

**ANALISIS DE LA INTERACCION VIGA DE RIGIDEZ - CABLE EN
PUENTES VEHICULARES SUSPENDIDOS DE UN SOLO CARRIL**

RAFAEL AUGUSTO ZAFRA DULCEY

Trabajo de Grado presentado como requisito parcial
para optar al Título de Especialista en Estructuras

Director:

RICARDO CRUZ HERNADEZ I.C

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL
BUCARAMANGA**

2004

**ANALISIS DE LA INTERACCION VIGA DE RIGIDEZ - CABLE EN
PUENTES VEHICULARES SUSPENDIDOS DE UN SOLO CARRIL**

RAFAEL AUGUSTO ZAFRA DULCEY

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL
BUCARAMANGA**

2004

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa su agradecimiento a:

A la Escuela de Ingeniería Civil de la Universidad Industrial de Santander,
sus directivas y profesores

A Ricardo Cruz Hernández, I.C, Director de la especialización en estructuras
y tutor de la presente monografía de grado

A mi familia

A todas aquellas personas que de una u otra manera colaboraron en la
realización del presente trabajo

DEDICATORIA

A Carmenza, Diana y Sandra quienes con su amor, comprensión y apoyo,
siempre me dieron animo para seguir

CONTENIDO

	Pág.
PROLOGO	17
INTRODUCCION	18
1. RECUENTO HISTORICO	20
2. DESCRIPCION DEL FUNCIONAMIENTO DE UN	22
2.1 COMPONENTES DEL PUENTE SUSPENDIDO	23
3. EL CABLE	25
3.1 COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL	25
3.2 EL CABLE PARABOLICO	27
3.2.1 Tensión Horizontal	27
3.2.2 Tensión Máxima	28
3.2.3 Longitud del Cable	29
3.2.4 Deformación del Cable.	29
3.2.4.1 Deformación por Temperatura	30
3.2.4.2 Deformación por Carga	30
3.2.5 Variación en la Flecha.	30
3.2.6 Variación en la Tensión Horizontal	31
4. DESCRIPCION DE LOS METODOS DE ANALISIS DEL CONJUNTO	
CABLE Y VIGA DE RIGIDEZ	32
4.1 EL METODO ELASTICO	32
4.1.1 Introducción	32
4.1.2 Consideraciones de la Teoría	32
4.1.3 Hipótesis fundamentales.	34
4.1.4 Ecuaciones Básicas	34
4.1.5 Determinación de la Tensión Horizontal (H).	36
4.1.6 Casos Especiales de Carga	42
4.1.6.1 Carga Concentrada.	42

4.1.6.2 Carga Distribuida	43
4.1.7 Momentos en la Viga de Rigidez	44
4.1.7.1 Carga Distribuida	44
4.1.7.2 Carga Puntual.	45
4.1.8 Cortante en la viga de rigidez	46
4.1.8.1 Carga Distribuida.	47
4.1.8.2 Puntual	48
4.1.9 Efectos de la Temperatura	48
4.1.9.1 Tensión Horizontal.	48
4.1.9.2 Momento.	49
4.1.9.3 Cortante.	49
4.1.10 Deflexión de la Viga de Rigidez	50
4.1.10.1 Deflexión por Cargas.	50
4.1.10.2 Deflexión por Temperatura	51
4.1.10.3 Deflexión Total.	51
4.1.11 Contraflecha del Tablero.	51
4.1.12 Cargas de Viento.	52
4.1.13 Pendolones	53
4.2 METODO EMPIRICO	54
4.3 TEORIA DE LA DEFLEXION	55
4.3.1 Justificación	55
4.3.2 Hipótesis Fundamentales.	55
4.3.3 Ecuaciones Básicas.	56
4.3.4 Tensión Horizontal H	58
4.3.5 Constantes de Integración	60
4.3.6 Cortante	60
4.3.7 Deflexión Máxima.	61
4.3.8 Procedimiento de Cálculo.	61
4.3.8.1 Tensión Máxima en el Cable.	61
4.3.8.2 Momentos en la Viga de Rigidez.	61

4.3.8.3 Cortante en la viga de rigidez	62
5. CARACTERISTICAS MECANICAS DEL CABLE	63
5.1 DEFINICIONES	63
5.1.1 Resistencia Última (Fu).	63
5.1.2 Límite Proporcional (Fy).	63
5.1.3 Módulo de Elasticidad (Ec).	63
5.1.4 Alargamiento Porcentual.	64
5.1.5 Doblamiento.	64
5.1.6 Relajación.	64
5.1.7 Esfuerzo de fatiga	64
6. DEFINICION DEL MODELO ESTRUCTURAL	66
6.1 DESCRIPCION	66
6.2 FACTOR CAMION	67
6.3 INERCIA DE LOS ELEMENTOS	68
6.4 APORTE DEL TABLERO A LA RIGIDEZ DEL SISTEMA	68
6.5 VIGA EQUIVALENTE	69
6.5.1 Ecuación General.	69
6.5.2 Verificación de la Ecuación (117)	69
6.5.3 Verificación del cálculo de la inercia.	70
7. APLICACION DEL METODO EMPIRICO EN LA EVALUACION DEL MODELO ESTRUCTURAL	71
7.1 SECUENCIA DE CONSTRUCCION	71
7.2 CARGAS	71
7.3 TENSIONES EN EL CABLE	72
7.4 ESFUERZO EN CABLES	73
7.5 VARIACION DE LA FLECHA	73
7.6 TENSIONES EN LA VIGA DE RIGIDEZ	74
7.6.1 Hipótesis de Cálculo	74
7.6.2 Momentos.	74
7.6.2.1 Caso A	75

7.6.2.2 Caso B.	76
7.6.2.3 Caso C.	78
7.6.2.4 Caso D.	79
7.6.3 Cortante	81
7.6.4 Cargas de Viento	82
7.6.4.1 Presión del Viento	82
7.6.4.2 Reducción de la Presión.	82
7.6.4.3 Esfuerzos en la Cercha Inferior	83
7.7 ESFUERZO EN PENDOLONES	85
8. APLICACION DEL METODO DE LA TEORIA ELASTICA EN LA EVALUACION DEL MODELO ESTRUCTURAL	86
8.1 EL CABLE	86
8.1.1 Tensión Horizontal.	86
8.1.1.1 Distribución en Función de la Posición de la Carga.	87
8.1.1.1.1 Carga puntual.	87
8.1.1.1.2 Carga Distribuida.	88
8.1.1.2 Tensión Máxima en el Prototipo.	90
8.1.1.3 Variación de la Tensión en Función de la Rigidez	90
8.2 VIGA DE RIGIDEZ	91
8.2.1 Momentos.	91
8.2.1.1 Carga W en Todo el Vano, P En L/2	91
8.2.1.2 Carga viva distribuida entre el apoyo izquierdo y (k), y carga puntual en el punto k.	93
8.2.1.3 Carga Muerta + Carga Viva Móvil.	95
8.2.1.4 Envolvente de Momentos.	96
8.2.1.5 Influencia de la variación de la inercia en el momento máximo.	97
8.2.2 Cortante.	98
8.2.2.1 Carga Muerta	98
8.2.2.2 Carga Viva.	99
8.2.2.3 Cortante Total	100

8.2.2.4 Variación del cortante con la inercia	101
8.2.3 Deflexión de la viga de rigidez	102
8.2.3.1 Deflexión por carga losa + viva	102
9. APLICACION DE LA TEORIA DE LA DEFLEXION EN LA EVALUCION DEL MODELO ESTRUCTURAL	104
9.1 TENSION EN EL CABLE	104
9.1.1 Carga Variable	104
9.1.1.1 TENSION EN FUNCION DE LA INERCIA	105
9.2 VIGA DE RIGIDEZ	106
9.2.1 Momento.	106
9.2.1.1 Momento con respecto a la inercia.	106
9.2.1.2 Momento con Carga Viva Creciente	107
9.2.2 Cortante	107
9.2.2.1 Carga Variable.	107
9.2.2.2 Cortante con respecto a la inercia	108
9.2.3 Deflexión de la viga de rigidez	109
10. APLICACION DEL METODO MATRICIAL EN LA EVALUACION DEL MODELO ESTRUCTURAL	110
10.1 CONSIDERACIONES	110
10.2 VARIACION TENSION H - INERCIA	111
10.3 VARIACION MOMENTO – INERCIA	112
10.4 VARIACION CORTANTE – INERCIA	113
10.5 VARIACION DEFELEXION	114
10.6 MOMENTOS PARA CARGA VIVA HASTA 0.4L	115
11. ANALISIS COMPARATIVO	116
11.1 COMPARATIVA DE RESULTADOS MAXIMOS	116
11.2 GRAFICOS DE FUERZAS Y DEFORMACIONES EN FUNCION DE LA INERCIA	116
CONCLUSIONES	119
BIBLIOGRAFIA	123

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Características del puente	67
Tabla 2. Inercia de los elementos.	68
Tabla 3. Viga de rigidez.	69
Tabla 4. Cargas	71
Tabla 5. Tensiones con cargas simultáneas	72
Tabla 6. Tensiones con carga paso a paso.	72
Tabla 7. Carga aplicada simultáneamente.	73
Tabla 8. Carga aplicada paso a paso.	73
Tabla 9. Cargas aplicadas simultáneamente.	73
Tabla 10. Cargas aplicadas paso a paso.	74
Tabla 11. Caso A.	75
Tabla 12. Caso B.	77
Tabla 13. Caso C.	78
Tabla 14. Caso D.	80
Tabla 15. Cortante.	81
Tabla 16. Esfuerzo en la cercha inferior.	84
Tabla 17. Tensión horizontal.	86
Tabla 18. Carga puntual.	87
Tabla 19. Carga Distribuida.	89
Tabla 20. Tensión máxima en el prototipo.	90
Tabla 21. Carga W en todo el Vano.	92
Tabla 22. Carga viva distribuida en apoyo izquierdo y carga puntual en el punto k.	94
Tabla 23. Carga muerta + carga viva móvil.	95
Tabla 24. Envoltente de momentos.	96
Tabla 25. Influencia de la variación de la inercia en el momento máximo.	97

Tabla 26. Carga muerta.	98
Tabla 27. Carga viva.	99
Tabla 28. Cortante Total.	100
Tabla 29. Variación del cortante con la inercia.	101
Tabla 30. Deflexión por carga losa + viva.	102
Tabla 31. Carga variable.	104
Tabla 32. Tensión en función de la inercia.	105
Tabla 33. Momento con respecto a la inercia.	106
Tabla 34. Sección equivalente.	110
Tabla 35. Variación tensión H – Inercia.	111
Tabla 36. Variación momento - inercia.	112
Tabla 37. Variación cortante – inercia.	113
Tabla 38. Variación deflexión – inercia.	114
Tabla 39. Variación deflexión – inercia.	115
Tabla 40. Comparativa de resultados máximos.	116

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Esquema de un puente colgante.	24
Figura 2. Diagrama de fuerzas actuantes en una sección	25
Figura 3. Diagrama de tensiones en una sección del cable	27
Figura 4. Diagrama de posición de carga puntual	43
Figura 5. Diagrama de posición de carga distribuida	44
Figura 6. Diagrama de Fuerzas cortantes	46
Figura 7. Diagrama de deflexión	51
Figura 8. Diagrama de variación de la flecha	54
Figura 9. Disposición de carga para factor camión	68
Figura 10. Inercia – esfuerzo Caso A.	76
Figura 11. Inercia – esfuerzo Caso B.	77
Figura 12. Inercia – esfuerzo Caso C.	79
Figura 13. Inercia – Esfuerzo Caso D.	80
Figura 14. Inercia - Cortante.	82
Figura 15. Relación inercia – F_{tw} con área variable.	84
Figura 16. Tensión H – Carga puntual.	88
Figura 17. Tensión H – Carga Distribuida.	89
Figura 19. Momento en la viga de rigidez del prototipo carga completa.	93
Figura 20. Momento en la viga de rigidez del prototipo carga viva móvil.	94
Figura 21. Momento en la viga de rigidez del prototipo carga viva móvil y carga de losa	95
Figura 22. Momento envolvente en la viga de rigidez del prototipo.	96
Figura 23. Momento – inercia.	97
Figura 24. Cortante en la viga de rigidez del prototipo carga muerta.	99
Figura 25. Cortante en la viga de rigidez del prototipo carga viva móvil.	100

Figura 26. Cortante total en la viga de rigidez del prototipo.	101
Figura 27. Cortante para inercia variable en $K=0,3$.	102
Figura 28. Deflexión – Inercia variable.	103
Figura 29. Tensión H . Carga.	104
Figura 30. Tensión H.- Inercia.	105
Figura 31. Momento – Inercia.	106
Figura 32. Momentos positivos para carga variable.	107
Figura 33. Cortante para carga viva variable.	108
Figura 34. Cortante – Inercia Carga completa.	108
Figura 35. Deflexión máxima – Inercia Carga completa.	109
Figura 36. Tensión H – Inercia.	111
Figura 37. Momento – Inercia.	112
Figura 38. Cortante – Inercia.	113
Figura 39. Deflexión – inercia.	114
Figura 40. Momento para carga viva.	115
Figura 41. Comparativo de la variación de H.	116
Figura 42. Comparativo de momento - inercia variable.	117
Figura 43. Comparativo cortante inercia variable.	117
Figura 44. Comparativo de la variación de la fecha.	118

TITULO: ANALISIS DE LA INTERACCION VIGA DE RIGIDEZ – CABLE, EN PUENTES VEHICULARES SUSPENDIDOS DE UN SOLO CARRIL*

AUTOR: ZAFRA DULCEY; Rafael Augusto**

PALABRAS CLAVES: puentes suspendidos, puentes colgantes, diseño de puentes, diseño de estructuras.

DESCRIPCION O CONTENIDO: Este documento presenta una propuesta para el análisis de puentes suspendidos, mediante el método empírico, la teoría elástica, la teoría de la deflexión y método de la rigidez; para determinar la incidencia de la inercia de la viga de rigidez, en los esfuerzos y deformaciones del puente.

En los capítulos 1 y 2, se hace un breve recuento de la historia y del funcionamiento general de los puentes suspendidos. En el capítulo 3, se estudia el funcionamiento estructural del cable, actuando sin la viga de rigidez. En el capítulo 4, se presentan los fundamentos analíticos del método empírico, elástico y de la deflexión. En el capítulo 5, se presentan las definiciones y características mecánicas del cable utilizado. En los capítulos 6 a 11, se realiza el análisis numérico del modelo estructural, determinando para cada método, al variar la inercia de la viga de rigidez: la tensión horizontal en el cable, momento, cortante y deformación de la viga de rigidez.

Se concluye que la variación de la inercia de la viga de rigidez incide proporcionalmente en el valor de los momentos y cortantes, e inversamente proporcional en la deformación y tensión horizontal del cable. No se recomienda el la utilización del método empírico para el análisis y diseño de puentes suspendidos, pues no contempla la posibilidad de cargas distribuidas parciales. El análisis por la teoría elástica muestra valores conservadores para puentes muy grandes, sin embargo, se sugiere su utilización para el diseño de puentes de longitud media, como el modelo estructural estudiado. Se recomienda a la comunidad científica, continuar el estudio y divulgación de la metodología de diseño de los puentes suspendidos, pues constituyen una buena alternativa técnica para evitar la intervención del cauce del río, y con ello, los inconvenientes económicos y sociales, originados por los continuos colapsos de puentes.

* Monografía

** Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas, Escuela de Ingeniería Civil, Especialización en Estructuras, Asesor: Ricardo Cruz Hernández, Ingeniero Civil M. Sc.

TITLE: ANALYSIS OF THE INTERACTION STIFFENING TRUSS – CABLE, IN SUSPENDED VEHICULAR BRIDGES OF A SINGLE RAIL*

AUTHOR: ZAFRA DULCEY; Rafael Augusto **

KEY WORDS: Suspension bridges, hanging bridges, design of bridges, design of structures.

DESCRIPTION OR CONTENT: This document presents a proposal for the analysis of suspended bridges, by means of the empiric method, the elastic theory, the theory of the deflection and stiffness method; to determine the incidence of the inertia of the stiffening truss, in the stresses and deformations of the bridge.

In the chapters 1 and 2 a brief recount of the history is made, and of the general operation of the suspended bridges. In the chapter 3, the structural operation of the cable is studied, acting without the stiffening truss. In the chapter 4, the analytic foundations of the empiric, elastic and deflection method they are presented. In chapter 5, the definitions and mechanical characteristics of the used cable, they are presented. In the chapters 6 at 11, is carried out, the numeric analysis of the structural pattern, determining for each method, when varying the inertia of the stiffening truss: the horizontal tension in the cable, moment, sharp and deformation of the stiffening truss.

You concludes, that the variation of the inertia of the stiffening truss impacts proportionally in the value of the moments and sharp, and inversely proportional in the deformation and horizontal tension of the cable. The use of the empiric method is not recommended for the analysis and design of suspended bridges, because it doesn't contemplate the possibility of partial distributed loads. The analysis for the theory elastic sample values conservatives for very big bridges, however, their use is suggested for the design of bridges of half longitude, as the studied structural pattern. It is recommended to the scientific community, to continue the study and popularization of the methodology of design of the suspended bridges, because they constitute a good technical alternative to avoid the intervention of the bed of the river, and with it, the economic and social inconveniences, originated by the continuous collapses of bridges.

* Monografía

** Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas, Escuela de Ingeniería Civil, Especialización en Estructuras, Asesor: Ricardo Cruz Hernández, Ingeniero Civil M. Sc.

PROLOGO

La Universidad Industrial de Santander por intermedio de la coordinación de postgrados de la Escuela de Ingeniería Civil en la Especialización en estructuras, tiene como uno de sus objetivos implementar el continuo desarrollo y actualización del área de las Estructuras y el de sus profesionales. Con la implementación de los códigos antisísmicos es ya una exigencia de las entidades estatales y privadas, que los profesionales dedicados al diseño, interventoría y/o construcción de estructuras, tengan título de postgrado en el área.

También ha motivado para realizar trabajos de grado orientados a la investigación de diversos tópicos de la ingeniería estructural, como una fase inicial a mayores grados de especialización en el tema.

Los puentes son parte integral de la infraestructura vial y por lo tanto estructuras esenciales en el desarrollo de un país. Colombia por sus características topográficas, geológicas e hidráulicas, necesita estudiar la aplicación de soluciones estructurales viables desde el punto de vista económico y funcional.

Recomiendo a las entidades universitarias y a la consultoría en general contar con la presente monografía como un primer estudio que conduzca a la implementación del análisis y diseño de la superestructura de los puentes suspendidos, y que la misma conlleve a una mayor utilización de este sistema constructivo.

Rafael Augusto Zafra Dulcey

INTRODUCCION

El sistema de suspensión constituye una buena alternativa para aplicar en la construcción de estructuras sometidas a luces considerables y grandes cargas, como es el caso de los puentes. Su virtud radica en que induce el transporte de cargas de tal forma que su principal esfuerzo sea de tensión directa, el cual es soportado eficientemente por cables de acero de alta resistencia.

Adicionalmente son estructuras livianas, lo que se refleja en menores costos de la cimentación. La distancia entre apoyos permite una menor intervención del cauce, disminuyendo los inconvenientes de socavación, galibo y ampliación de cauce por divagación del río; factores que constituyen el 90 % del colapso de los puentes en nuestro país.

Otra ventaja es la facilidad de armado de la superestructura por módulos metálicos, sobre todo en vías secundaria o terciarias donde se dificulte o sea muy costoso el transporte de equipos y agregados para hormigones.

La bibliografía de este tipo de puentes es casi inexistente en español, siendo esta una de las razones para que en Colombia sea muy escasa su utilización, y que los pocos que se construyen en las vías secundarias y terciarias, hayan adoptado los modelos establecidos en cartillas.

En el presente trabajo, se realiza la evaluación de la incidencia de la rigidez de la viga, en el comportamiento de un modelo de puente, utilizando cuatro métodos de análisis; Empírico, Elástico, Teoría de la Deflexión y Matricial. Para los tres primeros, se realiza una descripción de sus hipótesis y ecuaciones fundamentales.

También se presentan las conclusiones obtenidas para cada método y las conclusiones generales resultado de su comparación.

Conciente de las bondades del sistema, de su amplia utilización otros países desde el siglo pasado, considera el autor que deben evaluarse las conclusiones de la presente monografía y proseguir su estudio e implementación.

En los capítulos 1 y 2 se hace un breve recuento de la historia y del funcionamiento general de los puentes suspendidos.

En el capítulo 3 se analiza el comportamiento estructural del cable actuando en forma independiente.

En el capítulo 4 se presentan los fundamentos analíticos de los métodos empíricos, elástico y de deformación.

En el capítulo 5 se presentan las definiciones y características mecánicas típicas de los cables utilizados.

En los capítulos 6 a 11, se realiza el análisis numérico de un modelo estructural, utilizando los cuatro métodos descritos; Empírico, elástico, de la deflexión y marcial.

Finalmente se presentan las conclusiones particulares para cada método y las conclusiones generales de la monografía.

1. RECUENTO HISTORICO

El hecho de trabajar a tracción todos los componentes principales del puente suspendido ha sido causa del escaso desarrollo que ha tenido este tipo de puente hasta el pasado siglo; así, ha permanecido en el estado primitivo que aun se encuentra en las zonas montañosas de Asia y América del Sur (simples pasarelas formadas por trenzados de fibras vegetales)

Hasta que se dispuso de materiales de suficiente resistencia y fiabilidad para sustituirlas. Entre 1820 y 1826, Telford construyó un puente suspendido sobre el Menai, en Inglaterra, salvando un vano de 177 m y utilizando como elementos de suspensión dos cadenas de eslabones de hierro forjado; cada uno de ellos fue probado antes de montarlo y fueron tendidas de una vez ambas cadenas, de las cuales se colgó el tablero. La falta de arriostamiento hizo que todo el puente debiera ser montado dos veces antes de su total reconstrucción en 1940, pero de todos los primeros puentes suspendidos del mundo es el que más años ha sobrevivido. Las cadenas fueron sustituidas por cables por primera vez en un puente francés. La dificultad para conseguir cables de suficiente grosor y longitud que resistieran los enormes esfuerzos de tracción originados por las cargas en los grandes vanos fue resuelta por John Roebling, americano de origen alemán, quien inventó, en 1841, un procedimiento para formar in situ, a partir de la reunión de alambres paralelos, de hierros forjados, los cables que habían de soportar el puente del Grand Trunk, de 250 m de vano, aguas abajo de las cataratas de Niágara. Así se abrió el camino para la construcción de puentes suspendidos cada vez mas largos, el cual culminó en el de Verrazzano Narrows, a la entrada del puerto de Nueva York, sobre un vano de 1.298 m, el más largo de América, y el de Humber, Inglaterra, con un vano de 1.410 m de luz, el mas largo de Europa. El Puente Akashi en Japón, con su tramo principal de

1991 m. es el puente de tramo más largo que se haya construido y el puente de mayor tamaño del milenio pasado

2. DESCRIPCION DEL FUNCIONAMIENTO DE UN PUENTE SUSPENDIDO

El puente suspendido es, igual que el arco, una estructura que resiste gracias a su forma; en este caso salva una determinada luz mediante un mecanismo resistente que funciona exclusivamente a tracción, evitando gracias a su flexibilidad, que aparezcan flexiones en él.

La estructura resistente básica está formada por los cables principales, que se fijan en los extremos del vano a salvar, y tienen la flecha necesaria para soportar mediante un mecanismo de tracción pura, las cargas que actúan sobre él.

Paradójicamente, la gran virtud y el gran defecto de los puentes suspendidos se deben a una misma cualidad: su ligereza. La ligereza de los puentes suspendidos, los hace más sensibles que ningún otro tipo al aumento de las cargas de tráfico que circulan por él, porque su relación peso propio/carga de tráfico es mínima; es el polo opuesto del puente de piedra.

El cable es un elemento flexible, con muy baja rigidez a flexión, y por lo tanto no resiste flexiones. Si se le aplica un sistema de fuerzas, tomará la forma necesaria para que en él sólo se produzcan esfuerzos axiales de tracción; si esto no fuera posible no resistiría. Por tanto, la forma del cable coincidirá forzosamente con la línea generada por la trayectoria de una de las posibles composiciones del sistema de fuerzas que actúan sobre él. Esta línea es el funicular del sistema de cargas, que se define precisamente como la forma que toma un hilo flexible cuando se aplica sobre él un sistema de fuerzas. La curva del cable de un puente suspendido es una combinación de la catenaria, porque el cable principal pesa, y de la parábola, porque también

pesa el tablero; sin embargo la diferencia entre ambas curvas es mínima, y por ello en los cálculos generalmente se ha utilizado la parábola de segundo grado.

2.1 COMPONENTES DEL PUENTE SUSPENDIDO

Los elementos fundamentales de este tipo de puentes son::

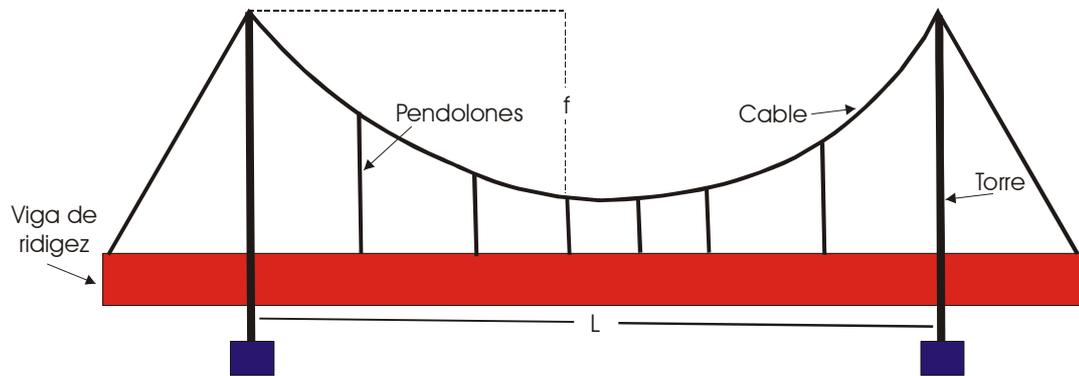
El cable principal: Es el elemento básico de la estructura resistente del puente suspendido, situado a cada lado del tablero, esta constituido por alambres trenzados de alta resistencia y su trabajo estructural consiste en el transporte la carga a las torres y anclajes.

Los pendolones: Elementos verticales en barra de acero de resistencia media a alta, que tienen la finalidad de transmitir la carga del tablero al cable principal

El tablero: Elemento horizontal encargado de servir como superficie de rodadura, esta conformado por vigas transversales y longitudinales y la losa de tráfico. Siendo el puente suspendido, de por si, una estructura de poca rigidez, se precisa de medidas especiales encaminadas a proporcionarle la resistencia conveniente a los tipos de cargas que más le afectan: el viento transversal y las pesadas cargas móviles concentradas. Para conseguir esta rigidez, el tablero ha de ser reforzado con grandes riostras en celosía, o estar formado por vigas cajón aerodinámicas, y mediante tableros de planchas soldadas a unas vigas cajón, combinación que proporciona la máxima rigidez con mínimo peso.

Flecha: Se denomina (f), y es la distancia vertical entre el punto más alto y más bajo del cable en el vano. En puentes con igual altura de soporte, es la altura del cable en las torres y el centro de luz.

Figura 1. Esquema de un puente colgante.



3. EL CABLE

3.1 COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

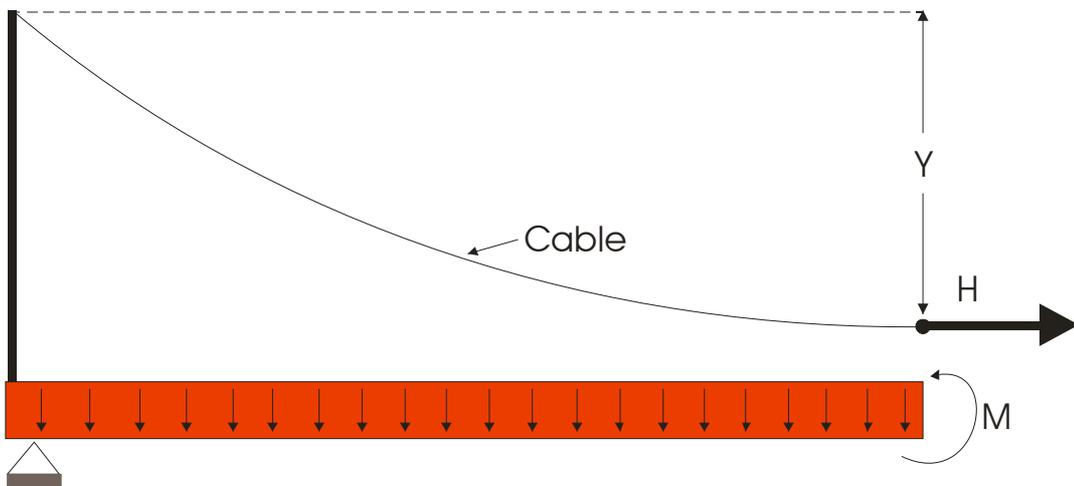
Si las cargas verticales son aplicadas en un cable suspendido entre dos puntos, asumirá una poligonal definida por la relación de las cargas. (1)

Las reacciones en los extremos serán inclinadas y tendrán una componente horizontal (H). Una consideración simple de equilibrio estático muestra que (H) es la misma en el centro del cable, en los extremos y en cualquier punto del cable. (H) es llamada la tensión horizontal del cable.

Si (M1) es el momento producido en un punto de la luz por las cargas verticales actuando como una viga simple y la componente horizontal (H) actúa con un brazo de palanca (Y), el momento total (M) en un punto de el cable esta dado por:

$$M = M1 - H \cdot Y \quad (1)$$

Figura 2. Diagrama de fuerzas actuantes en una sección



Debido a la flexibilidad del cable, el momento total M es igual a cero, por lo que

$$M1 = H \cdot Y \quad (2)$$

Despejando en (2)

$$Y = \frac{M1}{H} \quad (3)$$

La ecuación (3) determina la ordenada de la curva del cable para cualquier carga, si la tensión horizontal (H) es conocida. Dado que (H) es constante la curva simplemente es el diagrama de momentos debido a la carga aplicada, dibujada a la escala apropiada (5).

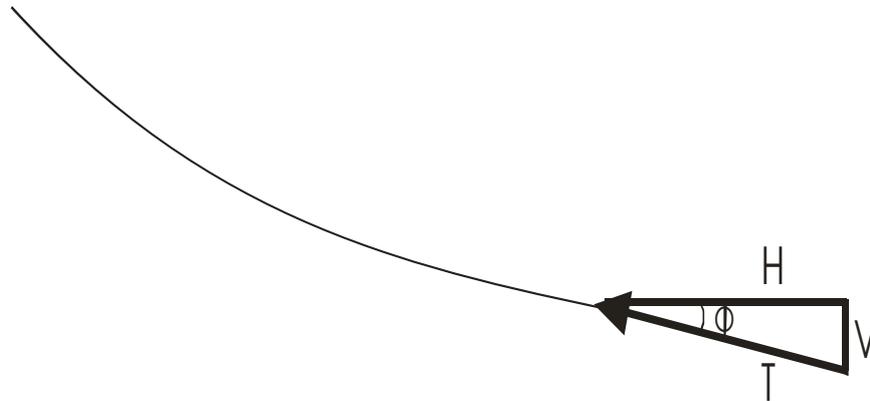
La escala para construir el diagrama es determinada si la ordenada de el punto mas bajo de la curva es conocido. Si (f) es la flecha del cable u ordenada del punto mas bajo y ($M1$) es el momento en el mismo punto, entonces (H) se determina por la ecuación (3)

$$H = \frac{M1}{f} \quad (4)$$

El valor de la tensión total (T) varía a lo largo del cable, aumentando a partir del centro del vano hacia los extremos.

En el diagrama de tensiones de la figura (1), se observa que la tensión (T) depende del ángulo (θ) que forma la tangente al cable con la horizontal en el punto en consideración.

Figura 3. Diagrama de tensiones en un punto del cable



Por geometría se obtiene:

$$T = \frac{H}{\cos \theta} \quad (5)$$

El valor de (T) se incrementa con el aumento del ángulo, teniendo su máximo valor en los puntos de soporte y depende la ecuación de la curva a considerar.

3.2 EL CABLE PARABOLICO

3.2.1 Tensión Horizontal. Para una carga distribuida uniforme, el diagrama de momento es una parábola. Consecuentemente, por la ecuación (3), si el cable transporta una carga uniforme por unidad de longitud (w), la curva resultante de equilibrio es una parábola ⁽⁵⁾

El momento máximo por carga distribuida es:

$$M1 = \frac{WL^2}{8} \quad (6)$$

Sustituyendo en la ecuación (4), la tensión horizontal esta determinada por:

$$H = \frac{WL^2}{8f} \quad (7)$$

3.2.2 Tensión Máxima. La tensión máxima del cable (T) ocurre en cada soporte y se determina con el ángulo de la parábola en ese punto

Tomando la ecuación de la parábola como

$$y = K x^2 \quad (8)$$

La derivada en función de x es la tangente del ángulo en cualquier punto:

$$\frac{dy}{dx} = \text{tangente } \theta \quad (9)$$

Derivando (8):

$$\text{Tangente } \theta = 2Kx \quad (10)$$

Si (L) es la longitud del vano y (f) la ordenada de la curva:

$$K = \frac{4f}{L^2} \quad (11)$$

Reemplazando (11) en (10)

$$\text{Tangente } \theta = \frac{4f}{L} \quad (12)$$

Remplazando (12) en (5):

$$T = \frac{H}{\text{Cos}\left(\text{Ar cot ng}\left(\frac{4f}{L}\right)\right)} \quad (13)$$

3.2.3 Longitud del Cable. La longitud del cable (l) se puede obtener en función de la longitud del vano (L) y de la flecha (f) partiendo de la ecuación diferencial (5):

$$l = 2 \cdot \int \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (14)$$

E integrando y omitiendo los valores no influyentes de la serie se obtiene:

$$l = L \cdot \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{L}\right)^2 - \frac{32}{5} \left(\frac{f}{L}\right)^4 \right] \quad (15)$$

$$l = \frac{L^2}{8f} [\tan \theta \cdot \sec \theta + \log e(\tan \theta + \sec \theta)] + 2L \cdot \sec \theta \quad (15a)$$

3.2.4 Deformación del Cable. La longitud del cable puede variar en el rango elástico principalmente por efecto de la tensión aplicada y por la variación de la temperatura.

3.2.4.1 Deformación por Temperatura. La variación en la longitud del cable (Δl_t) por efecto de la variación en temperatura (t), esta dada por:

$$\Delta l_t = \alpha \cdot t \cdot l \quad (16)$$

Donde (α) es el coeficiente de expansión térmica del cable y (l) la longitud inicial del cable. El valor de (α) para el acero se puede tomar como 0.000012

3.2.4.2 Deformación por Carga. El promedio de la tensión en el cable (P) puede calcularse con la suficiente aproximación con:

$$P = H \left[1 + \frac{16}{3} \left(\frac{f}{L} \right)^2 \right] \quad (17)$$

La variación en la longitud del cable (Δl_s) por efecto de la aplicación de la (P) esta dada por:

$$\Delta l_s = \frac{PL}{AE} \quad (18)$$

Donde (A) corresponde al área transversal y (E) al módulo de elasticidad para el estado de carga del cable, respectivamente.

La deformación total corresponderá a la suma de la variación de longitud por temperatura y carga del cable.

$$\Delta l = \Delta l_t + \Delta l_s \quad (19)$$

3.2.5 Variación en la Flecha. Como resultado del cambio de longitud del cable se genera un cambio en la flecha original (Δf), relación que puede ser

obtenida por medio de la diferenciación con respecto a (f) y (L) de la ecuación (15)₍₆₎

$$\Delta l = \frac{d}{df} \left[L \left(1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{L} \right)^2 - \frac{32}{5} \left(\frac{f}{L} \right)^4 \right) \right] \quad (20)$$

$$\Delta l = \frac{d}{dl} \left[L \left(1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{L} \right)^2 - \frac{32}{5} \left(\frac{f}{L} \right)^4 \right) \right] \quad (21)$$

Denominando $n = f/L$ e Igualando (20) y (21) se obtiene:

$$\Delta f = \frac{-(15 - 40n^2 + 288n^4)}{(16n(5 - 24n^2))} \Delta l \quad (22)$$

El signo negativo indica que la variación de la flecha es hacia abajo.

3.2.6 Variación en la Tensión Horizontal. Para pequeños cambios en la flecha del cable (Δf), el cambio en tensión horizontal puede obtenerse por diferenciación de la ecuación (7)

$$H = \frac{wL^2}{8f}$$

$$\frac{dH}{df} = -\frac{wL^2}{8f^2}$$

$$\Delta H = -\frac{H}{f} \Delta f \quad (23)$$

El valor negativo indica una disminución en la tensión del cable.

4. DESCRIPCION DE LOS METODOS DE ANALISIS DEL CONJUNTO CABLE Y VIGA DE RIGIDEZ

4.1 EL METODO ELASTICO

4.1.1 Introducción. Con el fin de restringir la distorsión en el cable flexible discutido en las páginas anteriores, se introduce una viga de rigidez conectada al cable por pendolones. Esta viga construida con elementos metálicos, es conveniente que se diseñe abierta (celosía), para evitar que las cargas laterales inducidas por el viento, generen oscilaciones, que incrementen su frecuencia en tal magnitud que entre en resonancia y se produzca el colapso de la estructura. Ejemplo de lo anterior fue lo acontecido con el puente TACOMA (USA). Antiguamente y debido a las herramientas de la época, era usual considerar una rotula en el centro de la luz para hacer la estructura estáticamente determinada, o reducir su grado de indeterminación, sin embargo, para lograr mayor eficiencia es conveniente que la viga sea continua entre las dos torres.

Los análisis de la presente monografía, se aplicaran a puentes de una sola luz y sin pendolones en los cables de acceso, lo que se conoce como puentes con luces adyacentes libres o “side span free”.

4.1.2 Consideraciones de la Teoría. En la teoría elástica, se adopta que la viga es lo suficientemente rígida para tener en cuenta la deformación del cable debido a la carga móvil. En otras palabras se asume como en otras estructuras rígidas, que el brazo de palanca de la aplicación de la fuerza no se altera por la deformación del sistema. El resultado es suficientemente acertado para pequeñas luces y/o significativa relación luz – profundidad en

la viga de rigidez. El error en estos casos es pequeño y esta en el lado de la seguridad. ⁽⁶⁾

Se considera que si la viga de rigidez no es muy rígida o si la luz es muy larga, la deflexión de la viga y cable puede ser muy grande para despreciarla. Para estos casos ha sido desarrollado un método más exacto, conocido como la teoría de la deformación, el cual se estudiará en posterior capítulo.

La teoría desarrollada en el presente capítulo para el análisis de puentes suspendidos con viga de rigidez, es conocida como la teoría elástica, porque esta deducida de la simple consideración de el equilibrio elástico del sistema. Esta basada, en las siguientes cinco suposiciones, las cuales están muy cerca de las reales condiciones, excepto la cuarta, cuyas limitaciones ya han sido enunciadas.

1. El cable se supone perfectamente flexible, y libremente asume la forma del polígono de equilibrio de las fuerzas suspendidas.
2. El miembro es considerado como viga, inicialmente recto y horizontal, de momento de inercia constante y suspendida del cable en toda su longitud.
3. La carga muerta de la viga y cable se asume como carga uniforme por unidad de longitud, así que la curva inicial del cable es una parábola.
4. La forma y ordenadas de la curva del cable están asumidas para permanecer inalteradas bajo la aplicación de las cargas

5. La carga muerta es transportada enteramente por el cable y no causa esfuerzos en la viga de rigidez. La viga es esforzada únicamente por la carga viva y por cambios de temperatura.

Esta última consideración, esta basada en que la rigidez del sistema se logra con la conexión del último tramo de la viga de rigidez. Sin embargo, hay que tener en cuenta que todas las cargas aplicadas después de esta conexión, así sean muertas, ya generan esfuerzos en todo el sistema.

4.1.3 Hipótesis fundamentales. Para que las cargas puedan considerarse uniformes, y por ende el cable de forma parabólica, deben espaciarse los pendolones uniformemente a todo lo largo de la viga de rigidez.

Las fuerzas suspendidas generan una acción hacia abajo en el cable y hacia arriba en la viga de rigidez.

Esta es la función de la viga de rigidez, tomar las cargas que puedan ser arbitrariamente aplicadas al tablero y distribuir las uniformemente a los pendolones.

El cable mantiene el equilibrio entre la tensión Horizontal H (resistida por los anclajes) y la acción hacia abajo de las fuerzas suspendidas.

4.1.4 Ecuaciones Básicas. Si la fuerza suspendida por unidad de longitud se denomina (S), al remplazarla por (w) en la ecuación (7), se obtiene:

$$S = \frac{8Hf}{L^2} \quad (24)$$

La viga debe permanecer en equilibrio bajo las cargas aplicadas y las fuerzas distribuidas de suspensión.

Suponiendo que las fuerzas de suspensión (S) son removidas, entonces el momento M_1 y el cortante V_1 en una sección de la viga, distante (x) de los apoyos, pueden ser determinados exactamente como para una viga ordinaria. Este momento y cortante serian producidos si el cable no existiera y la carga entera fue transportada por la viga sola. Si ($-M_s$) representa el momento de las fuerzas de suspensión en la sección considerada, entonces el momento total (M) en la viga de rigidez será:

$$M = M_1 - M_s \quad (25)$$

Igualmente si ($-V_s$) representa el cortante producido por las fuerzas de suspensión en la misma sección, el cortante total (V) en la viga de rigidez será:

$$V = V_1 - V_s \quad (26)$$

Las ecuaciones (25) y (26) son las fórmulas fundamentales para determinar los esfuerzos en la viga de rigidez. Por estas fórmulas, las tensiones pueden calcularse para cualquier carga dada en cuanto el valor de H sea conocido.

Las cargas aplicadas antes de terminar el ensamble de la viga de rigidez, deben considerarse asumidas únicamente por el cable, y por lo tanto omitirse de la consideración de las anteriores ecuaciones.

Cuando la viga de rigidez es una viga simplemente apoyada en las torres, por una familiar propiedad del polígono funicular, representado en la ecuación (2) tenemos:

$$M_s = H \cdot Y \quad (27)$$

Donde (Y) es la ordenada a la curva del cable, medida desde una recta horizontal que une los puntos superiores de la parábola.

Reemplazando (27) en (25) se obtiene que el momento (M) en la viga de rigidez es:

$$M = M_1 - H \cdot y \quad (28)$$

Esta ecuación es idéntica a la ecuación (1), con la diferencia que cuando el cable está solo M es igual a cero.

Si (θ) es la inclinación del cable en una sección considerada, el cortante producido por las fuerzas de sustentación (V_s) está dado por:

$$V_s = H \cdot \text{Tangente } (\theta) \quad (29)$$

Y la ecuación (26) puede escribirse como:

$$V = V_1 - H \text{ tangente } (\theta) \quad (30)$$

4.1.5 Determinación de la Tensión Horizontal (H). En este sistema de puentes, la tensión horizontal H es estáticamente indeterminada. La ecuación requerida para determinar (H) debe por consiguiente deducirse de la deformación elástica del sistema.⁽⁶⁾

Si se imagina que el cable se corte en una sección cerca de los anclajes, entonces con $H = 0$, bajo la acción de cargas aplicadas en el puente, los dos extremos deberían separarse una distancia horizontal (Δ). Si una fuerza

unitaria horizontal $H = 1$ se aplica entre los extremos de la sección, trataría de desplazar hacia atrás una pequeña distancia (δ). La tensión horizontal (H) requerida para juntar los dos extremos de nuevo sería la relación de estos dos imaginarios desplazamientos.

$$H = \frac{\Delta}{\Phi} \quad (31)$$

Sustituyendo (Δ) y (Φ) por la expresión general para el desplazamiento de un punto en un sistema elástico bajo la acción de las fuerzas dadas tenemos:

$$H = \frac{\Delta}{\Phi} = \frac{-\int M1.m.dx}{\frac{\int m^2 dx}{EI} + \frac{\int u^2 .ds}{EA}} \quad (32)$$

Donde

- M1 = Momento en la viga de rigidez bajo cargas para $H = 0$
- m = Momento en la viga de rigidez sin carga, pero con $H = 1$
- u = Esfuerzo directo en el cable, torres y pendolones sin carga, con $H = 1$
- I = Momento de Inercia de la viga de Rigidez
- A = Área transversal del cable, torres y pendolones

En el denominador de la ecuación (32) hay dos términos ya que el sistema esta compuesto por elementos, parte de los cuales actúan por efecto de los momentos y parte directamente por esfuerzos axiales.

En el numerador, no existe el término de esfuerzos axiales, debido a que para la condición de carga que produce (Δ), la tensión $H = 0$, y todos los esfuerzos axiales en cables, torres y pendolones, desaparecen.

La ecuación (32) es la fórmula general de la expresión para H, y aplica para cualquier tipo de puente suspendido.

Cuando no hay cargas en el vano, el momento en la viga de rigidez esta dado por:

$$M = -H \cdot y \quad (33)$$

Así mismo cuando H= 1

$$m = -y \quad (34)$$

Los esfuerzos en una sección de el cable esta dados para carga unitaria por

$$u = \frac{ds}{dx} \quad (35)$$

Sustituyendo las ecuaciones (34) y (35) en (32), se obtiene la siguiente ecuación fundamental de (H) para viga de rigidez con dos apoyos simples,

$$H = \frac{\Delta}{\Phi} = \frac{\int M1.y.dx}{\frac{EI}{\int y^2 dx} + \frac{EI}{EA \int ds^3 .dx^2}} \quad (36)$$

La integral en el numerador y la primera integral en el denominador representan la contribución de la deformación de la viga de rigidez a (Δ) y (δ) respectivamente; las integraciones se realizan en toda la longitud de la viga de rigidez suspendida del cable. La segunda integral en el denominador

representa la contribución de la elasticidad del cable al valor de (δ); la integración se realiza en toda la longitud del cable entre apoyos.

En la ecuación (36), los términos de la viga contribuyen en un 95 % y los términos del cable en un 5%. Por esta razón se permiten aproximaciones en la evaluación de los términos del cable.

Los términos correspondientes a las torres y pendolones han sido omitidos, pues su contribución al denominador es de tan solo el 1%.

Los términos del denominador son independientes de las cargas aplicadas.

Para la solución de la primera ecuación del denominador se utiliza la ecuación que determina la ordenada del funicular para carga uniformemente repartida.

$$Y = \frac{4fx(L-x)}{L^2} \quad (37)$$

$$y^2 = \frac{16f^2x^2(L-x)^2}{L^4} \quad (38)$$

Remplazando en la ecuación (36)

$$\frac{\int y^2 .dx.}{EI} = \frac{\int_0^L \frac{16f^2x^2(L-x)^2}{L^4} dx}{EI} \quad (39)$$

$$\frac{\int y^2 .dx.}{EI} = \frac{8f^2L}{15EI} \quad (40)$$

El segundo término del denominador tiene en cuenta las condiciones de elasticidad del cable y su efecto es la suma del análisis para el tramo central y los dos tramos laterales. Para la solución de la segunda ecuación del denominador utilizamos la ecuación de la parábola y de la longitud de un tramo diferencial del cable.

La ecuación para el tramo central es:

$$y = \frac{4fx^2}{L^2} \quad (41)$$

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (42)$$

Derivando la ecuación (42) en función con respecto de x:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{8fx}{L^2} \quad (43)$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{64f^2x^2}{L^4} \quad (44)$$

Reemplazando la ecuación (44) en (42)

$$ds = \sqrt{1 + \frac{64f^2x^2}{L^4}} dx \quad (45)$$

Reemplazando el segundo termino del denominador de la ecuación (36):

$$\int \frac{ds^3}{EA} dx^2 = \frac{2 \cdot \int_0^l \sqrt[2]{\frac{3}{2}} \sqrt{1 + \frac{64f^2 x^2}{L^4}}}{EA} dx \quad (46)$$

Resolviendo la integral:

$$\int \frac{ds^3}{EA} dx^2 = \frac{L \left[1 + 8 \left(\frac{f}{L} \right)^2 \right]}{Ec \cdot Ac} \quad (47)$$

Para los cables laterales la ecuación del cable es:

$$y = x \text{ tangente } (\theta_1) \quad (48)$$

Donde (θ_1) corresponde al ángulo del cable con la horizontal y debe ser igual al ángulo formado por el cable parabólico en las torres.

Derivando la ecuación (48) en función con respecto a x:

$$\frac{dy}{dx} = \text{tangente } (\theta_1) \quad (49)$$

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = \text{tangente}^2 (\theta_1) \quad (50)$$

Reemplazando la ecuación (50) en (42)

$$ds = \sqrt{1 + \tan^2(\theta_1)} dx \quad (51)$$

Reemplazando el segundo termino del denominador de la ecuación (36):

$$\int \frac{ds^3}{EA \cdot dx^2} = \frac{2 \cdot \int_0^{\frac{l}{2}} \sqrt{1 + \tan^2(\theta l)} dx}{EA} \quad (52)$$

Resolviendo la integral:

$$\int \frac{ds^3}{EA \cdot dx^2} = \frac{2L_2}{EcAc \cos^3(\theta l)} \quad (53)$$

Reemplazando los resultados de las ecuaciones (53), (47) y (40) en la ecuación (36) se obtiene:

$$H = \frac{\int M1 \cdot y \cdot dx}{EI \left[\frac{8f^2 L}{15EI} + \frac{L \left[1 + 8 \left(\frac{f}{L} \right)^2 \right]}{EcAc} + \frac{2L_2}{EcAc \cdot \cos^3(\theta l)} \right]} \quad (54)$$

4.1.6 Casos Especiales de Carga

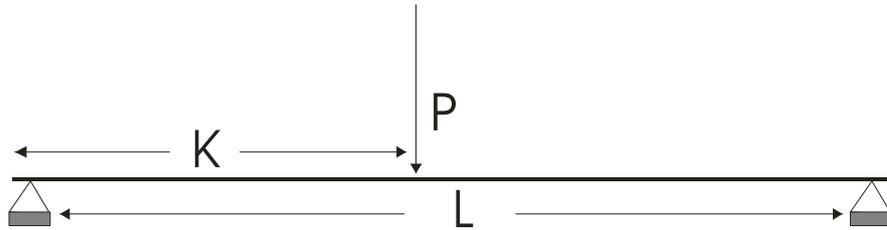
4.1.6.1 Carga Concentrada. En la ecuación (54) el valor de (M1) depende del caso particular de carga. Expresando (M1) como una función de (x), usando los valores dados por la ecuación (37), y desarrollando la ecuación indicada, encontramos, para una carga puntual P a una distancia KL del borde la viga:

$$\int M1.y.dx = \frac{PfL^2(K - 2K^3 + K^4)}{3} \quad (55)$$

Para el caso particular de $KL=1/2$, se obtiene el máximo valor de la tensión horizontal del cable, y la ecuación (55) se puede expresar como:

$$\int M1.y.dx = \frac{5PfL^2}{48} \quad (56)$$

Figura 4. Diagrama de posición de carga puntual



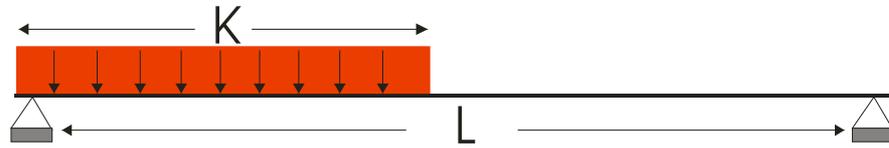
4.1.6.2 Carga Distribuida. Integrando la ecuación de la carga puntual se obtiene:

$$\int M1.y.dx = \frac{WfL^3 \left(\frac{5}{2} K^2 - \frac{5}{2} K^4 + K^5 \right)}{15} \quad (57)$$

Cuando se considera el vano totalmente cargado $K = 1$, y la ecuación (57) se convierte en:

$$\int M1.y.dx = \frac{WfL^3}{15} \quad (58)$$

Figura 5. Diagrama de posición de carga distribuida



4.1.7 Momentos en la Viga de Rigidez. El momento en una sección de la luz esta dada por la ecuación (28):

$$M = M1 - H \cdot Y$$

Para un punto (x) del tramo, (M) es el momento asumido por la viga de rigidez, (M1) corresponde al momento de la cargas actuando como viga simple y (H.Y) es el momento que genera la tensión horizontal del cable y su flecha en este punto.

4.1.7.1 Carga Distribuida. Para carga distribuida (W), ecuación de momento en un punto situado (KL) del apoyo es:

$$M1_k = \frac{WKL^2(1-K)}{2} \quad (\text{Carga total}) \quad (59)$$

$$M1_k = \frac{WK^2L^2(1-K)}{2} \quad (\text{Carga parcial entre 0-K}) \quad (60)$$

Si denominamos N el denominador de la ecuación (54), y remplazamos la ecuación (57) se obtiene:

$$H_k = \frac{WfL^3}{EI} \quad (\text{Carga total})$$

$$H_k = \frac{WfL^3 \left(\frac{5}{2} K^2 - \frac{5}{2} K^4 + K^5 \right)}{15EI} \quad (\text{Carga parcial}) \quad (61)$$

La ecuación para obtener el valor de la flecha en un punto (KL) a partir del apoyo es:

$$Y_k = 4 f K (1- K) \quad (62)$$

Remplazando las ecuaciones (59) a (62) en (28):

$$M = M1_K - H_k * Y_k \quad (63)$$

4.1.7.2 Carga Puntual. Para carga puntual (P), ecuación de momento en un punto situado (KL) del apoyo es:

$$M1_K = P \cdot KL (1-K) \quad (\text{P en K}) \quad (64)$$

$$M1_K = \frac{PKL}{2} \quad (\text{P en } \frac{L}{2}, 0 < K < \frac{L}{2}) \quad (65)$$

$$M1_K = \frac{PL(1-K)}{2} \quad (\text{P en } \frac{L}{2}, \frac{L}{2} < K < L) \quad (66)$$

Si denominamos N el denominador de la ecuación (54), y remplazamos la ecuación (56) se obtiene:

$$H_k = \frac{5PfL^2}{48EIN} \quad (P \text{ en } L/2) \quad (67)$$

$$H_k = \frac{PfL^2(K - 2K^3 + K^4)}{3EIN} \quad (P \text{ en } k) \quad (68)$$

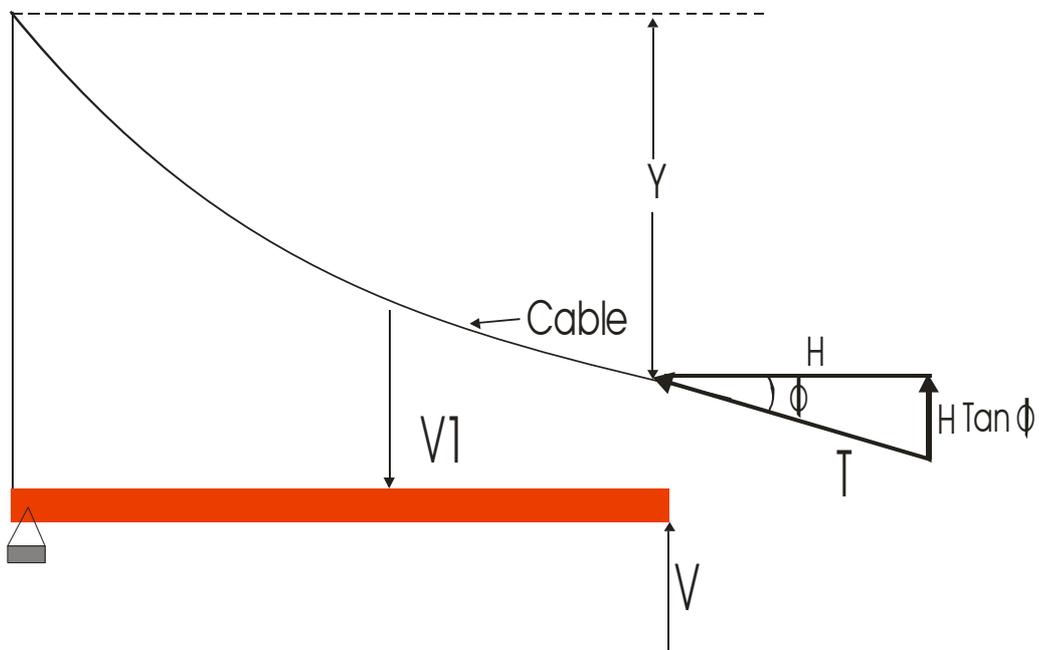
Remplazando (64) a (68) en (28) se obtiene:

$$M_k = M1_k - Y_k * H_k \quad (69)$$

4.1.8 Cortante en la viga de rigidez. El cortante en una sección (X) de la luz esta dada por la ecuación (30):

$$V = V1 - H. \text{ tangente } (\theta)$$

Figura 6. Diagrama de Fuerzas cortantes



Para un punto (x) del tramo, (V) es el cortante asumido por la viga de rigidez, (V1) corresponde al cortante de la cargas actuando como viga simple y H. tangente (θ), es el cortante que soporta el cable de acuerdo con el ángulo en este punto.

4.1.8.1 Carga Distribuida. Para carga distribuida (W), ecuación de cortante en un punto situado (KL) del apoyo es:

$$V1_K = \frac{WLK^2}{2} \quad \text{Carga parcial} \quad (70)$$

$$V1_K = \frac{WL(1-2K)}{2} \quad \text{Carga plena}$$

El valor de H obtenido en la ecuación (60) es:

$$H_k = \frac{WfL^3 \left(\frac{5}{2}K^2 - \frac{5}{2}K^4 + K^5 \right)}{15EI}$$

La derivando la ecuación (61) con respecto a (x) se obtiene la tangente del cable en dicho punto:

$$\text{Tan } (\theta) = d \left[\frac{4fx(L-x)}{L^2} \right] dx \quad (71)$$

$$\text{Tan } (\theta) = \frac{4f(L-2x)}{L^2} \quad (72)$$

Reemplazando X = KL

$$\text{Tan } (\theta) = \frac{4f(1-2K)}{L} \quad (73)$$

Remplazando las ecuaciones (60) (70) y (73) en (30):

$$V_k = V1_k - H_k \cdot \frac{4f(1-2K)}{L} \quad (74)$$

4.1.8.2 Puntual. Para carga puntual (P), ecuación de cortante en un punto situado (KL) del apoyo es

$$V1_k = P \cdot (1 - K) \quad (75)$$

El valor de H obtenido en la ecuación (64) es:

$$H_k = \frac{PfL^2(K - 2K^3 + K^4)}{3EI}$$

Remplazando (64), (73) y (75), en (30):

$$V_k = P \cdot (1-K) - \frac{4Pf^2L(1-2K)(K - 2K^3 + K^4)}{3EIN} \quad (76)$$

4.1.9 Efectos de la Temperatura

4.1.9.1 Tensión Horizontal. La tensión horizontal (Ht) debido a los cambios de temperatura (t) esta dada por:

$$Ht = \frac{\alpha_t \cdot t \cdot L_t}{N} \quad (77)$$

Donde (αt) y (L_t) representan el coeficiente de expansión térmica y longitud total del cable respectivamente.

La longitud total del cable es la suma del cable del vano central y los laterales a los anclajes.

$$L_t = L \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{L} \right)^2 - \frac{32}{5} \left(\frac{f}{L} \right)^4 \right] + \frac{2L_2}{\cos(\theta_1)} \quad (78)$$

4.1.9.2 Momento. El momento debido al cambio de temperatura (M_t) en un punto, se calcula para la fórmula de momento sin carga de la ecuación (33)

$$M_t = -H_t \cdot Y$$

Remplazando las ecuaciones (61) y (77) en (33) se obtiene:

$$M_t = - \frac{\alpha_t \cdot t \cdot L_t \cdot 4fK(1-K)}{N} \quad (79)$$

4.1.9.3 Cortante. El cortante debido al cambio de temperatura (M_t) en un punto, se calcula para la fórmula de cortante sin carga

$$V_t = -H_t \cdot \text{Tangente } (\theta) \quad (80)$$

Remplazando las ecuaciones (73) y (77) en (80) se obtiene:

$$V_t = - \frac{\alpha_t \cdot t \cdot L_t \cdot 4f(1-2K)}{LN} \quad (81)$$

4.1.10 Deflexión de la Viga de Rigidez

4.1.10.1 Deflexión por Cargas. Para una carga especificada, la deflexión de la viga de rigidez puede calcularse como la diferencia entre la deflexión producida por las cargas aplicadas y las producidas por las fuerzas de suspensión, considerando la viga de rigidez como viga simple. El efecto de las fuerzas de suspensión debido a la acción del cable, se puede reemplazar por una carga ascendente uniformemente distribuida sobre la viga.

Utilizando la ecuación (7) podemos obtener la carga equivalente (S) en función de la tensión horizontal H obtenida para la carga en consideración.

$$S = \frac{8fH}{L^2} \quad (82)$$

La deflexión en el centro de la luz debido al cable es (7)

$$\Delta c = \frac{5SL^4}{384EI} \quad (83)$$

La deflexión en el centro de la luz debido a las cargas es:

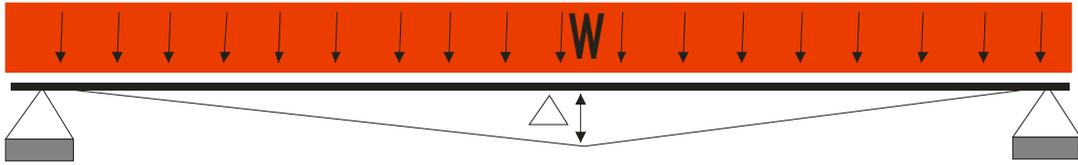
$$\Delta w = \frac{5WL^4}{384EI} \quad \text{Para carga distribuida} \quad (84)$$

$$\Delta w = \frac{PL^3}{48EI} \quad \text{Para carga puntual} \quad (85)$$

La deflexión por cargas y sustentación teniendo como positivo hacia abajo en el centro de la viga de rigidez es:

$$\Delta 1 = \Delta w - \Delta c \quad (86)$$

Figura 7. Diagrama de deflexión



4.1.10.2 Deflexión por Temperatura. La deflexión producida por los efectos de temperatura, se determina aplicando la carga equivalente (St) como carga vertical descendente y sumando su efecto a la carga y a la suspensión.

$$St = \frac{8f.Ht}{L^2} \quad (87)$$

$$\Delta t = \frac{5StL^4}{384EI} \quad (88)$$

Donde Ht corresponde al valor de la tensión horizontal la obtenida en la ecuación (77).

4.1.10.3 Deflexión Total. La deflexión total de la viga de rigidez es la suma algebraica de la deformación por carga, temperatura y cargas de sustentación.

$$\Delta T = \Delta 1 - \Delta t \quad (89)$$

4.1.11 Contraflecha del Tablero. La trayectoria del tablero es una parábola que tiene en su centro una altura con respecto al apoyo (ΔT). La ecuación para el trazado de la trayectoria es:

$$Y = \frac{4(\Delta T).X(L - X)}{L^2} \quad (90)$$

4.1.12 Cargas de Viento. Si la viga de rigidez esta arriostrada en sus cordones inferiores, los mismos se constituyen en una viga transversal resistente a los efectos laterales del viento. La aplicación de la presión (p) del viento esta parcialmente contrarestada por una fuerza de restitución R debido al desplazamiento horizontal del peso por m (w) de la viga de rigidez.⁽⁶⁾

La reducción en la presión horizontal esta dada con suficiente exactitud por:

$$R = P_w \left[\frac{1}{1 + \frac{vEI}{0.013WL^4}} \right] \quad (91)$$

v = Altura desde el cable en el centrote la luz al cordón inferior de la viga de rigidez

$$v = H \text{ torre} - f - \text{contraflecha tablero} \quad (92)$$

I= Inercia de la cercha horizontal inferior

Este valor corresponde al fuerza de restitución en el centro de la viga, y su valor disminuye a cero en los extremos, y debe afectarse por 5/6 para considerarla como uniforme en el todo vano.

La presión efectiva del viento sobre la viga es:

$$P_{ew} = P_w - \frac{5r}{6} \quad (93)$$

El momento se calcula para viga simplemente apoyada con carga uniforme:

$$M_v = (+-) \frac{P_{ew}.X(L-X)}{2} \quad (94)$$

Las tensiones y/o compresiones son resistidas por el PAR que forman los cordones inferiores de la viga de rigidez, y deben sumarse a los efectos de carga vertical.

Cuando se utiliza el método matricial, se puede, se puede transformar la carga distribuida (P_{ew}) a carga puntual en función de la separación de los nudos y analizarla como cercha plana.

4.1.13 Pendolones. Los pendolones son los elementos verticales que transportan la carga desde la viga de rigidez al cable. Trabajan a tensión, y su mayor valor se produce al sumar las cargas vivas y muertas aferentes, por la distancia entre pendolones.

$$T = \left(Wl.Fc + \frac{Wm}{2} \right) Sp + P.Fc \quad (95)$$

Wl = Carga viva distribuida

P = Carga viva puntual

Fc = Factor camión

Wm = Carga muerta sin incluir el peso de los cables

Sp = Distancia entre pendolones

4.2 METODO EMPIRICO

Este método abreviado, es utilizado principalmente para puentes peatonales y esta basado en las siguientes consideraciones:

Considera el trabajo del cable en forma independiente, por lo tanto rigen todas las ecuaciones de (1) a (23)

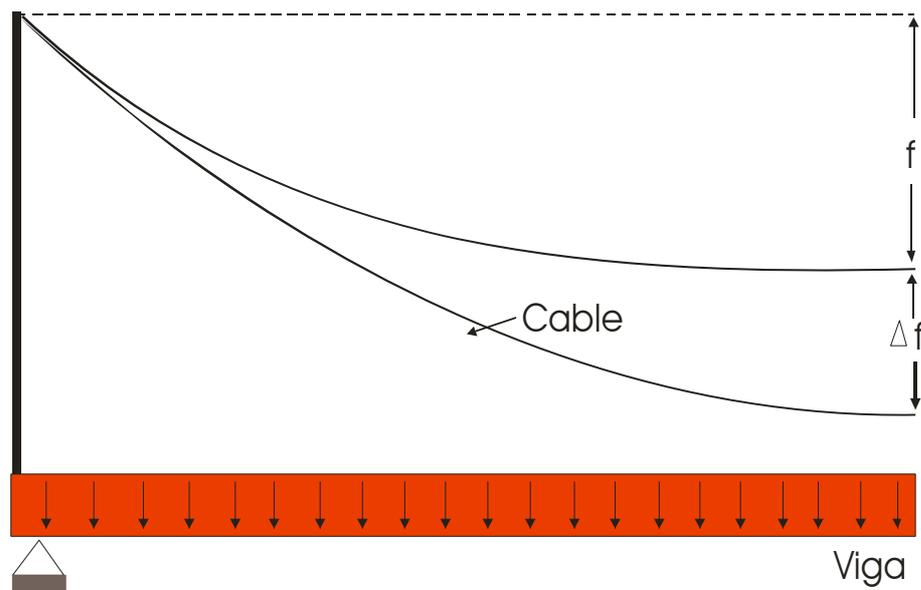
La viga de rigidez se calcula como viga simplemente apoyada que soporta una carga distribuida equivalente (We) que es función del cambio de flecha en el centro del vano (Δf) obtenido por la ecuación (22).

De la ecuación para deformación para carga distribuida se deduce que:

$$We = \frac{\Delta f \cdot 384EI}{5L^4} \quad (96)$$

Hay que tener en cuenta el proceso constructivo para el cálculo de los diferentes valores de (Δf).

Figura 8. Diagrama de variación de la flecha



4.3 TEORIA DE LA DEFLEXION

4.3.1 Justificación. Esta teoría considera que para luces grandes, pequeñas vigas de rigidez o grandes cargas muertas, los valores obtenidos para momentos y cortantes por la teoría elástica son demasiado altos, que satisfacen la seguridad pero no la economía, y que debe utilizarse para estimaciones preliminares de diseño.⁽⁶⁾

4.3.2 Hipótesis Fundamentales.

1. La teoría de la deflexión para el análisis de puentes suspendidos con viga de rigidez esta basada en las siguientes formulaciones:
2. La curva inicial del cable es una parábola. (En la practica la desviación de la curva real con respecto ala parábola es menor al 0.5 %)
3. La carga muerta inicial (w) es transportada por el cable produciendo una tensión horizontal inicial (H_w) sin causar esfuerzos en la viga de rigidez.
4. Al contrario de la teoría elástica, se asume que las ordenadas de la curva del cable no permanecen inalteradas con la aplicación de las cargas. En otras palabras, la variación del brazo de palanca de las fuerzas del cable es tomada en cuenta. Este cambio en las ordenadas del cable o brazo de palanca varia la tensión inicial (H_w) significativamente.
5. La teoría es aplicable a puentes de tres vanos, con suspensión o no en los vanos laterales y con viga de rigidez articulada en las torres⁽⁶⁾.

4.3.3 Ecuaciones Básicas. Si la deflexión del vano es despreciada, la expresión general para el momento en un punto de la viga esta dada por la fórmula básica de ecuación (25)

$$M = M_1 - Hy$$

Donde M_1 es el momento de las cargas como viga simple y HY representa los momentos debidos al cable.

En consecuencia de la deflexión (n), los momentos son relevados por una cantidad adicional ($Hw + H$). n y la expresión para M se vuelve:

$$M = M_1 - Hy - (Hw + H)n \quad (97)$$

La anterior es la ecuación básica de la teoría de la deflexión.

Despreciando la elongación de los pendolones, la viga en un punto tendrá la misma deflexión (n) del cable en ese punto.

Por la teoría de la flexión aplicada a la viga

$$\left(\frac{dn}{dx}\right)^2 = -\frac{M}{EI} \quad (98)$$

Sustituyendo la ecuación (98), e introduciendo el símbolo

$$c^2 = \frac{Hw + H}{EI}$$

Se obtiene:

$$\left(\frac{dn}{dx}\right)^2 = c^2 n - \frac{c^2(M1 - HY)}{Hw + H} \quad (99)$$

La solución de esta ecuación diferencial, es la fórmula general para deflexiones o ecuación de la deflexión de la curva:

$$n = \frac{H \left[C_1 e^{cx} + C_2 e^{-cx} + \left(\frac{M1}{H} - y\right) - \frac{\left(\frac{p}{H} - \frac{8f}{L^2}\right)}{c^2} \right]}{Hw + H} \quad (100)$$

Donde (p) es la carga uniforme aplicada que produce M1 y H. Los términos en el último paréntesis son la segunda derivada de los términos del primero. Sustituyendo la ecuación (100) en la ecuación (97) la fórmula general para M ecuación de la curva, se obtiene,⁽⁵⁾⁽⁶⁾

$$M = -H \left[C_1 e^{cx} + C_2 e^{-cx} - \frac{\left(\frac{p}{H} - \frac{8f}{L^2}\right)}{c^2} \right] \quad (101)$$

En la ecuación (101) se observa que el momento (M) no es proporcional a la carga (p) que lo produce. La ecuación (96) muestra que el valor de (M) esta afectado por la tensión de la carga muerta (Hw) en el cable antes de la aplicación de la carga viva. En esta teoría no se utilizan las líneas de influencia, debido a que las tensiones producidas por combinación de cargas no se pueden obtener por adición algebraica de las respectivas tensiones.

La fórmula general para el cortante (V) o ecuación V-curva es obtenida por diferenciación de la ecuación (101) con respecto a x:

$$V = \frac{dM}{dx} = -H.c(C_1e^{cx} - C_2e^{-cx}) \quad (102)$$

Las constantes de integración C1 y C2 en las ecuaciones para n, M, y V aparecen también en la ecuación general para H. Estas son determinadas por las condiciones de carga.

4.3.4 Tensión Horizontal H. La tensión horizontal del cable (H) debido a la carga viva, cambio de temperatura y carga muerta suplementaria, se deduce de las ecuaciones de trabajo virtual.

Para el caso de carga uniforme cubriendo un segmento izquierdo $k = l - m$ del vano central, la ecuación particular de la tensión horizontal (H) es la siguiente:

$$H = \frac{N}{D} \quad (103)$$

$$(104)$$

$$N = pk \left[\frac{k(3l - 2k)}{12} - \frac{1}{c^2} \right] - \frac{p \left[2 - e^{cl} - e^{-cl} - e^{ck} - e^{-ck} + e^{cm} + e^{-cm} \right]}{c^3 (e^{cl} - e^{-cl})} - rc^2 EI \omega t Lt$$

$$c = \sqrt{\frac{Hw + H}{EI}} \quad (105)$$

$$Hw = \frac{WL^2}{8f} \quad (106)$$

$$r = \frac{L^2}{8f} \quad (107)$$

$$m = L - k \quad (108)$$

L: luz central (m)

p: Carga viva + carga muerta sobre impuesta (ton/m)

k: Longitud cargada de luz central (m)

f: Flecha de la luz central (m)

w: Carga muerta aplicada antes de unir la viga (ton/m)

E: Modulo de elasticidad de la viga de rigidez (ton/m²)

I: Inercia de la viga de rigidez (m⁴)

ω : Coeficiente de dilatación térmica de la viga de rigidez

t: Cambio de temperatura

$$D = \sum K \left[\frac{2(e^{CL} - 1)}{rc^3(e^{CL} + 1)} + \frac{2}{3} fl - \frac{l}{rc^2} \right] + rc^2 \frac{I}{A_0} \frac{E}{Ec} Ls \quad (109)$$

A: Area del cable en la luz central (m²)

Ec: Modulo de elasticidad del cable (ton/m2)

Ls: longitud total del cable (m)

ΣK : Se calcula para la luz central y luz adyacente.

Para carga sobre todo el vano se reemplaza (k) por (L) en la ecuación (104)

$$N = pL \left(\frac{l^2}{12} - \frac{1}{C^2} \right) + \frac{2p(e^{cl} - 1)}{c^3(e^{cl} + 1)} + rc2\omega tLt \quad (110)$$

4.3.5 Constantes de Integración. Para carga distribuida aplicada en un segmento del la luz central:

$$C_1 = \frac{p(e^{cm} + e^{-cm} - 2e^{-cl})}{2Hc^2(e^{cl} - e^{-cl})} - \frac{1}{rc^2(1 + e^{cl})} \quad (111)$$

$$C_2 = -C_1 + \frac{\left(\frac{p}{H} - \frac{1}{r} \right)}{c^2} \quad (112)$$

Para carga sobre todo el vano:

$$C_1 = \frac{1}{c^2(1 + e^{cl})} \left(\frac{p}{H} - \frac{1}{r} \right) \quad (113)$$

$$C_2 = C_1.e^{cl} \quad (114)$$

4.3.6 Cortante. El cortante en un punto esta dado por la ecuación general :

$$V = V1 - H \text{ tangente } (\theta)$$

4.3.7 Deflexión Máxima. La máxima deflexión en el centro de la luz se produce generalmente con carga distribuida sobre toda la viga y alta temperatura.

$$\Delta = n = \frac{H \left[2C_1 e^{\frac{cL}{2}} - f + \frac{pL^2}{8H} - \left(\frac{p}{H} - \frac{1}{r} \right) \right]}{Hw + H} \quad (115)$$

La tensión horizontal (H), se calcula por medio de las la ecuaciones (109) y (102). La constante de integración es la obtenida a la ecuación (112)

4.3.8 Procedimiento de Cálculo.

4.3.8.1 Tensión Máxima en el Cable. Para la carga distribuida sobre toda la luz central, se asume el valor de (H), con el cual se calcula (c) de la ecuación (105), (D) de la ecuación (109), (N) en la ecuación (110) y H en la ecuación (103). El valor final de todos los parámetros se obtiene cuando converge (H).

4.3.8.2 Momentos en la Viga de Rigidez. Para cada longitud (k) de carga distribuida sobre la luz central, se asume un valor de (H), con el cual se calcula © de la ecuación (105), (D) de la ecuación (109), (N) en la ecuación (104) y H en la ecuación (103). El valor final de todos los parámetros se obtiene cuando converge (H).

Obtenido el valor de (H) para cada condición de carga se calculan los coeficientes de integración C1 y C2.

Utilizando la ecuación (101), para cada punto (x) de análisis en la viga, se obtiene el momento positivo para las diversas longitudes de carga.

Se tabula para cada punto (x) el valor del momento máximo.

4.3.8.3 Cortante en la viga de rigidez. Para cada longitud (k) de carga distribuida sobre la luz central, se asume un valor de (H), con el cual se calcula © de la ecuación (105), (D) de la ecuación (109), (N) en la ecuación (104) y H en la ecuación (103). El valor final de todos los parámetros se obtiene cuando converge (H).

Obtenido el valor de (H) para cada condición de carga se calculan los coeficientes de integración C1 y C2.

Utilizando la ecuación (102), para cada punto (x) de análisis en la viga, se obtiene el cortante para las diversas longitudes de carga.

Se tabula para cada punto (x) el valor del cortante máximo.

5. CARACTERISTICAS MECANICAS DEL CABLE

Los valores de las propiedades mecánicas deben tomarse de los datos suministrados por el proveedor para cada proyecto específico. Sin embargo a nivel de información, se aportan los parámetros usuales de los cables utilizados en nuestro país.

5.1 DEFINICIONES

5.1.1 Resistencia Última (Fu). La carga ultima que soporta el alambre o torón en el ensayo de tracción, dividida por el área inicial de sección de alambre o área metálica del torón.

$$Fu = 19.000 \text{ kg/cm}^2$$

5.1.2 Límite Proporcional (Fy). Es el esfuerzo en que la relación esfuerzo – deformación deja de ser lineal. Es decir, el esfuerzo por encima del cual el comportamiento del alambre pasa de ser elástico a plástico. Este esfuerzo se asume como el esfuerzo al 1% de la deformación unitaria. El alambre debe ser usado siempre bajo un esfuerzo menor del límite proporcional.

$$Fy = 17.800 \text{ kg/cm}^2$$

5.1.3 Módulo de Elasticidad (Ec). Es la relación esfuerzo a deformación unitaria.

$$Ec = 2.000.000 \text{ kg/cm}^2$$

5.1.4 Alargamiento Porcentual. Es el porcentaje de aumento de longitud, que sufre una muestra de 250 mm al romperse en el ensayo de tracción. El valor de esta propiedad da una medida de la ductibilidad de la muestra

Porcentaje de Elongación 3.5% - 5 %

5.1.5 Doblamiento. Da una medida de ausencia de fragilidad. Se define como la capacidad de la muestra de soportar doblamiento de 90^0 alrededor de un radio predeterminado por la norma

5.1.6 Relajación. Es la deformación del cable por efecto de la carga permanente. Su efecto debe tomarse en cuenta, ya que las teorías se basan en los efectos elásticos de la carga.

La relajación se acelera significativamente cuando el esfuerzo permanente (G_w) es mayor al 50% del esfuerzo de rotura (f_u), siendo esta la razón por la cual se recomienda que el esfuerzo debido a carga permanente no exceda $0.45.f_u$, a menos que se utilice un cable especial de baja relajación, en cuyo caso se puede incrementar el esfuerzo hasta el $0.7 f_u$.⁽²⁾

5.1.7 Esfuerzo de fatiga. Como el esfuerzo de fatiga del acero no aumenta proporcionalmente con el esfuerzo de rotura, se vuelve necesario considerar la fatiga en el diseño de cables sujetos a fuerzas oscilantes. Sin embargo el hecho que los cables sean los elementos principales de carga, con relativa magnitud de cargas permanentes, y que la concentración de fuerzas del tráfico vehicular actuando sobre el tablero sean eficientemente distribuidas por la viga de rigidez, reduce considerablemente los problemas de fatiga.⁽²⁾

Así, en los puentes con tráfico vehicular con viga de rigidez en acero, el esfuerzo de fatiga, en el menor de los casos gobierna las dimensiones de los

cables, y en los puentes con vigas de concreto, las cargas muertas son de tal magnitud, que la fatiga no es considerada.⁽²⁾

6. DEFINICION DEL MODELO ESTRUCTURAL

6.1 DESCRIPCION

Para aplicar los métodos anteriormente descritos, y poder evaluar los momentos, cortantes, deflexiones en la viga y tensiones en el cable, así como para analizar la incidencia de la rigidez de la viga, se ha optado por un prototipo de puente de la cartilla de la Secretaría de Obras Publicas de Antioquia₍₄₎

La tensión máxima en el cable, y la deflexión máxima en la viga, se calculan con las cargas vivas en todo el vano.

Los momentos y cortantes máximos se calculan con viga parcialmente carga.

Para determinar la incidencia de la rigidez en el sistema, se cargara completamente el vano, variando la inercia en porcentajes de la rigidez del modelo.

El prototipo a estudiar, consiste en un puente colgante metálico de 160 m de luz, vigas de rigidez de 3.0 m de altura, tablero de 5.0 m de ancho; consta de 8 vigas longitudinales y vigas transversales cada 5.0, y se apoya a las vigas de rigidez en los nudos inferiores.

El espesor de la losa adoptado es de 16.5 cm, que corresponde a la menor dimensión permitida para vigas y losa, por el Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes.

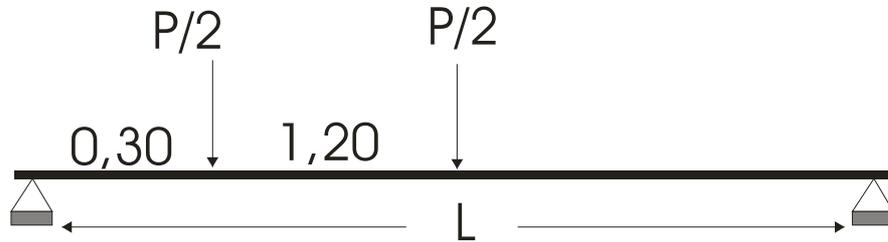
Tabla 1. Características del puente

DESCRIPCION	UNIDAD	CANTIDAD
TABLERO		
Luz central	M	160
Luz lateral	M	53,25
Cota Torre	M	20,5
Flecha inicial (f)	M	15,4
Ancho	M	5,0
Ec	kg/cm ²	2.050.000
Altura viga	M	3,0
CABLE		
Area	cm ²	61
Ec	kg/cm ²	2.000.000
Fu	kg/cm ²	19.000
Fy	kg/cm ²	17.800
Constante curva	1/m	240.625 E-8
Tangente del ángulo	radianes	48.155 E -7
Angulo máximo	Grados	21.057
PENDOLONES		
Area	Cm ²	7.9
Espaciamiento	M	5.0

6.2 FACTOR CAMION

Colocando la carga a 0,30 m de viga de rigidez y analizando el tablero como viga simplemente apoyada, se obtiene el factor camión, $FC=0.82P$

Figura 9. Disposición de carga para factor camión



6.3 INERCIA DE LOS ELEMENTOS

Tabla 2. Inercia de los elementos.

VIGA	INERCIA CM ⁴
Longitudinal	4.850
Transversal	18.464
Rigidez	2.537.100

6.4 APORTE DEL TABLERO A LA RIGIDEZ DEL SISTEMA

Debido a la poca rigidez torsional existente en la unión viga transversal – viga de rigidez, se produce un giro que no permite que se transmitan los momentos provenientes de la viga del tablero, y por lo tanto que el sistema pueda comportarse como un sólido rígido, con nuevo centro de gravedad e inercia. Esta rotación permite que se estudie el modelo utilizando las inercias equivalentes. Para investigar el aporte del tablero en estas circunstancias se corrió el modelo en el programa SAP. La deflexión máxima de 16,422 m, tiene una diferencia del 3% con respecto a la deflexión de la viga de rigidez actuando sola (15,889 m).

6.5 VIGA EQUIVALENTE

Con el fin de simplificar los cálculos al aplicar el método matricial, se utilizó una viga de rigidez con inercia equivalente a la de la celosía del prototipo. La validez de la hipótesis y sus valores se indican a continuación:

6.5.1 Ecuación General.

$$h = \sqrt[3]{\frac{12I}{b}} \quad (117)$$

h = Altura de la viga equivalente (cm)

I = Inercia de la viga equivalente cm⁴

b = Ancho de la viga equivalente cm

Tabla 3. Vigas equivalentes.

Viga	Inercia Cm ⁴	b cm	He cm
Longitudinal	4.850	20	14
Transversal	18.464	20	22
Rigidez	2.537.100	20	91

6.5.2 Verificación de la Ecuación (117) La viga de rigidez se analizó con carga unitaria, y para el modelo real por el método matricial, la deflexión máxima es:

$$\Delta = 1.588,9 \text{ cm}$$

$$\Delta = \frac{5WL^4}{384EI} \quad (118)$$

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$h = 92 \text{ cm}$$

6.5.3 Verificación del cálculo de la inercia. De los resultados obtenidos en el anexo (1), también se puede certificar que la inercia calculada con base en el teorema de los ejes paralelos es bastante aproximada.

$$\Delta = 1.588,9 \text{ cm}$$

$$I = \frac{5WL^4}{384EI\Delta}$$

$$I = 2.619.801 \text{ cm}^4$$

Este resultado es equivalente al 3% de la calculada con el teorema de ejes paralelos, por lo tanto es válida la hipótesis.

7. APLICACION DEL METODO EMPIRICO EN LA EVALUACION DEL MODELO ESTRUCTURAL

7.1 SECUENCIA DE CONSTRUCCION

1. Cables, pendolones, viga de rigidez, vigas longitudinales y vigas transversales
2. Losa en concreto reforzado
3. Carga viva.

7.2 CARGAS

La carga muerta y viva por cables es:

Tabla 4. Cargas

CARGA	W Ton
Peso Propio	0,86
Losa	1,0
Viva W	1.0
Viva P	14,2

7.3 TENSIONES EN EL CABLE

La tensión horizontal (H) se determina para cada carga sin la influencia de la viga de rigidez, por lo tanto se utiliza la ecuación (7), adicionando el término para carga puntual.

$$H = \frac{WL^2}{8f} + \frac{PL}{4f}$$

La tensión máxima se obtiene de la ecuación (5):

$$T = \frac{H}{\cos \theta}$$

Tabla 5. Tensiones con cargas simultáneas

ETAPA	Tensión Horizontal (H) Ton	Tensión máxima Ton
Etapa 1	89	96
Losa	206	220
Carga Viva	247	264
Suma	542	580

Tabla 6. Tensiones con carga paso a paso.

ETAPA	Tensión Horizontal (H) Ton	Tensión máxima Ton
Etapa 1	89	96
Losa	200	215
Carga Viva	226	246
Suma	516	557

7.4 ESFUERZO EN CABLES

Tabla 7. Carga aplicada simultáneamente.

CARGA	Tensión máxima Ton	Ft Kg/cm²	% Fu
Total	580	9.508	50
Permanente	316	5.180	27

Tabla 8. Carga aplicada paso a paso.

CARGA	Tensión máxima Ton	Ft Kg/cm²	% Fu
Total	516	8.460	45
Permanente	289	4.738	25

7.5 VARIACION DE LA FLECHA

Tabla 9. Cargas aplicadas simultáneamente.

CARGA	Deformación en centro de luz M
Propio	0,43
Losa	0,98
Viva + Temperatura	1,44

Tabla 10. Cargas aplicadas paso a paso.

CARGA	Deformación en centro de luz M
Propio	0,43
Losa	0,93
Viva + Temperatura	1,26

7.6 TENSIONES EN LA VIGA DE RIGIDEZ

7.6.1 Hipótesis de Cálculo. La viga de rigidez se analiza como viga simplemente apoyada, sometida a la carga equivalente (We) obtenida de la ecuación (96). Debido a que cuando se produce la unión del entramado de la viga de rigidez, ya se han sucedido las deformaciones respectivas, se considera que solamente la sobrecarga de la losa del tablero, la carga viva y temperatura, generan tensiones en la viga de rigidez.

$$We = \frac{\Delta f \cdot 384EI}{5L^4}$$

$$\Delta f = 2,19 \text{ m}$$

Para obtener (We), momentos y esfuerzos, se variará la inercia, siguiendo los criterios adoptados en los casos a, b, c, d.

7.6.2 Momentos. La ecuación de momento y cortante para un punto situado a una distancia (X) del apoyo, se define para una viga simplemente apoyada:

$$M1 = \frac{We \cdot X(L - X)}{2}$$

7.6.2.1 Caso A. Se mantiene constante el área del cordón superior e inferior $A = 56.38 \text{ cm}^2$ y se varía la inercia como función de su altura.

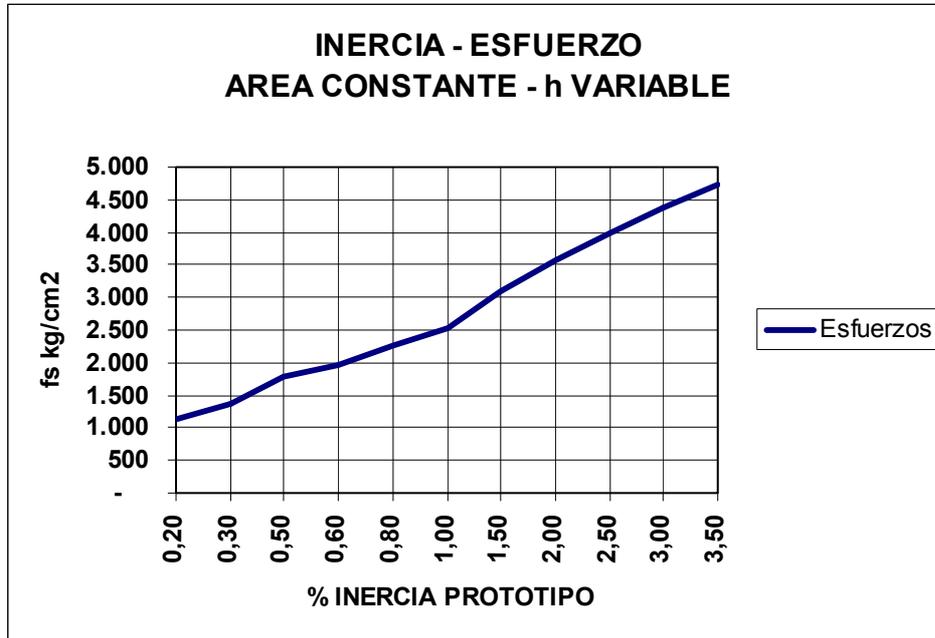
$$f_t = \frac{100.M}{\sqrt{2IA}}$$

$$A = 56.38 \text{ cm}^2$$

Tabla 11. Caso A.

% Inercia	We kg/m	Momento Ton-m	fs = fi kg/cm²
0,20	27	85	1.129
0,30	40	128	1.383
0,50	67	214	1.786
0,60	80	256	1.956
0,80	107	342	2.259
1,00	133	427	2.525
1,50	200	641	3.093
2,00	267	854	3.571
2,50	334	1.068	3.993
3,00	400	1.281	4.374
3,50	467	1.495	4.724

Figura 10. Inercia – esfuerzo Caso A.



La variación del esfuerzo es proporcional con respecto a la inercia, ya que en la medida que la inercia se incrementa, el esfuerzo axial en los cordones también se incrementa y viceversa. Para una inercia del 300 % el esfuerzo se incrementa en el 75 %, y para una inercia del 20% el esfuerzo disminuye el 45%

7.6.2.2 Caso B. Se mantiene constante la altura $h = 3.0$ m, y se varía la inercia en función del área; La relación del área del cordón superior a inferior = 1.

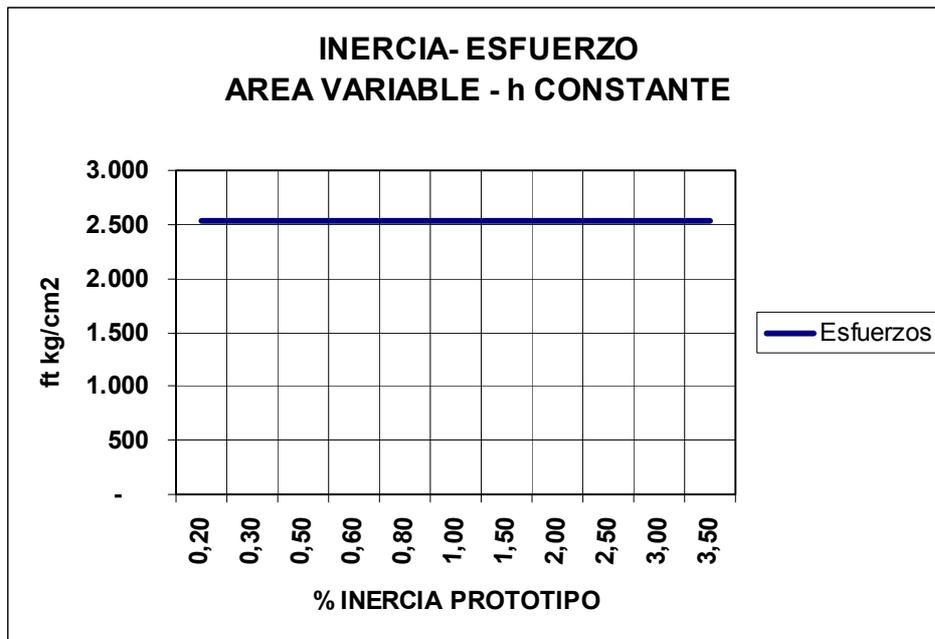
Es el caso de un reforzamiento estructural de los dos cordones.

$$f_t = \frac{5000M1.h}{I}$$

Tabla 12. Caso B.

% Inercia	We kg/m	Momento Ton-m	ft Kg/cm ²
0,20	27	85	2.525
0,30	40	128	2.525
0,50	67	214	2.525
0,60	80	256	2.525
0,80	107	342	2.525
1,00	133	427	2.525
1,50	200	641	2.525
2,00	267	854	2.525
2,50	334	1.068	2.525
3,00	400	1.281	2.525
3,50	467	1.495	2.525

Figura 11. Inercia – esfuerzo Caso B.



El esfuerzo axial permanece constante, sin importar la variación de la inercia.

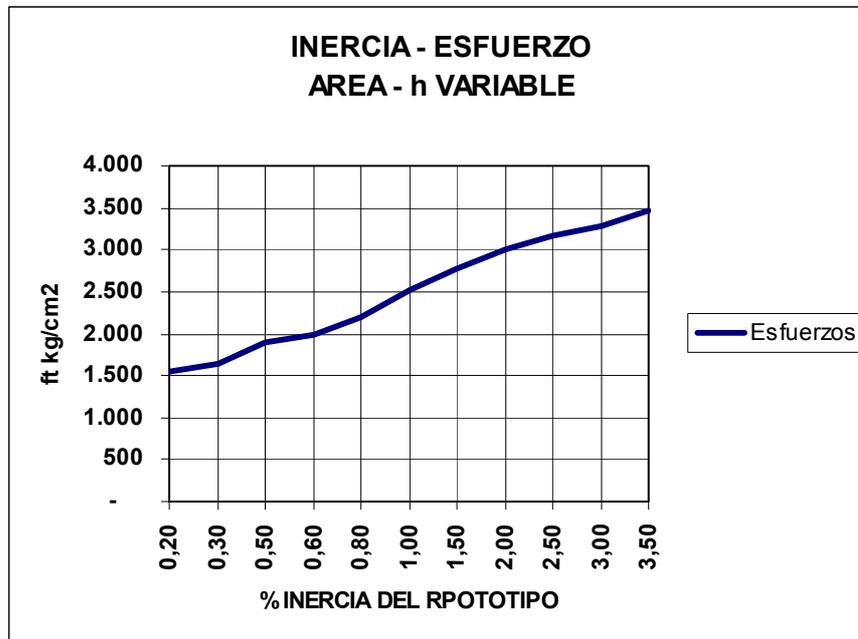
7.6.2.3 Caso C. Se varía la inercia, variando la altura y el área; La relación del área del cordón superior a inferior = 1.

$$ft = \frac{M}{h.A}$$

Tabla 13. Caso C.

Area Cm	Altura M	% Inercia	We kg/m	Momento Ton-m	ft kg/cm²
30,0	1,85	0,20	27	86	1.557
40,0	1,95	0,30	40	128	1.641
50,0	2,25	0,50	67	213	1.894
55,0	2,35	0,60	80	256	1.978
60,0	2,60	0,80	107	341	2.189
56,4	3,00	1,00	133	427	2.525
70,0	3,30	1,50	201	642	2.778
80,0	3,56	2,00	267	853	2.997
90,0	3,76	2,50	334	1.068	3.161
100,0	3,90	3,00	400	1.280	3.283
105,0	4,11	3,50	467	1.493	3.460

Figura 12. Inercia – esfuerzo Caso C.



La variación del esfuerzo es proporcional con respecto a la inercia, sin embargo es menor al del caso A. Para una inercia del 300 % el esfuerzo se incrementa en el 30 %, y para una inercia del 20% el esfuerzo disminuye el 60%

7.6.2.4 Caso D. Se varía la inercia en función de la variación del área del cordón superior, se mantiene constante la altura y el área inferior

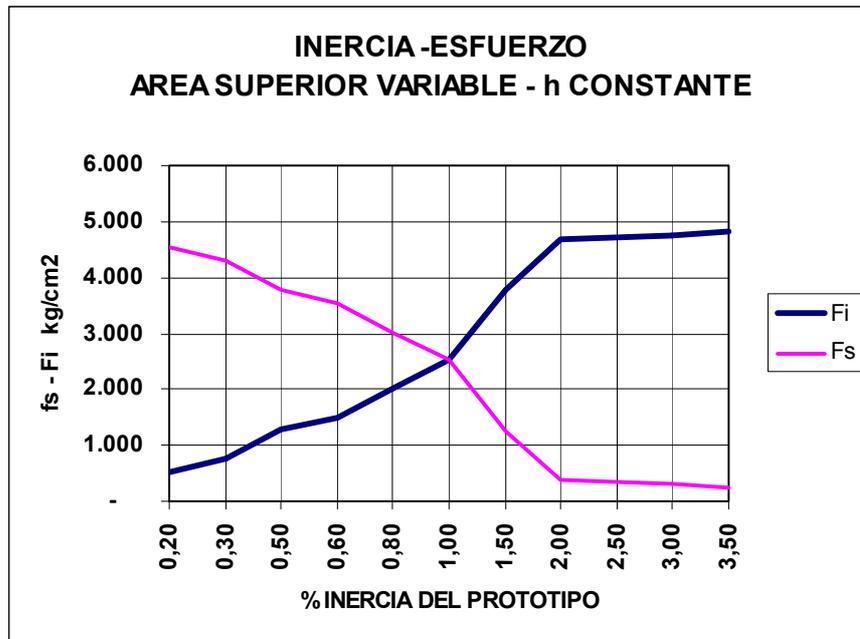
En este caso se puede incluir la sección compuesta, losa –viga de rigidez.

$$f_t = \frac{MY_s}{I}$$

Tabla 14. Caso D.

Area S Cm ²	Yi m	% Inercia	We kg/m	Momento Ton-m	fi kg/cm ²	fs kg/cm ²
6,4	30,6	0,20	27	87	515	4.536
10,0	45,2	0,30	40	129	761	4.290
19,0	75,6	0,50	67	215	1.273	3.778
24,0	89,6	0,60	80	255	1.508	3.543
37,5	119,8	0,80	107	341	2.017	3.033
56,4	150,0	1,00	133	427	2.525	2.525
170,0	225,3	1,50	200	642	3.793	1.258
700,0	277,6	2,00	247	791	4.674	376
800,0	280,2	2,50	249	798	4.718	333
900,0	282,3	3,00	251	804	4.753	298
1.100,0	285,4	3,50	254	813	4.804	246

Figura 13. Inercia – Esfuerzo Caso D.



El aumento del esfuerzo del cordón inferior con respecto a la inercia se mantiene proporcional y constante, en un rango, entre el 20% y 1.200% del área inferior, valor a partir del cual el la inercia y el esfuerzo se mantienen prácticamente constantes. Las curvas de esfuerzo se cortan en la inercia del prototipo, por tener las áreas iguales.

El esfuerzo del cordón superior se comporta inversamente proporcional al esfuerzo inferior.

7.6.3 Cortante

$$V1 = \frac{We(L - 2X)}{2}$$

El cortante en el apoyo se calcula remplazando L/2 por X:

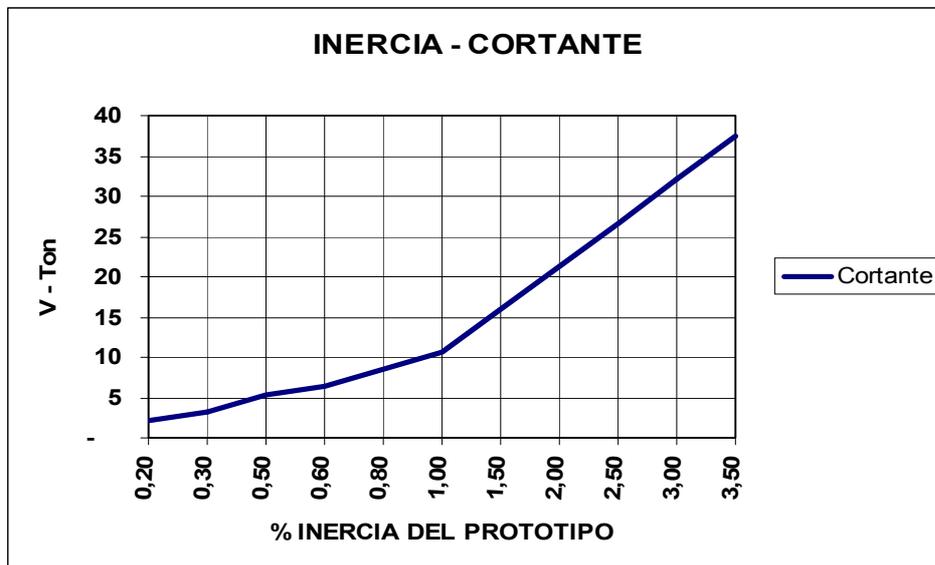
$$V = \frac{WeL}{2}$$

Variando la Inercia en función de la altura (caso A), se obtiene:

Tabla 15. Cortante.

H M	% Inercia	We kg/m	Cortante Ton
1,34	0,20	27	2
1,64	0,30	40	3
2,12	0,50	67	5
2,32	0,60	80	6
2,68	0,80	107	9
3,00	1,00	133	11
3,67	1,50	200	16
4,24	2,00	267	21
4,74	2,50	334	27
5,20	3,00	400	32
5,61	3,50	467	37

Figura 14. Inercia - Cortante.



La tensión en la diagonal aumenta en función de la inercia, en forma lineal.

7.6.4 Cargas de Viento

7.6.4.1 Presión del Viento. Utilizando lo establecido en el numeral A.3.6 del Código de Diseño Sísmico de Puentes, se tiene:

$$P_w = 675 \text{ kg/m}$$

7.6.4.2 Reducción de la Presión.

$$v = 20.5 - 15.4 - 1.6 \quad (92)$$

$$v = 3.5 \text{ m}$$

$$w = 2 * 991 \text{ kg/m}$$

$$w = 1.982 \text{ kg/m}$$

Remplazando los valores en función de la Inercia:

$$R = \frac{1}{1 + 1.4.25E - 8}$$

La presión efectiva es:

$$P_{ew} = 675 \left[1 - \frac{5}{6 + 1.2.55E - 7} \right] \text{kg} / m$$

7.6.4.3 Esfuerzos en la Cercha Inferior. El momento máximo calculado para viga simplemente apoyada con carga uniforme:

$$M_w = (+ -) \frac{P_{ew} L^2}{8}$$

$$M_w = 2160000 \left[1 - \frac{5}{6 + 1.2.55E - 7} \right] \text{kg} / m$$

$$I = \frac{A_i B^2}{2} \text{cm}^4$$

B = Distancia entre cordones inferiores (cm)

B = 500 cm

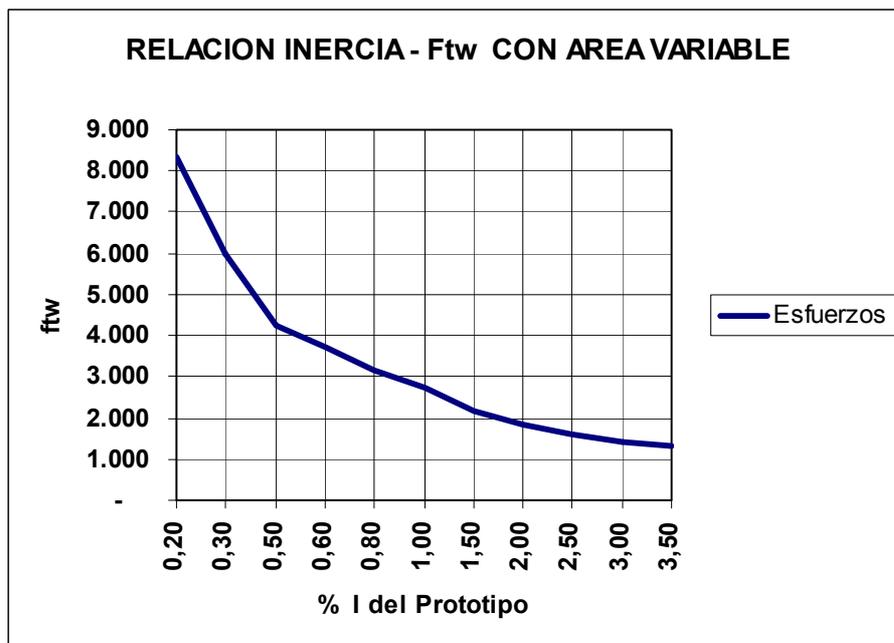
A_i = Area del cordón inferior (cm²)

$$F_{tw} = \frac{100.M_w}{B A_i} \text{kg} / \text{cm}^2$$

Tabla 16. Esfuerzo en la cercha inferior.

Area Cm ²	% Inercia	Mw Ton - m	Ftw kg/cm ²
11,0	0,20	459	8.352
17,0	0,30	509	5.989
28,0	0,50	593	4.236
34,0	0,60	635	3.738
45,0	0,80	707	3.144
56,4	1,00	775	2.749
84,5	1,50	918	2.172
113,0	2,00	1.035	1.832
141,0	2,50	1.131	1.604
169,0	3,00	1.212	1.434
197,5	3,50	1.282	1.298

Figura 15. Relación inercia – Ftw con área variable.



El esfuerzo disminuye con el aumento de la inercia, por lo tanto es conveniente diseñar los arriostramientos horizontales inferiores, de tal forma, que garanticen la rigidez de la cercha horizontal que se forma.

7.7 ESFUERZO EN PENDOLONES

Remplazando en la ecuación 95:

$$T = (1.010 + 1.359/2) \cdot 5 + 14.170$$

$$T = 23 \text{ ton}$$

$$ft = 23.000 \text{ kg} / 7.9 \text{ cm}^2$$

$$ft = 2.900 \text{ kg/cm}^2$$

8. APLICACION DEL METODO DE LA TEORIA ELASTICA EN LA EVALUACION DEL MODELO ESTRUCTURAL

8.1 EL CABLE

8.1.1 Tensión Horizontal. La tensión horizontal en el cable debido al peso propio de la viga y cable, no dependen de la viga de rigidez y por lo tanto se calculan para cable independiente.

$$H = \frac{WL^2}{8f}$$

$$T = \frac{H}{\cos \theta}$$

Tabla 17. Tensión horizontal.

ETAPA	Tensión Horizontal (H) Ton	Tensión máxima Ton
Peso propio viga y cables	89	96

Al aplicar la carga de losa y viva posterior a la unión de la viga de rigidez, hay que tener en cuenta en el análisis el valor de su rigidez para el cálculo de tensión del cable. La ecuación general para obtener la tensión horizontal del cable esta dada por la ecuación (54)

$$H = \frac{\int M1.y, dx}{EI \left[\frac{8f^2L}{15EI} + \frac{L \left[1 + 8 \left(\frac{f}{L} \right)^2 \right]}{EcAc} + \frac{2L_2}{EcAc \cdot \cos^3(\theta_1)} \right]}$$

8.1.1.1 Distribución en Función de la Posición de la Carga.

8.1.1.1.1 Carga puntual.

De la ecuación (55):

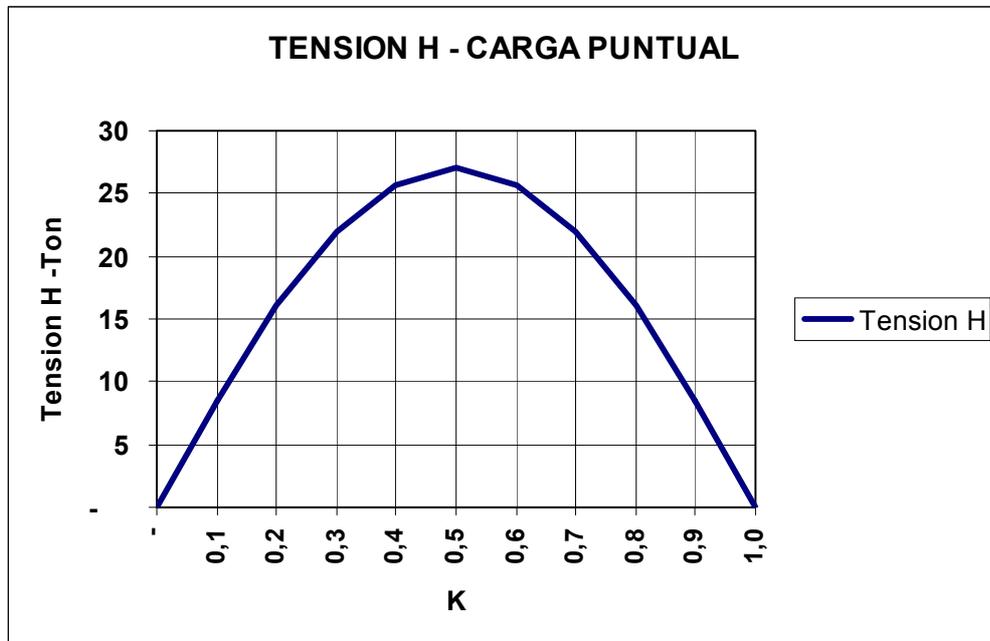
$$H = \frac{PfL^2(K - 2K^3 + K^4)}{3EIN}$$

$$I = 2.537.100 \text{ cm}^4$$

Tabla 18. Carga puntual.

K	H Ton
-	-
0,1	8
0,2	16
0,3	22
0,4	26
0,5	27
0,6	26
0,7	22
0,8	16
0,9	8
1,0	-

Figura 16. Tensión H – Carga puntual.



La tensión es máxima se ocasiona cuando la carga puntual se encuentra en el punto medio de la luz.

8.1.1.1.2 Carga Distribuida.

De la ecuación (57)

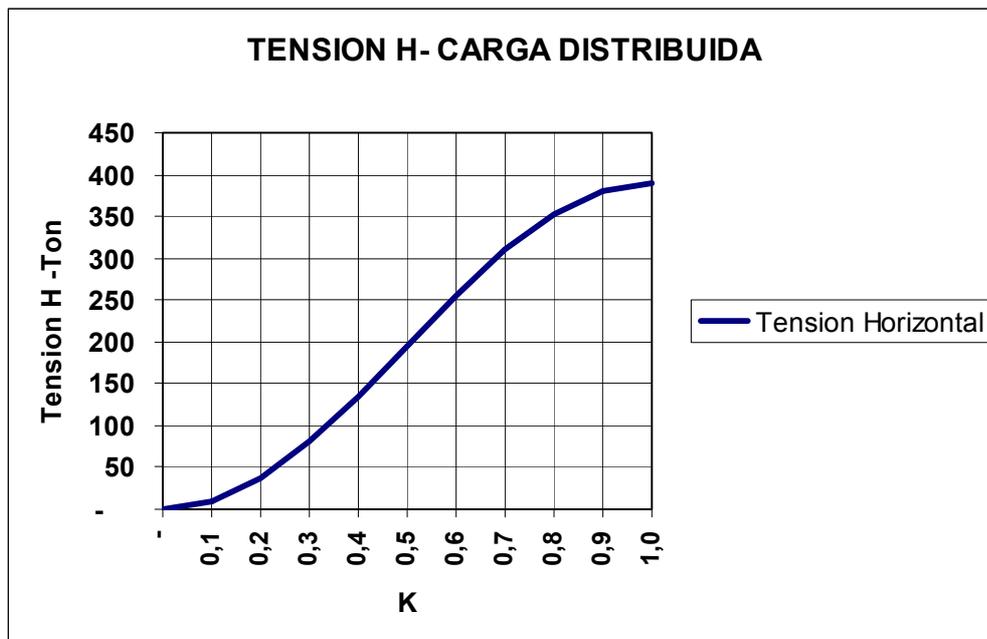
$$H = \frac{WfL^3 \left(\frac{5}{2}K^2 - \frac{5}{2}K^4 + K^5 \right)}{15EIN}$$

$$W = 20 \text{ kg/cm}$$

Tabla 19. Carga Distribuida.

K	H Ton
-	-
0,1	10
0,2	38
0,3	81
0,4	135
0,5	195
0,6	255
0,7	310
0,8	353
0,9	381
1,0	391

Figura 17. Tensión H – Carga Distribuida.



8.1.1.2 Tensión Máxima en el Prototipo. Sumando la tensión de peso propio, carga de losa y cargas vivas, la tensión H máxima en el cable es:

H max. = 507 ton

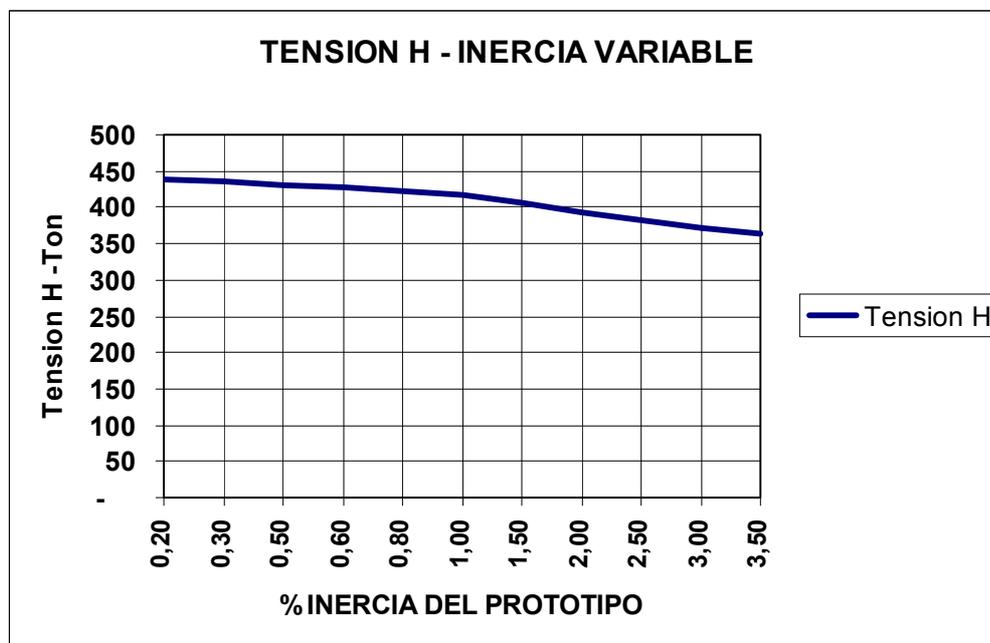
V max = 543 ton

8.1.1.3 Variación de la Tensión en Función de la Rigidez. La tensión horizontal para las sobrecargas es:

Tabla 20. Tensión máxima en el prototipo.

% Inercia	H.p Ton	H.w Ton	H total Ton
0,20	28	410	439
0,30	28	408	436
0,50	28	403	431
0,60	28	400	428
0,80	27	395	423
1,00	27	391	418
1,50	26	379	406
2,00	26	369	394
2,50	25	358	383
3,00	24	349	373
3,50	24	340	363

Figura 18. Tensión H – Inercia Variable.



8.2 VIGA DE RIGIDEZ

8.2.1 Momentos. Manteniendo la inercia constante, se obtendrán los momentos en cada fracción (K) de la viga de rigidez, para las siguientes condiciones de carga:

8.2.1.1 Carga W en Todo el Vano, P En L/2

$$M1_k = \frac{KL(WL(1-K)+P)}{2} \quad \left(0 - \frac{L}{2}\right)$$

$$M1_k = \frac{-L(1-K)(WLK+P)}{2} \quad \left(\frac{L}{2} - L\right)$$

$$H_k = -\frac{fL^2}{EIN} \left(\frac{WL}{15} + \frac{5P}{48} \right)$$

$$Y_k = 4 f K (1- K)$$

$$M = M1_K - H_k * Y_k$$

Tabla 21. Carga W en todo el Vano.

K	M1 Ton-m	Y M	H Ton	M Ton -m
-	-	-	418	-
0,10	2.417	5,54	418	102
0,20	4.323	9,86	418	206
0,30	5.716	12,94	418	313
0,40	6.597	14,78	418	422
0,50	6.967	15,40	418	534
0,60	6.597	14,78	418	422
0,70	5.716	12,94	418	313
0,80	4.323	9,86	418	206
0,90	2.417	5,54	418	102
1,00	-	-	418	-

Figura 19. Momento en la viga de rigidez del prototipo carga completa.



8.2.1.2 Carga viva distribuida entre el apoyo izquierdo y (k), y carga puntual en el punto K.

$$H_k = \frac{WfL^3 \left(\frac{5}{2}K^2 - \frac{5}{2}K^4 + K^5 \right)}{15EIN} + \frac{PfL^2 (K - 2K^3 + K^4)}{3EIN}$$

$$Y_k = 4 f K (1 - K)$$

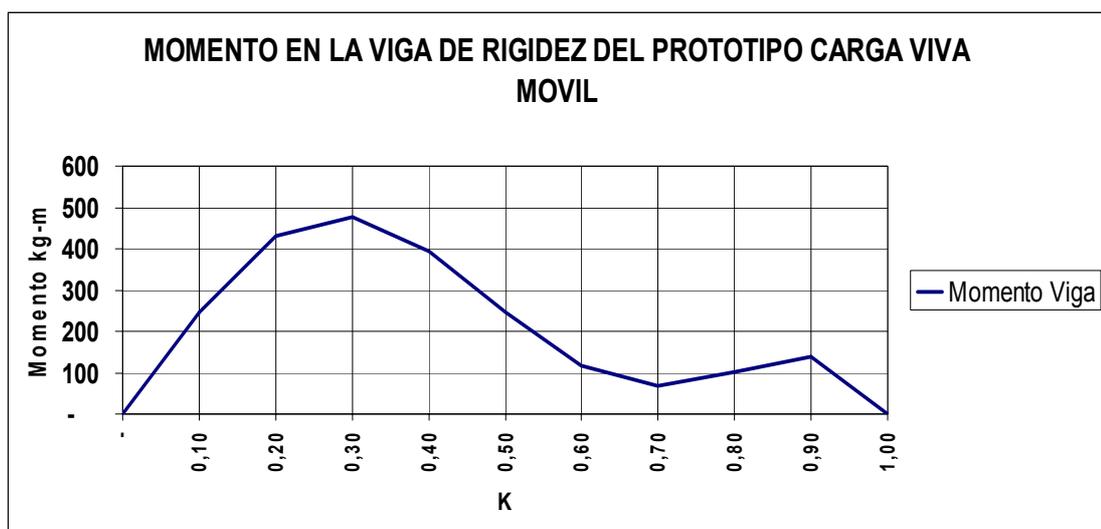
$$M_{1k} = \frac{WK^2L^2(1-K)}{2} + PKL(1-K)$$

$$M = M_{1k} - H_k * Y_k$$

Tabla 22. Carga viva distribuida en apoyo izquierdo y carga puntual en el punto k.

K	M1 Ton-m	Y M	H ton	M Ton -m
-	-	-	-	-
0,10	320	5,54	13	246
0,20	776	9,86	35	431
0,30	1.291	12,94	63	478
0,40	1.785	14,78	94	395
0,50	2.183	15,40	126	247
0,60	2.406	14,78	155	118
0,70	2.377	12,94	178	69
0,80	2.018	9,86	194	102
0,90	1.251	5,54	201	137
1,00	-	-	197	-

Figura 20. Momento en la viga de rigidez del prototipo carga viva móvil.

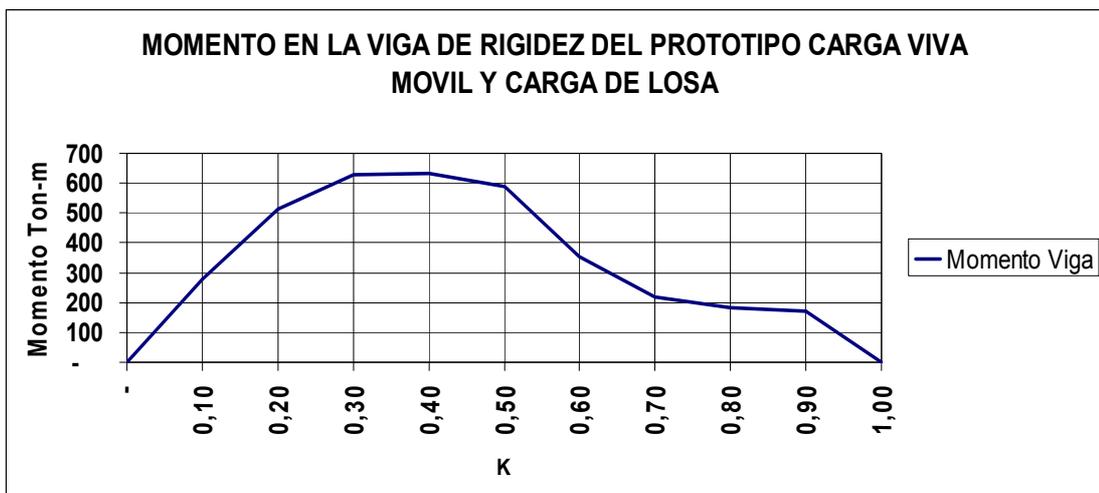


8.2.1.3 Carga Muerta + Carga Viva Móvil.

Tabla 23. Carga muerta + carga viva móvil.

K	M cv Ton -m	M losa Ton -m	M Ton -m
-	-	-	-
0,10	246	32	278
0,20	431	82	513
0,30	478	150	627
0,40	395	236	631
0,50	247	340	588
0,60	118	236	355
0,70	69	150	219
0,80	102	82	184
0,90	137	32	169
1,00	-	-	-

Figura 21. Momento en la viga de rigidez del prototipo carga viva móvil y carga de losa.

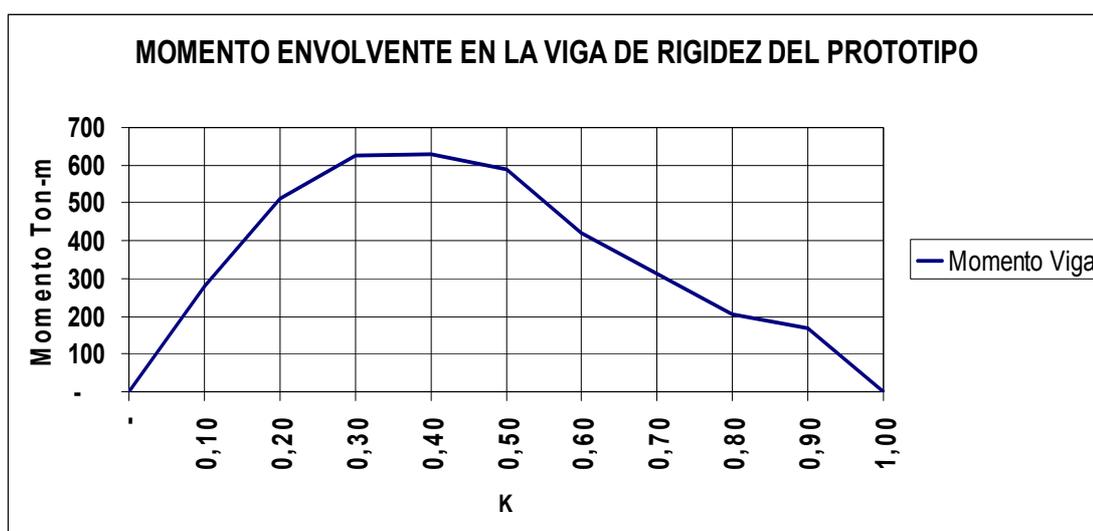


8.2.1.4 Envolvente de Momentos.

Tabla 24. Envolvente de momentos.

K	M CASO 1 Ton -m	M CASO 3 Ton -m	M MAXIMO Ton -m
-	-	-	-
0,10	102	278	278
0,20	206	513	513
0,30	313	627	627
0,40	422	631	631
0,50	534	588	588
0,60	422	355	422
0,70	313	219	313
0,80	206	184	206
0,90	102	169	169
1,00	-	-	-

Figura 22. Momento envolvente en la viga de rigidez del prototipo.



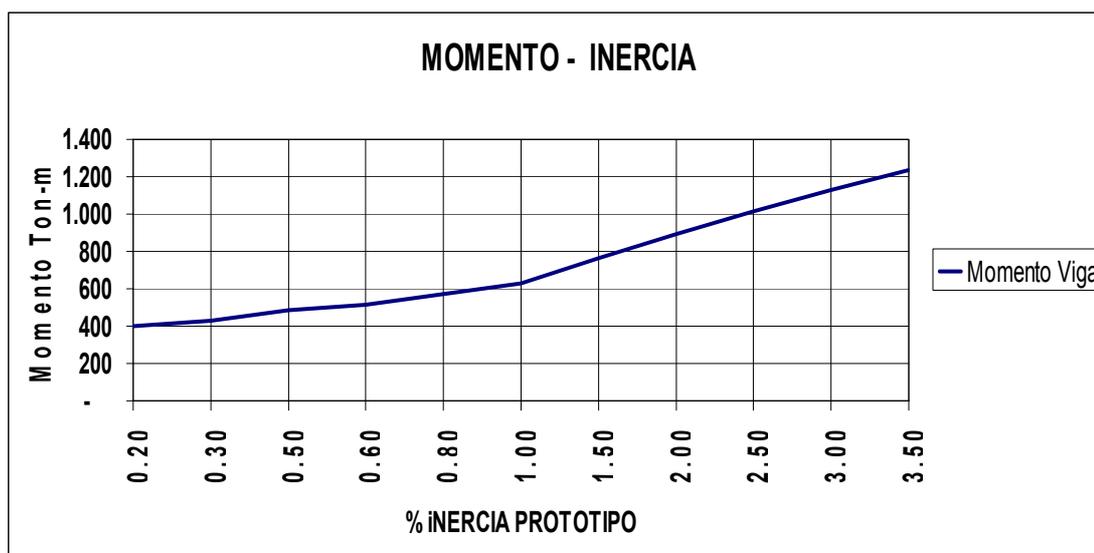
8.2.1.5 Influencia de la variación de la inercia en el momento máximo.

Se mantendrá constante el valor $K=0.4$ y se variara la inercia.

Tabla 25. Influencia de la variación de la inercia en el momento máximo.

% Inercia	M CASO 1 Ton -m	M CASO 3 Ton -m	M MAXIMO Ton -m
0,20	111	397	397
0,30	152	427	427
0,50	231	487	487
0,60	270	517	517
0,80	347	575	575
1,00	422	631	631
1,50	602	766	766
2,00	771	894	894
2,50	932	1.015	1.015
3,00	1.083	1.129	1.129
3,50	1.227	1.237	1.237

Figura 23. Momento – inercia.



El momento aumenta proporcionalmente con la inercia, para el doble de la inercia el momento se incrementa en 1.4.

8.2.2 Cortante.

Ecuación general:

$$V = V1_k - H_k \cdot \tan(\theta)$$

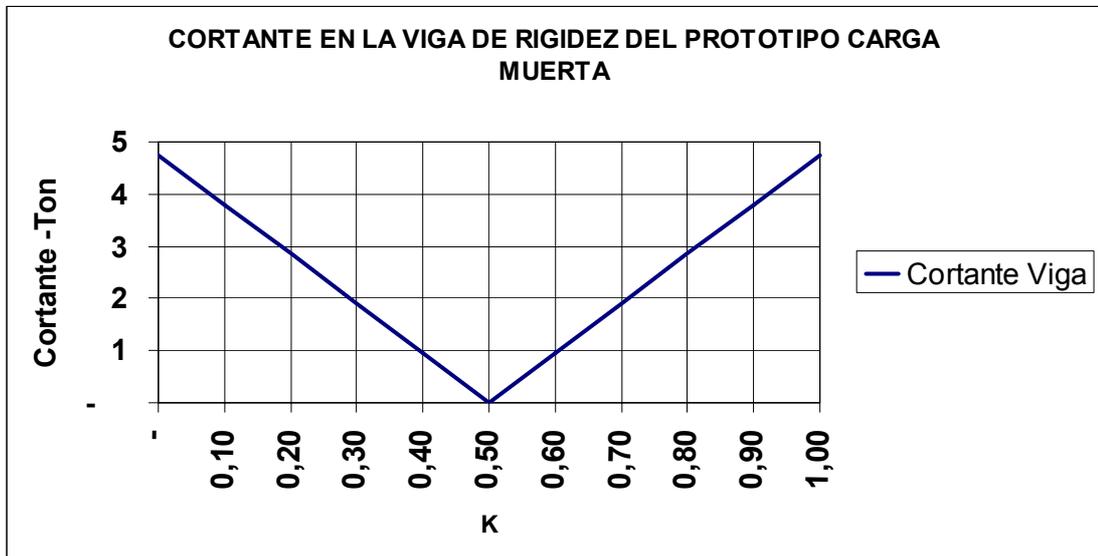
Rigen las ecuaciones (70) a (76)

8.2.2.1 Carga Muerta

Tabla 26. Carga muerta.

K	V1 _k Ton	Tan(θ)	H _k Ton	VH Ton	V _k Ton
-	79	0,3850	193	74	5
0,10	63	0,3080	193	60	4
0,20	48	0,2310	193	45	3
0,30	32	0,1540	193	30	2
0,40	16	0,0770	193	15	1
0,50	-	-	193	-	-
0,60	16	0,0770	193	15	1
0,70	32	0,1540	193	30	2
0,80	48	0,2310	193	45	3
0,90	63	0,3080	193	60	4
1,00	79	0,3850	193	74	5

Figura 24. Cortante en la viga de rigidez del prototipo carga muerta.

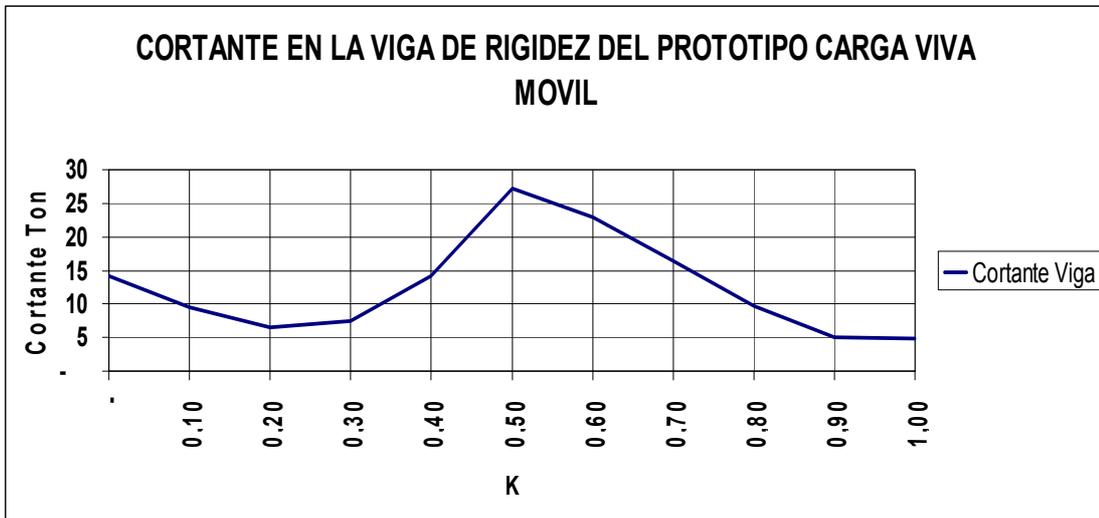


8.2.2.2 Carga Viva.

Tabla 27 Carga viva.

K	V _{1k} Ton	Tan(θ)	H _k Ton	V _H Ton	V _k Ton
-	14	0,3850	-	-	14
0,10	14	0,3080	5	4	9
0,20	15	0,2310	19	8	6
0,30	17	0,1540	41	10	8
0,40	21	0,0770	68	7	14
0,50	27	-	99	-	27
0,60	35	0,0770	129	12	23
0,70	44	0,1540	156	27	16
0,80	55	0,2310	178	45	10
0,90	67	0,3080	192	62	5
1,00	81	0,3850	197	76	5

Figura 25. Cortante en la viga de rigidez del prototipo carga viva móvil.

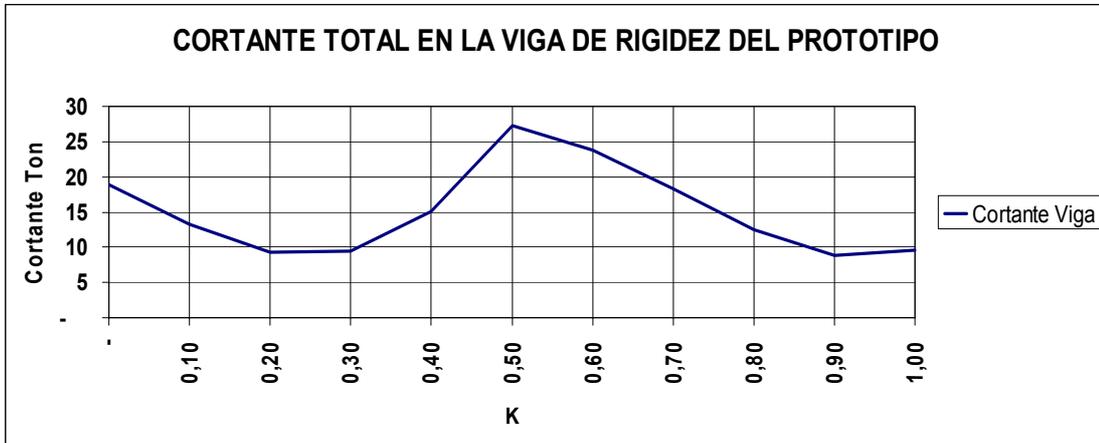


8.2.2.3 Cortante Total

Tabla 28. Cortante Total.

K	Vv Ton	Vm Ton	V total Ton
-	14	5	19
0,10	9	4	13
0,20	6	3	9
0,30	8	2	9
0,40	14	1	15
0,50	27	-	27
0,60	23	1	24
0,70	16	2	18
0,80	10	3	13
0,90	5	4	9
1,00	5	5	10

Figura 26. Cortante total en la viga de rigidez del prototipo.



El cortante máximo se presenta en el centro de la luz, debido a la inexistencia en ese punto de la componente del cable.

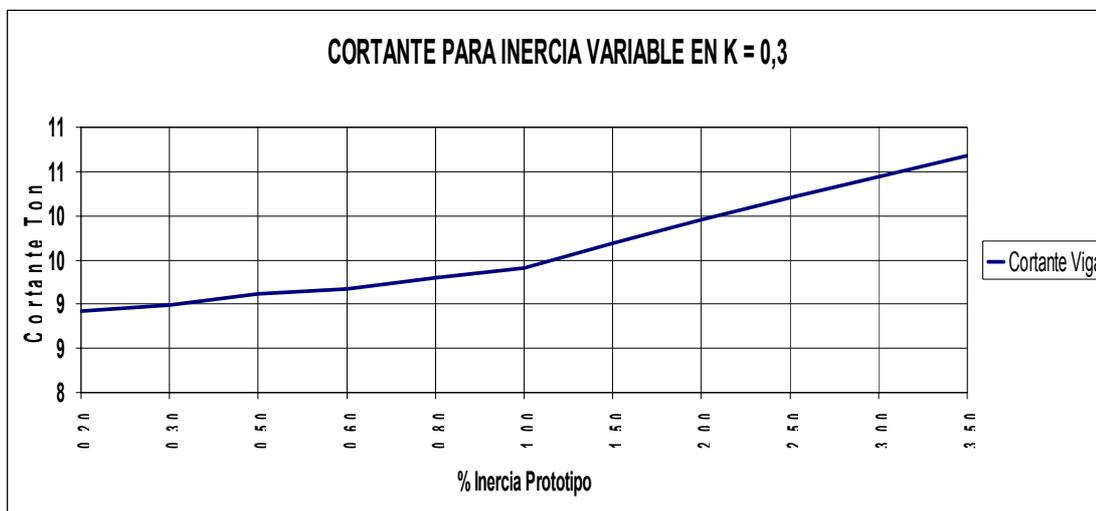
8.2.2.4 Variación del cortante con la inercia

Para $K = 0.3$

Tabla 29. Variación del cortante con la inercia.

% Inercia	Vv Ton	Vm Ton	V Ton
0,20	7	2	9
0,30	7	2	9
0,50	7	2	9
0,60	7	2	9
0,80	7	2	9
1,00	8	2	9
1,50	8	2	10
2,00	8	2	10
2,50	8	2	10
3,00	9	2	10
3,50	9	2	11

Figura 27. Cortante para inercia variable en $K=0,3$.



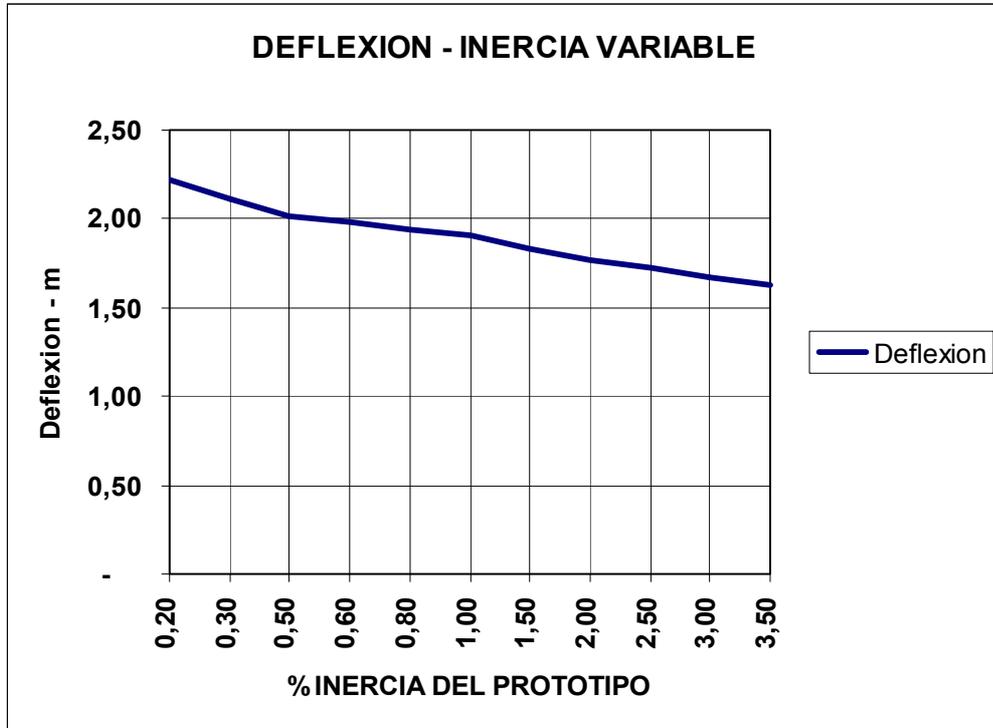
8.2.3 Deflexión de la viga de rigidez

8.2.3.1 Deflexión por carga losa + viva

Tabla 30. Deflexión por carga losa + viva.

% Inercia	DEFLEXION m
0,20	2,22
0,30	2,11
0,50	2,02
0,60	1,99
0,80	1,94
1,00	1,90
1,50	1,83
2,00	1,77
2,50	1,72
3,00	1,67
3,50	1,62

Figura 28. Deflexión – Inercia variable.



9. APLICACION DE LA TEORIA DE LA DEFLEXION EN LA EVALUCION DEL MODELO ESTRUCTURAL

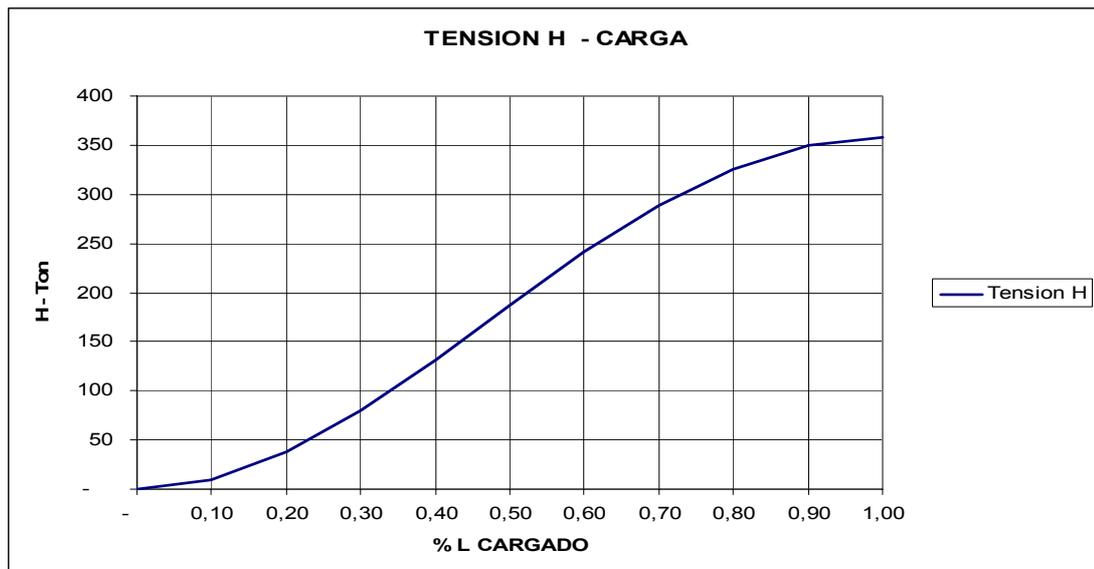
9.1 TENSION EN EL CABLE

9.1.1 Carga Variable

Tabla 31. Carga variable.

% L Cargado	D m ²	N Ton- m ²	H Ton
-	2	-0	0
0,10	83	799	10
0,20	271	10.142	38
0,30	501	39.907	80
0,40	704	92.349	131
0,50	872	162.695	187
0,60	998	239.967	241
0,70	1.094	314.833	288
0,80	1.158	376.645	326
0,90	1.197	417.778	349
1,00	1.209	432.102	358

Figura 29. Tensión H - Carga.

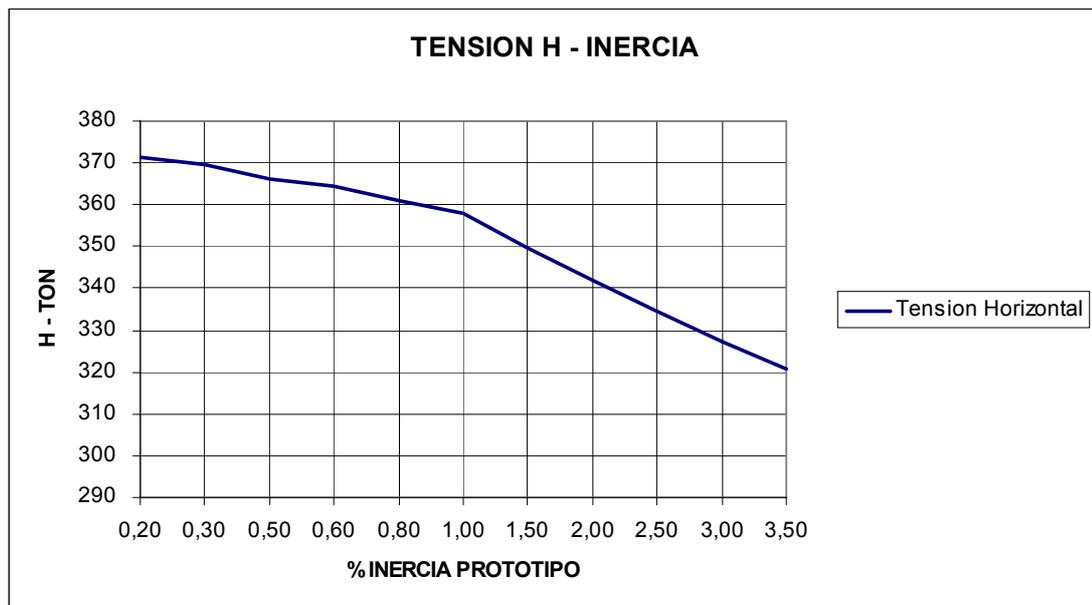


9.1.1.1 TENSION EN FUNCION DE LA INERCIA

Tabla 32. Tensión en función de la inercia.

% Inercia	D m ²	N Ton- m ²	H Ton
0,20	1.648	611.494	371
0,30	1.575	581.891	370
0,50	1.450	530.485	366
0,60	1.394	507.697	364
0,80	1.296	467.394	361
1,00	1.209	432.102	358
1,50	1.037	362.211	350
2,00	907	309.790	342
2,50	807	269.483	334
3,00	726	237.289	327
3,50	660	210.980	321

Figura 30. Tensión H.- Inercia.



La tensión disminuye con la rigidez de la viga y es menor a la obtenida en los análisis del método empírico y elástico.

9.2 VIGA DE RIGIDEZ

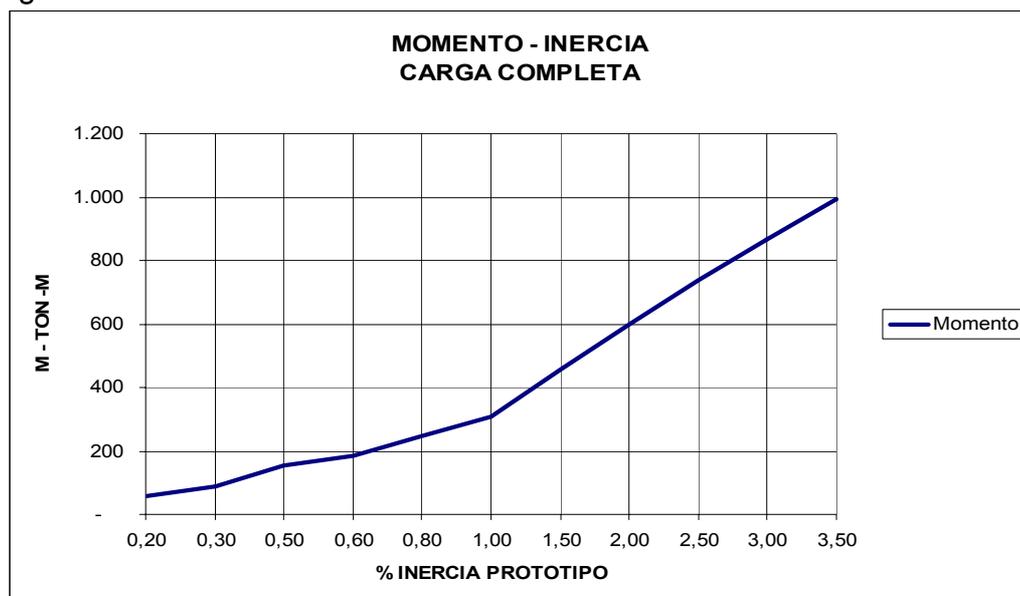
9.2.1 Momento.

9.2.1.1 Momento con respecto a la inercia.

Tabla 33. Momento con respecto a la inercia.

% Inercia	H Ton	C1 M	C2 m	M Ton -m
0,20	371	0,0000	0,16	58
0,30	369	0,0001	0,25	90
0,50	366	0,0011	0,46	152
0,60	364	0,0025	0,58	184
0,80	361	0,0075	0,84	246
1,00	357	0,0170	1,13	307
1,50	349	0,0670	1,98	456
2,00	341	0,1666	3,02	599
2,50	334	0,3271	4,25	736
3,00	327	0,5600	5,68	867
3,50	320	0,8760	7,31	993

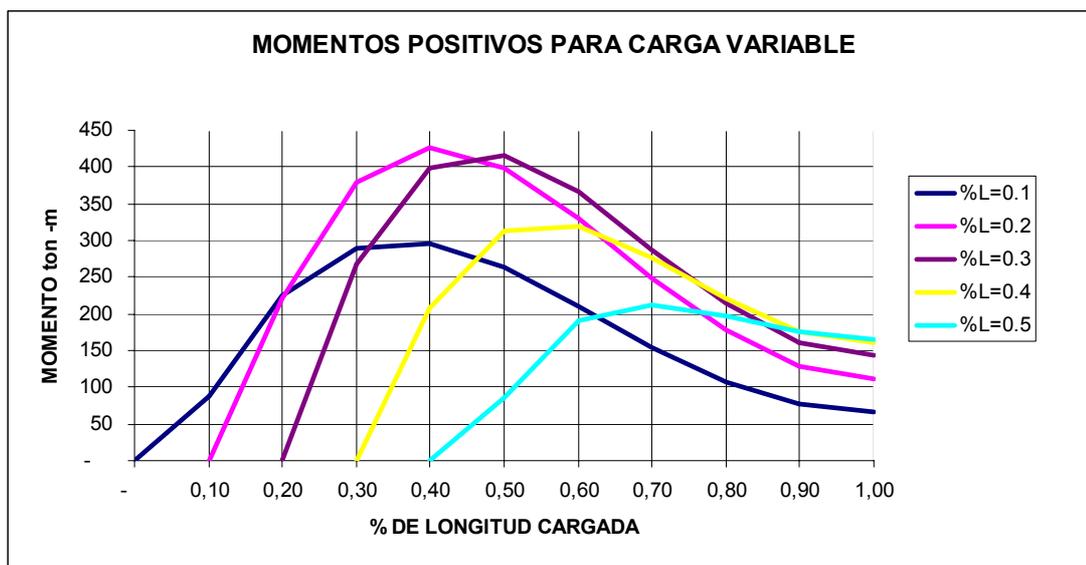
Figura 31. Momento – Inercia.



9.2.1.2 Momento con Carga Viva Creciente

Se incremento la carga desde el $L=0$ hasta L , y se analizaron puntos cada $0.1 L$, desde el apoyo hasta $L/2$.

Figura 32. Momentos positivos para carga variable.



El momento máximo de 427 ton – m, se localiza en un punto a $0.20L$, cuando se carga la viga hasta $0.40 L$

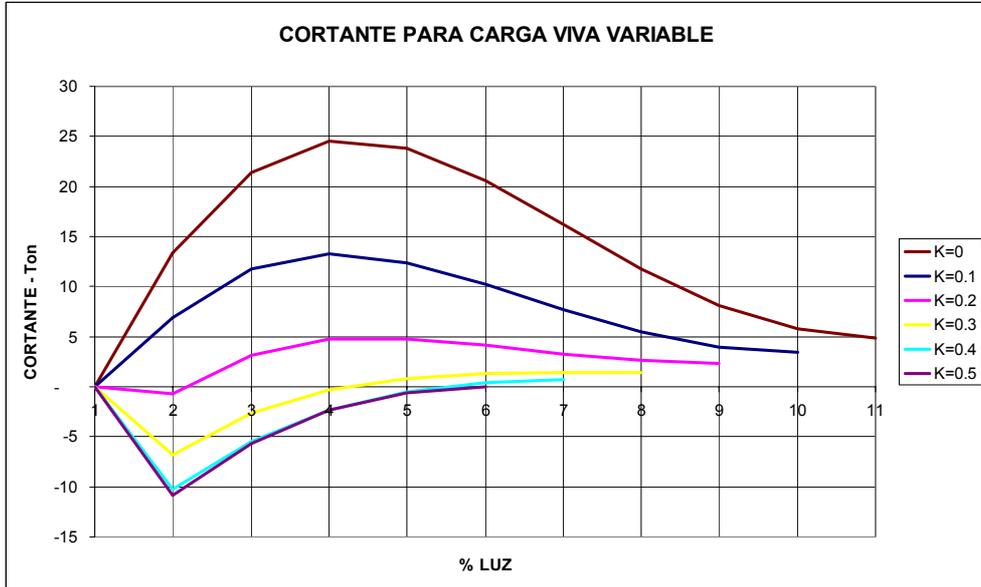
Este momento es mayor al obtenido para total sobre la viga de 309 ton-m

9.2.2 Cortante

9.2.2.1 Carga Variable.

El cortante se analizo para carga muerta + carga viva creciente desde el apoyo izquierdo cada KL de la luz.

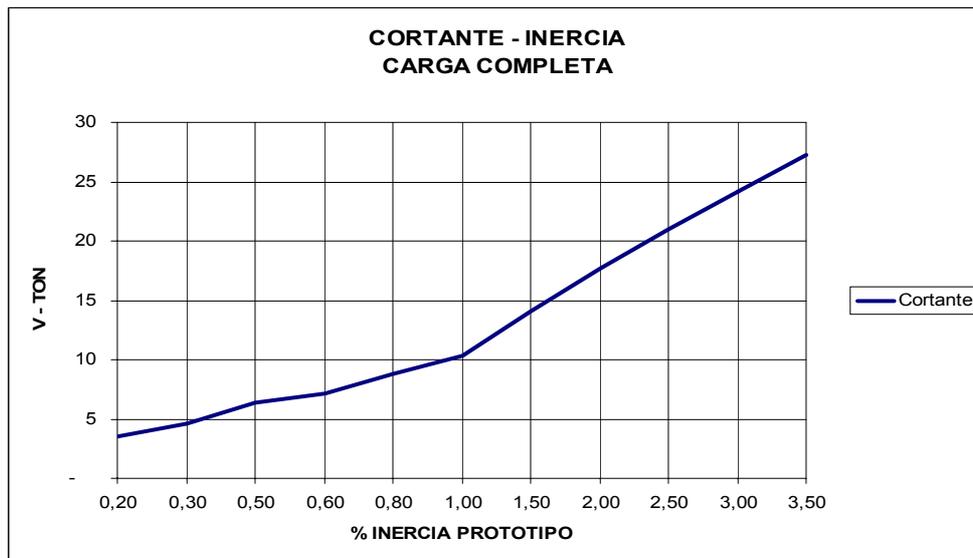
Figura 33. Cortante para carga viva variable.



El cortante máximo de 25 ton, se localiza en el apoyo, cuando se carga la viga hasta 0.40 L

9.2.2.2 Cortante con respecto a la inercia

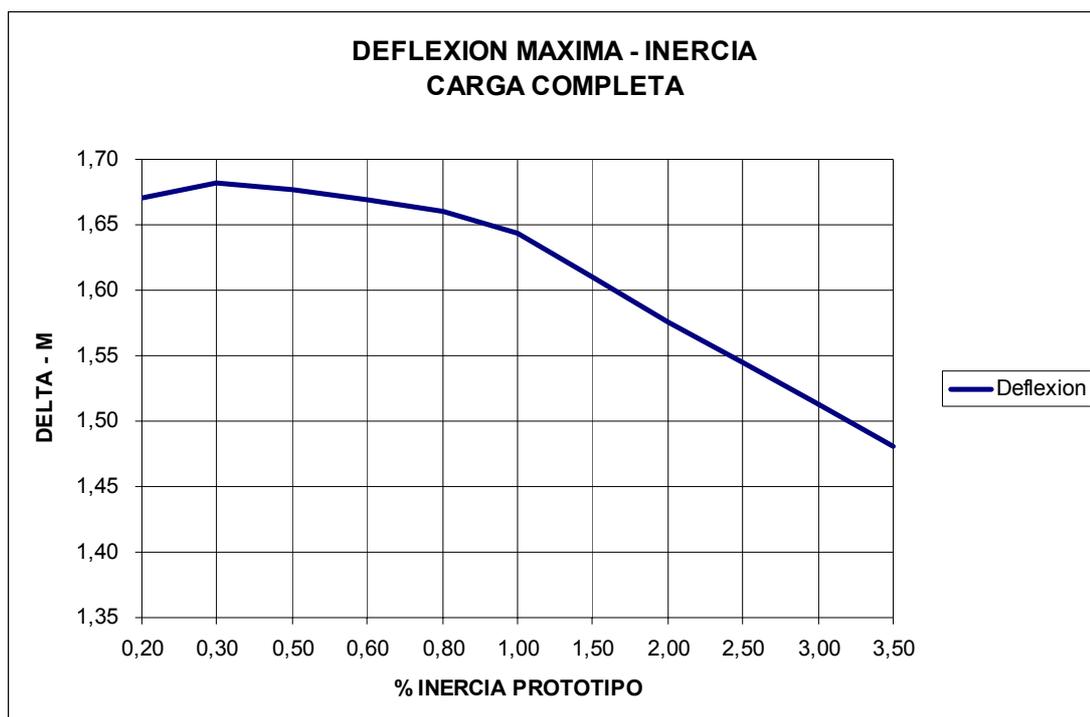
Figura 34. Cortante – Inercia Carga completa.



El cortante varía significativamente con el cambio de inercia.

9.2.3 Deflexión de la viga de rigidez

Figura 35. Deflexión máxima – Inercia Carga completa.



La deflexión disminuye con el incremento de la inercia. Para el prototipo la deflexión máxima contadas las cargas , incluyendo peso propio es de 1,64 m

10. APLICACION DEL METODO MATRICIAL EN LA EVALUACION DEL MODELO ESTRUCTURAL

10.1 CONSIDERACIONES

Se utilizo la viga de 0.91 m de altura, que es equivalente en rigidez con la viga de rigidez del prototipo. Para obtener los momentos, cortantes y deflexiones en la viga de rigidez y tensión en el cable, se utilizaron cargas vivas aplicadas parcial y totalmente en el vano.

Para simular el efecto del rodillo sin fricción sobre la torre, se liberó la parte superior de la torre para que no asumiera cortante ni momento. Con esta simulación se logró que las tensiones en el cable, en los puntos, izquierdo y derecho de la torre, fueran iguales.⁽³⁾

La tabla 34, presenta las dimensiones de las vigas utilizadas en el programa, para obtener la variación de los esfuerzos y deformaciones en función de la inercia.

Tabla 34. Secciones equivalente.

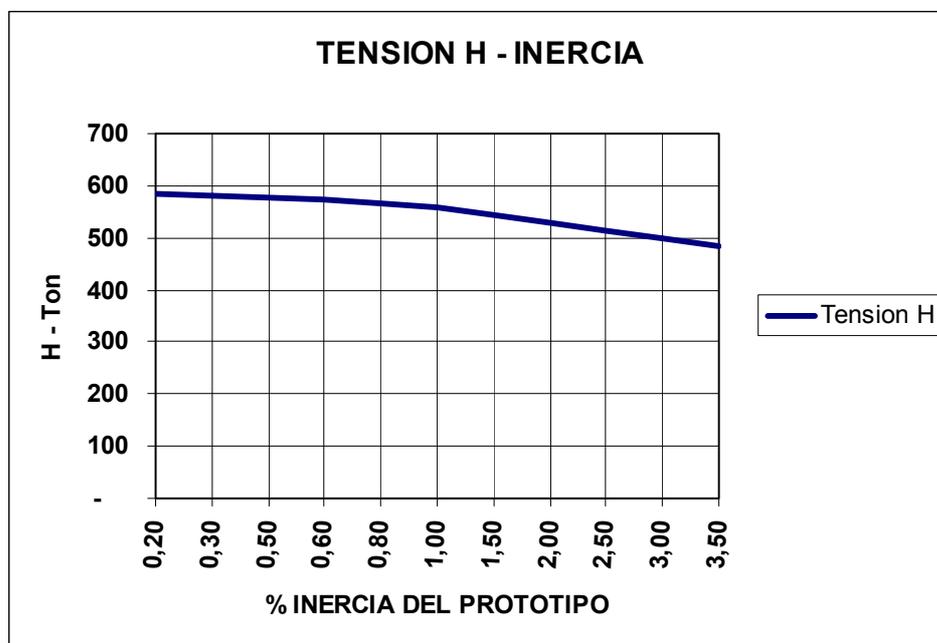
% Inercia	Inercia cm ⁴	Ancho Cm	Altura Cm
0,2	507.420	40	53
0,3	761.130	40	61
0,5	1.268.550	40	72
0,6	1.522.260	40	77
0,8	2.029.680	40	85
1,0	2.537.100	40	91
1,5	3.805.650	40	105
2,0	5.074.200	40	115
2,5	6.342.750	40	124
3,0	7.611.300	40	132
3,5	8.879.850	40	139

10.2 VARIACION TENSION H - INERCIA

Tabla 35. Variación tensión H – Inercia.

% Inercia	TENSION H Ton
0,2	586
0,3	582
0,5	576
0,6	572
0,8	565
1,0	559
1,5	543
2,0	527
2,5	512
3,0	499
3,5	485

Figura 36. Tensión H – Inercia.

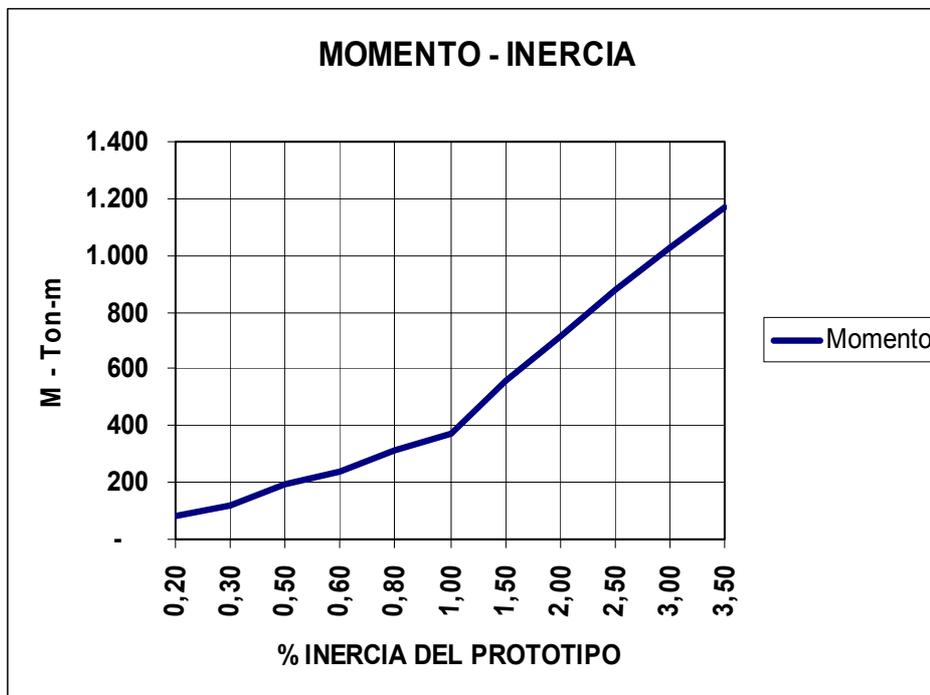


10.3 VARIACION MOMENTO – INERCIA

Tabla 36. Variación momento - inercia.

% Inercia	MOMENTO Ton- m
0,2	82
0,3	121
0,5	197
0,6	236
0,8	315
1,0	376
1,5	560
2,0	717
2,5	877
3,0	1.031
3,5	1.169

Figura 37. Momento – Inercia.

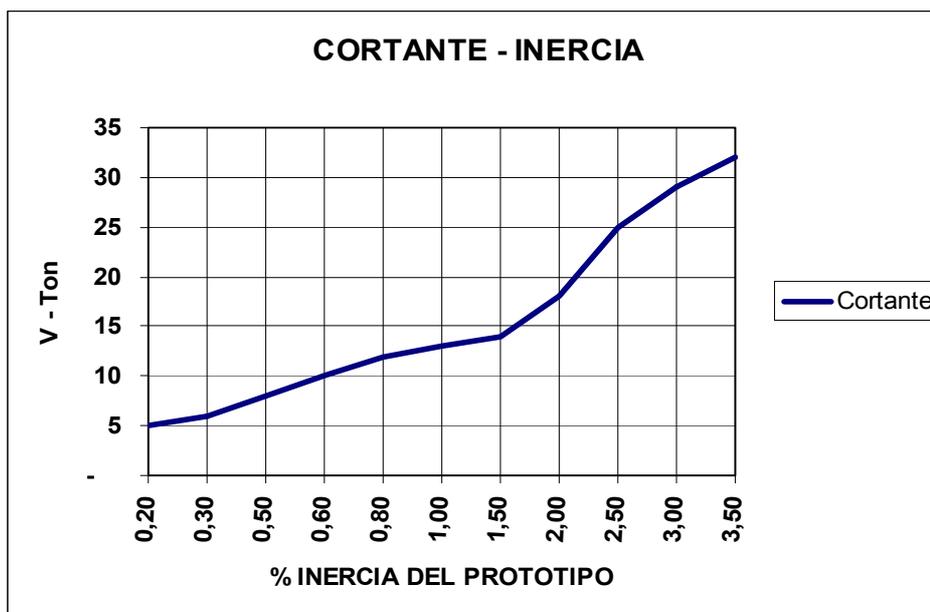


10.4 VARIACION CORTANTE – INERCIA

Tabla 37. Variación cortante – inercia.

% Inercia	CORTANTE Ton
0,2	5
0,3	6
0,5	8
0,6	10
0,8	12
1,0	13
1,5	14
2,0	18
2,5	25
3,0	29
3,5	32

Figura 38. Cortante – Inercia.

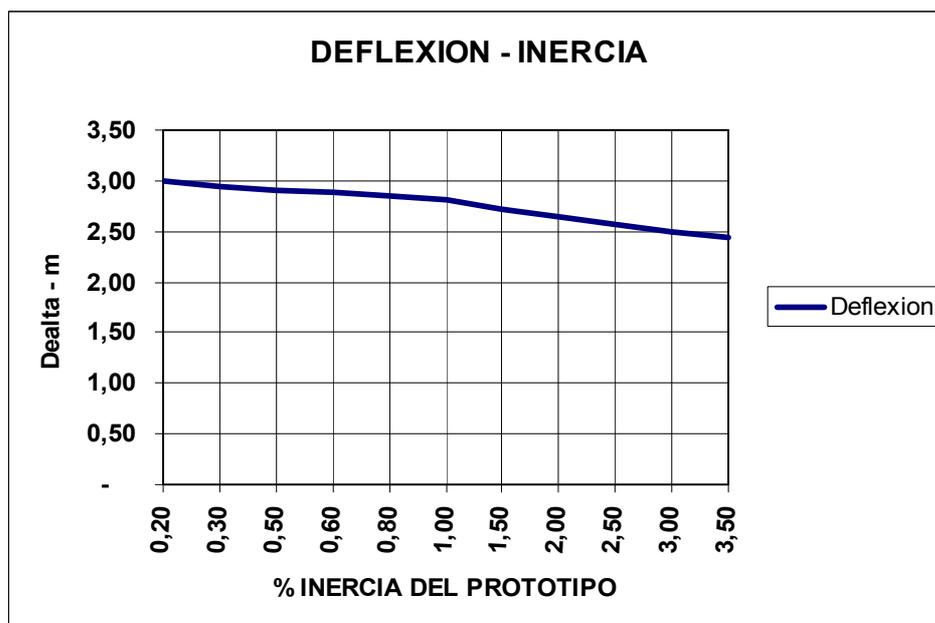


10.5 VARIACION DEFELEXION – INERCIA

Tabla 38. Variación deflexión – inercia.

% Inercia	DEFLEXION M
0,2	2,99
0,3	2,95
0,5	2,91
0,6	2,88
0,8	2,85
1,0	2,81
1,5	2,72
2,0	2,64
2,5	2,57
3,0	2,50
3,5	2,43

Figura 39. Deflexión – inercia.

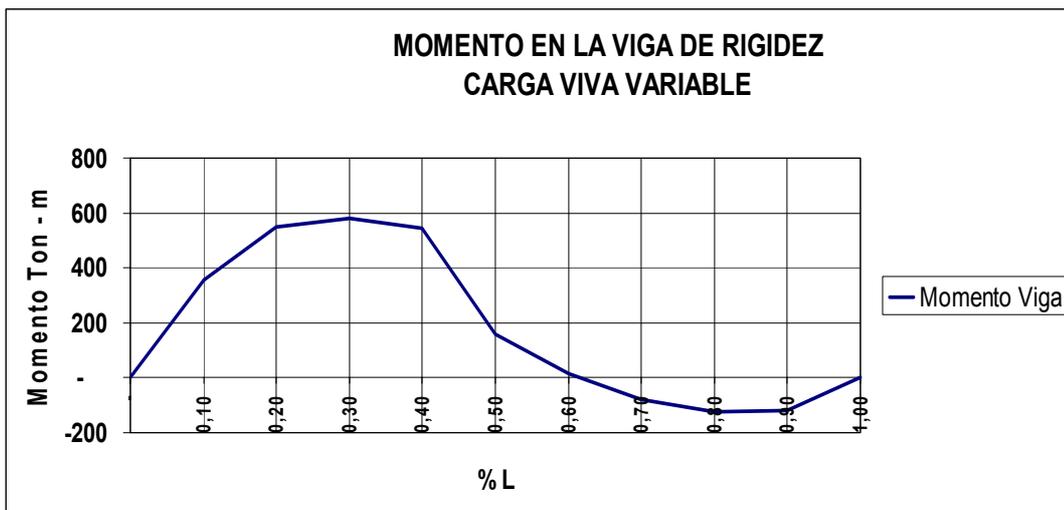


10.6 MOMENTOS PARA CARGA VIVA HASTA 0.4L

Tabla 39. Momento para carga viva parcial.

%L	MOMENTO Ton-m
0	0
0.1	357
0.2	550
0.3	586
0.4	545
0.5	160
0.6	16
0.7	-79
0.8	-22
0.9	-121
1.0	0

Figura 40 Momento para carga viva.



11. ANALISIS COMPARATIVO

11.1 COMPARATIVA DE RESULTADOS MAXIMOS

Tabla 40. Comparativa de resultados máximos.

Método de análisis	Tensión H Ton	Momento Máximo Ton – m	Cortante Máximo Ton	Deflexión Total M	Deflexión viva M
Empírico	516	427	11	2,62	1,01
Elástico	507	631	27	2,33	0,92
Deflexión	478	456	27	1,75	0,87
Matricial	559	586	33	2,81	0,98

11.2 GRAFICOS DE FUERZAS Y DEFORMACIONES EN FUNCION DE LA INERCIA

Figura 41. Comparativo de la variación de H.

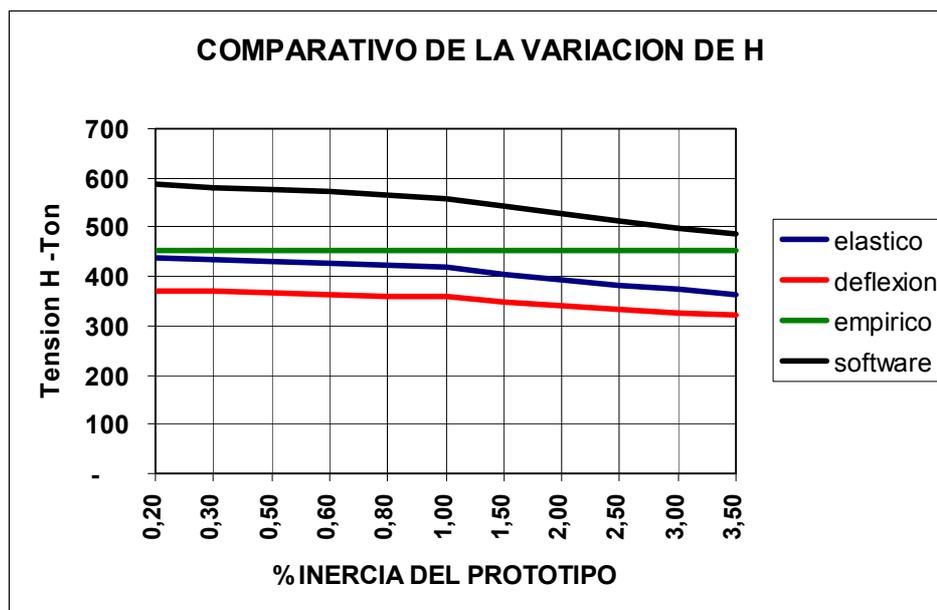


Figura 42. Comparativo de momento - inercia variable.

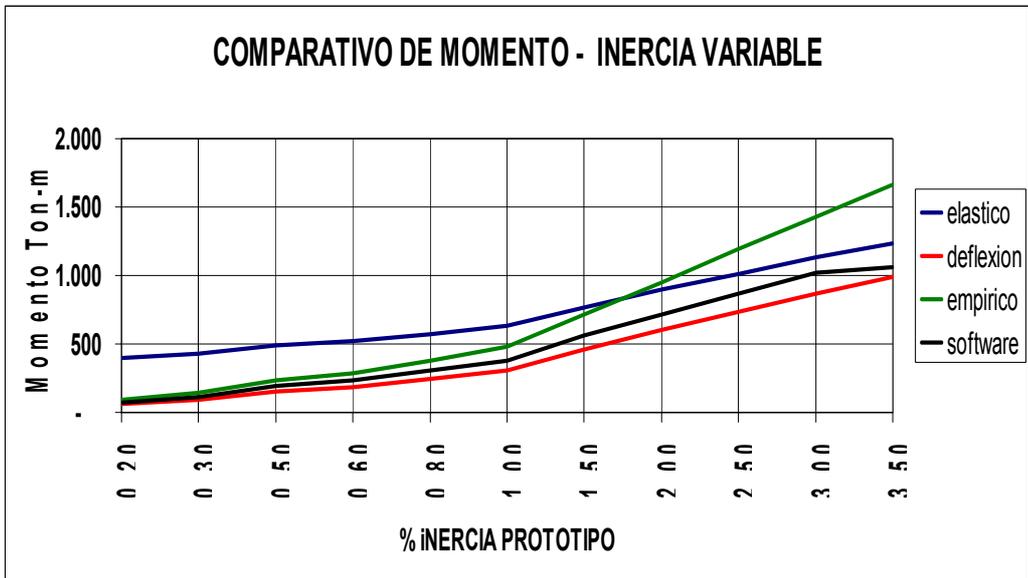


Figura 43. Comparativo cortante inercia variable.

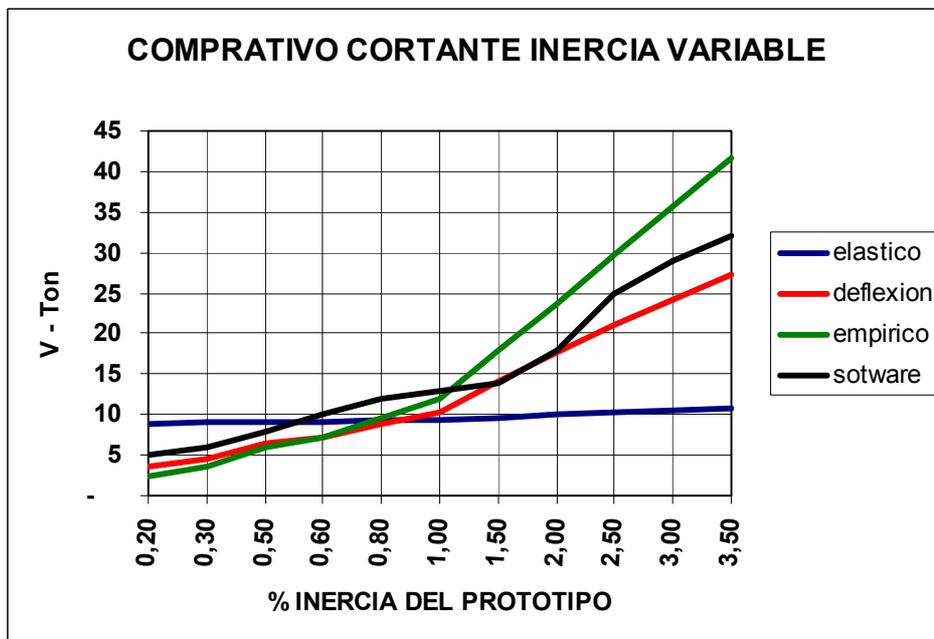
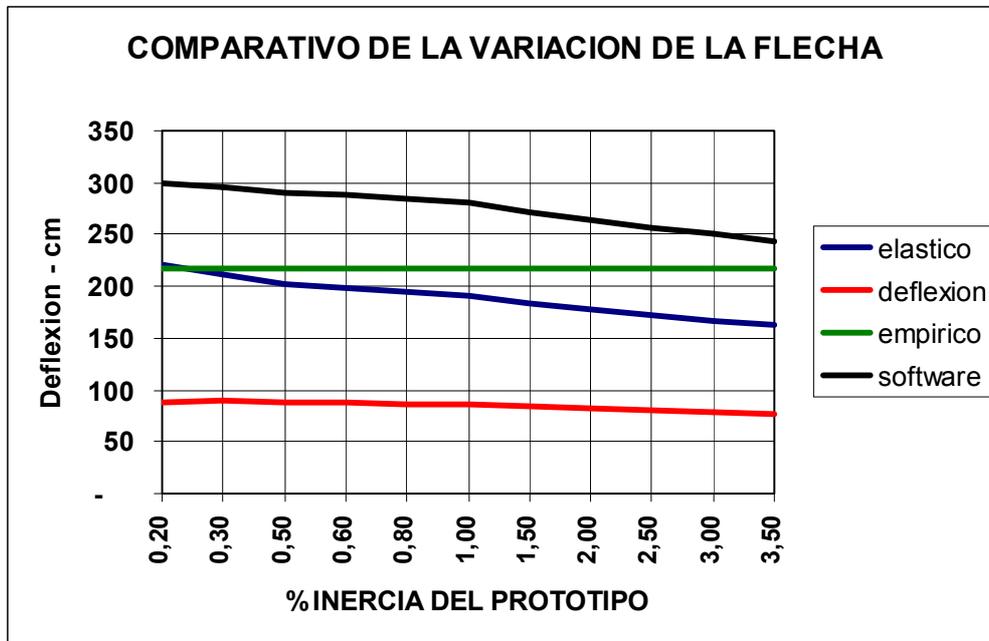


Figura 44. Comparativo de la variación de la flecha.



CONCLUSIONES

CONCLUSIONES PARTICULARES

METODO EMPIRICO

El método castiga las vigas rígidas, disminuyendo los esfuerzos considerablemente al disminuir la Inercia y viceversa.

La Tensión del cable y deflexión del sistema, son independientes de la rigidez de la viga.

Para el prototipo, la solución mas viable consiste en disminuir la altura, manteniendo constante las secciones (Caso A), de tal forma que la inercia sea el 55% de la inicial.

El incremento simultáneo de las áreas de los cordones no alivia los esfuerzos en los cordones. Sin embargo esta alternativa (caso B), puede ser útil como reforzamiento posterior, ya que el aumento de la rigidez, solo incrementa el momento por carga viva, mientras que los esfuerzos disminuyen por mayor área.

La sección compuesta (caso D), no ofrece mayor utilidad, ya que genera bajos esfuerzos en el cordón inferior, pero dispara a valores muy altos los esfuerzos en el cordón superior.

Se recomienda usar tableros livianos, ya que su carga es significativa para la superestructura.

METODO ELASTICO

El cambio en el valor de la tensión horizontal, cortante y deflexión, no es significativo ante la variación de la Inercia.

La carga variable ocasiona que los momentos y cortantes máximos, se localizan a 0.40L y 0.50L respectivamente.

La variación de la inercia influye notoriamente en el valor de los momentos.

Debido a la variación no lineal del cortante, se recomienda diseñar todos los elementos para cortante máximo.

METODO DE LA DEFLEXION

La tensión máxima en el cable, es inferior al encontrado por otros métodos.

El valor del momento y cortante, tensión del cable y deflexión, está determinado significativamente por el valor de la Rigidez de la viga.

Los valores de momento encontrados, cumplen con la condición de la ecuación (1), que es la ecuación básica del comportamiento cable -viga, donde (Y) es la ordenada inicial, más la deformación del cable en ese punto.

El método no permite la superposición de cargas, sin embargo el aporte de la carga puntual es del 7%. Este porcentaje se puede incrementar a todos los resultados obtenidos por este método.

ANALISIS MATRICIAL

El valor de la tensión en el cable y deflexión de la viga, varía muy poco ante cambios en la rigidez del sistema.

Por el contrario el valor del momento y el cortante, varían significativamente ante cualquier cambio en la rigidez.

Al analizar la carga viva variable, se presentan momentos negativos en la viga de rigidez, que hay que considerar cuando se diseñe a sección compuesta y fatiga.

CONCLUSIONES GENERALES

La suspensión alivia el valor del momento y la deformación en el 91%, y el cortante en el 80 %, aproximadamente.

La deflexión por carga viva es del orden de $L/180$

La viga de rigidez interfiere en todo los procesos del sistema, siendo más notoria su influencia cuando se analiza por el método matricial.

Los valores mas conservadores se logran analizando al sistema por medio del método matricial, y los menores, por el método de la deflexión.

La diferencia entre el mayor y menor valor de la tensión en el cable, no excede al 17%.

Los máximos momentos y cortantes en la viga de rigidez, se obtienen, al aplicar la carga viva, parcialmente en el vano.

La tensión máxima en el cable, y la deflexión en la viga de rigidez se obtienen al aplicar la carga viva en todo el vano.

No se recomienda calcular los esfuerzos en la viga de rigidez por el método empírico, ya que no permite el análisis con carga viva parcial.

Por la sencillez y versatilidad para aplicar y superponer cargas, puentes como el prototipo analizado, se pueden diseñar satisfactoriamente por el método elástico.

El diseño del cable esta gobernado por su deformación, la cual hay que controlar para evitar excesivos esfuerzos en la viga, y no por su resistencia a tensión.

BIBLIOGRAFIA

- (1) BEER, Ferdinand P. y JOHNSTON, E. Russell, Jr. Mecánica vectorial para Ingenieros.
- (2) GIMSING, Niels J.. Cables Supported Bridges.
- (3) MELGAREJO, Iván H.. Análisis lineal de estructuras con el programa SAP-2000.
- (4) Modelos de Puentes, Secretaría de Obras Públicas, Departamento de Antioquia.
- (5) PUGSLEY, Sir Alfred. The theory of Suspension Bridges.
- (6) STEINMAN., A Practical Treatise on Suspension Bridges.
- (7) WANG, Chu-Kia. Ph.D. Statically Indeterminate Structures.