
**CORRECCIÓN DEL MOVEOUT NO
HIPERBÓLICO EN MEDIOS CON
ISOTROPÍA TRANSVERSAL CON UN EJE
DE SIMETRÍA VERTICAL**



WILSON IBAÑEZ JACOME

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
COLOMBIA
2010

CORRECCIÓN DEL MOVEOUT NO HIPERBÓLICO EN MEDIOS CON ISOTROPÍA TRANSVERSAL CON UN EJE DE SIMETRÍA VERTICAL

TRABAJO DE GRADO
PARA OPTAR AL TÍTULO DE FÍSICO



WILSON IBÁÑEZ JACOME

DIRECTOR:
HERLING GONZALEZ
ALVAREZ

CODIRECTOR:
JOSE DAVID SANABRIA
GÓMEZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
COLOMBIA
2010

A Dios por siempre acompañarme en mis sueños
A mi mamá por su amor y amistad
A mi papá por ser mi gran ejemplo de lucha
A mis hermanos y mi abuela

AGRADECIMIENTOS

A Dios siempre gracias, por que a tu lado soy triunfador.

A mi familia por su confianza y apoyo incondicional.

A mi compañera de vida, Laura Cantillo por creer en mí.

A la familia Jacome Gómez por su motivación y gran ejemplo.

Al Dr. Kurt J. Marfurt por sus constantes consejos y correcciones.

A la Dra. Katie Keranen por el entusiasmo y sus consejos.

Al Dr. G. Randy Keller por su confianza y respaldo durante mi permanencia en OU.

A mis compañeros en la Universidad de Oklahoma.

A mis amigos en Norman, Jackie, Josefina, Javi, Serena por todos los momentos vividos como exchange.

Al Dr. Willian Agudelo y el profesor Andrés Calle, por su apreciable colaboración y apoyo.

A mis directores de proyecto.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	12
1. ANISOTROPÍA SÍSMICA	17
1.1. Solución de la Ecuación de Christoffel	19
1.2. Parámetros de Thomsen	23
2. VELOCIDAD DEL NORMAL-MOVEOUT EN MEDIOS VTI	25
2.1. Ecuación General 2-D del NMO Sobre Estratos Anisótropos	27
2.1.1. Reflector Horizontal	30
2.2. Velocidad NMO Para Medios VTI	30
2.2.1. Velocidad NMO Bajo la Aproximación de la Anisotropía Débil	32
3. CORRECCIÓN DEL MOVEOUT NO HIPERBÓLICO	34
3.1. Coeficiente de Segundo Orden	36
3.2. Coeficiente de Cuarto Orden	37
3.2.1. Modelo Alternativo Para el Coeficiente de Corrección A_4	43
3.2.2. Modelo Generalizado del Coeficiente A_4	48
3.3. Ecuación del Moveout no Hiperbólico	51
3.3.1. Aproximación de Anisotropía Débil	52
3.4. Ecuación General Para el Moveout no Hiperbólico	61
3.5. Moveout no Hiperbólico Para un Medio Estratificado de N Capas	63
4. MODELADO Y PROCESAMIENTO DE DATOS SÍSMICOS	65
4.1. Perfil Estructural del Modelo de Velocidades	65
4.2. Modelo de Trazado de Rayos	69
4.3. Modelo de Adquisición de Datos Sísmicos	72
4.4. Modelo Acústico de Propagación de Frentes de Onda	73
4.5. Generación de Shot Gathers	75
4.6. Ordenamiento por Punto Medio Común	75
4.7. Análisis de Velocidades	79
4.8. Corrección del Moveout	81
5. CONCLUSIONES	90

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	8
APÉNDICES	92
A1. Ecuación Bidimensional NMO Sobre una Capa Simple VTI	92
A2. Aproximación de la Anisotropía Débil Para V_{nmo} en Medios TTI	94
A3. Velocidad de Grupo	96
A4. Ángulo del Rayo y de Fase	99
REFERENCIAS	104

ÍNDICE DE FIGURAS

1. Representación del Fenómeno del Moveout Hiperbólico y no Hiperbólico	16
2. Modelo General de Reflexión con Inclinación	30
3. Representación de la Geometría Fuente-Receptor en un Medio VTI	53
4. Perfil de Velocidades en Escala de Grises del Modelo Anisótropo	67
5. Perfil de Velocidades en Escala Espectral del Modelo Anisótropo	70
6. Trazado de Rayos Sobre el Modelo Anisótropo de Velocidades	71
7. Representación Final del Trazado de Rayos Sobre el Modelo de Velocidades	72
8. Modelo Acústico de Propagación	75
9. Representación del Registro del Campo de Onda Sobre un Shot Gather	77
10. Representación del Registro del Campo de Velocidades Sobre un CMP Gather .	79
11. Análisis Espectral del Campo de Velocidades Anisótropo	82
12. Corrección NMO para el CMP de Menor Cobertura Horizontal	83
13. Corrección del <i>Moveout</i> no Hiperbólico Usando el Modelo Convencional	89
14. Corrección deñ <i>Moveout</i> no Hiperbólico Usando el Modelo no Convencional	90

RESUMEN

TITULO: CORRECCIÓN DEL MOVEOUT NO HIPERBÓLICO EN MEDIOS CON ISOTROPÍA TRANSVERSAL CON UN EJE DE SIMETRÍA VERTICAL*

AUTOR: IBAÑEZ JACOME, Wilson†

PALABRAS CLAVES: Anisotropía sísmica, Moveout no hiperbólico, Procesamiento de datos sísmicos, Seismic Unix.

RESUMEN:

El procesamiento convencional de datos sísmicos para la producción de imágenes del subsuelo con fines de exploración de yacimientos de hidrocarburos, considera en su desarrollo la corrección hiperbólica por *Normal Move Out* (NMO por sus siglas en inglés) de las curvas de reflexión en el dominio de los *Common-Mid Point* (CMP por sus siglas en inglés) para pequeños *offsets*. A medida que el *offset* aumenta, las curvas de reflexión se desvían de su configuración hiperbólica. Para caracterizar este comportamiento no hiperbólico se ha implementado el tercer término de cuarto orden en la expansión de Taylor para el tiempo de propagación de la onda. Este nuevo coeficiente incluye el análisis de datos a grandes *offsets* y los parámetros de anisotropía del medio transversalmente isótropo con un eje de simetría vertical. Debido a las posibles grandes extensiones horizontales registradas en la propagación del campo de onda, además del modelo de corrección del tercer término en la expansión de Taylor, se ha considerado la fusión de un prototipo de corrección no convencional basado en la aproximación de la anisotropía débil, totalmente válida para extensiones infinitas en el *offset*. Para el diseño del modelo de corrección no convencional se implementó el software de procesamiento *Seismic Unix*, que incorpora perfiles de velocidades con anisotropía inducida, adecua geometrías de adquisición para la generación de datos sintéticos mediante procesos iterativos, genera imágenes de disparos (*Shot Gathers*), implementa la técnica de ordenamiento por CMP y elabora el análisis de velocidades para continuar con la corrección del *Moveout* no hiperbólico.

* Trabajo de Grado

† Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander. Director: Herling Gonzalez Alvarez, M.Sc. Codirector: José David Sanabria Gómez, Ph.D.

ABSTRACT

TITLE: NON-HYPERBOLIC P-WAVE MOVEOUT CORRECTION FOR TRANSVERSE ISOTROPY WITH A VERTICAL SYMMETRY AXIS *

AUTHOR: IBANÉZ JACOME, Wilson[†]

KEY WORDS: Moveout Correction, Non-Hyperbolic Moveout, Seismic Anisotropy, Seismic Data Processing, Seismic Unix.

ABSTRACT:

While conventional processing of reflection data is still based on the assumption of isotropy, there is a growing understanding that anisotropy may seriously affect the results of most basic processing and interpretation steps, such as normal moveout (NMO) correction and velocity analysis. The first step will be to analyze all theoretical considerations about the wave propagation in anisotropic media, principally to find the best satisfactory fit curve to the exact traveltimes in P-wave reflections. For this reason, I employ the most straightforward approximation for reflection moveouts with the Taylor series expansion of the $t^2(x^2)$ curve. However, the fourth-order Taylor series rapidly loses numerical accuracy with increasing offset. For this purpose, I present analytic analysis of the combined influence of the inaccuracy of the three-term Taylor series near the vertical over incidence small angles and the better analytical expressions for long offsets named weak anisotropy approximation. Therefore, this functional form of $t^2(x^2)$, found for weak anisotropy with the exact Taylor coefficients can describe nonhyperbolic moveout correction. The second section shows the methodology applications to better utilize modeling, processing and interpretation algorithms using the open source seismic utilities package Seismic Unix. I analyze ray propagation in the anisotropic model and generate the data considering relatively large *offset* over a 2-D line of seismic data. Likewise, I check the nonhyperbolic moveout behavior from long-spread common-midpoint (CMP) gathers and then I use the velocity analysis to pick the velocity values of P-wave at near-vertical incidence. With this in mind, I show the difference between the hyperbolic and nonhyperbolic moveout correction.

* Degree Work

[†]Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander. Advisers: M.Sc. Herling Gonzalez Alvarez and Dr. José David Sanabria Gómez.

INTRODUCCIÓN

El análisis y procesamiento de datos sísmicos producto de la propagación de ondas en medios con anisotropía, ha requerido de la implementación de modelos de propagación de onda de mayor complejidad. Las primeras contribuciones realizadas por Polish M.P. Rudzki en la última década del siglo XX demostraban la necesidad de replantear los modelos convencionales, para dar inicio al análisis de estructuras geológicas mucho más complejas [16]. En la actualidad, el procesamiento convencional ha cambiado su eficacia y ha reestructurado su modelo de corrección del *Moveout* mediante la implementación de los parámetros de anisotropía ε y δ establecidos por Thomsen [28]. De esta forma, las metodologías convencionales aplicadas en el procesamiento de señales sísmicas han reformado gradualmente los criterios matemáticos, físicos y geológicos considerados en el procesamiento. Para el caso de las correcciones en los tiempos de propagación del campo de onda, las limitaciones de los modelos convencionales son reflejadas en las distorsiones del campo producto de los cambios del campo de velocidades en función de las respectivas direcciones de propagación. Consecuentemente, las distorsiones registradas en el campo de onda producen erróneas interpretaciones del campo de velocidades en el procesamiento de datos sísmicos, originando escalas inexactas de profundidad en los modelos sísmicos.

En términos generales, el *Moveout* de los modos puros de propagación procedente de un único punto del reflector o CMP[‡] es aproximado convencionalmente por la expansión de la serie de Taylor evaluada en las cercanías del eje de simetría. Para tal caso, el tiempo de propagación es expresado en función de un factor escalar denominado *offset*

[‡]La configuración geométrica de un *Common Mid Point* es totalmente equivalente a la geometría de un *Common Depth Point*, cuando los reflectores son horizontales.

que determina la magnitud de la distancia entre el punto fuente del campo de onda y el punto de registro del mismo. Además del *offset*, un infinito número de constantes A_i están denotadas como los coeficientes de la serie[§], tal que

$$t^2(x^2) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(t^2)^n(0)}{n!} (x^2)^n = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} (x^2)^n. \quad (1)$$

Por lo tanto, para un medio con isotropía transversal, la ecuación no exacta del tiempo total de propagación toma la forma [27],

$$t^2(x^2) = A_0 + A_2x^2 + A_4x^4 + \dots . \quad (2)$$

De esta manera, para el modelo convencional son considerados solo las primeras dos contribuciones sobre la ecuación (2). Esta primera estimación determina la implementación de solo dos coeficientes, tales que A_0 corresponde al valor de la función evaluada en el *offset* nulo, el cual se define como el tiempo total o tiempo doble de propagación del frente de onda sobre el eje vertical. Como veremos en las siguientes secciones, el valor de A_2 corresponde al inverso cuadrático de la velocidad de corrección. De esta forma, el modelo convencional de corrección del *Moveout* esta representado por la ecuación,

$$t^2(x^2) = A_0 + A_2x^2, \quad (3)$$

donde el factor escalar x u *offset* representa la magnitud de la distancia entre la fuente del campo de onda y la ubicación del registro del mismo, mas conocido como ubicación de receptor o geófono. Para el procesamiento convencional, en el análisis gráfico para el efecto de curvatura del *Moveout* en el dominio $t^2 - x^2$, el coeficiente de la serie A_2 representa el valor de la pendiente de la línea cuya magnitud debe representar el inverso cuadrático del campo de velocidad de corrección de las curvas hiperbólicas.

[§]La expresión general de serie corresponde a $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x)^n$, donde $f(x) = t^2(x^2)$.

Por otro lado, para lograr describir y determinar el campo de velocidad es necesario recurrir a diferentes geometrías en el registro de propagación del campo de onda P. En términos generales, se requiere en primera instancia del registro del campo de onda proveniente de un mismo punto en común. Para lograr esta geometría, la energía registrada debe ser reflejada desde un único punto o zona sobre el reflector. Esta geometría o dominio de datos es denominado CMP gather. Los datos de onda P en esta configuración pueden ser procesados usando la ecuación (3). Donde las curvas de reflexión deben representar hipérbolas exactas dentro de un radio *offset*/profundidad no superior a 1.5 [29]. La Figura 1 representa un modelo estándar de adquisición de datos sísmicos, en el que un conjunto de geófonos son adecuados a lo largo de la superficie de tal forma que el campo de onda proveniente del subsuelo es registrado en cada uno de los puntos receptores.

Para el rango de datos cuyo radio cumple con la relación $x/z < 1 - 1,5$, las curvas de reflexión logran ser representadas exactamente mediante el modelo hiperbólico como es mostrado en la imagen *a*) de la Figura 1. Para mayores coberturas en el *offset*, el *Moveout* no hiperbólico comienza a reflejarse en los últimos arribos del campo de onda y las curvas de reflexión progresivamente comienzan a cambiar su forma. Generalmente, los registros temporales en cada traza comienzan a determinar menores tiempos de propagación como se muestra en la imagen *b*) de la Figura 1. Para tales casos, el *Moveout* no hiperbólico es denominado negativo y sucede debido a la presencia de un medio estratificado con diferentes velocidades. En la medida en que aumenta el registro del campo de onda en la dirección horizontal, y por lo tanto se obtienen mayores registros a *offset* lejano, el aumento en velocidad es progresivamente mas notorio debido al tipo de anisotropía VTI, por tal razón al aumentar el *offset*, los registros de cada traza presentan corrimientos verticales hacia la superficie, que a su vez determinan la progresiva disminución en los tiempos de propagación del campo de onda. Para lograr resolver el problema, usualmente existen dos alternativas en el procesamiento.

La primera es conocida como la metodología convencional en la que se previene la degradación de la señal en el proceso de apilamiento de datos sobre los CMP gathers, aplicando un corte de datos o *mute* sobre los arribos sobre-correctos. En el procesamiento e interpretación de datos sísmicos es realmente significativo conservar la información co-

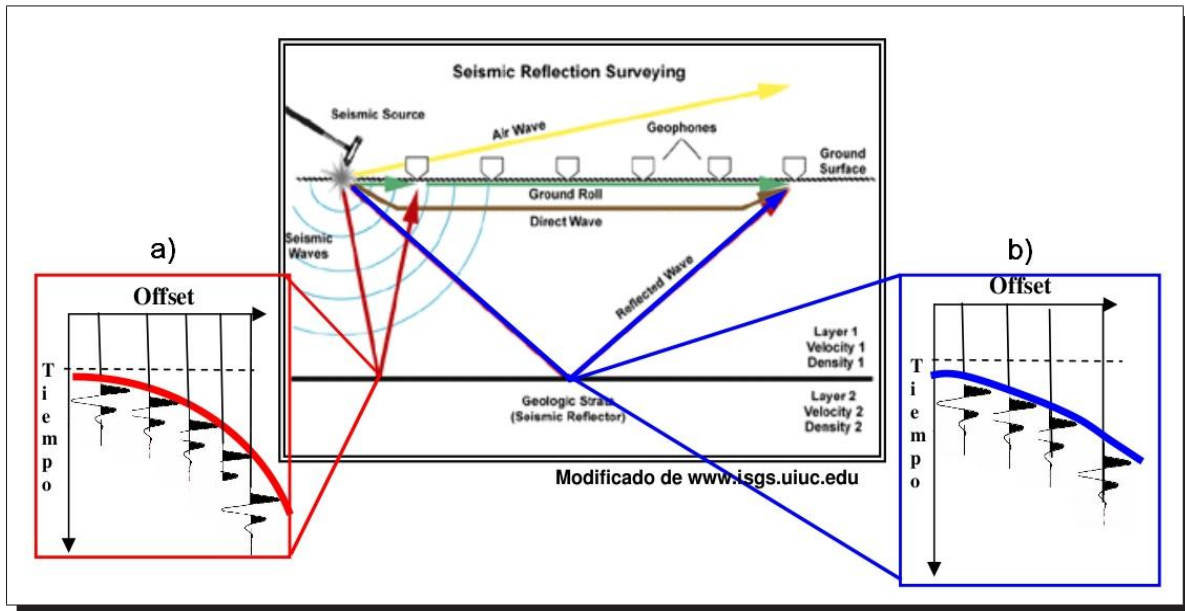


Figura 1: La Figura representa dos tipos de reflexiones que difieren respecto a la cobertura en el *offset* relativa a la profundidad del reflector; *a*) representa el efecto hiperbólico observado a pequeños ángulos de incidencia. *b*) representa el efecto no hiperbólico observado a grandes ángulos de incidencia.

respondiente a las grandes coberturas en el *offset* sobre cada CMP gather. Por ejemplo, para el análisis de las variaciones de la amplitud de la onda con respecto al *offset* (AVO por sus siglas en inglés), es realmente esencial conservar estas grandes coberturas en los datos sísmicos para la discriminación de importantes propiedades físicas del subsuelo. Sin embargo, esta primera metodología implica en su proporción una gran pérdida de datos que reducen la relación señal/ruido y por lo tanto disminuye la resolución del apilamiento de los mismos en cada CMP gather. Una segunda metodología puede ser usada considerando un término adicional en la expresión (3). La metodología es conocida como el modelo de corrección del *Moveout* no hiperbólico he implementa el tercer término de cuarto orden de la serie Taylor representada en la ecuación (2). Sin embargo, la simple aplicación de esta expresión en el amplio dominio del *offset* genera valores divergentes entre el modelo de corrección y las curvas de reflexión no hiperbólicas. Por lo tanto, en adición a esta metodología, es necesario incorporar un término adicional bajo la aproximación de la anisotropía débil que garantice la óptima interpolación de los datos y por tanto la adecuada corrección de los mismos. Con lo anterior en men-

te, es posible definir la anisotropía sísmica como en la principal propiedad general que producirá las distorsiones y variaciones direccionales del campo de velocidades, y que por tanto, bajo los objetivos de este trabajo será considerada como el factor principal para efectos de corrección del *Moveout* no hiperbólico.

Numerosas investigaciones y relevantes resultados sobre una amplia clasificación de rocas han demostrado la evidente existencia de anisotropía en el subsuelo. La anisotropía determina consecutivos cambios en velocidad para cada dirección de propagación del campo de onda y consecuentemente muestra la necesidad de describir el campo de velocidades en su totalidad sobre las direcciones correspondientes de propagación. Para los objetivos de este trabajo, el principal campo de velocidades corresponde al que describe los valores de la velocidad de corrección del *Moveout* o V_{nmo} . En este trabajo discutiremos las definiciones teóricas, estimaciones y aplicaciones del nuevo término para la corrección del *Moveout* no hiperbólico.

ANISOTROPÍA SÍSMICA

Para entender el fenómeno de la anisotropía es necesario considerar en primera instancia, los elementos básicos de la teoría de propagación de ondas en presencia de un medio anisótropo. En esencia, un medio es llamado anisótropo con respecto a un determinado parámetro, si las medidas o magnitud de este parámetro cambian con la dirección. Por ejemplo, en medios con anisotropía elástica y bajo la consideración de deformaciones lineales, las ondas sísmicas determinan diferentes velocidades respecto a diferentes direcciones de propagación. Este comportamiento ondulatorio corresponde a la existencia de ciertas estructuras cuyas dimensiones son comparadas con la dimensión de la longitud de onda de propagación. Para un medio con sedimentaciones consecutivas, la anisotropía puede ser causada por varios factores, entre los cuales se encuentra la existencia de medios con finas secuencias de estratificaciones isótropas en pequeñas escalas comparadas con la longitud de onda. Otras razones como alineamientos de fracturas, presencia de lutitas y anisotropía intrínseca producen este tipo de distorsiones en el campo de velocidades. De esta forma, la comprensión de la influencia de la anisotropía sobre la cinemática de propagación de ondas sísmicas determina vital importancia principalmente en el análisis y procesamiento del campo de velocidades.

La vasta mayoría de los estudios existentes en anisotropía sísmica están basados sobre el estudio de geometrías de tipo TI o transversalmente isótropos, pero principalmente sobre el tipo de isotropía transversal con un eje de simetría vertical. Este tipo de geometrías hexagonales, determinan una notable dependencia entre el ángulo de propagación del frente de onda y el eje de simetría caracterizado en el medio.

Por otra parte, cada configuración geométrica determina propiedades físicas diferentes

dentro de la mecánica de los medios continuos y por lo tanto, la distribución de deformaciones para cada medio logra ser notoriamente diferente. La ley generalizada de Hook logra representar las diferentes configuraciones elásticas sobre las distintas relaciones de esfuerzo y deformación del medio, de tal forma que las distintas variaciones en la distribución esfuerzo-deformación son determinadas mediante las diferentes configuraciones del tensor de constantes elásticas C_{ijkl} del medio. De esta forma, un material linealmente elástico es definido en términos de la dependencia lineal entre las componentes del esfuerzo σ_{ij} y cada componente de deformación ϵ_{kl} [21]. Las nueve posibles combinaciones para los esfuerzos y deformaciones del medio puede ser presentadas mediante,

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{ijkl} \epsilon_{kl}, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3. \quad (1.1)$$

Obedeciendo la formulación del principio de conservación de masa y el balance del momento lineal tal como el balance del momento angular, es posible determinar la simetría del tensor de esfuerzo y deformación, tal que $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ y $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$. Luego, cambiando la configuración de los índices usando la notación de Voigt [31], donde el tensor C_{ijkl} puede ser reemplazado por la matriz $C_{\alpha\beta}$. Por lo tanto, la matriz que representa la distribución del conjunto de constantes elásticas en un medio VTI está representada por:

$$C_{\alpha\beta}^{(VTI)} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{11} - 2C_{66} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{11} - 2C_{66} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Donde el número total de constantes independientes corresponde a cinco. Este tipo de configuraciones representan un medio con simetría hexagonal ya que se caracteriza por tener un eje de simetría perpendicular a las continuas estratificaciones isótropas.

1.1. Solución de la Ecuación de Christoffel

Las velocidades de fase y las distintas polarizaciones de la propagación del campo de onda a través de un medio VTI pueden ser obtenidas resolviendo el problema de eigenvalores y eigenvectores de la ecuación de Christoffel. Explícitamente, para la ecuación de Christoffel,

$$\varsigma^2 \sum_{k=1}^3 \left(\sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 C_{ijkl} n_j n_l - \rho(x) V^2 \delta_{ik} \right) A_k(x) = 0 \quad i, j, k, l \in \{1, 2, 3\}. \quad (1.3)$$

Donde ς corresponde al vector lentitud del frente de onda y n_i corresponde a la dirección de polarización, tal que:

$$\varsigma_i = \varsigma n_i, \quad \varsigma^2 = \frac{1}{V^2}. \quad (1.4)$$

Los demás parámetros como $\rho(x)$ y A_k determinan la densidad efectiva del medio y la componente k del vector polarización respectivamente. La representación matricial de la ecuación (1.3) puede determinarse como:

$$\varsigma^2 \left[\Gamma(x, n) - \rho(x) V^2 I \right] A(x) = 0. \quad (1.5)$$

Donde I corresponde a la matriz identidad. Los elementos $\Gamma_{ik} = C_{ijkl} n_j n_l$ definen la matriz de Christoffel explícitamente de la forma:

$$\Gamma(x, n) = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{1j1l}(x) n_j n_l & \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{1j2l}(x) n_j n_l & \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{1j3l}(x) n_j n_l \\ \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{2j1l}(x) n_j n_l & \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{2j2l}(x) n_j n_l & \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{2j3l}(x) n_j n_l \\ \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{3j1l}(x) n_j n_l & \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{3j2l}(x) n_j n_l & \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{3j3l}(x) n_j n_l \end{bmatrix}. \quad (1.6)$$

Debido a la nulidad de algunos de los elementos C_{ijkl} de las componentes matriciales de (1.6) [26], los términos Γ_{ik} para un medio VTI se definen como:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{11} &= C_{11}n_1^2 + C_{66}n_2^2 + C_{44}n_3^2, \\
\Gamma_{22} &= C_{66}n_1^2 + C_{11}n_2^2 + C_{44}n_3^2, \\
\Gamma_{33} &= C_{44}(n_1^2 + n_2^2) + C_{33}n_3^2, \\
\Gamma_{12} &= \Gamma_{21} \\
&= (C_{11} - C_{66})n_1^2n_2^2, \\
\Gamma_{13} &= \Gamma_{31} \\
&= (C_{13} + C_{44})n_1^2n_3^2, \\
\Gamma_{23} &= \Gamma_{32} \\
&= (C_{13} + C_{44})n_2^2n_3^2.
\end{aligned}$$

La matriz de Christoffel es simétrica debido a la correspondiente simetría de la matriz C_{ijkl}^* . En este caso, el valor de densidad efectiva se ha supuesto como constante en cada punto de medio. Para encontrar las distintas polarizaciones del campo de onda, es necesario resolver la representación matricial de la ecuación de Christoffel en (1.5), tal que para un caso específico y por consideraciones de simetría alrededor del eje x_3 , se simplifica el problema al plano x_1x_3 , de manera que $n_2 = 0$. Por lo tanto, considerando la solución del sistema (1.5),

$$\begin{bmatrix} C_{11}n_1^2 + C_{44}n_3^2 - \rho V^2 & 0 & (C_{13} + C_{44})n_1n_3 \\ 0 & C_{66}n_1^2 + C_{44}n_3^2 - \rho V^2 & 0 \\ (C_{13} + C_{44})n_1n_3 & 0 & C_{44}n_1^2 + C_{33}n_3^2 - \rho V^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = 0. \quad (1.7)$$

Desacoplando el sistema (1.7) es posible hallar los campos de velocidades cuyas polarizaciones pueden ser paralelas al eje x_2 o al plano x_1x_3 . En términos generales, para

*Las consideraciones de simetría sobre el tensor C_{ijkl} están basadas sobre dos principios; el primero debido a la simetría de los tensores de esfuerzo y deformación tal que $C_{ijkl} = C_{jikl}$ y $C_{ijkl} = C_{ijlk}$. El segundo principio se basa en consideraciones termodinámicas tal que $C_{ijkl} = C_{klij}$ [16].

resolver el problema de valores propios y vectores propios, es necesario conocer la densidad $\rho(x)^\dagger$, los coeficientes elásticos C_{ijkl} y la dirección de propagación $\hat{\mathbf{n}}$ de la onda. Posteriormente, las posibles soluciones en A_k corresponden a los vectores propios del sistema y las magnitudes del campo de velocidades de las ondas elásticas equivalentes a los valores propios. De esta forma, expresando los vectores unitarios n_i en la ecuación (1.7) en términos del ángulo de fase respecto al eje de simetría ($n_1 = \sin \theta$; $n_3 = \cos \theta$) para el modo de polarización $A_2 \neq 0, A_1 = A_3 = 0$, cuyo campo de onda está contenido en el plano de isotropía y cuya polarización es paralela a x_2 . Para dicha polarización, la velocidad de fase corresponde a:

$$V_{SH}(\theta) = \sqrt{\frac{C_{66} \sin^2 \theta + C_{44} \cos^2 \theta}{\rho}}. \quad (1.8)$$

Los modos de polarización P-SV están descritos por la primera y tercera ecuación en (1.7) respectivamente, cuyas soluciones no triviales representan el campo de onda contenido en el plano x_1x_3

$$\begin{bmatrix} C_{11} \sin^2 \theta + C_{44} \cos^2 \theta - \rho V^2 & (C_{13} + C_{44}) \sin \theta \cos \theta \\ (C_{13} + C_{44}) \sin \theta \cos \theta & C_{44} \sin^2 \theta + C_{33} \cos^2 \theta - \rho V^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_3 \end{bmatrix} = 0. \quad (1.9)$$

Claramente, la velocidad de fase y polarización de las ondas P y SV dependen de los cuatro constantes elásticas C_{11}, C_{33}, C_{44} y C_{13} . La constante C_{66} influye únicamente sobre el modo de propagación SH como se muestra en la ecuación (1.8). Para un caso específico, si el campo de onda es evaluado sobre el eje de simetría x_3 , tal que $\hat{\mathbf{n}} = (0, 0, 1)$, donde $\theta = 0, n_3 = 1$, la ecuación (1.9) se simplifica a:

$$\begin{bmatrix} C_{44} - \rho V^2 & 0 \\ 0 & C_{33} - \rho V^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_3 \end{bmatrix} = 0. \quad (1.10)$$

Una de las soluciones de la ecuación (1.10), corresponde al modo puro de propagación:

[†]El régimen de densidades $\rho(x)$ permanece constantes en términos de las simplificaciones asumidas en el modelado y procesamiento de datos sísmicos del capítulo 4.

$$V_P(\theta = 0^\circ) = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}, \quad A_1 = 0, A_3 = 1. \quad (1.11)$$

Luego la segunda solución corresponde al modo SV de onda S con un plano horizontal de polarización tal que:

$$V_{SV}(\theta = 0^\circ) = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}, \quad A_1 = 1, A_3 = 0. \quad (1.12)$$

Para el plano isótropo que corresponde a la dirección de propagación a lo largo del eje x_1 , donde $\theta = 90^\circ$, $n_3 = 0$, la ecuación (1.9) se reduce a:

$$V_P(\theta = 90^\circ) = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}, \quad A_1 = 1, A_2 = 0, A_3 = 0. \quad (1.13)$$

$$V_{SV}(\theta = 90^\circ) = V_{SV}(\theta = 0^\circ) = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}, \quad A_1 = 0, A_2 = 0, A_3 = 1. \quad (1.14)$$

$$V_{SH}(\theta = 90^\circ) = \sqrt{\frac{C_{66}}{\rho}}, \quad A_1 = 0, A_2 = 1, A_3 = 0. \quad (1.15)$$

Las ecuaciones (1.11)-(1.14) muestran que la velocidad vertical y horizontal son generalmente diferentes para ondas P (a menos que $C_{33} = C_{11}$) e iguales para el caso del modo de polarización SV. Infortunadamente, la relativa simplicidad de las soluciones de la ecuación de Christoffel para ondas P y SV no puede ser mantenida para propagaciones con ángulos oblicuos sobre el medio VTI. Por lo tanto, para el modelo de propagación a un ángulo θ respecto al eje de simetría donde $\hat{n} = (\sin \theta, 0, \cos \theta)$ y de esta forma para el modo generalizado de propagación de ondas P y SV [10],

$$2\rho V^2(\theta) = (C_{11} + C_{44}) \sin^2 \theta + (C_{33} + C_{44}) \cos^2 \theta \quad (1.16)$$

$$\pm \sqrt{[(C_{11} - C_{44}) \sin^2 \theta - (C_{33} - C_{44}) \cos^2 \theta]^2 + 4(C_{13} + C_{44})^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}.$$

Donde la solución de signo positivo frente al término radical corresponde al campo de onda P, mientras que el signo negativo corresponde a la onda SV.

1.2. Parámetros de Thomsen

Una mejorada reestructuración sobre la notación convencional de la anisotropía, puede ser definida en función de un cierto conjunto de combinaciones de las constantes elásticas $C_{\alpha\beta}$. La parametrización alternativa basada en este principio fue sugerida por Thomsen [28] y su objetivo principal es separar la influencia de la anisotropía de las expresiones que determinan isotropía para el campo de onda P y S. Los cinco coeficientes elásticos que caracterizan un medio VTI logran ser introducidos en los denominados parámetros de Thomsen; las velocidades verticales V_{P0} y V_{S0} , y tres parámetros anisótropos adimensionales denotados como ε , δ y γ . De este modo,

$$V_{P0} \equiv \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}, \quad (1.17)$$

$$V_{S0} \equiv \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}, \quad (1.18)$$

$$\varepsilon \equiv \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}} = \frac{V_P^2(\theta = 90^\circ) - V_P^2(\theta = 0^\circ)}{2V_P^2(\theta = 0^\circ)}, \quad (1.19)$$

$$\gamma \equiv \frac{C_{66} - C_{44}}{2C_{44}} = \frac{V_{SH}^2(\theta = 90^\circ) - V_{SH}^2(\theta = 0^\circ)}{2V_{SH}^2(\theta = 0^\circ)}, \quad (1.20)$$

$$\delta \equiv \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} + C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})}. \quad (1.21)$$

Usando la notación de Thomsen, la onda P y onda SV dependen de los parámetros V_{P0} , V_{S0} , ε y δ , mientras que la onda SH se describe en función de la velocidad vertical V_{S0} y el

parámetro γ . Posteriormente, los parámetros ε , δ y γ son nulos sobre medios isótropos, por lo tanto cada parámetro logra caracterizar el grado de anisotropía del medio. El parámetro ε , logra definir la diferencia fraccional entre la componente horizontal y vertical del campo de onda P (ver ecuación (1.11) y (1.13) sobre la definición en (1.19)). Del mismo modo, para el parámetro γ pero sobre el campo de onda SH. Finalmente, a pesar de la menor transparencia de δ en su definición en comparación de ε y γ , este parámetro logra definir la segunda derivada del campo de velocidad de fase de onda P sobre el eje de simetría. De esta forma, diferenciando la ecuación (2.9), teniendo en cuenta solo la solución positiva del radical, y usando la ecuación (1.21) para δ ,

$$\left. \frac{d^2 V_P}{d\theta^2} \right|_{\theta=0} = 2V_{P0}\delta. \quad (1.22)$$

Por lo tanto, el parámetro δ es responsable de la dependencia angular de V_P sobre la dirección del eje de simetría. De acuerdo con la ecuación (1.22), la velocidad de fase de onda P aumenta sobre la vertical si δ es positivo y decrece si $\delta < 0$.

VELOCIDAD DEL NORMAL-MOVEOUT EN MEDIOS ANISÓTROPOS ESTRATIFICADOS

El registro del tiempo de tránsito de las reflexiones sísmicas proporciona información relevante para la construcción de modelos de velocidades usando las herramientas de procesamiento sísmico, ya sea para medios isótropos o anisótropos. Si el medio es anisótropo, un intento por adecuar o ajustar la relación tiempo de propagación y *offset* usando un campo de velocidades puramente isótropo, puede conducir a imperfecciones en el apilamiento o a una baja resolución en los eventos de reflexión que a su vez producen distorsiones en las imágenes sísmicas. Por lo tanto, la comprensión física de la anisotropía sísmica sobre la cinemática de las ondas de reflexión, es de vital importancia en el análisis de velocidades y en general en el procesamiento de datos sísmicos. El *Moveout* de los modos puros de propagación de ondas sísmicas sobre los puntos medios comunes de reflexión o CMP gathers es aproximado mediante la implementación de la serie de Taylor evaluada en la cercanía del *offset* nulo, de tal forma que [27]:

$$t^2(x^2) = A_0 + A_2x^2 + A_4x^4 + \dots \quad (2.1)$$

Donde x representa el campo de *offsets* o distancias fuente-receptor. Así mismo, los correspondientes coeficientes de la expansión (2.1) están dados por:

$$A_0 = t_{P0}^2, \quad A_2 = \left. \frac{dt^2}{dx^2} \right|_{x=0}, \quad A_4 = \left. \frac{1}{2} \frac{d}{dx^2} \left[\frac{dt^2}{dx^2} \right] \right|_{x=0}. \quad (2.2)$$

El valor de t_{P0} corresponde al tiempo total de reflexión a *offset* nulo del campo de onda P. La ecuación (2.1) no incluye potencias impares de x debido a que el *Moveout* de los modos puros de propagación de onda P sobre un CMP gather es simétrico con respecto al *offset* cero y de esta forma, bajo esta consideración, la interpretación de la serie o el tiempo de propagación de la onda debe permanecer invariante al intercambiar las posiciones de las fuentes y los receptores. En las siguientes secciones se demostrará que la expansión de Taylor representada en la ecuación (2.1) debe ser modificada con el propósito de encontrar la expresión exacta que conserve en su estructura los coeficientes A_0 , A_2 y A_4 y que a su vez sea completamente válida para el concepto de *offsets* infinitos.

El parámetro del *Moveout* de mayor importancia práctica en exploración sísmica es la velocidad del normal *Moveout* o V_{nmo} , responsable del *Moveout* hiperbólico en el modelo convencional, donde la cobertura en *offset* no excede la distancia entre el punto CMP y el reflector. La ecuación que representa el modelo convencional de corrección esta dada por:

$$t_H^2 = A_0 + A_2x^2 = t_{P0}^2 + \frac{x^2}{V_{nmo}^2}, \quad (2.3)$$

luego la velocidad de corrección de las hipérbolas de reflexión representadas en la ecuación (2.3) corresponde a:

$$V_{nmo}^2 = \frac{1}{A_2} = \left. \frac{dx^2}{dt^2} \right|_{x=0}. \quad (2.4)$$

Si el tiempo de viaje es representado en el dominio de coordenadas $t^2 - x^2$, el factor $1/V_{nmo}^2$ determina la pendiente inicial de la curva del *Moveout* en este mismo espacio. Con el incremento en el *offset*, los registros del tiempo cuadrático de propagación $t^2(x^2)$ en el dominio $t^2 - x^2$ se desvian de su comportamiento lineal debido a la influencia de la anisotropía del medio y por tanto debido al cambio progresivo del campo de velocidad con el aumento en el *offset*. En la ecuación (2.3), la no determinación del tercer término de cuarto orden A_4 produce la desviación entre los datos reales de reflexión y la curva usada para su interpolación. En muchos de los estudios relacionados con procesamiento

no convencional, estas desviaciones están directamente relacionadas con el denominado término residual del *Moveout*. Por lo tanto, la estimación de la velocidad de apilamiento o en ocasiones llamada velocidad del *Moveout*, usando grandes extensiones en el campo del *offset*, puede diferir de la expresión analítica de la velocidad NMO definida en la ecuación (2.4).

El fenómeno de la anisotropía sísmica causa dos tipos importantes de distorsiones sobre el *Moveout* de las reflexiones sísmicas. La primera de estas, en contraste a los medios isótropos, consiste en la determinación de la notable diferencia entre la velocidad vertical o la velocidad media cuadrática V_{rms} (para un conjunto de capas o medio estratificado) y la velocidad intervállica vertical en un medio estratificado. Esta es la principal razón por la cual usualmente se presentan inconsistencias en la transformación tiempo-profundidad. Del mismo modo, una errónea escala en profundidad en las imágenes sísmicas puede ser producida por efecto de la aplicación de los algoritmos convencionales de migración sísmica que utilizan erróneas velocidades. En segundo lugar, la anisotropía puede sustancialmente incrementar la desviación del comportamiento hiperbólico del *Moveout*, de tal forma que las curvas de tiempo de propagación $t^2(x)$ determinan un comportamiento no hiperbólico, incluso sobre una capa simple anisótropa homogénea. En las siguientes secciones, analizaremos la importancia de la anisotropía sobre la determinación de la velocidad de corrección NMO y los tiempos de propagación para las grandes coberturas en el *offset*. Así mismo, presentaré una descripción concisa de los tiempos de viaje descritos en las reflexiones sísmicas en medios anisótropos usando los coeficientes exactos de la expansión de Taylor y la aproximación de la anisotropía débil.

2.1. Ecuación General 2-D del NMO Sobre Estratos Anisótropos

Consideremos un CMP gather dentro de un estrato homogéneo y anisótropo. La Figura 2.1, representa el modelo general de reflexión del campo de onda. La línea que une los puntos entre el CMP y el punto de reflexión representa la incidencia normal del frente de onda en el respectivo punto reflector. En este caso, la única restricción para efectos

del análisis de la anisotropía corresponde a la no desviación de los vectores de velocidad de fase y velocidad de grupo del campo de onda respecto al plano de incidencia. De esta forma, el plano de incidencia puede corresponder al plano de inclinación del reflector y a su vez al plano de simetría. Para el ejemplo representado en la Figura 2.1, este análisis es válido para cualquier plano contenido en el eje de simetría sobre el medio transversalmente isótropo. La deducción mostrada en el Apéndice A1, en términos generales, conduce a la siguiente expresión de la velocidad NMO para el modo puro de reflexión de onda P, determinado en función de la velocidad de fase $V(\theta)$ y la inclinación del reflector φ . De esta forma,

$$V_{nmo}(\varphi) = \frac{V(\varphi)}{\cos \varphi} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{V(\varphi)} \frac{d^2 V}{d\theta^2} \Big|_{\theta=\varphi}}}{1 - \frac{\tan \varphi}{V(\varphi)} \frac{dV}{d\theta} \Big|_{\theta=\varphi}}. \quad (2.5)$$

Esta ecuación es también válida para ondas P y ondas S en medios con planos de simetría vertical sobre estructuras anisótropas. Debido a que el vector normal al frente de onda ς con una magnitud inversa a la velocidad de fase y a cero *offset*, es ortogonal al reflector, la velocidad NMO es controlada por el comportamiento local de la función de velocidad de fase en el respectivo ángulo del reflector. La ecuación (2.5) es relativamente simple de usar debido a que la expresión muestra la dependencia sobre la velocidad de fase en lugar de la componente del rayo a cero *offset*. En este sentido, podemos también notar que el ángulo entre el rayo a cero *offset* y la vertical es generalmente diferente de φ .

Si el medio es considerado isótropo, las derivadas de la velocidad de fase desaparecen y la ecuación (2.5) se reduce a la conocida relación coseno-de-buzamiento o coseno-de-inclinación obtenida por Levin [19]:

$$V_{nmo}(\varphi) = \frac{V}{\cos \varphi} = \frac{V_{nmo}(0)}{\cos \varphi}. \quad (2.6)$$

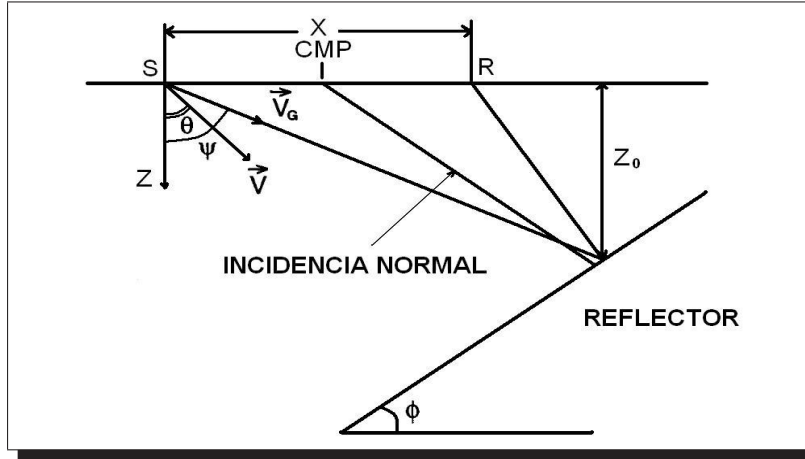


Figura 2.1: Sección en profundidad de diferentes trayectorias de rayo para un punto medio común o CMP gather sobre una capa homogénea y anisótropa con un reflector inclinado. Las variables \mathbf{V} y \mathbf{V}_G corresponden a los vectores de velocidad de fase y de grupo respectivamente. Nótese que en este caso el rayo que parte desde el punto de *offset* cero, no necesariamente es perpendicular al reflector.

Para medios con isotropía homogénea, las curvas de reflexión que representan el *Moveout* son completamente hiperbólicas, y la ecuación (2.6) logra representar esta descripción de manera exacta para cualquier longitud horizontal de propagación y para modelos con buzamiento. La ecuación de Levin es extensamente usada en la corrección convencional del *Moveout* con reflector inclinado o *Dip-Moveout* (DMO) y permite posteriormente la construcción de secciones sísmicas a cero *offset* habilitadas para la migración poststack o migración post-apilado. De manera equivalente, la ecuación (2.5) puede ser representada como una función de la componente horizontal ($\varsigma_h = \sin \theta/V$) y vertical ($\varsigma_v = \varsigma_v(\varsigma_h) = \cos \theta/V$) del vector lentitud [9]:

$$V_{nmo}(\varsigma_h) = \sqrt{\frac{\varsigma_v''}{\varsigma_h \varsigma_v' - \varsigma_v}} \Big|_{\varsigma_h(\varphi)}, \quad (2.7)$$

donde $\varsigma_v' \equiv d\varsigma_v/d\varsigma_h$ y $\varsigma_v'' \equiv d^2\varsigma_v/d\varsigma_h^2$. La ecuación (2.7) es evaluada para el vector lentitud del rayo a cero *offset* ($\varsigma_h = \sin \theta/V$, $\varsigma_v = \cos \theta/V$).

2.1.1. Reflector Horizontal

Para el caso de un reflector horizontal ($\varphi = 0$), el término del denominador que corresponde al carácter anisótropo en la ecuación (2.5) desaparece, y la expresión del campo de velocidades NMO toma la forma:

$$V_{nmo}(0) = V(0) \sqrt{1 + \frac{1}{V(0)} \left. \frac{d^2 V}{d\theta^2} \right|_{\theta=0}}. \quad (2.8)$$

La velocidad NMO representada en la ecuación (2.8), determina su carácter anisótropo en el factor diferencial de segundo orden sobre la velocidad de fase respecto a su dependencia espacial representada en el ángulo de fase θ . En términos generales, la variación de la velocidad respecto al ángulo produce que la ecuación (2.6) sea inexacta en presencia de anisotropía. El término diferencial en la ecuación (2.8) debe corresponder a una relación entre los parámetros anisótropos del medio.

2.2. Velocidad NMO Para Medios con Isotropía Transversal con un Eje de Simetría Vertical

Las velocidades NMO de los modos de propagación P, SV y SH sobre estratos horizontales de tipo VTI han sido determinadas en función de los parámetros de anisotropía, de tal forma que cada valor en δ , ε y γ puede definir el grado de la distorsión direccional de los campos de velocidades P, SV y SH. Para comenzar con la deducción de la velocidad para el *Moveout*, es apropiado retomar las expresiones para las velocidades de fase de onda P en función de las constantes elásticas del medio. De esta forma, retomando la ecuación (1.16),

$$2\rho V^2(\theta) = (c_{11} + c_{44}) \sin^2 \theta + (c_{33} + c_{44}) \cos^2 \theta \quad (2.9)$$

$$\pm \sqrt{[(c_{11} - c_{44}) \sin^2 \theta - (c_{33} - c_{44}) \cos^2 \theta]^2 + 4(c_{13} + c_{44})^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}.$$

Donde la solución positiva para V corresponde a la onda P y la solución negativa corresponde a la onda SV. A su vez retomando la definición (1.21), donde:

$$\delta \equiv \frac{(c_{13} + c_{44})^2 - (c_{33} - c_{44})^2}{2c_{33}(c_{33} - c_{44})}. \quad (2.10)$$

El resultado requerido en este caso debe conducir a la expresión que determina la velocidad NMO en función de algún parámetro de anisotropía. Para lograrlo, simplemente se debe evaluar la derivada de segundo orden sobre la velocidad $V(\theta)$ en la ecuación (2.9) para incidencias verticales. De esta forma, retomando el resultado en la ecuación (1.22), donde:

$$\left. \frac{d^2 V_P}{d\theta^2} \right|_{\theta=0} = 2V_{P0}\delta, \quad (2.11)$$

y usando la ecuación (2.11) en la ecuación (2.8), podemos encontrar la velocidad NMO para ondas P en función del parámetro de anisotropía δ ,

$$V_{nmo,P}(0) = V_{P0}\sqrt{1 + 2\delta}. \quad (2.12)$$

Por lo tanto, la influencia de la isotropía transversal sobre el campo de velocidades NMO de onda P es absorbido por el parámetro δ . Para el caso en el que el eje de simetría es perpendicular a un reflector inclinado, la velocidad NMO de onda P es otorgada justo por la ecuación (2.12) y el respectivo factor de coseno-de-buzamiento generado en la ecuación (2.5). Para el caso especial de anisotropía elíptica en el que $\varepsilon = \delta$, la velocidad NMO representada en la ecuación (2.12) es equivalente a la velocidad horizontal determinada para el caso de la anisotropía débil en la ecuación (3.67).

Claramente, a menos que el parámetro δ sea nulo, cuyo valor correspondería a un medio totalmente isótropo, la velocidad NMO en un medio VTI difiere de la correspondiente velocidad vertical. Por lo tanto, si V_{nmo} y los tiempos de viaje en la dirección vertical del campo de onda P son usados para determinar la profundidad del reflector, el resultado

final deberá mostrar un porcentaje de error aproximadamente igual al correspondiente parámetro δ . Este razonamiento es posible debido a que los parámetros de Thomsen, son variables físicas unidimensionales.

2.2.1. Velocidad NMO Bajo la Aproximación de Anisotropía Débil Para un Medio VTI

Una adecuada manera de entender la influencia de la anisotropía sobre la velocidad NMO de las ondas P en un medio de configuración tipo VTI, es analizando el concepto de la aproximación de la anisotropía débil. Aunque esta aproximación puede desviarse de la ecuación exacta de la corrección NMO con el progresivo aumento de la magnitud de los parámetros de anisotropía, la expresión proporciona una relación básica que esclarece la dependencia de la velocidad NMO sobre los parámetros de Thomsen ε y δ [30]. Resolviendo para la solución positiva en la ecuación (2.9), es posible hallar la velocidad de onda P y a su vez la expresión linealizada en los parámetros de anisotropía tal que,

$$V_P(\theta) = V_{P0}(1 + \delta \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \varepsilon \sin^4 \theta). \quad (2.13)$$

Luego, para el primer orden de diferenciación respecto a la amplitud angular θ ,

$$\frac{dV_P(\theta)}{d\theta} = V_{P0} \sin 2\theta (\delta \cos 2\theta + 2\varepsilon \sin^2 \theta). \quad (2.14)$$

Procediendo nuevamente al segundo orden del término diferencial en (2.14), tal que:

$$\frac{dV_P^2(\theta)}{d\theta^2} = 2V_{P0} \left[\delta \cos 4\theta + 2\varepsilon \sin^2 \theta (1 + 2 \cos 2\theta) \right]. \quad (2.15)$$

Luego sustituyendo este resultado en la ecuación (2.5) y además linealizando la ecuación en los parámetros ε y δ , la velocidad NMO de onda P toma la forma:

$$V_{nmo}(\varphi) = \frac{V_P(\varphi)}{\cos \varphi} \left[1 + \delta + 2(\varepsilon - \delta) \sin^2 \varphi (1 + 2 \cos^2 \varphi) \right]. \quad (2.16)$$

Por lo tanto, para un modelo de reflectores planos ($\varphi = 0$),

$$V_{nmo}(0) = V_{P0}(1 + \delta). \quad (2.17)$$

Cuya ecuación determina la representación de la anisotropía débil de la ecuación exacta (2.12). Ahora usando la ecuación (2.17), la expresión (2.16) puede restablecerse como:

$$\frac{V_{nmo}(\varphi) \cos \varphi}{V_{nmo}(0)} = 1 + \delta \sin^2 \varphi + 3(\varepsilon - \delta) \sin^2 \varphi (2 - \sin^2 \varphi). \quad (2.18)$$

Por razones de simplificación, el modelo teórico general que describe las pautas desarrolladas en las ecuaciones (2.16) y (2.18) ha sido descrito en el Apéndice A2. Los términos anisótropos mostrados en el lado derecho de la ecuación (2.18) cuantifican el error producido por el buzamiento del reflector en términos de los parámetros de anisotropía (denominado error del *Dip-Moveout* en un medio anisótropo). La estructura de la ecuación (2.18) sugiere que el error del *Dip-Moveout* para ondas P en medios VTI, posee dos componentes principales, las cuales pueden ser denominadas como “error elíptico” y el “error no elíptico”. En efecto, para la anisotropía elíptica ($\varepsilon = \delta$), el error es determinado justo por el término $\delta \sin^2 \varphi$ que efectivamente describe la variación angular en φ para la velocidad de fase de onda P en el modelo. La segunda componente no elíptica del error para el DMO, es el término que contiene la diferencia $\varepsilon - \delta$. La magnitud de los coeficientes trigonométricos en la ecuación (2.18) muestra que, a menos que $|\varepsilon - \delta| \ll |\delta|$, el término no elíptico produce la mayor contribución sobre el error total. Por lo tanto, para los valores típicos de los parámetros de anisotropía, la diferencia $\varepsilon - \delta$ determina en gran medida la variación angular de la velocidad de la onda P en términos de la anisotropía. Si la relación $\varepsilon - \delta > 0$, que corresponde al caso más típico, la velocidad NMO aumenta con la inclinación muchas más progresivamente que con la isotropía del medio. Estas conclusiones son soportadas por los cálculos numéricos efectuados por Levin [20] basados en los modelos desarrollados por Thomsen [28].

CORRECCIÓN DEL MOVEOUT NO HIPERBÓLICO

Las secciones anteriores fueron dedicadas al análisis de los efectos de la anisotropía sobre la velocidad NMO para la corrección de los eventos sísmicos de reflexión. En relación a este análisis, estableceremos que los parámetros anisótropos a su vez logran controlar los tiempos de viaje del campo de onda en las reflexiones, especialmente sobre el rango de *offsets* mayores que la distancia entre el CMP y el punto de reflexión. Si el medio representa un modelo de continuas estratificaciones o una estructura geológica que describe cierto grado de anisotropía o heterogeneidad, la respectiva ecuación del *Moveout* hiperbólico parametrizada únicamente por la velocidad NMO representada en expresión (2.3), pierde progresivamente exactitud con el aumento del *offset*. Así mismo, la fuerte dependencia angular de la propagación de las ondas sobre los progresivos cambios en el campo de velocidad a grandes *offsets*, produce reflexiones no hiperbólicas incluso si el medio representa una única capa homogénea de algún material (a menos que, la anisotropía sea de tipo elíptico).

Variaciones en la magnitud de la anisotropía inducida en modelos de reflexión no hiperbólicos para grandes coberturas en el *offsets* en modelos VTI han sido desarrolladas en mucho de los trabajos realizados por Thomsen y Tsvankin [30]. En términos generales, si los estratos o capas son isótropos ($\varepsilon = \delta = 0$) y homogéneos, la forma del *Moveout* representa puramente el modelo hiperbólico para cualquier distancia fuente-receptor. Para efectos de comparación de resultados, muchos autores prefieren estimar el grado de desviación del *Moveout* hiperbólico, analizando el efecto residual del *Moveout*. Este término es calculado mediante la diferencia entre los tiempos exactos de propagación

del campo de onda y la curva hiperbólica de mejor ajuste sobre los datos encontrada mediante el método de mínimos cuadrados. De esta forma, mientras que V_{nmo} es determinada analíticamente en el límite de las propagaciones nulas, la velocidad del *Moveout* para finitas propagaciones horizontales es obtenida mediante el ajuste de datos no hiperbólicos, usando funciones hiperbólicas. Por esta razón, las coberturas en el *offset* cuyas magnitudes exceden la profundidad del reflector ($x > z$), son usualmente eliminados de los datos sísmicos en las metodologías de procesamiento convencional. En este capítulo, se desarrollarán descripciones analíticas para el procesamiento no convencional, que comprende el análisis de datos sísmicos en el dominio de las extensas propagaciones horizontales del campo de onda. Específicamente, lo que refiere al *Moveout* no hiperbólico en medios anisótropos horizontalmente estratificados, con primordial importancia sobre el análisis de las ondas P. Una intuitiva forma para considerar las desviaciones del *Moveout* no hiperbólico, adoptada en este trabajo, consiste en adicionar un tercer término de mayor orden en la expresión de dos términos para la corrección del *Moveout* hiperbólico mostrada en la ecuación 2.3. El nuevo coeficiente debe ser descrito en función de los parámetros de anisotropía que en principio producen la anomalía del corrimiento del *Moveout* hiperbólico en radios de coberturas $x/z > 1,5$.

La expresión no convencional para el tiempo de propagación de onda sugiere además el uso de los coeficientes A_0 y A_2 , la implementación de un término adicional de mayor orden, cuya función principal es controlar la desviación de las curvas de reflexión de su comportamiento hiperbólico. La primera aproximación de este modelo corresponde a la ecuación,

$$t_T^2 = A_0 + A_2x^2 + A_4x^4. \quad (3.1)$$

Denotado t_T por ser denominado como tiempo de Taylor. De manera análoga en la ecuación (2.3) ha sido denominado el tiempo hiperbólico t_H y en las siguientes secciones será definido el tiempo correspondiente a la Aproximación de la Anisotropía Débil t_A .

3.1. Coeficiente de Segundo Orden

EL objetivo en este punto del análisis es encontrar la expresión que logre describir el coeficiente A_2 en función de los parámetros de anisotropía pertenecientes al medio. En este caso, examinaremos únicamente la configuración geométrica estructural de los medios con isotropía transversal con un eje de simetría vertical. Para el análisis, es considerado el tratamiento de ondas convertidas como un caso general de propagación. Posteriormente, en términos de este análisis general se logra especificar el modelo de ondas convertidas P-P. De manera generalizada, en esta sección son considerados los resultados obtenidos por Hake [15] y se analizará en primera instancia la derivación de los coeficientes para los tipos de ondas convertidas P-P y P-SV sobre un medio estratificado transversalmente isótropo con un eje de simetría vertical no restringido a las consideraciones de la anisotropía débil. Matemáticamente, el *offset* para ondas convertidas P-SV en un medio transversalmente isótropo con N capas puede ser expresado como:

$$x = \varsigma_{\perp} \left[\sum_{i=1}^N U_{P_i} \Delta t_{P_i} + \sum_{i=1}^N U_{S_i} \Delta t_{S_i} \right], \quad (3.2)$$

donde del parámetro U_i define el campo de velocidades de segundo grado establecido entre la velocidad de grupo y el parámetro de rayo ς . Explícitamente:

$$U_i = \frac{V_{G\perp i}}{\varsigma_{\perp}}. \quad (3.3)$$

Para el análisis, $\varsigma_{\perp i}$ corresponde a la componente horizontal del vector lentitud o parámetro del rayo dt/dx para un rayo que emerge al punto de *offset* x , Δt_i representa el tiempo unidireccional de la trayectoria oblicua del rayo en la capa i th y $V_{G\perp i}$ es la componente horizontal del vector velocidad de grupo sobre la capa i th. Para el primer coeficiente A_2 , respecto a la expresión (2.4), invirtiendo el término diferencial, tal que

$$\frac{dx^2}{dt^2} = \frac{x}{t} \frac{dx}{dt} = \frac{x}{t_{S\perp}} = \frac{\sum_{i=1}^N U_{Pi} \Delta t_{Pi} + \sum_{i=1}^N U_{Si} \Delta t_{Si}}{\sum_{i=1}^N \Delta t_{Pi} + \sum_{i=1}^N \Delta t_{Si}}. \quad (3.4)$$

Evidentemente, para el modo puro de reflexión P-P son eliminadas las componentes del campo de onda SV, tal que,

$$\frac{dx^2(P)}{dt^2} = \frac{\sum_{i=1}^N U_{Pi} \Delta t_{Pi}}{\sum_{i=1}^N \Delta t_{Pi}}. \quad (3.5)$$

Luego usando la relación $V_{2i}^2 = \lim_{x \rightarrow 0} U_i$, tal que el campo U_i es evaluado solo en el dominio espacial de los rayos paraxiales del modelo, es posible encontrar el parámetro de segundo orden para ondas convertidas P-P considerando un grupo estratificado de N capas.

$$V_2^2(P) = \frac{1}{A_2(P)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{dx^2(P)}{dt^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sum_{i=1}^N U_{Pi} \Delta t_{Pi}}{\sum_{i=1}^N \Delta t_{Pi}} \right) = \frac{1}{t_{P0}} \sum_{i=1}^N V_{2i}^2(P) \Delta t_{Pi}. \quad (3.6)$$

De esta forma, para el caso de una única capa en la ecuación (3.6), el coeficiente $A_2 = 1/V_2^2$. La notación de la velocidad V_2 , sugiere solamente la forma en como por definición puede ser hallada en relación al coeficiente A_2 , pero en realidad corresponde a la velocidad de corrección V_{nmo} . Estas definiciones serán estrictamente utilizadas en la sección de modelado y procesamiento del capítulo (4).

3.2. Coeficiente de Cuarto Orden

Claramente, el coeficiente de cuarto orden A_4 es el parámetro clave que permite corregir el efecto de corrimiento del *Moveout* para grandes *offsets* debido a la anisotropía. La expresión analítica para A_4 desarrollada en esta sección, ayudará a evaluar la aplicabilidad de la serie (3.1), determinando en su desarrollo la reducción del factor residual entre las reflexiones y las curvas de corrección. De esta forma, la nueva expresión del

tiempo t_T logra mejorar la interpolación de las curvas de reflexión, para un cierto rango de valores en el *offset* tal que $x/z > 1$. En las siguientes secciones demostraremos que la adición del coeficiente A_4 en la ecuación convencional, no es suficiente para controlar la anomalía producida para coberturas en el *offset* mucho mayores que la profundidad del objetivo geológico. En primera instancia, definiremos el coeficiente A_4 en términos de las constantes elásticas del medio y luego la ecuación final en función de los parámetros de anisotropía. De esta forma, retomando la definición (2.2),

$$A_4 = \frac{1}{2} \frac{d}{dx^2} \left(\frac{dt^2}{dx^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dx^2} \left(\frac{\sum_{i=1}^N \Delta t_{P_i} + \sum_{i=1}^N \Delta t_{S_i}}{\sum_{i=1}^N U_{P_i} \Delta t_{P_i} + \sum_{i=1}^N U_{S_i} \Delta t_{S_i}} \right). \quad (3.7)$$

En este caso, el proceso de derivación puede resultar un poco extenso y por lo tanto, se ha preferido denominar temporalmente los términos $\sum_{i=1}^N U_{\alpha i} \Delta t_{\alpha i}$ dentro de la nueva variable Ω , de tal forma que:

$$\Omega = \sum_{i=1}^N U_{P_i} \Delta t_{P_i} + \sum_{i=1}^N U_{S_i} \Delta t_{S_i}. \quad (3.8)$$

Luego, la ecuación (3.7) puede replantearse como:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dx^2} \left(\frac{dt^2}{dx^2} \right) &= \frac{1}{4x} \left[\left(\frac{d}{dx} \left(\sum_{i=1}^N \Delta t_{P_i} + \sum_{i=1}^N \Delta t_{S_i} \right) \right) (\Omega^{-1}) \right. \\ &\quad \left. - \left(\sum_{i=1}^N \Delta t_{P_i} + \sum_{i=1}^N \Delta t_{S_i} \right) (\Omega^{-2}) \left(\frac{d\Omega}{dx} \right) \right] \\ &= \frac{\Omega - \left(\frac{1}{c_{\perp}} \right) \left(\sum_{i=1}^N \Delta t_{P_i} + \sum_{i=1}^N \Delta t_{S_i} \right) \left(\frac{d\Omega}{dx} \right)}{4\Omega^3}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Para la determinación de la expresión (3.9) fue considerada la ecuación (3.8) y la definición del parámetro del rayo c_{\perp} en términos del factor diferencial dt/dx . Posteriormente, para la derivación del término $d\Omega/dx$, se deben calcular las variaciones en el *offset* del

perfil de velocidad cuadrático por un factor temporal de propagación de onda, como se muestra en la definición de la variable temporal Ω . Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega}{dx} &= \frac{d}{dx} \left(\frac{x}{\varsigma_{\perp}} \right) = \frac{\varsigma_{\perp} \frac{dx}{d\varsigma_{\perp}} - x}{\varsigma_{\perp}^2 \left(\frac{dx}{d\varsigma_{\perp}} \right)} = \frac{\varsigma_{\perp} \left(\Omega + \varsigma_{\perp} \frac{d\Omega}{d\varsigma_{\perp}} \right) - x}{\varsigma_{\perp}^2 \left(\Omega + \varsigma_{\perp} \frac{d\Omega}{d\varsigma_{\perp}} \right)} = \frac{\frac{d\Omega}{d\varsigma_{\perp}}}{\Omega + \varsigma_{\perp} \frac{d\Omega}{d\varsigma_{\perp}}} \\ &= \frac{\frac{d}{d\varsigma_{\perp}} \left(\sum_{i=1}^N V_{2P_i}^2 \Delta t_{P_i} + \sum_{i=1}^N V_{2S_i}^2 \Delta t_{S_i} \right)}{\sum_{i=1}^N V_{2P_i}^2 \Delta t_{P_i} + \sum_{i=1}^N V_{2S_i}^2 \Delta t_{S_i} + \varsigma_{\perp} \frac{d}{d\varsigma_{\perp}} \left(\sum_{i=1}^N V_{2P_i}^2 \Delta t_{P_i} + \sum_{i=1}^N V_{2S_i}^2 \Delta t_{S_i} \right)}. \end{aligned}$$

Desarrollando los términos diferenciales, encontramos que el factor diferencial $d\Omega/dx$ corresponde a:

$$\frac{d\Omega}{dx} = \sum_{i=1}^N \frac{\left(\frac{dV_{2P_i}^2}{d\varsigma_{\perp}} \Delta t_{P_i} + V_{2P_i}^2 \frac{d\Delta t_{P_i}}{d\varsigma_{\perp}} + \frac{dV_{2S_i}^2}{d\varsigma_{\perp}} \Delta t_{S_i} + V_{2S_i}^2 \frac{d\Delta t_{S_i}}{d\varsigma_{\perp}} \right)}{V_{2P_i}^2 \Delta t_{P_i} + V_{2S_i}^2 \Delta t_{S_i} + \varsigma_{\perp} \left(\frac{dV_{2P_i}^2}{d\varsigma_{\perp}} \Delta t_{P_i} + V_{2P_i}^2 \frac{d\Delta t_{P_i}}{d\varsigma_{\perp}} + \frac{dV_{2S_i}^2}{d\varsigma_{\perp}} \Delta t_{S_i} + V_{2S_i}^2 \frac{d\Delta t_{S_i}}{d\varsigma_{\perp}} \right)}, \quad (3.10)$$

y considerando automáticamente los límites $x \rightarrow 0$, la ecuación (3.10) puede reducir muchos de sus términos a cero. Por otro lado, el término $d\Delta t_i/d\varsigma_{\perp}$ puede expresarse en función de los términos diferenciales como:

$$\frac{d}{dx} \sum_{i=1}^N \Delta t_i = \frac{d}{d\varsigma_{\perp}} \frac{d\varsigma_{\perp}}{dx} \sum_{i=1}^N \Delta t_i, \quad (3.11)$$

de tal manera que el factor diferencial de tiempo respecto al parámetro del rayo ς_{\perp} en la ecuación (3.11), puede ser calculado como:

$$\frac{d}{d\varsigma_{\perp}} \sum_{i=1}^N \Delta t_i = \frac{\varsigma_{\perp}}{\frac{1}{\Omega} - \frac{x}{\Omega^2} \frac{d\Omega}{dx}} \approx \varsigma_{\perp} \left(\sum_{i=1}^N V_{2Pi}^2 \Delta t_{Pi} + \sum_{i=1}^N V_{2Si}^2 \Delta t_{Si} \right). \quad (3.12)$$

En la ecuación (3.12) también se ha considerado nuevamente la aproximación $x \rightarrow 0$. Ahora, teniendo en cuenta las ecuaciones (3.11) y (3.12), la ecuación (3.10) puede determinarse en función de los tiempos oblicuos de propagación del campo, el parámetro del rayo ς_{\perp} y los campos de velocidades de onda P y onda SV, tal que,

$$\frac{1}{\varsigma_{\perp}} \frac{d\Omega}{dx} = \frac{\frac{1}{\varsigma_{\perp}} \sum_{i=1}^N \frac{dV_{2Pi}^2}{d\varsigma_{\perp}} \Delta t_{Pi} + \sum_{i=1}^N V_{2Pi}^4 \Delta t_{Pi} + \frac{1}{\varsigma_{\perp}} \sum_{i=1}^N \frac{dV_{2Si}^2}{d\varsigma_{\perp}} \Delta t_{Si} + \sum_{i=1}^N V_{2Si}^4 \Delta t_{Pi}}{\sum_{i=1}^N V_{2Pi}^2 \Delta t_{Pi} + \sum_{i=1}^N V_{2Si}^2 \Delta t_{Si}}. \quad (3.13)$$

Ahora, considerando una nueva definición que contiene nuevamente la determinación del límite en el *offset* nulo de las variables dinámicas para la propagación dentro del campo U_i y el parámetro del rayo,

$$H_i = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\varsigma_{\perp}} \frac{dU_i}{d\varsigma_{\perp}}. \quad (3.14)$$

El nuevo factor H_i determina la variación del campo cuadrático de velocidades respecto a la componente horizontal del parámetro del rayo en las cercanías del *offset* nulo. De esta forma, la expresión final que define el factor diferencial $d\Omega/dx$ en función de la expresión del nuevo factor (3.14),

$$\frac{1}{\varsigma_{\perp}} \frac{d\Omega}{dx} = \frac{\sum_{i=1}^N H_i \Delta t_{Pi} + \sum_{i=1}^N V_{2Pi}^4 \Delta t_{Pi} + \sum_{i=1}^N H_i \Delta t_{Si} + \sum_{i=1}^N V_{2Si}^4 \Delta t_{Pi}}{\sum_{i=1}^N V_{2Pi}^2 \Delta t_{Pi} + \sum_{i=1}^N V_{2Si}^2 \Delta t_{Si}}. \quad (3.15)$$

Finalmente, reemplazando el resultado (3.15) en la ecuación (3.9), y seleccionando únicamente el modo puro de reflexión P-P,

$$A_4(P) = \frac{\left(\sum_{i=1}^N V_{2P_i}^2 \Delta t_{P_i}\right)^2 - t_{P_0} \sum_{i=1}^N (H_i + V_{2P_i}^4) \Delta t_{P_i}}{4 \left(\sum_{i=1}^N V_{2P_i}^2 \Delta t_{P_i}\right)^4}. \quad (3.16)$$

Ahora, la ecuación (3.16) debe ser expresada en función de los parámetros de anisotropía de Thomsen. Particularmente, V_2 y H deben ser reemplazados por las constantes elásticas $C_{\alpha\beta}$ que caracterizan el medio VTI y sus valores de densidad ρ . Posteriormente deben encontrarse las relaciones que caracterizan los parámetros de anisotropía. Para desarrollar la teoría completa de estas definiciones, serán retomadas las ecuaciones establecidas por Hake [15], en las que se define un nuevo conjunto de constantes en función de las coeficientes elásticas $C_{\alpha\beta}$ tales que,

$$A = C_{13} + C_{44}, \quad B = C_{11} - C_{44}, \quad C = C_{33} - C_{44}, \quad (3.17)$$

$$E^2 = BC - A^2, \quad \Upsilon = \frac{E^2}{C + 2Aw + Bw^2}. \quad (3.18)$$

Luego en función de estos parámetros, es definida la velocidad V y el factor H , de tal forma que

$$V^2 = \frac{1}{\rho}(C_{11} - \Upsilon). \quad (3.19)$$

De la misma forma como en algunas de las ecuaciones anteriores, es necesario evaluar la expresión (3.19) en el límite del *offset* nulo, de manera tal que el término $\Upsilon \rightarrow E^2/C$ y por lo tanto

$$\lim_{x \rightarrow 0} V^2 = \frac{1}{\rho} \left(C_{11} - \frac{E^2}{C} \right). \quad (3.20)$$

Esta expresión puede conducir a la definición de V en función del parámetro de anisotropía δ como fue representado en la ecuación (2.12). Ahora, usando la definición del

factor H respecto a la ecuación (3.14),

$$H = \frac{1}{\varsigma_{\perp}} \frac{dV^2}{d\varsigma_{\perp}} = \frac{1}{\varsigma_{\perp}} \frac{1}{d\varsigma_{\perp}/dw} \frac{dV^2}{dw}. \quad (3.21)$$

En este caso, el parámetro $w = \tan \alpha \tan \beta$, donde α es el ángulo entre la dirección de desplazamiento de la partícula y el eje de simetría y β corresponde al ángulo entre el vector velocidad normal V y el eje de simetría. Usando la definición (3.19) y aplicando nuevamente el límite del *offset* nulo

$$\lim_{x \rightarrow 0} H = \frac{1}{\rho^2} \frac{4E^2 A^2 C_{33}}{C^3}. \quad (3.22)$$

Ahora solo resta hallar la expresión equivalente de H en función de los parámetros de Thomsen ε y δ . De esta forma, resolviendo para H en términos del conjunto de ecuaciones en (3.17) y (3.18) [15],

$$H(P) = 8V_{P0}^4(\varepsilon - \delta) \left(1 + \frac{2\delta}{1 - \frac{V_{S0}^2}{V_{P0}^2}} \right). \quad (3.23)$$

Luego aplicando el resultado de la ecuación (3.23) sobre la ecuación (3.16) para un modelo de capa simple, es posible expresar el respectivo coeficiente de corrección de cuarto orden como:

$$A_4 = -\frac{H}{4t_0^2 V_2^8} = -\frac{H}{4t_0^2 V_{P0}^8 (1 + 2\delta)^2} = \frac{-2(\varepsilon - \delta)}{t_{P0}^2 V_{P0}^4} \frac{1 + \frac{2\delta}{1 - V_{S0}^2/V_{P0}^2}}{(1 + 2\delta)^3}. \quad (3.24)$$

La relación entre velocidades V_{nmo} y V_{P0} establecida en la expresión (2.12) fue implementada en la ecuación (3.24). Para la determinación final de la corrección del *Moveout* no hiperbólico, el radio entre las velocidades de onda S y velocidades de onda P sobre el eje de simetría es considerado de menor influencia en comparación al término unitario

del denominador en la ecuación (3.24) . Esta relación puede ser comprobada usando las definiciones del campo de velocidades de onda S y onda P en función de los módulos de elasticidad o constantes de Lamé λ y μ sobre propagaciones del campo netamente verticales.

3.2.1. Modelo Alternativo Para el Coeficiente de Corrección A_4

Una alternativa para la definición de los coeficientes A_2 y A_4 es presentada por Tsvan-kin [31], en la que son usados los parámetros D_2 y D_4 que representan las relaciones anisótropas del modelo. A diferencia del análisis presentado en las secciones 3.1 y 3.2, estas relaciones sugieren en su total definición, el análisis del tiempo de propagación de ondas P para un modelo de capa simple. De este modo, supondremos que solo los modos puros de reflexión son registrados sobre una línea de CMPs confinada a un plano de simetría vertical de una capa anisótropa horizontal. Al mismo tiempo, por consideraciones de simetría, asumiremos que el plano horizontal es un plano de simetría espejal, de tal forma que la geometría del sistema en ambos lados del plano debe considerarse igual. Usando la definición del coeficiente A_4 ,

$$A_4 = \frac{1}{2} \frac{d}{d(x^2)} \left[\frac{d(t^2)}{d(x^2)} \right] \Bigg|_{x=0}, \quad (3.25)$$

donde el enfoque final para el coeficiente A_4 en el análisis bidimensional corresponde a la expresión exacta [31]:

$$A_4 = -\frac{4D_2 + 3D_2^2 + D_4}{12t_0^2 V_0^4 (1 + D_2)^4}. \quad (3.26)$$

Los coeficiente D_2 y D_4 que describen el carácter anisótropo de la ecuación (3.26) son definidos como:

$$D_2 \equiv \frac{1}{V_0} \frac{d^2 V}{d\theta^2} \Bigg|_{\theta=0}, \quad (3.27)$$

y

$$D_4 \equiv \frac{1}{V_0} \left. \frac{d^4 V}{d\theta^4} \right|_{\theta=0}, \quad (3.28)$$

donde $V(\theta)$, como fue mencionado en los capítulos anteriores, corresponde a la velocidad de fase, que evidentemente depende del ángulo de fase respecto a la vertical*. Por lo tanto, en este caso $V_0 = V(0)$ corresponde a la velocidad de fase sobre la vertical. Como se observa en las ecuaciones (3.27) y (3.28), los coeficientes D_2 y D_4 corresponden a las derivadas de segundo y cuarto orden de la velocidad de fase en la dirección de las incidencias verticales. Para un estrato puramente isótropo, la velocidad de fase es constante y $D_2 = D_4 = 0$, y por lo tanto en este caso el cuarto coeficiente para el carácter anisótropo desaparece. Por consiguiente, para el caso en el que la anisotropía no es considerada una propiedad dominante en el medio de propagación, las reflexiones con *Moveout* no hiperbólico son producidas completamente por heterogeneidades verticales y laterales. Los detalles de esta anomalía son explicados en la sección (3.2.2).

Para encontrar el tercer coeficiente de cuarto orden para ondas P en términos de los parámetros de anisotropía, es necesario determinar la velocidad de fase y sus respectivas derivadas en la dirección vertical. De manera explícita, para ondas P en medios VTI, el término $d^2V/d\theta^2$ es encontrado mediante la ecuación (2.11) como:

$$D_2 = 2\delta. \quad (3.29)$$

Por otro lado, el coeficiente D_4 puede ser obtenido usando algunas de las expresiones mencionadas en las secciones anteriores. En primer lugar, podríamos dividir ambos lados de la ecuación (2.9) por la velocidad vertical de onda P,

*Para el caso particular de este trabajo, se ha denominado ángulo de fase a la amplitud del ángulo entre el vector normal al frente de onda y el eje vertical del modelo, considerando este último como el eje de simetría del medio VTI.

$$V_{P0} = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}, \quad (3.30)$$

y usar las respectivas equivalencias entre los coeficientes elásticos $C_{\alpha\beta}$ y los parámetros de anisotropía,

$$\varepsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}}, \quad (3.31)$$

$$\delta = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} + C_{44})}, \quad (3.32)$$

sobre la ecuación (2.9). La expresión final de la función de velocidad de fase, es expresada a través de los parámetros de Thomsen como:

$$\begin{aligned} \frac{V^2(\theta)}{V_{P0}^2} &= 1 + \varepsilon \sin^2 \theta - \frac{f}{2} \\ &\pm \frac{f}{2} \sqrt{1 + \frac{4 \sin^2 \theta}{f} (2\delta \cos^2 \theta - \varepsilon \cos 2\theta) + \frac{4\varepsilon^2 \sin^4 \theta}{f^2}}, \end{aligned} \quad (3.33)$$

donde el término

$$f \equiv 1 - \frac{V_{S0}^2}{V_{P0}^2} = 1 - \frac{C_{44}}{C_{33}}. \quad (3.34)$$

Este último término, es el único que contiene contribuciones de la velocidad vertical de onda S. Como fue mencionado anteriormente, el factor f puede ser aproximado a la unidad, tal que $f \approx 1$. En la ecuación (3.34) la contribución del radio entre el campo de onda S y el campo de onda P sobre el eje de simetría es despreciable. Para el caso especial en el que $\varepsilon = \delta$, la velocidad de fase de onda P correspondiente a la solución positiva del radical se convierte en

$$V_P(\theta) = V_{P0} \sqrt{1 + 2\delta \sin^2 \theta}. \quad (3.35)$$

Esta ecuación también podría ser utilizada para los modos de propagación SH, con solo reemplazar el valor de la velocidad de fase V_{P0} por V_{S0} y el parámetro de anisotropía δ por γ . La forma elíptica de la ecuación (3.35) explica por qué en los modelos con isotropía transversal con iguales valores en ε y δ son denominados modelos con anisotropía elíptica.

En general, para medios de tipo TI con $\varepsilon \neq \delta$, la ecuación (3.33) puede ser simplificada usando la separación de los términos radicales en función de la relación $\varepsilon - \delta$:

$$\begin{aligned} \frac{V^2(\theta)}{V_{P0}^2} &= 1 + \varepsilon \sin^2 \theta - \frac{f}{2} \\ &\pm \frac{f}{2} \sqrt{\left(1 + \frac{2\varepsilon \sin^2 \theta}{f}\right)^2 - \frac{2(\varepsilon - \delta) \sin^2 2\theta}{f}}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Finalmente, continuando con la definición de los coeficientes, el término D_4 puede ser obtenido usando la ecuación (3.36) en la definición (3.28). De este modo,

$$D_4 = 24(\varepsilon - \delta)(1 + 2\delta/f) - 4\delta(2 + 3\delta). \quad (3.37)$$

Luego, sustituyendo las ecuaciones (3.29) y (3.37) en la expresión general (3.26) encontramos la forma explícita del coeficiente de cuarto orden de la onda P,

$$A_4 = -\frac{2(\varepsilon - \delta)(1 + 2\delta/f)}{t_{P0}^2 V_{P0}^4 (1 + 2\delta)^4}. \quad (3.38)$$

Esta ecuación puede ser simplificada linealizando los parámetros de anisotropía y considerando la relación de los campos de velocidad vertical de onda S y onda P, tal que $V_{S0}/V_{P0} \ll 1$. De esta forma, se determina una de las más relevantes definiciones de la teoría de la aproximación de la anisotropía débil. Como fue mencionado anteriormente, una forma de simplificar la expresión para A_4 en ondas P sin alterar su exactitud, es eliminando la contribución de la velocidad vertical de la onda S sobre la ecuación (3.38). Esto es posible teniendo en cuenta que las contribuciones de la velocidad vertical de la onda P y onda S son prácticamente independientes. Distintas comprobaciones

de esta afirmación han sido realizadas experimentalmente sobre datos reales y sobre evaluaciones numéricas [31], comprobando que la velocidad vertical de la onda S puede ser eliminada de la expresión para A_4 sin degradar los resultados en la ecuación para el *Moveout* no hiperbólico. Explícitamente $V_{S0} \ll V_{P0}$ ($f \approx 1$), la ecuación (3.38) se reduce a:

$$A_4 = -\frac{2(\varepsilon - \delta) \left(1 + \frac{2\delta}{1 - V_{S0}^2/V_{P0}^2}\right)}{t_{P0}^2 V_{P0}^4 (1 + 2\delta)^4} \approx -\frac{2(\varepsilon - \delta)}{t_{P0}^2 V_{P0}^4 (1 + 2\delta)^3} \approx -\frac{2(\varepsilon - \delta)}{t_{P0}^2 V_{P0}^4}, \quad (3.39)$$

$$A_4^w = -\frac{2(\varepsilon - \delta)}{t_{P0}^2 V_{P0}^4}. \quad (3.40)$$

Donde A_4^w corresponde al coeficiente A_4 bajo la teoría de la aproximación de la anisotropía débil, cuyo modelo será mencionado mas adelante. Retomando la definición exacta del coeficiente A_4 y considerando solamente la aproximación del radio entre los campos de onda $V_{S0} \ll V_{P0}$, es posible definir un nuevo coeficiente de anisotropía de la serie de Taylor como:

$$A_4 = -\frac{2(\varepsilon - \delta)}{t_{P0}^2 V_{P0}^4 (1 + 2\delta)^3} = -\frac{2\eta}{t_{P0}^2 V_{nmo}^4}, \quad (3.41)$$

donde $V_{nmo} \equiv V_{nmo}(0) = V_{P0} \sqrt{1 + 2\delta}^\dagger$ es la correspondiente velocidad NMO de un reflector horizontal y el nuevo parámetro η es el coeficiente de anelpticidad definido por Alkhalifah y Tsvankin [4] como:

$$\eta \equiv \frac{\varepsilon - \delta}{1 + 2\delta}. \quad (3.42)$$

Es importante resaltar el significado de la parametrización usada en la ecuación (3.41) y en particular, el hecho de que el parámetro η también dirige su relevante aplicación sobre la interpretación de datos sísmicos como lo es el análisis de atributos sísmicos, mas allá de la implementación del tercer término de cuarto orden sobre la ecuación del

[†]Por simplicidad en la notación, en las siguientes secciones se denotará V_{nmo} como la velocidad de corrección del *Moveout* en un medio VTI cuyos reflectores son horizontales, tal que $V_{nmo} \equiv V_{nmo}(0)$.

Moveout no hiperbólico. En las próximas secciones se demostrará que el procesamiento en tiempo de datos de onda P está completamente controlado por dos parámetros; la velocidad de corrección V_{nmo} y el parámetro de anisotropía η . De este modo, la magnitud del coeficiente A_4 es también gobernada por el parámetro η , lo cual significa que en realidad no existe una correlación directa entre la magnitud de la anisotropía del campo de velocidades generalmente gobernado por un único parámetro de anisotropía y el efecto del *Moveout* no hiperbólico. Por lo tanto, para un valor constante en ε , el valor de A_4 aumenta en la medida que el parámetro δ aumente su diferencia respecto a ε dentro de los rangos convencionales. Algunos de los valores permitidos para ε y δ son establecidos experimentalmente por Thomsen [28].

Continuando con el análisis, es posible establecer que los valores individuales de ε y δ , por si mismos, no permiten describir la desviación del *Moveout* hiperbólico. Por lo tanto, considerando el carácter direccional de los parámetros de anisotropía ε y δ , la anisotropía sísmica logra ser considerada como un problema multidimensional, que se manifiesta por si mismo en diferentes formas y en diferentes contextos, por lo tanto, un ligero y no muy profundo análisis de los parámetros de anisotropía, puede llevar a grandes errores en los resultados del procesamiento. Para lograr desarrollar un análisis no ambiguo sobre este problema, desde ahora dirigimos nuestra atención al nuevo parámetro de anisotropía η , el cual logra describir con mayor certeza y validez, el grado de anisotropía del medio. Por ejemplo, muchos materiales poseen valores considerablemente altos en los parámetros ε y δ , lo que supone un grado de anisotropía relativamente alto sobre el *Moveout*. Sin embargo, el valor predominante que logra describir el verdadero grado de anisotropía de las ondas P, debe corresponder a la diferencia $\varepsilon - \delta$. De esta forma, la desviación de las curvas de reflexión será controlada principalmente por el parámetro de anisotropía η .

3.2.2. Modelo Generalizado del Coeficiente A_4 Sobre un Medio Estratificado

En las secciones anteriores el estudio del coeficiente de corrección A_4 ha sido analizado en función de los parámetros de anisotropía o en su defecto en función de los constantes

elásticas del medio. Sin embargo, existe un modelo generalizado que puede describir el comportamiento de las curvas de reflexión sobre modelos completamente isótropos o con otro tipo de propiedades como heterogeneidades verticales, entre otras. De esta forma, y en términos generales, en un medio estratificado el coeficiente de cuarto orden para *Moveout* no hiperbólico refleja la combinación de la influencia y dependencia de la anisotropía y de la estratificación misma del medio. Las expresiones analíticas mostradas a continuación han sido desarrolladas para modelos 2-D de propagación de onda, bajo la consideración de homogeneidad en el modelo geológico generalizado. De esta forma, para efectos de la ejemplificación, una línea de CMPs han sido confinada al plano de simetría vertical de un medio anisótropo con estratificaciones horizontales y cada capa o estrato se constituye así mismo como un plano de simetría horizontal. De esta forma, para un modelo 2-D constituido por N capas, el coeficiente exacto A_4 para un modo puro de reflexión de onda P esta representado por:

$$A_4 = \frac{\left[\sum_{i=1}^N (V_{nmo}^{(i)})^2 t_0^{(i)} \right]^2 - t_0 \sum_{i=1}^N (V_{nmo}^{(i)})^4 t_0^{(i)}}{4 \left[\sum_{i=1}^N (V_{nmo}^{(i)})^2 t_0^{(i)} \right]^4} + \frac{t_0 \sum_{i=1}^N A_4^{(i)} (V_{nmo}^{(i)})^8 (t_0^{(i)})^3}{\left[\sum_{i=1}^N (V_{nmo}^{(i)})^2 t_0^{(i)} \right]^4}, \quad (3.43)$$

donde $t_0^{(i)}$ es el tiempo de viaje vertical interválico, $V_{nmo}^{(i)}$ y $A_4^{(i)}$ son la velocidad NMO y el coeficiente de cuarto orden en la capa i . Originalmente, la ecuación (3.43) fue derivada por Hake [15] y Tsvankin y Thomsen [29] para un medio con isotropía transversal con eje de simetría vertical. Notemos que la suma $\sum_{i=1}^N (V_{nmo}^{(i)})^2 t_0^{(i)}$ es igual al producto de la velocidad cuadrática efectiva V_{nmo}^2 y el tiempo vertical de viaje t_0 y de este modo, la ecuación (3.43) puede ser reestablecida como:

$$A_4 = \frac{V_{nmo}^4 t_0 - \sum_{i=1}^N (V_{nmo}^{(i)})^4 t_0^{(i)}}{4V_{nmo}^8 t_0^3} + \frac{\sum_{i=1}^N A_4^{(i)} (V_{nmo}^{(i)})^8 (t_0^{(i)})^3}{V_{nmo}^8 t_0^3}. \quad (3.44)$$

El primer término sobre el lado derecho de la ecuación (3.43) y la ecuación (3.44) posee la misma forma que la correspondiente expresión para un medio isótropo estratificado [1]. Sin embargo, en contraste a la isotropía, la expresión también contiene la velocidad por intervalo del NMO, la cual es completamente diferente a la verdadera

velocidad vertical y en general, diferente también a las mediciones de la velocidad de fase sobre cualquier otra dirección. La magnitud de este término, el cual desaparece en medios homogéneos, depende del contraste de velocidades NMO a lo largo de los límites de las estratificaciones, lo que correspondería a heterogeneidad vertical sobre el medio. El segundo término de la expresión se hace nulo en medios isótropos o elípticamente anisótropos, donde $A_4^{(i)} = 0$ y por lo tanto, representa la contribución puramente anisótropa al coeficiente de cuarto orden.

De acuerdo a la desigualdad de Cauchy-Schwartz, el primer término debe ser siempre no positivo [15]. El segundo término puede ser o positivo o negativo, dependiendo del signo del coeficiente interválico de cuarto orden $A_4^{(i)}$. Para geometrías VTI con valores $\varepsilon - \delta > 0$ y por lo tanto $\eta > 0$, el segundo término es negativo para ondas P, como lo muestra la ecuación (3.38). Esto significa que isotropías transversales con ejes de simetría vertical con valores positivos en su aneipticidad, consolidan la contribución de la estratificación para *Moveout* no hiperbólicos en ondas P. Eventualmente, como ha sido mencionado en las secciones anteriores, el coeficiente interválico de cuarto orden para el *Moveout* en ondas P, puede ser determinado usando solamente dos parámetros principales; La velocidad NMO en reflectores horizontales y el coeficiente de aneipticidad η . La contribución por intervalo de estos parámetros sobre el coeficiente A_4 en medios estratificados VTI, es claramente verificada en las ecuaciones (3.41) y (3.43). La ecuación (3.44) puede ser usada para derivar la formula de diferenciación tipo Dix [11] para el coeficiente interválico de cuarto orden $A_4^{(N)}$. Suponiendo que los eventos de reflexión desde el límite superior e inferior de la capa N fueron usados para recuperar los valores efectivos de la velocidad NMO y el coeficiente A_4 . Luego, la velocidad por intervalo $V_{nmo}^{(N)}$ puede ser estimada desde la ecuación de Dix. De esta forma, la ecuación (3.44) puede ser reorganizada para obtener el término:

$$g(N) = \frac{1}{t_0(N)} \sum_{i=1}^N \left[(V_{nmo}^{(i)})^4 - 4A_4^{(i)} (V_{nmo}^{(i)})^8 (t_0^{(i)})^2 \right] t_0^{(i)}, \quad (3.45)$$

donde

$$g(N) \equiv V_{nmo}^4(N) \left[1 - 4A_4(N)V_{nmo}^4(N)t_0^2(N) \right]. \quad (3.46)$$

Luego de obtener las cantidades $g(N)$ y $g(N - 1)$ usando las reflexiones desde la sección superior e inferior del estrato, el coeficiente interválico de cuarto orden puede ser encontrado como:

$$A_4^{(N)} = \frac{1}{4(V_{nmo}^{(N)})^8(t_0^{(N)})^2} \left[(V_{nmo}^{(N)})^4 - \frac{g(N)t_0(N) - g(N-1)t_0(N-1)}{t_0(N) - t_0(N-1)} \right]. \quad (3.47)$$

3.3. Ecuación del Moveout no Hiperbólico

A pesar de que la expansión de Taylor representada en la ecuación (3.1) determina el tiempo de propagación de la onda en función de tres términos, proporcionando una visión analítica dentro de las propiedades del comportamiento no hiperbólico de las reflexiones, la expresión rápidamente pierde su exactitud sobre cierto rango de extensiones en el *offset* que superan la profundidad del reflector ($x > 1,5z$). Este comportamiento no debe causar sorpresa dentro de nuestros análisis debido a que la serie establecida en la ecuación (3.1) es deducida usando los valores del campo de onda cerca de la vertical y no cuenta con las contribuciones oblicuas de los grandes ángulos de incidencia. Extender la serie mas allá de la contribución del cuarto término puede ser productivamente ventajoso en términos de las correcciones de esta desviación y además, podría mejorar abruptamente el rango de contribución del campo de onda, perteneciente al registro horizontal de las grandes coberturas comparadas con la distancia entre los puntos CMP y el reflector iluminado. Esta nueva y mejorada aproximación puede ser obtenida modificando la ecuación (3.1) de tal forma que el nuevo modelo de tiempo de propagación pueda converger hacia el verdadero tiempo de propagación no solamente en el rango limitado por $x \rightarrow 0$.

3.3.1. Aproximación de Anisotropía Débil

Incluso en los modelos más sencillos constituidos por un único estrato anisótropo horizontal, la forma de la expresión para el tiempo de propagación del campo de onda en términos de los parámetros de anisotropos mostrada hasta ahora, no puede ser derivada y usada sin imponer ciertas restricciones, tales como pequeños radios *offset*-profundidad, anisotropía débil y anisotropía elíptica. En esta sección, antes de comenzar la discusión para la ecuación general del *Moveout* no hiperbólico, debemos introducir y analizar la aproximación para la anisotropía débil para tiempos de viajes con grandes coberturas en el *offset* relativas a la profundidad del objetivo.

Para encontrar la expresión analítica de esta aproximación es necesario representar la propagación del campo de onda mediante la teoría de rayos. La Figura 3.1 representa el modelo de propagación de rayos que determinan la dirección normal al frente de onda y la dirección de propagación de la energía relacionadas con la velocidad de fase y velocidad de grupo respectivamente.

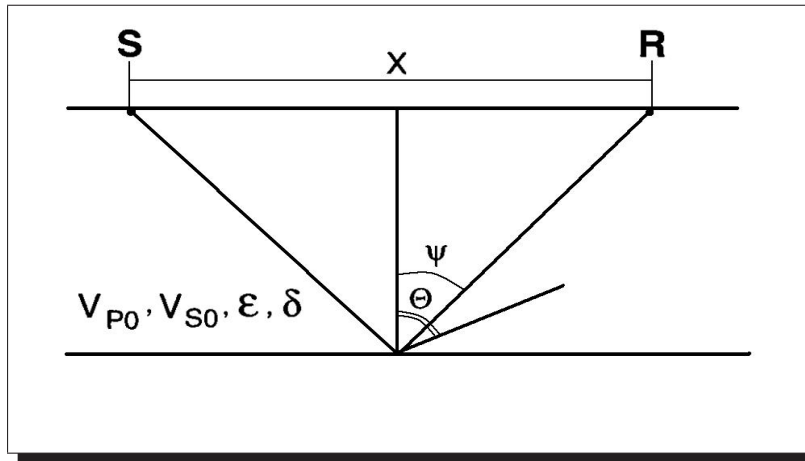


Figura 3.1: Arreglo geométrico entre fuente y receptor en un medio VTI para la deducción de la anisotropía débil aplicada al modelo de corrección no hiperbólico del *Moveout*. En la imagen, ψ corresponde al ángulo de grupo y θ corresponde al ángulo de fase.

De esta forma, denotando el ángulo entre el vector velocidad de grupo y el eje vertical como ψ , como esta representado en la Figura 3.1, el tiempo de viaje de onda P puede

ser establecido como:

$$t_P(\psi) = \frac{V_{P0} t_{P0}}{\cos \psi V_G(\psi)}, \quad (3.48)$$

donde $V_G(\psi)$ corresponde a la velocidad de grupo con un ángulo de propagación ψ respecto al eje vertical y t_{P0} corresponde al tiempo doble de viaje del campo de onda P a cero *offset*. Para el caso de la anisotropía débil, la velocidad de grupo es equivalente a la velocidad de fase en el correspondiente ángulo de fase θ , como puede argumentarse en la ecuación (5.38) del Apéndice A3. De esta forma,

$$V_G(\psi) \approx V(\theta) = V_{P0}(1 + \delta \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \varepsilon \sin^4 \theta), \quad (3.49)$$

y usando la expresión (5.45), representada en el Apéndice A4, donde la relación entre las amplitudes angulares ψ , θ y la velocidad de fase V , está dada por:

$$\tan \psi(\theta) = \frac{\tan \theta + \frac{1}{V} \frac{dV}{d\theta}}{1 - \frac{\tan \theta}{V} \frac{dV}{d\theta}}. \quad (3.50)$$

Ahora, operando únicamente sobre el numerador, expandiendo los términos diferenciales para definir el resultado en función de los parámetros de anisotropía y el ángulo de fase,

$$\begin{aligned} \tan \theta + \frac{1}{V} \frac{dV}{d\theta} &= \tan \theta + \frac{d}{d\theta} (1 + \delta \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \varepsilon \sin^4 \theta) \\ &= \tan \theta + 2\delta \sin \theta \cos^3 \theta - 2\delta \sin^3 \theta \cos \theta \\ &= \tan \theta + \left(2\delta(1 - \sin^2 \theta) - 2\delta \sin^2 \theta + 4\varepsilon \sin^2 \theta \right) \sin \theta \cos \theta \\ &= \left(1 + \cos^2 \theta (2\delta - 4\delta \sin^2 \theta + 4\varepsilon \sin^2 \theta) \right) \tan \theta, \end{aligned}$$

luego retomando nuevamente la ecuación (3.50), tal que,

$$\begin{aligned}\tan \psi(\theta) &= \frac{\tan \theta [1 + \cos^2 \theta (2\delta - 4\delta \sin^2 \theta + 4\varepsilon \sin^2 \theta)]}{1 - \tan \theta \sin \theta \cos \theta (2\delta - 4\delta \sin^2 \theta + 4\varepsilon \sin^2 \theta)} \\ &= \frac{\tan \theta [1 + \cos^2 \theta (2\delta + 4(\varepsilon - \delta) \sin^2 \theta)]}{1 - \sin^2 \theta (2\delta + 4(\varepsilon - \delta) \sin^2 \theta)}.\end{aligned}$$

Nuevamente, bajo la restricción de las pequeñas extensiones en el *offset*, $\cos^2 \theta \approx 1$ y $\sin^4 \theta \approx 0$, luego:

$$\tan \theta = \frac{\tan \psi}{1 + 2\delta + 4(\varepsilon - \delta) \sin^2 \theta}. \quad (3.51)$$

Ahora en términos de la aproximación de la anisotropía débil, considerando la reducción de los parámetros de anisotropía sobre la ecuación (3.51) de tal forma que el ángulo de fase θ y el ángulo de grupo ψ logran ser aproximadamente equivalentes. Por consiguiente, la ecuación que representa el campo de velocidades de grupo, puede ser determinado en función de la amplitud angular ψ que caracteriza la dirección de propagación del rayo, obteniéndose:

$$V_G(\psi) = V_{P0}(1 + \delta \sin^2 \psi \cos^2 \psi + \varepsilon \sin^4 \psi), \quad (3.52)$$

y de esta forma, retomando la expresión (3.48) para el tiempo de propagación $t^2(\psi)$,

$$t_P^2(\psi) = \frac{t_{P0}^2}{\cos^2 \psi (1 + \delta \sin^2 \psi \cos^2 \psi + \varepsilon \sin^4 \psi)^2} \approx \frac{t_{P0}^2}{\cos^2 \psi (1 + 2\delta \sin^2 \psi \cos^2 \psi + 2\varepsilon \sin^4 \psi)}. \quad (3.53)$$

Ahora lo que resta del proceso es encontrar la parametrización adecuada para transformar las funciones trigonométricas de la ecuación (3.53) en términos del campo de velocidades, los tiempos de propagación a *offset* nulo y los valores correspondientes del *offset*. Para tal objetivo, es definido el nuevo *offset* normalizado dado por:

$$\bar{\chi} = \frac{x}{2z} = \frac{x}{V_{P0} t_{P0}}. \quad (3.54)$$

Considerando el análisis geométrico del problema, específicamente la relación trigonométrica entre el *offset* x , la profundidad del objetivo z y el respectivo ángulo ψ ,

$$\cos^2 \psi = \frac{\left(\frac{V_{P0}t_{P0}}{2}\right)^2}{\left(\frac{V_{P0}t_{P0}}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{1 + \bar{\chi}^2}, \quad (3.55)$$

$$\sin^2 \psi = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{\left(\frac{V_{P0}t_{P0}}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{\bar{\chi}^2}{1 + \bar{\chi}^2}. \quad (3.56)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.55) y (3.56) en la expresión (3.53) para el tiempo de propagación cuadrático del campo de onda P,

$$t^2(\bar{\chi}^2) = t_{P0}^2(1 + \bar{\chi}^2) \left[\frac{1}{1 + \frac{2\delta\bar{\chi}^2}{(1 + \bar{\chi}^2)^2} + \frac{2\varepsilon\bar{\chi}^4}{(1 + \bar{\chi}^2)^2}} \right]. \quad (3.57)$$

Expandiendo la ecuación (3.57), nuevamente en términos de la aproximación de las pequeñas propagaciones horizontales,

$$t^2(\bar{\chi}^2) \approx t_{P0}^2 \left[1 + \bar{\chi}^2 - \frac{2\delta\bar{\chi}^2}{1 + \bar{\chi}^2} - \frac{2\varepsilon\bar{\chi}^4}{1 + \bar{\chi}^2} \right] = t_{P0}^2 \left[1 + \bar{\chi}^2 \left(1 - \frac{2\delta}{1 + \bar{\chi}^2} - \frac{2\varepsilon\bar{\chi}^2}{1 + \bar{\chi}^2} \right) \right]. \quad (3.58)$$

La ecuación (3.58) puede expandirse nuevamente en series de Taylor alrededor de $\bar{\chi}^2$ como:

$$t^2(\bar{\chi}^2) = t_{P_0}^2 \left[1 + \bar{\chi}^2 - \frac{2\delta\bar{\chi}^2}{1 + \bar{\chi}^2} - \frac{2\varepsilon\bar{\chi}^4}{1 + \bar{\chi}^2} \right] \quad (3.59)$$

$$= t_{P_0}^2 \left[1 + \bar{\chi}^2 - 2\delta\bar{\chi}^2(1 - \bar{\chi}^2) - 2\varepsilon\bar{\chi}^4(1 - \bar{\chi}^2) \right] \quad (3.60)$$

$$= t_{P_0}^2 + \bar{\chi}^2 t_{P_0}^2 (1 - 2\delta) + 2\delta t_{P_0}^2 \bar{\chi}^4 - 2\varepsilon t_{P_0}^2 \bar{\chi}^4 + 2\varepsilon t_{P_0}^2 \bar{\chi}^6. \quad (3.61)$$

Retomando la definición (3.54) para el *offset* normalizado, se han eliminado los términos trigonométricos, tal que el tiempo de propagación puede definirse como:

$$t^2(x^2) = t_{P_0}^2 + \frac{(1 + 2\delta)x^2}{V_{P_0}^2} - \frac{2(\varepsilon - \delta)x^4}{V_{P_0}^4 t_{P_0}^2} + \frac{2\varepsilon t_{P_0}^2 x^6}{V_{P_0}^6 t_{P_0}^6}. \quad (3.62)$$

Finalmente, reorganizando los términos en la ecuación (3.62), el tiempo de propagación de ondas P en medios anisótropos VTI bajo la consideración de la anisotropía débil puede expresarse de la forma:

$$t^2(x) = t_{p_0}^2 + A_2^w x^2 + \frac{A_4^w x^4}{1 + \left(\frac{x}{V_{p_0} t_{p_0}} \right)^2}, \quad (3.63)$$

donde los coeficientes de la serie A_2^w y A_4^w bajo la aproximación de la anisotropía débil, han sido definidos como:

$$A_2^w = \frac{1 - 2\delta}{V_{P_0}^2}, \quad (3.64)$$

$$A_4^w = \frac{-2(\varepsilon - \delta)}{V_{P_0}^4 t_{P_0}^2}. \quad (3.65)$$

En las secciones anteriores el coeficiente A_4^w de la ecuación (3.65) fue definido en términos de la aproximación $V_{S_0}/V_{P_0} \rightarrow 0$ y la expansión sobre el parámetro δ , como se muestra en la ecuación (3.40). Por otro lado, al aplicar el límite ($x \rightarrow \infty$) para las contribuciones infinitas en el *offset* sobre la ecuación (3.58),

$$t_{\lim_{x \rightarrow \infty}}^2(x^2) \longrightarrow t_{P0}^2(1 + 2\varepsilon - 2\delta) + \frac{x^2}{V_h^2}. \quad (3.66)$$

Como se observa en la ecuación (3.66), el coeficiente del término cuadrático por concepto de la serie de Taylor, debe ser denominado como el inverso cuadrático de la velocidad del campo de onda evaluada en el infinito. Este valor debe corresponder al inverso de la magnitud cuadrática de la velocidad horizontal y de esta forma, resolviendo para los coeficientes de x^2 en las ecuaciones (3.58) y (3.66), se obtiene:

$$V_h^2 = V_{P0}^2(1 + 2\varepsilon). \quad (3.67)$$

Además de la expresión (3.63), en la actualidad existen otros modelos para la aproximación de anisotropía débil para reflexiones del *Moveout* no hiperbólico sobre medios VTI. Byun [8] y Corrigan [7] sugirieron un método alternativo denominado hipérbola desplazada, válido para extensos registros horizontales de ondas P sobre una geometría VSP (vertical seismic profiling) y está representado por la ecuación:

$$t^2 = t_0^2 + \left[\left(\frac{z}{V_\gamma} \right)^2 + \left(\frac{x}{2V_h} \right)^2 \right] \frac{x^2}{z^2 + (x/2)^2}. \quad (3.68)$$

Donde V_γ corresponde a la velocidad NMO. En este caso, el coeficiente de corrección de cuarto orden de la serie de Taylor para ondas P correspondiente a la aproximación (3.68) fue encontrado por Sena [25] en la siguiente notación:

$$A_{4,P} = -\frac{2(\varepsilon - \delta)}{t_{P0}^2 V_{P0}^4} \frac{1}{(1 + 2\delta)(1 + 2\varepsilon)}. \quad (3.69)$$

El término lineal planteado en la ecuación (3.69) coincide con la aproximación de la anisotropía débil en la ecuación (3.40); el término adicional $[(1 + 2\delta)(1 + 2\varepsilon)]^{-1}$ aparece debido a la definición de la anisotropía débil. El coeficiente de cuarto orden en la ecuación (3.69) es sustancialmente diferente de la expresión exacta mostrada en la ecuación (3.38), principalmente porque no contiene los términos de corrección $(1 + 2\delta)^4$ y $(1 + 2\delta/f)$. Por lo tanto, a pesar de la obvia ventaja analítica y computacional de las aproximaciones (3.63) y (3.68) sobre el método que implementa la serie de Taylor,

las inexactas expresiones para el término de cuarto orden del *Moveout* impiden su aplicación. De manera análoga a la ecuación (3.63), podemos ahora, definir la nueva estructura de la expresión para el tiempo de propagación, válida para cualquier rango en el dominio del *offset*. Por consiguiente, la función $t^2(x^2)$ puede ser determinada como:

$$t_A^2(x) = t_{po}^2 + A_2x^2 + \frac{A_4x^4}{1 + A^{(\kappa)}x^2}. \quad (3.70)$$

Donde los coeficientes exactos A_2 y A_4 de la expansión de Taylor han sido deducidos en las secciones 3.1 y 3.2, los cuales han sido definidos para modelos anisótropos multicapas y de una única capa. Como será explicado mas adelante, el nuevo coeficiente $A^{(\kappa)}$ introducido en el denominador de la ecuación (3.70) logra definir del comportamiento idealmente adecuado para la corrección de los eventos sísmicos con infinitas coberturas en el *offset*. Para su demostración, considerando temporalmente el último término en la ecuación (3.70) y evaluando este mismo en el límite del *offset* infinito,

$$\xi = \frac{A_4x^4}{1 + A^{(\kappa)}x^2} \Big|_{x \rightarrow \infty} = \frac{A_4x^4}{A^{(\kappa)}x^2} \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{A^{(\kappa)}x^2}} \right) \Big|_{x \rightarrow \infty}. \quad (3.71)$$

Para la determinación del límite sobre el dominio del *offset* x ha sido implementado la siguiente serie geométrica, cuya razón corresponde a r y es convergente solo si $|r| < 1$. De esta forma:

$$\frac{1}{1 - r} = \sum_{n=0}^{\infty} r^n. \quad (3.72)$$

Por lo tanto, tomando en consideración la restricción de la serie (3.72) sobre la ecuación (3.71), tal que debe cumplirse la relación

$$\left| \frac{1}{A^{(\kappa)}x^2} \right| < 1. \quad (3.73)$$

Asumiendo esta condición, es posible luego desarrollar la ecuación (3.71) usando el término sumatorio de la serie (3.72) tal que,

$$\xi = \frac{A_4 x^2}{A^{(\kappa)}} \left(1 - \frac{1}{A^{(\kappa)} x^2} + \dots \right). \quad (3.74)$$

Finalmente, son agrupados los términos de orden común en el *offset*, de tal forma que el tiempo de propagación del campo logra reestablecerse como:

$$t^2(x) |_{x \rightarrow \infty} = t_{po}^2 - \frac{A_4}{(A^{(\kappa)})^2} + \left(A_2 + \frac{A_4}{A^{(\kappa)}} \right) x^2 + \dots \quad (3.75)$$

Por lo tanto, en términos de la aproximación desarrollada, el coeficiente que acompaña el término de *offset* cuadrático, corresponde al inverso cuadrático de la velocidad horizontal V_h , tal como fue asumido para la aproximación de anisotropía débil en la ecuación (3.66). Con esto en mente,

$$A^{(\kappa)} = \frac{A_4}{\frac{1}{V_h^2} - A_2}. \quad (3.76)$$

De manera análoga, el resultado obtenido en la ecuación (3.67) expresa el nuevo campo de velocidades V_h para el coeficiente $A^{(\kappa)}$, como una función de la velocidad de onda P sobre el eje de simetría y el parámetro de anisotropía ε . Por lo tanto,

$$V_h = V_{P0} \sqrt{1 + 2\varepsilon}, \quad (3.77)$$

donde de manera equivalente, retomando la expresión (2.12),

$$V_{nmo} = V_{P0} \sqrt{1 + 2\delta}. \quad (3.78)$$

Para el caso de la velocidad V_{nmo} , el parámetro δ es la cantidad física responsable de la desviación entre la velocidad vertical de onda P y la velocidad de corrección V_{nmo} para un reflector horizontal. Para la ecuación (3.77), el parámetro adimensional ε representa el porcentaje de diferencia entre las componentes de velocidad horizontal y vertical de

onda P. Por otro lado, al igualar la velocidad vertical de onda P en las ecuaciones (3.77) y (3.78),

$$\frac{V_{nmo}^2}{1+2\delta} = \frac{V_h^2}{1+2\varepsilon}, \quad (3.79)$$

es posible definir el nuevo parámetro de anisotropía η denominado como la anelipticidad del medio. De manera explícita, usando la relación (3.79) y retomando la ecuación (3.41), es posible obtener:

$$\eta = \frac{\varepsilon - \delta}{1 + 2\delta} = \frac{1}{2} \left(\frac{V_h^2}{V_{nmo}^2} - 1 \right). \quad (3.80)$$

Tal como ha sido mencionado en otras secciones, la velocidad de corrección V_{nmo} es responsable de la forma hiperbólica inicial de la curva representativa del tiempo de propagación $t^2(x^2)$, mientras que η determina la desviación del tiempo de viaje de su forma original hiperbólica. Ahora, teniendo en cuenta las expresiones definidas para los coeficientes A_2 y A_4 en las secciones 3.1 y 3.2 respectivamente, podemos encontrar la forma explícita del coeficiente $A^{(\kappa)}$ como:

$$A^{(\kappa)} = \frac{-\frac{2(\varepsilon - \delta)}{t_{P0}^2 V_{P0}^4} \frac{1}{(1 + 2\delta)^3}}{\frac{1}{V_h^2} - \frac{1}{V_{nmo}^2}}. \quad (3.81)$$

Usando las relaciones entre las velocidades y los parámetros de anisotropía en las ecuaciones (3.78) and (3.77), el coeficiente $A^{(\kappa)}$ logra ser determinado de la forma:

$$A^{(\kappa)} = \frac{-2(\varepsilon - \delta)[V_{nmo}^2 \sqrt{1 + 2\eta}]^2}{t_{P0}^2 V_{nmo}^4 (1 + 2\delta)(V_{nmo}^2 - V_{nmo}^2(1 + 2\eta))}. \quad (3.82)$$

Finalmente, el nuevo coeficiente $A^{(\kappa)}$ es definido como:

$$A^{(\kappa)} = \frac{(\varepsilon - \delta)(1 + 2\eta)}{\eta t_{P0}^2 (1 + 2\delta) V_{nmo}^2} = \frac{1 + 2\eta}{t_{P0}^2 V_{nmo}^2}. \quad (3.83)$$

Donde la relación implica solamente los tiempos de arribo verticales, la velocidad de corrección y el parámetro de anisotropía η .

3.4. Ecuación General Para el Moveout no Hiperbólico

Existen distintas alternativas para definir la corrección final de *Moveout* no hiperbólico. Las diferentes estructuraciones de la ecuación (3.84) dependen de muchas de las condiciones establecidas para el análisis de los parámetros. El objetivo en este caso, es encontrar la expresión final adecuada que permita desarrollar un modelo de corrección viable, que esté acorde con las herramientas computacionales de este proyecto. Principalmente, los diferentes cambios de la ecuación (3.84) serán establecidos en el tercer término de la serie. De esta forma, una mejor aproximación analítica para los tiempos de viaje del campo de onda registrados en las reflexiones puede ser obtenida usando la combinación de la función de $t^2(x^2)$ encontrada para la anisotropía débil en la ecuación (3.63) y los coeficientes exactos de Taylor en la función $t_T^2(x^2)$. Esta idea permite encontrar la ecuación para grandes extensiones en el *offset* del *Moveout* sugerida por Tsvankin y Thomsen [29]:

$$t_A^2(x^2) = t_{P_0}^2 + A_2x^2 + \frac{A_4x^4}{1 + A^{(\kappa)}x^2}. \quad (3.84)$$

De esta forma, tomando en consideración el tercer término en la ecuación (3.84), denominándolo temporalmente como Λ ,

$$\Lambda = \frac{A_4x^4}{1 + A^{(\kappa)}x^2} = \frac{-2(\varepsilon - \delta)x^4}{1 + \frac{t_{P_0}^2 V_{nmo}^4 (1 + 2\delta)}{(1 + 2\eta)(\varepsilon - \delta)x^2} + \frac{\eta t_{P_0}^2 (1 + 2\delta) V_{nmo}^2}{(1 + 2\eta)(\varepsilon - \delta)x^2}}. \quad (3.85)$$

Para simplificar el álgebra entre los parámetros anisótropos, en este trabajo se han definido dos nuevas variables que absorben el carácter anisótropo de la expresión (3.85), de tal forma que:

$$t^2(x) = t_{po}^2 + \frac{x^2}{V_{nmo}^2} + \frac{\frac{\zeta^{(4)}}{t_{po}^2 V_{nmo}^4} x^4}{1 + \frac{\zeta^{(\kappa)}}{t_{po}^2 V_{nmo}^2} x^2}, \quad (3.86)$$

donde los nuevos parámetros $\zeta^{(4)}$ y $\zeta^{(\kappa)}$ son definidos como:

$$\zeta^{(4)} = \frac{-2(\varepsilon - \delta)}{(1 + 2\delta)}, \quad (3.87)$$

$$\zeta^{(\kappa)} = \frac{(\varepsilon - \delta)(1 + 2\eta)}{\eta(1 + 2\delta)}. \quad (3.88)$$

La ecuación (3.86) representa el modelo de corrección implementado en este trabajo y será retomado en la sección de modelado y procesamiento en el Capítulo 4. Una segunda opción para la representación del tiempo de corrección puede desarrollarse resolviendo el problema algebraico de los parámetros en (3.85) de tal forma que toda la anisotropía sea absorbida en el parámetro η . De esta forma, es posible representar el tiempo de corrección del *Moveout* no hiperbólico usando solamente dos parámetros de corrección; la velocidad V_{nmo} y el parámetro de anisotropía η . Por consiguiente, el término (3.85) puede reestablecerse como:

$$\Lambda = \frac{\frac{-2(\varepsilon - \delta)x^4}{V_{nmo}^4}(1 + 2\delta)}{\frac{\eta t_{P0}^2(1 + 2\delta)V_{nmo}^2 + (1 + 2\eta)(\varepsilon - \delta)x^2}{\eta(1 + 2\delta)V_{nmo}^2}} = \frac{-2(\varepsilon - \delta)\eta x^4}{V_{nmo}^2(\varepsilon - \delta) \left[t_{P0}^2 V_{nmo}^2 + (1 + 2\eta)x^2 \right]}. \quad (3.89)$$

Finalmente, la ecuación alternativa del *Moveout* no hiperbólico para ondas P en un medio con isotropía transversal con un eje de simetría vertical toma la forma

$$t^2(x^2) = t_{P0}^2 + \frac{x^2}{V_{nmo}^2} + \frac{-2\eta x^4}{V_{nmo}^2 \left[t_{P0}^2 V_{nmo}^2 + (1 + 2\eta)x^2 \right]}. \quad (3.90)$$

De manera equivalente, introduciendo la expresión para la velocidad horizontal de onda P establecida en (3.80), y eliminando la dependencia sobre el parámetro η , la ecuación

(3.90) puede ser reescrita como:

$$t^2 = t_0^2 + \frac{x^2}{V_{nmo}^2} - \frac{(V_h^2 - V_{nmo}^2)x^4}{V_{nmo}^2(t_0^2 V_{nmo}^4 + V_{nmo}^2 x^2)}. \quad (3.91)$$

La ecuación (3.91) presenta en cierto modo mayor facilidad que las demás expresiones, debido a que ambos parámetros, V_{nmo} y V_h , describen la misma dimensión de velocidad.

3.5. Moveout no Hiperbólico Para un Medio Estratificado de N Capas

De acuerdo con los resultados anteriores, el tiempo de viaje para reflexiones de ondas P registradas desde la capa inferior N de un modelo VTI horizontalmente estratificado, puede ser determinado en función de la determinación de los parámetros en la Nth capa como:

$$t^2(x, N) = t_0^2(N) + \frac{x^2}{V_{nmo}^2(N)} - \frac{A_4(N)x^4}{1 + A^{(\kappa)}(N)x^2}, \quad (3.92)$$

donde el coeficiente $A^{(\kappa)}(N)$ está relacionado con el coeficiente de cuarto orden $A_4(N)$, la velocidad $V_{nmo}^2(N)$, y la velocidad horizontal $V_h(N)$ de la forma:

$$A^{(\kappa)}(N) = \frac{A_4(N)}{V_h^{-2}(N) - V_{nmo}^{-2}(N)}. \quad (3.93)$$

Las ecuaciones (3.92) y (3.93) son idénticas en su forma a las correspondientes expresiones para un medio homogéneo, pero los parámetros $A_2(N)$, $A_4(N)$ y $A^{(\kappa)}(N)$ deben ser calculados para el apilamiento de las capas sobre el N-th interfase. La velocidad $V_{nmo}(N)$ en un medio VTI es otorgado por la ecuación de Dix, mientras que el coeficiente $A_4(N)$ puede ser obtenido usando la ecuación (3.44). Luego, es conveniente expresar A_4 a través del parámetro η y la velocidad NMO de la misma forma como fue definido en el modelo de un único estrato VTI:

$$A_4(N) = -\frac{2\eta(N)}{t_{P0}^2(N)V_{nmo}^4(N)}, \quad (3.94)$$

donde $\eta(N)$ ahora representa un parámetro efectivo que absorbe la influencia de la anisotropía y la estratificación del medio. Una expresión explícita para $\eta(N)$ puede ser encontrada usando la ecuación (3.44), asumiendo que $V_{S0} = 0$ en todas las capas,

$$\eta(N) = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{V_{nmo}^4(N)t_0(N)} \left[\sum_{i=1}^N (V_{nmo}^{(i)})^4 (1 + 8\eta^{(i)}) t_0^{(i)} \right] - 1 \right), \quad (3.95)$$

donde $V_{nmo}^{(i)}$, $\eta^{(i)}$ y $t_0^{(i)}$ son los valores interválicos en el estrato i . Luego la ecuación para la velocidad $V_h(N)$ puede ser definida en equivalencia a la ecuación (3.77) válida para un medio homogéneo tal que,

$$V_h(N) = V_{nmo}(N) \sqrt{1 + 2\eta(N)}. \quad (3.96)$$

Por lo tanto, de la misma forma como fue definido para un modelo simple VTI con un único estrato, la ecuación (3.92) toma la forma de la ecuación (3.90),

$$t^2(x, N) = t_0^2(N) + \frac{x^2}{V_{nmo}^2(N)} - \frac{2\eta(N)x^4}{V_{nmo}^2(N) \left[t_0^2(N)V_{nmo}^2(N) + [1 + 2\eta(N)]x^2 \right]}. \quad (3.97)$$

Finalmente, reescribiendo esta expresión en términos de la velocidad horizontal efectiva $V_h(N)$, de manera análoga a la ecuación (3.91),

$$t^2(x, N) = t_0^2(N) + \frac{x^2}{V_{nmo}^2(N)} - \frac{\left(V_h^2(N) - V_{nmo}^2(N) \right) x^4}{V_{nmo}^2(N) \left(t_0^2(N)V_{nmo}^4(N) + V_h^2(N)x^2 \right)}. \quad (3.98)$$

MODELADO Y PROCESAMIENTO DE DATOS SÍSMICOS CON SEISMIC UNIX

Los resultados mostrados en las secciones previas claramente demuestran que en términos generales, la anisotropía sísmica y particularmente la isotropía transversal produce una muy notoria y sustancial influencia sobre los tiempos de viaje del campo de onda. El objetivo de este capítulo es modelar un medio cuyas características correspondan a las descritas por las configuraciones VTI y luego generar datos sísmicos aptos para el procesamiento no convencional cuyos fundamentos teóricos fueron planteados en los capítulos anteriores.

El software implementado en este proyecto consiste en un conjunto de paquetes con utilidades y herramientas básicas de procesamiento sísmico. Seismic Unix es un software de uso libre soportado por el Centro de fenómenos ondulatorios (Center for Wave Phenomena) en la Escuela de Minas de Colorado (Colorado School of Mines). De esta forma, en este trabajo se han utilizado los principales paquetes de procesamiento con el fin de corroborar la validez del modelo de corrección no hiperbólico sobre datos sísmicos sintéticos.

4.1. Perfil Estructural del Modelo de Velocidades

El siguiente modelo de velocidades mostrado en la Figura 4.1 caracteriza un medio estratificado de cinco capas horizontales descrito por cuatro contrastes principales de

velocidad que determinarán la posición en tiempo de los reflectores del modelo. La primera capa del modelo es la única componente isótropa de la estructura con una velocidad constante de 1118 [m/s]. Sobre cada reflector bajo la primera capa, se posiciona la zona de estratificación horizontal que determina la configuración del modelo VTI. La componente horizontal del modelo geológico estructural tiene una extensión total de 30 [km] que logra garantizar el comportamiento no hiperbólico a *offset* lejano, en relación a la profundidad del modelo que corresponde a 5 [km]. La relación $x > z$ no solo debe cumplirse en las extensiones del modelo. El objetivo en realidad es reconocer la amplitud de estos valores dentro de cada CMP gather. Para la generación del campo de velocidades se ha implementado la función `trimodel-make a triangulated sloth (1/velocity2) model` [12] del paquete Seismic Unix que implementa la teoría de rayos utilizando soluciones analíticas por triangulación.

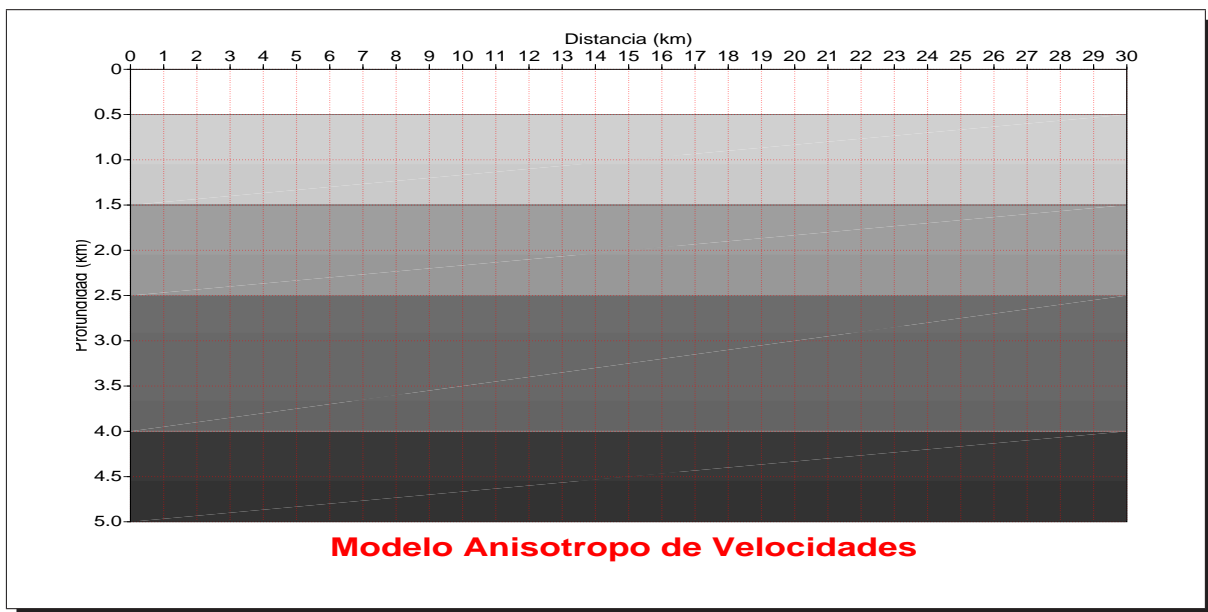


Figura 4.1: Perfil de velocidades en escala de grises generado con la función *trimodel* que corresponde al primer conjunto de parámetros dinámicos, sobre los cuales se desarrolla el modelado y procesamiento de los datos sísmicos. En términos del algoritmo, el conjunto de configuraciones de constantes elásticas necesarias para generación del modelo anisótropo ha sido establecido mediante la implementación del método de diferencias finitas.

Para condicionar las variables del modelo es necesario establecer para cada región entre los reflectores principales, los valores de velocidad, el gradiente vertical del campo de velocidades y el carácter anisótropo del modelo para las cuatro últimas capas.

Parámetro	Número de capa				
	1	2	3	4	5
Posición sobre el eje horizontal [km]	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0
Posición sobre el eje vertical [km]	0,1	1,00	2,00	3,00	4,50
ξ_{00} [s ² /km ²]	0,80	0,65	0,50	0,35	0,20
$V_{(c)}$ [km/s]	1,118	1,240	1,414	1,690	2,236
$\partial_z \xi$ [s ² /km ³]	0	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01
$\partial_x \xi$ [s ² /km ³]	0	0	0	0	0

Cuadro 4.1: Parámetros por capa que corresponden a las características principales del modelo anisótropo. El parámetro $V_{(c)}$ corresponde a las velocidades de capa cuyos valores son invertidos o calculados usando el valor correspondiente de ξ_{00} .

El valor ξ_{00} en el Cuadro 4.1 denominado *sloth* corresponde al inverso cuadrático de la velocidad y debe ser definido en un punto del espacio entre los reflectores. En términos del parámetro de rayo ς , el nuevo parámetro ξ corresponde simplemente a la magnitud cuadrática del parámetro del rayo ς . De esta manera, por simplicidad en la notación se ha decidido denominar ξ al término totalmente equivalente ς^2 .

En total son definidos cinco valores para ξ_{00} , de los cuales solo el primero permanece constante. Los valores $\partial_z \xi$ garantizan el cambio progresivo en profundidad de la velocidad para las cuatro siguientes capas, de tal forma que el valor de la velocidad para el último estrato diferencial entre los reflectores sea inmediatamente mucho menor a la velocidad de la siguiente capa. Esta condición permite determinar los grandes contrastes de velocidad entre cada capa que definen la líneas reflectoras principales del modelo estructural. La expresión que caracteriza el gradiente $\partial_z \xi$ corresponde a

$$\partial_z \xi = -\frac{2}{V_{(c)}^3} \partial_z V_{(c)}. \quad (4.1)$$

El signo negativo de $\partial_z \xi$ en el Cuadro 4.1, señala el incremento del campo de velocidades en el sentido del aumento en profundidad del modelo. El incremento en $\partial_z V_{(c)}$ muestra en el Cuadro 4.2 para la capa 2 y 3, un aumento suavizado del campo de velocidades. Para los objetivos de este trabajo, la continua estratificación diferencial que produce la anisotropía del modelo representado en la Figura 4.1, es la propiedad que caracteriza la

variación total del campo de velocidades. Los siguientes dos gradientes referidos a las capas 4 y 5 exhiben resultados bastantes abruptos, generando mayores cambios en el campo de velocidades. Por lo tanto, la velocidad denominada V_{bef} corresponde a la velocidad en el punto justamente anterior a la siguiente capa o reflector principal. La técnica del trazado de rayos permite calcular de manera efectiva el valor de esta velocidad de incidencia, donde evidentemente para los reflectores más profundos se determinarán los mayores cambios de velocidad. El valor de V_{bef} proporciona una estimación indirecta del grado de anisotropía en cada capa, de tal forma que la diferencia $V_{bef} - V_{(c)}$ determina la desviación de la velocidad en el último estrato de la correspondiente capa. Por lo tanto, $\bar{\lambda}$ define la desviación porcentual de la velocidad respecto a $V_{(c)}$ debida al grado de anisotropía inducida bajo el parámetro $\partial_z \xi$.

Parámetro	Número de capa				
	1	2	3	4	5
$V_{(c)}$ [km/s]	1,118	1,240	1,414	1,690	2,236
$\partial_z \xi$ [s ² /km ³]	0,00	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01
$\partial_z V_{(c)}$ [1/s]	0,00	0,010	0,015	0,024	0,060
V_{bef} [km/s]	1,118	1,255	1,451	1,796	2,582
$\bar{\lambda}$ %	0,00	1,21	2,62	4,68	15,47
$\partial_x \xi$ [s ² /km ³]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Cuadro 4.2: Componentes dinámicas del modelo de velocidades definidas en cada capa. El valor de la velocidad V_{bef} garantiza en términos del contraste de velocidades, la generación de los reflectores principales del modelo y corresponde al valor de la velocidad del último estrato diferencial inmediatamente anterior al reflector principal que establece el límite superior de la siguiente capa. Usando los resultados anteriores, específicamente para el caso en el que la diferencia porcentual del campo de velocidades corresponde a 15,47%, este valor de desviación podría producir una diferencia en profundidad mayor a 1000 [m] para un tiempo de propagación de solo 3 [s].

Por otra parte, la Figura 4.2 representa el modelo equivalente en una gama espectral generado con la función *unif2-generate a 2D UNIFormly sampled velocity profile from a layered model* [12] que construye un perfil 2-D de propiedades uniformemente muestreadas a partir de un archivo ASCII que contiene las coordenadas (x,z) de una serie de puntos que definirán la tendencia de cada interfase definida en el modelo [17].

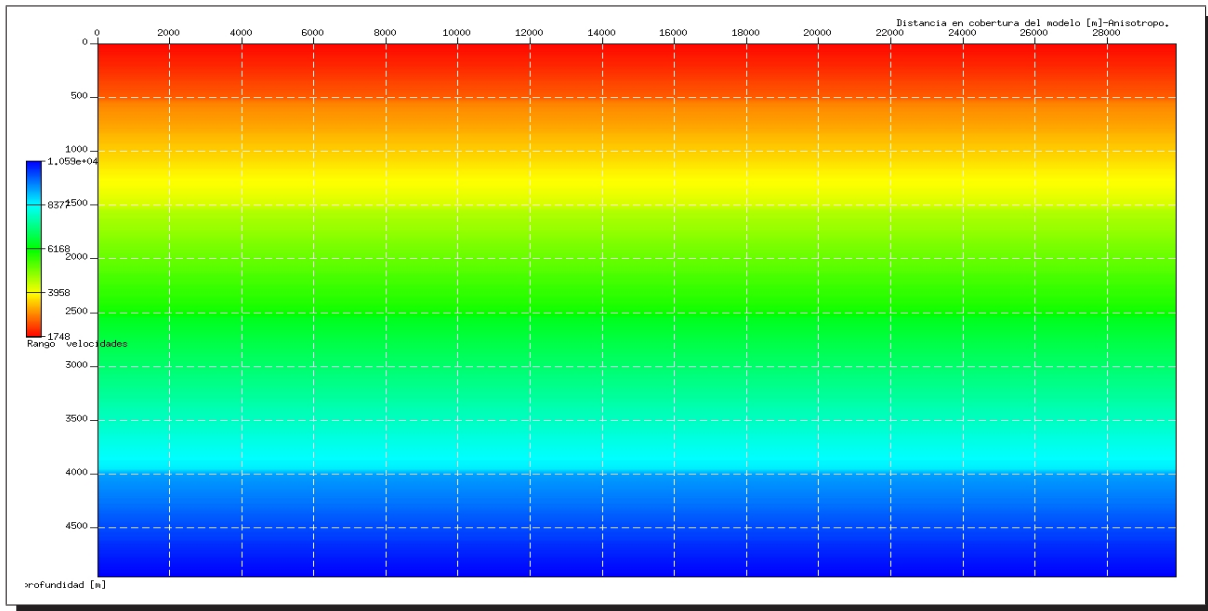


Figura 4.2: Perfil de velocidades en escala espectral que define las cinco capas del modelo. En las dos últimas capas es notoria la atenuación inversa progresivo del espectro, que representa el continuo cambio de la velocidad como resultado de la anisotropía.

4.2. Modelo de Trazado de Rayos

Para el diseño de la geometría de propagación de rayos es ejecutada la función *triray-dynamic RAY tracing for a TRIangulated sloth model* [12]. El resultado final consiste en una secuencia de superposiciones de imágenes de trazado de rayos generadas independientemente para cada reflector como se muestra en la Figura 4.4.

Los resultados del algoritmo permiten verificar el carácter anisótropo de las cuatro últimas capas, de tal forma que debido a los continuos cambios diferenciales de velocidad que modelan la estratificación del medio, se observa un continuo cambio en la trayectoria del rayo a lo largo de las capas anisótropas. La ley de Snell verifica el alejamiento del rayo respecto a la normal de la interfase que comunica las capas consecutivas, debido a que cada capa diferencial refractada posee un índice de refracción menor que el estrato precedente. La apertura angular de los rayos refractados dependerá de la relación entre las velocidades del medio incidente y del medio refractado [18], por lo tanto,

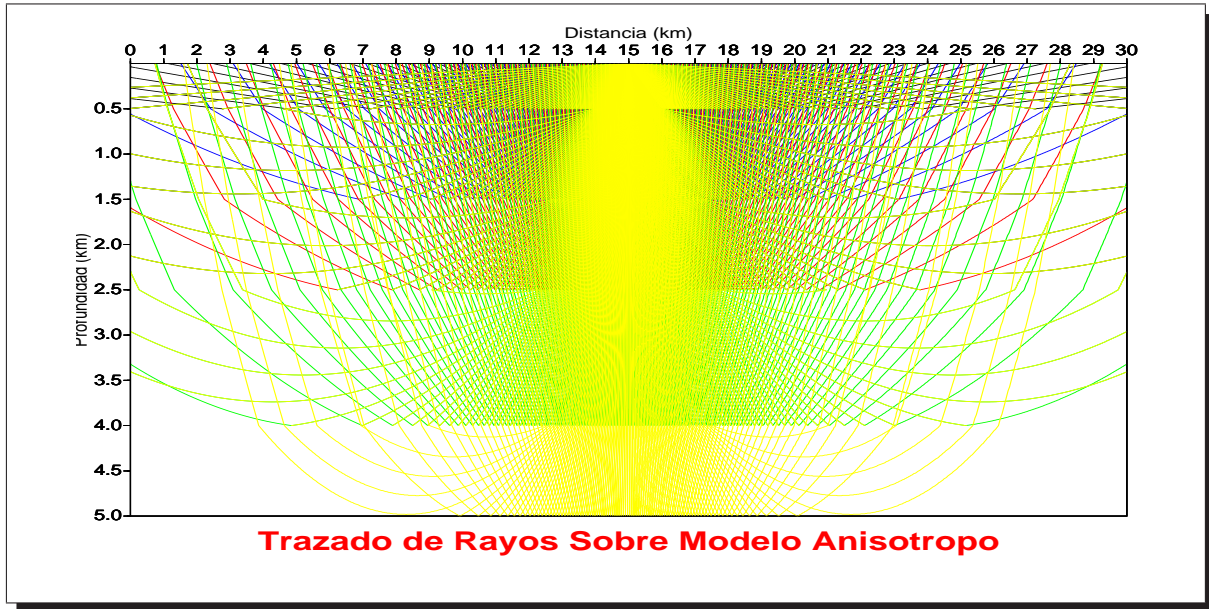


Figura 4.3: Trazado dinámico de rayos sobre el modelo de velocidades de la Figura 4.1. Es evidente la deflexión continua del rayo a través de las cuatro últimas capas anisótropas. A manera de comparación se han asignado diferentes colores para los rayos reflejados en cada capa.

$$\gamma_c = \sin^{-1} \frac{\mu_f}{\mu_i}. \quad (4.2)$$

Para ángulos mayores que γ_c tal que $\gamma > \gamma_c$ no existirá refracción y el rayo se refleja totalmente. En la ecuación (4.2) los valores μ_i y μ_f corresponden a los índices de refracción de la capa inicial y la capa final consecutiva respectivamente. El resultado final se muestra en la Figura 4.4 y se obtiene usando la función *psmerge-MERGE PostScript files* [12] que superpone los archivos de salida para la imagen del modelo de velocidades y el trazado de rayos.

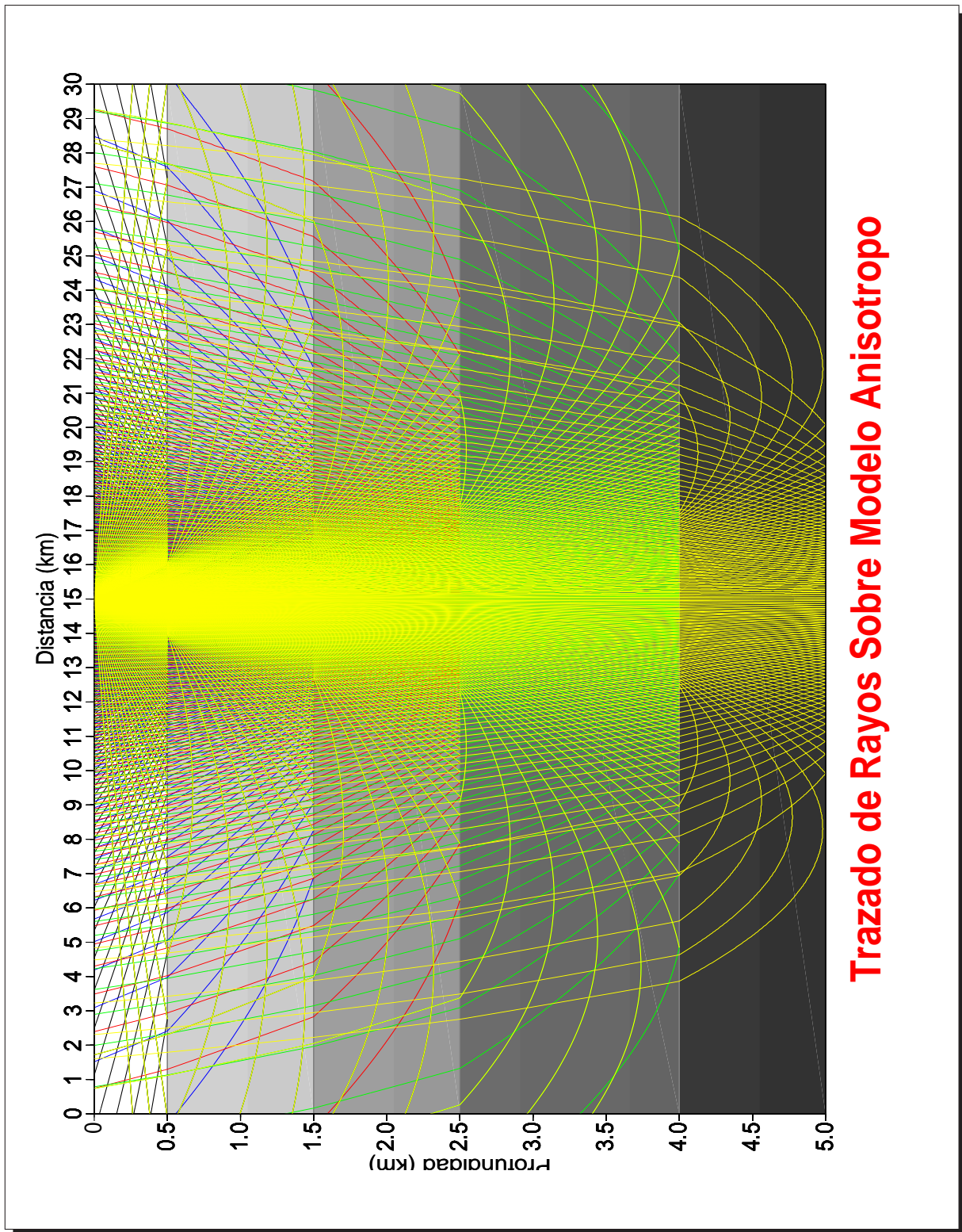


Figura 4.4: Representación final del modelo de trazado de rayos sobre el modelo estructural de la Figura 4.1. La notable desviación de los rayos representa la presencia de estratificación repetitiva con espesores de capa diferenciales que deben ser mucho menores a las longitudes de onda de la energía propagándose en el medio.

4.3. Modelo de Adquisición Sintética de una Línea de Datos Sísmicos Bidimensional

Una adquisición sísmica 2-D consiste en un conjunto de disparos (*shots*) a lo largo de una línea de interés sobre la cual es recuperada toda la información del campo de onda dentro del plano de reflexiones bidimensional. Cada disparo estará representado por un modelo de propagación de onda acústica en el punto definido por la posición de la fuente como en la Figura 4.5. El objetivo de esta sección del modelado es recuperar la información del subsuelo o del modelo de velocidades representado en la Figura 4.1 a partir de la propagación de las ondas sísmicas.

En términos de los parámetros de adquisición generalmente el máximo *offset* que manifiesta un comportamiento hiperbólico en las curvas de reflexión, corresponde a la profundidad relativa del reflector $x/z = 1$. Para el modelo de este estudio es utilizada una relación de *offset*-profundidad superior a la unidad de tal forma que $x/z > 1,5$ [29], que puede garantizar la detección de la tendencia no hiperbólica de las curvas de reflexión sobre un modelo anisótropo. En el modelo estructural de velocidades de la Figura 4.1, la máxima profundidad de la última capa de interés es de 5,0 [km], por lo tanto para generar un *Moveout* no hiperbólico el *offset* máximo debe aproximarse a 7,5 [km]. Para optimizar los resultados se ha escogido una amplitud máxima en *offset* de 9,0 [km]. Bajo estas condiciones fue generado un diseño de 600 receptores separados a una distancia de 30 [m], con una cobertura de 9,0 [km] a cada lado del disparo. Un total de 400 disparos son ejecutados en una cobertura total de 5,985 [km] produciendo un conjunto de 240000 trazas por reflector en el registro de datos sintéticos cuyo formato es de extensión *.su*. De la misma manera, debe calcularse el tiempo de grabación para el registro de propagación de la onda de acuerdo a la profundidad del último reflector, que corresponde en este caso al producto del número de muestras, 2500 con intervalo de muestreo de 0,004 [s], de tal forma que el tiempo de registro de grabación es de 10 [s]. El primer disparo es ubicado a 12,0 [km] del origen de coordenadas del modelo, que a su vez presume la ubicación del primer receptor que dista a 3 [km] del mismo origen. El Cuadro 4.3 muestra los principales parámetros de adquisición implementados.

Parámetro	Valor
Número de disparos - <i>Shots</i>	400
Número de receptores	600
Espacio entre disparos [km]	0,015
Espacio entre receptores [km]	0,030
Rango de cobertura de disparos relativa al origen [km]	12,000 – 17,985
Rango de cobertura de receptores relativa al origen [km]	3,000 – 26,985
Extensión total del modelo [km]	30,0
Cobertura en <i>offset</i> [km]	9,0
Número de trazas por disparo y por reflector en el registro <i>tracf</i>	600
Número de trazas totales por reflector en el registro <i>tracl</i>	240000
Intervalo de muestreo temporal del registro <i>dt</i> [s]	0,004
Número de muestras temporales del registro <i>nt</i>	2500

Cuadro 4.3: Parámetros que determinan la geometría del modelo de adquisición sísmica de datos sintéticos bajo la función *triseis-Gaussian beam synthetic seismograms for a sloth model*.

El núcleo del *script* que genera la adquisición sintética está basado en la ejecución de procesos iterativos sobre las funciones *triseis-Gaussian beam synthetic seismograms for a sloth model*, *suaddhead-put headers on bare traces and set the tracl and ns fields* y *sushw-Set one or more Header Words using trace number* [12]. Para cada iteración, las funciones son ejecutadas, de tal forma que *triseis* crea la traza sísmica, *suaddhead* genera el encabezado sobre cada traza y *sushw* escribe los valores sobre los encabezados de las trazas sísmicas resultantes.

4.4. Modelo Acústico de Propagación de Frentes de Onda

De manera similar a los métodos anteriores, es posible generar un modelo acústico de propagación que represente los cambios temporales del frente de onda para cada *shot*. El método de diferencias finitas de segundo orden permite generar dicha representación. Este método es una clásica aproximación para encontrar soluciones numéricas a las ecuaciones que gobiernan el modelo matemático de un sistema continuo. Básicamente

en la solución por diferencias finitas las derivadas son reemplazadas por aproximaciones finitas, convirtiendo entonces el problema de las ecuaciones diferenciales en un problema algebraico de menor complejidad. En este sentido se puede utilizar este método para encontrar las soluciones numéricas a las ecuaciones que describen la propagación de ondas acústicas en un sistema bidimensional.

Para el despliegue del método son utilizadas nuevamente las propiedades físicas y condiciones de contorno generadas en el perfil de velocidades. La función *sufdmod2-Finite Difference MODeling (2nd order) for acoustic wave equation* genera el archivo de entrada para la función *suxmovie-X MOVIE plot of a 2D or 3D segy data set* que ejecuta la visualización del cambio espacial del frente de onda en el tiempo y está representado en la Figura 4.5.

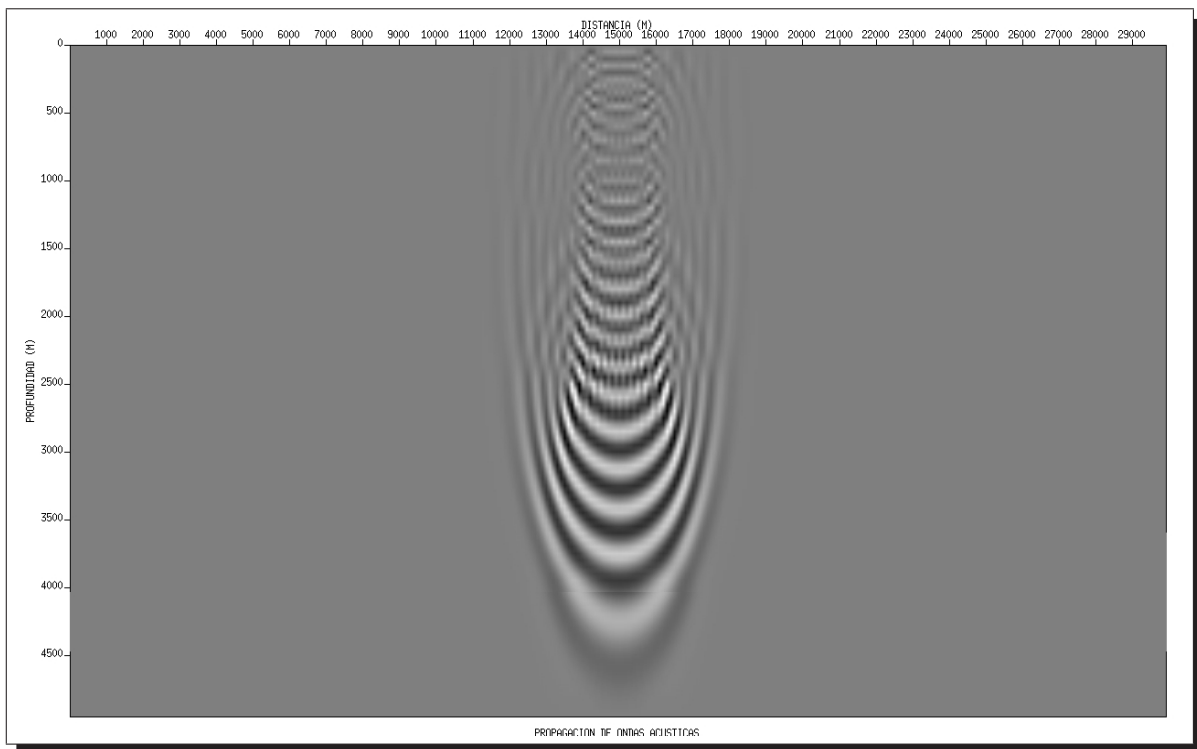


Figura 4.5: Modelo acústico de propagación de ondas P usando el método de diferencias finitas de segundo orden. Cada *shot* del modelo de adquisición en el Cuadro 4.3 estará representado por esta secuencia. El dominio horizontal y vertical de cada secuencia corresponde a una amplitud de 30000 [m] y 5000 [m] respectivamente.

4.5. Generación de Shot Gathers

En términos generales, los sismogramas sintéticos son una de las formas para modelar la respuesta sísmica sobre ciertas propiedades del subsuelo establecidas en el perfil de propiedades físicas determinadas a priori dentro del modelo. Cada disparo o *shot* recupera la información del tendido del subsuelo desde un punto en la superficie definido por la ubicación de la fuente. Las curvas de reflexión que representan cada disparo permiten identificar la anomalía que se manifiesta de manera importante en los *offsets* lejanos. En la medida en que aumenta la cobertura del *offset*, las cuatro últimas curvas de reflexión describen una elevación progresiva por ondícula en el registro de cada traza, alterando progresivamente el modo hiperbólico de reflexión del modelo convencional. Este progresivo aumento en la velocidad está correlacionado directamente con una disminución del registro temporal de la respuesta del medio de cada capa, debido a la presencia del medio anisótropo VTI.

Para la visualización de los sismogramas, la función *suwind-window traces by key word* [12] escoge el encabezado o *header* que define el número del disparo dentro del registro de cada traza. Posteriormente se ejecutan dos formas de visualización: la primera utiliza la función *suxwigb-X-windows Bit-mapped WIGgle plot of a segy data set* que permite detallar cada traza registrada en el dominio del disparo. La segunda implementa la función *suximage- X-windows IMAGE plot of a segy data set* que utiliza espectros de amplitudes para el registro total del disparo y está representada en la Figura (4.6).

4.6. Ordenamiento por Punto Medio Común

Una vez editados los *shot gathers* se procede a realizar un reordenamiento de las trazas sísmicas en conjuntos de punto medio común o CMP (por sus siglas en inglés *Common MidPoint*). Este ordenamiento consiste en agrupar las trazas que por geometría pertenecen a un mismo punto medio entre una fuente y un receptor determinado. En ocasiones los CMPs son denominados de manera equivalente como CDPs (por sus siglas en inglés *Common depth point*). la imparcialidad en el uso de estos términos se

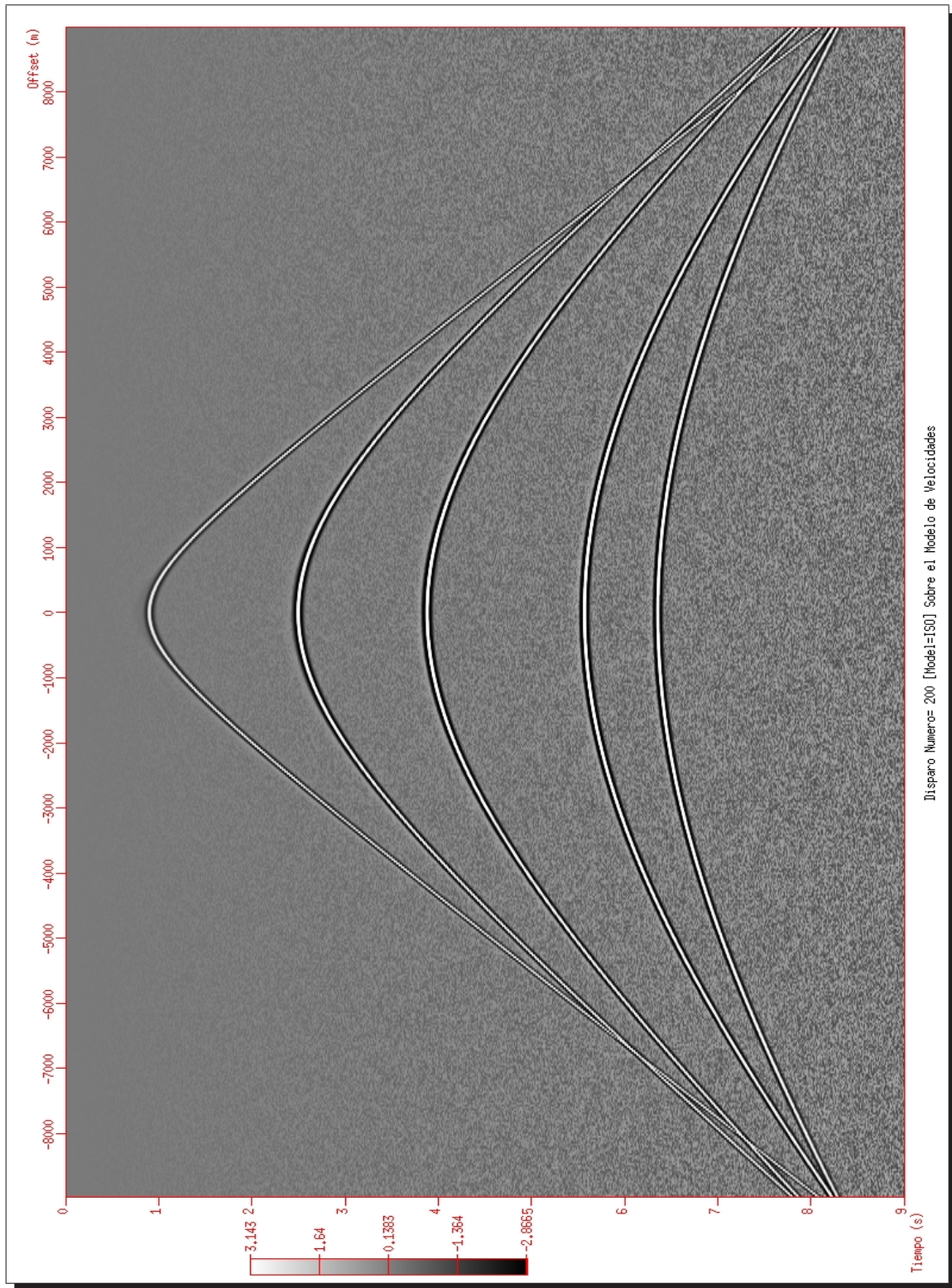


Figura 4.6: Imagen del *shot gather* número 200 representado mediante la función *suximage- X-windows IMAGE plot of a segy data set*. Puede observarse en el dominio del disparo que el prolongado aumento en el *offset* sobre el medio anisótropo, produce paulatinamente una desviación no hiperbólica en las curvas de reflexión de las últimas cuatro capas.

debe a que estos puntos coinciden en modelos de reflectores planos como se muestra en la Figura 4.1. Por lo tanto, se deduce por construcción geométrica, que el espacio entre CMPs es la mitad del espacio entre geófonos. Las curvas de reflexión en estos conjuntos poseen al igual que los *shot gathers*, trayectorias hiperbólicas para modelos isótropos de reflectores planos. Medios con geometrías buzantes con superficies de reflexión no horizontales o rectilíneas, heterogeneidades horizontales y verticales en el campo de velocidades y principalmente la evidente presencia de anisotropía, producen altas inexactitudes en el modelo convencional de procesamiento, que se representan en la tendencia no hiperbólica de las curvas de reflexión (Pech and Tsvankin, 2004).

Posteriormente el encabezado de los datos sísmicos generados en la adquisición no contiene el valor del parámetro CMP, dado que este factor es el producto del reordenamiento de los datos respecto a los puntos medios comunes entre fuentes y receptores. Para generar este acoplamiento se utiliza la función *suchw-Change Header Word using one or two header word fields* [12] que logra adicionar el nuevo parámetro usando los encabezados sx y gx que refieren a las posiciones de las fuentes y los receptores respecto al punto coordinado de la primera fuente, por consiguiente:

$$\Gamma_1 = \frac{a + b\Gamma_2^e + c\Gamma_3^f}{d}, \quad (4.3)$$

donde $\Gamma_1 = cdp$, $\Gamma_2 = gx$, $\Gamma_3 = sx$, $a = 10$, $b = 1$, $c = 1$, $d = 15$ y $e = f = 1$. Los parámetros a , b , c y d en la ecuación (4.3) corresponden al conjunto de constantes que fueron determinadas usando la geometría de adquisición bajo los puntos medios comunes o CMPs. Particularmente d corresponde a una constante de normalización que permite el aumento progresivo por unidad del valor de Γ_1 , que asigna la numeración de los elementos del conjunto de CMPs. La finalidad de este esquema geométrico es habilitar la configuración de los datos para la aplicación de la corrección NMO.

La representación de los CMPs con mayor información dependerá directamente del *fold* en la adquisición, de tal forma que serán utilizados los CMPs que tengan mayor *fold* o cobertura en el número de trazas por punto medio común. Para los parámetros de adquisición mostrados en el Cuadro 4.3, el valor teórico del *fold* o cobertura máxima es

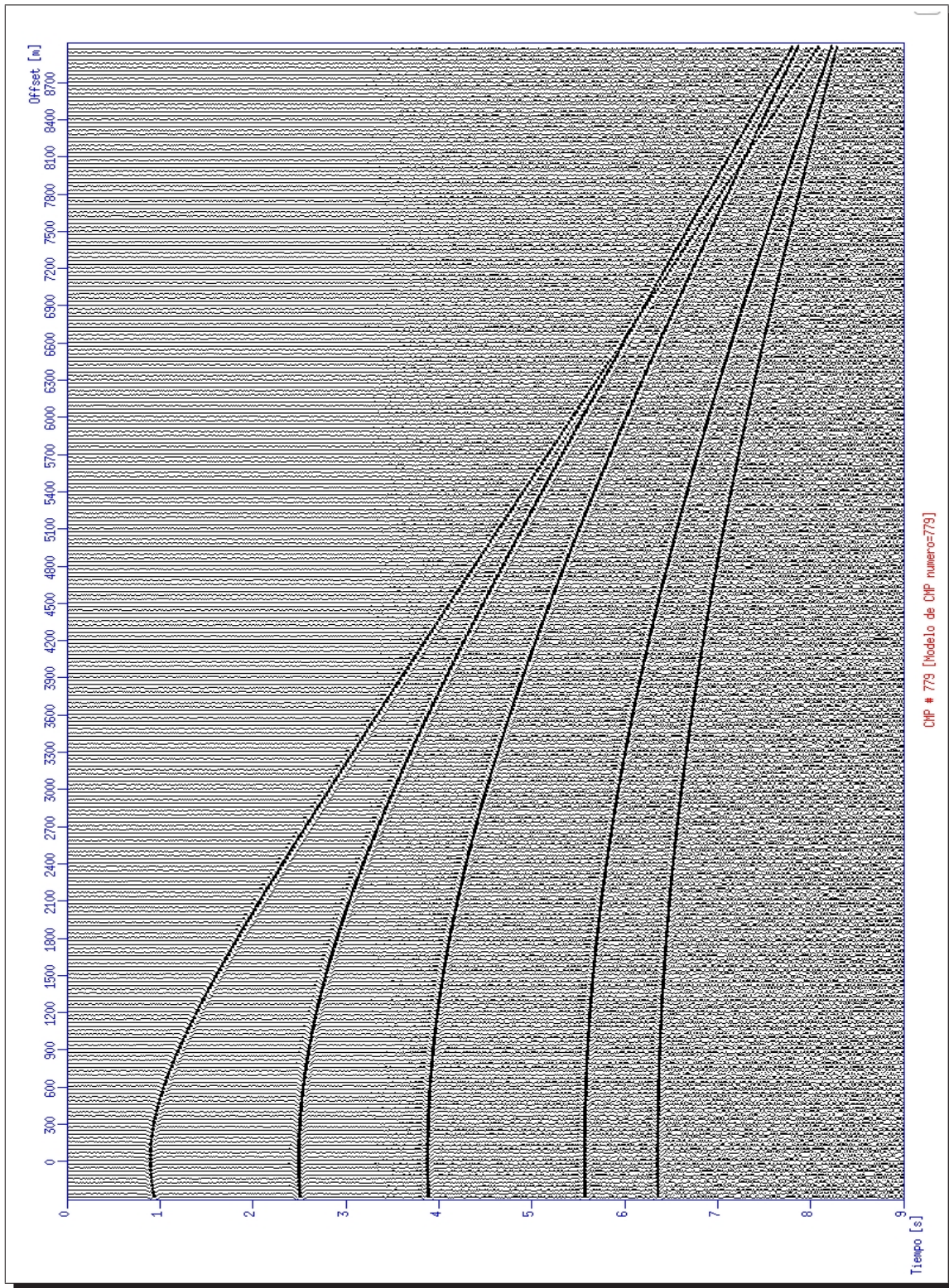


Figura 4.7: Representación del CMP 779 usando la función *SUXWIGB - X-windows Bit-mapped WIGgle plot of a segy data set* que despliega en pantalla cada traza registrada en los receptores para la geometría del CMP 779. El aumento progresivo del *offset* deja ver el carácter no hiperbólico de los cuatro últimos reflectores.

de 600 trazas y es calculado usando la siguiente relación [33]:

$$n_f = \frac{n_g \Delta g}{2 \Delta s}, \quad (4.4)$$

donde n_g corresponde al número de canales activos, Δg refiere al espaciamiento entre receptores y Δs representa el intervalo espacial entre fuentes. Para la geometría de adquisición de este modelo, la mayor cobertura en trazas para el arreglo CMP corresponde a 600, que determina una extensión horizontal de 18[km] en el dominio CMP. Estos valores garantizan nuevamente el análisis a *offset* lejano. La Figura 4.7 representa el CMP 779 con un *fold* de 300 trazas espaciadas 30 [m] y una cobertura en *offset* de 9 [km]. Es importante observar que solo la trayectoria del campo de onda que proviene de la primera capa describe un comportamiento hiperbólico. Para las capas restantes el registro de las curvas representa el modo no hiperbólico de reflexión que crece en proporción con el aumento del *offset*.

4.7. Análisis de Velocidades

Uno de los métodos más utilizados para realizar un análisis de velocidad a partir de una data sísmica es el denominado espectro de velocidades. De este análisis logran derivarse varios tipos de medidas de coherencia que pueden ser usadas como parámetro descriptivo de los espectros de velocidades. En sísmica es usual denominar estos parámetros como atributos de los datos sísmicos, por lo tanto para efecto del análisis de velocidades es utilizado el atributo semblanza ρ , de tal forma que su valor entre dos trazas $A(t)$ y $B(t)$ dentro de una ventana temporal $[t_1, t_2]$ se define como:

$$\rho = \frac{1}{2} \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} (A_t + B_t)^2}{\sum_{t=t_1}^{t_2} A_t^2 + \sum_{t=t_1}^{t_2} B_t^2}. \quad (4.5)$$

La semblanza se encuentra normalizada en el intervalo 0 y 1. Por lo tanto, cuando existe baja repetitividad la semblanza tiende a cero y valores altos de repetitividad están asociados a valores de semblanza cercanos a 1.

En términos de esta definición, lo que se realiza en un análisis de semblanza, es calcular cada cierto número de muestras temporales de un CMP *gather*, el valor del atributo ϱ para un rango de velocidades convenientemente ajustado. El archivo generado será visualizado en un mapa que muestre el rango espectral de mayor correlación para cada punto V_{nmo}, t_{nmo} . Donde V_{nmo} es la velocidad de corrección y t_{nmo} es el tiempo de picado en el CMP *gather*. En el modelo convencional la velocidad correspondiente al valor máximo de semblanza para un evento en particular representa la velocidad que mejor apila tal evento. Para el caso anisótropo además de V_{nmo} es necesario conocer el valor de los parámetros de Thomsen [28] o en su defecto el valor η , de tal forma que las curvas no hiperbólicas sean corregidas totalmente.

El cálculo de semblanza para las velocidades de apilamiento de un CMP *gather* se ejecuta mediante la función *suvelan-compute stacking velocity semblance for cdp gathers* [12] del paquete *Seismic Unix*. Este análisis es fundamental para la ejecución del algoritmo que establece las velocidades de corrección para las curvas de reflexión de los datos de onda P, de tal forma que una vez sean corregidas las curvas, continúa el proceso de apilamiento de las trazas para cada CMP.

Inicialmente el análisis de velocidades será desarrollado bajo la consideración de un modelo isótropo. Será ejecutado el análisis de semblanza de tal forma que sean recuperados los valores de velocidad V_{nmo} a pequeños *offsets*, necesarias para las correcciones de las curvas de reflexión hiperbólicas y no hiperbólicas en las ecuaciones (2.3) y (3.86) respectivamente.

Para disminuir el tiempo de cómputo requerido en la generación de los paneles espectrales de semblanza es necesario limitar el rango de velocidades considerado en los datos. En este trabajo, el primer valor corresponde a 1000 [m/s], con un intervalo de muestreo de 17 y un número de velocidades de 100, de tal forma que el rango de velocidades limita entre 1000[m/s] y 2700[m/s]. Finalmente, el picado de velocidades para cada CMP genera los puntos t_{nmo} y V_{nmo} para cada punto de máxima coherencia en el panel de semblanza.

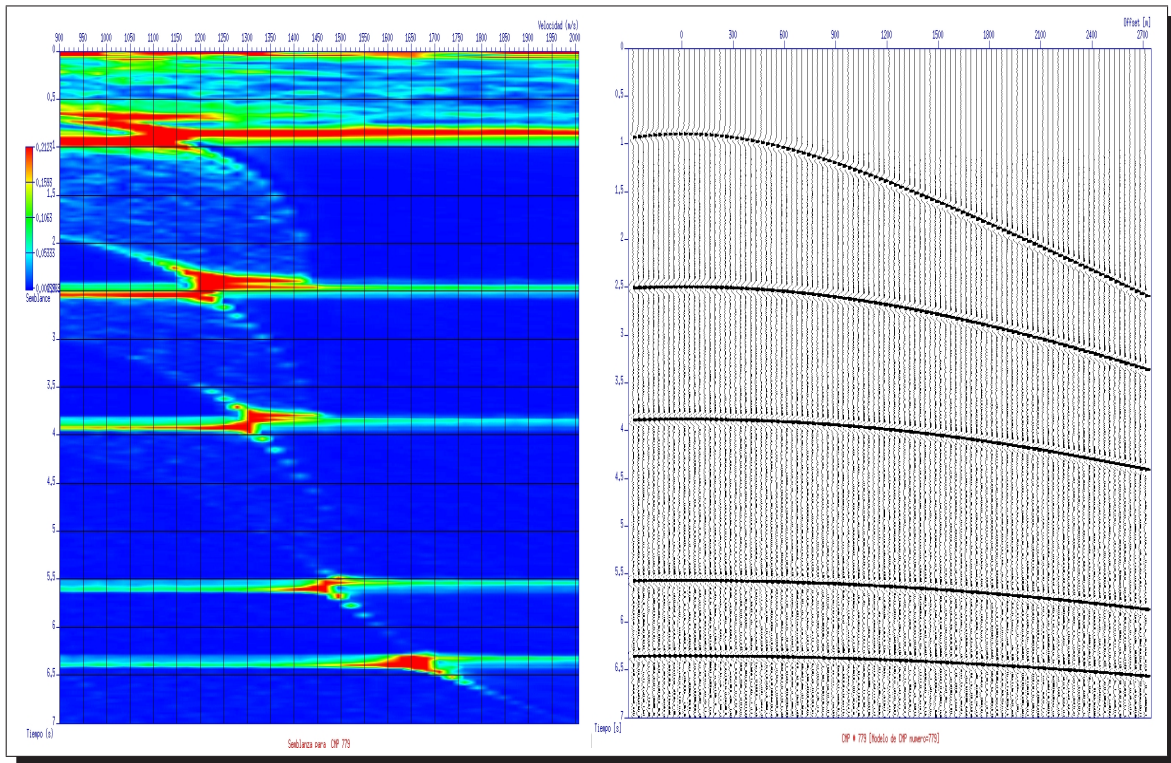


Figura 4.8: Análisis espectral de velocidades para el CMP 779 con una cobertura en *offset* de 3000[m] que corresponde en forma aproximada al modelo convencional para pequeños *offsets*. A cada curva de reflexión debe corresponder una relación diferente de *offset*-profundidad, por ejemplo: para la cobertura horizontal de 3000[m] el último reflector describe una razón en *offset*-profundidad de 0,75, que cumple con la relación $x/z \leq 1$ para el modelo convencional. El valor de V_{nmo} de la ecuación (4.6) debe ser estimado bajo la consideración de pequeños *offsets*. El dominio en unidades del panel espectral corresponde a tiempo-velocidad.

4.8. Corrección del Moveout

La velocidad determinada para corregir el sobre-tiempo de las ondículas en los sismogramas es la velocidad V_{nmo} . Luego de esta corrección los eventos deben ser corregidos, a lo largo del *offset*, de tal forma que el efecto de la distancia fuente-receptor es eliminado del tiempo de tránsito de la onda. Si la velocidad de corrección utilizada es mayor que la velocidad real del medio sobre el reflector, ocurre una subcorrección en el registro de los eventos reflejados. Así mismo para velocidades de corrección menores que la velocidad real, ocurre un sobrecorrección. Para desarrollar el análisis de esta corrección retomamos la ecuación (3.86),

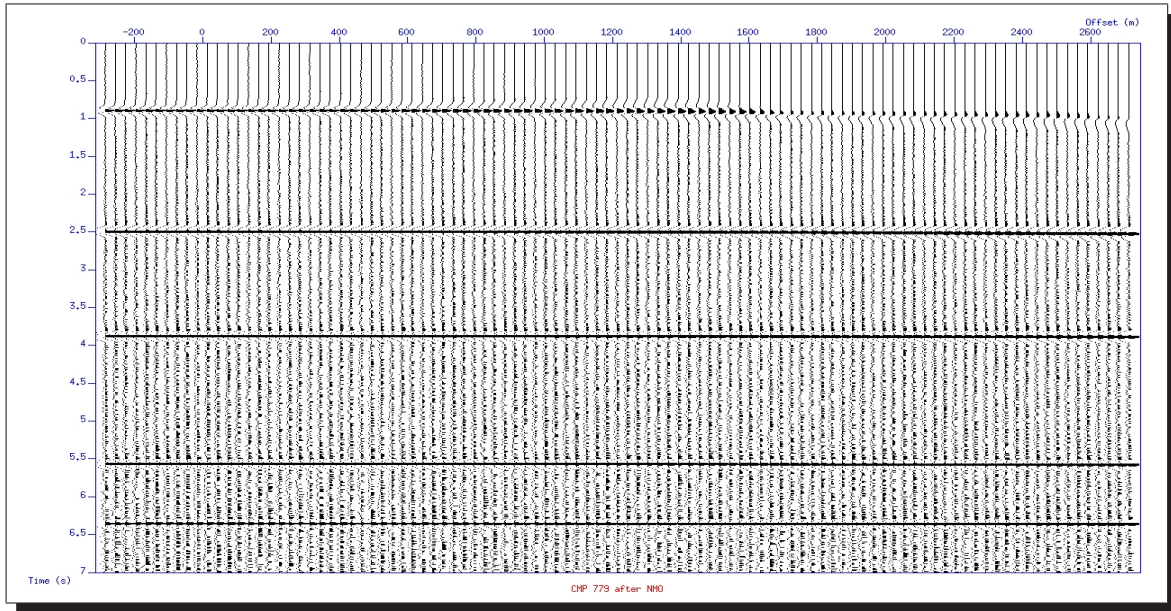


Figura 4.9: Corrección NMO para el CMP de menor cobertura horizontal representado en la Figura 4.8. Los resultados de esta corrección corroboran que para el *Moveout* de onda P, el método convencional de dos términos representado en la ecuación 2.3 logra corregir el total de las reflexiones registradas del campo de onda, incluso en presencia de anisotropía.

$$t^2(x) = t_{po}^2 + \frac{x^2}{V_{nmo}^2} + \frac{\zeta^{(4)}}{t_{po}^2 V_{nmo}^4} x^4. \quad (4.6)$$

$$1 + \frac{\zeta^{(\kappa)}}{t_{po}^2 V_{nmo}^2} x^2$$

Con el objetivo de generar factores de equivalencia entre el modelo teórico y la notación de la función *sunmo-NMO for an arbitrary velocity function of time and CDP* [12], son definidos los coeficientes A_4 y $A^{(\kappa)}$.

$$A_4 = \frac{\zeta^{(4)}}{t_{po}^2 V_{nmo}^4}, \quad (4.7)$$

$$A^{(\kappa)} = \frac{\zeta^{(\kappa)}}{t_{po}^2 V_{nmo}^2}. \quad (4.8)$$

La función *sunmo* utiliza los coeficientes de corrección *anis1* y *anis2*, de tal forma que $A_4 \equiv anis1$ y $A^{(\kappa)} \equiv anis2$. De esta manera, la función de corrección del *Moveout* es

definida en el paquete *Seismic Unix* como:

```
SUNMO - NMO for an arbitrary velocity function of time and CDP
moveoutis defined by
```

$$v^2 = \frac{1}{1 + anis2 x^2} \left(x^2 + \frac{anis1}{1 + anis2 x^2} x^4 \right)$$

```
sunmo <stdin >stdout [optional parameters]
```

La determinación de los coeficientes *anis1* y *anis2* debe corresponder a los valores óptimos de corrección para las curvas que presentan *Moveout* no hiperbólico. En este trabajo se estimaron las constantes $\zeta^{(4)}$ y $\zeta^{(\kappa)}$ que en conjunto con los valores t_{po} y V_{nmo} , generan las mejores correcciones de las curvas de reflexión a *offset* lejano. Para el cálculo del tiempo de arribo vertical a offsets cero que corresponde a la variable t_{po} , es utilizado el archivo que contiene la información de propagación del rayo. La variable *Traveltime* referenciada en las líneas finales de la siguiente secuencia de datos con el símbolo **{***}**, corresponde al tiempo de arribo vertical para cada reflector del modelo. En este caso, la secuencia de datos muestra algunas de las propiedades físicas como densidades*, velocidades, amplitudes en los coeficientes de refracción y reflexión, entre otros. Cada valor t_{P0} , sobre cada reflector, es abstraído usando la secuencia de datos como en el siguiente ejemplo.

```
THIS FILE CONTAINS RAY TRACING INFORMATION
*****
defined reflection/transmission sequences:
*****
interface 2: 0, 0
interface 3: 0, 0
interface 4: 0, 0
interface 5: 0, 0
interface 6: 1, 0
Interfaces without defined refseq are transmitting.
*****
RAY WITH TAKEOFF ANGLE: 0 (degrees)
*****
***
Interaction with interface 0 at (x=15,z=0.25).
Transmitted WITHOUT influencing amplitude.
***
Interaction with interface 2 at (x=15,z=0.5).
Transmitted WITH influence on amplitude.
  --incident side: v1=1.11803 dens1=1 incidence angle=0.011293
  --opposite side: v2=1.24515 dens2=1 refracted angle=0.013063
  --transmission coeff: 1.05379
  --critical transm. taper: 1
  --total ampli. coeff: 0.998552
***
Interaction with interface 0 at (x=15,z=1).
```

*Para el caso de las densidades $\rho(x)$ establecidas en la ecuación de Christoffel en (1.3), los valores mostrados en la secuencia de registro de propiedades por trazado de rayos a través del medio anisótropo muestra que las densidades permanecen constantes en toda la cobertura del modelo.

```

Transmitted WITHOUT influencing amplitude.
^^^
Interaction with interface 3 at (x=15,z=1.5).
Transmitted WITH influence on amplitude.
--incident side: v1=1.25491 dens1=1 incidence angle=nan
--opposite side: v2=1.43592 dens2=1 refracted angle=nan
--transmission coeff: 1.06727
--critical transm. taper: 1
--total ampli. coeff: 0.996291
^^^
Interaction with interface 0 at (x=15,z=2).
Transmitted WITHOUT influencing amplitude.
^^^
Interaction with interface 4 at (x=15,z=2.5).
Transmitted WITH influence on amplitude.
--incident side: v1=1.45095 dens1=1 incidence angle=nan
--opposite side: v2=1.75412 dens2=1 refracted angle=nan
--transmission coeff: 1.09459
--critical transm. taper: 1
--total ampli. coeff: 0.991824
^^^
Interaction with interface 0 at (x=15,z=3.25).
Transmitted WITHOUT influencing amplitude.
^^^
Interaction with interface 5 at (x=15,z=4).
Transmitted WITH influence on amplitude.
--incident side: v1=1.79605 dens1=1 incidence angle=0.0179595
--opposite side: v2=2.5 dens2=1 refracted angle=nan
--transmission coeff: 1.16386
--critical transm. taper: 1
--total ampli. coeff: 0.978418
^^^
Interaction with interface 0 at (x=15,z=4.5).
Transmitted WITHOUT influencing amplitude.
^^^
Interaction with interface 6 at (x=15,z=5).
Reflected pre-critically at nan degrees.
--incident side: v1=2.58199 dens1=1
--opposite side: v2=23170.5 dens2=1
--reflection coeff: 0.999777
--total ampl coeff: 0.9782
--total phase shift: 0
^^^
Interaction with interface 0 at (x=15,z=4.5).
Transmitted WITHOUT influencing amplitude.
^^^
Interaction with interface 5 at (x=15,z=4).
Transmitted WITH influence on amplitude.
--incident side: v1=2.5 dens1=1 incidence angle=nan
--opposite side: v2=1.79605 dens2=1 refracted angle=0.0179595
--transmission coeff: 0.836141
--critical transm. taper: 1
--total ampli. coeff: 0.964978
^^^
Interaction with interface 0 at (x=15,z=3.25).
Transmitted WITHOUT influencing amplitude.
^^^
Interaction with interface 4 at (x=15,z=2.5).
Transmitted WITH influence on amplitude.
--incident side: v1=1.75412 dens1=1 incidence angle=nan
--opposite side: v2=1.45095 dens2=1 refracted angle=0.00983123
--transmission coeff: 0.905411
--critical transm. taper: 1
--total ampli. coeff: 0.960652
^^^
Interaction with interface 0 at (x=15,z=2).

```

```

Transmitted WITHOUT influencing amplitude.
^^^
Interaction with interface 3 at (x=15,z=1.5).
Transmitted WITH influence on amplitude.
  --incident side: v1=1.43592 dens1=1 incidence angle=nan
  --opposite side: v2=1.25491 dens2=1 refracted angle=nan
  --transmission coeff: 0.932733
  --critical transm. taper: 1
  --total ampli. coeff: 0.958476
^^^
Interaction with interface 0 at (x=15,z=1).
Transmitted WITHOUT influencing amplitude.
^^^
Interaction with interface 2 at (x=15,z=0.5).
Transmitted WITH influence on amplitude.
  --incident side: v1=1.24515 dens1=1 incidence angle=nan
  --opposite side: v2=1.11803 dens2=1 refracted angle=0.011293
  --transmission coeff: 0.946212
  --critical transm. taper: 1
  --total ampli. coeff: 0.957088
^^^
Interaction with interface 0 at (x=15,z=0.25).
Transmitted WITHOUT influencing amplitude.
^^^
Interaction with interface 1 at (x=15,z=-6.77101e-10).
Transmitted outside model. Ray stopped.
-----
The following information is stored at the rayend:
Ray stops at (15,-6.77101e-10) at interface 1
Takeoff angle=0 Emergence angle=-4.54234e-08
Takeoff velocity=1.11803 Emergence velocity=1.11803
Slowness components px=7.09091e-10 pz=-0.894427
Traveltime=6.35752 Sigma=16.9097
kmah index=0 Number of reflections=1
Ray propagator q1=-1 q2=-16.9097
Ray propagator p1=-2.8397e-12 p2=-1
Attenuation factor=0 Angle increment=0
Ref1/Transm Amplitude=0.957088 Phase=0
-----
Wrote 1 rays to ray file.

```

En esta sección del procesamiento fue seleccionado el CMP 779 con un *fold* máximo de 300 trazas que corresponde a una cobertura en *offset* de 9,0 [km]. Para efectuar el cálculo de los parámetros efectivos en la corrección no hiperbólica es ejecutada la técnica de dos pasos: en el primer paso se realiza un análisis estándar mediante el estudio espectral de velocidades en el panel de semblanza de la Figura 4.8. En esta etapa se utilizan únicamente los *offsets* cortos de los datos para el CMP 779. El siguiente paso consiste en fijar los valores V_{nmo} y t_{po} en las ecuaciones (4.7) y (4.8) obtenidos en el paso anterior, que en conjunto con los valores de los coeficientes $A^{(\kappa)}$ y A_4 , permitan estimar las constantes $\zeta^{(\kappa)}$ y $\zeta^{(4)}$ que determinan el grado de anisotropía inducida en el medio. En el Cuadro 4.4 se muestran los valores de los coeficientes $A^{(\kappa)}$ y A_4 que optimizan la corrección de las curvas no hiperbólicas del CMP 779 mostrado en la Figura 4.7.

Usando las ecuaciones (4.7) y (4.8) es posible calcular las constantes $\zeta^{(\kappa)}$ y $\zeta^{(4)}$ en función de los valores estimados $A^{(\kappa)}$, A_4 , V_{nmo} y t_{po} . El Cuadro 4.5 muestra los valores numéricos de los términos utilizados en la corrección NMO no convencional representada en la ecuación (3.86). De este modo el procesamiento en tiempo de datos sísmicos

Parámetro	Número de capa				
	1	2	3	4	5
A_4 [s ² /m ⁴]	0,00	$-1,01 \times 10^{-14}$	$-8,21 \times 10^{-14}$	$-9,35 \times 10^{-14}$	$-8,57 \times 10^{-15}$
$A^{(\kappa)}$ [1/m ²]	0,00	$9,91 \times 10^{-6}$	$9,10 \times 10^{-5}$	$2,11 \times 10^{-5}$	$9,12 \times 10^{-7}$

Cuadro 4.4: Los parámetros $A^{(\kappa)}$ y $A^{(4)}$ son estimados directamente en la ejecución de la función *sunmo*. La dinámica del cálculo de estos valores consiste en la generación de sus continuos cambios progresivos, de tal forma que para ciertos valores del par $A^{(\kappa)}$ - $A^{(4)}$ se produzcan las mejores correcciones de las curvas de reflexión no hiperbólicas.

permite estimar de manera aproximada mediante métodos de inversión de parámetros, los términos necesarios para la corrección de los eventos no hiperbólicos representados en la ecuación (3.86) ó (4.6).

Parámetro	Número de capa				
	1	2	3	4	5
t_{po} [s]	0,919456	2,59923	3,94774	5,097591	6,35752
t_{nmo} [s]	0,940915	2,61179	4,05784	5,28419	6,85576
V_{nmo} [m/s]	1119	1208	1335	1423	2249
A_4 [s ² /m ⁴]	0,00	$-1,01 \times 10^{-14}$	$-8,21 \times 10^{-14}$	$-9,35 \times 10^{-14}$	$-8,57 \times 10^{-15}$
$A^{(\kappa)}$ [1/m ²]	0,00	$9,91 \times 10^{-6}$	$9,10 \times 10^{-5}$	$2,11 \times 10^{-5}$	$9,12 \times 10^{-7}$
$\zeta^{(4)}$	0,00	-0,15	-4,06	-9,96	-8,86
$\zeta^{(\kappa)}$	0,00	97,70	$2,53 \times 10^3$	$1,11 \times 10^3$	186,44

Cuadro 4.5: En medios anisótropos de tipo VTI el término de cuarto orden es generalmente negativo, lo que corresponde efectivamente a valores negativos para la constante $\zeta^{(4)}$ y de la misma forma valores positivos para la constante $\zeta^{(\kappa)}$.

Finalmente, la Figura 4.10 y 4.11 representan la corrección hiperbólica y no hiperbólica del *Moveout* del CMP 779 respectivamente. La notable diferencia entre estas correcciones corresponde principalmente a la contribución negativa de tercer término de la serie de Taylor, que permite compensar la disminución del registro temporal de los eventos (ondículas) de cada traza para *offsets* lejanos en las capas anisótropas. En este caso para los corrimientos negativos del *Moveout* que se representan por medio de los ensanchamientos progresivos de las curvas de reflexión, la constante $\zeta^{(4)}$ debe ser negativa y debe corresponder a la medida del carácter anisótropo del modelo. La disminución en promedio de este parámetro confirma el aumento del orden de la anisotropía dado que los reflectores de las capas con mayor profundidad manifiestan mayores corrimientos en las curvas no hiperbólicas, haciendo más notorio el efecto del modelo no hiperbólico y por lo tanto, determinando valores cada vez mas negativos sobre el parámetro $\zeta^{(4)}$.

Las curvas de reflexión corregidas del CMP 779 representado en la Figura 4.10 deben ser cortadas utilizando un *muting* o silenciamiento de los datos, de tal forma que sean eliminadas las trazas que son sobre corregidas. El objetivo de este proceso es lograr apilar las trazas del CMP que sean totalmente horizontales, logrando una aproximación de la sección a *offset* nulo. Posteriormente los datos apilados por cada CMP representarán la respuesta sísmica del subsuelo en un único punto medio entre fuentes y reflectores. Para efectos de comparación, el CMP 779 corregido de manera convencional debe ser silenciado a un *offset* aproximado de 6,0[km] para el tercer reflector. De la misma forma el CMP corregido mediante el modelo no hiperbólico es silenciado de manera aproximada a un *offset* de 8,0[km]. La notable diferencia en las extensiones horizontales repercute directamente en la relación señal-ruido de la traza apilada para cada CMP. Por lo tanto el aumento del número de trazas para el apilamiento de los reflectores de un CMP corregido bajo el método de corrección no hiperbólico, permite aumentar el factor de atenuación de los ruidos aleatorios, debido a que la información del conjunto de trazas a grandes *offsets* es recuperada y luego sumada al registro de información de cada punto medio del subsuelo.

Por otro parte, aparentemente las trazas con grandes *offsets* en su registro deben ser excluidas del apilado, debido a que su contenido en frecuencia inmediatamente después de la corrección NMO es considerablemente menor que el de las demás trazas. Este efecto de ensanchamiento de las ondículas corregidas por efectos de pérdidas de frecuencia es denominado en sísmica como *Stretch*. Las imágenes 4.10 y 4.11 representan este fenómeno con mayor probabilidad en los eventos someros y de mayor profundidad. Suponiendo una mejora o recuperación del contenido frecuencial en las trazas registradas para grandes *offsets*, la técnica de corrección del *Moveout* no hiperbólico considera una muy favorable solución al problema del corte o *mute* de la data sísmica.

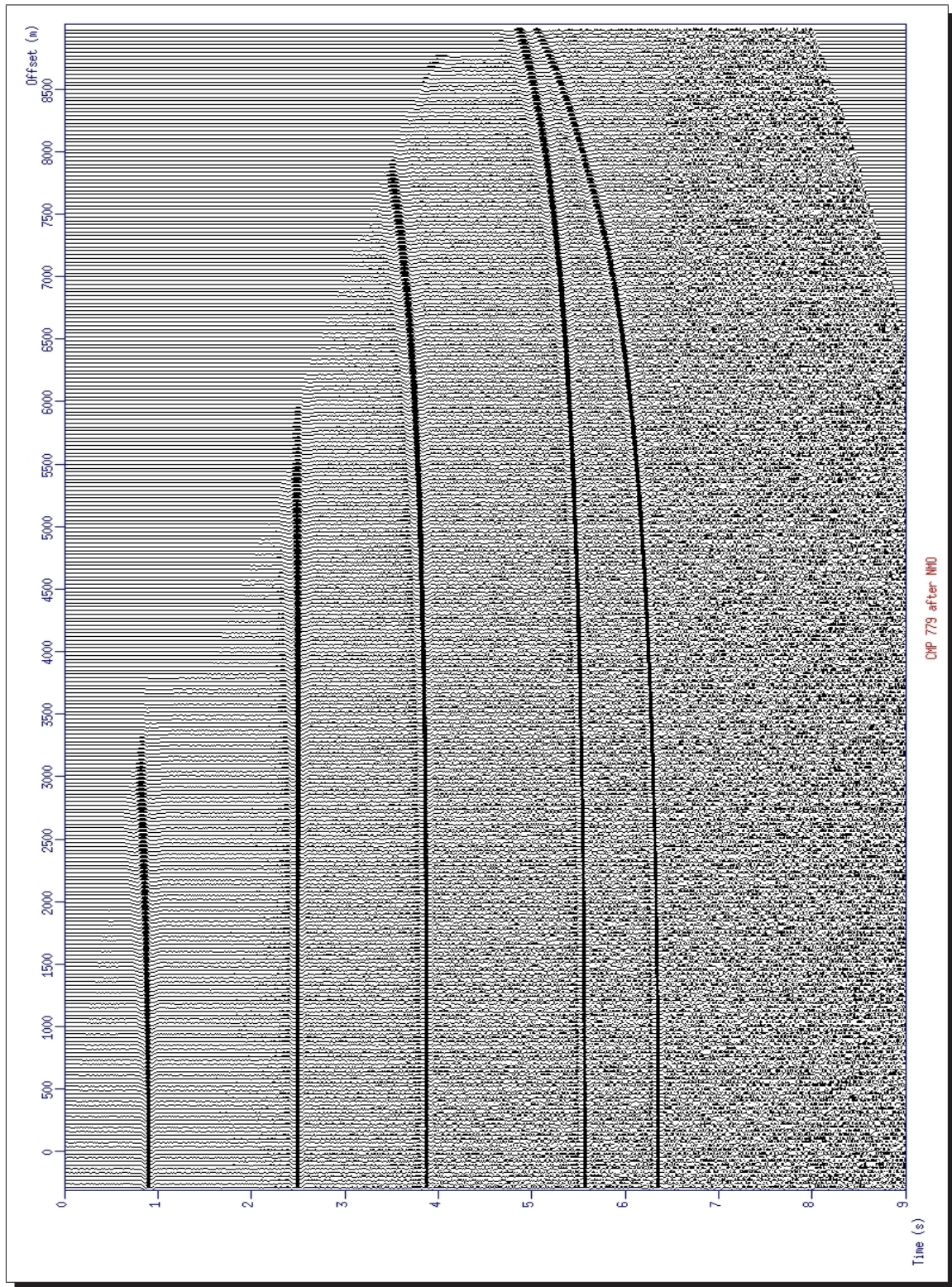


Figura 4.10: Corrección del *Moveout* no hiperbólico usando el modelo convencional representado en la ecuación (2.3). La velocidad de corrección para cada reflector corresponde a la velocidad determinada en los puntos de máxima coherencia del panel de semblanza representado en la Figura 4.8. El problema de la sobre corrección con el aumento en el *offset* es evidente en las capas con presencia de anisotropía.

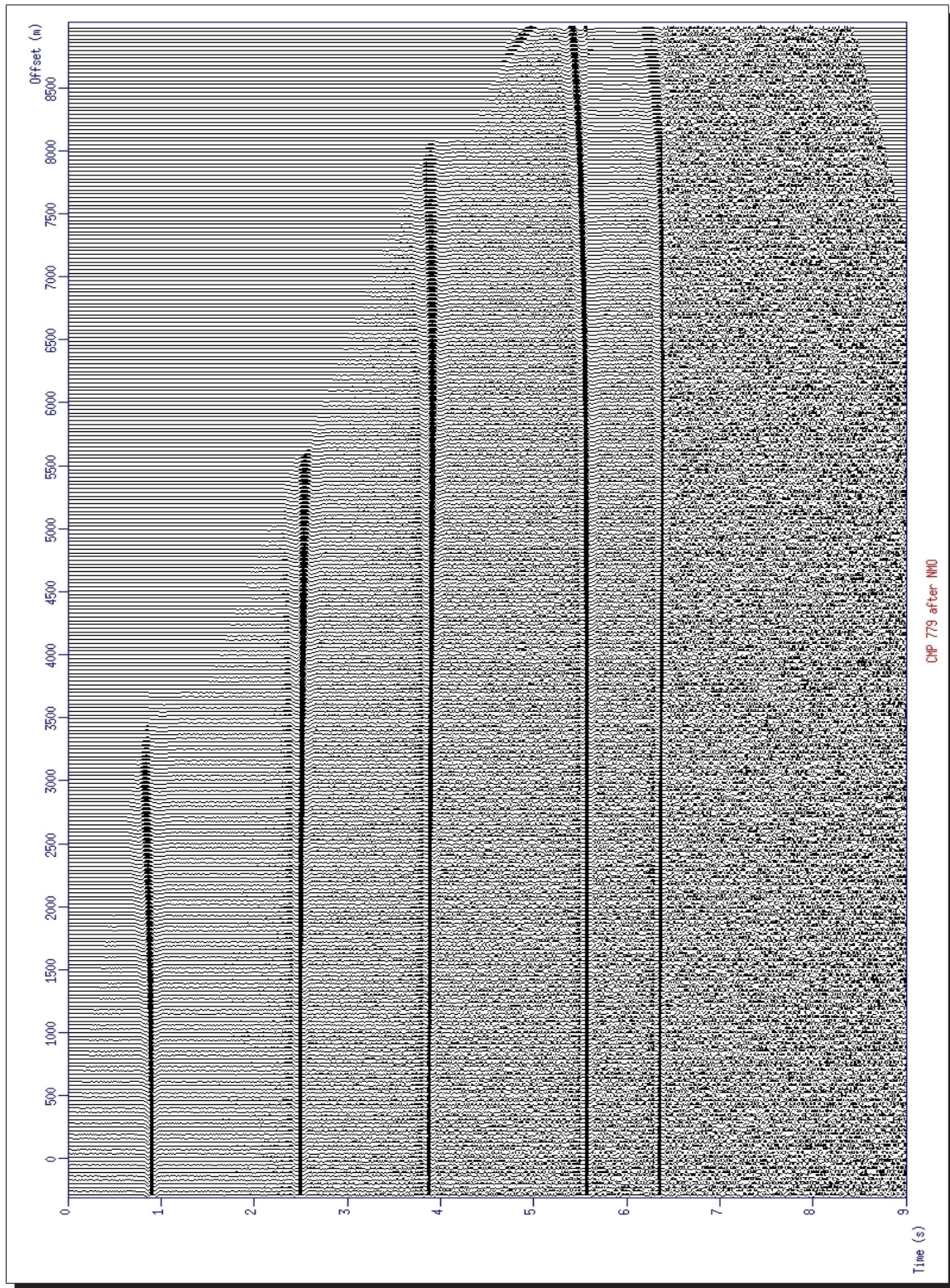


Figura 4.11: Corrección no hiperbólica del *Moveout* usando el tercer término de cuarto orden en la expansión de Taylor representado en la ecuación (3.86) y el modelo de la WAA. Este modelo de corrección permite eliminar las sobre correcciones generadas en el modelo convencional, que a su vez reducen el factor de silencio o *mute* de las curvas de reflexión que luego serán apilados para representar la información sísmica de un punto del subsuelo.

CONCLUSIONES

En el estudio del modelo no convencional de procesamiento se encontró que la aproximación mas apropiada para el *Moveout* característico de un medio VTI en el dominio de las grades coberturas del offset, es la denominada aproximación no hiperbólica, debido a que los registros del campo de onda en el dominio CMP logran ser totalmente corregidos, lo cual posibilita mejores resultados en el apilamiento de datos. De esta forma, Se aplicó una alternativa no convencional de procesamiento que implementa la descripción cuantitativa de un medio anisótropo VTI mediante los coeficientes del tercer término para el tiempo de propagación de la onda, producto de la unión de las teorías referidas a la expansión de la serie de Taylor y la aproximación de la anisotropía sísmica débil. Los resultados obtenidos en las correcciones del CMP 779 en la Figura 4.10 y 4.11 corroboran la notable diferencia entre el modelo convencional y el modelo no hiperbólico de corrección. Efectivamente, la aplicación del modelo no hiperbólico permite recuperar mayor información de los datos sísmicos en el dominio CMP.

Se propuso un nuevo modelo de corrección del *Moveout* no hiperbólico que implementa dos nuevas combinaciones de los parámetros de anisotropía ϵ y δ . Estos nuevos parámetros $\zeta^{(4)}$ y $\zeta^{(\kappa)}$ posibilitan la descripción del grado de la anisotropía del medio y a su vez permiten sincronizar la estructura de la ecuación no convencional con el algoritmo de corrección usado en Seismic Unix.

Mediante la implementación del algoritmo de trazado de rayos, se logró cuantificar el campo de velocidades de incidencia V_{bef} sobre cada estrato principal y además se determinaron los tiempos de arribo vertical t_{P0} necesarios para la corrección de los eventos hiperbólicos y no hiperbólicos.

Dentro de los límites de la aproximación hiperbólica y no hiperbólica, se logró identificar el factor predominante sobre cada tipo de corrección de tal forma que V_{nmo} se define como el parámetro principal sobre la corrección hiperbólica y los parámetros ϵ y δ se determinan como los términos de mayor importancia sobre la corrección del *Moveout* no hiperbólico.

Se corroboró la amplia utilidad computacional del paquete de herramientas de modelado y procesamiento *Seismic Unix* en el desarrollo de las técnicas alternativas de procesa-

miento, mediante la implementación de dos secuencias principales: la etapa básica de modelado que incorpora modelos anisótropos de velocidades, trazado de rayos, adquisición de datos sintéticos y modelos diferenciales de propagación. Finalmente, la fase de procesamiento no convencional que refiere al modelo de corrección no hiperbólico del *Moveout* de las curvas de reflexión de las ondas P en el dominio CMP.

En vista de los resultados del análisis de semblanza y corrección del *Moveout* para el CMP de menor cobertura representados en las Figuras 4.8 y 4.9, se demostró que para pequeñas registros en las coberturas horizontales del campo de onda, limitadas por la profundidad del reflector, el *Moveout* de la onda P permanece en su forma hiperbólica incluso en presencia de anisotropía.

APÉNDICES

A1. Ecuación Bidimensional NMO Sobre una Capa Simple VTI

Supongamos que una línea CMP es confinada al plano inclinado de un reflector cuyo estrato es homogéneo y anisótropo (Figura 2.1). Para el desarrollo analítico del problema, supongamos que el plano de incidencia representa un plano espejo de simetría del medio, el cual permite describir el problema en únicamente dos dimensiones debido a que ni el vector velocidad de grupo, ni el vector velocidad de fase de cualquier rayo reflejado tiene componentes fuera de este plano. El objetivo es encontrar la expresión analítica para la velocidad del *Moveout* como función de la inclinación φ del reflector. De esta forma, como ha sido definido en la ecuación (2.4),

$$V_{nmo}^2(\varphi) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{d(x^2)}{d(t^2)}. \quad (5.1)$$

Considerando que para modelos homogéneos y horizontales, la componente horizontal del vector lentitud o parámetro del rayo ς no cambia entre el reflector y la superficie. En este caso es conveniente representar la velocidad NMO de la siguiente forma [14]:

$$V_{nmo}^2(\varphi) = \frac{2}{t_0} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{dh}{d\varsigma}, \quad (5.2)$$

donde $h = x/2$ es la mitad del *offset* fuente-receptor y t_0 es el tiempo doble de viaje a lo largo del *offset* nulo o incidencia normal. Por otro lado, en la Figura 2.1 se muestra que z_0 es la profundidad del punto de reflexión para cualquier h y que por tanto, puede ser considerado igual a la profundidad del punto de reflexión a cero *offset*. Con esto en mente, $h = z_0(\tan \psi - \tan \psi_0)$, donde ψ_0 y ψ corresponden a el ángulo de velocidad de grupo para el cero *offset* y el ángulo de rayo a *offset* diferente de cero respectivamente. Luego la ecuación (5.2) se convierte en

$$V_{nmo}^2(\varphi) = \frac{2z_0}{t_0} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{d \tan \psi}{d\zeta}. \quad (5.3)$$

El ángulo de grupo ψ en un plano de simetría vertical puede ser encontrado usando la ecuación (5.45), de tal forma que

$$\tan \psi = \frac{\tan \theta + V \frac{\partial V}{\partial \theta}}{1 - \frac{\tan \theta}{V} \frac{\partial V}{\partial \theta}}. \quad (5.4)$$

Con esto en mente, el término diferencial en la ecuación (5.3) puede replantearse como:

$$\frac{d \tan \psi}{d\zeta} = \frac{d \tan \psi}{d\theta} \frac{d\theta}{d\zeta}, \quad (5.5)$$

luego, usando la ecuación (5.4), encontramos

$$\frac{d \tan \psi}{d\theta} = \frac{1 + \frac{1}{V} \frac{d^2 V}{d\theta^2}}{\left(1 - \frac{\tan \theta}{V} \frac{dV}{d\theta}\right)^2 \cos^2 \theta}. \quad (5.6)$$

Considerando la definición del parámetro de rayo $\zeta = \sin \theta / V$, y las propiedades para diferenciales trigonométricos,

$$\frac{d\theta}{d\zeta} = \frac{V}{\left(1 - \frac{\tan \theta}{V} \frac{dV}{d\theta}\right) \cos \theta}. \quad (5.7)$$

Ahora retomando la ecuación (5.5), utilizando los resultados en (5.6) y (5.7),

$$\frac{d \tan \psi}{d\zeta} = \frac{V \left(1 + \frac{1}{V} \frac{d^2 V}{d\theta^2}\right)}{\left[\left(1 - \frac{\tan \theta}{V} \frac{dV}{d\theta}\right) \cos \theta\right]^3}. \quad (5.8)$$

Como se muestra en la Figura 2.1, la distancia vertical desde el punto de reflexión a cero *offset* a la superficie esta dada por

$$z_0 = \frac{1}{2}V_G(\psi_0)t_0 \cos \psi_0. \quad (5.9)$$

Teniendo en cuenta que $V_G(\psi_0) \cos \psi_0$ es la componente vertical del vector velocidad de grupo, y que a su vez, dicha componente esta relacionada con la velocidad de fase y el ángulo de fase como [5]:

$$V_{Gz} = \frac{\partial(kV)}{\partial k_z} = V \cos \theta - \left. \frac{\partial V}{\partial \theta} \right|_{\varphi=const} \sin \theta, \quad (5.10)$$

donde k_z corresponde a la componente vertical del vector de onda, el cual es paralelo al vector velocidad de fase y tiene un magnitud de $k = w/V$ (w corresponde a la frecuencia angular del movimiento). De esta forma, la ecuación (5.9) corresponde a:

$$z_0 = \frac{1}{2}Vt_0 \left(1 - \frac{\tan \theta}{V} \frac{dV}{d\theta} \right) \cos \theta. \quad (5.11)$$

El ángulo de fase θ para el *offset* nulo es igual a la inclinación del reflector φ , y por lo tanto z_0 se convierte en:

$$z_0 = \frac{1}{2}V(\varphi)t_0 \left(1 - \frac{\tan \varphi}{V(\varphi)} \frac{dV}{d\theta} \right) \cos \theta, \quad (5.12)$$

donde la derivada $dV/d\theta$ debe ser evaluada en el ángulo φ . Finalmente, sustituyendo las ecuaciones (5.8) y (5.12) en la ecuación (5.3), la velocidad NMO corresponde a:

$$V_{nmo}(\varphi) = \frac{V(\varphi)}{\cos \varphi} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{V(\varphi)} \frac{d^2V}{d\theta^2}}}{1 - \frac{\tan \varphi}{V(\varphi)} \frac{dV}{d\theta}}. \quad (5.13)$$

A2. Aproximación de la Anisotropía Débil Para la Velocidad NMO de Ondas P en Medios TTI

Para el desarrollo general de las expresiones para la aproximación de la anisotropía débil, se ha decidido generalizar el resultado del modelo VTI y comenzar el análisis con un modelo tipo TTI. Para la aproximación, es necesario expandir la ecuación (2.5) en los términos anisótropos $V''(\phi)/V(\phi)$ y $\tan \phi V'(\phi)/V(\phi)$, los cuales deben ser nulos

para el caso de un medio isótropo. Expandiendo y eliminando los términos cuadráticos y de mayor orden en la expansión, la ecuación (2.5) se transforma en

$$V_{nmo}(\phi) = \frac{V(\phi)}{\cos \phi} \left[1 + \frac{V''(\phi)}{2V(\phi)} + \tan \phi \frac{V'(\phi)}{V(\phi)} \right]. \quad (5.14)$$

Para ondas P, la función de velocidad de fase linealizada en los parámetros anisótropos esta representada en la ecuación (2.13). Luego para el caso general, en el que el eje de simetría del medio TI determina un ángulo ν con la vertical, la ecuación (2.13) se transforma en

$$V_P(\theta) = V_{P0}(1 + \delta \sin^2 \bar{\theta} \cos^2 \bar{\theta} + \varepsilon \sin^4 \bar{\theta}), \quad (5.15)$$

donde $\bar{\theta} = \theta - \nu$. Luego para los términos diferenciales de la ecuación (2.5), deben calcularse las derivadas de V_P tales que,

$$V'(\theta) = V_{P0} \sin 2\bar{\theta} (\delta \cos 2\bar{\theta} + 2\varepsilon \sin^2 \bar{\theta}). \quad (5.16)$$

Ahora diferenciando la ecuación (2.14), obteniendo su segunda derivada,

$$V''(\theta) = 2V_{P0} [\delta \cos 4\bar{\theta} + 2\varepsilon \sin^2 \bar{\theta} (1 + 2 \cos 2\bar{\theta})]. \quad (5.17)$$

Debido a que la velocidad de fase y sus derivadas deben ser evaluadas en el ángulo $\theta = \varphi$, es posible y conveniente cambiar a la notación angular $\bar{\varphi} = \varphi - \nu$. Luego la ecuación (5.14) puede replantearse como:

$$V_{nmo}(\varphi) \cos \varphi = V(\bar{\varphi}) \left[1 + \frac{V''(\bar{\varphi})}{2V(\bar{\varphi})} + \tan \bar{\varphi} \frac{V'(\bar{\varphi})}{V(\bar{\varphi})} (\tan \varphi - \tan \bar{\varphi}) \frac{V'(\bar{\varphi})}{V(\bar{\varphi})} \right], \quad (5.18)$$

donde el término

$$C(\bar{\varphi}) = V(\bar{\varphi}) \left[1 + \frac{V''(\bar{\varphi})}{2V(\bar{\varphi})} + \tan \bar{\varphi} \frac{V'(\bar{\varphi})}{V(\bar{\varphi})} \right], \quad (5.19)$$

describe exactamente la misma forma que $[V_{nmo}(\varphi) \cos \varphi]$ para un eje vertical de simetría donde $\nu = 0$, $\bar{\varphi} = \varphi$ como en la ecuación (5.14). Ahora, retomando la expresión (2.18) para la aproximación de la anisotropía débil para un medio VTI, donde

$$V_{nmo}(\varphi) \cos \varphi = V_{P0} [1 + \delta \sin^2 \varphi + 3(\varepsilon - \delta) \sin^2 \varphi (2 - \sin^2 \varphi)]. \quad (5.20)$$

Al reemplazar φ por $\bar{\varphi}$ en la ecuación (5.20), es posible representar $C(\bar{\varphi})$ en la ecuación (5.20) como,

$$C(\bar{\varphi}) = V_{P0}[1 + \delta + \delta \sin^2 \bar{\varphi} + 3(\varepsilon - \delta) \sin^2 \bar{\varphi}(2 - \sin^2 \bar{\varphi})]. \quad (5.21)$$

Usando la ecuación (5.15) y (5.16), y las respectivas propiedades trigonométricas, se logra determinar la aproximación de la anisotropía débil para el término remanente en la ecuación (5.18):

$$(\tan \varphi - \tan \bar{\varphi}) \frac{V'(\bar{\varphi})}{V(\bar{\varphi})} = \frac{2 \sin \nu \sin \bar{\varphi}}{\cos \varphi} [\delta + 2(\varepsilon - \delta) \sin^2 \bar{\varphi}]. \quad (5.22)$$

Finalmente, sustituyendo las ecuaciones (5.21) y (5.22) en la ecuación (5.18),

$$\begin{aligned} V_{nmo}(\varphi) \cos \varphi &= V_{P0} \left(1 + \delta + \delta \sin^2 \bar{\varphi} + 3(\varepsilon - \delta) \sin^2 \bar{\varphi}(2 - \sin^2 \bar{\varphi}) \right) \\ &+ \frac{2 \sin \nu \sin \bar{\varphi}}{\cos \bar{\varphi}} [\delta + 2(\varepsilon - \delta) \sin^2 \bar{\varphi}]. \end{aligned} \quad (5.23)$$

La ecuación (5.23) representa la aproximación de la anisotropía débil para la velocidad NMO de ondas P en un medio generalizado de tipo TTI, donde los parámetros de anisotropía ε y δ han sido completamente linealizados.

A3. Velocidad de Grupo

Antes de desarrollar cualquier análisis teórico sobre los campos de velocidades es necesario hallar los parámetros que restringen la equivalencia entre la velocidad de grupo y velocidad de fase del campo de onda. En este caso, se plantea el estudio de la relación entre las orientaciones y magnitudes de los vectores ζ y $\hat{\mathbf{x}}$. Matemáticamente, las componentes de estos vectores son las variables usadas para la transformación de Legendre [26]. Físicamente, ζ corresponde al vector normal al frente de onda y $\hat{\mathbf{x}}$ es el vector tangente al rayo. Consideremos un punto \mathbf{x} del medio continuo y dentro del mismo, la dependencia direccional del Hamiltoniano \mathcal{H} . Luego, considerando las ecuaciones de Hamilton,

$$\dot{x}_i = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \zeta_i}, \quad \dot{\zeta}_i = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_i}, \quad (5.24)$$

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\varsigma^2 V^2(\mathbf{x}, \varsigma). \quad (5.25)$$

Usando la primera definición de (5.24), resolviendo para ς y V de manera explícita,

$$\dot{x}_i = \frac{\partial}{\partial \varsigma_i} \left(\frac{1}{2} \varsigma^2 V^2 \right) = \varsigma_i V^2 + \frac{1}{2} \varsigma_i^2 \frac{\partial V^2}{\partial \varsigma_i} = \varsigma_i V^2 + \varsigma_i^2 V \frac{\partial V}{\partial \varsigma_i} = \varsigma_i V^2 + \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial \varsigma_i}. \quad (5.26)$$

En la ecuación (5.26) se ha considerado la relación inversa entre el campo de velocidad de fase y la magnitud del parámetro ς resultado de la ecuación Eikonal, donde, $\varsigma^2 V^2 = 1$. Como es de saberse, el vector \dot{x} es tangente al rayo $x(t)$ y por lo tanto, \dot{x} puede ser considerado como la velocidad de la señal a lo largo del rayo. Para la magnitud de este vector,

$$V_G = |\dot{x}| = \sqrt{\dot{x} \cdot \dot{x}} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \delta_{ij} \dot{x}_i \dot{x}_j}. \quad (5.27)$$

Donde la función de dos variables δ_{ij} corresponde a la notación matemática del Delta de Kronecker. De esta forma,

$$\dot{x}_i^2 = \left(\varsigma_i V^2 + \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial \varsigma_i} \right)^2. \quad (5.28)$$

Luego para las tres componentes, expandiendo la expresión (5.28) en los términos sumatorios,

$$\sum_{i=1}^3 \left[\varsigma_i^2 V^4 + 2\varsigma_i V \frac{\partial V}{\partial \varsigma_i} + \frac{1}{V^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \varsigma_i} \right)^2 \right] = V^4 \sum_{i=1}^3 \varsigma_i^2 + 2V \sum_{i=1}^3 \varsigma_i \frac{\partial V}{\partial \varsigma_i} + \frac{1}{V^2} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial V}{\partial \varsigma_i} \right)^2. \quad (5.29)$$

En este caso el término $\sum_{i=1}^3 \varsigma_i \frac{\partial V}{\partial \varsigma_i} = 0$ bajo la consideración del teorema para funciones homogéneas de Euler [22]. Por lo tanto,

$$V_G = \sqrt{\sum_{i=1}^3 V^4 (\varsigma_i)^2 + \frac{1}{V^2} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial V}{\partial \varsigma_i} \right)^2} = \sqrt{V^2 + \frac{1}{V^2} \left(\nabla_{\varsigma} V \right)^2}, \quad (5.30)$$

donde $\nabla_{\varsigma} V$ corresponde al gradiente de la función de velocidad de fase respecto a ς . Para efectos de simplificación y usando algunas de las propiedades de los logaritmos, la ecuación (5.30) puede ser establecida como:

$$V_G = \sqrt{V^2 + \left[\nabla_{\zeta}(\ln V) \right]^2}. \quad (5.31)$$

La ecuación (5.31) representa la velocidad del rayo como función de la velocidad de fase. Para el caso bidimensional, sobre el plano de propagación $x_1 - x_3$, donde x_1 representa el eje vertical del modelo,

$$V_G = \sqrt{V^2 + \left(\frac{\partial \ln V}{\partial \varsigma_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \ln V}{\partial \varsigma_3} \right)^2}. \quad (5.32)$$

Luego hallando la relación geométrica entre el ángulo de fase θ y las componentes del vector $\vec{\zeta}$,

$$\theta = \arctan \left(\frac{\varsigma_1}{\varsigma_3} \right). \quad (5.33)$$

Nuevamente, por efectos de simplificación, el operador diferencial $\partial/\partial\varsigma_i$ puede ser expresado como:

$$\frac{\partial}{\partial \varsigma_1} = \frac{\partial \theta}{\partial \varsigma_1} \frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial \arctan \left(\frac{\varsigma_1}{\varsigma_3} \right)}{\partial \varsigma_1} \frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\varsigma_3^2}{\varsigma_3^2 + \varsigma_1^2} \frac{\partial}{\partial \varsigma_1} \left(\frac{\varsigma_1}{\varsigma_2} \right) \frac{\partial}{\partial \theta}. \quad (5.34)$$

Para el resultado en la ecuación (5.34) fue implementada la propiedad diferencial de la función trigonométrica inversa de $\tan u$, tal que,

$$\partial \arctan u = \frac{\partial u}{1 + u^2}, \quad (5.35)$$

luego, simplificando el resultado en la expresión (5.34),

$$\frac{\partial}{\partial \varsigma_1} = \frac{\varsigma_3}{\varsigma_3 + \varsigma_1} \frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\varsigma_3}{\varsigma^2} \frac{\partial}{\partial \theta} = \varsigma_3 V^2 \frac{\partial}{\partial \theta}. \quad (5.36)$$

De la misma forma, para la segunda componente ς_3 y debido a la configuración algebraica, alternando el signo del resultado en (5.36),

$$\frac{\partial}{\partial \varsigma_3} = -\varsigma_1 V^2 \frac{\partial}{\partial \varsigma_3}. \quad (5.37)$$

Finalmente, usando los resultados en (5.36) y (5.37), sobre la ecuación (5.32), se obtiene:

$$V_G = \sqrt{V^2 + \left(\varsigma_3 V^2 \frac{\partial \ln V}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\varsigma_1 V^2 \frac{\partial \ln V}{\partial \theta}\right)^2} = \sqrt{V^2 + \varsigma^2 V^4 \left(\frac{\partial \ln V}{\partial \theta}\right)^2}, \quad (5.38)$$

$$V_G = \sqrt{V^2 + \left(\frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta}\right)^2}. \quad (5.39)$$

Este resultado determina el factor discriminante en la diferencia de los campos de velocidades de fase y velocidades de grupo. Principalmente, para el caso en el que son consideradas las descripciones de un medio anisótropo débil, tal que los términos cuadráticos o de mayor orden en los parámetros ε y δ pueden ser no considerados en algunas de las expresiones de este trabajo. Por lo tanto, para el caso de la anisotropía débil en relación a la ecuación (5.39) y retomando el resultado en la ecuación (2.13),

$$V_G = \sqrt{V^2 + \left(\frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta}\right)^2} = \sqrt{V^2 + \left(V_{P0} \sin 2\theta (\delta \cos 2\theta + 2\varepsilon \sin^2 \theta)\right)^2}, \quad (5.40)$$

$$V_G = \sqrt{V^2 + V_{P0}^2 \sin^2 2\theta (\delta^2 \cos^2 2\theta + 4\varepsilon \delta \cos 2\theta \sin^2 \theta + 4\varepsilon^2 \sin^4 \theta)} \approx V. \quad (5.41)$$

A4. Ángulo del Rayo y de Fase

Para ilustrar la relación entre las orientaciones de los vectores ζ y \dot{x} , consideremos ahora el caso de un medio continuo bidimensional que esta contenido dentro del plano $x_1 x_3$. Dentro de este plano, el ángulo de fase corresponde al determinado en la expresión (5.33). De manera análoga, es posible determinar la orientación del vector tangente al rayo $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{x}_1, \dot{x}_3]$, en términos de una amplitud angular. Por lo tanto, el ángulo del rayo es dado por las componentes diferenciales de los términos espaciales x_1 y x_3 , tal que,

$$\psi = \arctan \left(\frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_3} \right). \quad (5.42)$$

He implementando el resultado obtenido en la ecuación (5.28),

$$\dot{x} = \varsigma_i V^2 + \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial \varsigma_i}. \quad (5.43)$$

De este modo, usando la definición para la amplitud angular de propagación del rayo, representada en la ecuación (5.42) y usando las equivalencias de (5.43) para \dot{x}_1 y \dot{x}_3 respectivamente,

$$\tan \psi = \frac{\varsigma_1 V^2 + \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial \varsigma_1}}{\varsigma_3 V^2 + \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial \varsigma_3}} = \frac{\varsigma_1 V^2 + \varsigma_3 V \frac{\partial V}{\partial \theta}}{\varsigma_3 V^2 - \varsigma_1 V \frac{\partial V}{\partial \theta}} = \frac{\frac{\varsigma_1}{\varsigma_3} + \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial \theta}}{1 - \frac{\varsigma_1}{V \varsigma_3} \frac{\partial V}{\partial \theta}}. \quad (5.44)$$

Donde fueron utilizadas las definiciones de las ecuaciones (5.36) y (5.37). Recordando que $\tan \theta = \varsigma_3/\varsigma_1$, la expresión (5.44) puede ser reescrita por:

$$\tan \psi = \frac{\tan \theta + V \frac{\partial V}{\partial \theta}}{1 - \frac{\tan \theta}{V} \frac{\partial V}{\partial \theta}}. \quad (5.45)$$

La ecuación (5.45) finalmente relaciona el ángulo de fase y de rayo del campo de onda. En este caso, nuevamente el factor discriminante que diferencia la velocidad de fase y de grupo corresponde al término diferencial de campo de velocidad de fase respecto a la amplitud angular θ .

SUMARIO DE ABREVIACIONES

NOTACIONES

A_0	Coefficiente de Taylor de orden cero.
A_2	Coefficiente de Taylor de segundo orden.
A_4	Coefficiente de Taylor de cuarto orden.
A_2^w	Coefficiente de Taylor de segundo orden para la aproximación de la anisotropía débil.
A_4^w	Coefficiente de Taylor de cuarto orden para la aproximación de la anisotropía débil.
$A^{(\kappa)}$	Coefficiente de aproximación de anisotropía débil.
x/z	Radio <i>offset</i> -profundidad.
t_0	Tiempo de arribo a cero <i>offset</i> .
t_P	Tiempo de viaje de onda P.
t_{P0}	Tiempo de arribo a cero <i>offset</i> para ondas P.
t_H	Tiempo de corrección hiperbólico.
t_T	Tiempo de corrección de Taylor.
t_A	Tiempo de corrección usando la aproximación de la anisotropía débil.
\mathcal{H}	Hamiltoniano del modelo de teoría de rayos.
P	Onda P.
S	Onda S.
$C_{\alpha\beta}$	Constantes elásticas del medio
V	Velocidad de fase.
V_G	Velocidad de grupo.
V_h	Velocidad horizontal.
V_{nmo}	Velocidad de corrección del <i>Moveout</i> para ondas P.
V_P	Velocidad del campo de onda P.
V_{P0}	Velocidad de onda P a cero <i>offset</i> sobre el eje de simetría.
V_S	Velocidad del campo de onda S.
V_{S0}	Velocidad de onda S a cero <i>offset</i> sobre el eje de simetría.

NOTACIÓN ALFANUMÉRICA GRIEGA

ε and δ	Parámetros de Thomsen.
λ and μ	Constantes de Lamé.
η	Parámetro de anelipticidad.
$\vec{\zeta}$	Vector lentitud o parámetro del rayo.
ψ	Ángulo de rayo de velocidad de grupo respecto al eje de simetría.
θ	Ángulo respecto al eje de simetría del vector normal al frente de onda. Relacionado con la velocidad de fase.
ξ	Término cuadrático del vector lentitud $\vec{\zeta}$.
φ	Inclinación del reflector respecto al eje horizontal.
$\zeta^{(4)}$	Parámetro anisótropo que acompaña al factor de cuarto grado en el <i>offset</i> sobre el tercer término de $t_A^2(x^2)$.
$\zeta^{(\kappa)}$	Parámetro anisótropo que acompaña al factor de segundo grado en el <i>offset</i> sobre el tercer término de $t_A^2(x^2)$.

SIGLAS EN INGLES

CDP	Common Depth Point
CMP	Common Mid Point
CCP	Common Converted Point
TTI	Tilted Transverse Isotropy
TI	Transversely Isotropic
VTI	Vertical Transverse Isotropy
WAA	Weak Anisotropy Approximation
NMO	Normal <i>Moveout</i> Correction
AVO	Amplitude Variations with Offset

NOTACIÓN DE FUNCIONES EN SEISMIC UNIX

Trimodel	Make a triangulated sloth ($1/velocity^2$) model.
Spsplot	Plot a triangulated sloth function $\xi(x, z)$ via PostScript
Unif2	Generate a 2-D UNIFormly sampled velocity profile from a layered model. In each layer, velocity is a linear function of position.
Triray	Dynamic RAY tracing for a TRIangulated sloth model

**NOTACIÓN DE FUNCIONES
EN SEISMIC UNIX**

Psgraph	PostScript GRAPHer
Triseis	Gaussian beam synthetic seismograms for a sloth model
Suaddhead	Put headers on bare traces and set the tracl and ns fields
Sushw	Set one or more Header Words using trace number, mod and integer divide to compute the header word values or input the header word values from a file.
Suaddnoise	Add noise to traces
Suwind	Window traces by key word
Suxwigb	X-windows Bit-mapped WIGgle plot of a segy data set. This is a modified suxwigb that uses the depth or coordinate scaling when such values are used as keys.
Suximage	X-windows IMAGE plot of a segy data set.
Sugain	Apply various types of gain.
Surange	Get max and min values for non-zero header entries.
Suvelan	Compute stacking velocity semblance for cdp gathers.
Sunmo	NMO for an arbitrary velocity function of time and CDP.

REFERENCIAS

- [1] Al-Chalabi, M., 1974, An analysis of stacking, rms, average, and interval velocities over a horizontally layered ground, *Geophys. Prosp.*, 22, 458-475.
- [2] Al-Dajani, A., and Tsvankin, I., 1998, Nonhyperbolic reflection Moveout for horizontal transverse isotropy, *Geophysics*, 63, 1738-1753.
- [3] Alkhalifah, T., 1997b, Velocity analysis using nonhyperbolic moveout in transversely isotropic media, *Geophysics*, 62, 1839-1854.
- [4] Alkhalifah, T., and Tsvankin, I., 1995, Velocity analysis for transversely isotropic media. *Geophysics*, 54:1550-1566.
- [5] Berryman, J.G., 1979, Long-wave elastic anisotropy in transversely isotropic media, *Geophysics*, 44, 896-917.
- [6] Berryman, J.G., Grechka, V., and Berge, P.A., 1999, Analysis of Thomsen parameters for finely layered VTI media, *Geophys. Prosp.*, 47, 959-978.
- [7] Byun, B.S., and Corrigan, D., 1990, Seismic travelttime inversion for transverse isotropy, *Geophysics*, 55, 192-200.
- [8] Byun, B.S., Corrigan, D., and Gaiser, J.E., 1989, Anisotropic velocity analysis for lithology discrimination, *Geophysics*, 54, 1564-1574.
- [9] Cohen, J.K., 1998, A convenient expression for the NMO velocity function in terms of ray parameter, *Geophysics*, 63, 275-278.
- [10] Daley, P. F., and Hron, F., 1977, Reflection and transmission coefficients for transversely isotropic mediam, *Bull., Seis. Am.*, **67**, 661-675.
- [11] Dix, C. H., 1995, Seismic velocities from surface measurements, *geophysics*, 20, 68-86.
- [12] Forel D., Benz T., Pennington W.D., 2005, Seismic data processing with seismic unix. Society of Exploration Geophysicists, Course Note Series No. 12 Lawrence M. Gochioco, Series Editor.

- [13] Hale, D., 1984, Migration by the Kirchhoff, slant stack, and Gaussian beam methods, Center for Wave Phenomena Research Report (CWP-121).
- [14] Hale, D., 1992, Migration by the Kirchhoff, slant stack, and Gaussian beam methods, Center for phenomena Research Report (CWP-121).
- [15] Hake K., Helbig C.M., 1984, Three-term Taylor series for $t^2 - x^2$ curves of p and s waves over layered transversely isotropic ground. *Geophysical Prospecting*, 32:828-850.
- [16] Helbig, K., 1994, *Foundations of elastic anisotropy for seismic exploration*, Pergamon Press.
- [17] John W., Stockwell J., Cohen J.K., 2008, The new su user's manual. *The Society of Exploration Geophysicists*, 13, 2-46.
- [18] Landrø M., Tsvankin I. 2007, Seismic critical-angle reflectometry: A method to characterize azimuthal anisotropy, *Geophysics*, 3, 22-72.
- [19] Levin, F.K., 1971, Apparent velocity from dipping interface reflections, *Geophysics*, 36, 510-516.
- [20] Levin, F.K., 1990, Reflection from a dipping plane - Transversely isotropic solid, *Geophysics*, 55, 851-855.
- [21] Nye, J.F., (1957,1985) *Physical properties of crystals: their representation by tensors and matrices*, Oxford University Press.
- [22] Olmsted, J.M.H., 1961, *Advanced calculus*: Prentice-Hall, Inc., p. 272.
- [23] Pech A., Tsvankin I., 2004, Quartic moveout coefficient for a dipping azimuthally anisotropic layer. *Geophysics*, 69, 699-707.
- [24] Pech A., Tsvankin I., Grechka V., 2003, Quartic moveout coefficient: 3d description and application to tilted TI media. *Geophysics*, 68, 1600-1610.
- [25] Sena, A.G., 1991, Seismic traveltime equations for azimuthally anisotropic and isotropic media, Estimation of internal elastic properties, *Geophysics*, 56, 2090-2101.
- [26] Slawinski, M.A., 2003, *Seismic Waves and Rays in Elastic Media*, Department of Earth Sciences, Memorial University of Newfoundland.
- [27] Taner M., Koehler F., 1969, Velocity spectra-digital computer derivation and applications of velocity functions, *Geophysics*, 34, 859-881.
- [28] Thomsen L., 1986, Weak elastic anisotropy, *Geophysics*, 51, 1954-1966.
- [29] Tsvankin I., Thomsen L., 1994, Nonhyperbolic reflection moveout in anisotropic media. *Geophysics*, 59, 1290-304.

-
- [30] Tsvankin I., Thomsen L., 1995, Inversion of reflection traveltimes for transverse isotropy. *Geophysics*, 60, 1095-1107.
 - [31] Tsvankin I., 2001, *Seismic Signatures and Analysis of Reflection Data in Anisotropic Media*, Center for Wave Phenomena, Colorado School of Mines, 109, 4-445.
 - [32] Xu X., Tsvankin I., 2008, Moveout-based geometrical-spreading correction for ps-waves in layered anisotropic media. *Journal of Geophysics and Engineering-Iop Publishing.*, 5, 195-202.
 - [33] Yilmaz O. 1987, *Fundamentals of signal processing-seismic data analysis*, Society of Exploration Geophysicists, 1.