubiertas-ecologicas.es/](http://www.zinco-cubiertas-ecologicas.es/), "Sistemas para cubiertas verdes, cubierta plana." [Online]. Available: [http://www.zinco-cubiertas-ecologicas.es/sistemas\\_cubiertas/extensivas/cubierta\\_plana.php](http://www.zinco-cubiertas-ecologicas.es/sistemas_cubiertas/extensivas/cubierta_plana.php). [Accessed: 14-Feb-2014].
- [24] M. Maasoumy, M. Razmara, M. Shahbakhti, and A. S. Vincentelli, "Handling model uncertainty in model predictive control for energy efficient buildings," *Energy Build.*, vol. 77, pp. 377–392, 2014.

- [25] Ogata Katsuhiko, *Ingeniería de control moderna*, 5th ed. .
- [26] C. Y. Jim and S. W. Tsang, "Modeling the heat diffusion process in the abiotic layers of green roofs," *Energy Build.*, vol. 43, no. 6, pp. 1341–1350, Jun. 2011.
- [27] Y. Çengel, "Un acercamiento practico a la Transferencia de Calor." Reno: McGraw-Hill; 2003.
- [28] T. Ayata, P. C. Tabares-Velasco, and J. Srebric, "An investigation of sensible heat fluxes at a green roof in a laboratory setup," *Build. Environ.*, vol. 46, no. 9, pp. 1851–1861, Sep. 2011.

## BIBLIOGRAFIA

BALAGUERA N. and HERNANDEZ F., Consideraciones para el planteamiento del problema de optimización del aislamiento de la radiación solar a partir del recubierto vegetal de la envolvente de viviendas de interés social. En: Universidad Industrial de Santander, 2013. *Trab. grado en Ing. Eléctrica UIS*, pp. 1–111.

CASTLETON, H. F. *et al.* Green roofs; building energy savings and the potential for retrofit. En: *Energy Build.* October, 2010, vol. 42, no. 10, p. 1582–1591,

DJEDJIG R., *et al.* Development and validation of a coupled heat and mass transfer model for green roofs. *Int. Commun.* En: *Heat Mass Transf.* Jul, 2012, vol. 39, no. 6, pp. 752–761

MAASOUMY M. *et al.* Handling model uncertainty in model predictive control for energy efficient buildings. En: *Energy Build.*, vol. 77, pp. 377–392, 2014.

MORAU D., LIBELLE T., and GARDE, F., Performance Evaluation of Green Roof for Thermal Protection of Buildings In Reunion Island. En: *Energy Procedia.* Jan., 2012, vol. 14, p. 1008–1016.

OGATA KATSUHIKO, *Ingeniería de control moderna*, 5th ed. Pearson educación, S.A., Madrid, 2010

OSMA PINTO G. A., Uso racional de la energía a partir del diseño de aplicaciones sostenibles en el Edificio Ingeniería Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander. En: Universidad Industrial de Santander, 2011. *Trab. Investig. Maest. UIS.*

OULDBOUKHITINE, S.-E. *et al.* Assessment of green roof thermal behavior: A coupled heat and mass transfer model. En: *Build. Environ.* December, 2011, vol. 46, no. 12, p. 2624–2631

VAN RENTERGHEM T. and BOTTELDOOREN, D., In-situ measurements of sound propagating over extensive green roofs. En: *Build. Environ.* Mar, 2011, vol. 46, no. 3, p. 729–738

## Anexo A. ESTUDIOS PREVIOS

### INTERCAMBIO DE CALOR Y ENERGÍA

El intercambio energético es la transferencia de calor entre el techo verde, el ambiente y la placa; está dado por dos factores, el calor sensible y el calor latente, que pueden ser transferidos por convección, conducción y radiación [17]. Existe una parte de esta energía que queda almacenada en forma de calor; la capacidad para liberar la energía almacenada se conoce como inercia térmica, un valor de inercia alto es característico en las edificaciones de hormigón y es la principal causa del efecto de isla de calor en las grandes ciudades [21].

#### Transferencia de calor por radiación

La radiación térmica es emitida en forma continua por toda la materia cuya temperatura está arriba del cero absoluto. Son aquellas ondas cuyas longitudes abarcan desde  $0,1 \mu\text{m}$  hasta los  $100\mu\text{m}$ . El intercambio de calor por radiación térmica se calcula entre diferentes cuerpos por medio de la ley de Stefan Boltzmann [14].

$$R = \varepsilon * \sigma * T^4 \left[ \frac{W}{m^2} \right] \quad (\text{A. 1})$$

Donde;  $\varepsilon$  es la emisividad,  $T$  es la temperatura y  $\sigma$  es el coeficiente de Stefan-Boltzmann el cual tiene un valor de:

$$\sigma = 5.67 * 10^{-8} \left[ \frac{W}{m^2 * K^4} \right] \quad (\text{A. 2})$$

#### Transferencia de calor por conducción

La transferencia de calor por conducción es el principal factor que afecta la temperatura del sustrato y el nivel de calor que alcanza el recinto [26]. La velocidad de conducción de calor depende de su configuración geométrica, espesor y material, así como de la diferencia de temperatura a través de éste [27].

La velocidad de conducción a través de una placa se puede modelar:

$$\dot{Q}_{cond} = -k * A * \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} [W] \quad (\text{A. 3})$$

Donde;  $k$  es la conductividad térmica,  $A$  es el área de transferencia de calor,  $\Delta x$  representa el espesor de la placa y  $T_1, T_2$  son las temperaturas en los extremos de la placa. Por tanto, la velocidad de conducción es proporcional a la diferencia de las temperaturas en los extremos de la placa y el área de transferencia e inversamente proporcional al espesor de la placa [11].

Los elementos de la cubierta vegetal tienen su respectiva conductividad térmica y capacidad calorífica, por tanto tendrán transferencia de calor por conducción y almacenarán energía en forma de temperatura que afectará la velocidad de transferencia.

### **Transferencia de calor por convección**

La convección constituye un mecanismo de transferencia de calor a través de un fluido como el aire, en presencia de un movimiento masivo de éste [27].

El movimiento del fluido mejora la transferencia de calor, puesto que pone en contacto porciones del mismo a distintas temperaturas, fomentando la transferencia de calor por conducción; es decir, la transferencia de calor en un fluido puede ser más alta por convección que por conducción, y a medida que la velocidad del fluido aumenta es mayor la transferencia de calor [11].

Para el caso de los techos verdes, el fluido en convección es el aire que atraviesa las cubiertas vegetales a baja velocidad, puesto que su implementación es de poca altura. La velocidad de transferencia por convección se puede determinar de la siguiente manera:

$$\dot{Q}_{conv} = h * A * (T_1 - T_2)[W] \quad (A. 4)$$

Se puede observar que la velocidad de transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperatura, al área en estudio  $A$ , y a un coeficiente de convección  $h$ .

### **Calor sensible**

El calor sensible es aquel que recibe un cuerpo provocando un aumento de su temperatura, sin afectar su estructura molecular, es decir, sin afectar su estado. En los techos verdes se da un aumento de temperatura en las diferentes capas que lo componen; la energía que llega en forma de calor a cada capa es considerada calor sensible [28].

## Calor latente

El calor latente es una energía que no se puede percibir en comparación al calor sensible, es la requerida para que las sustancias cambien de estado, es decir que afecta la estructura molecular sin significar un cambio de temperatura [27].

En los techos verdes el efecto del calor latente es evidenciado en el cambio de fase que sufre el agua presente en el sustrato y la vegetación, cuando se evapora; esto ocurre debido a que se transforma el calor proveniente de la radiación en calor latente. Éste es el único elemento del techo verde que se ve afectado por el calor latente mediante la evapotranspiración.

## ANALOGÍA TERMOELÉCTRICA

Para plantear el modelo de un techo verde usando elementos pasivos de la teoría de circuitos, tales como las resistencias y los capacitores, es necesario definir una analogía entre el fenómeno térmico y el fenómeno eléctrico llamada analogía termoeléctrica.

Para plantear una analogía termoeléctrica se debe tener en cuenta ciertas características de la transferencia de calor. El análisis debe realizarse en un estado estable, es decir, que no hay cambio de temperatura en el material con respecto al tiempo en ningún punto. En otras palabras, la velocidad de la transferencia de calor a través de la placa debe ser constante [27].

La placa del techo y las capas de la cubierta vegetal son isotérmicas debido a que las temperaturas en la dimensiones de anchura y longitud son casi las mismas por lo tanto, no habrá transferencia de calor a través de la parte izquierda hacia la derecha de la placa, o de la parte más profunda a la más cercana, pero se tendrá una diferencia considerable en las partes altas y bajas de la placa, es decir, entre el interior y el exterior del techo [11].

La velocidad de conducción ( $\dot{Q}_{cond}$ ) es constante y el área de la placa también, por tanto:

$$\dot{Q}_{cond} = k * A * \frac{T1 - T2}{l} [W] \quad (A. 5)$$

Declarando una resistencia térmica  $R_{pl}$ , dependiente de la geometría y de las propiedades térmicas del medio de la siguiente manera:

$$R_{pl} = \frac{l_{pl}}{k_{pl} * A} \left[ \frac{^{\circ}C}{W} \right] \quad (A. 6)$$

Lo cual presenta una analogía a la relación para el flujo de corriente eléctrica  $I$  para una diferencia de potencial  $V$  en los extremos de una resistencia  $Re$  :

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{T1 - T2}{R_{pl}} [W] \quad (A. 7)$$

$$I = \frac{V1 - V2}{Re} [A] \quad (A. 8)$$

Por lo tanto, la analogía termoeléctrica tiene las siguientes correspondencias: La velocidad de transferencia de calor (flujo de calor) a través de una capa, corresponde a la corriente eléctrica, la resistencia térmica a la resistencia eléctrica y la diferencia de temperatura a la diferencia de tensión entre dos puntos. En cuanto a la convección y la radiación también aplica de manera análoga.

Las expresiones matemáticas que describen el modelo mostrado en la Figura 2 se describen a continuación y son proporcionadas por el trabajo de grado [11], la nomenclatura utilizada se describe en el Anexo C.

**$T_{amb}$**  Temperatura ambiente.

**$I_p$**  Fuente independiente del nodo de vegetal.

$$I_p = A \sigma_f (1 - \tau_s - \rho_s) (1 + \tau_s \rho_g) R_{ad} [W] \quad (A. 9)$$

**$I_s$**  Fuente independiente del nodo del sustrato.

$$I_s = A \left[ (1 - \rho_g) (1 - \sigma_f (1 - \tau_s)) \right] R_{ad} [W] \quad (A. 10)$$

**$I_t$**  Fuente independiente de las tabletas del concreto.

$$I_t = A_{desc} R_{ad} (1 - \rho_t) [W] \quad (A. 11)$$

**$T_{sky}$**  Temperatura del firmamento a determinada radiación.

$$T_{sky} = \left( \frac{Rad_{sky}}{\sigma} \right)^{1/4} [K] \quad (A. 12)$$

$Y_{Hp}$  Admitancia al flujo de calor sensible en las plantas.

$$Y_{Hp} = F A_p \frac{(\rho c_p)_{ap}}{r_a} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (\text{A. 13})$$

Donde  $(\rho c_p)_{ap}$  es la capacidad térmica específica combinada aire/vegetación y se calcula a partir de las capacidades térmicas específicas individuales como se muestra en (15).

$$(\rho c_p)_{ap} = \sqrt{(\rho c_p)_a * (\rho c_p)_p} \quad (\text{A. 14})$$

La resistencia aerodinámica  $r_a$  depende de la velocidad del viento  $v$  entre las hojas de la capa vegetal [11].

$$r_a = \frac{\ln \left( \frac{hp - do}{Z_{om}} \right)}{\kappa^2 * v} \left[ \frac{s}{m} \right] \quad (\text{A. 15})$$

La longitud de la rugosidad  $Z_{om}$  representa la velocidad la altura a la cual la velocidad del viento es teóricamente cero para un perfil de viento logarítmico [11].

$$Z_{om} = 0,131 * hp^{0,997} \quad (\text{A. 16})$$

La altura del desplazamiento  $do$  se calcula de manera empírica [11].

$$do = 0,701 * hp^{0,979} \quad (\text{A. 17})$$

La constante de Von Kármán  $\kappa$  describe los perfiles de velocidad logarítmica de un fluido turbulento [11].

$$\kappa = 0,41 \quad (\text{A. 18})$$

$Y_{Hs}$  Admitancia al flujo de calor sensible en el sustrato.

$$Y_{Hs} = A_s \frac{(\rho c_p)_{as}}{r_a} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (\text{A. 19})$$

$(\rho c_p)_{as}$  Es la capacidad térmica específica combinada aire/sustrato y se calcula a partir de las capacidades térmicas específicas individuales.

$$(\rho c_p)_{as} = \sqrt{(\rho c_p)_a * (\rho c_p)_s} \quad (\text{A. 20})$$

$Y_{Ls}$  Admitancia térmica al calor latente en el sustrato.

$$Y_{L_s} = A_s \frac{(\rho c p)_{as}}{(ra + r_{sub})} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (A. 21)$$

$r_{sub}$  es la resistencia a la transferencia de vapor del sustrato, depende del contenido de agua en el mismo [11].

$$r_{sub} = 34,5 \left( \frac{\omega_g}{\omega_g^{sat}} \right)^{3,3} \left[ \frac{s}{m} \right] \quad (A. 22)$$

$Y_{L_p}$  Admitancia térmica al calor latente en las plantas.

$$Y_{L_p} = F A_p \frac{(\rho c p)_{ap}}{(ra + re)} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (A. 23)$$

$re$  es la resistencia estomática de la parte vegetal que impide el paso del vapor de agua desde las estomas hacia la atmósfera [11].

$$re = \frac{re_{min}}{F} * (1 + e^{-0,034 * (\varphi_s - 3,5)}) * \frac{\omega_g^{sat}}{\omega_g} \quad (A. 24)$$

$\gamma$  Constante psicrométrica.

$$\gamma = 1,168 \text{ para } 273 \text{ } ^\circ K < T \leq 323 \text{ } ^\circ K \quad (A. 25)$$

$$\gamma = 0,747 \text{ para } T > 323 \text{ } ^\circ K \quad (A. 26)$$

$Y_{Rp}$  Admitancia térmica de las plantas a la transferencia de radiación.

$$Y_{Rp} = A \sigma_f (\varepsilon_p \sigma (4T_{sky}^3)) \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (A. 27)$$

$Y_{Rs}$  Admitancia térmica del sustrato a la transferencia de radiación.

$$Y_{Rs} = A(1 - \sigma_f) (\varepsilon_s \sigma (4T_{sky}^3)) \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (A. 28)$$

$Y_{Rt}$  Admitancia térmica de las losas de concreto a la transferencia de radiación

$$Y_{Rt} = A_{desc} (\varepsilon_t \sigma (4T_{sky}^3)) \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (A. 29)$$

$Y_{conv}$  Admitancia térmica a la convección.

$$Y_{conv} = h_c A \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (\text{A. 30})$$

**$Y_{cond}$**  Admitancia térmica a la conducción.

$$Y_{cond} = \frac{k_{cond} A}{l} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (\text{A. 31})$$

**$Y_s$**  Admitancia térmica del sustrato por conducción.

$$Y_s = \frac{k_s A_s}{l_s} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (\text{A. 32})$$

**$Y_t$**  Admitancia térmica de las losas de concreto por conducción.

$$Y_t = \frac{k_t A_t}{l_t} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (\text{A. 33})$$

**$Y_{abio}$**  Admitancia térmica de las capas abióticas por conducción.

$$\frac{1}{Y_{abio}} = \frac{1}{Y_{drenaje}} + \frac{1}{Y_{antiraíz}} + \frac{1}{Y_{imperme}} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (\text{A. 34})$$

$$\frac{1}{Y_{drenaje}} = \frac{1}{Y_{agua}} + \frac{1}{Y_{aire}} + \frac{1}{Y_{capa}} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (\text{A. 35})$$

**$Y_{pl}$**  Admitancia térmica de la placa por conducción.

$$Y_{pl} = \frac{k_{pl} A}{l_{pl}} \left[ \frac{W}{K} \right] \quad (\text{A. 36})$$

**$C_s$**  Capacitancia térmica a la conducción para la capa del sustrato.

$$C_s = A_s l_s (\rho c_p)_s \left[ \frac{J}{K} \right] \quad (\text{A. 37})$$

**$C_t$**  Capacitancia térmica a la conducción para las losas de concreto.

$$C_t = A_t l_t (\rho c_p)_t \left[ \frac{J}{K} \right] \quad (\text{A. 38})$$

**$C_{abio}$**  Capacitancia térmica a la conducción para la capa abiótica.

$$C_{abio} = A l_{abio} (\rho c_p)_{abio} \left[ \frac{J}{K} \right] \quad (\text{A. 39})$$

**$C_{pl}$**  Capacitancia térmica a la conducción para la placa.

$$C_{pl} = A l_{pl} (\rho c_p)_{pl} \left[ \frac{J}{K} \right] \quad (\text{A. 40})$$

## Anexo B. ANÁLISIS Y MODELADO DEL CIRCUITO RC INICIAL PROPUESTO

Cuando una red lineal es excitada por más de una fuente independiente, su respuesta viene dada por la suma de las respuestas individuales que se obtienen activando una fuente de excitación y anulando las demás fuentes.

Además, al realizar el equivalente de thevenin en los puntos de interés, permite calcular las fuentes de excitación resultantes junto con su admitancia. Los cálculos correspondientes al análisis para simplificar el circuito adaptado inicialmente y obtener una equivalencia en los nodos a, b y c de la Figura B.1 se muestran a continuación.

**Figura B. 1. Circuito al que se le aplica el principio de superposición y el equivalente de thevenin en los nodos a, b y c**

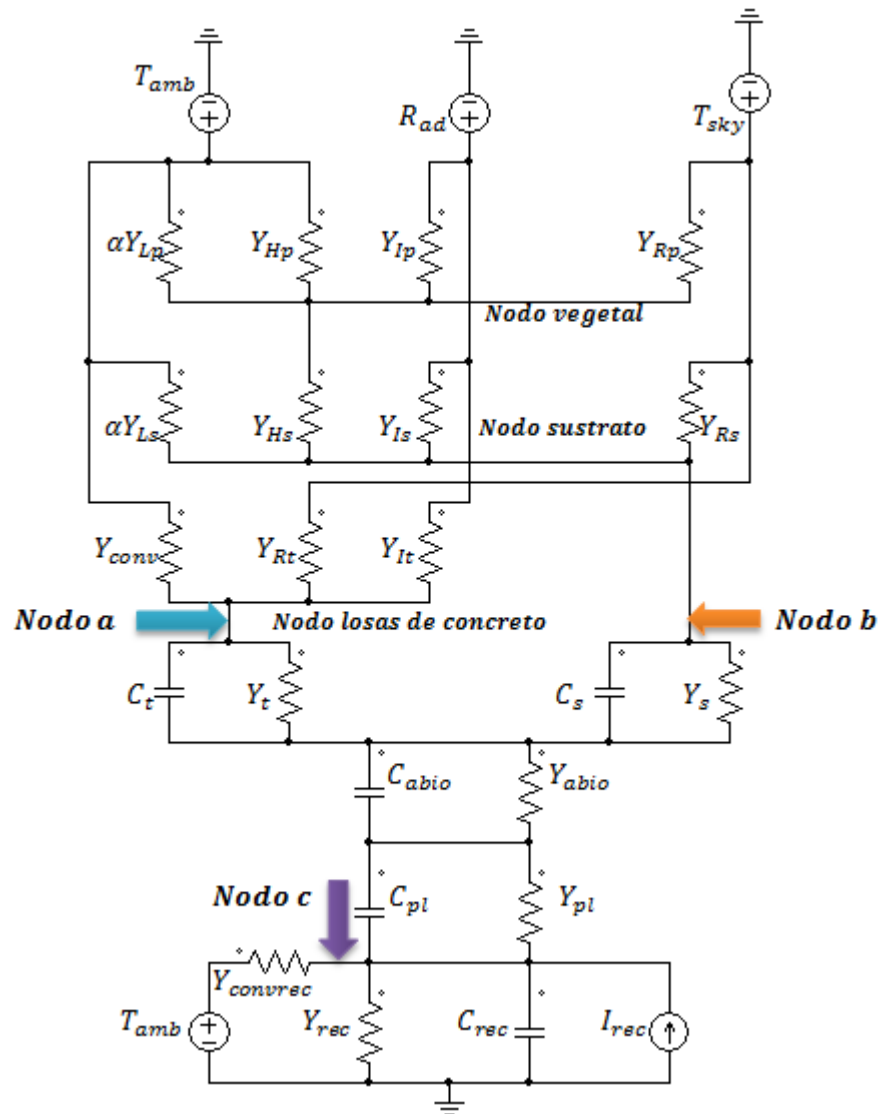
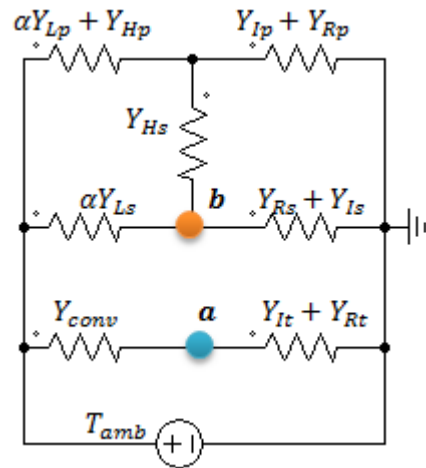


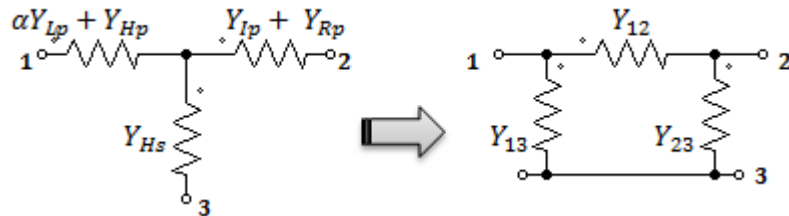


Figura B. 4. Equivalencia del circuito de la Figura A.4



Realizando una transformación estrella-delta de la Figura B.5 se obtiene el circuito de la Figura B.6

Figura B. 5. Transformación Y- $\Delta$  cuando  $T_{amb}$  está activa



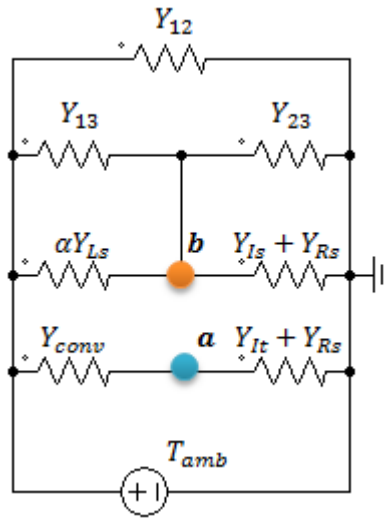
Donde las admittancias  $Y_{12}$   $Y_{13}$   $Y_{23}$  son:

$$Y_{12} = \frac{(\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp})(Y_{Ip} + Y_{Rp})}{\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Ip} + Y_{Rp} + Y_{Hs}} \quad (B.1)$$

$$Y_{13} = \frac{(\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp})Y_{Hs}}{\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Ip} + Y_{Rp} + Y_{Hs}} \quad (B.2)$$

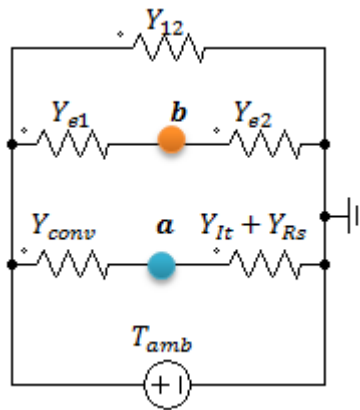
$$Y_{23} = \frac{(Y_{Ip} + Y_{Rp})Y_{Hs}}{\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Ip} + Y_{Rp} + Y_{Hs}} \quad (B.3)$$

Figura B. 6. Circuito resultante al utilizar la transformación Y-Δ con Tamb activa



Se realiza una última simplificación (ver Figura B.7) para así poder realizar con más claridad el equivalente de Thévenin que permite hallar las corrientes en los nodos a y b.

Figura B. 7. Circuito simplificado en el que se realiza el equivalente de thevenin para los nodos a y b



Donde,

$$Y_{e1} = Y_{13} + \alpha Y_{Ls} \tag{B. 4}$$

$$Y_{e2} = Y_{23} + Y_{Is} + Y_{Rs} \tag{B. 5}$$

Para realizar el equivalente de thevenin se calcula la tensión de circuito abierto de cada uno de los nodos con respecto a tierra ( $V_{Th}$ ). Además se cortocircuita la fuente de tensión  $T_{amb}$  y se halla la admitancia de thevenin ( $Y_{Th}$ ) de cada uno de los nodos con respecto a tierra. Por último se calcula el equivalente de Norton (ver ecuación B.8 y B.9) correspondiente en cada uno de los nodos.

$$I_N = V_{Th} * Y_{Th} \quad (B. 6)$$

$$Y_N = Y_{Th} \quad (B. 7)$$

Por tanto la tensión y la admitancia de thevenin en el nodo a, b y c son:

$$V_{Th_a} = \frac{T_{amb} Y_{conv}}{Y_{conv} + Y_{It} + Y_{Rt}} \quad (B. 8)$$

$$V_{Th_b} = \frac{T_{amb} Y_{e1}}{Y_{e1} + Y_{e2}} \quad (B. 9)$$

$$V_{Th_c} = \frac{T_{amb} Y_{convrec}}{Y_{convrec} + Y_{rec}} \quad (B. 10)$$

$$Y_{Th_a} = Y_{conv} + Y_{It} + Y_{Rt} \quad (B. 11)$$

$$Y_{Th_b} = Y_{e1} + Y_{e2} \quad (B. 12)$$

$$Y_{Th_c} = 3(Y_{convrec} + Y_{rec}) \quad (B. 13)$$

Y las respectivas corrientes en función de  $T_{amb}$  para cada uno de los nodos son:

$$I_{a(Tamb)} = T_{amb} Y_{conv} \quad (B. 14)$$

$$I_{b(Tamb)} = T_{amb} Y_{e1} \quad (B. 15)$$

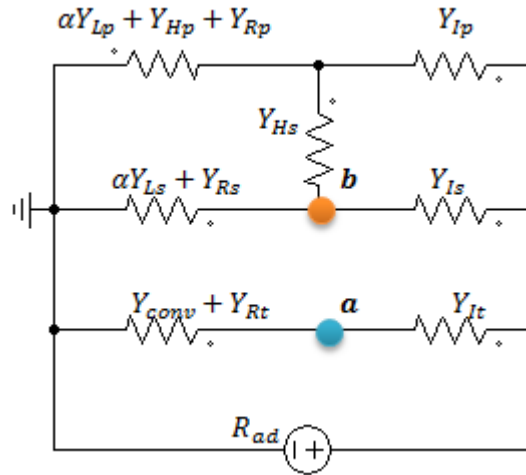
$$I_{c(Tamb)} = T_{amb} Y_{convrec} \quad (B. 16)$$

### **Respuesta individual activando Rad**

Aplicando el principio de superposición se apagan las demas fuentes y se deja activa únicamente la fuente  $R_{ad}$ , se hace el equivalente del circuito en el nodo a y el nodo b

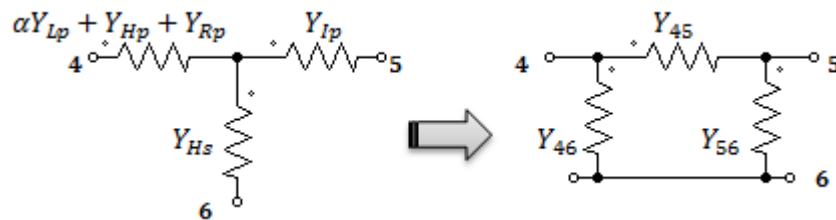
como se observa en la Figura B.8 obteniendo así las corrientes en función de  $R_{ad}$  para cada uno de los nodos.

**Figura B. 8. Circuito equivalente en los nodos a y b al activar Rad**



Realizando una transformación estrella-delta de la Figura B.9 se obtiene el circuito de la Figura B.10

**Figura B. 9. Transformación Y-Δ cuando Rad está activa**



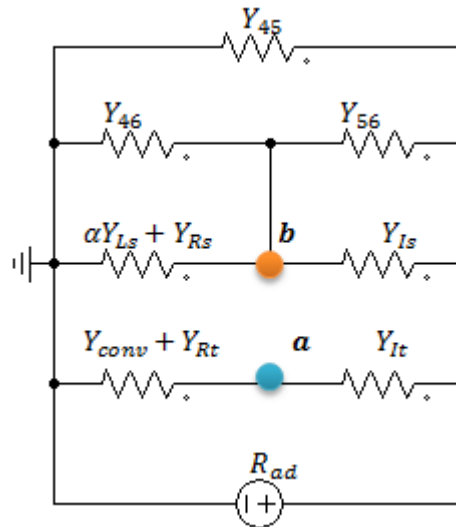
Donde,

$$Y_{45} = \frac{(\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Rp})Y_{Ip}}{\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Rp} + Y_{Ip} + Y_{Hs}} \quad (B. 17)$$

$$Y_{46} = \frac{(\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Rp})Y_{Hs}}{\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Rp} + Y_{Ip} + Y_{Hs}} \quad (B. 18)$$

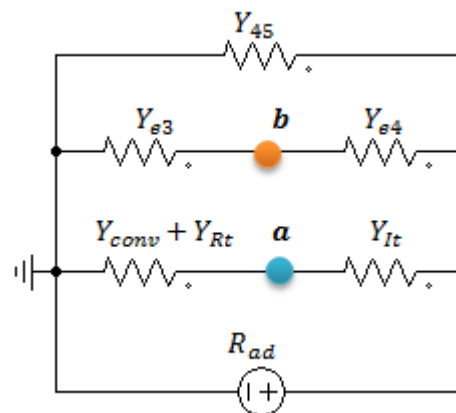
$$Y_{56} = \frac{Y_{Ip} Y_{Hs}}{\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Rp} + Y_{Ip} + Y_{Hs}} \quad (\text{B. 19})$$

Figura B. 10. Circuito resultante al utilizar la transformación Y-Δ con Rad activa



Se reduce el circuito sumando las admitancias en paralelo (ver Figura B.11); y se procede a hallar el equivalente de thévenin que permite calcular las corrientes los nodos a y b.

Figura B. 11. Circuito simplificado en el que se realiza el equivalente de thevenin para los nodos a y b cuando Rad esta activa



Donde,

$$Y_{e3} = Y_{46} + \alpha Y_{Ls} + Y_{Rs} \quad (\text{B. 20})$$

$$Y_{e4} = Y_{56} + Y_{Is} \quad (\text{B. 21})$$

Igual al procedimiento para  $T_{amb}$ , para realizar el equivalente de thevenin cuando la fuente  $R_{ad}$  está activa, se calcula la tensión de circuito abierto de cada uno de los nodos con respecto a tierra ( $V_{Th}$ ). Además se cortocircuita la fuente de tensión  $R_{ad}$  y se halla la admitancia de thevenin ( $Y_{Th}$ ) de cada uno de los nodos con respecto a tierra. Por último se calcula el equivalente de Norton (ver ecuación B.8 y B.9) correspondiente en cada uno de los nodos.

Por tanto la tensión y la admitancia de thevenin en el nodo a, b y c en función de  $R_{ad}$  son:

$$V_{Tha} = \frac{R_{ad} Y_{It}}{Y_{conv} + Y_{It} + Y_{Rt}} \quad (\text{B. 22})$$

$$V_{Thb} = \frac{R_{ad} Y_{e4}}{Y_{e3} + Y_{e4}} \quad (\text{B. 23})$$

$$Y_{Tha} = Y_{conv} + Y_{It} + Y_{Rt} \quad (\text{B. 24})$$

$$Y_{Thb} = Y_{e3} + Y_{e4} \quad (\text{B. 25})$$

Y las respectivas corrientes en función de  $R_{ad}$  en cada uno de los nodos son:

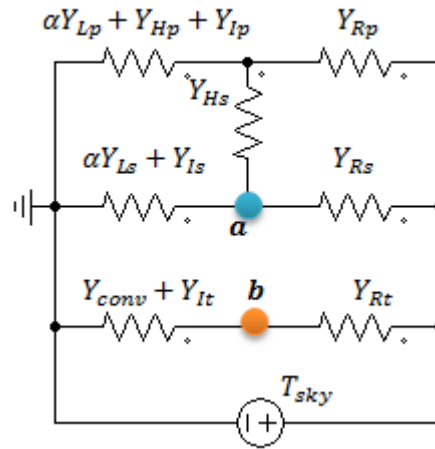
$$I_{a(Rad)} = R_{ad} Y_{It} \quad (\text{B. 26})$$

$$I_{b(Rad)} = R_{ad} Y_{e4} \quad (\text{B. 27})$$

### **Respuesta individual activando Tsky**

Aplicando el principio de superposición, se apagan las demas fuentes y se deja activa únicamente la fuente  $T_{sky}$ , se hace el equivalente del circuito en el nodo a y el nodo b como se observa en la Figura B.12 obteniendo así las corrientes en función de  $T_{sky}$  para cada uno de los nodos.

Figura B. 12. Circuito equivalente al hacer superposición dejando activo Tsky



Realizando una transformación estrella-delta de la Figura B.13 se obtiene el circuito de la Figura B.14

Figura B. 13. Transformación Y- $\Delta$  cuando Tsky está activa

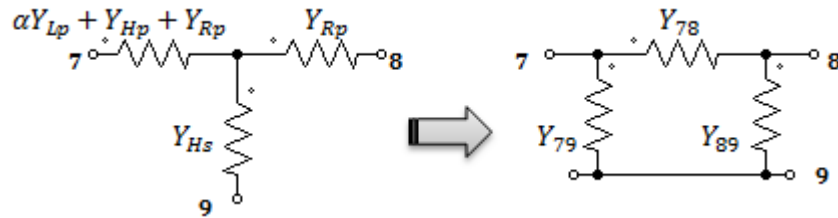
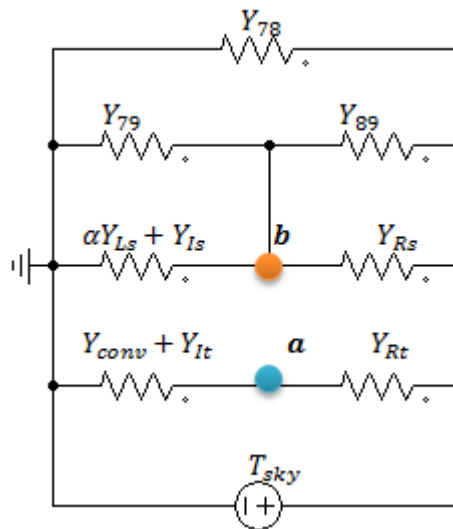


Figura B. 14. Circuito resultante al utilizar la transformación Y- $\Delta$  con Tsky activa



Donde,

$$Y_{78} = \frac{(\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Ip}) Y_{Rp}}{\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Ip} + Y_{Rp} + Y_{Hs}} \quad (\text{B. 28})$$

$$Y_{79} = \frac{(\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Ip}) Y_{Hs}}{\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Ip} + Y_{Rp} + Y_{Hs}} \quad (\text{B. 29})$$

$$Y_{89} = \frac{Y_{Rp} Y_{Hs}}{\alpha Y_{Lp} + Y_{Hp} + Y_{Ip} + Y_{Rp} + Y_{Hs}} \quad (\text{B. 30})$$

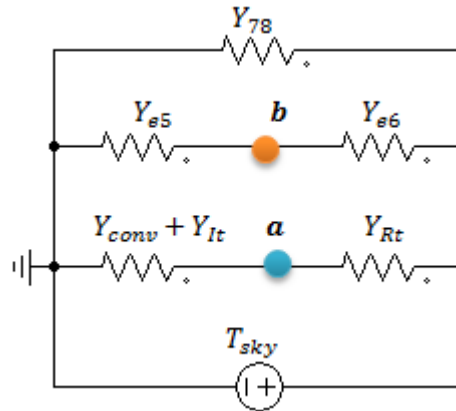
Se reduce el circuito sumando las admitancias en paralelo (ver Figura B.15); y se procede a hallar el equivalente de thévenin que permite calcular las corrientes en los nodos a y b.

Donde,

$$Y_{e5} = Y_{79} + \alpha Y_{Ls} + Y_{Is} \quad (\text{B. 31})$$

$$Y_{e6} = Y_{89} + Y_{Rs} \quad (\text{B. 32})$$

**Figura B. 15. Circuito simplificado en el que se realiza el equivalente de thevenin para los nodos a y b cuando Rad esta activa**



Igual al procedimiento para  $T_{amb}$  y  $R_{adi}$ ; para realizar el equivalente de thevenin cuando la fuente  $T_{sky}$  está activa, se calcula la tensión de circuito abierto de cada uno de los nodos con respecto a tierra ( $V_{Th}$ ). Además se cortocircuita la fuente de tensión  $T_{sky}$  y se halla la admitancia de thevenin ( $Y_{Th}$ ) de cada uno de los nodos con respecto a tierra. Por

último se calcula el equivalente de Norton (ver ecuación B.8 y B.9) correspondiente en cada uno de los nodos.

Por tanto la tensión y la admitancia de thevenin en el nodo a, b y c en función de  $T_{sky}$  son:

$$V_{Th_a} = \frac{T_{sky} Y_{Rt}}{Y_{conv} + Y_{It} + Y_{Rt}} \quad (B. 33)$$

$$V_{Th_b} = \frac{T_{sky} Y_{e6}}{Y_{e5} + Y_{e6}} \quad (B. 34)$$

$$Y_{Th_a} = Y_{conv} + Y_{It} + Y_{Rt} \quad (B. 35)$$

$$Y_{Th_b} = Y_{e5} + Y_{e6} \quad (B. 36)$$

Y las respectivas corrientes en función de  $T_{sky}$  en cada uno de los nodos son:

$$I_{a(Tsky)} = T_{sky} Y_{Rt} \quad (B. 37)$$

$$I_{b(Tsky)} = T_{sky} Y_{e6} \quad (B. 38)$$

Del análisis por superposición de fuentes realizado anteriormente, se obtiene el circuito equivalente de la Figura B.16, el cual sintetiza las respuestas obtenidas en cada uno de los nodos planteados inicialmente.

La respuesta en cada uno de los nodos es la suma de las soluciones individuales, por tanto haciendo uso de análisis de circuitos se hace la suma de las fuentes de corriente en paralelo para obtener una única fuente de excitación independiente en cada uno de los nodos ver Figura B.17.

$$I_a = I_{a(Tamb)} + I_{a(Rad)} + I_{a(Tsky)} \quad (B. 39)$$

$$I_b = I_{b(Tamb)} + I_{b(Rad)} + I_{b(Tsky)} \quad (B. 40)$$

$$I_c = I_{c(Tamb)} \quad (B. 41)$$

$$Y_a = 3(Y_{Rt} + Y_{conv} + Y_{It}) \quad (B. 42)$$

$$Y_b = Y_{e1} + Y_{e2} + Y_{e3} + Y_{e4} + Y_{e5} + Y_{e6} \quad (B. 43)$$

$$Y_c = 3 * (Y_{convrec} + Y_{rec}) \quad (B. 44)$$

Figura B. 16. Circuito equivalente en los nodos a, b y c

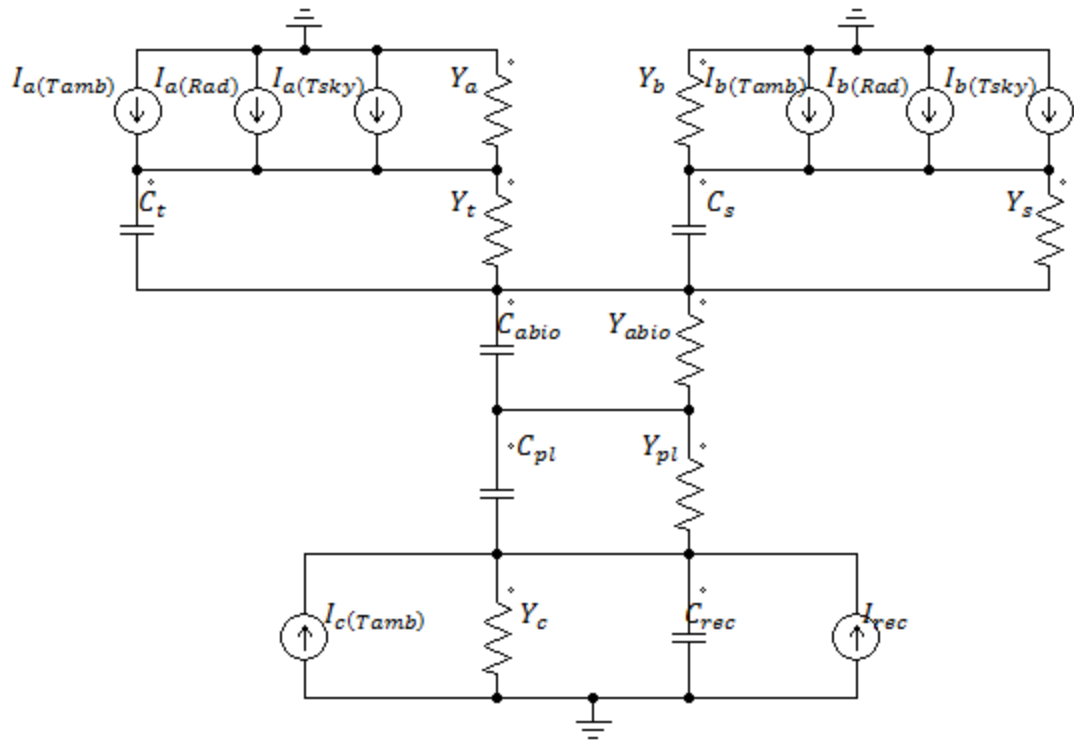
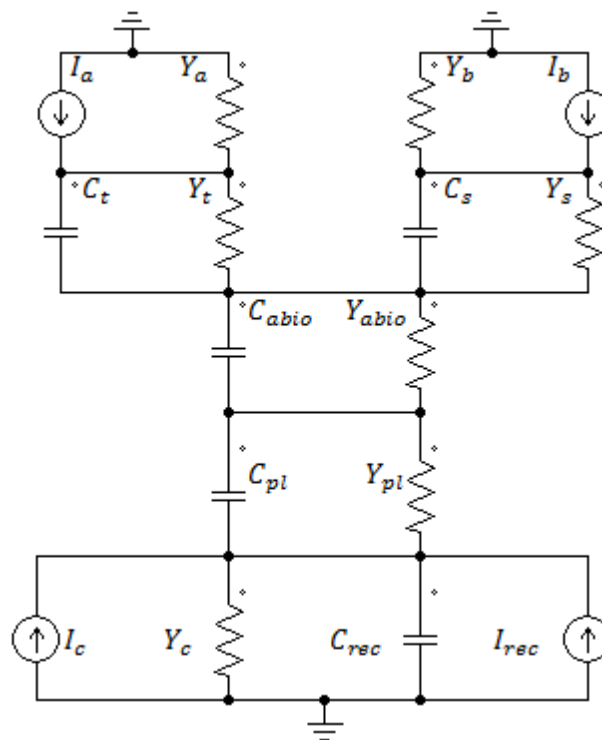


Figura B. 17. Circuito final simplificado



## MODELADO EN EL ESPACIO DE ESTADOS

Para la realización del modelo en el espacio de estados, es necesario declarar el vector de estados  $x = [V1; V2; V3; V4; V5]$ , donde los valores que lo forman corresponden a temperaturas en distintas partes del techo como se muestra en la Figura B.18. Las ecuaciones planteadas a partir de este circuito son:

$$V1 (Y_c + Y_{pl}) - V2 Y_{pl} + \dot{V}1 (C_{rec} + C_{pl}) - \dot{V}2 C_{pl} - I_{rec} - I_c = 0 \quad (B. 45)$$

$$-V1 Y_{pl} + V2 (Y_{abio} + Y_{pl}) - V3 Y_{abio} - \dot{V}1 C_{pl} + \dot{V}2 (C_{abio} + C_{pl}) - \dot{V}3 C_{abio} = 0 \quad (B. 46)$$

$$-V2 Y_{abio} + V3 (Y_{abio} + Y_t + Y_s) - V4 Y_t - V5 Y_s - \dot{V}2 C_{abio} + \dot{V}3 (C_{abio} + C_t + C_s) - \dot{V}4 C_t - \dot{V}5 C_s = 0 \quad (B. 47)$$

$$-V3 Y_t + V4 (Y_a + Y_t) - \dot{V}3 C_t + \dot{V}4 C_t - I_a = 0 \quad (B. 48)$$

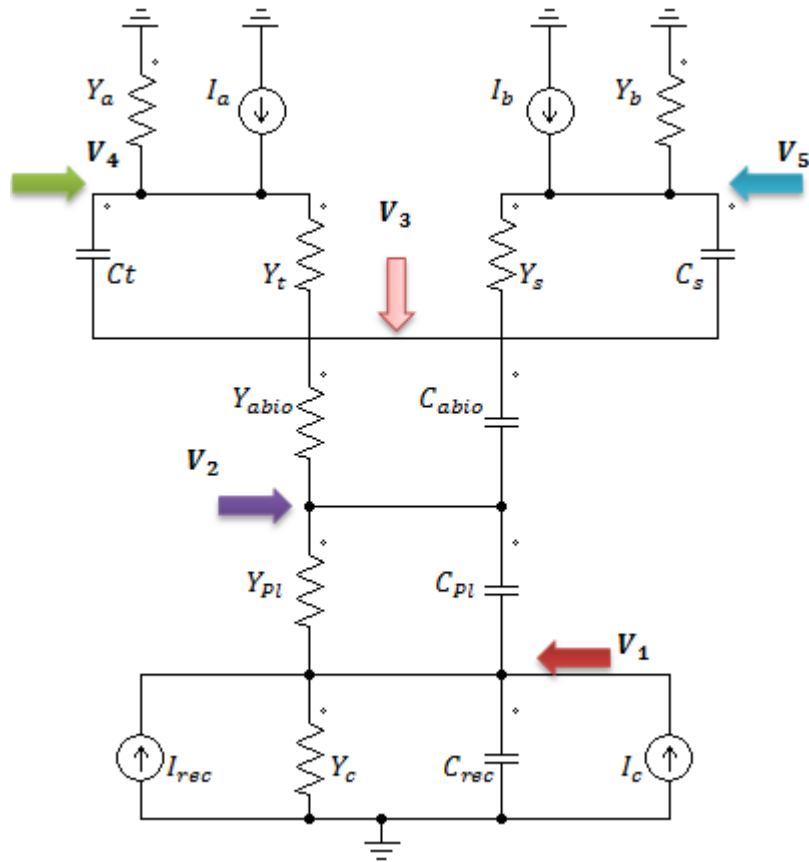
$$-V3 Y_s + V5 (Y_b + Y_s) - \dot{V}3 C_s + \dot{V}5 C_s - I_b = 0 \quad (B. 49)$$

Al resolver el sistema de ecuaciones mencionado anteriormente se plantea el modelo en el espacio de estados.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{V}_4 \\ \dot{V}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \\ B_{51} & B_{52} & B_{53} & B_{54} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{amb} \\ R_{ad} \\ T_{sky} \\ I_{aa} \end{bmatrix} \quad (B. 50)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{amb} \\ R_{ad} \\ T_{sky} \\ I_{aa} \end{bmatrix} \quad (B. 51)$$

Figura B. 18. Nodos especificados para el planteamiento del espacio de estados



Donde los elementos de las matrices A y B son:

$$A_{11} = -\frac{Y_c}{C_{rec}} \quad (B. 52)$$

$$A_{12} = A_{13} = A_{23} = 0 \quad (B. 53)$$

$$A_{14} = -\frac{Y_a}{C_{rec}} \quad (B. 54)$$

$$A_{15} = -\frac{Y_b}{C_{rec}} \quad (B. 55)$$

$$A_{21} = A_{31} = A_{41} = A_{51} = \frac{Y_{pl}C_{rec} - C_{pl}Y_c}{C_{pl}C_{rec}} \quad (B. 56)$$

$$A_{22} = A_{32} = A_{42} = A_{52} = -\frac{Y_{Pl}}{C_{Pl}} \quad (\text{B. 57})$$

$$A_{24} = -\frac{Y_a(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} \quad (\text{B. 58})$$

$$A_{25} = -\frac{Y_b(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} \quad (\text{B. 59})$$

$$A_{33} = -\frac{Y_{abio}}{C_{abio}} \quad (\text{B. 60})$$

$$A_{34} = A_{54} = -\frac{Y_a}{C_{abio}} - \frac{Y_a(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} \quad (\text{B. 61})$$

$$A_{35} = A_{45} = -\frac{Y_b}{C_{abio}} - \frac{Y_b(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} \quad (\text{B. 62})$$

$$A_{43} = \frac{Y_t}{C_t} - \frac{Y_{abio}}{C_{abio}} \quad (\text{B. 63})$$

$$A_{44} = -\frac{Y_a}{C_{abio}} - \frac{Y_a(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} - \frac{Y_a + Y_t}{C_t} \quad (\text{B. 64})$$

$$A_{53} = \frac{Y_s}{C_s} - \frac{Y_{abio}}{C_{abio}} \quad (\text{B. 65})$$

$$A_{55} = -\frac{Y_b}{C_{abio}} - \frac{Y_b(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} - \frac{Y_b + Y_s}{C_s} \quad (\text{B. 66})$$

$$B_{11} = \frac{Y_{conv} + Y_{e1}}{C_{rec}} + \frac{Y_{convrec}C_{Pl}}{C_{rec}(C_{rec} + C_{Pl})} \quad (\text{B. 67})$$

$$B_{12} = \frac{Y_{It} + Y_{e4}}{C_{rec}} \quad (\text{B. 68})$$

$$B_{13} = \frac{Y_{Rt} + Y_{e6}}{C_{rec}} \quad (\text{B. 69})$$

$$B_{14} = \frac{C_{Pl}}{C_{rec}(C_{rec} + C_{Pl})} \quad (\text{B. 70})$$

$$B_{21} = \frac{(Y_{conv} + Y_{e1})(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} + \frac{Y_{convrec}}{C_{rec}} \quad (\text{B. 71})$$

$$B_{22} = \frac{(Y_{It} + Y_{e4})(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} \quad (\text{B. 72})$$

$$B_{23} = \frac{(Y_{Rt} + Y_{e6})(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} \quad (\text{B. 73})$$

$$B_{24} = B_{34} = B_{44} = B_{54} = \frac{1}{C_{rec}} \quad (\text{B. 74})$$

$$B_{31} = \frac{Y_{conv} + Y_{e1}}{C_{abio}} + \frac{(Y_{conv} + Y_{e1})(C_{rec} + C_{Pl}) + Y_{convrec} C_{Pl}}{C_{Pl}C_{rec}} \quad (\text{B. 75})$$

$$B_{32} = \frac{Y_{It} + Y_{e4}}{C_{abio}} + \frac{(Y_{It} + Y_{e4})(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} \quad (\text{B. 76})$$

$$B_{33} = \frac{Y_{Rt} + Y_{e6}}{C_{abio}} + \frac{(Y_{Rt} + Y_{e6})(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} \quad (\text{B. 77})$$

$$B_{41} = \frac{Y_{conv} + Y_{e1}}{C_{abio}} + \frac{(Y_{conv} + Y_{e1})(C_{rec} + C_{Pl}) + Y_{convrec} C_{Pl}}{C_{Pl}C_{rec}} + \frac{Y_{conv}}{C_t} \quad (\text{B. 78})$$

$$B_{42} = \frac{Y_{It} + Y_{e4}}{C_{abio}} + \frac{(Y_{It} + Y_{e4})(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} + \frac{Y_{It}}{C_t} \quad (\text{B. 79})$$

$$B_{43} = \frac{Y_{Rt} + Y_{e6}}{C_{abio}} + \frac{(Y_{Rt} + Y_{e6})(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} + \frac{Y_{Rt}}{C_t} \quad (\text{B. 80})$$

$$B_{51} = \frac{Y_{conv} + Y_{e1}}{C_{abio}} + \frac{(Y_{conv} + Y_{e1})(C_{rec} + C_{Pl}) + Y_{convrec} C_{Pl}}{C_{Pl}C_{rec}} + \frac{Y_{e1}}{C_s} \quad (\text{B. 81})$$

$$B_{52} = \frac{Y_{It} + Y_{e4}}{C_{abio}} + \frac{(Y_{It} + Y_{e4})(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} + \frac{Y_{e4}}{C_s} \quad (\text{B. 82})$$

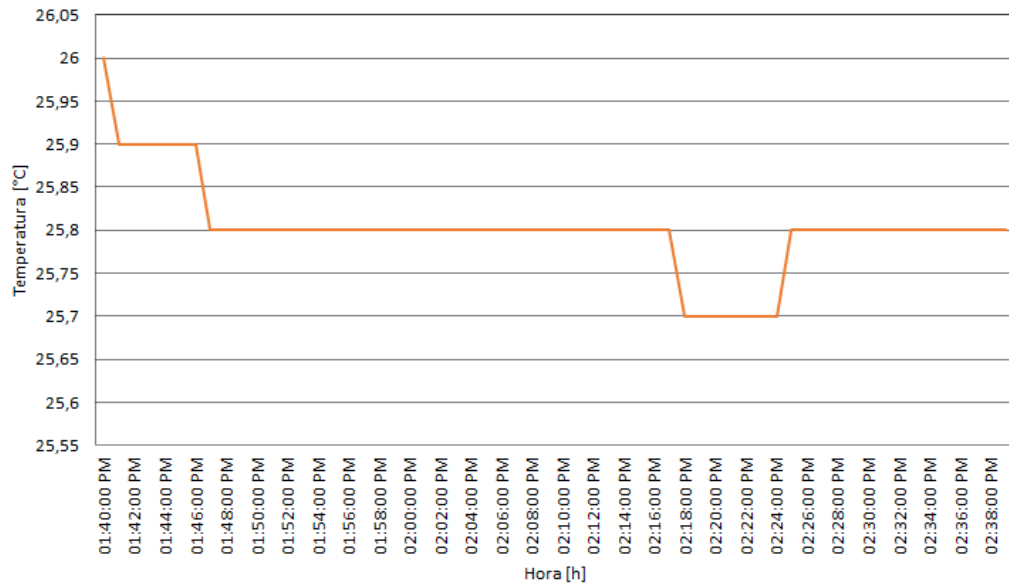
$$B_{53} = \frac{Y_{Rt} + Y_{e6}}{C_{abio}} + \frac{(Y_{Rt} + Y_{e6})(C_{rec} + C_{Pl})}{C_{Pl}C_{rec}} + \frac{Y_{e6}}{C_s} \quad (\text{B. 83})$$

### Anexo C. GRÁFICAS DE LAS MEDICIONES REALIZADAS EN EL TECHO VERDE

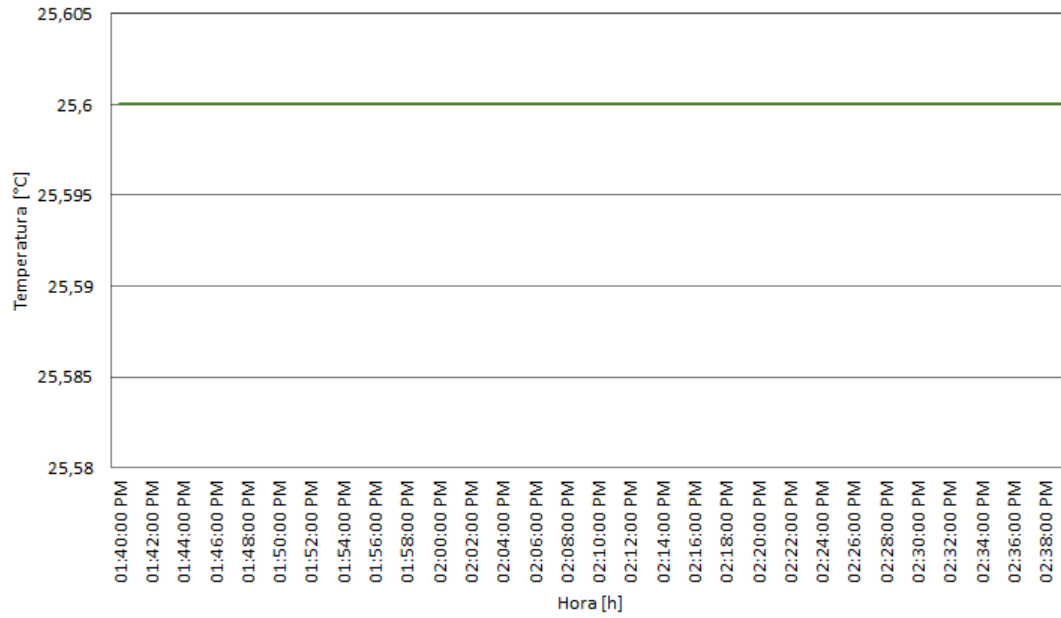
Con el fin de constatar el cumplimiento del objetivo concerniente a la obtención de medidas experimentales de temperatura en las diferentes capas de la cubierta vegetal, se realiza el presente Anexo.

#### Condición de soleamiento nubado

**Figura C. 1. Medición de temperatura en el recinto para condición nubada del 25 de junio de 2014**



**Figura C. 2. Medición de temperatura en las capas abióticas para condición nublada del 25 de junio de 2014**



**Figura C. 3. Medición de temperatura en las losas de concreto para condición nublada 25 de junio de 2014**

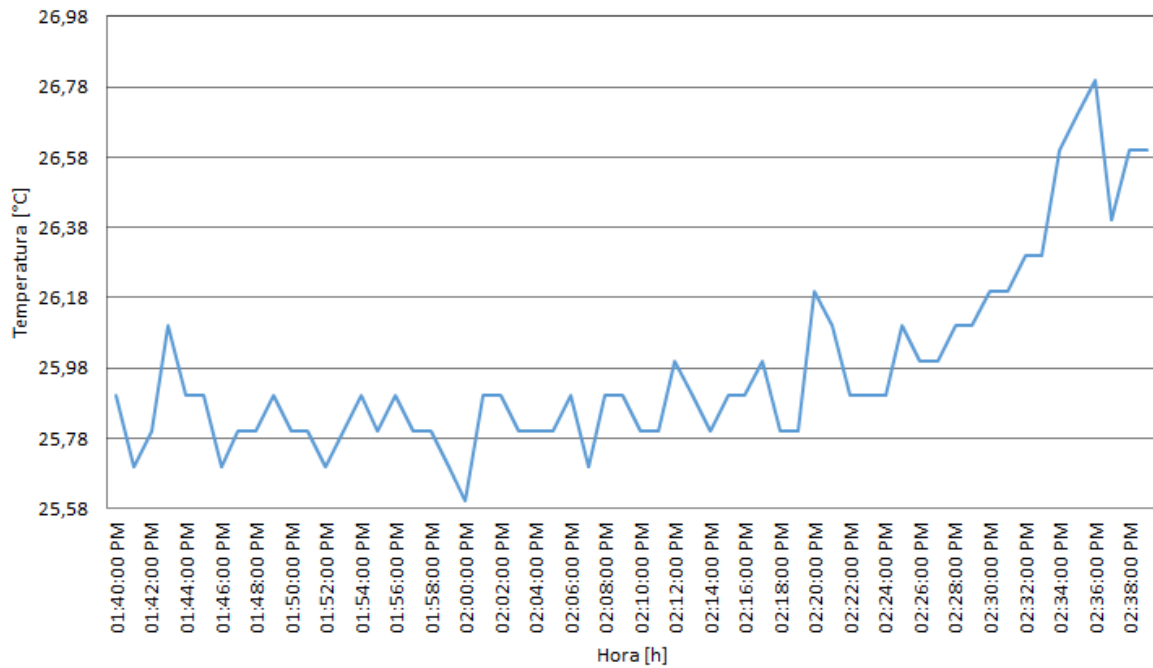


Figura C. 4. Medición de temperatura en el sustrato para condición nubada 25 de junio de 2014

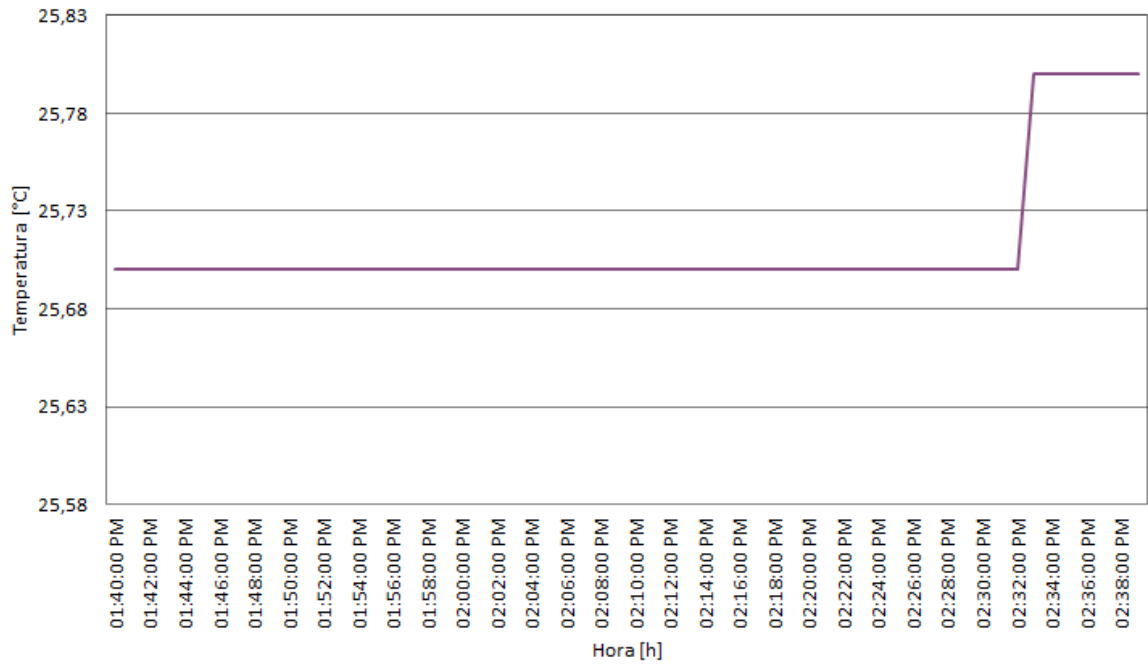


Figura C. 5. Medición de temperatura ambiente para condición nubada 25 de junio de 2014

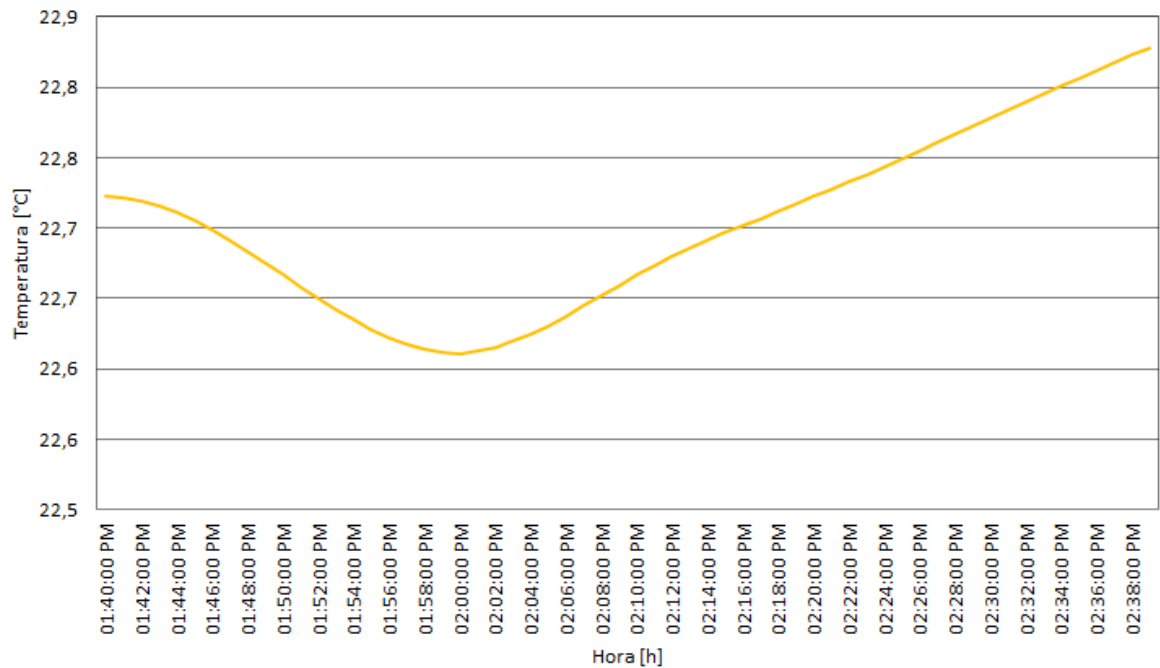
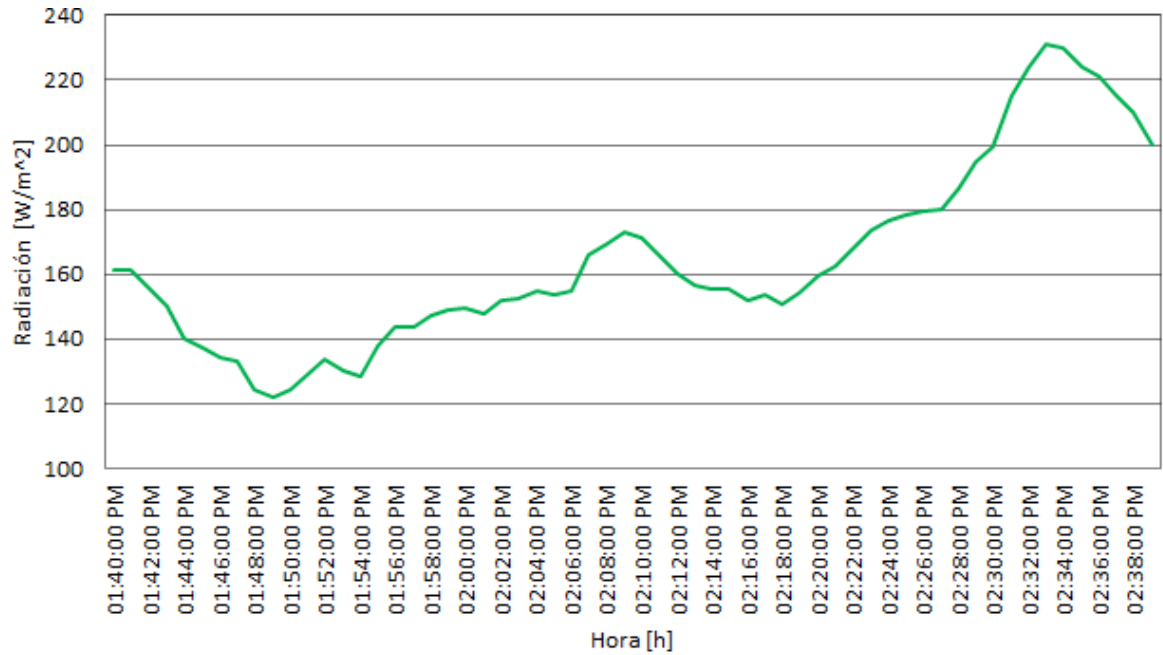
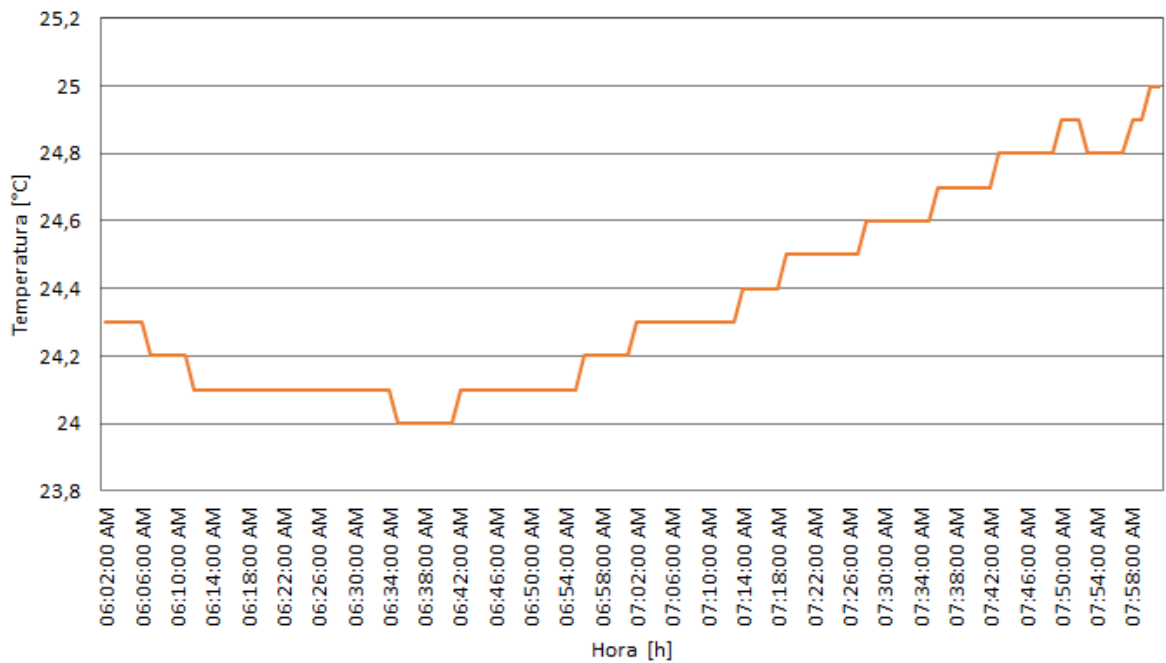


Figura C. 6. Medición de radiación para condición nubada tarde del 25 de junio de 2014

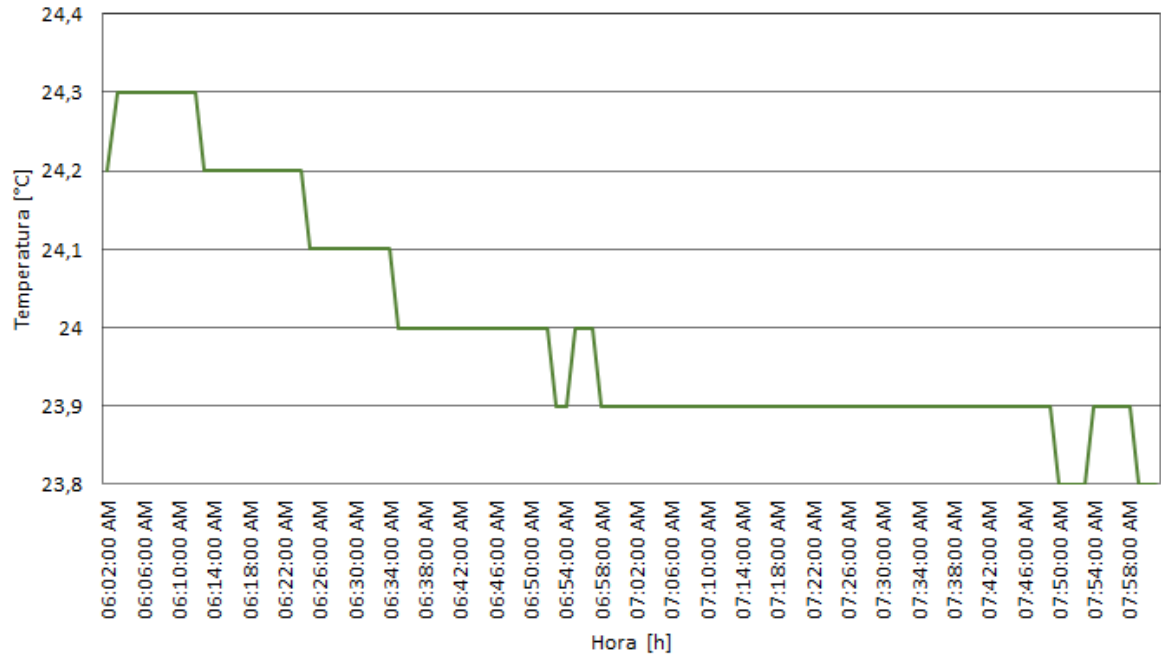


Condición de soleamiento parcialmente nubado

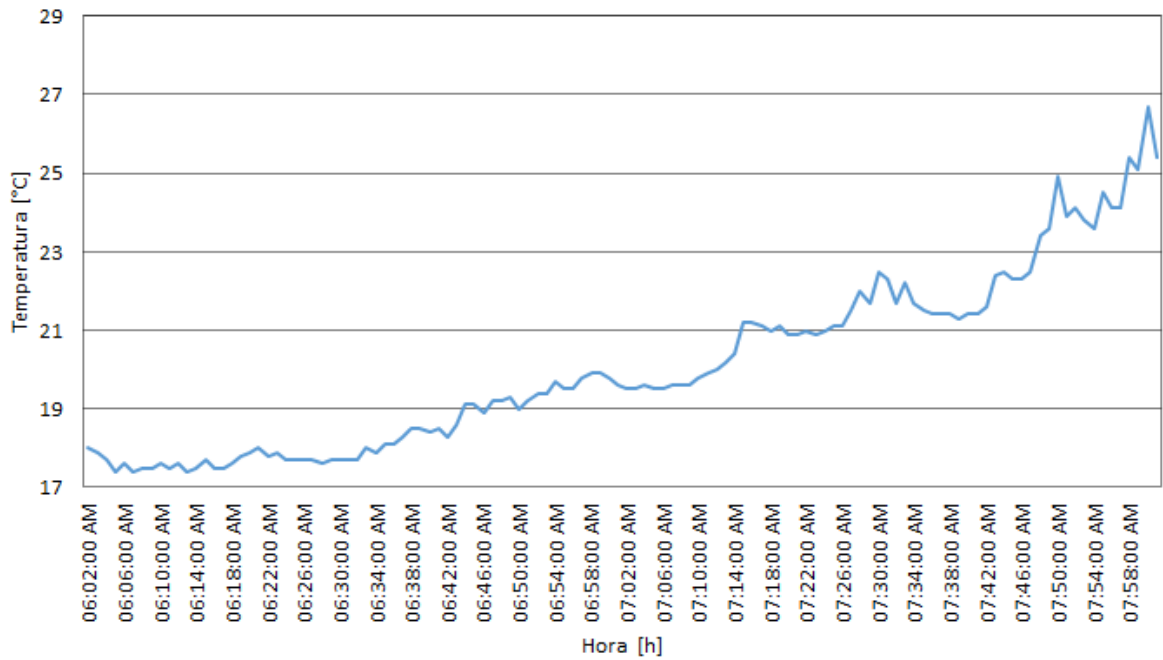
Figura C. 7. Medición de temperatura en el recinto para condición parcialmente nubada 26 de junio de 2014



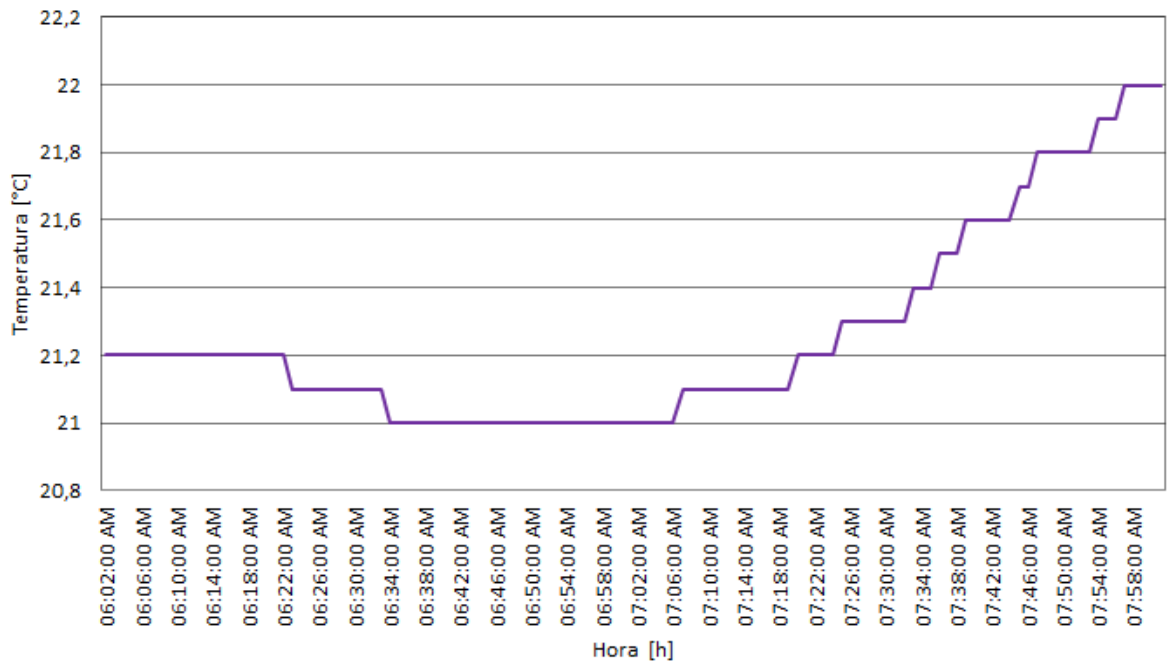
**Figura C. 8. Medición de temperatura en las capas abióticas para condición parcialmente nubada 26 de junio de 2014**



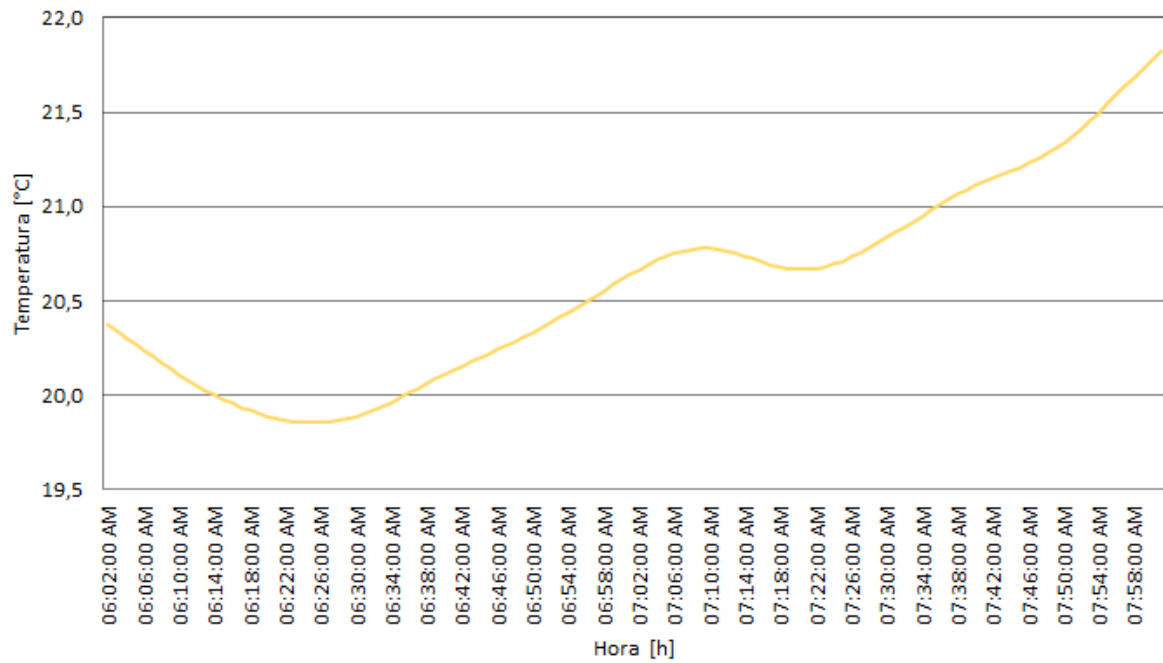
**Figura C. 9. Medición de temperatura en las losas de concreto para condición parcialmente nubada 26 de junio de 2014**



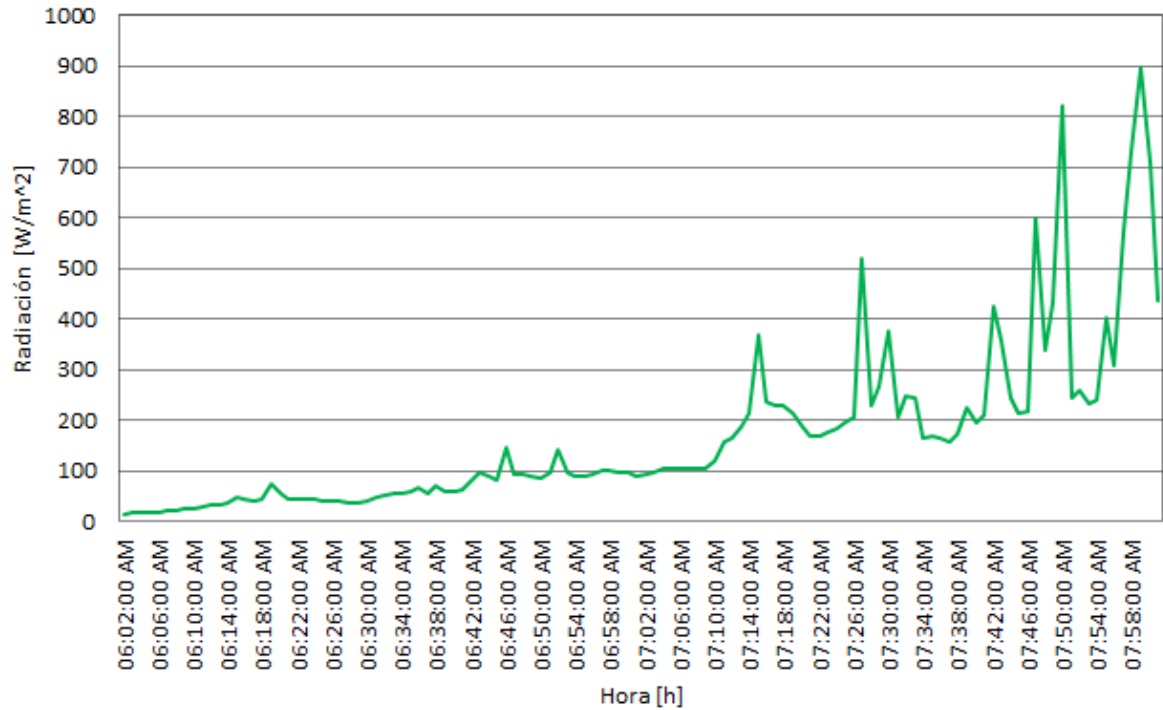
**Figura C. 10. Medición de temperatura en el sustrato para condición parcialmente nublada 26 de junio de 2014**



**Figura C. 11. Medición de temperatura ambiente para condición parcialmente nublada 26 de junio de 2014**

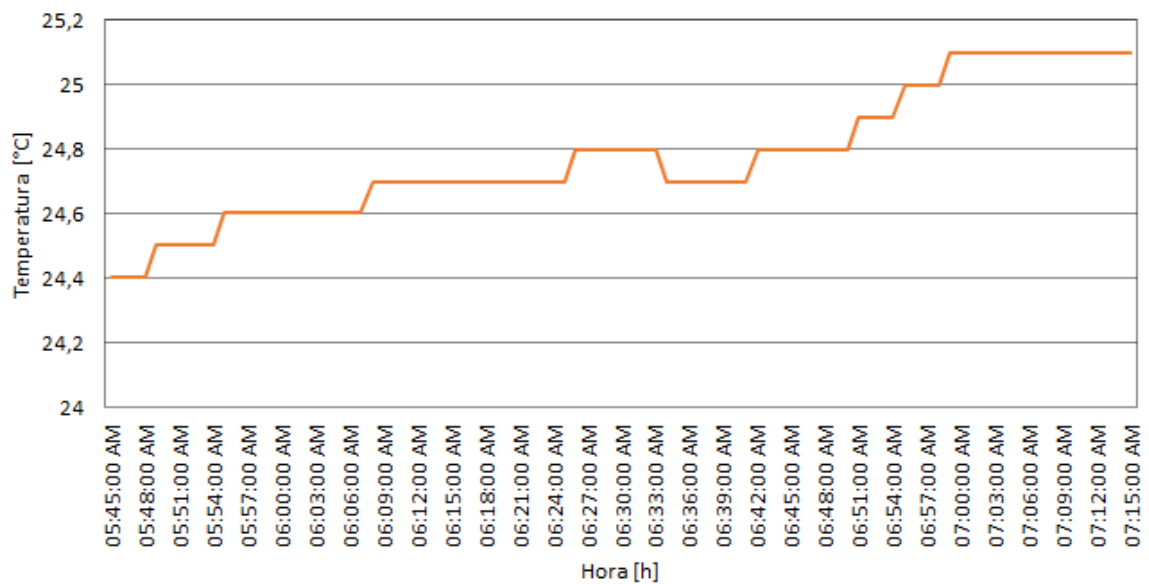


**Figura C. 12. Medición de radiación solar para condición parcialmente nubada 26 de junio de 2014**

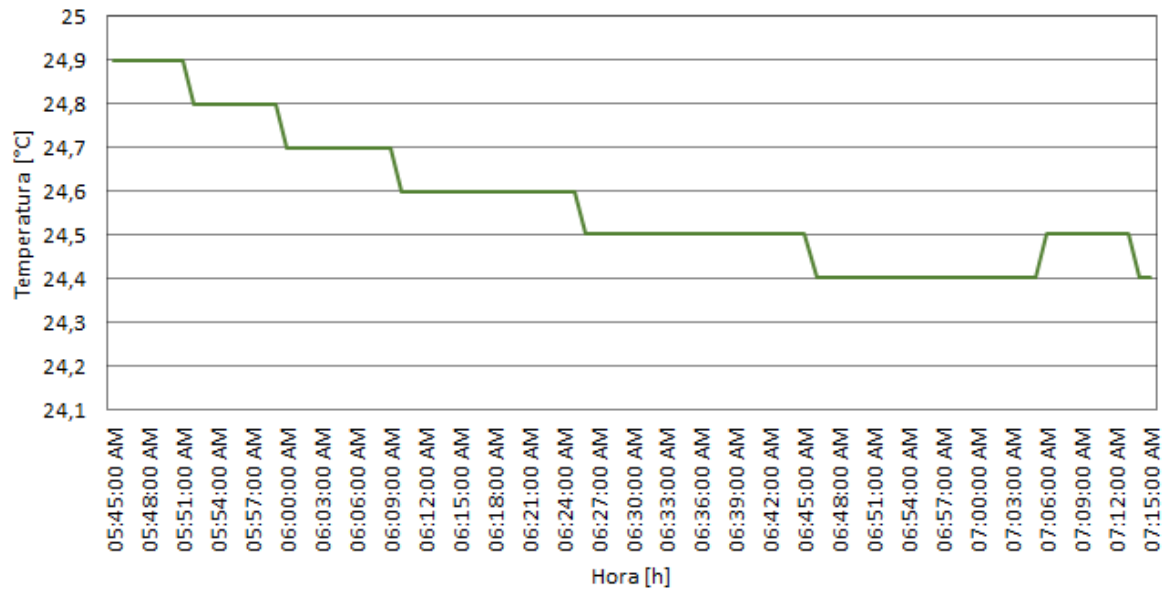


**Condición de soleamiento soleado**

**Figura C. 13. Medición de temperatura en el recinto para condición soleada 9 de septiembre de 2014**



**Figura C. 14. Medición de temperatura en las capas abióticas para condición soleada 9 de septiembre de 2014**



**Figura C. 15. Medición de temperatura en las losas de concreto para condición soleada 9 de septiembre de 2014**

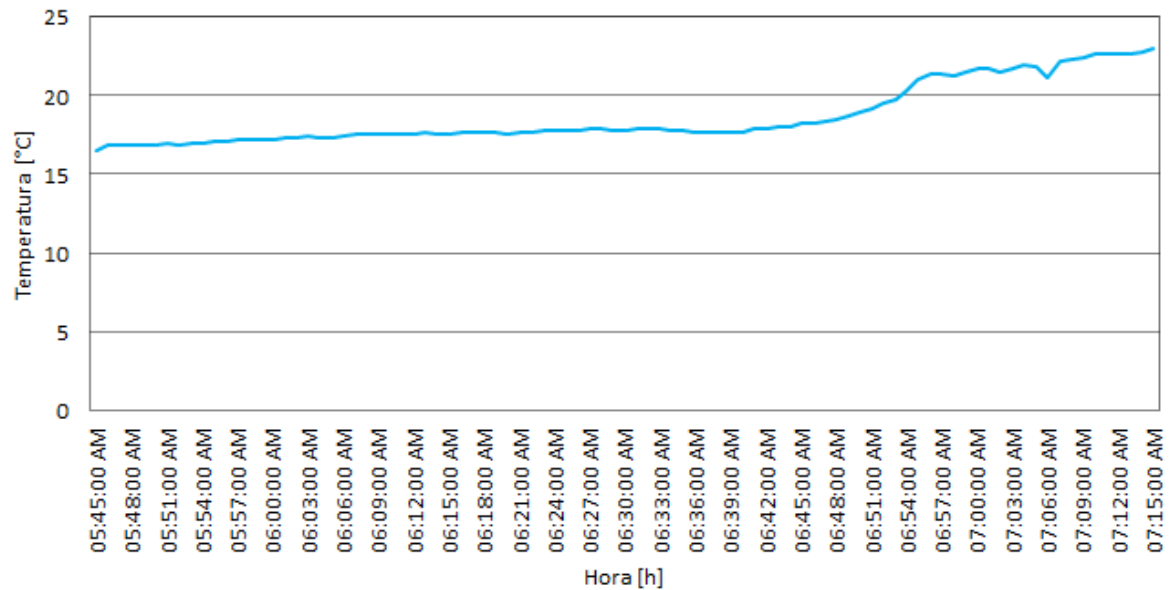


Figura C. 16. Medición de temperatura en el sustrato para condición soleada 9 de septiembre de 2014

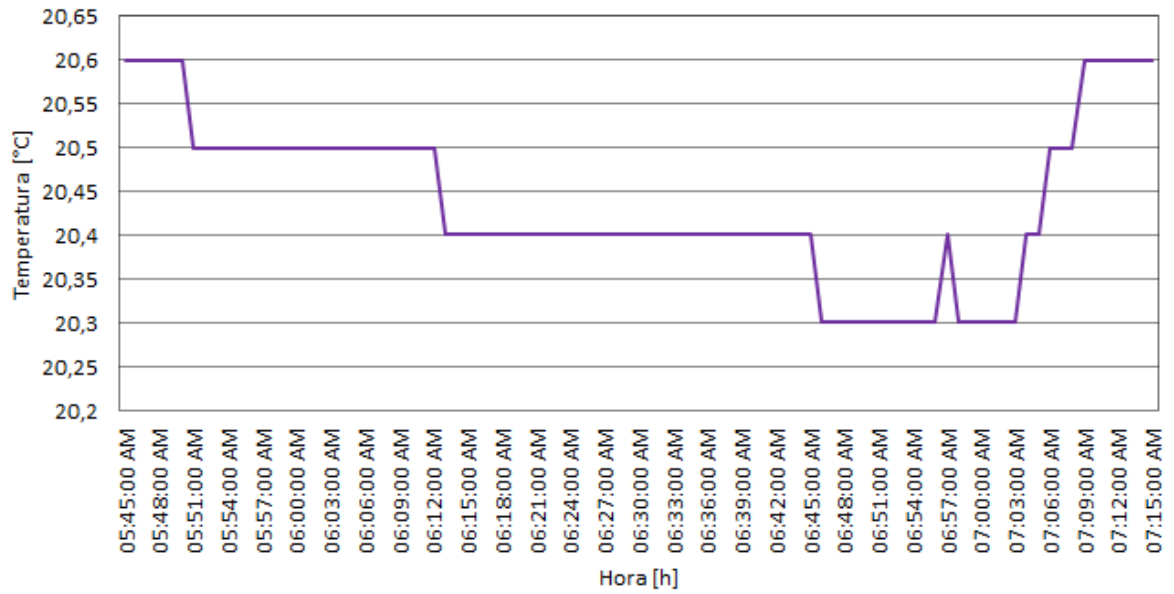
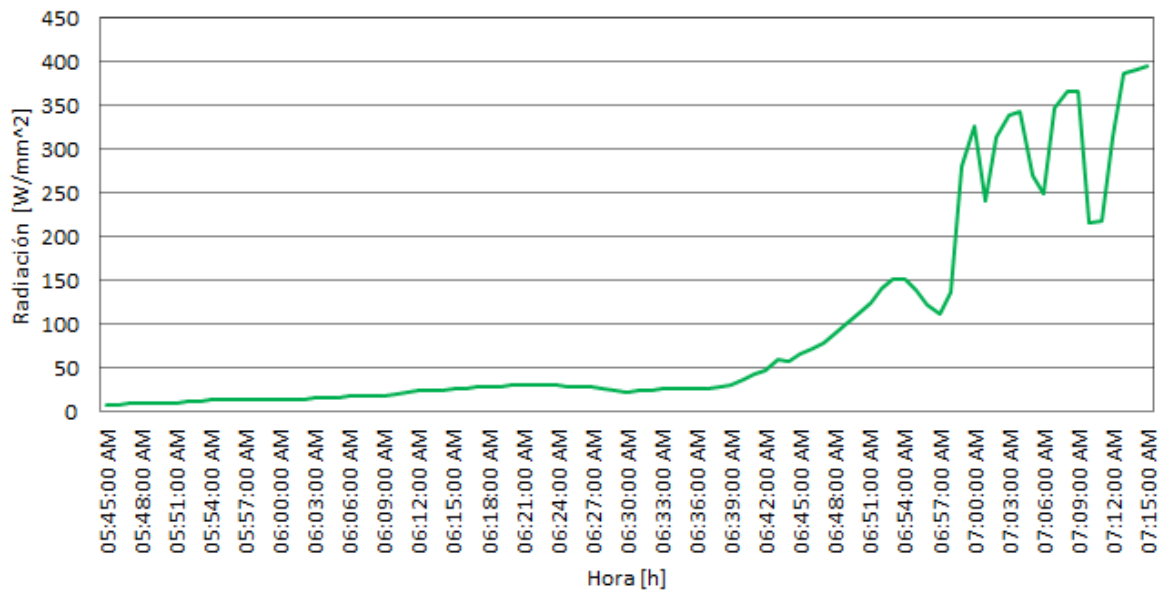


Figura C. 17. Medición de radiación solar para condición soleada 9 de septiembre de 2014



## Anexo D. IMPLEMENTACIÓN DE SOFTWARE

El software seleccionado para la simulación del circuito RC es MATLAB puesto que su lenguaje de programación es una herramienta de alto nivel, este software cuenta con algoritmos y funciones adecuadas para la optimización del modelo en el espacio de estados; La caja de herramientas de optimización o “*Toolbox*” extiende la capacidad de MATLAB acercándolo a un ambiente numérico computacional.

Algunas de las funciones de optimización permiten:

- Minimización no lineal sin restricciones.
- Minimización no lineal con restricciones, problemas de minimizar y maximizar, y problemas de minimización semi-infinitos.
- Solución de ecuaciones de sistemas no lineales.

La función que permite la optimización no lineal sin restricciones es *fminsearch*, es utilizada en la optimización de sistemas multivariables; *fminsearch* encuentra el valor de las variable  $x$  que minimizan la función descrita en *fun*, comenzando por el valor inicial especificado en  $x_0$ .

$$x = \text{fminsearch}(@\text{fun}, x_0, \text{opciones})$$

### Definición de la función objetivo

Muchas de las funciones de optimización requieren que se cree una función en MATLAB que calcule la función objetivo. Puesto que es una función que depende de varias entradas se crea un archivo *M-file* denominado “*fun*” con el fin de llamarlo en la función de optimización.

### Utilización del comando *lsim*

*Lsim* simula la respuesta en el tiempo de sistemas lineales continuos y discretos a entradas arbitrarias; al implementar este comando para el espacio de estados se utiliza

$$[Y, T, X] = \text{lsim}(\text{SYS}, u, t, x_0)$$

El sistema *SYS* representa el sistema a evaluar, este se obtiene a partir de las matrices *A*, *B*, *C*, *D* que conforman el espacio de estados. En la variable **Y** se almacena la salida del sistema en función del tiempo y tiene tantas filas como el tamaño de *T* y tantas columnas como salidas en *SYS*, **X** almacena los estados del sistema tiene tantas filas como el tamaño de *T* y tantas columnas como estados, **T** es el vector del tiempo expresado en unidades de tiempo del *SYS* y consta de muestras de tiempo regularmente espaciadas.

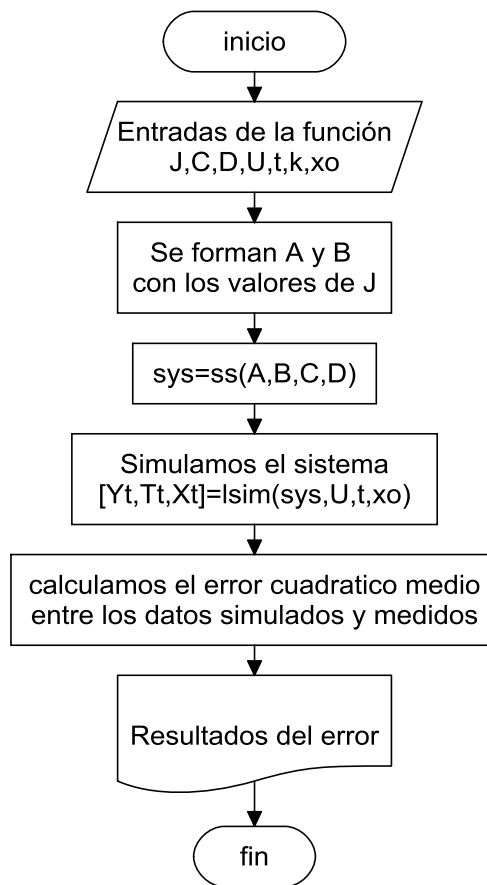
### Parámetros de entrada de la función necesarios para utilizar LSIM

$J$  son las condiciones iniciales de las matrices  $A$  y  $B$ ,  $u$  Es la matriz de entradas del sistema,  $t$  es el vector que especifica las muestras de tiempo para la simulación,  $k$  Es la matriz conformada de los valores experimentales de temperatura,  $x_0$  Es el vector de condición inicial de los estados del sistema.

### Parámetros de salida de la función

$f$  es el valor del error cuadrático medio entre la salida del sistema "Y" simulada (por lsim) y los valores experimentales de la salida "k".  $Y$  es la respuesta de la salida simulada del sistema,  $X$  Es el resultado de los estados simulados del sistema y  $T$  es el vector de tiempo  $t$  que se utiliza para la simulación.

Figura E. 1. Diagrama de flujo de programación de la función *fun*



```

function [f,Yt,Tt,Xt]=fun(J,C,D,U,t,k,xo)
A=[J(1), J(2), J(3), J(4), J(5);
   J(6), J(7), J(8), J(9), J(10);
   J(11),J(12),J(13),J(14),J(15);
   J(16),J(17),J(18),J(19),J(20);
   J(21),J(22),J(23),J(24),J(25)];
B=[J(26),J(27),J(28),J(29);
   J(30),J(31),J(32),J(33);
   J(34),J(35),J(36),J(37);
   J(38),J(39),J(40),J(41);
   J(42),J(43),J(44),J(45)];
sys=ss(A,B,C,D);
[Yt,Tt,Xt]=lsim(sys,U,t,xo);%implementacion de lsim para determinar
X(estados),Y(salidas del sistema)
[fil,col]=size((Yt'-k));
f = sqrt(sum(sum((Yt' - k).^2))/(fil*col));
fid = fopen('Resultados.txt','at+');
fprintf(fid,'%s\n',num2str(f)); fclose(fid);
end

```

[Published with MATLAB® R2013b](#)

### Implementación de la función *fminsearch* para optimizar el sistema

Se parte de que la función objetivo es la función *fun* descrita en el código anterior, esta función se llamará en el archivo *optimizar* cuando se requiera. Inicialmente se cargarán los datos de las mediciones de temperatura y radiación realizadas, se declaran las matrices vectores o valores que se necesiten para ejecutar *fun* . Por último se implementa el *fminsearch* utilizando la función handle “@” en el que se especifica la variable a optimizar (en este caso es J por tanto se usa @(J)).

En la Figura 20 se enseña un diagrama de flujo de la programación para optimizar el sistema.

```

clear all;clc;format short g;close all
% carga datos
M=xlsread('segundos_sep','Hoja5','A4:G5404');
n=length(M);t2=0:1:n-1;t3=3000;t1=0:1:(t3+n-1); %vectores tiempo
ke1=273.15;
Rad=(M(:,5));%Rad=radiación

```

```

V1=(M(:,1)); V3=(M(:,2)); V4=(M(:,3)); V5=(M(:,4)); Ta=(M(:,6));% V1=recinto,
V3=abioticas, V4=losas, V5=sustrato , Ta=ambiente
V1k=kel+V1;V3k=kel+V3;V4k=kel+V4;V5k=kel+V5;Tak=kel+Ta;%cambio de la temperatura
de grados celsius a kelvin
v10=v1k(1);v30=v3k(1);v40=v4k(1);v20=(v10+v30)/2;v50=v5k(1);%se determina los
valores iniciales de temperatura que formarán el vector xo
xo=[v10,v20,v30,v40,v50];%vector de condiciones iniciales en grados kelvin
k=[v1k';v3k';v4k';v5k'];% matriz de estados con valores de temperatura en kelvin
"4xn"
u=[Tak';Rad';ones(1,n)*0;ones(1,n)*0];%matriz de entradas Tam, Rad, Tsky, Irec
% matrices A,C,D ajustamos la ganancia y hallamos B
C=[1 0 0 0 0; zeros(3,2) eye(3,3)];D=zeros(4,4);
A=[-0.016667, 0, 0, 0, 0; %1/0.016667=59.999 segundos (1
min)
0, -0.0016667, 0, 0, 0;%1/0.0016667=599.99 segundos (10
min)
0, 0, -0.0033, 0, 0; %1/0.0033=303.03 segundos (5 min)
0, 0, 0, -0.00833, 0; %1/0.00833=120.05 segundos (2 min)
0, 0, 0, 0, -0.0056];%1/0.0056=178.57 segundos (3
min)
s=tf('s');
Gw=C/(s*eye(5,5)-A);%C*inv(s*eye(5,5)-A)
Gx=[dcgain(Gw(1,1)),dcgain(Gw(1,2)),dcgain(Gw(1,3)),dcgain(Gw(1,4)),dcgain(Gw(1,5
))];

dcgain(Gw(2,1)),dcgain(Gw(2,2)),dcgain(Gw(2,3)),dcgain(Gw(2,4)),dcgain(Gw(2,5));

dcgain(Gw(3,1)),dcgain(Gw(3,2)),dcgain(Gw(3,3)),dcgain(Gw(3,4)),dcgain(Gw(3,5));

dcgain(Gw(4,1)),dcgain(Gw(4,2)),dcgain(Gw(4,3)),dcgain(Gw(4,4)),dcgain(Gw(4,5))];
%ajustar la ganancia
Gg=[1 .005 0 0; %ganancia V1 [Tam,Rad,Tsky,Irec]
1 .005 0 0; %ganancia V3 [Tam,Rad,Tsky,Irec]
1 .01 0 0; %ganancia V4 [Tam,Rad,Tsky,Irec]
.95 .004 0 0];%ganancia V5 [Tam,Rad,Tsky,Irec]
B=Gx\Gg; %B=inv{C*inv(s*eye(5,5)-A)}*Gg
sys=ss(A,B,C,D);
G=dcgain(sys);%verificamos que la ganancia sea la especificada
% simular el sistema antes de que salga el sol con valores constantes de
% Tam y v1k,v3k,v4k,v5k hasta que el sistema se estabilice
xo1=[0 0 0 0 0];
u1=[ones(1,t3)*Tak(1);ones(1,t3)*0;ones(1,t3)*0;ones(1,t3)*0];%u1[Tam,Rad,Tsky,Ir
ec]
k1=[ones(1,t3)*v1k(1);ones(1,t3)*v3k(1);ones(1,t3)*v4k(1);ones(1,t3)*v5k(1)];%k1[
v1k,v3k,v4k,v5k]

```

```

%figure
%lsim(sys,u1,1:t3,xo1)%graficamos y verificamos que el sistema se estabilizo en
el valor inicial de Tam
ut=[u1,u];
kt=[k1,k];
% optimizar
J=[A(1,:),A(2,:),A(3,:),A(4,:),A(5,:),B(1,:),B(2,:),B(3,:),B(4,:),B(5,:)];%vetor
a optimizar formado con A y B
J0=J;%condicion inicial para la optimización necesario para fminsearch
options = optimset('fminsearch');
if exist('Resultados.txt','file');delete('Resultados.txt');end
options = optimset(options,'Display','iter-detailed','ToIFun',1e-
004,'MaxIter',720);
[d,fval,exitflag,output]=fminsearch(@(J) fun(J,C,D,ut,t1,kt,xo1),J0,options);
objetivo = dlmread('Resultados.txt','',0,0);
figure
plot(objetivo)
%matrices A y B optimizadas
AOP=[d(1), d(2), d(3), d(4), d(5);
      d(6), d(7), d(8), d(9), d(10);
      d(11),d(12),d(13),d(14),d(15);
      d(16),d(17),d(18),d(19),d(20);
      d(21),d(22),d(23),d(24),d(25)];
BOP=[d(26),d(27),d(28),d(29);
      d(30),d(31),d(32),d(33);
      d(34),d(35),d(36),d(37);
      d(38),d(39),d(40),d(41);
      d(42),d(43),d(44),d(45)];
sys1=ss(AOP,BOP,C,D);%sistema optimizado
GOP=dcgain(sys1);%ganancia del sistema optimizado
figure
%lsim(sys1,ut,t1,xo1);%graficamos la respuesta del sistema
%estimación sin cubierta vegetal
AN=AOP(1:3,1:3);
BN=BOP(1:3,:);
CN=[1 0 0 ; zeros(1,2) eye(1,1)];
DN=zeros(2,4);
SN=ss(AN,BN,CN,DN);
figure
%lsim(SN,ut,t1,xo1(1,1:3))

```

[\*Published with MATLAB® R2013b\*](#)

Figura E. 2. Diagrama de flujo de programación utilizando *fminsearch*

