

**EL CABRI ELEM COMO HERRAMIENTA PARA LA ENSEÑANZA DEL
MOVIMIENTO DE ROTACIÓN EN EL PLANO.**

MARIBEL RAMÍREZ QUIROGA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA**

2010

**EL CABRI ELEM COMO HERRAMIENTA PARA LA ENSEÑANZA DEL
MOVIMIENTO DE ROTACIÓN EN EL PLANO.**

MARIBEL RAMÍREZ QUIROGA

Trabajo de Grado presentado como requisito para optar al título de
ESPECIALISTA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Director:

MARTÍN EDUARDO ACOSTA GEMPELER
Doctor en Didáctica de las Matemáticas

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA

2010

AGRADECIMIENTOS

A Dios y a la Virgen Santísima por darme fortaleza y sabiduría para poder seguir adelante.

A Victor Hugo Salcedo, quien siempre estuvo dispuesto a colaborarme y medió con La Tecnológica FITEC para el préstamo de la sala de informática de ésta Universidad, ubicada en el Colegio Camacho Carreño.

A los estudiantes del grado sexto que quisieron participar y aportaron en el desarrollo de estas actividades y sin los cuales no habría sido posible aplicarlas.

A la señora rectora María Teresa Gómez D. por su apoyo y colaboración para poder aplicar este proyecto en el Colegio donde trabajo y por los permisos concedidos para poderlo terminar.

A mi familia por su apoyo, especialmente a mi mamá y mi esposo que siempre animaron para continuar.

Al profesor Martin Acosta quien colaboró y apoyó todo el tiempo y sin su dirección esta investigación no habría sido posible.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
1. INTRODUCCIÓN.	11
2. JUSTIFICACIÓN	14
3. OBJETIVOS	15
3.1. OBJETIVO GENERAL	15
3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
4. MARCO DE REFERENCIA	16
5. MARCO TEÓRICO	17
6. METODOLOGÍA	20
7. ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES.	22
7.1. PRIMERA ACTIVIDAD.	22
7.2. SEGUNDA ACTIVIDAD.	38
7.3. TERCERA ACTIVIDAD	49
7.4. CUARTA ACTIVIDAD.	66
7.5. QUINTA ACTIVIDAD.	81
7.6. SEXTA ACTIVIDAD	86
8. CONCLUSIONES	98
9. BIBLIOGRAFÍA	100

LISTA DE FIGURAS.

	Pág.
Figura 1. Actividad 1.	24
Figura 2. Actividad 1.	26
Figura 3. Actividad 2.	39
Figura 4. Actividad 2.	41
Figura 5. Actividad 2.	42
Figura 6. Actividad 4.	67
Figura 7. Actividad 4.	68
Figura 8. Actividad 4.	69
Figura 9. Actividad 5.	82
Figura 10. Actividad 5.	83
Figura 11. Actividad 6.	87
Figura 12. Actividad 6.a)	88
Figura 13. Actividad 6. b)	88
Figura 14. Actividad 6. a)	90
Figura 15. Actividad 6. b)	90
Figura 16. Actividad 6.	92
Figura 17. Actividad 6.	92
Figura 18. Actividad 6.	93
Figura 19. Actividad 6.	94
Figura 20. Actividad 6.	94
Figura 21. Actividad 6.	95
Figura 22. Actividad 6. a)	96
Figura 23. Actividad 6. b)	96

LISTA DE IMÁGENES

	Pág.
Imagen 1. Actividad 1.	37
Imagen 2. Actividad 1.	38
Imagen 3. Actividad 1.	38
Imagen 4. Actividad 2.	46
Imagen 5. Actividad 2.	48
Imagen 6. Actividad 3.	51
Imagen 7. Actividad 3.	51
Imagen 8. Actividad 3.	64
Imagen 9. Actividad 3.	64
Imagen 10. Actividad 3.	65
Imagen 11. Actividad 3.	65

RESUMEN

TÍTULO: EL CABRI ELEM COMO HERRAMIENTA PARA LA ENSEÑANZA DEL MOVIMIENTO DE ROTACIÓN EN EL PLANO*.

AUTORA: RAMÍREZ QUIROGA, Maribel**.

PALABRAS CLAVES: 1. Transformaciones. 2. Rotación. 3. Cabri Elem.

Esta investigación en el aula se realizó con doce alumnos del grado sexto del Colegio Camacho Carreño del municipio de Suratá que trabajaron en parejas. En ella se aplicaron seis actividades sobre el movimiento de rotación en el plano, diseñadas en el software Cabri Elem, de acuerdo a la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau. Cada actividad comprende una serie de tareas sobre una o varias figuras usando una rotación determinada; al terminar una serie, se presenta la misma serie de tareas pero modificando el centro, el ángulo o el sentido de la rotación, se realizaron también puestas en común y un concurso.

El software del computador Cabri Elem permitió al profesor controlar la actividad del estudiante dando las reglas del juego, ya que este le deja hacer restricciones a las acciones del alumno, le deja experimentar y guiar al estudiante, por lo que los alumnos desarrollaron las actividades realizando manipulaciones concretas y reflexionaron sobre dichas acciones. Este software también ayudó a la representación, exploración y verificación de propiedades y conceptos trabajados en la escuela, especialmente los que están implicados con la rotación en el plano.

Mediante el análisis de las actividades realizadas y aplicadas con este software podemos decir que los alumnos identificaron propiedades que caracterizan el movimiento de rotación en el plano y pudieron usar diferentes estrategias para la resolución de problemas.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas, Especialización en Educación Matemáticas. Director: ACOSTA GEMPELER, Martin Eduardo; Doctor en Didáctica de las Matemáticas.

SUMMARY

TITLE: CABRI ELEM AS A TEACHING TOOL OF ROTATION MOVEMENT IN A PLANE*.

AUTHOR: RAMIREZ QUIROGA, Maribel**.

KEY WORDS: 1. Transformations. 2. Rotation. 3. Cabri Elem.

DESCRIPTION:

This classroom research was carried out along with 6 couples of sixth graders of Camacho Carreño School in Surata. For this research, six activities about rotation movement in a plane were applied, having these been designed with Cabri Elem software, according to Guy Brousseau Theory of the Didactic Situations. Each activity comprehends a series of tasks about one or several figures using a determined rotation; finishing one series, the same series of tasks with a modified center, angle or direction of rotation was presented. Some debates and a contest were developed.

Cabri Elem software allowed the teacher to control the students' activity, setting the rules of the game – since this software permits the creation of restrictions for the actions of the student, allows them to experiment and gives them guidance-. The students developed the activities doing concrete manipulations as well as a reflection on these actions. This software also helped on the representation, exploration and checking of the properties and concepts that are treated at school, especially those implied with rotation in a plane.

It can be said that the pupils identified the properties that characterize the rotation movement in a plane through analyzing the activities developed and applied with this software, as well as they could implement different strategies of problems solving.

* Graduation Project

** Faculty of Sciences. Mathematics School. Specialization In Mathematics education. Director: ACOSTA GEMPELER, Martin Eduardo; PhD in Didactics of Mathematics

1. INTRODUCCIÓN.

De acuerdo con mi experiencia como profesora del Colegio Camacho Carreño de Suratá, desde el año 2005, encuentro que cada de vez hay un mayor número de estudiantes que presenta bajo rendimiento académico en geometría, no domina los conceptos básicos y tiene dificultades en el manejo de instrumentos (regla, escuadras, transportador, compás).

Uno de los conceptos más problemáticos es el concepto de ángulo. Los alumnos estiman la amplitud del ángulo de acuerdo con el tamaño de los segmentos o semirrectas que lo definen confundiendo medida lineal con medida de ángulo. Esta dificultad se traduce en errores de uso del transportador, ya que tratan de asimilar las marcas en el transportador con las marcas de la regla, y no saben ubicar el centro ni el sentido de la medida.

Estas dificultades con el concepto de ángulo inciden negativamente en el concepto de rotación, para el cual es fundamental una clara idea de lo que es un ángulo y su medida.

Diferentes estudios resaltan la importancia de trabajar con materiales que les permitan a los alumnos realizar manipulaciones concretas y reflexionar sobre dichas acciones. El software del computador actualmente permite desarrollar actividades de este tipo.

“... Ahora se dispone de software dinámico para geometría, en el que se crea un micromundo de experimentación que propicia la interacción completa del alumno con los objetos geométricos, y facilita la construcción del conocimiento. Este software suministra un ambiente en el cual los estudiantes se animan a especular, crear imágenes, argumentar y justificar.

También les permite usar errores constructivamente para dinamizar su proceso de aprendizaje”.¹

El Cabri es un software de geometría creado hace más de 20 años con el principio de la manipulación directa. Por medio de él, los estudiantes pueden manipular en la pantalla del computador objetos teóricos de la geometría. Recientemente los creadores de Cabri han desarrollado una nueva versión, Cabri Elem, destinada a la enseñanza en primaria, añadiendo nuevas posibilidades para el diseño de actividades como: la inclusión de imágenes a las que se pueden aplicar transformaciones geométricas, la posibilidad de mostrar mensajes de retroalimentación, una diversidad de controles del avance de la actividad y una simplificación de la interface que se presenta a los alumnos.

Por esta razón consideramos importante explorar las posibilidades que ofrece este software para el diseño de actividades de clase, y su posible contribución a la solución del problema del aprendizaje de la rotación.

Pregunta ¿Cómo usar Cabri Elem, para la enseñanza de la rotación en el plano, con estudiantes de sexto grado de manera que se superen las dificultades observadas sobre el concepto de ángulo?

POBLACIÓN OBJETIVO

Este proyecto se inicia desde el mes de junio del año 2009 hasta el mes de Mayo de 2010. Fue desarrollado con 12 estudiantes del grado sexto del Colegio Camacho Carreño, estudiantes del casco urbano del municipio de Suratá, con los que se trabajó en horas de la tarde. Con estos estudiantes se quiso conceptualizar acerca del movimiento de rotación en el plano. Se buscaba que reconocieran el concepto de ángulo y las características del movimiento de rotación y con ello

¹ MEN. Nuevas Tecnologías y currículo de matemáticas. Lineamientos curriculares. P.35

pudieran mejorar su pensamiento geométrico y espacial. Las actividades de clase fueron diseñadas de acuerdo a la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau.

2. JUSTIFICACIÓN

El desarrollo del tema de movimientos en el plano, especialmente el de la rotación se ha convertido en un trabajo demasiado complejo para los estudiantes, ya que éstos tienden a cometer errores en el trazo y la medición. Fácilmente los estudiantes están olvidando los conceptos y procedimientos o simplemente no los están aprendiendo.

Por estas razones, consideramos muy apropiado implementar el uso del Cabri Elem que sirvió para que los estudiantes exploraran en él y pudieran realizar movimientos que en el cuaderno no pueden realizar ni observar fácilmente. El Cabri Elem ayuda a la representación, exploración y verificación de propiedades y conceptos trabajados en la escuela, especialmente los que están implicados con la rotación en el plano.

Con este trabajo se desea sugerir una propuesta para desarrollar el tema de la rotación en el plano, aprovechando las características de Cabri Elem con estudiantes de 6º grado.

De esta manera pretendemos aportar al mejoramiento del nivel académico y los procesos de enseñanza y aprendizaje, de manera que las clases de geometría les ayuden a mejorar el pensamiento geométrico y sus potencialidades intelectuales.

3. OBJETIVOS

3.1. OBJETIVO GENERAL

Elaborar, aplicar y evaluar una propuesta de trabajo en el aula basada en la Teoría de las Situaciones Didácticas, utilizando Cabri Elem como medio material para la enseñanza del concepto de la rotación en el plano a los estudiantes de sexto grado.

3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar talleres y actividades de acuerdo a la Teoría de las Situaciones Didácticas, aprovechando las características de Cabri Elem, buscando que los alumnos construyan el concepto de rotación en el plano.
- Aplicar las actividades diseñadas en el Cabri Elem con un grupo de estudiantes del grado sexto del Colegio Camacho Carreño de Suratá.
- Analizar las estrategias utilizadas por los estudiantes al resolver las situaciones problema propuestas en las actividades.
- Analizar el funcionamiento de las actividades comparándolo con el diseño previo con el fin de detectar fallas o proponer mejoras.

4. MARCO DE REFERENCIA

ANTECEDENTES

Para el desarrollo de este trabajo se revisaron los proyectos de grado:

“Conceptualización de la Simetría Axial y la Traslación con la Mediación del Programa Cabri Geometry II. De Lilian Andrea Monrroy Blanco y Karol Lisette Rueda Gómez. Director Martín Eduardo Acosta Gempeler, Doctor en Didáctica de las Matemáticas. Trabajado con 4 estudiantes del Colegio Liceo Patria de Bucaramanga, 2009”, que introdujeron estos movimientos en el plano utilizando recursos tecnológicos y actividades de acuerdo a las teorías de Brousseau.

“Propuesta de trabajo con la calculadora TI-92 para la enseñanza de rotaciones de segmentos y polígonos en el plano cartesiano. De Myriam Vargas Archila. Dirigida por Jorge Enrique Fiallo Leal, Magister en Enseñanza de las Matemáticas. En el que diseñan cuatro talleres para desarrollar en la calculadora TI-92, indicando la forma de construcción de segmentos como de polígonos, el como hacer rotación y cómo reconocer sus propiedades.

Estrategia metodológica para el aprendizaje sobre rotación de polígonos en el plano. De Javier Alfonso Marulanda Acosta. Dirigida por: Carmen Luisa Arias. Msc. En Educación. Carlos A. Torres. Msc. En Educación. Edilberto Reyes G. Msc. En Matemáticas. En el que se diseñaron y ejecutaron con estudiantes de séptimo grado de la Normal de Málaga situaciones de aprendizaje sobre rotaciones en el plano, inicialmente trabajan giros o movimientos con sus brazos y piernas en un espacio abierto, luego los representan utilizando paletas para finalmente realizarlo en el cuaderno.

5. MARCO TEÓRICO

Además la fundamentación de esta propuesta exige una revisión en los siguientes ejes temáticos:

FUNDAMENTACIÓN MATEMÁTICA

Basada en el marco teórico del pensamiento espacial y sistemas geométricos, que es lo que se quiere abordar en esta propuesta, por lo que es necesario profundizar sobre los movimientos en el plano, especialmente con el movimiento de rotación y sus características.

Los estándares que propone el Ministerio de Educación Nacional con respecto al tema de transformaciones son los siguientes:

Al terminar quinto grado: “Hacer conjeturas y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños”.

Al terminar séptimo grado. “Predecir y comparar los resultados de aplicar transformaciones (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte”.

ROTACIÓN

La rotación es un movimiento en el plano que consiste en girar un objeto o una figura alrededor de un punto llamado centro de rotación. Una rotación queda caracterizada por: el centro de rotación, el ángulo de rotación y el sentido. El sentido puede ser positivo si se realiza en el sentido contrario a las manecillas del reloj o negativo si es en el mismo sentido de éstas.

Cada punto de la figura describe un arco de circunferencia y estos puntos con sus correspondientes equidistan del centro de rotación, conservando la medida de los lados y de los ángulos de la figura original.

FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA.

Se tiene en cuenta la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau, en la que intervienen tres elementos fundamentales: alumno, profesor y medio.

El alumno aprende con la interacción con un medio determinado que le va induciendo los conocimientos que éste puede tener, éste medio también puede hacer que el alumno modifique o aprenda nuevos conocimientos, además el medio le permite experimentar, reconocer, tomar decisiones y evaluarlas o analizarlas para resolver problemas de manera independiente de la mediación del docente.

El problema que plantea el profesor tiene la finalidad de que los alumnos aprendan nuevos conceptos.

El profesor les plantea un problema a los alumnos en el medio para que ellos experimenten, reconozcan características o propiedades, tomen decisiones y las evalúen para alcanzar la solución. El profesor no le está indicando cuáles son los conocimientos que deben emplear para que sean ellos con la interacción con el medio los que produzcan dichos conocimientos.

El medio debe permitirle al profesor controlar la actividad del estudiante dando las reglas del juego, le deja hacer restricciones a las acciones del alumno, le deja experimentar y guiar al estudiante. Al alumno le sirve para experimentar, observar regularidades, tomar decisiones y evaluarlas para resolver el problema.

El Cabri Elem es el software de geometría dinámica que escogimos como medio, ya que con él se pueden diseñar actividades en las que el alumno experimente, realice arrastre de las figuras construidas y observen las características que

siempre se mantienen. También con este pueden realizar construcciones que con lápiz y papel no es tan sencillo; además el Cabri Elem le permite al alumno tomar y evaluar decisiones por medio del arrastre y construcción de figuras.

El profesor plantea el problema a través del Cabri Elem, en él puede escoger las herramientas con las que los estudiantes experimenten, observen regularidades, vayan explorando y haciendo construcciones.

El profesor puede controlar la progresión del estudiante impidiendo que pase a una nueva actividad sin haber solucionado aquella en la que está trabajando, y entregando retroalimentaciones positivas o negativas a las diferentes acciones del alumno.

6. METODOLOGÍA

TIPO DE ESTUDIO:

Es una investigación de tipo Ingeniería Didáctica². Se realiza un análisis a priori de las actividades diseñadas, la observación de su implementación y el análisis a posteriori de las mismas, usando como medio el Cabri Elem.

La propuesta exige: una fundamentación desde la matemática y la didáctica de los principios que orienten el desarrollo del trabajo; el diseño de talleres u actividades de acuerdo a la teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau, con el propósito de construir el concepto de rotación; la implementación de la propuesta en el aula y el análisis de esa implementación.

Se tiene en cuenta para el proceso experimental las siguientes fases:

- Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas.
- Experimentación.
- Análisis a posteriori y evaluación

En el **análisis a priori** se hacen hipótesis sobre lo que pueden hacer o decir los estudiantes, se describe o predice lo que ellos realizarán teniendo en cuenta el problema, sus conocimientos previos y las restricciones y potencialidades del medio.

La Experimentación consiste en llevar a cabo las actividades diseñadas con un grupo de estudiantes. Durante la experimentación se recogen datos sobre la

² Guy Broausseau. Iniciación al estudio de las situaciones didácticas. 1a ed. - Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2007.

interacción de los alumnos con el medio, las intervenciones del profesor y la construcción del conocimiento a nivel individual y grupal.

Durante la experimentación se busca respetar las decisiones tomadas en el análisis a priori.

El análisis a posteriori consiste en confrontar el análisis a priori con los datos recogidos durante la experimentación con el fin de confirmar o refutar las hipótesis propuestas.

7. ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES.

Para todas las actividades los estudiantes trabajan por parejas en un computador con el fin de promover los intercambios verbales. Para evitar que uno de ellos monopolice el ratón, se les pedirá que cedan el turno del ratón regularmente. Durante el desarrollo de las actividades tendrán que efectuar tareas en el computador pero también tendrán que consignar en papel ese trabajo. Además, cada actividad comprende una serie de tareas sobre una o varias figuras usando una rotación determinada; al terminar una serie, se presenta la misma serie de tareas pero modificando el centro, el ángulo o el sentido de la rotación.

Cada actividad consiste en una serie de tareas que se realizan con una rotación determinada y al terminar la serie, se comienza otra con una rotación diferente.

7.1. PRIMERA ACTIVIDAD.

OBJETIVO

El propósito de esta actividad es que los alumnos se familiaricen con algunos fenómenos visuales relativos al movimiento de dos figuras rotadas alrededor de un punto tales como:

Dependencia: el alumno podrá darse cuenta que cada manzana verde depende de una manzana roja; es decir, no puede agarrarse para arrastrarla, aunque sí se mueve al arrastrar la manzana roja correspondiente a su tamaño.

La dependencia no es una propiedad geométrica sino una condición impuesta por el software que nos sirve para poner en evidencia el sentido de la rotación. Este sentido va del objeto independiente al objeto dependiente.

Se espera que los alumnos se den cuenta que las manzanas verdes no se dejan arrastrar, mientras las rojas sí, y que cuando una manzana roja es arrastrada, la verde correspondiente a su tamaño se mueve.

Posición relativa: El alumno podrá darse cuenta que la posición de la manzana verde con respecto a la manzana roja no siempre es la misma; por ejemplo: si en un punto de la pantalla la manzana verde está a la derecha (a la izquierda, arriba, abajo), esto no necesariamente sucederá en cualquier otro punto de la pantalla. Aunque es poco probable, es posible que el alumno comprenda que esas posiciones relativas dependen de la posición con respecto al centro, y que si se considera la posición relativa de una manzana verde con respecto a su correspondiente roja sobre un círculo centrado en el centro de rotación, esa posición si es invariante (la manzana roja siempre está antes o después de la verde sobre el círculo).

Puntos invariantes: El centro de rotación es el único punto invariante. Los alumnos podrán notar que hay sólo un lugar en el que las manzanas se superponen.

La rotación de una figura coincide con su imagen sólo en su centro de rotación.

Concepto de ángulo: Los alumnos podrán observar tres propiedades relativas al concepto de ángulo:

- Cuando las manzanas rojas están alineadas con el centro de rotación, las verdes también lo están.
- La manzana roja y su correspondiente verde están a la misma distancia del centro de rotación.
- Si aumenta la distancia de las manzanas con respecto al centro, aumenta la distancia de la manzana roja a su correspondiente verde.

ANÁLISIS A PRIORI.

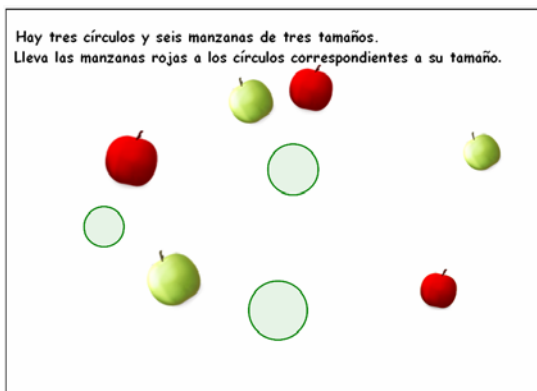
Esta primera actividad comprende tres series de tres tareas.

Tarea 1.

El propósito de esta tarea es que los alumnos arrastren las manzanas rojas y se den cuenta que las verdes también se mueven. Además, que en un caso la manzana verde se superpone a la manzana roja.

Descripción de la figura.

Figura 1. Actividad 1.



Fuente: Autora Del Proyecto.

La figura tiene seis manzanas: tres rojas y tres verdes de tres tamaños diferentes, así como tres círculos verdes de tamaños correspondientes a los tamaños de las manzanas. Las manzanas verdes son la rotación de las manzanas rojas con respecto a un ángulo y centro de rotación ocultos. Las manzanas verdes no se dejan arrastrar; sólo se mueven al arrastrar las manzanas rojas. Los círculos no se dejan arrastrar.

El círculo mediano está sobre el centro de rotación.

Tarea: Hay tres círculos y seis manzanas de tres tamaños.

Lleva las manzanas rojas a los círculos correspondientes a su tamaño.

Se espera que los alumnos arrastren directamente las manzanas rojas a los círculos correspondientes y se den cuenta de que las verdes también se mueven. Esta tarea no tiene ninguna dificultad para los alumnos, únicamente necesitan habilidades perceptivas para controlar que la manzana esté dentro del círculo. También constatarán que hay un par de manzanas que se superponen y es posible que noten que no hay una regularidad que permita prever la posición de la manzana verde con respecto a la roja.

Tarea 2.

Ahora, lleva las manzanas verdes a los círculos correspondientes a su tamaño.

Se espera que los estudiantes intenten arrastrar las manzanas verdes. Como el software no se los permite pueden darse dos casos:

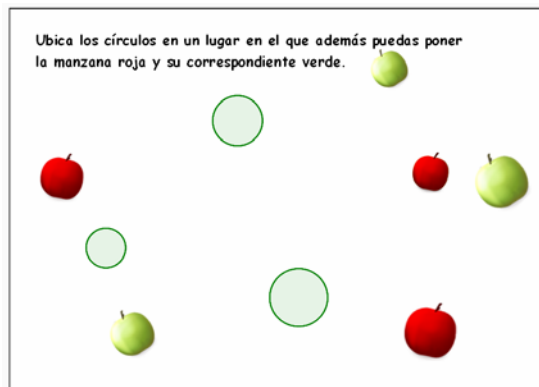
- Que los alumnos arrastren las manzanas rojas y se den cuenta que de esta manera pueden llevar las verdes a los círculos.
- Que digan que no es posible. En este caso la profesora puede intervenir haciéndoles caer en cuenta que en el ejercicio anterior al arrastrar las manzanas rojas, las verdes también se movían, por ejemplo les puede preguntar: ¿En el ejercicio anterior las verdes se movieron?, con esto se espera que ellos se den cuenta que al arrastrar nuevamente las manzanas rojas se pueden mover las manzanas verdes.

Tarea 3.

El propósito de esta tarea es que los alumnos verifiquen que hay un sólo lugar en el que las manzanas rojas y verdes se puedan superponer.

Descripción de la figura.

Figura 2. Actividad 1.



Fuente: Autora Del Proyecto.

Es la misma figura que la anterior, sólo que en ésta los círculos también pueden arrastrarse.

Tarea 3: Ubica los círculos en un lugar en el que además puedas poner la manzana roja y su correspondiente verde.

Se espera que los estudiantes arrastren los círculos a las manzanas correspondientes, pero como en ellas no coinciden las manzanas rojas con las verdes, intentarán arrastrar las manzanas rojas a donde se acerquen con su respectivas verdes e ir arrastrando los círculos entre ellas.

Entonces probablemente comiencen a arrastrar una manzana roja hasta hacerla coincidir con la manzana verde correspondiente y luego arrastren hasta allí el círculo respectivo.

También lo podrán hacer ubicando todas las manzanas y luego los círculos, en ambos casos aciertan con el ejercicio.

Se espera que los alumnos con las otras series refuercen el hecho de que las manzanas verdes dependen de las rojas, a medida que se avanza en la serie ellos vayan abandonando la idea de arrastrar las manzanas verdes.

Se espera que los alumnos comparen las series entre sí para darse cuenta que el punto donde se superponen las manzanas no siempre es el mismo.

A pesar de que el ángulo también cambia de una serie a la otra, no se espera que los alumnos identifiquen este cambio de ninguna manera.

Terminada esta actividad, se realizará una **puesta en común**.

En esta puesta en común, la profesora tendrá en cuenta que los estudiantes hayan identificado los fenómenos visuales que ya se mencionaron, en el caso de que no lo hayan hecho, hará preguntas o pedirá que manipulen la figura para asegurarse que los identifican.

1. ¿Qué observaron?
2. ¿Qué sucede con el movimiento de las manzanas verdes cuando se arrastran las manzanas rojas?
3. En cada actividad hay dos manzanas que quedan ubicadas en un círculo. ¿Siempre coincide el mismo tamaño de las manzanas?

4. ¿Existen varios lugares en donde puedan coincidir dos manzanas del mismo tamaño? ¿Por qué?
5. ¿Qué estrategia utilizan para reunir todas las manzanas y círculos en el mismo lugar?

Además de éstas preguntas, seguramente surgirán otras de lo mismo que ellos vayan respondiendo.

En el tablero se tomarán las características más importantes que se vayan dando para que los estudiantes también las puedan consignar en sus apuntes.

Probablemente los estudiantes digan:

- Las manzanas rojas son las únicas que se pueden mover.
- Las manzanas verdes se mueven sólo cuando se mueven las rojas.
- Sólo hay un lugar en el que las manzanas se pueden unir o encontrar, en la medida que la manzana roja es acercada a ese punto, su respectiva verde también lo hace.
- Podrán decir que para reunir todas las manzanas y círculos en un mismo lugar, es más fácil si se ubica primero la manzana de menor tamaño, luego la mediana y finalmente las más grande.

Finalmente sacar conclusiones, para registrar en apuntes.

ANÁLISIS A POSTERIORI

Esta primera actividad comprende tres series de tres tareas.

Primera serie

Tarea 1. Hay tres círculos y seis manzanas de tres tamaños.

Lleva las manzanas rojas a los círculos correspondientes a su tamaño.

Los estudiantes arrastran las manzanas rojas y las llevan a sus respectivos círculos. Inician llevando la manzana roja grande al círculo grande, luego arrastran la mediana al círculo correspondiente y terminan arrastrando la manzana pequeña, logrando cumplir el objetivo.

Tarea 2. Ahora, lleva las manzanas verdes a los círculos correspondientes a su tamaño.

Inicialmente los estudiantes intentan arrastrar las manzanas verdes como se había previsto, pero no lo logran; luego arrastran una manzana roja y ven que de esta manera es posible llevar las verdes a los círculos correspondientes, por lo que optan por realizar estos arrastres. Sin embargo, en otro momento un estudiante insiste en arrastrar la manzana verde mediana y nuevamente ésta no se deja arrastrar; su compañero le dice que no, que es la roja, por lo que terminan la tarea arrastrando las manzanas rojas para poder llevar las verdes a los círculos respectivos.

E1: {Lee} Ahora, lleva las manzanas verdes a los círculos correspondientes a su tamaño. {y dice} Ahora las verdes.

E1: {le dice a E2} ahora la más grande al círculo de abajo, {que corresponde al círculo grande}.

E2: {intenta arrastrar diferentes manzanas verdes y no lo puede lograr}

E1: la más grande al círculo de abajo

E2: {arrastra la roja grande y logra llevar la manzana verde al círculo grande}

E1: Eso.

E2: {se acerca a la manzana verde mediana}

E1: Ahora coja la roja

E2: {arrastra la manzana roja mediana hasta el círculo mediano, quedando también la manzana verde mediana en el círculo}.

E1: Eso

E2: {intenta nuevamente mover la verde pequeña}

E1: {le dice} no, la roja.

E2: {arrastra la roja pequeña hasta ubicar la verde pequeña en el círculo pequeño}
{sale el letrero ¡QUE BIEN!}

Tarea 3: Ubica los círculos en un lugar en el que además puedas poner la manzana roja y su correspondiente verde.

Los alumnos comienzan arrastrando los círculos hacia donde se encuentran las manzanas rojas, pero se dan cuenta que no es eso lo que les pide el ejercicio. Vuelven a leer el enunciado y realizan arrastres de la manzana roja pequeña a diferentes lugares. Cuando la manzana verde y roja correspondientes se encuentran muy cerca, uno de ellos le dice al otro que las pegue, y cuando esto sucede, que lleve el círculo hacia donde quedaron las manzanas. Enseguida siguen arrastrando la manzana roja grande hasta acercarla con su verde correspondiente y luego el círculo grande. Continúan el ejercicio arrastrando la manzana roja mediana alrededor de las pequeñas como buscando otro lugar para unir las, pero otro estudiante les observa lo que hacen y les dice que todas deben quedar en el mismo lado; por lo que ellos continúan arrastrando las manzanas rojas que faltan alrededor de las pequeñas y se dan cuenta que todas coinciden en el mismo lugar con los círculos. Logran unir todas las manzanas y círculos en este punto.

E1. Péguelas bien pegaditas.

E2: {sigue arrastrando la manzana roja mediana alrededor de las pequeñas}

E1: que queden ahí.

E2: {deja a un lado las manzanas medianas, arrastra el círculo grande hacia abajo y separa las manzanas grandes también}.

E3: {Les observa lo que están haciendo y les dice}: “tienen que quedar todas en el mismo lado”

E1: Si tienen que quedar pegadas.

E3: Todas en el mismo lado.

E2: {arrastra la manzana roja mediana alrededor de las pequeñas}

E1: péguelas, péguelas

E3: O sea las tres rojas, las tres verdes, todas así en una bolita, ahí pegadas, todas con el circulito encima.

E2: {Vuelve a leer la tarea} Ubica los círculos en un lugar en el que además puedas poner la manzana roja y su correspondiente verde.

E1: O sea pegar las dos manzanas y colocar el circulito encima. Vea como hicimos con esa de ahí, {indicando con el dedo la primera manzana que arrastraron, es decir la pequeña}.

E3: {Les dice} Pero deben quedar todas en el mismo lado.

E2: {sigue arrastrando las manzanas medianas}.

E1: péguelas, péguelas. Busque donde pegó esas {le indica con la mano}.

E3: Eso, si ve.

E2: {logra unir las}.

E2: {arrastra el círculo mediano hacia donde quedaron las manzanas}.

E1: Ahora mueva esas pallas, {manzanas grandes}.

E2: {arrastra la manzana roja que queda hasta donde están las otras}

E1: Y luego el círculo

ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA SERIE.

T1:

Realizan los arrastres de las manzanas rojas a los círculos correspondientes con mucha facilidad.

T2:

Inicialmente intentan arrastrar la manzana verde grande pero no lo logran, luego arrastran la manzana roja mediana y se dan cuenta nuevamente que ésta hace que se mueva la verde, por lo que continúan arrastrando las manzanas rojas para llevar las verdes a los círculos correspondientes. Logrando realizar la tarea.

T3.

Comienzan arrastrando la manzana roja grande hasta unirla con su verde correspondiente y luego llevan el círculo hasta ellas. Realizan lo mismo con las manzanas y círculo mediano y finalmente con las pequeñas.

Última serie.

Los alumnos realizan las tres actividades de manera rápida y sin ningún inconveniente, comparten entre ellos lo que se hizo en la actividad y registraron algunas observaciones.

Se cumplió lo que habíamos previsto en el análisis a priori, ya que aunque en la segunda serie los alumnos todavía intentan arrastrar las manzanas verdes, en la tercera serie ya no intentan con las verdes, sino que van directamente a las rojas. Los alumnos durante la solución de las tareas no comentaron o no parecen tener

conciencia de que hay diferencias entre las series, pero si se dan estas observaciones en la puesta en común.

Pro: Ahora sin que continuemos hay Camilo ¿será que se podían unir todas las manzanas en otro lugar que no fuese ese?

E5. Sí

E7: no, no

E4: nosotros los unimos por acá abajo {y señala un lugar en la proyección}

E8: si

Pro: haber

E5: ah si.

Pro: espéreme, haber Eider como, como dice que lo unió

E8: pero a donde va uno

Pro: se pueden unir por ahí abajo dice Eider.

E5: pero será en la otra Eider.

E8: si

E5: Y será en la última.

Pro: O sea que depende de la actividad, puede estar abajo, ¿en esta donde esta?

E5. Ahí en el medio.

E: casi en el centro.

Puesta en común

Los estudiantes comentan sobre lo que se debía hacer en la actividad y coinciden diciendo que:

- Había que ubicar las manzanas rojas en los círculos de igual tamaño.
- Solamente se podían mover las manzanas rojas.

- Al mover una manzana roja, ésta hace que sólo se mueva la verde de igual tamaño.
- Se buscaba el eje o el lugar donde se encontraba la primera pareja de manzanas y ahí se encontraban todas las demás, es la estrategia de todos.

E1: Solamente se podía mover la roja, pero la roja movía solamente su pareja verde de igual tamaño.

E3: es como si hubiera entre ambas un eje

Pro: entre las dos había algo.

E4: es como poner un imán así debajo de una mesa, el de arriba se mueve, si el de abajo se mueve.

Pro: ¿El de arriba se mueve con el movimiento de abajo? Bueno, esta buena la comparación.

Pro: ¿Las manzanas rojas siempre se pueden mover?

Est: Si

Pro: ¿Las verdes?

E: No.

Pro: ¿Cuándo se mueven?

E: cuando se mueve la roja.

Pro: Cuando se mueven las rojas, las verdes también se mueven. ¿Cierto? o ¿Alguno de ustedes encontró que las verdes se dejan mover?

E4: No.

E4: Yo dándole a la verde y no se movía, jajaja.

Pro: ¿era intentando mover la verde y no fue capaz?

E4: Por eso es que nos quedamos atrasados. Jajaja

Pro: o sea que se demoraron un poquito en darse cuenta, ¿pero se dieron cuenta al final o no?

E4: Si, si

Pro: Bueno, pero ¿qué otra cosa?

E5: Que los círculos también se podían mover.

Es: Si, si

Pro: que los círculos se podían mover.

E6: Si, pero en la última actividad

- Que en la tercera parte de la actividad los círculos también se podían mover.
{Los estudiantes confirman esta afirmación realizando la actividad en el computador que proyecta su imagen a todos}
- En la tercera tarea todas las manzanas se reúnen en un solo lugar. Donde se encontraba la primer parejita de manzanas no importa cual sea se encontraban las otras.

Pro: ¿Qué otra cosa hicimos? O ¿qué otra cosa sacamos hay?

E6: Juntar las manzanas verdes

E2, E1, E7: que no se podían mover las manzanas verdes

Pro: que no se pueden mover las manzanas verdes, {lo registra en el tablero}
¿Qué más?

E6: Que en la última

E1: que en la última se pueden mover los círculos.

E5: en el tercer paso que se ponían las manzanas arrejuntadas

Pro. Ese tercer paso

E1: y se podía mover los círculos

Pro: en el tercer paso se pueden mover los {escribe en el tablero}

E7: Los círculos

E5: Se arrejuntaban todas las manzanas

E1: y se podían mover los círculos.

E5: Los círculos

E1: se podían mover los círculos y teníamos que arrejuntar las manzanitas

Pro: ¿y ese arrejuntar que significa?

E4: ajuntar

E5: Reunir

Pro: {repite} Reunir.

E1. Reunirlas en un solo lugar.

Pro: Ahh

E5: unir las en solo lugar

Pro: {escribe y dice} reuniendo las manzanas en un solo lugar.

{luego lee lo que lleva en el tablero y lo señala} No se pueden mover las manzanas verdes. {les pregunta} ¿si será cierto?

E1: Si se puede mover pero solamente cuando uno la repite porque es como un magnetismo.

Pro: Ahhh ahora ya cambia, o sea, no es que no se puedan mover ¿si no que?

E8: no se pueden mover sin mover las rojas

Pro: No se pueden mover las manzanas verdes, sin mover...

E8: sin mover las rojas

Pro: {completa lo escrito en el tablero} sin mover...,o sea estaba incompleto

Otra de las afirmaciones dadas por los estudiantes es:

- Había tres partes de actividades, en una se reunía la pareja de manzanas mediana, en otra la pequeña y en la última la grande. Y en otro momento se reunían todas.

E1: que primero hay que unir las las dos manzanas la verde y la roja para poder mover el círculo a donde están y en donde se une una manzana se une todo el resto de parejitas.

Con el siguiente aparte también se puede apreciar la forma como algunos pensaban en el desarrollo de la actividad.

E: Es como jugando a mamá chicotera. Ja j aja..

Pro: {repite} jugando a mamá chicotera. ¿y ustedes cuándo la alcanzan?

E: Nunca.

E4: Cuando se reúnen {y hace movimientos en círculo con su mano}

Pro: cuando se reúnen en un eje, ¿qué será?

E: en un lugar específico.

Pro: ¿y todas se reúnen en un mismo lugar?

E: si, en la tercer actividad.

Pro: o sea que ¿en la primera que hacíamos?

E3: movíamos las rojas a círculos según el tamaño.

E4: en la segunda las verdes.

Pro: ¿en el segundo movíamos las verdes?

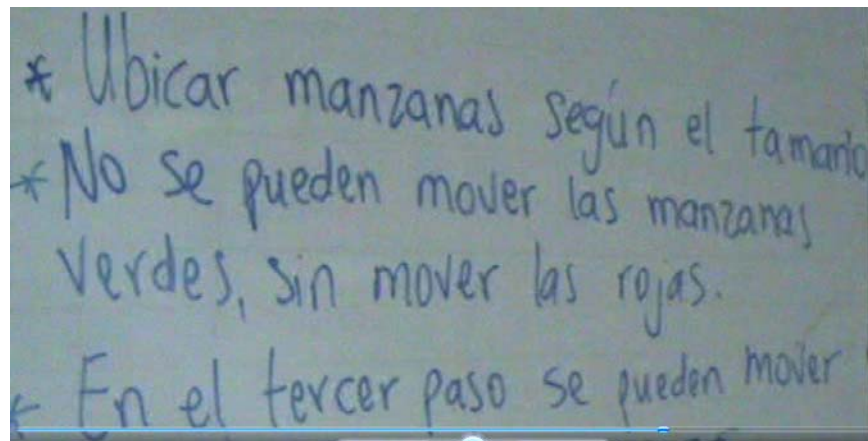
E: no, las rojas pero para poder ubicar las verdes.

Pro: y en la tercera.

E: se reunían todas.

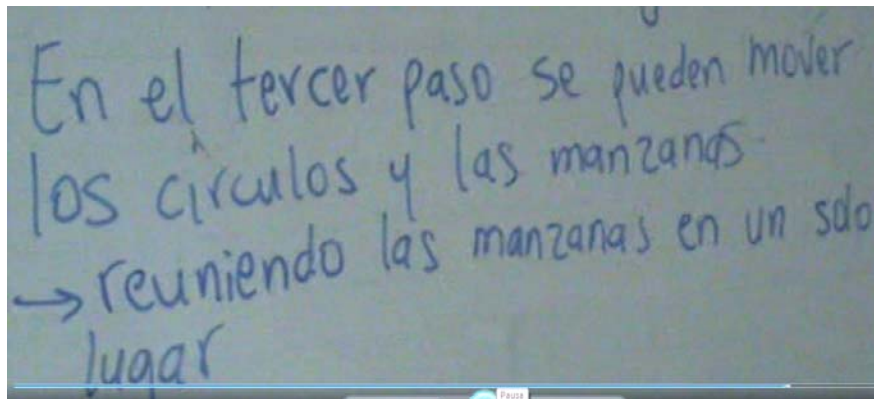
Las observaciones que se registraron en el tablero son:

Imagen 1. Actividad 1.



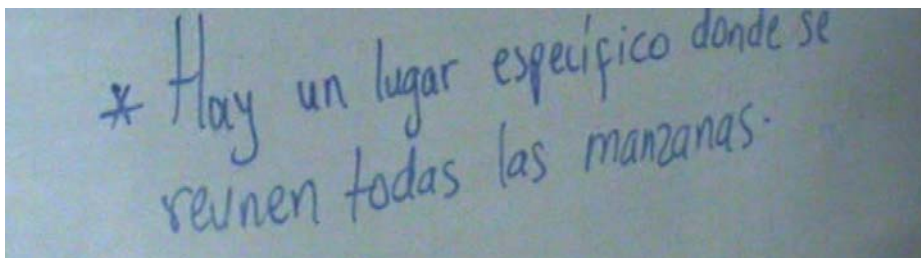
Fuente: Autora Del Proyecto.

Imagen 2. Actividad 1.



Fuente: Autora Del Proyecto.

Imagen 3. Actividad 1.



Fuente: Autora Del Proyecto.

Todas las previsiones del análisis a priori se cumplieron.

7.2. SEGUNDA ACTIVIDAD.

Esta actividad comprende tres series de tres tareas.

OBJETIVO

El propósito de esta actividad es que los alumnos identifiquen diferentes ángulos por medio de los siguientes fenómenos visuales.

1. Si las manzanas rojas están alineadas con el centro de rotación, entonces las verdes también lo estarán.
2. Las manzanas rojas se encuentran a igual distancia del centro de rotación que las verdes.
3. Entre más se alejen las manzanas rojas del centro de rotación más se alejan las verdes de las rojas.

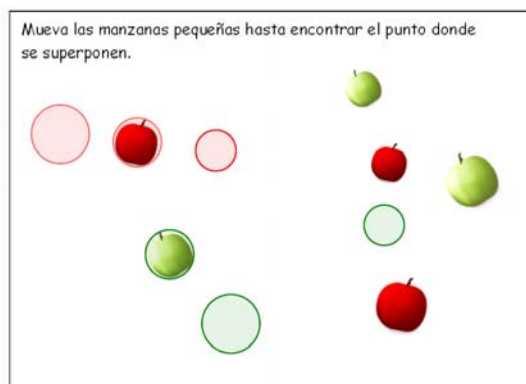
ANÁLISIS A PRIORI.

Tarea 1.

El propósito de esta tarea es identificar el centro de rotación, que será necesario para las siguientes tareas.

Descripción de la figura

Figura 3. Actividad 2.



Fuente: Autora Del Proyecto.

A diferencia de las figuras anteriores, ahora hay seis círculos: tres rojos y tres verdes. Los tres rojos están sobre una semirrecta (oculta) que tiene origen en el centro de rotación, la manzana roja mediana y su pareja ya están dentro de los

círculos correspondientes. Tanto los círculos como las manzanas rojas pueden arrastrarse. Los círculos rojos sólo se pueden arrastrar sobre la semirrecta.

Tarea: Mueve las manzanas pequeñas hasta encontrar el punto donde se superponen.

Se espera que los alumnos arrastren la manzana roja pequeña hasta donde se encuentre o superponga con su respectiva verde. Probablemente también arrastren el círculo pequeño.

En el momento en que ellos superponen las manzanas aparece el punto que es el centro de la rotación.

Tarea 2.

El propósito en esta tarea es que el alumno alinee las manzanas rojas con el centro y constate que las manzanas verdes también quedan alineadas, que cada pareja de manzanas está a igual distancia del centro y que entre más alejada del centro se encuentre una pareja mayor es la distancia entre ellas.

Tarea: Mueve las manzanas y los círculos para que en cada círculo rojo haya una manzana roja correspondiente y en cada círculo verde su correspondiente manzana verde.

Se espera que los alumnos arrastren primero las manzanas rojas hacia los círculos rojos y después que arrastren los círculos verdes hasta donde quedan sus respectivas manzanas, también podrán arrastrar una manzana roja y después su círculo correspondiente.

Es posible que los estudiantes intenten arrastrar los círculos verdes a donde se encuentran las manzanas correspondientes pero al arrastrar las manzanas rojas se darán cuenta de que éste no es el lugar para los círculos, por lo que tendrán que trasladarlos a donde queden las manzanas verdes.

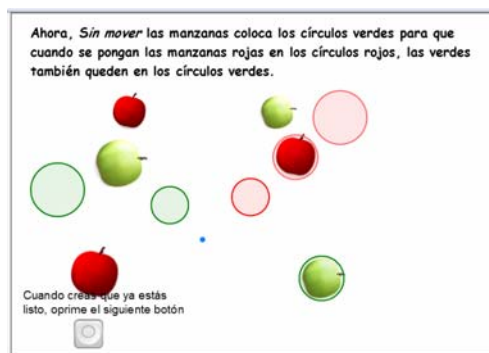
Tarea 3.

El propósito de ésta tarea es que el estudiante anticipe la posición de las manzanas verdes, primero ubicando los círculos en el lugar donde supuestamente van a quedar las manzanas verdes. Además que tengan en cuenta las distancias entre las manzanas y el centro, también que observen que se esta formando un ángulo entre las figuras rojas, el centro y las figuras verdes.

Para éste ejercicio se trabajará sobre las figuras 4 y 5.

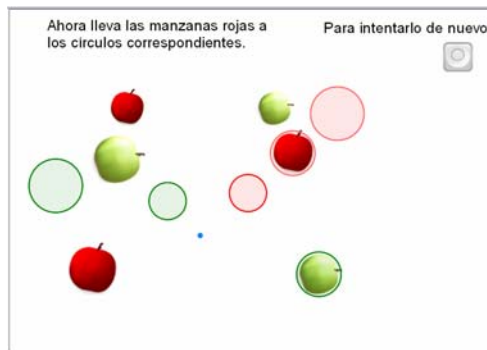
Descripción de la figura.

Figura 4. Actividad 2.



Fuente: Autora Del Proyecto.

Figura 5. Actividad 2.



Fuente: Autora Del Proyecto.

En la figura 4 se han bloqueado los movimientos de las manzanas y de los círculos rojos, sólo se pueden arrastrar los círculos verdes. Además se cuenta con un botón en la parte inferior izquierda de la pantalla que los alumnos podrán oprimir en el momento que consideren que están bien ubicados los círculos verdes. Al oprimirlo, aparece la figura 5 en la que se desbloquean las manzanas rojas que están fuera del círculo y se bloquean los círculos verdes. En esta figura también aparece otro botón en la parte superior derecha que los alumnos podrán oprimir para intentarlo una vez más si se dan cuenta que no es correcto el movimiento de los círculos que realizaron en la primera parte.

Tarea:

- a. Ahora, sin mover las manzanas coloca los círculos verdes para que cuando se pongan las manzanas rojas en los círculos rojos, las verdes también queden en los círculos verdes.

Cuando creas que ya estás listo, oprime el botón.

Se espera que los estudiantes anticipen la posición de las manzanas verdes recordando la tarea anterior, donde las manzanas rojas quedaban alineadas con el centro y las verdes también.

Para poder solucionarlo deben utilizar el concepto de ángulo caracterizado por los tres fenómenos visuales mencionados antes.

Es decir deben colocar los círculos verdes alineados con el centro y el círculo que ya contiene la manzana verde, deben tratar de lograr que la distancia de cada círculo verde al centro sea la misma que la de los rojos al centro.

Validación de la tarea 3.

b. Ahora, lleva las manzanas rojas a los círculos correspondientes.

Cuando ya oprimen el botón, se liberan las manzanas rojas y se bloquean los círculos verdes. Al llevar las manzanas rojas dentro de los círculos correspondientes podrán darse cuenta si las manzanas verdes quedan dentro de los círculos verdes.

En caso afirmativo, pasará automáticamente a la siguiente serie.

En caso negativo, el alumno podrá oprimir un botón que lo enviará a repetir la tarea hasta que la pueda realizar correctamente.

En las otras cinco series sólo se presenta la tarea tres, con diferentes centros de rotación, ángulos y sentido.

Se espera que los estudiantes arrastren las manzanas rojas para que observen la posición que estas tienen, podrán verificar si coinciden o no con la ubicación de

los círculos que hicieron en la tarea anterior. De no ser así, lo intentarán de nuevo y recordarán la posición en la que deben quedar las manzanas y círculos respectivos, tendrán en cuenta las distancias que tienen las manzanas al centro y su respectiva alineación.

ANÁLISIS A POSTERIORI

Tarea 1. Mueve las manzanas pequeñas hasta encontrar el punto donde se superponen.

Realizan este movimiento sin ningún problema.

Tarea 2. Mueve las manzanas y los círculos para que en cada círculo rojo haya una manzana roja correspondiente y en cada círculo verde su correspondiente manzana verde.

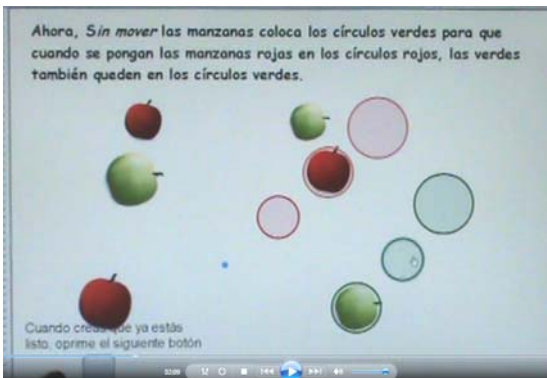
Realizan el ejercicio comenzando por arrastrar las manzanas rojas y a continuación llevan los círculos verdes a donde quedaron las manzanas verdes correspondientes. Que es lo que se había previsto.

Tarea 3. Ahora, sin mover las manzanas coloca los círculos verdes para que cuando se pongan las manzanas rojas en los círculos rojos, las verdes también queden en los círculos verdes.

Los estudiantes observados tuvieron mucha dificultad para entender la tarea. Ellos pensaban que debían obtener una configuración en la que las manzanas rojas quedaran dentro de los círculos rojos y las manzanas verdes dentro de los círculos verdes. Por eso comienzan tratando de colocar los círculos sobre las manzanas, pero los círculos rojos no se dejan arrastrar, y las manzanas rojas tampoco se dejan arrastrar.

- E1: {lee nuevamente el enunciado de la tarea} Ahora, sin mover las manzanas coloca los círculos verdes para que cuando se pongan las manzanas rojas en los círculos rojos, las verdes también queden en los círculos verdes.
- E2: {le indica con el dedo que lleve el círculo verde grande cerca de donde está el mediano con la manzana verde mediana}.
- E1: {lleva el círculo verde grande a la manzana verde grande y le dice a su compañero} pero póngale ... y vuelve a leer la tarea. {luego dice} O sea hay que mover los círculos {y mueve el verde grande} sin que las manzanas rojas queden en los círculos rojos. {Arrastra el círculo verde grande a varios lugares en círculo y dice} tememos que trastear todo esto. {Luego dice} o sea, las manzanas rojas tienen que quedar en los círculos rojos, porque dice {y lee parte de la tarea} las manzanas rojas en los círculos rojos, las verdes también queden en los círculos verdes
- E2: {le indica con el dedo y dice} entonces esta allá {señalando círculo rojo grande y manzana roja grande}
- E1: pero no ve que no se dejan mover. {Luego arrastra los círculos verdes hasta las manzanas verdes correspondientes y da clic en el botón, apareciendo la otra opción de intentarlo de nuevo} {y lee} ahora lleva las manzanas rojas a los círculos correspondientes.
- E2: {le dice y señala con el dedo que la roja grande al círculo grande rojo} ésta llévela ahí.
- E1: {Intenta arrastrar las manzanas rojas pero no se acercó bien a ellas por lo que éstas no se dejaron arrastrar y la estudiante da en el botón de intentarlo de nuevo}
- Sale nuevamente la tarea
- E2: {le indica con el dedo y le dice} esa verde ahí. {Para que lleve el círculo verde grande abajo del rojo grande}.
- E1: {arrastra el círculo verde grande hacia abajo del rojo y lo mismo con el pequeño para que quede cerca del rojo mediano, viéndose todos en forma paralela}

Imagen 4. Actividad 2.



Fuente: Autora Del Proyecto.

E2: ahora dele en {le señala el botón que está en la parte inferior, botón de verificación}

E1: {Da clic en el botón} {observa un momento y vuelve a dar clic en el botón de inténtalo de nuevo sin realizar movimientos}

E2: espere, espere {pero su compañera dio en el botón}

E1: {y como cambió de presentación a la inicial, volvió a oprimir el botón de verificación}

E2: {lee} Ahora lleva las manzanas rojas a los círculos correspondientes.

E1: {arrastra las manzanas rojas a los círculos correspondientes}

E2: {dice y señala con el dedo la posición de las manzanas verdes} esta horizontal {pero señala una forma inclinada o por la semirrecta alineada con el centro}

E1: {da clic al botón de intentarlo de nuevo y sale la tarea inicial}

E2: {le señala con el dedo donde deben quedar los círculos verdes grande y pequeño}

E1: {arrastra los círculos hasta obtener una posición cercana a la anterior de las manzanas verdes}

E2: ya, ya, ya.

E1: {da clic al botón} {luego arrastra la manzana roja grande al círculo rojo correspondiente, intenta arrastrar la pequeña pero no lo logra, tampoco puede mover el centro, por lo que da clic en intentarlo de nuevo}

Al continuar el ejercicio, los estudiantes oprimen el botón de verificación, arrastran las manzanas rojas hasta los círculos rojos y constatan que las manzanas verdes no quedan en los círculos verdes, y que los círculos verdes ya no se dejan arrastrar. Después de múltiples idas y venidas pasando por la verificación, comprenden que en un primer momento deben colocar los círculos y después de oprimir el botón pueden mover las manzanas.

Sin embargo, no utilizan las estrategias previstas en el análisis a priori. La estrategia que utilizan es únicamente perceptiva: oprimir el botón de verificación, colocar las manzanas rojas en los círculos correspondientes y colocar un dedo al lado de una de las manzanas verdes; finalmente, oprimir el botón para intentarlo de nuevo y llevar el círculo verde al lado del dedo. No obstante, colocan el tercer círculo verde correctamente sin señalar con el dedo, lo cual nos deja pensar que observaron la alineación de los dos círculos y el centro de rotación.

E1: {Arrastra nuevamente los círculos verdes a una posición cercana a la correspondiente} {y oprime el botón para la verificación}

{Arrastra las manzanas rojas a los círculos correspondientes}

E2: {coloca el dedo en la pantalla cerca de la posición de la manzana verde grande para que su compañera ubique en este punto el círculo verde, después}

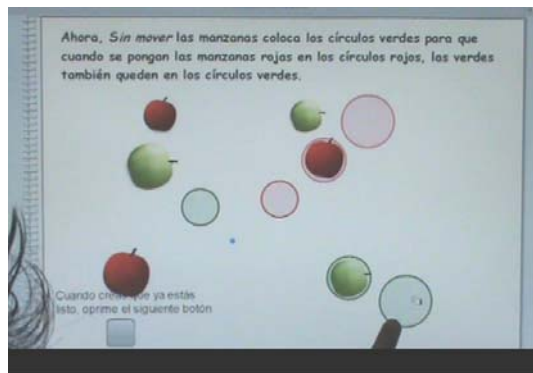
E1: {opreme el botón de intentarlo de nuevo y cambia a la tarea inicial}

E2: {sigue con el dedo en la pantalla}

E1: {arrastra el círculo verde grande a donde su compañero le indica y luego arrastra el círculo pequeño verde a la posición correcta} {dice} dejémoslo así a ver. {Luego oprime el botón para la verificación}

E1: {arrastra la manzanas roja grande al círculo correspondiente, pero se demora un poco en poder arrastrar la pequeña} {al ver que no se deja arrastrar dice} esta no se mueve. {Sigue intentando y lo logra, sale el letrero Muy bien, ellos aplauden}

Imagen 5. Actividad 2.



Fuente: Autora Del Proyecto.

Aunque estos datos podrían hacernos pensar que la actividad no logró los objetivos propuestos, veremos más adelante que algunos estudiantes si utilizaron las estrategias previstas en el análisis a priori. Además, en el concurso ya no era posible utilizar esa estrategia del dedo, pues al oprimir el botón de verificación ya perdían el punto.

No obstante, pensamos que es necesario modificar la consigna de la tarea para que los estudiantes comprendan fácilmente que la tarea tiene dos partes: una primera en la que sólo pueden arrastrar los círculos, y una segunda en la que sólo pueden arrastrar las manzanas.

Además, sería deseable bloquear la estrategia perceptiva de colocar el dedo y volver a la primera parte para colocar los círculos. Por ejemplo, puede modificarse

la figura para que al oprimir el botón inténtalo de nuevo, las manzanas cambien de posición.

7.3. TERCERA ACTIVIDAD

ANÁLISIS A PRIORI.

Al terminar éstas tareas se pide socializar con el compañero lo realizado y se organizan dos grupos de seis estudiantes cada uno, para realizar un concurso en el que se pasa un estudiante cualquiera de un grupo y luego del otro para resolver uno de los ejercicios propuestos en la actividad. Quien acierte el ejercicio gana un punto para el grupo, el grupo que más puntos obtenga al final, gana.

Ellos deben compartir y desarrollar una estrategia para poder decir donde van a quedar las manzanas verdes y en estos puntos ubicar los círculos correspondientes.

Cada participante utiliza la estrategia acordada en el concurso.

Se espera que la estrategia acordada sea la siguiente:

Que ubiquen los círculos verdes a la misma distancia de los círculos rojos con respecto al punto dado, pero además alineándolos con respecto al punto y la manzana mediana (que ya está dentro del círculo correspondiente)

Termina en una puesta en común sobre la estrategia para realizar correctamente el ejercicio.

En ella se les preguntará la estrategia que utilizan para resolver el ejercicio, se les permite verificar lo que dicen.

Ellos podrán decir y registrar afirmaciones como las siguientes:

Que las manzanas rojas están alineadas con el punto dado, lo mismo las manzanas verdes.

Que la distancia de las manzanas medianas al punto dado es la misma.

Que se está formando un ángulo entre los círculos con manzanas rojas y las verdes.

Que se observa un ángulo que no siempre es el mismo.

ANÁLISIS A POSTERIORI

Se organizaron los dos grupos de a tres parejas para que compartan entre ellos la estrategia para resolver correctamente el ejercicio de la actividad anterior. Algunos hablan de oprimir el botón y darse cuenta de la posición correcta de las manzanas, otros ya comentan sobre las distancias entre ellas o lo que van formando. Los estudiantes se ponen de acuerdo para cuando vayan al frente poder ganar puntos aplicando su estrategia.

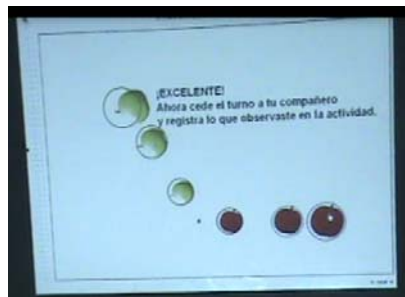
Inicia una estudiante del primer grupo y resuelve la primera parte correctamente.

Imagen 6. Actividad 3.



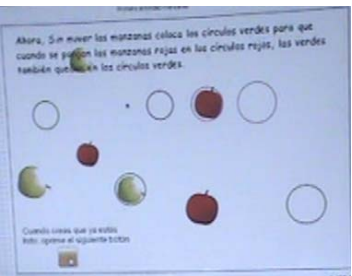
Fuente: Autora Del Proyecto.

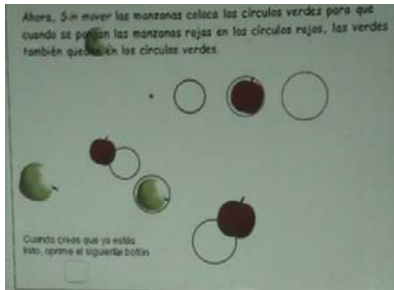
Imagen 7. Actividad 3.

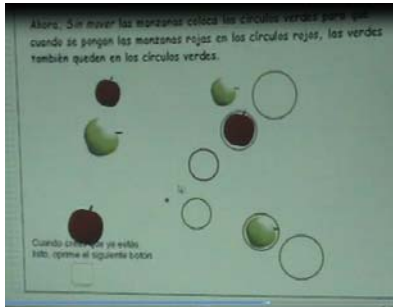
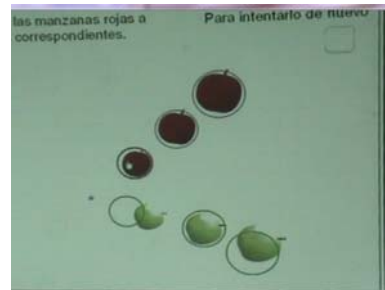
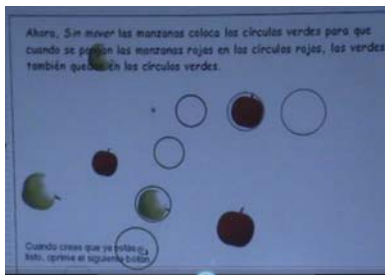


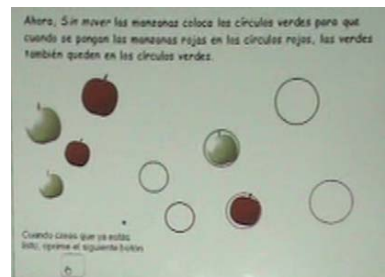
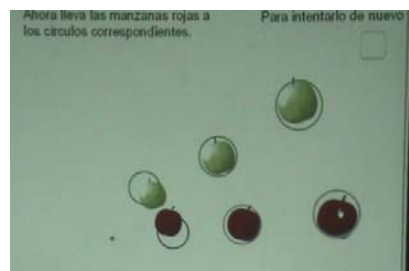
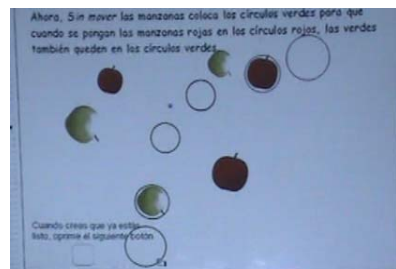
Fuente: Autora Del Proyecto.

Continúa un estudiante del otro grupo.

Pro: Ustedes compartieron su estrategia, vamos a ver Brayan cómo lo va a hacer. E: {no arrastra los círculos, sino que da clip en el botón para pasar a la verificación}	
E1: {Le cambia la tarea, y comienza a arrastrar las manzanas} E2: {dice riéndose} ya le quedo mal. E1: {intenta arrastrar el círculo verde grande, se da	

cuenta que este no es el momento para hacerlo, por lo que arrastra la manzana roja grande} E2: {se ríe de lo que hace su compañero} Pro: ¿qué pasó? E1: le di abajo. Pro: ¿le quedó mal o qué? E1: no, no, es que ... le di abajo. E3. Era para mirar donde queda el círculo. Pro: o sea ya va perdiendo punto. Por que si usted lo hizo ¿. . .? no lo podemos hacer, ya no nos quedo bien. Entonces 1 – 0 {El estudiante regresa a su grupo} Grupo 1: {se alegran}	
Pasa otra estudiante del primer grupo E: {pasa a intentar el ejercicio. Pro: {les dice} calladitos, calladitos. E: {arrastra los círculos verdes pero no a la posición correcta}	
E2: {le dice} eso, así. Pásala, pásala E: {va arrastrando círculos} Pro: sssuu, no podemos decir nada. E2: déjelo ahí. Eso así. Pro: si no le bajamos puntos. E: {da clip para pasar a la verificación} Pro: Entonces, ¿qué pasa? E: {arrastra la manzana roja grande al círculo correspondiente}	

E3: ehh, {se rie} Pro: perdimos punto {la estudiante se regresa a su grupo} La profesora cambia a otro ángulo o imagen para nueva estudiante.	
Continúa una estudiante del otro grupo. E: {primero arrastra el círculo pequeño y luego el grande, parece que quiere alinear el grande pero con el círculo pequeño y no observa el mediano que ya está ubicado}	
{pasa a la verificación y arrastra las manzanas rojas grande y luego pequeña a sus respectivos círculos} {estuvo cerca, pero le faltó precisión} Pro: ninguno ganó punto	
Nuevo estudiante E: {arrastra los círculos verdes pero no forma el ángulo con el centro sino que alinea con respecto al círculo pequeño rojo}	
E3: tienen que hacer silencio E: {pasa a la verificación y comienza arrastrando la manzana roja pequeña al círculo correspondiente} E3: ahh, le quedo mal, le quedo mal. {lo dice en voz suave}	

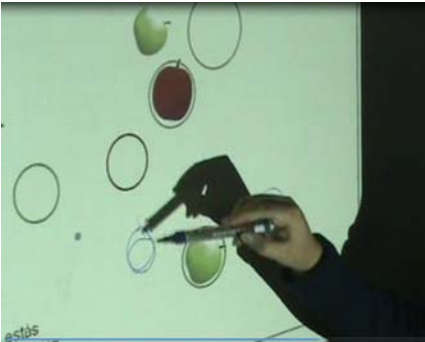
E: {termina arrastrando la manzana roja grande} Pro: {le pregunta al estudiante} ¿qué pasó Omar? E: hay nooo. {y se regresa a su puesto}	
Grupo 2 {la profesora le pone nuevo ejercicio} E: {arrastra los círculos verdes, pero le faltó precisión con el pequeño}	
{pasa a la verificación, y al arrastrar las manzanas rojas se da cuenta que ha fallado} E3 del otro grupo: muy bien {y se ríe} Pro: fallo	
Grupo 1. E: {intenta arrastrar la manzana roja grande y el círculos rojo grande, y no se dejan} Pro: ¿ya leyó lo que hay que hacer? E: {arrastra los círculos verdes}	
{da la opción para verificación y arrastra las manzanas rojas} E del mismo grupo: vamos bien, vamos bien. E: {termina los arrastres y le quedó bien} {los compañeros se alegran y felicitan}	

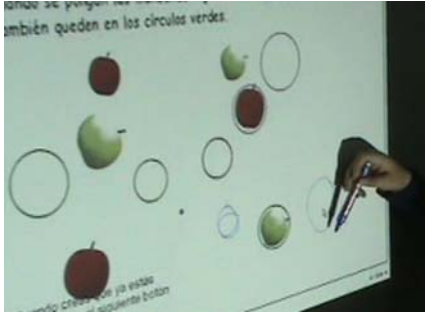
Terminado el concurso se realiza una puesta en común para compartir la estrategia que los grupos acordaron para poder ganar el ejercicio y verificar si ésta era la que habíamos previsto en nuestro análisis a priori.

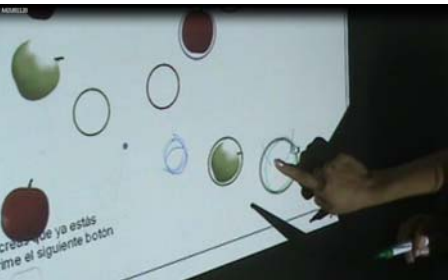
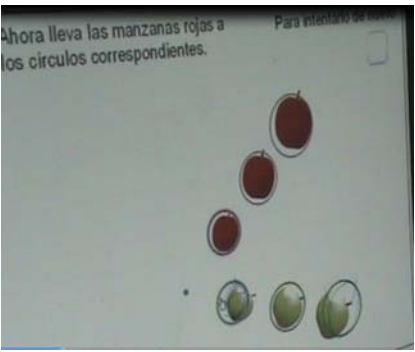
En esta puesta en común los estudiantes dan a conocer sus estrategia y pueden mostrar si se cumple o no.

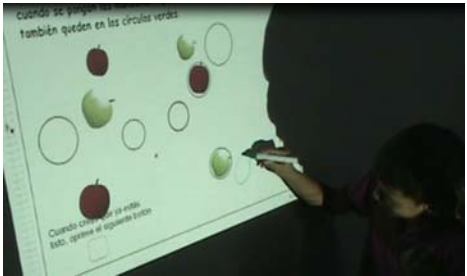
Puesta en común

Se inició proyectando la actividad en el tablero.

Pro: {dice} Mueva las manzanas; las rojas a los rojos E1: {lo va realizando en el computador que proyecta la imagen al grupo} {arrastra las manzanas rojas a los círculos rojos y luego arrastra los círculos verdes a donde quedaron los círculos verdes, logrando hacer el ejercicio correctamente} Pro: {al terminar esta parte del ejercicio, les pregunta} ¿Qué estamos observando ahí? {aunque cambia la tarea}, ¿Qué sucedió? E2: que por ejemplo, si, si la única manzana que está bien, estoo {otra est. Se ríe}, que casi siempre la línea de abajo va igual, la verde va igual a la roja. Pro: {le dice a la estudiante} trate de dibujarnos en el tablero lo que quiere decirnos. E2: {dice dirigiéndose al tablero} porque por ejemplo, casi siempre {dibuja} se pone aquí el círculo pequeñito y acá el grande y uno le calcula la distancia {señala la distancia entre el círculo rojo y el que ella ha dibujado para la ubicación del círculo verde}. Pro: ¿qué distancia? E2: por ejemplo, saber uno que las pequeñas	 A photograph showing a person's hand holding a black marker, drawing on a green screen. The screen displays a diagram with several circles and two apples (one red, one green). The hand is currently drawing a small circle. The diagram appears to be a visual representation of a problem involving distances or positions of objects.
--	---

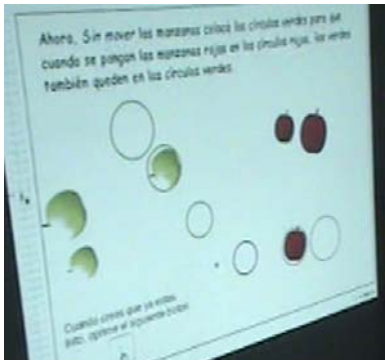
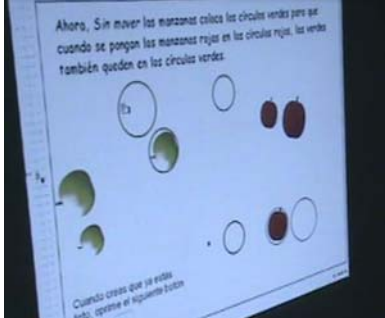
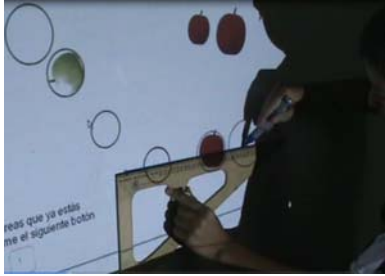
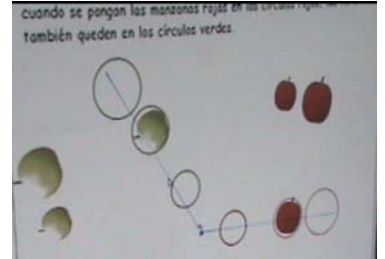
siempre van {ahora señala la distancia del círculo rojo pequeño al círculo pequeño que ella ha dibujado} tiene más o menos la misma distancia, entonces usted pone ahí.	
Pero casi siempre esta línea, {señalando la alineación de los círculos verdes} va igual a esta otra {señalando la alineación de los círculos rojos} Pro: o sea, ¿cómo quedaría la línea? E3: tiene que medir, como es ... E2: {señala nuevamente la alineación de los círculos verdes.	
Pro: ¿necesitamos escuadrita, para que nos quede la línea? {y le alcanza una escuadra} E2: si ésta va aquí {señala la distancia entre las manzanas roja y verde medianas ya dadas}, entonces la pequeña tiene que ir aquí, {redibujando el círculo pequeño y señalando la distancia entre los círculos pequeños} y esta línea tiene que quedar igual que ésta {señalando las rectas sobre las que están los círculos rojos y verdes} sino que al revés. Pro: bueno, trate de dibujarla. Pro: {le dice} o con la escuadrita ¿cómo cree que es la línea? E2: {toma la escuadra y la pasa rápidamente sobre los círculos rojos y luego por debajo de los verdes}	

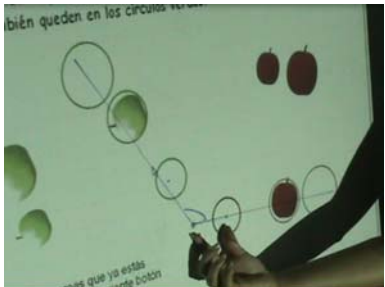
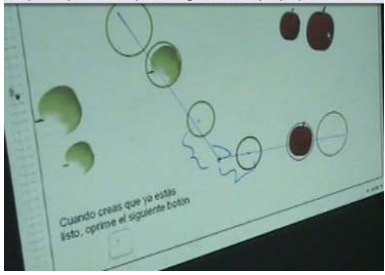
E2: {dice} como por acá tiene que ir {y utiliza la escuadra para ubicar una línea, aunque no la traza}, tiene que quedar más o menos así {y dibuja nuevamente un círculo para ubicar el círculo verde grande, ya que el anterior dibujado le había quedado más arriba}	
E1: {arrastra el círculo verde grande a donde su compañera lo ha dibujado}	
Pro: por allá un compañero nos está ayudando a mover y dice María Paula que por hay es. E1: {arrastra el círculo grande a donde indicó su compañera, luego arrastra el círculo pequeño al indicado} Pro: eso nos dice María Paula, ustedes ¿están de acuerdo? E: si, si, si. Pro: ¿por qué]? E3: porque así es. Pro: vamos a ver si es cierto. E1: {opreme el botón para la verificación} E1: {arrastra las manzanas rojas a los círculos correspondientes} Pro: María Paula nos dibujo algo muy cercano a lo que es. ¿Cierto?, muy cerquita. Intentémoslo otra vez.	

E1: {Da clic en el botón de intentarlo de nuevo} E: yo, yo quiero. Pro: {borra los círculos dibujados en el tablero} E: déjame a mí profe. {Recibe un marcador para intentarlo}	 The image shows a student's hand pointing at a digital screen. The screen displays a game interface with several green and red apples and white circles. Text on the screen includes 'Cuando se pegan los círculos verdes también quedan en los círculos verdes' and 'Cuando consigas ir estos lejos, apaga el aparato y todo'.
{Otro estudiante se acerca y le indica con el dedo donde debe quedar el círculo verde pequeño} Pro: {les dice} uno solito, uno solito. E: {termina de dibujar el círculo pequeño} Pro: Bueno, veamos si es cierto. E1: {dice} ¿acá? Pro: si {Realizan los arrastres necesarios y terminan acertando el ejercicio, por lo que otros compañeros aplauden}	

Con esta primera parte hemos podido verificar que los estudiantes si estaban empleando la estrategia de alinear los círculos verdes con respecto al centro; ya tenían claro que las distancias entre los círculos también eran importantes para que el ejercicio quedara bien.

Con el siguiente aparte, también confirmamos que ellos utilizan la alineación de los círculos y manzanas, además que observan que entre ellas se está formando un ángulo.

E: {arrastra los círculos verdes a donde corresponden y dice} ya profesora, yo ya lo hice. Le espicho ahí {indicando el botón de verificación} Pro: espera, antes de oprimir, necesito que me saquen conclusiones de esta parte. Sino no pueden mover allá.	
E: conclusiones. Pro: {dice} Conclusión: María Paula nos hablaba de unas distancias y ella nos mostraba donde debía quedar la ubicación. E: {han arrastrado los círculos y nuevamente el arrastra el círculo verde grande a donde debe quedar}	
Pro: Omar nos quiere decir algo, escuchemos a Omar. E: {dice y muestra con la mano lo que quiere decir} forma una especie de ángulo obtuso. Pro: {repite lo del estudiante} forma una especie de ángulo obtuso {le da un marcador y le dice} o sea dibuje como quedaría el ángulo que usted menciona. E: {se dirige al tablero} Pro: {le dice a los que están manipulando el computador que se retiren para que el estudiante pueda hacer su dibujo} no me van a mover nada ustedes ahí. E: {toma la escuadra y se dispone a dibujar}	  

Pro: eso está muy bien, ustedes ¿qué dicen por ahí?, ¿si lo ven o no lo ven? E: si E: {tapa por un momento la proyección y queda en el tablero lo que su compañero dibujó}	
{Otro estudiante pasa y le dibuja el sentido al ángulo que observan} Pro: {les señala el círculo rojo pequeño y les dice} Aquí debe estar la manzana pequeñita ¿cierto? {dibujando un punto en el centro del círculo pequeño rojo}. E: siiii Pro: la compañera verde {les dibuja un punto en el círculo verde pequeño} está por acá. E: si, según el puntico ese. Pro: ¿qué pasa aquí? {y les señala la distancia del centro al círculo rojo pequeño}	
Y qué pasa aquí {señalándoles ahora la distancia del centro al círculo verde pequeño} E: es la misma. Pro: es la misma distancia. ¿Si la ven o no? E: unos que sí, otros que no. E: es más grande la verde. Pro: ¿será? E: si. Pro: pongamos las rojitas a ver en el lugar que es, oprimamos a ver {les señala el botón para la verificación}	

E: arrastra las manzanas rojas al lugar que corresponden. {se dan cuenta que los círculos verdes no habían quedado muy bien ubicados}

E: ve que si estaba mal.

Pro: Ah, nos había quedado el círculo mal. Pero miren lo que Omar les pintó. {les borra del tablero las llaves dibujadas que representaban las distancias del centro a los círculos} {luego les dibuja unos corchetes de las manzanas pequeñas al centro}

{les señala estas distancias y les pregunta}
¿es la misma?

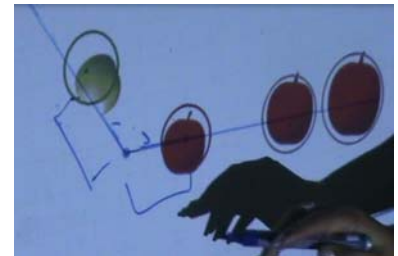
E: si, pero si le hubieran quedado bien.

Pro: si estuvieran bien. Miremos las manzanitas. La distancia desde aquí hasta aquí {señalando con el marcador del centro hasta la manzana roja mediana} será la misma que hay desde aquí hasta aquí. {Señalando ahora la distancia del centro a la manzana verde mediana}

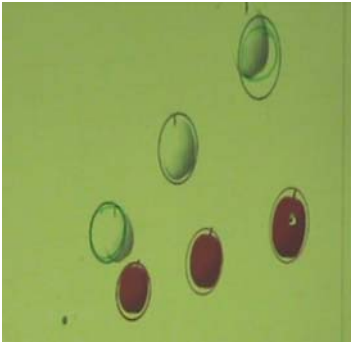
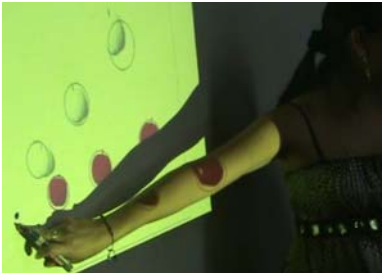
E: Si.

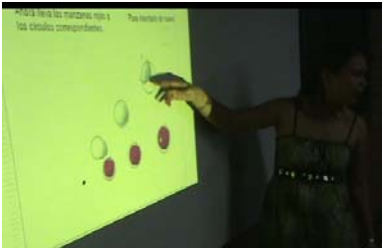
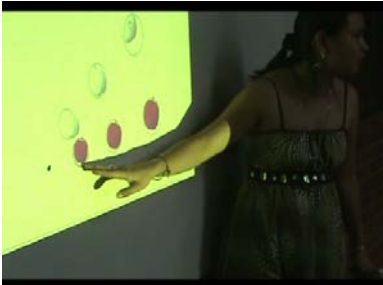
Pro: ¿qué dicen ustedes?

E: si, si



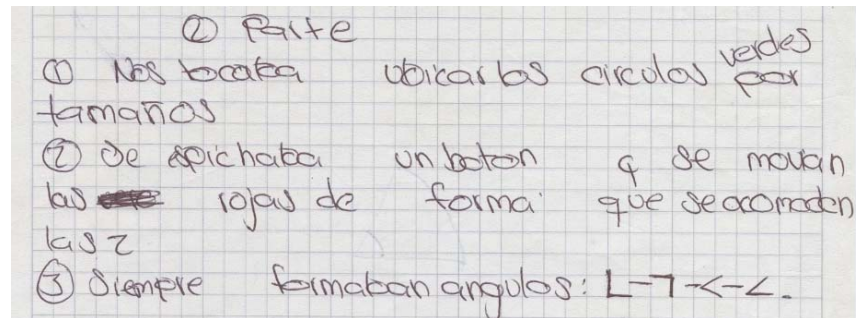
Más adelante, con otro ejercicio, la profesora quiso que ellos dijeran más de su estrategia.

Pro: Ahora, así como están. En esa figura sin necesidad de pasar a otra. ¿Qué podemos observar del comportamiento de las rojas y que les suceda a las verdes? E2: esto entre ambas... lo que habían dicho, que cuando mueve una se mueve la otra. Pro: {repite} al mover una se mueve la otra, ¿qué más?	
E2: quee cuando se unen, por ejemplo teniendo en cuenta el eje entre ambas Pro: ¿y en este caso cuál es? E2: el puntico de allá {señalando desde su lugar el punto} Pro: ¿este puntico? E2: si, que al llevar la roja a ese, también la verde queda ahí en ese mismo lado. Pro: en este puntico queda la verde con la roja, muy bien.	
Pro: ahora, ¿qué pasa cuando vamos ampliando el tamaño de la manzana? {y les señala unos puntos por debajo de las manzanas rojas} si, la pequeña, la mediana, la grande. E2: van más lejos. Pro: ¿en ese mismo orden están las verdes o no? E: si, van más lejos del punto. Pro: {repite} van más lejos del punto. Entre más se alejan del punto ¿qué sucede? {y repite} entre más se alejan del punto las rojas. E2: se va más engrandeciendo la ... {señala con sus manos en forma vertical inicialmente juntas y las va separando} las verdes.	 

Pro: se va ampliando la distancia también de las verdes, ¿cierto? entre más se alejan las rojitas de este punto que encontramos aquí, E: También se alejan las verdes Pro: También se alejan las verdes. {Luego les dice} Ahora entre más se alejan las rojitas de este punto {señalando la manzana roja grande y el centro} ¿qué pasa con la roja y la verde? {Señalándoles la distancia entre las manzana grandes}	
E: se van dirigiendo así {señala con sus manos que se van separando} Pro: se van distanciando entre ellas, ¿cierto?. La rojita y la verde, también se van distanciando. Entonces ¿qué características hemos sacado hasta el momento? {les repite} ¿Qué características hemos sacado? E5: que entre más lejos estén las manzanas rojas del punto, mayor es la distancia entre las verdes y entre ... E: {termina} y entre las rojas y el punto. Pro: Entre más lejos esté la roja del punto, entre la verde y la roja que se corresponden, también se van alejando. Luego, entre más cerquita esté la rojita del centro o de este puntico {les señala la distancia entre la manzana pequeña y el centro} ... E5: {termina} más cerca está la verde. Pro: {repite} más cerca está la verde. Listo.	

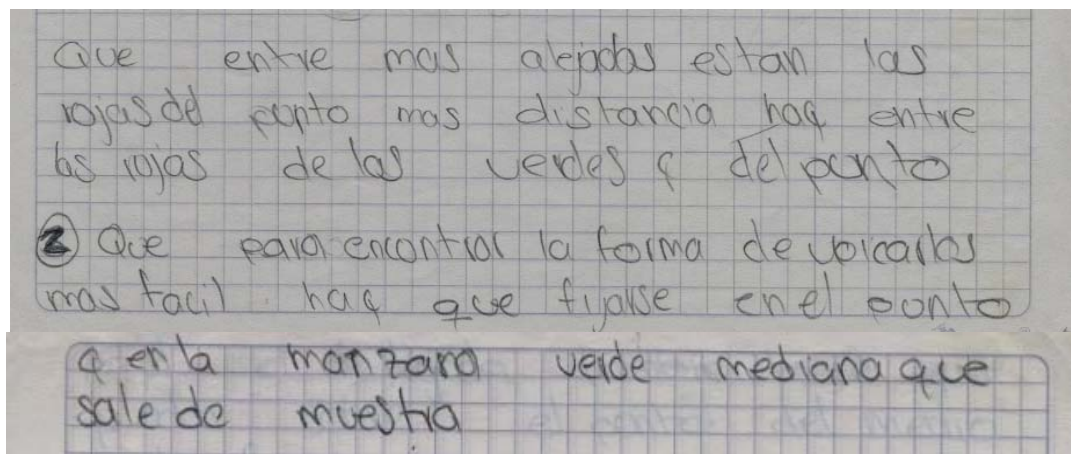
Algunas de las observaciones registradas por los estudiantes son:

Imagen 8. Actividad 3.



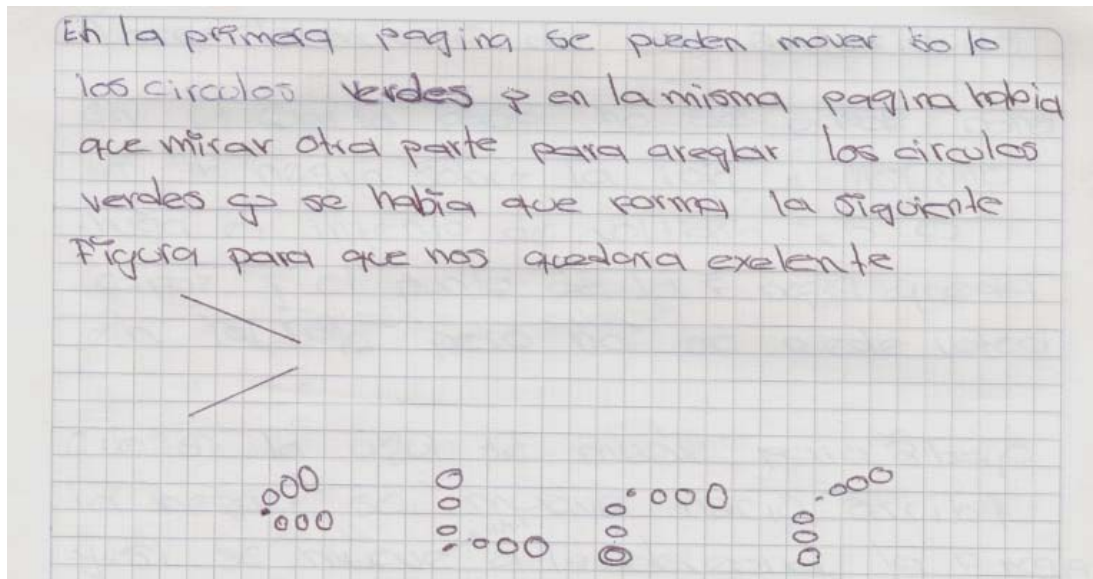
Fuente: Autora Del Proyecto.

Imagen 9. Actividad 3.



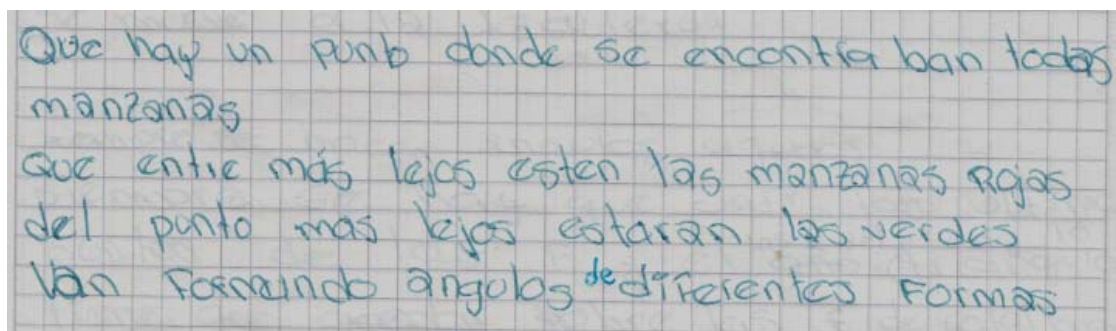
Fuente: Autora Del Proyecto.

Imagen 10. Actividad 3.



Fuente: Autora Del Proyecto.

Imagen 11. Actividad 3.



Fuente: Autora Del Proyecto.

Por lo anterior, podemos concluir que los estudiantes si entendieron que había que tener en cuenta la ubicación de los círculos verdes en el mismo orden y a la misma distancia de los rojos y el centro, que entre más cerca estén las manzanas del centro más pequeña es la distancia entre ellas y que entre más alejadas estén las manzanas del centro, también mayor es la distancia que separa la manzana roja de su respectiva verde.

Si tuvieron en cuenta la alineación de los círculos y manzanas con el centro para poder realizar correctamente el ejercicio; se notó cuando un estudiante dibujó el ángulo sobre el que estaban los círculos y manzanas, y también cuando otros participaban y hablaban de rectas o señalaban la alineación en el tablero.

7.4. CUARTA ACTIVIDAD.

Primera parte.

OBJETIVO

El propósito de esta actividad es que los alumnos sigan relacionando los fenómenos visuales relativos al movimiento de dos figuras rotadas alrededor de un punto como se trabajaron en las actividades anteriores, y algunos fenómenos nuevos.

Fenómenos ya trabajados:

Dependencia: El alumno podrá darse cuenta que la F negra depende de la F azul; es decir, no puede agarrarse para arrastrarla, aunque sí se mueve al arrastrar la F azul.

Puntos invariantes: El centro de rotación es el único punto invariante. Los alumnos podrán notar que el punto señalado es el único lugar en el que las F negra y azul coinciden en alguno de sus puntos.

Fenómenos nuevos:

La F azul y su rotación giran en el mismo sentido, además la F azul y su rotación tienen la misma orientación.

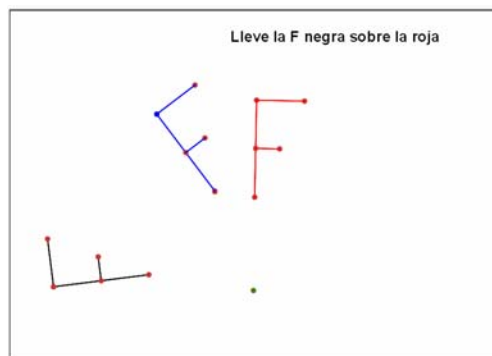
Esta actividad comprende tres series de la misma tarea, en estas series se modifica el centro de rotación y el ángulo de la misma, en la cuarta serie se trabaja con la misma figura pero es imposible realizar la tarea ya que la F roja es simétrica a la negra.

ANÁLISIS A PRIORI.

Tarea.

Descripción de la figura.

Figura 6. Actividad 4.



Fuente: Autora Del Proyecto.

En esta figura hay tres F de igual tamaño y de colores diferentes, la F negra es la rotación de la F azul con respecto a un ángulo oculto y centro de rotación dado como un punto verde. Las F roja y negra no se dejan arrastrar; la F negra sólo se mueve al arrastrar la F azul. La F azul tiene dos posibilidades de arrastre: si se agarra de cualquier lugar, se mueve paralelamente a sí misma; si se agarra de su punto superior izquierdo, gira alrededor del punto inferior.

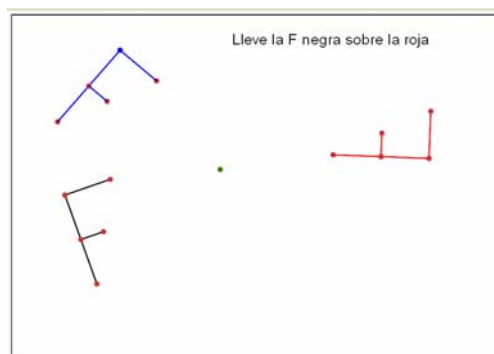
Tarea: Lleve la F negra sobre la roja.

Se espera que los estudiantes intenten arrastrar la F negra de una vez, pero se darán cuenta que esto no es posible, por lo que intentarán arrastrar las otras F para ver si sus movimientos hacen posible mover la negra. Observarán que al arrastrar la F azul se mueve la negra y entonces la arrastrarán hasta llevar la negra a la roja. También tendrán que experimentar en los diferentes puntos de la F azul para realizar un giro y poder hacer coincidir la negra con la roja.

Será más sencillo lograrlo si primero hacen coincidir los puntos inferiores de las F roja y negra y luego realizan el giro en la azul para hacer coincidir los otros puntos.

En la cuarta serie los alumnos se darán cuenta de que las F negra y roja nunca se podrán superponer, ya que una es simétrica de la otra.

Figura 7. Actividad 4.

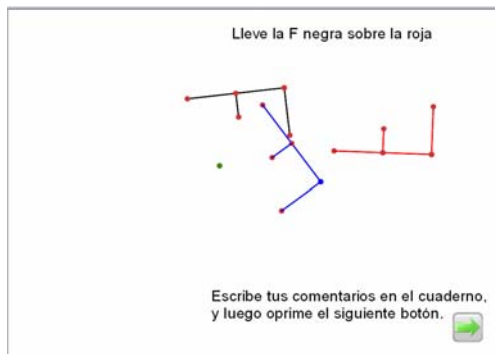


Fuente: Autora Del Proyecto.

Se espera que los estudiantes realicen los mismos movimientos que en las anteriores, pero se darán cuenta luego de intentarlo un rato que esto no es posible ya que la F roja nunca va a coincidir con la negra. Podrán decir que la F roja está al revés de la negra.

Luego de un tiempo se les pide escribir los comentarios y así poder continuar.

Figura 8. Actividad 4.



Fuente: Autora Del Proyecto.

Al oprimir el botón de la flecha se les indica que deben socializar lo trabajado hasta el momento, para que hablen sobre las características que encontraron entre las figuras relacionadas y las tareas solicitadas. Después de esto podrán continuar la actividad.

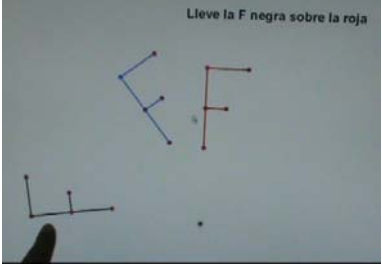
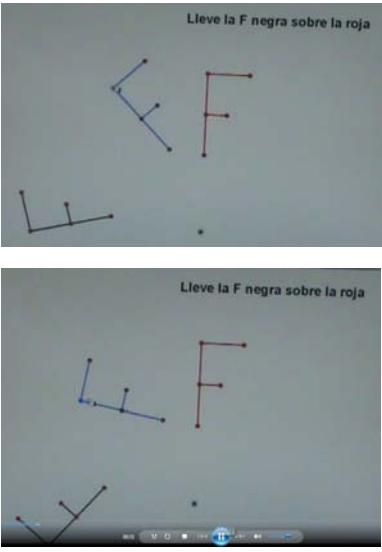
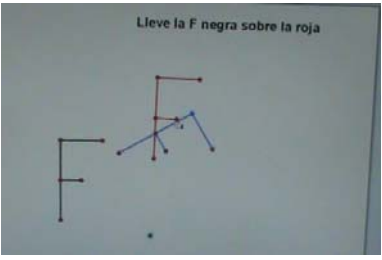
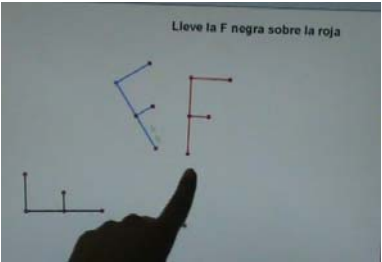
Terminada la actividad se realizará una puesta en común para que los estudiantes hablen sobre cómo resolvieron las tareas y las características que presentan las figuras. Con esta puesta en común esperamos que ellos digan por ejemplo que:

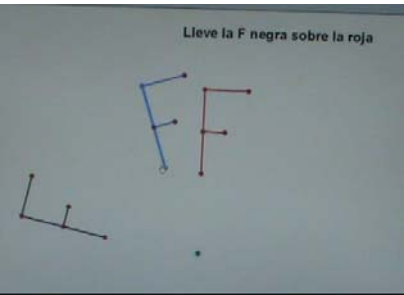
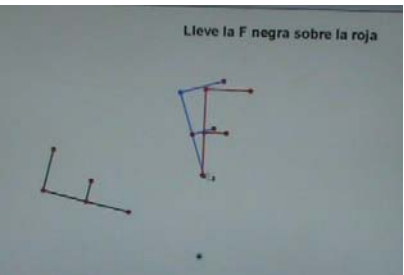
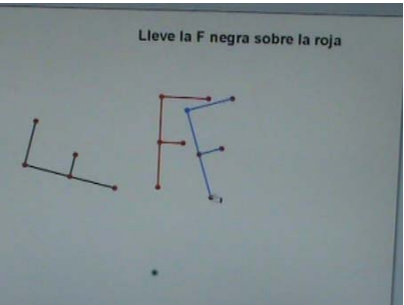
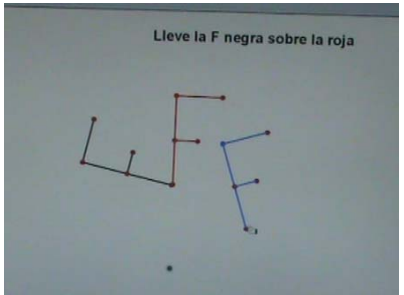
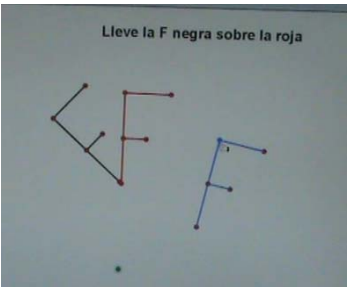
- La F negra no se puede arrastrar.
- La F azul se deja arrastrar de diferentes puntos y girar del punto superior izquierdo.
- Al arrastrar la F azul, se mueve la F negra.
- La última tarea no se puede hacer, ya que las F negra y roja están al revés.

ANÁLISIS A POSTERIORI

Los estudiantes en esta actividad observados iniciaron intentando arrastrar la F roja, luego el centro de rotación, después la F negra y como ninguna de éstas se

dejaba arrastrar, entonces intentaron con la F azul. Con esto se dieron cuenta que al arrastrar el punto superior de la F azul ésta se dejaba girar y que de otros lugares o puntos ésta F se dejaba arrastrar a diferentes lugares.

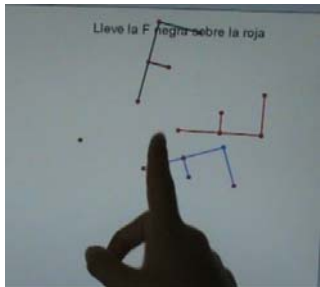
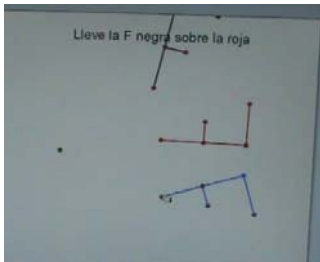
E1: {le dice a su compañero} toca llevar esta, esta {le señala con el dedo la F negra}	
E2: si, si {va a intentar arrastrarla y tampoco puede}, {luego dice} no. E1: no, entonces la azul, E2: {logra arrastrar la azul del punto superior izquierdo que la hace girar}	
E1: ah ya, así no era. E2: {sigue arrastrando la F azul del punto que la hace girar}	
E1: Ahora toca llevar la F negra, a este punto. {Señalándole con el dedo el punto inferior de la F roja}	

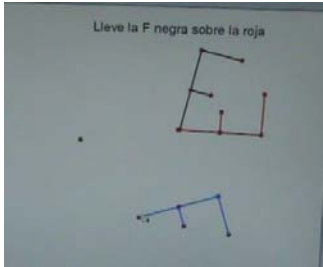
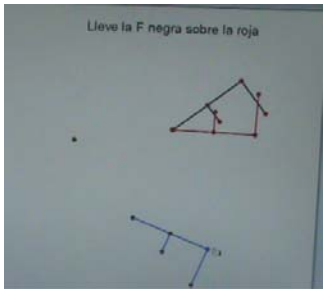
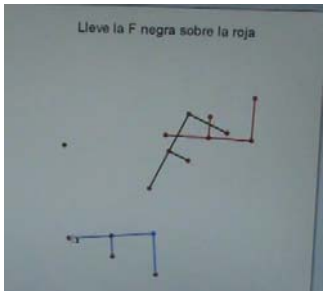
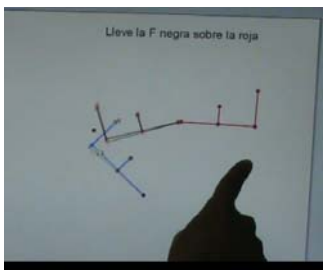
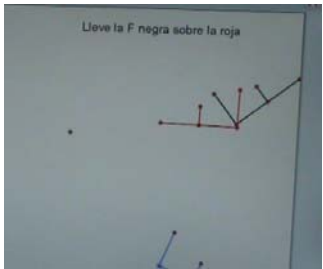
E1: {le dice a su compañera cuando ella todavía está girando la F azul} no, tiene que darle en el puntico de abajo. E2: ¿en éste? {y se ubica en el punto inferior de la F azul para poder arrastrarlo}	
E1: {cuando su compañera arrastra la F azul hasta la F roja, o lleva un punto de la F azul a la roja le dice} Si, al revés	
E2: {cuando está arrastrando la F azul del punto inferior le pregunta} ¿así?	 
E1: si, si E2: y ahora se mueve acá, {dirigiéndose al punto superior izquierdo de la F azul para girarla} vamos a mirar a ver {y la va girando para acomodar la F negra}	

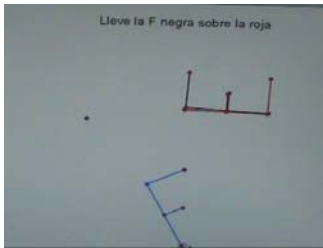
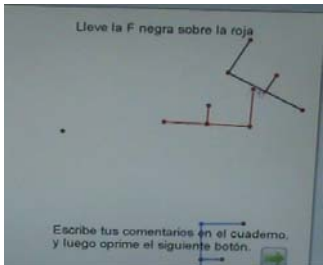
E1: Ya {les sale el letrero ¡Muy bien!} {y como arrastran un poquito la F azul, les vuelve a salir la tarea: Lleve la F negra sobre la roja.}	
--	---

De esta misma forma continúan resolviendo las otras tareas, ya se han dado cuenta que arrastrando y girando la F azul logran mover la F negra a donde ellos deseen.

Al llegar a la última tarea donde las F no se pueden superponer, intentan realizar los mismos arrastres que vienen haciendo pero se dan cuenta que esto no se puede realizar ya que las F están al revés o volteadas como ellos lo expresan.

E2: {le dice y señala con el dedo el punto base de la F roja} hasta el punto este, hasta que el punto negro quede en el punto rojo.	
E1: {sigue arrastrando la F azul}	

E2: {al ver la negra más arriba, le dice} Bájela, bájela E1: {sigue arrastrando hasta hacer coincidir las bases de las F roja y negra}	
E2: hay, ahora dele E1: {ahora gira del punto azul}	
E2: {le dice} No, está mal. E1: {arrastra la F azul a otros lugares}	
E2. {le dice} entonces tuérzalo. E1: {sigue intentando acomodar las F, con arrastres y giros de la F azul y dice} entonces con este, toca unir en el punto de arriba. {señala con el dedo en la F roja}	
E2: yo también decía que en el punto de arriba E1: así, {continúa arrastrando y girando de la F azul en diferentes sentidos y no logra hacerlas coincidir}	

E2: {le dice} pero está al revés. E1: {continúa intentando con arrastres y giros en la F azul sin conseguir lo que desea}	
E1: {sigue intentando hasta que le aparece el letrero: Escribe tus comentarios en el cuaderno, luego oprime el siguiente botón}	
E2: escribe tus comentarios en el cuaderno. E1: Ya déjela ahí. E2: pero esto hay que moverla {y arrastra la F azul} E1: {le dice a su compañera} dele la vuelta completa. E3: Esa no se puede hacer, por eso es los comentarios por que esa no se puede hacer. E1: si, si. O.k.	

Se pudo observar lo que habíamos previsto en el análisis a priori ya que los estudiantes intentaron hacer arrastres de diferentes figuras para poder arrastrar la F negra, dándose cuenta que esto era posible sólo con los arrastres y giros de la F azul, con ella pudieron lograr llevar la F negra a la roja como lo iba pidiendo la actividad.

En la última tarea llegan a la conclusión de que esta tarea no se puede hacer, que la F está al revés.

Cuando todos los estudiantes terminan el ejercicio la profesora les pide contar lo que tuvieron que hacer. Hacen comentarios como:

- No se puede mover la F negra
- Al mover la azul se mueve la F negra.
- El punto azul de la F azul hace que ésta se mueva en círculo.
- La última tarea no se puede hacer ya que la F negra está al revés de la F roja.

Todo esto se puede apreciar en lo que ellos dijeron en esta puesta en común

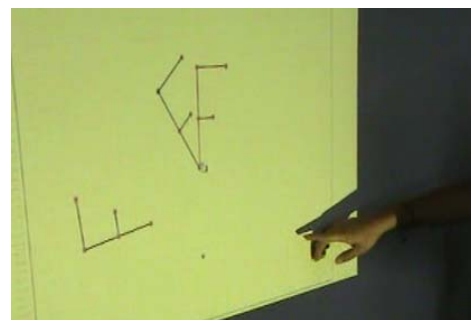
E5: esa es la primera parte ¿sí? Pro: si la primera parte, si hay comenzamos E5: el que dice que la F negra sobre la roja y que uno mueve la azul, no se puede mover la negra. Pro: {repite} No se puede mover la negra. Lo que queremos es llevar es la negra, pero la negra no se deja ¿cierto? E2: profesora yo E5: yo, yo, yo. Que el punto azul nada más da en círculo. {y realiza círculos con su mano al aire}	
Pro: El punto azul me deja mover la F en círculo, ¿y los otros puntos? E5: no, así normal {mueve su mano a diferentes lugares}	

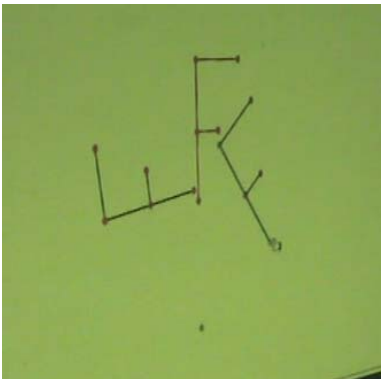
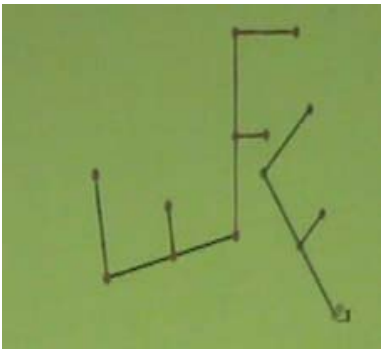
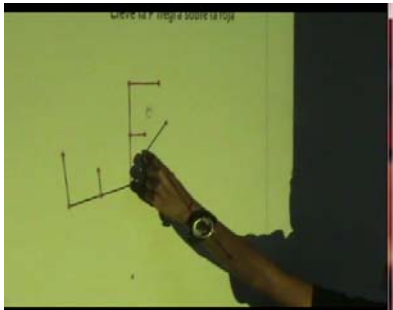
Pro: normal E5: a donde una quiera Pro: ¿a donde queramos? E5: {mueve su cabeza en señal de estar de acuerdo} E6: que la F azul tiene tres puntos E7: y tiene un punto que no es rojo, con ese que no se espicha
--

Pro: el punto que no es rojo
 E1, E6, E7: {dicen} es azul
 Pro: {repite} es un punto azul
 E7: si, que deja mover la roja
 E8: La F negra mueve la roja, esto, que con el punto azul se puede cuadrar la F
 E6: {en medio de lo que su compañera está diciendo} y con el rojo de abajo
 E8: de manera que al mover la F azul esto quede bien cuadrada.
 E6: {dice varias cosas que casi no se le entiende} y que también dentro del punto de la negra, del negro punto rojo del negro de los últimos de debajo, de los de abajo lo ubique ese puntico en el rojo del de abajo y ese azul va dando vueltas y ahí se arma la ...
 Pro: ahh, es parte de la estrategia para que quede bien cuadradita la F
 E6: Si {mueve su cabeza}
 E5: Si, porque sino no da el resultado.
 Pro: Bayan nos quiere decir es que este puntico lo llevamos sobre este y hay si ...
 E2: {termina lo que dice la profesora} lo voltea
 Pro: con el puntico de arriba lo vamos moviendo cierto, entonces inténtemelo
 E6: yo profe
 Pro: ¿Quién Xiomi?
 E6: huuy que lástima
 Pro: A Brayan ya le dejamos, ahorita otra vez.
 E: {pasa a resolver la tarea}

Pro: {señalando en el tablero} Entonces Xiomi nos está moviendo el puntico de la base de la F.

E2: {termina de decir} azul



Pro: de la F azul, hay no se nos proyectan bien los colores pero lo está haciendo y ¿Qué hace ahí Xiomí?. E: {arrastra del punto inferior de la F azul} ahí está llevando el puntico de la base de la negra.	
E6: ahí, ahí {le dicen cuando ya coinciden las bases de las F negra y roja}	
E7: si, si E6: en el punto azul Pro: dejémosla, dejémosla. E4: corra este punto, este {se lo señala en el tablero}	
E1: si ya se {y arrastra el punto que hace girar las F hasta hacerlas coincidir}	

Pro: muy bien

E2: mano Camilo me la hizo mover {se le movió la posición de la F azul, por lo que también dejaron de coincidir las otras F} {intenta arreglar nuevamente}

Pro: Luis Alfredo

E4: lo movió mucho

E1: hay

E4: muévela así

Pro: listo ahí, se nos movió

E: ya

Pro: listo hay quietico, muy bien.

Una vez tienen claro los arrastres que deben hacer para llevar la F negra sobre la roja saben resolver más fácilmente las tareas que piden lo mismo, aunque que se halla cambiado el ángulo de rotación.

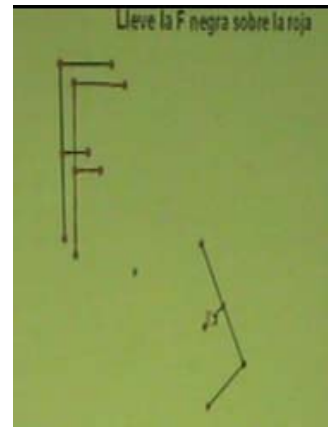
En el siguiente aparte se muestra el momento en el que los estudiantes observan que los movimientos de las F azul y negra son opuestos, esto se dio ya que la tarea estaba diseñada con un ángulo de 90° .

E1: huy súbala, bájela, bájela, bájela.

E4: toca bajarla y después subir

Pro: si, si

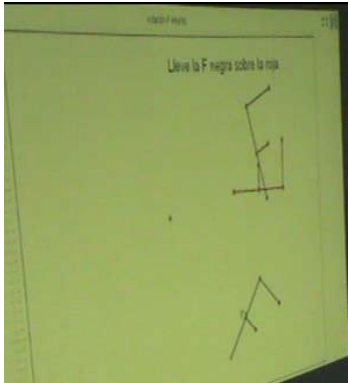
E1: ahora mire profesora, que cuando se baja la azul sube la negra.

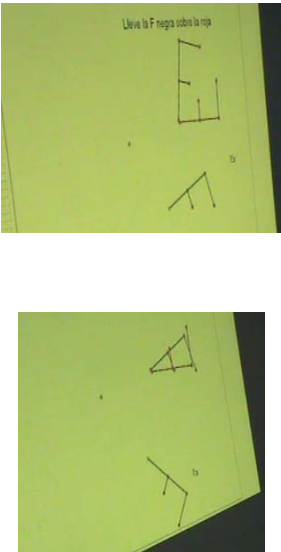
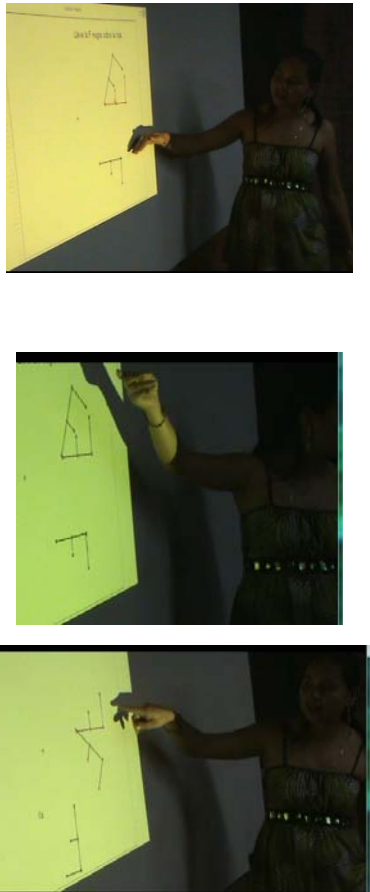


Pro: eso lo podemos escribir también, Camilo nos esta diciendo que otra diferencia es que cuando bajamos la azul, la negrita como que va subiendo y si corremos la azul para la izquierda la negra se corre a la derecha.



A continuación, se muestra cómo reaccionaron los estudiantes frente a la tarea en la que no se podían hacer coincidir las F negra y roja ya que éstas son simétricas.

E6: {observa la nueva tarea y le dice a la profesora} esa yo no la hago. Pro: ¿esa no la hace?, ¿porque no? E6: esa es muy arrecha. Pro: ¿Quién quiere hacer esa? E5: yo, yo, yo E2: profe ¿qué fue lo que dijo Camilo Andrés? Pro: Camilo ¿qué fue lo que dijo ahorita? E3: {pasa al computador para realizar la tarea} E5: {Camilo dice} que la azul E8: {interviene en el momento que su compañero habla} Profe esa no se puede hacer, por que la azul no se puede voltiar.	
E2: ¿Qué, qué? E3: que la azul es la que la hace girar. E5: si la azul se mueve para abajo, la negra se sube. Pro: y si la azul se mueve para la derecha, la negra E2: se mueve para la izquierda. Pro: Casi que la negra se está moviendo para la izquierda. E3: por eso es que es rotación Pro: y aquí dice E: {está intentando en el computador y dice} no profesora eso está muy difícil. Pro: ¿Ese es muy difícil?	

E3: este es más fácil Pro: veamos E: ese no se puede hacer. E3: no profesora ese es el que no se puede hacer. Pro: ¿ese no se puede hacer? por ... E8: si se puede hacer. Pro: ¿por qué no se puede hacer? E8: porque no se puede voltiar E4: hágalo, hágalo a ver si es capas E5: dice que yo no se que E6: profesora ese no se puede.	
E6: mire que queda como E4: hágalo E1: cuando sale una flechita E5: cuando sale una bichita pero no se puede hacer E8: no se puede hacer Pro: no se puede hacer ¿porque?, ¿ustedes porque creen que no se puede hacer? E5: Porque la F esta volteada Pro: ¿la F esta volteada? E4: esta volteada para el otro lado Pro: la F negrita la tenemos hacia este lado {señalándoles con la mano hacia abajo} y la roja hacia arriba {llevando la mano hacia arriba}, si le damos vuelta a la ... , aquí {y realiza movimientos en círculo}, ¿qué pasa con la F? nunca va a tener esta ¿cierto?	

E2: no

Pro: O sea que ésta es imposible. No se puede; algunos puntos pueden coincidir pero toda la figura no, ¿cierto? ¿Se pudo Camilo?

E5: no

E6: no, no se puede, vio ahhh {le dice a su compañero}

Pro: entonces, conclusión en ese ejercicio.

E8: Ahí no se puede, por que no se puede colocar al revés la negra.

E2: es lo mismo, es lo mismo pero ...

Pro: no se puede por que la negrita está al revés de la roja ó la roja al revés de la negra ¿cierto?.

7.5. QUINTA ACTIVIDAD.

ANÁLISIS A PRIORI.

La actividad consiste en modificar una flecha que representa la rotación hasta lograr que tenga el mismo centro, la misma amplitud y mismo sentido de la rotación que transforma la F azul en la negra.

Esta actividad comprende cinco series de la misma tarea, en estas series se modifica el ángulo de rotación, el centro del ángulo dibujado y la posición de las F que no siempre tendrán un punto en común.

Tarea. Experimenta con todos los puntos hasta lograr que a cada punto de salida de la flecha sobre la F azul le corresponda un punto de llegada sobre la F negra.

El propósito de esta tarea es que los alumnos utilicen una flecha (curva) para representar el movimiento de rotación. Para esto necesitarán identificar el centro de rotación, un punto de salida y un punto de llegada sobre las F.

Descripción de la figura.

Figura 9. Actividad 5.



Fuente: Autora Del Proyecto.

En esta figura hay dos F de igual tamaño; la F negra es la rotación de la F azul con respecto a un ángulo y centro de rotación ocultos. La F negra no se deja arrastrar; sólo se mueve al arrastrar la F azul que además se puede girar de su punto superior izquierdo. También aparece una flecha que sirve para representar el movimiento de rotación: esta flecha comprende un punto (para el centro de rotación) y dos segmentos desde este punto hasta los puntos de salida y de llegada de la flecha. El punto de salida está sobre la F azul. Los tres puntos de la flecha se pueden arrastrar.

Cuando llega el momento de validación, se bloquea el centro y el punto de llegada ya no se puede arrastrar; el punto de salida puede arrastrarse sobre la F azul para verificar si el punto de llegada esta siempre sobre la F negra.

Se espera que los alumnos arrastren los puntos de salida y llegada de la flecha para llevar el punto de llegada a la F negra.

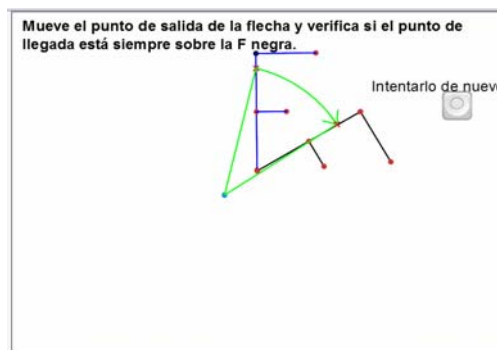
Los estudiantes podrán arrastrar las F y los tres puntos de la flecha, pero se darán cuenta que es más sencillo resolver el problema cuando coinciden dos puntos de las F y el centro de la flecha, pues basta con llevar el punto de llegada hasta la F negra.

Cuando los alumnos piensan que ya han resuelto el problema oprimen el botón de la parte inferior de la pantalla y comienza la validación de su trabajo.

Validación de la tarea.

b. Mueve el punto de salida de la flecha y verifica si el punto de llegada está siempre sobre la F negra.

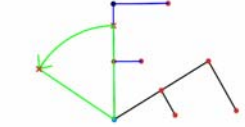
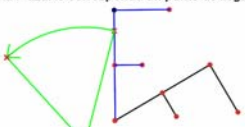
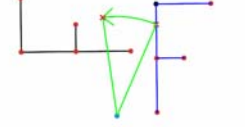
Figura 10. Actividad 5.

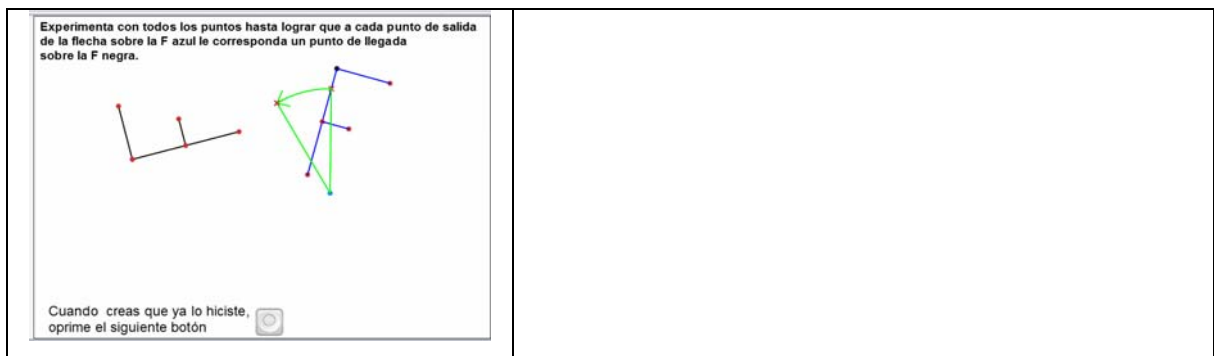


Fuente: Autora Del Proyecto.

Se espera que los alumnos intenten mover los puntos de llegada como de salida y se den cuenta que el de llegada ya no se deja arrastrar, por lo que arrastrarán el punto de salida sobre la F azul y verificarán si el de llegada queda siempre sobre la F negra. Si el punto de llegada siempre está sobre la F negra aparece un letrero que le dice MUY BIEN; en el caso contrario podrá oprimir un botón para intentar de nuevo la modificación de la flecha (el botón lleva al comienzo de la tarea).

Análisis de la secuencia.

Experimenta con todos los puntos hasta lograr que a cada punto de salida de la flecha sobre la F azul le corresponda un punto de llegada sobre la F negra.  Cuando creas que ya lo hiciste, oprime el siguiente botón 	En la serie uno las F coinciden en el punto de su base y el centro de la flecha está en ese punto.
Experimenta con todos los puntos hasta lograr que a cada punto de salida de la flecha sobre la F azul le corresponda un punto de llegada sobre la F negra.  Cuando creas que ya lo hiciste, oprime el siguiente botón 	En la serie 2, se conserva el mismo ángulo y las F coinciden en el punto de su base pero el centro de la flecha no está en ese punto.
Experimenta con todos los puntos hasta lograr que a cada punto de salida de la flecha sobre la F azul le corresponda un punto de llegada sobre la F negra.  Cuando creas que ya lo hiciste, oprime el siguiente botón 	En la serie tres se usa el mismo ángulo pero las F aparecen separadas.
Experimenta con todos los puntos hasta lograr que a cada punto de salida de la flecha sobre la F azul le corresponda un punto de llegada sobre la F negra.  Cuando creas que ya lo hiciste, oprime el siguiente botón 	En las últimas dos series se utilizan ángulos diferentes, las F aparecen separadas y el centro de la flecha está por fuera de las F.



En todas estas figuras la estrategia ganadora consiste en:

Determinar el centro de rotación (un punto en el que las dos F coinciden), colocar el centro de la flecha sobre ese punto y llevar el punto de llegada sobre la F negra. En la primera figura se facilita la tarea colocando de antemano el centro de la flecha en el punto de coincidencia de las F. En la segunda serie el alumno debe llevar el centro de la flecha al punto de coincidencia de las F, en las demás series deberá primero hacer coincidir las F y luego colocar el centro de la flecha en el punto de coincidencia.

Terminadas las cinco series se realiza una socialización de lo trabajado.

Para ello, se muestra y lee la actividad desde la tarea 2, luego se les pregunta a los estudiantes cómo se resolvía esta tarea, permitiéndoles realizar el ejercicio desde el computador a algunos estudiantes por turnos para proyectarlo a los demás e ir compartiendo la estrategia utilizada para resolver el ejercicio.

Se esperan conclusiones en esta socialización como las siguientes:

Para poder realizar el ejercicio es necesario que las F coincidan en su base o en otro punto correspondiente y además con el centro del ángulo.

Entres las F se están formando diferentes ángulos, se observan ángulos agudos, recto y obtuso.

Nota: no hay análisis a posteriori de esta actividad.

7.6. SEXTA ACTIVIDAD

OBJETIVO

El propósito de esta actividad es que los alumnos construyan la rotación de una figura dado el centro, sentido y ángulo de rotación empleando para su construcción semirrectas y círculos.

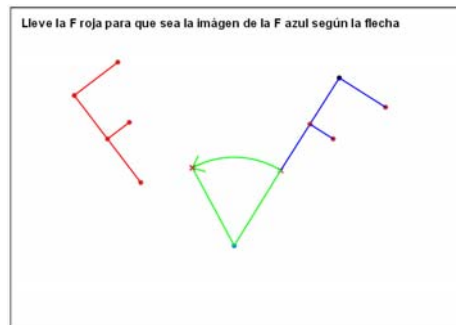
ANÁLISIS A PRIORI.

Tarea 1.

El propósito de esta tarea es que los alumnos observen que el ángulo dado tiene un lado que puede ser alineado con la F azul y a partir de esta observación puedan anticipar la posición de la F roja, alineándola con el otro lado del ángulo.

Descripción de la figura.

Figura 11. Actividad 6.



Fuente: Autora Del Proyecto.

En esta figura hay dos F de igual tamaño, una negra y otra azul, estas F pueden ser arrastradas y giradas de sus puntos superiores izquierdos pero tienen movimientos independientes. Además, hay una flecha que representa una rotación y tiene punto inicial en el punto inferior de la F azul; ese es el único punto que se deja arrastrar.

Tarea: Lleve la F roja para que sea la imagen de la F azul según la flecha.

Se espera que los estudiantes arrastren la F roja hasta que su base coincida con el punto de llegada de la flecha, luego que giren del punto superior izquierdo como lo hacían en las actividades anteriores, buscando alinearla con el lado del ángulo en donde termina la flecha.

También lo pueden realizar arrastrando la F azul o el punto inicial de la flecha curva para llevar el punto de llegada de la flecha a la otra F, luego si girando del punto superior izquierdo la F roja o azul.

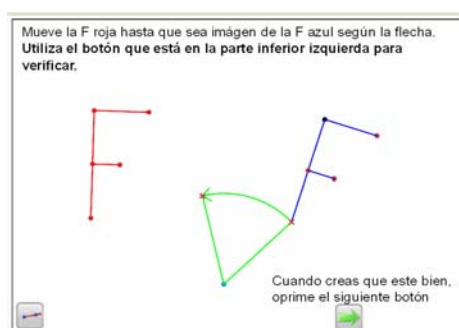
A partir de este momento se presentan tres series de tres tareas, en las que se utiliza la misma figura anterior pero dando la posibilidad de trazar semirrectas o círculos. Herramientas de dibujo que ofrece el programa.

Tarea 2.

El propósito de esta tarea es que el alumno dibuje semirrectas desde el origen del ángulo para alinear (empleando la herramienta que el programa nos permite de semirrecta) las F con respecto al ángulo y centro de rotación dado.

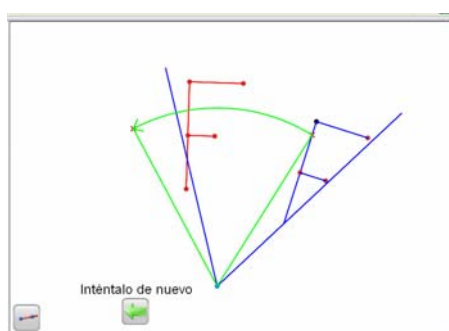
Descripción de la figura.

Figura 12. Actividad 6.a)



Fuente: Autora Del Proyecto.

Figura 13. Actividad 6. b)



Fuente: Autora Del Proyecto.

Se trabaja con la misma figura anterior, pero en esta se da la opción de usar un botón en la parte inferior izquierda, que permite al estudiante trazar semirrectas.

También se da otro botón en la parte inferior derecha para cuando el estudiante considere que ya ha realizado correctamente la tarea y pasar a la verificación (Figura 13).

Tarea:

- a. Mueve la F roja hasta que sea imagen de la F azul según la flecha. Utiliza el botón que está en la parte inferior izquierda para verificar.

Se espera que los estudiantes intenten alinear las F con los lados del ángulo dado como en la tarea anterior y para esto que se ayuden con la herramienta que se ofrece de poder trazar semirrectas desde el centro de rotación utilizando el botón dado.

También pueden realizarlo si utilizan los puntos de salida y llegada de la flecha, arrastrando la F azul para que estos puntos coincidan con las bases de las F. Luego alineando las F con respecto al ángulo y centro de rotación dados.

- b. Validación de la tarea 2.

Al oprimir el botón, aparece la figura 13 mostrando el movimiento de la flecha curva a través de la F azul y unas semirrectas indicando un ángulo, se da la posibilidad de intentarlo de nuevo en el caso de no acertar. Al oprimir el botón con la flecha de inténtalo de nuevo, aparece la figura 12, dejándole hacer correcciones y permitiéndoles arrastrar una flecha desde su punto de salida sobre la F azul, que les describe la ubicación de la otra F.

Tarea 3.

El propósito de esta tarea es que el estudiante emplee la herramienta del círculo para dibujar círculos desde el centro de la rotación dado u origen del ángulo a la misma distancia de los puntos señalados sobre la F azul para poder ubicar a esta distancia los de la F roja, girándola desde su punto superior izquierdo.

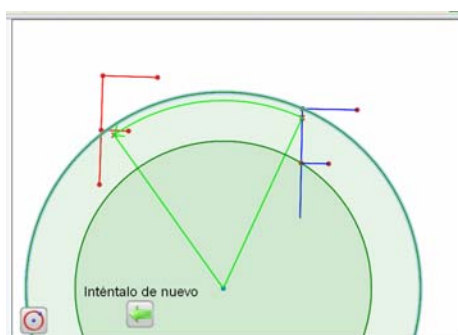
Descripción de la figura.

Figura 14. Actividad 6. a)



Fuente: Autora Del Proyecto.

Figura 15. Actividad 6. b)



Fuente: Autora Del Proyecto.

Se continúa con la misma figura que las anteriores pero ahora se da la opción de dibujar no semirrectas sino círculos, además la F azul ya no se deja girar.

Tarea: Mueve la F roja hasta que sea imagen de la F azul según la flecha. Utiliza el botón que está en la parte inferior para verificar.

- a. Se espera que los estudiantes arrastren la F roja hasta hacer coincidir su base con el punto de llegada de la flecha curva, luego que dibujen un círculo desde el centro de rotación u origen del ángulo dado hasta alguno(s) de los puntos de la F azul y finalmente girar la F roja hasta que los puntos correspondientes queden sobre los mismos círculos.
- b. Validación de la tarea 3.

Al oprimir el botón, aparece la figura 15 mostrando el movimiento de una flecha curva a través de la F azul describiendo un ángulo y dos círculos con centro en el centro de rotación y que pasan por algunos puntos de la F azul. Se da la posibilidad de intentarlo de nuevo en el caso de no acertar. Al oprimir el botón con la flecha de inténtalo de nuevo, aparece la figura 14, como se daba inicialmente, permitiéndoles arrastrar una flecha desde su punto de salida sobre la F azul, que les describe la ubicación de la otra F.

Tarea 4.

El propósito de esta tarea es que los estudiantes ubiquen la F roja como imagen de la rotación de la F azul de acuerdo al ángulo y centro de rotación dado, utilizando los dos recursos que se les dio antes, trazo de semirrectas y círculos.

Descripción de la figura.

Figura 16. Actividad 6.



Fuente: Autora Del Proyecto.

Figura 17. Actividad 6.



Fuente: Autora Del Proyecto.

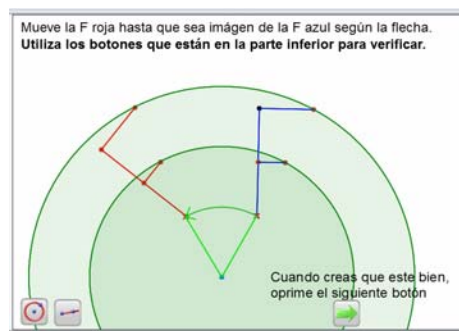
Se trabaja con la misma figura que las anteriores dando la opción de dibujar semirrectas y círculos, en esta ocasión la F azul ya no coincide en su base con el punto inicial de la flecha curva, ni se deja girar, el ángulo dado se deja girar del punto de salida de la flecha curva.

Tarea: Mueve la F roja hasta que sea imagen de la F azul según la flecha. Utiliza los botones que están en la parte inferior para verificar.

a. Se espera que los estudiantes realicen alguna de las siguientes estrategias:

- Que arrastren la F azul hasta hacer coincidir su base con el punto de salida de la flecha curva, luego que realicen lo mismo con la F roja y como la F azul no se puede girar, que tracen círculos desde el centro de rotación hasta algunos puntos sobre la F azul para ubicar los puntos correspondientes de la F roja, girándola hasta que los puntos queden sobre los círculos.

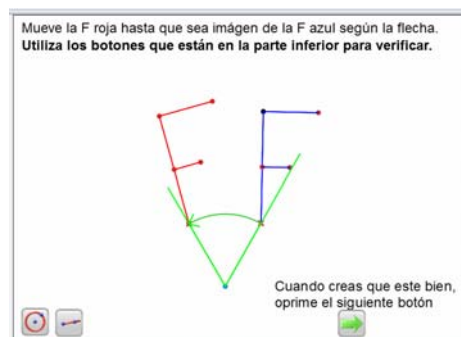
Figura 18. Actividad 6.



Fuente: Autora Del Proyecto.

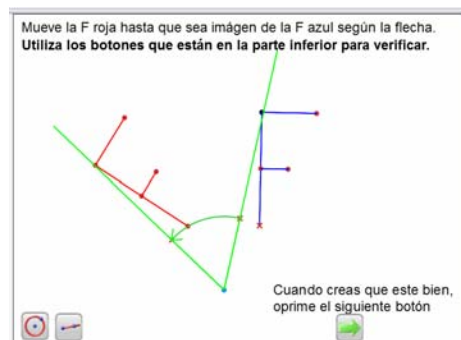
- Colocar las F azul y roja con sus bases en los puntos de salida y llegada de la flecha curva. Trazar semirrectas desde el centro de rotación pasando por los puntos de salida y de llegada de la flecha y prolongarlas. Finalmente, arrastrar el punto de salida de la flecha hasta que la semirrecta correspondiente pase por otro punto de la F azul, y girar la F roja hasta que el punto correspondiente esté sobre la semirrecta correspondiente.

Figura 19. Actividad 6.



Fuente: Autora Del Proyecto.

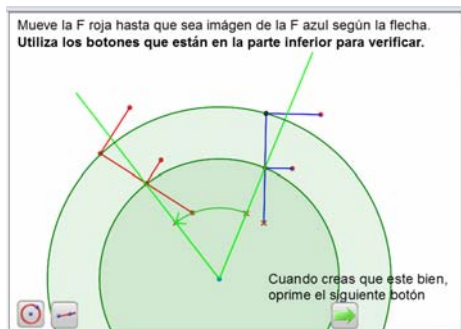
Figura 20. Actividad 6.



Fuente: Autora Del Proyecto.

- Otra manera de resolver el ejercicio es combinando las dos estrategias anteriormente descritas.

Figura 21. Actividad 6.



Fuente: Autora Del Proyecto.

b. Validación de la tarea 4.

Al oprimir el botón, aparece la figura 17 mostrando el movimiento de una flecha curva a través de la F azul describiendo un ángulo y dos círculos con centro en el centro de rotación y que pasan por algunos puntos de la F azul, se da la posibilidad de intentarlo de nuevo en el caso de no acertar. Al oprimir el botón con la flecha de inténtalo de nuevo, aparece la figura 16, como se daba inicialmente, permitiéndoles girar la F azul.

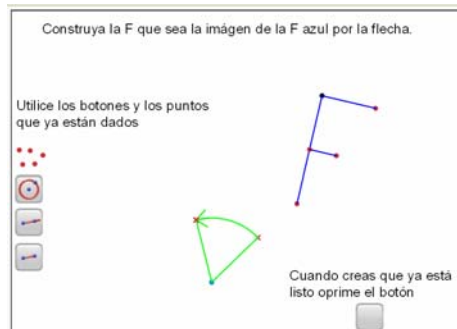
Al terminar las series se continúa con la siguiente tarea.

Tarea 5.

El propósito de esta tarea es que los alumnos construyan la F que sea imagen de la F azul de acuerdo a la rotación que indica el ángulo dado, teniendo como herramientas para su construcción el trazo de segmentos, semirrectas, círculos y cinco puntos.

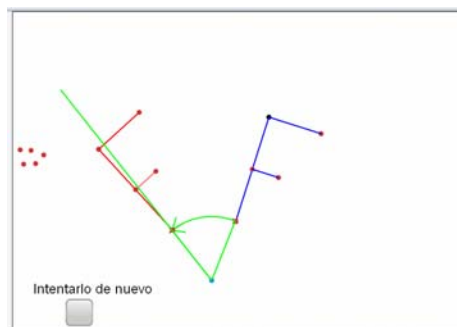
Descripción de la figura.

Figura 22. Actividad 6. a)



Fuente: Autora Del Proyecto.

Figura 23. Actividad 6. b)



Fuente: Autora Del Proyecto.

En esta ocasión, se ha dado la F azul que puede ser arrastrada y girada, el ángulo con origen en el centro de rotación con su flecha curva que también puede ser girada desde el punto de origen de la flecha, las herramientas de segmento, semirrecta, círculo y cinco puntos para poder construir la imagen de la F azul. Además la opción de verificación con el botón en la parte inferior derecha.

Tarea: Construya la F roja que sea imagen de la F azul por la flecha. Utilice los botones y los puntos que ya están dados.

- a. Se espera que los estudiantes arrastren la F azul hasta hacer coincidir su base con el punto de salida de la flecha curva, luego que tracen semirrectas desde el origen del ángulo dado y que pasen por los puntos de salida y llegada de la flecha curva para alinear la F azul y saber por dónde debe ir el lado mayor de la otra F, luego que dibujen círculos con centro en el origen del ángulo hasta los puntos de la F azul, de esta forma, al girar el ángulo con las semirrectas podrán ubicar los puntos rojos que se dieron sobre los círculos a las mismas distancias de los puntos de la F azul. Teniendo los puntos ubicados, podrán trazar los segmentos que unan estos puntos formando la F imagen de la F azul.
- b. Validación de la tarea 5.

Al oprimir el botón, aparece la figura 22 mostrando la imagen de la F azul y lo construido hasta ese momento por el estudiante, que podrá verificar si su construcción es correcta o de lo contrario intentarlo de nuevo modificando su construcción.

Nota: no hay análisis a posteriori de esta actividad.

8. CONCLUSIONES

- ❖ Se elaboraron y aplicaron actividades para la enseñanza del concepto de rotación en el plano con estudiantes de sexto grado, basadas en la Teoría de las Situaciones Didácticas, utilizando Cabri Elem como medio.
- ❖ Las actividades planteadas llevaron a los estudiantes a identificar fenómenos visuales relacionados con el movimiento de rotación, a encontrar el centro de rotación, a predecir la posición de figuras por una rotación, y a construir la imagen de una figura por rotación, utilizando semirrectas y círculos.
- ❖ Los alumnos pudieron interactuar con el medio, que les permitió experimentar, reconocer características del movimiento de rotación, tomar decisiones y evaluarlas para resolver problemas de manera independiente de la mediación del docente.
- ❖ Las interacciones de los alumnos con el software le permitieron al docente explicitar las propiedades de la rotación utilizando el contexto del software, de manera que tuvieran un significado concreto para los alumnos.
- ❖ El medio que utilizamos nos permitió controlar las actividades, pues los alumnos podían realizar arrastres de las figuras, experimentar, observar regularidades, tomar decisiones y evaluarlas para resolver un problema, pero siempre debía resolver la tarea asignada para poder continuar la actividad.
- ❖ Los estudiantes lograron constatar que el único lugar en el que se pueden superponer dos figuras es en el centro de rotación, característica fundamental en el movimiento de rotación.

- ❖ Se analizaron las estrategias aplicadas en el desarrollo de las primeras cuatro actividades trabajadas con un grupo de estudiantes de sexto grado del Colegio Camacho Carreño de Suratá.
- ❖ Se presentaron algunas dificultades en el diseño de algunas actividades, especialmente de la última, ya que no previmos algunas estrategias de los estudiantes para resolver las tareas; estas se pueden corregir revisando y ajustando nuevamente las actividades desde el software Cabri Elem.
- ❖ Por cuestiones de tiempo, no se alcanzó a realizar el análisis a posteriori de las dos últimas actividades aplicadas.

9. BIBLIOGRAFÍA

- BROUSSEAU Guy. Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas- 1a ed. - Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2007
- CHAVARRÍA Jesennia, TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS.
- <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno2/Cuadernos%202%20c%203.pdf>, 29 de junio de 2009.
- MARGOLINAS Claires, LA IMPORTANCIA DE LO VERDADERO Y DE LO FALSO EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS. Traducción al español: ACOSTA Martín E, Fiallo Jorge. Bucaramanga, UIS. 2009
- MARULANDA ACOSTA Javier Alfonso. Estrategia Metodológica para el aprendizaje sobre rotación de polígonos en el plano. MALAGA: UIS, 1996.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. NUEVAS TECNOLOGÍAS Y CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS. Lineamientos Curriculares, 1999.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. ESTANDARES BÁSICOS DE MATEMÁTICAS EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA.
- MONRROY Lilian, RUEDA Lisette. Conceptualización de la Simetría Axial y la Traslación con la Mediación del Programa Cabri Geometry II. Bucaramanga, UIS. 2009
- VARGAS ARCHILA Myriam. Propuesta de trabajo con la calculadora TI-92 para la enseñanza de rotaciones de segmentos y polígonos en el plano cartesiano.