

PROPUESTA DE UNA NUEVA TRANSMISIÓN VARIABLE CONTINUA (CVT) CONTROLADA DIGITALMENTE.



**GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN CONTROL, ELECTRÓNICA,
MODELADO Y SIMULACIÓN**

**GISSELL BERNATE IZQUIERDO
JHONY DE JESÚS LEYVA RICARDO**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO - MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELÉCTRONICA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2006

**PROPUESTA DE UNA NUEVA TRANSMISIÓN
VARIABLE CONTINUA (CVT) CONTROLADA
DIGITALMENTE.**

**GISELL BERNATE IZQUIERDO
JHONY DE JESÚS LEYVA RICARDO**

**Trabajo de Grado para optar al título de
Ingeniero Electrónico
Ingeniero Mecánico**

**Director
Ing. ISNARDO GONZÁLEZ
Ph.d. CARLOS RODRIGO CORREA**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO - MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELÉCTRONICA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2006

DEDICATORIA

*A Dios,
Pensamiento de todo lo que existe.*

*A Gisell,
Mi novia querida,
La mujer de mis añoranzas,
Y mi gran verdad.*

*A mis padres,
Santiago y Consuelo,
Dos pilares en mi vida.*

*A mis abuelos,
Siempre incondicionales.*

JHONY LEYVA

A Dios

Luz de toda inspiración.

A Jhony,

Por brindarme su amor, y

Permitirme estar a su lado

Y disfrutar este triunfo maravilloso.

A mis padres,

Maria Elena y Jaime

Por la formación que me dieron.

A mi abuelita Edith,

Quien quiero mucho y ha sido uno

De los motores que ha impulsado mi vida.

A mi tía Nazli,

Apoyo incondicional en los

Momentos más importantes.

GISSELL BERNATE

AGRADECIMIENTOS

A Carlos R. Correa, director del proyecto y amigo, por su respaldo, confianza y colaboración oportuna.

A Isnardo González por creer siempre en este proyecto.

A Ernesto Aguilera por su colaboración oportuna.

A mis padres y familiares, por su apoyo y confianza.

A todos mis amigos.

J&G

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	1
1. FUNDAMENTOS	5
1.1 Cajas de Cambios	5
1.1.1 Transmisiones Manuales (MT)	5
1.1.2 Transmisiones Automáticas (AT)	5
1.1.3 Trenes de engranajes epicicloidales	6
1.1.4 Transmisiones continuamente variables (CVT)	7
Principios de funcionamiento de las CVTs	7
Ventajas de las CVTs	8
1.2. Estado del arte: CVTs	9
1.2.1 CVT Toroidal - NISSAN	9
1.2.2 CVT Torotrak - NISSAN	10
1.2.3 CVT Multitronic - AUDI	11
1.2.4 CVT Xtronic - NISSAN	11
1.3. Identificación de Sistemas	12
1.4 Diseño de Sistemas de Control Digital	14
1.4.1 Sistema de control en tiempo discreto	15
1.4.2 Controladores PI	16
1.4.3 Winp-up	17
2. DISEÑO CONCEPTUAL DE LA TRANSMISIÓN VARIABLE	19
2.1 Análisis Cinemático de la transmisión	22

2.2	Análisis teórico de la transmisión	25
2.2.1	Relación de potencias	28
2.2.2	Diseño en TK Solver del mecanismo sinfín-corona	29
3.	Diseño de los elementos mecánicos	35
3.1	Cálculo de los engranajes	35
3.2	Diseño de los ejes	42
3.3	Modelado en solid edge de la transmisión diseñada	53
3.4	Comprobación de los esfuerzos mediante elementos finitos	57
3.4.1	Comprobación del eje del sol	57
3.4.2	Comprobación de los esfuerzos en los demás ejes	68
4.	CONSTRUCCIÓN PROTOTIPO	71
4.1	Prototipo físico	71
4.1.1	Tren de engranajes planetarios de doble etapa	72
4.1.2	Sistema impulsor	73
4.1.3	Transductor de velocidad angular	74
4.1.4	Motor de control	74
4.1.5	Mecanismo de sinfín corona	75
4.2	Prototipo virtual	76
4.3	Sistemas electrónicos	77
4.3.1	Tarjeta de adquisición de datos	77
4.3.2	Etapa de potencia del motor DC: PWM	78
4.3.3	Acondicionamiento de la señal	79
5.	DISEÑO ELECTRÓNICO	82
5.1	Identificación y modelado del nuevo prototipo de CVT	82
5.1.1	Planteamiento del problema.	83
5.1.2	Adquisición datos.	85

5.1.3	Aplicación de las técnicas de identificación.	88
5.1.4	Una mejor aproximación.	102
5.2	Diseño del controlador PI.	105
	Compensación del efecto Wind-Up del integrador.	
5.2.1	Modelo de la planta	105
5.2.2	Especificaciones de diseño	107
5.2.3	Cálculo del controlador	109
5.2.4	Implementación en simulink	116
6.	PRUEBAS	120
6.1	Reducción del tiempo de respuesta del sistema	120
6.2	Simulación del sistema de control con MSC Visual Nastran 4D	121
6.2.1	Prueba proporcional	123
6.2.2	Prueba proporcional integral	126
6.3	Puesta en marcha del sistema de control	130
6.3.1	Programación en labview	130
6.3.2	Resultados obtenidos	133
6.4	Mediciones de las velocidades del sistema de planetarios	135
6.5	Análisis de las pruebas con cargas	137
7.	CONCLUSIONES	141
8.	RECOMENDACIONES	143
	BIBLIOGRAFÍA	144
	ANEXOS	146

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Potencia vs RPM – Motor de combustión interna	1
Figura 2. Caja de velocidades	2
Figura 3. CVT toroidal	3
Figura 4. Transmisión variable por polea separable	4
Figura 5. CVTs a fricción	7
Figura 6. CVTs Hidrostáticas	8
Figura 7. CVTs por Ratches	8
Figura 8. CVT toroidal	9
Figura 9. CVT torotrak	10
Figura 10. CVT Multitronic	11
Figura 11. CVT Xtronic	11
Figura 12. Estructura básica de un sistema de control digital	15
Figura 13. Control Digital	15
Figura 14. Diagrama de un PI	16
Figura 15. Tren de engranajes epicicloidales	19
Figura 16. Relación de velocidades (RV) en la CVT Epicicloidal.	21
Figura 17. Boceto de la Transmisión Variable Continua Epicicloidal.	22
Figura 18. Velocidad del brazo- $\omega_{sol} = 385rpm$	23
Figura 19. Modelo 3D del sistema de planetarios	24
Figura 20. Velocidad del brazo - $\omega_{sol} = 385rpm$	24
Figura 21. Tren de engranajes planetarios	25
Figura 22. Curva de velocidad del tren de engranajes epicicloidales	26
Figura 23. Flujo de potencia en el sistema de epicicloidales	26
Figura 24. Fuerzas en el tornillo sinfín	27
Figura 25. Torques en el tornillo sinfín	28
Figura 26. Relación de potencias en la CVT	28
Figura 27. Iteración para diseño del sinfín	29
Figura 28. Ganancia de la CVT	31
Figura 29. Velocidad de deslizamiento en el sinfín	32
Figura 30. Selección del paso diametral según la tensión por flexión	33
Figura 31. Carga tangencial calificada en el engranaje del sinfín vs. Pd	33
Figura 32. Rueda del mecanismo sinfín-corona.	34
Figura 33. Tornillo del mecanismo sinfín-corona	34
Figura 34. Fuerzas en los engranajes	35
Figura 35. Esfuerzo a flexión en la segunda etapa	37

Figura 36.	Esfuerzos de contacto superficial en los engranajes	38
Figura 37.	Definición en Mechsoft	40
Figura 38.	Engranajes de la primera etapa del sistema de planetarios	40
Figura 39.	Esfuerzo a flexión en la primera etapa	41
Figura 40.	Esfuerzo a flexión en la segunda etapa	42
Figura 41.	Eje del sol	42
Figura 42.	Diagramas de cortante y momento en el plano xy Eje del sol	45
Figura 43.	Diagramas de cortante y momento en el plano xz Eje del sol	45
Figura 44.	Momento total en el eje del sol	46
Figura 45.	Puntos críticos en el eje del sol	47
Figura 46.	Selección de una polea comercial para el eje del sol	47
Figura 47.	Catálogo en línea de rodamientos de SKF	48
Figura 48.	Rodamiento UN 1005	49
Figura 49.	Selección de la tuerca de seguridad para el engranaje (sol)	50
Figura 50.	Medidas finales en el eje del sol	50
Figura 51.	Cuña de la polea impulsada en el eje del sol	51
Figura 52.	Cuña del engranaje el eje del sol (sol)	52
Figura 53.	Modelado del eje del sol en Solid Edge	52
Figura 54.	Tolerancia para el asiento del rodamiento en el eje del sol	52
Figura 55.	CVT Epicicloidal	53
Figura 56.	Transmisión Variable Continua Epicicloidal	54
Figura 57.	Tren de engranajes planetarios	55
Figura 58.	Explosionado de la CVTE	56
Figura 59.	Diagramas en XY para una distribución uniforme de las cargas	59
Figura 60.	Diagramas en XZ para una distribución uniforme de las cargas	59
Figura 61.	Magnitud del momento	60
Figura 62.	Esfuerzos equivalentes en el eje sin concentración de tensión	60
Figura 63.	Esfuerzos equivalentes en el eje con concentración de tensión	61
Figura 64.	Simulación mediante elementos finitos del eje del sol	62
Figura 65.	Deformación en el eje del sol	63
Figura 66.	Comprobación de los esfuerzos	64
Figura 67.	Análisis de esfuerzos en el brazo	65
Figura 68.	Análisis mediante elementos finitos del brazo	66
Figura 69.	Deformación en el brazo a una escala de 200:1. [Def. máx = 4.04 e-2 mm]	67
Figura 70.	Análisis de esfuerzos en el eje de poleas	68
Figura 71.	Análisis de esfuerzos en el eje de planetarios	69

Figura 72.	Análisis de esfuerzos en el eje de planetarios	70
Figura 73.	Prototipo de la CVT	71
Figura 74.	Sistema de engranajes planetarios	72
Figura 75.	Motor universal y reducción por poleas	73
Figura 76.	Tacogenerador	74
Figura 77.	Motor DC	74
Figura 78.	Mecanismos Sinfín - Corona	75
Figura 79.	Prototipo de la CVTE	76
Figura 80.	Tarjeta DAQ - Nacional Instruments	77
Figura 81.	Circuito de la etapa de potencia del motor DC	78
Figura 82.	Señales periódica, portadora y PWM	78
Figura 83.	Respuesta de la tarjeta PWM a la señal de control	79
Figura 84.	Salida del Tacogenerador	79
Figura 85.	Espectro en frecuencia de la señal	80
Figura 86.	Filtro pasabajas	80
Figura 87.	Respuesta en Frecuencia	81
Figura 88.	Configuración amplificador no inversor	81
Figura 89.	Prototipo de la CVTE	82
Figura 90.	Descripción general del proceso	83
Figura 91.	Modelo Teórico de la planta	84
Figura 92.	Adquisición de Datos (Labview)	85
Figura 93.	Velocidad del Brazo (Motor de Potencia AC apagado)	86
Figura 94.	Voltaje de Entrada Motor DC	86
Figura 95.	Voltaje de Salida (Motor DC apagado)	87
Figura 96.	Proceso de identificación en HIDEN	88
Figura 97.	Ventana principal Hiden	89
Figura 98.	Selección de Datos	89
Figura 99.	Selección de Señales	90
Figura 100.	Señales Seleccionadas	90
Figura 101.	Información del proceso de identificación	91
Figura 102.	Tratamiento de Señales	91
Figura 103.	Filtrado Pasa-Alta	92
Figura 104.	Filtrado Pasa-Bajas	93
Figura 105.	Correlación Cruzada	94
Figura 106.	Autocorrelaciones	95
Figura 107.	Identificación sistema	95
Figura 108.	Identificación sistema $F(s)$	96
Figura 109.	Método de Identificación $F(s)$	97
Figura 110.	Estimación de los parámetros	97
Figura 111.	Análisis del Residuo	98
Figura 112.	Diagrama de Polos y Ceros	99

Figura 113. Intervalo de Valores	99
Figura 114. Validación	100
Figura 115. Datos y Modelo	101
Figura 116. Correlaciones	101
Figura 117. Índices del modelo	102
Figura 118. Respuestas al impulso y al escalón	102
Figura 119. Plano de Polos y Ceros	103
Figura 120. Respuesta modelo segundo orden	104
Figura 121. Modelo, con Datos Experimentales	104
Figura 122. Índices (Nuevo Modelo)	105
Figura 123. Respuesta al escalón	106
Figura 124. Planta Lazo Cerrado	106
Figura 125. Gráficas del Osciloscopio	107
Figura 126. Retenedor, Planta	109
Figura 127. Lugar de las Raíces	109
Figura 128. Lugar de las Raíces Planta +Integrador	110
Figura 129. Lugar de las raíces	110
Figura 130. Lugar de las Raíces Planta + compensador	112
Figura 131. Respuesta al escalón	112
Figura 132. Respuesta al escalón.	113
Figura 133. Diagrama de bloques general de un PI	114
Figura 134. Lugar de las Raíces Discreto	114
Figura 135. Respuesta al Escalón.	115
Figura 136. Respuesta a la Perturbación en la salida.	115
Figura 137. Modelo en Simulink, sin tener en cuenta la perturbación.	116
Figura 138. Graficas de Simulación Modelo.	116
Figura 139. Modelo en Simulink, sin tener en cuenta la perturbación.	117
Figura 140. Modelo en Simulink, Controlador con antiwindup	118
Figura 141. Gráficas, Lazo Cerrado actuador ideal (morado), Efecto Windup (magenta), Con Antiwindup (negro)	119
Figura 142. Velocidad del brazo $\omega = 0rpm$	120
Figura 143. Velocidad del brazo - $\omega = 0rpm$	121
Figura 144. Modelo de Simulink para el controlador PI	123
Figura 145. Velocidad del brazo - $\omega_{sol} = 0rpm$	124
Figura 146. Velocidad del sol - Amplitud perturbación=20 rpm	124
Figura 147. Velocidad del brazo - Amplitud perturbación=20 rpm	125
Figura 148. Interfaz gráfica labview "Prueba Proporcional"	125
Figura 149. Simulación del controlador PI	126
Figura 150. Velocidad del brazo - Amplitud perturbación=20 rpm	127
Figura 151. Respuesta del sistema de control.	128
Figura 152. Respuesta del sistema de control, ante una carga constante.	129

Figura 153. Respuesta del sistema de control, ante una oscilación de la velocidad del sol (amplitud= 40 rpm).	129
Figura 154. Interfaz Gráfica del Controlador	130
Figura 155. Interfaz Programación del Controlador	131
Figura 156. Interfaz Programación Configuración DAQ	131
Figura 157. Interfaz Programación Controlador PI	132
Figura 158. Interfaz Programación Realimentación	132
Figura 159. Respuesta de Velocidad a diferentes escalones. $\omega_s = 0rpm$	133
Figura 160. Respuesta de Velocidad a diferentes escalones. $\omega_s = 385rpm$	134
Figura 161. Escalón encendido motor AC, set-point=0 rpm	135

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Parámetros de diseño en el mecanismo sinfín	30
Tabla 2. Carga adimensional en los engranajes	36
Tabla 3. Fuerzas sobre el diente	38
Tabla 4. Torques en los engranajes	38
Tabla 5. Esfuerzos a flexión	39
Tabla 6. Esfuerzos por contacto superficial	39
Tabla 7. Datos de entrada - Diseño del eje del sol	43
Tabla 8. Datos de salida - Diseño del eje del sol	44
Tabla 9. Reacciones en el eje - Diseño del eje del sol	44
Tabla 10. Dimensiones mínimos en el eje del sol	46
Tabla 11. Dimensiones mínimos en el eje del sol	47
Tabla 12. Hoja de variable - Rodamiento del sol	48
Tabla 13. Hoja de variables - Cálculo de la cuña de la polea	51
Tabla 14. Hoja de variables - Cálculo de la cuña del engranaje	51
Tabla 15. Puntos críticos en el eje del sol	57
Tabla 16. Diámetros del eje del sol	58
Tabla 17. Función de Transferencia Discreta.	98
Tabla 18. Función de Transferencia Discreta.	103
Tabla 19. Hoja de variables del diseño del sistema de control	111
Tabla 20. Datos de velocidad medidos en el prototipo	136
Tabla 21. Medidas de fuerza sobre el prototipo	138
Tabla 22. Relación experimental de los torques	139
Tabla 23. Resumen de los resultados	139

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A. Planos	148
Anexo B. Identificación de sistemas	154
Anexo C. Cálculos del mecanismo sinfín - corona	160
Anexo D. Cálculos de los engranajes	165
Anexo E. Cálculos de los ejes.	168

RESUMEN

TÍTULO:

PROPUESTA DE UNA NUEVA TRANSMISIÓN VARIABLE CONTINUA (CVT) CONTROLADA DIGITALMENTE

AUTORES:

Gisell Bernate Izquierdo.

Jhony de Jesús Leyva Ricardo.

PALABRAS CLAVES:

Transmisión variable continua, identificación de sistemas, Control digital, Amplificación de potencia.

DESCRIPCIÓN:

El presente trabajo es un proyecto interdisciplinario, en el que se aborda, desde la mecánica y la electrónica, el problema del control de la potencia mecánica, concentrada en la acción giratoria de un eje.

La hipótesis planteada para esta investigación de carácter tecnológico, es la de poder encontrar un dispositivo en el que se pueda aplicar toda la teoría de control para variar la velocidad de un motor, con independencia del tipo y forma de energía que se use la fuente motriz para impulsarse.

El resultado es una transmisión de variación continua de la velocidad basada en un tren de engranajes epicicloidales de doble etapa. La razón que llevó al uso de este mecanismo, fue un estudio detallado sobre la teoría cinemática de su funcionamiento. Finalmente la comprobación del desempeño de la CVT y la implementación física en un prototipo controlado por computador llevó a otro resultado más importante, la posibilidad de aplicar la transmisión como un amplificador de potencia. Esto determinó la conclusión del proyecto como una excelente aplicación, no solo en el área automotriz, sino también en el creciente campo del control por computador.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Físico - mecánicas. Ingeniería Mecánica y Electrónica. Director: Ph. Carlos Rodrigo Correa. Codirector: Ing. Isnardo González

SUMMARY

TITLE:

PROPOSAL OF NEW DIGITALLY CONTROLLED CONTINUOUS VARIABLE TRANSMISSION (CVT)

AUTORS:

Gisell Bernate Izquierdo.

Jhony de Jesús Leyva Ricardo.

KEY TERMS:

Continuous variable transmission, system identification. Digital control, power amplification.

DESCRIPTION:

The current work corresponds to an interdisciplinary electronics and mechanics project which undertakes the problem of power mechanics control related to the spinning action of shaft.

The stated hypothesis, for this technological investigation, is finding a device in which all the control theory may be applied in order to vary the speed of a motor nevertheless the type and form of its supplying source.

The result is a continuous speed variation transmission based on a double stage epicycloidal gear train. The reason for using this mechanism lays on a detailed study on the cinematic theory of its functioning. Finally, the verified CVT performance and the physical implementation of computer controlled prototype lead to a more important result, the possibility of applying the transmission as a power amplifier. This defined the conclusion of the project as an excellent application, not only in the automotor field, but also in the growing field of computer control.

* Degree Work.

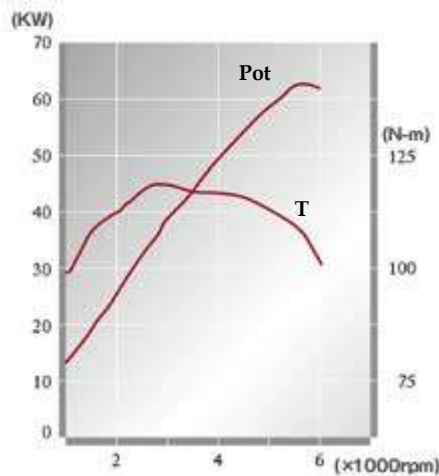
** Physical-Mechanical Engineering Faculty, Mechanical Engineering School, Electronic Engineering School, Ph.d.. Rodrigo Correa & Eng. Isnardo González.

INTRODUCCIÓN

Todo sistema de producción consta de cierta maquinaria para transformar su materia prima y obtener los productos. Dichas máquinas requieren de determinada potencia (normalmente motores eléctricos o de combustión interna), siendo necesario para el control de la rata de producción el control de la potencia motriz especialmente en su velocidad angular. Para que un sistema trabaje en forma estable debe proporcionar la fuerza estrictamente necesaria para vencer la carga resistente. Para el caso de un sistema de potencia constante, esto significa que debe ser capaz de variar el torque a salida por medio de la variación en la velocidad.

Por otro lado los automóviles necesitan consumir el mínimo de energía para trasladarse, ejerciendo así el mínimo de tracción necesaria mediante el arreglo de cambios de fuerza y velocidad dispuestos en las cajas de cambios.

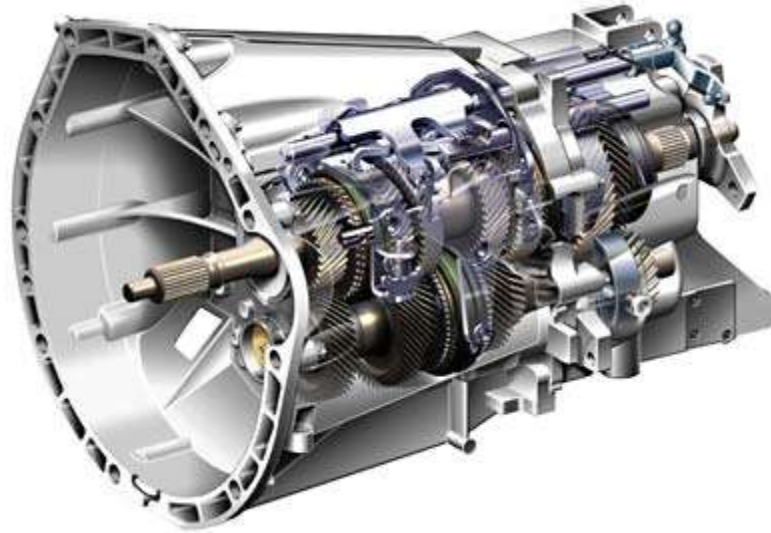
Figura 1. Potencia vs RPM – Motor de combustión interna



Fuente: <http://townhall-talk.edmunds.com/direct/view/.f0d40bc.ef26ffa/0>

Los motores de combustión desarrollan su máxima potencia a un número determinado de revoluciones (ver figura 1). Si el cigüeñal estuviera unido directamente a las ruedas, provocaría que sólo pudiera circularse de forma eficiente a una velocidad determinada. Para resolver este problema se utiliza el cambio de marchas (ver figura 2), que es un sistema que modifica las relaciones de velocidad y potencia entre el motor y las ruedas motrices.

Figura 2. Caja de velocidades



Fuente: <http://auto.howstuffworks.com/transmission.htm>

Las transmisiones utilizadas en la mayoría de los autos contienen numerosos engranajes intercalados en diversas combinaciones para producir cambios escalonados. Una desventaja es que la velocidad del motor cambia en forma abrupta cada vez que se realiza un cambio de marcha, fenómeno conocido como golpe de marcha, que resulta en un desperdicio de combustible; en contraste una transmisión variable continua produce una transición suave entre las marchas, permitiendo que el motor se mantenga en su nivel de velocidad más eficiente.

Una CVT es el diseño perfecto, ya que varían la relación de velocidades continuamente, por lo se puede decir que es una transmisión automática con una gama interrumpida de relaciones de velocidad.

Las CVTs son las transmisiones ideales, sin embargo en la actualidad existen pocos vehículos con CVTs. Los sistemas inventados están basados en la fricción, la hidrostática y en complejos mecanismos con limitaciones importantes, comparados con una transmisión convencional. Los inconvenientes tecnológicos son, entre otros, los altos costos de evaluación de los materiales, los exigentes procesos de manufactura, las cargas concentradas sobre la superficie de las piezas, disipación de energía, dificultad para trabajar a temperaturas bajas y requerimiento de personal especializado para el mantenimiento.

Las transmisiones de variación continua se basan en un cambio en la relación de velocidades debido a variaciones en el radio del punto de contacto entre dos objetos rotantes, y de esta forma la velocidad tangencial. Sin embargo, la fricción utilizada para transmitir la energía en una máquina puede terminar por destruirla. La fricción y las presiones normales requeridas exigen a las piezas hasta sus extremos y hace necesario el uso de aceites especiales patentados en unos casos en donde las fuerzas eran transmitidas entre los discos y los rodillos por la acción cortante del fluido de tracción. Esta tecnología utilizaba un aceite lubricante especial que minimizaba la fricción entre los discos y los rodillos y que al mismo tiempo transmitía la potencia (ver figura 3).

Figura 3. CVT toroidal



Fuente: <http://www.yokogawa.co.jp/tm/User/DL708E/nsk.htm>

En otros casos exigen el uso de bandas metálicas sofisticadas como en las transmisiones por poleas ajustables, presentándose un contacto directo metal-metal que requiere condiciones de no deslizamiento así como también muy bajo desgaste: se requería una correa de acero de tipo tracción en vez de la correa de unión de acero de tipo empuje (ver figura 4).

Figura 4. Transmisión variable por polea separable



Fuente: http://www.audi.com/audi/com/en1/new_cars/technology/drive___suspension/multitronic/link-late_chain.html

Como se observa existe una gran variedad de formas de convertir la energía generada por un motor en movimiento de velocidad variable; en el presente proyecto se pretende extrapolar estos conceptos y se propone un nuevo modelo de CVT que tiene como principio de operación una integración de trenes de engranajes planetarios con un variador de velocidad eléctrico.

La finalidad de este proyecto es la construcción de un prototipo en el que se logre una variación continua de la velocidad, sin controlar el flujo de energía que suministre la potencia motriz; el fundamento teórico de ésta, es la transmisión de la fuerza entre sus elementos por medio del contacto normal, evitando así los elevados esfuerzos de Hertz, de cizalladura y de fatiga superficial que se presentan en el caso de las CVTs a fricción.

Adicionalmente, existen otras razones de orden tecnológico al usar una CVT ECICLOIDAL:

- El uso de la CVT, unificaría los sistemas de CLUTCH, reversa (marcha variable) y de cambios en un sólo sistema.
- Disminución de las constantes pérdidas ocasionadas en el embrague debido a la fricción entre el disco de embrague, el volante y la carcasa.
- Se tendría una marcha atrás con la posibilidad de variar la velocidad de retroceso del vehículo.

1. FUNDAMENTOS

1.1 CAJAS DE CAMBIO

En los vehículos, la caja de cambios o caja de velocidades es el elemento encargado de acoplar el motor y el sistema de transmisión con diferentes relaciones de engranes, de tal forma que la misma velocidad del cigüeñal puede convertirse en distintas velocidades en las ruedas. El resultado en las ruedas de tracción generalmente es la reducción de velocidad e incremento del torque.

La caja de cambios tiene la misión de reducir el número de revoluciones del motor e invertir el sentido de giro en las ruedas, cuando las necesidades de la marcha así lo requieren. Va acoplada al volante de inercia del motor, del cual recibe movimiento a través del embrague. Acoplado a ella va el sistema de transmisión.

En la actualidad existen varios tipos de transmisiones: las manuales, las automáticas y las continuamente variables.

1.1.1 Transmisiones manuales (MT)

Tradicionalmente se denominan transmisiones manuales a aquellas que se componen de elementos estructurales (carcasas y mandos) y funcionales (engranajes, ejes, rodamientos, etc.) de tipo mecánico. En este tipo de transmisiones la selección de las diferentes velocidades se realiza mediante mando mecánico, aunque éste puede estar automatizado.

Las MT son las más comunes en los carros hoy en día. Estas transmisiones solamente permiten un conjunto de relaciones de engranajes fijas. Usualmente las MT disponen de 5 relaciones de velocidad, aunque existen cajas con hasta 6 o 7 velocidades.

1.1.2 Transmisiones automáticas (AT)

Una transmisión automática es una caja de cambios de automóviles u otros vehículos que puede cambiar la relación de cambio automáticamente a medida que el vehículo se mueve, liberando así al conductor de la tarea de cambiar de marcha manualmente.

En los Estados Unidos la mayoría de los vehículos vendidos desde los años 1950 montaban una transmisión automática, a diferencia de lo que ocurre en Europa y en la mayoría del resto del mundo. Las transmisiones automáticas, especialmente las más antiguas, empeoran el consumo de combustible y la potencia entregada. Donde el combustible es caro y, por tanto, los motores suelen ser pequeños, estas penalizaciones son insalvables. En los últimos años, las transmisiones automáticas han mejorado significativamente su capacidad para mejorar los consumos, pero las transmisiones manuales siguen siendo en general más eficientes. Esta situación puede invertirse definitivamente con la introducción de transmisiones variables continuas.

1.1.3 Trenes de engranajes epicicloidales

Los trenes de engranajes de ejes móviles o epicicloidales son aquellos en los que los centros de todos los engranajes no están inmóviles, sino que alguno de ellos pueda girar alrededor de los ejes de los otros.

Se llaman ruedas planetas a las que se mueven alrededor de ejes fijos, y ruedas satélites a las que tienen ejes móviles, que a su vez giran alrededor de las ruedas planetas. Estas ruedas satélites van siempre unidas a un brazo, el cual gira sobre un eje fijo.

Los trenes de ejes móviles se usan para lograr relaciones de transmisión exactas, difíciles de lograr con trenes ordinarios. Por otro lado, son muy útiles para repartir una acción motriz entre dos árboles (diferencial de automóvil) que giran a diferente velocidad, o para concentrar dos acciones motrices en un solo árbol.

La ecuación que rige la cinemática de los sistemas epicicloidales es:

$$(\omega_p - \omega_b) / (\omega_u - \omega_b) = r.d. \quad (\text{Ec.1});$$

Donde ω_p es la velocidad de la primera rueda (entrada del movimiento), ω_b es la velocidad del brazo, ω_u es la velocidad de la última rueda (salida del movimiento) y r.d. es la razón de dientes.

1.1.4 Transmisiones continuamente variables (CVT)

El sistema de transmisión continuamente variable, o CVT como son conocidos, es un sistema de transmisión automática en el que se permite fijar el régimen del motor más adecuado, según las necesidades de conducción en cada momento, y variar de forma continua la relación de transmisión. Es decir, se fija la potencia de salida del motor (par motor y velocidad de giro del cigüeñal fijas) y mediante la CVT se cambia la relación entre la velocidad de giro de las ruedas y la velocidad de giro del motor según sea necesario. Este cambio de velocidad irá acompañado de un cambio del par de las ruedas motrices, mientras que el punto de funcionamiento del motor no se mueve.

Recientemente los fabricantes han empezado a vender transmisiones variables continuas. A pesar que los prototipos de estos sistemas de transmisión existen desde hace décadas, es ahora cuando están alcanzando la viabilidad comercial. Este tipo de transmisión deriva de la transmisión de fricción de las primeras décadas del siglo 20. El desarrollo reciente se originó en un emprendimiento de NSK en la década de 1980. Posteriormente se agregó Nissan, que junto a NSK y una importante compañía de lubricantes japonesa lograron resultados satisfactorios.

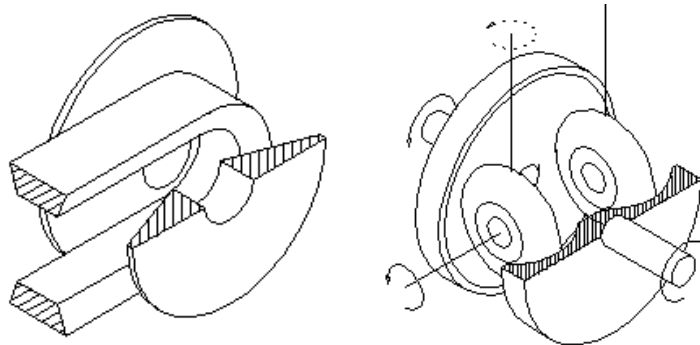
- **Principios de funcionamiento de las CVTs**

Las CVTs se clasifican según el principio que utilizan:

- *CVTs a Fricción:*

Varían el radio del punto de contacto entre dos objetos rotantes, y así la velocidad tangencial.

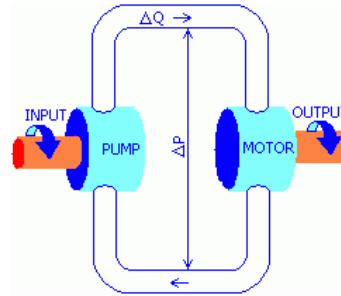
Figura 5. CVTs a fricción



Fuente: <http://www.gizmology.net/cvt.htm>

- *CVTs Hidrostáticas:*

Figura 6. CVTs Hidrostáticas

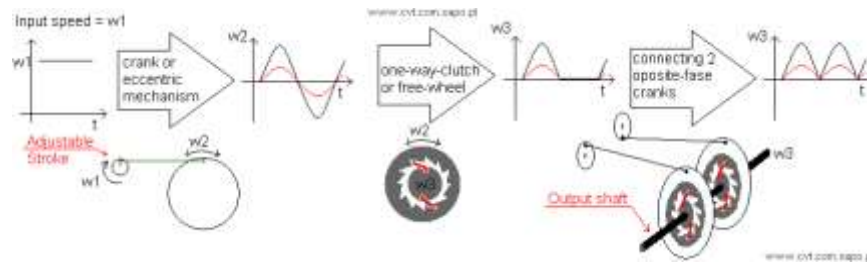


Fuente: http://cvt.com.sapo.pt/toc_en.htm

Varían el caudal que va hacia un motor hidráulico mediante una bomba de desplazamiento variable.

- *CVTs por Ratches:*

Figura 7. CVTs por Ratches



Fuente: http://cvt.com.sapo.pt/toc_en.htm

Varían la longitud de carrera de un movimiento recíprocante, el cual es conectado a un mecanismo de rueda libre, resultando en un movimiento unidireccional.

- **Ventajas de las CVTs**

En un automóvil que se encuentre en reposo y posea una transmisión de tipo manual, se debe primero disminuir la velocidad del motor, ya que al engranar la primera velocidad se establece una relación proporcional y constante entre la velocidad del motor y la velocidad del vehículo, y por lo tanto, para aumentar la velocidad desde el reposo, se debe también acelerar el régimen del motor. Esto se debe hacer para empalmar un cambio con el siguiente.

Estas transiciones en la velocidad del motor son las que ocurren en desperdicio del combustible. Sin embargo, en una transmisión variable, el motor se mantiene en su punto de operación óptimo, mientras que la CVT proporciona la variación de la velocidad requerida en el auto.

1.2 ESTADO DEL ARTE: CVTs

Múltiples empresas están enfocando sus desarrollos tecnológicos y de investigación a obtener unas transmisiones más eficientes en el uso del combustible debido a la actual crisis energética. Empresas multinacionales como por ejemplo NISSAN y AUDI ya han desarrollado transmisiones de variación continua como las CVT's *Multironic* y *Xtronic* a base de correas de acero y poleas de diámetro ajustable, obteniendo un ahorro hasta del veinte por ciento en el combustible, en respuesta a las expectativas promisorias que generó en la industria automovilística la CVT-Toroidal desarrollada por la NSK en Japón.

Entre otros desarrollos resaltan:

1.2.1 CVT Toroidal - NISSAN

Figura 8. CVT toroidal



Fuente: http://www.nsk-singapore.com.sg/products_automotive.asp

“La ventaja principal de esta CVT es que trabaja con discos y rodillos en vez de engranajes. La rotación de un disco en el lado del motor se transmite a otro disco mediante dos rodillos. Modificando la inclinación de los rodillos se logra un cambio de marchas continuo. Cuando los rodillos se inclinan hacia el centro del disco del lado del motor el disco de salida se mueve a menor velocidad y cuando los rodillos se inclinan en sentido contrario el disco de

salida se mueve con mayor velocidad; los cambios de marcha suave se logran simplemente modificando la inclinación de los rodillos”¹.

1: FRONTERAS DE LA CIENCIA, Discovery Channel. ‘Fricción cero’. Documental: 1999; 45 min.

1.2.2 CVT Torotrak – NISSAN

Figura 9. CVT torotrak



Fuente: <http://www.imeche.org.uk/auto/pdf/CVT4Uweb.pdf>

“La compañía dice que su *infinitely variable transmission (IVT)* provee todas las relaciones desde una reversa total, hasta velocidad cero, hasta la máxima velocidad que puede desarrollarse, sin la necesidad de un embrague o un convertidor de torque. Para empezar desde el reposo o para la reversa, un juego de engranes epicicloidales es usado. Cuando el motor está corriendo está conectado a las llantas durante todo el tiempo. El sistema utiliza un variador, que comprende dos discos de entrada toroidales que son controlados por el motor utilizando un amortiguador torsional. Entre estos hay seis rodillos, tres por cada cavidad; el ángulo en el cual los variadores son inclinados reflejan la relación entre la velocidad de rotación de los discos de entrada y de salida. Puesto que los rodillos pueden tomar cualquier ángulo

de inclinación dentro de los límites geométricos de cada cavidad, la *torotrak* (IVT), provee un rango continuo de relaciones de velocidad”.

De acuerdo a *torotrak* “las fuerzas son transmitidas entre los discos y los rodillos por la acción cortante del fluido de tracción, de tal forma que no hay contacto directo metal-metal entre las superficies adyacentes. Cada rodillo está montado en pistones portadores individuales controlados hidráulicamente. Los cambios de relación son alcanzados bajo control computarizado, aumentando o disminuyendo la presión hidráulica. El uso del control de torque es lo que lo diferencia de una CVT”².

2: AUTOMOTIVE ENGINEERING INTERNACIONAL. Torotrak development. Vol 111. No 4.

1.2.3 CVT Multitronic-AUDI

Figura 10. CVT Multitronic



Fuente: http://www.audi.com.ar/experience/tecnologia/Tecnologia_Un_Tecnologia.asp

Contiene una correa de acero tipo tracción que transmite la potencia por fricción entre dos poleas acanaladas de discos separables mediante mecanismos de control hidráulico.

Las relaciones de cambio son hechas por poleas que se juntan y se separan para mover para mover una correa hacia arriba y abajo ³.

1.2.4 CVT Xtronic - NISSAN

Figura 11. CVT Xtronic



Fuente: <http://www.nissan.ca/en/vehicles/versa/dynamics.html>

Las CVT's con relaciones de cambio hechas por poleas que se juntan y se separan para mover una correa hacia arriba y abajo ganaron popularidad principalmente porque ellas ofrecen una mayor eficiencia de combustible que una transmisión manual, sin embargo su habilidad restringida para transmitir torque limitó su uso exclusivamente a carros económicos de bajo desempeño hasta que la *Multitronic* de Audi fue anunciada en 1999. Esta contiene una correa de acero de tipo tracción en vez de la correa de unión de acero de tipo empuje inventada por Vandoorne, la compañía holandesa que introdujo la CVT automotriz en 1958.

3: BARATA, Vitor. Continuously Variable Transmission - CVT

4:<URL:http://cvt.com.sapo.pt/toc_en.htm>

1.3 IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS

Se llama identificación de un sistema al proceso de obtención de un modelo matemático del mismo, es decir, su función de transferencia. La identificación experimental consiste en obtener ese modelo a partir de datos obtenidos de un experimento realizado sobre el proceso.

La técnica más sencilla de identificación experimental consiste en aplicar al sistema una señal en escalón (a partir de un punto de equilibrio), midiendo de alguna forma los valores que va adquiriendo la salida con el tiempo. A partir de ahí, el procedimiento consiste en obtener un modelo (función de transferencia) cuya respuesta ante escalón sea lo más parecida posible a los datos medidos en el proceso.

El escalón de entrada debe ser lo suficientemente grande para que la salida del proceso cambie de forma significativa respecto del ruido del sensor utilizado. Si la señal es demasiado pequeña, el ruido puede enmascarar la verdadera respuesta del sistema, por lo que la identificación no sería viable.

El modelado de un proceso, debe incluir una suposición del tipo de modelo que representa el proceso real. Entre los tipos de modelos se encuentran:

- Modelos de Conocimiento:

Se obtienen mediante razonamientos y la aplicación de principios de conservación de masa, energía, momento, etc. y otras leyes particulares del dominio de aplicación.

- Modelos Caja Negra:

Se postula una relación matemática entre la entrada y la salida que depende de unos parámetros que deben ser estimados mediante los datos experimentales, sin que dicha relación deba estar fundada directamente en leyes físico-químicas u otras.

- Modelos Grises:

Son modelos de conocimiento en los que una parte está modelada como un modelo de caja negra y la otra como modelos matemáticos. Esténse usan para representar ciertos fenómenos complejos o difíciles de modelar de otra forma.

- Modelos Dinámicos:

Deben representar los aspectos esenciales del proceso; si en el proceso hay presentes perturbaciones, estas deben tenerse en cuenta.

- Modelos Discretos:

La salida en $t = kT$ depende de las entradas y salidas en instantes de tiempo $(k-j)T$ anteriores.

Otra clasificación que enmarca las anteriores es:

- Modelos lineales:
 - ✓ Paramétricos (FT, SS,...)
 - ✓ No paramétricos (Resp. salto, Resp. Frecuencia.).
- No lineales:
 - ✓ Hammerstein
 - ✓ Redes Neuronales
 - ✓ Modelos basados en leyes físico-químicas

La construcción del modelo se realiza mediante los siguientes pasos:

1. Conocimiento previo y diseño de experimentos: Estudio de la dinámica del sistema, identificación de las entradas y salidas de este.
2. Toma de datos experimentales: Excitar el sistema con determinado tipo de señal en las entradas y observar su evolución en las salidas. Captura de los datos y tratamiento previo de los datos registrados que generalmente están acompañados de ruido o cualquier otro tipo de imperfecciones.
3. Selección del tipo de modelo: Si el modelo que se desea obtener es un modelo paramétrico, el primer paso es determinar la estructura deseada para dicho modelo. Este punto se facilita en gran medida si se tiene un cierto conocimiento sobre las leyes físicas que rigen el proceso.
4. Estimación de parámetros: Ajuste de los datos tomados a la estructura seleccionada en la escogencia del tipo de modelo.
5. Validación del modelo: El último paso consiste en determinar si el modelo obtenido satisface el grado de exactitud requerido para la aplicación en cuestión. Si se llega a la conclusión de que el modelo no es válido, se deben revisar los siguientes aspectos como posibles causas:

- a) El conjunto de datos de entrada-salida no proporciona suficiente información sobre la dinámica del sistema.
- b) La estructura escogida no es capaz de proporcionar una buena descripción del modelo.
- c) El criterio de ajuste de parámetros seleccionado no es el más adecuado.

Para una mayor información se invita al lector a consultar el anexo B.

1.4 DISEÑO DEL SISTEMAS DE CONTROL DIGITAL

La metodología de diseño de un sistema de control debe contener al menos las siguientes pautas:

- ✓ Selección de las especificaciones de diseño: velocidad de respuesta, error estacionario, tipo de respuesta, etc.
- ✓ Elegir un tipo de regulador y un procedimiento de cálculo o sintonía.
- ✓ Comprobar el diseño en simulación
- ✓ Realizar la implementación y la puesta a punto con la instrumentación elegida.

Entre las opciones se tienen, diseñar el controlador en tiempo continuo teniendo en cuenta los retardos introducidos al momento de discretizarlo, o diseñarlo en el dominio digital.

Cuando el diseño se realiza en tiempo continuo, no es posible tener una discretización exacta de carácter general que reproduzca la salida del regulador en los periodos de muestreo pero pueden calcularse aproximaciones. Hay para ello varios métodos:

- ✓ Aproximación de derivadas e integrales:
 - Aproximación rectangular: En el dominio temporal se aproxima cada derivada por un cociente de incrementos. Lo que equivale a pasar del dominio s al z mediante la sustitución:

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{T} \quad (\text{Ec.2});$$

- Transformación Bilineal o de Tustin: Emplea una aproximación trapezoidal de las integrales. Lo que equivale a pasar del dominio s al z mediante la sustitución:

$$s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (\text{Ec.3});$$

- ✓ Igualación polos-ceros: El fundamento del método es convertir los polos y ceros de la función continua en sus equivalentes discretos según la relación:

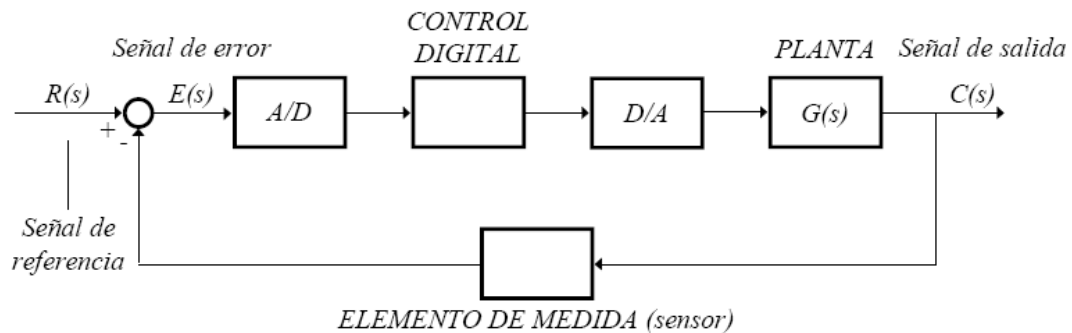
$$z = e^{sT} \quad (\text{Ec.4});$$

- ✓ Aproximación del error: Se puede aproximar la entrada por algún tipo de función concreta para poder deducir una fórmula de discretización.

1.4.1 Sistemas de control en tiempo discreto

Un sistema de control en tiempo discreto se caracteriza principalmente por realizar un procesamiento, mediante alguno de sus elementos, de señales discretas en el tiempo. La topología típica de un sistema discreto es la que se puede observar en la siguiente figura:

Figura 12. Estructura básica de un sistema de control digital.



Fuente: Teoría de Control de diseño Electrónico (ebook)

Control Digital: Sistema procesador diseñado para que el sistema de control logre las especificaciones requeridas. Este sistema trabaja u opera en instantes de tiempo predeterminados, múltiplos del periodo de muestreo y es, por tanto, un sistema síncrono. La operatividad del sistema o su funcionamiento de procesamiento queda caracterizada plenamente mediante su *ecuación en diferencias*:

Figura 13. Control Digital.



$$y(n) = \sum_{p=1}^P a(p) \cdot y(n-p) + \sum_{q=0}^Q b(q) \cdot x(n-q)$$

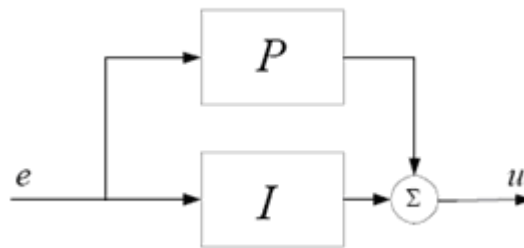
Fuente: Teoría de Control de diseño Electrónico (ebook)

Donde $y[n]$ son las muestras a la salida del procesador y $x[n]$ las muestras de entrada.

Interfaces A/D y D/A: sistema que convierte señales continuas en señales discretas y señales discretas en señales continuas, respectivamente. Permiten la introducción de un procesador discreto en el sistema de control y reconstruyen temporalmente la señal discreta en una señal continua en el tiempo.

1.4.2 Controladores PI

Figura 14. Diagrama de un PI



Fuente: Autores

La acción de control proporcional integral (PI) genera una señal resultante de la combinación de la acción proporcional y la acción integral conjuntamente (Ec.5):

$$U(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) \cdot dt \right) \quad (\text{Ec.5});$$

Donde u es la variable de control y e es el error de control dado por $e=y_{sp}-y$. De esta manera, la variable de control es una suma de 2 términos: el término P, que es proporcional al error; el término I, que es proporcional a la integral del error. Los parámetros del controlador son: la ganancia proporcional K , el tiempo integral T_i .

El control proporcional integral combina las ventajas de la acción proporcional y de la acción integral; la acción integral elimina el error estacionario, mientras que la acción proporcional reduce el riesgo de inestabilidad que conlleva la introducción de la propia acción integral.

1.4.3 Lugar de las raíces

Debido a la necesidad de conocer los polos de un sistema en lazo cerrado, ya que determinarán las características básicas de la respuesta transitoria, se desarrolla el método del lugar geométrico de las Raíces (también denominado Lugar de Evans). Este método permite ubicar en un gráfico los polos de un sistema en lazo cerrado a partir del conocimiento de los polos en lazo abierto, en función de un parámetro variable. Para ello considérese la ecuación característica de un sistema en lazo cerrado:

$$1 + G_s(s)G(s)H(s) = 0 \quad (\text{Ec.6});$$

$$G_{LA} = -1 \quad (\text{Ec.7});$$

La resolución de esta ecuación implica la verificación de dos condiciones:

- Condición de ángulo: $\text{Fase}\{G_{LA}(s)\} = \pm 180 \cdot (2\lambda + 1) ; \lambda \in \mathbb{N}$ (Ec.8);
- Condición de módulo: $|G_{LA}(s)| = 1$ (Ec.9);

Debe observarse que, de este modo, se pasa del estudio del sistema en lazo cerrado al estudio de características del sistema en lazo abierto, lo cual debe permitir mayor facilidad en el cálculo.

Se define el lugar geométrico de las raíces como el conjunto de puntos del plano S en los que se verifica la condición de ángulo.

En conclusión, un punto que pertenece al lugar geométrico de las raíces es un posible polo del sistema en lazo cerrado; para ello únicamente es necesario validar la condición de módulo, y ésta se cumplirá para un valor determinado de la ganancia del sistema en lazo abierto. Sin embargo, un punto del plano S que no pertenezca al LGR no puede ser polo en lazo cerrado porque no verifica la condición de ángulo, aunque varíe la ganancia del sistema en lazo abierto.

1.4.4 Wind-up

Para un sistema de control con un amplio rango de condiciones de operación, puede suceder que la variable de control alcance los límites prefijados del actuador. Cuando esto pasa, el lazo realimentado permanece en su límite independientemente de la salida del proceso. Si se usa un controlador con acción integral, el error continuará siendo integrado, incrementando aún más su valor. Así, el estado del integrador en cuestión puede alcanzar valores excesivos, que deteriorarán la respuesta transitoria del sistema, generalmente

produciendo grandes sobrevalores. Esto significa que el término integral puede volverse muy grande o, coloquialmente, hacer “windup”.

Entonces, se requiere que el error tenga el signo opuesto por un periodo de tiempo suficientemente largo, antes de que las cosas regresen a las condiciones normales de operación. La consecuencia es que cualquier controlador con acción integral puede dar transitorios grandes cuando el actuador se satura.

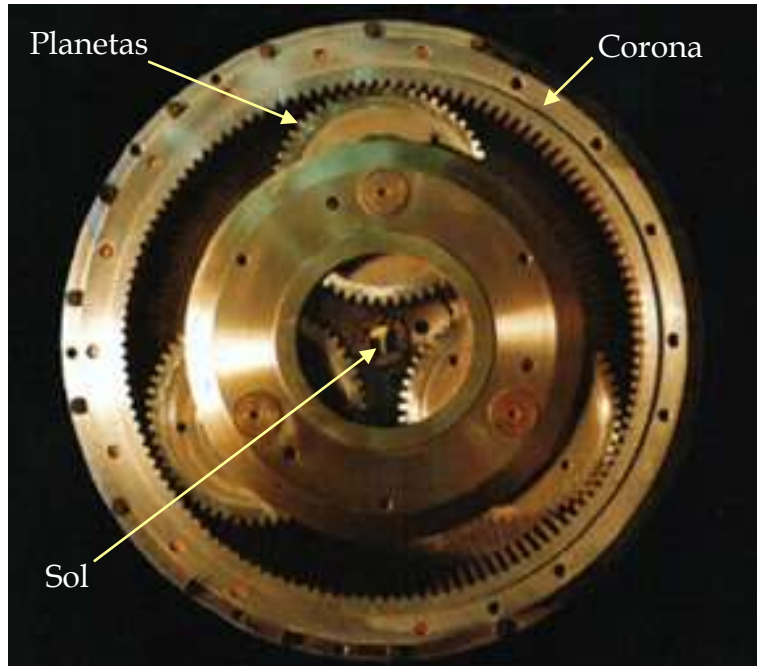
- **Compensación wind-up**

Hay muchas alternativas para evitar el windup de los integradores. Todas ellas se basan en tratar que los estados del controlador tengan las siguientes propiedades claves:

- ✓ Deben estar conducidos por la verdadera entrada (es decir, la limitada) del sistema;
- ✓ Deben tener una respuesta acotada cuando la entrada de la planta satura en los límites de actuación.

2. DISEÑO CONCEPTUAL DE LA TRANSMISIÓN VARIABLE

Figura 15. Tren de engranajes epicicloidales.



Fuente: http://www.jonatinc.com/Reducers_Gearunits.htm.

La idea de un nuevo modelo de transmisión surge del modelo matemático que describe la relación de velocidades de un tren de engranajes epicicloidales (figura 15):

$$\omega_b = -a \cdot \omega_s + b \cdot \omega_c \quad (\text{Ec.10});$$

Donde ω_b : Velocidad en el brazo, a y b : Constantes que dependen de la geometría de los engranajes.
 ω_c : Velocidad en la corona,
 ω_s : Velocidad del sol.

Estos trenes de engranajes se utilizan normalmente en casos en los que se necesitan altas reducciones en la velocidad, cuando se requiere un alto torque o cuando se dispone de poco espacio. En dichas aplicaciones, normalmente se fija al armazón la corona o el sol, según sea el caso. Cuando uno de los términos en la ecuación es cero, el resultado es una ecuación lineal con sólo dos variables: dada una velocidad de entrada, queda definida la velocidad de salida. En este caso, para un motor con velocidad constante, la relación de velocidad (Velocidad de entrada, velocidad de salida) queda definida, y sería una constante.

Si se quiere una relación de velocidad variable, se podría pensar en utilizar las tres variables disponibles en la ecuación. Si se hace que el mecanismo tenga dos entradas de velocidad independientes, con ω_s como entrada principal, y se deja la velocidad del brazo (ω_b) como salida, la relación de velocidad (RV), queda establecida por (Ec.11):

$$RV = \frac{\omega_{entrada}}{\omega_{salida}} = \frac{\omega_s}{\omega_b} \quad (\text{Ec.11});$$

$$RV = \frac{\omega_s}{-a \cdot \omega_s + b \cdot \omega_c} \quad (\text{Ec.12});$$

Dividiendo entre ω_s :

$$RV = \frac{1}{-a + b \cdot \frac{\omega_c}{\omega_s}} = \frac{1}{-a + \frac{b}{\omega_s} \cdot \omega_c} \quad (\text{Ec.13});$$

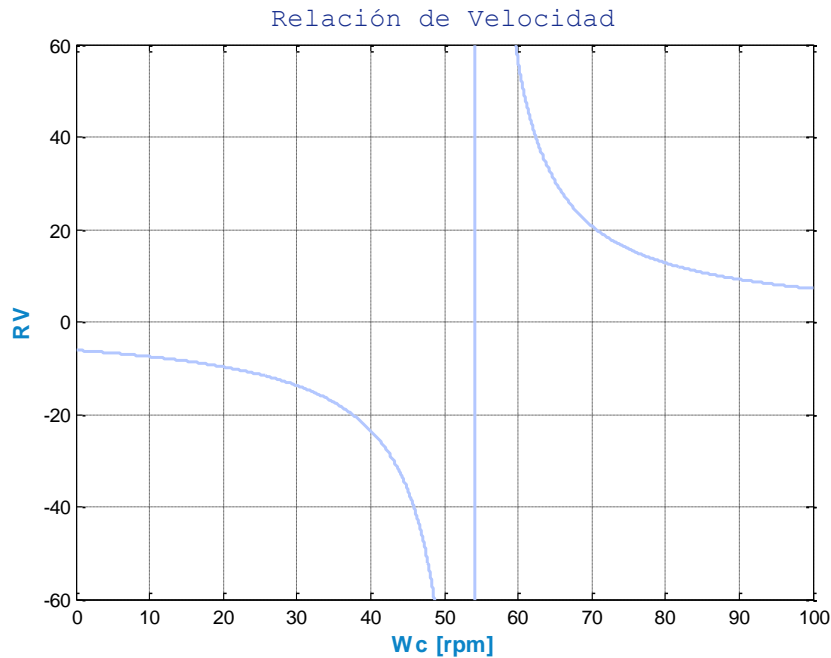
Si se conecta al sol un motor principal, y se asume que éste se encuentra girando a velocidad constante, el término $(\frac{b}{\omega_s})$ pasaría a ser una constante (K) en la ecuación:

$$RV = \frac{1}{-a + K \cdot \omega_c} \quad (\text{Ec.14});$$

El término ω_c permanece en la ecuación de Relación de Velocidades, por lo que se ha demostrado que es función de la velocidad de la corona y, por lo tanto que este mecanismo puede actuar como Transmisión Variable.

En la figura 16 se observa lo que sucede cuando se varía la velocidad de la corona en un rango determinado para un valor dado de número de dientes:

Figura 16. Relación de velocidades (RV) en la CVT Epicicloidial.

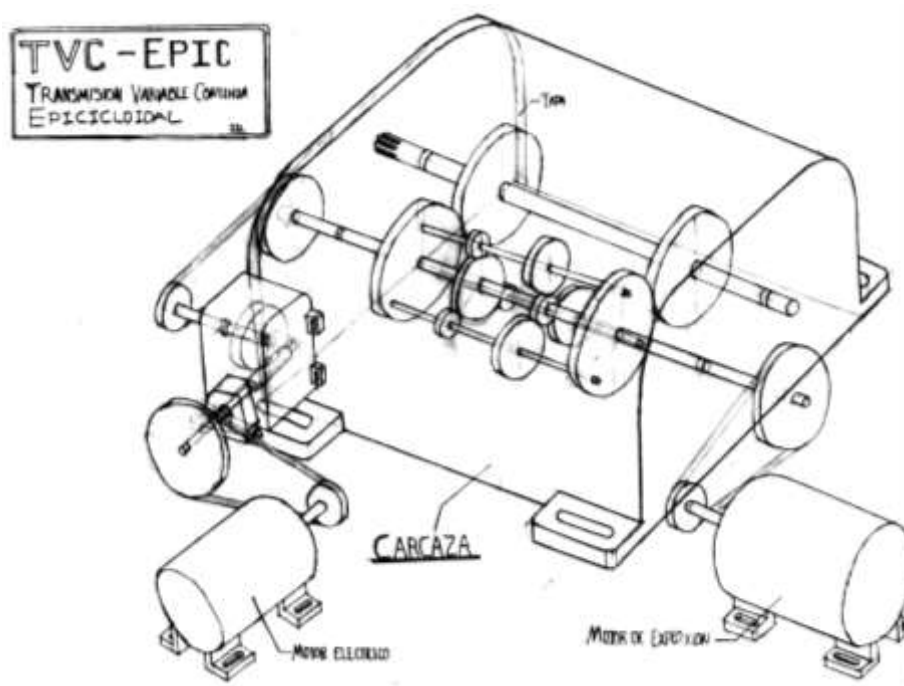


Fuente: Autores

La transmisión tiene una asíntota en 54 rpm. Esto quiere decir que el valor de RV es infinito y, la velocidad de salida ($\omega_{sal} = \omega_{ent} / RV$) es cero para este valor de velocidad de la corona. Se puede notar también que la función RV cambia de signo para valores mayores que 54, la velocidad del brazo toma valores negativos para $\omega_c < 54$ y valores positivos para $\omega_c > 54$ rpm. En conclusión, la transmisión obtenida de esta forma sería realmente una IVT (Infinitely Variable Transmisión), transmisión infinitamente variable, ya que permite alcanzar infinitas velocidades hacia delante y hacia atrás, pasando por el reposo.

Del análisis anterior, se puede observar que se necesitan dos fuentes motrices para impulsar el mecanismo. Se podría hablar de un motor principal y de un motor de control. En la etapa inicial de este proyecto se elaboró un boceto de la transmisión, en el que las velocidades fueran bajas para su observación directa. Para ello, se implementaron dos etapas reductoras de velocidad en la entrada del motor de control (Figura 17).

Figura 17. Boceto de la Transmisión Variable Continua Epicicloidal.



Fuente: Autores

El diseño inicial consistía de tres planetarios alrededor del sol, para una transmisión del torque más homogénea, pero después se disminuyó a sólo dos para, conservando el equilibrado del rotor para evitar las vibraciones y para conseguir una menor inercia en la transmisión.

2.1 ANÁLISIS CINEMÁTICO DE LA TRANSMISIÓN

A continuación se comprobará la cinemática del mecanismo. La relación teórica entre las velocidades del tren de engranajes epicicloidales fue expresada en el capítulo de fundamentos como:

$$\frac{\omega_s - \omega_b}{\omega_c - \omega_b} = M = \frac{\text{producto}(z_{\text{impulsados}})}{\text{producto}(z_{\text{impulsores}})} \quad (\text{Ec.15});$$

Despejando la velocidad del brazo, la relación queda de la forma:

$$\omega_b = -\frac{1}{(M-1)} \cdot \omega_s + \left(\frac{M}{M-1} \right) \cdot \omega_c \quad (\text{Ec.16});$$

Para el estudio de la cinemática se debe definir el número de dientes en el mecanismo. Para los engranajes impulsores se tomó el mínimo número de dientes, 18 dientes, mientras que para los engranajes impulsados se tomó un valor de 48 dientes.

$$M = m^2 = \left(\frac{Z_{impulsado}}{Z_{impulsor}} \right)^2 = \left(\frac{48}{18} \right)^2 = (2.667)^2 = 7.111 \quad (\text{Ec.17});$$

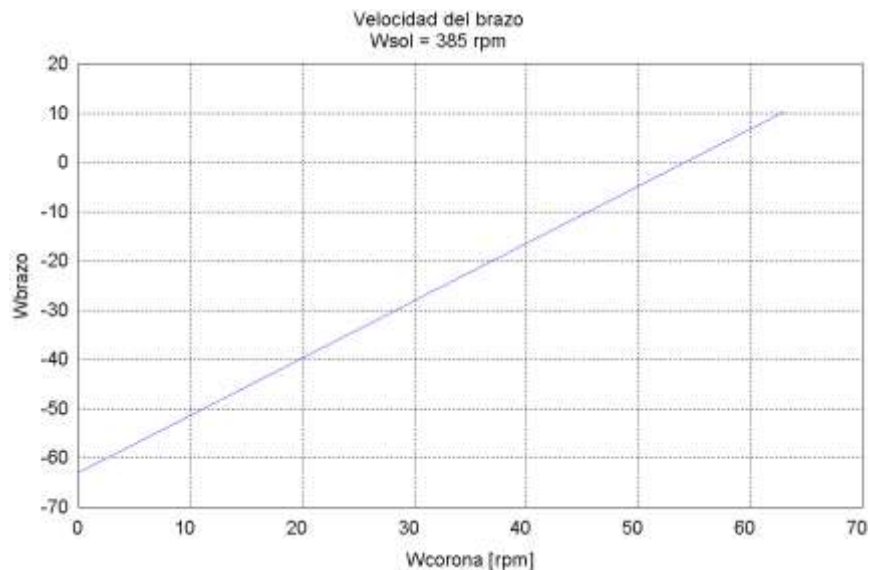
$$\omega_b = -a \cdot \omega_s + b \cdot \omega_c \quad (\text{Ec.18});$$

Donde:

- M: Relación total de dientes
- m: Relación de dientes por etapa
- $Z_{impulsado}$: Número de dientes del engranaje impulsado (48)
- $Z_{impulsor}$: Número de dientes del engranaje impulsor (18)
- ω_b : Velocidad del brazo
- ω_s : Velocidad del sol
- ω_c : Velocidad de la corona
- a = 0.1636
- b = 1.1636

Se asignó una velocidad al sol de 385 rpm y se calculó la función de la velocidad del brazo cuando la velocidad en la corona variaba entre 0 y 63 rpm. Se encontró que la velocidad en la salida variaba desde -63 y 10 rpm (figura 18).

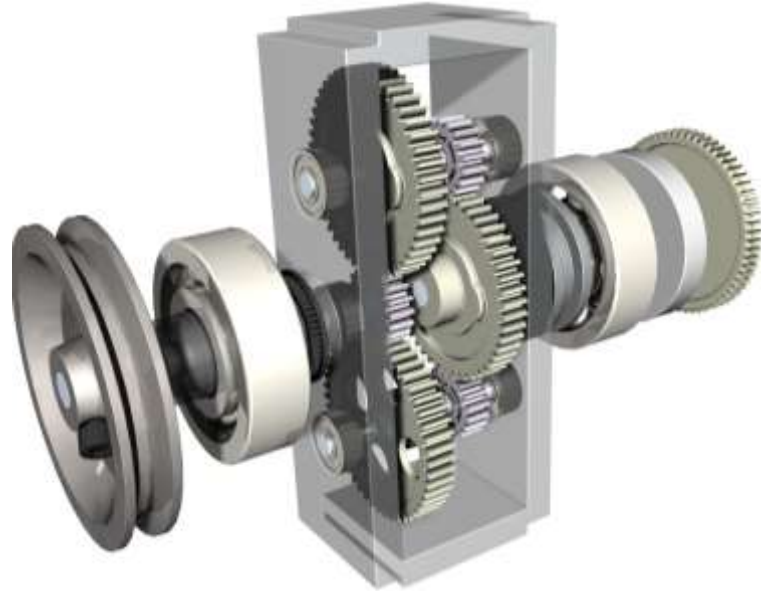
Figura 18. Velocidad del brazo- $\omega_{sol} = 385rpm$



Fuente: Autores

Antes de continuar con el diseño de los componentes mecánicos, se realizó la modelación en Solid Edge de un sistema de planetarios y se demostró la cinemática mediante la simulación de la dinámica en el programa Visual Nastran Desktop, versión Demo (figura 19).

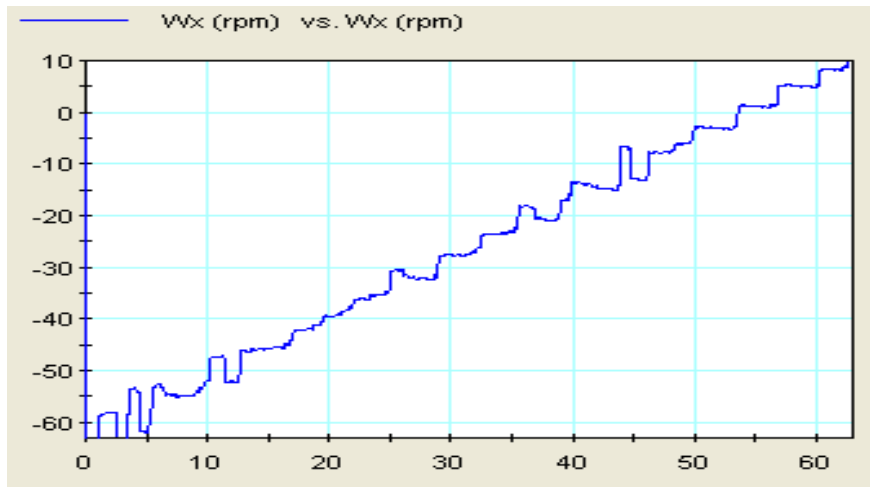
Figura 19. Modelo 3D del sistema de planetarios



Fuente: Autores

Mediante la simulación se comprobó que el mecanismo se comportará exactamente igual que como se comporta en la teoría, para una variación en la corona de 0-63 rpm, la velocidad en el brazo resultó entre (-63) y 10 rpm (figura 20).

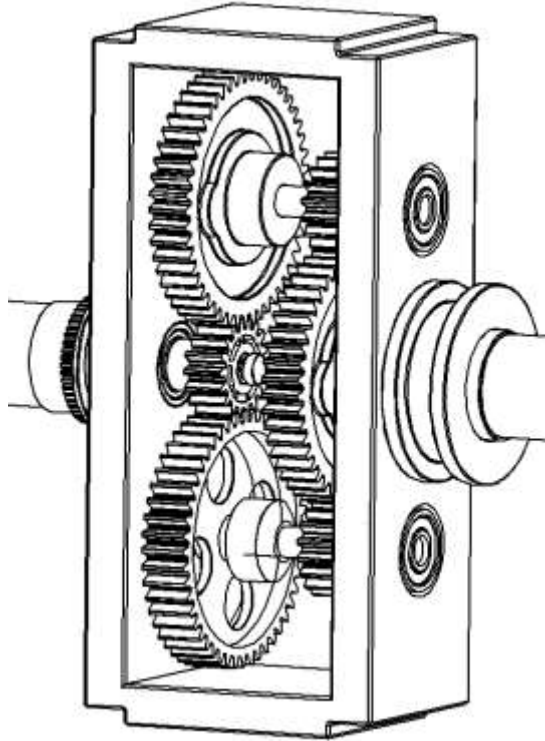
Figura 20. Velocidad del brazo - $\omega_{sol} = 385rpm$



Fuente: Autores

2.2 ANÁLISIS TEÓRICO DE LA TRANSMISIÓN

Figura 21. Tren de engranajes planetarios



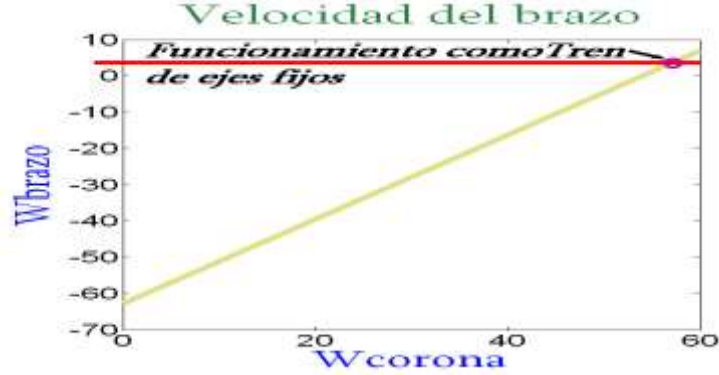
Fuente: Autores

El núcleo principal de la transmisión variable continua epicicloidal consta de este juego de engranajes planetarios, el cual se comporta como un punto de suma de las potencias principal (motor AC) y de control (motor DC).

La transmisión está formada por dos etapas, con engranajes de dientes externos y sólo dos planetas alrededor del sol, simétricamente dispuestos para que el sistema sea balanceado.

Un tren de engranajes de ejes fijos es en realidad un caso particular del sistema de planetarios. Corresponde al caso cuando el brazo se encuentra anclado, o bien cuando el brazo alcanza la velocidad cero:

Figura 22. Curva de velocidad del tren de engranajes epicicloidales



Fuente: Autores

Cuando el sistema se encuentra en equilibrio, todos los puntos de funcionamiento de la transmisión a velocidad constante son estáticamente equivalentes al punto de funcionamiento como tren de ejes fijos, de modo que se ha seleccionado este punto para la realización de los cálculos de diseño.

La potencia procedente del motor principal diverge desde el sol en forma simétrica a través del par de ejes planetarios y luego converge en la corona (ver figura 23).

Figura 23. Flujo de potencia en el sistema de epicicloidales

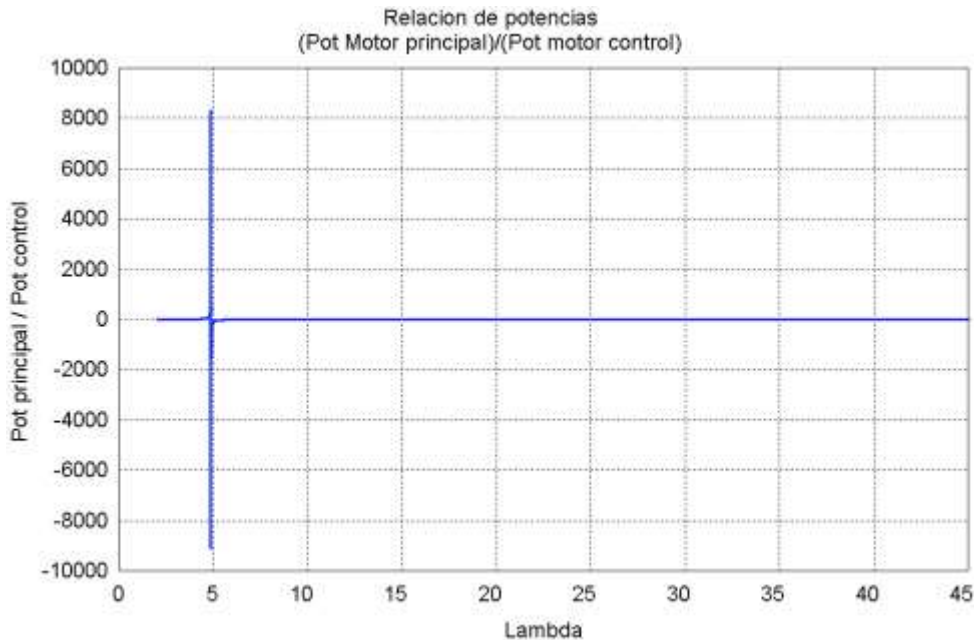


Fuente: Autores

2.2.1 Relación de potencias

Para la velocidad de régimen del motor de inducción de 1 hp, se calcula el flujo de las fuerzas en todos los elementos hasta el motor de control y se encuentra la relación de potencia del motor principal al motor de control:

Figura 24. Relación de potencias en la CVT



Fuente: Autores

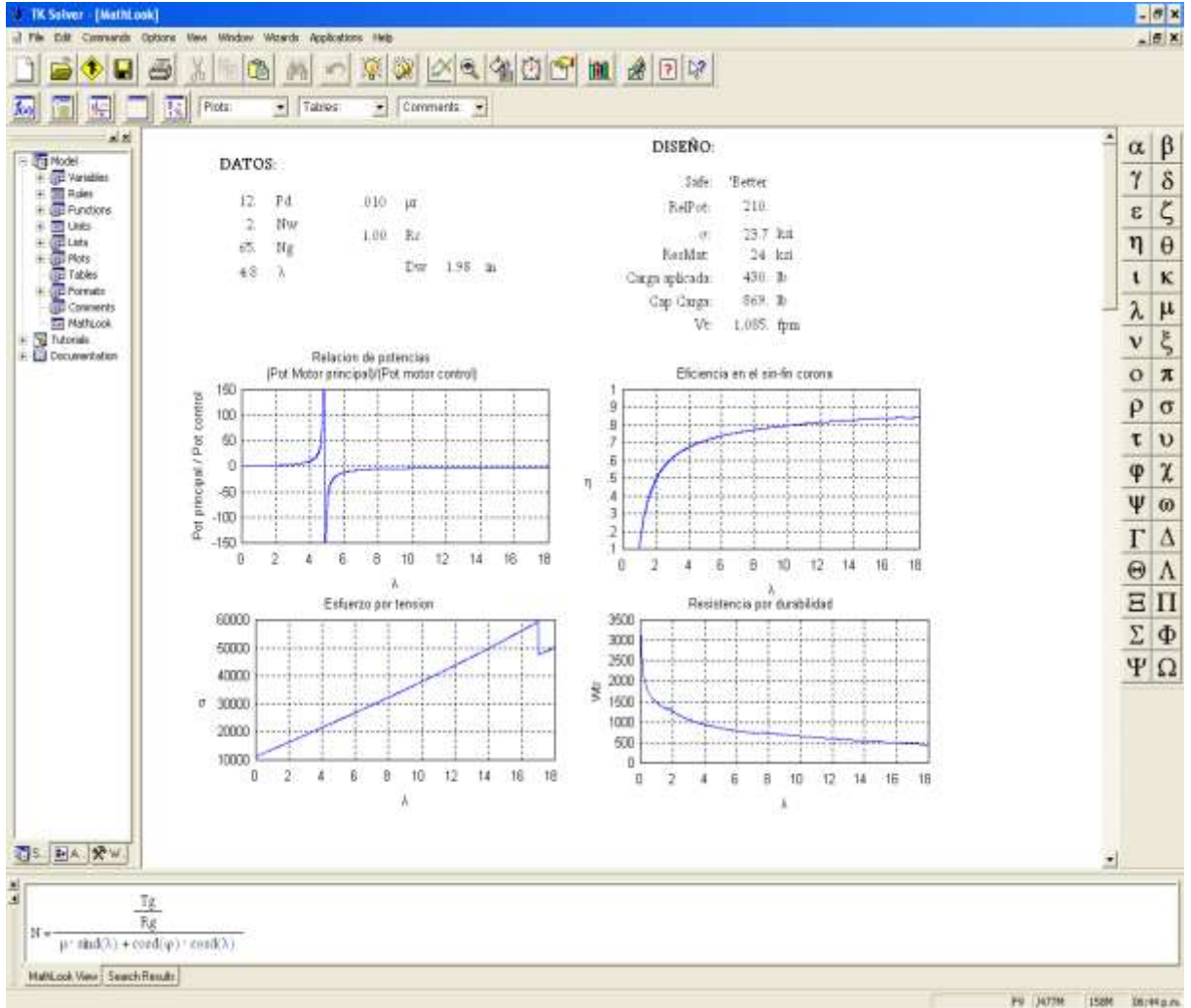
Cuando se resuelve el modelo, se encuentra que la potencia mínima requerida para el control de la velocidad de un motor de 1hp, implementando la transmisión es de 4 watts; en el anexo C se encuentran las ecuaciones correspondientes a la deducción de la potencia de control.

2.2.2 Diseño en TK Solver del mecanismo sinfín - corona

El procedimiento normal de diseño de un mecanismo de sinfín corona presenta gran libertad en la elección de los parámetros, como el diámetro del gusano, el número de dientes de la corona. Usualmente se toman valores recomendados por normas para todos estos valores. Para el caso particular de diseño del mecanismo de tornillo sinfín para su aplicación en la CVT-epicicloidal, las ecuaciones del diseño en cuanto a durabilidad y resistencia por flexión en el mecanismo del sinfín. Es por esto que la única manera de resolver este problema es mediante un proceso iterativo en el programa de cálculo TK SOLVER.

Se extraen las variables: Paso diametral y Número de entradas del tornillo, como los parámetros de diseño (tabla 1). Se resuelven las ecuaciones de 'Relación de potencias de la CVT' (figura 25) para el modelo.

Figura 25. Iteración para diseño del sinfín



Fuente: Autores

A continuación comprueba la resistencia del mecanismo, en este caso la capacidad de carga tangencial de la rueda del mecanismo, pues está fabricada del material más blando (bronce). Si el engranaje no es capaz de resistir la carga aplicada, ya sea por el criterio de falla por desgaste o por esfuerzo a flexión, se tendrá que jugar con los parámetros de diseño (tabla 1) para cumplir simultáneamente:

- ✓ Capacidad de Carga > Carga aplicada (durabilidad)
- ✓ Velocidad tangencial moderada ($V_t < 1500$ pies/min)
- ✓ Eficiencia aceptable
- ✓ Esfuerzo a flexión seguro ($\sigma < \text{Resistencia del material}$)
- ✓ Relación de potencia por lo menos de 10

• **Parámetros de juego**

Datos		Diseño	
12	Pd	0.010	μ_r
2	Nw	1.00	Rc
65	Ng		
4.8	λ	1.98 in	Dw
		Safe:	'Better
		RelPot	210
		σ	23.7 Ksi
		Res.Material	24 Ksi
		Carga aplicada	430 lb

Tabla 1. Parámetros de diseño en el mecanismo sinfín

Los parámetros de juego son:

- Pd: Paso diametral
- Nw: Número de entradas del tornillo
- Ng: Número de dientes de la rueda
- μ_r : Coeficiente de fricción en el cojinete
- Rc: Radio medio del cojinete axial

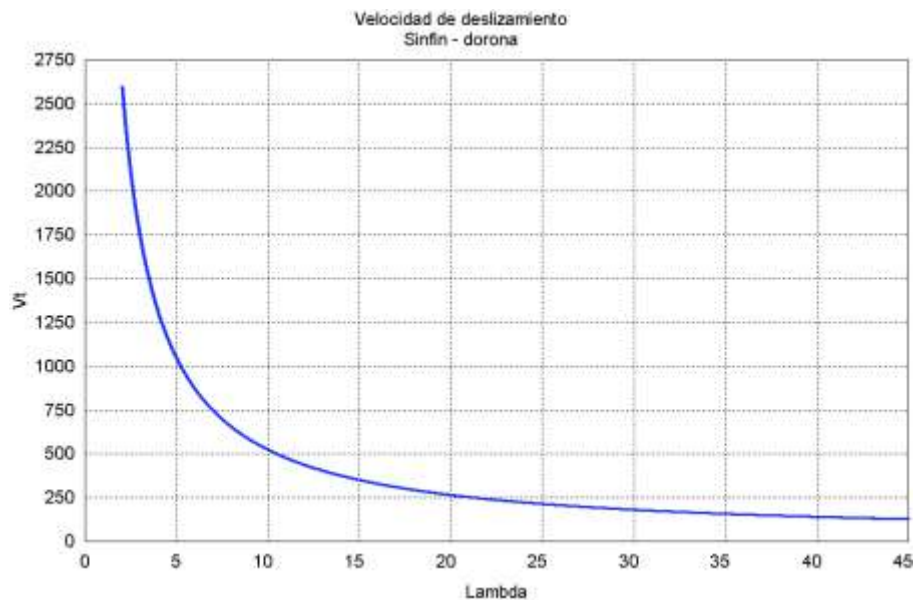
• **Hoja de datos y ecuaciones**

La ganancia de la transmisión se basa en un seguimiento de los torques desde el motor principal, pasando por todos los ejes del sistema de planetarios, hasta el motor de control. Todas las ecuaciones, tablas y funciones fueron insertadas en un programa de cálculo en TK Solver. En las siguientes secciones se presentan sólo los resultados obtenidos en forma de gráficas, mientras que los datos y ecuaciones para la ganancia de la CVT y el diseño del mecanismo sinfín la se encuentran explicados en el anexo C.

- **Velocidad de deslizamiento**

Para encontrar estos resultados finales, se ha comprometido no sólo la respuesta dinámica deseada, sino que a su vez se han tenido en cuenta simultáneamente la condición de la resistencia del material, la capacidad de carga en cuanto a durabilidad mediante la carga tangencial calificada, y la el límite de desgaste permisible debido a la velocidad de deslizamiento. Pues bien, los primeros diseños arrojaban valores para el ángulo de hélice de equilibrio en extremos bajos, lo que resultaba en excesivas velocidades de deslizamiento.

Figura 26. Velocidad de deslizamiento en el sinfín

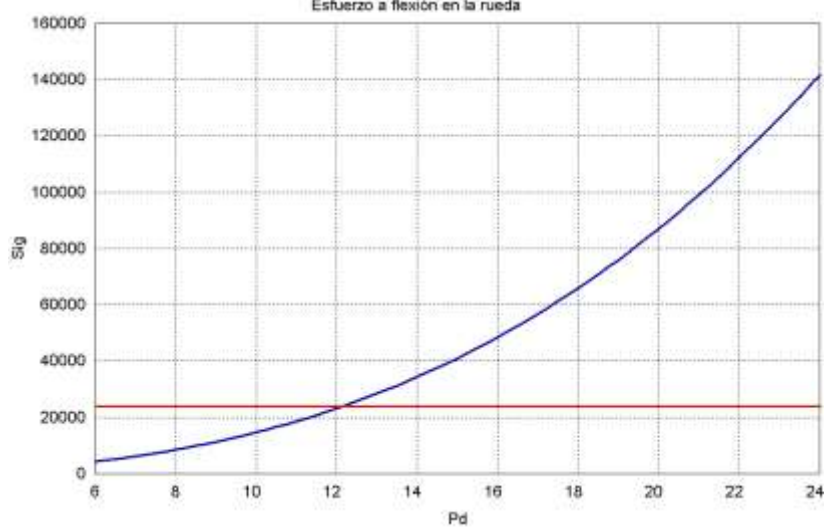


Fuente: Autores

- **Tensión por flexión**

Principalmente en la conservación de los niveles de esfuerzo dentro de los niveles de seguridad permitidos, jugó el papel principal la elección del paso diametral, quien determina el tamaño del diente del engranaje. Sólo para valores del paso diametral menores que 12 (figura 27), se logró ubicar los esfuerzos de tensión por flexión por debajo del límite de resistencia a la fatiga permisible en el bronce.

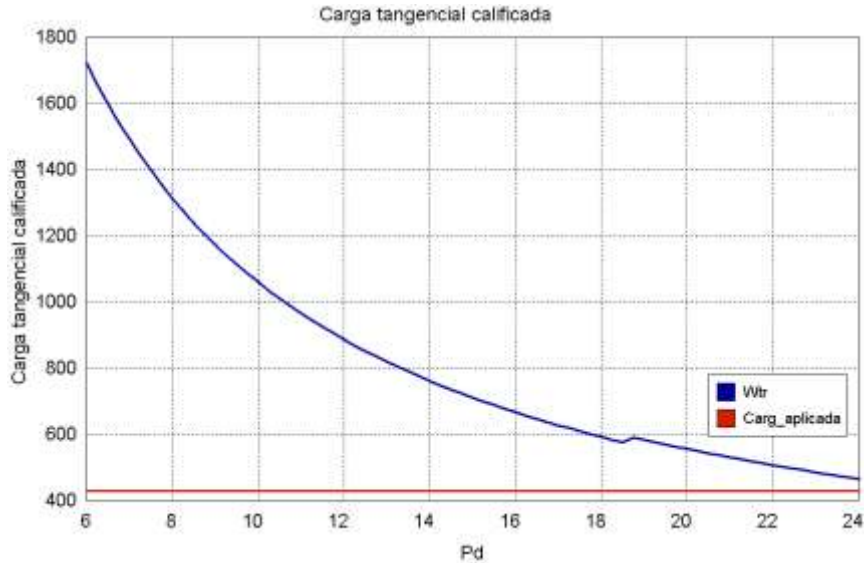
Figura 27. Selección del paso diametral según la tensión a flexión



Fuente: Autores

En cuanto a la resistencia del mecanismo al desgaste y a la fatiga, el estándar AGMA 6034-A87, recomienda un procedimiento para calcular la carga máxima que puede resistir en engranaje de un mecanismo sinfín – corona (carga tangencial calificada). El cálculo de esta carga se basa en las condiciones de fricción por deslizamiento y esfuerzos fluctuantes. En este caso, el modelo en TK Solver nos ha arrojado unos valores para la carga tangencial calificada, la cual es mayor que la carga tangencial aplicada de 430 lb (figura 28).

Figura 28. Carga tangencial calificada en el engranaje del sinfín vs. Pd

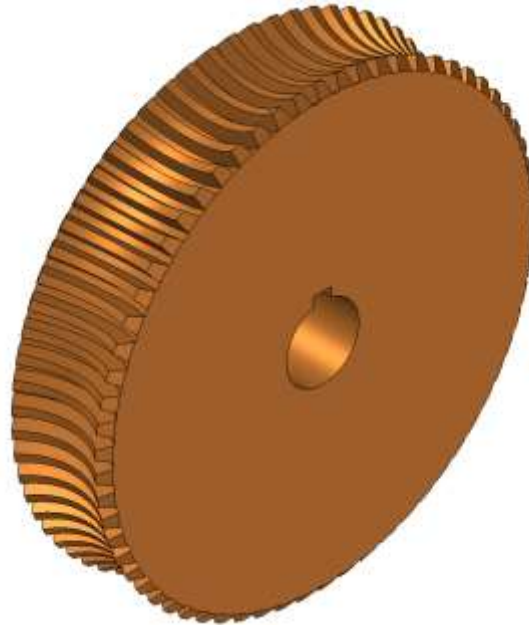


Fuente: Autores

- **Modelado en Solid Edge**

- *Engranaje*

Figura 29. Rueda del mecanismo sinfín-corona



Fuente: Autores

- *Tornillo sinfín*

Figura 30. Tornillo del mecanismo sinfín-corona

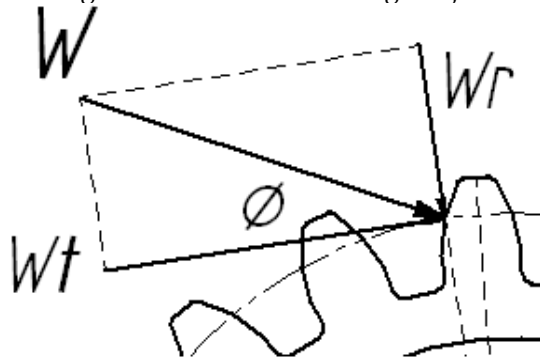


Fuente: Autores

3. DISEÑO DE LOS ELEMENTOS MECÁNICOS

3.1 CÁLCULO DE LOS ENGRANAJES

Figura 31. Fuerzas en los engranajes



Fuente: Autores

En el procedimiento para el diseño de los engranajes, primero se encuentran las cargas que transmiten cada engranaje (figura 31), y luego se propone una geometría de acuerdo a la potencia y velocidad del engranaje. Para el diseño del tren de engranajes fue utilizada una metodología de optimización con el fin de disminuir el tamaño de los engranajes y así reducir la inercia del sistema. Inicialmente se realizó un análisis para determinar la etapa crítica, esta etapa es la que está sometida a mayores fuerzas.

- **Análisis de la etapa crítica**

Dadas las ecuaciones para hallar la carga tangencial que se presenta en cada engranaje:

$$T = \frac{63000 \cdot Pot}{n} \quad (\text{Ec.22});$$

$$W_t = \frac{Z}{Pd} \quad (\text{Ec.23});$$

$$W_t = \frac{2 \cdot T}{D} \quad (\text{Ec.24});$$

Despejando para la carga tangencial (W_t):

$$W_t = \left(\frac{1 \cdot Pd}{Z} \right) \cdot \left(\frac{63000 \cdot Pot}{n} \right) \quad (\text{Ec.25});$$

Si en esta ecuación se divide por $[2 \times 63000 \text{ Pot} / n]$, la carta relativa (W_{tr}) resultante es:

$$W_{tr} = \frac{1}{Z \cdot n} \quad (\text{Ec.26});$$

Engranaje	N° de dientes	n [rpm]	Wtr x 10e4
Sol	18	385	1.443
Planetario I	48	144	1.443
Planetario II	18	144	3.858
corona	48	54	3.858

Tabla 2. Carga adimensional en los engranajes

De la tabla 2 se observa que se presentan valores más grandes de las cargas en los engranajes de la segunda etapa que en la primera, principalmente debido a que transmiten igual potencia, pero a una menor velocidad. Es por esto que es la etapa crítica y la que rige el diseño y la geometría de los engranajes.

- **Diseño de los engranajes de la segunda etapa**

Especificaciones de diseño:

El sistema de planetarios debe transmitir una potencia neta de salida del motor eléctrico de 1 hp, la cual es transmitida desde los planetarios hacia la corona en forma simétrica.

Z [planetario II] = 18 dientes

Z[corona] = 48 dientes

Ángulo de presión = 20° (Estándar)

Velocidad del planetario II = 144 rpm

Pot / eje de planetarios = 0.5 hp

- **Selección del material:**

Material: AISI 4140 endurecido en forma superficial

Dureza: 55 HRC

Número de tensión por flexión permisible: 45 Ksi

Número de tensión debida al contacto permisible: 170 Ksi

Los aceros al bajo carbón no se pueden templar. Para que el endurecimiento por flama sea efectivo, el material debe tener una buena capacidad para ser endurecido. Los aceros al carbón y con aleaciones con menos de 30 puntos en cuanto a contenido de carbón casi nunca son capaces de satisfacer esta condición. Se usará por lo tanto un acero con 40 puntos o más. En virtud de ahorrar espacio se seleccionó el acero AISI 4140, gracias a la dureza y resistencia mayores que se alcanzan al templarse.

- **Ecuaciones y hojas de datos**

El cálculo de los engranajes fue realizado con un programa en TK Solver, el cual contiene las ecuaciones, tablas y sugerencias del estándar AGMA 218.01.

Para la consulta de las hojas de variables y de ecuaciones se invita al lector a consultar el anexo D.

- **Diseño y optimización**

El diseño de los engranajes presenta gran importancia para las características dinámicas de la transmisión. No sólo determina la cinemática del mecanismo epicicloidal, sino que tendrá gran influencia sobre el tiempo de respuesta de la CVT. Todo el sistema de planetarios se encuentra girando alrededor su eje central, seis engranajes en total, por lo que la inercia de la transmisión estará determinada principalmente por la masa de los engranajes, ya que sólo los dos ejes planetarios aportarían y el brazo sería fabricado en aluminio.

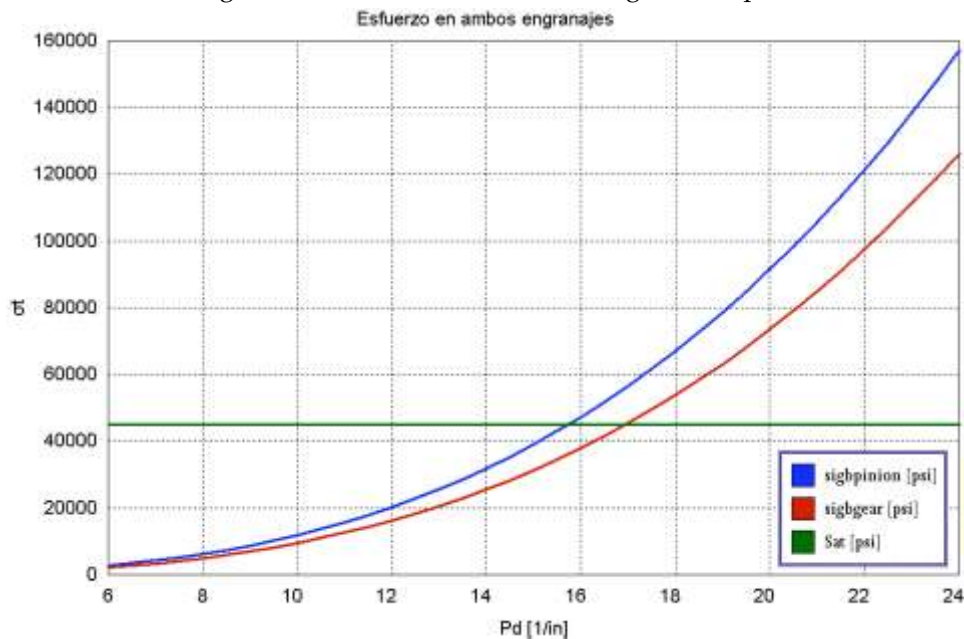
Debido a su considerable impacto en la resistencia a la corrosión y la geometría, la elección del paso diametral es de importancia crítica. En el procedimiento normal de diseño se propone una geometría que satisfaga la relación de velocidad que se necesita y se asume un paso diametral para realizar pruebas, puesto que la intensidad de esfuerzos depende de él. En este problema se ha decidido optimizar la selección del paso diametral con el objetivo de minimizar el peso de los engranajes. Para ello, se ha realizado el procedimiento normal de diseño iterativamente con varios pasos diametrales dentro del rango de:

$$6 < Pd < 24$$

- **Esfuerzo en los engranajes**

A continuación se muestran los resultados para el análisis en TK Solver:

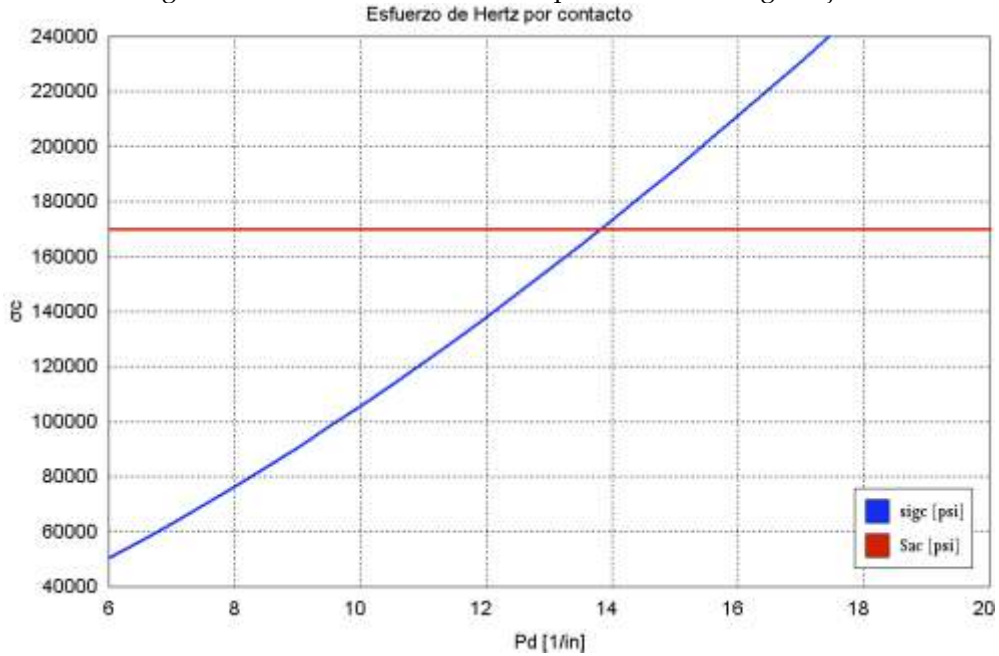
Figura 32. Esfuerzo a flexión en la segunda etapa



Fuente: Autores

Como se observa en la figura 32, Se requiere un paso diametral de $Pd = 14$, o menor, para no sobrepasar los niveles de tensión permisibles en el material de 45 000 psi, según los esfuerzos generados por flexión en el diente del piñón.

Figura 33. Esfuerzos de contacto superficial en los engranajes



Fuente: Autores

Por otro lado, según los esfuerzos superficiales en el diente de ambos engranajes (figura 33), se notó que para este paso diametral de $Pd = 14$, el material fallaría por fatiga superficial. Así que en este caso, la tensión por contacto superficial es la que gobierna el diseño.

Por lo tanto, el paso diametral seleccionado es:

$$Pd = 12$$

• **Hoja de resultados: II etapa**

▪ *Cargas:*

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
		W_t	292.	lb	Fuerza tangencial
		W_r	106.	lb	Fuerza radial
		W	311.	lb	Fuerzo normal

Tabla 3. Fuerzas sobre el diente

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
		T_{pinion}	219.	in-lb	Torque en el piñón
		T_{gear}	584.	in-lb	Torque en el engrane

Tabla 4. Torques en los engranajes

- *Tensión por flexión:*

<i>St</i>	<i>Input</i>	<i>Name</i>	<i>Output</i>	<i>Unit</i>	<i>Comment</i>
<i>L</i>		<i>sigbpinion</i>	<i>20,176.</i>	<i>psi</i>	<i>Esfuerzo por flexión en el diente del piñón</i>
<i>L</i>		<i>sigbgear</i>	<i>16,213.</i>	<i>psi</i>	<i>Esfuerzo por flexión en el diente del engrane</i>
		<i>sigb</i>	<i>20,176.</i>	<i>psi</i>	<i>Máximo esfuerzo por flexión</i>

Tabla 5. Esfuerzos a flexión

- *Tensión debida al contacto:*

<i>St</i>	<i>Input</i>	<i>Name</i>	<i>Output</i>	<i>Unit</i>	<i>Comment</i>
		<i>sigcontact</i>	<i>138,056.</i>	<i>psi</i>	<i>Esfuerzos superficial en el diente de los engranajes</i>
<i>L</i>		<i>sigc</i>	<i>138,056.</i>	<i>psi</i>	<i>Esfuerzo modificado por confiabilidad y vida útil</i>

Tabla 6. Esfuerzos por contacto superficial

- **Especificaciones finales**

Potencia transmitida: 0.5 hp
Velocidad del piñón: 144 rpm
Relación de velocidad: 2.67
Velocidad del engrane: 54 rpm

Piñón:

Pd: 12
Zp: 18
Dp: 1.2"
F: 1" (Espesor del diente)

Piñón:

Pd: 12
Zp: 48
Dp: 4"
F: 1" (Espesor del diente)

Velocidad de la línea de paso: $V_t = 57 \text{ ft/min}$
Número de calidad: $Q_v = 6$
Carga transmitida: $W_t = 292 \text{ lb}$
Distancia entre centros: $C = 2.75''$

Factor de vida útil: 1 (10e7 ciclos)
Factor de confiabilidad: 1 (99%)

Tensión por flexión en el piñón: $\sigma_{tP} = 20\,176 \text{ psi}$

Tensión por flexión en el engranaje: $\sigma_{tG} = 16\,213 \text{ psi}$

Número de tensión por flexión permisible: $S_{at} = 45\ 000\ \text{psi}$

Tensión debida al contacto: $\sigma_c = 138\ 056\ \text{psi}$

Número de tensión por contacto permisible: $S_{ac} = 170\ 000\ \text{psi}$

Dureza requerida en la superficie: 50 HRC

Especificaciones finales del material: AISI 4140, endurecido superficialmente por flama, 50 HRC mínimo.

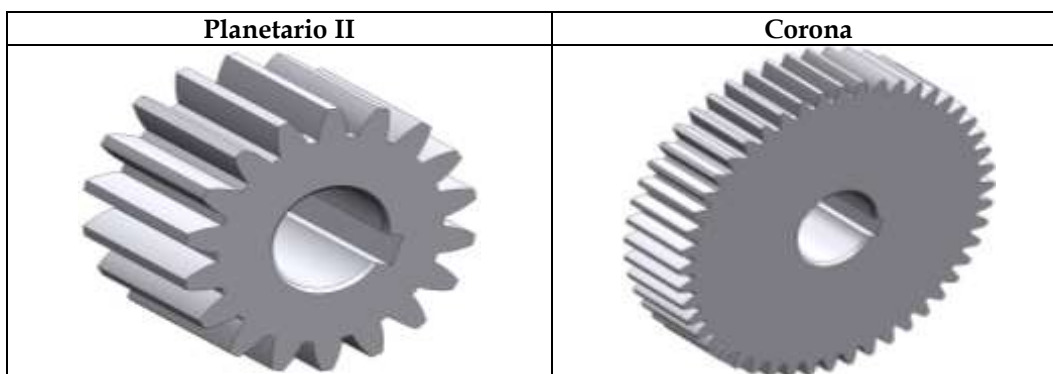
- **Modelación en Solid Edge**

Figura 34. Definición en Mechsoft



Fuente: Solid Edge V14

Figura 35. Engranajes de la primera etapa del sistema de planetarios



Fuente: Autores

- **Diseño de los engranajes de la primera etapa**

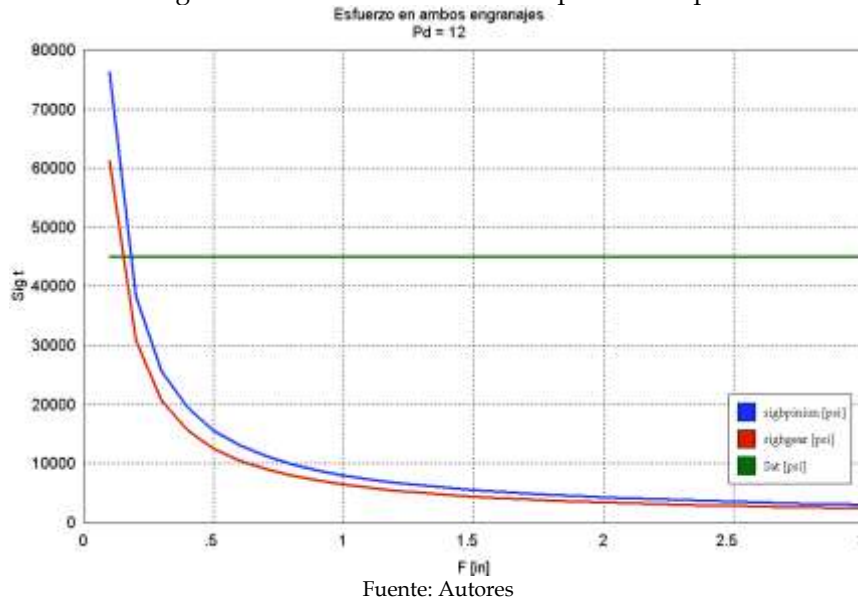
Una vez que se han diseñado los engranajes de la segunda etapa, queda definido el paso diametral de la primera también, por la condición que deben ser ejes paralelos.

Con base en la hoja de cálculo de engranajes usada en el diseño de la segunda etapa y con los anteriores datos de entrada, se calcularon los esfuerzos en los dientes para un rango del ancho de cara de:

$$0.1 < F < 3 \quad [\text{in}]$$

- **Esfuerzo en los engranajes**

Figura 36. Esfuerzo a flexión en la primera etapa



En la figura 36, se puede observar que para este valor del paso diametral y con el mismo valor del ancho de cara de la segunda etapa (1"), el engranaje quedaría sobredimensionado. El diseño según la resistencia del material estaría alrededor de 0.2", pero este valor se sale del rango recomendado según el factor de ancho de cara sugerido en la norma AGMA:

$$8 / Pd < F < 16 / Pd$$

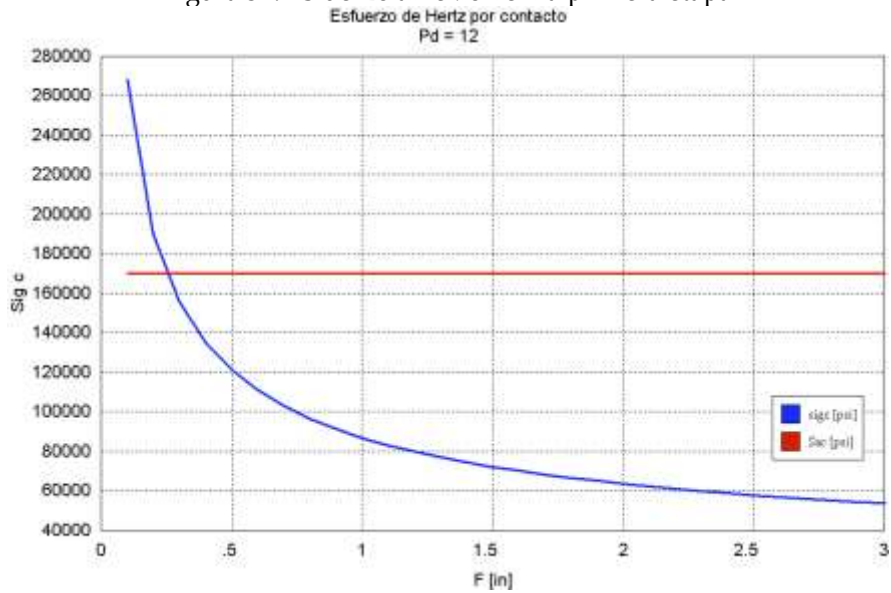
Este factor se recomienda para una distribución uniforme de la carga en el diente del engranaje. Se tomó un valor un poco mayor al ancho de cara mínimo recomendado

($F=8/Pd = 0.67$):

$$F = 0.75''$$

En cuanto al esfuerzo por contacto superficial, el diseño también se encuentra dentro del nivel de seguridad (figura 37), para el valor de F calculado, el esfuerzo es de 10000.

Figura 37. Esfuerzo a flexión en la primera etapa



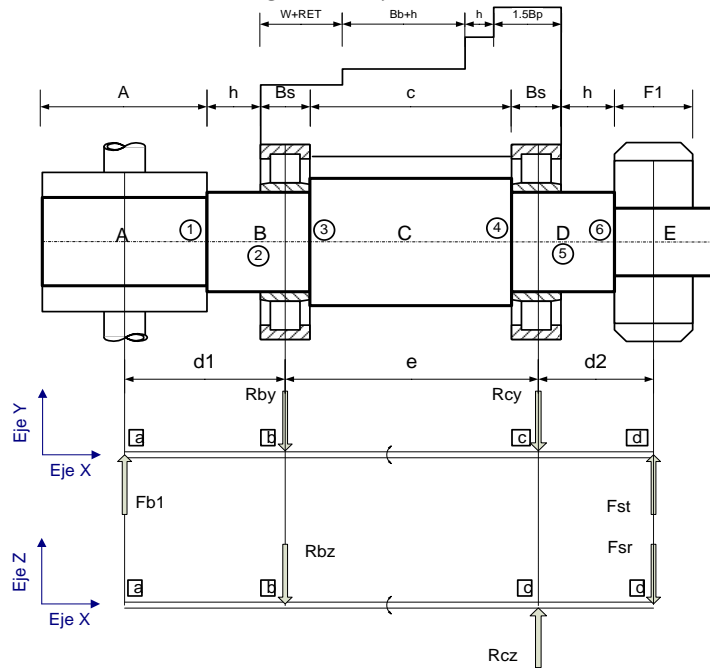
Fuente: Autores

3.2 DISEÑO DE LOS EJES

A continuación se presenta una muestra del cálculo de los ejes realizada para un eje en particular. Para detalles del diseño correspondiente a los demás ejes, se invita la lector a consultar el anexo E.

3.2.1 Diseño del eje del sol

Figura 38. Eje del sol



Fuente: Autores

La estrategia utilizada para el cálculo de los ejes fue un procedimiento iterativo, ya que se tuvo en cuenta la dependencia existente entre las dimensiones del brazo y los diferentes ejes, y entre estos. Esto se hizo con el fin de minimizar las dimensiones finales de cada eje.

Para el cálculo de los ejes fue utilizado TK Solver, con el cual se puede solucionar un conjunto de ecuaciones, con la libertad de definir las variables de entrada y salida del modelo en cualquier momento.

• **Cálculos de las reacciones en TK Solver**

- *Datos de entrada y parámetros:*

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** DATOS DE ENTRADA ***
	1.	Pot		hp	Potencia del motor
	1,660.	n1		rpm	Velocidad del motor
	3.30	D1		in	Diametro de la polea impulsora
	6.85	D2		in	Diametro de la polea impulsada
	1.50	Ds		in	Diametro de paso del sol
	2.50	N			Factor de seguridad
					*** GEOMETRIA DEL EJE ***
	1.531	A		in	Ancho de la masa de la polea
	.75	F1		in	Ancho del engranaje
	12.	Bs		mm	Ancho del rodamiento del eje sol
	10.	Bp		mm	Ancho del rodamiento del eje planetario
	24.	Bb		mm	Ancho del rodamiento del brazo
	.46	W		in	Ancho de la rueda dentada
	.5	h		in	Distancia de separacion
		d1	1.5	in	Distancia a la reaccion en el rodamiento I
		d2	1.1	in	Distancia a la reaccion en el rodamiento II
		c	1.9	in	Distancia entre rodamientos
		e	2.4	in	Distancia entre rodamientos
		L	5.018	in	Longitud del eje
	7.	TL		mm	Ancho de la tuerca + arandela

Tabla 7. Datos de entrada – Diseño del eje del sol

• **Ecuaciones**

Propiedades del material:

$$Snc = Sn \cdot Cs \cdot Cr$$

Geometría en el eje:

$$d1 = \frac{A}{2} + h + \frac{Bs}{2}$$

$$d2 = \frac{F1}{2} + h + \frac{Bs}{2}$$

$$e = Bs + c$$

$$2 \cdot Bs + c = RET + W + 2 \cdot h + Bb + \frac{Bp}{2}$$

Velocidad del eje:

$$mp = \left[\frac{D2}{D1} \right]^2$$

$$n2 = \frac{n1}{mp}$$

Fuerzas sobre el eje:

$$Fb1 = \frac{3 \cdot T}{D2}$$

$$T = Fs \cdot \left(\frac{Ds}{2} \right)$$

$$L = d1 + e + d2$$

Torque:

$$T = \frac{63000 \cdot Pot}{n2}$$

Cálculo de las fuerzas en el eje:

Sumatoria de fuerzas en z:

$$-Rbz + Rcz - Fsr = 0$$

Sumatoria de momentos en y:

$$-Fsr \cdot d2 + Rbz \cdot e = 0$$

Sumatoria de fuerzas en y:

$$Fb1 - Rby - Rcy + Fst = 0$$

Sumatoria de momentos en z:

$$-Rcy \cdot e + Fst \cdot (e + d2) - Fb1 \cdot d1 = 0$$

Ecuación para el cálculo de los diámetros:

$$D = \left[\left(\frac{32 \cdot N}{\pi} \right) \cdot \sqrt{\left(\frac{Kt \cdot M}{Snc} \right)^2 + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{T}{Sy} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

• Datos de salida

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** DATOS DE SALIDA ***
		n2	385.	rpm	Velocidad del eje
		mp	4.31		Relacion de velocidad
					*** FACTORES ***
	.81	Cr			Factor de confiabilidad
	1.0	Cs			Factor de tamaño
					*** PROPIEDADES DEL MATERIAL ***
	83,000.	Sy		psi	Limite de fluencia
	42,000.	Sn		psi	Resistencia a la fatiga sin corregir
		Snc	34,118.	psi	Resistencia a la fatiga corregida

Tabla 8. Datos de salida - Diseño del eje del sol

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** CARGAS APLICADAS ***
	109.	Fst		lb	Fuerza tangencial sobre el sol
	40.	Fsr		lb	Fuerza radial sobre el sol
		Fb1	72.	lb	Fuerza sobre la polea
		T	164.	lb-in	Torque en el eje
					*** REACCIONES ***
		Rby	65.98	lb	Reaccion en el rodamiento en B en y
		Rcy	114.64	lb	Reaccion en el rodamiento en C en y
		Rbz	18.48	lb	Reaccion en el rodamiento en B en z
		Rcz	58.48	lb	Reaccion en el rodamiento en C en z

Tabla 9. Reacciones en el eje - Diseño del eje del sol

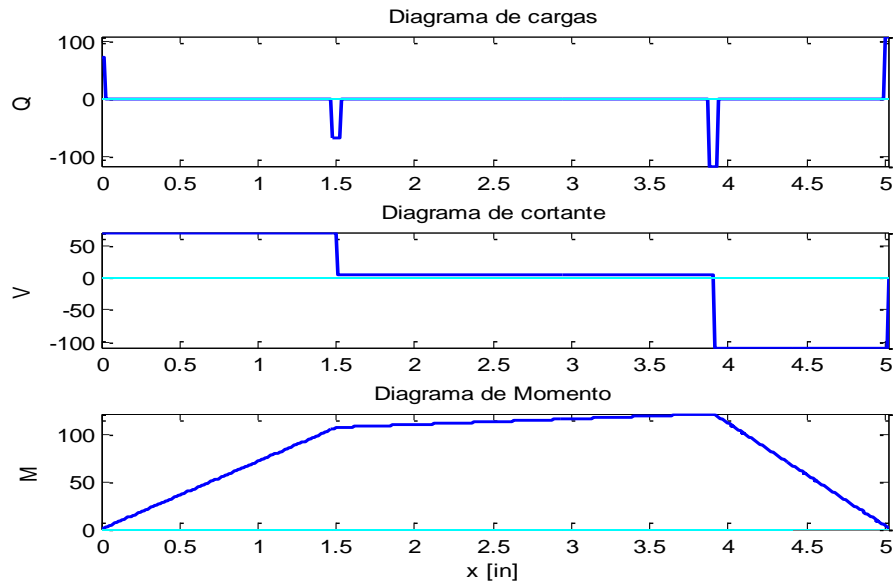
• Diagramas de momento y cálculos de diseño del eje con matlab

Para el cálculo de los diagramas de cortante y de momento (figuras 39-41), se realizó un programa en Matlab, en el que se tomaban como datos de entrada un vector con las cargas, uno con la posición de las cargas y otros dos con los puntos de interés y sus correspondientes factores de concentración.

- Gráficas

- Fuerzas en el plano xy

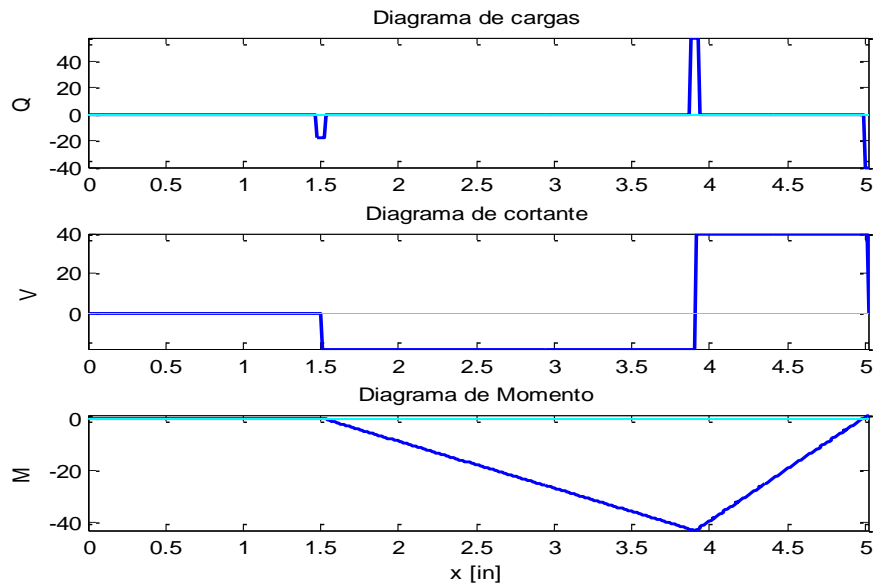
Figura 39. Diagramas de cortante y momento en el plano xy - Eje del sol



Fuente: Autores

- Fuerzas en el plano xz

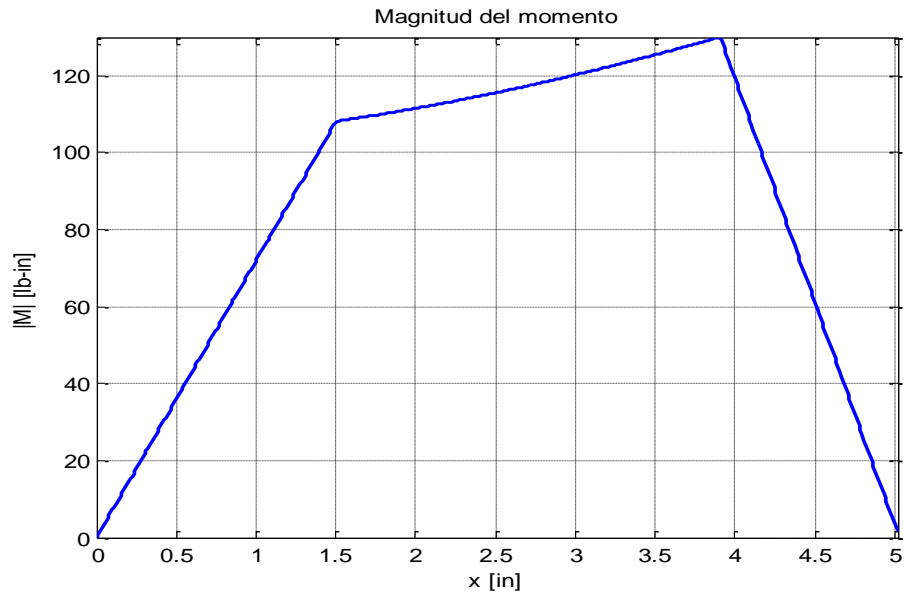
Figura 40. Diagramas de cortante y momento en el plano xz - Eje del sol



Fuente: Autores

- *Magnitud del momento*

Figura 41. Momento total en el eje del sol



Con la información de las cargas y la geometría del eje, el programa devuelve la distribución de momento en los planos xy e xz , así como también la magnitud del momento y el punto donde se presenta el máximo de éste.

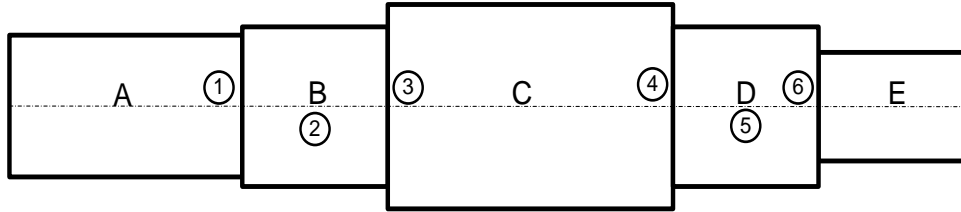
$$M_{\max} = 130 \text{ lb-in} \quad @ \quad x = 3.903 \text{ in, punto C - (5)}$$

Luego, el programa calcula los diámetros mínimos aceptables en los puntos de interés en el eje:

X_s [in]	K_t	M_s [lb-in]	D_s [in]	Punto:
0.766	1.5	55.15	0.4228	(1)
1.502	3.0	108.0	0.4508	(2)
1.738	2.5	110.0	0.5936	(3)
3.671	2.5	127.3	0.6227	(4)
3.907	3.0	130.0	0.4735	(5)
4.643	1.5	44.56	0.4775	(6)

Tabla 10. Dimensiones mínimos en el eje del sol

Figura 42. Puntos críticos en el eje del sol



Fuente: Autores

• **Dimensiones Mínimas Recomendadas:**

Da	Db	Dc	De
0.4228	0.6227	0.7472	0.4775
(11 mm)	(16 mm)	(19 mm)	(13 mm)

Tabla 11. Dimensiones mínimos en el eje del sol


$D_b = D_d$

• **Definición de diámetros**

D_a :

Del catálogo de mcmaster.com, para la polea impulsada se seleccionó la #6204K392:

Figura 43. Selección de una polea comercial para el eje del sol



Part Number: [6204K392](#)

Pulley Type	Drive Pulleys
For Belt Type	V-Belt Pulleys
V-Belt Section and End Dimensions (Top Width x Height)	4L-Section - 1/2" x 5/16" and 5L-Section - 3/8" and A-Section - 1/2" x 5/16" and AX-Section - 5/16" and B-Section - 21/32" x 13/32" and 21/32" x 13/32"
Outer Diameter	7.75"
Bore Type	Finished Bore
Finished Bore Pulley Style	Standard
Bore Size (ID)	7/8"
X-Dimension	7/8"
Y-Dimension	1-17/32"
Pulley Design	Solid
A Belts Pitch Dia.	7"
B Belts Pitch Dia.	7.4"
Pulley Material	Cast Iron

Fuente: www.mcmaster.com

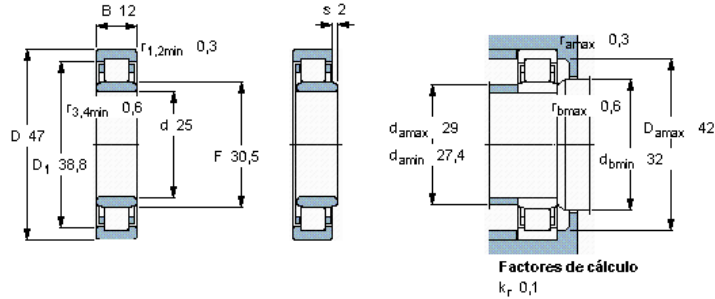
Con un diámetro de agujero de 7/8" (22.2 mm).
 Del cálculo de ejes se obtuvo un $D_{a\min}$ de $D_a = 11$ mm
 Por lo tanto:

$D_a = 22.2$ mm

• **Selección:**

Rodamiento: **NU 1005**

Figura 45. Rodamiento UN 1005



Fuente: www.skf.com

$$d = 25 \text{ mm}$$

$$B = 12 \text{ mm}$$

$$d_{bmin} = 32 \text{ mm}$$

$$D_{amax} = 42 \text{ mm}$$

$$D = 47 \text{ mm}$$

$$C = 14.2 \text{ KN} \rightarrow \mathbf{o.k.} \sqrt{}$$

(Diámetro del hombro)

(Diámetro de la caja del rodamiento)

D_b:

$$D_b = D_d = d = 25 \text{ mm}$$

D_c:

D_{hombro}:

$$D_{Cmin} = D_c = 19 \text{ mm}$$

$$D_{hombro} = d_{bmin} = 32 \text{ mm}$$

Por lo tanto, se toma:

$$D_c = 32 \text{ mm}$$

$$D_{caja} = 40 \text{ mm}$$

D_e:

$$D_{emin} = D_e = 13 \text{ mm} \rightarrow \frac{D_b}{D_e} = \frac{25}{13} = 1.9$$

Produciría un factor de concentración muy alto.

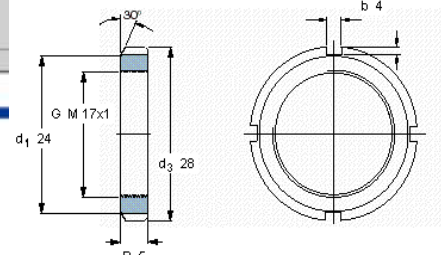
Se asume una relación más baja de: $\frac{D}{d} = 1.4$.

$$\rightarrow D_e = \frac{25}{1.4} = 17.8 \text{ mm.}$$

Finalmente, para terminar la definición del diámetro D_e , se busca en el catálogo de SKF las tuercas de seguridad disponibles más cercanas a estos diámetros en la sección de accesorios para rodamientos:

Figura 46. Selección de la tuerca de seguridad para el engranaje (sol)

Tornillos de fijación RME3 con arandela de fijación									
Tamaño de la tuerca	Dimensiones			Capacidad de carga axial	Módulo	Desplazamiento fuerza de fijación	Resistencia a la tracción		
	d_1	d_2	d_3				R_m	R_p	Clase
18	18	4	MM 18x4-20	9,2	0,024	MM 8	MD 3	18A 0	
12	22	4	MM 12x4	11,8	0,036	MM 9	MD 1	18B 1	
15	25	6	MM 15x6	14,9	0,050	MM 9	MD 2	18B 2	
12	22	6	MM 12x6	11,7	0,034	MM 8	MD 2	18B 3	
16	22	6	MM 16x6	14	0,055	MM 8	MD 4	18C 1	
25	30	7	MM 25x7-3	21,2	0,020	MM 5	MD 5	18C 5-5	
28	44	7	MM 28x7-3	26,3	0,020	MM 6	MD 6	18C 6-6	
30	52	8	MM 30x8-5	42	0,055	MM 7	MD 7	18C 7	
40	50	8	MM 40x8-3	92	0,070	MM 8	MD 8	18C 8	
35	40	10	MM 35x10-3	70	0,11	MM 9	MD 9	18C 9	
50	70	11	MM 50x11-3	81,8	0,14	MM 10	MD 10	18C 10	
55	75	11	MM 55x11	81,8	0,15	MM 10	MD 11	18C 11	
60	80	11	MM 60x11	95	0,15	MM 10	MD 12	18C 12-13	
65	88	12	MM 65x12	108	0,19	MM 10	MD 13	18C 13-15	
70	92	12	MM 70x12	118	0,23	MM 14	MD 14	18C 14	
75	101	12	MM 75x12	139	0,27	MM 15	MD 15	18C 15	
80	100	16	MM 80x16	177	0,36	MM 16	MD 16	18C 16	
85	110	16	MM 85x16	190	0,41	MM 17	MD 17	18C 17	
90	120	16	MM 90x16	219	0,41	MM 18	MD 18	18C 18-20	
95	125	17	MM 95x17	238	0,55	MM 18	MD 19	18C 19-23	
100	135	18	MM 100x18	269	0,60	MM 18	MD 20	18C 20	
105	140	18	MM 105x18	290	0,79	MM 20	MD 21	18C 21-22	
110	140	18	MM 110x18	315	0,67	MM 22	MD 22	18C 22-23	
115	150	18	MM 115x18	315	0,81	MM 25	MD 25	TAPFA 25-30	
120	145	20	MM 120x20	330	0,83	MM 24	MD 24	TAPFA 14-24	

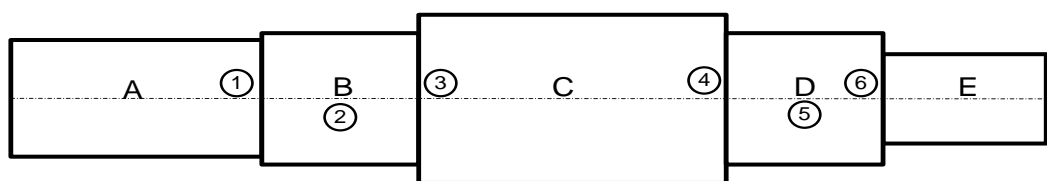


$D_e = 17 \text{ mm.}$

Fuente: www.skf.com

• **Medidas finales**

Figura 47. Medidas finales en el eje del sol



Fuente: Autores

- $D_a = 22.2 \text{ mm}$
- $D_b = 25 \text{ mm}$
- $D_c = 32 \text{ mm}$
- $D_d = 25 \text{ mm}$
- $D_e = 17 \text{ mm}$
- $L_a = 40 \text{ mm}$
- $L_b = 25 \text{ mm}$
- $L_c = 61 \text{ mm}$
- $L_d = 25 \text{ mm}$
- $L_e = 28 \text{ mm}$

• **Cálculo de los cuñeros**

■ Ecuaciones: Material: AISI 1020 CD

$S_y = 51 \text{ Ksi}$

$$\tau_d = \frac{0.5 \cdot S_y}{N}$$

$$\sigma_d = \frac{S_y}{N}$$

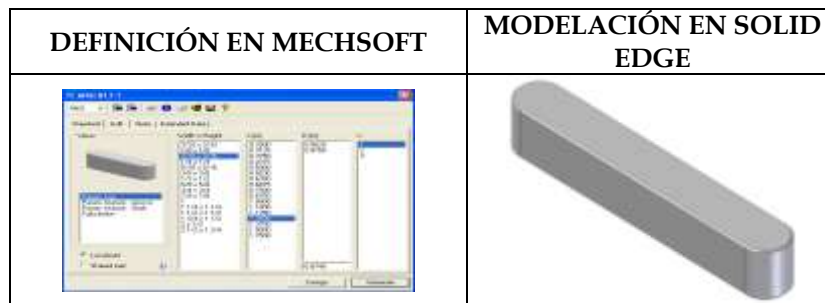
$$L_t = \frac{2 \cdot T}{\tau_d \cdot D \cdot w}$$

■ *Cuña en la polea:*

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** DATOS DE ENTRADA ***
	3.	N			Factor de seguridad
	164.	T		lb-in	-->Torque en el eje
	51,000.	Sy		psi	Resistencia a la deformacion
	22.2	D		mm	Diametro del eje.
					*** DATOS DE SALIDA ***
		w	.1875	in	Espesor de la cunha
		rd	8,500.	psi	Tension de corte de disenho
		sd	17,000.	psi	Tension de compresion de disenho
		Lr	.235	in	Longitud de la cunha
		x	4.1	mm	Ubicacion del cunhero
	1.575	A			Ancho de la polea + huelgo
		prof	2.381	mm	Profundidad en el eje
	1.250	Lstd		in	Longitud estandar

Tabla 13. Hoja de variables – Cálculo de la cuña de la polea

Figura 48. Cuña de la polea impulsada en el eje del sol



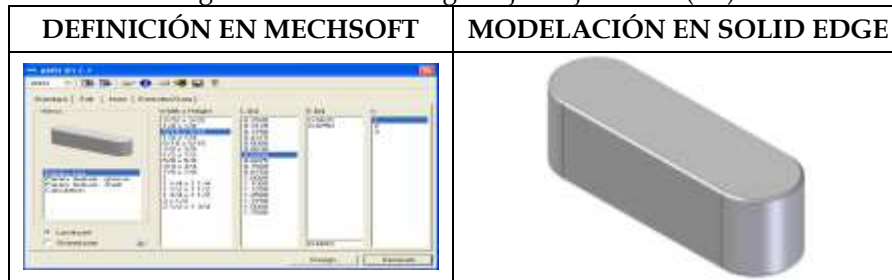
Fuente: Solid Edge

■ *Cuña en el engranaje:*

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** DATOS DE ENTRADA ***
	3.	N			Factor de seguridad
	164.	T		lb-in	-->Torque en el eje
	51,000.	Sy		psi	Resistencia a la deformacion
	17.	D		mm	Diametro del eje.
					*** DATOS DE SALIDA ***
		w	.1875	in	Espesor de la cunha
		rd	8,500.	psi	Tension de corte de disenho
		sd	17,000.	psi	Tension de compresion de disenho
		Lr	.307	in	Longitud de la cunha
		x	1.6	mm	Ubicacion del cunhero
	.75	F1		in	Ancho del engranaje, sol
		prof	2.381	mm	Profundidad en el eje
	.625	Lstd		in	Longitud estandar

Tabla 14. Hoja de variables – Cálculo de la cuña del engranaje

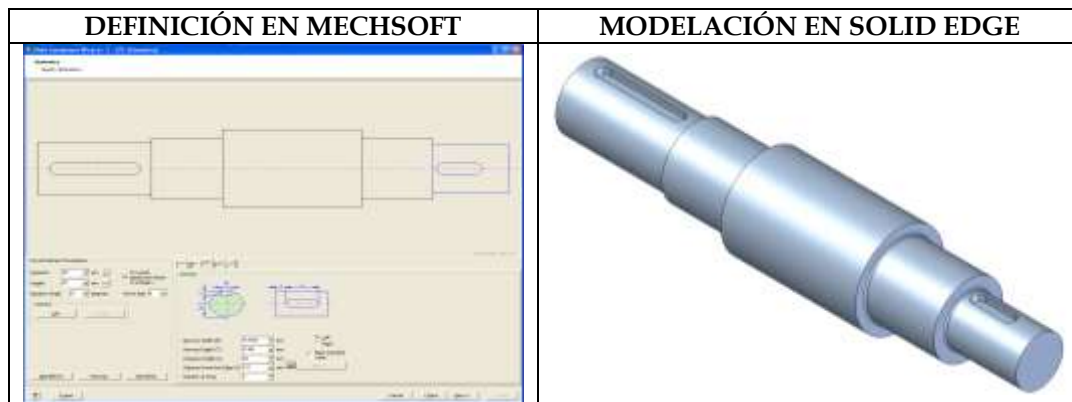
Figura 49. Cuña del engranaje el eje del sol (sol)



Fuente: Solid Edge

- **Modelado en Solid Edge**

Figura 50. Modelado del eje del sol en Solid Edge

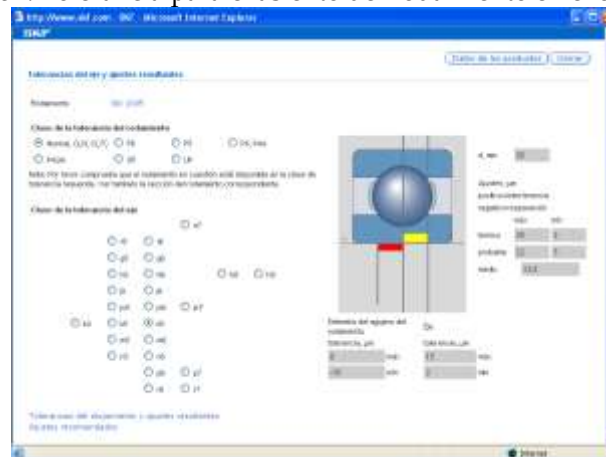


Fuente: Solid Edge

- **Tolerancias de los asientos de los rodamientos**

El fabricante recomienda una tolerancia para cargas normales y diámetros menores a 30 mm de k6:

Figura 51. Tolerancia para el asiento del rodamiento en el eje del sol

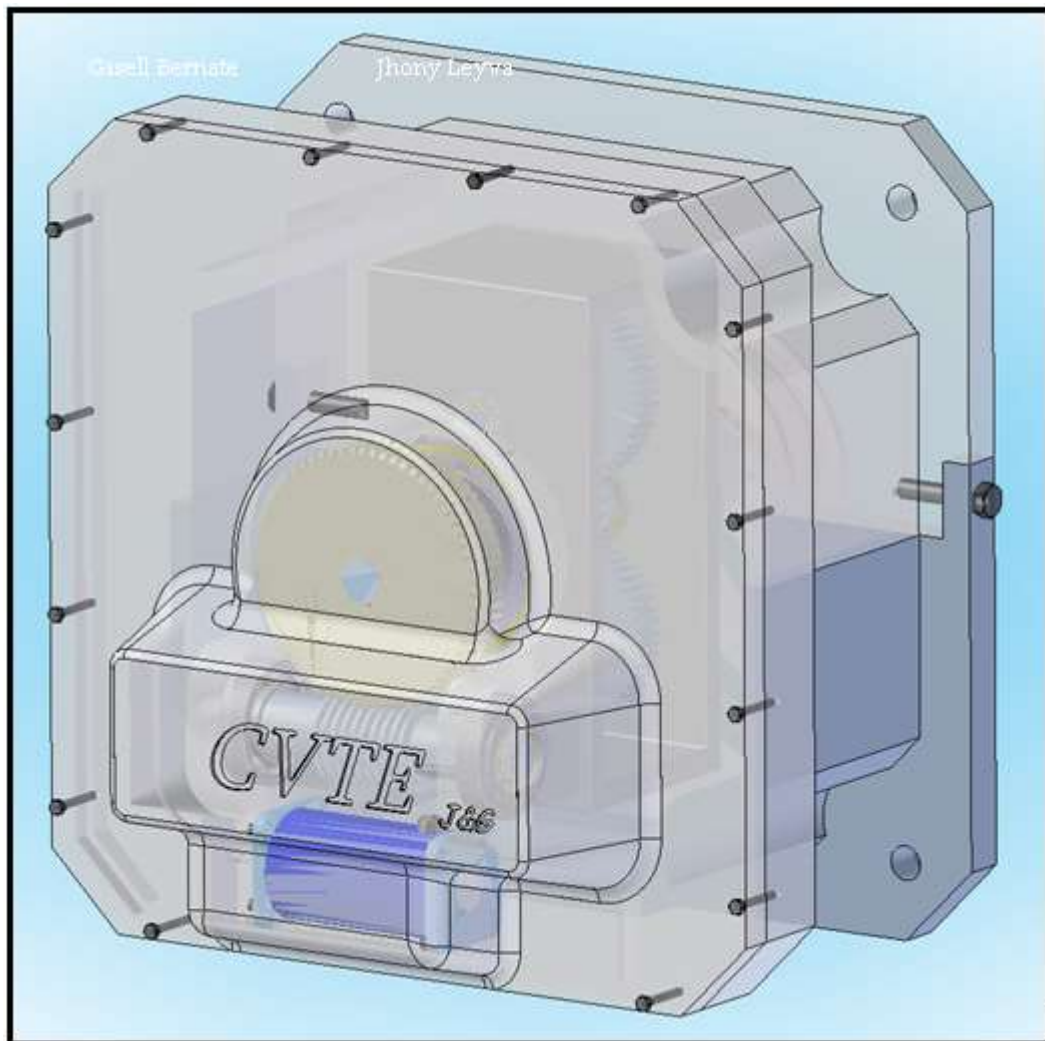


Fuente: www.skf.com

3.3 MODELADO EN SOLID EDGE DE LA TRANSMISIÓN DISEÑADA

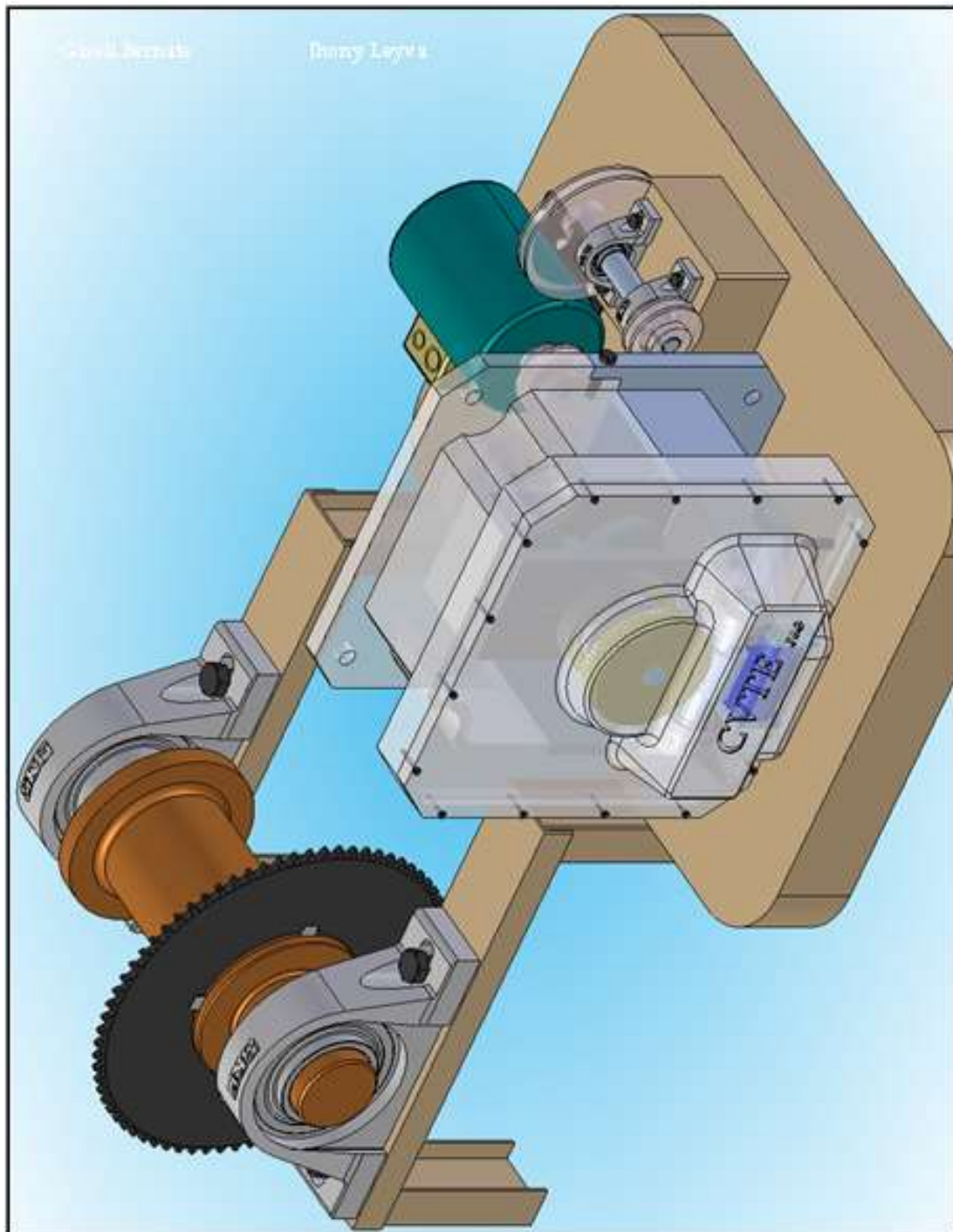
Una vez realizado el cálculo y la selección de todos los elementos de la CVT (para el detalle de los cálculos se invita al lector a consultar los anexos C-E), se modelaron las piezas en el paquete de diseño Solid Edge y se construyó el ensamble para la comprobación de interferencias (figuras 52-55). Los elementos de la transmisión fueron diseñados según la librería de partes del Engineer Handbook de Solid Edge: ejes, engranajes, cuñas, anillos de retención y tornillos, mientras que los rodamientos, chumaceras, arandelas y tuercas de seguridad fueron seleccionadas del fabricante de rodamientos SKF y los modelos CAD fueron descargados directamente de la pagina www.skf.com.

Figura 52. CVT Epicicloidial



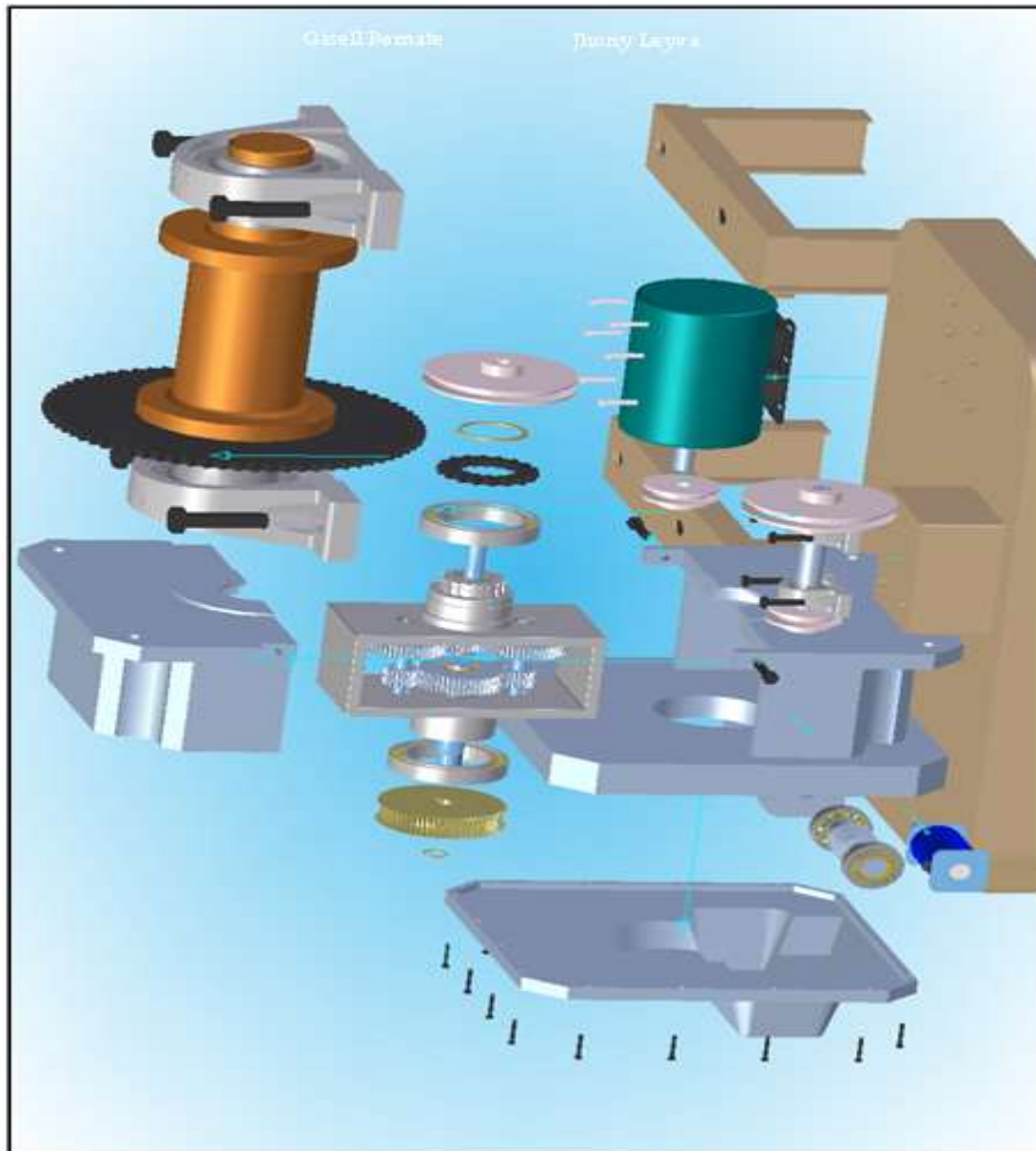
Fuente: Autores

Figura 53. Transmisión Variable Continua Epicicloidal montada



Fuente: Autores

Figura 55. Explosionado de la CVTE



Fuente: Autores

3.4 COMPROBACIÓN DE LOS ESFUERZOS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

3.4.1 Comprobación del eje del sol

- La teoría de Von Mises-Hencky o de energía de distorsión

El mecanismo microscópico de fluencia se entiende que se debe al deslizamiento relativo de los átomos del material dentro de su estructura de red. Este deslizamiento es causado por esfuerzos cortantes acompañados por distorsión en la forma de la pieza. La energía almacenada en la pieza por causa de esta distorsión es un indicador de la magnitud del esfuerzo cortante presente.

El esfuerzo efectivo (σ') de Von Mises se define como aquel esfuerzo a tensión uniaxial que generaría la misma energía de distorsión que la que se produciría por la combinación real de los esfuerzos aplicados. Una vez calculado el esfuerzo de Von Mises, se procede a compararlo con el límite de fatiga corregido del material para hallar el factor de seguridad del eje:

$$\sigma_{perm} = \frac{S_{nc}}{N} = \frac{34118}{2.5} = 13647 \text{ Psi} \quad (\text{Ec. 27}),$$

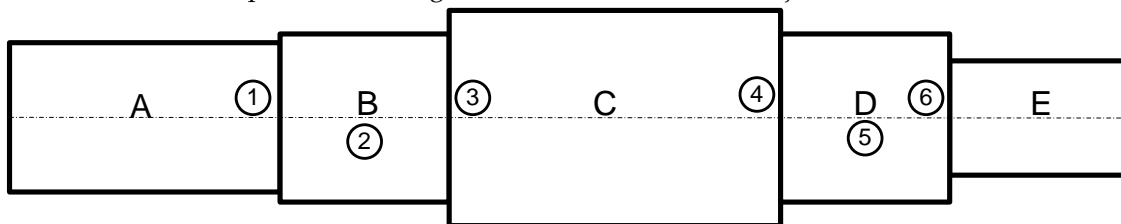
Cálculo teórico:

Según el procedimiento de diseño recomendado por la norma ANSY B106.1M-1985, el diseño para el eje arrojó los siguientes puntos críticos en el eje del sol (tabla 15):

Xs [in]	Kts	Ms [lb-in]	D _{eje} [mm]	D _{hombro} [mm]	Punto	Concentrador
3.671	2.5	127	32	25	(4)	hombro
3.907	1	130	32	25	(5)	Momento máx
4.643	1.5	45	25	17	(6)	Hombro

Tabla 15. Puntos críticos en el eje del sol

Repetición de la figura 41. Puntos críticos en el eje del sol



Fuente: Autores

Como conclusión, todos los diámetros asumidos para el eje se encuentran muy por encima de los valores mínimos calculados (tabla 16):

Punto	D _{min} [mm]	D _{eje} [mm]
(4)	15.82	25
(5)	12.03	25
(6)	12.13	17

Tabla 16. Diámetros del eje del sol

• **Cálculo de los estados de esfuerzo**

Para el diseño de los ejes, inicialmente se asumen valores para los factores de concentración de esfuerzo en los hombros, ya que estos dependen de la relación de los diámetros en el hombro, los cuales aún no están definidos. Por ello, es recomendable comprobar el nivel de los esfuerzos de Von Mises en el eje calculando estos factores de concentración con los diámetros ya encontrados. Otra aproximación que se hace es considerar que las cargas se aplican puntualmente. A continuación se muestra un análisis más detallado para comprobar los resultados del diseño:

▪ *Ecuaciones*

Esfuerzo normal

$$\sigma = \frac{K_t \cdot M \cdot c}{I}$$

$$c = \frac{D}{2}$$

$$I = \frac{\Pi \cdot D^4}{64}$$

Esfuerzo cortante

$$\tau = \frac{T \cdot R}{J}$$

$$J = 2 \cdot I$$

$$R = \frac{D}{2}$$

Esfuerzos principales

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

Esfuerzo efectivo de Von Mises

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_1 - \sigma_1 \cdot \sigma_3 + \sigma_3^2}$$

Factor de seguridad

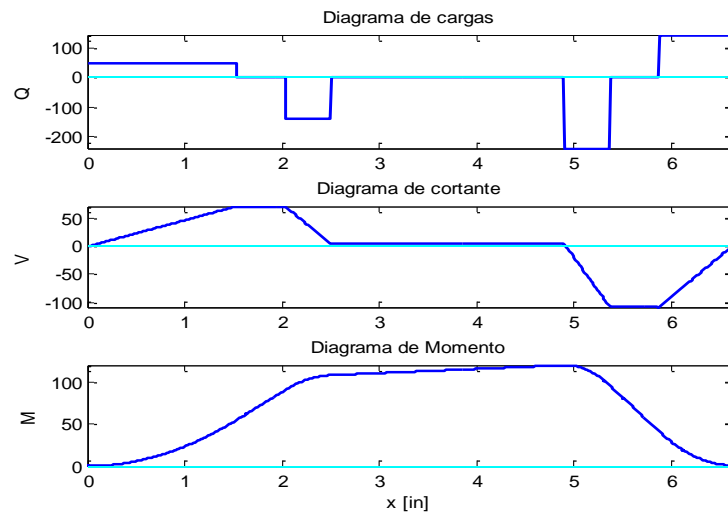
$$N = \frac{S_{nc}}{\sigma_e}$$

- **Análisis teniendo en cuenta las cargas distribuidas**

Para comprobar el estado de esfuerzos en el eje, se ha considerado las cargas como se presentan en la realidad, distribuidas a lo largo del hombro en el que están en contacto, para hallar la función de momento (figura 56 y 57).

- *Diagramas xy*

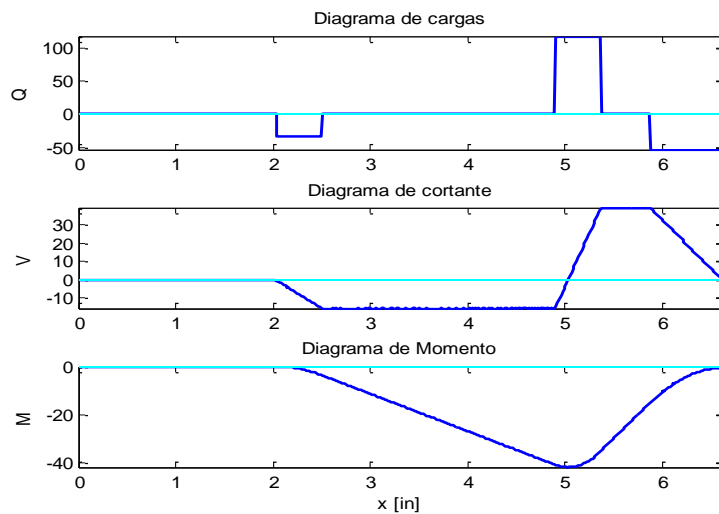
Figura 56. Diagramas en XY para una distribución uniforme de las cargas



Fuente: Autores

- *Diagramas xz*

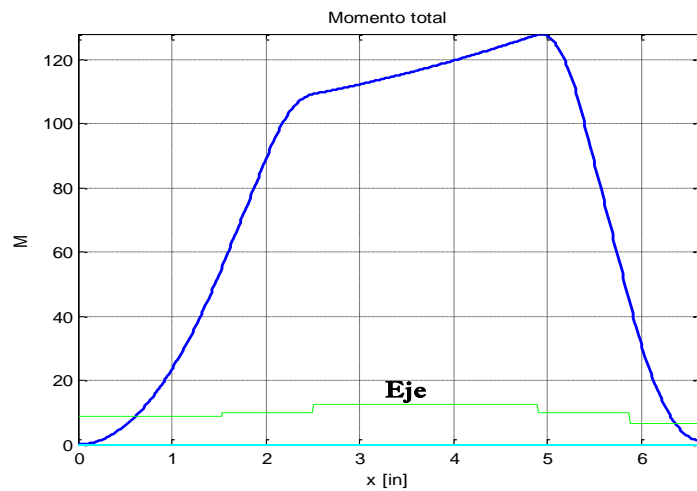
Figura 57. Diagramas en XZ para una distribución uniforme de las cargas



Fuente: Autores

- *Momento total*

Figura 58. Magnitud del momento



Fuente: Autores

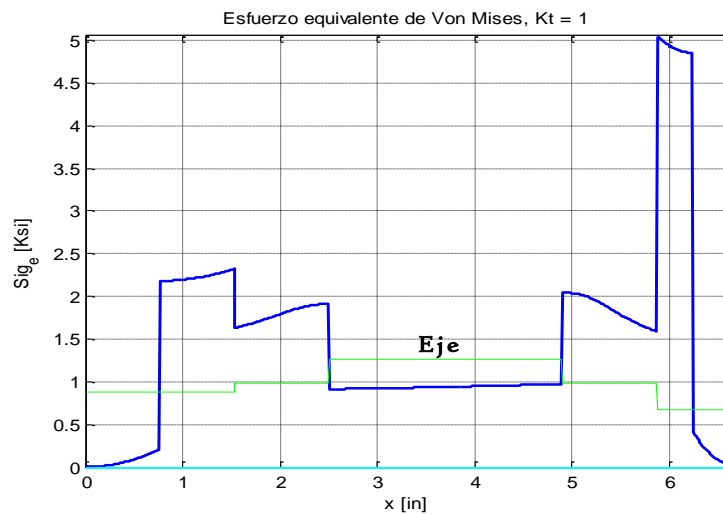
$$M_{\max} = 128 \text{ lb-in, en } x = 4.937$$

El momento total en el eje (figura 58) está muy cercano al encontrado en el proceso de diseño de 130 lb-in, por lo que se deduce que no se comete gran error al realizar esta aproximación.

- **Esfuerzos equivalentes de Von Mises en el eje**

Con base en este diagrama de momentos, se calcularon los esfuerzos en el eje sin tener cuenta el factor de concentración: K_t (figura 59) y teniéndolos en cuenta (figura 60) según el criterio de mínima energía.

Figura 59. Esfuerzos equivalentes en el eje sin concentración de tensión

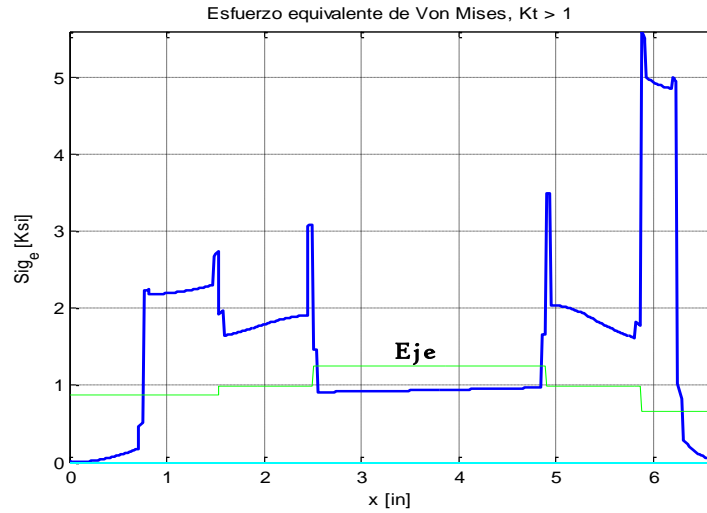


Fuente: Autores

El esfuerzo máximo calculado es de 5051 psi y se encontró en $x = 5.876$, el hombro del engranaje.

- **Teniendo en cuenta el factor de concentración: K_t**

Figura 60. Esfuerzos equivalentes en el eje con concentración de tensión



Fuente: Autores

El esfuerzo máximo es de 5598 psi y se encontró en $x = 5.876$. Los valores para el esfuerzo de Von Mises en los puntos críticos son (figura 60):

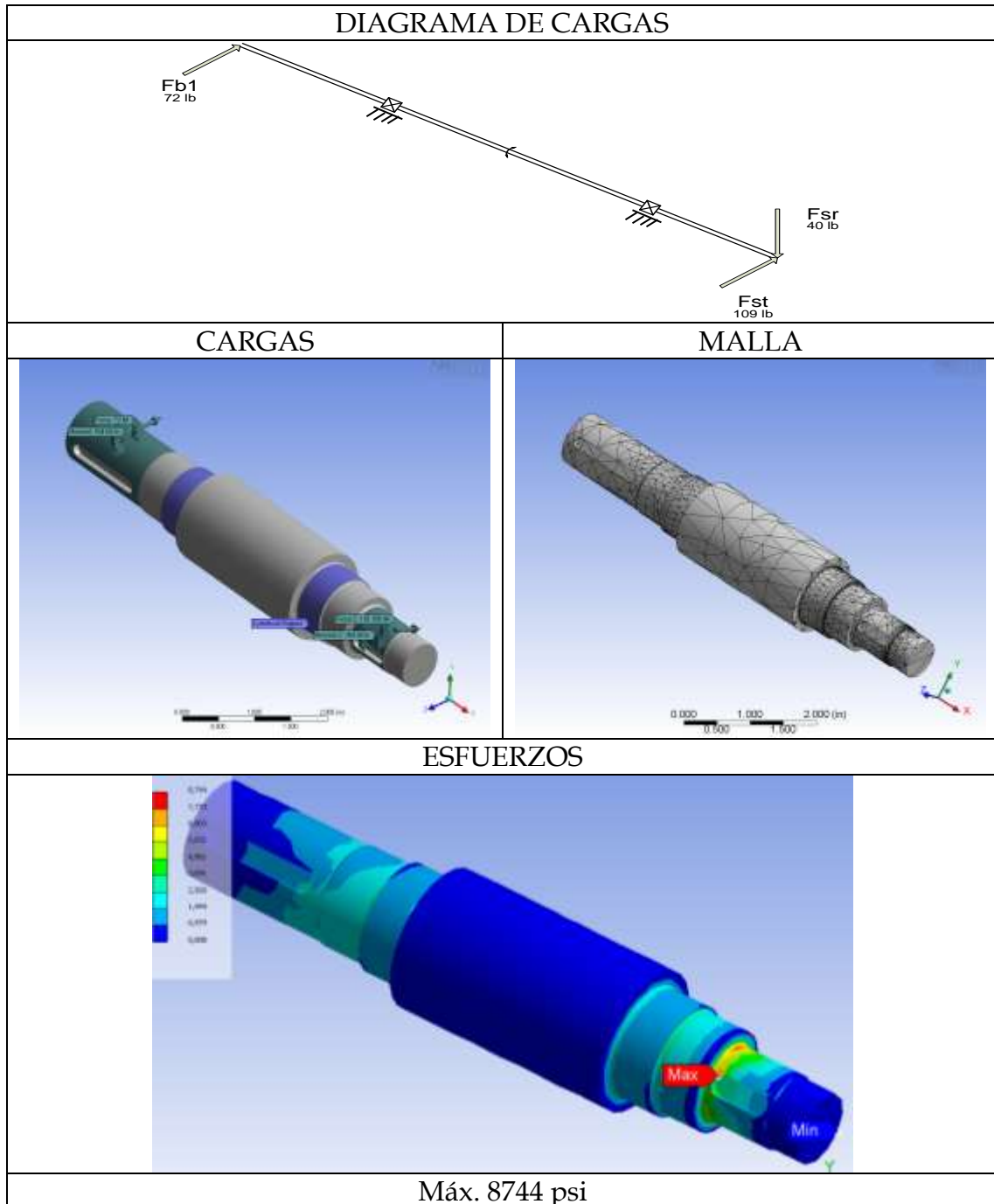
[2220 2700 3070 3480 5560] Psi

Estos valores del esfuerzo equivalente encontrados para los puntos críticos se encuentran muy por debajo del esfuerzo permitido en el eje, resultando como consecuencia en un factor de seguridad mayor.

- **Simulación en ANSYS Workbench**

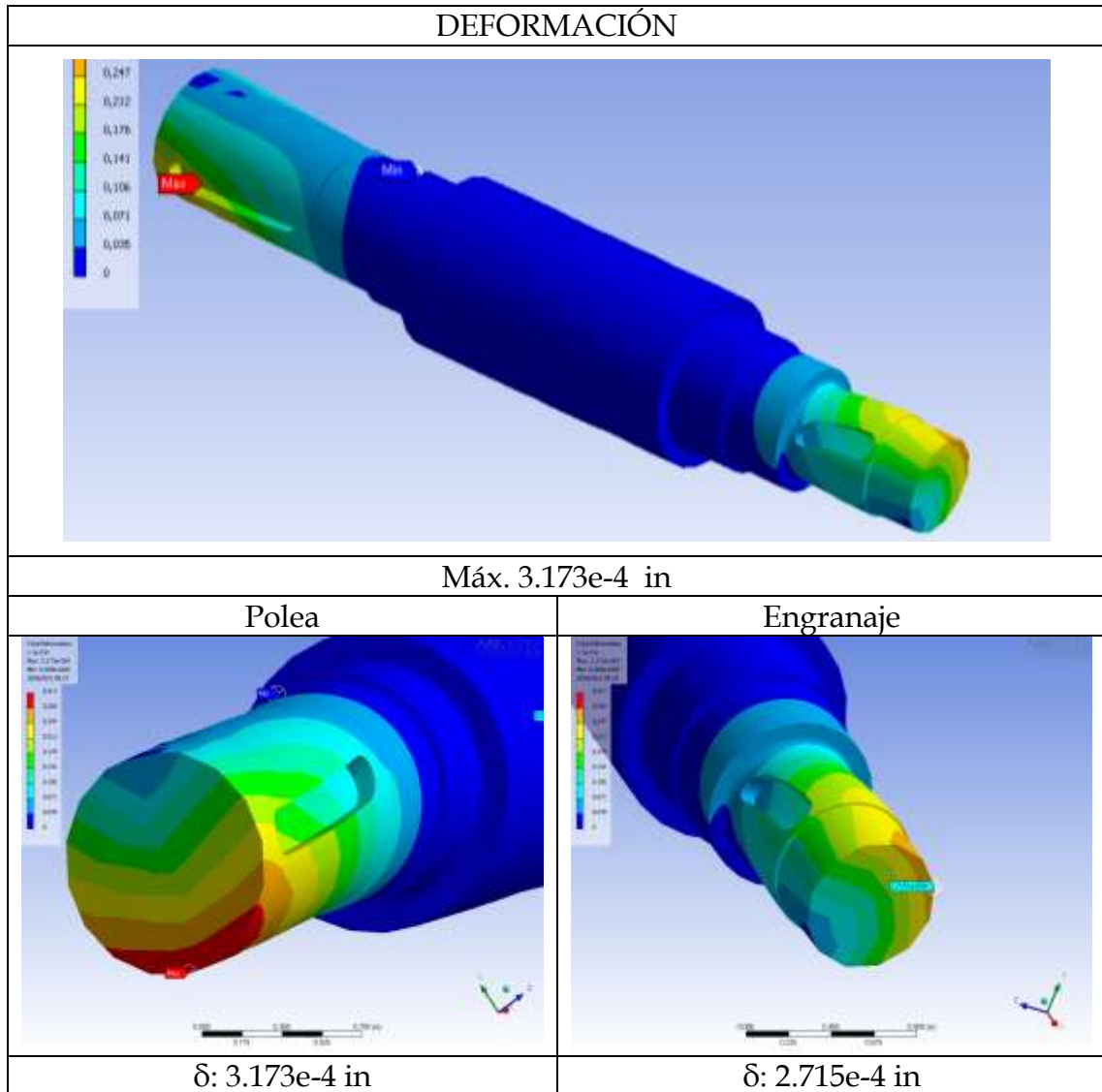
Para la comprobación del eje se realizó la simulación para el cálculo de los esfuerzos en la herramienta de análisis de elementos finitos ANSYS WORKBENCH 10. Estos esfuerzos serán comparados con los calculados teóricamente:

Figura 61. Simulación mediante elementos finitos del eje del sol



Fuente: Autores

Figura 62. Deformación en el eje del sol



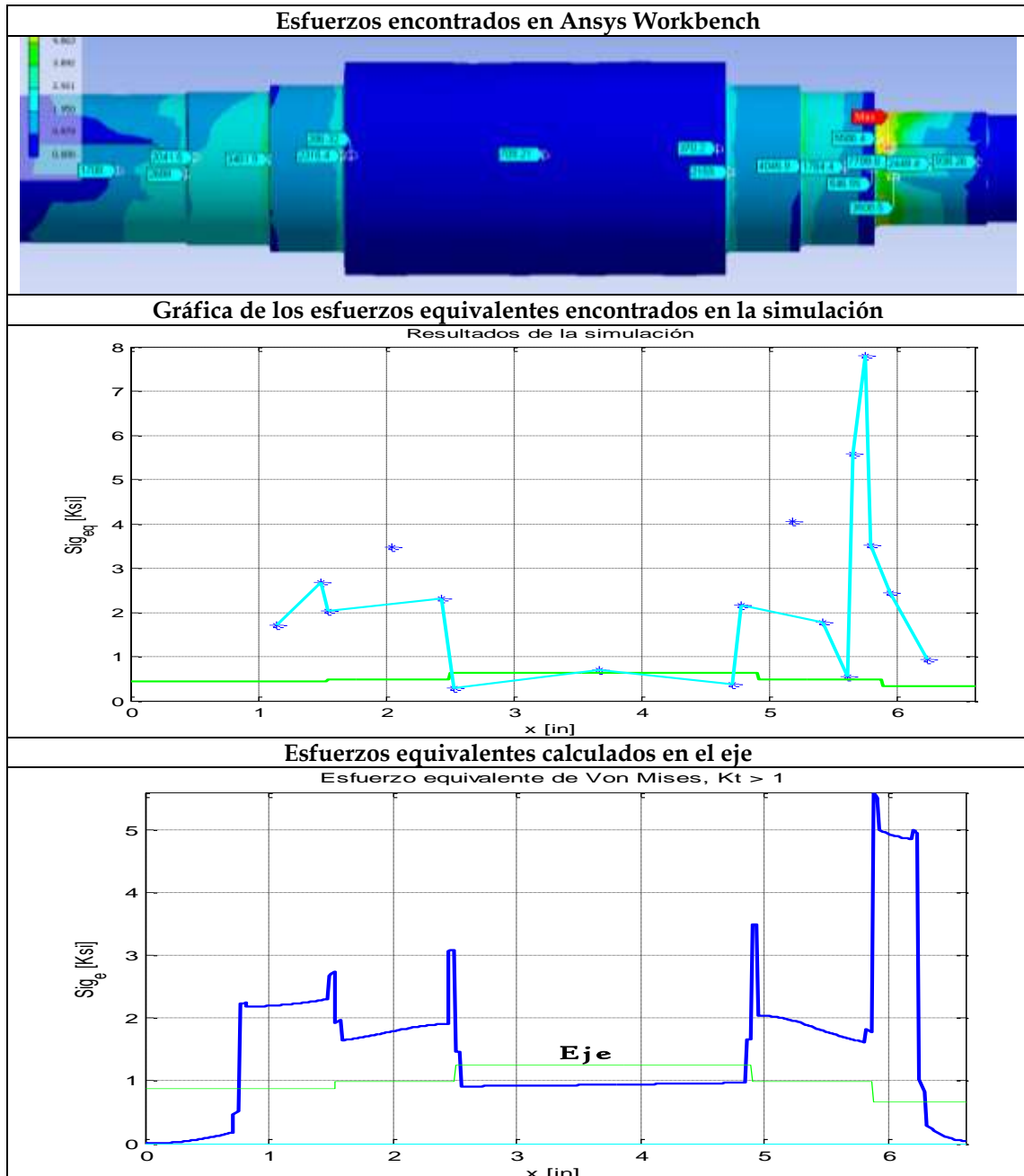
Fuente: Autores

La deformación máxima se presentó en el hombro de la polea, alrededor de 0.32 milésimas de pulgada, mientras que en el lado del engranaje la deformación presentada fue de 0.27 milésimas de pulgada. Estos valores de deformación en el eje indican que el eje presenta una excelente rigidez, y que los engranajes funcionarán correctamente, ya que la deformación relativa entre engranajes se encuentra por debajo de la máxima permitida, que es de 5 milésimas de pulgada.

- **Comprobación de los esfuerzos**

Finalmente se realiza un seguimiento alrededor del eje para obtener algunos valores del esfuerzo equivalente en los puntos críticos y luego se compara con los esfuerzos calculados teóricamente.

Figura 63. Comprobación de los esfuerzos



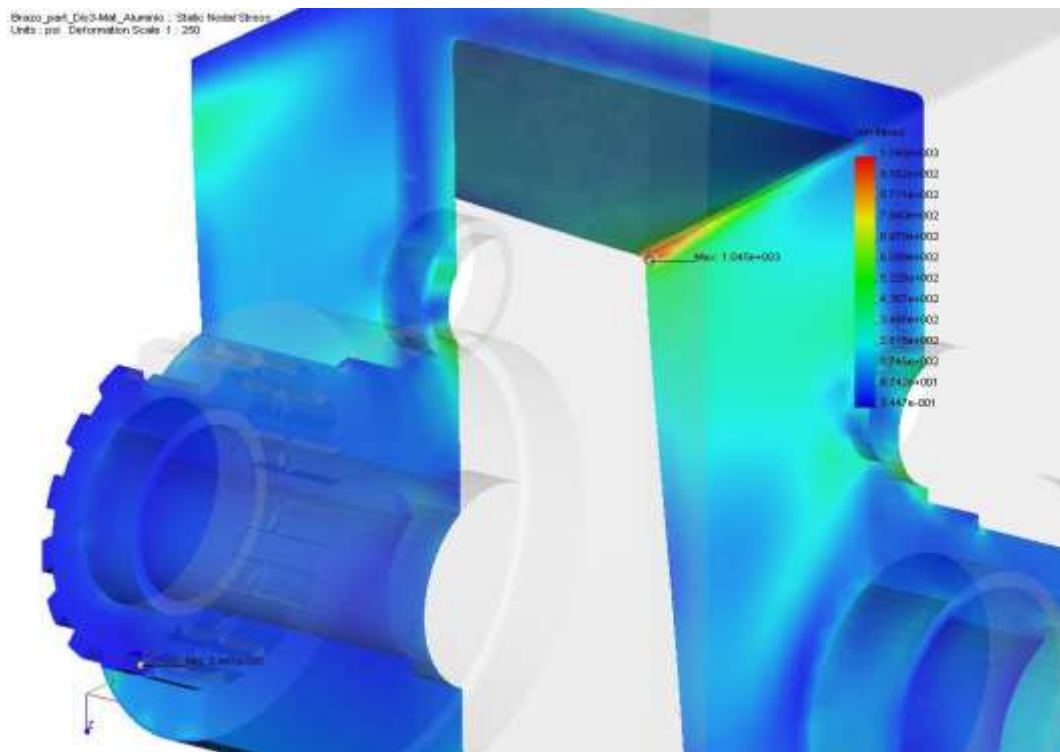
Fuente: Autores

En la figura 63, los puntos dispersos en el centro de los hombros de los rodamientos ($x=2$ y $x=5.2$), corresponden a concentradores de esfuerzo debido los rebajes realizados en el eje después del diseño para su correcto ensamblaje. Los puntos se corresponden muy bien, excepto aquellos que están cerca del hombro del engranaje ($x=5.8$), ya que es muy difícil encontrar en la teoría el efecto de concentración debido al hombro y a la cercanía de un cuñero simultáneamente.

3.4.2 Análisis del brazo

El brazo es el componente que soportará todos los elementos del sistema de planetarios, por lo tanto, es importante que su deformación se mantenga al mínimo posible. Dado que posee una geometría compleja, su diseño quedará restringido para un paquete de elementos finitos, en este caso la herramienta Cosmos DesignStar, versión demo, para comprobar que el nivel de esfuerzos y la deformación estén en un rango seguro para el funcionamiento de la transmisión (ver figura 64).

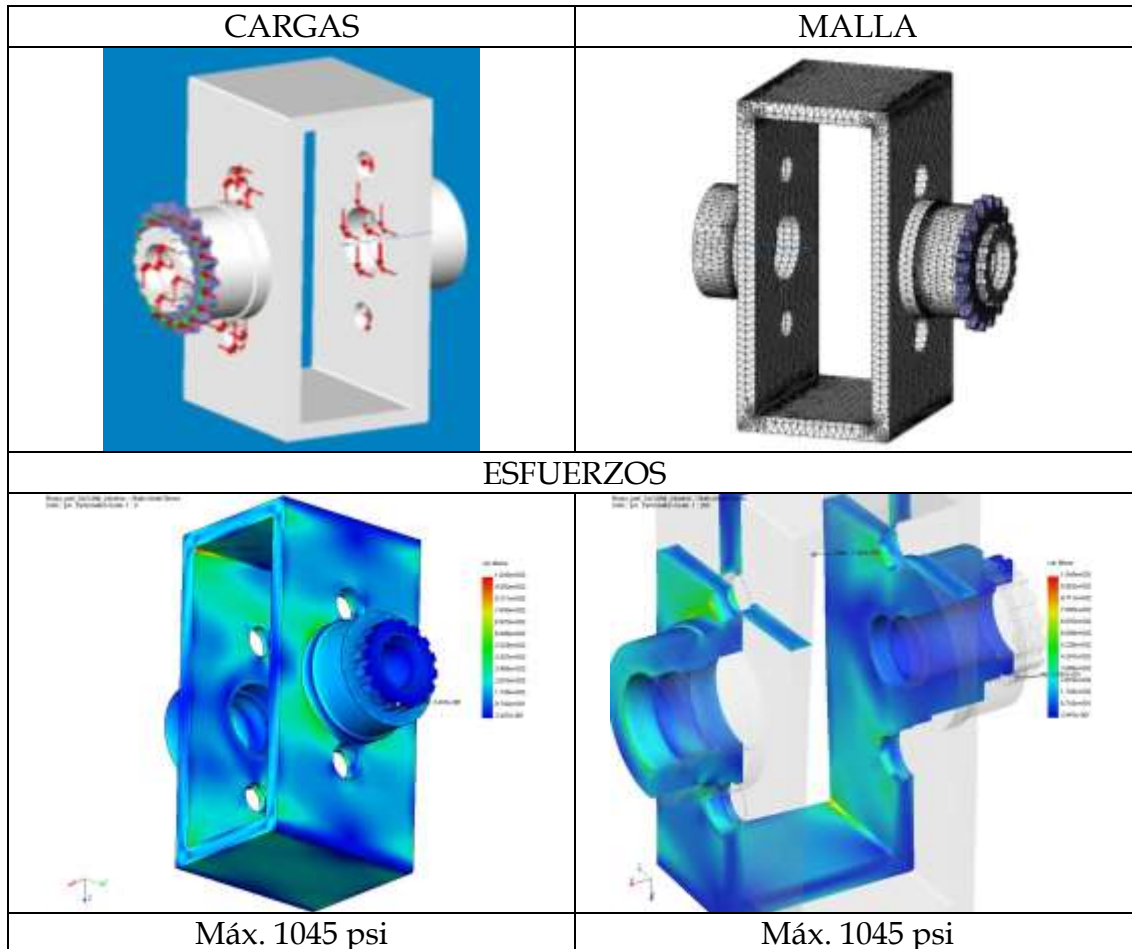
Figura 64. Análisis de esfuerzos en el brazo



Fuente: Autores

- **Análisis en Cosmos DesignStar**

Figura 65. Análisis mediante elementos finitos del brazo

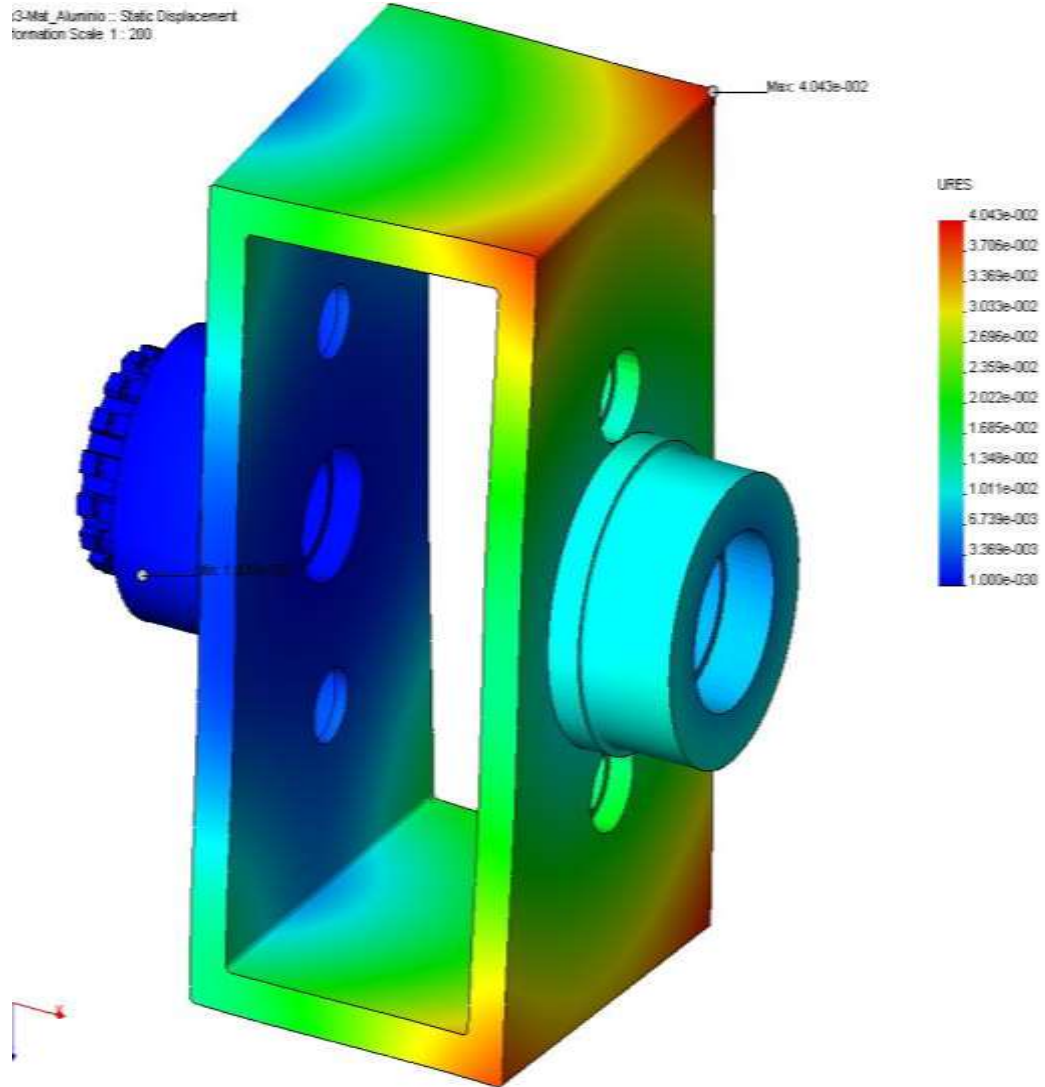


Fuente: Autores

El brazo es el componente que soporta todo el tren de engranajes planetarios, junto con los ejes y los rodamientos. Su diseño ha sido intercambiado varias veces hasta la forma final que se presenta aquí. Se ha preferido esta forma compacta en vez de los diseños alternativos de ensamblajes pernaados o soldados porque presenta una mayor rigidez.

El diseño dinámico de la CVT exige que se minimice el momento de inercia, por lo que se ha tomado como material de prueba una aleación de aluminio, la aleación 2018, para realizar la simulación y se han encontrado valores conservadores para el nivel de esfuerzos y de deformación (figura 65 y 69). Por lo tanto, se ha comprobado que este diseño del brazo resulta satisfactorio.

Figura 66. Deformación en el brazo a una escala de 200:1. [Def. máx = 4.04 e-2 mm]

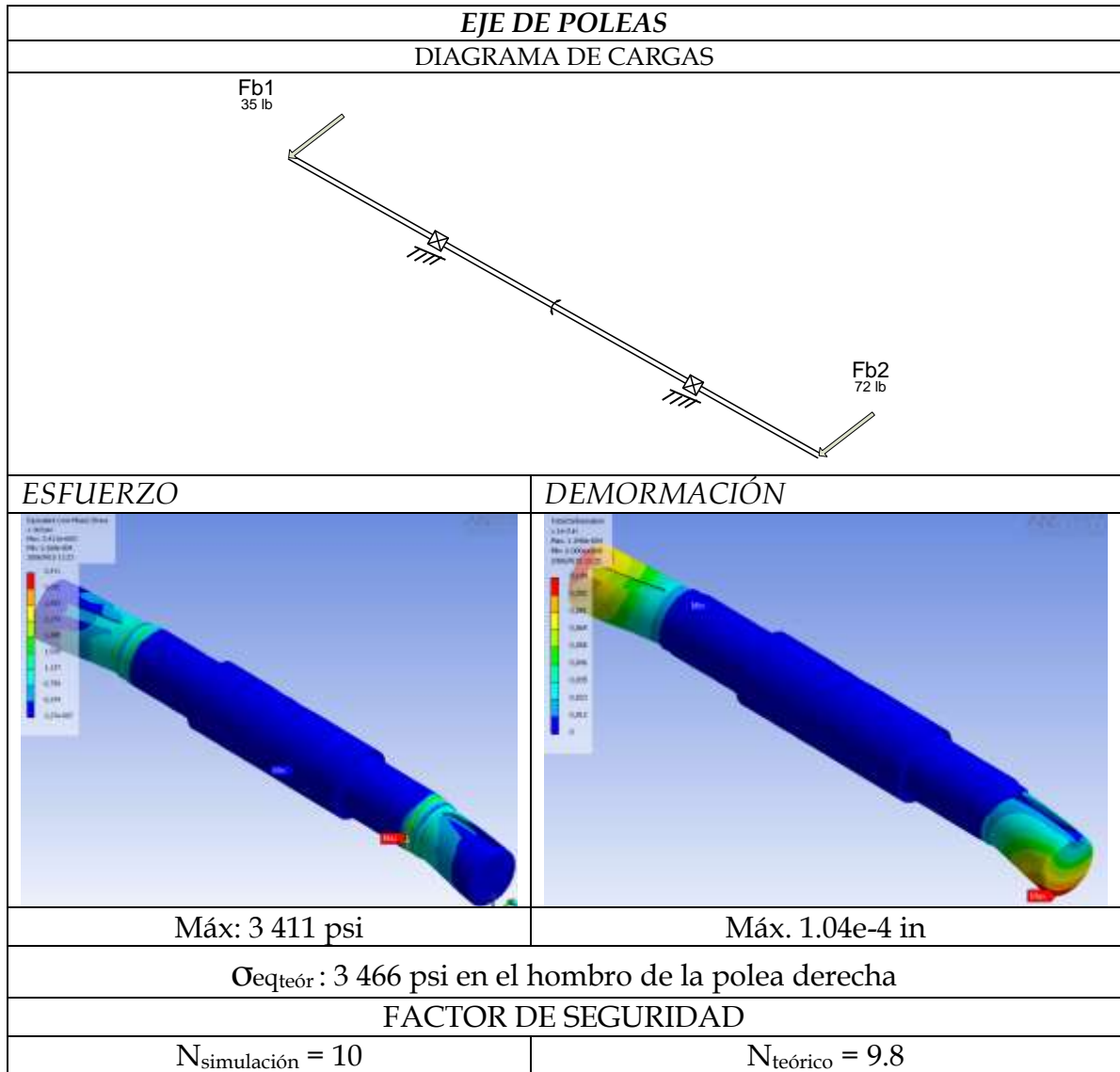


Fuente: Autores

3.4.2 Comprobación de los esfuerzos en los demás ejes

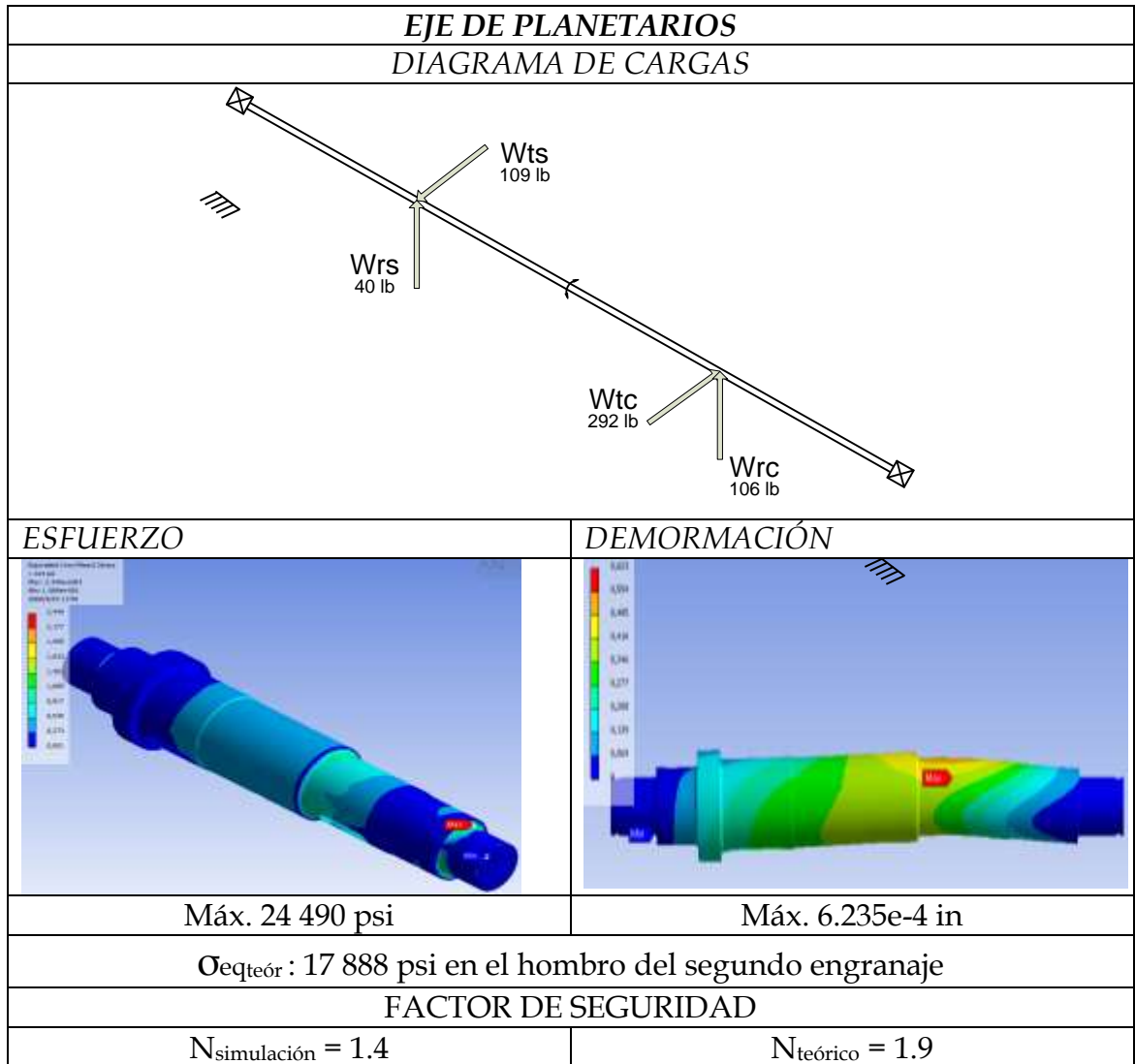
De igual manera se realizó la simulación con elementos finitos en ANSYS WORKBENCH para la comprobación del factor de seguridad en los demás ejes.

Figura 67. Análisis de esfuerzos en el eje de poleas



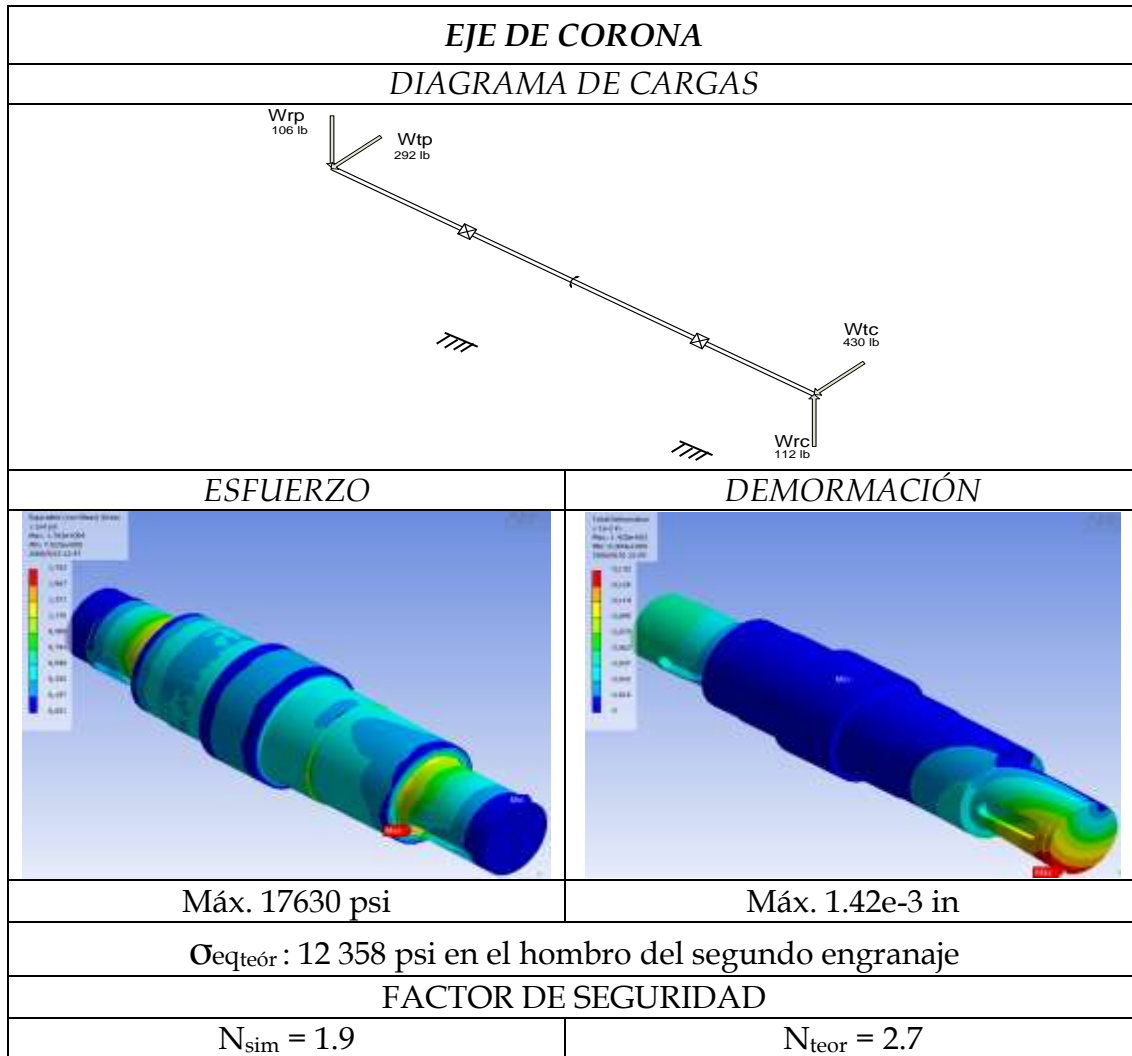
Fuente: Autores

Figura 68. Análisis de esfuerzos en el eje de planetarios



Fuente: Autores

Figura 69. Análisis de esfuerzos en el eje de planetarios



Fuente: Autores

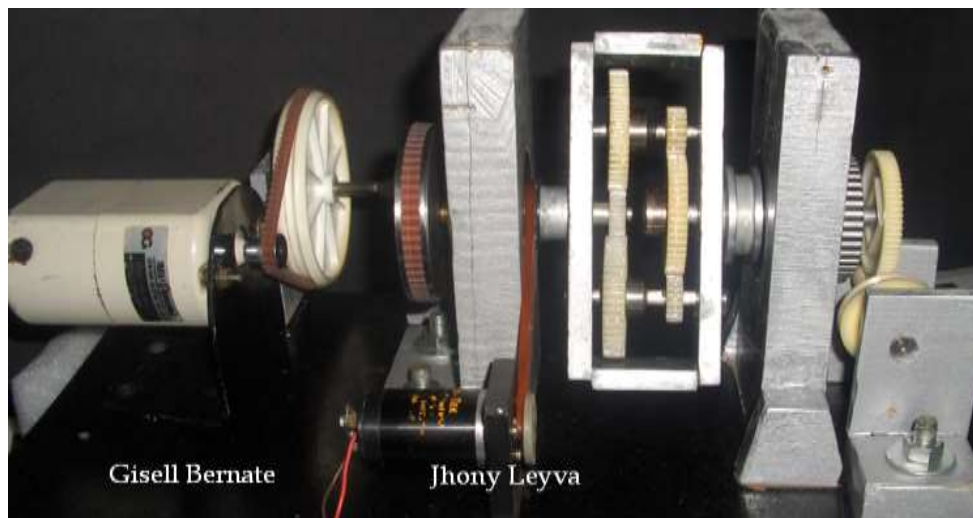
En todos los ejes, el esfuerzo equivalente se mantuvo por debajo del límite de fatiga para vida infinita del material, no obstante el factor de seguridad se mantuvo en valores mayores por encima de 1.9, a excepción del eje de planetarios, en el que el factor de seguridad fue tan sólo de 1.4. Aquí se pueden notar la dificultad de relacionar los concentradores de tensión en un eje, con sus medidas (ver figuras 67-69).

4. CONSTRUCCIÓN DEL PROTOTIPO

La transmisión fue diseñada para transmitir una potencia del motor principal de 1 hp, pero se construyó un prototipo a escala conservando toda la cinemática y las velocidades del diseño mecánico. El motor principal de inducción de jaula de ardilla fue sustituido por un motor universal en el prototipo de 90W, el motor DC fue reemplazado por un pequeño motor de imán permanente de 2W y se utilizaron engranajes de duralón, en vez de los engranajes de acero.

4.1 PROTOTIPO FÍSICO

Figura 70. Prototipo de la CVT



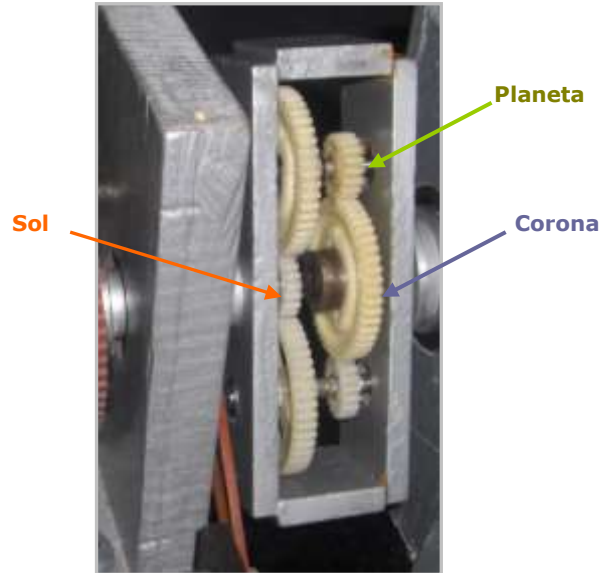
Fuente: Autores

La implementación física en un prototipo busca mostrar las características cinemáticas y dinámicas de un modelo teórico, y también permite explorar qué ventajas y desventajas presentaría la máquina al ser implementada. Para la comprobación del funcionamiento de la CVT y del análisis teórico realizado, se hizo la construcción de un prototipo a escala de la máquina diseñada. El prototipo consta del sistema impulsor, el sistema de engranajes planetarios, el mecanismo de sinfín corona y el motor de control (figura 70).

El prototipo fue construido con los siguientes elementos:

4.1.1 Tren de engranajes planetarios de doble etapa

Figura 71. Sistema de engranajes planetarios



Fuente: Autores

El sistema de engranajes planetarios representa el núcleo de la Transmisión. Los sistemas epicicloidales son muy útiles para concentrar 2 acciones motrices en un eje. A diferencia de un reductor de engranajes, los ejes de todas las ruedas no están inmóviles, sino que alguno de ellos puede girar alrededor de los ejes de las otras. Se llaman ruedas *planetas* a las que se mueven alrededor de ejes fijos, y ruedas *satélites* a las que tienen ejes móviles, que a su vez giran alrededor de las ruedas planetas. Estas ruedas satélites van siempre unidas a un *brazo*, el cual gira sobre un eje fijo. La ecuación que rige un sistema de planetarios es:

$$\frac{\omega_s - \omega_b}{\omega_c - \omega_b} = M = \frac{\prod z_{impulsados}}{\prod z_{impulsores}} \quad (\text{Ec.28});$$

Donde ω_p es la velocidad angular del sol, ω_c es la velocidad de la corona, ω_b es la velocidad del brazo y M es la relación de dientes (Z_i) de los engranajes.

4.1.2 Sistema impulsor

Figura 72. Motor universal y reducción por poleas



Fuente: Autores

El prototipo de la transmisión obtiene su energía mecánica de un motor de corriente alterna. El motor utilizado en el prototipo es un motor universal, debido a que es un motor comercial de fácil adquisición y a que posee la mayor relación potencia/peso de los motores eléctricos.

Características del motor Universal:

- Motor Universal, 2 polos
- Tensión de alimentación de 110 voltios, frecuencia de 60 Hz.
- Velocidad en nominal: 7000 RPM
- Potencia 90 vatios.

A continuación del motor se instaló una reducción de poleas de doble etapa, para disminuir la alta velocidad alcanzada en este tipo de motores. La reducción total alcanzada es de 20, y fue calculada para una velocidad del brazo de cero dada la velocidad de la corona, de 54 rpm.

$$\omega_{brazo} = -0.164 \cdot \omega_{sol} + 1.164 \cdot \omega_{corona} \quad (\text{Ec. 29});$$

4.1.3 Transductor de velocidad angular

Figura 73. Tacogenerador



Fuente: Autores

La medición de la velocidad de salida se hizo con un tacogenerador. La característica de este sensor es que entrega un voltaje en sus terminales que es proporcional a la velocidad del eje del rotor. Dado que la velocidad del brazo es relativamente baja, se ha aumentado esta velocidad en el sensor por medio de poleas para lograr una mejor respuesta de voltaje. La ecuación que rige el sensor fue medida experimentalmente:

$$Vol_{sal} = 7.14 \times 10^{-3} \cdot Vel_{brazo} \quad (\text{Ec. 30});$$

Esta ecuación conforma la ganancia (H) de realimentación, y será útil para el diseño del sistema de control.

4.1.4 Motor de control

Figura 74. Motor DC



Fuente: Autores

Como motor de control, se ha implementado un motor de corriente continua de potencia subfraccional, de poco menos de 2 Watt.

El comportamiento bastante lineal de estos motores facilita la caracterización de los mismos. En vacío, sin la acción de carga externa, la velocidad angular de salida ω_m en función de la tensión continua V_m aplicada puede simplificarse mediante la relación:

$$\frac{\omega_m}{V_m} = \frac{K_e^{-1}}{\frac{R_a \cdot J_m}{K_m \cdot K_e} \cdot s + 1} \cdot e^{-L_m \cdot s} \cdot K_T \longrightarrow \frac{\omega_m}{V_m} = \frac{A_m}{\tau_m \cdot s + 1} e^{-L_m \cdot s}$$

(Ec. 31);

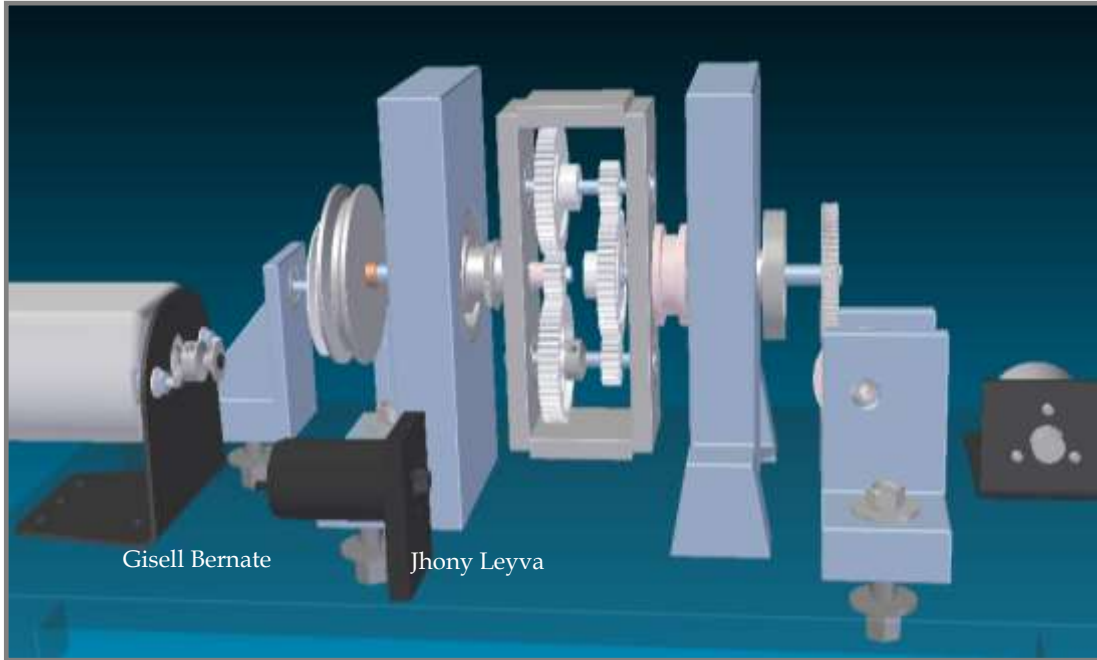
Donde K_e es la constante de de fuerza contraelectromotriz, K_m la constante de par, R_a la resistencia de armadura, J_m la inercia del rotor y L_m el retardo. Estos parámetros pueden englobarse en una ganancia estática A_m (rpm/V), en una constante de tiempo electromecánica τ_m (s) y en un retardo L_m (s).

El motor que se muestra en la figura 74, posee las siguientes características:

- Motor DC de imán permanente
- Tensión de alimentación de 24 voltios.
- Potencia de 2 vatios.
- Velocidad en vacío de 6000 RPM

4.2 PROTOTIPO VIRTUAL

Figura 75. Prototipo de la CVTE



Fuente: Autores

Un modelo digital representa en muchos casos una manera conveniente de evaluar un diseño, antes de la etapa de construcción, e incluso después, ya que permite el monitoreo virtualmente de cualquier variable física usada. No se tiene la limitante en cuanto al número y calidad de los sensores utilizados.

Como estrategia de evaluación del diseño del sistema de control en tiempo discreto, se implementó en este proyecto la integración que permite hacer el programa Visual Nastran con Simulink. Para ello fue necesaria la realización de una copia fiel del prototipo en el computador (figura 75) mediante la herramienta de Diseño Asistido por Computador 'Solid Edge'. Se tomaron las medidas cuidadosamente y se asignaron en el programa las medidas de densidad adecuadas para cada material, con el fin de conservar las características de inercia del prototipo físico.

Posteriormente se importó el prototipo virtual desde Solid Edge hasta Visual Nastran y se definieron todas las relaciones cinemáticas entre las piezas, con salvedad que entre los engranajes se definió una relación de contacto tridimensional, o colisión, como se le define en el software. Esta importante relación aplicada al prototipo tiene la ventaja que representa fielmente la

respuesta del sistema de planetarios cuando se le indican las velocidades de entrada.

4.3 SISTEMAS ELECTRÓNICOS

4.3.1 Tarjeta de adquisición de datos

Figura 76. Tarjeta DAQ - Nacional Instruments

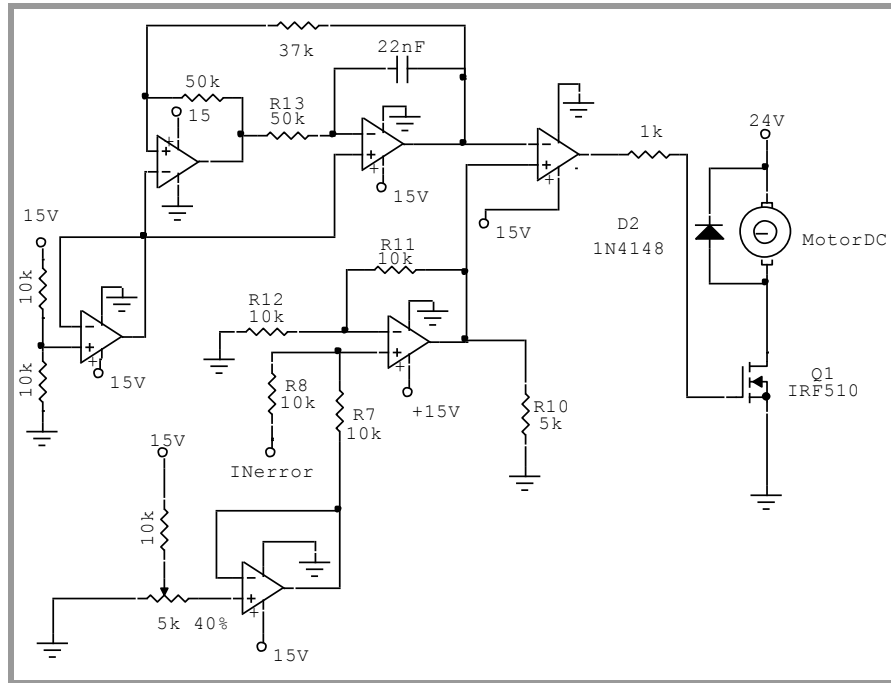


Fuente: www.ni.com

La tarjeta de adquisición implementada es la PCI 6052E. Posee 100 pines, entre entradas/salidas digitales y analógicas. Es la interfaz entre la etapa de potencia del motor DC y el sistema de control implementado en el computador. Realiza el muestreo de la señal de velocidad proveniente del tacagenerador y devuelve la señal de control al driver del motor.

4.3.2 Etapa de potencia del motor DC: PWM

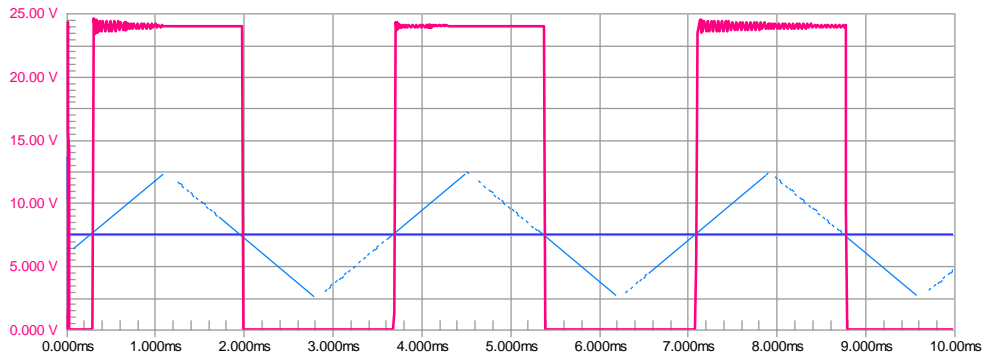
Figura 77. Circuito de la etapa de potencia del motor DC



Fuente: Autores

Para suministrar un voltaje variable al motor DC, se realizó un circuito que genere una señal PWM (pulse width modulation). Es una técnica de modulación donde el ancho relativo de la parte positiva de una señal periódica en relación a su periodo T , es modificado en función de una señal portadora (figura 78).

Figura 78. Señales periódica, portadora y PWM

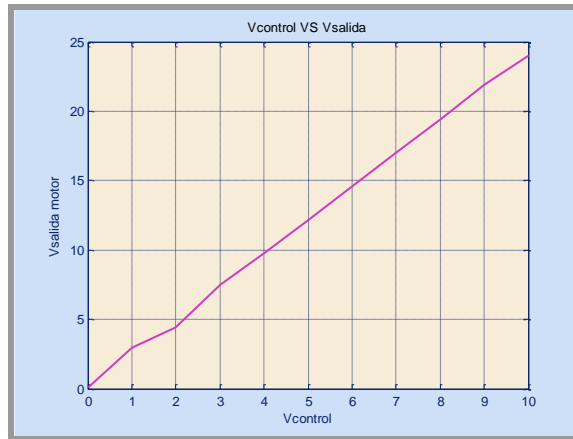


Fuente: Autores

La señal del PWM activará la compuerta de un transistor Mosfet que se encuentra conectado al motor (figura 77). El efecto final sobre los terminales

del motor DC es una variación del voltaje entre 0-24 V_{DC}, con una señal de control que varía entre 0-10 V_{DC} (figura 83). La amplitud del pulso es de 24 voltios, lo cual hace que el motor mantenga el torque aun a voltajes pequeños. La tarjeta se puede modelar como una ganancia K_A .

Figura 79. Respuesta de la tarjeta PWM a la señal de control



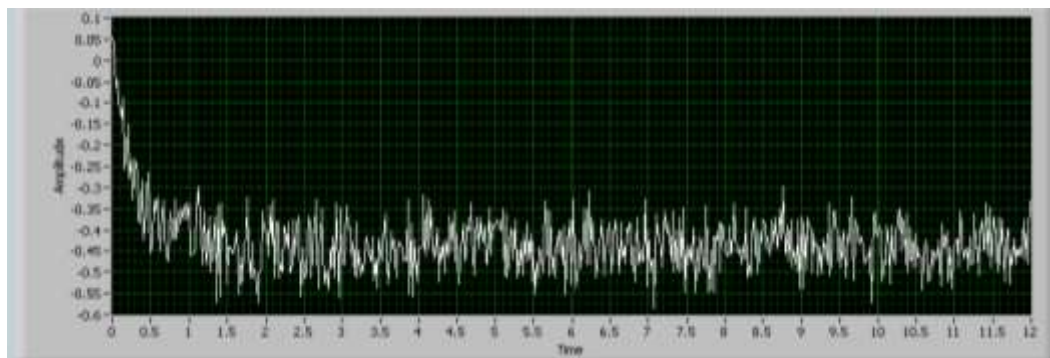
Fuente: Autores

4.3.3 Acondicionamiento de la señal

Como se comentó anteriormente la realimentación del sistema es realizada por medio de un tacogenerador. Por otra parte, para el correcto funcionamiento del lazo de realimentación se necesita hacer un acondicionamiento de la señal del sensor: primero un filtrado para eliminar el ruido en las frecuencias indeseadas y luego una amplificación para evitar pérdidas de información en el proceso de conversión analógico-digital.

Para el diseño del filtro, se tiene en cuenta la señal de salida del tacogenerador:

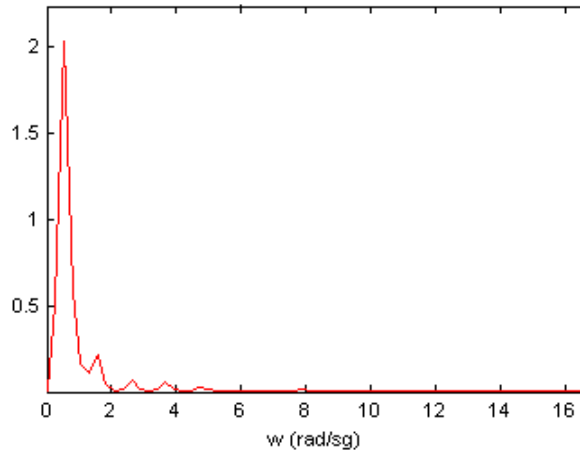
Figura 80. Salida del Tacogenerador



Fuente: Autores

Dado que se observa mucho ruido en la señal, es necesario eliminar las altas frecuencias. Se realiza un espectro para encontrar el ancho de banda de la señal deseada (figura 81).

Figura 81. Espectro en frecuencia de la señal



Fuente: Autores

Del periodograma realizado a la señal del sensor, se observa que a partir de los 4 Hz las frecuencias presentes presentan una magnitud mucho menor, concluyendo que se debe sólo a ruido presente en el sistema.

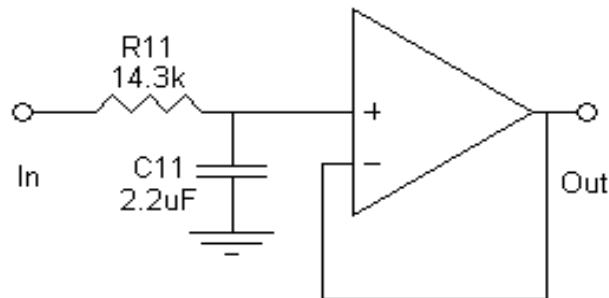
Para la realización del filtro se utilizó la herramienta "Filter Lab". Este software permite encontrar el circuito equivalente (figura 82) de acuerdo a las especificaciones requeridas:

Frecuencia de corte: 0-5Hz

Orden del filtro:1

- **Filtro de Primer Orden**

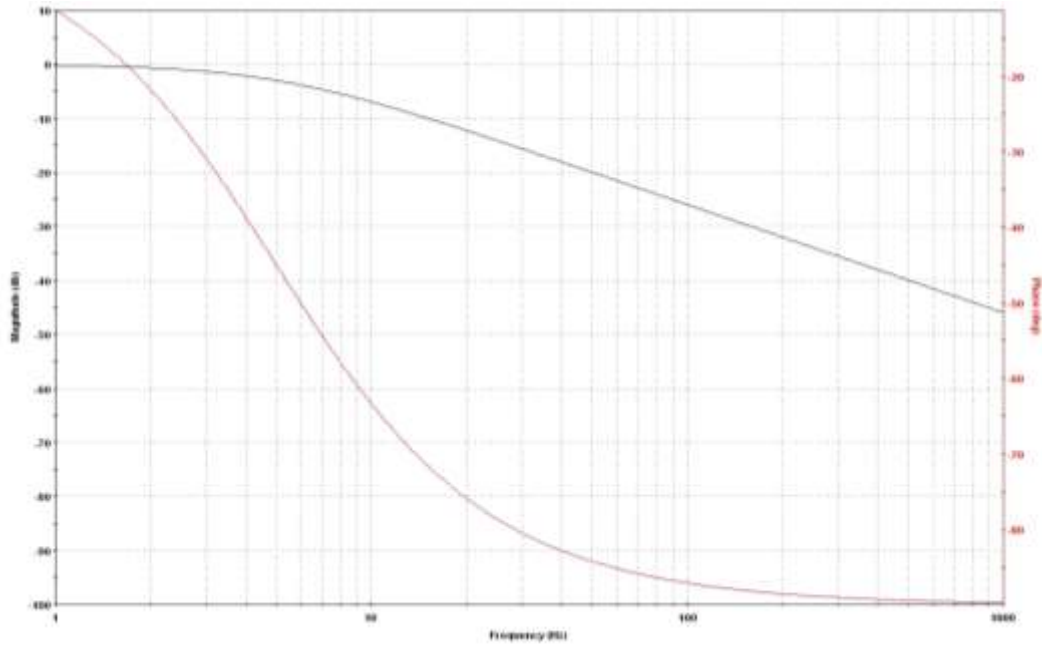
Figura 82. Filtro pasabajas



Fuente: Autores

La respuesta en frecuencia del filtro es como se muestra a continuación:

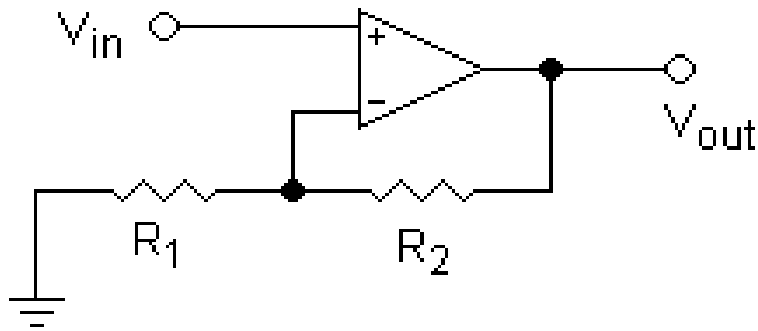
Figura 83. Respuesta en Frecuencia



Fuente: Autores

Para la amplificación de la señal, se utilizó un amplificador en configuración no inversora, con una ganancia de 14.5.

Figura 84. Configuración amplificador no inversor

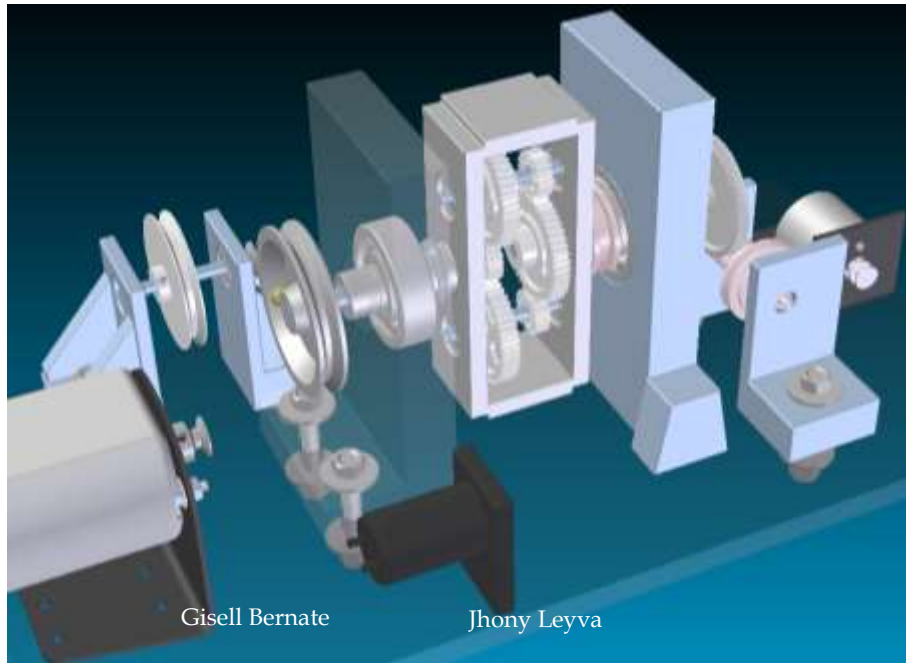


Fuente: Autores

5. DISEÑO ELECTRÓNICO

5.1 IDENTIFICACIÓN Y MODELADO DEL NUEVO PROTOTIPO DE CVT

Figura 85. Prototipo de la CVTE



Fuente: Autores

Los métodos para obtener el modelo que describa el comportamiento de la CVT son una combinación de los siguientes procedimientos:

- Conocimiento de las leyes físicas que rigen el comportamiento de la planta.
- Identificación experimental basada en el registro de datos de entrada-salida.

Si bien el estudio de las leyes físicas que rigen la CVT, permite obtener un modelo teórico del mismo, es conveniente obtener y validar el modelo de forma experimental, mediante técnicas de identificación. Esto permite eliminar las tolerancias de los datos proporcionados por medio de la experimentación de cada elemento.

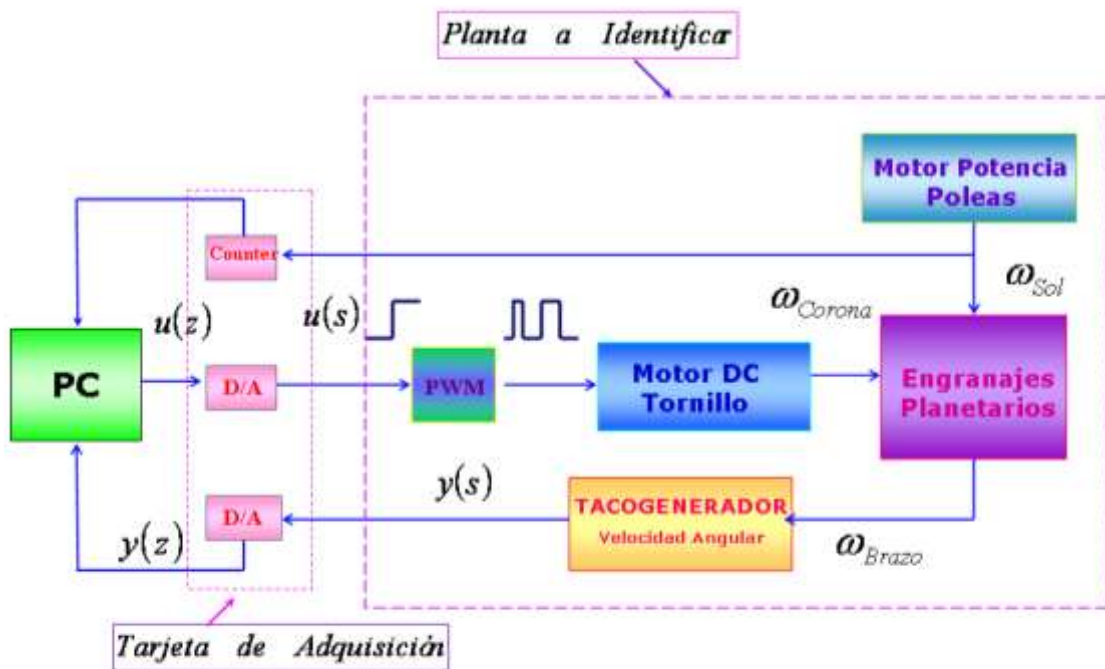
5.1.1 Planteamiento del problema

Conforme se ilustra en la figura, la planta esta compuesta por un motor de AC, un motor DC de control y un juego de engranajes planetarios, cuya función es combinar las ventajas de ambas fuentes motrices en la salida: facilidad de control de la velocidad (motor DC) y alto torque (motor AC) (ver figura 86).

La idea principal consiste en controlar la velocidad en la salida sin actuar directamente sobre el flujo de energía entrante del motor de potencia. Se modela éste último como una perturbación, con el fin de buscar un *sistema de control de velocidad universal*, que pueda ser controlado independientemente del tipo de fuente.

El modelo teórico de la planta a caracterizar es:

Figura 86. Descripción general del proceso

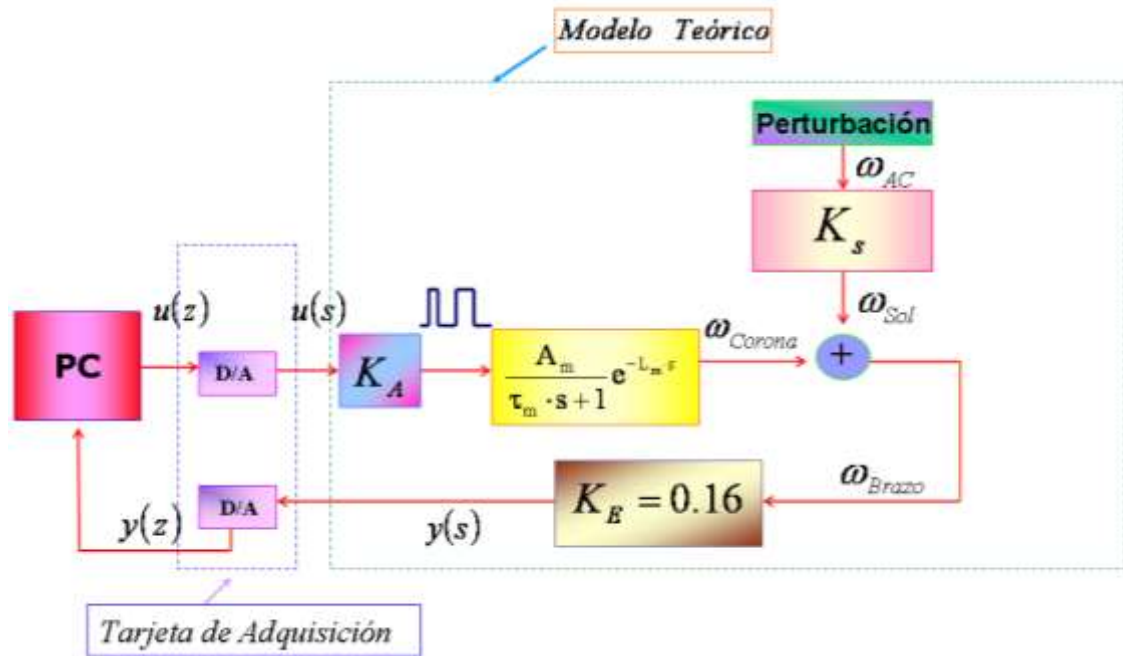


Fuente: Autores

Después de analizar cada componente en el capítulo anterior, la función de transferencia $P(s)$ teórica de la planta sin tener en cuenta la perturbación es el conjunto: Actuador + Motor + Tacómetro + Ganancia del tren de planetarios. Responde a una expresión de primer orden:

$$P(s) = K_A \cdot \frac{A_m}{\tau_m \cdot s + 1} \cdot e^{-L_m \cdot s} \cdot K = \frac{A}{\tau_m \cdot s + 1} \cdot e^{-L_m \cdot s} \quad (\text{Ec. 32});$$

Figura 87. Modelo Teórico de la planta



Fuente: Autores

Conocida la estructura teórica del modelo de la planta (figura 87), es necesario obtener el valor de sus parámetros. La alternativa consiste en realizar una identificación experimental basada en el registro de datos de entrada-salida y la posterior aplicación de las técnicas de identificación de sistemas.

Para esta tarea se utilizara el software Labview para la adquisición de los datos y para el procesamiento de estos, se utilizara el software académico Hiden.

5.1.2 Adquisición de datos

El periodo de muestreo debe fijarse en función del uso y la dinámica del proceso considerado. Para control, en función del tiempo de asentamiento deseado en lazo cerrado.

La duración del experimento debe cubrir tanto datos para identificación como datos para validación (>1000). El tiempo de muestreo escogido fue de 0.02 s ya que el tiempo de subida de la respuesta del escalón es aproximadamente de 0.7 s.

La amplitud de las señales debe ser suficiente para obtener una relación señal/ruido adecuada y no entrar en zonas de posible no-linealidad del proceso, además de cumplir el rango de frecuencia de interés. Tomando en cuenta la observación anterior la señal sensada es acondicionada tanto en la frecuencia como en amplitud, de modo que a la tarjeta de adquisición llegue una señal con una relación señal/ruido alta.

La interfaz en Labview que permite adquirir las señales se muestra a continuación:

Figura 88. Adquisición de Datos (Labview)

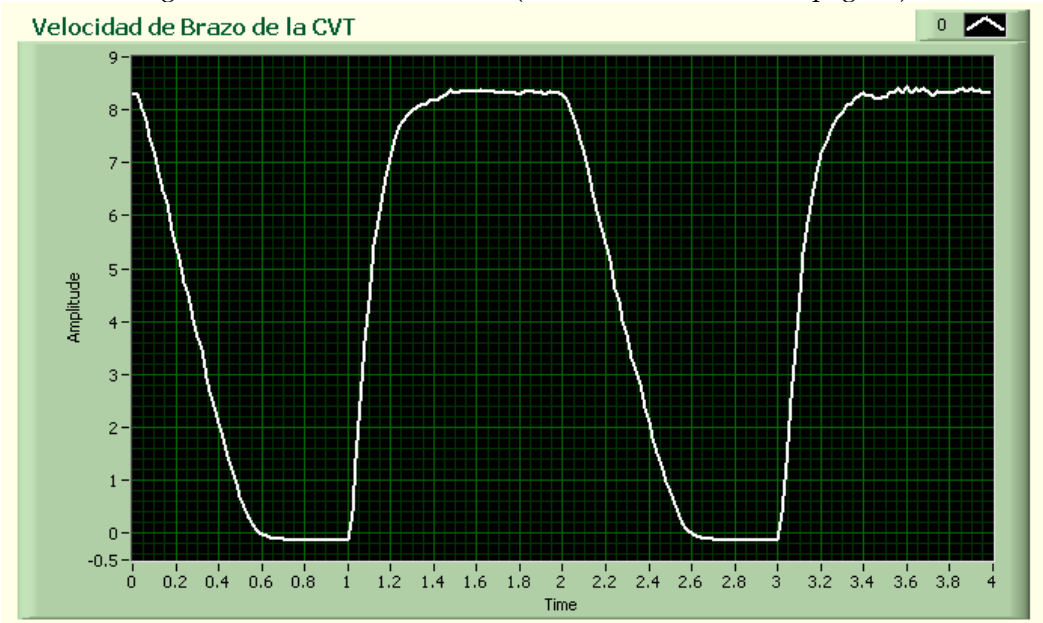


Fuente: Autores

Esta interfaz permite adquirir las señales de entrada y de salida, con una frecuencia de muestreo determinada, las señales resultantes de la adquisición

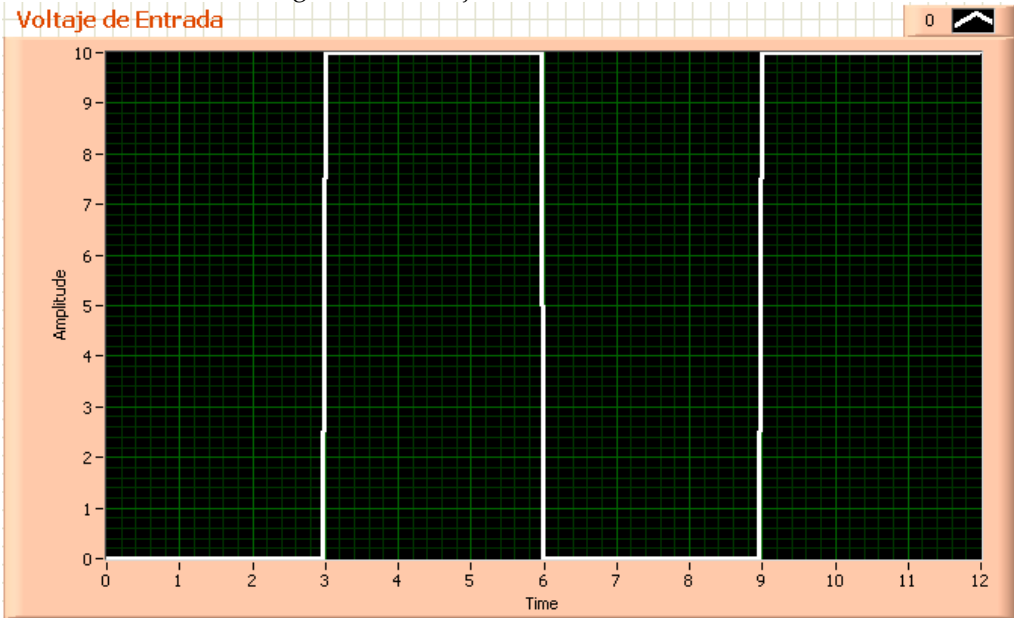
son guardadas en un archivo de texto para luego ser procesadas en la herramienta de cálculo de MATLAB:

Figura 89. Velocidad del Brazo (Motor de Potencia AC apagado)



Fuente: Autores

Figura 90. Voltaje de Entrada Motor DC

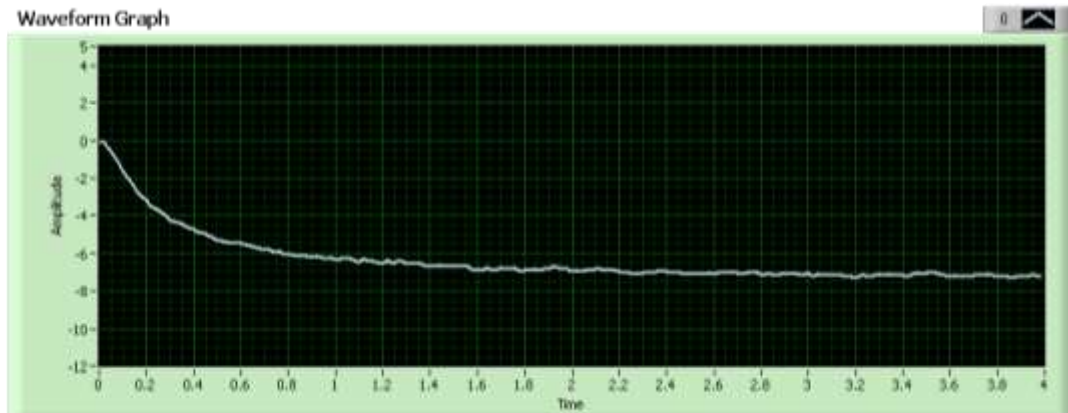


Fuente: Autores

En la figura 89 se puede observar que el sistema posee una respuesta de un sistema de primer orden.

La siguiente grafica muestra el valor del voltaje de salida (velocidad Motor AC) cuando el voltaje de control es cero y es encendido el motor AC:

Figura 91. Voltaje de Salida (Motor DC apagado)



Fuente: Autores

Como se observa en la figura 91 la contribución de la velocidad del sol sobre la del brazo es negativa, desplazando el nivel de continua hacia abajo.

Esta contribución será tratada como una perturbación del modelo de la planta teniendo en cuenta que esta se encuentra en un punto de operación, equivalente en voltios de -6.4 V.

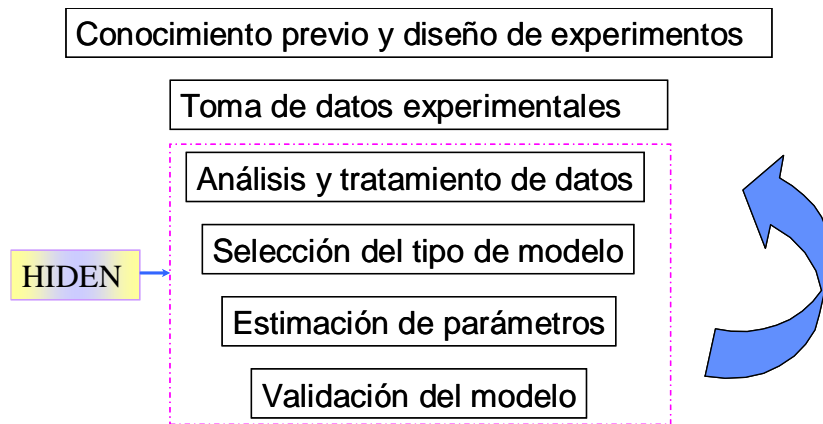
De esta muestra se nota que la respuesta temporal de la CVT ante un escalón en el motor principal es mucho más lenta que cuando se realiza una escalón al motor DC.

5.1.3 Aplicación de las técnicas de identificación

Para el procesamiento de los datos obtenidos en la adquisición será utilizado HIDEN, este es una herramienta gráfica orientada a facilitar la identificación de modelos dinámicos lineales multivariantes, trabaja sobre el entorno de MATLAB, implementado como un toolbox.

La metodología implementada por este software es la siguiente:

Figura 92. Proceso de identificación en HIDEN



Fuente: <http://www.isa.cie.uva.es/~prada/>

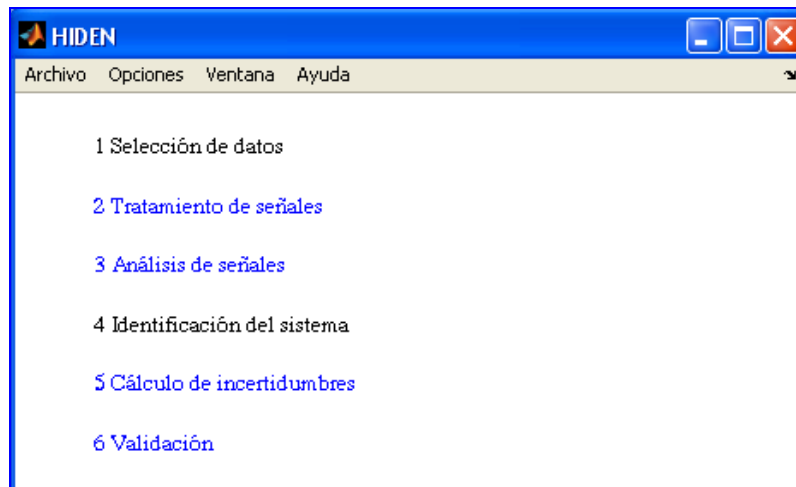
La interfaz gráfica (*sistema de ventanas*) que maneja el software, permite al usuario seleccionar opciones del menú coherentes con la metodología de identificación. Posee un código de colores para diferenciar que pasos son optativos (Azul) y cuales no (Negro).

Cada Etapa posee su ayuda, que indica al usuario lo que significa cada operación en ella.

- **Ventana principal de HIDEN**

La ventana posee opciones para guardar sesión y salir de esta, cambiar la fuente de las graficas y de ventanas, y generar un modelo dinámico para realizar control predictivo.

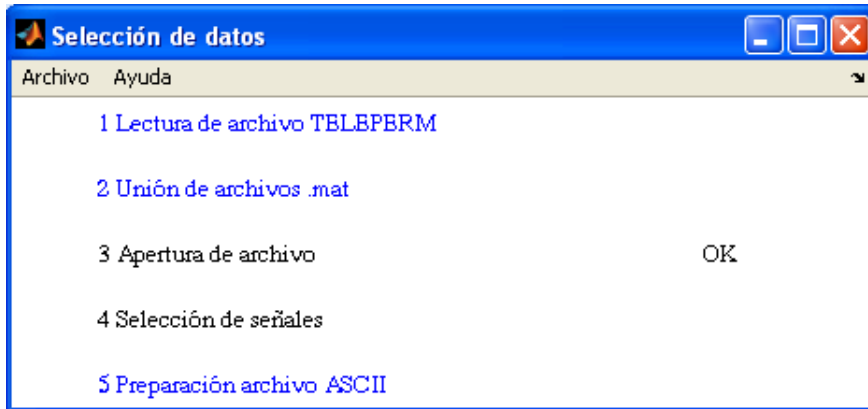
Figura 93. Ventana principal Hiden



Fuente: Autores

El primer paso seguir es la selección de los datos: se utilizan datos grabados previamente en ficheros.

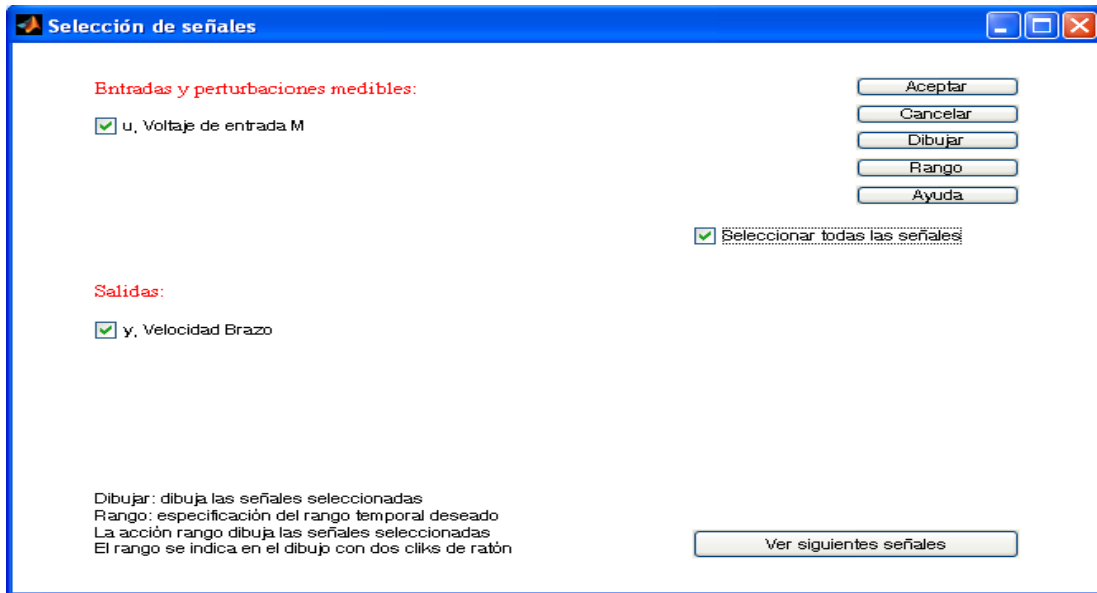
Figura 94. Selección de Datos



Fuente: Autores

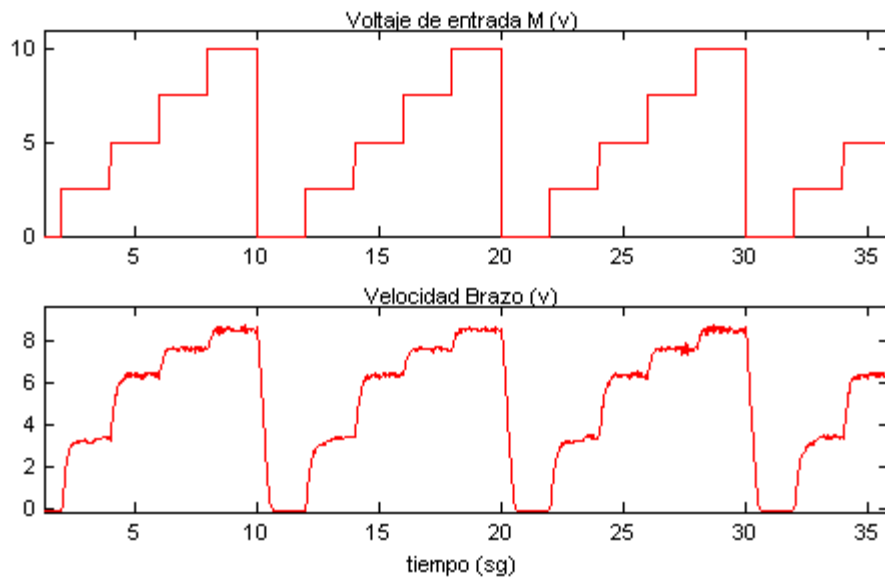
Como se observa en la figura 94, los pasos obligatorios a seguir es la apertura del archivo que contenga las variables a analizar y la selección de las entradas y salidas. Para nuestra tarea de identificación de la CVT, las señales seleccionadas son el voltaje de entrada y velocidad del brazo (figura 95).

Figura 95. Selección de Señales



Fuente: Autores

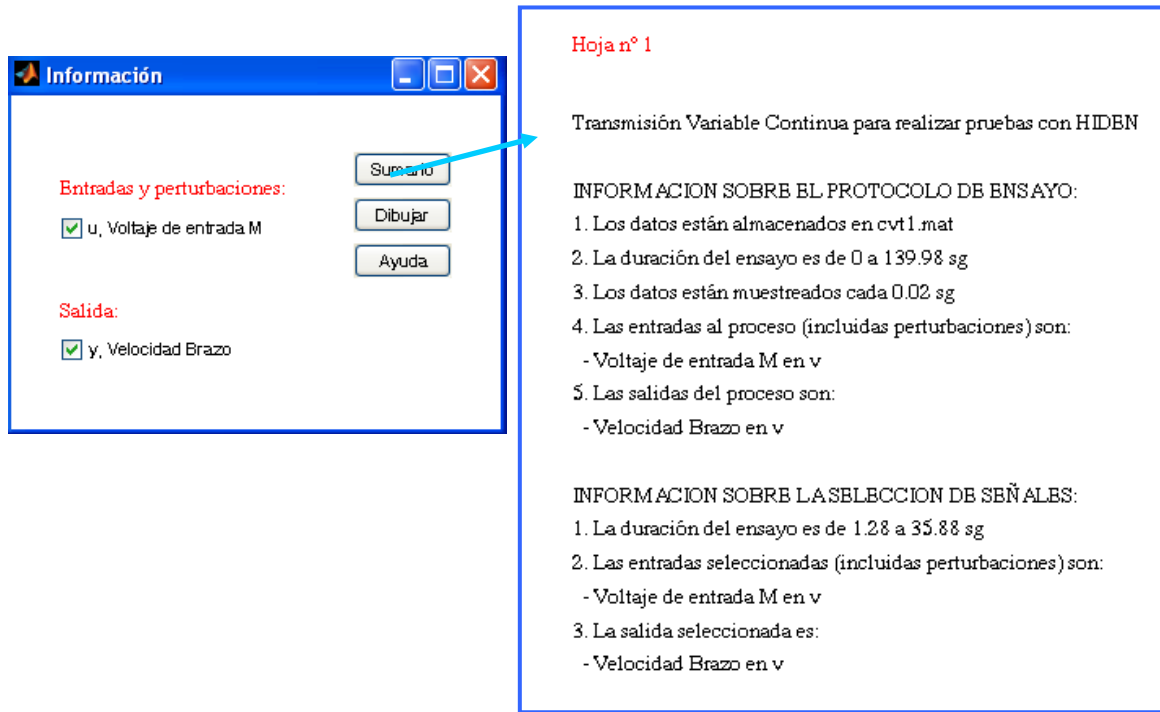
Figura 96. Señales Seleccionadas



Fuente: Autores

Hiden permite después de la selección de los datos mostrar un resumen de las características con las que fue diseñado el experimento (figura 96). Esta información es introducida al programa previamente con ayuda de una plantilla (CVT.m).

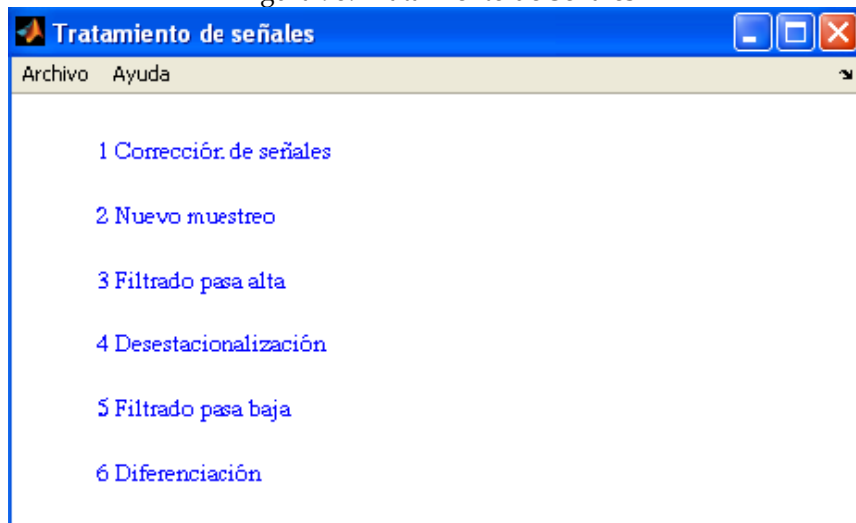
Figura 97. Información del proceso de identificación



Fuente: Autores

A continuación se realiza el tratamiento de las señales adquiridas, entre las opciones del tratado de señales se tienen:

Figura 98. Tratamiento de Señales



Fuente: Autores

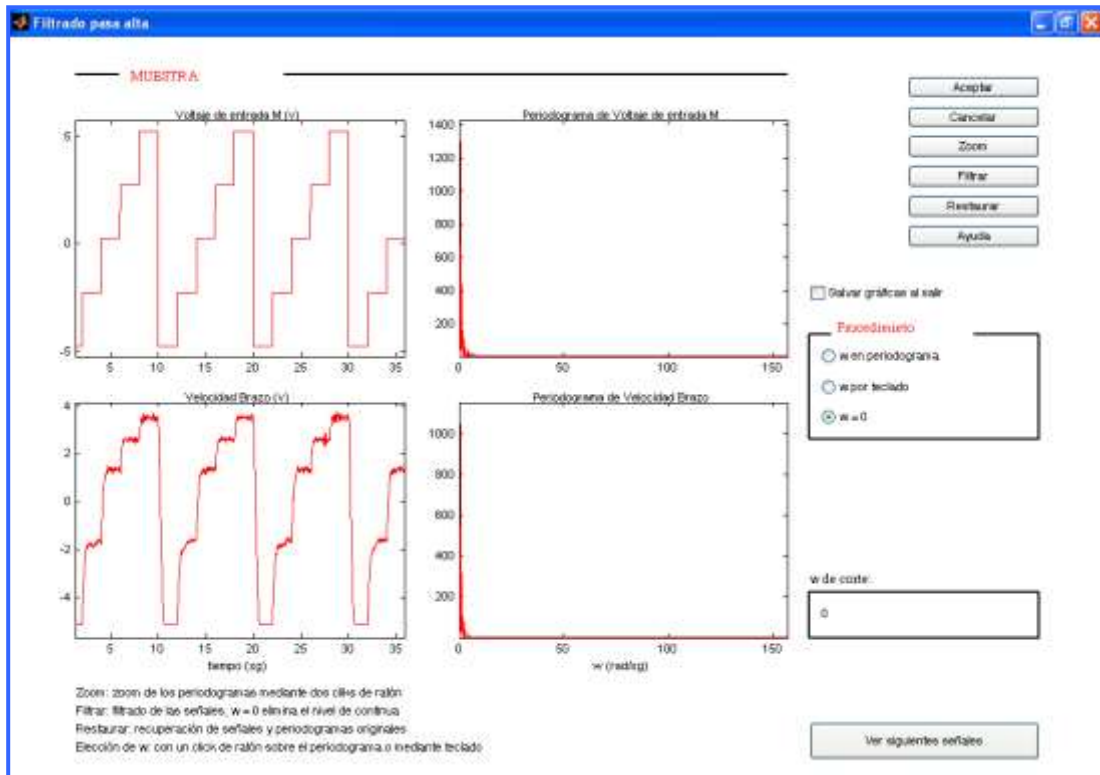
El tratamiento de las señales es una etapa opcional (figura 98), cada señal (entrada y salida) será tratada paralelamente para no alterar la dinámica entre la entrada y la salida, de acuerdo al tratamiento seleccionado.

Las señales de entrada y salida de la CVT, les fue aplicado el siguiente tratamiento:

- **Filtrado pasa-altas**

Ya que los modelos relacionan cambios sobre un punto de operación U_0 , Y_0 . Se necesita eliminar el nivel medio, componentes de frecuencia cero. También es necesario eliminar también tendencias de baja frecuencia debidas a factores externos al experimento y no a los cambios de las variables manipuladas.

Figura 99. Filtrado Pasa-Alta

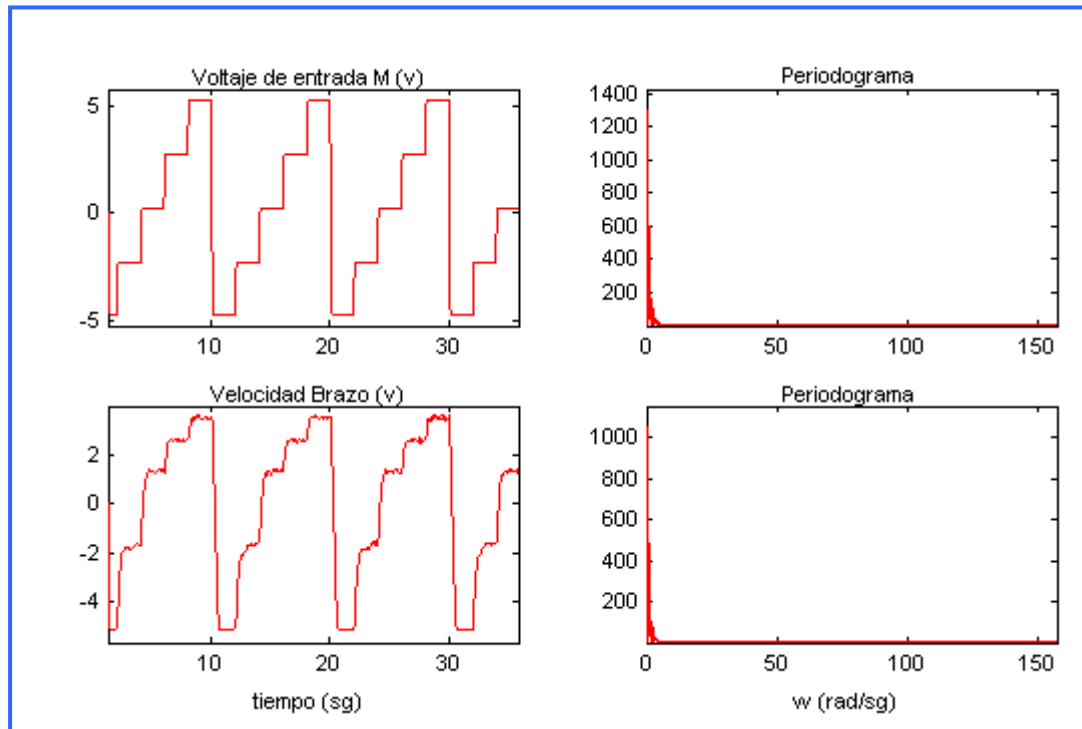


Fuente: Autores

- **Filtrado pasa-bajas**

El filtrado pasa-bajas es implementado para disminuir el ruido de altas frecuencias. Este filtrado atenúa el ruido introducido al sistema debido a los sensores. La frecuencia de corte utilizada fue de 25 rad/seg.

Figura 100. Filtrado Pasa-Bajas



Fuente: Autores

Otros tratamientos opcionales que se muestran en la ventana son:

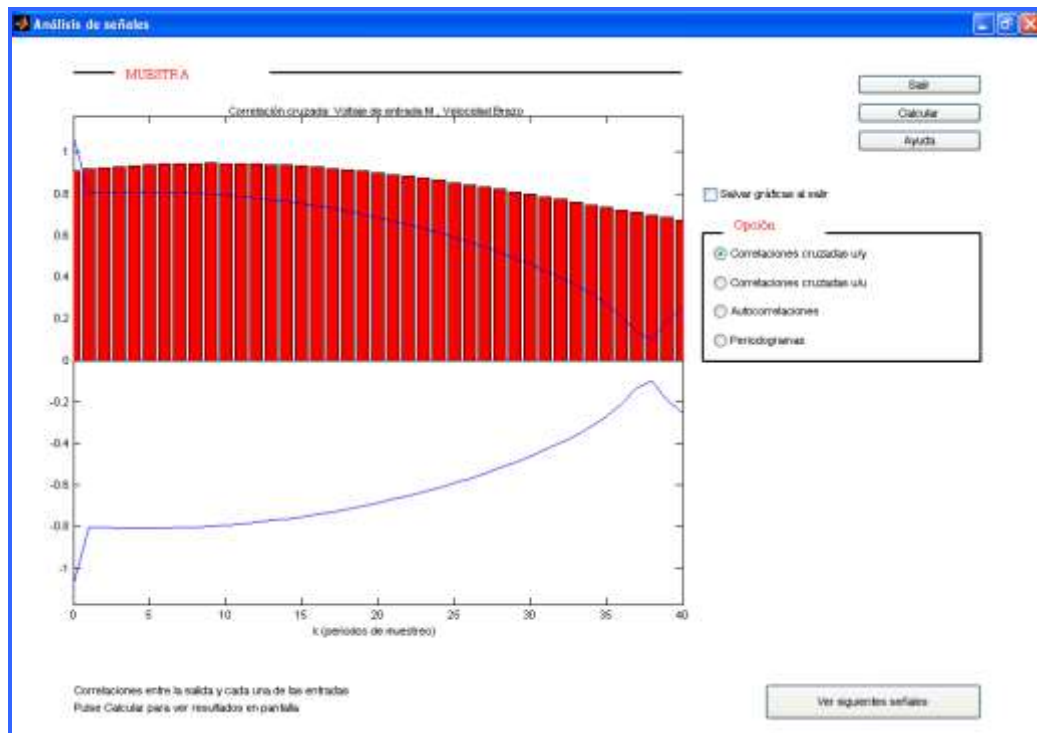
- Corrección de Señales: Eliminar señales espúreas, Reemplazar datos incompletos, cambio de valores, interpolación.
- Desestacionalización: Elimina los componentes estacionales de los datos, p.e. cambios debidos a ser fin de semana, verano- invierno, etc.
- Diferenciación: Realiza la diferenciación (derivación) de la salida. Es adecuado cuando existen integradores en el proceso para eliminarlos durante la identificación.
- Cambio de la Frecuencia de Muestreo: Este es importante, si se tiene datos redundantes en el proceso adquisición de la señal, es pertinente realizar este tipo de tratamiento.

Estos tratamientos no son necesarios en nuestro proceso de identificación de la CVT.

Luego de realizar el tratamiento de las señales, existe una etapa opcional antes de la identificación del sistema. El análisis de señales, esta etapa permite observar los Periodogramas (Transformada discreta de Fourier), y las correlaciones y autocorrelaciones de las señales tratadas.

El análisis de las correlaciones permite identificar la dependencia de el valor de la señal en el instante t con el valor en el instante $t+kT$. Un análisis de la correlación cruzada entre la entrada y la salida de la planta, nos muestra que tan relacionada estas magnitudes.

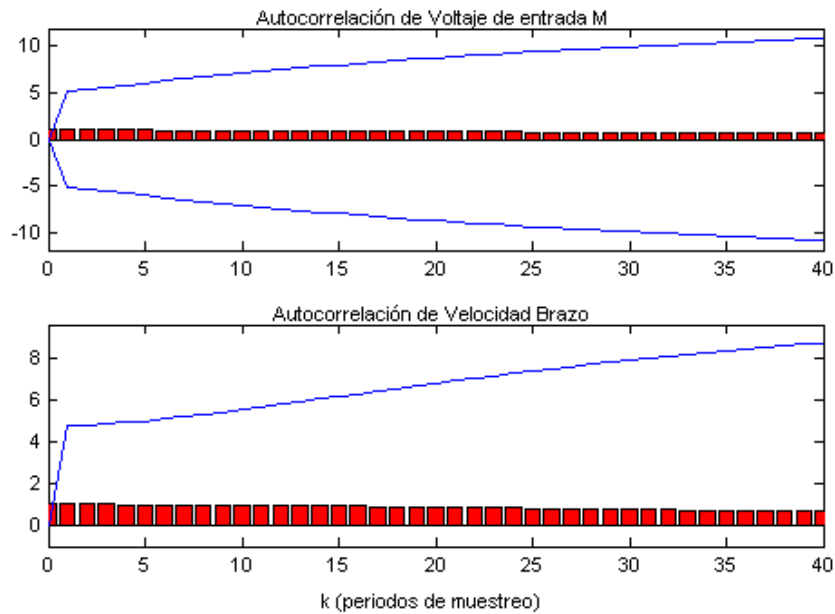
Figura 101. Correlación Cruzada



Fuente: Autores

En la figura 101 se observa la fuerte relación que existe entre la entrada en la salida, reafirmando la relación matemática que existente entre las señales.

Figura 102. Autocorrelaciones

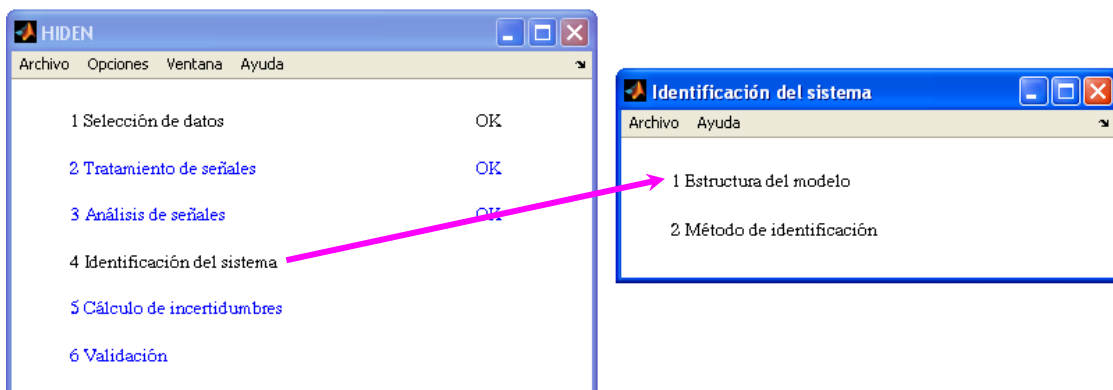


Fuente: Autores

Las autocorrelaciones son cero (figura 102), como se esperaba, mostrando que el valor de la entrada en un instante $K+1$ no depende de un instante K , al igual que la salida.

La identificación del sistema es la siguiente etapa, la cual es obligatoria, posee los siguientes ítems:

Figura 103. Identificación sistema



Fuente: Autores

Como se había indicado anteriormente el núcleo de la identificación esta en escoger la estructura del modelo y escoger el método de ajuste de parámetros.

Solo se ofrece al usuario aquellos métodos compatibles con el tipo de modelo seleccionado. Las posibles estructuras son:

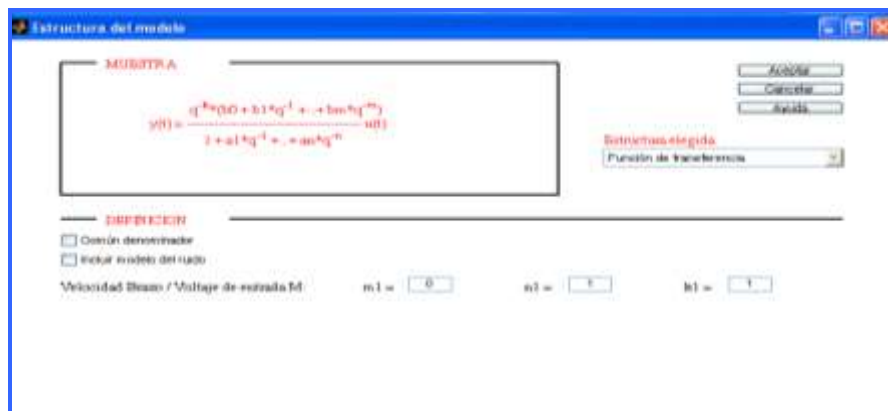
- ✎ Función de transferencia Continua.
- ✎ Coeficiente de la respuesta impulsional.
- ✎ Coeficiente de la respuesta escalón.
- ✎ Respuesta en frecuencia.
- ✎ Función de transferencia expresada factorialmente por G, ceros y polos.

En nuestro caso, se escogerá el modelo de función de transferencia, después de haber realizado el estudio previo del proceso, este modelo cumple con el comportamiento dinámico de nuestra planta.

Al escoger la estructura de modelo de función de transferencia, es necesario definir el orden del denominador, numerador y el retardo en múltiplos del periodo de muestreo.

El estudio teórico de la planta, nos muestra una buena aproximación de la planta es un sistema de primer orden (figura 104).

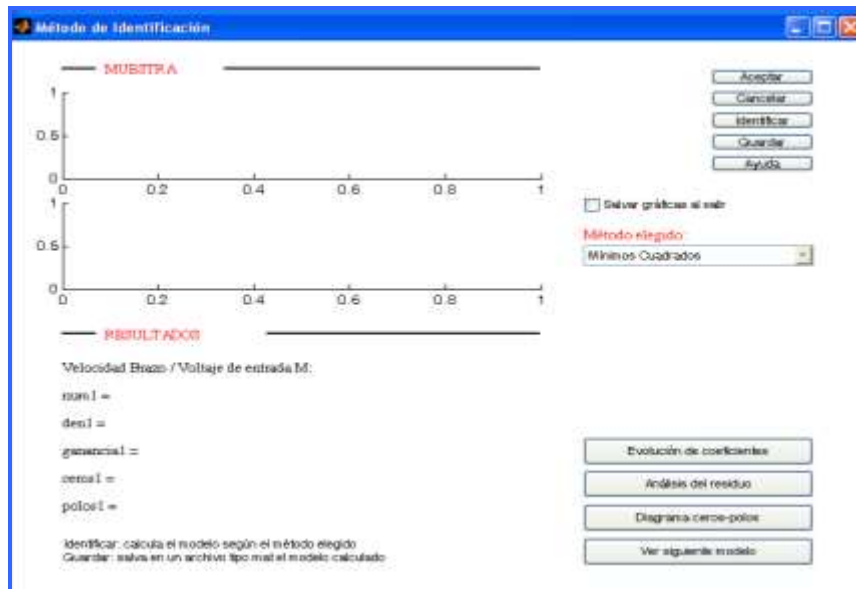
Figura 104. Identificación sistema F(s)



Fuente: Hiden

A continuación se procede a escoger el método de identificación, en esta ventana se visualiza la respuesta estimada y la real, además de mostrar el residuo resultante del proceso de ajuste de parámetros y los valores de los valores estimados. También existe la opción de observar el diagrama de polos y ceros y análisis del residuo. En el caso que el método escogido sea recursivo, la ventana tiene la opción de mostrar la evolución de los coeficientes.

Figura 105. Método de Identificación F(s)



Fuente: Hiden

Para cada estructura de modelo hay unos métodos de estimación que son correctos y otros no, HIDDEN realiza esta restricción de acuerdo la estructura escogida.

El método escogido para la identificación fue el del error en la salida, este es una de los mejores ya que ajusta los datos al modelo dato, minimizando el error al realizar la estimación. Los resultados obtenidos fueron (ver figura 105):

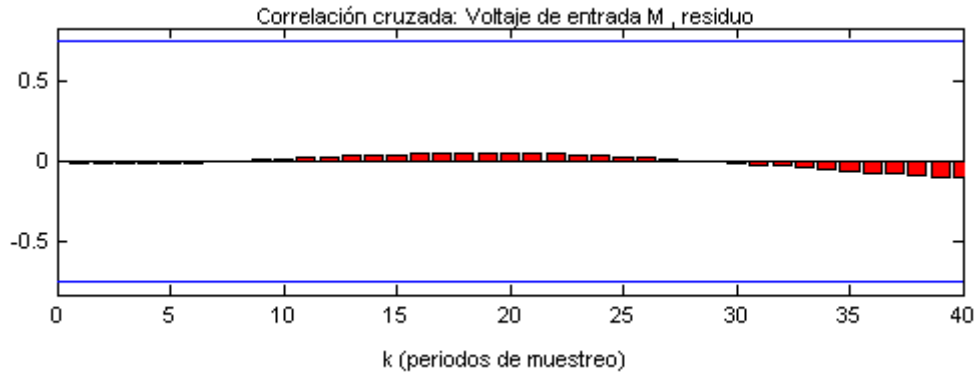
Figura 106. Estimación de los parámetros



Fuente: Autores

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Figura 107. Análisis del Residuo



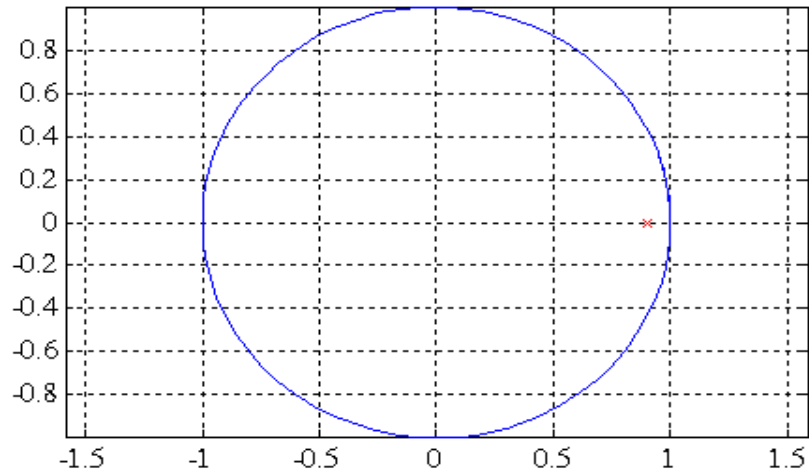
Fuente: Autores

Los resultados obtenidos fueron satisfactorios, los residuos son independientes de la entrada, se puede observar claramente en el gráfico de la correlación cruzada entre el residuo y la entrada (figura 107).

RESULTADOS	
Velocidad Brazo / Voltaje de entrada M:	
num1 =	0 0.088374
den1 =	1 -0.89894
ganancia1 =	0.87444
ceros1 =	
polos1 =	0.89894
Identificar: calcula el modelo según el método elegido	
Guardar: salva en un archivo tipo mat el modelo calculado	

Tabla 17. Función de Transferencia Discreta.

Figura 108. Diagrama de Polos y Ceros



Fuente: Autores

El cálculo de incertidumbre, puede verse como una forma complementaria de identificación. En este paso HIDDEN permite estimar, de acuerdo con restricciones impuestas a la energía del ruido estocástico, el rango de validez de los parámetros calculados en el paso anterior (figura 109).

Figura 109. Intervalo de Valores

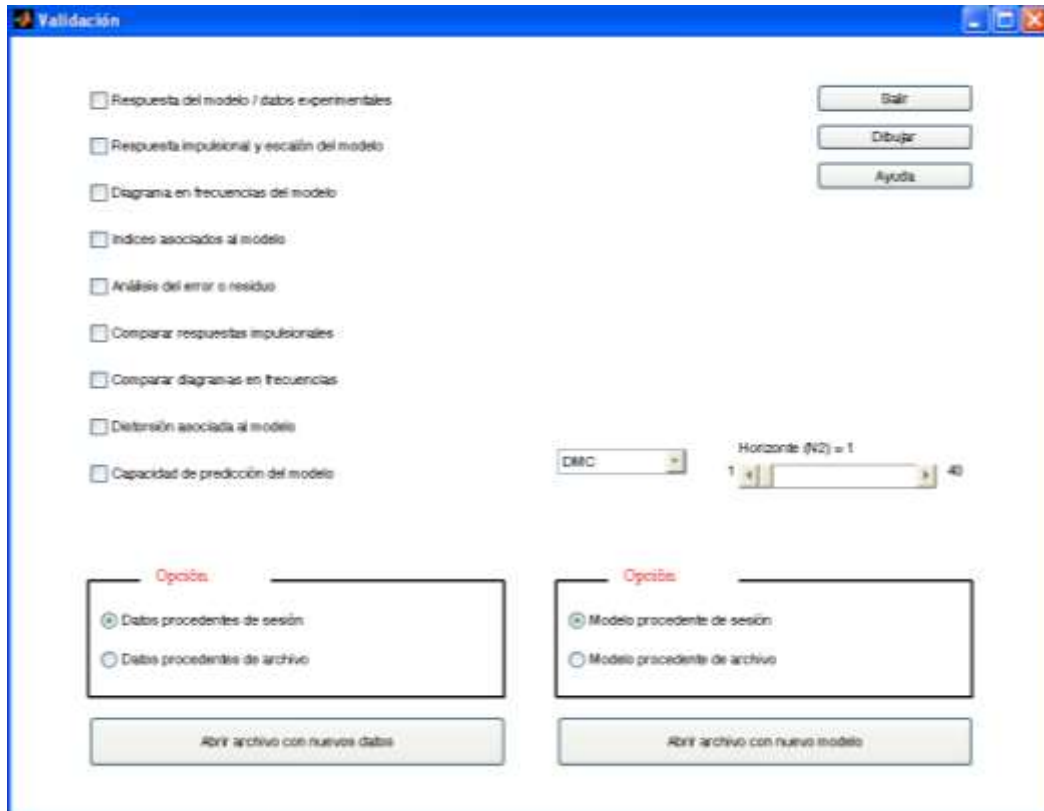
Cálculo de incertidumbres					
RESULTADOS					
Energía del error o residuo:	1300.6008				
Energía asociada al nivel elegido:	1313.6068				
Velocidad Brazo / Voltaje de entrada M					
	coeficiente	valor inf	valor sup	energía inf	energía sup
a1 =	-0.89894	-0.90203	-0.89557	1314.6489	1313.886
b0 =	0.088374	0.08564	0.091108	1314.5492	1314.5492

Fuente: Autores

Los resultados obtenidos son satisfactorios, y nos muestran que el modelo de la planta, proceso de estimación de parámetros es aceptable. Ya que la energía de la señal de salida es de 15300 comparada con la del error de 1300.

Siguiendo con la metodología de identificación el paso siguiente es la validación del modelo. En la ventana de validación del modelo existen diversas técnicas.

Figura 110. Validación



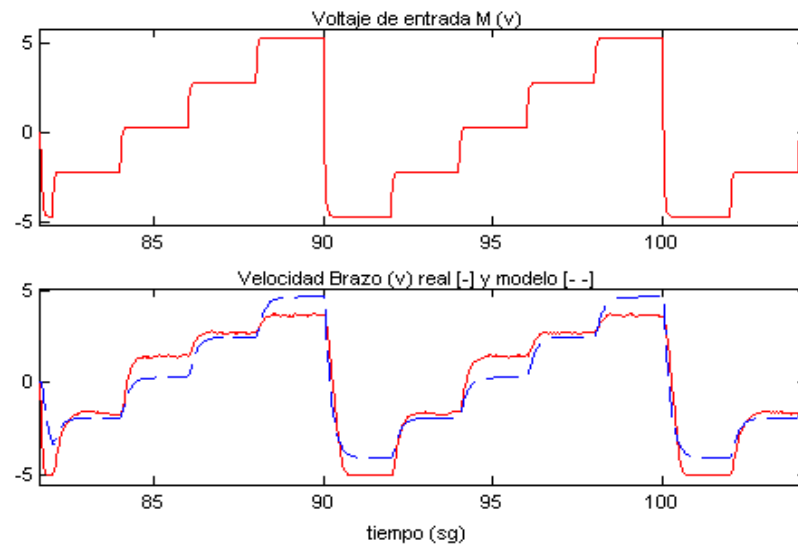
Fuente: Hiden

Fueron tomadas varias muestras del experimento para validar los modelos obtenidos mediante la estimación de los parámetros.

Los criterios escogidos para validar la estructura del modelo de la CVT obtenida mediante la metodología de identificación de sistemas fueron:

Respuesta al modelo / Datos Experimentales: Se observa que los datos experimentales se ajustan óptimamente a la respuesta del modelo obtenido con otros valores (figura 111).

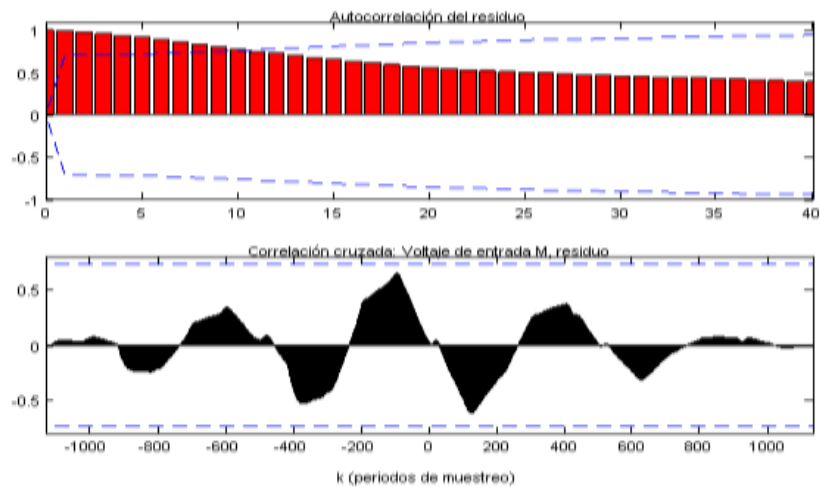
Figura 111. Datos y Modelo



Fuente: Autores

Análisis del error: Como se observa en la figura 112, la autocorrelación del residuo, es cero para todos los instantes de muestreo, al igual que la correlación cruzada con la entrada, lo que nos indica que no existe relación alguna con la señal residuo y la señal de entrada de la planta.

Figura 112. Correlaciones



Fuente: Autores

Índices asociados al modelo: Como se comentó anteriormente, estos índices nos dan una medida de la calidad del modelo obtenido, dando como resultado valores satisfactorios con la mayoría de los datos recolectados.

Figura 113. Índices del modelo

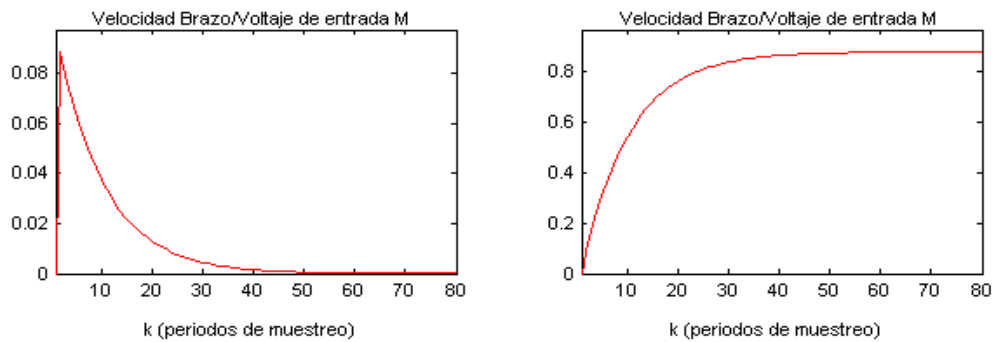


Fuente: Autores

Estos índices penalizan la complejidad y energía del residuo, si se desea tener unos valores menores es necesario, aumentar el orden de la función de transferencia.

Respuesta al Escalón

Figura 114. Respuestas al impulso y al escalón



Fuente: Autores

5.1.3 Una Mejor Aproximación

El modelo de la planta obtenido en el procedimiento anterior, muestra una buena aproximación de la dinámica de la planta, si se desea que el modelado mejore, es necesario aumentar el orden de la función de transferencia; después de realizar varias pruebas se encontró que una óptima aproximación a la planta, fue el siguiente modelo:

- **Orden de la planta**

Numerador: 1

Denominador: 2

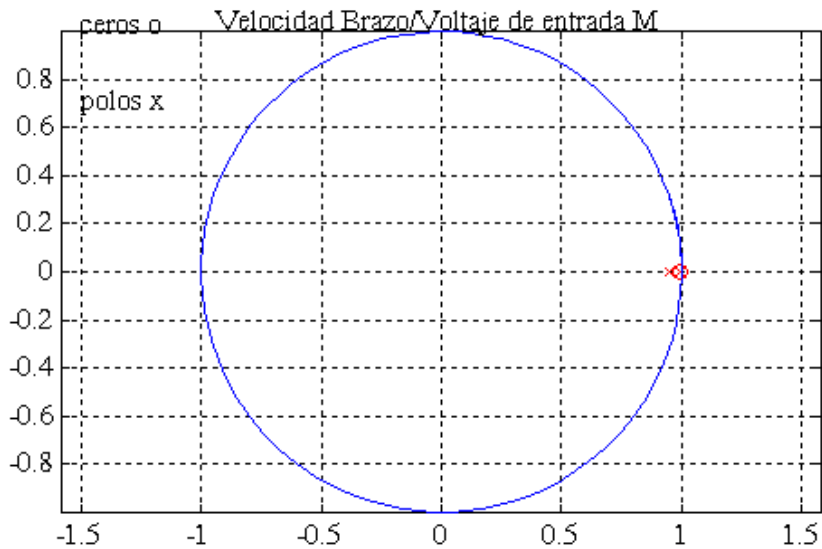
- **Resultados obtenidos**

Para estimar los parámetros fue utilizado el método de OE, al igual que en la identificación anterior.

```
————— RESULTADOS —————  
  
Velocidad Brazo / Voltaje de entrada M:  
  
num1 =          0 0.063905 -0.06372  
den1 =          1 -1.9417 0.94216  
  
ganancia1 =      0.41639  
ceros1 =         0.99657  
polos1 =         0.99098 0.95074  
  
Identificar: calcula el modelo según el método elegido  
Guardar: salva en un archivo tipo mat el modelo calculado
```

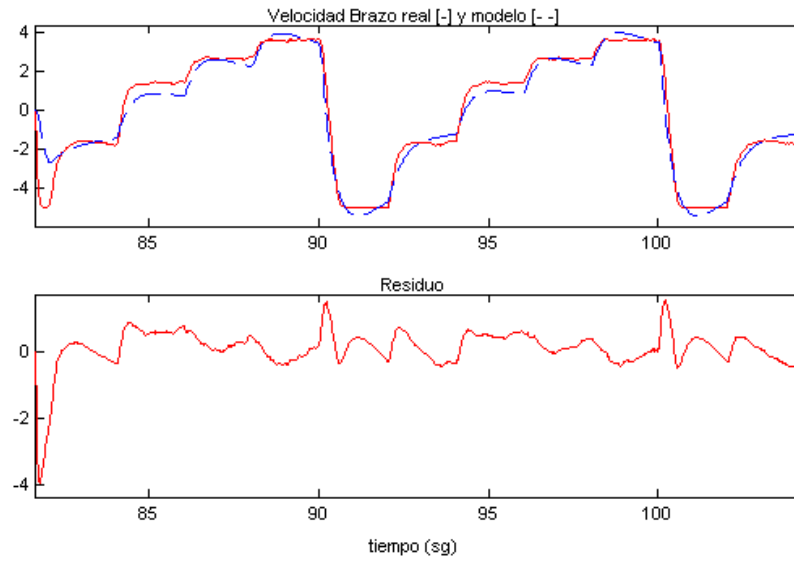
Tabla 18. Función de Transferencia Discreta.

Figura 115. Plano de Polos y Ceros



Fuente: Autores

Figura 116. Respuesta modelo segundo orden

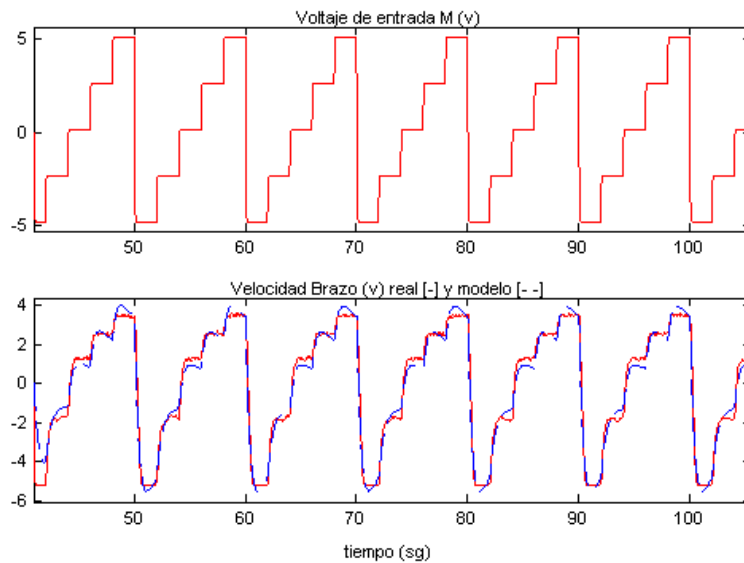


Fuente: Autores

Como se observa en la figura 115 los polos de la función de transferencia son mas cercanos a la circunferencia de radio unitario, esto muestra que el modelo no queda desvirtuado frente a las características de respuesta en continuo (figura 116).

- **Validación del Modelo**

Figura 117. Modelo, con Datos Experimentales



Fuente: Autores

Figura 118. Índices (Nuevo Modelo)



Fuente: Autores

El modelo obtenido, es satisfactorio y posee mejores características, tanto en la energía asociada al residuo como, la comparación con los datos experimentales (figuras 117 y 118).

La energía del residuo fue de 400, comparada con la salida que fue de 11000, una relación mayor que la anterior.

Una de las posibles causas de que la función de transferencia, tenga una mayor orden, es que en la planta existe fricción entre los elementos de la maquina como engranajes, deslizamiento de las poleas, fugo en los ejes y engranajes.

5.2 DISEÑO DEL CONTROLADOR PI. Compensación del efecto Wind-Up del integrador

5.2.1 Modelo de la planta

El modelo de la planta es el obtenido de la identificación anterior, fue escogido el de primer orden, por la simplicidad en el diseño.

La función de transferencia en el tiempo discreto es:

$$H(z) = \frac{0.08837}{z - 0.8989} ; \text{Con } T_m = 0.02s \quad (\text{Ec. 33});$$

Utilizando MATLAB como herramienta de análisis y diseño de control, se procede a realizar la transformación en el dominio continuo del sistema, para luego observar sus características en el tiempo (figura 119).

Velocidad Brazo (V) / Voltaje Consigna

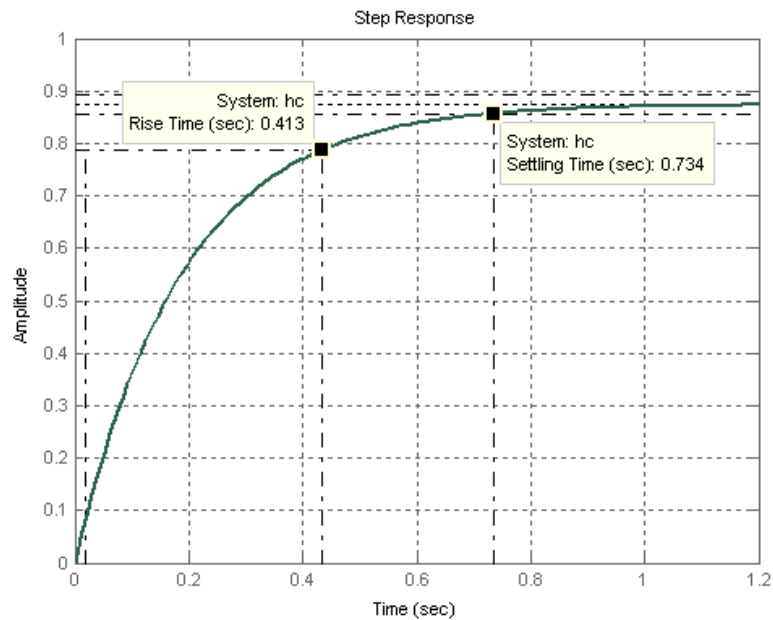
$$H(s) = \frac{4.658}{s + 5.327}$$

$$Ganancia = \frac{8.65}{10} = 0.87$$

(Ec. 34);

- **Respuesta al escalón.**

Figura 119. Respuesta al escalón



Fuente: Autores

- **Características Lazo Abierto**

Tiempo de Establecimiento=0.734 seg.

Tiempo de Subida=0.413 seg.

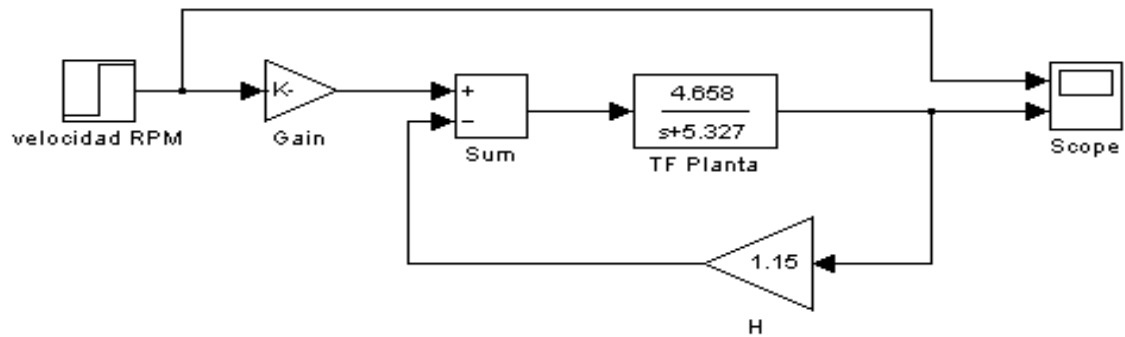
Valor Estado Estacionario=8.65V

Error de Estado estacionario=50%

Modelo del sensor $H = 1.15 \left[\frac{V}{V_{salida}} \right]$

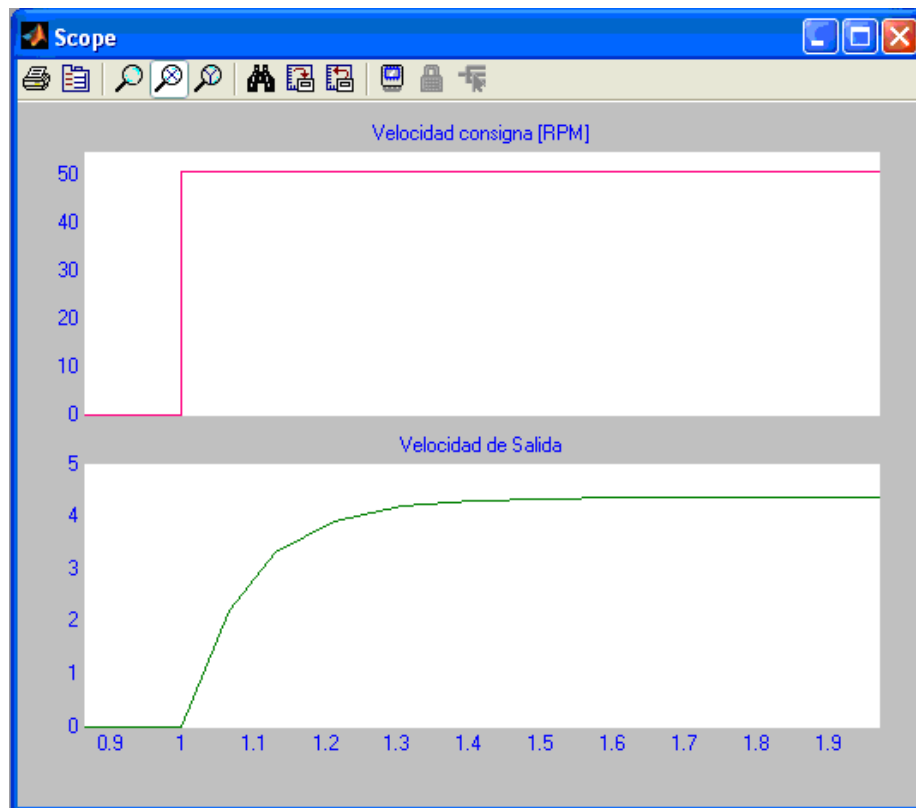
- **Modelo de Simulink de la Planta en lazo cerrado**

Figura 120. Planta Lazo Cerrado



Fuente: Autores

Figura 121. Gráficas del Osciloscopio



Fuente: Autores

En la figura 121 se observa el error de estado estacionario del sistema a lazo cerrado.

5.2.2 Especificaciones de diseño

Los requerimientos de un controlador, en nuestro caso tienen como función mejorar la respuesta transitoria y estacionario del sistema en lazo cerrado.

Valores Esperados:

Tiempo de Establecimiento=0.35 s.

Máximo sobrepico<5%

Error en estado estacionario $\approx 0\%$

De acuerdo a las especificaciones dadas, el lugar deseado de los polos en lazo cerrado es

$$\sigma > 11.17$$

$$\zeta = 0.69$$

$$\omega_n = 16.19$$

$$\omega_d = 11.72$$

Polos Deseados: $-11.17 \pm j11.72$

El diseño del sistema será realizado en tiempo continuo teniendo en cuenta el efecto del retenedor de orden cero en la función de transferencia de lazo abierto.

La función de transferencia que identifica un retenedor de orden cero es:

$$ZOH \approx \frac{1}{\frac{T}{2}s + 1} \quad (\text{Ec.35});$$

Las respuestas temporales del sistema discreto y del sistema continuo equivalente difieren substancialmente a medida que aumenta el periodo de muestreo, de este modo se dice que el muestreo desvirtúa la respuesta del sistema discreto frente a la del sistema continuo equivalente. En concreto, el muestreo tiene un efecto desestabilizador del sistema, de manera que, cuanto más desvirtuado se halla el sistema discreto frente al sistema analógico, "peor" es su respuesta transitoria.

La escogencia del periodo de muestreo, se da tal que la respuesta del sistema en continuo no quede desvirtuada frente a la respuesta del sistema discreto.

En este caso el parámetro de diseño es:

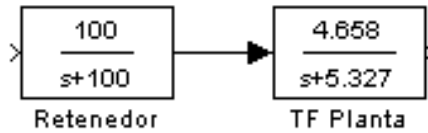
- Numero de muestras por ciclo de la señal:

Corresponde a la expresión: T_d/T . En este caso no existe ningún criterio al respecto, pero se considera que son suficientes 10 muestras por ciclo para poder decir que la respuesta no queda desvirtuada. Obsérvese que, análogamente al caso anterior, T_d es el periodo de la señal de respuesta del sistema continuo equivalente.

En este caso T_d es de 0.5361s, por tanto el valor máximo del tiempo muestreo es de 35ms, se tomará $T_m=20ms$.

La función de transferencia Planta más retenedor (figura 122):

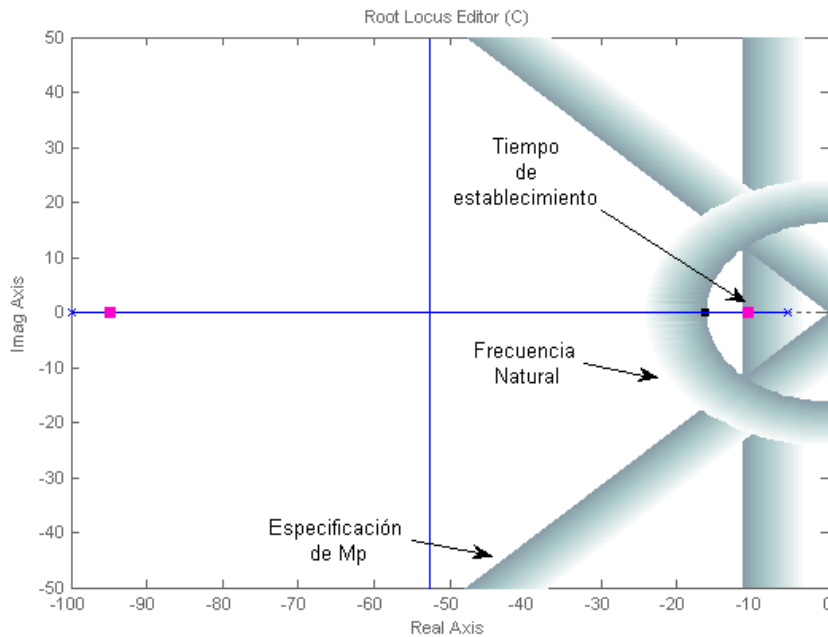
Figura 122. Retenedor, Planta



Fuente: Autores

- Lugar de Las Raíces

Figura 123. Lugar de las Raíces



Fuente: Autores

La figura 123 nos muestra las regiones en las cuales la ubicación de los polos en lazo cerrado cumpliría con las características de diseño. Se observa en la figura variando la ganancia no conseguiría alcanzar las especificaciones de diseño.

5.2.3 Cálculo del controlador

El tipo de regulador escogido es un PI, ya que nos permite eliminar el error de estado estacionario, logrando una buena estabilidad relativa del sistema de control.

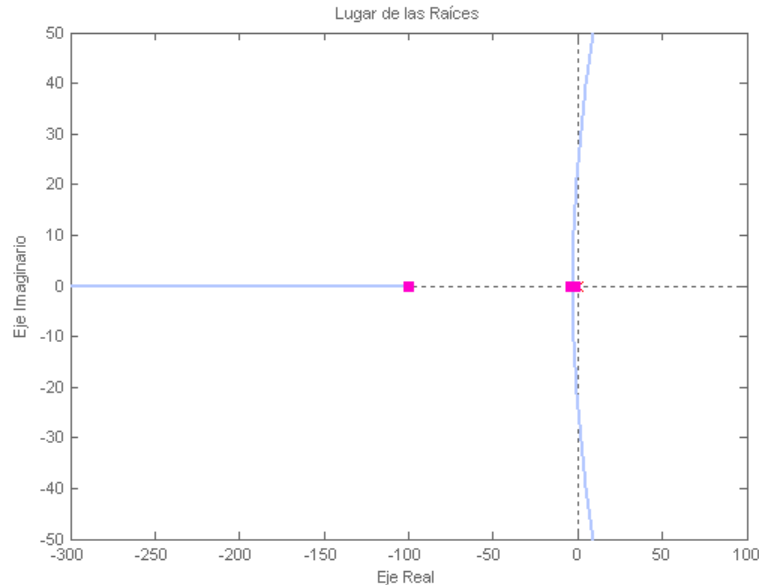
$$C(s) = K \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) = \frac{K \cdot (s + a)}{s} \quad (\text{Ec. 36});$$

Para el diseño del sistema de control fue utilizada la toolbox de Control de

MATLAB, con el fin de facilitar el cálculo del compensador. La toolbox de control posee una herramienta de diseño gráfica en el lugar de las raíces, llamada sisotool, esta herramienta permite de una manera sencilla crear el compensador que cumpla las especificaciones requeridas.

- **Ubicación del polo en el origen**

Figura 124. Lugar de las Raíces Planta +Integrador



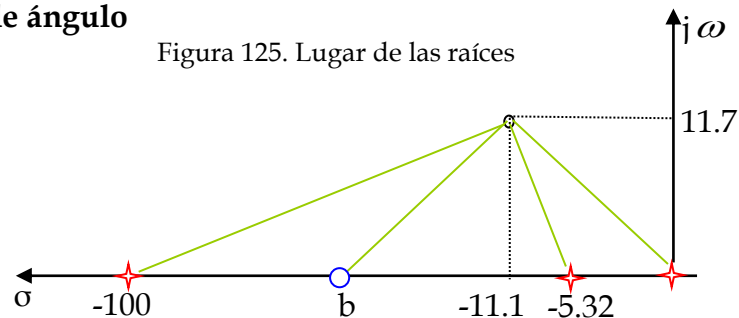
Fuente: Autores

El LGR se ha corrido hacia la derecha (figura 124) por efecto de adición del polo, haciendo que el sistema se haga inestable para algunos valores de ganancia, nos queda por ubicar el cero del PI

Al ubicar el cero se consigue mover el LGR hacia la izquierda, obteniendo una mejor respuesta transitoria y la ubicación de los polos en lazo cerrado deseado. Esta ubicación debe cumplir con la condición de ángulo (figura 125) y de magnitud, al igual que el valor de la ganancia.

- **Condición de ángulo**

Figura 125. Lugar de las raíces



Fuente: Autores

$$a \tan \left[\frac{\Omega}{b - \sigma} \right] - a \tan \left[\frac{\Omega}{100 - \sigma} \right] + a \tan \left[\frac{\Omega}{\sigma - 5.32} \right] + a \tan \left[\frac{\Omega}{\sigma} \right] = -180 \quad (\text{Ec.37});$$

- **Condición de Magnitud**

$$\frac{535.4023 \cdot K \cdot \sqrt{\Omega^2 - (b - \sigma)^2}}{\sqrt{\Omega^2 + \sigma^2} \cdot \sqrt{\Omega^2 + (100 - \sigma)^2} \cdot \sqrt{\Omega^2 + (5.35 - \sigma)^2}} = 1 \quad (\text{Ec.38});$$

Para solucionar estas ecuaciones fue implementada la herramienta de cálculo TKSOLVER, se obtuvieron los siguientes resultados en la hoja de variable:

Status	Inpu	Name	Output	Unit	Comment
		b	13.73		Ubicación de los ceros
		K	2.9603		Ganancia Proporcional
		σ	11.177		Valor eje real (Sigma)
	.35	ts			Tiempo de establecimiento
	.05	Mp			
F		ξ	.690		Coefficiente de amortiguamiento
		ω_n	16.196		Frecuencia Natural
		Ω	11.721		Frecuencia de Amortiguamiento

Tabla 19. Hoja de variables del diseño del sistema de control

Los valores obtenidos después de ingresar las especificaciones de diseño, para la posición del cero y el valor de la ganancia son:

$$b = 13.73$$

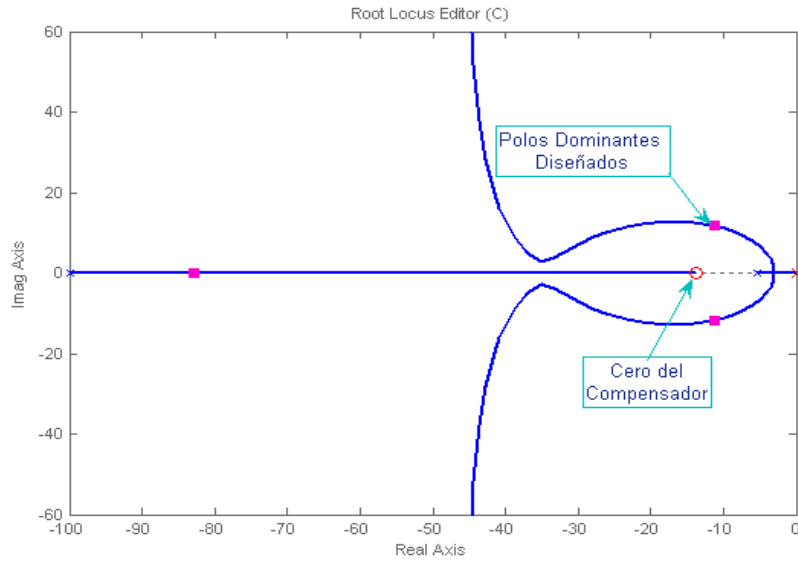
$$K = 2.96$$

- **Ecuación del Compensador**

$$C(s) = \frac{2.96 \cdot (s + 13.73)}{s} \quad (\text{Ec.38});$$

Luego se procede a realizar la simulación de los resultados obtenidos en las ecuaciones mediante la herramienta de diseño sisotool (figura 126).

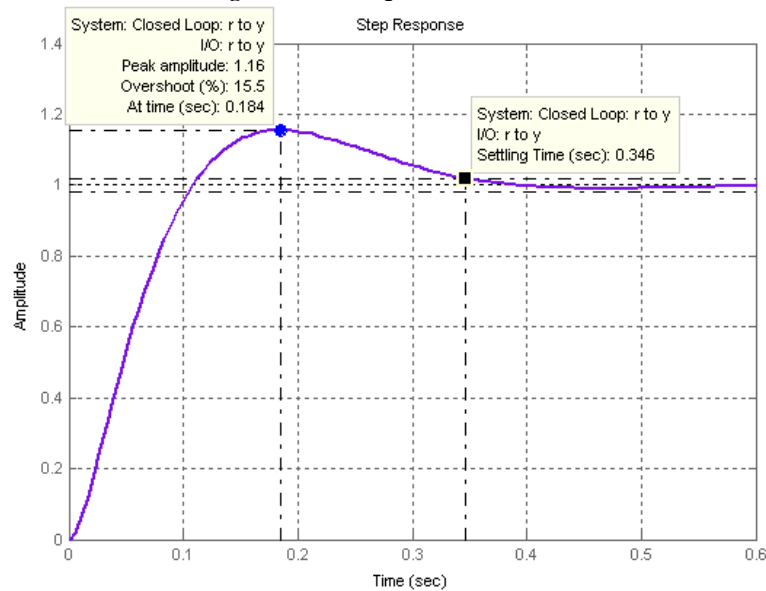
Figura 126. Lugar de las Raíces Planta + compensador



Fuente: Autores

La respuesta al escalón del sistema a lazo cerrado es:

Figura 127. Respuesta al escalón



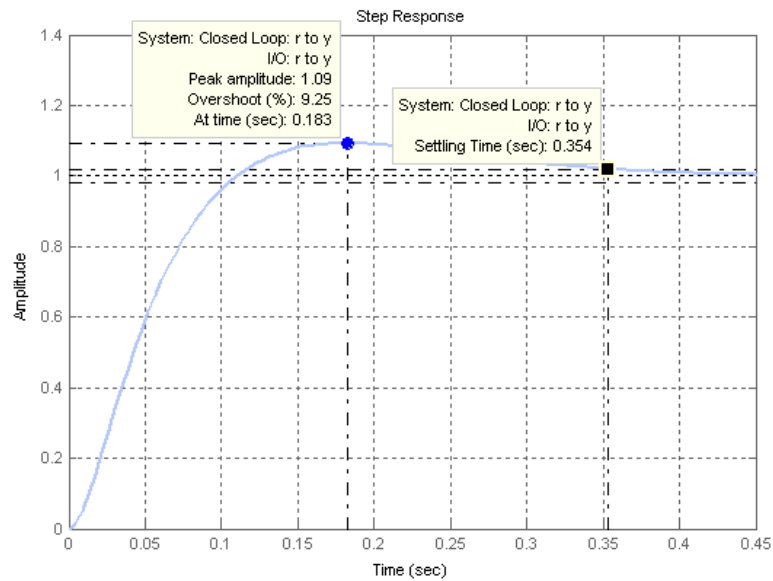
Fuente: Autores

En la grafica de respuesta al escalón (figura 127) se observa que hasta este momento la especificación de MP no se ha alcanzado, esto debido a la presencia de otro polo, que modifica la respuesta transitoria esperada. En la grafica del lugar de las raíces (figura 128) se observa que por más que se varíe

la ganancia el valor que se desea de M_p no se puede alcanzar, con la posición del cero que es el resultado de las ecuaciones. Para solucionar este inconveniente en las ecuaciones de magnitud y ángulo se introduce un mismo valor de tiempo de establecimiento con un menor sobrepico que el especificado en el diseño, y así se obtiene la nueva posición del cero y el valor de K .

La respuesta al escalón del sistema, es:

Figura 128. Respuesta al escalón.



Fuente: Autores

Ecuación del nuevo compensador:

$$C(s) = \frac{2.81 \cdot (s + 10.09)}{s} \quad (\text{Ec.39});$$

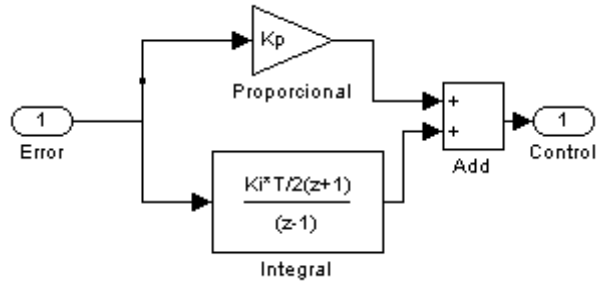
Las constantes obtenidas para cada operador proporcional e integral:

$$K_p = 2.81$$

$$K_i = 28.35$$

Luego de obtener el PI en tiempo continuo, se procede a la discretización de cada operador (figura 129).

Figura 129. Diagrama de bloques general de un PI



Fuente: Autores

Para la integral se utilizó la integración trapezoidal como método de discretización obteniendo la siguiente expresión.

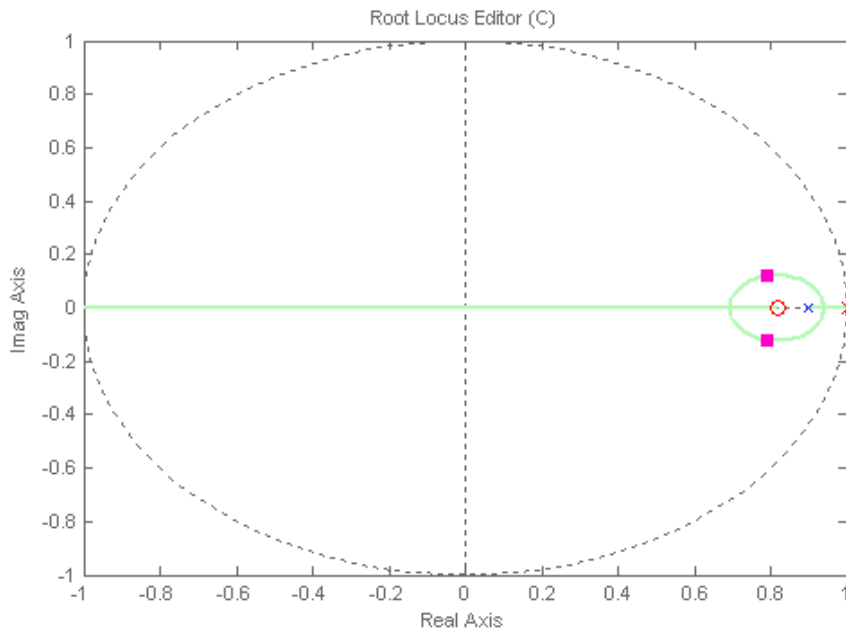
$$I = 0.2835 \cdot \frac{z+1}{z-1} \quad (\text{Ec.40});$$

Después de realizar el paralelo de las 2 acciones de control se tiene:

$$PI = \frac{3.09 \cdot (z - 0.8167)}{z - 1} \quad (\text{Ec.41});$$

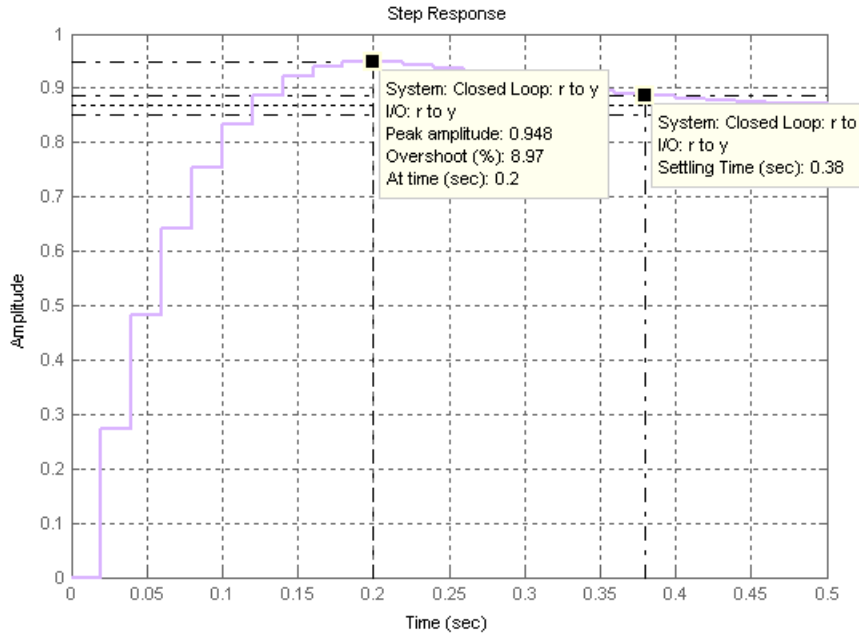
- Lugar de las raíces (Controlador + Planta)

Figura 130. Lugar de las Raíces Discreto



Fuente: Autores

Figura 131. Respuesta al Escalón.

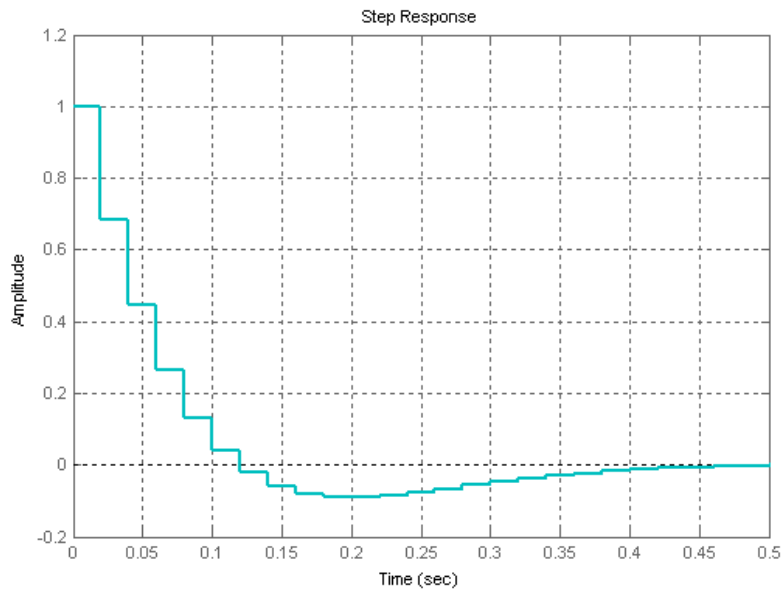


Fuente: Autores

Como se observa en la figura el proceso de discretización (figura 131), fue óptimo ya que se está muestreando el sistema a un tiempo de 20ms menor que el tiempo límite de muestreo, el sistema es estable a lazo cerrado (figura 130).

La respuesta que se obtiene debido a una perturbación en la salida es:

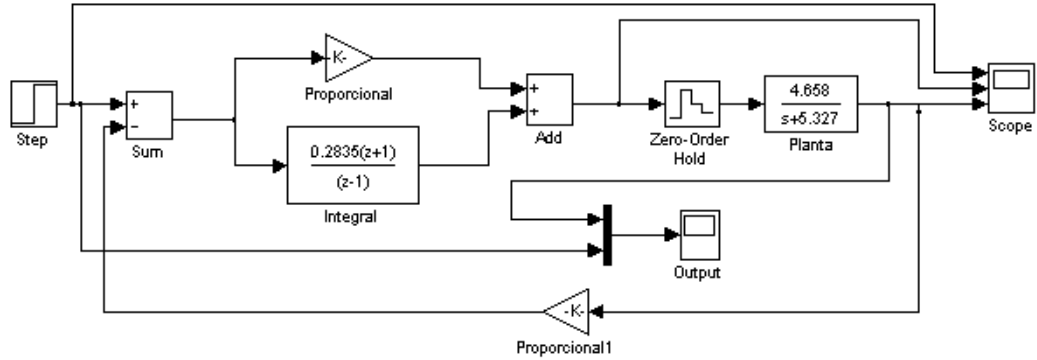
Figura 132. Respuesta a la Perturbación en la salida.



Fuente: Autores

5.2.4 Implementación En Simulink

Figura 133. Modelo en Simulink, sin tener en cuenta la perturbación.



Fuente: Autores

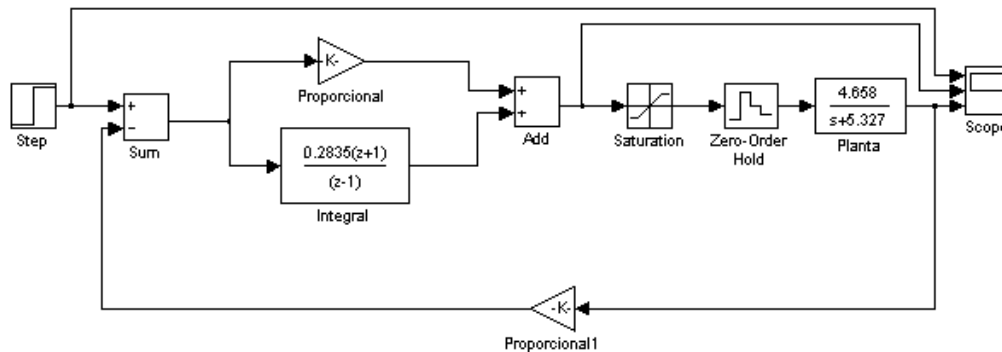
Figura 134. Graficas de Simulación Modelo.



Fuente: Autores

Como se observa en la figura 134, la señal de control sobrepasa los límites de la entrada al PWM los cuales están entre 0-10V, por lo tanto para realizar la simulación de este sistema se debe tener en cuenta la limitación del actuador, que es uno de los efectos no lineales de este (figura 135).

Figura 135. Modelo en Simulink, sin tener en cuenta la perturbación.



Fuente: Autores

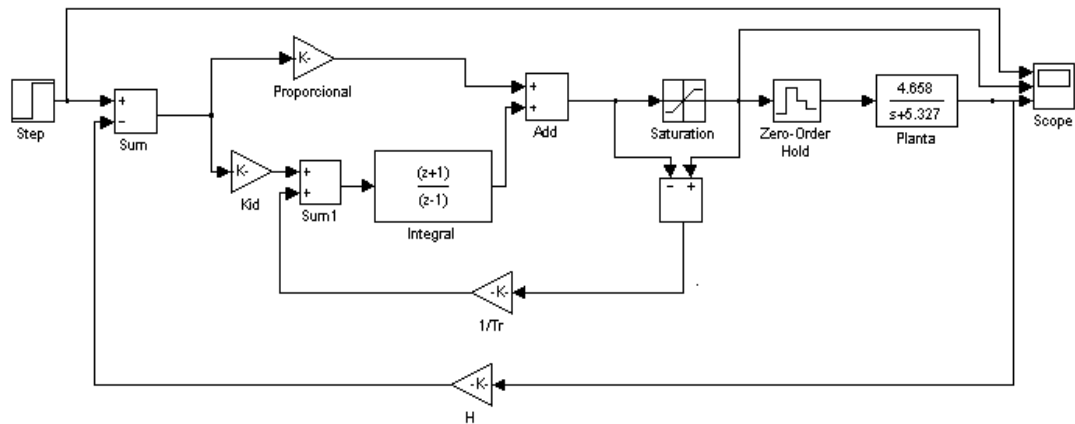
El fenómeno de windup se ilustra en el modelo del sistema (figura 135), al cual se le fue agregado el modelo del actuador, cuando el error es grande hace que la señal de control se sature en el límite alto, el término integral se incrementa, cuando el error pasa por cero este posee su valor más alto, la salida permanece saturada en este punto, debido a que el término integral es todavía grande.

El windup del integrador puede ocurrir en conexión con cambios grandes en la referencia o puede ser causado por perturbaciones o malfuncionamiento del equipamiento del sistema de control. El windup también puede ocurrir cuando se usan selectores de varios controladores que manejan un actuador.

- **Como se previene wind-up?**

El efecto de windup se puede contrarrestar agregándole un bloque que actúa cuando la salida se satura, este bloque recalcula la acción integral tal que la salida no se salga de los límites de saturación. Tiene la ventaja de no reinicializar el integrador instantáneamente, pero sí dinámicamente con una constante de tiempo T_t (figura 136).

Figura 136. Modelo en Simulink, Controlador con antiwindup



Fuente: Autores

La tasa a la que la salida del controlador es puesta en reset, está gobernada por la ganancia de realimentación, $1/T_t$, donde T_t puede ser interpretada como la constante de tiempo que determina cuán rápidamente la integral es puesta en reset. Por esta razón se la denomina “*constante de tiempo de seguimiento*”.

La figura 136 muestra lo que pasa cuando un controlador con antiwindup se aplica al sistema. La salida del integrador es rápidamente puesta en reset a un valor tal que la salida del controlador está en el límite de la saturación y la integral tiene un valor negativo, durante la fase inicial, que es cuando el actuador está saturado. Este comportamiento es drásticamente diferente al esquema sin antiwindup, donde la integral tiene un valor positivo durante el transitorio inicial. También se observa la mejora en el desempeño comparado con el controlador PI ordinario usado en el esquema anterior.

Figura 137. Gráficas, Lazo Cerrado actuador ideal (morado), Efecto Windup (magenta), Con Antiwindup (negro)



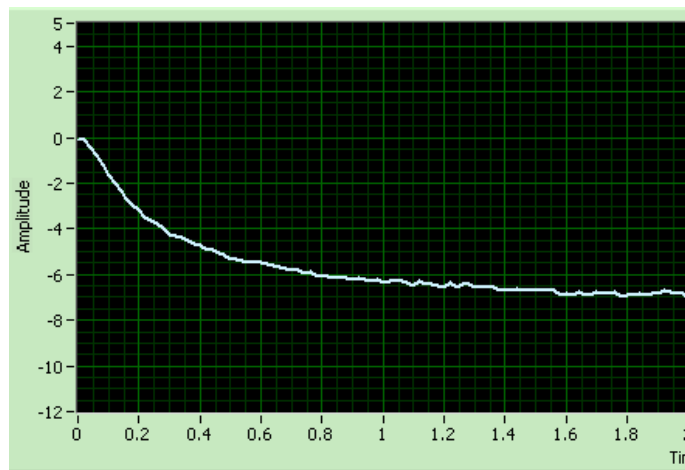
Fuente: Autores

6. PRUEBAS

6.1 REDUCCIÓN DEL TIEMPO DE RESPUESTA DEL SISTEMA

Se realizó una prueba de respuesta al escalón en lazo abierto de la CVT con respecto al motor AC, para determinar la dinámica del sistema y se encontró un tiempo de establecimiento alrededor de 1.8 segundos y un tiempo de respuesta (τ) de 0.35 segundos (figura 138). Generalmente se encuentran valores de varios segundos en la respuesta de los motores, principalmente debido a que el tamaño de los rotores está ligado a la potencia que maneja el motor. Esto limita considerablemente las especificaciones que se pueden obtener al diseñar el sistema de control y limita el campo de aplicación del motor.

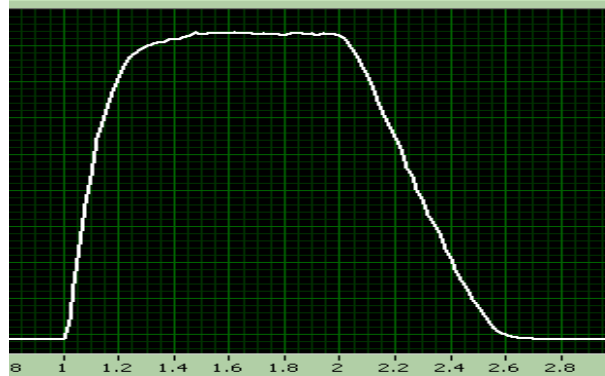
Figura 138. Velocidad del brazo $\omega = 0rpm$



Fuente: Autores

Con la aplicación de la nueva Transmisión Variable Continua, se consiguió una considerable reducción en la dinámica del sistema, logrando un tiempo de establecimiento de apenas 0.35 segundos, tan sólo un 19% del tiempo inicial del sistema (figura 139).

Figura 139. Velocidad del brazo - $\omega = 0rpm$



Fuente: Autores

6.2 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL CON MSC VISUAL NASTRAN 4D

MSC Visual Nastran 4D es una poderosa herramienta para el ingeniero que combina la simulación cinemática con el análisis de esfuerzos bajo un único ambiente de modelación.

MSC. Visual Nastran permite:

- ✓ Ver el movimiento "real" de sus diseños de manera virtual
- ✓ Determinar fuerzas, torques, fricción, velocidad, aceleración y colisiones
- ✓ Calcular automáticamente las cargas y esfuerzos
- ✓ Realizar las animaciones del comportamiento real con fotorealismo.

Además, la reciente versión, la 2004, permite la integración con Simulink. Simulink es un paquete de Software que se ejecuta acompañando a MATLAB para modelar, simular y analizar sistemas dinámicos.

En el desarrollo de este proyecto se aprovechó esta conectividad para la comprobación del sistema de control diseñado antes de su implementación en LabView. MSC Visual Nastran es usado para definir la dinámica del sistema, mientras que Simulink es usado para diseñar y simular el sistema de control.

El procedimiento llevado a cabo es el siguiente:

- Se modeló la Transmisión Variable en Solid Edge V14 (figura 75) con todas las dimensiones como se presentan en el prototipo y con todas

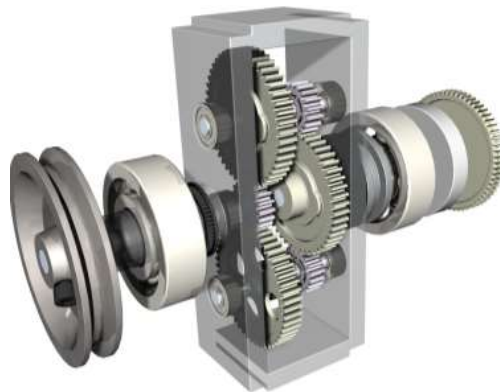
las relaciones de concentricidad, coincidencia y demás restricciones bien establecidas.

Repetición de la figura 75. Prototipo de la CVTE



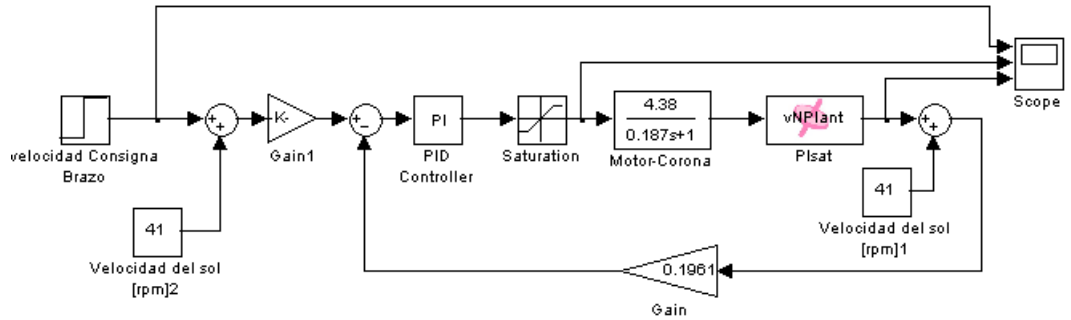
Se importó sólo el sistema de planetarios a Visual Nastran para ahorrar tiempo de simulación (figura 16).

Repetición de la figura 16. Modelo 3D del sistema de planetarios



- Se revisaron las relaciones establecidas en Solid Edge, cuidando que las relaciones en la simulación se correspondan con las del prototipo.
- Se establecieron los 'controladores' de los ejes de la corona y del sol, y se insertaron 'medidores' de las velocidades del brazo y de la corona.
- Se construyó en Simulink el esquema de control (figura 140). En este modelo, en vez del bloque que representa la planta, es insertada una librería de Visual Nastran como un bloque, permitiendo la realimentación entre el sistema de control y el modelo virtual. Además, se insertó un bloque con la función de transferencia conteniendo los componentes desde la tarjeta PWM hasta el eje de la corona (bloque "Motor - corona" en la figura).

Figura 140. Modelo de Simulink para el controlador PI



Fuente: Autores

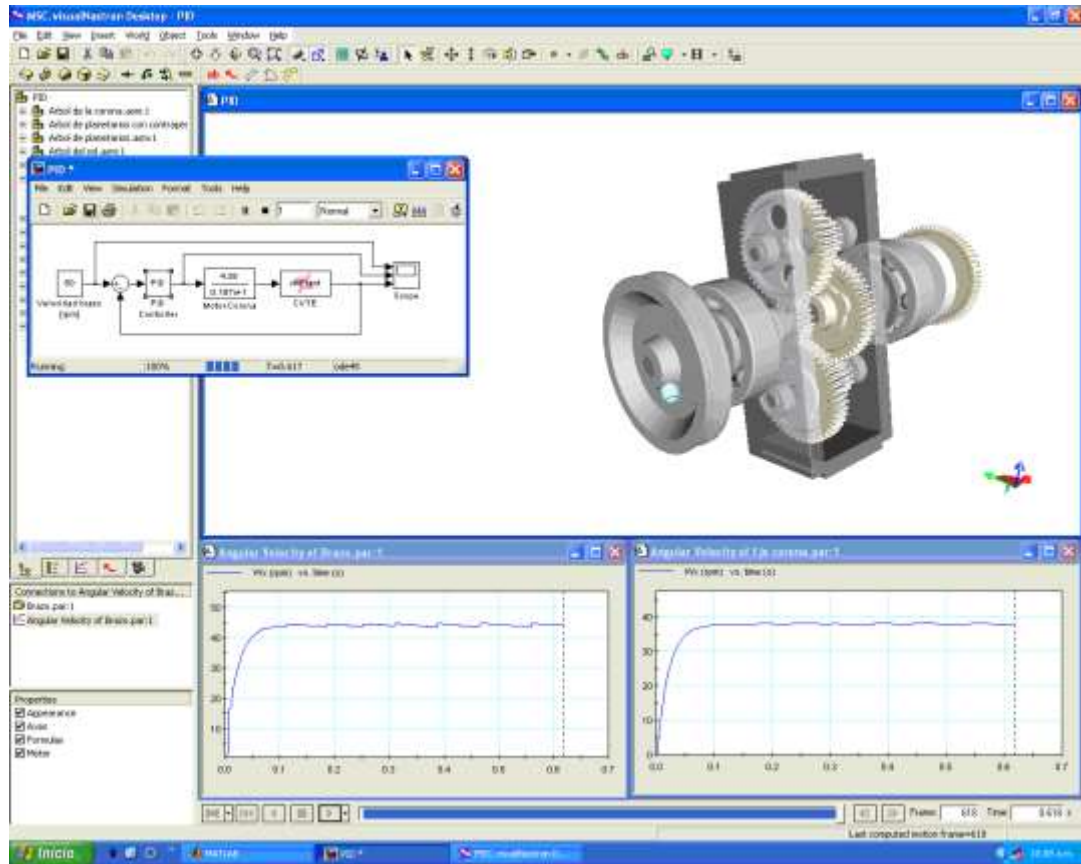
- En esta librería (vNPlant en la figura 141), se definen las variables del prototipo que se pasarán a Simulink, en este caso, la velocidad del brazo (realimentación al sistema de control).
- A continuación, se especificó la variable en el prototipo por medio de la cual el modelo de Simulink ejerce control sobre éste, la velocidad de la corona.
- A continuación se corrió la simulación desde simulink, tras lo cual, la simulación empieza a ejecutarse paralelamente en los dos programas con sincronía en los tiempos de la simulación de cada uno.

El prototipo fue evaluado en distintas configuraciones del controlador para encontrar la mejor respuesta, como se explica a continuación.

6.2.1 Prueba Proporcional

Un controlador proporcional genera a la salida una señal de control proporcional a la señal de error. En la figura 141 se observa que con este tipo de control se conseguiría una buena respuesta transitoria pero con un error de estacionario. Para un escalón de 0-50 rpm se observa que la velocidad del brazo alcanza un valor de estado estacionario de 43 rpm.

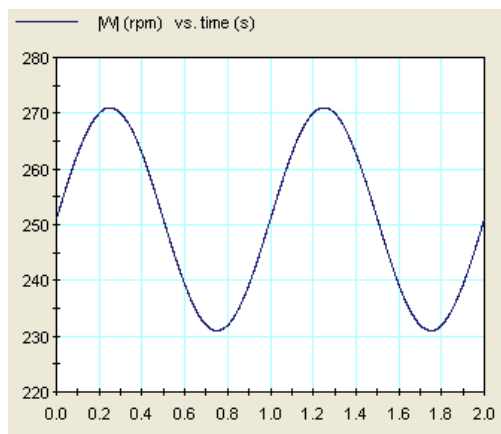
Figura 141. Velocidad del brazo - $\omega_{sol} = 0rpm$



Fuente: Autores

Se evaluó también lo que sucedería si se tiene una perturbación de una carga oscilante en el motor principal (eje sol) (figura 142):

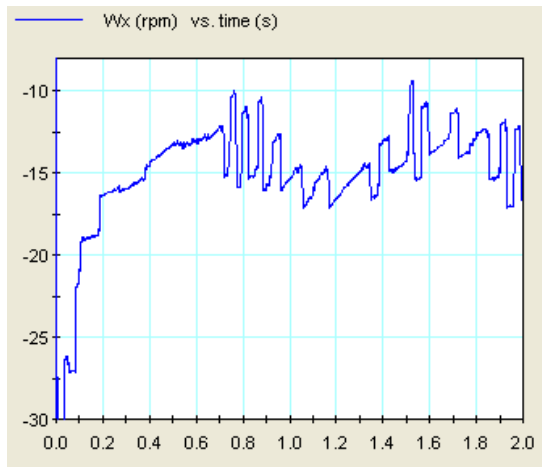
Figura 142. Velocidad del sol - Amplitud perturbación=20 rpm



Fuente: Autores

Si adicionalmente se realiza un escalón de -41 a 0 rpm, el controlador proporcional mantiene el error de estado estacionario. Además, la perturbación en el sol se puede observar reflejada en la velocidad de salida (figura 143).

Figura 143. Velocidad del brazo – Amplitud perturbación=20 rpm

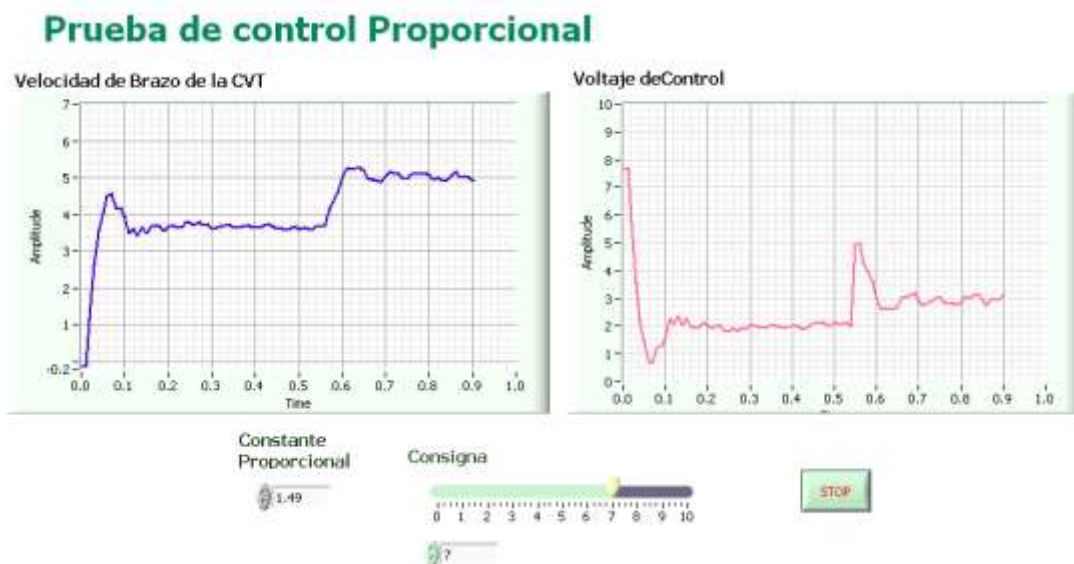


Fuente: Autores

- **Prueba al Prototipo real**

Los resultados simulados fueron observados en el prototipo real, al realizar algunas pruebas en Labview (figura 144). El error en estado estacionario no ha sido eliminado del todo.

Figura 144. Interfaz gráfica labview “Prueba Proporcional”



Fuente: Autores

6.2.2 Prueba Proporcional Integral

La necesidad de un control PI se pudo ver claramente en la simulación del controlador proporcional, para eliminar el error de estado estacionario.

El PI fue diseñado para que cumpliera las especificaciones de:

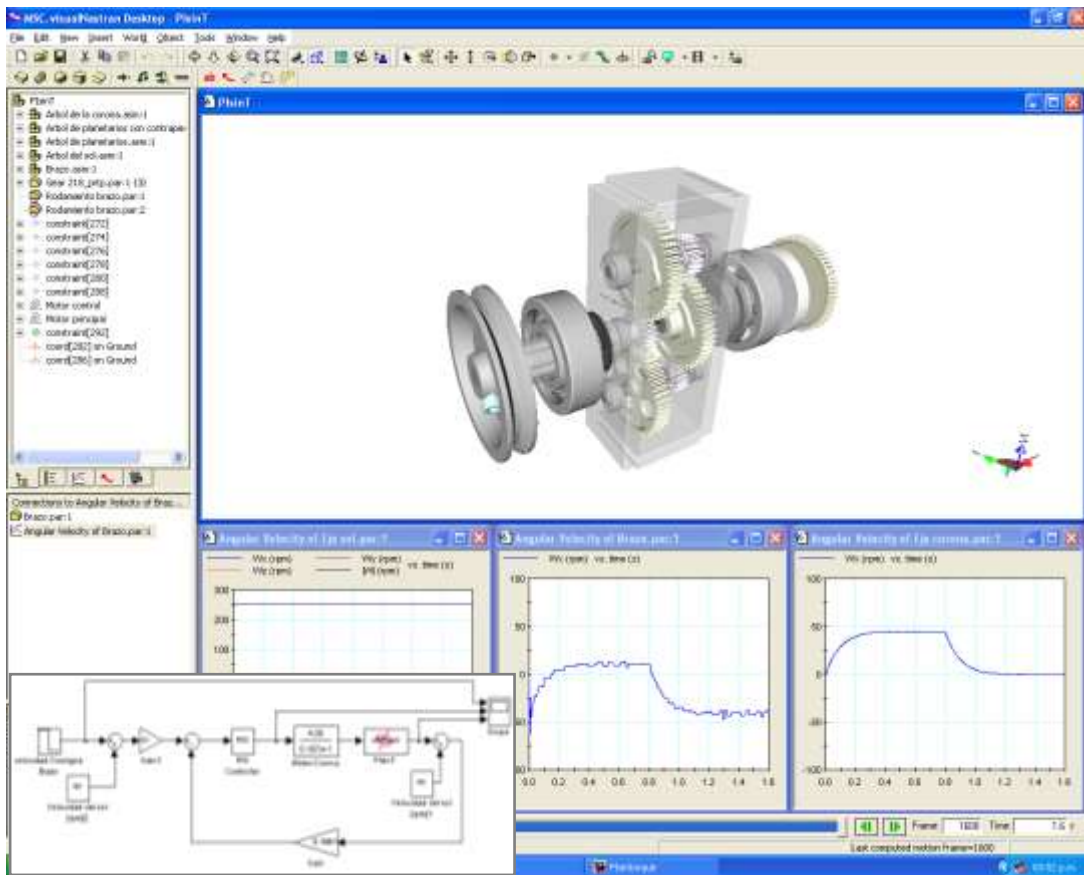
Tiempo de establecimiento=0.35 seg.

Máximo sobrepico $\leq 10\%$

Error de estado estacionario nulo.

El controlador diseñado fue implementado en simulink (figura 145), y se realizó la simulación para dos escalones, uno de -53 hasta 10 rpm, y el otro de 10 hasta -44 rpm, separados 0.8 segundos entre sí.

Figura 145. Simulación del controlador PI

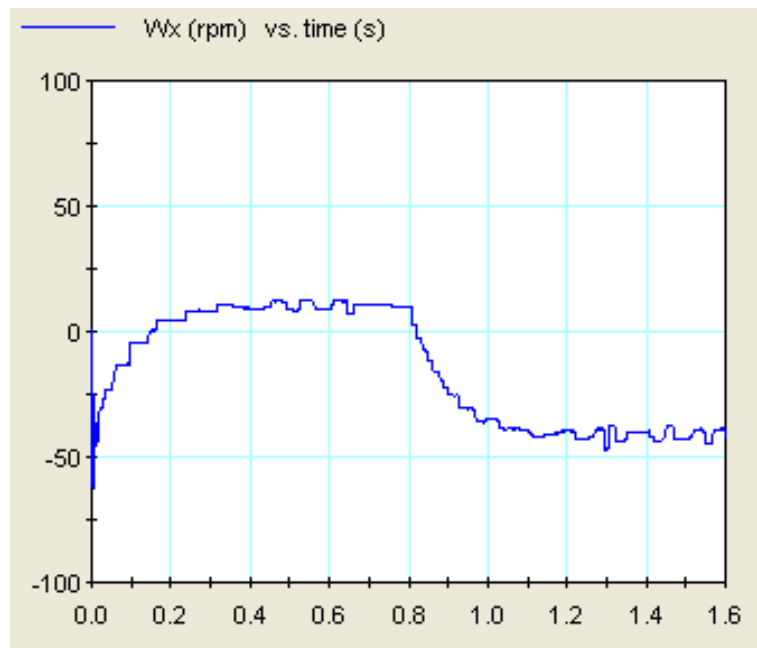


Fuente: Autores

Además, Puesto que el diseño del sistema de control fue diseñado alrededor de un punto de operación, fue necesario reajustar estos valores de niveles de DC en el modelo de simulink.

En la figura 146, se puede observar que el diseño del controlador resultó satisfactorio. Se ha alcanzado mantener un tiempo de establecimiento de 0.35 segundos, igual que el diseñado.

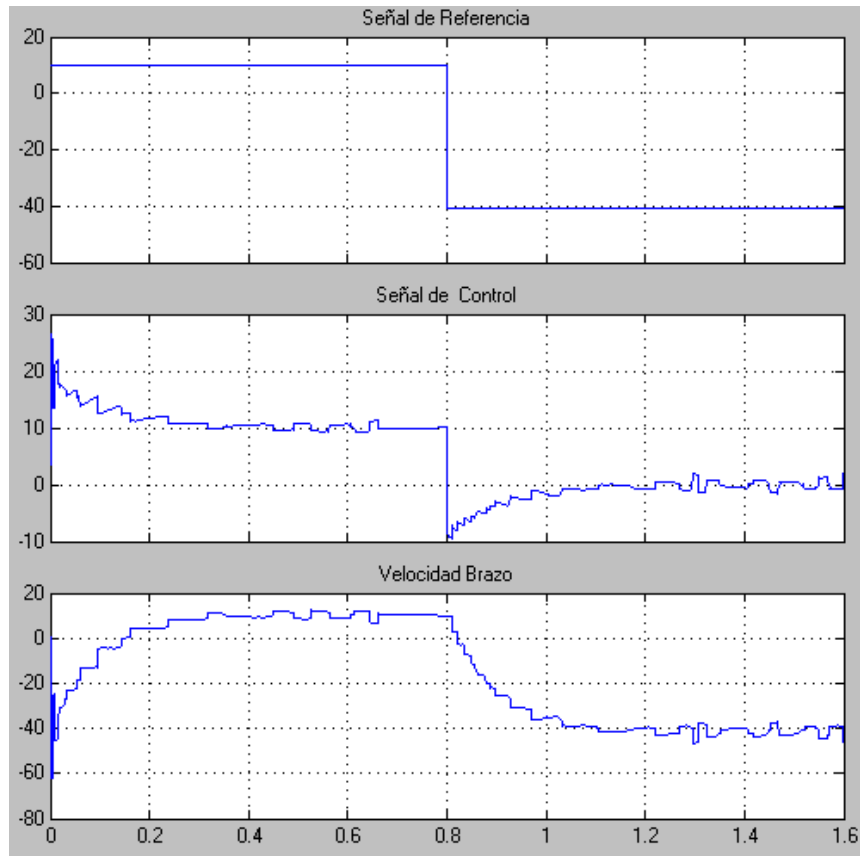
Figura 146. Velocidad del brazo - Amplitud perturbación=20 rpm



Fuente: Autores

Se ha conseguido también un error de estado estacionario de cero y la respuesta de velocidad ha sido satisfactoria, por lo que, se han alcanzado las especificaciones de diseño. La respuesta del controlador fue como la esperada en la simulación en Simulink (figura 147)

Figura 147. Respuesta del sistema de control.

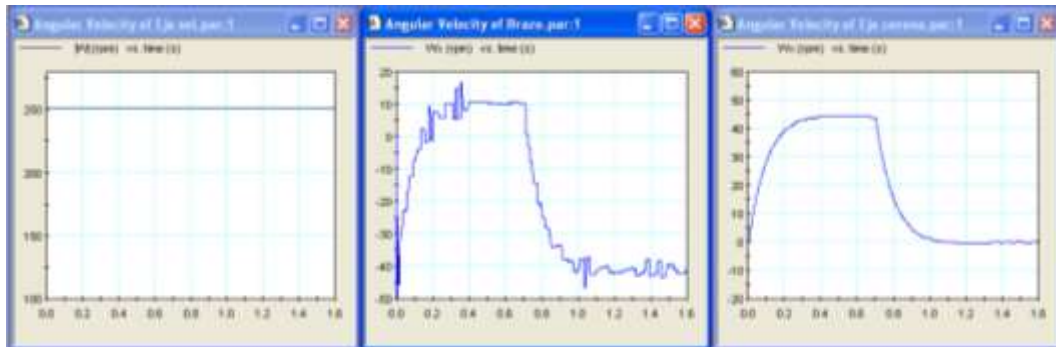


Fuente: Autores

Tras la realización de varias simulaciones con diferentes estados del motor principal, se ha observado que cuando el motor AC se encuentra encendido produce unas vibraciones en el eje de salida. Esto se debe a las colisiones en uno y otro sentido que existen entre los dientes de los engranajes planetarios, en unos casos debido al sol, y en otros debido a la corona. Este efecto fue observado en la simulación de Visual Nastran, y se presentaron también en el prototipo. Estas vibraciones, a su vez, hacen parte de las perturbaciones que el control debe ser capaz de eliminar.

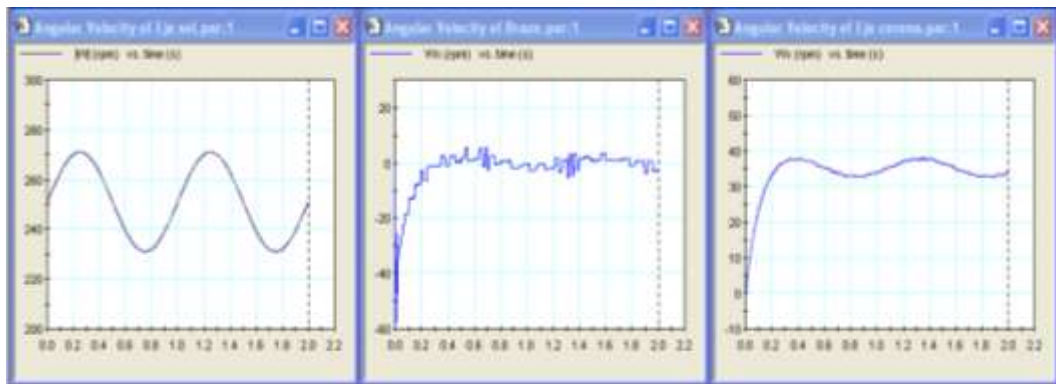
Visual Nastran también permite la evaluación de un sistema de control ante perturbaciones de cualquier tipo. El controlador PI ha sido evaluado para dos perturbaciones, ante una carga constante (figura 148) y ante una oscilación en la velocidad en el sol de amplitud de 40 rpm (figura 149).

Figura 148. Respuesta del sistema de control, ante una carga constante.



Fuente: Autores

Figura 149. Respuesta del sistema de control, ante una oscilación de la velocidad del sol (amplitud= 40 rpm).



Fuente: Autores

Como resultado de las simulaciones, se observó que el controlador es estable ante el efecto de una carga constante, conservando las especificaciones de error estacionario y del tiempo de estabilización. En la última simulación, se pudo notar cómo el controlador ajusta la velocidad del motor (Angular Velocity of Eje Corona en la figura 149) para corregir el efecto de la oscilación del sol en la salida. A pesar que el sol alcanza a oscilar hasta 40 rpm, el controlador mantiene la velocidad del sol dentro de los límites diseñados.

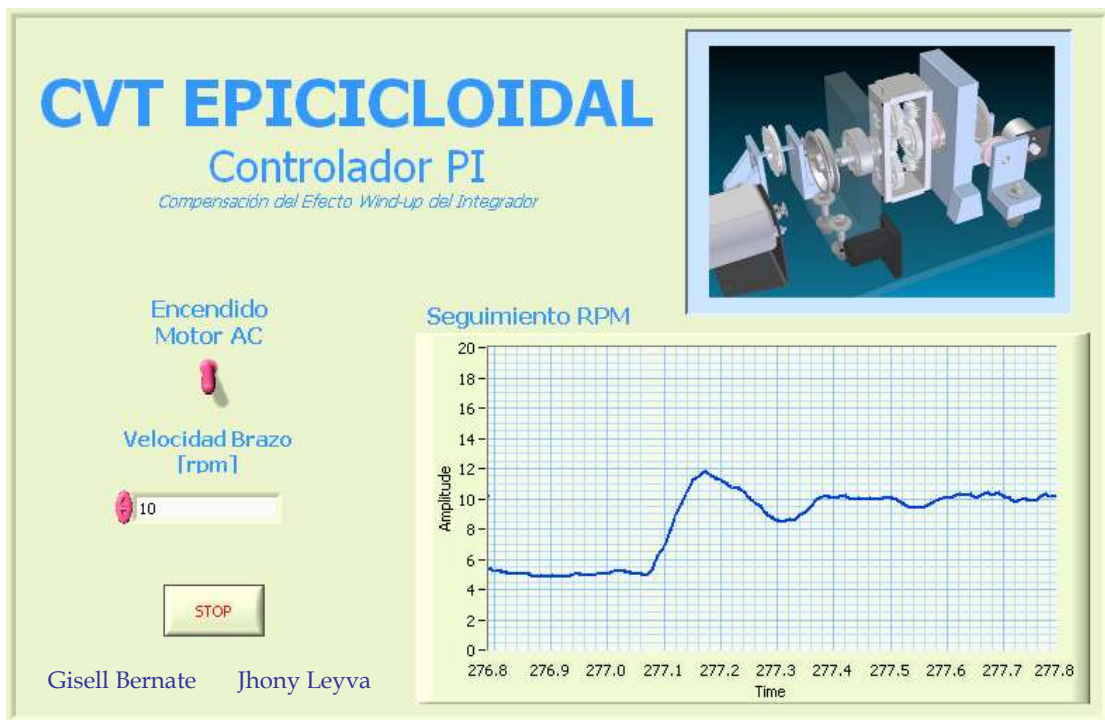
6.3 PUESTA EN MARCHA DEL SISTEMA DE CONTROL

6.3.1 Programación en Labview

Para la implementación del sistema de control en tiempo real, fue utilizada la herramienta de programación labview. Fue escogida porque presenta muchas ventajas como la facilidad en la programación, evaluación de modelos, manejo del drive de la tarjeta de adquisición, muestra de resultados gráficos, además la posibilidad de trabajar en tiempo real dependiendo de la frecuencia de muestreo y de la complejidad de la acción.

El programa que se realizo en labview tiene la siguiente interfaz gráfica:

Figura 150. Interfaz Gráfica del Controlador

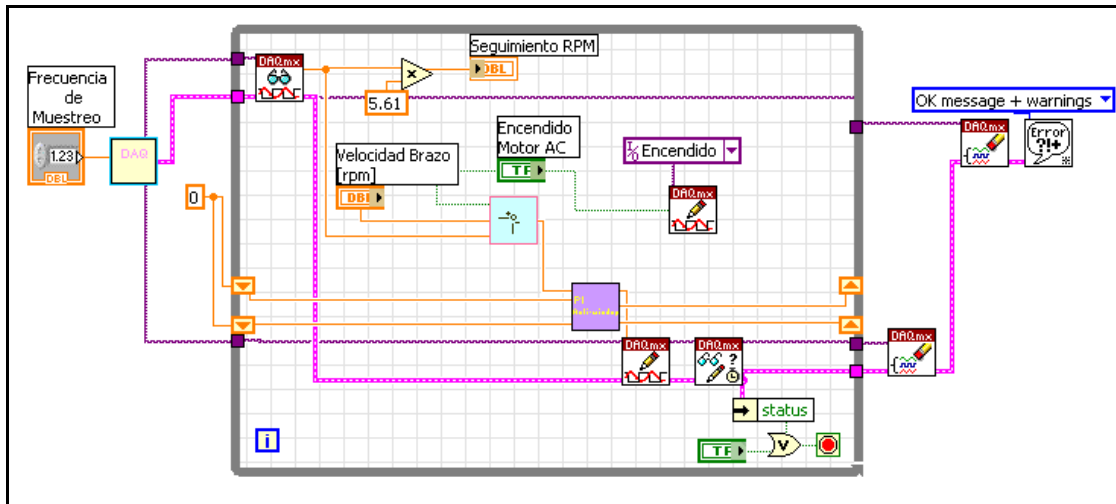


Fuente: Autores

En la figura 150 se muestra que la interfaz que realiza el monitoreo de la velocidad del brazo y permite al usuario introducir la velocidad de salida deseada, y el encendido y apagado del motor AC.

La interfaz de programación, contiene la configuración de la tarjeta de adquisición y realización del controlador proporcional integral en tiempo discreto (figura 151).

Figura 151. Interfaz Programación del Controlador



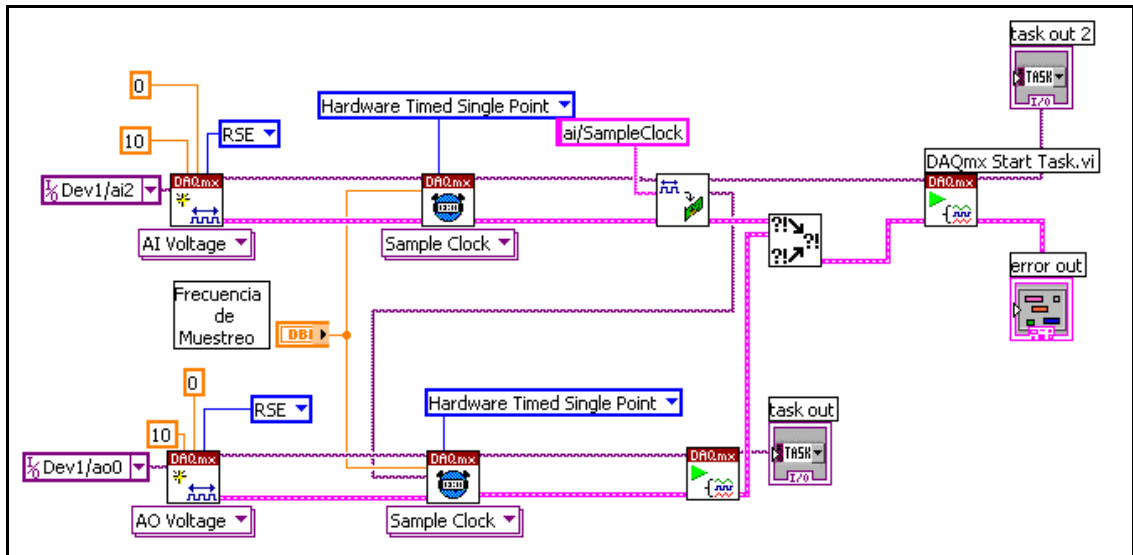
Fuente: Autores



Configuración DAQ

Este 'subvi', es el encargado de inicializar los puertos de la tarjeta de adquisición de datos, definir el tiempo de muestreo y dirigir la lectura y escritura de cada canal utilizado (figura 152).

Figura 152. Interfaz Programación Configuración DAQ



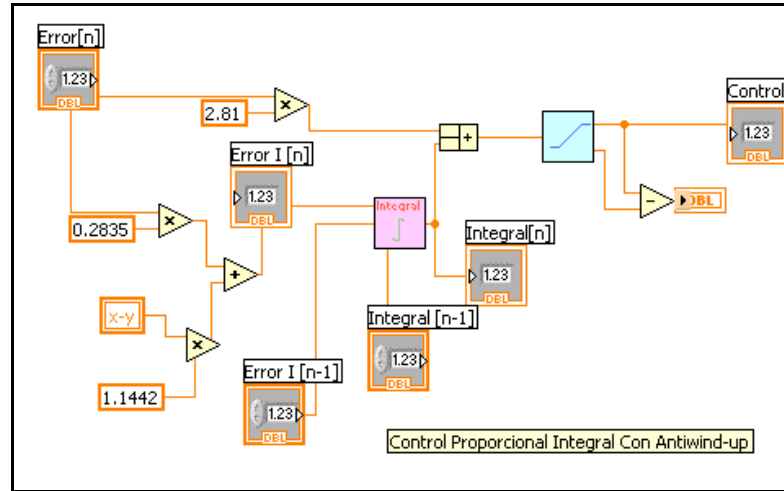
Fuente: Autores



Controlador PI con compensación del efecto windup del integrador

Este 'subvi' posee la ecuación en diferencia que se diseñó y simuló en Simulink (figura 153), posee dos bloques internos que son el de la integral trapezoidal y el modelo no lineal del actuador.

Figura 153. Interfaz Programación Controlador PI



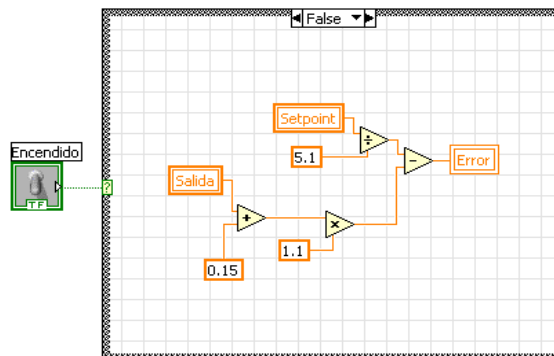
Fuente: Autores



Realimentación y conversión de velocidad.

En este 'subvi' calcula el error que será la entrada del controlador, posee la cinemática que caracteriza a la transmisión prototipo, teniendo en cuenta los puntos de operación tanto del motor AC como el motor DC (figura 154).

Figura 154. Interfaz Programación Realimentación

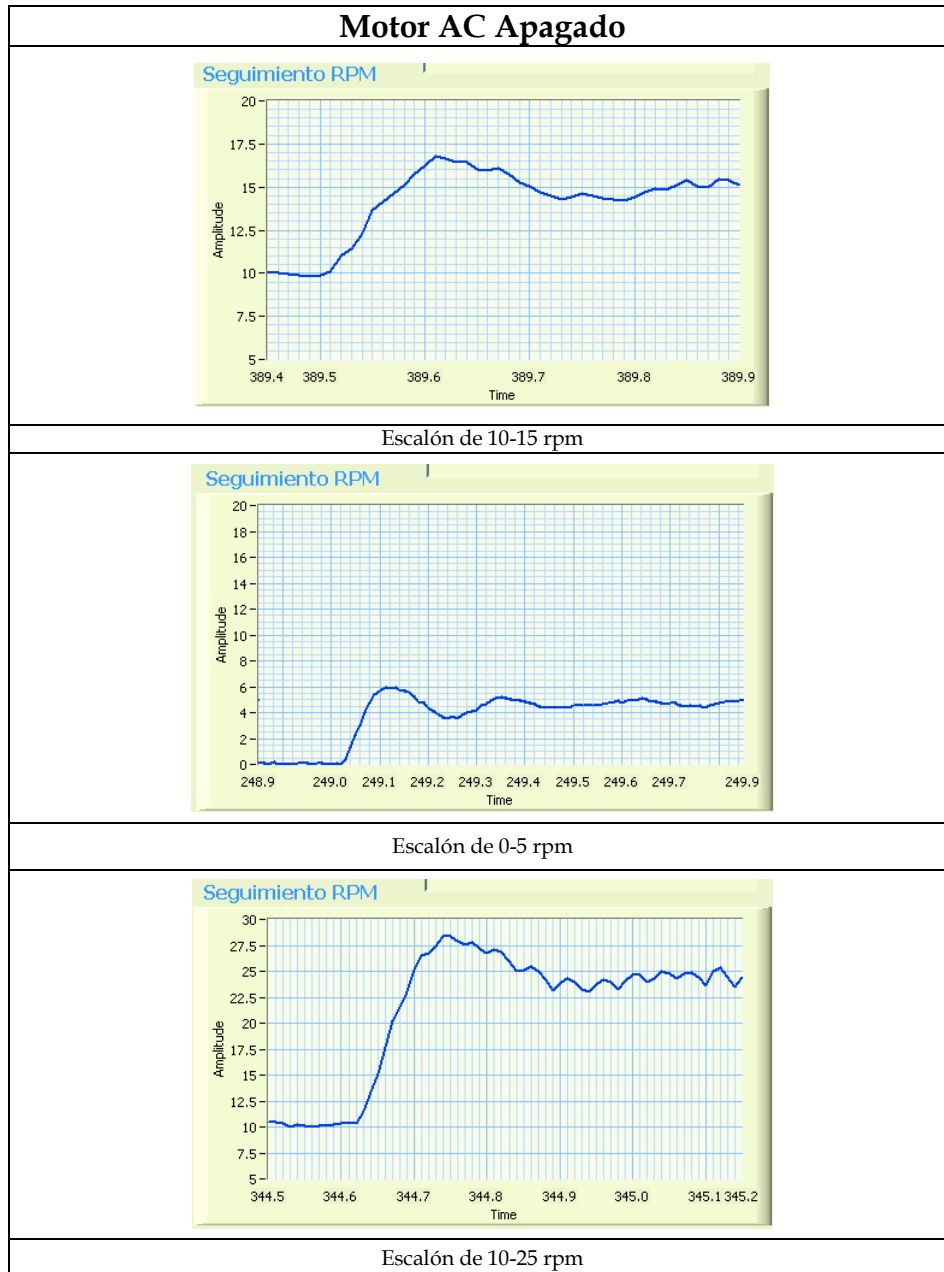


Fuente: Autores

6.3.2 Resultados Obtenidos

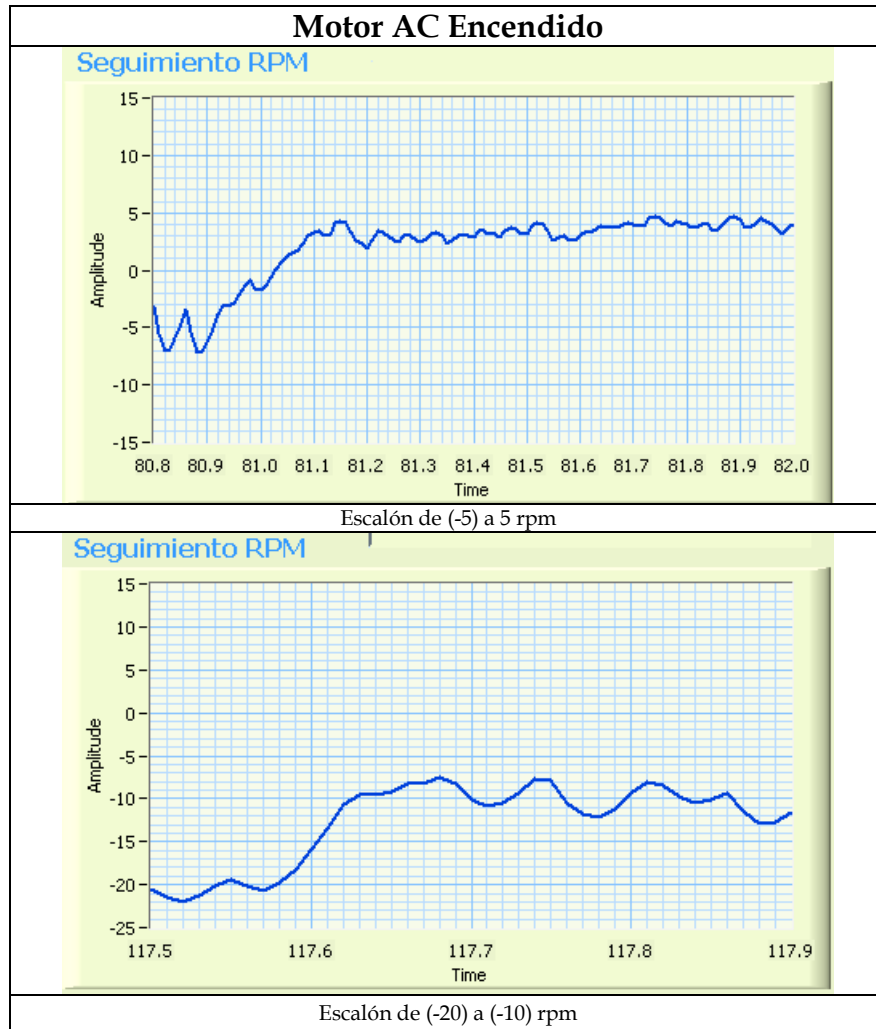
Fueron realizadas varias pruebas al controlador con el fin de evaluar su desempeño, para diferentes escalones. Obteniendo las siguientes gráficas:

Figura 155. Respuesta de Velocidad a diferentes escalones. $\omega_s = 0rpm$



Fuente: Autores

Figura 156. Respuesta de Velocidad a diferentes escalones. $\omega_s = 385rpm$



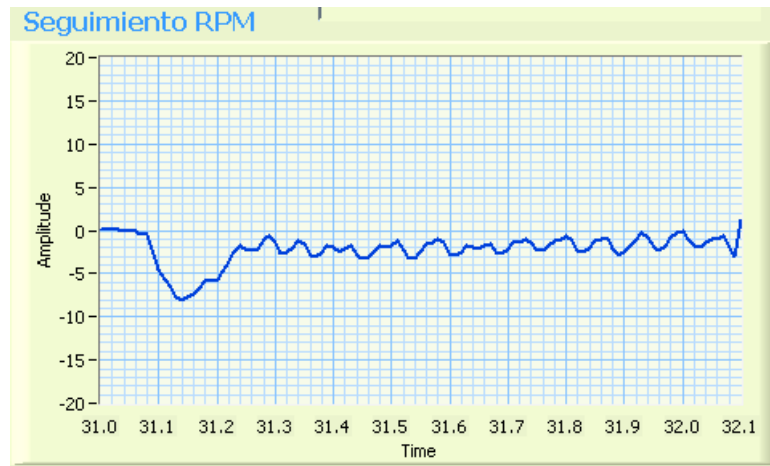
Fuente: Autores

En la figura 155 y 156 se observa el desempeño del sistema de control implementado, el tiempo de establecimiento y error de estado estacionario cumplió con las especificaciones de diseño; la cinemática de la transmisión fue constatada: cuando el motor AC se encuentra apagado la variación de la velocidad esta entre 0 y 50 rpm, y cuando se encuentra encendido la variación que se tiene en la salida es de -40 a 10 rpm.

Se observó la presencia de un rizado en la señal adquirida de la velocidad del brazo. Estas oscilaciones en la señal, no son causa del ruido eléctrico, ni de un mal funcionamiento del sistema de control, sino que se deben a que el sistema de planetarios no se encuentra balanceado dinámicamente, lo cual resulta en vibraciones en la velocidad del brazo en estado estacionario.

Para comprobar la independencia de la CVTE del sistema impulsor, se realizó una prueba al sistema de control cuando se hace un escalón en la velocidad del sol, equivalente al encendido del motor AC. En la figura 157 se muestra el resultado de la acción del sistema al tratar de estabilizar la velocidad en la salida para una referencia de 0 rpm.

Figura 157. Escalón encendido motor AC, set-point=0 rpm



Fuente: Autores

De este ensayo se destaca que el sistema atenúa incluso la mayor variación que se puede presentar en el sol ($\Delta\omega_{sol} = 385rpm$) con un sobrepaso de solo 8 rpm en la velocidad del brazo. También cabe resaltar la rapidez con que el sistema responde a la perturbación; que corresponde al tiempo de establecimiento con el que fue diseñado el sistema de control, de 0.35 segundos.

6.4 MEDICIONES DE LAS VELOCIDADES DEL SISTEMA DE PLANETARIOS

Con el objetivo de encontrar la constante de realimentación del sistema de control (H), se realizaron mediciones sobre la velocidad en el brazo con un tacómetro de luz. Se registraron los datos encontrados (tabla 20) en función del voltaje de control aplicado mediante un programa de control en lazo abierto implementado en LabView.

Motor AC apagado

<u>V motor DC</u>	<u>RPM1</u>	<u>RPM2</u>	<u>RPMprom</u>	<u>Vel Brazo</u>	<u>Constantes</u>	
0	0	0	0	0	<u>m</u>	<u>b</u>
3	52	48	50	25	4.97	6.40
5	75	75	75	37.5		
7	87	87	87	43.5		
10	100	101	100.5	50.25		

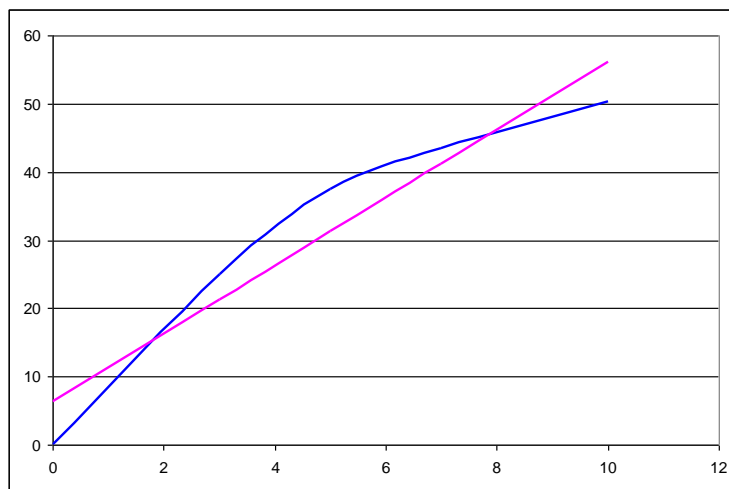
Motor AC prendido

<u>V motor DC</u>	<u>RPM</u>	<u>RPM2</u>	<u>RPMprom</u>	<u>Vel Brazo</u>	<u>Constantes</u>	
0	-84	-86	-85	-42.5	<u>m</u>	<u>b</u>
3	-27	-25	-26	-13	5.21	-34.90
5	-10	-13	-11.5	-5.75		
6.4	0	0	0	0		
6.5	0	0	0	0		
7	6.3	10	8.15	4.075		
9	22	24	23	11.5		
10	20	23	21.5	10.75		

Tabla 20. Datos de velocidad medidos en el prototipo

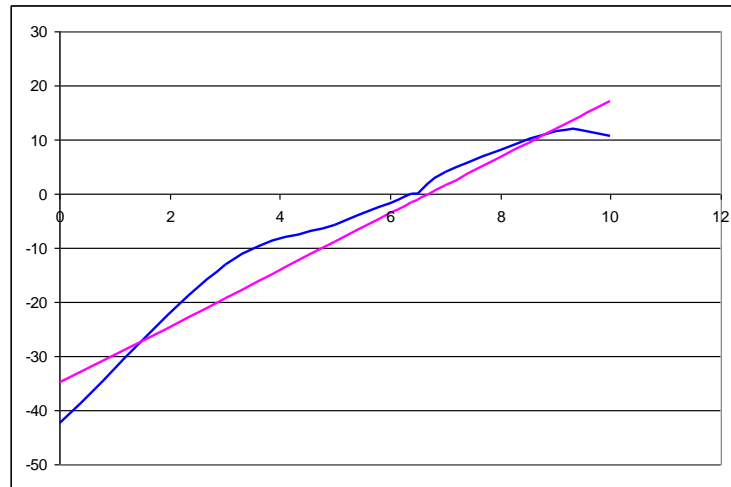
Las mediciones corresponden a las velocidades en el brazo cuando el motor AC se encuentra apagado (figura 158) y, cuando se encuentra encendido (figura 163).

Figura 158. Velocidad en el brazo: Motor AC apagado



Fuente: Autores

Figura 159. Velocidad en el brazo: Motor AC encendido



Fuente: Autores

Se realizó una regresión lineal de los datos para cada caso y se obtuvieron los siguientes resultados para la respuesta del sensor de velocidad:

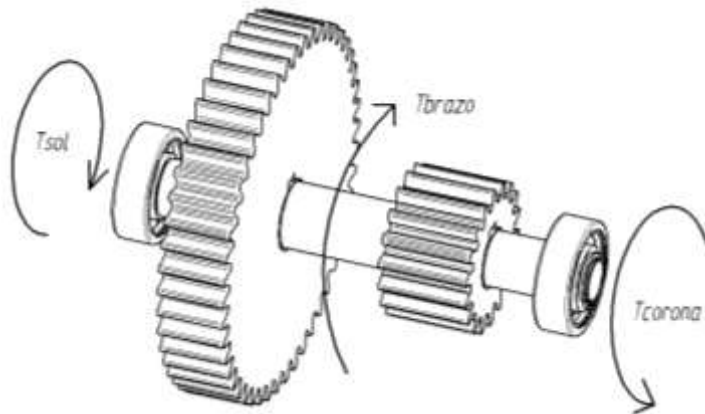
$$\omega_{brazo} = 6.4 + 4.97 \cdot V_{sensor} \rightarrow \text{MotorACapagado} \quad (\text{Ec.42});$$

$$\omega_{brazo} = -34.9 + 5.21 \cdot V_{sensor} \rightarrow \text{MotorACencendido} \quad (\text{Ec.43});$$

6.5 ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS CON CARGAS

El origen de las fuerzas transmitidas en el tren de engranajes es el torque ejercido por el motor AC sobre el eje del sol. Éste, a su vez, es transmitido hacia los planetas, la corona y el brazo.

Figura 160. Eje de planetarios



Fuente: Autores

Cuando el sistema se encuentra en equilibrio, los torques que ejercen el sol y la corona sobre el eje de planetarios se anulan (figura 160), y la relación entre los torques queda establecida según la siguiente forma:

$$\frac{T_{corona}}{T_{sol}} = m^2 = \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 = \left(\frac{48}{18}\right)^2 = 7.11 \quad (\text{Ec.44});$$

$$\frac{T_{brazo}}{T_{sol}} = (m^2 - 1) = 6.11 \quad (\text{Ec.45});$$

• **Mediciones sobre el prototipo**

Con el fin de comprobar la transmisión de torques en la CVT se realizó un ensayo sobre el prototipo construido. La prueba consistió en fijar uno de los ejes, aplicar una fuerza conocida en un determinado eje y medir la reacción en el eje restante. Se realizaron tres experiencias en las que se aplicaron fuerzas de distintas magnitudes a los distintos ejes, se midieron con un dinamómetro y se registraron los valores obtenidos. Una vez se tomaron los datos de fuerza, se calcularon los torques con los valores para cada radio correspondiente. El resultado de todos los ensayos fue resumido en la tabla 21, en donde las fuerzas están dadas en Kgf, y los torques en Kgf-mm.

Rsol = 4 mm (radio del eje del sol) Fsol: Fuerza sobre el eje del sol
 Rbra = 10 mm (radio del eje del brazo) Fbra: Fuerza sobre el eje del brazo
 Rcor = 4 mm (radio del eje de la corona) Fcor: Fuerza sobre el eje de la corona

Fsol	0.25	0.4	0.5	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	1
Fbra	0.6	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.3
Fcor	2	3	3	4	4.5	5	5.5	6	5
Tsol	1	1.6	2	2	2.2	2.4	2.6	2.8	4
Tbra	6	8	9	10	11	12	13	14	13
Tcor	8	12	12	16	18	20	22	24	20

Tabla 21. Medidas de fuerza sobre el prototipo

La relación entre los torques en el brazo y la corona con respecto al torque en el eje del sol encontrada experimentalmente se puede observar en la tabla 22:

Tcor/Tsol	8	7.5	6	8	8.18	8.33	8.46	8.57	5
Tbra/Tsol	6	5	4.5	5	5	5	5	5	3.25

Tabla 22. Relación experimental de los torques

Tomando la media de los datos de la tabla anterior, se encontró la relación experimental entre los torques:

$$\left(\frac{T_{corona}}{T_{sol}} \right) = 7.56 \qquad \left(\frac{T_{corona}}{T_{brazo}} \right) = 4.86$$

Para una comparación entre los resultados, se resume en la siguiente tabla las relaciones entre los torques:

	Teórico	Experimental	% Error
Tcor/Tsol	7.11	7.56	6.3
Tbra/Tsol	6.11	4.86	20.4

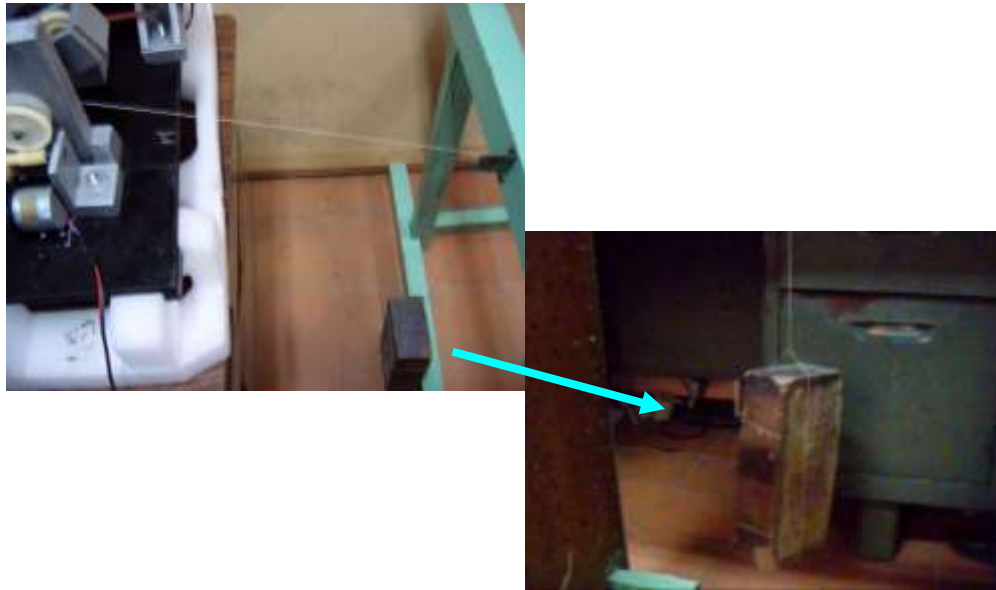
Tabla 23. Resumen de los resultados

El resultado para Tcor/Tsol experimental está muy cercano al valor teórico, existe sólo un error del 6%, un valor aceptable para los instrumentos utilizados. Por otro lado, se presentó un error un poco mayor en la relación Tbra/Tsol. Entre las posibles causas están, la no consideración de la fricción en el cálculo de los torques y de las deformaciones que se pueden presentar en los materiales.

A pesar de esta discrepancia, el prototipo presentó un excelente comportamiento ante las cargas aplicadas. Tanto en el análisis teórico como en el experimental se obtuvo una multiplicación de más de 7 y casi 5 veces el torque aplicado en el eje del sol. Con esto, se puede concluir que siempre que en el sol se presente un torque dado, en la corona y en el brazo aparecerá también una contraparte, mientras el sistema se encuentre girando a velocidad constante o en reposo. A su vez, un torque en el brazo también induce un torque en la corona y otro en el sol.

La respuesta de la CVT ante carga fue comprobada en el prototipo al aplicarle una carga en el tambor mediante una cuerda y un bloque. Se impuso una carga constante a la CVT en la salida del tambor de 2.5 Kg. Como resultado, la CVT mantuvo las especificaciones en cuanto al tiempo de respuesta y permitió una variación gradual en la velocidad desde el reposo (figura).

Figura 161. Prueba de Carga



Fuente: Autores

De lo anterior se puede deducir el comportamiento de la CVT cuando ésta trabaja con un motor de corriente alterna como motor principal:

- Cuando en el brazo no se presenta una carga resistiva, en el sol no se estará demandando torque, sólo el necesario para vencer la fricción de los componentes mecánicos y la fricción viscosa del aire.
- Cuando se presenta una carga en el brazo, el eje del sol reacciona para proporcionar el torque necesario. Este torque en el sol es suministrado por el motor AC, y es proporcional a la corriente en la armadura, y al desfase entre la velocidad del campo eléctrico y la velocidad del rotor. Para un campo girando a velocidad constante, el motor suministra un torque mayor cuando el desfase es mayor (deslizamiento), por lo que la velocidad en la salida se ve afectada por la carga.

De este modo, en el motor sólo se está demandando la corriente requerida en cada condición de carga, consiguiendo de esta forma un mejor uso de la energía y aprovechamiento de la potencia del motor.

7. CONCLUSIONES

1. Se desarrollo el diseño de una nueva **Transmisión Variable Continua Epicycloidal (CVTE)** y se demostró teórica y experimentalmente su funcionamiento.
2. De las características sobresalientes de esta transmisión se destacan:
 - Permite la variación continua en la velocidad en ambos sentidos de giro incluyendo velocidad nula, marcha adelante y hacia atrás, eliminando así la necesidad de usar un piñón loco para invertir el sentido de marcha y de mecanismos para desconectar el motor (embrague).
 - Permite controlar de una manera sencilla, una fuente motriz con independencia del tipo y forma de energía que ésta use para impulsarse. Lo único que necesita saber el sistema de control de la CVTE es la velocidad de régimen que adquiere el motor.
 - Su tiempo de respuesta es independiente de la inercia que posea la fuente motriz a controlar, éste dependerá del diseño del sistema de control y respuesta del motor de control.
 - Permite una regulación estable de la velocidad en cualquier punto del rango de operación desde 10 rpm hasta -44 rpm.
 - Demuestra una gran linealidad en el seguimiento de la velocidad deseada.

- Presenta gran facilidad de manejo, liberando al conductor de la aplicación de fuerza para realizar las acciones de frenado y cambios de marcha de los sistemas convencionales.

3. Esta nueva CVTE tiene un amplio potencial de aplicación en áreas como la industria automotriz, sector de máquinas-herramientas, posicionamiento de sistemas coordenados bidimensionales y tridimensionales.

4. Las ventajas de esta novedosa transmisión mencionadas anteriormente, hacen de esta transmisión una herramienta muy útil, no sólo en los sectores mencionados, sino en otros sectores, en dónde es posible centralizar la energía en un único motor y proporcionar control para diversas tareas a través del uso de múltiples CVTEs.

8. RECOMENDACIONES

Se recomienda incentivar el desarrollo de proyectos de grado de naturaleza interdisciplinaria, en colaboración no sólo entre las escuelas de ingenierías mecánica y electrónica, sino entre las demás escuelas y grupos de investigación consolidados en la universidad.

Se recomienda también que para este tipo de proyectos investigativos se cuente con un fondo de apoyo, y garantizar de esta forma, que los proyectos no tengan un factor limitante en los alcances y objetivos propuestos.

BIBLIOGRAFÍA

AFRICANO CASTILLO, Carlos y REINEL BALLESTEROS, Humberto. Software educativo de clasificación, aplicaciones y síntesis de mecanismos "MEKA 2001". Bucaramanga, 2001, 215 p. Trabajo de grado (Ingeniero Mecánico). Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas.

ANGARITA RODRÍGUEZ, Rafael y VILLAFANE SALDARRIAGA, John. Diseño, construcción y experimentación de vehículo tipo minibaja según requerimientos de la norma SAE. Bucaramanga, 2001, 245 p. Trabajo de grado (Ingeniero Mecánico). Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas.

BARATA, Vitor. Continuously Variable Transmission - CVT. [ON LINE]. Disponible en internet: <URL:http://cvt.com.sapo.pt/toc_en.htm>

BIRCH, Stuart. Torotrak developments. En: Automotive engineering international. Vol. 111, No. 2 (feb. 2003); p.65-66

CALERO PÉREZ, Roque y CARTA GONZÁLEZ, José Antonio. Fundamentos de mecanismos y máquinas para ingenieros. 1 ed. Aravaca, Madrid : Mc Graw Gill, 1999. 615 p.

CRUZ PÉREZ, Carlos y ORTEGA MANTILLA, Henry. Software de clasificación, aplicaciones y síntesis de mecanismos. Bucaramanga, 2001, 215 p. Trabajo de grado (Ingeniero Mecánico). Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas.

INSIGHTCENTRAL.NET. CVT Transmisión. [ON LINE]. Disponible en internet: <URL:<http://www.insightcentral.net/encyclopedia/encvt.html>>

NIÑO SÁNCHEZ, Diego y QUINTERO VALBUENA, Oscar. Diseño y construcción de un reductor planetario de dos etapas. Bucaramanga, 2001, 225 p. Trabajo de grado (Ingeniero Mecánico). Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas.

NORTON, Robert L. Diseño de Maquinaria. 2 ed. México : Mc Graw Gill, 2000. 877 p.

SOUTHWEST RESEARCH INSTITUTE, P.O. Drawer 25810, San Antonio, Texas. Continuously Variable Transmission Technology. [ON LINE].

Disponible en internet:

<URL:<http://www.swri.edu/3pubs/brochure/d03/cvt/cvt.htm>>

W. E. Johns. Notes on continuously variable transmissión. [ON LINE].

Disponible en internet: <URL:<http://www.gizmology.net/cvt.htm>>

ANEXOS

ANEXO A. Planos de la CVTE

ANEXO B Identificación de sistemas

IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS

Todos los tipos de modelos requieren de una etapa de estimación de los valores de sus parámetros, que a partir de los valores de la entrada y la salida obtenidos experimentalmente en un intervalo de tiempo de $1 < t < N$, garantice una buena aproximación al proceso real.

Algunos métodos de estimación son los siguientes:

- Respuestas a entradas especiales.
- Métodos basados en correlaciones.
- Métodos de estimación espectral.
- Métodos de minimización de error.
- Métodos de variable instrumental.
- Métodos de predicción de error.
- Métodos de máxima verosimilitud.
- Identificación global.
- Minimización de la distancia paramétrica.
- Subespacios invariantes.

Los modelos obtenidos mediante técnicas de identificación tienen, sin embargo, las siguientes desventajas:

1. Su rango de validez suele ser limitado (sólo son aplicables a un determinado punto de trabajo, un determinado tipo de entrada o un proceso concreto).
2. En muchos casos es difícil dar significado físico al modelo obtenido, puesto que los parámetros identificados no tienen relación directa con ninguna magnitud física. Estos parámetros se utilizan sólo para dar una descripción aceptable del comportamiento conjunto del sistema.

En la práctica, lo ideal es recurrir a una mezcla de ambos métodos de modelado para obtener el modelo final. El uso de datos reales para identificar los parámetros del modelo provee a éste de una gran exactitud, pero el proceso de identificación se ve tanto más facilitado cuanto mayor sea el conocimiento sobre las leyes físicas que rigen el proceso.

1.3.1 Identificación paramétrica

Se puede implementar en casos donde puede ser necesario utilizar modelos que describan las relaciones entre las variables del sistema mediante expresiones matemáticas como pueden ser ecuaciones diferenciales (para sistemas continuos) o en diferencias (para sistemas discretos).

En función del tipo de sistema y de la representación matemática utilizada, los sistemas pueden clasificarse en:

- ✓ Determinísticos o estocásticos. Se dice que un modelo es determinístico cuando expresa la relación entre entradas y salidas mediante una ecuación exacta. Un modelo es estocástico si posee un cierto grado de incertidumbre. Estos últimos se definen mediante conceptos probabilísticos o estadísticos.
- ✓ Dinámicos o estáticos. Un sistema es estático cuando la salida depende únicamente de la entrada en ese mismo instante (un resistor, por ejemplo, es un sistema estático). En estos sistemas existe una relación directa entre entrada y salida, independiente del tiempo. Un sistema dinámico es aquél en el que las salidas evolucionan con el tiempo tras la aplicación de una determinada entrada (por ejemplo, una red RC). En estos últimos, para conocer el valor actual de la salida es necesario conocer el tiempo transcurrido desde la aplicación de la entrada.
- ✓ Continuos o discretos. Los sistemas continuos trabajan con señales continuas, y se caracterizan mediante ecuaciones diferenciales. Los sistemas discretos trabajan con señales muestreadas, y quedan descritos mediante ecuaciones en diferencias.

Debido a que se pueden definir como una estructura y un número finito de parámetros se le conoce como *modelos paramétricos*.

La estructura genérica de estos modelos paramétricos es la siguiente:

$$A(q^{-1})y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} \cdot u(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} e(t)$$

Una vez elegida la estructura del modelo, es necesario determinar el valor de los parámetros del mismo que ajustan la respuesta del modelo a los datos de entrada - salida experimentales. Es importante destacar, sin embargo, que esta etapa del proceso de identificación se ve facilitada por la existencia de herramientas software que proporcionan diferentes algoritmos para el ajuste de parámetros. Una de estas herramientas es el Toolbox de Identificación de Matlab.

Existen varios métodos o criterios para realizar este ajuste de parámetros, entre los anteriormente mencionados, cabe destacar el método de mínimos cuadrados y el de variables instrumentales.

Método de mínimos cuadrados

Criterio de estimación: Dado un conjunto de datos experimentales $u(t)$, $y(t)$, minimizar V respecto a los parámetros θ :

$$V = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e(t)^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [(y(t) - y_m(t))]^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [(y(t) - \varphi(t)' \theta)]^2$$

Como se observa, $y(t)$ es la salida del proceso debido a una entrada $u(t)$ y $y_m(t)$ la salida del modelo supuesto.

1.3.2 Identificación no paramétrica

Respuesta al Impulso y al Escalón

Si la respuesta es sobre-amortiguada (no oscilatoria), el modelo puede ser:

- Sistema de primer orden.
- Sistema de primer orden con retardo puro.
- Sistema con polos reales múltiples.
- Sistema con polos reales múltiples con retardo.
- Sistema con polos reales diferentes.
- Sistema con polos reales diferentes con retardo.

Si la respuesta es subamortiguada (oscilatoria), el modelo puede ser:

- Sistema de segundo orden estándar.
- Sistema de segundo orden estándar con retardo.
- Sistema de segundo orden estándar con cero adicional.
- Sistema de segundo orden estándar con polo adicional.

1. Sistemas de primer Orden

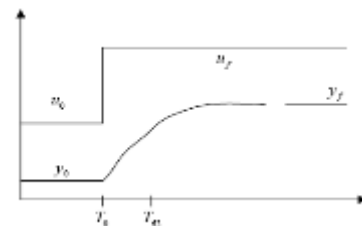
Donde T_{63} es el tiempo en el cual la salida es el 63.3% de la magnitud final.

$$\hat{K} = \frac{y_f - y_0}{u_f - u_0}, \hat{\tau} = T_{63} - T_0$$

$$\hat{G}(s) = \frac{\hat{K}}{\hat{\tau}s + 1}$$

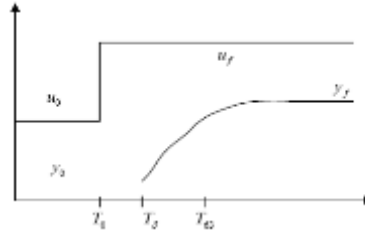
2. Sistema de Primer Orden con Retardo

$$\hat{K} = \frac{y_f - y_0}{u_f - u_0}$$



$$\hat{\tau} = T_{63} - T_{\delta}, \quad \hat{T}_d = T_s - T_0$$

$$\hat{G}(s) = \frac{\hat{K}e^{-\hat{\tau}s}}{\hat{\tau}s + 1}$$

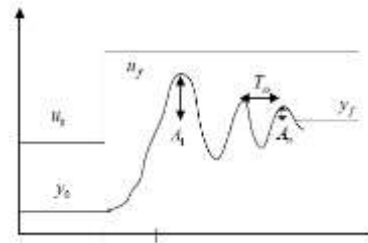


3. Sistema Oscilante de Segundo Orden

$$\hat{K} = \frac{y_f - y_0}{u_f - u_0}, \quad d_r = \left(\frac{A_n}{A_1}\right)^{\frac{1}{n-1}}, \quad \hat{T}_n = \frac{T_n \sqrt{1 - \xi^2}}{2\pi}$$

$$\xi = \frac{\ln\left(\frac{1}{d_r}\right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left[\ln\left(\frac{1}{d_r}\right)\right]^2}}$$

$$\hat{G}(s) = \frac{\hat{K}}{\hat{T}_n^2 s^2 + 2\hat{T}_n \xi s + 1}$$



4. Sistema Sobreamortiguado de Segundo Orden

Y' es la salida cuando

$$T' = T_n + \frac{T_{73} - T_0}{\xi}$$

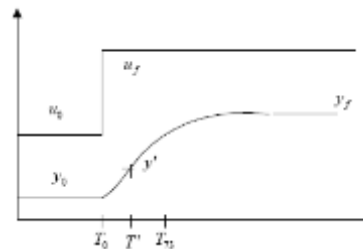
$$\hat{K} = \frac{y_f - y_0}{u_f - u_0}$$

$$\hat{\tau}_{total} = \hat{\tau}_1 + \hat{\tau}_2 = \frac{T_{73} - T_0}{1,3}$$

$$y_{fr} = \frac{y' - y_0}{y_f - y_0}$$

$$\hat{\tau}_1 = \hat{\tau}_r \hat{\tau}_{total}, \quad \hat{\tau}_2 = \hat{\tau}_{total} - \hat{\tau}_1$$

$$\hat{G}(s) = \frac{\hat{K}}{(\hat{\tau}_1 s + 1)(\hat{\tau}_2 s + 1)}$$



Respuesta al impulso

Teniendo en cuenta los modelos antes descritos podemos, se puede calcular la respuesta debido al impulso. Una de las ventajas que posee la respuesta al

impulso es que no requiere conocer la estructura del modelo, además de poder describir dinámicas no usuales, y poco sensible a errores.

Cálculo de la respuesta al impulso por correlación

La correlación que existe entre la entrada y la salida se calcula con los datos obtenidos del proceso experimental. Mediante ésta se puede calcular la respuesta impulsional de la siguiente forma.

$$\begin{cases} E\{u_k u_{k-\tau}\} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N u_i u_{i-\tau} = R_u(\tau) & E\{y_k u_{k-\tau}\} = \sum_{i=0}^{\infty} g_i R_u(\tau-i) \\ E\{u_k v_{k-\tau}\} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N u_i v_{i-\tau} = 0 & \hat{R}_{yu}^N(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=\tau}^N y_i u_{i-\tau} \end{cases}$$

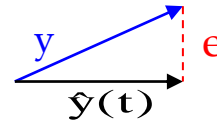
$$\hat{R}_u^N(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=\tau}^N u_i u_{i-\tau}$$

$$\hat{R}_{yu}^N(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=\tau}^N \hat{g}_i \hat{R}_u^N(i-\tau)$$

Residuo

Es el error entre los datos experimentales y los valores estimados con el modelo:

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - \varphi(t)' \theta$$



Coefficiente de correlación múltiple: mide la proporción de la varianza de los datos que es “explicada” por el modelo:

$$R_y^2 = \frac{\sum \hat{y}(t)^2}{\sum y(t)^2} = 1 - \frac{\sum e(t)^2}{\sum y(t)^2}$$

**ANEXO C Cálculos del mecanismo sinfín
corona.**

DATOS DE ENTRADA Y PARÁMETROS:

La siguiente es la hoja de variables del modelo para el diseño del Sinfín:

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					***** DATOS DE ENTRADA Y PARAMETROS*****
	12.	Pd			Paso diametral de la rueda
	2.	Nw			Numero de entradas del tornillo
	65.	Ng			Numero de dientes de la rueda
	2.67	m			Relacion de dientes en el tren de engranajes planetari
		mp	2.88		Relacion de velocidad en las poleas
		Mg	32.50		Relacion de velocidad del mecanismo de sinfin corona
		Mt	93.75		Relacion de velocidad total del motor - corona planet
	1.	Pmp			Potencia del motor principal
	1,660	Nmp		rpm	Velocidad nominal de motor principal
	6,000	Nmc		rpm	Velocidad nominal de motor de control
L	4.8	λ		deg	Angulo de helice
		ϕ	14.50	deg	Angulo de presion
L		μ	.0200		Coefficiente de friccion en el tornillo sin fin
	.01	μ_r			Coefficiente de friccion en el rodamiento

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** OTROS PARAMETROS ***
	64.	Nbra		rpm	Velocidad del brazo
		Mpsol	4.31		Relacion de velocidad de las poleas en el lado del so
	385.	Nsol		rpm	Velocidad del sol
	1.00	Rc		lb	Radio de paso del rodamiento
		Pmc	3.56	watt	Potencia del motor de control requerida en Watts

DATOS DE SALIDA:

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					***** DATOS DE SALIDA *****
		Dg	5.42	in	Diametro de la rueda
		Rg	2.71	in	Radio de la rueda
		Dw	1.985	in	Diametro del tornillo
		Rw	.99	in	Radio del tornillo
L		Vt	1,085.	ft/sec	Velocidad de linea de paso
		n	2,080.	rpm	Velocidad del tornillo
		Tg	1,164.	lb-in	Torque en la rueda
		Tmp	37.95	lb-in	Torque en el motor principal
L		N	445.	lb	Normal en el sinfin-corona
		Ffr	8.90	lb	Fuerza de friccion en el sinfin-corona
L		Tn	26.95	lb-in	Torque debido a la normal
L		Tf	27.00	lb-in	Torque debido a la friccion en el rodamiento
L		Tm	.05	lb-in	Torque en el motor de control
					***** RELACION DE POTENCIA *****
		ρ_t	757.		Relacion de torques
		ρ_v	.28		Relacion de velocidades
L		ρ_{pot}	210.		Relacion de potencias (Pot principal / Pot control)
					***** EFICIENCIA *****
		Pfr	.29	hp	Potencia perdida debido a la friccion
L		η	.71		Eficiencia del tornillo sinfin-corona

TENSION EN LOS DIENTES DE LA RUEDA:

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					***** TENSION POR FLEXION EN LA RUEDA *****
		Kv	.53		Factor de velocidad
		Y	.10		Factor de forma de Lewis
L		Wteor	430.	lb	Carga tangencial teorica
		Wt	35.24	lb	Carga tangencial
		Wd	817.98	lb	Carga dinamica
		F	1.350	in	Espesor de la rueda
		Pn	.261		Paso circular normal
L		σ	23,232.	psi	Esfuerzo por tension en el diente de la rueda

CAPACIDAD DE CARGA POR DURABILIDAD EN LA RUEDA:

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					***** DURABILIDAD SUPERFICIAL ENGRANAJE *****
					*** Segun el estandar AGMA 6034-A87 ***
L		Wtr	886.	lb	Carga tangencial calificada
		Cs	840.		Factor de materiales [Fig. 12-24]
		Cm	.82		Factor de correccion de relacion [Fig. 12-25]
		Cv	.25		Factor de velocidad [Fig. 12-26]

ECUACIONES:

Diámetro de la rueda

$$Dg = \frac{Ng}{Pd}$$

Diámetro de paso del tornillo

$$Dw = \frac{Nw \cdot Dg}{Ng \cdot \tan(\lambda)}$$

Velocidad del tornillo

$$n = \frac{Nmc}{mp}$$

Velocidad de deslizamiento

$$Vt = \frac{\pi \cdot n \cdot Dw}{12 \cdot \cos(\lambda)}$$

Coefficiente de fricción

$$\mu = \begin{cases} 0.124 \cdot e^{-0.074 Vt^{0.645}} & \rightarrow Vt \leq 10 \\ 0.103 \cdot e^{-0.11 Vt^{0.45}} & \rightarrow Vt > 10 \end{cases}$$

Ángulo de presión

$$\varphi = \begin{cases} 14.5 & \rightarrow \lambda \leq 17 \\ 20 & \rightarrow 17 < \lambda \leq 30 \\ 25 & \rightarrow 30 < \lambda \leq 45 \end{cases}$$

Relación de velocidad del mecanismo Sinfín-Corona

$$Mg = \frac{Ng}{Nw}$$

$$Mt = Mg \cdot mp$$

$$Mt = \frac{Nmc}{Nbra}$$

$$Mp_{sol} = \frac{Nmp}{Nsol}$$

Potencia perdida por fricción

$$Pfr = \left| \frac{Vt \cdot Ffr}{33000} \right|$$

Eficiencia

$$\eta = \frac{Pmp - Pfr}{Pmp}$$

Tensión por flexión

$$Kv = \frac{1200}{1200 + Vt}$$

$$Wt = N \cdot (\cos(\varphi) \cdot \sin(\lambda) - \mu \cdot \cos(\lambda))$$

$$Wd = \frac{Wteor}{Kv}$$

$$\sigma = \frac{Wd}{Y \cdot F \cdot Pn}$$

$$Pn = \frac{\pi \cdot \cos(\lambda)}{Pd}$$

$$F = 0.68 \cdot Dw$$

Durabilidad

$$Wtr = Cs \cdot Dg^{0.8} \cdot F \cdot Cm \cdot Cv$$

$$Cs = \begin{cases} 1 \rightarrow Dg \leq 2.5 \\ 1189.636 - 476.545 \cdot \log(Dg) \rightarrow Dg > 2.5 \end{cases}$$

$$C = \frac{Dg + Dw}{2}$$

$$Wteor = \frac{2 \cdot Tg}{Dg}$$

ANEXO D Cálculos de los engranajes

CÁLCULO DE LOS ENGRANAJES

Ecuaciones

Potencia:

$$Pot = Tg \cdot Wg$$

$$Pot = Tp \cdot Wp$$

Fuerzas:

$$Wt = \frac{Tp}{Rp}$$

$$Wr = Wt \cdot \tan(\varphi)$$

$$W = \frac{Wt}{\cos(\varphi)}$$

Tensión debida a la flexión:

$$\sigma_p = \frac{\frac{Wt \cdot Pd}{F \cdot Jp} \cdot Ka \cdot Km \cdot Ks \cdot Kb}{Kv}$$

$$\sigma_g = \frac{\frac{Wt \cdot Pd}{F \cdot Jg} \cdot Ka \cdot Km \cdot Ks \cdot Kb}{Kv}$$

Tensión debida al contacto superficial:

$$\sigma_c = Cp \cdot \sqrt{\frac{\frac{Wt}{F \cdot I \cdot Dp} \cdot Ka \cdot Km \cdot Ks \cdot Cf}{Kv}}$$

Geometría:

$$m = \frac{Wp}{Wg} \quad M = \frac{Zg}{Zp}$$

$$Dp = \frac{Zp}{Pd} \quad Dg = \frac{Zg}{Pd}$$

$$Rp = \frac{Dp}{2} \quad Rg = \frac{Dg}{2}$$

$$F = \frac{\text{FactorCara}}{Pd}$$

Kv & Km:

$$A = 50 + 56 \cdot (1 - B)$$

$$B = \frac{(12 - Qv)^{0.667}}{12}$$

$$Vt = \frac{60 \cdot Wp \cdot Rp}{12}$$

$$Vt_{\max} = (A + Qv - 3)^2$$

$$Kv = \left(\frac{A}{A + \sqrt{Vt}} \right)^B$$

Datos de entrada y parámetros

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					Resistencia del material
L	45.	Sat		ksi	Número de tensión por flexión permisible
L	170.	Sac		ksi	Número de tensión debida al contacto permisible
		C	2.75	in	Coefficiente elástico

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
	.50	Power		hp	Potencia a transmitir por engranaje
	144.	wpinion		rpm	Velocidad del piñón
	18.	Npinion			# de dientes del piñón
	48.	Ngear			# de dientes del engrane
L	12.	pd		1/in	Paso diametral
	20.	phi		deg	Ángulo de presión

<i>St</i>	<i>Input</i>	<i>Name</i>	<i>Output</i>	<i>Unit</i>	<i>Comment</i>
	2,300	<i>Cp</i>		<i>psi</i>	<i>Coefficiente elástico - Tab 11-15 / Mott</i>
	.10	<i>I</i>			<i>Factor de geometría para contacto</i>
	1.00	<i>Cf</i>			<i>Factor de acabado superficial</i>

<i>St</i>	<i>Input</i>	<i>Name</i>	<i>Output</i>	<i>Unit</i>	<i>Comment</i>
	1.25	<i>Ka</i>			<i>Factor de aplicación - Tab. 11-13</i>
		<i>Km</i>	1.32		<i>Factor de distribución de carga - Tab 11-14</i>
	1.00	<i>Ks</i>			<i>Factor de tamaño: $Ks=f(Pd)$</i>
	1.00	<i>Kb</i>			<i>Factor de espesor de corona - Fig. 11-28</i>
	1.00	<i>Kl</i>			<i>Factor de vida útil</i>
	1.00	<i>Kr</i>			<i>Factor de confiabilidad</i>
	.32	<i>Jpinion</i>			<i>Factor de geometría del piñón para flexión</i>
	.39	<i>Jgear</i>			<i>Factor de geometría del engrane para flexión</i>
	6.00	<i>Qv</i>			<i>Número de calidad AGMA: fresado normal</i>
		<i>veloc</i>	11.	<i>in/sec</i>	<i>Velocidad de línea de paso</i>
		<i>Vt</i>	57.	<i>ft/min</i>	<i>Velocidad de línea de paso en fpm</i>
		<i>Vtmax</i>	3,937.	<i>ft/min</i>	<i>Máxima velocidad de línea de paso admisible</i>
		<i>A</i>	59.75		<i>Factor para cálculo de Kv</i>
		<i>B</i>	.83		<i>Factor para cálculo de Kv</i>
		<i>Kv</i>	.91		<i>Factor de dinámica / Ecuaciones AGMA</i>

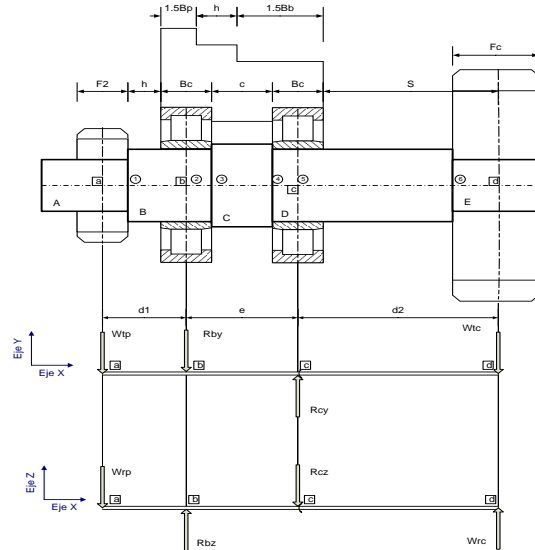
Datos de salida

<i>St</i>	<i>Input</i>	<i>Name</i>	<i>Output</i>	<i>Unit</i>	<i>Comment</i>
		<i>ratio</i>	2.67		<i>Razón de dientes</i>
		<i>dpinion</i>	1.5	<i>in</i>	<i>Diámetro de paso del piñón</i>
		<i>rpinion</i>	.75	<i>in</i>	<i>Radio de paso del piñón</i>
		<i>dgear</i>	4.0	<i>in</i>	<i>Diámetro de paso del engrane</i>
		<i>rgear</i>	2.0	<i>in</i>	<i>Radio de paso del engrane</i>
		<i>wgear</i>	54.00	<i>rpm</i>	<i>Velocidad del engrane</i>
		<i>Tpinion</i>	219.	<i>in-lb</i>	<i>Torque en el piñón</i>
		<i>Tgear</i>	584.	<i>in-lb</i>	<i>Torque en el engrane</i>
		<i>Wt</i>	292.	<i>lb</i>	<i>Fuerza tangencial</i>
		<i>Wr</i>	106.	<i>lb</i>	<i>Fuerza radial</i>
		<i>W</i>	311.	<i>lb</i>	<i>Fuerzo normal</i>

ANEXO E Cálculos de los ejes

EJE CORONA

GEOMETRÍA DEL EJE

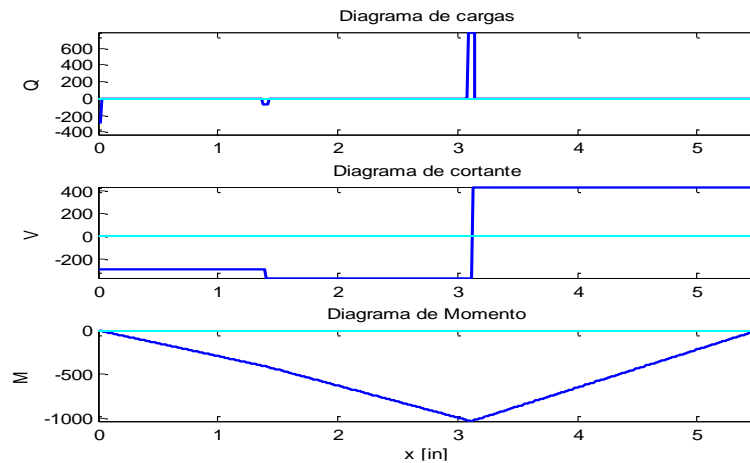


CÁLCULOS DE LAS REACCIONES EN TK SOLVER

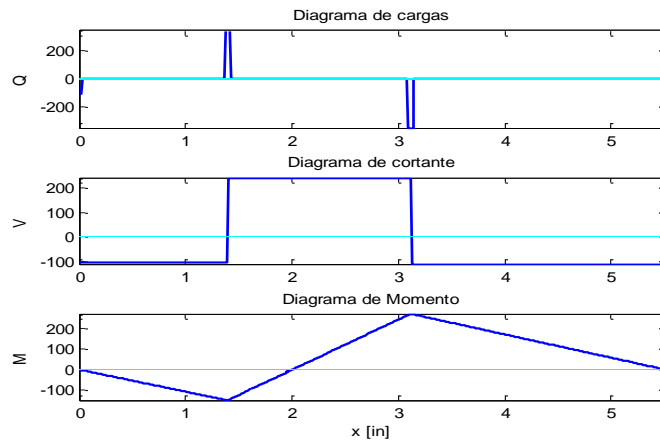
St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** CARGAS EN EL EJE ***
F		Rbz	348.	lb	Reaccion en z el en el cojinete en el punto b
	106.	Wrp		lb	Fuerza radial del planetario II sobre la corona
	112.	Wrc		lb	Fuerza radial en la rueda del sinfin corona
		Rcz	354.	lb	Reaccion en z el en el cojinete en el punto c
F		Rby	70.	lb	Reaccion en y el en el cojinete en el punto b
	292.	Wtp		lb	Fuerza tangencial del planetario II sobre la corona
	430.	Wtc		lb	Fuerza tangencial en la rueda del sinfin corona
		Rcy	792.	lb	Reaccion en y el en el cojinete en el punto c
	T		1,164.	lbf-in	Torque en el eje corona

DIAGRAMAS DE MOMENTO Y CÁLCULOS DE DISEÑO DEL EJE CON MATLAB

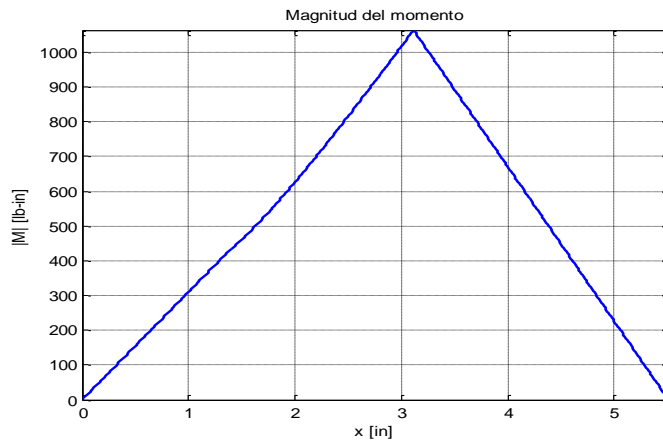
DIAGRAMAS EN EL PLANO XY



DIAGRAMAS EN EL PLANO XZ



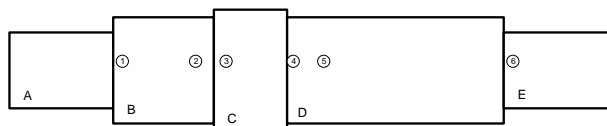
MAGNITUD DEL MOMENTO



$M_{max} = 1064 \text{ lb-in} @ x = 3.11 \text{ in}, \text{ punto C} - (5)$

RESULTADOS

X_s [in]	Kts	M_s [lb-in]	D_s [in]	Punto:
0.5000	1.5	155	0.7079	(1)
1.3940	1.0	433	0.7648	(2)
1.7870	2.5	552	1.0244	(3)
2.7200	2.5	902	1.1969	(4)
3.1140	1.0	1063	0.9480	(5)
4.8330	1.5	300	0.7702	(6)
5.5080	1.0	1	0.6763	(7)



DIMENSIONES MINIMAS RECOMENDADAS:

Da	Db	Dc	De	Db = Dd
0.7079	1.1969	1.4363	0.7702	
(18 mm)	(31 mm)		(37 mm)	(20 mm)

Cálculo de los rodamientos

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					DATOS DEL RODAMIENTO
		C	18.3	KN	Especificacion basica de carga dinamica
	1.E6	L1		rev	Vida util L10 si se le somete a una carga C
	3.33	k			k=3 para cojinetes de bola y k=3.33 para rodillos
					DATOS DE DISEÑO
	54.	rpm		rpm	-->Velocidad del eje
		Pd	1,040.	lb	Carga de diseno, aplicada
	30,000.	h			Vida util de diseno en horas, deseada
		Ld	9.72E7	rev	Vida util de diseno en revoluciones, deseada
	1.2	V			-->Factor de rotacion
	867.	R		lb	-->Carga radial

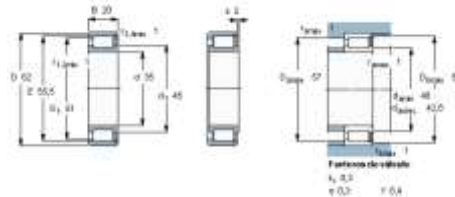
Datos para selección:

$$D_{min} = D_b = 31 \text{ mm}$$

$$C_{min} = 18.3 \text{ KN}$$

Se seleccionó:

Rodamiento: **NCF 3007 CV**



$$d = 35 \text{ mm} \quad D = 62 \text{ mm}$$

$$B = 20 \text{ mm} \quad C = 48.4 \text{ KN} \rightarrow \text{o.k.} \checkmark$$

$$d_{amin} = 40 \text{ mm (Diámetro del hombro)}$$

$$D_{amax} = 49 \text{ mm (Diámetro de la caja del rodamiento)}$$

$D_{a_{min}} = D_a = 18 \text{ mm} \rightarrow \frac{D_b}{D_a} = \frac{35}{18} = 1.9$, produciría un factor de concentración muy alto.

Asumimos una relación más baja de: $\frac{D}{d} = 1.4$.

$$D_a = \frac{35}{1.4} = 25 \text{ mm} \rightarrow D_a = 25 \text{ mm.}$$

$$D_{c_{min}} = D_c = 38 \text{ mm}$$

$$D_{hombro} = d_{amin} = 40 \text{ mm}$$

Por lo tanto, tomamos

$$D_c = 40 \text{ mm}$$

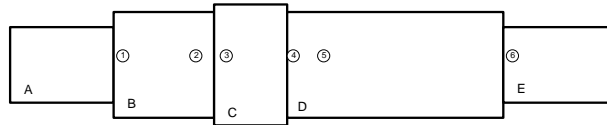
$$D_{\text{caja}} = 55 \text{ mm}$$

$D_{\text{min}} = D_e = 20 \text{ mm} \rightarrow \frac{D_b}{D_e} = \frac{35}{20} = 2.3$, produciría un factor de concentración muy alto.

Asumimos una relación más baja de: $\frac{D}{d} = 1.4$.

$$D_e = \frac{35}{1.4} = 25 \text{ mm} \rightarrow D_e = 25 \text{ mm}.$$

MEDIDAS FINALES



$$D_a = 25 \text{ mm} \quad L_a = 34 \text{ mm}$$

$$D_b = 35 \text{ mm} \quad L_b = 33 \text{ mm}$$

$$D_c = 40 \text{ mm} \quad L_c = 24 \text{ mm}$$

$$D_d = 35 \text{ mm} \quad L_d = 71 \text{ mm}$$

$$D_e = 25 \text{ mm} \quad L_e = 37 \text{ mm}$$

CÁLCULO DE LOS CUÑEROS

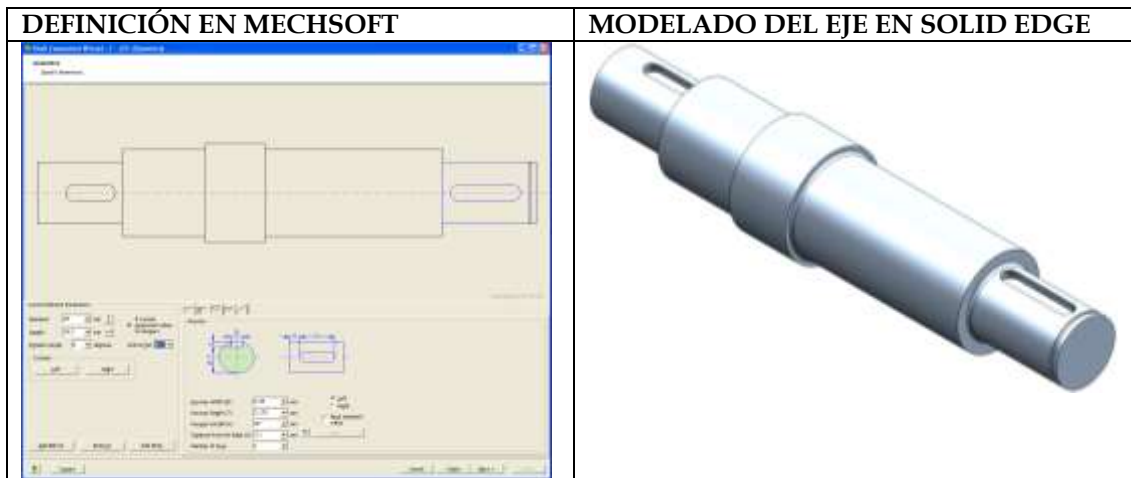
Engranaje Z48

Status	Input	Name	Output	Unit	Comment
	3.	N			Factor de seguridad
	1,164.	T		lb-in	-->Torque en el eje
	87,000.	Sy		psi	Resistencia a la deformacion
	25.	D		mm	Diametro del eje.
					*** DATOS DE SALIDA ***
		w	.25	in	Espesor de la cunha
		τd	14,500.	psi	Tension de corte de disenho
		σd	29,000.	psi	Tension de compresion de disenho
		LT	.7	in	Longitud de la cunha
		x	3.2	mm	Ubicacion del cunhero
	1.	F1		in	Ancho del engranaje:corona, segunda etapa
		prof	3.175	mm	Profundidad en el eje
	.75	Lstd		in	Longitud estandar

Engranaje Rueda Sinfín

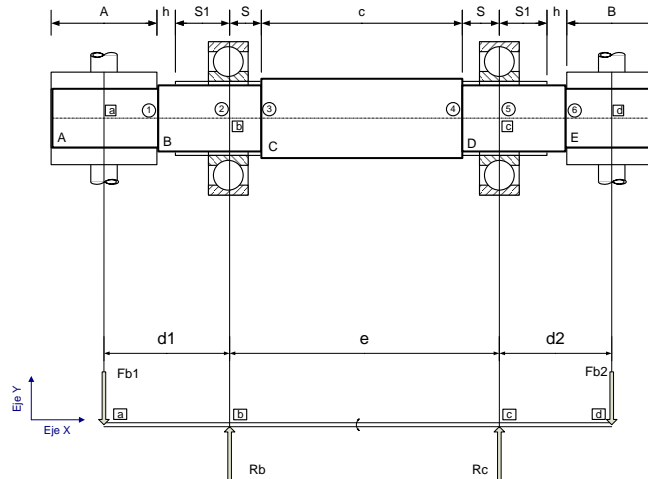
Status	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** DATOS DE ENTRADA ***
	3.	N			Factor de seguridad
	1,164.	T		lb-in	-->Torque en el eje
	51,000.	Sy		psi	Resistencia a la deformacion
	25.	D		mm	-->Diametro del eje.
					*** DATOS DE SALIDA ***
		w	.25	in	Espesor de la cunha
		τ_d	8,500.	psi	Tension de corte de disenho
		σ_d	17,000.	psi	Tension de compresion de disenho
		L _T	1.1	in	Longitud de la cunha
		x	3.2	mm	Ubicacion del cunhero
	1.35	F1		in	Ancho del engranaje:rueda sinfin
		prof	3.175	mm	Profundidad en el eje
	1.1	Lstd		in	Longitud estandar

MODELADO DEL EJE



EJE POLEAS

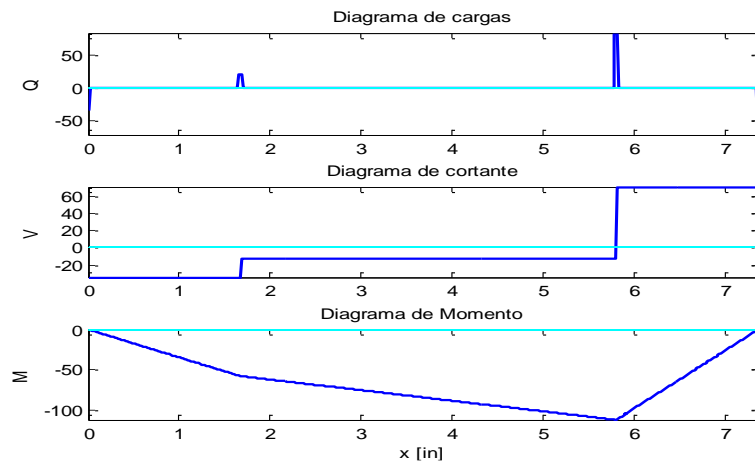
GEOMETRÍA DEL EJE



CÁLCULOS DE LAS REACCIONES EN TK SOLVER

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** CARGAS APLICADAS ***
		Fb1	34.50	lb	Fuerza sobre la polea impulsada
		Fb2	71.62	lb	Fuerza sobre la polea impulsora
		T	79.	lb-in	Torque en el eje
					*** REACCIONES ***
		Rb	21.38	lb	Reaccion sobre el rodamiento en B
F		Rc	84.74	lb	Reaccion sobre el rodamiento en C

DIAGRAMAS DE MOMENTO Y CÁLCULOS DE DISEÑO DEL EJE CON MATLAB



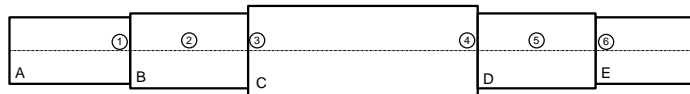
$M_{max} = 112 \text{ lb-in}$ @ $x = 5.8 \text{ in}$, punto C - (5)

RESULTADOS

Xs [in]	Kts	Ms [lb-in]	Ds [in]	Punto
0.766	1.5	26.427	0.3310	(1)
1.670	1.0	57.555	0.3629	(2)
2.233	2.5	64.990	0.4974	(3)
5.233	2.5	104.29	0.5806	(4)
5.796	1.0	111.59	0.4412	(5)
6.701	1.5	46.867	0.3838	(6)

DIMENSIONES MINIMAS RECOMENDADAS

Da	Db	Dc	Da = De, Db = Dd
0.3838	0.5806	0.6967	
(10 mm)	(15 mm)	(18 mm)	



Del catálogo de mcmaster.com, para la polea impulsada habíamos seleccionado la #6204K392:



Con un diámetro de agujero de 7/8" (22.2 mm).

Del cálculo de ejes obtuvimos un D_{\min} de $D_a = 10$ mm

Por lo tanto:

$$D_a = 22.2 \text{ mm}$$

CÁLCULO DE LOS RODAMIENTOS

St	Input	Name	Output	Unit	Comment
		C	4.27	kN	DATOS DEL RODAMIENTO
		C	4.27	kN	*** Especificacion basica de carga dinamica
	1.0E6	L1		rev	Vida util L10 si se le somete a una carga C
	3.00	k			k=3 para cojinetes de bola y k=3.33 para rodillos
					DATOS DE DISEÑO
	800.	rpm		rpm	-> Velocidad del eje
	1.0	V			Factor de rotacion: V=1 pista ext fija, V=1.2 pista ext mov
	85.	R		lb	-> Carga radial sobre el cojinete, aplicada
		Pd	85.00	lb	Carga de disenho equivalente, aplicada
	30,000.	h			-> Vida util de disenho en horas, deseada
		Ld	1.4E9	rev	Vida util de disenho en revoluciones, deseada

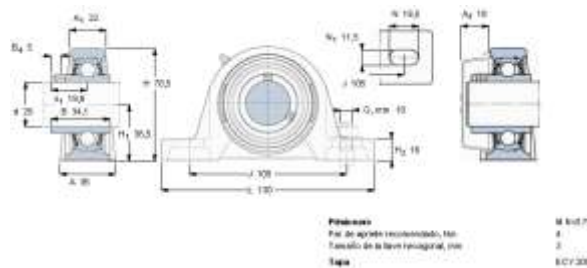
Datos para selección:

$$D_{min} = D_b = 15 \text{ mm}$$

$$C_{min} = 4.27 \text{ kN}$$

Del catálogo online de SKF, en la sección unidades de rodamientos Y con soporte de pie, soporte de fundición y con prisionero, se seleccionó:

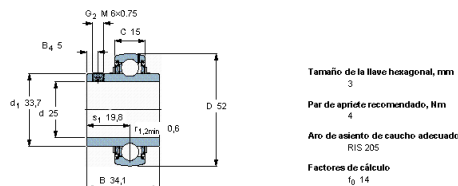
Unidad de Rodamiento: **SY 25 TF**



$$d = 25 \text{ mm} \quad H = 70.5 \text{ mm} \quad D = 52 \text{ mm}$$

$$B = 34.1 \text{ mm} \quad C = 14 \text{ kN} \rightarrow \text{o.k.} \checkmark \quad r = 1.2 \text{ mm}$$

Rodamiento: **YAR 205-2F**



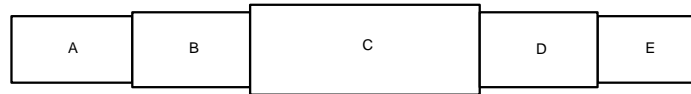
$$D_b = D_d = d = 25 \text{ mm}$$

$$D_{C_{min}} = D_c = 18 \text{ mm}$$

Asumimos una relación de 1.2 entre D_c y D_b :

$$D_c = 1.2(D_b) = 1.2(25) = 30 \rightarrow D_c = 30 \text{ mm}$$

MEDIDAS FINALES



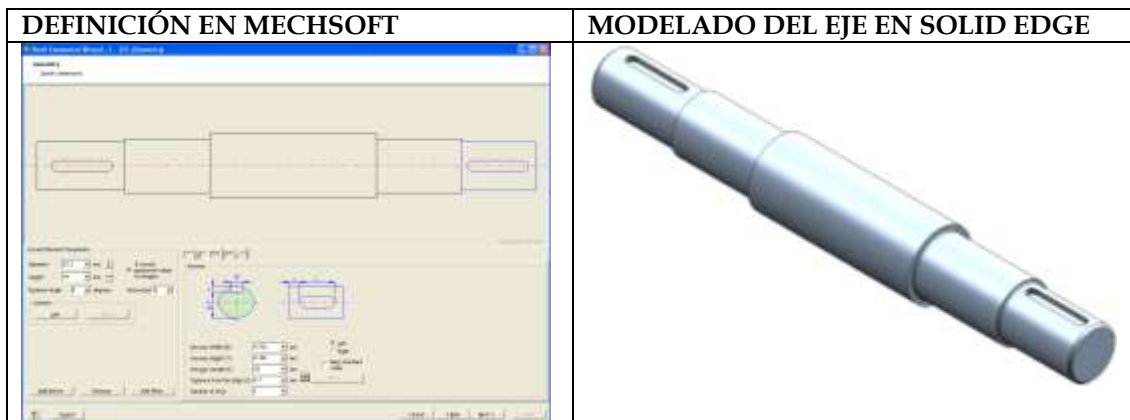
Da = 22.2 mm	La = 40 mm
Db = 25 mm	Lb = 39 mm
Dc = 30 mm	Lc = 76 mm
Dd = 25 mm	Ld = 39 mm
De = 22.2 mm	Le = 34 mm

CÁLCULO DE LOS CUÑEROS

Cuña para las poleas

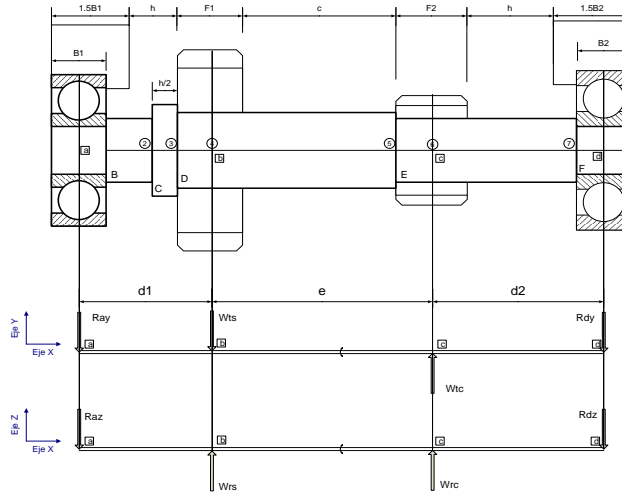
Status	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** DATOS DE ENTRADA ***
	3.	N			Factor de seguridad
	79.	T		lb-in	-->Torque en el eje
	51,000.	Sy		psi	Resistencia a la deformacion
	22.2	D		mm	Diametro del eje.
					*** DATOS DE SALIDA ***
		w	.1875	in	Espesor de la cunha
		td	8,500.	psi	Tension de corte de disenho
		od	17,000.	psi	Tension de compresion de disenho
		Lt	.113	in	Longitud de la cunha
		x	5.2	mm	Ubicacion del cunhero
	1.531	A		in	Ancho de la polea
		prof	2.381	mm	Profundidad en el eje
	1.125	Lstd		in	Longitud estandar

MODELADO DEL EJE



EJE PLANETARIOS

GEOMETRÍA DEL EJE

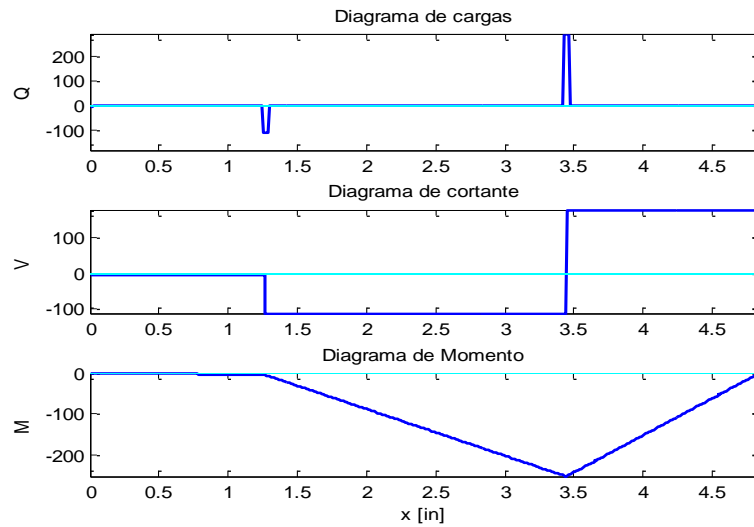


CÁLCULOS DE LAS REACCIONES EN TK SOLVER

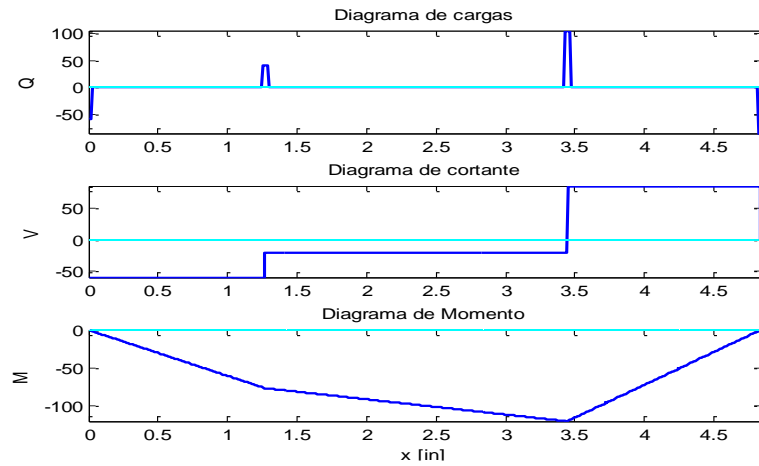
Sta	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** CARGAS EN EL EJE ***
F		Raz	60.	lb	
	40.	Wrs		lb	Fuerza radial en el sol - I etapa
	106.	Wrc		lb	Fuerza radial en la corona - I etapa
		Rdz	86.	lb	
F		Ray	4.	lb	
	109.	Wts		lb	Fuerza tangencial en el sol - I etapa
	292.	Wtc		lb	Fuerza tangencial en la corona - II etapa
		Rdy	179.	lb	
		T	217.	lb-in	Torque en el eje

DIAGRAMAS DE MOMENTO Y CÁLCULOS DE DISEÑO DEL EJE CON MATLAB

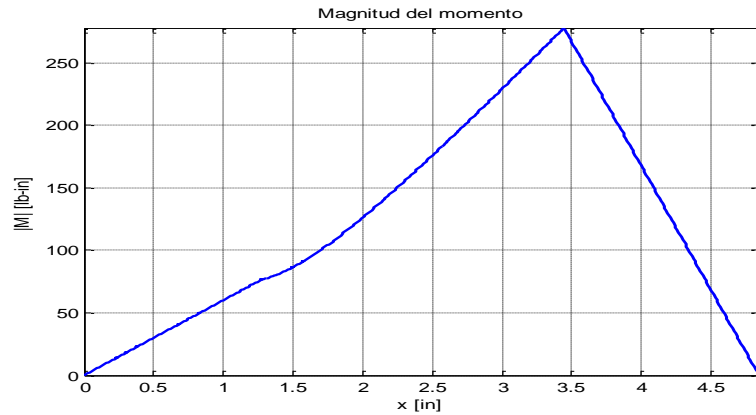
DIAGRAMAS EN EL PLANO XY



DIAGRAMAS EN EL PLANO XZ



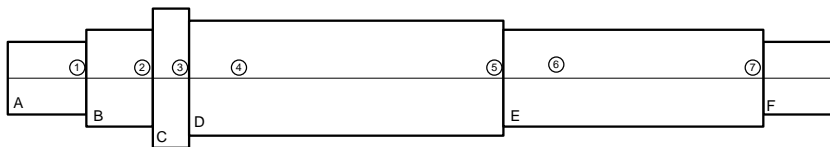
MAGNITUD DEL MOMENTO



$M_{max} = 278 \text{ lb-in}$ @ $x = 3.442 \text{ in}$, punto C - (6)

RESULTADOS

X_s [in]	Kts	M_s [lb-in]	D_s [in]	Punto:
0.197	2.5	11.846	0.2806	(1)
0.644	1.5	38.726	0.3513	(2)
0.894	1.5	53.759	0.3919	(3)
1.269	1.0	76.277	0.4327	(4)
2.943	1.5	223.04	0.6352	(5)
3.443	1.0	277.50	0.5991	(6)
4.640	2.5	40.107	0.4214	(7)



DIMENSIONES MINIMAS RECOMENDADAS:

Da	Db	Dc	Dd	De = Db, Df = Da
0.4214	0.6352	0.519	0.4327	
(11 mm)	(17 mm)		(14 mm)	(11 mm)

Cálculo de los rodamientos

Status	Input	Name	Output	Unit	Comment
					DATOS DEL RODAMIENTO
		C	6.6	kN	Especificacion basica de carga dinamica
	1.E6	L1		rev	Vida util L10 si se le somete a una carga C
	3.00	k			k=3 para cojinetes de bola y k=3.33 para rodillos
					DATOS DE DISEÑO
	144.	rpm		rpm	->Velocidad del eje
		Pd	233.	lb	Carga de disenho, aplicada
	30,000.	h			Vida util de disenho en horas, deseada
		Ld	2.59E8	rev	Vida util de disenho en revoluciones, deseada
	1.2	V			->Factor de rotacion
	194.	R		lb	->Carga radial

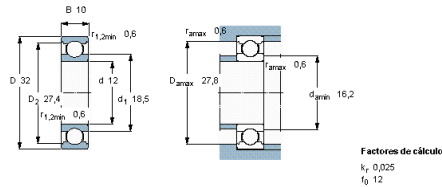
Datos para selección:

$$D_{min} = D_a = 11 \text{ mm}$$

$$C_{min} = 6.6 \text{ KN}$$

Se seleccionó:

Rodamiento: **6201**



$$d = 12 \text{ mm}$$

$$D = 32 \text{ mm}$$

$$B = 10 \text{ mm}$$

$$C = 7.28 \text{ KN} \rightarrow \text{o.k.} \checkmark$$

$$d_{amin} = 16.2 \text{ mm (Diámetro del hombro)}$$

$$D_{amax} = 27.8 \text{ mm (Diámetro de la caja del rodamiento)}$$

$$D_a = D_f = d = 12 \text{ mm}$$

$$D_{b_{min}} = D_b = 16 \text{ mm}$$

$$D_{hombro} = d_{amin} = 16.2 \text{ mm}$$

Por lo tanto, tomamos

$$D_b = 16 \text{ mm}$$

$$D_{d_{min}} = D_d = 12 \text{ mm}$$

Asumimos una relación de 1.2 entre Dd y Db:

$$D_d = 1.2(D_b) = 1.2(16) = 19.2 \rightarrow D_d = 19 \text{ mm}$$

También asumimos una relación de 1.2 entre Dc y Dd:

$$D_c = 1.2(D_d) = 1.2(19) = 23.04 \rightarrow D_c = 23 \text{ mm}$$

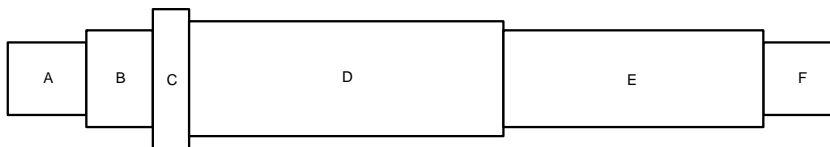
$D_{\text{caja}} >$ mayor diámetro mayor del eje ($D_c = 23 \text{ mm}$)

$$D_{\text{caja}} \leq D_{\text{amax}} = 27.8 \text{ mm}$$

Tomamos el valor promedio entre ambos:

$$D_{\text{caja}} = \frac{(23 + 28)}{2} = 25.5 \rightarrow D_{\text{caja}} = 26 \text{ mm}$$

MEDIDAS FINALES



$$D_a = 12 \text{ mm} \quad L_a = 13 \text{ mm}$$

$$D_b = 16 \text{ mm} \quad L_b = 11 \text{ mm}$$

$$D_c = 23 \text{ mm} \quad L_c = 6 \text{ mm}$$

$$D_d = 19 \text{ mm} \quad L_d = 52 \text{ mm}$$

$$D_e = 16 \text{ mm} \quad L_e = 43 \text{ mm}$$

$$D_f = 12 \text{ mm} \quad L_f = 13 \text{ mm}$$

CÁLCULO DE LOS CUÑEROS

Engranaje: Planetario I, Z48

Status	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** DATOS DE ENTRADA ***
	3.	N			Factor de seguridad
	219.	T		lb-in	-->Torque en el eje
	51,000.	Sy		psi	Resistencia a la deformacion
	19.	D		mm	Diámetro del eje.
					*** DATOS DE SALIDA ***
		w	.1875	in	Espesor de la cunha
		τ_d	8,500.	psi	Tension de corte de disenho
		σ_d	17,000.	psi	Tension de compresion de disenho
		Lt	.367	in	Longitud de la cunha
		x	1.6	mm	Ubicacion del cunhero
	.75	F1		in	Ancho del engranaje planetario I, Z48
		prof	2.381	mm	Profundidad en el eje
	.625	Lstd		in	Longitud estandar

Engranaje: Planetario II, Z18

Stat	Input	Name	Output	Unit	Comment
					*** DATOS DE ENTRADA ***
	3.	N			Factor de seguridad
	219.	T		lb-in	-->Torque en el eje
	51,000.	Sy		psi	Resistencia a la deformacion
	16.	D		mm	Diametro del eje.
					*** DATOS DE SALIDA ***
		w	.1875	in	Espesor de la cunha
		τ_d	8,500.	psi	Tension de corte de disenho
		σ_d	17,000	psi	Tension de compresion de disenho
		L _T	.436	in	Longitud de la cunha
		x	4.8	mm	Ubicacion del cunhero
	1.	F2		in	Ancho del engranaje planetario II, Z18
		prof	2.381	mm	Profundidad en el eje
	.625	Lstd		in	Longitud estandar

MODELADO DEL EJE

