

**CONTROLADORES HÍBRIDOS Y SUS APLICACIONES EN
REGULACIÓN DE CIRCUITOS CONVERTIDORES DE POTENCIA
CC-CC**

JULIO ANDELFO FLÓREZ VARGAS

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2014

**CONTROLADORES HÍBRIDOS Y SUS APLICACIONES EN
REGULACIÓN DE CIRCUITOS CONVERTIDORES DE POTENCIA
CC-CC**

JULIO ANDELFO FLÓREZ VARGAS

Trabajo de Grado para optar al título de
Magister en Ingeniería Electrónica

Director

RICARDO ALZATE CASTAÑO, Ph.D.

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2014

AGRADECIMIENTOS

A mi director Ricardo Alzate por su apoyo incondicional durante este proceso de formación profesional.

A Diana Carolina Reina y su señora madre, quienes siempre me han brindado un respaldo incondicional.

A Liliana Quiñones por todo el apoyo prestado durante la travesía de mi proyecto.

Dedicado a ti...

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN	17
1. SISTEMAS DINÁMICOS HÍBRIDOS	21
1.1. PELOTA QUE REBOTA: <i>BOUNCING BALL</i>	23
1.1.1. Modelado matemático del <i>Bouncing Ball</i>	23
1.1.2. <i>Bouncing Ball</i> como sistema dinámico híbrido:	26
1.2. CONVERTIDORES DE POTENCIA CC - CC TIPO <i>BUCK</i>	27
1.2.1. Modelado matemático del convertidor CC - CC tipo <i>Buck</i>	27
1.2.2. Convertidor <i>Buck</i> CC-CC como sistema dinámico híbrido:	31
2. CONTROLADORES DINÁMICOS HÍBRIDOS	35
2.1. CONTROL PROPORCIONAL	35
2.2. CONTROL ENCENDIDO-APAGADO	36
2.3. CONTROL ENCENDIDO-APAGADO COMO DINÁMICA HÍBRIDA	38
2.4. CONTROL HÍBRIDO DE UN CONVERTIDOR CC-CC TIPO <i>BUCK</i>	39
3. CONTROL HÍBRIDO EXPERIMENTAL	43
3.1. ANÁLISIS EN LAZO ABIERTO POR SIMULACIÓN	43
3.2. ANÁLISIS EN LAZO CERRADO POR SIMULACIÓN	45
3.3. VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DEL CONTROLADOR HÍBRIDO	55
3.3.1. Caracterización experimental en lazo abierto	55
3.3.2. Análisis en lazo abierto experimental	58
3.4. CONTROL PROPORCIONAL EXPERIMENTAL EN LAZO CERRADO	59

3.4.1. Análisis en lazo cerrado experimental	60
4. INVERSOR DE POTENCIA BASADO EN CONVERTIDORES <i>BOOST</i> CC-CC	67
4.1. INVERSOR DE POTENCIA TIPO <i>BOOST</i>	68
4.1.1. Criterios de selección	68
4.1.2. Diseño de inversor <i>Boost</i> para aplicaciones de baja potencia . .	69
4.2. MODELADO MATEMÁTICO DEL INVERSOR TIPO <i>BOOST</i> . .	71
4.3. CONTROL HÍBRIDO CONMUTADO APLICADO A UN INVERSOR TIPO <i>BOOST</i>	74
4.3.1. Verificación numérica de la acción de control	76
CONCLUSIONES	79
BIBLIOGRAFÍA	83
A. CONVERTIDOR <i>BUCK</i> EXPERIMENTAL	88
A.1. CONVERTIDOR DE POTENCIA CC-CC TIPO <i>BUCK</i>	89
A.2. SEGUIDOR DE TENSIÓN	89
A.3. CONVERTOR ANÁLOGO A DIGITAL	90
A.4. DISPOSITIVO DE PROCESO	90
A.5. ACOPLADOR ÓPTICO	90
B. DISEÑO DE CIRCUITO INVERSOR TIPO <i>BOOST</i>	93

LISTA DE FIGURAS

1.1.	Diagrama de transición de estados en un esquema dinámico híbrido	22
1.2.	Diagrama cinemático: <i>Bouncing Ball</i>	23
1.3.	Mapa del sistema dinámico	27
1.4.	Convertidor Buck	28
1.5.	Convertidor Buck con $u = 1$	28
1.6.	Convertidor Buck con $u = 0$ e $i_L > 0$	29
1.7.	Convertidor Buck con $u = 0$ e $i_L \leq 0$	29
1.8.	Corriente en el inductor - MATLAB®	32
1.9.	Tensión en el capacitor - MATLAB®	33
1.10.	Corriente en el inductor - OrCAD-Cadence®	33
1.11.	Tensión en el capacitor - OrCAD-Cadence®	34
2.1.	Sistema de control realimentado	36
2.2.	Ley de control proporcional sin saturación	36
2.3.	Ley de control proporcional con saturación	37
2.4.	Ley de control encendido-apagado	37
2.5.	Función de transferencia del controlador	38
2.6.	Control encendido-apagado híbrido	40
2.7.	Cascada entre controlador y convertidor	40
2.8.	Tensión de salida en convertidor actuado mediante controlador encendido- apagado	41
2.9.	Detalle en tensión de salida del convertidor	42

3.1. Esquema lazo abierto sin perturbar - OrCAD-Cadence®	44
3.2. Tensión en lazo abierto sin perturbar - OrCAD-Cadence®	44
3.3. Esquema lazo abierto con perturbación en carga - OrCAD-Cadence®	45
3.4. Tensión en lazo abierto con perturbación en carga - OrCAD-Cadence®	46
3.5. Esquema lazo abierto con perturbación en fuente - OrCAD-Cadence®	46
3.6. Tensión en lazo abierto con perturbación en fuente - OrCAD-Cadence®	46
3.7. Esquema lazo cerrado sin perturbar - OrCAD-Cadence®	48
3.8. Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor <i>Buck</i> en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 1$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.	49
3.9. Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor <i>Buck</i> en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 2.5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.	50
3.10. Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor <i>Buck</i> en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.	51
3.11. Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor <i>Buck</i> en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 7.5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.	52
3.12. Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor <i>Buck</i> en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 10$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.	53

3.13. Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor <i>Buck</i> en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = \infty$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.	54
3.14. Esquema de implementación - Diagrama de bloques	55
3.15. Relación gráfica de entrada vs. salida en convertidor <i>Buck</i>	57
3.16. Punto de operación	57
3.17. Tensión en lazo abierto sin perturbar - Implementación	58
3.18. Tensión en lazo abierto con perturbación en carga - Implementación	59
3.19. Tensión en lazo abierto con perturbación en fuente - Implementación	59
3.20. Topología de control	60
3.21. Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor <i>Buck</i> en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 1$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.	62
3.22. Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor <i>Buck</i> en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 2.5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.	63
3.23. Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor <i>Buck</i> en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.	64
3.24. Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor <i>Buck</i> en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 7.5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.	65

3.25. Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor <i>Buck</i> en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 10$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.	66
4.1. Inversor tipo <i>Boost</i>	69
4.2. Conexión de convertidores <i>Boost</i> CC-CC	70
4.3. Inversor <i>Boost</i> con conmutadores ideales	71
4.4. Inversor <i>Boost</i> : $U_1 = 1, U_2 = 1$	72
4.5. Inversor <i>Boost</i> : $U_1 = 1, U_2 = 0$	73
4.6. Inversor <i>Boost</i> : $U_1 = 0, U_2 = 1$	74
4.7. Inversor <i>Boost</i> : $U_1 = 0, U_2 = 0$	75
4.8. Tensión de salida en el inversor tipo <i>Boost</i>	77
4.9. Tensión en el capacitor C_1	78
4.10. Tensión en el capacitor C_2	78
A.1. Esquema de implementación - Montaje físico	88
A.2. Seguidor de tensión	89
A.3. Convertidor ADC	90
A.4. NEXYS 3	91
A.5. Esquema básico para generación de señales PWM	91
A.6. Opto-acoplador	92

LISTA DE TABLAS

1.1. Parámetros de circuito convertidor CC-CC <i>Buck</i> empleados en simulación	31
3.1. Parámetros de diseño del circuito convertidor tipo <i>Buck</i>	45
3.2. Relación tabulada de entrada vs. salida en convertidor <i>Buck</i>	56
4.1. Requerimientos de diseño: Microgeneración fotovoltaica	70
4.2. Valores circuitales del inversor tipo <i>Boost</i>	71
A.1. Características del sistema NEXYS 3	92

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A. CONVERTIDOR BUCK EXPERIMENTAL	88
ANEXO B. DISEÑO DE CIRCUITO INVERSOR TIPO BOOST	93

RESUMEN

TÍTULO: CONTROLADORES HÍBRIDOS Y SUS APLICACIONES EN REGULACIÓN DE CIRCUITOS CONVERTIDORES DE POTENCIA CC-CC ¹

AUTOR: JULIO ANDELFO FLÓREZ VARGAS ²

PALABRAS CLAVE: CONTROL HÍBRIDO, CONTROL POR MODOS DESLIZANTES, CONVERTIDOR DE POTENCIA, MODELADO HÍBRIDO, SISTEMA DINÁMICO HÍBRIDO.

Se presenta el modelado de circuitos convertidores de potencia mediante representaciones híbridas, a partir de la interacción entre campos vectoriales continuos y eventos discretos. Se propone una nomenclatura basada en conjuntos, para definir los elementos continuos y discretos del modelo, considerando su unión como la correspondiente trayectoria solución. Adicionalmente, este enfoque es empleado para modelar la dinámica de un sistema *Bouncing-ball* y un circuito convertidor de potencia tipo *Buck*. Posteriormente se aborda el control encendido-apagado, como un modelo híbrido a través de la deformación paramétrica hacia infinito de la ganancia de lazo en un controlador proporcional. Se analiza el comportamiento de los modelos a partir de simulación numérica en MATLAB® y OrCAD-Cadence®. Posteriormente se verifican las predicciones analíticas mediante medidas experimentales de laboratorio, a partir de las cuales se concluye que la ganancia de lazo que en la práctica replica el comportamiento híbrido del controlador encendido-apagado, está restringida a limitaciones de ancho de banda en los dispositivos circuitales empleados. Finalmente se propone una topología de inversor basada en convertidores CC-CC tipo *Boost*, con un correspondiente control híbrido por modos deslizantes, presentando un adecuado desempeño ante la acción de perturbaciones, mediante simulación numérica.

¹Trabajo de investigación

²Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Grupo CEMOS. Director PhD. Ricardo Alzate

ABSTRACT

TITLE: HYBRID CONTROLLER AND APPLICATIONS IN CONTROL OF CIRCUIT POWER CONVERTERS CC-CC ³

AUTHOR: JULIO ANDELFO FLOREZ VARGAS ⁴

KEYWORDS: HYBRID CONTROL, HYBRID DYNAMICAL SYSTEM, HYBRID MODELING, POWER CONVERTER CIRCUIT, SLIDING MODE CONTROL.

Modeling of power converter circuits employing hybrid approaches is presented, by combining continuous vector fields and discrete event mapping. By means of definition for the continuous and discrete sets of the hybrid representation, the resulting solution trajectory can be stated as the union of them. Hence, it is shown how to use this hybrid modeling to define the dynamical behaviour of a *Bouncing-ball* system and a *Buck* type power converter circuit. Then, an on-off hybrid controller is proposed as a special case of proportional control when the loop gain tends to infinity. Analytical predictions are verified by simulation in MATLAB® and OrCAD-Cadence®. Also, experimental measures are performed to show the on-off hybrid controller acting on the power converter circuit, showing a poor performance on the control action given by a limited bandwidth of the commutation frequency. Finally, an inverter circuit based in a *Boost* type DC-DC converter is proposed and controlled by a hybrid sliding-mode controller, showing promising results for neglecting disturbances.

³Research Work.

⁴Physical Faculty of Mechanical Engineering. School of Electrical, Electronics, and Telecommunications. Group CEMOS. Director PhD. Ricardo Alzate

INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN

Desde los tiempos en que Newton notó la existencia de la gravedad como parámetro inherente de la caída de los cuerpos, los científicos han mostrado un especial interés en representar el mundo que los rodea, a través de expresiones matemáticas fundamentadas en teoremas y leyes [42] [33] [52]. Por tanto, el modelado de los sistemas dinámicos surge como herramienta para comprender los fenómenos físicos, mediante la formulación de ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, capaces de describir de forma aproximada una realidad. Sin embargo, cuando la naturaleza del fenómeno describe comportamientos como: fricción, bandas muertas, saturaciones, histéresis, retrasos y discontinuidades [57] [49] [36], las ecuaciones diferenciales resultantes pueden conducir a expresiones complejas de difícil solución, limitando el uso de herramientas de análisis convencionales [19]. En ocasiones, la complejidad del modelo resultante aumenta significativamente con la rigurosidad de la no linealidad, llevando al punto crítico de atentar contra la teoría de continuidad de Lipschitz, que establece la no existencia de la continuidad en un punto de una trayectoria solución confinada a un espacio finito, si en dicho punto la derivada es indefinida [50]. Este efecto indeseado es frecuente en los sistemas de tipo Filippov, caracterizados por presentar discontinuidades en su trayectoria solución principalmente producto de: conmutaciones, deslizamientos, cambio de medio, y colisiones [18] [22] [56]. No obstante, aunque algunos sistemas presenten características discontinuas en su comportamiento global, es posible que se comporten linealmente entre discontinuidades, como sucede en los sistemas lineales a tramos (*Piecewise-linear*) [27] [5]. De esta manera, el modelado híbrido de los sistemas dinámicos surge como alternativa para representar este tipo particular de sistemas, mediante la interacción de dinámicas continuas y eventos discretos [11] [47] [29], disminuyendo ostensiblemente la complejidad matemática del modelo resultante [4]; típicamente en estos casos la lógica discreta corresponde con una máquina de estados, que selecciona el modo de operación con base en el estado actual del sistema formulado a partir de autómatas híbridos [54] [35]. Cabe señalar, que en algunos casos la formulación híbrida es sustentada a partir de las Redes de Petri [12], aunque su representación es poco frecuente en comparación con la de origen en autómatas, que guardan una relación más estrecha con las herramientas de cómputo; por tanto dicha metodología no será abordada en el presente escrito. Adicionalmente, existe una amplia evidencia del enfoque híbrido para describir matemáticamente los sistemas dinámicos en ramas del conocimiento como: la biología, la estadística, la

mecánica, la ingeniería eléctrica y las ciencias de la computación, entre otras [45]; donde se destaca el *Bouncing Ball* como sistema de colisión de masas [16] [15], el *Flashing fireflies* como sistema oscilador biológico [32], y los convertidores de potencia conmutados en el ámbito de la ingeniería eléctrica [31] [8] [6] [13]. Por otro lado, y con el propósito de mantener condiciones deseadas en estos sistemas, aparece la teoría de control de sistemas no lineales, fundamentada principalmente en el concepto de estabilidad de Lyapunov mediante la identificación de estados de equilibrio [28] [26], que obedecen a mínimos/máximos locales como parte de una función de energía [24] [23]. De esta manera, el control híbrido emerge como recurso potencial en la automatización de sistemas dinámicos facilitando su dominio, ya sea por la combinación de distintas técnicas de control en un mismo esquema, o por la definición de algoritmos que pueden ser descritos a través de esta base teórica [1] [43] [53].

Actualmente, estos sistemas han evolucionado en los conocidos CPS (del inglés *Cyber Physical System*), y adoptados por distintas ramas de la industria para gestionar los recursos de forma inteligente, mediante la estructuración de un sistema heterogéneo que mantiene en su arquitectura un subsistema administrador [48] [21] [14]. Además, se ha expandido a la industria energética con el propósito de ejecutar un control eficiente en redes eléctricas autónomas y no-autónomas [55] [25], conformando en algunos casos sistemas multiagente capaces de encontrar en forma conjunta la mejor configuración de los subsistemas dentro de un proceso de generación y distribución de energía [40] [10]. Este tipo particular de sistemas embebidos son conocidos como las *Smart Grid* [17] [7] [20], y representan el futuro en la distribución de energía dentro del modelo estructural implementado entorno a las energías renovables [3], dada la necesidad de optimizar los procesos de adquisición, gestión y distribución de la energía, para suplir la demanda creciente en un mundo cada vez más dependiente de la energía eléctrica [9]. De esta manera, el presente escrito expone de forma práctica el uso de esta teoría para realizar el control híbrido de convertidores de potencia conmutados, como parte indispensable de un sistema de microgeneración energética.

OBJETIVOS

Objetivo general

Analizar e implementar técnicas de control híbrido conmutado como alternativa para regulación de tensión en circuitos convertidores de potencia CC-CC.

Objetivos específicos

- Determinar una configuración apropiada para un circuito convertidor de potencia CC-CC en aplicaciones de microgeneración eléctrica fotovoltaica de baja potencia.

- Utilizar técnicas de control conmutado sobre circuitos convertidores de potencia CC-CC, en el contexto de los sistemas dinámicos híbridos.
- Implementar las técnicas de control analizadas en un dispositivo digital programable aplicadas en circuitos convertidores de potencia CC-CC.
- Verificar experimentalmente predicciones teóricas respecto al desempeño del circuito convertidor de potencia bajo la acción de los controladores propuestos.

RESUMEN DE CAPÍTULOS

El contenido de la tesis es desarrollado como sigue:

- **Capítulo 1: Sistemas dinámicos híbridos**

Se sustentan y definen los sistemas dinámicos híbridos, a partir de ecuaciones diferenciales con respecto al tiempo, y con base en la teoría de conjuntos estos a su vez se describen como la interacción de dinámicas continuas y eventos discretos. Además, se realiza el desarrollo matemático de dos casos de aplicación en el ámbito de la ingeniería (*Bouncing Ball*, y Convertidor de potencia CC-CC tipo *Buck*), para luego ser representados como sistemas dinámicos híbridos. La validación del modelado híbrido es realizada por simulación usando la herramienta MATLAB®. Adicionalmente, se realiza la comparación del resultado del convertidor, usando la herramienta comercial de simulación de circuitos eléctricos OrCAD®.

- **Capítulo 2: Controladores dinámicos híbridos**

Se constituye el controlador encendido-apagado mediante el incremento de la ganancia hasta infinito de un controlador proporcional. Posteriormente, se define el control encendido-apagado como un sistema dinámico que responde ante un estímulo de error. Adicionalmente, se representa este controlador como un sistema dinámico híbrido mediante la interacción entre dos estados continuos de operación, por efecto del signo en la señal de error. Por último, se expone su comportamiento híbrido mediante simulación numérica usando la herramienta MATLAB®.

- **Capítulo 3: Control híbrido experimental**

Determinada una estrategia para control en lazo cerrado, se realiza una simulación del convertidor *Buck* por medio de OrCAD-Cadence®, y se muestra el efecto de la ganancia en el sistema controlado en respuesta a perturbaciones en carga y fuente. Adicionalmente, se ajusta el rango de operación más idóneo en el controlador, de manera que se acondicione a los niveles de señal de la planta. Por último, se realiza la implementación física del circuito convertidor

de potencia, cuyo patrón de conmutación es generado empleando la plataforma "NEXYS 3" basada en FPGA, obedeciendo a una ley de control híbrida.

- **Capítulo 4: Inversor de potencia basado en convertidores *Boost* CC-CC**

Finalmente, como caso de aplicación de los convertidores de CC-CC en un sistema de microgeneración energética, se utiliza el control encendido-apagado para establecer el patrón de conmutación en un inversor constituido por dos convertidores CC-CC tipo *Boost*, como parte de un sistema de microgeneración de tipo fotovoltaico. Adicionalmente, se muestra su efecto ante perturbaciones en la carga y fuente en el inversor, utilizando la herramienta de simulación numérica MATLAB®.

CAPÍTULO 1

SISTEMAS DINÁMICOS HÍBRIDOS

Los sistemas dinámicos híbridos (SDH) son la colección de sistemas dinámicos continuos, sistemas dinámicos discretos, estados continuos, estados discretos, lógicas de transición y frecuentemente discontinuidades [46]. La descripción matemática de los SDH se puede realizar mediante formulaciones como las redes de Petri [12], o bien mediante la definición de sistemas autómatas [37]. En cuanto a su modelado, un SDH está constituido básicamente por un conjunto de ecuaciones diferenciales (describiendo su dinámica continua), gobernado por un sistema decisorio a partir de una lógica predeterminada (describiendo eventos discretos de transición). Por tanto, este tipo de sistemas se caracteriza por exponer comportamientos dinámicos continuos por regiones, y discontinuos por transiciones ejecutadas entre los distintos codominios continuos del espacio de estados del sistema, a través de una lógica de símbolos propia de una dinámica discreta.

La formulación de un SDH se constituye a partir de la representación general de un sistema dinámico dada por (1.1), donde es \mathbf{x} el vector de n variables de estado, f es una función continua (no necesariamente lineal) del estado, \mathbf{u} corresponde con entradas admisibles del sistema y $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ es la condición inicial [24].

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t); \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0. \quad (1.1)$$

Ahora bien, si se descompone la solución del sistema dinámico (1.1) en dos tipos de trayectoria (continua y discreta) donde cada punto solución en forma de pareja ordenada $(t, \mathbf{x}(\mathbf{u}, t))$, pertenece exclusivamente bien sea al conjunto continuo:

$$C = \bigcup_{i=0}^{l-1} \{(t, \mathbf{x}(\mathbf{u}, t)) \in [t_i, t_{i+1}) \times \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x}(t) \text{ es solución de: } \dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t); \mathbf{x}(t_i) = \mathbf{x}_i\}, \quad (1.2)$$

donde $[t_i, t_{i+1})$ representa el i -ésimo intervalo del dominio en el cual $\mathbf{x}(t)$ es diferenciable y l el número de trayectorias continuas; ó al conjunto discreto:

$$D = \bigcup_{i=1}^{l-1} \left\{ (t_i, \mathbf{x}(\mathbf{u}, t_i^+)) \in [t_i, t_{i+1}] \times \mathbb{R}^n \mid \lim_{t \rightarrow t_i^-} \mathbf{x}(\mathbf{u}, t) \neq \lim_{t \rightarrow t_i^+} \mathbf{x}(\mathbf{u}, t) \vee \nexists \lim_{t \rightarrow t_i} \frac{\mathbf{x}(\mathbf{u}, t) - \mathbf{x}(\mathbf{u}, t_i)}{t - t_i} \right\}, \quad (1.3)$$

donde t_i^+ representa el infinitesimal de tiempo justo después de la transición discreta en t_i , mientras que t_i^- indica el infinitesimal de tiempo antes de la transición en t_i ; es entonces posible definir al sistema dinámico como híbrido por medio de una solución general constituida por superposición de componentes continuas y discretas, ó equivalentemente:

$$\mathbf{x}(\mathbf{u}, t) = C \cup D \quad \forall t. \quad (1.4)$$

Con el propósito de ilustrar gráficamente lo anterior, considere el diagrama de transición de la Figura 1.1, entre las dinámicas continuas $f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ y $f_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ como funciones de $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$. Este diagrama muestra al SDH como la representación de dos sistemas dinámicos continuos, fuertemente separados mediante la transición discreta provocada por $\mathbf{x}(\mathbf{u}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{u}, t_1)$.

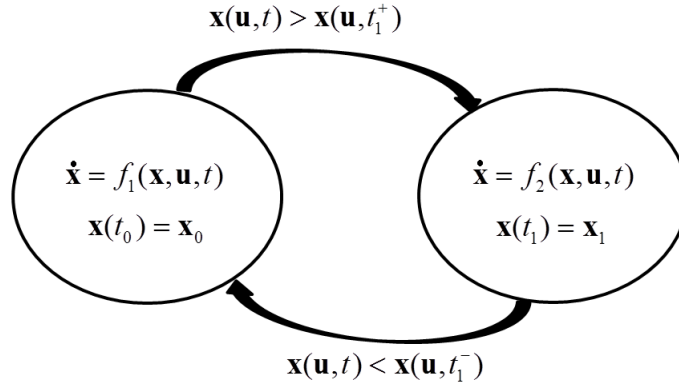


Figura 1.1: Diagrama de transición de estados en un esquema dinámico híbrido

A continuación, se mostrará a través de dos ejemplos de aplicación el potencial del esquema híbrido como alternativa para representar sistemas que poseen fenómenos complejos en su modelado, tales como: saturación, bandas muertas o restricciones espaciales en desplazamientos de masas [38][28]. En muchos casos de aplicación, se hace necesario descomponer el sistema total en regiones de operación para reducir la complejidad en el modelado matemático[29], lo cual a su vez repercute en una reducción de complejidad en el diseño y construcción de los dispositivos de actuación requeridos para controlar el sistema.

1.1. PELOTA QUE REBOTA: *BOUNCING BALL*

El análisis de la dinámica observada durante el rebote de una pelota sobre una superficie rígida, es ampliamente estudiado tanto teórica como experimentalmente debido a las singularidades sobre la trayectoria en el tiempo que ocurren en los instantes de colisión [15].

Es posible modelar el *Bouncing Ball* mediante dos trayectorias solución complementarias, una continua y otra discreta, teniendo en cuenta que la trayectoria continua está compuesta por los valores en los cuales la pelota se mantiene en el aire (i.e. $x(t) > 0$), mientras que el comportamiento discreto se define en los instantes que la pelota toca el suelo, es decir, $x(t) = 0$ [44].

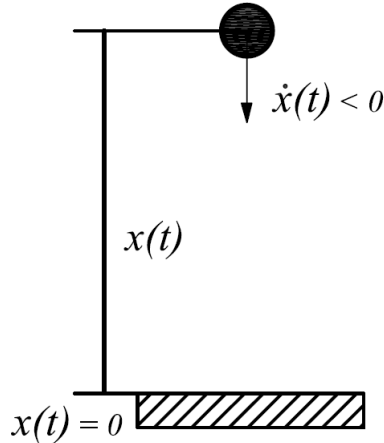


Figura 1.2: Diagrama cinemático: *Bouncing Ball*

En la Figura 1.2, se muestra la representación física del sistema *Bouncing Ball*, donde $x(t)$ representa la altura que alcanza la pelota con respecto al suelo y $\dot{x}(t)$ hace lo propio para su velocidad vertical.

A continuación se mostrará el *Bouncing Ball* como sistema dinámico híbrido, mediante la interacción de un conjunto de soluciones continuas y eventos discretos.

1.1.1. Modelado matemático del *Bouncing Ball*

Para construir el modelo del *Bouncing Ball*, se hace necesario acudir a la segunda Ley de Newton aplicada a un cuerpo acelerado por la gravedad g , mediante la siguiente ecuación diferencial de segundo orden:

$$\ddot{x}(t) = -g; \quad x(t_0) = x_0; \quad \dot{x}(t_0) = v_0. \quad (1.5)$$

Esta a su vez puede escribirse a manera de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, como en (1.1), mediante:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ -g \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}(t_0) = \begin{bmatrix} x_0 \\ v_0 \end{bmatrix}. \quad (1.6)$$

Dicho sistema de ecuaciones puede resolverse analíticamente en modo simple tras realizar la reducción de un orden en el grado de diferenciación de la expresión (1.5); es decir:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \int_{t_0}^t (-g)d\tau = -g[t - t_0] + c_1; \quad \frac{dx(t_0)}{dt} = v_0.$$

Ahora bien, aplicando la condición inicial en $t = t_0$,

$$\begin{aligned} \frac{dx(t_0)}{dt} &= -g[t_0 - t_0] + c_1 \quad \Rightarrow \quad c_1 = v_0, \\ \frac{dx(t)}{dt} &= -g[t - t_0] + v_0; \quad x(t_0) = x_0. \end{aligned} \quad (1.7)$$

A partir de este último resultado se realiza una nueva integración con respecto al tiempo, tras definir $\tau = (t - t_0)$ y $dt = d\tau$:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= -g\tau + v_0; \quad x(t_0) = x_0, \\ x(t) &= \int_{t_0}^t (-g\tau + v_0)d\tau; \quad x(t_0) = x_0, \\ x(t) &= -\frac{1}{2}g[t - t_0]^2 + v_0[t - t_0] + c_2; \quad x(t_0) = x_0. \end{aligned}$$

Finalmente, aplicando el criterio de la condición inicial en $t = t_0$ se obtiene la siguiente ecuación que describe el movimiento en caída libre de la partícula:

$$\begin{aligned} x(t_0) &= -\frac{1}{2}g[t_0 - t_0]^2 + v_0[t_0 - t_0] + c_2; \quad \Rightarrow \quad c_2 = x_0, \\ x(t) &= -\frac{1}{2}g[t - t_0]^2 + v_0[t - t_0] + x_0. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Adicional a esto, en el justo instante en que la pelota golpea la superficie rígida situada en la referencia $x(t) = 0$, la posición no presenta un cambio discontinuo como si lo hace la velocidad, debido a que en caída libre la pelota desciende con una velocidad incrementalmente positiva, alcanzando su punto máximo al momento de colisionar con

la superficie e invirtiendo súbitamente su sentido. Tomando en cuenta lo anterior, se asume la siguiente aproximación para el cálculo de la velocidad postimpacto [39]:

$$v(t_1^+) = -kv(t_1^-), \quad (1.9)$$

donde la magnitud de la velocidad de colisión depende directamente del coeficiente de restitución k con valores¹ comprendidos dentro del intervalo cerrado $[0, 1]$, mientras su sentido cambia súbitamente en un tiempo $t_1 > t_0$.

En este punto, ya se han obtenido resultados para definir la trayectoria entre rebotes en (1.8) y la velocidad en el instante de colisión en (1.9). Por tanto, tras combinar dichas expresiones es posible formular la siguiente ecuación para la posición y la velocidad de la partícula en todo $t \geq t_0$:

$$\begin{aligned} x(t) > 0 &\Rightarrow x(t) = -\frac{1}{2}g[t - t_0]^2 + v_0[t - t_0] + x_0, \\ &\Rightarrow \frac{dx(t)}{dt} = -g[t - t_0] + v_0; \\ x(t) = 0 &\Rightarrow x(t) = 0, \\ &\Rightarrow \frac{dx(t)}{dt} = -k\frac{dx(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

La evolución en el tiempo del *Bouncing Ball* puede ser descrita a partir de (1.10) entre dos rebotes sucesivos, donde las condiciones iniciales en $t = t_0$ se hacen coincidir con la posición y velocidad de la partícula en el instante previo a la colisión. A partir de este caso particular ($x_0 = 0$), es sencillo predecir el tiempo donde se produce la siguiente colisión al despejar de (1.8) el instante de tiempo t en el cual $x(t) = 0$, es decir:

$$x(t) = -\frac{1}{2}g[t - t_0]^2 + v_0[t - t_0] = [t - t_0] \left[-\frac{1}{2}g[t - t_0] + v_0 \right] = 0,$$

y por tanto:

$$t = t_0 \quad \text{y} \quad t = \frac{2v_0}{g} + t_0 = t_1,$$

donde t_1 corresponde con el instante de tiempo para la siguiente colisión y de esta manera el nuevo conjunto de condiciones iniciales se constituye reemplazando este valor en las ecuaciones (1.10).

Similar al caso del primer rebote, el tiempo para la segunda colisión se determina como:

$$\begin{aligned} t_2 &= \frac{2v_1}{g} + t_1, \\ &= \frac{2kv_0}{g} + t_1, \end{aligned}$$

¹Aquí los valores extremos de restitución hacen referencia a una colisión totalmente elástica ($k = 1$) y totalmente inelástica ($k = 0$).

lo cual para rebotes sucesivos se convierte en:

$$\begin{aligned}
t_0 & & ; & \text{Instante de salida} \\
t_1 & = \frac{2v_0}{g} + t_0 & ; & \text{Primer instante de llegada} \\
t_2 & = \frac{2v_0k}{g} + t_1 & ; & \text{Segundo instante de llegada} \\
t_3 & = \frac{2v_0k^2}{g} + t_2 & ; & \text{Tercer instante de llegada} \\
& \vdots & &
\end{aligned}$$

A partir de esto, es posible generalizar el tiempo en que se produce la i -ésima colisión de la partícula contra la superficie (para un coeficiente de restitución k constante) mediante la siguiente expresión, que define los instantes en los cuales (1.8) se debe recalcular:

$$t_i = \frac{2v_0}{g} k^{(i-1)} + t_{i-1}; \quad \forall i \geq 1 \in \mathbb{N}, \quad (1.11)$$

y que por tanto constituye el esquema básico para el modelo híbrido resultante. A continuación se emplearán estos desarrollos para formalizar las componentes continua y discreta del modelo.

1.1.2. *Bouncing Ball* como sistema dinámico híbrido:

A partir de (1.2)-(1.3), el conjunto continuo para la trayectoria solución de (1.6) corresponde con:

$$C = \bigcup_{i=0}^{l-1} \left\{ (t, \mathbf{x}(t)) \in [t_i, t_{i+1}] \times \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x}(t) \text{ es solución de: } \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ -g \end{bmatrix}; \mathbf{x}(t_i) = \begin{bmatrix} x_i \\ v_i \end{bmatrix} \right\}, \quad (1.12)$$

mientras que el conjunto de eventos discretos viene dado por:

$$D = \bigcup_{i=1}^{l-1} \left\{ (t_i, \mathbf{x}(t_i^+)) \in [t_i, t_{i+1}] \times \mathbb{R}^n \mid \lim_{t \rightarrow t_i^-} \mathbf{x}(t) \neq \lim_{t \rightarrow t_i^+} \mathbf{x}(t) \right\}, \quad (1.13)$$

siendo los tiempos t_i para n rebotes contra la superficie determinados a partir de (1.11).

Es importante notar que para este caso también se satisface la igualdad (1.4) para la unión de los conjuntos C y D .

Los resultados analíticos presentados en (1.12)-(1.13) se ilustran gráficamente en la Figura 1.3 a partir de evaluación numérica en MATLAB®[®], empleando condiciones iniciales $x_0 = 0$ [m], $v_0 = 50$ [$\frac{m}{s}$] y pérdidas energéticas durante cada colisión a partir

de un coeficiente de restitución $k = 0.8$. Esta figura muestra la posición de la partícula en el tiempo y los saltos producto de las colisiones, como solución global del sistema dinámico en el espacio de estados.

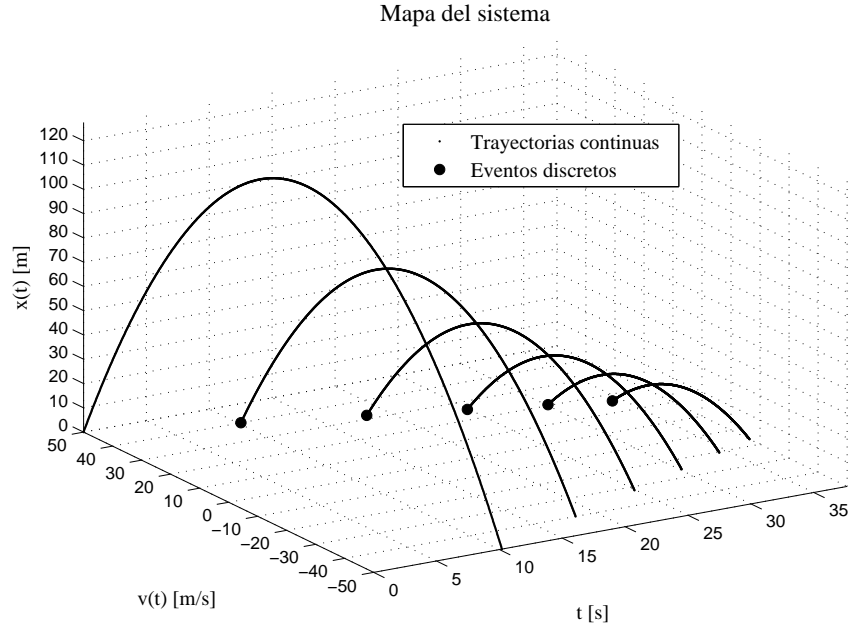


Figura 1.3: Mapa del sistema dinámico

1.2. CONVERTIDORES DE POTENCIA CC - CC TIPO *BUCK*

El convertidor de potencia CC - CC tipo *Buck* es un sistema conmutado que opera entre dos modos distintos, dependiendo del estado (abierto-cerrado) en el interruptor denotado como u en el esquema eléctrico de la Figura 1.4. Obedeciendo a un patrón específico de ciclo útil D y de frecuencia de conmutación f_c , dados durante el diseño circuital, es evidente la presencia de discontinuidades durante cada periodo de conmutación. Por tal razón, esta clase particular de circuitos se puede modelar mediante el enfoque dinámico híbrido.

1.2.1. Modelado matemático del convertidor CC - CC tipo *Buck*

Para obtener un modelo matemático que abarque todos los modos admisibles de operación del convertidor, se consideran dos estados dinámicos continuos distintos ($u = 1$ y $u = 0$). La Figura 1.5 muestra el diagrama circuital del convertidor cuando

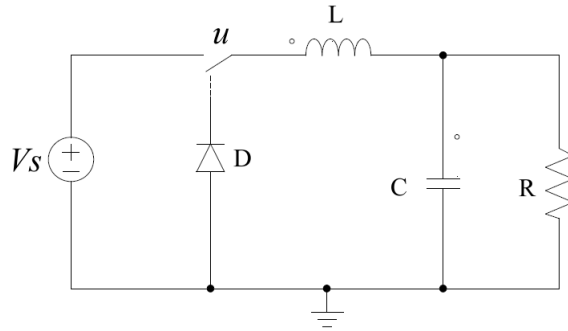


Figura 1.4: Convertidor Buck

$u = 1$ y la fuente de alimentación V_S suministra energía a los elementos pasivos del circuito.

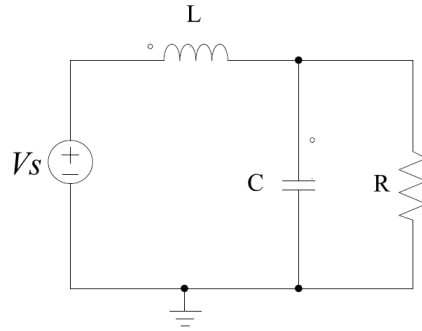


Figura 1.5: Convertidor Buck con $u = 1$

Aplicando la ley de tensiones de Kirchhoff (LVK) en el circuito anterior, se obtiene la ecuación de malla descrita en (1.14)

$$V_L = V_S - V_O = L \frac{di_L}{dt}, \quad (1.14)$$

donde V_L y V_O representan respectivamente la caída de tensión en la inductancia y en el capacitor. Asimismo, aplicando ley de corrientes de Kirchhoff (LCK) se obtiene:

$$C \frac{dV_C}{dt} = i_L - \frac{V_O}{R}. \quad (1.15)$$

Por otro lado, la Figura 1.6 muestra el diagrama circuital del convertidor para $u = 0$ donde V_S queda aislada del resto del circuito mientras que el diodo D funciona en marcha libre. Aquí la energía almacenada en la inductancia L y el capacitor C es disipada a través de la resistencia de carga R.

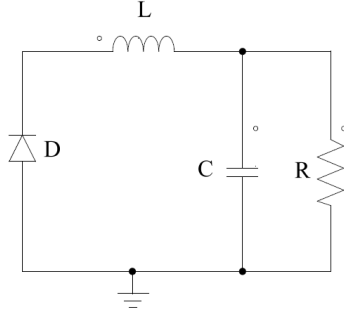


Figura 1.6: Convertidor Buck con $u = 0$ e $i_L > 0$

En este punto se hace necesario fraccionar en dos sub-topologías el modelo visto cuando $u = 0$. Bajo esta premisa la Figura 1.6 ilustra la sub-topología cuando el diodo se polariza en directa y la corriente que circula a través de la inductancia i_L es positiva, según la convención punto. La Figura 1.7 por su parte, ilustra el caso en que el diodo se polariza en inversa y la corriente deja de circular por la inductancia. Para facilitar el modelado matemático, se asumirá $i_L \leq 0$.

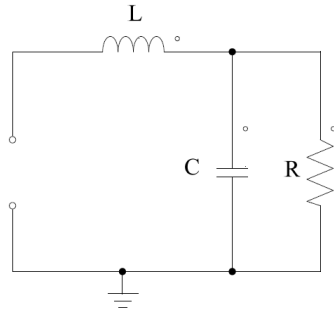


Figura 1.7: Convertidor Buck con $u = 0$ e $i_L \leq 0$

Por tanto, aplicando LVK al circuito de la Figura 1.6 se obtiene la ecuación de malla

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} = -V_C = -V_O. \quad (1.16)$$

Asimismo, mediante LCK se obtiene la ecuación de nodo

$$C \frac{dV_C}{dt} = i_L - \frac{V_C}{R}. \quad (1.17)$$

Realizando los mismos procedimientos anteriores sobre la sub-topología de la Figura 1.7, se generan las siguientes ecuaciones:

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} = V_C, \quad (1.18)$$

$$C \frac{dV_C}{dt} = \frac{V_C}{R}. \quad (1.19)$$

Ahora bien, para representar el sistema en la forma (1.1) se definen como variables de estado:

$$\begin{aligned} x_1 &= i_L \\ x_2 &= V_C, \end{aligned}$$

y se reescriben las ecuaciones (1.14)-(1.19) mediante (1.20) para $u = 1$ y (1.21)-(1.22) para las sub-topologías cuando $u = 0$.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{1}{L}x_2 + \frac{V_S}{L} \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2 \end{aligned} \quad (1.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{1}{L}x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2 \end{aligned} \quad (1.21)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{1}{L}x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{RC}x_2. \end{aligned} \quad (1.22)$$

De esta manera tras superponer las expresiones (1.20)-(1.22), es posible definir la siguiente ecuación diferencial para describir la dinámica del convertidor *Buck*

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{L} \text{sign}(x_1) + \frac{V_S}{L}u \\ \frac{x_1}{2C}(1 + \text{sign}(x_1)) - \frac{x_2}{RC} \text{sign}(x_1) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}(t_0) = \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{bmatrix}, \quad (1.23)$$

siendo x_{01} y x_{02} las condiciones iniciales correspondientes. Por otro lado, los tiempos en que ocurren los eventos discretos y que determinan los intervalos continuos de la solución del sistema dinámico, se definen a partir de las características de la señal de activación (PWM) del dispositivo de conmutación del circuito. Con base en ello, (1.24) representa el periodo para dicha señal de activación siendo t_{ON} el tiempo de encendido ($u = 1$) y t_{OFF} el tiempo de apagado $u = 0$

$$T = t_{ON} + t_{OFF}. \quad (1.24)$$

A partir de ello, es posible definir los instantes “ i ” para los eventos $u = 1$ tomando como inicio $t = t_0$, mediante:

$$t_{i-1} = (i-1)T + t_0; \quad \forall i \geq 1 \in \mathbb{N}. \quad (1.25)$$

Asimismo, se definen los instantes “ j ” para los eventos $u = 0$

$$t_{j-1} = (j-1)T + t_0 + t_{ON}; \quad \forall j \geq 1 \in \mathbb{N}. \quad (1.26)$$

A continuación se emplearán estos desarrollos para formalizar las componentes continua y discreta del modelo.

1.2.2. Convertidor *Buck* CC-CC como sistema dinámico híbrido:

A partir de (1.2)-(1.3), el conjunto continuo C para la trayectoria solución de (1.8) corresponde con:

$$\bigcup_{i=0}^{(l-1)/2} \left\{ (t, \mathbf{x}(u, t)) \in [t_i, t_i + t_{ON}] \times \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x}(u, t) \text{ es solución de (1.23); } u = 1; \mathbf{x}(1, t_i) = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \end{bmatrix} \right\} \cup \bigcup_{j=0}^{(l-1)/2} \left\{ (t, \mathbf{x}(u, t)) \in [t_j, t_j + t_{OFF}] \times \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x}(u, t) \text{ es solución de (1.23); } u = 0; \mathbf{x}(0, t_j) = \begin{bmatrix} x_{j1} \\ x_{j2} \end{bmatrix} \right\}, \quad (1.27)$$

mientras que el conjunto de eventos discretos D viene dado por:

$$\bigcup_{i=1}^{(l-1)/2} \left\{ (t_i, \mathbf{x}(1, t_i^+)) \in [t_i, t_i + t_{ON}] \times \mathbb{R}^n \mid \nexists \lim_{t \rightarrow t_i} \frac{\mathbf{x}(u, t) - \mathbf{x}(u, t_i)}{t - t_i} \right\} \cup \bigcup_{j=1}^{(l-1)/2} \left\{ (t_j, \mathbf{x}(0, t_j^+)) \in [t_j, t_j + t_{OFF}] \times \mathbb{R}^n \mid \nexists \lim_{t \rightarrow t_j} \frac{\mathbf{x}(u, t) - \mathbf{x}(u, t_j)}{t - t_j} \right\}, \quad (1.28)$$

siendo los tiempos t_i y t_j para n ciclos de conmutación, determinados a partir de (1.25) y (1.26). A partir de ello

$$\mathbf{x}(t) = C \cup D.$$

Los resultados analíticos presentados en (1.27)-(1.28) se ilustran en las Figuras (1.8)-(1.9) a partir de evaluación numérica en MATLAB® para x_1 y x_2 , empleando condiciones iniciales $[x_{01} \ x_{02}]^T = [0 \ 0]^T$ y los parámetros de diseño incluidos en la Tabla 4.1.

Parámetro	Notación	Valor
Tensión de entrada	V_S	30 [VDC]
Tensión de salida	V_O	12 [VDC]
Frecuencia de conmutación	f_c	20 [kHz]
Ciclo útil	D	40 [%]
Capacitancia	C	200 [μ F]
Inductancia	L	100 [μ H]
Resistencia de carga	R	5.76 [Ω]

Tabla 1.1: Parámetros de circuito convertidor CC-CC *Buck* empleados en simulación

Asimismo, las Figuras (1.10) y (1.11) permiten visualizar los resultados numéricos obtenidos mediante el paquete comercial de simulación de circuitos OrCAD-Cadence®, a partir de lo cual se verifica la precisión del enfoque híbrido para capturar

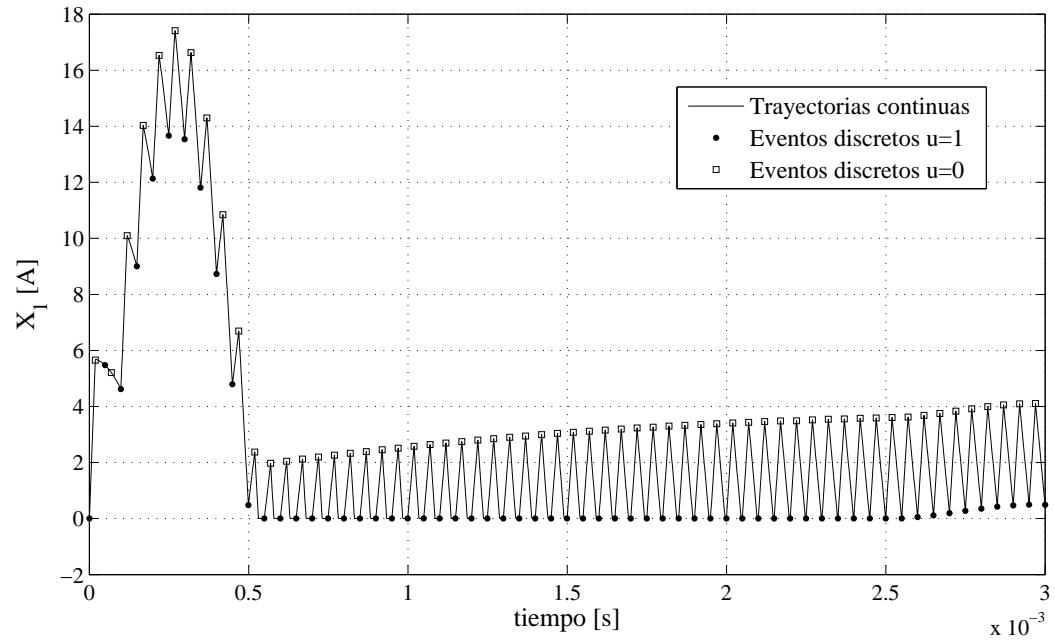


Figura 1.8: Corriente en el inductor - MATLAB®

los detalles relevantes del comportamiento dinámico del circuito convertidor de potencia con base en la unión entre eventos de tipo continuo y discreto. Las discrepancias cuantitativas se justifican por la complejidad de los modelos empleados en el simulador comercial para describir características transitorias circuitales.

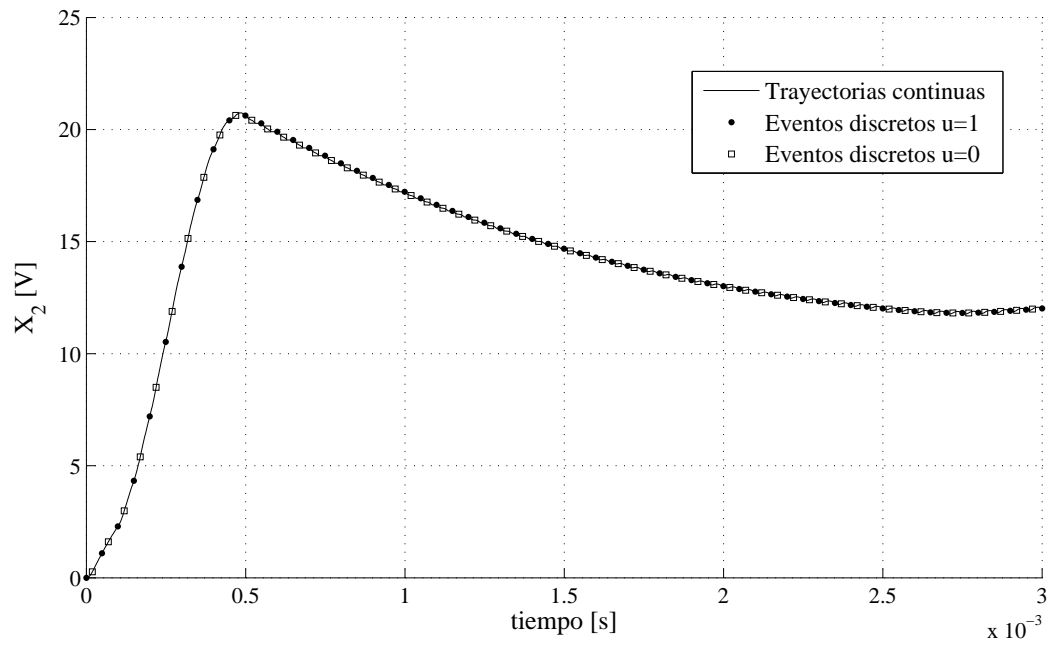


Figura 1.9: Tensión en el capacitor - MATLAB®

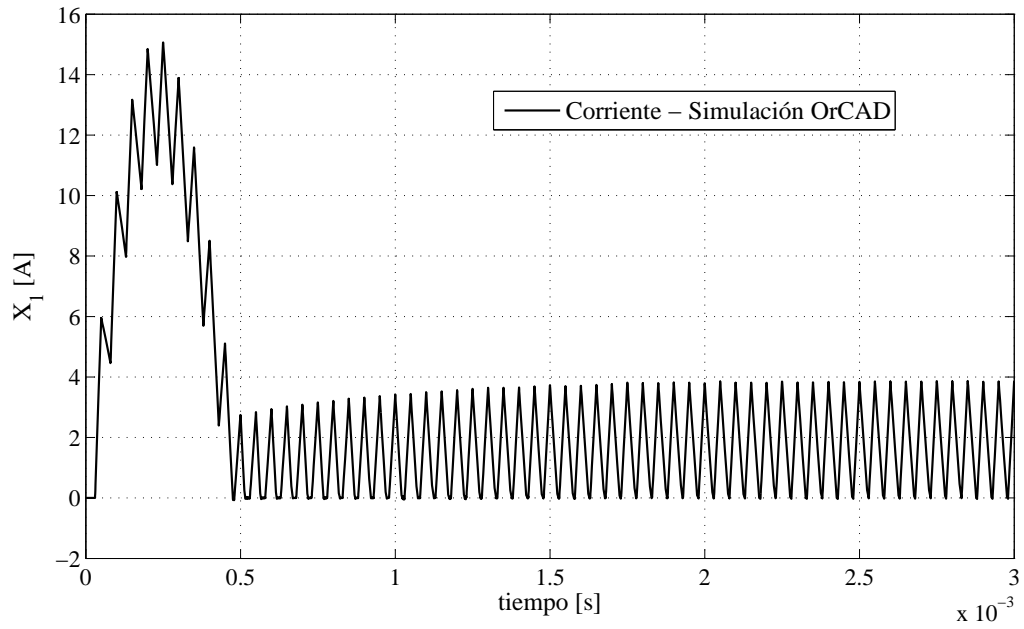


Figura 1.10: Corriente en el inductor - OrCAD-Cadence®

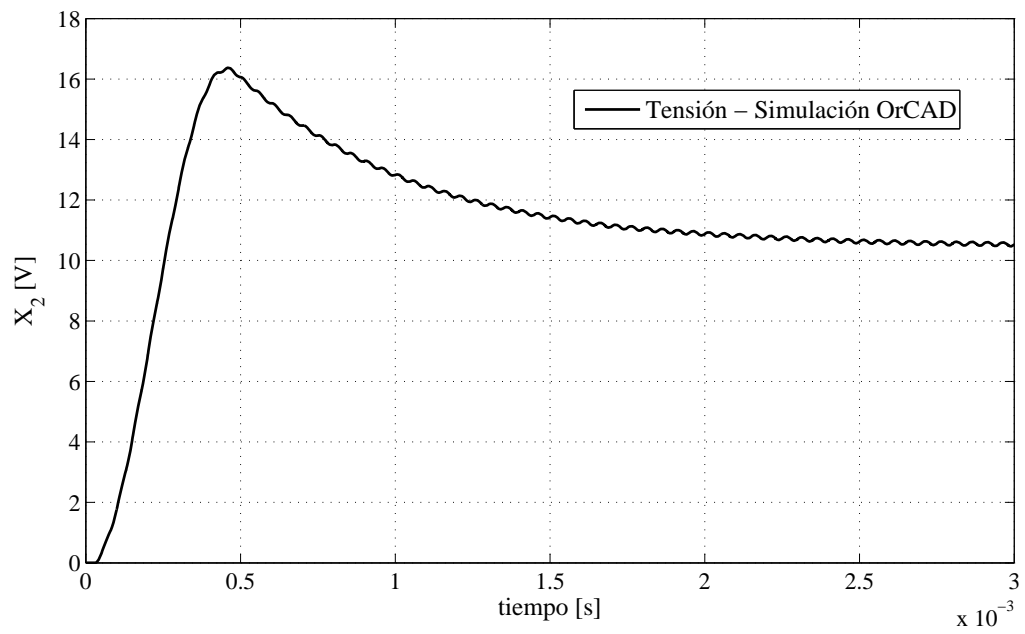


Figura 1.11: Tensión en el capacitor - OrCAD-Cadence®

CAPÍTULO 2

CONTROLADORES DINÁMICOS HÍBRIDOS

En el presente capítulo, los resultados generales desarrollados para definir un sistema híbrido se emplearán para formalizar al controlador encendido-apagado como perteneciente a esta clase de sistemas. Lo anterior se conseguirá partiendo de un sistema realimentado con ganancia de lazo incremental. Posteriormente se incorporarán los efectos de saturación y se analizará la cascada de trayectoria directa entre el controlador y un circuito convertidor de potencia.

2.1. CONTROL PROPORCIONAL

Al cerrar el lazo de control realimentado, se constituye una señal de error $e(t)$ a través de la diferencia entre la señal de referencia $r(t)$ y la medida $m(t)$, según se muestra en (2.1).

$$e(t) = r(t) - m(t). \quad (2.1)$$

Asimismo y con base en la Figura 2.1, el controlador más básico que puede constituirse en la práctica corresponde con una función de transferencia unitaria; es decir:

$$u(e) = e(t).$$

Por tanto, a partir de la definición de un controlador proporcional dada en (2.2) (donde K_p representa la ganancia proporcional), lo anterior equivale a una acción proporcional de ganancia unitaria

$$u(e) = K_p e(t). \quad (2.2)$$

La conducta de esta acción de control sobre sistemas de naturaleza continua se puede observar en la Figura 2.2, donde se realiza la confrontación entre señales de entrada y salida del controlador, mediante una curva lineal con pendiente igual a la ganancia K_p . Cabe aclarar, que dicha Figura muestra una acción de control sin limitaciones por saturación.

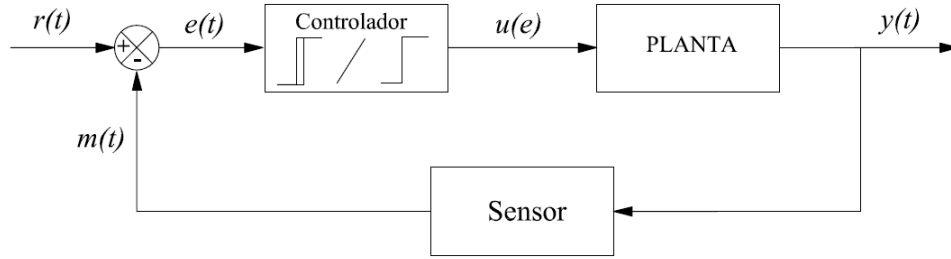


Figura 2.1: Sistema de control realimentado

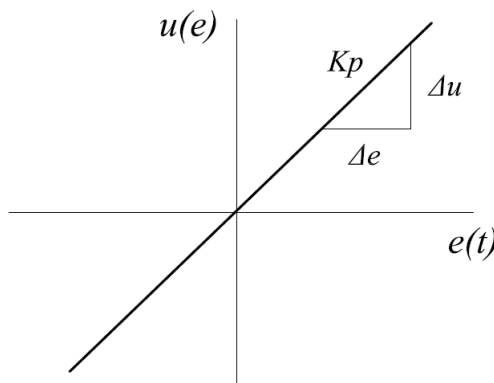


Figura 2.2: Ley de control proporcional sin saturación

2.2. CONTROL ENCENDIDO-APAGADO

En la implementación física de un controlador existen limitaciones por saturación (e.g. niveles de suministro de energía en actuadores). Este fenómeno se observa en la Figura 2.3, donde se expone la función de transferencia del controlador proporcional con saturación para una ganancia proporcional K_p .

A partir de la definición de control proporcional establecida en la sección anterior, es evidente que un incremento en la ganancia K_p genera un aumento en la capacidad de respuesta (energía) entregada por el controlador $u(e)$, que sin embargo ocasiona también una saturación prematura en los niveles de señal del sistema. Esta situación se ilustra en la Figura 2.4 ¹, donde la ganancia K_p tiende a infinito, constituyendo la función de transferencia de un controlador encendido-apagado dada por $u(e) = \text{sign}(e)$, la cual a su vez puede descomponerse mediante la siguiente suma de funciones escalón:

¹ U_{max} y U_{min} representan la saturación del actuador cuando la señal de error $e(t)$ es, respectivamente, mayor y menor que cero.

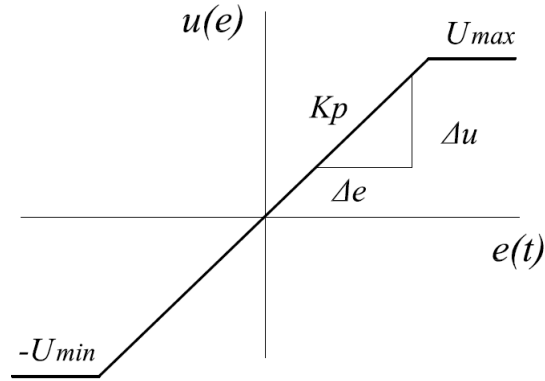


Figura 2.3: Ley de control proporcional con saturación

$$u(e) = \mu(e) - \mu(-e), \quad (2.3)$$

donde

$$\begin{aligned} \mu(e) &= \begin{cases} 1, & e > 0 \\ 0, & e < 0 \end{cases} \\ -\mu(-e) &= \begin{cases} -1, & e < 0 \\ 0, & e > 0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

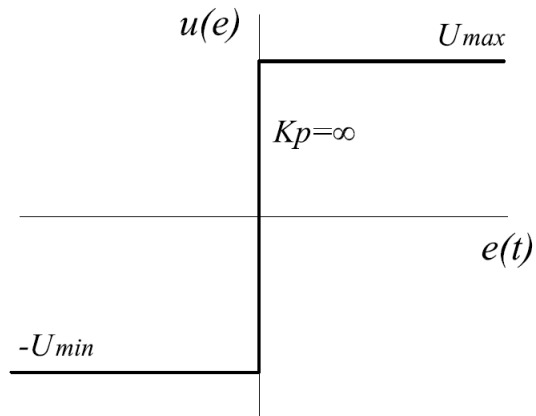


Figura 2.4: Ley de control encendido-apagado

Nótese como $e(t) = 0$ corresponde con un estado transitorio indefinido de la ley de control $u(e)$. La sencillez conceptual de este controlador potencializa su uso en aplicaciones tanto industriales (e.g. accionamientos eléctricos) como domésticas (e.g. termostatos).

2.3. CONTROL ENCENDIDO-APAGADO COMO DINÁMICA HÍBRIDA

En la Figura 2.5 se observa el controlador como sistema, al responder con una señal de control ante un estímulo proporcionado por la señal de error.

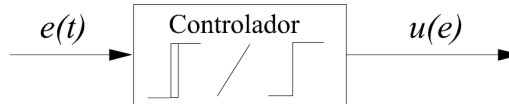


Figura 2.5: Función de transferencia del controlador

Por tanto, haciendo analogía a la expresión (1.1) se propone la siguiente ecuación diferencial como representación dinámica del controlador encendido-apagado:

$$\dot{u} = g(u, e, t); \quad u(e_0) = u_0, \quad (2.5)$$

donde \dot{u} representa la tasa de cambio de la señal de control $u \in \mathbb{R}$ con respecto al error $e \in \mathbb{R}$; es decir:

$$\dot{u} = \frac{du(e)}{de}.$$

De esta manera, a partir de (2.3) y (2.5) se constituye la representación matemática del controlador encendido-apagado dada por:

$$\dot{u} = \delta(e) - \delta(-e), \quad (2.6)$$

tras asumir que la derivada de un escalón corresponde con una función impulso.

Esta última expresión representa una ecuación diferencial que puede resolverse tras aplicar integración con respecto al error del modo siguiente:

$$\begin{aligned} u(e) &= \int_{-\infty}^e \delta(\varepsilon) d\varepsilon - \int_{-\infty}^e \delta(-\varepsilon) d\varepsilon \\ &= \int_{-\infty}^e \delta(\varepsilon) d\varepsilon - \left(- \int_{-\infty}^e \delta(-\varepsilon) d(-\varepsilon) \right) \\ &= \int_{-\infty}^e \delta(\varepsilon) d\varepsilon - \left(\int_{-e}^{\infty} \delta(-\varepsilon) d(-\varepsilon) \right) \\ &= \mu(e) - \mu(-e), \end{aligned} \quad (2.7)$$

lo cual coincide con el resultado propuesto previamente en (2.3).

Ahora bien, la forma de onda que describe la solución del sistema dinámico “controlador encendido-apagado” puede descomponerse en dos tipos de trayectoria (continua y discreta), cuyos puntos representan la pareja ordenada (dominio, codominio) dada por:

$$(e, u(e)).$$

A partir de (1.2)-(1.3), el conjunto continuo para la trayectoria solución de (2.5) corresponde con:

$$C = \bigcup_{i=0}^{l-1} \{(e, u(e)) \in [e_i, e_{i+1}] \times \mathbb{R}^n \mid u(e) \text{ es solución de: } \dot{u}(e) = \delta(e) - \delta(-e); u(e_i) = u_i\}, \quad (2.8)$$

mientras que el conjunto de eventos discretos viene dado por:

$$D = \bigcup_{i=1}^{l-1} \left\{ (e_i, u(e_i^+)) \in [e_i, e_{i+1}] \times \mathbb{R}^n \mid \lim_{e \rightarrow e_i^-} u(e) \neq \lim_{e \rightarrow e_i^+} u(e) \right\}, \quad (2.9)$$

donde (e_i, e_{i+1}) corresponde con el intervalo en el cual el error no presenta cambios de signo. Adicionalmente se sumple que

$$u(e) = C \cup D.$$

Los resultados analíticos presentados en (2.8)-(2.9) se ilustran gráficamente en la Figura (2.6) a partir de evaluación numérica con MATLAB® para un estímulo de señal de error generada en forma sintética. A partir de ello es posible visualizar la naturaleza híbrida del sistema controlador encendido-apagado.

2.4. CONTROL HÍBRIDO DE UN CONVERTIDOR CC-CC TIPO *BUCK*

Considere el diagrama de bloques de la Figura 2.7, donde se visualiza la cascada entre un controlador encendido-apagado y un convertidor de potencia CC-CC tipo Buck. Esto representa la combinación de dinámicas híbridas en un lazo de control y por tanto será el objeto de análisis en el presente apartado.

Es así como tras combinar las expresiones (2.8) y (1.27), el conjunto continuo C de la trayectoria solución del convertidor (1.23) controlado por (2.5), corresponde con:

$$\bigcup_{i=0}^{l-1} \left\{ (e, \mathbf{x}(u(e), t)) \in [e_i, e_{i+1}] \times \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x}(u(e), t) \text{ es solución de (1.23); } \mathbf{x}(u(e), t_i) = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \end{bmatrix}; \right. \\ \left. u(e) \text{ es solución de (2.5); } u(e_i) = u_i. \right\} \quad (2.10)$$

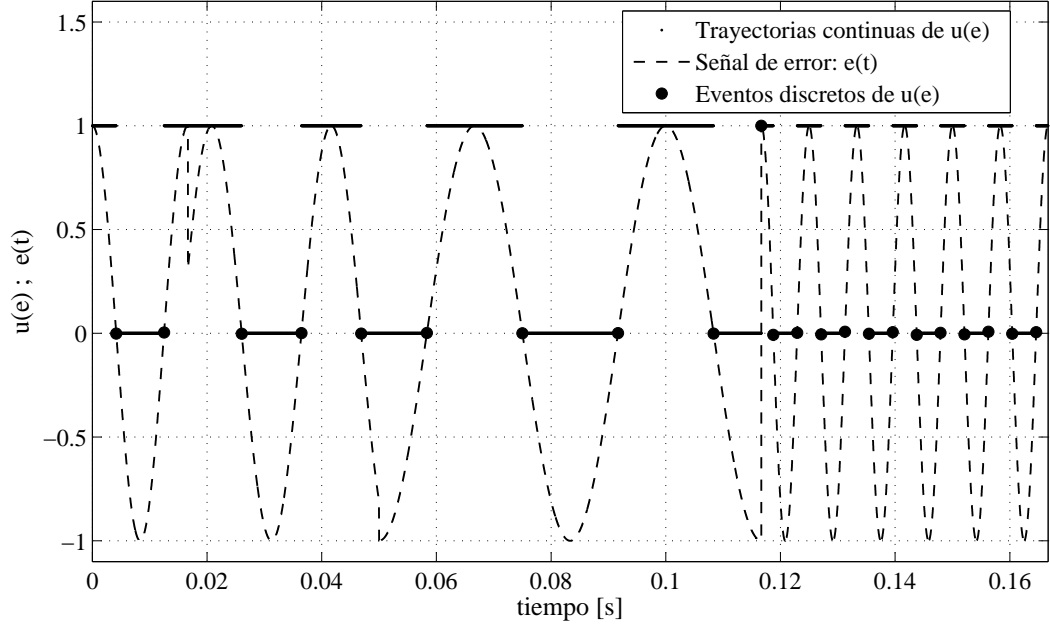


Figura 2.6: Control encendido-apagado híbrido

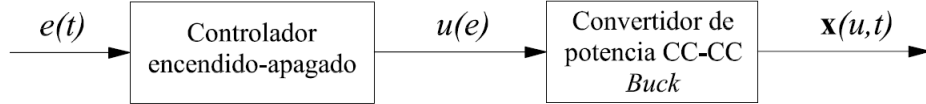


Figura 2.7: Cascada entre controlador y convertidor

De manera similar, combinando las expresiones (2.9) y (1.28) el conjunto D de eventos discretos viene dado por:

$$\bigcup_{i=1}^{l-1} \left\{ (e_i, \mathbf{x}(u(e_i^+), t_i^+)) \in [e_i, e_{i+1}] \times \mathbb{R}^n \mid \lim_{e \rightarrow e_i^-} u(e) \neq \lim_{e \rightarrow e_i^+} u(e) \right\}. \quad (2.11)$$

Nótese que la salida del controlador $u(e)$ es la entrada del circuito convertidor $u(t)$. Asimismo, la entrada global del sistema es el error $e(t)$ mientras la salida global corresponde con el vector de estados $\mathbf{x}(u(e), t)$, tal y como se observa en la Figura 2.7. En consecuencia:

$$\mathbf{x}(u(e), t) = C \cup D.$$

Los resultados analíticos presentados en (2.10) y (2.11) se ilustran en las Figuras 2.8 y 2.9, mediante simulación numérica en MATLAB® empleando los parámetros

circuitales de la Tabla 4.1 y una señal de error sintetizada con forma sinusoidal, amplitud unitaria, frecuencia de 20 [kHz] y nivel de continua igual a $\frac{1}{4}$ [V].

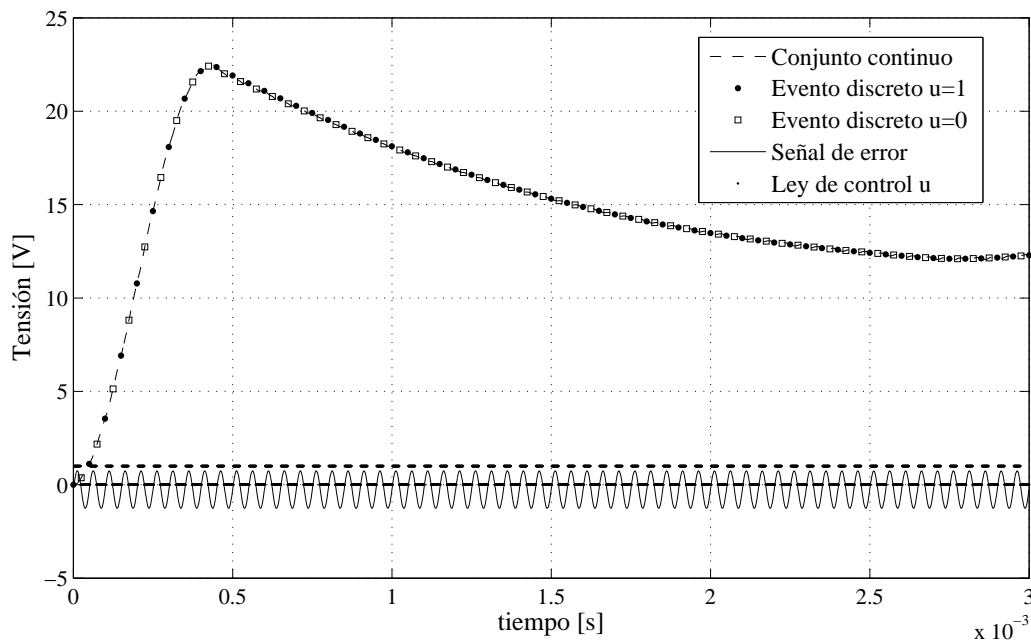


Figura 2.8: Tensión de salida en convertidor actuado mediante controlador encendido-apagado

En estas figuras, se evidencia como la señal de error incidente en el bloque del controlador encendido-apagado genera como salida una señal PWM como efecto del operador signo sobre el error, variando posteriormente el ciclo de trabajo del convertidor de potencia en modo proporcional al nivel de continua adicionado a la señal sintetizada. En otras palabras, para esta cascada en lazo abierto el controlador encendido-apagado se constituye en el actuador (generador de PWM) para el circuito convertidor de potencia.

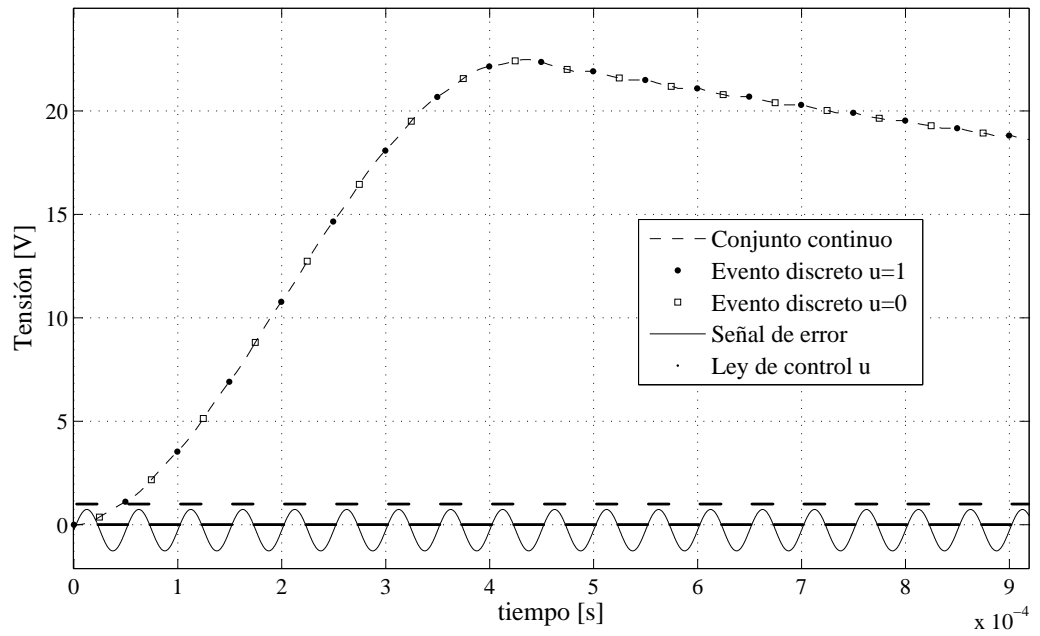


Figura 2.9: Detalle en tensión de salida del convertidor

CAPÍTULO 3

CONTROL HÍBRIDO EXPERIMENTAL

El presente capítulo ilustra la verificación experimental de las predicciones teóricas dadas por el enfoque de modelamiento híbrido, sobre el comportamiento dinámico del circuito convertidor de potencia y su correspondiente control. Dicha verificación se realizará a partir de resultados numéricos obtenidos con el simulador comercial de circuitos OrCAD-Cadence®, complementados por medidas eléctricas experimentales en un prototipo de laboratorio.

En particular, se verificará la evolución paramétrica del controlador proporcional en lazo cerrado, desde su versión unitaria hasta el caso práctico de un controlador encendido-apagado como controlador híbrido, operando bajo la influencia de perturbaciones en el circuito.

Para llevar a cabo la implementación práctica del control, se efectuará un ajuste de rangos requerido para asegurar la operación en valores de excursión apropiados (sin saturaciones o zonas muertas) para las señales en el circuito.

3.1. ANÁLISIS EN LAZO ABIERTO POR SIMULACIÓN

La Figura 3.1 ilustra el montaje simulado en OrCAD-Cadence® para el convertidor de potencia tipo *Buck* en lazo abierto, con parámetros de diseño incluidos en la Tabla 3.1.

Como resultado de simulación en lazo abierto, la Figura 3.2 permite verificar una rápida convergencia en la tensión del capacitor, como tensión de salida del circuito, hacia un valor de alrededor $7[V_{DC}]$ que se mantiene a través del tiempo.

En un segundo momento, se realizó la perturbación de la carga del circuito agregando un resistor en paralelo de la manera ilustrada en la Figura 3.3. Con base en ello, se obtiene para la tensión de salida el resultado presentado en la Figura 3.4, a partir de

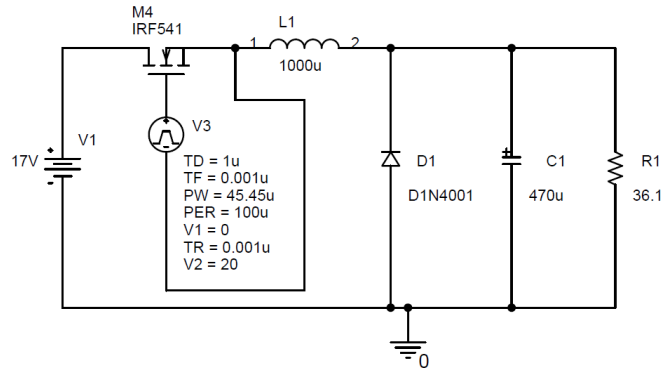


Figura 3.1: Esquema lazo abierto sin perturbar - OrCAD-Cadence®

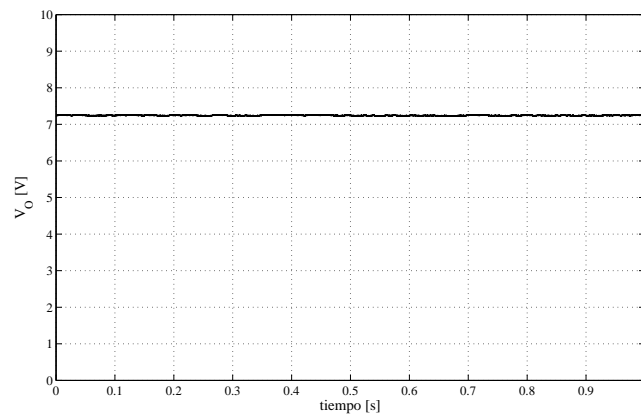


Figura 3.2: Tensión en lazo abierto sin perturbar - OrCAD-Cadence®

Tabla 3.1: Parámetros de diseño del circuito convertidor tipo *Buck*

Parámetro	Notación	Valor
Tensión de entrada	V_S	17 [V _{DC}]
Tensión de salida	V_O	7.3 [V _{DC}]
Frecuencia de conmutación	f_c	10 [kHz]
Ciclo útil	D	45.45 [%]
Capacitancia	C	470 [μF]
Inductancia	L	1 [mH]
Resistencia de carga	R	36.1 [Ω]

lo cual es evidente la degradación observada en el desempeño del circuito por cuenta de la perturbación, mostrándose incapaz de mantener invariante este valor de tensión.

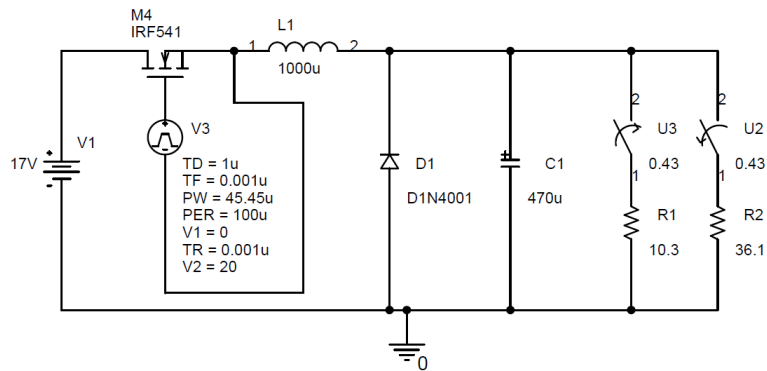


Figura 3.3: Esquema lazo abierto con perturbación en carga - OrCAD-Cadence®

Un tercer resultado implica la alteración de las condiciones de tensión de entrada tras agregar una fuente en paralelo, según se observa en la Figura 3.5. El resultado de tensión de salida obtenido en este caso se muestra en la Figura 3.6, donde nuevamente se manifiesta un efecto notorio de la influencia de la perturbación en la respuesta del sistema.

3.2. ANÁLISIS EN LAZO CERRADO POR SIMULACIÓN

Para configurar el sistema en lazo cerrado mediante simulación, se empleó en OrCAD-Cadence® el montaje con amplificadores operacionales mostrado en la Figura 3.7. Los resultados de simulación para la tensión de salida sin perturbación, con una

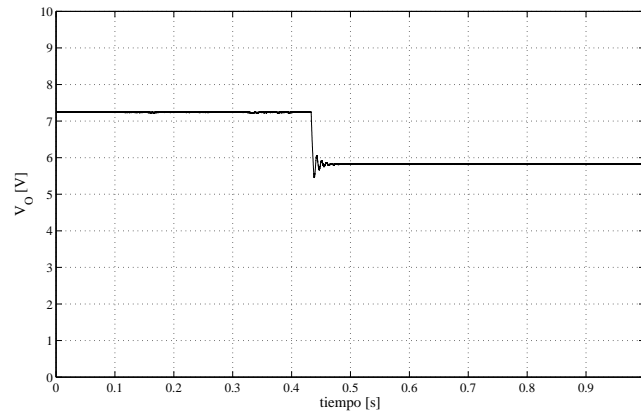


Figura 3.4: Tensión en lazo abierto con perturbación en carga - OrCAD-Cadence®

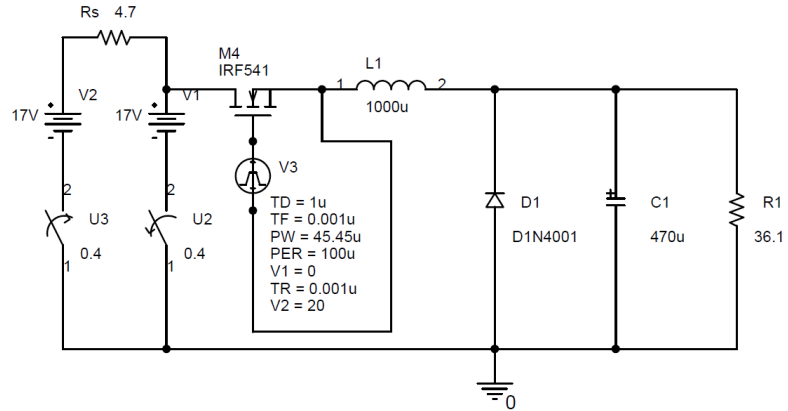


Figura 3.5: Esquema lazo abierto con perturbación en fuente - OrCAD-Cadence®

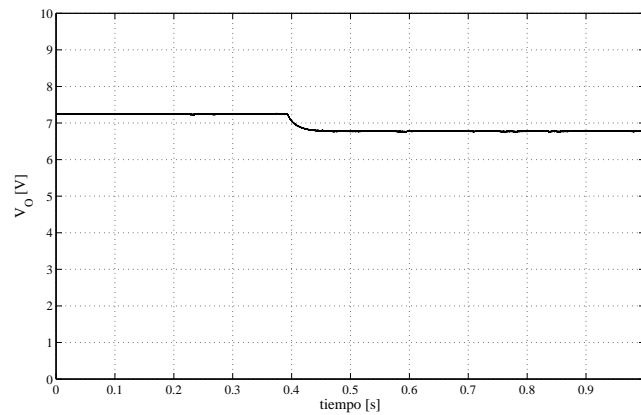


Figura 3.6: Tensión en lazo abierto con perturbación en fuente - OrCAD-Cadence®

ganancia unitaria en el lazo de control, se observan en la Figura 3.8(a). Asimismo, se muestran en las Figuras 3.8(b) y 3.8(c), los efectos derivados de perturbaciones aplicadas en la carga y en la fuente de suministro del circuito.

Posteriormente, con el objetivo de analizar el comportamiento del sistema para valores incrementales de la ganancia de lazo, se realizaron las pruebas ilustradas en las Figuras 3.9-3.12, para $K = 2.5, 5, 7.5$ y 10 respectivamente, con perturbaciones aplicadas en la carga y en la fuente de suministro, a partir de lo cual es fácil verificar como los efectos de perturbación son atenuados en la medida que la ganancia de lazo se incrementa, siendo un resultado predecible a partir de la teoría general de los sistemas realimentados.

Mas aún, esta aseveración es reforzada a partir de los resultados presentados en la Figura 3.13, para el caso de una ganancia infinita, o, equivalentemente para un controlador del tipo encendido-apagado. Nótese como la diferencia sustancial entre el efecto de esta ganancia infinita y otros valores de alta ganancia, radica en la aparición de microoscilaciones de alta frecuencia (chattering) debidas al caracter discontinuo del modelo resultante. Como resultado se obtiene una aniquilación de los efectos de perturbación a expensas de un esfuerzo máximo de control conmutado en alta frecuencia.

Los resultados analíticos del capítulo 2 y las simulaciones en OrCAD-Cadence® presentadas aquí, han permitido verificar los efectos del controlador encendido-apagado como caso simple de control híbrido, para atenuar los efectos de perturbación en la regulación de la tensión de salida de un convertidor *Buck*.

Una pregunta que surge en este punto es: ¿Bajo que consideraciones se pueden verificar estos resultados en la práctica? Respuestas para dicho interrogante, serán abordadas a continuación.

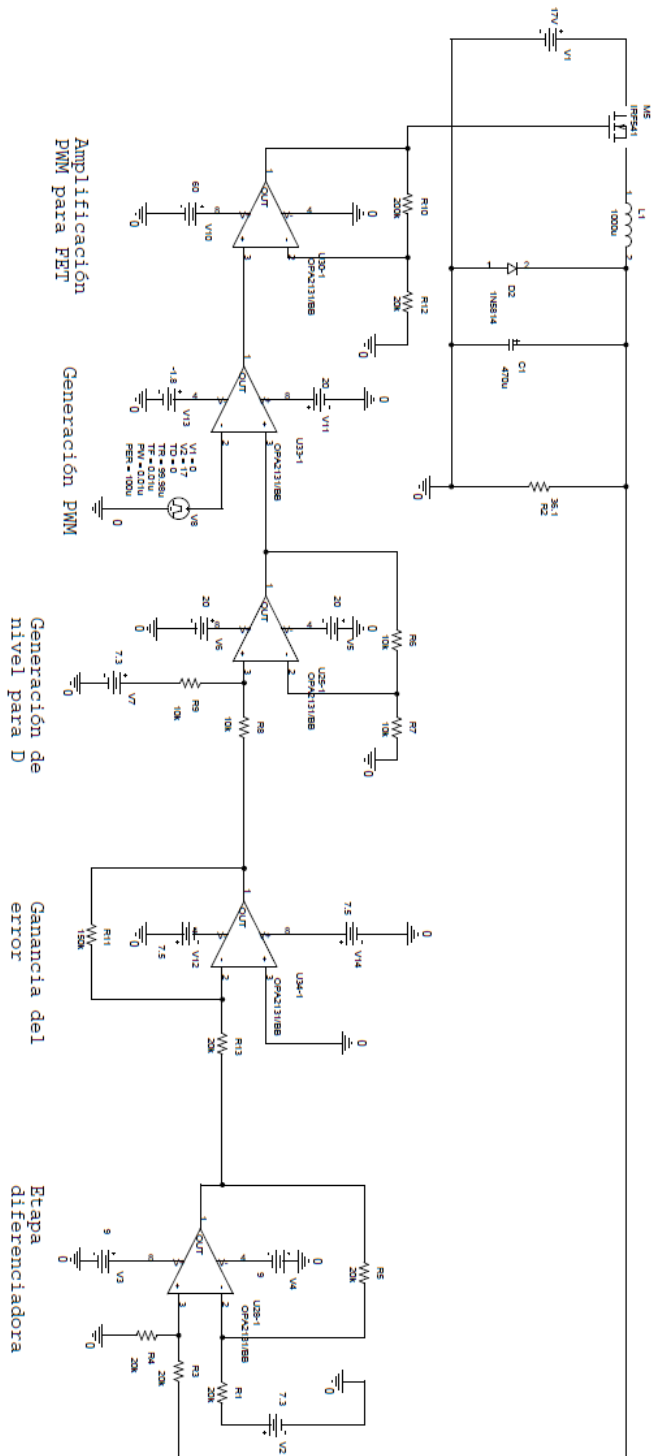
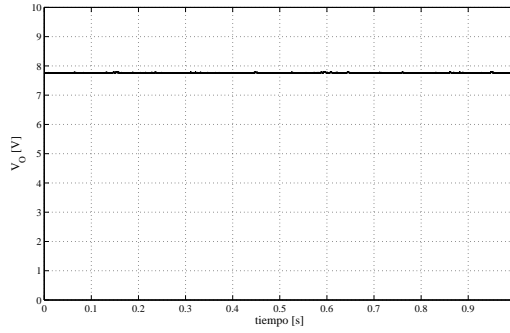
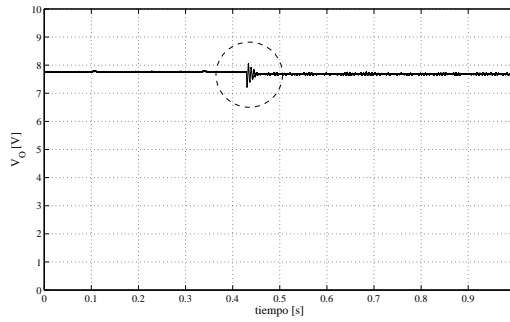


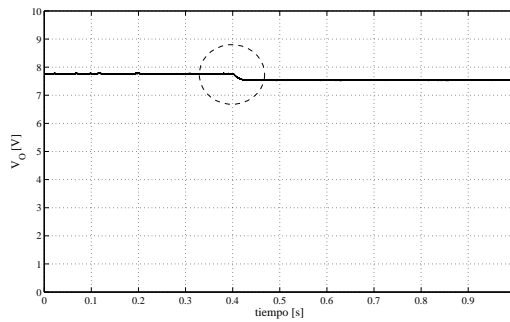
Figura 3.7: Esquema lazo cerrado sin perturbar - OrCAD-Cadence®



(a)

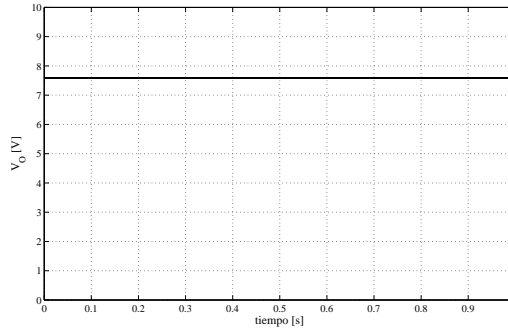


(b)

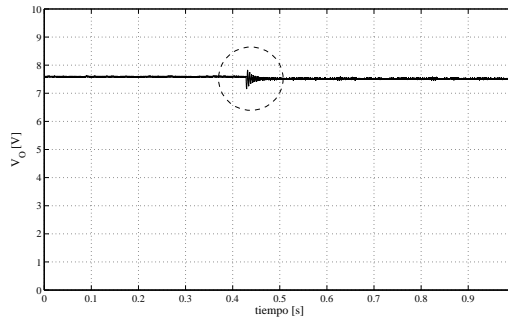


(c)

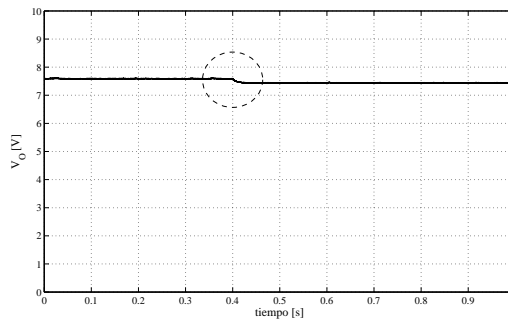
Figura 3.8: Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor *Buck* en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 1$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.



(a)

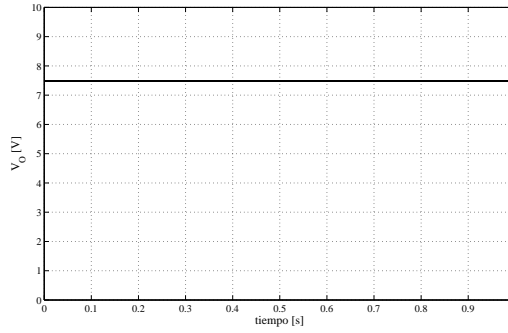


(b)

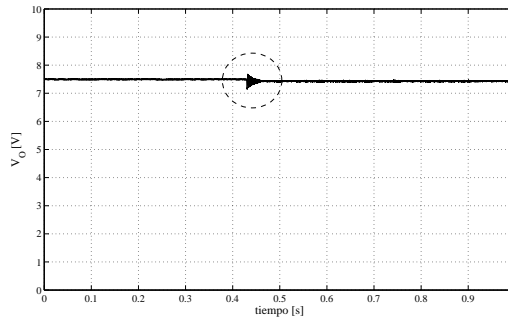


(c)

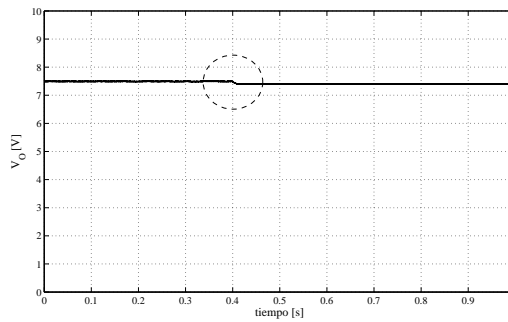
Figura 3.9: Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor *Buck* en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 2.5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.



(a)

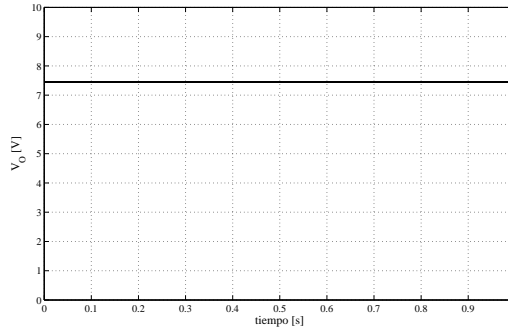


(b)

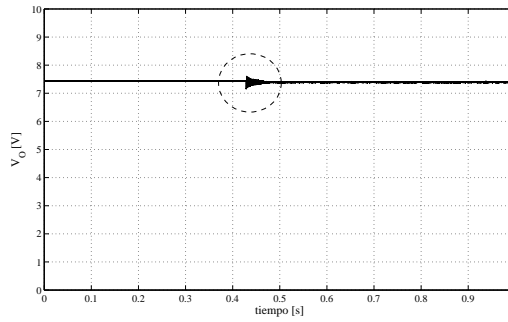


(c)

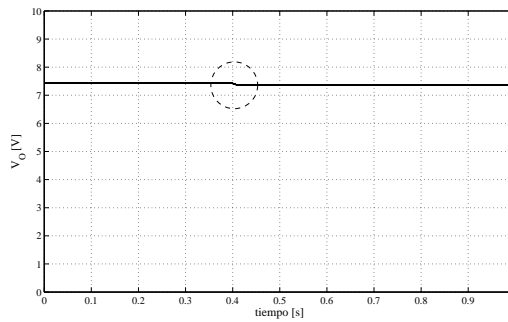
Figura 3.10: Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor *Buck* en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.



(a)

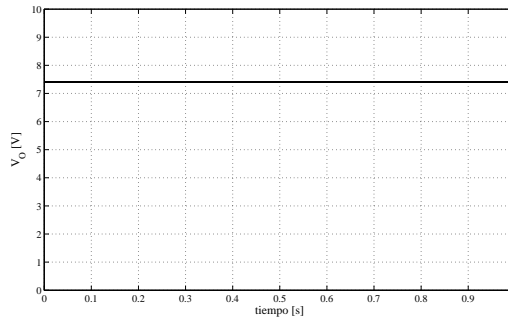


(b)

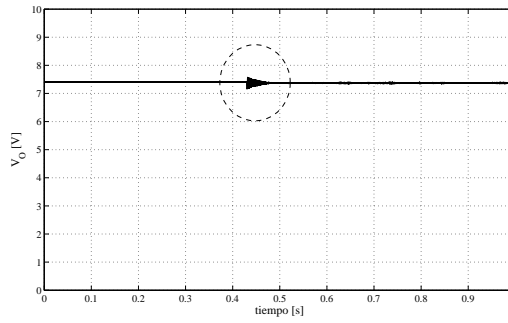


(c)

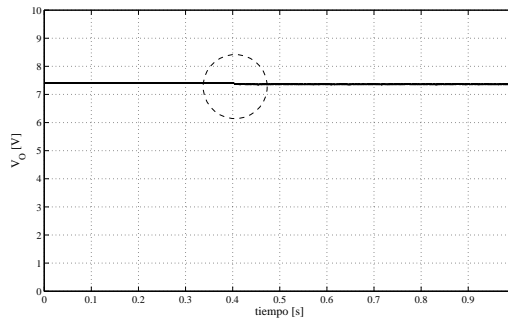
Figura 3.11: Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor *Buck* en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 7.5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.



(a)

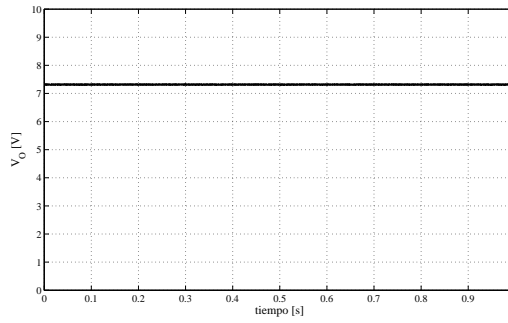


(b)

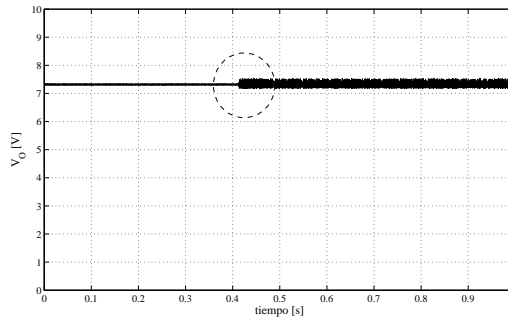


(c)

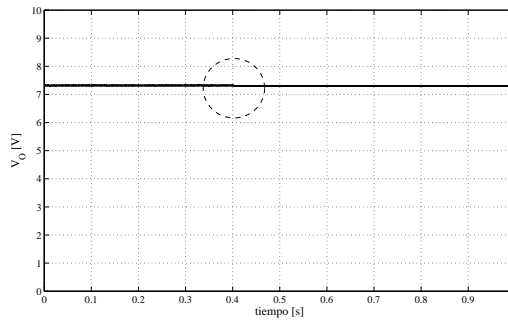
Figura 3.12: Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor *Buck* en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 10$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.13: Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor *Buck* en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = \infty$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.

3.3. VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DEL CONTROLADOR HÍBRIDO

La Figura 3.14 permite visualizar el esquema general del sistema constituido para ejecutar validación experimental del lazo de control en el convertidor *Buck*. Como se observa, se seleccionó como dispositivo de proceso una arquitectura digital configurable del tipo FPGA, y por tanto, fue necesario adecuar los respectivos elementos de conversión analógica a digital y viceversa, para interactuar con el sistema a controlar, en nuestro caso el circuito convertidor de potencia. Una descripción detallada de los elementos constitutivos de cada bloque se realiza en el Anexo A.

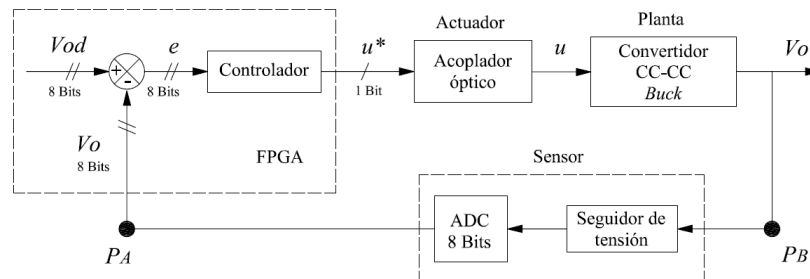


Figura 3.14: Esquema de implementación - Diagrama de bloques

3.3.1. Caracterización experimental en lazo abierto

Considerando entonces una apropiada instrumentación (actuación, sensado y acople de señales) entre el dispositivo de proceso y la planta, el primer paso hacia la incorporación de una estrategia de control consiste en la caracterización del comportamiento dinámico del sistema experimental, con el objetivo de determinar sus condiciones nominales de operación.

Dicha caracterización se realizó mediante variación del ciclo útil para la señal de PWM programada en el FPGA (ver Anexo A) sobre todos los valores posibles en su rango de porcentaje, tomando mediciones¹ de tensión a la salida del convertidor. Estas medidas de tensión se interpretaron tanto analógica (punto P_B) como digitalmente (punto P_A), según se ilustra en la Figura 3.14.

En la Tabla 3.2 y la Figura 3.15 se muestran los resultados de caracterización, a partir de los cuales se evidencia una relación lineal entre el ciclo de útil D y la tensión de

¹Las lecturas de ciclo útil del PWM y tensión de salida del convertidor, fueron realizadas empleando un osciloscopio *TEKTRONIX TDS 520C* de 500 MHz.

salida V_o , corroborada mediante la siguiente función de aproximación:

$$D = 5.8031V_o + 4.4966, \quad (3.1)$$

con un factor de regresión igual al 99.6%. Este intervalo de operación, dada su linealidad, no presenta regiones de saturación ni zonas muertas, lo cual facilita la manipulación del sistema a través de la ley de control (sensibilidad del actuador).

Tabla 3.2: Relación tabulada de entrada vs. salida en convertidor *Buck*

V_o [V _{DC}]	V_o [8-bits]	Ciclo útil - D [%]
0.358	00001001	5.67
1.34	00011001	11.3
2.05	00100110	16.6
2.83	00110000	21.5
3.7	01000111	26.7
4.55	01001100	31.1
5.47	01011010	36.3
6.3	01011111	41.3
7.24	01111100	46.6
8.11	10000010	51.4
8.93	10001111	56.8
9.9	10011011	61.8
10.7	10101000	67.2
11.7	10110110	71.9
12.4	11000010	77.1
13.3	11001111	81.9
14.2	11011101	85.5

Por tanto, para definir el valor nominal de operación se tomará el punto medio del rango lineal; es decir $(D_d, V_{od}) = (45.45[\%], 7.3[V])$, determinando una tensión en la salida comparable con la empleada para los resultados de simulación presentados en las secciones 3.1-3.2. Este valor medio garantiza la mayor amplitud y simetría de variación alrededor del valor nominal, lo cual es importante con miras a la operación del controlador ante la acción de perturbaciones. Los valores límite de la planta y el punto de operación nominal seleccionado se observan en la Figura 3.16, junto con su equivalente binario correspondiente (en 8 bits).

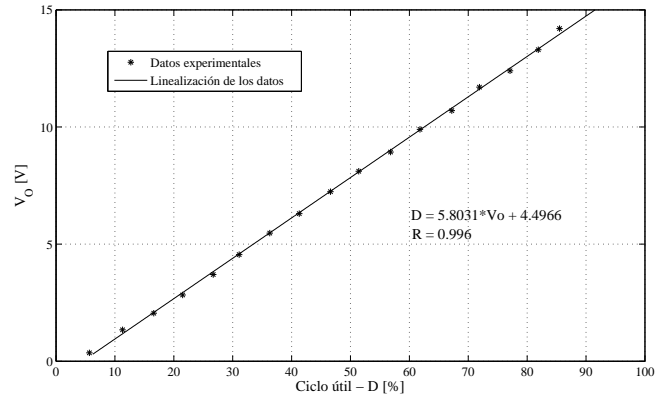


Figura 3.15: Relación gráfica de entrada vs. salida en convertidor *Buck*

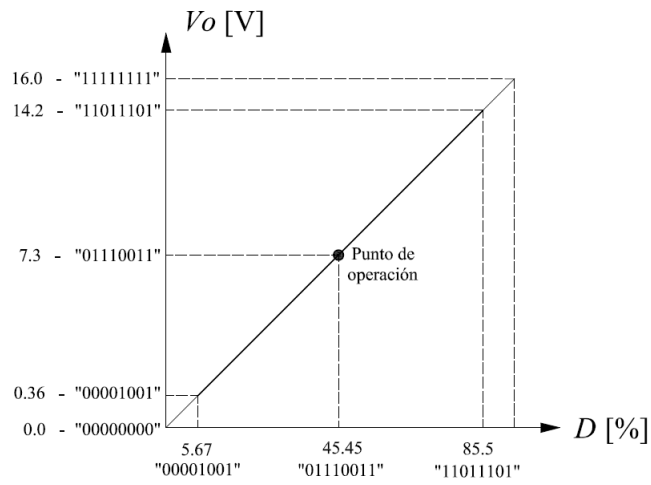


Figura 3.16: Punto de operación

3.3.2. Análisis en lazo abierto experimental

De manera similar a los resultados presentados en la sección 3.1, la Figura 3.17 permite observar una rápida convergencia en la tensión del capacitor al valor nominal deseado en alrededor de $7[V_{DC}]$, que se mantiene a través del tiempo. Este resultado es comparable con aquellos de la Figura 3.2.

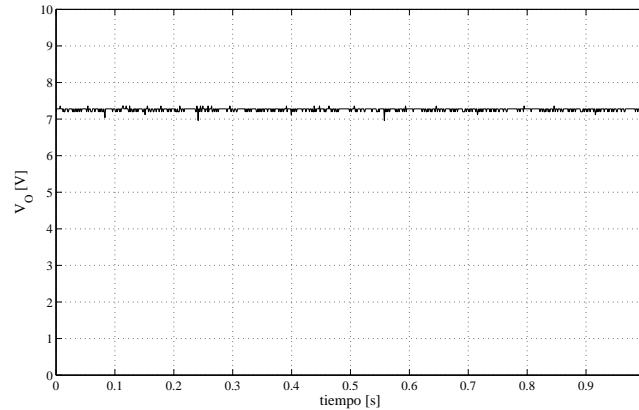


Figura 3.17: Tensión en lazo abierto sin perturbar - Implementación

Posteriormente, se realizó perturbación de la carga mediante la conexión en paralelo de dos bombillas halógenas con las mismas características de la impedancia nominal, generando una reducción al 29% del dicho valor original. Con base en ello, se obtiene la tensión de salida visualizada en la Figura 3.18, a partir de la cual se verifica una caída de tensión en alrededor de medio voltio. Este resultado es comparable con aquellos de la Figura 3.4.

También se efectuó alteración en las condiciones de suministro al circuito, tras agregar una resistencia cerámica de $4.7[\Omega] / 5[W]$ en serie con la fuente, provocando una reducción de aproximadamente 8% en la tensión de entrada. El resultado de tensión de salida obtenido se visualiza en la Figura 3.19, con una caída evidente de aproximadamente un voltio en los niveles de tensión. Este resultado es comparable con aquellos de la Figura 3.6.

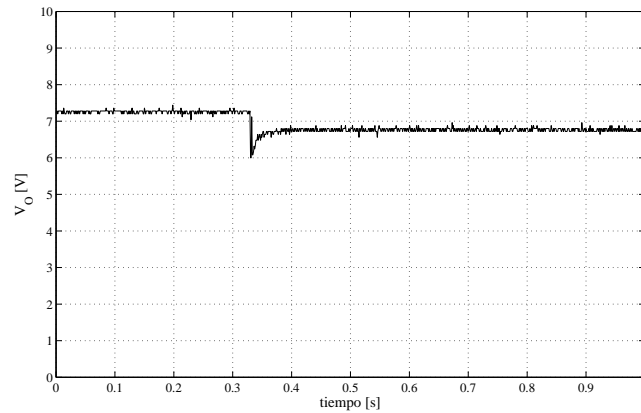


Figura 3.18: Tensión en lazo abierto con perturbación en carga - Implementación

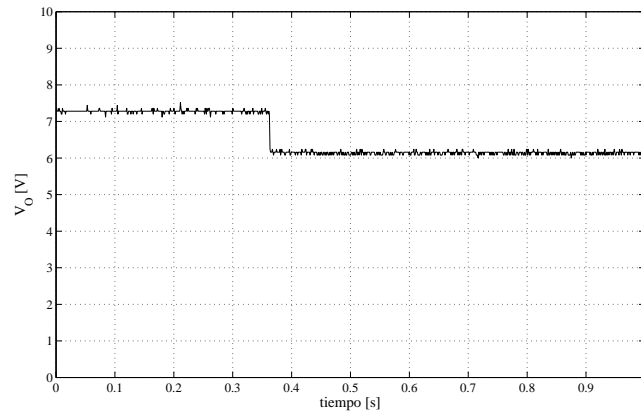


Figura 3.19: Tensión en lazo abierto con perturbación en fuente - Implementación

3.4. CONTROL PROPORCIONAL EXPERIMENTAL EN LAZO CERRADO

El esquema mostrado en la Figura 3.20 representa la topología de control implementada al interior del dispositivo de proceso (FPGA) como parte de la configuración propuesta en la Figura 3.14. A partir de ello se define el error de medida mediante:

$$e = V_{od} - V_o,$$

donde V_{od} representa la tensión deseada en la carga del convertidor de potencia. De otro lado, la relación entre este error de medida e y D' viene dada como:

$$D' = Ke,$$

siendo K la constante de ganancia proporcional. Este valor D' está limitado por los niveles de saturación en el actuador, D_{MIN} y D_{MAX} , cuya magnitud se define mediante la parte entera del valor medio comprendido entre los límites de rango para D , es decir:

$$D_{MAX} = -D_{MIN} = \left\lfloor \frac{(11011101 - 00001001)}{2} \right\rfloor = 01101010.$$

Finalmente, el ciclo útil D^* viene determinado a través de la expresión:

$$D^* = D_d + D'. \quad (3.2)$$

De este modo, la señal resultante D^* se compara con una onda diente de sierra de frecuencia $10[kHz]$, para generar una señal PWM tal y como se describe en el Anexo A, con D^* haciendo las veces de $Vref$.

Note que para $e = 0$ el valor de ciclo útil corresponde con el valor nominal. En caso contrario, D' realizará una desviación sobre el valor nominal tratando de compensar la deficiencia de ciclo útil que produce el error. Esta desviación es proporcional al error en un valor K . A continuación se verificarán los efectos de esta ganancia de control proporcional en el sistema experimental.

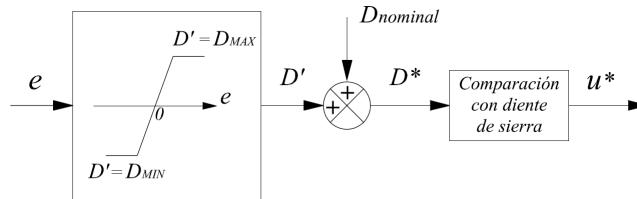


Figura 3.20: Topología de control

3.4.1. Análisis en lazo cerrado experimental

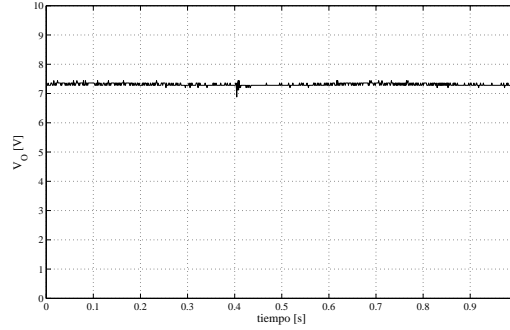
De manera similar al procedimiento realizado en la sección 3.2, se verifica el comportamiento del sistema en lazo cerrado para diferentes valores de la ganancia proporcional K . Por tanto, inicialmente se observa en la Figura 3.21(a) los resultados de simulación para la tensión de salida sin perturbación, con una ganancia unitaria en el lazo de control. Asimismo, se muestran en las Figuras 3.21(b) y 3.21(c) los efectos derivados de perturbaciones aplicadas en la carga y en la fuente de suministro del circuito. Estos resultados son comparables con los correspondientes de la Figura 3.8. En particular, de los resultados presentados se observa un comportamiento muy similar al caso de lazo abierto, lo cual ratifica la pertinencia del ajuste de rangos

implementado para cerrar el lazo de control. Algunas oscilaciones visualizadas en la respuesta dan cuenta del caracter conmutado de alta frecuencia en la acción de control.

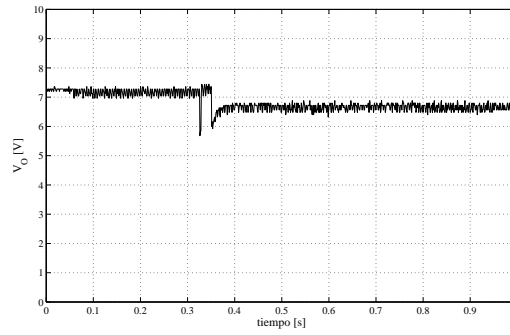
Posteriormente, las Figuras 3.22-3.25 incluyen los resultados obtenidos para valores de ganancia dados respectivamente por $K = 2.5, 5, 7.5$ y 10 , con el objetivo de analizar el comportamiento del sistema para valores incrementales de la ganancia de lazo. De manera similar a los resultados de simulación presentados en las Figuras 3.9-3.12, se verifica un mejor rechazo a la perturbación de la carga en la medida que se incrementa la ganancia de lazo. Sin embargo, tambien se observa una incapacidad para atenuar las perturbaciones en la fuente de suministro, independientemente del valor de la ganancia. También es evidente un incremento en el valor medio de la señal de salida y de las microoscilaciones por conmutación (chattering), producto de una mayor ganancia de lazo.

Finalmente y quizás el efecto más importante, sea notar que para valores de ganancia por encima de $K = 7.5$ no se observa un mejoramiento notable de compensación ante el efecto de perturbaciones. Lo anterior se explica por las limitaciones en los niveles de saturación de las señales en el lazo de control ante tal valor de ganancia y por tanto, constituye el controlador híbrido encendido-apagado experimental.

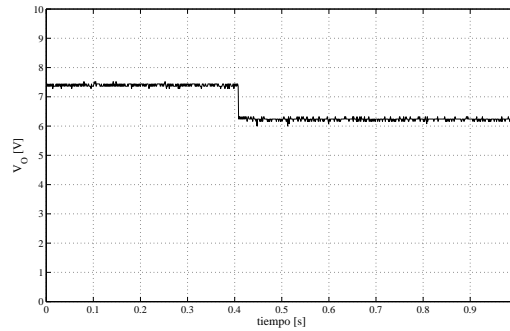
Como conclusión no es posible replicar experimentalmente los resultados de la Figura 3.13 por limitaciones prácticas de ancho de banda, no consideradas en el simulador de circuitos, pero que afectan el desempeño de una implementación circuital en laboratorio.



(a)

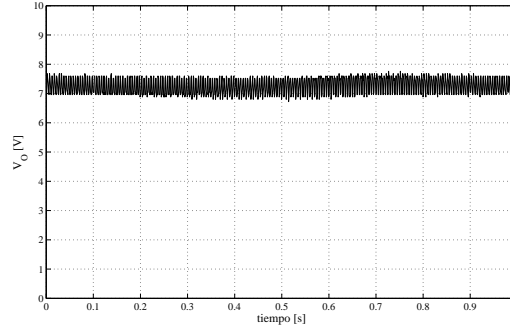


(b)

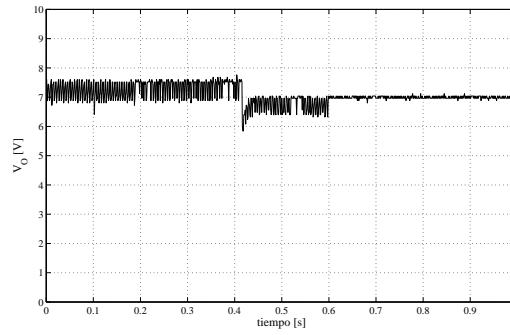


(c)

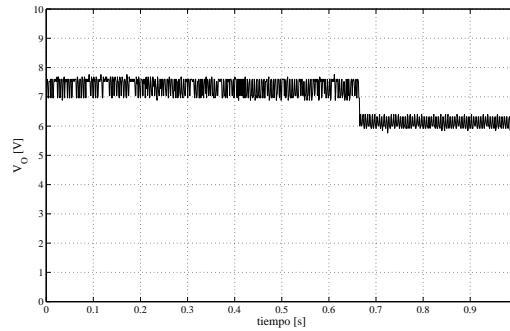
Figura 3.21: Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor *Buck* en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 1$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.



(a)

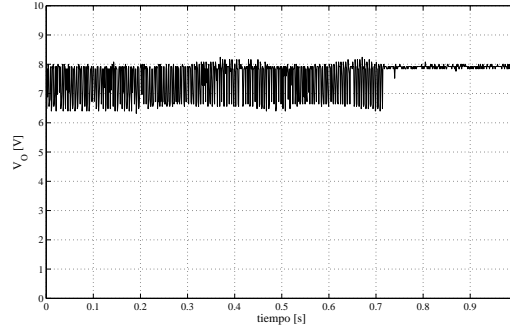


(b)

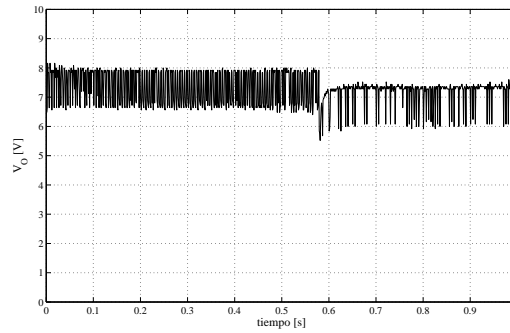


(c)

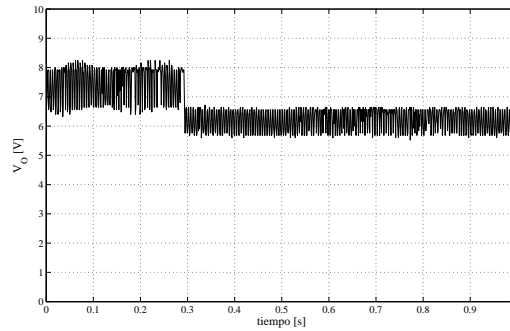
Figura 3.22: Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor *Buck* en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 2.5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.



(a)

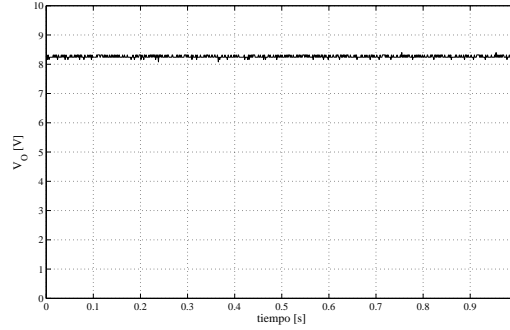


(b)

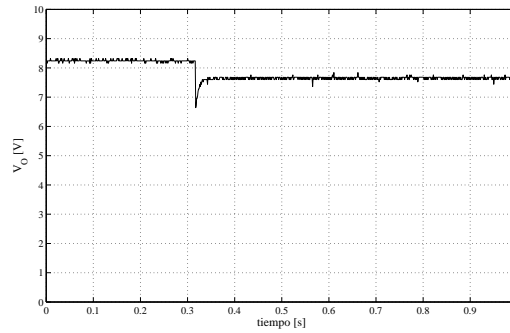


(c)

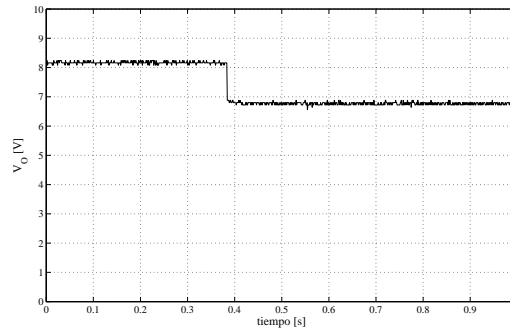
Figura 3.23: Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor *Buck* en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.



(a)

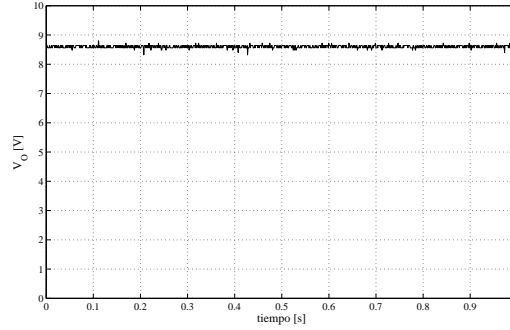


(b)

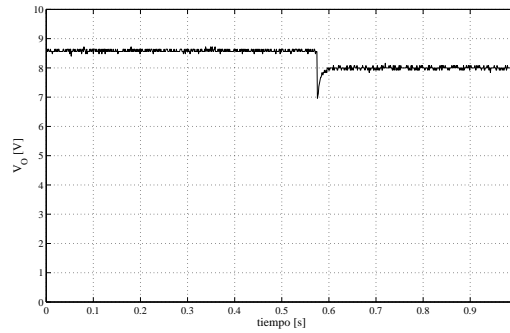


(c)

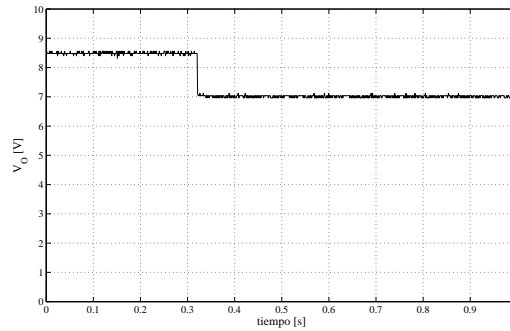
Figura 3.24: Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor *Buck* en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 7.5$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.25: Simulación en OrCAD-Cadence® para tensión de salida de convertidor *Buck* en lazo cerrado con ganancia de lazo $K = 10$, para los casos: (a) sin perturbar; (b) con perturbación en la carga; (c) con perturbación en la fuente.

CAPÍTULO 4

INVERSOR DE POTENCIA BASADO EN CONVERTIDORES *BOOST* CC-CC

La creciente importancia en aplicaciones de generación fotovoltaica principalmente en países desarrollados, es provocada por la reducción de fuentes de energía no renovables como: el carbón, el petróleo e incluso la energía nuclear. Esta tendencia reduce las emisiones tóxicas para el ambiente, además de suministrar energía en zonas aisladas de forma descentralizada y ágil. Otro importante aspecto a considerar, es la posibilidad de conexión a la red principal de suministro energético, actuando como sistema de microgeneración no-autónomo; en caso contrario, es considerado aislado a la red (autónomo). Este último, provee una solución alternativa de electrificación orientada al sector urbano que ya posee un suministro principal de energía, manejando potencias menores a los $50[kW]$ [2]. Estos sistemas son referidos en la literatura como de microgeneración de baja potencia, siendo ampliamente usados para reducir o eliminar el consumo energético suministrado por la empresa electrificadora local.

Por otro lado, se denomina sistema fotovoltaico al arreglo de equipos eléctricos y electrónicos con la capacidad de capturar energía solar y entregar energía eléctrica. Durante este proceso, la energía luminosa incidente (radiación solar) es transformada en energía eléctrica, aprovechando propiedades propias de los materiales semiconductores que componen las células solares encargadas de absorber la radiación y originar un flujo de corriente continua mediante el desplazamiento de cargas a nivel cuántico. Estos sistemas generalmente están constituidos por: el generador fotovoltaico, el regulador, el banco de baterías, y el inversor de potencia; siendo este último, de interés particular en el presente capítulo, donde se presenta una configuración apropiada basada en convertidores CC-CC para aplicaciones de baja potencia.

4.1. INVERSOR DE POTENCIA TIPO *BOOST*

El inversor de potencia, tiene la función de convertir potencia eléctrica de corriente directa a corriente alterna sinusoidal de magnitud y frecuencia especificada en el diseño. Quizás la más notoria característica en los inversores, es la de contar o no dentro de su topología con un transformador de potencia; ya sea para mantener la tensión de salida al nivel necesario, ó en algunos casos ubicados entre la etapa de conversión de potencia y la red, para ofrecer aislamiento galvánico con el propósito de evitar el paso de corrientes directas. Sin embargo, el uso de estos transformadores disminuye la expectativa de los inversores que los incluye, en aspectos como dimensiones físicas y pérdidas asociadas a estos [51]. Por esta razón, normalmente se emplean conmutadores de material semiconductor para constituir la onda sinusoidal, aunque por efecto de las conmutaciones, presente armónicos de corriente y tensión, tanto a la salida como a la entrada del sistema [41]. Generalmente, en aplicaciones de baja y media potencia, se permiten ondas sinusoidales con forma cercana a la cuadrada, mientras que en aplicaciones de alta potencia, la forma de onda debe ser mejorada por un filtrado capaz de suprimir las componentes armónicas. La evidente importancia en este tipo de dispositivos, motiva a la continua investigación alrededor de estas temáticas, con el propósito de mejorar configuraciones ya existentes o proponer novedosas topologías de los mismos. De la literatura se conoce una gran variedad de topologías inversoras, con ventajas y desventajas asociadas entre otros aspectos a: pérdidas, eficiencia, confiabilidad, costos, etc. Todos estos criterios potenciales conducen a la elección del inversor tipo *Boost* como parte del conjunto de microgeneración fotovoltaico autónomo de interés. La presente sección pretende justificar la conveniente elección del inversor de potencia tipo *Boost*, para entregar una onda de tensión sinusoidal de amplitud máxima $120[V_{rms}]$ y frecuencia $60[Hz]$ a una carga determinada.

4.1.1. Criterios de selección

Adicional a los criterios nombrados con anterioridad, existen otros de marcada importancia que hacen más notoria la conveniencia de una particular topología [30], como lo es la fácil implementación y el comportamiento robusto ante variaciones de fuente y/o carga. Es evidente que los inversores basados en convertidores de potencia CC-CC generan pérdidas durante cada conmutación, lo que se traduce en calentamiento y desgaste en los dispositivos semiconductores asociados a los conmutables (*switches*); provocando que las pérdidas crezcan a la par con la frecuencia de conmutación y el número de conmutadores propios de la topología inversora. Además, el enlace entre etapas de conversión de potencia dentro de un único sistema de microgeneración, es uno de los principales causantes de pérdidas por la eficiencia propia de cada etapa; por ello es recomendable el menor número de etapas entre el suministro de energía y la carga. Cabe resaltar, la necesidad de evitar fenómenos como la

saturación en los componentes del inversor, debido a que sus no linealidades pueden provocar un comportamiento desfavorable en el sistema.

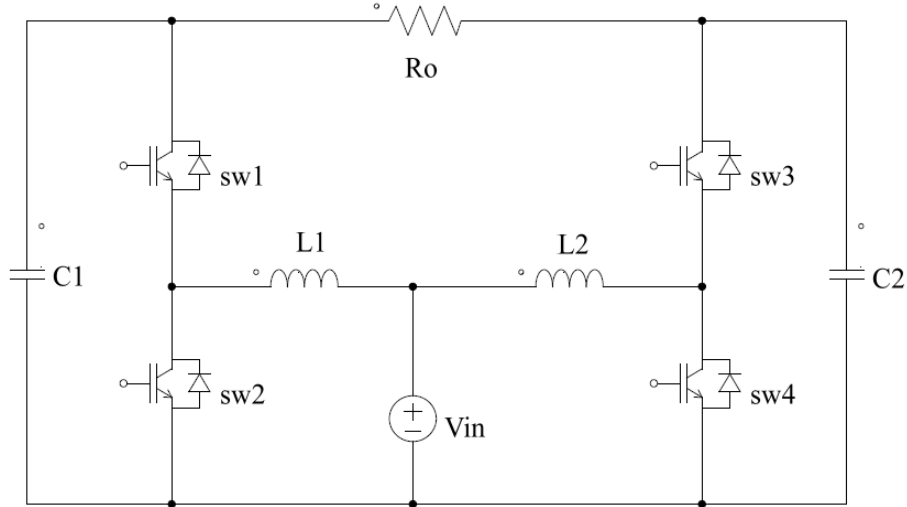


Figura 4.1: Inversor tipo *Boost*

A partir de estos criterios y tomando en cuenta la tendencia al desuso del transformador *Flyback* en distintas aplicaciones electrónicas, el inversor elevador *Boost* mostrado en la Figura 4.1 se propone como alternativa potencial para realizar la conversión de CC-CA en un sistema de microgeneración fotovoltaica.

En consecuencia, el inversor tipo *Boost* reduce pérdidas de conmutación tras contar con sólo 4 dispositivos conmutables y un número reducido de bobinas y capacitores; además, la ausencia del transformador se ve compensada por la característica elevadora de tensión propia de la configuración *Boost*. Adicionalmente, este realiza funciones de elevación e inversión en una sola fase, haciendo innecesaria una etapa adicional de elevación, lo que mejora la eficiencia del sistema en general. Quizá, el mayor aporte está en la capacidad de generar una tensión de salida de CA con nivel superior a la CC de su entrada, en comparación con las topologías inversoras más populares del mercado (i.e. el inversor tipo buck / VSI “*Voltage Source Inverter*”), que producen una salida instantánea de tensión de menor nivel.

4.1.2. Diseño de inversor *Boost* para aplicaciones de baja potencia

El principio de funcionamiento de este inversor, se centra en obtener la señal de salida de CA, al conectar una carga de forma diferencial entre dos convertidores de CC-CC de tipo *Boost*, tal como se observa en la Figura 4.2. Además, cada convertidor *Boost* tiene como objetivo producir una onda sinusoidal con un nivel de continua V_{CC}

de característica unipolar¹, donde cada onda se encuentra desfasada con respecto a la otra para maximizar la tensión de salida a la carga, y proveer corrientes bidireccionales² por el arreglo entre diodos y BJTs.

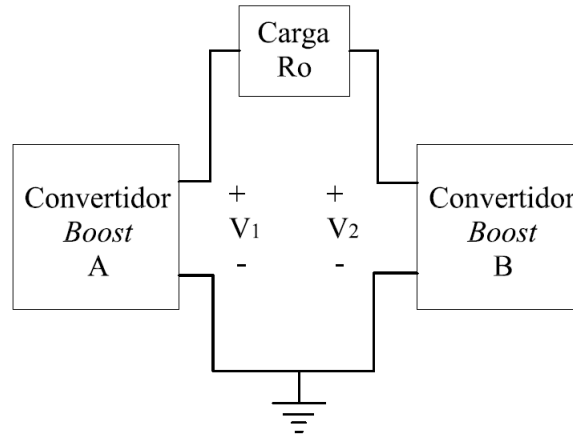


Figura 4.2: Conexión de convertidores *Boost* CC-CC

La Tabla 4.1 resume los requerimientos de diseño que debe satisfacer un inversor de potencia, como parte de un esquema de microgeneración energética de naturaleza fotovoltaica, donde V_{in} hace referencia a la tensión de CC a la salida del panel fotovoltaico (módulo generador) representado como fuente de tensión en la Figura 4.1.

Este inversor se diseña de la manera descrita en el Anexo B, obteniendo para el caso de una configuración tipo *Boost* los valores circuitales resumidos en la Tabla 4.2 y que toman como base el marco conceptual definido en [34].

Parámetro	Notación	Valor
Tensión de entrada	V_{in}	48 [V_{DC}]
Tensión pico de salida	V_{op}	170 [V]
Tensión de salida	V_o	120 [V_{rms}]
Potencia de salida	P_o	4 [kW]

Tabla 4.1: Requerimientos de diseño: Microgeneración fotovoltaica

¹La suma de la tensión sinusoidal y V_{CC} , es siempre positiva o negativa

²La corriente puede fluir en ambos sentidos

Parámetro	Notación	Valor
Frecuencia de conmutación	f_s	20 [kHz]
Inductancia mínima	L_{MIN}	45 [μH]
Capacitancia mínima	C_{MIN}	408 [μF]
Resistencia de carga	R_o	4 [Ω]

Tabla 4.2: Valores circuitales del inversor tipo *Boost*

4.2. MODELADO MATEMÁTICO DEL INVERSOR TIPO *BOOST*

Durante la representación matemática del inversor, es necesario considerar que los 4 conmutadores operan para generar los ciclos de carga en los capacitores y de descarga en la resistencia de salida. Para ello, los pares de conmutadores (*switches*) que componen cada convertidor elevador, operan en modo alternado. Por tanto, los dispositivos conmutables en la Figura 4.1 son reemplazados por conmutadores ideales para fines prácticos del modelado, tal como se observa en la Figura 4.3.

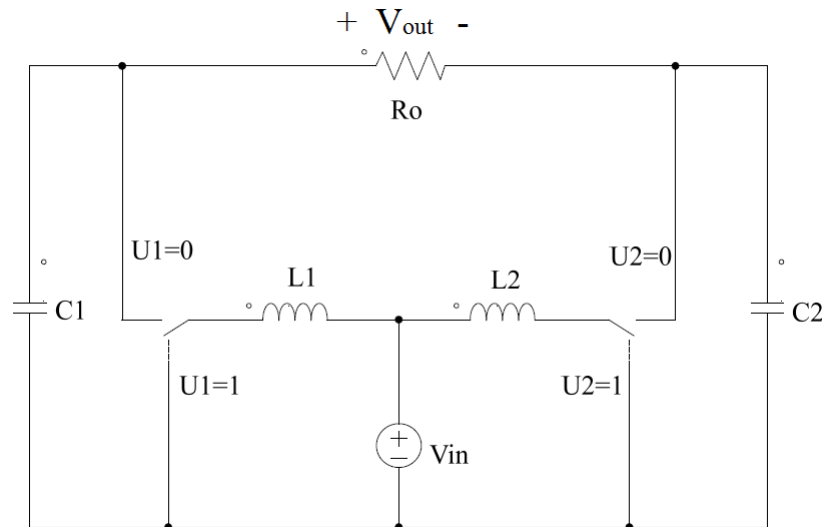


Figura 4.3: Inversor *Boost* con conmutadores ideales

Con el propósito de lograr un desacople entre los dos convertidores *Boost*, se realiza el cambio de la resistencia de carga R_o sometida a una tensión de salida V_{out} , por una fuente de corriente I_{out} :

$$V_{out} = R_o I_{out},$$

$$I_{out} = \frac{V_{out}}{R_o},$$

que cumpliendo la misma función de la resistencia, rompe el lazo de tensión. Debido al cambio de la resistencia de carga por una fuente de corriente, se producen 2 estados dinámicos distintos en el inversor por cada convertidor elevador. Así, tras definir el siguiente vector de variables de estado:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L1} \\ V_{C1} \\ I_{L2} \\ V_{C2} \end{bmatrix},$$

se generan las dinámicas descritas a continuación:

Primer estado dinámico. La configuración de la Figura 4.4 es dada cuando $U_1 = 1$ y $U_2 = 1$. De esta manera, el vector de estado es representado por (4.1).

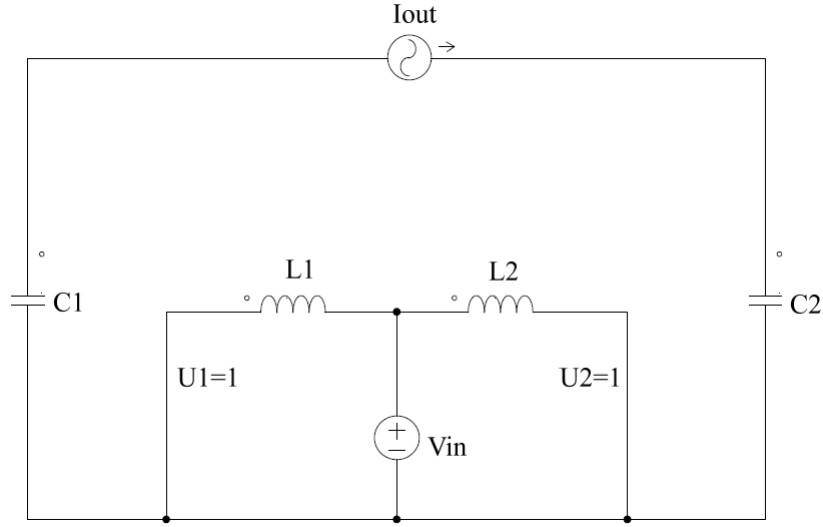


Figura 4.4: Inversor *Boost*: $U_1 = 1, U_2 = 1$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ -\frac{I_{out}}{C} \\ \frac{V_{in}}{L} \\ \frac{I_{out}}{C} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Segundo estado dinámico. La configuración de la Figura 4.5 es dada cuando $U_1 = 1$ y $U_2 = 0$. De esta manera, el vector de estado es representado por (4.2).

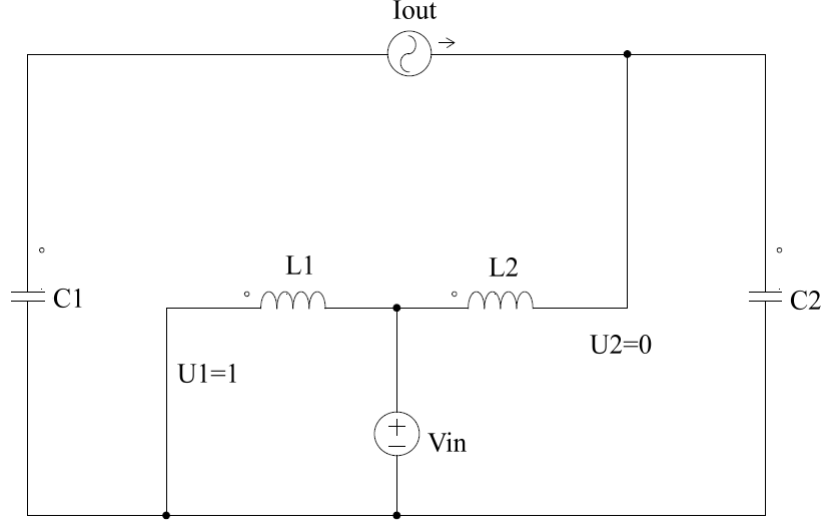


Figura 4.5: Inversor *Boost*: $U_1 = 1, U_2 = 0$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ -\frac{I_{out}}{C} \\ \frac{V_{in}}{L} - \frac{x_4}{L} \\ \frac{I_{out}}{C} + \frac{x_3}{C} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Tercer estado dinámico. La configuración de la Figura 4.6 es dada cuando $U_1 = 0$ y $U_2 = 1$. De esta manera, el vector de estado es representado por (4.3).

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} - \frac{x_2}{L} \\ -\frac{I_{out}}{C} + \frac{x_1}{C} \\ \frac{V_{in}}{L} \\ \frac{I_{out}}{C} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Cuarto estado dinámico. La configuración de la Figura 4.7 es dada cuando $U_1 = 0$ y $U_2 = 0$. De esta manera, el vector de estado es representado por (4.4).

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} - \frac{x_2}{L} \\ -\frac{I_{out}}{C} + \frac{x_1}{C} \\ \frac{V_{in}}{L} - \frac{x_4}{L} \\ \frac{I_{out}}{C} + \frac{x_3}{C} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Ahora bien, superponiendo las ecuaciones (4.1)-(4.4), se genera la expresión (4.5) que describe el sistema inversor en el espacio de estados,

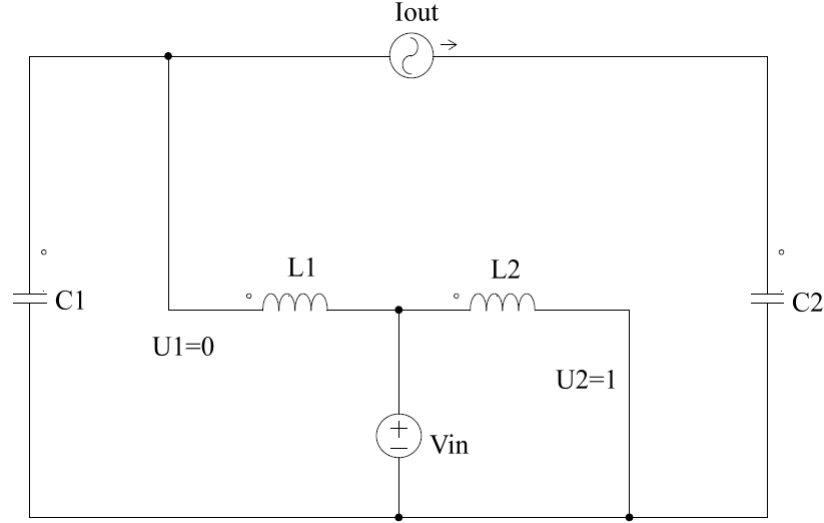


Figura 4.6: Inversor *Boost*: $U_1 = 0, U_2 = 1$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} (1 - U_1) + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} (1 - U_2) + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{C} \\ -\frac{I_{out}}{C} \\ \frac{V_{in}}{L} \\ \frac{I_{out}}{C} \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

donde se observa que la ley de control U_1 solo afecta el comportamiento de las variables x_1 y x_2 , mientras que U_2 hace lo propio con x_3 y x_4 . Esto demuestra la clara desvinculación en ambos convertidores elevadores, permitiendo la ejecución de técnicas de control independientes. Por otro lado y con base en lo constituido hasta esta instancia, la siguiente sección tratará el control por seguimiento de señal, implementado en el inversor para generar la onda sinusoidal de salida $V_{out} = 170[V_{pico}]$ a una frecuencia de $60[Hz]$.

4.3. CONTROL HÍBRIDO CONMUTADO APLICADO A UN INVERSOR TIPO *BOOST*

Como se ha ilustrado en capítulos previos, el control encendido-apagado cambia de forma instantánea con el signo de la señal de error. Así, en la aplicación del inversor tipo *Boost* este controlador será el encargado de realizar la conmutación en cada convertidor elevador que lo compone, iniciando los ciclos de carga y descarga a partir de una señal de activación (correspondiente en general con un error de medida).

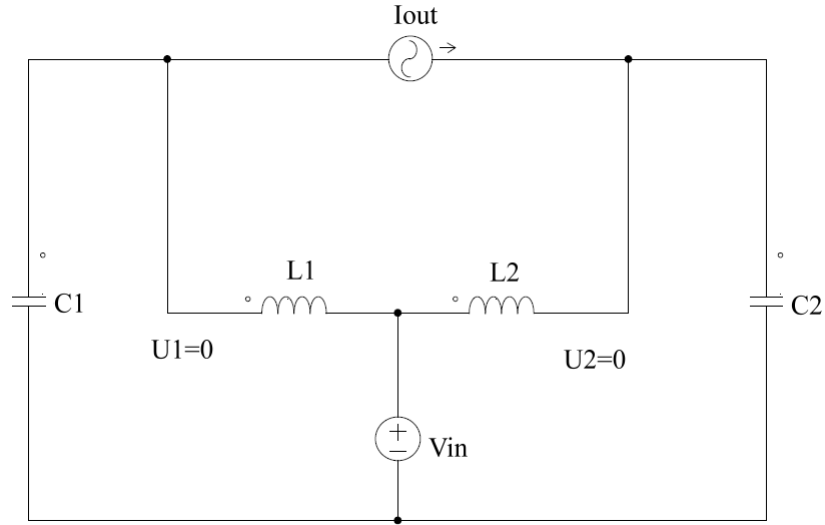


Figura 4.7: Inversor *Boost*: $U_1 = 0, U_2 = 0$

El principio funcional del control en el inversor constituido por convertidores CC-CC, se basa en el seguimiento de una referencia sinusoidal con 180° de desfase entre elevadores, para obtener de forma diferencial el valor deseado a la salida. En [6] se observa como el seguimiento de referencias independientes entre si demuestra notorias imperfecciones por conmutación y seguimiento bajo simulación. Por tanto, en aras de mejorar la respuesta del mismo, se propone adoptar el enfoque de [13] para seguir una única referencia, a partir de un arreglo matemático capaz de asociar el valor deseado (e.g. referencia) a la salida de cada convertidor *Boost*.

De la Figura 4.3 se observa como los valores de U_1 y U_2 determinan los ciclos de carga y descarga de los capacitores de salida en los elevadores, encargados de producir una tensión de salida de forma diferencial; además, los ciclos de carga (descarga) se generan cuando U_1 y U_2 son iguales a cero (uno).

Si se definen V_{C1} y V_{C2} como las tensiones respectivas en los capacitores C_1 y C_2 , las tensiones deseadas (i.e. referencia) en cada capacitor obedecen (B.7) y son descritas a continuación:

$$\begin{aligned} V_{C1d} &= V_{CC} + \frac{V_{op}}{2} \text{sen}(120\pi t) \\ V_{C2d} &= V_{CC} - \frac{V_{op}}{2} \text{sen}(120\pi t), \end{aligned} \quad (4.6)$$

siendo V_{op} definido en la Tabla 4.2.

Expresar las tensiones de referencia como en (4.6), sin embargo, anula la posibilidad de seguir la referencia de salida de forma directa. Por tanto, para lograr un seguimiento directo de la señal de salida V_{out} se propone asociar la tensión de cada capacitor con la tensión de salida deseada V_{od} , mediante:

$$V_{od} = V_{C1d} - V_{C2d} = V_{op} \text{sen}(120\pi t). \quad (4.7)$$

Así, se tienen dos escenarios posibles para la referencia de salida, cuando V_{C1d} sigue a V_{C2d} , y viceversa. Para el primer caso se tienen las señales de referencia dadas por:

$$\begin{aligned} V_{C1d} &= V_{C2} + V_{op} \text{sen}(120\pi t) \\ V_{C2d} &= V_{CC} - \frac{V_{op}}{2} \text{sen}(120\pi t), \end{aligned} \quad (4.8)$$

donde se asume un valor para la tensión deseada en el capacitor C_2 , mientras la referencia de C_1 se obtiene por despeje en (4.7).

Por otro lado, en el segundo caso se tienen las referencias dadas por:

$$\begin{aligned} V_{C1d} &= V_{CC} + \frac{V_{op}}{2} \text{sen}(120\pi t) \\ V_{C2d} &= V_{C1} - V_{op} \text{sen}(120\pi t), \end{aligned} \quad (4.9)$$

donde se asume un valor para la tensión deseada en el capacitor C_1 , mientras la referencia de C_2 se obtiene por despeje.

Adicionalmente, según se indica en [13] para compensar las variaciones de tensión y mejorar la forma de onda, se puede realizar un cambio en las referencias a seguir por los elevadores de acuerdo al signo de tensión deseada a la salida del inversor. Es así como las referencias *Boost* se modifican de (4.8) a (4.9) cuando la salida es mayor y menor que cero, respectivamente.

De esta manera, la señal de error en cada bloque elevador es constituida mediante la diferencia entre la caída de tensión en el capacitor y su valor deseado, es decir:

$$\begin{aligned} e_1 &= V_{C1} - V_{C1d} \\ e_2 &= V_{C2} - V_{C2d}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

a partir de lo cual se concibe la señal de activación que dará paso a la acción de control encendido-apagado sobre el circuito inversor.

4.3.1. Verificación numérica de la acción de control

Los resultados mostrados en la Figura 4.8, fueron obtenidos con la herramienta de simulación numérica MATLAB® al perturbar tanto la fuente V_{in} como la resistencia

de carga R_o^3 . De aquí se observa una forma de onda bastante limpia, aún bajo el efecto de perturbaciones, satisfaciendo los requerimientos de diseño expuestos al inicio de este capítulo. Además, en las Figuras 4.9-4.10 se muestran las respectivas tensiones de salida de cada bloque elevador, donde se verifica el comportamiento unipolar requerido en el diseño y, por consiguiente, la elección conveniente tanto de la topología inversora como de la técnica de control híbrida aplicada.

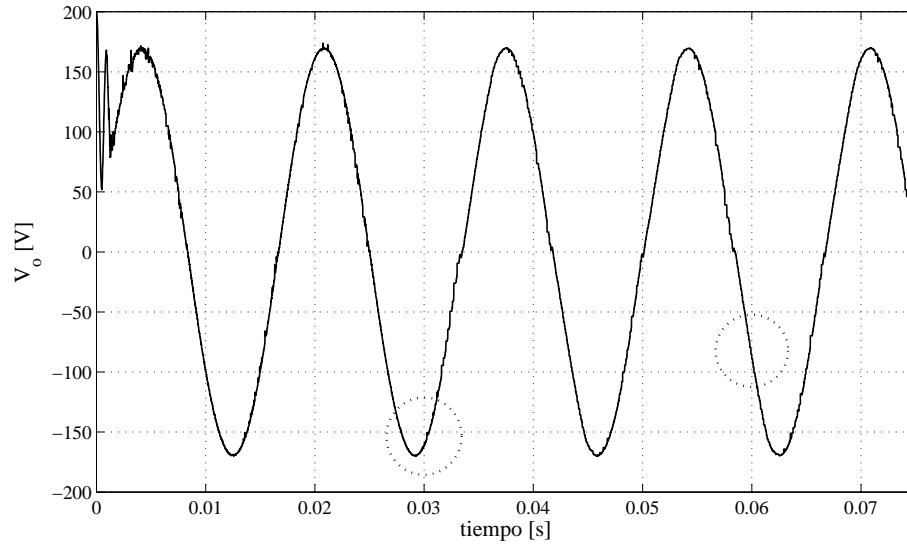


Figura 4.8: Tensión de salida en el inversor tipo *Boost*

³ V_{in} cambia de 48[V] a 20[V] en $t = 0.03[s]$, mientras que R_o hace lo propio de 4[Ω] a 15[Ω] en $t = 0.06[s]$.

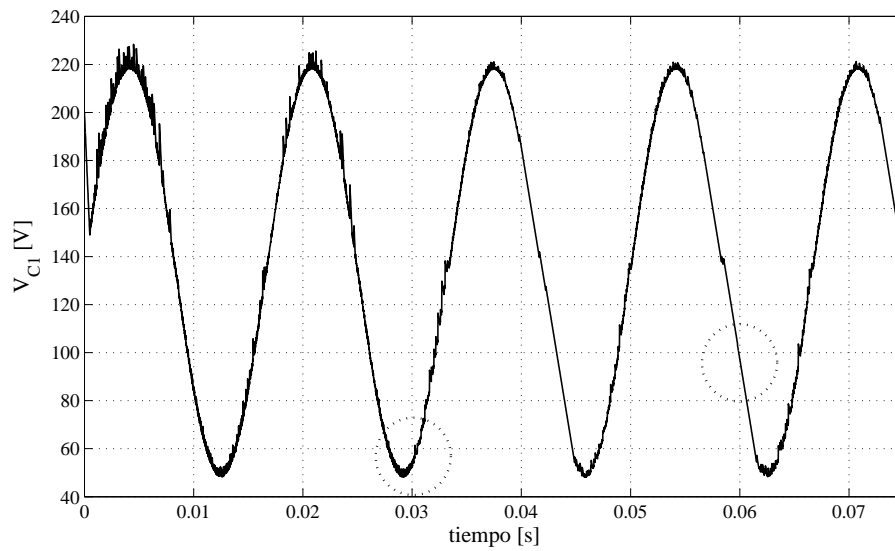


Figura 4.9: Tensión en el capacitor C_1

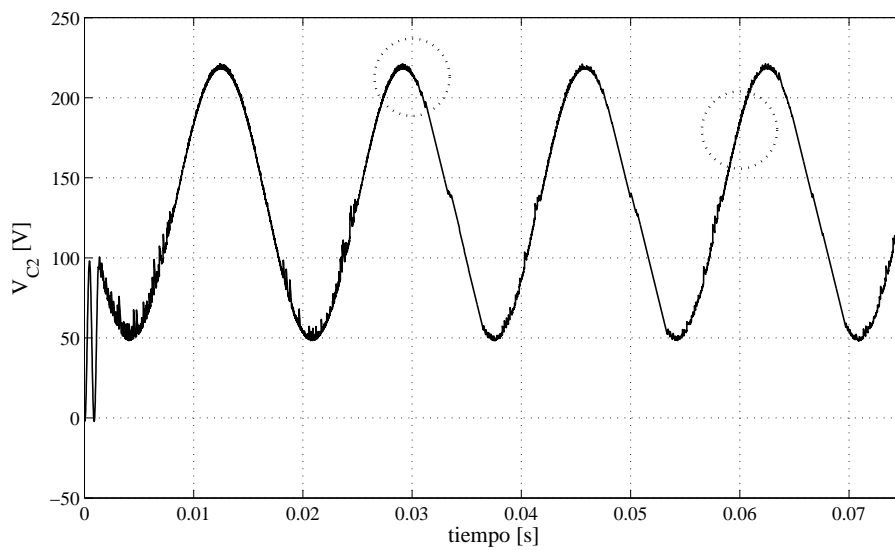


Figura 4.10: Tensión en el capacitor C_2

CONCLUSIONES

A partir de los desarrollos contenidos en la presente tesis de maestría, ha sido mostrado que un convertidor de potencia CC-CC tipo *Buck* puede modelarse matemáticamente mediante la interacción de dinámicas continuas y eventos discretos, a manera de sistema dinámico híbrido. Este mismo principio ha permitido mostrar también como el controlador encendido-apagado representa un control híbrido, siendo un caso especial de control proporcional con valores elevados de ganancia. El sistema controlado (convertidor *Buck* + control encendido-apagado), ha sido analizado mediante formulaciones teóricas, simulaciones y verificación experimental en laboratorio.

A continuación se enuncian los principales aportes en cada capítulo:

- El **Capítulo 2** estableció una formulación matemática para el sistema dinámico híbrido, a partir de notación de conjuntos. En particular, se definieron conjuntos de dinámicas continuas C y eventos discretos D , cuya unión $C \cup D$ representa la trayectoria solución del sistema. Como casos de ejemplo se ilustraron las dinámicas híbridas de un sistema mecánico discontinuo tipo *Bouncing Ball* y un circuito convertidor de potencia CC-CC tipo *Buck*.
- El **Capítulo 3** permitió emplear la notación de conjuntos definida, para representar el control encendido-apagado como sistema dinámico híbrido. Asimismo, fue posible definir la combinación entre los modelos híbridos del circuito convertidor de potencia CC-CC y el controlador encendido-apagado, para constituir la formulación matemática basada en conjuntos correspondiente a la función de trayectoria directa (planta + controlador) del circuito controlado.
- El **Capítulo 4** permitió verificar mediante simulación el comportamiento del sistema controlado en lazo cerrado. A partir de ello fue posible evidenciar como el controlador híbrido encendido-apagado se constituye en un caso particular de controlador proporcional, mediante deformación paramétrica de la ganancia de lazo hacia un valor infinito. Mas aún, se realizó validación experimental de lo anteriormente propuesto, permitiendo concluir que el efecto encendido-apagado y por ende del control híbrido, se restringe en la práctica a valores limitados

por las características de ancho de banda del sistema experimental.

- Finalmente, el **Capítulo 5** presentó la formulación de un controlador híbrido por modos deslizantes, para manipular el comportamiento de un circuito convertidor de potencia del tipo *Inversor-Boost*, el cual está basado en una configuración especial de convertidores CC-CC, que potencializa su aplicación en sistemas de microgeneración basados en fuentes fotovoltaicas. El controlador híbrido propuesto en esta aplicación muestra un rechazo considerable a perturbaciones incluidas en el entorno de simulación, con un reducido efecto adicional en las microoscilaciones de alta frecuencia (*chattering*) obtenidas en la onda de corriente alterna a la salida del inversor, demostrando su potencial uso en la práctica.

RECOMENDACIONES

Con el propósito de mejorar el comportamiento en lazo cerrado del convertidor de potencia implementado en laboratorio, se recomienda para futuros análisis aumentar hacia alrededor de $50 [kHz]$ la frecuencia de la señal PWM enviada a la puerta del dispositivo de conmutación en el circuito, con el objetivo de reducir tiempos de respuesta ante perturbaciones, reducir el error en estado estable y reducir la amplitud de las oscilaciones de alta frecuencia presentes en la tensión de salida. Para ello, será necesario explorar el uso de dispositivos electrónicos como amplificadores y optoacopladores, que ofrezcan un ancho de banda suficiente para los requerimientos de la aplicación.

TRABAJOS FUTUROS

Como trabajos futuros, complementarios al presente proyecto, se proponen:

- Ahondar en una formulación más estricta de los sistemas dinámicos híbridos, de sus condiciones de estabilidad y de la existencia y viabilidad de postulados para leyes de control aplicadas en este tipo de sistemas;
- Definir una metodología para implementar controladores híbridos en laboratorio, comprendiendo las limitaciones prácticas que, por ejemplo, parámetros como la frecuencia de conmutación imponen sobre el desempeño del sistema;
- Implementar en laboratorio la estrategia de control híbrido propuesta para el circuito inversor tipo *Boost*.

DIVULGACIÓN DE RESULTADOS

Se realizaron las siguientes publicaciones en revistas indexadas por COLCIENCIAS:

- C. Blanco, R. Alzate, J. Flórez-Vargas (2013). “*Regulación de Voltaje por Control de Disparo Empleando Tecnologías FPAA*”. Tecno Lógicas, 165-177.
- J. Flórez-Vargas, R. Alzate (2014). “*Control híbrido conmutado como alternativa tecnológica para la eficiencia energética*”. Ingeniería solidaria, 9(16), 81-87.

Se realizaron las siguientes ponencias en eventos internacionales:

- J. Flórez-Vargas, R. Alzate (2014). “*Convertidores de potencia como sistemas dinámicos híbridos*”. LACCEI 2014 Conference - Excellence in Engineering to enhance a country's productivity, 22-24 July, Guayaquil, Ecuador.
- J. Flórez-Vargas, R. Alzate (2014). “*Modelado de un convertidor de potencia DC-DC tipo Buck como sistema dinámico híbrido*”. XXI Congreso Internacional de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y Computación INTERCON 2014, 4-8 Agosto, Arequipa, Perú.

A nivel de codirección de proyectos de grado de pregrado, se realizaron las siguientes:

- L. González, J. Ortíz. “*Simulación de técnicas de control híbrido conmutado en un sistema de microgeneración fotovoltaica*”. Trabajo de grado concluido en julio de 2014, evaluado con calificación de 5.0/5.0.
- J. Herrera, R. Dorado. “*Análisis de robustez para un control conmutado aplicado en un convertidor de potencia*”. Trabajo de grado iniciado en mayo de 2013.
- D. Esteban, J. Sánchez. “*Análisis de optimalidad para un control conmutado aplicado en un convertidor de potencia*” Trabajo de grado iniciado en mayo de 2013.

La presente tesis de maestría, fue desarrollada en el marco del proyecto de investigación denominado: “*Análisis del comportamiento dinámico de un convertidor de potencia sometido a estrategias de control conmutado*”, financiado por la Universidad Industrial de Santander a través del código VIE-UIS 5568.

Asimismo, los siguientes proyectos de grado concluidos constituyeron resultados preliminares importantes:

- L. Fuentes, Y. Tutira, P. Esteban. “*Diseño y simulación de estrategias de control conmutado en convertidores de potencia*”. Trabajo de grado concluido en noviembre de 2012.

- F. Moreno, D. Centeno. *“Análisis comparativo del desempeño de técnicas de control conmutado implementadas en dispositivos programables”*. Trabajo de grado concluido en marzo de 2013.
- M. Gómez. *“Control por modos deslizantes de un convertidor DC-DC”*. Trabajo de grado concluido en septiembre de 2013.
- L. Navarro, D. Jácome. *“Control conmutado basado en FPGA para un convertidor DC-DC”*. Trabajo de grado concluido en agosto de 2013.
- D. Serrano, J. Cruz. *“Control conmutado basado en PSOC para un convertidor DC-DC”*. Trabajo de grado concluido en marzo de 2014.
- C. Durán. *“Control conmutado basado en FPAA para un convertidor DC-DC”*. Trabajo de grado concluido en julio de 2014.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. Aracil, J. A. Acosta and F. Gordillo, “*a nonlinear hybrid controller for swinging-up and stabilizing the furuta pendulum*”, Control Engineering Practice, 21(8), 989-993 (2013).
- [2] G. Amaya-Martínez, *Disminución de costes energéticos en la empresa: tecnologías y estrategias para el ahorro y la eficiencia energética*, Fundación Confemetal, Madrid, 2006.
- [3] D. Boroyevich, I. Cvetkovic, R. Burgos and D. Dong, “*intergrid: A future electronic energy network?*”, Emerging and Selected Topics in Power Electronics, IEEE Journal of (Volume:1, Issue: 3) (2013).
- [4] E. A. Butcher and R. Lu, “*order reduction of structural dynamic systems with static piecewise linear nonlinearities*”, Nonlinear Dynamics, 49(3), 375-399 (2007).
- [5] P. Casini and F. Vestroni, “*characterization of bifurcating non-linear normal modes in piecewise linear mechanical systems*”, International Journal of Non-Linear Mechanics, 46(1), 142-150 (2011).
- [6] R. O. Cáceres and I. Barbi, “*a boost dc-ac converter: Analysis, design, and experimentation*”, Power Electronics, IEEE Transactions on, 14(1), 134-141 (January, 1999).
- [7] V. C. Gungor, D. Sahin, T. Kocak, S. Ergut, C. Buccella, C. Cecati and G. P. Hancke, “*smart grid technologies: communication technologies and standards*”, Industrial informatics, IEEE transactions on, 7(4), 529-539 (2011).
- [8] F. Chierchie and E. E. Paolini, “*discrete-time modeling and control of a synchronous buck converter*”, Technology and Applications, 2009. EAMTA 2009. Argentine School of (pp. 5-10). IEEE. (2009).
- [9] C. Cecati, C. Citro and P. Siano, “*combined operations of renewable energy systems and responsive demand in a smart grid*”, Sustainable Energy, IEEE Transactions on, 2(4), 468-476 (2011).

- [10] V. M. Catterson, E. M. Davidson and S. D. McArthur, “*embedded intelligence for electrical network operation and control*”, IEEE Intelligent systems, 26(2), 0038-45 (2011).
- [11] R. G. Sanfelice, R. Goebel and A. R. Teel, “*generalized solutions to hybrid dynamical systems*”, ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations, 14(04), 699-724 (2008).
- [12] M. Gotesman and N. L. Benitez, “*petri net-based modeling of hybrid dynamic systems*”, Emerging Technologies and Factory Automation, 1996. EFTA’96. Proceedings., 1996 IEEE Conference on (Vol. 2, pp. 553-559). IEEE. (November, 1996).
- [13] P. Sanchis, A. Ursaea, E. Gubía and L. Marroyo, “*boost dc-ac inverter: A new control strategy*”, Power Electronics, IEEE Transactions on, 20(2), 343-353.
- [14] S. Sridhar, A. Hahn and M. Govindarasu, “*cyber-physical system security for the electric power grid*”, Proceedings of the IEEE , vol.100, no.1, pp.210,224 (January, 2012).
- [15] R. A. Ibrahim, “*vibro-impact dynamics: Modeling, mapping and applications*”, Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, vol.3 (2009).
- [16] E. Kanso and P. Papadopoulos, “*dynamics of pseudo-rigid ball impact on rigid foundation*”, International journal of non-linear mechanics, 39(2), 299-309 (2004).
- [17] T. Logenthiran, D. Srinivasan, A. M. Khambadkone and H. N. Aung, “*multi-agent system for real-time operation of a microgrid in real-time digital simulator*”, Smart Grid, IEEE Transactions on, 3(2), 925-933 (2012).
- [18] P. Kowalczyk and M. Di Bernardo, “*two-parameter degenerate sliding bifurcations in filippov systems*”, Physica D: Nonlinear Phenomena, 204(3), 204-229 (2005).
- [19] H. Öktem, “*a survey on piecewise-linear models of regulatory dynamical systems*”, Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications (2005).
- [20] M. I. Ridwan, M. H. Zarmani, R. M. Lajim and A. Musa, “*tnb iec 61850 system verification and simulation (sus) laboratory: Enabler to a successful smart grid implementation*”, Innovative Smart Grid Technologies - Asia (ISGT Asia), 2012 IEEE. (Mayo, 2012).
- [21] P. Derler, E. A. Lee and A. Vincentelli, “*modeling cyber-physical systems*”, Proceedings of the IEEE , vol.100, no.1, pp.13,28 (January, 2012).

- [22] R. I. Leine, *Bifurcations in discontinuous mechanical systems of filippov-type*, Ph.D. thesis, Eindhoven University of Technology, The Netherlands, 2000.
- [23] G. A. Leonov and N. V. Kuznetsov, “*lyapunov exponent sign reversal: Stability and instability by the first approximation*”, *Nonlinear Dynamics and Complexity* (pp. 41-77). Springer International Publishing (2014).
- [24] J.-J E. Slotine, W. Li, *Applied nonlinear control*, Pearson Education (US), United States, 1991.
- [25] Y. Zhou, H. Li and L. Liu, “*integrated autonomous voltage regulation and is-landing detection for high penetration pv applications*”, *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 28(6), 2826-2841 (2013).
- [26] D. Liberzon and S. Trenn, “*switched nonlinear differential algebraic equations: Solution theory, lyapunov functions, and stability*”, *Automatica*, 48(5), 954-963.
- [27] G. K. Lowe and M. A. Zohdy, “*modeling nonlinear systems using multiple piecewise linear equations*”, *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 2010, Vol. 15, No. 4, 451–458 (2010).
- [28] W. P. M. H. Heemels, B. De Schutter, J. Lunze and M. Lazar, “*stability analysis and controller synthesis for hybrid dynamical systems*”, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 368(1930), 4937-4960 (2010).
- [29] D. L. Ly and H. Lipson, “*learning symbolic representations of hybrid dynamical systems*”, *The Journal of Machine Learning Research Volume 13*(Issue 1): Pages 3585-3618 (2012).
- [30] E. C. Martínez, *Confiabilidad de inversores integrados en sistemas fotovoltaicos conectados a red*, CENIDET, México, Marzo, 2008.
- [31] T. Saito, T. Kabe, Y. Ishikawa, Y. Matsuoka and H. Torikai, “*piecewise constant switched dynamical systems in power electronics*”, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 17(10), 3373-3386 (2007).
- [32] E. Bartocci, F. Corradini, E. Merelli and L. Tesei, “*detecting synchronisation of biological oscillators by model checking*”, *Theoretical Computer Science* 411 (2010) 1999–2018 (2010).
- [33] G. W. Milton and J. R. Willis, “*on modifications of newton’s second law and linear continuum elastodynamics*”, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, 463(2079), 855-880 (2007).

- [34] N. Vásquez Nava, *Desarrollo de elevadores con capacidad de elevación para sistemas de alimentación ininterrumpible, y sus técnicas de control*, CENIDET, México, Noviembre, 2003.
- [35] E. M. Navarro and R. Carter, “*hybrid automata: an insight into the discrete abstraction of discontinuous systems*”, *International Journal of Systems Science*, 42(11), 1883-1898. (2011).
- [36] H. Bai, Z. Nie and C. Chunting Mi, “*a model-based dead-band compensation for the dual-active-bridge isolated bidirectional dc–dc converter*”, *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, 6(6), 517-524 (2011).
- [37] J. Nishikawa and Kazutoshi Gohara, “*a hybrid dynamical system as an automaton on the fractal set*”, *Neural Networks*, 2003. Proceedings of the International Joint Conference on (Vol. 2, pp. 825-830). IEEE. (July, 2003).
- [38] P. G. Otanez and M. E. Campbell, “*bounded model switching in uncertain hybrid systems*”, *American Control Conference*, 2004. Proceedings of the 2004 (Vol. 6, pp. 5188-5194). IEEE. (June, 2004).
- [39] V. N. Pilipchuk, “*nonlinear dynamics: Between linear and impact limits*”, volume 52 of *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*. Springer, Berlin (2010).
- [40] A. Rogers, S. D. Ramchurn and N. R. Jennings, “*delivering the smart grid: Challenges for autonomous agents and multi-agent systems research*”, *AAAI* (2012).
- [41] M. H. Rashid, *Electrónica de potencia. circuitos, dispositivos y aplicaciones*, Prentice Hall Hispanoamericana S.A., México, 1993.
- [42] S. A. Rashkovskiy, “*eulerian and newtonian dynamics of quantum particles*”, *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, vol. 3 (Junio, 2003).
- [43] A. Rubaai and J. Jerry, “*hybrid fuzzy bang-bang mode controller with switching function for electric motor drives applications*”, *Industry Applications, IEEE Transactions on* (Volume:50, Issue: 3) (2014).
- [44] C. Chaohong, R. Goebel, R. G. Sanfelice and A. R. Teel, “*hybrid dynamical systems: Robust stability and control*”, *Control Conference*, 2007. CCC 2007. Chinese (2007).
- [45] R. Goebel, R. G. Sanfelice and A. R. Teel, “*hybrid dynamical systems*”, *IEEE Control Systems Magazine*, vol.29, no.2 (2009).
- [46] ———, “*hybrid dynamical systems: Modeling, stability, and robustness*”, *Princeton University Press* (2012).

- [47] A.J. Van Der Schaft and J.M. Schumacher, “*complementarity modeling of hybrid systems*”, Automatic Control, IEEE Transactions on, vol.43, no.4 (1998).
- [48] R. R. Rajkumar, I. Lee, L. Sha and J. Stankovic, “*cyber-physical systems: the next computing revolution*”, Proceedings of the 47th Design Automation Conference (pp. 731-736). ACM. (June, 2010).
- [49] V. Utkin, J. Guldner, J. Shi, *Sliding mode control in electro-mechanical systems, second edition*, Taylor & Francis Group, LLC, United States, 2009.
- [50] S. Stevic, “*on bounded continuously differentiable solutions with lipschitz first derivatives of a system of functional differential equations*”, Applied Mathematics and Computation, 219(11), 6344-6353 (2013).
- [51] J. J. Negroni Vera, *Análisis y diseño de controladores para inversores multinivel en sistemas fotovoltaicos conectados a la red*, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 2007.
- [52] E. Verlinde, “*on the origin of gravity and the laws of newton*”, Journal of High Energy Physics, vol. 2011, no 4, p. 1-27 (2011).
- [53] V. Vindhya and V. Reddy, “*pid-fuzzy logic hybrid controller for a digitally controlled dc-dc converter*”, Green Computing, Communication and Conservation of Energy (ICGCE), 2013 International Conference on (pp. 362-366). IEEE. (December, 2013).
- [54] G. Wainer and R. Castro, “*demes: a discrete-event methodology for modeling and simulation of embedded systems*”, Modeling and Simulation Magazine. Society for Modeling and Simulation Internacional, San Diego, USA (April, 2011).
- [55] D. Chen, L. Xu and L. Yao, “*dc voltage variation based autonomous control of dc microgrids*”, IEEE transactions on power delivery, 28(2), 637-648 (2013).
- [56] P. J. Mosterman, F. Zhao and G. Biswas, “*sliding mode model semantics and simulation for hybrid systems*”, Hybrid Systems V (pp. 218-237). Springer Berlin Heidelberg (1999).
- [57] T. Zhao and Y. Zhai, “*modeling hysteresis using hybrid method of improved describing function and neural networks*”, Electrical and Control Engineering (ICECE), 2011 International Conference on (pp. 1117-1120). IEEE. (2011).

ANEXO A

CONVERTIDOR *BUCK* EXPERIMENTAL

la Figura A.1 muestra el montaje constituido en laboratorio para verificar el control del convertidor *Buck*. Dicho sistema consta de los elementos generales descritos mediante el diagrama de bloques de la Figura 3.14. A continuación, se realizará una descripción detallada para cada subsistema.

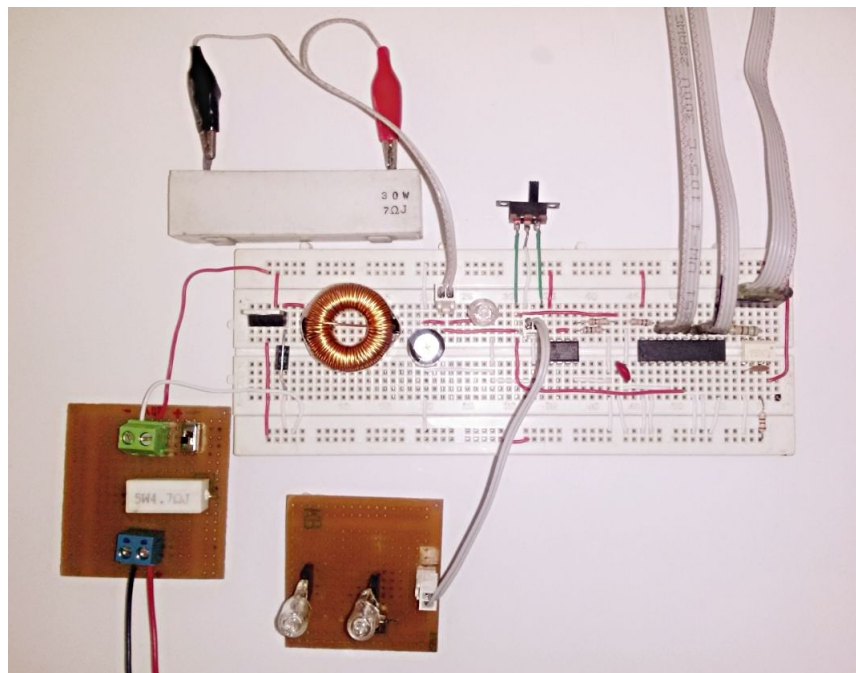


Figura A.1: Esquema de implementación - Montaje físico

A.1. CONVERTIDOR DE POTENCIA CC-CC TIPO *BUCK*

Es el sistema a controlar y está caracterizado por su capacidad para reducir la tensión continua en su entrada, a razón del ciclo útil de la señal de conmutación, aplicada al dispositivo conmutable (IRF540N) operando entre corte y triodo. La Figura 3.1 muestra la topología de convertidor implementada y la Tabla 3.1 los valores de parámetros circuitales seleccionados.

En particular, el valor de la resistencia de carga R es determinado como la suma de una resistencia cerámica de $7.3[\Omega]$ a $5[W]$ y una lámpara halógena de $12[V]$ a la misma potencia. Así, la determinación de la resistencia interna de la bombilla sigue el siguiente desarrollo:

$$P = \frac{V^2}{R_b},$$

$$R_b = \frac{V^2}{P} = \frac{12^2}{5} = 28.8 [\Omega],$$

por tanto, la resistencia total en la carga está dada por:

$$R = 7.3 + 28.8 = 36.1 [\Omega].$$

A.2. SEGUIDOR DE TENSIÓN

En la Figura A.2, se ilustra la configuración de una etapa seguidora de tensión empleada para realizar aislamiento galvánico entre el punto de medida de la tensión de salida V_o del convertidor de potencia y la entrada del conversor analógico a digital.

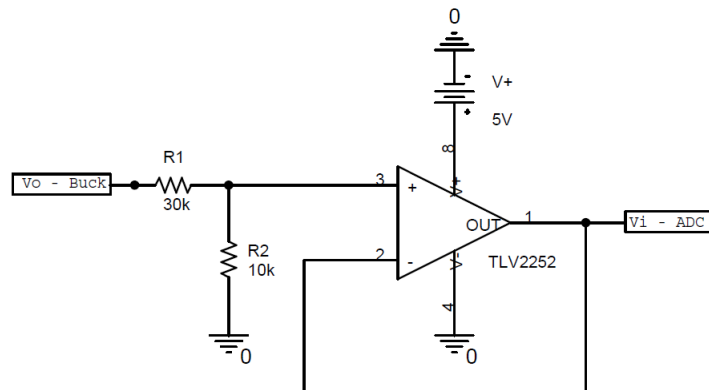


Figura A.2: Seguidor de tensión

A.3. CONVERTOR ANÁLOGO A DIGITAL

La señal de salida del seguidor de tensión es transformada en un equivalente digital de 8 bits, empleando el convertidor analógico a digital *Texas Instrument* ADC0804 de la manera ilustrada en el diagrama esquemático de la Figura A.3. Esta señal digital es posteriormente conducida hacia el dispositivo de proceso: arquitectura programable tipo FPGA.

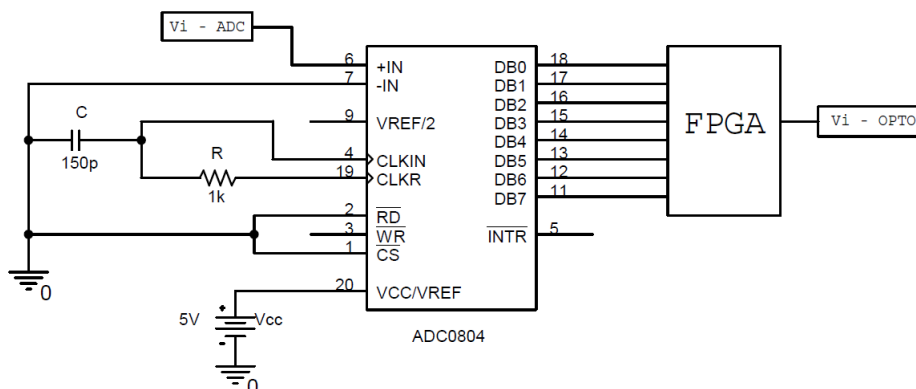


Figura A.3: Convertidor ADC

A.4. DISPOSITIVO DE PROCESO

Como dispositivo de proceso se seleccionó el sistema de desarrollo para FPGA Xilinx Spartan 6: *NEXYS 3*, mostrado en la Figura A.4.

En esta etapa se generan los patrones de conmutación que regulan la tensión de salida en el circuito convertidor de potencia *Buck*, a partir de señales moduladas en ancho de pulso (PWM - Pulse width modulated). El principio básico de una señal PWM admite la comparación de un nivel de continua V_{ref} (ciclo útil de la señal PWM) y una señal diente de sierra $V\Delta$ (que define la frecuencia de conmutación), como se observa en la Figura A.5.

Esta modulación PWM se realiza digitalmente mediante programación VHDL en el sistema *NEXYS 3*, cuyas características se resumen en la Tabla A.1.

A.5. ACOPLADOR ÓPTICO

En la Figura A.6 se ilustra la configuración circuital del opto-acoplador *Toshiba* TLP250, como etapa de aislamiento óptico y por ende de protección, entre la salida

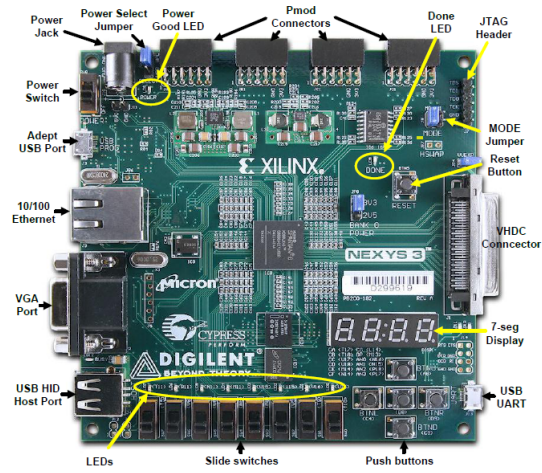


Figura A.4: NEXYS 3

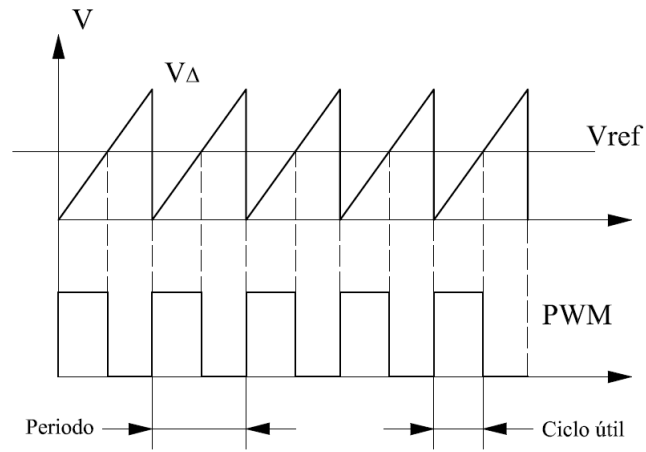


Figura A.5: Esquema básico para generación de señales PWM

del dispositivo de proceso y la entrada de conmutación del circuito convertidor de potencia *Buck*. Esta etapa adicionalmente eleva la tensión en un nivel necesario para asegurar que el IRF450N opere como interruptor.

Tabla A.1: Características del sistema NEXYS 3

Características principales
* Empaquetado BGA de 324 - pines
* 16Mbyte RAM (x16)
* 16Mbyte SPI PCM quad mode
* 16Mbyte PCM paralelo, memoria no volatil
* Alimentación por USB (también disponible jack)
* Programación por puerto USB2
* Oscilador CMOS de 100MHz
* Puerto VGA de 8 Bits
* 71 I/O dirigidas para conectores de expansión
* GPIO incluye 8 LEDs, 6 botones, 8 switches, y 7 segmentos de 4 digitos
* Puerto USB-UART y USB-HID

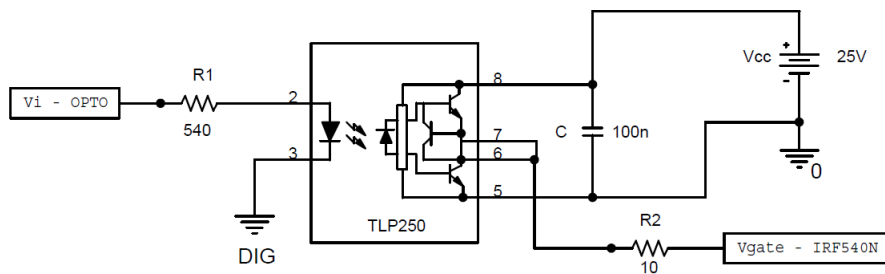


Figura A.6: Opto-acoplador

ANEXO B

DISEÑO DE CIRCUITO INVERSOR TIPO BOOST

La resistencia de carga R_o para el inversor obedece la ecuación (B.1)

$$R_o = \frac{V_o^2}{P_o} = \frac{120^2}{4000} = 3.6 \approx 4[\Omega], \quad (\text{B.1})$$

donde V_o es una tensión *rms*.

De otro lado, las ganancias de tensión y corriente son función del ciclo de trabajo D , y están determinadas por (B.2)-(B.3)

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 - D}, \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = 1 - D. \quad (\text{B.3})$$

También, de (B.2) la ganancia máxima del inversor está referida a la tensión máxima de salida, según:

$$G_{MAX} = \frac{V_{op}}{V_{in}} = \frac{170}{48} = 3.54. \quad (\text{B.4})$$

Dado que es necesario mantener la tensión de salida de cada convertidor *Boost* a una tensión no inferior a la entrada, se debe realizar la selección del V_{CC} con base en (B.5)

$$\frac{V_{op}}{2} = \frac{170}{2} = 85[V]. \quad (\text{B.5})$$

Según lo indica [6], la tensión V_{CC} que cumple con los requerimientos de diseño, obedece a la ecuación (B.6) al reemplazar los resultados dados por (B.4)-(B.5)

$$V_{CC} \geq \frac{V_{op}}{2} + V_{in} = \frac{G_{MAX}V_{in}}{2} + V_{in} \geq 133[V]. \quad (\text{B.6})$$

Sin embargo, para evitar exceder los límites de saturación se recomienda usar una tensión de holgura. Para fines prácticos se considerará $V_{CC} = 140[V]$.

De este modo, la tensión en los capacitores tiene la forma dada por

$$V_C = V_{CC} + \frac{V_{op}}{2} \sin(\omega t). \quad (B.7)$$

A partir de las ecuaciones (B.2)-(B.7), se despeja el ciclo de trabajo D como lo indica (B.8) y se determina el ciclo de trabajo máximo requerido en cada convertidor, para realizar la correcta inversión según lo indica (B.9)

$$D = 1 - \frac{V_{in}}{V_{CC} + \frac{V_{op}}{2} \sin(\omega t)}, \quad (B.8)$$

$$D_{MAX} = 1 - \frac{V_{in}}{V_{CC} + \frac{V_{op}}{2}} = \frac{G_{MAX}}{1 + G_{MAX}} = \frac{3.54}{1 + 3.54} = 0.78. \quad (B.9)$$

De otro lado, igualando las ecuaciones (B.2) y (B.3) para realizar un balance de corriente en el inductor, se obtiene la expresión (B.10) para la corriente de entrada I_L

$$I_L = I_{out} \frac{V_C}{V_{in}}. \quad (B.10)$$

Si se considera la carga netamente resistiva y se expresa en función de la tensión de salida, la ecuación (B.10) queda reescrita como

$$I_L = \frac{V_{op}}{R_o} \frac{V_C}{V_{in}} = \frac{V_{op}}{R_o V_{in}} \sin(\omega t) \left[V_{CC} + \frac{V_{op}}{2} \sin(\omega t) \right], \quad (B.11)$$

que en función de parámetros máximos resulta:

$$I_L = \frac{V_{op}}{R_o} \left[\frac{G_{MAX}}{2} + 1 \right] \sin(\omega t) + \frac{V_{op}}{R_o} \frac{G_{MAX}}{2} \sin^2(\omega t). \quad (B.12)$$

Los desarrollos previos son usados para determinar los valores pico de corriente en la bobina y tensión en el capacitor, necesarios para calcular los parámetros L y C del inversor. Estas expresiones se pueden observar en (B.13) y (B.14)

$$V_{CP} = V_{CC} + \frac{V_{op}}{2} = 140 + \frac{170}{2} = 225[V], \quad (B.13)$$

$$I_{LP} = \frac{V_{op}(1 + G_{MAX})}{R_o} = \frac{170(1 + 3.54)}{4} = 192.95[A]. \quad (B.14)$$

Así, considerando una frecuencia de conmutación de $f_s = 20[kHz]$ y la corriente pico dada por (B.15), se obtienen los valores mínimos de L y C al reemplazar los parámetros previos en las ecuaciones (B.16) y (B.17)

$$I_{op} = \frac{2P_o}{V_{op}} = \frac{8000}{170} = 47.05[A], \quad (\text{B.15})$$

$$L_{MIN} = \frac{D_{MAX}V_{in}}{f_s(0.22I_{LP})}, \quad (\text{B.16})$$

$$C_{MIN} = \frac{D_{MAX}I_{out}}{f_s(0.02V_{CP})}, \quad (\text{B.17})$$

donde posterior al reemplazo se obtiene

$$L_{MIN} = \frac{0.78 \times 48}{20k(0.22 \times 192.95)} = 44.09[\mu H] \approx 45[\mu H],$$

$$C_{MIN} = \frac{0.78 \times 47.05}{20k(0.02 \times 225)} = 407.76[\mu F] \approx 408[\mu F],$$

culminando de esta manera el diseño del inversor tipo *Boost* para aplicaciones de baja potencia.