

FLUJO DE CARGA ESTOCÁSTICO APLICANDO TEORÍA DE AFINIDAD

EMERSON YAIR QUINTERO CÁRDENAS
RAFAEL DANIEL RUEDA ACUÑA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA

2016

FLUJO DE CARGA ESTOCÁSTICO APLICANDO TEORÍA DE AFINIDAD

EMERSON YAIR QUINTERO CÁRDENAS
RAFAEL DANIEL RUEDA ACUÑA

Trabajo de grado para optar al título de
Ingeniero electricista

Director
GERARDO LATORRE BAYONA
Ingeniero Electricista, Ph.D

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA

2016

Índice general

	Pag.
1. INTRODUCCIÓN	10
2. MARCO TEÓRICO	13
2.1. INTERVALOS ARITMÉTICOS	13
2.2. ARITMÉTICA AFÍN	14
2.2.1. Conversión entre aritmética afín y de intervalos	14
2.2.2. Operaciones afines	15
2.2.3. Operaciones no afines	17
2.3. PROBLEMAS DE COMPLEMENTARIEDAD Y OPTIMIZACIÓN . . .	21
2.3.1. Condiciones de complementariedad	22
2.3.2. Condiciones de complementariedad no lineales	23
2.3.3. Restricciones de complementariedad mixta	24
2.3.4. Formulación equivalente con restricciones de desigualdad	26
3. SOLUCIÓN DE UN FLUJO DE CARGAS ESTOCÁSTICO POR ARITMÉTICA AFÍN	29
4. ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS	37
5. CONCLUSIONES	57
BIBLIOGRAFIA	59
ANEXOS	60

Índice de figuras

	Pag.
Figura 1. Ilustración del teorema 2	20
Figura 2. Ilustración del método de mínimo rango	21
Figura 3. Sistema IEEE14	38
Figura 4. Magnitud de Tensión, caso 5 %	39
Figura 5. Ángulo de Tensión, caso 5 %	40
Figura 6. Componente Real Tensión, caso 5 %	40
Figura 7. Componente Imaginario Tensión, caso 5 %	41
Figura 8. Potencia Reactiva Generada, caso 5 %	41
Figura 9. Potencia reactiva generada, caso 10 %	43
Figura 10. Magnitud de Tensión, caso 10 %	43
Figura 11. Ángulo de Tensión, caso 10 %	44
Figura 12. Componente Real Tensión, caso 10 %	44
Figura 13. Componente Imaginario Tensión, caso 10 %	45
Figura 14. Potencia Reactiva Generada, caso 15 %	46
Figura 15. Magnitud de Tensión, caso 15 %	46
Figura 16. Ángulo de Tensión, caso 15 %	47
Figura 17. Componente Real Tensión, caso 15 %	47
Figura 18. Componente Imaginario Tensión, caso 15 %	48

Figura 19. Potencia Reactiva Generada, caso 20 %	49
Figura 20. Magnitud de Tension, caso 20 %	49
Figura 21. Ángulo de Tensión, caso 20 %	50
Figura 22. Componente Real Tensión, caso 20 %	50
Figura 23. Componente Imaginario Tensión, caso 20 %	51
Figura 24. Tensión Resultado	52
Figura 25. Tensión articulo [1]	52
Figura 26. Componente Real Tensión Resultado	53
Figura 27. Componente Real Tensión articulo [1]	53
Figura 28. Componente Imaginario Tensión Resultado	54
Figura 29. Componente Imaginario Tensión articulo[1]	54
Figura 30. Potencia Reactiva Generada Resultado	55
Figura 31. Potencia Reactiva Generada articulo [1]	55
Figura 32. Optimizaciones	56
Figura 33. Diagrama de flujo del sistema	61
Figura 34. Diagrama de flujo cambio tipo de barra	62

RESUMEN

TITULO: FLUJO DE CARGAS ESTOCÁSTICO APLICANDO TEORÍA DE AFINIDAD.*

AUTORES: EMERSON YAIR QUINTERO CÁRDENAS, RAFAEL DANIEL RUEDA ACUÑA.**

PALABRAS CLAVES: Flujo de Cargas, Aritmética Afín, Restricciones de Complementariedad, Estocástico, Montecarlo, Optimización.

DESCRIPCIÓN: Los estudios de flujos de carga permiten determinar las condiciones de operación en estado estable de sistemas de potencia, para valores específicos de carga y generación; siendo una herramienta muy utilizada en ingeniería de potencia. Cuando las condiciones de entrada del sistema son inciertas, se necesita considerar diversos escenarios para cubrir un amplio rango de posibles estados de operación del sistema. Para ello se requieren algoritmos de solución que incorporen los efectos de las incertidumbres de los datos de entrada. Pirnia et al. propusieron una metodología basada en Aritmética Afín, en el que las cantidades de interés se representan como una combinación afín de variables de ruido. Esas variables corresponden a fuentes de incertidumbre en los datos de entrada y en las aproximaciones hechas durante los cálculos. La metodología se fundamenta en la contracción del dominio de algunas variables de ruido; e incluye restricciones de complementariedad para considerar el control de tensión en las barras pv; aplicando una formulación rectangular. La contracción del dominio demanda realizar un proceso iterativo y en cada iteración se resuelven tantos problemas de optimización como barras hayan. Adicionalmente, las restricciones de complementariedad producen problemas de optimización con restricciones no lineales; que requiere una herramienta de solución robusta. Para soslayar esos inconvenientes, este trabajo modifica esa metodología aplicando el cambio de tipo de barra y resolviendo, en principio, tantos problemas de optimización como barras haya en el sistema. El total de optimizaciones aumenta cuando ocurre un cambio en el tipo de barra; pero corresponde a problemas de programación lineal. La metodología se aplica al sistema IEEE14, comparando resultados con el método de Montecarlo.

*Trabajo de grado

**Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director: Phd. Gerardo Latorre Bayona

ABSTRACT

TITLE: STOCHASTIC POWER FLOW BY AFFINE THEORY.*

AUTHORS: EMERSON YAIR QUINTERO CÁRDENAS, RAFAEL DANIEL RUEDA ACUÑA.**

KEYWORDS: power flow, Affine Arithmetic, Complementarity Constraints, Stochastic, Montecarlo, optimization.

DESCRIPTION: Power flow studies are used frequently to determine the operating conditions of a stable system power, for specific set of load and generation values. Making this a power tools used commonly in the power engineering. When the input conditions are uncertain, numerous scenarios are analyzed to cover all range of probable state of the system. Under these conditions is needed develop algorithms that solve and add the effects of data uncertainty on the input. Pirnia et al. aim to solve it with a based method in the use of affine arithmetic, it is a model numerical analysis in which the quantity of interest are representing as a affine combinations of variables that incorporate noises, the noises represent the sources of uncertainties in the input and the approaches calculations, This methodology is based on the contraction of the domain of some variable noise and include complementarity restrictions to take the voltage control in pv bus; applying a rectangular formulation. The contraction of demand domain makes an iterative process and for each iteration many optimization problems are solved as bus have the system , Additionally, complementarity restrictions produce optimization problems with nonlinear constraints and it require a tool to robust solution. To get over these problems, this paper modifies that methodology by applying the exchange type of bus and solve. first, many optimization problems as bus contained the system. The total of optimizations increases by a change in the type of bus; but are linear programming problems. The methodology is applied to IEEE 14 system, by comparing results with Montecarlo method.

*Degree work.

**Faculty of Physical-Mechanical Engineering, Electric, Electronic and Telecommunications School.
Director: Phd. Gerardo Latorre Bayona

INTRODUCCIÓN

Existe una tendencia mundial para promover el desarrollo e implementación de fuentes no convencionales de energías renovables (FNCR), observándose un aumento en el interés global en los últimos 40 años, debido a los problemas e inconvenientes que trae consigo la utilización de combustibles fósiles para generar energía. Las repercusiones del aprovechamiento de este tipo de combustibles incide de múltiples maneras: mercado volátil, emisiones de efecto invernadero, contaminación de fuentes hídricas, problemas políticos y guerras, son algunas de las consecuencias del no aprovechamiento de las FNCR. Actualmente se estima que la energía consumida global proviene en un 81 % de combustibles fósiles y un 19 % de fuentes de energía renovable [6], estos datos muestran la necesidad de profundizar el estudio y desarrollo de nuevas tecnologías para reducir significativamente la dependencia de combustibles fósiles y mitigar los problemas mundiales que traen su utilización.

Colombia actualmente posee un 78 % de consumo primario de combustibles fósiles y se estima que la demanda de petróleo y gas podrá ser cubierta por los recursos nacionales durante 6 y 14 años respectivamente, además se prevé la necesidad de importar gas a partir del año 2017 o 2018, donde se pronostica que la demanda superará la oferta interna. A falta de amplias reservas fósiles, Colombia posee un interesante potencial en FNCR, destacándose los 4.5 kWh/m² /d de irradiación solar [6], cifra por encima al promedio mundial de 3.9 kWh/m² /d y de países como Alemania con una irradiación de 3.0 kWh/m² /d. Además se cuenta con vientos clase 7, (10 m/s a 80 m de altura), en el territorio de la Guajira, siendo así un lugar con alto potencial eólico; la única otra zona en Latinoamérica con la misma clasificación de vientos es la Patagonia en Argentina.

A pesar de presentar condiciones favorables para el aprovechamiento de estas fuentes de energía, existen barreras que han impedido el desarrollo de un despliegue representativo de las FNCR dentro de la canasta energética nacional. Tales inconvenientes están relacionados con procesos de licenciamiento, falta de desarrollo de infraestructura y una notable ausencia de requerimientos técnicos específicos para su interconexión y operación. Dentro de estos requerimientos técnicos podemos encontrar el impacto al

considerar la naturaleza intermitente de las fuentes renovables, en el análisis de flujos de cargas, flujos de potencia óptimos y despacho económico.

Una variedad de métodos estocásticos como la simulación de Montecarlo [2] y el método de intervalo aritmético [4], han sido propuestos para considerar las indeterminaciones en las fuentes de energía renovable y poder realizar los análisis anteriormente mencionados. El método de Montecarlo es ampliamente usado por su fácil implementación, pero genera un alto costo computacional. Por su parte, el método de intervalo aritmético carece de precisión ya que no permite mantener una correlación entre los términos que involucran la incertidumbre; por lo cual el rango de variación de los resultados se da de forma sobrestimada. Debido a estos inconvenientes con las herramientas clásicas de análisis, se propone analizar la utilización de un método basado en la aritmética afín (AA) para la solución del flujo de cargas estocástico; junto con el planteamiento de un problema de complementariedad mixta (MCP), que considera los límites de generación de potencia reactiva. La solución del flujo de cargas estocástico por medio de AA representa las variables como una combinación lineal de variables de ruido, que tienen en cuenta las incertidumbres en datos, obteniendo unos límites más prácticos al mantener la correlación entre todas las fuentes de indeterminación.

Vale la pena destacar que AA e intervalos aritméticos forman parte de los métodos de auto validación numérica, también llamados métodos de verificación automática de resultados. Estos métodos tienen como característica importante que el algoritmo mantiene un seguimiento en la exactitud de las cantidades calculadas; aunque el error no se puede determinar inmediatamente si no como resultado de todo el proceso. Debido a ello, si se presentan errores muy grandes dichos algoritmos requerirán más datos o será necesario detener el proceso y alertar al usuario sobre esto [4].

Este documento está organizado en cuatro capítulos, a saber: En el capítulo 2 (marco teórico) se presentan conceptos básicos sobre AA e intervalos aritméticos; sin la pretensión de ser exhaustivos, pero señalando las operaciones y aproximaciones aplicadas en el problema objeto de estudio. De igual forma se dan a conocer los conceptos básicos y la formulación de problemas de complementariedad; considerando diferentes niveles de complejidad del problema. En el capítulo 3 se recoge la formulación vista en los capítulos anteriores, para aplicarla a la solución del flujo de cargas estocástico. En el capítulo 4 se presenta el análisis de resultados obtenidos para el

sistema IEEE 14 barras, empleando un software desarrollado “Ad hoc”. Finalmente, se presentan las conclusiones del trabajo realizado.

MARCO TEÓRICO

Los métodos de auto validación numérica se utilizan para mantener el seguimiento a errores de aproximación internos y externos tales como: errores de medición, ajuste de parámetros y variaciones desconocidas en los datos de entrada. Dos métodos de auto validación numérica que se encuentran en la literatura técnica son los Intervalos aritméticos y la Aritmética afín; que se presentan a continuación. [5]

2.1. INTERVALOS ARITMÉTICOS

Mediante este método analítico una cantidad $x \in \mathbb{R}$ es representada por un intervalo donde $a \leq x \leq b$, y se distinguen las principales operaciones de intervalos[4].

$$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d] \quad (2.1)$$

$$[a, b] - [c, d] = [a - d, b - c] \quad (2.2)$$

$$[a, b] * [c, d] = [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)] \quad (2.3)$$

A manera de ilustración se presentan los siguientes ejemplos:

si $x = [-1, 0]$ y $y = [1, 2]$ entonces:

$$x + y = [-1 + 1, 0 + 2] = [0, 2]$$

$$x - y = [-1 - 2, 0 - 1] = [-3, -1]$$

Para la multiplicación se observa la combinación de productos.
($-1 * 1, -1 * 2, 0 * 1, 0 * 2$)

$$x * y = [\min(-1, -2, 0, 0), \max(-1, -2, 0, 0)] = [-2, 0]$$

2.2. ARITMÉTICA AFÍN

Para expresar una variable x en forma afín \tilde{x} se tiene:

$$\tilde{x} = x_0 + x_1e_1 + x_2e_2 + \dots + x_n e_n \quad (2.4)$$

donde

x_0 = Valor central.

x_n =Coeficientes que representan las desviaciones parciales.

e_n =Variables de ruido indeterminadas, se encuentran en el intervalo $[-1,1]$.

2.2.1. Conversión entre aritmética afín y de intervalos

Si una variable puede representarse en forma afín, esto garantiza que está dentro de un intervalo. A continuación se muestra la conversión de aritmética afín a intervalos [5]:

$$[\tilde{x}] = [x_0 - \text{rad}(\tilde{x}), x_0 + \text{rad}(\tilde{x})] \quad (2.5)$$

$$\text{rad}(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^n |x_i| \quad (2.6)$$

donde

$rad(\tilde{x})$ = desviación total de la forma afín.

$[\tilde{x}]$ = Intervalo mas pequeño que contiene todos los posibles valores de \tilde{x}

A la inversa, un intervalo $[x_{min}, x_{max}]$ puede representarse como una variable afín, de la siguiente forma:

$$x_0 = \frac{x_{min} + x_{max}}{2} \quad (2.7)$$

$$rad = \frac{x_{max} - x_{min}}{2} \quad (2.8)$$

Como ejemplo se obtiene la forma afín del intervalo $[x] = [-u, u]$

$$x_0 = \frac{-u + u}{2} = 0$$

$$rad = \frac{u - (-u)}{2} = u$$

$$\tilde{x} = 0 + ue$$

2.2.2. Operaciones afines

En AA se pueden realizar las siguientes operaciones afines [4], siendo \tilde{x} , \tilde{y} variables afines, y α , ζ constantes.

$$\tilde{x} \pm \tilde{y} = (x_0 \pm y_0) + (x_1 \pm y_1) e_1 + \dots + (x_n \pm y_n) e_n \quad (2.9)$$

$$\alpha\tilde{x} = \alpha x_0 + (\alpha x_1) e_1 + \dots + (\alpha x_n) e_n \quad (2.10)$$

$$\tilde{x} \pm \zeta = (x_0 \pm \zeta) + x_1 e_1 + \dots + x_n e_n \quad (2.11)$$

A manera de ilustración se presentan los siguientes ejemplos:

$$\tilde{x} = 10 + 2e_1 + 0,5e_2 + 0,3e_3$$

$$\tilde{y} = 5 + 2e_1 + 0,3e_2 + 0,1e_3$$

$$\beta = 5$$

$$\tilde{x} + \tilde{y} = 15 + 4e_1 + 0,8e_2 + 0,4e_3$$

$$\tilde{x} - \tilde{y} = 8 + 0e_1 + 0,2e_2 + 0,2e_3$$

$$\tilde{x}\beta = 50 + 10e_1 + 2,5e_2 + 1,5e_3$$

$$\tilde{x} + \beta = 15 + 2e_1 + 0,5e_2 + 0,3e_3$$

2.2.3. Operaciones no afines

Para considerar operaciones no afines se asume la forma general: $z \rightarrow f(\tilde{x}, \tilde{y})$, donde z se presenta de la forma:

$$z = f(x_0 + x_1e_1 + x_2e_2 + \dots + x_n e_n, y_0 + y_1e_1 + y_2e_2 + \dots + y_n e_n) \quad (2.12)$$

$$z = f^*(e_1, e_2, \dots, e_n) \quad (2.13)$$

Si f^* es no afín, z no puede ser expresada exactamente como una combinación afín de ruidos. Entonces se requiere una aproximación lineal para f^* , representada como f^a , a la que se suma un término adicional $z_k e_k$; que representa el error residual de la aproximación. El valor de e_k debe ser diferente a cualquier otra variable de ruido considerada [5].

$$f^a(e_1, e_2, \dots, e_n) = z_0 + z_1e_1 + z_2e_2 + \dots + z_n e_n \quad (2.14)$$

$$\tilde{z} = f^a(e_1, e_2, \dots, e_n) + z_k e_k \quad (2.15)$$

Mediante esta aproximación se representa la multiplicación de la siguiente forma:

$$\tilde{x} * \tilde{y} = \left(x_0 + \sum_{i=1}^n x_i e_i \right) * \left(y_0 + \sum_{i=1}^n y_i e_i \right) \quad (2.16)$$

$$\tilde{x} * \tilde{y} = x_0 y_0 + \sum_{i=1}^n (x_0 y_i + y_0 x_i) + \left(\sum_{i=1}^n x_i e_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i e_i \right) \quad (2.17)$$

$$\tilde{x} * \tilde{y} = f^a(e_1, e_2, \dots, e_n) + z_k e_k = x_0 y_0 + \sum_{i=1}^n (x_0 y_i + y_0 x_i) + z_k e_k \quad (2.18)$$

$$z_k = \sum_{i=1}^n |x_i| \sum_{i=1}^n |y_i| \quad (2.19)$$

A manera de ilustración se presenta el siguiente ejemplo:

$$\tilde{x} = 10 + 2e_1 + 0,5e_2 + 0,3e_3$$

$$\tilde{y} = 5 + 2e_1 + 0,3e_2 + 0,1e_3$$

$$\tilde{x} * \tilde{y} = (10 + 2e_1 + 0,5e_2 + 0,3e_3) * (5 + 2e_1 + 0,3e_2 + 0,1e_3)$$

$$\tilde{x} * \tilde{y} = 50 + ((10 * 2 + 5 * 2) e_1 + (10 * 0,3 + 5 * 0,5) e_2 + (10 * 0,1 + 5 * 0,3) e_3) + (2,8 * 2,4) e_k$$

$$\tilde{x} * \tilde{y} = 50 + 30e_1 + 5,5e_2 + 3,5e_3 + 6,72e_k$$

El siguiente ejemplo combina la operación no afín de multiplicación, con la conversión entre intervalos aritméticos y aritmética afín para calcular la forma afín de la función cuadrática:

$$f(x) = (10 + x)(10 - x)$$

$$[x] = [-u, u]$$

$$\tilde{x} = 0 + ue_1$$

$$10 + x = 10 + ue_1$$

$$10 - x = 10 - ue_1$$

$$(10 + x)(10 - x) = 100 - u^2e_k$$

Continuando con operaciones no afines, para determinar la expresión afín de funciones no lineales[4] se procede de la siguiente forma: Partiendo de lo establecido anteriormente, para funciones de dos variables $z \rightarrow f(x, y)$ la forma general afín es $\tilde{z} = f^a(e_1, e_2, \dots, e_n) + z_k e_k$ en donde f^a se define como:

$$f^a = \alpha\tilde{x} + \beta\tilde{y} + \zeta \quad (2.20)$$

En donde α , β y ζ son los parámetros que determinan el plano que representa la función f^a , para calcular esos valores existen dos aproximaciones[4]: la aproximación de mínimo error – Chebyshev – y la aproximación de mínimo rango. La aproximación de Chebyshev crea una función f^a que se aproxima a una función real f sobre un intervalo $[a, b]$, tal que f^a tiene el mínimo error posible de aproximación, para funciones de una variable debe cumplir los siguientes dos teoremas:

“teorema 1 Sea f una función acotada y continua sobre un intervalo cerrado y acotado $[I] = [a, b] \in \mathbb{R}$ Sea f^a la función afín que mejor se aproxima a f en $[I]$ bajo el criterio de error “minimax”. Entonces existen tres puntos distintos a , u y b en $[I]$, donde el error $f(x) - f^a(x)$ tiene magnitud máxima y el signo del error cambia cuando se consideran los tres puntos en orden ascendente.”

“teorema 2 Sea f una función acotada y dos veces diferenciable definida en algún intervalo $[I] = [a, b]$, cuya segunda derivada f'' no cambia de signo dentro del intervalo $[I]$. Sea $f^a(x) = \alpha x + \zeta$ su aproximación afín bajo el criterio de error “minimax” en el intervalo $[I]$. Entonces:

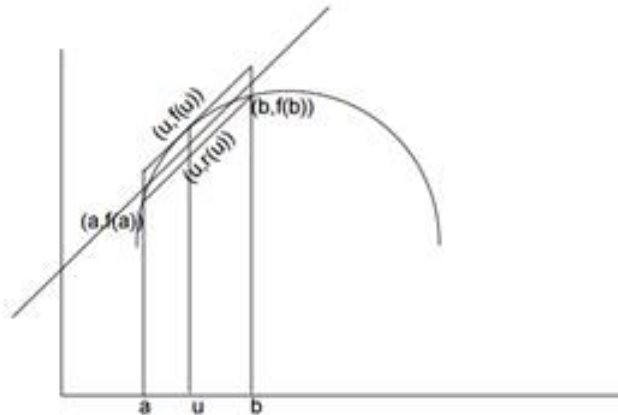
- El coeficiente α es simplemente la pendiente $\frac{(f(b)-f(a))}{(b-a)}$ de la línea $r(x)$ que

interpola los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$.

- El error máximo absoluto ocurrirá dos veces (con el mismo signo) en los extremos a y b del rango, y una vez (con el signo contrario) en cada punto interior $[u]$ de $[I]$ en donde $f'(u) = \alpha$
- El termino independiente ζ es tal que $\alpha u + \zeta = \frac{(f(u)+r(u))}{2}$, y el error absoluto máximo es $\delta = \frac{|f(u)-r(u)|}{2}$.

La figura 1 ilustra el teorema 2.

Figura 1: Ilustración del teorema 2



Mediante la aproximación de mínimo rango se crea una función f^a que se aproxima a la función real f sobre el intervalo $[a, b]$, tal que f^a tenga el mismo rango que la función f [4]. Como en el caso anterior, su aproximación se representa mediante una recta de la forma $f^a(x) = \alpha x + \zeta$ y el error de esta aproximación se denota como δ . Los valores de α , ζ y δ se calculan de la siguiente forma:

- El coeficiente α se encuentra calculando la derivada de la función f en los extremos del intervalo $[I] = [a, b]$ y escogiendo el valor de alfa igual a la pendiente de menor inclinación; para así obtener un rango más estrecho.
- El corte con el eje, ζ , se determina como la media de los cortes de dos rectas paralelas, con igual pendiente alfa, y que pasan por los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$. Entonces, para esas dos rectas se tiene que: $f(a) = \alpha(a) + \zeta_1$; $f(b) = \alpha(b) + \zeta_2$ con lo cual.

$$\zeta = \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} \quad (2.21)$$

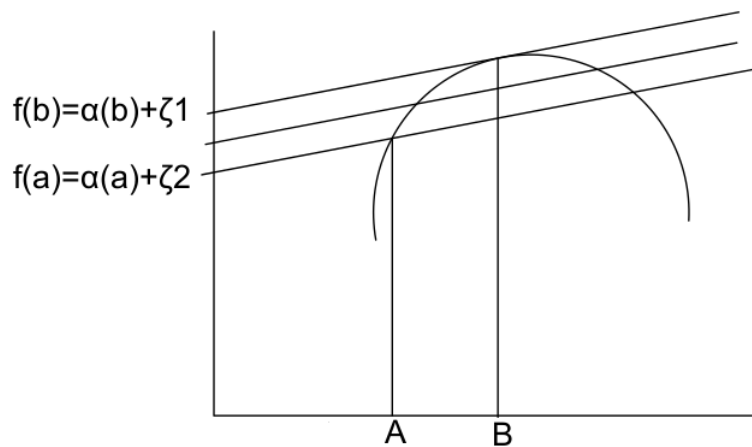
$$\zeta = \frac{f(a) + f(b) - \alpha(a) - \alpha(b)}{2} \quad (2.22)$$

- El error δ es el valor absoluto de la mayor diferencia entre la curva real y la recta que representa su forma afín. Ese valor se encuentra en los extremos del intervalo y se calcula de la siguiente forma:

$$\delta = \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{2} = \frac{f(a) - f(b) - \alpha(a) + \alpha(b)}{2} \quad (2.23)$$

La figura 2 ilustra el método de mínimo rango.

Figura 2: Ilustración del método de mínimo rango



2.3. PROBLEMAS DE COMPLEMENTARIEDAD Y OPTIMIZACIÓN

Una gran variedad de situaciones prácticas se pueden modelar como problemas de complementariedad; debido a que las condiciones de complementariedad facilitan considerar automáticamente cambios en el comportamiento del sistema. Por ejemplo, se pueden encontrar problemas de complementariedad en mecánica, análisis de estructuras y en el análisis de sistemas de potencia. En ese caso, análisis de sistemas de potencia, los

problemas de complementariedad aplican cuando se resuelve el flujo de cargas mediante un problema de optimización; que incorpora cambios en el comportamiento de las barras generadoras cuando una de ellas sobrepasa algún límite de potencia reactiva.

2.3.1. Condiciones de complementariedad

Las condiciones de complementariedad establecen que el producto de dos variables a , b debe ser cero.

$$a * b = 0 \tag{2.24}$$

Existen tres situaciones que pueden satisfacer la ecuación 2.24.

$$a = 0, b \neq 0$$

$$a \neq 0, b = 0$$

$$a = 0, b = 0$$

Las dos primeras satisfacen estrictamente las condiciones de complementariedad, mientras que la tercera presenta un comportamiento no estricto de complementariedad. Las ecuaciones que involucran complementariedad se escriben usando el símbolo \perp ; símbolo que significa complemento.

$$a \perp b \iff a * b = 0 \tag{2.25}$$

El concepto de condiciones de complementariedad puede ser aplicado a vectores. En este caso los vectores a y b muestran un comportamiento complementario, el cual se puede representar con condiciones de ortogonalidad.

$$a \perp b \implies a^T b = 0 \quad (2.26)$$

$$a \geq 0, b \geq 0$$

2.3.2. Condiciones de complementariedad no lineales

En problemas no lineales la condición de complementariedad se denota como:

$$0 \leq y \perp F(y) \geq 0 \quad (2.27)$$

Aplicando la definición de complementariedad en vectores, eso significa que:

$$y^T F(y) = 0 \quad (2.28)$$

Donde el vector $y \geq 0$ y la función vectorial $F(y) \geq 0$. Entonces, la operación $y^T F(y) = 0$ se extiende como:

$$y_i F_i(y) = 0, \forall i = 1, \dots, n \quad (2.29)$$

Para ilustrar el concepto, se presenta el siguiente ejemplo:

$$0 \leq y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \perp F(y_1, y_2) = \begin{bmatrix} y_2 - 1 \\ y_1 + y_2 - 2 \end{bmatrix} \geq 0$$

Una solución que satisface la condición de complementariedad es:

$$y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, F(y_1, y_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La solución satisface las condiciones de complementariedad ya que $y^T F(y) = 0$. La solución trivial $y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ puede satisfacer parcialmente la complementariedad $y \perp F(y)$, pero no es una solución válida debido a que en ese caso $F(y) \leq 0$.

2.3.3. Restricciones de complementariedad mixta

Los problemas mixtos de complementariedad (MCP) son muy comunes en la práctica y resultan cuando sólo una parte de los vectores satisface las condiciones de complementariedad. Su definición formal es la siguiente [3]: Sea un problema dado, en el que sólo una parte de las variables “ y ” debe satisfacer condiciones de complementariedad con una parte del vector $f(y)$. Entonces, “ y ” y $f(y)$ se pueden separar en dos partes: la primera parte y_1 , $F_1(y_1, y_2)$ corresponde a las variables y las ecuaciones que no necesitan satisfacer condiciones de complementariedad; y la segunda parte y_2 , $F_2(y_1, y_2)$ corresponde a las variables y las ecuaciones que deben satisfacer las condiciones de complementariedad. Por tanto, el problema es de la forma:

$$F_1(y_1, y_2) = \quad (2.30)$$

$$0 \leq y_2 \perp F_2(y_1, y_2) \geq 0 \quad (2.31)$$

En muchos problemas mixtos de complementariedad el objetivo es encontrar un vector “ y ”, que esté entre los límites máximo y mínimo, y^{max} , y^{min} que complemente la función $F(y)$ de la siguiente forma:

$$si \ y_i = y_i^{min} \implies F_i(y) \geq 0 \quad (2.32)$$

$$si \ y_i^{min} \leq y_i \leq y_i^{max} \implies F_i(y) = 0 \quad (2.33)$$

$$si \ y_i = y_i^{max} \implies F_i(y) \leq 0 \quad (2.34)$$

La notación general para este problema es:

$$y_i^{min} \leq y_i \leq y_i^{max} \perp F_i(y) \quad (2.35)$$

El problema (2.35) puede escribirse en la forma estándar (2.31) mediante los siguientes pasos:

- se separan y agrupan las restricciones de desigualdad en “y”.

$$0 \leq y - y^{min} \quad (2.36)$$

$$0 \leq y^{max} - y \quad (2.37)$$

- Se definen dos nuevas variables positivas a y b.

$$F_i(y) = a - b \quad (2.38)$$

- Las condiciones de complementariedad (1.32-1.34) pueden ahora expresarse en términos de a, b y (2.36-2.37) de la siguiente manera:

$$0 \leq y - y^{min} \perp a \geq 0 \quad (2.39)$$

$$0 \leq y^{max} - y \perp b \geq 0 \quad (2.40)$$

- Dependiendo del valor que pueda tomar “y”, se tienen los siguientes escenarios:

$$\text{si } y_i = y_i^{min}, a_i \geq 0, b_i = 0 \implies F_i(y) \geq 0 \quad (2.41)$$

$$\text{si } y_i = y_i^{max}, a_i = 0, b_i \geq 0 \implies F_i(y) \leq 0 \quad (2.42)$$

$$\text{si } y_i^{min} < y_i < y_i^{max}, a_i = 0, b_i = 0 \implies F_i(y) = 0 \quad (2.43)$$

- Finalmente el MCP puede ser reescrito usando (2.38 - 2.40):

$$F(y) - a + b = 0 \quad (2.44)$$

$$0 \leq \begin{pmatrix} y - y^{min} \\ y^{max} - y \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \geq 0 \quad (2.45)$$

2.3.4. Formulación equivalente con restricciones de desigualdad

El principal problema al resolver optimizaciones con condiciones de complementariedad ocurre cuando esas condiciones se satisfacen en un sentido no estricto; esto debido a que se presenta dependencia lineal. En esos casos los optimizadores tienen problemas para encontrar una solución al problema. Para resolver esta dificultad se emplea una formulación equivalente del problema, que convierte las ecuaciones de complementariedad en inecuaciones [3]:

$$y_i \geq 0 \tag{2.46}$$

$$F_i(y) \geq 0 \tag{2.47}$$

$$y_i F_i(y) \leq 0 \tag{2.48}$$

Debido a que $y_i \geq 0$ y $F_i(y) \geq 0$ la expresión (2.48) puede ser satisfecha sólo si y_i o $F_i(y)$ es igual a cero. De igual forma, si las condiciones de complementariedad provienen de un MCP, la formulación equivalente puede aplicarse a (2.45), obteniéndose la siguiente formulación:

$$y_i^{min} \leq y_i \leq y_i^{max} \tag{2.49}$$

$$F_i(y) = a_i - b_i \tag{2.50}$$

$$a_i \geq 0 \tag{2.51}$$

$$b_i \geq 0 \quad (2.52)$$

$$(y_i - y_i^{min}) a_i \leq 0 \quad (2.53)$$

$$(y_i^{max} - y_i) b_i \leq 0 \quad (2.54)$$

Sin embargo, es preferible eliminar variables innecesarias en el problema, como las variables positivas a y b . Para realizar esta eliminación las variables a_i, b_i de la ecuación (2.50) se reemplazan en las ecuaciones (2.53) y (2.54). Entonces, se tiene que:

$$(y_i - y_i^{min}) F_i(y) \leq - (y_i - y_i^{min}) b_i \quad (2.55)$$

$$- (y_i^{max} - y_i) F_i(y) \leq - (y_i^{max} - y_i) a_i \quad (2.56)$$

Para cualquier valor de i , $(y_i - y_i^{min})$, $(y_i^{max} - y_i)$ son mayores que cero; de igual forma a_i y b_i no pueden ser negativos, por tanto el valor máximo de las expresiones del lado derecho de las desigualdades (2.55) y (2.56) tiene que ser cero. De esta forma se elimina la dependencia de a y b , reescribiendo el problema de la siguiente forma:

$$(y_i - y_i^{min}) F_i(y) \leq 0 \quad (2.57)$$

$$- (y_i^{max} - y_i) F_i(y) \leq 0 \quad (2.58)$$

La equivalencia entre el problema original MCP y la formulación (2.57) y (2.58) se explica a continuación:

$$\begin{array}{l}
\text{si } i : y_i^{\min} \leq y_i \leq y_i^{\max} \text{ entonces} \\
\left\{ \begin{array}{l}
y_i - y_i^{\min} > 0 \text{ en (2,57)} \implies F_i(y) \leq 0 \\
y_i - y_i^{\max} < 0 \text{ en (2,58)} \implies F_i(y) \geq 0
\end{array} \right.
\end{array}$$

$$\implies F_i(y) = 0 \quad (2.59)$$

$$\begin{array}{l}
\text{si } i : y_i = y_i^{\min} \text{ entonces} \\
\left\{ \begin{array}{l}
(y_i - y_i^{\min}) F_i(y) = 0 \text{ en (2,57)} \forall F_i(y) \\
y_i - y_i^{\max} < 0 \text{ en (2,58)} \implies F_i(y) \geq 0
\end{array} \right.
\end{array}$$

$$\implies F_i(y) \geq 0 \quad (2.60)$$

$$\begin{array}{l}
\text{si } i : y_i = y_i^{\max} \text{ entonces} \\
\left\{ \begin{array}{l}
y_i - y_i^{\min} > 0 \text{ en (2,57)} \implies F_i(y) \leq 0 \\
(y_i - y_i^{\max}) F_i(y) = 0 \text{ en (2,58)} \forall F_i(y)
\end{array} \right.
\end{array}$$

$$\implies F_i(y) \leq 0 \quad (2.61)$$

SOLUCIÓN DE UN FLUJO DE CARGAS ESTOCÁSTICO POR ARITMÉTICA AFÍN

Las ecuaciones que se usan para resolver el problema de flujo de cargas son las de balance de potencia real en las barras de generación y carga, y el balance de la potencia reactiva en las barras de carga. Estas ecuaciones son:

$$P_i^{Esp} = V_i \sum_{j=1}^N V_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \quad i \in nP \quad (3.1)$$

$$Q_j^{Esp} = V_j \sum_{k=1}^N V_k Y_{jk} \sin(\delta_j - \delta_k - \theta_{jk}) \quad j \in nQ \quad (3.2)$$

Donde:

N número total de barras.

nQ lista de barras donde se especifica la potencia reactiva (barras pq).

nP lista de barras donde se especifica la potencia activa (barras pv+pq).

P_i^{Esp} potencias activas especificadas inyectadas en las barras i.

Q_j^{Esp} potencias reactivas especificadas inyectadas en las barras j.

V_i magnitud de tensión en la barra i.

δ_i ángulo de la tensión en la barra i.

Y_{ij} magnitud del elemento ij en la matriz de admitancias de barra.

θ_{ij} ángulo del elemento ij en la matriz de admitancias de barra.

En el flujo de cargas estocástico las potencias especificadas se consideran inciertas y también es posible considerar incertidumbre en los valores de los parámetros de la red. En ese caso la aritmética afín puede representar efectivamente las incertidumbres, considerando las variables de estado del sistema, por ejemplo la magnitud de tensión en las barras de carga y el ángulo de la tensión para todas las barras excepto la slack, como variables afines [7]. De esa forma, cada variable de estado tendrá un valor central y unas desviaciones asociadas con las variables de ruido ε las cuales describen el efecto de los fenómenos que se considere influyen en las variables de estado del sistema. Las incertidumbres consideradas para el caso de estudio, están asociadas con las potencias activas y reactivas en las barras de carga. Por lo tanto, la forma afín que representa las variables de estado del sistema de potencia son:

$$V_i = V_{i,0} + \sum_{j \in nP} V_{i,j}^P \varepsilon_{P_j} + \sum_{k \in nQ} V_{i,k}^Q \varepsilon_{Q_k} \quad \text{para } i \in nQ \quad (3.3)$$

$$\delta_i = \delta_{i,0} + \sum_{j \in nP} \delta_{i,j}^P \varepsilon_{P_j} + \sum_{k \in nQ} \delta_{i,k}^Q \varepsilon_{Q_k} \quad \text{para } i \in nP \quad (3.4)$$

Donde.

ε_{P_j} variable de ruido que representa la incertidumbre de la inyección de potencia activa en la barra j .

ε_{Q_k} variable de ruido que representa la incertidumbre de la inyección de potencia reactiva en la barra k .

$V_{i,0}$ valor central de la tensión en la barra i .

$\delta_{i,0}$ valor central del ángulo de la tensión en la barra i

$V_{i,j}^P$ desviación parcial de la tensión en la barra i debido a la inyección de potencia activa en la barra j .

$V_{i,j}^Q$ desviación parcial de la tensión en la barra i debido a la inyección de potencia reactiva en la barra j.

$\delta_{i,j}^P$ desviación parcial del ángulo en la barra i debido a la inyección de potencia reactiva en la barra j.

$\delta_{i,j}^Q$ desviación parcial de la ángulo en la barra i debido a la inyección de potencia activa en la barra j.

El valor central de las expresiones afines se calcula resolviendo un flujo de potencias convencional, en un punto de operación nominal definido por:

$$\begin{cases} P_i^{Esp} = \frac{P_{i,max}^{Esp} + P_{i,min}^{Esp}}{2} \\ Q_i^{Esp} = \frac{Q_{i,max}^{Esp} + Q_{i,min}^{Esp}}{2} \end{cases} \quad (3.5)$$

La estimación de las desviaciones parciales para las formas afines se calcula por la definición de la sensibilidad en las magnitudes de tensión y en los ángulos, con respecto a las indeterminaciones de las potencias especificadas debidas a la incertidumbre en las potencias de demanda.

$$\begin{aligned} V_{i,j}^P &= \left. \frac{\partial V_i}{\partial P_j} \right|_0 \Delta P_j & V_{i,k}^Q &= \left. \frac{\partial V_i}{\partial Q_k} \right|_0 \Delta Q_k \\ \delta_{i,j}^P &= \left. \frac{\partial \delta_i}{\partial P_j} \right|_0 \Delta P_j & \delta_{i,k}^Q &= \left. \frac{\partial \delta_i}{\partial Q_k} \right|_0 \Delta Q_k \end{aligned} \quad (3.6)$$

$i, j \in nP \qquad k \in nQ$

Donde.

ΔP_j variación de la potencia P especificada de la barras nP.

ΔQ_k variación de la potencia Q especificada de las barras nQ.

El algoritmo de solución aplicado comienza asociando las ecuaciones (3.6) con (3.3) y (3.4), obteniendo las expresiones afines para la magnitud de tensión y ángulo. Esas expresiones se introducen en las ecuaciones (3.1) y (3.2), encontrando las formas afines de las potencias calculadas:

$$\hat{Q}_i = Q_{i,0} + \sum_{j \in nP} Q_{i,j}^P \varepsilon_{P_j} + \sum_{k \in nQ} Q_{i,k}^Q \varepsilon_{Q_k} + \sum_{h \in nN} Q_{i,h} \varepsilon_h, \quad \text{para } i \in nQ \quad (3.7)$$

$$\hat{P}_i = P_{i,0} + \sum_{j \in nP} P_{i,j}^P \varepsilon_{P_j} + \sum_{k \in nQ} P_{i,k}^Q \varepsilon_{Q_k} + \sum_{h \in nN} P_{i,h} \varepsilon_h, \quad \text{para } i \in nP \quad (3.8)$$

Donde.

\hat{Q}_i, \hat{P}_i forma afín de la potencia activa y reactiva calculada inyectada en la barra i.

$Q_{i,0}, Q_{i,j}^P, Q_{i,k}^Q, Q_{i,h}, P_{i,0}, P_{i,j}^P, P_{i,k}^Q, P_{i,h}$ valor central y desviaciones parciales de la potencia activa y reactiva calculada en la barra i.

ε_h Variables de ruido introducidas debido a las operaciones no afines.

Para obtener las expresiones P_i y Q_i se realizan varias operaciones afines, como la suma y resta; y operaciones no afines, como la multiplicación y el cálculo de funciones sinusoidales. Este último, el cálculo de funciones sinusoidales, se realizó aplicando la aproximación de mínimo rango. Debido a los errores producidos por las operaciones no afines, aparecen los términos $P_{i,h}$ y $Q_{i,h}$.

El siguiente paso es organizar las potencias calculadas como se especifica a continuación:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{Q}_1 \\ \dots \\ \hat{Q}_{nQ} \\ \hat{P}_1 \\ \dots \\ \hat{P}_{nP} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Q_{1,0} \\ \dots \\ Q_{nQ,0} \\ P_{1,0} \\ \dots \\ P_{nP,0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_{1,1}^P & \dots & Q_{1,nP}^P & Q_{1,1}^Q & \dots & Q_{1,nQ}^Q \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{nQ,1}^P & \dots & Q_{nQ,nP}^P & Q_{nQ,1}^Q & \dots & Q_{nQ,nQ}^Q \\ P_{1,1}^P & \dots & P_{1,nP}^P & P_{1,1}^Q & \dots & P_{1,nQ}^Q \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{nP,1}^P & \dots & P_{nP,nP}^P & P_{nP,1}^Q & \dots & P_{nP,nQ}^Q \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_{P_1} \\ \dots \\ \varepsilon_{P_{nP}} \\ \varepsilon_{Q_1} \\ \dots \\ \varepsilon_{Q_{nQ}} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} Q_{1,1} & \dots & Q_{1,nN} \\ \dots & \dots & \dots \\ Q_{nQ,1} & \dots & Q_{nQ,nN} \\ P_{1,1} & \dots & P_{1,nN} \\ \dots & \dots & \dots \\ P_{nP,1} & \dots & P_{nP,nN} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \varepsilon_{nN} \end{bmatrix} \quad (3.9) \end{aligned}$$

Al organizar las expresiones de la forma (2.9), permite poder observar el problema como una función tal que:

$$f(x) = AX + B \quad (3.10)$$

Donde.

$$A = \begin{bmatrix} Q_{1,1}^P & \cdots & Q_{1,nP}^P & Q_{1,1}^Q & \cdots & Q_{1,nQ}^Q \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Q_{nQ,1}^P & \cdots & Q_{nQ,nP}^P & Q_{nQ,1}^Q & \cdots & Q_{nQ,nQ}^Q \\ P_{1,1}^P & \cdots & P_{1,nP}^P & P_{1,1}^Q & \cdots & P_{1,nQ}^Q \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{nP,1}^P & \cdots & P_{nP,nP}^P & P_{nP,1}^Q & \cdots & P_{nP,nQ}^Q \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$X = \begin{bmatrix} \varepsilon_{P_1} \\ \cdots \\ \varepsilon_{P_{nP}} \\ \varepsilon_{Q_1} \\ \cdots \\ \varepsilon_{Q_{nQ}} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$B1 = \begin{bmatrix} Q_{1,0} \\ \cdots \\ Q_{nQ,0} \\ P_{1,0} \\ \cdots \\ P_{nP,0} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$B2 = \begin{bmatrix} Q_{1,1} & \cdots & Q_{1,nN} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ Q_{nQ,1} & \cdots & Q_{nQ,nN} \\ P_{1,1} & \cdots & P_{1,nN} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{nP,1} & \cdots & P_{nP,nN} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ \varepsilon_{nN} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$B = B1 + B2 \quad (3.15)$$

La expresión (3.10) se puede interpretar como las ecuaciones del flujo de potencia.

$$AX + B = f^{sp} \quad (3.16)$$

AX+B potencias calculadas.

f^{sp} Potencias especificadas.

La matriz **f^{sp}** es una vector de intervalos, donde se especifica los valores máximos y mínimos de la potencia especificada.

$$f^{sp} = \begin{bmatrix} [Q_{1,min}^{Esp}, Q_{1,max}^{Esp}] \\ \dots \\ [Q_{nQ,min}^{Esp}, Q_{nQ,max}^{Esp}] \\ [P_{1,min}^{Esp}, P_{1,max}^{Esp}] \\ \dots \\ [P_{nP,min}^{Esp}, P_{nP,max}^{Esp}] \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

La expresión B se puede convertir a una matriz de intervalos, ya que los errores provenientes de las operaciones no afines son indeterminados, por lo tanto se realiza el cambio de aritmética afín a aritmética de intervalos en (3.14) y se suma con la matriz de valores centrales (3.13) obteniéndose:

$$B = \begin{bmatrix} [B_{1,min}, B_{1,max}] \\ \dots \\ [B_{nQ,min}, B_{nQ,max}] \\ [B_{1+nQ,min}, B_{1+nQ,max}] \\ \dots \\ [B_{nP,min}, B_{nP,max}] \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Se simplifica entonces el problema por medio de una resta de intervalos.

$$AX = f^{sp} - B \quad (3.19)$$

$$AX = C \quad (3.20)$$

Donde C es un intervalo que contiene los valores de AX. Con estos resultados se procede entonces a determinar el intervalo del vector de ruido X; mediante un procedimiento de optimización de tensiones, ángulos y potencias reactivas generadas en las barras PV. Para ello, se resuelven problemas de programación lineal en los que se calculan los valores máximo y mínimo de cada variable de tensión, ángulo y potencia reactiva generada. Las restricciones están dadas por los valores de las matrices A y C, como se indica a continuación en un proceso de optimización lineal.

$$f(\varepsilon_{Qk}, \varepsilon_{Pj}) = \begin{cases} \hat{V}_i \\ \hat{\delta}_i \\ \hat{Q}_{G_i} \end{cases} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} & \text{mín}(f(\varepsilon_{Qk}, \varepsilon_{Pj})) \quad \text{para } k \in nQ, j \in nP \\ & \quad \text{restricciones.} \\ & \quad -1 \leq \varepsilon_{Qk} \leq 1 \\ & \quad -1 \leq \varepsilon_{Pj} \leq 1 \\ & \text{inf}(C_i) \leq \sum_{j \in nP} A_{i,j} \varepsilon_{Pj} + \sum_{k \in nQ} A_{i,k} \varepsilon_{Qk} \leq \text{sup}(C_i) \\ & \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, N_P + N_Q \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} & \text{máx}(f(\varepsilon_{Qk}, \varepsilon_{Pj})) \quad \text{para } k \in nQ, j \in nP \\ & \quad \text{restricciones.} \\ & \quad -1 \leq \varepsilon_{Qk} \leq 1 \\ & \quad -1 \leq \varepsilon_{Pj} \leq 1 \\ & \text{inf}(C_i) \leq \sum_{j \in nP} A_{i,j} \varepsilon_{Pj} + \sum_{k \in nQ} A_{i,k} \varepsilon_{Qk} \leq \text{sup}(C_i) \\ & \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, N_P + N_Q \end{aligned} \quad (3.23)$$

Donde N_P, N_Q representan el número de barras pv y pq respectivamente. El cálculo de los valores máximo y mínimo de la potencia reactiva generada en las barras pv permite identificar barras en las cuales puede darse la situación de no poder mantener la magnitud de la tensión constante. En esos casos se realiza un cambio del tipo de barra de pv a pq, y se recalculan nuevas soluciones; con lo cual la magnitud de la tensión disminuye o aumenta dependiendo de si el generador está subexcitado o sobrexcitado.

El procedimiento anterior tiene ventaja sobre la formulación complementaria mixta, dado que los problemas de optimización a resolver son lineales; con lo cual no hay grandes exigencias para el solucionador. La formulación complementaria mixta transforma los problemas de programación lineal en problemas de optimización con función objetivo lineal y restricciones no lineales, que ofrecen dificultades para el solucionador de Matlab - función `fmincon`. Esto se observó al resolver un problema de flujo de cargas para un sistema de dos barras; para el cual se comprobó la gran dependencia de la solución inicial dada. En consecuencia, se tomó la decisión de modificar el algoritmo propuesto en la referencia [7], planteando una nueva forma de resolver el problema aprovechando las ventajas de la programación lineal.

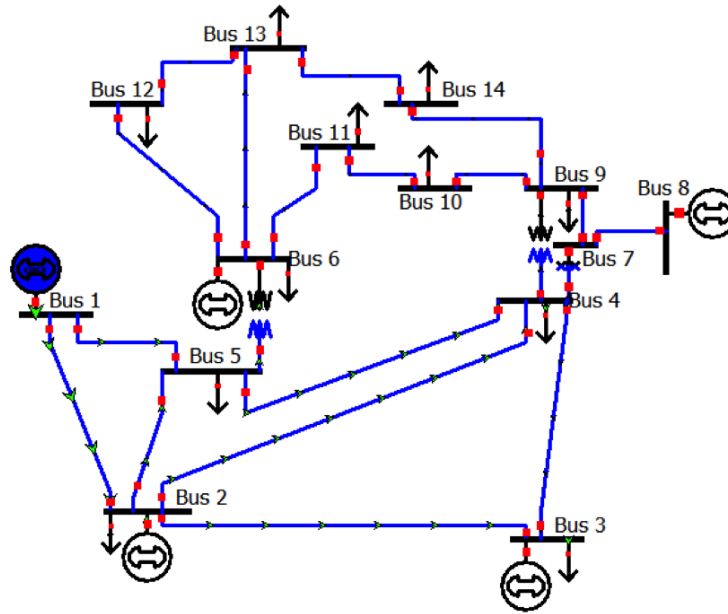
ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

El método de Aritmética Afín para flujo de cargas estocástico y el método de Montecarlo fueron programados en un código “Ad-hoc” de matlab para el caso IEEE14 barras (figura 3). Se asumen incertidumbres en las potencias de demanda activa y reactiva del sistema (cuadro 4.1), de las cuales el usuario podrá escoger el intervalo de variación de dichas demandas, en por unidad de cada demanda, al ejecutar el código principal AA.m. En las pruebas realizadas se definen 5000 iteraciones para el método de Montecarlo, con el objetivo de mantener un intervalo de solución confiable; aunque el usuario puede determinar un número de iteraciones distinto al inicio del programa. Cada iteración corresponde a un flujo de cargas convencional por el método de newthon-raphson (NR.m), asumiendo una distribución uniforme en la demanda, con el propósito de obtener magnitud de tensiones, ángulos y potencias reactivas generadas en cada iteración. Los valores máximos y mínimos de las variables determinan el intervalo de solución del flujo de cargas estocástico.

Cuadro 4.1: Demandas del sistema IEEE14

Barra	Pd [MW]	Qd [MVAR]
1	0	0
2	21.7	12.7
3	94.2	19
4	47.8	-3.9
5	7.6	1.6
6	11.2	7.5
7	0	0
8	0	0
9	29.5	16.6
10	9	5.8
11	3.5	1.8
12	6.1	1.6
13	13.5	5.8
14	14.9	5

Figura 3: Sistema IEEE14

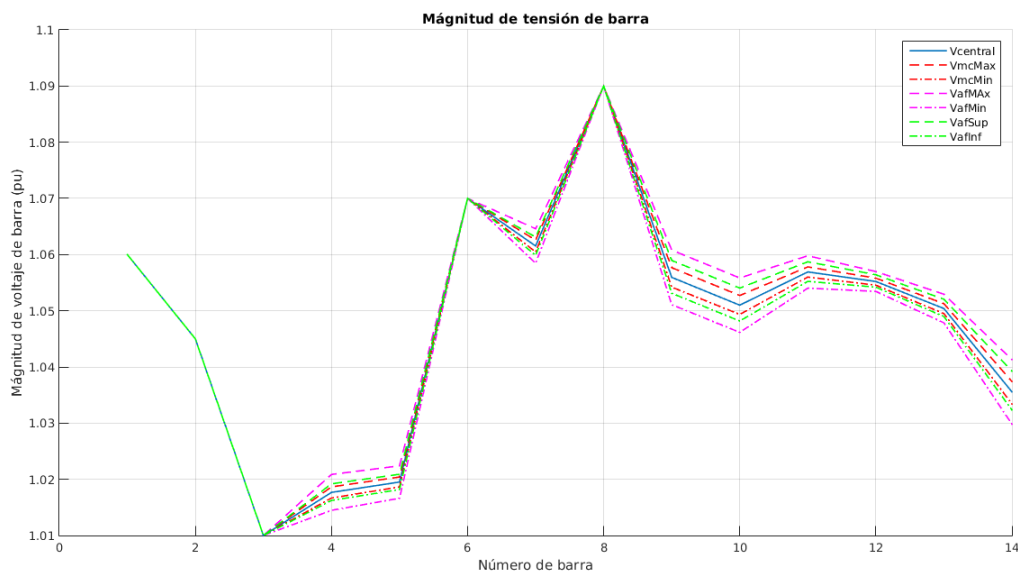


El método propuesto para la solución de flujo de cargas estocástico por AA, se aplica al sistema IEEE 14 barras, bajo las mismas condiciones de entrada que Montecarlo. Los valores centrales se obtienen al desarrollar el flujo de cargas determinístico por medio del método del Newton-Raphson (NR.m); considerando los valores de la potencia de demanda como el promedio de los valores extremos, como se plantea en la ecuación (3.5). Las magnitudes de ruido se calculan mediante el proceso de optimización descrito en (3.22 - 3.23), hallando valores límites para magnitud de tensión, ángulo y potencia reactiva generada.

Después de obtener los límites de las potencias reactivas generadas por AA y por Montecarlo, se contempla la posibilidad de que alguna de estas potencias sobrepase uno de sus límites - superior o inferior. Por lo tanto, se implementa un método de control que mantiene constante la potencia reactiva generada, en el límite violado, modificando la tensión en la barra. Este proceso se puede realizar en el proceso de optimización, incluyendo condiciones de complementariedad, pero debido a que el problema deja de ser lineal – como se aclaró en el capítulo 3, se optó por un método de cambio de barra pv a pq, que se da de la siguiente forma:

1. Se realiza el cambio de barra pv a pq en la barra donde el límite es superado.

Figura 4: Magnitud de Tensión, caso 5%



2. Se fija el valor de potencia reactiva generada, al valor máximo o mínimo alcanzado.
3. Se procede a recalculer una nueva solución al flujo de cargas.

Para el análisis se tomo una variación de demanda de +/- 5%, +/- 10%, +/- 15% y +/- 20% obteniendo los siguientes resultados:

Variación de demandas 5%:

Se observa que las simulaciones por aritmética afín dan como resultado rangos muy cercanos a los obtenidos por Montecarlo. Esto se puede apreciar claramente en las figuras 4 - 7, en donde a pesar de la cercanía de resultados entre los métodos propuestos, la aritmética afín arroja valores en un rango mas amplio que Montecarlo.

Para la generación de potencia reactiva (figura 8), se tiene un margen más amplio de separación entre los dos métodos analizados, pero sin alcanzar los límites establecidos para los generadores; por lo tanto, no se requiere el control de generación y cambio de tipo de barra.

Figura 5: Ángulo de Tensión, caso 5 %

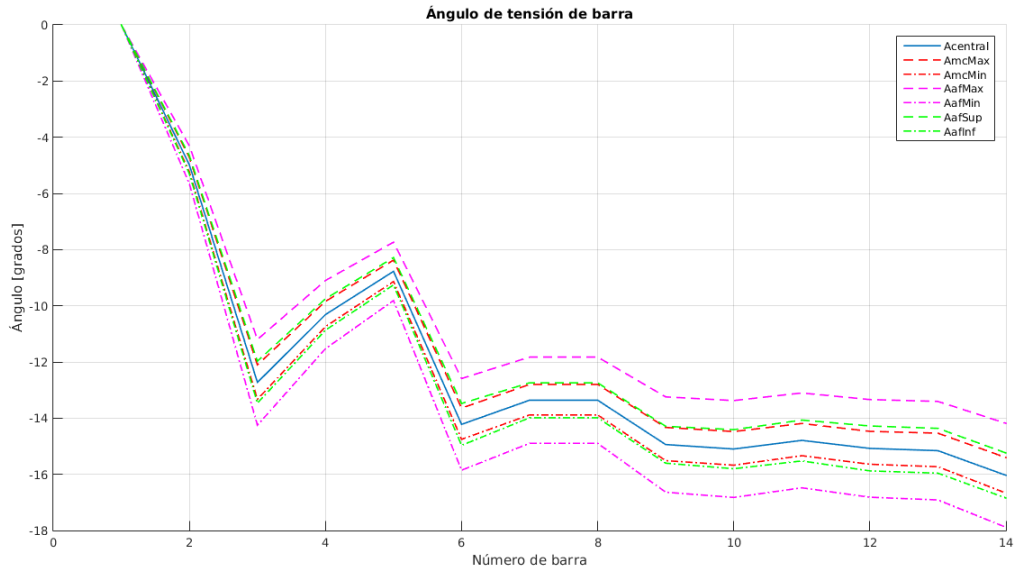


Figura 6: Componente Real Tensión, caso 5 %

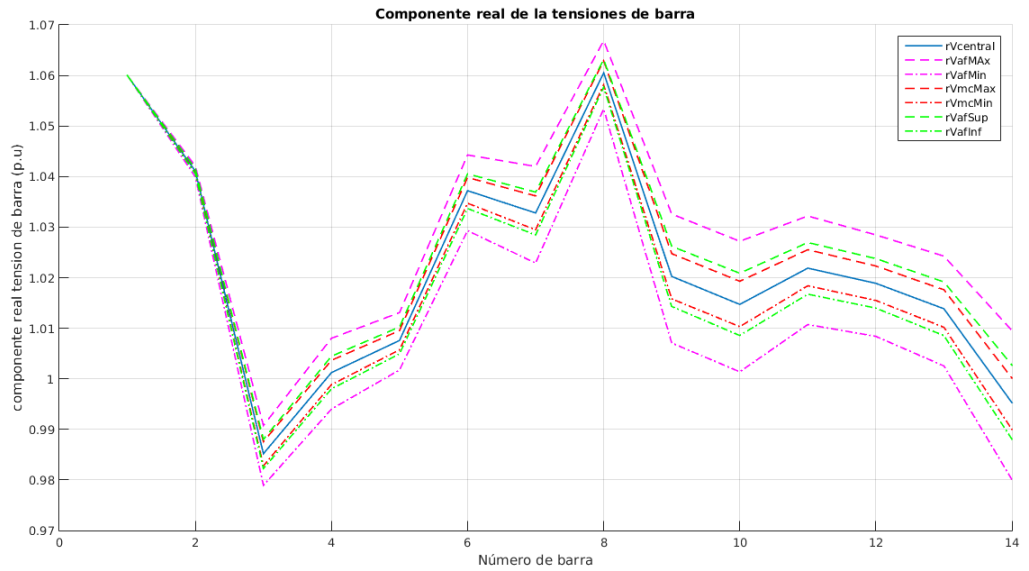


Figura 7: Componente Imaginario Tensión, caso 5 %

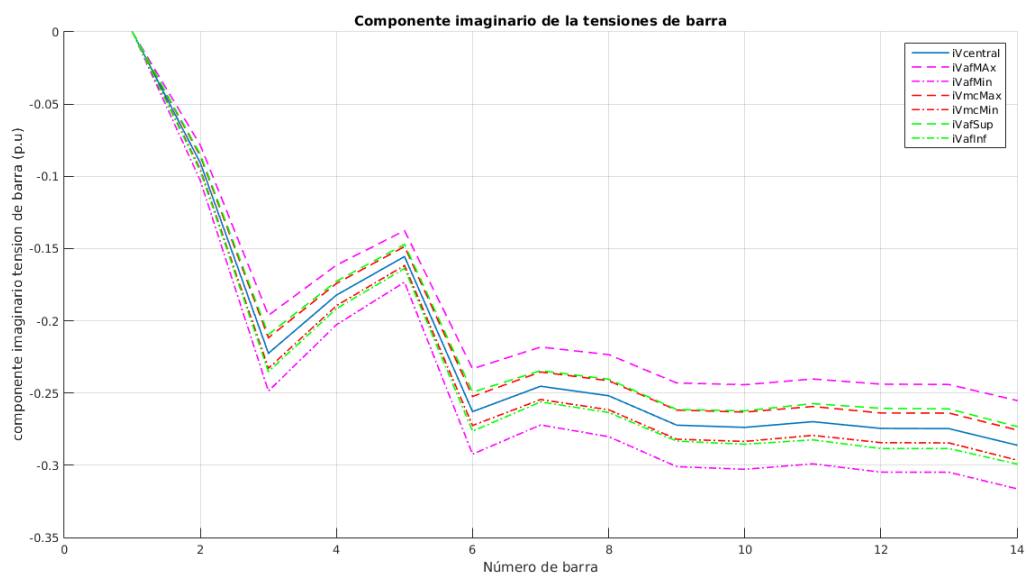
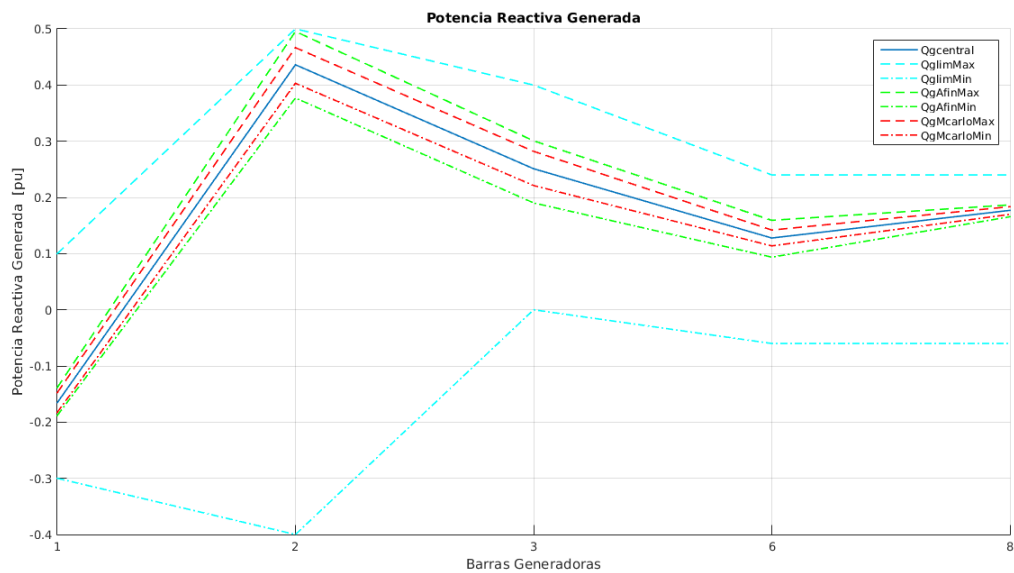


Figura 8: Potencia Reactiva Generada, caso 5 %



Variación de demandas 10 %:

Para el caso de variación de la demanda en $\pm 10\%$ se observa en la figura 9 que se produjo el sobrepaso del límite máximo de potencia reactiva generada en la barra 2, con el método de Aritmética Afín y Montecarlo; esto se puede concluir debido a que sus valores se encuentran exactamente en el valor límite establecido, por lo tanto el programa realiza el proceso de cambio de barra pv a pq para ambos métodos, ajustando la potencia reactiva generada máxima al valor límite y haciendo que la tensión en dicha barra, en vez de mantener un valor constante como en el caso anterior, se encuentre en un intervalo solución.

Al observar las figuras (10 - 13) se aprecia que el método de Aritmética Afín posee un margen de separación más amplio con respecto a Montecarlo, que el caso de estudio donde la demanda varía en $\pm 5\%$. Cabe resaltar la particularidad que presenta Montecarlo para este caso de estudio, pues hay ocasiones donde al correr el programa este método no alcanza a superar el límite máximo de generación, por lo tanto no realiza el proceso de cambio de barra; esto se debe a la naturaleza del método, ya que al ejecutar un flujo de cargas un determinado número de veces con unas condiciones de demanda aleatoria, se corre el riesgo de que entre las iteraciones no se presente un caso que sobrepase el límite de potencia reactiva. Para reducir la probabilidad de que se presente estos casos, se utiliza una gran cantidad de iteraciones, para la presente condición de demanda se estimó que 5000 iteraciones hacen posible que en muy pocas ocasiones Montecarlo no sobrepase el límite de generación.

Figura 11: Ángulo de Tensión, caso 10%

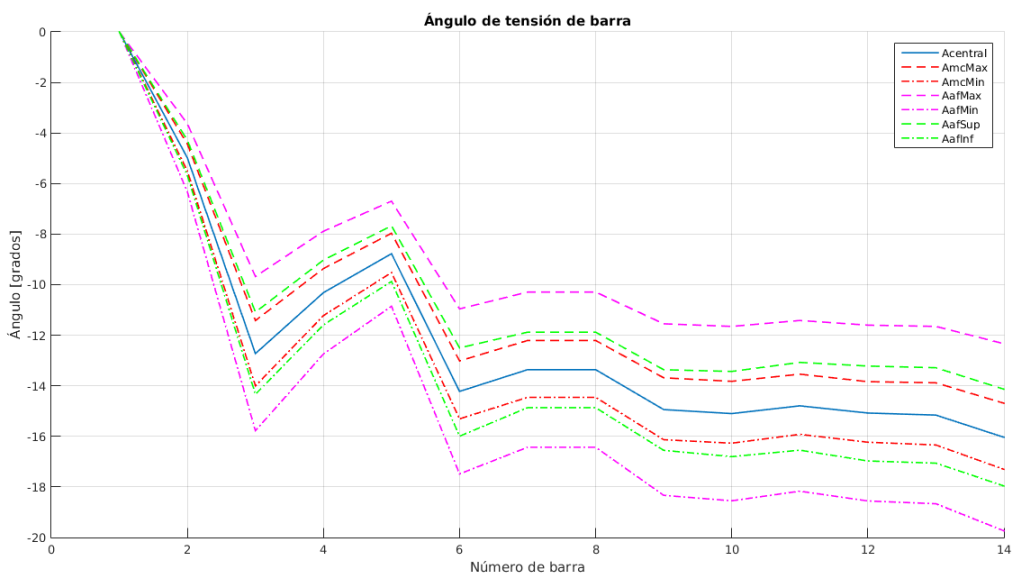


Figura 12: Componente Real Tensión, caso 10%

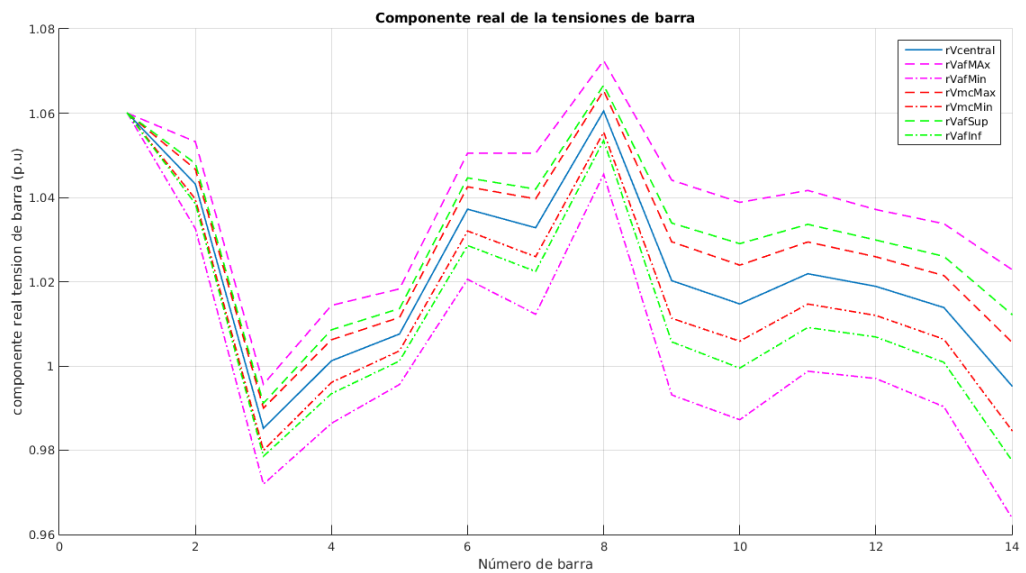
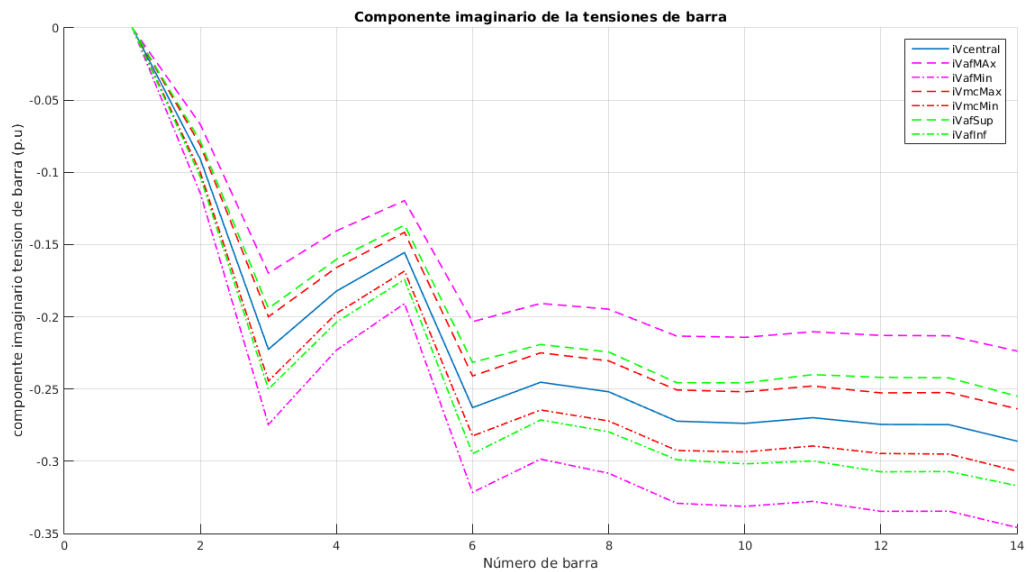


Figura 13: Componente Imaginario Tensión, caso 10 %



Variación de demandas 15 %:

Al igual que en el caso anterior se puede apreciar en la figura 14 el sobrepaso en el límite máximo de generación de potencia reactiva, con la diferencia que dicho sobrepaso se produce en dos barras para Aritmética Afín (barras 2 y 6) y en una sola barra para Montecarlo (barra 2);

por lo tanto en la figura 15, la cual representa las tensiones en la barras, muestra un valor de tensión con Montecarlo constante para la barra 6, en cambio Aritmética Afín como realiza el respectivo cambio de barra pv a pq, genera un intervalo de solución para la tensión. Al comparar los resultado obtenidos (figuras 15-18), respecto a los análisis anteriores (variación de 10 % y 5 %), se observa que entre más amplia la variación de la demanda, será mas amplio el margen de separación de las variables obtenidas por Aritmética Afín con respecto a Montecarlo.

Figura 16: Ángulo de Tensión, caso 15%

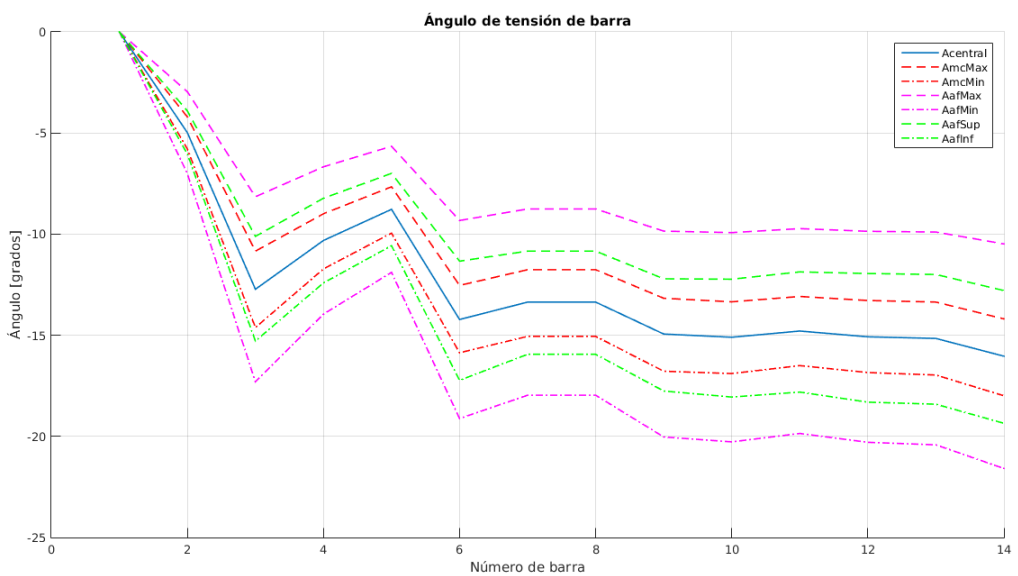


Figura 17: Componente Real Tensión, caso 15%

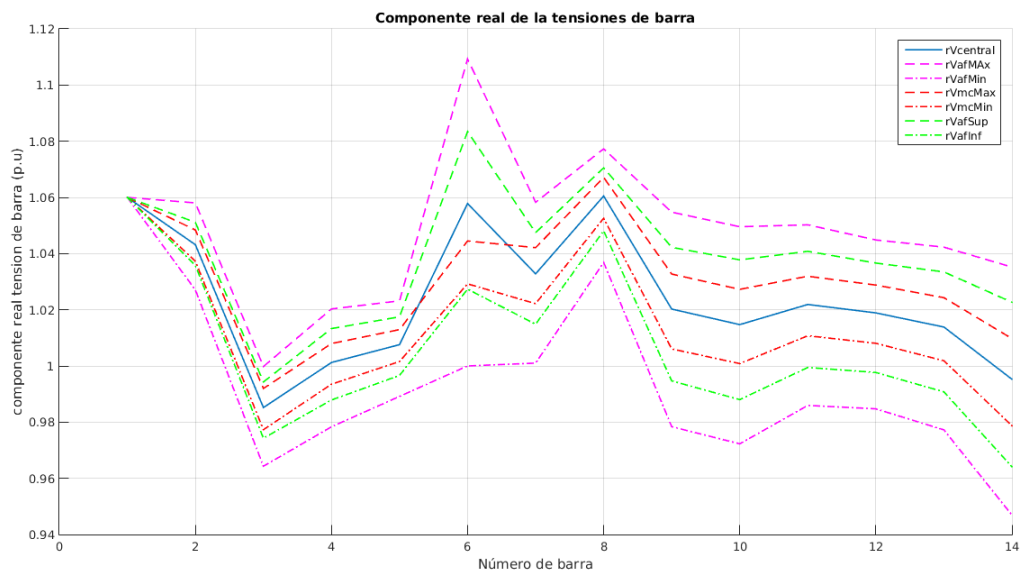
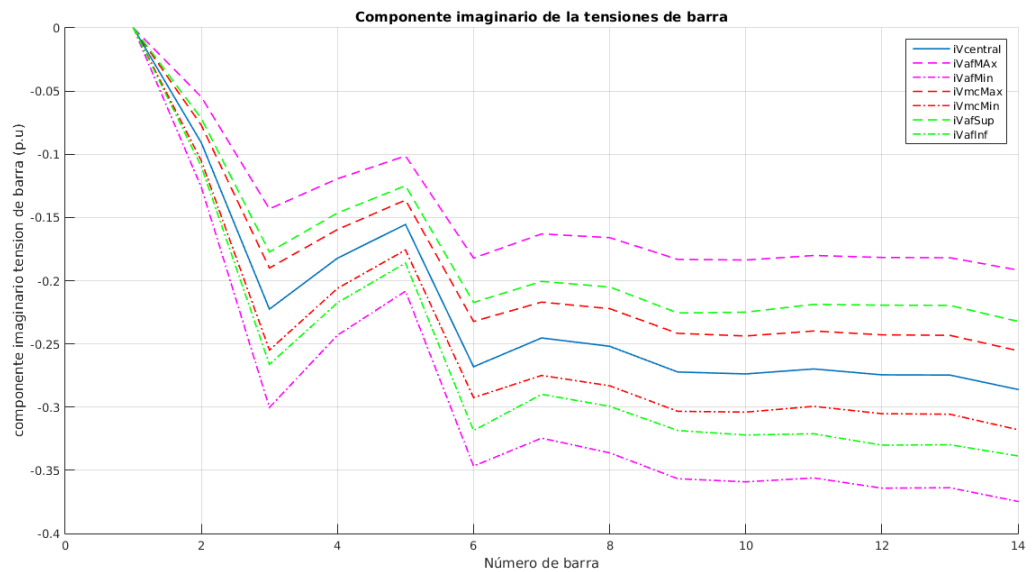


Figura 18: Componente Imaginario Tensión, caso 15 %



Variación de demanda 20 %:

Al aplicar una variación de la demanda, mayor se observa, comparando con los casos anteriores, una mayor separación entre los resultados obtenidos por Aritmética Afín con respecto Montecarlo; además al igual que el caso de 15 % existen generadores que alcanzan su límite de generación de potencia reactiva para Aritmética Afín cuando Montecarlo no está cerca de alcanzarlo (figura 19), inclusive se presenta el caso de un sobrepaso de límite superior e inferior en la barra 3, haciendo que el rango de tensiones sea muy amplio en dicha barra (figura 20), mientras Montecarlo mantiene un nivel de tensión constante.

Figura 19: Potencia Reactiva Generada, caso 20%

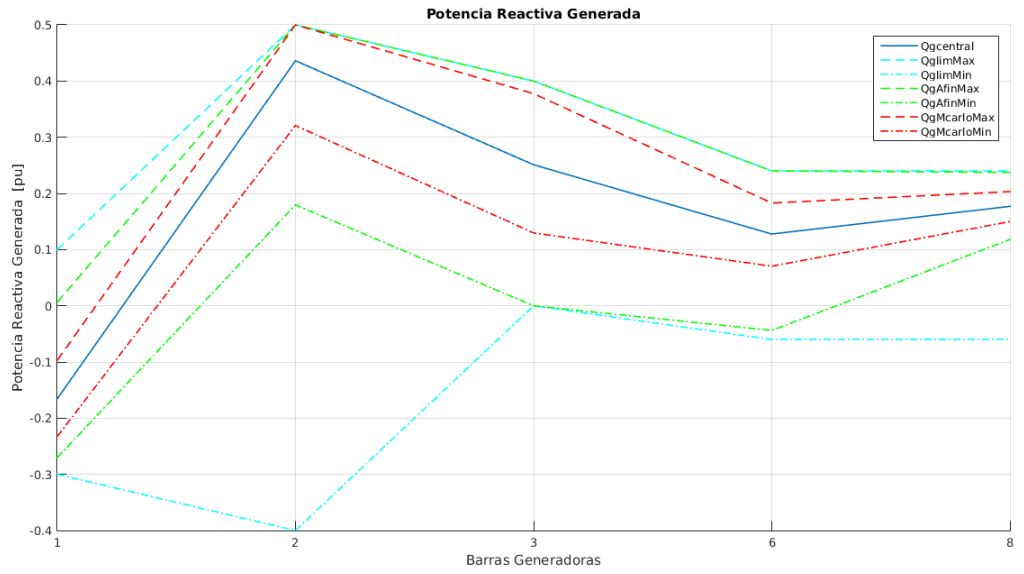


Figura 20: Magnitud de Tension, caso 20%

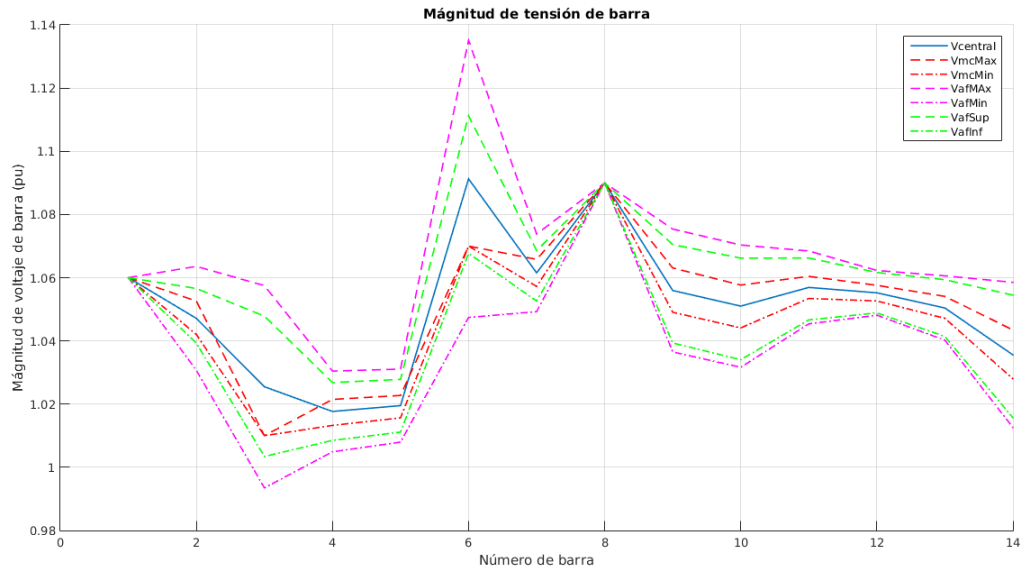


Figura 21: Ángulo de Tensión, caso 20%

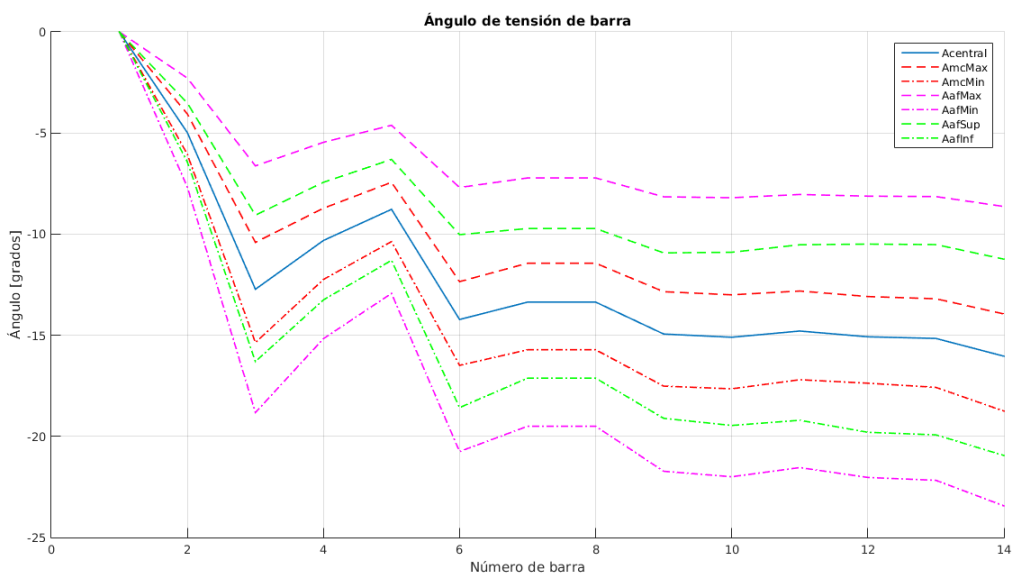


Figura 22: Componente Real Tensión, caso 20%

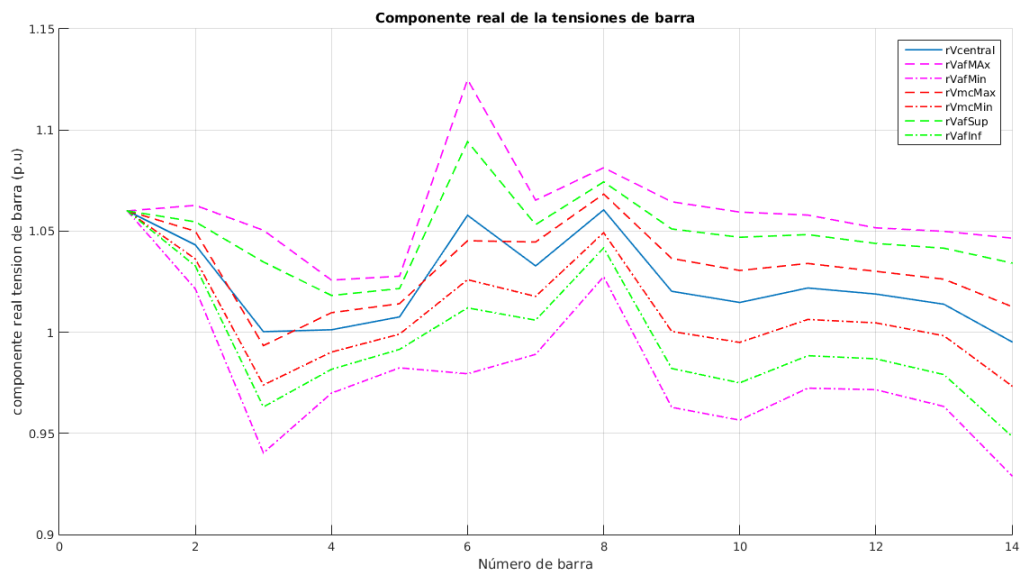
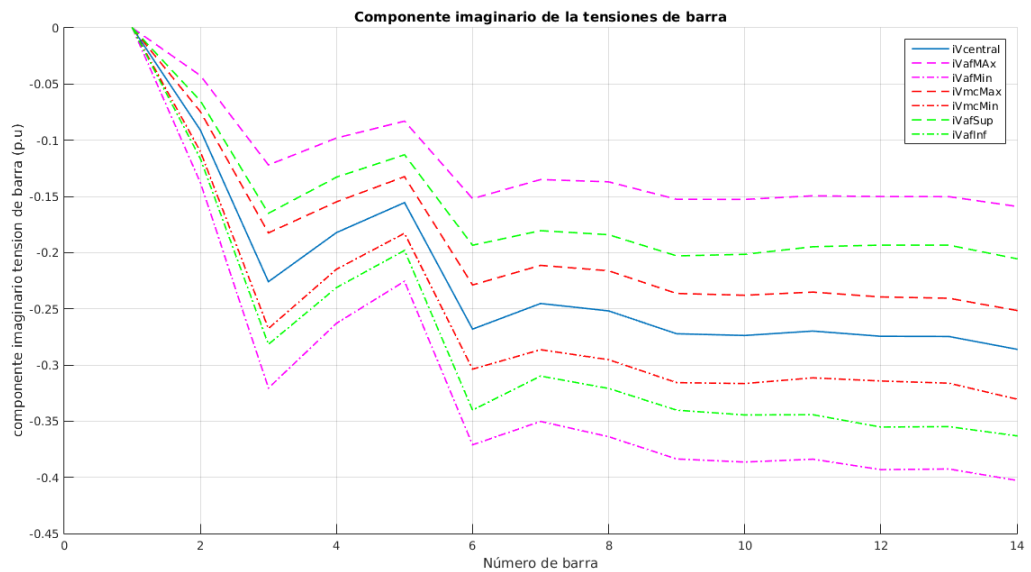


Figura 23: Componente Imaginario Tensión, caso 20 %



Resultados comparados con artículo “An Affine Arithmetic Method to Solve the Stochastic Power Flow Problem Based on a Mixed Complementarity Formulation” [1]

Para comparar los resultados obtenidos con el método propuesto y los resultados mostrados en el artículo [1], se debe hacer un cambio en los límites de generación del modelo desarrollado, ya que en el artículo se trabaja con un límite superior de potencia reactiva de 30 [MVAR] en la barra 2. Al realizar este cambio y ejecutar el programa AA.m se procede a ingresar los valores de variación de demanda los cuales son de +/-10% y un número de iteraciones de Montecarlo de 5000. Los resultados obtenidos se observan en las figuras (24, 26, 28,30) y se comparan con las figuras (25, 27, 29, 31) del artículo [1]. Pudiéndose observar una gran similitud entre los resultados para todas las variables presentadas. Por lo tanto el método propuesto tiene validez a pesar de que se desarrolló sin tener en cuenta restricciones de complementariedad mixta para el control de tensión.

Figura 24: Tensión Resultado

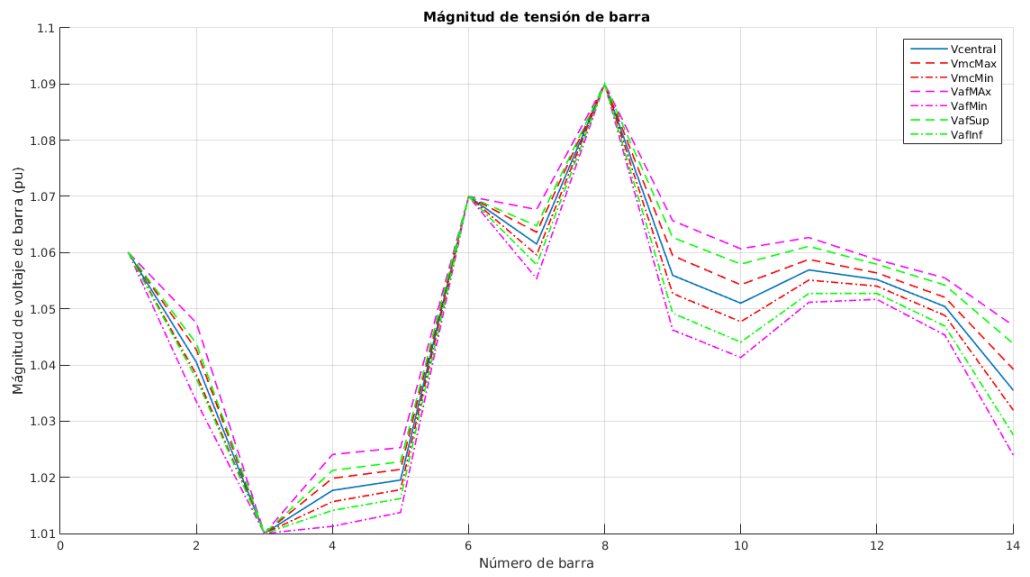


Figura 25: Tensión artículo [1]

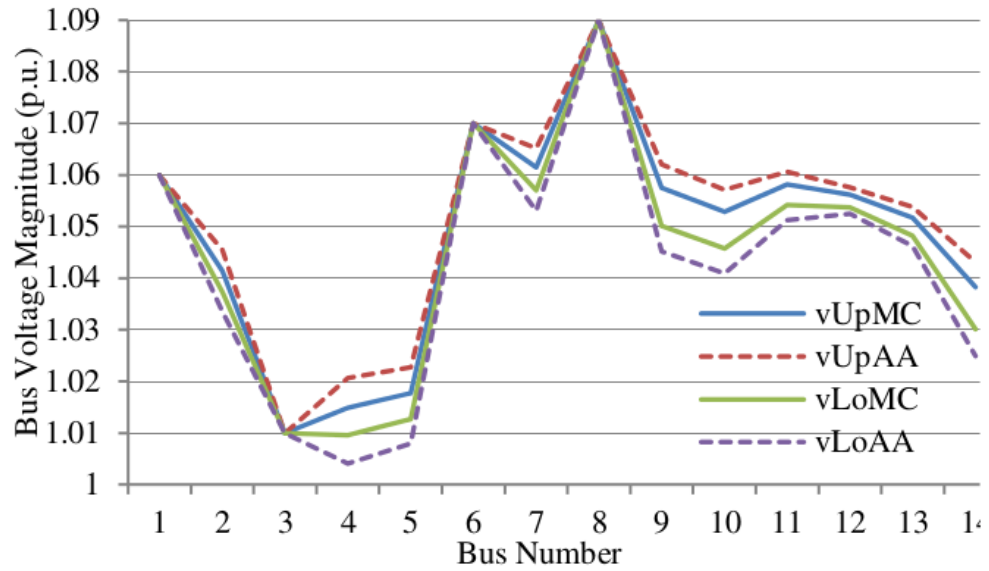


Figura 26: Componente Real Tensión Resultado

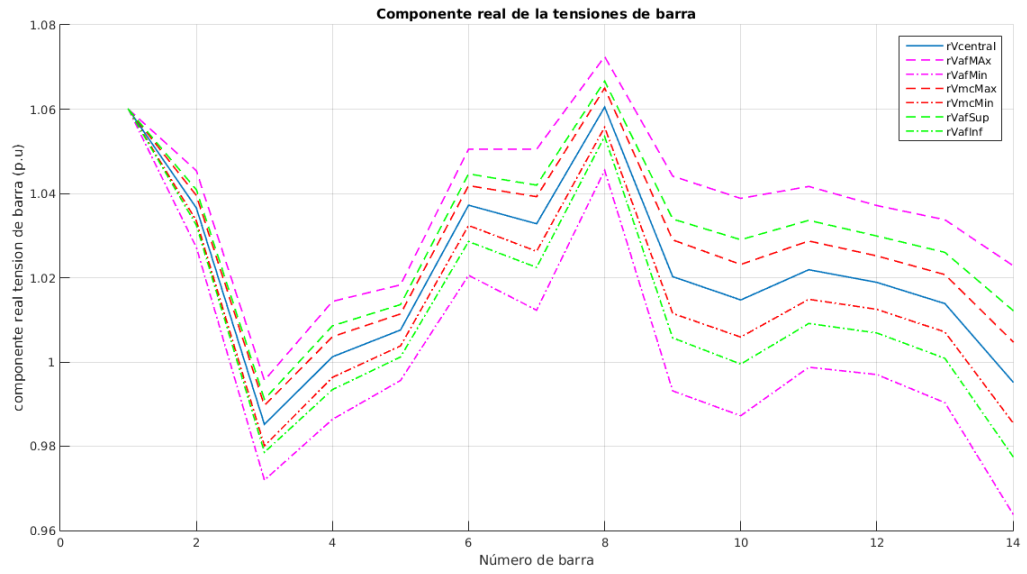


Figura 27: Componente Real Tensión artículo [1]

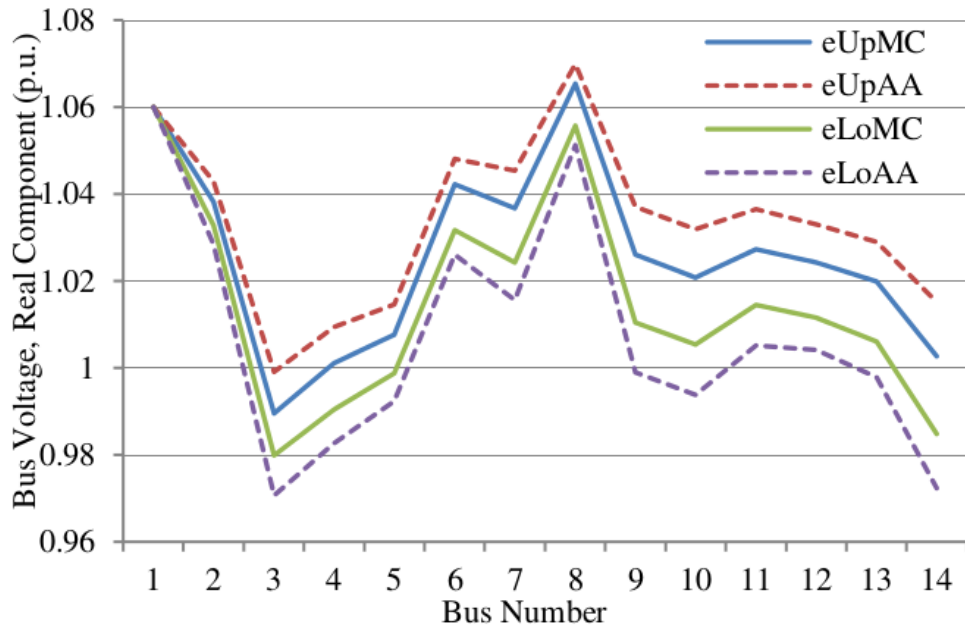


Figura 28: Componente Imaginario Tensión Resultado

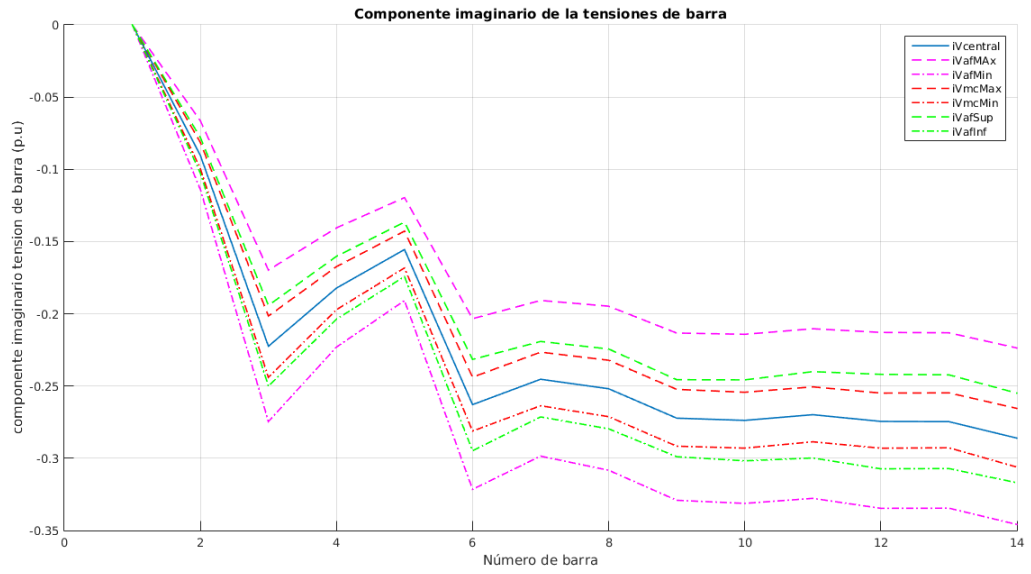


Figura 29: Componente Imaginario Tensión articulo[1]

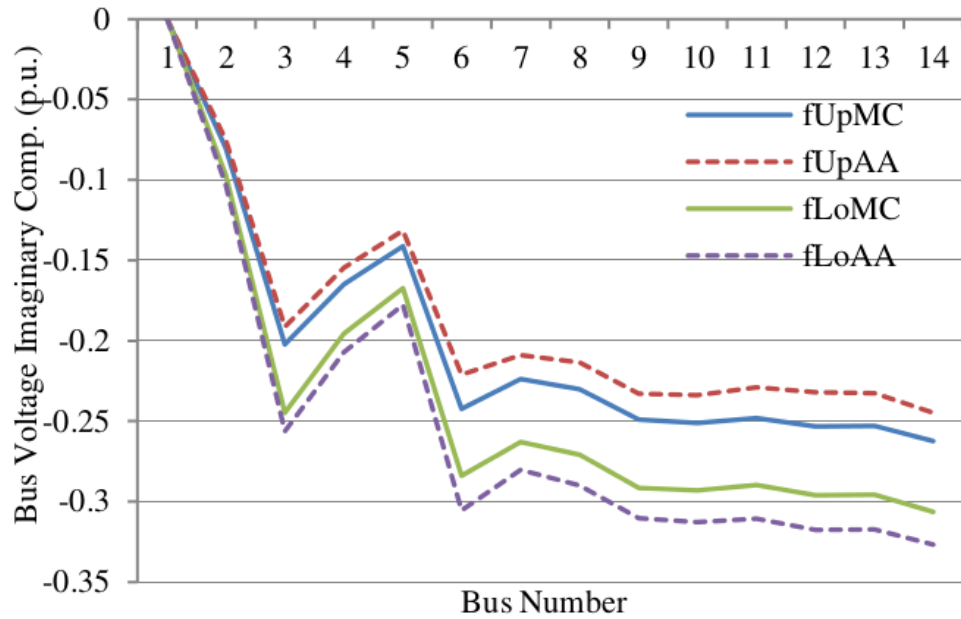


Figura 30: Potencia Reactiva Generada Resultado

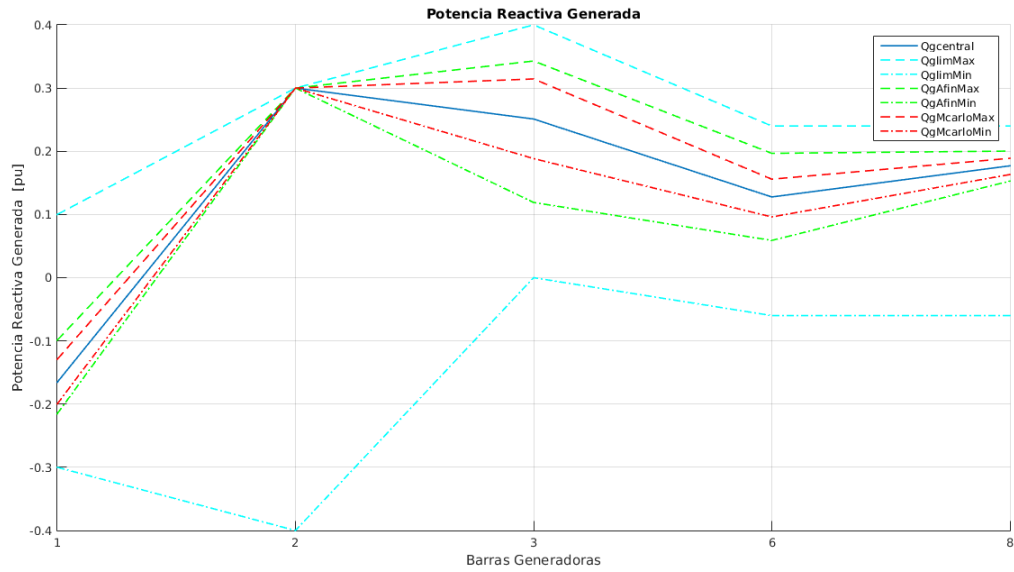
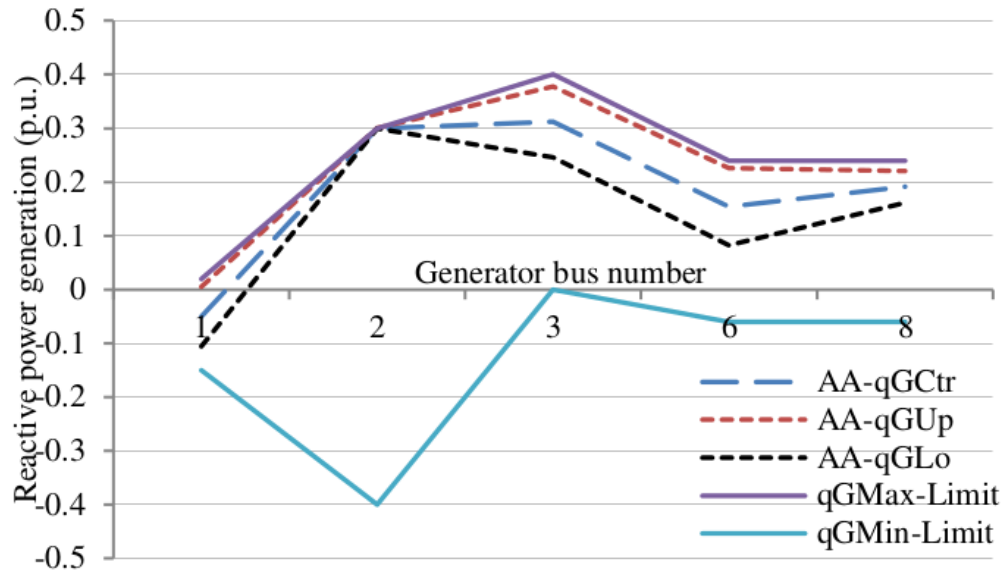


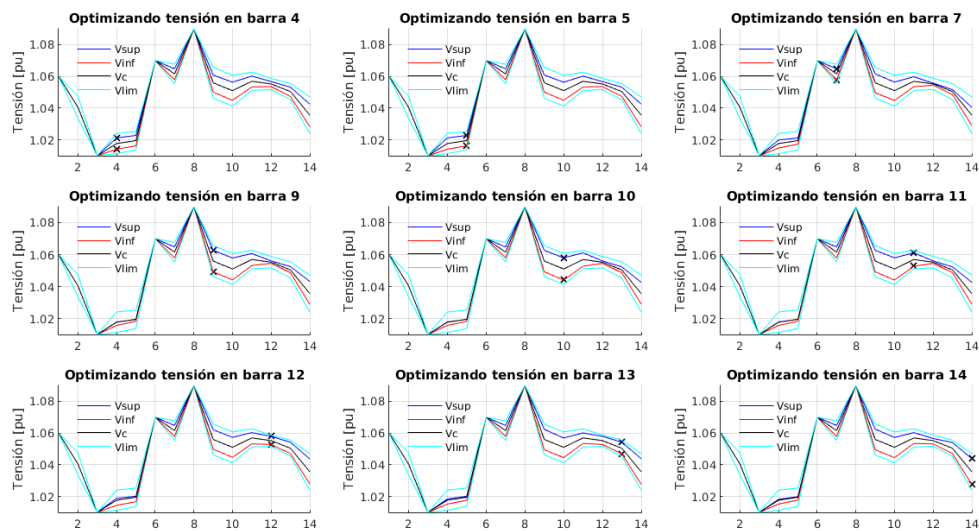
Figura 31: Potencia Reactiva Generada articulo [1]



De igual forma se analiza la forma en que obtienen los rangos por Aritmética Afín, donde se optimiza independientemente cada variable en vez de realizarse un proceso de contracción del dominio, de la forma en que lo propone el artículo [7]. La figura

32 muestra el proceso de optimización de cada tensión de las barras pq del sistema, observando el comportamiento de las demás tensiones con los mismos valores de errores hallados en cada respectiva optimización, dichas tensiones no sobrepasan en ningún momento el valor respectivo limite, por lo tanto se garantiza la validez del método propuesto y debido a los resultados anteriores se toma en cuenta como una forma valedera de solucionar el problema de hallar los errores de las variables afines, sin la necesidad de hacer la contracción del dominio de dichas variables.

Figura 32: Optimizaciones



CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos aplicando Aritmética Afín poseen un rango más amplio de respuestas que Montecarlo, pero cercano a éste para variaciones de demanda pequeños (casos de 5% y 10% de variación). A medida que la variación aumenta (casos 15% y 20%) los resultado por Aritmética Afín se alejan considerablemente de Montecarlo, provocando incluso que ciertas barras alcancen el límite de generación de potencias reactiva. Por tanto el método propuesto parece tener aplicabilidad sólo para rangos pequeños de incertidumbre en los datos de entrada del sistema.

La inclusión de condiciones de complementariedad mixta en el proceso de optimización de las variables de estado del sistema, hace necesario resolver problemas no lineales. Ese tipo de problemas impone grandes exigencias al solucionador de matlab, debido a que la solución es altamente dependiente de las condiciones iniciales. Por tanto, se optó por realizar el control mediante el método clásico de cambio de barras pv a pq, el cual proporciona respuestas satisfactorias para los problemas planteados y mantiene la formulación de problemas de programación lineal; que matlab soluciona muy eficientemente.

Los resultados obtenidos mediante el método propuesto son similares a los presentados en el artículo “An Affine Arithmetic Method to Solve the Stochastic Power Flow Problem Based on a Mixed Complementarity Formulation” [1]. Las pocas diferencias presentadas se deben principalmente a la diferencia en la formulación de las ecuaciones del flujo de cargas – polar vs rectangular – y a la forma como se determina el rango de solución – optimización independiente de las variables de estado vs contracción del dominio.

Para los análisis realizados solo se tomo en cuenta la variación en las demandas del sistema, pero se puede considerar la incertidumbre en la generación – lo que permite incluir fuentes de generación no convencionales, cuya potencia de salida es aleatoria.

REFERENCIAS

- [1] M. Pirnia, C.A. Canizares, K. Bhattacharya, A. Vaccaro, et al. An Affine Arithmetic method to solve the stochastic power flow problem based on a mixed complementarity formulation. pages 1–7, July 2012. ISSN 1944-9925. doi: 10.1109/PESGM.2012.6345100.
- [2] S. Raychaudhuri. Introduction to Monte Carlo simulation. pages 91–100, Dec 2008.
- [3] W.. Rosehart, C. Roman, A. Schellenberg, et al. Optimal power flow with complementarity constraints. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20(2): 813–822, May 2005. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/TPWRS.2005.846171.
- [4] J. Stolfi, L. H. Figueiredo, et al. Self-Validated Numerical Methods and Applications. 1997.
- [5] J. Stolfi, L.H Figueiredo, et al. An Introduction to Affine Arithmetic. pages 297–312, 2003.
- [6] C. Táutiva et al. Integración de las energías renovables no convencionales en Colombia . page 3, 2015.
- [7] A. Vaccaro, C.A. Canizares, D. Villacci, et al. An Affine Arithmetic-Based Methodology for Reliable Power Flow Analysis in the Presence of Data Uncertainty. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 25(2):624–632, May 2010. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/TPWRS.2009.2032774.

BIBLIOGRAFÍA

- PIRNIA, Mehrdad. et al An Affine. Arithmetic method to solve the stochastic power flow problem based on a mixed complementarity formulation. Submitted To IEEE General Meeting. [online] July 2012 [cited: 2 Diciembre 2015] Available from: IEEE Xplore Digital Library.
- RAYCHAUDHURI, Samik. introduction to Monte Carlo simulation. Submitted Oracle Cristal Ball Global Bus,Unit,Broomfield,CO,USA . [online] 7-10 Dec 2008 [cited:5 Diciembre 2015] Available from :IEEE Xplore Digital Library.
- ROSEHARD William, et al Optimal Power Flow With Complementarity Constraints. Submitted IEEE Transactions on power system.[online] 2 May 2005[cited:10 Diciembre 2015] Available from :IEEE Xplore Digital Library.
- STOLFI, Jorge and FIGUEIREDO, Luiz Enrique. Self-Validated Numerical Methods and Applications (1997). [online] Mathematics Colloquium held at IMPA. July, 1997. [Brazilian, BR.] The Pennsylvania State University, 2007-2015 [cited: 14 October 2015] Available from Internet: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download>.
- STOLFI, Jorge and FIGUEIREDO, Luiz Enrique. An Introduction to Affine Arithmetic. Submitted trends in Applied and computational mathematics [online] (Vol 4, No 3 (2003)) [cited:25 November 2015] available from : SBMAC <http://tema.sbmac.org.br/tema/user/register>
- TÁUTIVA Camilo, et al. Integración de las energías renovables no convencionales en Colombia (2015).[online] Ministerio de Minas y Energía Unidad de Planeación Minero Energética - UPME.enero,2015 [Colombia(Bogotá)] [cited:30 noviembre] disponibles en Internet : http://www.upme.gov.co/Estudios/2015/Integracion_Energias_Renovables/RESUMEN_EJECUTIVO_INTEGRACION_ENERGIAS_UPME2015.pdf
- VACCARO Alfredo, CANIZARES Claudio, VILLACCI Domenico . An Affine Arithmetic-Based Methodology for Reliable Power Flow Analysis in the Presence of Data Uncertainty. Submitted Dept. of Eng., Univ. of Sannio, Benevento, Italy.

[online] 2, MAY 2010 [cited:20 Diciembre 2015] Available from :IEEEXplore
Digital Library.

ANEXOS

Diagramas de flujo

Figura 33: Diagrama de flujo del sistema

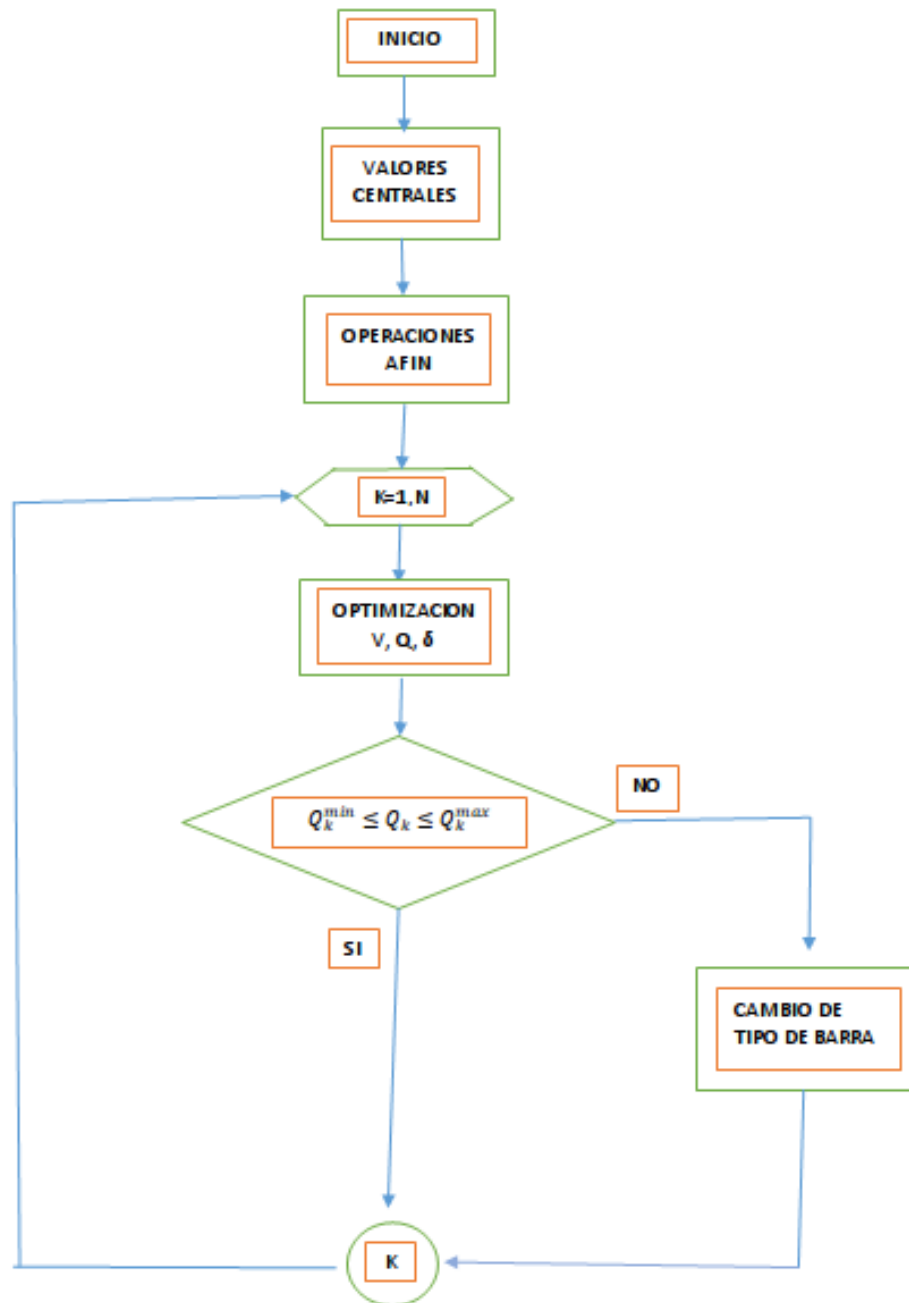


Figura 34: Diagrama de flujo cambio tipo de barra

