

INCIDENCIA DEL USO DE MATERIAL CONCRETO EN EL FORTALECIMIENTO
DEL PROCESO DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

SANDRA MILENA MORENO CÉSPEDES

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAS DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA

2017

INCIDENCIA DEL USO DE MATERIAL CONCRETO EN EL FORTALECIMIENTO
DEL PROCESO DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

SANDRA MILENA MORENO CÉSPEDES

TRABAJO DE GRADO PRESENTADO COMO REQUISITO PARA OPTAR AL
TÍTULO DE MAGÍSTER EN PEDAGOGÍA

Directora
OLGA LUCÍA DUARTE BOLÍVAR
Mgs. En Pedagogía

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAS DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA

2017

***A Gladys, María Camila, Andrés Felipe y Luswin
Su presencia es el fundamento de mi vida***

AGRADECIMIENTOS

A **Dios**, por su presencia en cada instante de mi vida, sin ÉL nada hubiese sido posible.

A mi **Familia**, por su amor y apoyo incondicional en esta etapa de mi vida de la que son eje fundamental.

A la Maestra, **Olga Lucia Duarte Bolívar**, por su dedicación y dirección en la construcción de este trabajo

Al **Ministerio de Educación**, por otorgarme la beca que me ha permitido experimentar valiosos aprendizajes a nivel pedagógico y personal.

RESUMEN

TÍTULO: INCIDENCIA DEL USO DE MATERIAL CONCRETO EN EL FORTALECIMIENTO DEL PROCESO DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS*

AUTOR: Sandra Milena Moreno Céspedes**

PALABRAS CLAVE: Resolución de problemas, Proceso de Representación, Material concreto.

DESCRIPCIÓN:

Esta investigación se enfocó en determinar la incidencia del uso de material concreto con el fin de fortalecer el proceso de representación, específicamente las habilidades de tratamiento y conversión en la resolución de problemas del contexto con fracciones en estudiantes de tercer grado de primaria, basado en los fundamentos teóricos de Reymon Duval (Los registros semióticos de representación en matemática), George Pólya y Juan Diaz Godino.

Se diseñó y aplicó como estrategia una secuencia didáctica (SD) cuyo fin fue propiciar experiencias sobre el material concreto que le permitieron a los estudiantes mediante la percepción táctil y la visualización reflexionar, construir e interpretar representaciones en un lenguaje natural, aritmético y gráfico, haciendo un uso adecuado de la información de modo que se promoviera la construcción de conocimiento en el proceso de resolución de problemas fortaleciendo también la comprensión matemática, la comunicación entre pares y con el docente.

Los resultados de esta investigación muestran tanto el progreso como las diversas dificultades que presentaron los estudiantes en la resolución de problemas de su cotidianidad mediante el uso de fracciones y la pertinencia en la aplicación de las habilidades del proceso de representación, se evidencia también los avances en cuanto a la actitud de los estudiantes frente al área y al trabajo colaborativo, en el desarrollo de toda la estrategia.

* trabajo de grado

**facultad de ciencias humanas. Escuela de educación. Directora: Olga Lucia Duarte Bolivar

ABSTRACT

TITLE: INCIDENCE OF THE USE OF CONCRETE MATERIAL IN THE STRENGTHENING OF THE REPRESENTATION PROCESS IN THE PROBLEM SOLVING*

AUTHOR: Sandra Milena Moreno Céspedes**

KEY WORDS: Problem solving, Representation process, Concrete material.

DESCRIPTION:

This research was focused on determining the incidence of the use of concrete material in order to strengthen the representation process, specifically the treatment and conversion skills in the resolution of context problems with fractions in students of third primary grade, based on the Theoretical foundations of Reymon Duval (Semiotic Registers of Representation in Mathematics), George Pólya and Juan Diaz Godino

It was designed and implemented as a strategy a didactic (SD) sequence whose purpose was to promote experiences on the concrete material that allowed students through touch perception and visualization to reflect, construct and interpret representations in a natural, arithmetic and graphic language, making proper use of the information so as to promote the construction of knowledge in the process of problem solving, also strengthening mathematical comprehension, communication between peers and with the teacher.

The results of this research show both the progress and the various difficulties that the students presented in problem resolution of their daily life through the use of fractions and the pertinence in the application of the skills of the representation process It is also evident the advances in the attitude of students in the area and in collaborative work in the development of the whole strategy.

* Graduation paper

** faculty of human sciences. School of education director. Olga Lcuia Duarte Bolivar

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	17
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	19
2. JUSTIFICACIÓN.....	23
3. OBJETIVOS.....	26
3.1 OBJETIVO GENERAL:.....	26
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:.....	26
4. MARCO TEÓRICO	27
4.1 DETERMINACION DE ANTECEDENTES.....	27
4.1.1 Antecedentes internacionales.....	27
4.1.2 Antecedentes nacionales.....	29
4.1.3 Antecedentes locales.....	30
4.2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	30
4.2.1 Enseñanza y aprendizaje de la matemática	30
4.2.1.1 Uso de material concreto en la resolución de problemas	33
4.2.1.2 El proceso de representación en la resolución de problemas.....	35
4.2.1.3 Estrategias para resolver problemas.	38
4.2.1.4 Secuencias Didácticas.....	40
4.3 MARCO LEGAL.....	41
5. METODOLOGÍA	44
5.1 ENFOQUE METODOLÓGICO.....	44
5.2 DISEÑO METODOLÓGICO	44

5.2.1 Fases	45
5.2.1.1 Planificación.....	45
5.2.1.1.1 Documentación	45
5.2.1.1.2 Diseño del diagnóstico	45
5.2.1.1.3 Diseño de la estrategia	45
5.2.1.2 Acción.....	46
5.2.1.3 Evaluación de la acción	46
5.3 DESCRIPCIÓN DEL ESCENARIO DE LOS PARTICIPANTES.....	46
5.3.1 Población	46
5.3.2 Muestra.....	47
5.4 PROCESO DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	47
5.4.1 Técnicas e instrumentos de recolección de información.....	47
5.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	49
5.6 CRITERIOS ÉTICOS	50
6 PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.....	51
7. PRESENTACION Y ANALISIS DE RESULTADOS.....	66
7.1 ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA.....	66
7.1.1 Análisis del problema 1	67
7.1.2 Análisis del Problema 2.	70
7.1.3 Análisis del Problema 3.	72
7.1.4 Análisis del Problema 4	73
7.2 Análisis de la Habilidad de tratamiento	76
7.3 Análisis de la habilidad de conversión	81
8. ANALISIS E INTERPRETACION DE RESULTADOS DE LA SECUENCIA DIDACTICA.....	86
8.1 ANÁLISIS DE LA PRIMERA SESIÓN.....	87
8.2 ANÁLISIS DE LA SESIÓN 2.....	94

8.3 ANÁLISIS DE LA SESIÓN 3.....	107
8.4 ANÁLISIS DE LA SESIÓN 4:.....	115
8.5 ANÁLISIS SESIÓN 5:	125
9. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA PRUEBA FINAL	136
9.1 ANÁLISIS DEL PROBLEMA 1	137
9.2 ANÁLISIS DEL PROBLEMA 2.....	139
9.3 Análisis de Problema 3	142
9.4 ANÁLISIS DEL PROBLEMA 4.....	144
9.5 ANÁLISIS PARA LA HABILIDAD DE TRATAMIENTO	146
9.6 ANÁLISIS DE LA HABILIDAD DE CONVERSIÓN.....	150
9.7 RESPUESTA A LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	156
10. CONCLUSIONES	157
11. RECOMENDACIONES.....	160
BIBLIOGRAFIA.....	161
ANEXOS.....	166

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Secuencia Didáctica “Repartiendo el mundo que nos rodea”	51
Tabla 2 : habilidad de conversión	71
Tabla 3. Rejilla de valoración para las habilidades de tratamiento y conversión ...	75
Tabla 4. Análisis de La habilidad de tratamiento.....	76
Tabla 5. Categorización de las respuestas de los estudiantes para la habilidad de tratamiento.....	77
Tabla 6. Categorización de las respuestas de los estudiantes según los niveles establecidos, en la habilidad de Tratamiento	79
Tabla 7. Análisis de la habilidad de conversión	81
Tabla 8. Categorización de las respuestas de los estudiantes para la habilidad de Conversión.....	81
Tabla 9. Categorización de las respuestas de los estudiantes según los niveles establecidos. Habilidad de conversión.....	83
Tabla 10 Análisis de La Incidencia del material concreto en cada momento de la sesión.	94
Tabla 11 Análisis de La Incidencia del material concreto en cada momento de la sesión 2.	106
Tabla12.Análisis de La Incidencia del material concreto en cada momento de la sesión 3.	115
Tabla 14 Análisis de La Incidencia del material concreto en cada momento de la sesión 5.	134
Tabla 16. Categorización de las respuestas de los estudiantes para la habilidad de tratamiento.....	146
Tabla 17. Categorización de las respuestas de los estudiantes según los niveles establecidos, en la habilidad de Tratamiento	148
Tabla 18 Categorización de las respuestas de los estudiantes para la habilidad de Conversión en la prueba final.	150

Tabla 19. Categorización de las respuestas de los estudiantes según los niveles establecidos. Habilidad de conversión.....154

LISTA DE IMÁGENES

Imagen 1: problema para comparar fracciones	62
Imagen 2. Ejemplo de respuesta estudiante 1	68
Imagen 3. Ejemplo de respuesta de Estudiante 3.....	68
Imagen 4. Ejemplo de Respuesta de Estudiante 9	69
Imagen 5. Ejemplo de Respuesta de estudiante 12.....	70
Imagen 6 : respuesta grupo 1	91
Imagen 7 ejemplo de respuesta grupo 1.....	98
Imagen 8. Ejemplo de respuesta grupo 3	98
Imagen 9. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 4	99
Imagen 10. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 5	99
Imagen 11. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 2	100
Imagen 12. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 6	101
Imagen 13. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 2	108
Imagen 14. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 3	109
Imagen 15. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 4	109
Imagen 16. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 1	119
Imagen 17. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 3	120
Imagen 18. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 2,4 y 5.....	120
Imagen 19. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 6 y 7.....	121
Imagen 20. problema para comparar fracciones.....	122
Imagen 21 ejemplo de respuesta estudiante 14	127
Imagen 22 ejemplo de respuesta estudiante 9	128
Imagen 23 ejemplo de respuesta estudiante 14	137
Imagen 24 ejemplo de respuesta estudiante 10	138
Imagen 25 ejemplo de respuesta estudiante 7	139
Imagen 26 ejemplo de respuesta estudiante 2	140
Imagen 27 ejemplo de respuesta estudiante 11	141

Imagen 28 ejemplo de respuesta Estudiante 12.....	142
Imagen 29 ejemplo de respuesta Estudiante 18.....	143
Imagen 30 ejemplo de respuesta Estudiante 3.....	143

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A. FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO	167
ANEXO B. CONSENTIMIENTO INFORMADO DILIGENCIADO	168
ANEXO C. DECLARACIÓN DEL DOCENTE INVESTIGADOR.....	169
ANEXO D. CERTIFICADO DE PARTICIPACIÓN CAPACITACIÓN NIH	170
ANEXO E. PRUEBA DIAGNÓSTICA.....	171
ANEXO F. JUEGO GIRA Y COLOREA CON LAS FRACCIONES	174
ANEXO G. SESION 2.....	175
ANEXO H. DOMINÓ DE FRACCIONES	177
ANEXO I. SESION 4.....	178
ANEXO J. PRUEBA FINAL	180

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas son inherentes a la actividad humana, nacen de la necesidad del hombre de medir y de contar, está presente en todos los aspectos de la sociedad y de la vida misma, en la cual se usan diversas representaciones en la búsqueda de soluciones a necesidades y problemas de donde surgen signos, técnicas y reglas que luego son compartidas socialmente. Desde esta perspectiva las matemáticas escolares deben hacer un tránsito de la matemática pasiva en las aulas cuyo objetivo es la ejercitación de contenidos a una enseñanza que promueva el desarrollo de competencias no solo matemáticas sino también científicas y ciudadanas.

En Colombia el MEN ha considerado la necesidad de formar ciudadanos matemáticamente competentes, en este propósito ha compartido documentos como los lineamientos curriculares y los estándares de competencias en donde se precisa la importancia de abordar en el proceso de enseñanza de manera articulada los conocimientos básicos o pensamientos, los cinco procesos generales de la actividad matemática y el contexto, se propone que esta interrelación se desarrolle en la resolución de problemas donde se promuevan espacios que permitan la construcción del saber.

Por lo anterior esta investigación se enfocó en el pensamiento numérico y el proceso de representación teniendo como pretexto los fraccionarios ya que generalmente se introducen a la vida escolar con algoritmos y conjuntos de reglas que dificultan su comprensión, por ello se propuso una estrategia con el uso de material concreto que promoviera dichos procesos con el fin de mejorar las prácticas pedagógicas y por ende el proceso de enseñanza de las matemáticas.

Este trabajo está organizado en cinco capítulos que se describen a continuación:

El primer capítulo presenta el planteamiento del problema basado en el análisis de los resultados de las pruebas saber del grado tercero, la justificación y los objetivos.

El segundo capítulo "*Marco teórico*" presenta una descripción de antecedentes relacionados con esta investigación y la fundamentación teórica sobre la resolución de problemas, las habilidades del proceso de representación y el uso de material concreto en las matemáticas en la básica primaria.

En el tercer capítulo "*Diseño Metodológico*" se especifica el método de la investigación, los participantes y el contexto donde se desarrolló, las técnicas e instrumentos de recolección de información y los criterios éticos.

En el cuarto capítulo "*Análisis e interpretación de resultados*" se presenta el análisis y categorización de las respuestas dadas por los estudiantes tanto en el diagnóstico como en la prueba final teniendo en cuenta las categorías pre establecidas por la docente investigadora, también se muestra el análisis realizado a la propuesta de intervención.

Por último, el quinto capítulo "conclusiones" contiene los aspectos más relevantes obtenidos en la investigación con respecto a la incidencia del uso de material concreto en el fortalecimiento de las habilidades de tratamiento y conversión en la solución de problemas.

Finalmente se encuentran los recursos bibliográficos que fueron consultados para esta investigación.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La educación matemática en muchos casos se ha concebido como un área privilegiada para mentes brillantes ocasionando en los estudiantes un marcado rechazo a la misma; como consecuencia del estudio de cálculos, fórmulas y mecanización de ejercicios que poco tienen que ver con el contexto y no permiten potenciar competencias matemáticas indispensables para el aprendizaje significativo de la misma.

Las Pruebas SABER¹ presentadas por los estudiantes de tercer grado en el año 2015 en Colombia evidencia las dificultades que ellos tienen en relación con el aprendizaje de las competencias matemáticas y la resolución de problemas ya que a nivel nacional el 19% se encuentra en nivel insuficiente, el 28% en nivel mínimo, el 26% en nivel satisfactorio y el 27% en nivel avanzado; particularmente en el municipio de Girón el 11% se encuentra en nivel insuficiente, el 24% en nivel mínimo, el 27% en nivel satisfactorio y el 37% en nivel avanzado; y en el colegio Integrado Llano Grande, los resultados muestran que el 8% se encuentra en nivel insuficiente, el 20% en nivel mínimo, el 25% en nivel satisfactorio y el 46% en nivel Avanzado.

Al igual que los resultados de las Pruebas Saber también se realizó un análisis del Índice Sintético de Calidad del Colegio Integrado Llano Grande donde se encontró que en Básica Primaria se obtuvo un promedio de 6.10 ubicándose así por encima el promedio Nacional con un 5.42 y del promedio de la entidad territorial certificada en este caso el municipio de Girón con un 5.85. Es importante resaltar que con relación a años anteriores, los últimos resultados mejoraron notablemente; un progreso que, si bien es cierto, es significativo requiere continuar en proceso de

¹ Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES. Reportes de Jornada Pruebas Saber 3, 5, y 9 [en línea]. 2016. [Citado 15 abril de 2016]. Disponible en Internet: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteSedeJornada.jsp>

mejoramiento ya que la población estudiantil cambia y las pruebas estandarizadas no son el único instrumento de valoración para los procesos que utilizan los niños en la resolución de problemas matemáticos y de la vida cotidiana en donde aún existen muchas falencias.

Adicionalmente, se comprobó mediante los resultados de una prueba sobre resolución de problemas relacionados con el pensamiento numérico, métrico y aleatorio, aplicada a 22 estudiantes de tercer grado, que existen dificultades con respecto a falta de claridad en cómo abordar un problema para su comprensión, es decir, los estudiantes no tienen pautas generales de resolución de problemas que les permitan enfrentarse a ellos sin bloqueos mentales; existe una utilización inapropiada de contenidos matemáticos que a su vez son descontextualizados y existe uso aleatorio de los diversos algoritmos.

Es muy probable que dicha Problemática sea el reflejo de la implementación de metodologías inadecuadas que se han limitado a la ejercitación de algoritmos y han obviado procesos fundamentales como el de representación, el cual es una herramienta eficaz en la comprensión del problema, a través de diversos modelos representativos como dibujos, gráficos y tablas que les permiten a los niños pensar sobre la forma de resolver el problema y comunicar su solución.

El continuar resolviendo problemas desde una perspectiva repetitiva, en la que las soluciones a estos son sencillamente la aplicación de determinado algoritmo, no permite que la educación matemática aporte significado en la cotidianidad de los estudiantes.

Es así como se evidencia la necesidad de mejorar las prácticas pedagógicas de aula potenciando el pensamiento lógico matemático y la habilidad para la resolución de problemas con situaciones que generen interés y retos a las capacidades intelectuales de los estudiantes y a través de estas se le permita

manipular, analizar, comparar diversos recursos didácticos y plantear estrategias de solución.

El colegio Integrado Llano Grande consciente de dichas dificultades, con el apoyo del programa PTA (Todos a Aprender) elaboró un plan de mejoramiento enfocado a la motivación y el desarrollo del razonamiento matemático en los estudiantes, así como la realización de investigación en el aula por parte de los docentes. Pese a estos esfuerzos las dificultades en el área de matemática en cuanto al planteamiento y resolución de problemas, proceso indispensable en el desarrollo del pensamiento matemático siguen latentes.

La problemática descrita lleva a una serie de cuestionamientos como los siguientes:

- ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de tercer grado relacionados con el proceso de representación matemática al resolver problemas?
- ¿Qué características debe tener una propuesta didáctica que permita el fortalecimiento del proceso de representación matemática al resolver problemas?
- ¿De qué manera influye el uso de material concreto en el favorecimiento del proceso de representación al resolver problemas?

Ante la necesidad inmediata de potenciar en los estudiantes de tercer grado procesos de representación que conlleven a un aprendizaje significativo es preciso reflexionar y evaluar las diversas estrategias didácticas que se han venido desarrollando en el aula y en esta búsqueda por mejorar la enseñanza de la matemática cabe formular la siguiente pregunta:

¿Qué incidencia tiene el uso de material concreto en el fortalecimiento del proceso de representación matemática para la resolución de problemas en niños de tercer grado de primaria?

2. JUSTIFICACIÓN

El Ministerio de Educación Nacional en su propósito por mejorar la calidad de la educación ha diseñado herramientas curriculares como los Estándares de competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje “con el fin de proponer organizaciones curriculares en la dirección de lograr que las matemáticas sean vistas y experimentadas como una herramienta útil, accesible, necesaria e interesante para todos los estudiantes cuyo objetivo es formar ciudadanos matemáticamente competentes”².

Se entiende por ser matemáticamente competente al desarrollo de habilidades para formular, plantear y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana e incluso de otras ciencias diferentes a la matemática. De igual forma, dominar procedimientos y algoritmos matemáticos conociendo cómo, cuándo y por qué usarlos de manera eficaz. Con ello se logra relacionar la habilidad conceptual y la procedimental que requiere el pensamiento matemático.

En relación a la resolución de situaciones problemas, estas se presentan como desafíos a solucionar requiriendo habilidades de pensamiento básicas y complejas y logran ubicar a los estudiantes en contextos significativos inmediatos, cercanos o lejanos, en donde el quehacer matemático cobra sentido. Es así como las prácticas pedagógicas debería estar enfocadas hacia el desarrollo de esta competencia, no obstante, los resultados encontrados en los últimos años en las pruebas Saber demuestran que persiste esta necesidad.

² COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Documento orientador foro educativo nacional 2014: ciudadanos matemáticamente competentes. [en línea]. 2014. P. 7. Disponible en http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-342931_recurso_1.pdf

Por tal razón, urge la implementación de propuestas didácticas e innovadoras en el aula que desarrollen procesos de pensamiento matemático que privilegien la resolución de problemas como proceso. De esta manera, se pueden alinear las acciones institucionales planteadas en los planes de mejoramiento con los lineamientos nacionales evaluados en las pruebas nacionales e internacionales.

La propuesta metodológica que se propone, busca potenciar el uso de modelos físicos para representar y resolver problemas desde una perspectiva de aprendizaje significativo; estas representaciones sirven como herramienta para pensar y comunicar, donde el componente sensorial es esencial. Por lo tanto, cobra importancia la adecuación y uso pedagógico de material concreto en el nivel de básica primaria para la enseñanza de la matemática con el fin de formar la estructura mental del niño empleando la manipulación de este tipo de material para luego pasar a la representación simbólica.

Varios autores como Piaget coinciden en que:

La manipulación de objetos permiten apreciar qué acciones son capaces de hacer los niños con dichos objetos, y a partir de allí, diseñar actividades pedagógicas para llevarlos a imaginar acciones posibles sobre ellos y aprobar los efectos de estas. De este modo se va elaborando en el niño un proceso de interiorización de las acciones. Es decir, lo que el niño en un primer momento puede hacer en un plano concreto con las cosas, llega finalmente a poder hacerlo mentalmente en un plano abstracto. Así, al principio las acciones mentales son verdaderas imágenes o copias fieles de las acciones sobre los objetos, y el niño los reproduce en su mente con todas sus características, pero poco a poco se van haciendo más operacionales, es decir, que las acciones concretas se han convertido en acciones mentales relacionadas entre sí, dándose las relaciones con los objetos a un mayor nivel de abstracción³.

³ SANDOVAL, Romy. Estrategias para desarrollar el área matemática para la educación primaria. Universidad Nacional Del Santa. Facultad De Educación y Humanidades. 2010. p. 12

Desde este punto vista, se provocarían cambios institucionales en eficiencia y calidad educativa motivando a estudiantes y maestros hacia el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas con una visión más práctica y concreta. Tal y como lo menciona el MEN en los lineamientos de matemáticas:

Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas⁴.

Por lo anterior, es pertinente analizar y replantear los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desarrollando estrategias didácticas que desafíen la curiosidad y la creatividad de los estudiantes fortaleciendo su interés y motivación por el área dando sentido y significado a lo que se aprende.

Desde esta perspectiva, los resultados de este estudio generarán un impacto positivo no solo en los educandos sino también en toda la comunidad educativa ya que permitirá replantear la forma de enseñanza en la educación básica primaria, especialmente en tercer grado, teniendo en cuenta estrategias como la aplicada para fortalecer procesos de suma importancia, como el de la representatividad.

⁴ COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Documento orientador foro educativo nacional 2014: ciudadanos matemáticamente competentes. [en línea]. 2014. p. 54. Disponible en http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mi-crositios/1752/articles-342931_recurso_1.pdf

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL:

Determinar la incidencia del uso del material concreto para potenciar el proceso de representación matemática en la resolución de problemas en estudiantes de tercer grado de primaria.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Identificar las principales falencias y fortalezas en el proceso de representación en la resolución de problemas matemáticos.
- Diseñar y aplicar una secuencia didáctica basada en el uso del material concreto para fortalecer el proceso de representación matemática en la resolución de problemas.
- Evaluar el avance de los estudiantes en la resolución de problemas a través del fortalecimiento del proceso de representación mediante el uso de material concreto.

4. MARCO TEÓRICO

La propuesta de investigación toma como referentes estudios realizados a nivel internacional, nacional y local que aportan ideas para el proyecto, así como temáticas centrales expuestas por varios autores, que orientan el diseño de la estrategia, teniendo en cuenta el fortalecimiento de procesos básicos en la enseñanza de las matemáticas.

4.1 DETERMINACION DE ANTECEDENTES

4.1.1 Antecedentes internacionales. El estudio: Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas, “realizado en España por Cristina Muñoz Mateo⁵, cuyo objetivo fue mostrar la importancia que tiene para la enseñanza de la matemática en primaria el uso de material concreto. Se propone una lista de materiales didácticos para utilizar en la enseñanza de la misma, distinguiendo entre materiales manipulativos, virtuales y juegos didácticos. Así mismo, se menciona como factores que condicionan el uso del material: el centro educativo, los docentes, los estudiantes y sus familias. Finalmente, concluyen que para que el estudiante sea protagonista de su propio aprendizaje, se requiere que el maestro le brinde oportunidades e innove en sus estrategias utilizando el material didáctico como un excelente recurso para dar significado a lo que los estudiantes aprenden. Aporta a esta propuesta las orientaciones acerca del uso de los diversos materiales, la distinción que hace de ellos y la importancia del papel del docente en la planeación estratégica para hacer significativo dicho material.

⁵ MUÑOZ, C. Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas (tesis de grado Educación Primaria). Universidad de la Rioja. Facultad de letras y de la educación. España. 2014.

Resolución de problemas matemáticos, investigación realizada en Chile en el año 2011 por Sebastián Bahamonde y Judith Vicuña⁶, tiene como objetivo incrementar los niveles cognitivos de análisis pensamiento lógico y reflexivo de los estudiantes con el fin de mejorar su habilidad para resolver problemas; es un aporte interesante a esta propuesta ya que realizan un análisis a los pasos propuestos por Polya y hacen una adaptación al nivel de escolaridad con el que trabajaron: niños de 1° y 3°; aunque no es prioridad en el proyecto el uso de material concreto también se muestra como apoyo en las diversas etapas para dar solución al problema. Finalmente concluyen que se puede dar un aprendizaje significativo de la matemática mediante variadas estrategias de acuerdo al problema planteado y considerando pedagógicamente los pasos planteados por Polya.

Materiales manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, este trabajo de grado realizado en España en el año 2014 por Beatriz Prieto⁷⁷ es un recorrido por los autores más importantes que han investigado acerca de la inclusión de los materiales manipulativos en la clase de matemáticas. El principal objetivo de este Trabajo es promover el uso de los materiales manipulativos en el área de matemáticas en las aulas, que mediante recursos y actividades actúen como medio para favorecer los procesos de enseñanza-aprendizaje, mejoren la adquisición de la competencia matemática y la percepción que el alumnado tiene de la asignatura de matemáticas. Aporta a esta propuesta el recorrido que hace por los autores más importantes que han investigado acerca de la inclusión de los materiales manipulativos en el aula de clase y las diversas actividades que plantea con dichos materiales.

⁶ BAHAMONDE, S. y VICUÑA, J. Resolución de problemas matemáticos (tesis de grado). Licenciatura en educación. Universidad de Magallanes. Chile. 2011.

⁷ PRIETO, Beatriz. Materiales manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (tesis de grado). Educación primaria Universidad de Valladolid. 2014.

4.1.2 Antecedentes nacionales. Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. Reflexión a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática. Una Investigación realizada en Medellín por Parra Zapata⁸. Su objetivo es indagar sobre cómo se da el proceso de modelación matemática con estudiantes de quinto grado investigación que tuvo como propósito que los estudiantes trabajaran con problemas de su realidad. La experiencia les permitió reconocer el análisis y estudio de modelos como una estrategia para usarlos y comprenderlos, a su vez, estos elementos empiezan a posicionar a los estudiantes de manera diferente frente a las matemáticas en situaciones cercanas a ellos. El trabajo en el aula a través del estudio de modelos y de la modelación matemática, fundamentado invita a los profesores e investigadores a preocuparse por prácticas de modelación matemática en el aula de clase que pongan de manifiesto otros aspectos de la modelación matemática en la educación primaria. Esta investigación aporta a esta propuesta ya que permite evidenciar que proporcionarles a los estudiantes problemas en contexto resulta interesante y les permite reconocer diversas formas de representación.

Representaciones mentales sobre los problemas matemáticos en niños de 4 grado de primaria. Ríos Valencia y Guarín⁹ realizada en Manizales, tiene como objetivo reconocer las diversas representaciones mentales usadas por los niños ante una situación planteada. Se pudo evidenciar que el desarrollar en la escuela estrategias que permitan crear otras formas de representación, icónicas y enactivas, a través del dibujo y del cuerpo permite hacer representaciones del mundo y los problemas matemáticos además, la diversidad en las representaciones semióticas, nos permiten entender que la matemática se aprende mejor con base en sus representaciones, por otra parte, sugiere el planteamiento de problemas de la cotidianidad para evitar caer en las respuestas

⁸ ZAPATA, Mónica Marcela. Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática: reflexiones a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática (tesis maestría). Medellín. 2015.

⁹ RÍOS VALENCIA, Gloria y GUARÍN, María. Representaciones mentales sobre los problemas matemáticos en niños de 4º grado de básica primaria (tesis maestría en educación y desarrollo humano). Centro de estudios avanzados en niñez y juventud. Manizales. 2006.

automatizadas por parte de los niños. Aporta a esta investigación el recorrido que hace por diferentes autores, teniendo en cuenta el concepto de representación, niveles de representación, los medios de representación y teoría sobre problemas matemáticos.

4.1.3 Antecedentes locales. Fracciones equivalentes y adición de números racionales: su comprensión mediada por el uso del material concreto. Esta investigación fue realizada por Rojas Corredor Eduardo¹⁰ en el año 2004 su objetivo era contribuir en el desarrollo de la comprensión de los alumnos acerca del concepto de fracciones equivalentes y sobre el algoritmo de la adición de números racionales; propone el uso de diversos materiales manipulativos como tabletas de madera, dominó ampliado y dominó de fracciones equivalentes, para resolver problemas matemáticos contextualizados y hace referencia a las diversas formas de representación que emplearon los estudiantes para resolver los retos propuestos, afirma que las diferentes representaciones de los diversos conceptos matemáticos son fundamentales para la comprensión y el razonamiento de los estudiantes. Concluye que el aprendizaje activo, reflexivo y participativo influye positivamente en el aprendizaje de las matemáticas y afirma que el uso de material concreto y el manejo de las diversas formas de representación fue una parte inherente al desarrollo de la comprensión conceptual y procedimental del tema de las fracciones equivalentes y la adición de números racionales.

4.2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.

4.2.1 Enseñanza y aprendizaje de la matemática Las prácticas de aprendizaje y de enseñanza de las matemáticas tienen que ver con la forma en que se piensa la matemática y su utilidad. Se propone cambiar el enfoque de la matemática escolar como una disciplina que solo busca resultados precisos y procedimientos

¹⁰ ROJAS CORREDOR, Eduardo. Fracciones equivalentes y adición de números racionales: su comprensión mediada por el uso del material concreto (Tesis Especialización En Educación Matemática). Universidad Industrial de Santander. 2004.

infalibles, cuyos elementos esenciales de organización son las operaciones aritméticas; los procedimientos algebraicos y de cálculo; las proposiciones y teoremas geométricos hacia una perspectiva en la que sea concebida fundamentalmente como actividad de matematización.

El proceso de matematización, es descrito por Freudenthal como el “hacer más matemáticamente”; a través del cual se va organizando y estructurando la información incluida en una situación-problema, con el propósito de construir regularidades, relaciones y estructuras matemáticas que puedan generar modelos matemáticos de las situaciones problema tratadas¹¹.

El aprendizaje de las matemáticas no es un asunto únicamente cognitivo sino que involucra diversos factores propios del ser humano de orden afectivo y social, se conciben como un conjunto de prácticas y realizaciones conceptuales que están estrechamente ligadas a un contexto cultural e histórico concreto.

El aprendizaje significativo de las matemáticas supone estrategias que superen el aprendizaje pasivo, se propone generar ambientes que desafíen las capacidades intelectuales de los estudiantes y por tanto, les permita interpretar, hacer representaciones, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, teniendo en cuenta la etapa intelectual en la que se encuentren.

Frente al uso de material concreto, es preciso considerar los planteamientos de algunos autores como:

Alsina, Burgués y Fortuny consideran que la palabra “material” agrupa a todos los objetos, aparatos o medios de comunicación mediante los

¹¹ FREUDENTHAL, H. Didactical Phenomenology Of Mathematical Structures, citado por COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Documento orientador foro educativo nacional 2014: ciudadanos matemáticamente competentes. [en línea]. 2014. p. 54. Disponible en http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-342931_recurso_1.pdf

cuales se propicia el descubrimiento, el entendimiento y la consolidación de los principales conceptos de cada una de las fases del aprendizaje, y, por tanto, del conocimiento matemático¹².

Y Godino en el marco general de recursos didácticos en donde se considera que:

Material didáctico es cualquier medio o recurso que se usa en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En esta categoría se incluyen, por tanto, objetos muy diversos: desde manuales escolares -en su versión escrita, grabaciones en video, programas de ordenador, etc.- a los propios dedos de las manos, piedrecitas, calculadoras, etc¹³.

La importancia de integrar tales recursos a la clase de matemáticas radica en que permite crear condiciones apropiadas para la exploración y la experimentación. Estos son aspectos clave ya que la *experimentación* con diferentes materiales permite la organización de un ambiente de aprendizaje mucho más flexible.

De esta manera, es preciso hacer referencia a los obstáculos relativos al proceso de aprendizaje sobre las fracciones, ya que, al introducirlas de manera prematura en un lenguaje simbólico con un conjunto de reglas complejas, tiene como consecuencia que los estudiantes no logren apropiarse de los significados de esta noción.

Desde este punto de vista se considera que es posible superar algunos de estos obstáculos en la medida en que por una vía experimental partiendo de las actividades con material concreto se conecte los pre saberes, el conocimiento informal y los diversos registros de representación, los cuales pueden funcionar como medios de expresión, exploración y cálculo en el trabajo matemático.

¹² ALSINA C.; BURGUÉS. C. y FORTUNY, J. Materiales para construir la geometría, citado por PRIETO, Beatriz. Materiales manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (tesis de grado). Educación primaria Universidad de Valladolid. 2014. p. 17.

¹³ GODINO, J. Uso de material tangible y gráfico-textual en el estudio de las matemáticas: superando algunas posiciones ingenuas. En: A. M. Machado y cols. (Ed.), Actas do ProfMat, 98. pp. 117-124). Associação de Professores de Matemática: Guimaraes, Portugal. 1998.

Por otra parte, en la resolución de problemas se considera que la manipulación, siempre que sea posible, debe incentivar la comunicación, en donde el docente juega un papel importante ya que debe motivar mediante preguntas orientadoras para que los estudiantes expresen lo que están considerando y lo que discuten con sus compañeros, de esta manera se obtienen varios beneficios como provocar la verbalización que influye en la clarificación de las propias ideas y en la construcción de conocimientos y otro de los beneficios es la discusión entre iguales que fomenta la seguridad y confianza aspectos que resultan fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas, el fomento de estas discusiones alrededor del uso del material concreto permiten considerar al error no como un fracaso sino como una oportunidad de acercarse a la solución adecuada.

4.2.1.1 Uso de material concreto en la resolución de problemas. El uso de material concreto es una herramienta que responde a la necesidad que tiene el niño de explorar y manipular los recursos que le ofrece su entorno, de esta manera, como lo plantea Piaget, se enriquece la experiencia sensorial la cual es base del aprendizaje, desarrolla habilidades para clasificar, ordenar, secuenciar lo cual lo llevará a potenciar su capacidad para resolver problemas matemáticos y de su cotidianidad.

Cada conjunto de recursos, puestos intencionalmente a través de una situación de aprendizaje significativo y comprensivo, permite recrear ciertos elementos estructurales de los conceptos y de los procedimientos que se proponen para que los estudiantes los aprendan y ejerciten y, así, esa situación ayuda a profundizar y consolidar los distintos procesos generales y los distintos tipos de pensamiento matemático. “En este sentido, a través de las situaciones, el material concreto o manipulable se hacen mediadores eficaces en la apropiación de conceptos y procedimientos básicos de las matemáticas y en el avance hacia niveles de

competencia cada vez más altos. El material manipulativo puede ser estructurado o no estructurado”¹⁴.

Ausubel plantea que además de la actitud de aprendizaje significativo que debe tener un alumno, este aprendizaje también depende de la presentación del material potencialmente significativo¹⁵. El material de aprendizaje sí puede y debe estar relacionado de manera no arbitraria (plausible, sensible) y sustancial con cualquier estructura cognoscitiva apropiada (que posea significado "lógico"), y que la estructura cognoscitiva del alumno no está vacía, contiene ideas previas de refuerzo relevantes con las que el nuevo material puede guardar relación¹⁶.

Alsina, Burgués y Fortuny¹⁷ plantean que los materiales deben utilizarse con el fin de plantear problemas. Sin embargo, consideran otras posibilidades que igualmente se relacionan entre sí con el propósito de brindar oportunidades para la exploración y el razonamiento.

Desde estos planteamientos se consideran tres ejes importantes para el uso del material concreto:

1. *Los materiales didácticos como instrumento y recurso*: se refiere al material como un medio para la organización y desarrollo del currículo y como mediador de los procesos de enseñanza y aprendizaje lo que contribuye en la construcción del conocimiento.
2. *Los materiales didácticos como medio de expresión y comunicación*: forman parte importante en el proceso de comunicación entre las personas, ya que, hacer uso del lenguaje es necesario para que se produzca el intercambio de

¹⁴ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas [en línea]. 1998. p. 56. [citado el 10 de febrero de 2.017]. Disponible en internet: http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

¹⁵ AUSUBEL, David, et al. Teoría del aprendizaje significativo. En: Fascículos de CEIF, vol. 1. 1983.

¹⁶ Ibid., p. 1.

¹⁷ ALSINA, Op. cit., p. 17.

información. La comunicación es necesaria, pues permite la conceptualización y la producción de conocimientos, los cuales van a estar influidos por la percepción y la experiencia del estudiante.

3. Los materiales didácticos como medio en el análisis crítico de la información:
Mediante el uso de los materiales manipulativos, se fortalece en los estudiantes actitudes y habilidades del proceso de representación que les permitan el adecuado tratamiento de la información.

4.2.1.2 El proceso de representación en la resolución de problemas

Duval explica la Representación Semiótica, de la siguiente manera:

En palabras de Duval “una representación no puede ser comprendida independientemente del sistema que permitió producirla”. Este autor llama *registros* semióticos a aquellos sistemas permiten combinar signos y “efectuar a su interior transformaciones de expresión o de representación” es decir, aquellos que posibilitan la transformación entre representaciones semióticas¹⁸.

El autor propone al término registro como una manera de

(...) designar la perspectiva que consiste en analizar los conocimientos desde la óptica de la adquisición no de los objetos sino de los sistemas productores de representaciones que permiten al sujeto alcanzar tales objetos” y enfatiza en tres actividades cognitivas de representación inherentes a la semiosis que debe posibilitar todo registro semiótico:

- Elegir un registro semiótico, al interior del cual producir signos perceptibles, que puedan ser identificados como representación de “alguna cosa” en un registro semiótico determinado.

¹⁸ DUVAL, R. Los problemas Fundamentales en el Aprendizaje de la Matemáticas y las Formas Superiores del Desarrollo Cognitivo (M. Vega, Trad.). (Original de 1999), Citado por ROJAS, P. Articulación de saberes matemáticos: Representaciones semióticas y sentidos (tesis doctoral). Comité Editorial Interinstitucional-CAIDE. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. 2014.

- Transformar representaciones, al interior de un registro semiótico de representación, para obtener otras representaciones en el mismo registro, haciendo sólo uso de las reglas propias del sistema.
- Convertir las representaciones producidas en un determinado registro semiótico, en representaciones en otro registro semiótico¹⁹.

Desde los planteamientos de Duval, la actividad cognitiva en matemáticas requiere de la articulación de los diversos sistemas semióticos ya que en la medida en que se use más de un registro de representación semiótica hay mayor adquisición conceptual de un objeto matemático²⁰.

En relación con los registros semióticos, diferencia dos tipos específicos de transformaciones entre representaciones semióticas: tratamientos y conversiones. Un tratamiento es una transformación de una representación semiótica en otra representación semiótica, al interior de un mismo registro (por ejemplo, un cálculo numérico, o la aplicación de una propiedad a una expresión algebraica), es decir, se trata de una transformación interna a un registro; mientras que una conversión es una transformación de una representación en un cierto registro, en otra representación en un registro diferente (por ejemplo, la representación en el registro figural, puede transformarse en la representación **2**, en el registro de escritura numérica), es decir, se trata de una transformación externa al registro inicial.

Para Duval, el problema central del aprendizaje en matemáticas está asociado a la transformación de conversión, en la necesidad de reconocer representaciones totalmente diferentes, producidas desde registros diferentes, como representaciones de un mismo objeto; reconociendo que esta coordinación de registros de representación,

¹⁹ DUVAL, Op. cit., p. 39.

²⁰ DUVAL, Op. cit., p. 39.

esencial para la actividad matemática, dista de ser una actividad simple y natural²¹.

Proceso de Representación en Primaria

Los estudiantes de esta etapa necesitan desarrollar y usar una variedad de representaciones, de ideas matemáticas para la resolución de problemas, y justificar o refutar conjeturas.

Deben utilizar representaciones informales, tales como dibujos, para destacar diversas características de los problemas; emplear modelos físicos para representar y comprender ideas y continuar desarrollando el hábito de representar los problemas y las ideas para apoyar y ampliar su razonamiento.

Tales representaciones ayudan a describir, clarificar o ampliar una idea matemática centrándose en sus características esenciales. Los alumnos representan ideas cuando elaboran una tabla de datos sobre patrones del tiempo, cuando describen con palabras o con un dibujo las características importantes de un objeto, o cuando expresan aspectos de un problema mediante una igualdad.

Las representaciones cumplen cabalmente un doble papel: son instrumentos para pensar y para comunicar.

Un modelo puede ser descrito como algo que se manipula para averiguar acerca de otra cosa; las representaciones no tienen que ser siempre objetos físicos, sino que también pueden ser visuales, bocetos, esquemas, diagramas e incluso símbolos. Un modelo de un concepto matemático, se refiere a cualquier objeto, imagen o dibujo que representa el concepto o sobre el que la relación de este concepto puede ser impuesta.

²¹ DUVAL, Op. cit., p. 39.

La representación se relaciona con la resolución de problemas, que exige el uso de procesos tales como el interrogatorio, el análisis, el razonamiento y la evaluación para resolver determinados tipos de tarea. Las tareas de modelado proporcionan una alternativa a la resolución de problemas y pueden ser utilizadas como un catalizador en los estudiantes de primaria para desarrollar una comprensión más profunda de las ideas matemáticas.

El uso adecuado de material concreto en la resolución de problemas y el proceso de representación son una herramienta útil para fortalecer la comprensión, para comunicar y evidenciar el razonamiento; sin embargo, una de las principales dificultades a las que se enfrenta un niño en primaria es el desconocimiento de un método a utilizar en la resolución de problemas, según Polya “tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata²².

4.2.1.3 Estrategias para resolver problemas. Polya plantea una estrategia para resolver cualquier tipo de problemas.

Este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos, por ello es importante señalar la diferencia entre "ejercicio" y "problema". Para resolver un ejercicio, se aplica un procedimiento mecánico que lo lleva a la respuesta. “Para resolver un problema, se hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución: Para un niño pequeño puede ser un problema encontrar cuánto es $3 + 2$. O bien, para niños de los primeros grados de primaria responder a la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? le plantea un

²² POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas. Trillas, México. [Trad. How to solve it publicada por Princeton University Press en 1945]. 1965.

problema, mientras que a uno de nosotros esta pregunta sólo sugiere un ejercicio rutinario: "dividir "²³.

Para resolver cualquier tipo de problema se debe: Comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución.

Para cada una de estas etapas él plantea una serie de preguntas y sugerencias.

1. Comprender el Problema.

Para esta etapa se proponen las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la pregunta?

Es decir, en esta se determina si los datos, las condiciones, son suficientes. Una vez que se comprende el problema se debe

2. Concebir un Plan.

Para Polya²⁴ en esta etapa del plan el problema debe relacionarse con problemas semejantes. También debe relacionarse con resultados útiles, y se debe determinar si se pueden usar problemas similares o sus resultados. Algunas interrogantes útiles en esta etapa son:

- ¿Conoce un problema relacionado?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma?
- Una vez que se concibe el plan naturalmente viene la 3

3. Ejecución del Plan.

Durante esta etapa implementará la estrategia, y se dará un tiempo razonable para la solución del problema. Por último

²³ MACARIO, S. Matemáticas para el siglo XXI. Talca, Chile: Universitat. 2006. p. 21.

²⁴ POLYA, Op. cit., p. 1.

4. Examinar la Solución.

También llamada como la etapa de la visión retrospectiva, en donde se analiza la veracidad con que se resolvió dicho problema

La estrategia de resolución de problemas mediante el uso de material concreto y el proceso de representación no puede ir desligado de las actividades planeadas, es por ello que se requiere de una organización curricular de la institución.

Es así que, se quiere de una planeación rigurosa de cada una de las actividades a desarrollar dispuestas dentro de una secuencia didáctica. que despliega el docente para favorecer los procesos de construcción del conocimiento

4.2.1.4 Secuencias Didácticas. Se entiende por secuencia didáctica una organización estratégica de actividades relacionadas entre sí con una temática seleccionada de acuerdo al grado, tienen como propósito ayudar al docente en la planeación de varias sesiones de clase; se trata entonces de una estrategia que permitirá al docente enriquecer sus conocimientos didácticos y al estudiante a encontrar el sentido y el significado de lo que está aprendiendo.

Las secuencias didácticas en matemática tiene la visión de que el estudiante debe tener experiencias que le permitan dar sentido y significado al mundo en que viven. Si bien es cierto que la experiencia es importante sobre todo para los niños más pequeños todos los estudiantes necesitan desarrollar habilidades intelectuales que se usan en los proceso de producción del saber.

Para Pérez Abril²⁵, la secuencia didáctica es una estructura de acciones e interacciones relacionadas entre sí intencionales que se organizan para alcanzar un aprendizaje. La secuencia de aprendizaje responde fundamentalmente a la

²⁵ PÉREZ, M. Referentes para la didáctica del lenguaje en el primer ciclo. En: educación inicial, 3. 2010.

siguiente serie de principios que se derivan de una estructura didáctica de base: Actividades de apertura, actividades de desarrollo y actividades de cierre.

En la visión didáctica de la secuencia se generan procesos centrados en el aprendizaje, partiendo de situaciones reales y reconociendo los diversos procesos intelectuales de los estudiantes. Cumple las siguientes características: se parte de la intención de recuperar aquellos pres saberes que tienen los estudiantes, se vincula a situaciones problemáticas y de contextos reales que sean significativos y demanda que el estudiante potencie sus competencias procedimentales.

Se propone la siguiente estructura a la hora de planear una SD

1. asignatura
2. Unidad temática
3. Contenido
4. Duración de la secuencia
5. Nombre del docente que elabora la secuencia
6. Finalidad propósitos u objetivos
7. Elección de un problema”²⁶

Los criterios de evaluación son las pautas que se deben tener en cuenta para la valoración de la competencia, se compone de un qué se evalúa y un con qué se compara²⁷.

4.3 MARCO LEGAL

La actividad pedagógica que se planteó en esta investigación está apoyada en los siguientes fundamentos legales.

²⁶ *Ibíd.*, p. 2.

²⁷ TOBON, Sergio. evaluación por competencias [en línea]. [citado el 13 de Mayo de 2017] Disponible en internet: https://docs.google.com/document/d/1mcANbFimgRw3r_JkcebP37LjpUfbeer9W5pf66cFG7c/edit

La constitución política de Colombia de 1991 define:

Artículo 67: “la educación es un derecho fundamental de todas las personas y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura”²⁸.

Ley general de educación Ley 115 de 1994

Artículo 23 “Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen las áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el proyecto educativo institucional”²⁹.

Por lo anterior se establece dentro del artículo 23 la enseñanza de la matemática como área fundamental y obligatoria en los establecimientos educativos, para lo cual el Ministerio de educación emite los documentos correspondientes a los lineamientos curriculares y estándares de competencias donde establece que la enseñanza de la matemática debe apuntar a la formación de ciudadanos matemáticamente competentes, para tal fin plantea el estudio de las matemáticas desde una estructura que contempla una visión integral del quehacer matemático articulando los procesos generales (razonamiento; resolución y planteamiento de problemas; comunicación; modelación; elaboración, comparación y ejecución de procedimientos), los conocimientos (pensamiento numéricos y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistema de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos) y el contexto (situaciones problemáticas; de la misma matemática, de la vida diaria, de las otras ciencias).

²⁸ COLOMBIA. Constitución política de 1991. Plaza y Janes Editores Colombia Sa, 2004.

²⁹ COLOMBIA, Congreso de la República de. Ley 115 de 1994. Ley General de Educación, 1994.

Para lo cual esta investigación hizo énfasis en los procesos de resolución de problemas y de representación, al igual que los conocimientos: pensamientos numéricos y sistemas numéricos en problemas de su contexto.

5. METODOLOGÍA

5.1 ENFOQUE METODOLÓGICO

El proyecto se desarrolló desde un enfoque de tipo cualitativo, porque se pretendió “comprender y profundizar los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto, buscando de esta manera comprender la perspectiva de los participantes acerca de los fenómenos que los rodea y profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados”³⁰ de esta manera la investigación cualitativa permitió determinar la incidencia del uso del material concreto para potenciar el proceso de representación en la resolución de problemas en niños de tercer grado de primaria que se encuentran en la etapa de desarrollo cognitivo señalada por Piaget como la etapa de las operaciones concretas en la cual se le da prioridad al aprendizaje mediante la manipulación de diversos objetos a través de sus sentidos.

5.2 DISEÑO METODOLÓGICO

Se empleó como diseño metodológico y en concordancia con el presente estudio la investigación acción, teniendo en cuenta a Alberich quien la define como: “un método de estudio que busca tener resultados fiables y útiles para mejorar situaciones colectivas, basando la investigación en los participantes de los propios colectivos a investigar”³¹ y a Jhon Elliott que se refiere a ella como:

una reflexión sobre las acciones humanas y las situaciones sociales vividas por el profesorado que tiene como objetivo ampliar la

³⁰ MARTINO, Massiell. Investigación cualitativa según Sampieri, Collado y Lucio [en línea]. 2011. [citado 14 marzo de 2016]. Disponible en Internet: <http://me-todos.blogspot.com.co/2012/02/investigacion-cualitativa-segun.html>

³¹ ALBERICH, Tomas. Investigación-Acción Participativa y mapas sociales [en línea]. Benloch (Castellón) [citado el 18 de Mayo de 2017]. Disponible en: <http://comprenderparticipando.com/wp-content/uploads/2016/04/Tomas-Alberich-Nistal-Investigacion-accion-participativa.pdf>

comprensión (diagnóstico) de los docentes de sus problemas prácticos. Las acciones van encaminadas a modificar la situación una vez que se logre una comprensión más profunda de los problemas³².

Bajo esta perspectiva, la investigadora teniendo en cuenta el modelo propuesto por Elliot inició con la identificación de una situación problema a investigar para luego plantear un plan general, que fue implementado dando un riguroso seguimiento de las acciones, sus efectos y así sucesivamente.

5.2.1 Fases. Basados en el modelo de Elliot que toma como punto de partida a Lewin esta investigación tuvo tres fases: planificación, acción y evaluación de la acción.

5.2.1.1 Planificación. La planificación se realizó en tres etapas.

5.2.1.1.1 *Documentación.* En esta etapa se realizó una búsqueda y análisis de documentos que sustentaron los aspectos a tener en cuenta en la elaboración de la prueba diagnóstica, la prueba final y el diseño de la estrategia que se aplicó.

5.2.1.1.2 *Diseño del diagnóstico.* Se diseñó una prueba tipo diagnóstico con el fin de: Identificar, como estaban los estudiantes frente al proceso de representación y por supuesto en la resolución de problemas y se estableció si los estudiantes tenían o no una estrategia o plan para resolver problemas.

5.2.1.1.3 *Diseño de la estrategia.* A partir de los resultados del diagnóstico y el análisis de los mismos se diseñó la estrategia motivo de estudio, mediante la organización de una secuencia didáctica siguiendo la estructura de: actividades de apertura, desarrollo y cierre que tuvo como eje principal el uso de material concreto el cual fue fundamental en el fortalecimiento de proceso de representación en la solución de problemas matemáticos.

³² ELLIOTT, Jhon. El cambio educativo desde la Investigación Acción [en línea]. Madrid: Morata S.L, 1993. p. 88. Disponible en: <https://books.google.com.co/books?isbn=8471123835>

5.2.1.2 Acción. Los estudiantes desarrollaron una prueba escrita tipo diagnóstico de forma individual en la cual tuvieron que resolver problemas matemáticos.

Mediante la planeación de la secuencia didáctica se desarrolló diversas actividades que requirieron del uso de material concreto para fortalecer el proceso de representación.

Se trabajaron 5 sesiones con una duración entre 3 y 5 horas cada una.

5.2.1.3 Evaluación de la acción. Con la investigación se quiso determinar la incidencia del uso del material concreto en el fortalecimiento del proceso de representación en la solución de problemas matemáticos, por lo tanto, la evaluación fue de tipo formativa teniendo en cuenta el antes, durante y después. Finalizando la intervención, a través de una prueba final con estructura similar a la diagnóstica, se precisaron los posibles avances en cuanto a resolución de problemas.

5.3 DESCRIPCIÓN DEL ESCENARIO DE LOS PARTICIPANTES

La investigación se desarrolló en la Institución Educativa Colegio Integrado Llano Grande de carácter oficial ubicado en el sector rural del municipio San Juan De Girón, el cual acoge una población en jornada de la mañana de 970 estudiantes de los cuales 415 hacen parte de la básica secundaria en su sede principal y 555 estudiantes de primaria se encuentran ubicados según su lugar de vivienda en 6 sedes de básica primaria; también cuenta con 137 estudiantes en jornada nocturna modalidad Cafan, (modalidad para adultos).

5.3.1 Población. Para la realización de la propuesta se tuvo en cuenta una población de 20 estudiantes del grado tercero pertenecientes a la sede D Chocoita.

Es una población rural hijos de padres en algunos casos analfabetas agricultores o empleados de avícolas, cuyo sustento económico es mínimo lo cual influye en su alimentación, salud, vivienda, educación y estilo de vida en cuanto a la recreación y el deporte.

5.3.2 Muestra. Los participantes del estudio serán los 20 estudiantes del grado 3° quienes oscilan en las edades entre 7 a 10 años, junto con la participación de la docente investigadora durante todo el proceso del estudio. Los participantes se destacaron por ser niños alegres, colaboradores, en su mayoría respetuosos de las normas y la sana convivencia demostraron habilidades especiales en cuanto a la parte artística y manifestaron gran agrado por actividades deportivas y al aire libre.

5.4 PROCESO DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Se presentan a continuación las técnicas e instrumentos especificados en cada una de las fases del proceso investigativo.

5.4.1 Técnicas e instrumentos de recolección de información.

Técnica: Observación Participante.

Para McKernan, “la observación participante es la práctica de hacer investigación tomando parte en la vida del grupo social o institución que se está investigando, es decir, el investigador es un miembro normal del grupo y se relaciona con las actividades, los acontecimientos, los comportamientos y la cultura de éste”³³. Durante la investigación se utilizó este tipo de observación, la cual se centró en los comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes durante el período de intervención en el aula.

Instrumento: Diario de Campo

³³ McKERMAN, J. Investigación – acción y curriculum. Madrid: Morata, 1996

Elliot considera que “el diario de campo debe contener narraciones sobre las observaciones, sentimientos, reacciones, interpretaciones, reflexiones, corazonadas, hipótesis y explicaciones personales. Estas narraciones no sólo deben informar sobre los “hechos escuetos” de la situación, sino transmitir la sensación de estar participando en ellos”³⁴. Durante la fase de intervención en el aula, se utilizó este instrumento para registrar todo lo que ocurría en cada una de las secciones programadas. Además se utilizó la videocámara para tener imágenes del trabajo realizado por los estudiantes en el aula.

Instrumento: Protocolo de cuestionario.

Los protocolos de cuestionario se utilizaron en dos ocasiones durante la investigación: en la fase de diagnóstico, con el propósito de identificar las principales falencias que tenían los estudiantes del grado tercero en el proceso de representación al resolver problemas matemáticos y al finalizar la fase de intervención para determinar si las dificultades identificadas en la primera fase, fueron superadas o si aún persistían en los estudiantes.

Técnica: Secuencia Didáctica.

Para Pérez Abril³⁵ la secuencia didáctica es una estructura de acciones e interacciones relacionadas entre sí intencionales que se organizan para alcanzar un aprendizaje. Concreta unos propósitos específicos por el docente y vincula saberes y saber hacer particulares. En la investigación estructurará la intervención.

Instrumento: Protocolo de Secuencia Didáctica.

El protocolo de secuencia didáctica tendrá en cuenta en cada sesión los momentos de inicio desarrollo y cierre las cuales se utilizaron durante la fase de

³⁴ ELLIOTT, Op. cit., p. 1.

³⁵ PÉREZ, M. Referentes para la didáctica del lenguaje en el primer ciclo. En: educación inicial, vol. 3. 2010.

intervención. El diseño de cada una de las actividades que integra la secuencia se estructuró teniendo en cuenta las tres etapas mencionadas.

Técnica: Análisis de documentos.

Elliott³⁶ considera que los documentos pueden facilitar información importante sobre las cuestiones y problemas sometidos a investigar. Algunos de ellos pueden ser: programas y esquemas de trabajo; informes sobre el currículum de grupos y comisiones de trabajo de la escuela; hojas de exámenes y pruebas utilizadas; fichas de trabajo y hojas de tareas, apartados utilizados de los libros de texto y muestras de trabajos escritos por alumnos.

En esta investigación los documentos se utilizaron para obtener información sobre los cuestionarios, la secuencia didáctica, el material concreto, el proceso de representación y la resolución de problemas matemáticos.

Instrumento: La rúbrica.

La rúbrica es una herramienta que permite realizar una evaluación de manera objetiva, Capote y Sosa³⁷ mencionan que es la que permite tener criterios de evaluación, niveles de logro, es la que permite valorar el aprendizaje, los conocimientos, o las competencias logradas por los estudiantes. Los registros con los principales resultados se realizaron a través de rúbricas que mostraron indicadores de los aspectos contenidos en la categorización.

5.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

La información recolectada durante el proceso de la investigación, se analizó a través de una categorización de la información obtenida tanto en la prueba inicial (diagnóstica) como en la prueba final, teniendo en cuenta: las diversas estrategias

³⁶ ELLIOTT, Op. cit., p. 1.

³⁷ CAPOTE, Silvia; SOSA, A. Evaluación. Rubrica y listas de control. Obtenido el, 2006, vol. 21.

que emplean los estudiantes para resolver problemas matemáticos y la influencia que tiene el material concreto en el fortalecimiento del proceso de representación en la resolución de problemas. Otro aspecto a analizar fue la actitud ante los diversos retos al solucionar problemas haciendo uso del proceso de representación y el material concreto.

5.6 CRITERIOS ÉTICOS

Mckerman³⁸ constata que toda investigación debe contar con criterios éticos, para mantener su objetividad, para ello esta propuesta se basa en los siguientes:

- Todos los afectados por un estudio de investigación – acción tienen derecho a ser informados, comunicados y aconsejados, acerca del objeto de investigación.
- La investigación acción debe obtener el permiso de los administrativos, padres de familia y otros implicados. (ver anexo A,B,C)
- El investigador es el responsable de la confidencialidad de los datos.
- Los investigadores están obligados a llevar un registro de la investigación para que cualquier persona que lo solicite tenga constancia de estos.
- El investigador debe informar periódicamente el avance del proceso.

El investigador tiene el derecho de comunicar el proyecto completo.

³⁸ MCKERNAN. James. Investigación – acción y curriculum. Métodos y recursos para profesionales reflexivos. P. 252.

6 PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

A continuación se presenta la secuencia didáctica implementada que llevó por nombre: “Repartiendo el mundo que nos rodea” la cual esta basada en el uso del material concreto para fortalecer las habilidades del proceso de representación en la solución de problemas, usando como pretexto los fraccionarios.

Secuencia Didáctica “Repartiendo el mundo que nos rodea”

Tabla 1 Secuencia Didáctica “Repartiendo el mundo que nos rodea”

Área	Matemática
Pensamiento	Numérico
Proceso	Representación
Lugar de desarrollo	Colegio Integrado Llano Grande Sede D Chocoita
Autora	Sandra Milena Moreno Céspedes
Participantes	20 estudiantes de grado tercero
Año de realización	2016
Número de sesiones previstas	5 sesiones
Propósito	<p>La secuencia está conformada por 5 sesiones, estructuradas en tres momentos: Inicio, desarrollo y cierre; se pretende fortalecer el proceso de representación a través del uso de material concreto en la resolución de problemas.</p> <p>En esta secuencia se espera que los niños y las niñas de tercer grado resuelvan problemas relacionados con el concepto de fracción como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.</p>
Criterios de evaluación y evidencias	<p>La evaluación es un proceso constante para el cual se tendrán en cuenta tres aspectos:</p> <p>Cognitivo: Da cuenta del saber matemático que va construyendo.</p> <p>Procedimental: La realización de las actividades propuestas teniendo en cuenta las habilidades del proceso de representación y la solución de problemas.</p> <p>Actitudinal: La participación activa en el desarrollo de las actividades y su actitud frente a los retos propuestos.</p> <p>Se tomarán como evidencia de los aspectos nombrados: Las fichas y tarjetas de problemas resueltas por los niños. La participación Los productos de cada sesión (cartelera, ganadores de los juegos, torta etc.)</p>

PRIMERA SESIÓN (4 horas)

Objetivo:

El estudiante expresa mediante representaciones la relación entre una parte y su todo en la forma de un conjunto continuo.

Materiales:

1 barra de plastilina de forma rectangular.

Tarjetas con problemas.

Regla

Actividad de inicio:

- Se organizaron equipos de trabajo de tres estudiantes
- Se hizo entrega del material concreto a trabajar en la sesión.
- El primer reto fue resolver el problema que se presenta a continuación.

Para mi cumpleaños tengo una torta de forma rectangular, si estamos tan solo dos personas ¿Cómo voy a compartir mi torta?

En un primer momento se realizó una lectura individual del problema, donde el estudiante se confrontó con su saber anterior y trató de dar solución al problema, dado un tiempo se realizó una socialización de las soluciones encontradas, la intención era llegar al concepto de reparto equitativo. Se formularon las siguientes preguntas:

- ¿cómo voy a repartir mi torta si ahora somos 3 personas?
- ¿cómo voy a repartir mi torta si ahora somos 4 personas?

Este momento de exploración permitió a los estudiantes pensar en las diversas fracciones en las que se puede dividir un todo.

Actividades de desarrollo:

Dada la socialización de la actividad anterior se propuso el siguiente problema en el que ya se da un fraccionario que debían interpretar para poder darle solución, se esperaba que los estudiantes, usaran el material concreto para representar la fracción indicada y llegar a una solución.

José se comió $\frac{1}{2}$ de una pizza y María se comió $\frac{1}{2}$ de otra pizza. José dijo que había comido más pizza que María y ella dijo que los dos habían comido la misma cantidad.

- Cada grupo debía plasmar sus argumentos en una ficha de cartulina que sería pegada en el tablero para la socialización.

Momento de Cierre:

En este momento se planteó un juego que se desarrolló en los grupos que ya estaban conformados; Se trataba de un juego en el que debían hacer un tratamiento de conversión entre la representación gráfica y la representación numérica de medios tercios y cuartos. (Anexo F)

SEGUNDA SESION

(4 horas)

Objetivo:

El estudiante expresa mediante representaciones la relación entre una parte y su todo en la forma de un conjunto discreto.

Materiales:

- Pimpones
- Bolsas
- Tarjetas de instrucciones.

Actividades de inicio:

Para iniciar se conformaron los grupos ya establecidos y se les hizo entrega de 24 pimpones de colores a cada grupo.

La primera actividad a desarrollar fue hacer el conteo de los pimpones y registrarlo en la ficha de trabajo, luego se les indicó hallar la mitad de dicho conjunto de pimpones, luego la tercera parte y la cuarta parte; recordando el trabajo de la sesión anterior. (Anexo G)

Actividades de desarrollo:

Luego de la actividad inicial se pidió a los estudiantes que clasificaron por colores los pimpones y se plantearon las siguientes preguntas:

¿Cuántos subconjuntos resultaron?

¿Los subconjuntos que resultaron por colores tienen la misma cantidad de pimpones?

¿Qué fracción del conjunto es cada color?

Posterior a esto se realizó una socialización confrontando varias respuestas y soluciones dadas.

Actividad de cierre:

Después del trabajo con el material se propuso el siguiente problema para resolver, pero ya sin el uso del material concreto sino con un material gráfico – textual.

- Don Pablo plantó diferentes semillas en su jardín. Después de varias semanas, obtuvo 36 plantas. La mitad son zanahorias, un tercio son margaritas y el resto son tomates. ¿Cuántas plantas de tomates tiene en su Jardín?

○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○

Escribe cómo llegaste a la respuesta.

Dado un tiempo para la solución del problema se realizó la socialización y hubo un momento de explicitación donde se formalizó en un lenguaje matemático de acuerdo a lo trabajado, la fracción y sus partes.

TERCERA SESIÓN

(4 Horas)

Objetivo:

El estudiante identifica cuando dos o más fracciones son equivalentes haciendo uso de diferentes representaciones.

Materiales:

Figuras del “Maletín Rinoointeligente” (Círculos de diferentes tamaños, divididos en diferentes fracciones)

2 Cuadrados en cartulina del mismo tamaño

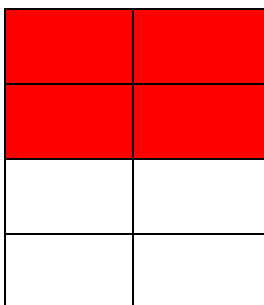
Fichas de cartulina que recubran el área del cuadrado

Actividad de Inicio:

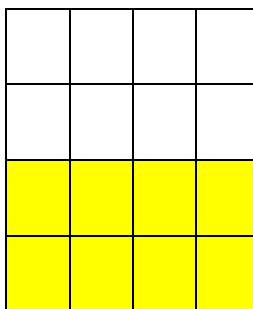
Se entregó a los estudiantes el siguiente problema:

Mariana sembró en su jardín rosas y margaritas. El terreno que usó para cada siembra se muestra en la imagen. Daniel afirma que Mariana usó más terreno para sembrar rosas que para sembrar Margaritas. ¿Es cierta la afirmación de Daniel?

Rosas



Margaritas



Junto con el problema se entregó a los estudiantes los cuadrados en cartulina con sus respectivas fracciones que recubren el área de cada figura, con el fin de que lo usaran para dar solución al problema.

El problema se abordó inicialmente de manera individual, luego compartieron sus reflexiones en los grupos y dado un tiempo se realizó la socialización de las respuestas comunes ya discutidas en cada equipo dando participación al estudiante que deseara exponer sus argumentos. Se realizaron preguntas como:

¿Cuál es el área total de cada terreno? (Teniendo en cuenta que el patrón de medida fueron las fichas que recubren la figura)

¿Son iguales los terrenos?

¿Cuál es el área del terreno sembrado con rosas?

¿Cuál es el área del terreno sembrado con Margaritas?

Luego de socializar la solución al problema se entregará un sobre con 6 círculos 4 con la misma área y dos de diferente área divididos en medios, tercios, octavos, dando espacio para una exploración del material.

Actividades de desarrollo:

Primero se conformaron los grupos ya establecidos, luego de entregado el material la primera acción fue armar cada uno de esos círculos y realizar actividades como:

- De acuerdo al número en que está dividida la unidad nombrar las fracciones que encontraron (medios, tercios, cuartos etc.)
- ¿Cuántas fichas color naranja necesito para recubrir el círculo verde?
- ¿Con cuántos octavos se puede cubrir exactamente a $\frac{1}{2}$?
- Busca un fraccionario que cubra exactamente al dado, pero usando un número menor de partes. ¿con cuántos fraccionarios se puede cubrir exactamente a $\frac{6}{9}$?

- Cubre exactamente el fraccionario dado con porciones del tipo que se indica. Representa la fracción que resulta.
 - a. $\frac{4}{6}$ con tercios.
 - b. $\frac{1}{3}$ con sextos
 - c. $\frac{1}{4}$ con octavos
- ¿Qué podríamos decir de las fracciones encontradas?
- ¿Qué sucede cuando la fracción que resulta tiene más fracciones que la fracción inicial?
- ¿Qué sucede cuando la fracción que resulta tiene menos fracciones que la inicial?

Luego de estos cuestionamientos habrá un momento de explicitación donde se dará el nombre y se construirá el concepto de fracciones equivalentes.

Actividades de cierre:

Para terminar esta sesión se realizó el juego de dominó de fracciones donde los niños pusieron a prueba sus conocimientos sobre fracciones equivalentes y la habilidad de conversión. (Anexo H)

Luego de finalizado el juego se realizó una premiación a los ganadores de cada equipo y se realizó un momento de socialización donde los ganadores contaron su estrategia y conocimientos aplicados en el juego.

CUARTA SESIÓN

(5 horas)

Objetivo:

El estudiante desarrolla estrategias para establecer un orden a un grupo de fracciones con igual denominador y fracciones con numerador 1 y diferente denominador.

Materiales:

Recortes con imágenes

Pliego de cartulina

Colbón

Un metro

Tortas de foamy dividido en varias fracciones

Actividad inicial:

La actividad inicial consiste en cumplir con el siguiente reto:

Para decorar nuestro salón el representante sugiere que los estudiantes sean quienes realicen las carteleras con imágenes de sus temas favoritos así:

$\frac{5}{10}$ de la cartelera serían para imágenes de animales.

$\frac{3}{10}$ de la cartelera serían para imágenes de paisajes.

$\frac{2}{10}$ de la cartelera serían imágenes de deportes.

La cartelera que cumpla con estas condiciones será la elegida para pegar en el salón.

A cada grupo se le entregó los materiales necesarios que debían usar para darle solución al problema; luego de un tiempo razonable se dio el espacio para que cada grupo socializara su trabajo y en esa medida se evaluara si las condiciones dadas se cumplieron.

Actividades de Desarrollo:

- Se entregó el material a cada grupo de estudiantes, y como ya lo conocen se planteó inmediatamente el siguiente reto:

La mamá de Luisa la mandó a la tienda a comprarle la mayor porción disponible de queso. Había tres tipos de porciones $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{6}$. Luisa compra $\frac{1}{9}$ de queso.

¿Cumplió correctamente con las instrucciones de la mamá?

Explica tu respuesta.

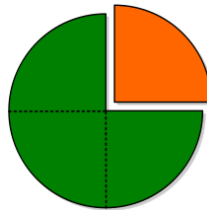
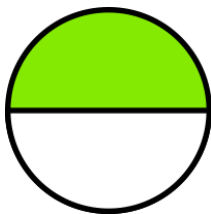
Como ya habían explorado el material se esperaba que buscaran dentro del mismo las tres fracciones y que luego de compararlas llegaran a la solución, o que hicieran otro tipo de representación gráfica o numérica. (Anexo I)

Socialización.

Se les pidió que armen los círculos y nombren nuevamente las fracciones en las que estaban divididos. (Medios, tercios octavos).

Se orientó a los estudiantes para que tomaran varias fracciones las compararan y ordenaran.

¿Cuál es mayor $>$ o menor $<$ entre estas dos fracciones?



Se realizó la socialización y los estudiantes expusieron sus argumentos; señalaron cuáles fracciones eran mayores que otras y se les daba el nombre correspondiente.

Seguidamente se les pedía que realizaran las siguientes comparaciones, escribiendo los signos $>$, $<$ o $=$ según corresponda.

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{9} \quad \frac{1}{3}$$

¿Qué podemos observar en estas fracciones, cómo son sus denominadores?

¿Qué ocurre cuando al comparar dos fracciones el numerador es uno y los denominadores diferentes?

¿Qué tuviste en cuenta para comparar las fracciones y determinar cuál era mayor o menor?

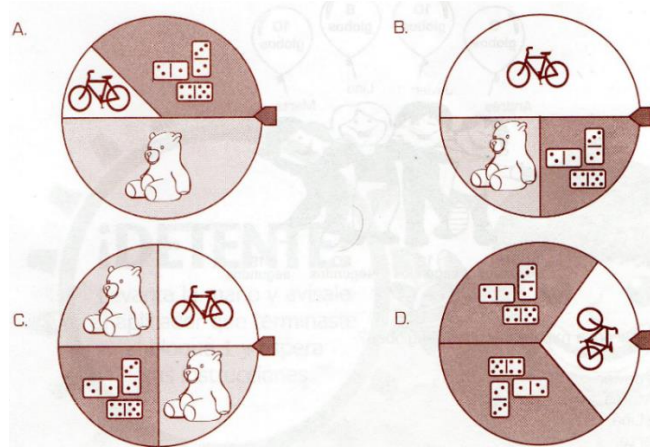
Luego de un momento de discusión en cada grupo se dio la socialización de sus respuestas.

Actividad de cierre:

Para cerrar deben dar solución al siguiente problema:

Santiago puede seleccionar una ruleta de estas y girarla. ¿Qué ruletas le da más posibilidad de ganar la bicicleta?

Imagen 1: problema para comparar fracciones



Fuente: pruebas saber 2015

Dado un tiempo se realizará la socialización.

QUINTA SESIÓN

(6 horas)

Objetivo:

El estudiante reconoce y aplica su conocimiento sobre fracciones en la solución de problemas en contextos cercanos.

Materiales:

Un reloj de pared

Un queso

Gaseosa de 1 litro

Utensilios de cocina

Receta

Ingredientes

Cartel

Actividad de inicio.

Se dio inicio a esta última sesión cuestionando a los niños acerca de lo que ellos entienden por las siguientes expresiones:

Falta un Cuarto de hora para que inicie la película.

Comí medio queso.

Compré una gaseosa litro y cuarto.

Se entregó una ficha donde se esperaba que realizaran diferentes representaciones sobre estas expresiones cotidianas.

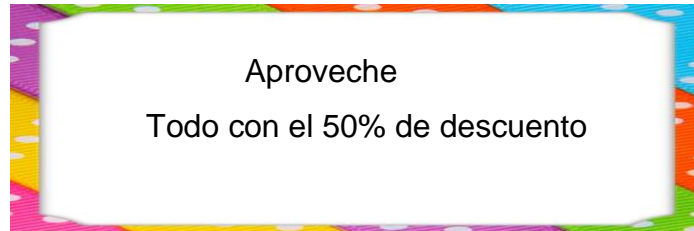
Luego se entregó a cada grupo un queso, un reloj de pared y un litro de gaseosa, para que usando el material pudieran representar las expresiones en lo concreto.

Se realizó la socialización respectiva, llevándolos a pensar en que otros momentos de la vida usamos las fracciones como por ejemplo en las ofertas.

Actividad de desarrollo:

Se iniciará a modo de cuento

Con motivo de la navidad ahora en octubre muchos almacenes ofrecen ofertas que podemos aprovechar ya que para diciembre todo sube de precio. Por ejemplo Duván vio el siguiente cartel en la fábrica de ropa de su mamá.



¿Sería correcto afirmar que $\frac{1}{2}$ es el 50%? ¿Por qué?

La intención de la actividad era que el estudiante identificara la equivalencia que hay entre un medio y el 50%.

Se realizó la respectiva socialización, y se pudo evidenciar claridad entre la relación de un medio con el 50%, por lo tanto, se propuso la siguiente actividad:

La madre de Duvan necesita elaborar unos carteles en donde se diga el valor de las prendas que están en promoción; elige junto con tu grupo una prenda y realiza el cartel de forma creativa y con la información precisa.

En ese momento los estudiantes tomaron el material, escogieron una prenda e hicieron los carteles, esto llevó a cabo una discusión en cada grupo para hallar los valores de cada prenda con el Antes y ahora con el 50%.

Actividad de cierre:

Para el momento de cierre siguiendo con el tema navideño se realizó una torta de vainilla donde los niños pondrían a prueba no solo su creatividad como cocineros sino también sus conocimientos y habilidades con las fracciones.

Para esta actividad se contó con el apoyo de un experto en panadería y algunas madres de familia.

Torta de Navideña de Vainilla

$\frac{1}{2}$ Libra de Mantequilla (solo estará en cuartos)

$\frac{1}{4}$ De libra de azúcar (presentación de 1K)

4 Huevos

2 Cucharaditas de vainilla

$\frac{3}{4}$ De libra de harina. (Presentación 1 Libra)

La preparación la orientó el experto en cuanto a cómo incorporaba los ingredientes y cómo debían mezclar, así como el tiempo de cocción, los estudiantes debían tomar los ingredientes y hacer los respectivos cálculos.

Para finalizar se espera poder compartir la torta con los otros compañeros de la sede.

A pesar de que fue una actividad bastante lúdica para los niños se esperaba que afianzaran los conocimientos sobre fracciones y resolvieran el gran problema que era preparar la torta con porciones exactas de los ingredientes.

7. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Este capítulo presenta el análisis y categorización de las respuestas dadas por los estudiantes en los problemas planteados tanto en la prueba diagnóstica, en la propuesta de intervención y prueba final. Esta categorización se realizó teniendo en cuenta la fundamentación teórica de Duval³⁹ quien plantea las habilidades de tratamiento y conversión como actividades cognitivas fundamentales en el proceso de representación, desde los planteamientos de dicho autor la habilidad de conversión consiste en pasar representaciones producidas en un determinado registro semiótico, en representaciones en otro registro semiótico y la habilidad de tratamiento consiste en hacer transformaciones de las representaciones al interior de un mismo registro.

7.1 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

El análisis de las soluciones dadas por los estudiantes de tercer grado en la prueba diagnóstica permitió evidenciar algunas fortalezas y dificultades que presentaron los estudiantes en las habilidades de tratamiento y conversión al resolver dos problemas matemáticos por cada habilidad relacionados con pre saberes sobre fracciones y sus formas de representación.

La prueba diagnóstica fue aplicada a 20 estudiantes del grado tercero y fue presentada de forma individual; tuvo una duración de hora y media, durante la prueba los estudiantes se mostraban preocupados y confundidos ya que no estaban acostumbrados a este tipo de pruebas y aunque no era objeto de esta investigación, el proceso lector denotó una gran dificultad para algunos de los estudiantes.

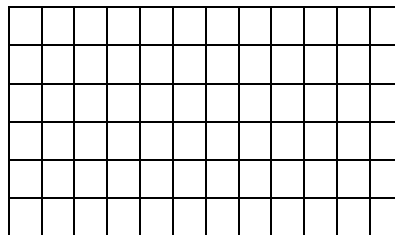
³⁹ DUVAL, Op. cit., p. 40.

A continuación, se presenta el análisis de los resultados de cada uno de los problemas planteados en la prueba diagnóstica.

7.1.1 Análisis del problema 1. Este problema tiene dos momentos, en un primer momento se les planteó a los estudiantes que graficaran de dos formas distintas la mitad de la pared poniendo a prueba su habilidad de conversión al pasar de un lenguaje natural a un lenguaje gráfico y luego ponían a prueba su capacidad para hacer una transformación de tratamiento al proponer en un lenguaje gráfico las dos opciones para pintar la mitad del muro. En la segunda parte los estudiantes debían usar argumentos que justificaran otra representación gráfica que correspondía a la mitad del muro.

Problema 1. Mariana quiere pintar de verde la mitad de una pared de su cuarto, su madre quiere que Mariana proponga varias maneras de pintar este muro. Ayuda a Mariana a proponer dos maneras de pintar la mitad del muro de su cuarto.

Este es el muro:



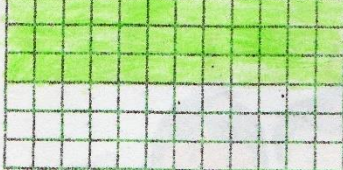
Con respecto a esta primera pregunta 6(30%) de los estudiantes respondieron dando la solución esperada, ya que realizaron dos registros gráficos diferentes que correspondían a la mitad del muro lo cual evidenció una fortaleza importante con respecto a la habilidad de tratamiento y a la habilidad de conversión en cuanto a que pudieron pasar de un lenguaje natural a uno gráfico la mitad del muro dando solución al problema.

Imagen 2. Ejemplo de respuesta estudiante 1

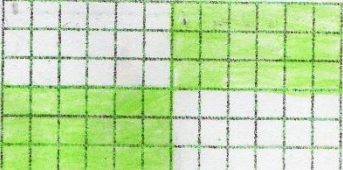
1. Mariana quiere pintar de verde la mitad de una pared de su cuarto, su madre quiere que Mariana proponga varias maneras de pintar este muro. Ayuda a Mariana a proponer dos maneras de pintar la mitad del muro de su cuarto.

Este es el muro:

1



2



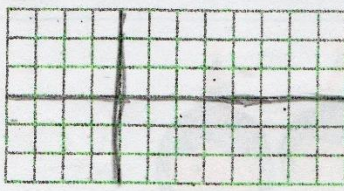
Sin embargo, 14(70%) de los estudiantes evidenciaron dificultad para hallar la mitad del muro; sus representaciones gráficas no correspondían a la mitad del mismo y en algunos casos no propusieron ninguna gráfica. Una marcada dificultad fue que no tenían números con los cuales hacer operaciones es decir prima en ellos la ejercitación.

Imagen 3. Ejemplo de respuesta de Estudiante 3

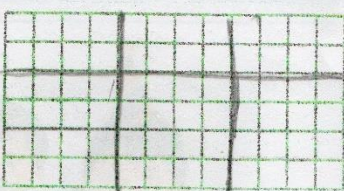
1. Mariana quiere pintar de verde la mitad de una pared de su cuarto, su madre quiere que Mariana proponga varias maneras de pintar este muro. Ayuda a Mariana a proponer dos maneras de pintar la mitad del muro de su cuarto.

Este es el muro:

1

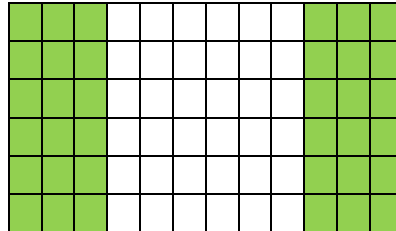


2



En cuanto a la segunda pregunta que hizo parte de este primer problema:

a. La madre de Mariana le hace la siguiente propuesta:

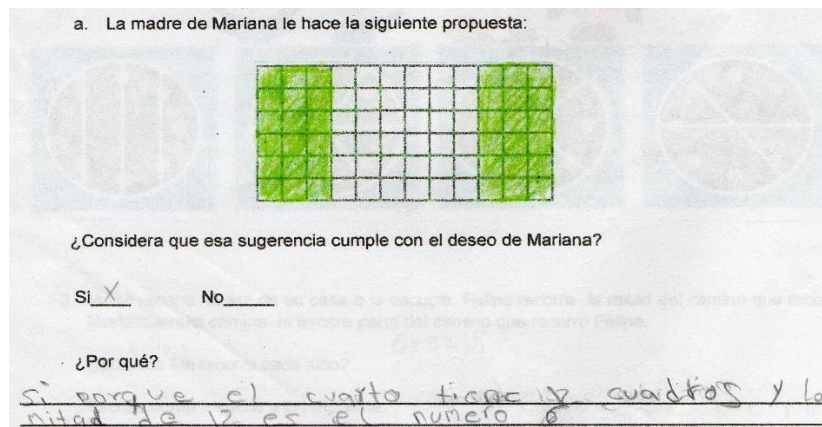


¿Considera que esa sugerencia cumple con el deseo de Mariana?

Sí ___ No ___ ¿por qué?

En esta pregunta 4(20%) de los estudiantes dan argumentos válidos que justifican que esa sugerencia es acertada, es decir, reconocen una de las representaciones gráficas que se pueden realizar de la mitad del muro, a pesar de que a primera vista no sea evidente.

Imagen 4. Ejemplo de Respuesta de Estudiante 9




En cambio 16 (80%) de los estudiantes no identificaron esa representación gráfica como la mitad de un muro es decir no había claridad al pasar de un registro de

representación a otro. Otras falencias presentadas por los estudiantes fueron la escasa argumentación para dar su justificación, poca claridad y coherencia al escribir.

Imagen 5. Ejemplo de Respuesta de estudiante 12

a. La madre de Mariana le hace la siguiente propuesta:



¿Considera que esa sugerencia cumple con el deseo de Mariana?

Si No

¿Por qué?


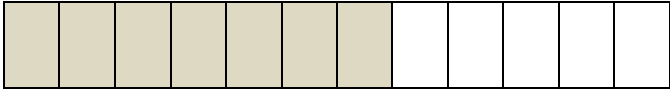
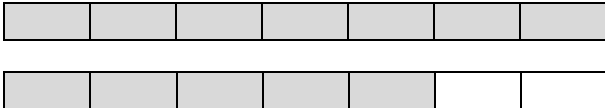
porque no cesa cumpliendo el deseo de Mariana

7.1.2 Análisis del Problema 2. En este problema se hizo mayor énfasis a la habilidad de conversión, en él los estudiantes debían justificar si los registros de representación numérico y gráfico correspondían a la situación planteada y justificar su elección.

Problema 2 Camilo tiene una deliciosa chocolatina dividida en 12 pedazos iguales de los cuales toma 7 pedazos para dárselos a Felipe.

Tabla 2 : habilidad de conversión

Fuente: elaboración propia

Representaciones	Explicación
	
$\frac{7}{12}$	
	
	

En la solución de este problema 4 (20%) de los estudiantes sobresalieron pues realizaron una interpretación acertada de los registros de representación gráfica y aritmética que correspondían a la situación planteada, es decir, hicieron uso de la habilidad de conversión para dar argumentos válidos de las diferentes representaciones. Estudiante -19” esta es porque le quito 7 de 12, que esta le quito 7 y le quedan 5”.

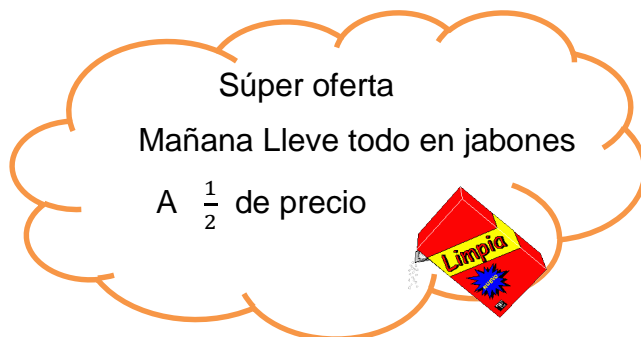
Sin embargo, se encontró que 2 (10%) de los estudiantes dejaron en blanco este punto evidenciando poco interés en resolver la situación alegando no entender que debían hacer para solucionarla, lo que evidencia marcadas dificultades en el proceso lector.

Los 14 (70%) estudiantes restantes resolvieron la situación relacionándola con una resta, y con otras situaciones similares de reparto que ya habían experimentado, sin embargo, a pesar de tener los pre saberes no expresaron con claridad cuál

representación correspondía a la situación planteada, hicieron algunos cálculos numéricos, pero no relacionaron la situación con las representaciones presentadas en la tabla. Estudiante-6 “Mariana tiene 12 cuadritos de chocolatina a sus amigos les regalo 5 cuadritos a Mariana le quedo apenas 7 pedazos y de pintura solo le faltaron 2”.

7.1.3 Análisis del Problema 3. Este problema hace referencia a la habilidad de tratamiento dentro de un registro numérico, el objetivo es observar si los estudiantes reconocen diferentes representaciones de una situación matemática dentro de un mismo registro de representación es decir explorar la habilidad de tratamiento.

Elsa es dueña del supermercado del barrio y le pide a su hijo Yulián que le ayude realizando un cartel, donde diga que el precio del jabón estará en oferta mañana con el 50% de descuento del precio normal. Julián hace el siguiente cartel.



En la solución de este problema 2 (10%) de los estudiantes dieron argumentos que justifican el tratamiento que hay entre el 50% y $\frac{1}{2}$ evidenciando las nociones que tienen sobre las fracciones y su relación con el porcentaje. Estudiante-4”yo creo que quien tiene la razón es Yulian porque de $\frac{1}{2}$ significa lleve un Jabón a mitad de precio”

Otro grupo de estudiantes 7 (35%) demostraron con sus argumentos reconocer que el 50% es la mitad del precio y que $\frac{1}{2}$ también corresponde a la mitad pero no

establecen la relación entre los dos argumentando que no obedecen a la misma cantidad y por ello dan por incorrecta la propuesta del cartel, es una clara evidencia de que a pesar de tener las nociones correspondientes a fracciones y porcentaje no relacionan estas cantidades; es decir, falta potenciar la habilidad de tratamiento como en esta situación. Estudiante-14” Está incorrecta porque la mamá le dijo 50% el descuento no es poniera $\frac{1}{2}$ porque eso es mitad.”.

Por otra parte 9 (45%) de los estudiantes dejaron ver en sus argumentos que no reconocen ningún tipo de relación ni tratamiento entre los valores dados y además evidencian falencias en sus pre saberes al no conocer la representación de la mitad y su valor de acuerdo a la situación. Estudiante 12 ”no sé porque no sé qué es el 50%.”

7.1.4 Análisis del Problema 4. En este problema también se tuvo en cuenta la habilidad de tratamiento en un registro numérico lo cual pretendía que los estudiantes reconocieran en una expresión cotidiana dos formas de tratamiento distintas a una misma expresión matemática.

María hace un recorrido todos los días de un cuarto de hora de su casa a la escuela y Walter camina de la escuela a su casa 30 minutos todos los días. María asegura que ella gasta igual cantidad de tiempo que Walter. ¿Es correcta la afirmación de María? Expresa tus argumentos.

Para este problema 2 (10%) de los estudiantes argumentaron que la afirmación de María era falsa, sin embargo sus argumentos no permiten evidenciar las razones por las cuales aseguraron esto, por ejemplo Estudiante-2”No porque María dice que un cuarto y Walter 30 minutos y es más 30 minutos que un cuarto; Estudiante-1” no porque Walter camina 30 minutos y María un cuarto de hora, María camino menos tiempo que Walter”, no hay claridad en la relación que están realizando

entre un cuarto y 30 minutos y no realizaron alguna representación que pudiera dar explicación, faltan argumentos.

Otro grupo de estudiantes 5(25%), relacionan a 30 minutos con un tercio, Estudiante-9 “No porque Walter se demora 30 minutos parecidos a un tercio y María se demora un cuarto” como se muestra en la respuesta de este estudiante hizo una relación numérica teniendo en cuenta el parecido de tercios con el número 3 pero no realizó ningún tipo de tratamiento donde pudiera establecer si esta relación era acertada o no, prima en ellos la dependencia de un algoritmo para poder resolver algún problema.

En este caso 4(20%) de los estudiantes expresa en sus argumentos que un cuarto de hora es lo mismo que media hora, además no realizan representaciones de ningún tipo para comprender o dar solución al problema, así lo demostró el Estudiante-14 “Gastan la misma cantidad porque los dos tienen la misma cantidad, porque María tiene un cuarto de hora y eso es 30 minutos y Walter tiene el mismo tiempo”. El estudiante no estableció la relación en minutos que existe entre un cuarto de hora y media hora, no realizó ninguna representación que lo llevara a encontrar dicha relación.

Algunos estudiantes 5 (25%), manifestaron que María no está en lo correcto, pero sus argumentos carecen de justificación ya que no mostraban qué razonamientos realizaron para llegar a dicha solución, contestando de esta manera Estudiante-8” No es correcto lo que dice María y Walter está correcto”, esta justificación permitió evidenciar el que los estudiantes carecen de argumentos matemáticos y sus representaciones para comunicar las razones de la solución al problema.

Finalmente 2(10%) estudiantes decidieron escribir, Estudiante-5“no se” lo cual permite apreciar una marcada dificultad para comprender tanto el problema como para relacionar expresiones matemáticas en un contexto determinado.

Se diseñó la siguiente rejilla, que contiene una descripción de los procesos realizados para cada nivel, con el fin de valorar cómo se encontraban los estudiantes con relación a las habilidades del proceso de representación seleccionadas para esta investigación.

Tabla 3. Rejilla de valoración para las habilidades de tratamiento y conversión

	Nivel alto	Nivel Medio	Nivel bajo
Habilidad Tratamiento	Transforma representaciones, al interior de un registro semiótico de representación (lenguaje natural, aritmético y gráfico) para obtener otras representaciones en el mismo registro.	Identifica algunas transformaciones de tratamiento al interior de un registro semiótico de representación	Reconoce algunos elementos del registro de tratamiento con poca relación entre sí.
Habilidad Conversión	Aplica de forma apropiada los procesos para Convertir las representaciones producidas en un determinado registro semiótico, en representaciones en otro registro semiótico. Registro de lenguaje natural, registro aritmético y registro gráfico.	Identifica algunas conversiones entre los diferentes registros de representación.	No reconoce representaciones diferentes producidas desde registros diferentes de un mismo objeto matemático.

7.2 ANÁLISIS DE LA HABILIDAD DE TRATAMIENTO

Tabla 4. Análisis de La habilidad de tratamiento

Habilidad	Preguntas que corresponden a la Habilidad	Número de respuestas correctas	Ejemplos de algunas respuestas de los estudiantes
Tratamiento	<p>PREGUNTA PROBLEMA 2</p> <p><i>Elsa le dice a su hijo Yulián que la información que puso en el cartel es incorrecta. ¿Quién crees que tiene la razón? Explica tu respuesta</i></p>	2(10%)	<p><i>Estudiante-4"yo creo que quien tiene la razón es Yulian porque de $\frac{1}{2}$ significa lleve un Jabón a mitad de precio"</i></p> <p><i>Estudiante-18"A Yulián le quedo el cartel bien porque escribió $\frac{1}{2}$ bien ese es el descuento del jabón."</i></p>
	<p>PREGUNTA PROBLEMA 3</p> <p><i>¿Es correcta la afirmación de María? Expresa tus argumentos</i></p>	2 (10%)	<p><i>Estudiante-1" No porque Walter camino 30 minutos y María un cuarto de hora. María camino menos tiempo que Walter"</i></p> <p><i>Estudiante-2" No porque maría dice que un cuarto y Walter 30 minutos, es más 30 minutos que un cuarto"</i></p>

De acuerdo a los resultados registrados en el cuadro, para la habilidad de tratamiento solo 4 estudiantes lograron obtener una respuesta acertada a uno de los dos problemas propuestos para esta habilidad, sin embargo, es importante resaltar que, aunque saben la respuesta carecen de argumentos o registros de representación que permitan justificar su solución.

Tabla 5. Categorización de las respuestas de los estudiantes para la habilidad de tratamiento.

Preguntas que corresponden a la Habilidad de tratamiento	Nivel	Explicaciones de los estudiantes
<p><i>1. Elsa le dice a su hijo Yulián que la información que puso en el cartel es incorrecta. ¿Quién crees que tiene la razón? Explica tu respuesta</i></p> <p><i>2. ¿Es correcta la afirmación de María? Expresa tus argumentos</i></p>	Bajo	Estudiante-3"El más que tiene la razón es Elsa por el precio del Jabón." / 2 "El número que corresponde del que más camina es un cuarto debe que ser media hora."
		Estudiante-5"no se" / 2 " no se "
		Estudiante-6"La mamá de Yulian tiene la razón porque esa no es la promoción." / 2 " no porque María da un cuarto y Walter 30 minutos."
		Estudiante-7"Elsa porque a ella le quedo bien y a Yulian le quedo mal porque la información que puso era incorrecta." / 2 "Si porque ella se hace que gaste la misma cantidad de tiempo".
		Estudiante-8"Elsa tiene la razón porque hizo todo bien La solución de Elsa es correcta y la de Yulián es incorrecta" / 2 "No es correcto lo que dice María y Walter esta en lo correcto".
		Estudiante-9"María tiene la razón porque 50% de descuento no es que le quita la mitad de un precio. / 2 " No porque Walter se demora 30 minutos parecidos a un tercio y María se demora un cuarto."
		Estudiante-10"La razón la tiene Elsa porque el 50% lo traen y es la misma cantidad y dos bolsas son la oferta" / 2 "María Hace 10 minutos más que Walter si porque es un cuarto y el de Walter es un tercio".
		Estudiante-11"No tiene la razón Yulian porque él no escribió como era el cartel." / 2 " No gasta los mismos minutos".
		Estudiante-12"no se porque no se que es el cincuenta por ciento" / 2 " no porque María hace un cuarto de hora y Walter 30 minutos".
		Estudiante-13" la mamá de Yulián tiene la respuesta correcta porque así no le dijo ella a Yulian que hiciera el letrero. / 2 "maría no tiene la respuesta correcta porque ella tiene el 4 y Walter 30".
		Estudiante-14"Esta incorrecta porque la mamá le dijo 50% del descuento no es poniera $\frac{1}{2}$ porque eso es mitad." / 2 " Si gastan la misma cantidad porque los dos tienen la misma cantidad porque María tiene un cuarto de hora y eso es 30 minutos y Walter tiene el mismo tiempo.
		Estudiante-15"Elsa tiene la razón porque le dice a Yulián que el 50% por ciento y Yulián coloca el precio 1 en 2. " / 2 " que duran la misma hora de los dos".
		Estudiante-16"Si porque 2 jabones de 1 es en la mitad" / 2 "Si porque un cuarto es media hora por eso se gastan lo mismo".
Estudiante-17" No está incorrecto porque Yulián		

		explicó en la cartelera.” / 2 No porque Walter vive más lejos de la escuela”
	Medio	Estudiante-1”Elsa porque Elsa le dijo a su hijo que hiciera un cartel que la oferta de jabón del 50% y Yulián hizo un cartel de $\frac{1}{2}$ de precio. / 2. “No porque Walter caminó 30 minutos y María un cuarto de hora María caminó: menos tiempo que Walter.”
		Estudiante-2” tiene la razón la mamá porque dice que 50% y Yulián escribió la mitad.” /2.”No porque María dice que un cuarto y Walter 30 minutos y es más 30 minutos que un cuarto”
		Estudiante-4”Yo creo que quien tiene la razón es Yulián porque de $\frac{1}{2}$ significa lleve un jabón a mitad de precio.” / 2. “Yo creo que quien tiene la razón es María porque un cuarto es media hora y son 30 minutos.”
		Estudiante-18”A Yulián le quedo el cartel bien porque escribió $\frac{1}{2}$ bien porque es el descuento del jabón.” / 2. “María tiene la razón porque ella se demora más tiempo”.
	Alto	Ningún estudiante alcanzó este nivel

En el nivel bajo se ubicó a los estudiantes que no reconocieron ningún elemento que podría representar una transformación de tratamiento dentro de un mismo registro; así como a los lo que no realizaron ningún tipo de acción sobre el problema respondiendo no saber o dejando en blanco el problema.

En el nivel medio se ubicó a aquellos estudiantes que identificaron por lo menos una de las dos transformaciones de tratamiento al interior de un registro de representación a pesar de que no propusieron algún registro de representación que justifique su respuesta.

Para esta habilidad ningún estudiante fue ubicado en el nivel Alto ya que no consiguieron justificar las transformaciones de tratamiento que podían hacerse para resolver los dos problemas propuestos.

Tabla 6. Categorización de las respuestas de los estudiantes según los niveles establecidos, en la habilidad de Tratamiento

Nivel	Estudiantes	Porcentaje
Bajo	16	80%
Medio	4	20%
Alto	0	0

A partir del análisis de las respuestas dadas por los estudiantes de tercer grado a la prueba diagnóstica, en cuanto a la habilidad de tratamiento se hallaron las siguientes fortalezas y dificultades:

Fortalezas:

- A pesar de que la mayoría de los estudiantes alcanzó un nivel bajo, muchos de estos estudiantes evidencian que tienen los pre saberes o elementos que hacen referencia a la habilidad de tratamiento lo que se podría convertir en una fortaleza con un trabajo fuerte en la argumentación y construcción del saber disciplinar.
- Los estudiantes ubicados en el nivel medio exploraron diferentes interpretaciones de los problemas planteados y su capacidad para realizar transformaciones de tratamiento dentro de un registro aritmético teniendo en cuenta los planteamientos de Duval⁴⁰ quien afirma que estas transformaciones de tratamiento son actividades cognitivas importantes en el proceso de producción de registros de representación lo cual indicó que existen elementos que pueden ser potenciados.
- Reconocer que la matemática hace parte de su cotidianidad despertó mayor interés en los estudiantes.

Dificultades:

⁴⁰ DUVAL, Op. cit., p. 38.

Teniendo en cuenta los resultados de la Prueba Diagnóstica, se encontró que en la mayoría de los estudiantes no se evidencia la habilidad de tratamiento, debido a dificultades como:

- Una marcada dependencia de los números y sus algoritmos para resolver cualquier problema.
- Predominio de la ejercitación desechando completamente otros registros de representación.
- Desconocimiento de las diferentes representaciones que puede llegar a tener una situación matemática por lo tanto no hacen registros de representación diferentes al numérico; lo que lleva a tomar en cuenta los planteamientos de Duval⁴¹ al exponer que recurrir a diversos registros de representación ayuda a la comprensión del objeto matemático.
- Falencias en la comprensión de la instrucción para cada uno de los problemas. Existen problemas de lecto escritura que inciden en forma negativa en la lectura comprensiva y en la expresión escrita en cuanto a claridad de las ideas que desean expresar.
- Reiterada dificultad para justificar sus razonamientos a la hora de comunicar la solución.

⁴¹ DUVAL, Op. cit., p. 38.

7.3 ANÁLISIS DE LA HABILIDAD DE CONVERSIÓN.

Tabla 7. Análisis de la habilidad de conversión

Habilidad	Preguntas que corresponden a la Habilidad	Número de respuestas correctas	Ejemplos de algunas respuestas de los estudiantes
Conversión	<p><i>Ayuda a Mariana a proponer dos maneras de pintar la mitad del muro de su cuarto.</i></p> <p>¿Considera que esa sugerencia cumple con el deseo de Mariana?</p>	6 (30%)	<p><i>Estudiante-9</i> Si porque el muro tiene 12 cuadros y la mitad de 12 es el número 6”</p> <p><i>Estudiante-12</i> “ si porque está cumpliendo con el deseo de Mariana mitad.”</p>
	<p><i>Señala cuáles representaciones corresponden a esta situación. Explica tu elección.</i></p>	5 (25%)	<p><i>Estudiante-19</i> “le quito 7 de 12” y “le quito 7 y le quedaron 5”</p> <p><i>Estudiante-2</i> “esta porque dice que Camilo tenía 12 y le dio 7 a Felipe</p>

Tabla 8. Categorización de las respuestas de los estudiantes para la habilidad de Conversión.

Preguntas que corresponden a la Habilidad de conversión	Nivel	Explicaciones de los estudiantes
<p><i>1. Ayuda a Mariana a proponer dos maneras de pintar la mitad del muro de su cuarto.</i></p> <p>¿Considera que esa sugerencia cumple con el deseo de Mariana?</p> <p><i>2. Señala cuáles representaciones corresponden a esta situación. Explica tu elección.</i></p>	Bajo	Estudiante-3 “si porque ella deseaba hacer un muro” / 2. Porque compro 3 chocolatinas cada una es 4 total 12.
		Estudiante-4 “No porque ella quiere pintar es la mitad no los lados” / 2. “La primera es lo que le entrego a Felipe y la segunda lo que le sobro”
		Estudiante-5 “no porque las tres partes no son iguales de cuadros” / 2 “ una parte con 4 pedazos y la otra con 3”
		Estudiante-7 “si porque es mejor pintar de diferentes colores” / 2 “escogi esta porque creo que es la apropiada que es la mejor”
		Estudiante-8 “no porque la mitad no es igual a las dos partes si las junta no queda la mitad.” / 2. “lo que está aquí no corresponde”
		Estudiante-13 “porque conté cinco veces y no entendí” / 2 “sirve porque hay doce cuadritos”
		Estudiante-15 “no porque esos son tres pedazos” / 2. En blanco
		Estudiante-16 “no porque eso no es mitad” / 2. Faltan 5 para completar las 12 chocolatinas”
		Estudiante-17 “no son iguales las partes del muro”

		/ 2. “los quiere repartir en 7 pedazos para dárselos a Felipe.”
		Estudiante-18 “Ella quiere pintar la mitad del cuarto” / 2. “ le dan 7 pedazos de chocolatina”
	Medio	Estudiante-1 “si porque pinto de todo el cuadro la mitad” / 2. en blanco
		Estudiante-2 “no, dice que la mitad y ahí está como de una parte y también de la otra. / 2. “ porque dice que Camilo tenía 12 y le dio 7 a Camilo.”
		Estudiante-6 “La mamá le ayudo a pintar la mitad, esa es la mitad” / 2 “Mariana tiene 12 cuadritos de chocolatina a sus amigos les regalo 5 cuadritos a Mariana le quedo apenas 7 pedazos y de pintura solo le faltaron 2”.
		Estudiante-10 “No porque Mariana quiere pintar la mitad del cuarto.” / 2 “Esta es porque hay 7 pedazos de los que quito Camilo para Felipe
		Estudiante-11 “Si eso es una mitad lo que quería mariana” / 2 “yo escogí esta porque decía que camilo tenía 12 chocolatinas”
		Estudiante-14 “No porque ella quiere pintar solamente la mitad de verde”
		Estudiante-19 “toca decirle no esa no es la mitad del cuadro” / 2 “ esta le quito 7 de 12 y le quedaron 5”
		Estudiante-20 “Esa es la mitad que quería mariana” / 2. “tiene 12 pedazos y le regala 7 a Felipe se le acabo la chocolatina.”
		Estudinate-9 “Si porque el muro tiene 12 cuadros y la mitad de 12 es el número 6” / 2 “esta si es correcta porque le quitaron los 7 pedazos de chocolatina”
		Estudiante-12 “si porque está cumpliendo con el deseo de Mariana mitad.” / 2. “porque esta representa los 7 pedazos que le dieron a Felipe”.
	Alto	Ningún estudiante alcanzó este nivel.

En el nivel bajo se ubicó a los estudiantes que no reconocieron ningún elemento que podría representar una transformación de una representación en un cierto registro, en otra representación en un registro diferente ya sea un registro en lenguaje natural, gráfico o aritmético; así como a los que no realizaron ningún tipo de acción sobre el problema dejando en blanco la respuesta.

En el nivel medio se ubicó a aquellos estudiantes que identificaron por lo menos una transformación externa al registro inicial de cada uno de los problemas que fueron planteados.

En el nivel alto se ubicaron los estudiantes que Aplicaron de forma apropiada los procesos para Convertir las representaciones producidas en un determinado registro semiótico, en representaciones en otro registro semiótico, y justificaron su elección. Según Duval⁴² Una característica fuerte de la adquisición conceptual del objeto matemático es el uso de más de un registro de representación.

Tabla 9. Categorización de las respuestas de los estudiantes según los niveles establecidos. Habilidad de conversión.

Nivel	Estudiantes	Porcentaje
Bajo	10	50%
Medio	8	40%
Alto	2	10%

A partir del análisis de las respuestas dadas por los estudiantes de tercer grado a la prueba diagnóstica, en cuanto a la habilidad de conversión se hicieron los siguientes hallazgos:

Fortalezas:

- Hubo estudiantes ubicados en el nivel alto lo que indica que pudieron reconocer representaciones totalmente diferentes producidas desde registros diferentes lo que generó una coordinación de registros que es fundamental en la actividad matemática.
- Se evidenció que los estudiantes establecieron relaciones entre los problemas y los registros de representación que en algunos logró una mayor comprensión del problema.

⁴² DUVAL, Op. cit., p. 39.

- Las representaciones gráficas acercaron con mayor precisión a los estudiantes a una mejor interpretación de los problemas.

Dificultades:

- Existen vacíos en cuanto a pre saberes sobre repartos equitativos con expresiones de uso cotidiano que no son incluidas en forma constructiva en el ámbito escolar, ejemplo “la mitad”.
- Hubo estudiantes que evidenciaron dificultad al tratar de relacionar diferentes registros de representación lo cual impidió llevar a buen término la conversión.
- Se les dificulta hacer inferencias a partir de una gráfica o un registro numérico que no implique el uso de un algoritmo.
- La mayoría no reconoce que una expresión matemática puede tener registros de representación diferentes.
- Se presentaron diversos problemas de escritura para comunicar los procedimientos realizados y la solución.
- Resolvían operaciones aritméticas en forma incorrecta o inventaban números con los que pudieran hacer algún tipo de operación lo que distorsionaba la información y la comprensión de los problemas.

Frente a estos hallazgos presentados, resulta importante precisar que las dificultades presentadas por los estudiantes frente a la resolución de problemas radican en una reiterada enseñanza pasiva basada en la ejercitación que si bien es necesaria no es el fin de la educación matemática; así lo expresan autores como Godino, Batanero y Font cuando refiere que:

"conocer" o "saber" matemáticas, es algo más que repetir las definiciones o ser capaz de identificar propiedades de números, magnitudes, polígonos u otros objetos matemáticos. La persona que sabe matemáticas ha de ser capaz de usar el lenguaje y conceptos matemáticos para resolver problemas. No es posible dar sentido pleno a

los objetos matemáticos si no los relacionamos con los problemas de los que han surgido⁴³.

Desde este punto de vista es necesario pensar en estrategias que se puedan implementar en la práctica pedagógica, que le permitan al estudiante aprender desde su propia experiencia, explorar y reflexionar sobre dichas experiencias y llegar a la solución de problemas que permitan la construcción de conocimientos, por lo tanto, se considera que el uso de material concreto direccionado en fortalecer las habilidades del proceso de representación, es una estrategia pertinente teniendo en cuenta que el material junto con una rigurosa planeación posibilita dichas características.

A partir de los resultados anteriormente mencionados, se determinaron los siguientes aspectos que se afianzaran en la propuesta de intervención:

- Resolución de problemas de la cotidianidad.
- Fortalecimiento de las habilidades de tratamiento y conversión propias del proceso de representación.
- Construcción de conocimientos acerca de las fracciones y sus representaciones.
- Uso de material concreto como herramienta didáctica que posibilite cada uno de los puntos anteriores.

⁴³ GODINO, Op. cit., p. 67.

8. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

En la fase de intervención se implementó una secuencia didáctica, con el fin de fortalecer las habilidades del proceso de representación en la resolución de problemas mediante la utilización del material concreto como estrategia teniendo en cuenta aportes de autores como Polya⁴⁴ en la resolución de problemas y Godino⁴⁵ quien plantea el uso de material concreto como mediador en la comprensión de las ideas matemáticas en un contexto real a través de la percepción táctil y la función simbólica que este cumple, otro autores como Alsina⁴⁶ quien clasifica en tres ejes el uso del material manipulable y Raymond Duval⁴⁷ con su teoría sobre las representaciones semióticas.

Por lo anterior se diseñó una estrategia que fuera no solo motivadora para los estudiantes, sino que pudiera integrar a la clase de matemáticas actividades experimentales, con problemas usando diferentes materiales y en esta medida proporcionar un ambiente de aprendizaje más flexible; esa experimentación tiene gran relevancia con respecto a la forma en que los niños conocen las fracciones ya que estas actividades sirven como puente para conectar los conocimientos previos, el conocimiento informal con el conocimiento formal de las fracciones y sus diversas representaciones, lo que lleva a una mayor comprensión del problema, y así mismo mayor claridad al comunicar su solución.

Teniendo en cuenta lo anterior se planeó una secuencia didáctica conformada por 5 sesiones, estructuradas en tres momentos: Inicio, desarrollo y cierre a partir del uso de materiales manipulativos, de tal forma que los estudiantes fortalecieran el

⁴⁴ POLYA, Op. cit., p. 10.

⁴⁵ GODINO, Op. cit., p. 2.

⁴⁶ ALSINA Op. cit., p. 4.

⁴⁷ DUVAL, Op. cit., p. 42.

proceso de representación específicamente las habilidades de tratamiento y conversión y el uso que les pudieran dar a ellas, gracias a que dicho material permite como lo señala Godino⁴⁸ una percepción visual y gráfica, además de realizar un reconocimiento del concepto de fracción y sus diversas relaciones.

Según Corbalán⁴⁹ el uso del material concreto cumple con una función determinada en tres momentos que para esta investigación se consideraron en cada sesión así:

Inicio: refuerza la motivación y ayuda a reflexionar sobre los conocimientos previos.

Desarrollo: Proporciona información que conduce a fortalecer las habilidades del proceso de representación y por tanto mejora la comprensión de los problemas.

Cierre: contribuye en la consolidación del conocimiento construido.

Teniendo en cuenta el diario de campo, los instrumentos escritos usados en cada sesión y los registros filmicos se realizó el siguiente análisis.

8.1 ANÁLISIS DE LA PRIMERA SESIÓN.

Fecha de desarrollo de la actividad: 17 de octubre de 2016.

Objetivo: El estudiante expresa mediante representaciones la relación entre una parte y su todo en la forma de un conjunto continuo.

Variaciones en el desarrollo de la sesión: inicialmente se había preparado la sesión para cuatro horas, pero fue necesario emplear una hora más debido a que la socialización tomó más tiempo de lo planeado gracias a la intervención del estudiante 4 en las actividades de inicio.

⁴⁸ GODINO, Op. cit., p.1.

⁴⁹ CORBALÁN, F. J., et al. CREA Inteligencia Creativa. Una medida cognitiva de la creatividad. Madrid: TEA Ediciones, 2003.

Aprendizajes esperados: para esta sesión se esperaba que el estudiante realizara conversiones entre los registros gráfico, aritmético y en un lenguaje natural de una fracción como parte todo en un conjunto continuo, a través del uso material concreto enmarcado en la solución de problemas.

Los Materiales para la primera sesión fueron:

1 barra de plastilina de forma rectangular.

Tarjetas con problemas.

Regla

Actividades de Inicio:

Se dio inicio a la sesión con un saludo, luego se establecieron normas de convivencia que optimizarían el trabajo con el material concreto.

En esta actividad se hizo entrega del material a cada estudiante, se dio un momento para que hicieran una exploración inicial de este, lo que les permitió saber cómo era y para que les podría servir. Se evidenciaron expresiones de sorpresa al notar que para cada uno había material y surgieron preguntas como Estudiante-5 “*¿Esto es de nosotros o tenemos que devolverlo?*” Estudiante -20 *¿Qué vamos a hacer?* luego de que se dieron las indicaciones necesarias y habiendo explorado el material se dispuso a los estudiantes para iniciar con el primer reto; se trataba de dar solución a un problema que fue entregado a cada niño en una tarjeta para resolverlo de manera individual.

Problema:

Para mi cumpleaños tengo una torta de forma rectangular, si estamos tan solo dos personas ¿Cómo voy a compartir mi torta?

- *¿cómo voy a repartir mi torta si ahora somos 3 personas?*

- *¿cómo voy a repartir mi torta si ahora somos 4 personas?*

Los niños tomaron las tarjetas se mostraban motivados, la docente recorrió el aula observando los procesos que hacían los estudiantes para resolver el problema; este primer reto les fue sencillo de resolver e incluso para algunos no fue necesario emplear el material, dado un tiempo y habiendo observado que ya tenían una solución se dio un espacio de socialización. Para la primera pregunta respondió el Estudiante -9 “Pues la parto por la mitad” la docente lo invita a que explique con mayor precisión qué es la mitad y en ese momento la mayoría de estudiantes toman la plastilina y al tanteo la parten por la mitad; de igual forma lo hicieron cuando se preguntó por las respuestas a las dos siguientes preguntas, sin embargo, el Estudiante-4 repartió su plastilina en 12 pedazos y al preguntarle por qué lo había hecho respondió:

Est-4: “es que yo lo partí así por si llegaban más invitados, pero no importa profe porque si son no más dos le doy 6 y 6”

Profesora: ¿Y si son tres invitados?

En este momento el estudiante toma el material y lo empieza a agrupar hasta hacer 3 grupos y cuenta los pedazos de plastilina de cada grupo. Est-4:” listo mire profe”

La docente le pide al estudiante que les explique a sus compañeros lo que había realizado. Este momento evidencia que el trabajo con el material favorece la interacción entre los estudiantes y la docente para expresar sus ideas y pensamientos, como lo menciona Alsina⁵⁰.

A pesar de que el estudiante no siguió la instrucción de partir la torta para dos personas o tres lo cual era la situación inicial realizó un razonamiento correcto; las

⁵⁰ ALSINA, Op. cit., p. 31.

doce partes en las que dividió la plastilina eran aparentemente iguales e hizo una representación con el material de lo que sería un medio, un tercio y un cuarto en un contexto discreto, durante esta socialización con la participación activa de los estudiantes se fue construyendo el concepto de fracción y sus formas de representación en un lenguaje natural, registro gráfico y simbólico.

Actividades de Desarrollo:

Para este momento se conformaron grupos de trabajo de tres estudiantes, en donde debían solucionar el siguiente problema:

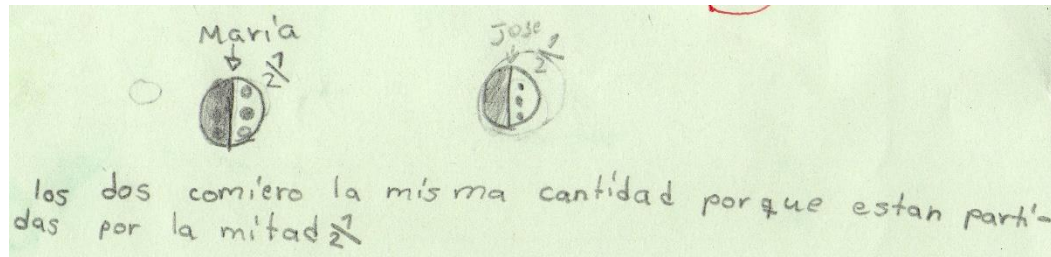
José se comió $\frac{1}{2}$ de una pizza y María se comió $\frac{1}{2}$ de otra pizza. José dijo que había comido más pizza que María y ella dijo que los dos habían comido la misma cantidad.

Utiliza el material, dibujos o palabras para demostrar quién tiene la razón.

A cada grupo se le entregó un octavo de cartulina de tal manera que debían plasmar allí la solución del problema, para luego socializarla con sus compañeros. Cada grupo inició su trabajo haciendo la lectura del problema, algunos grupos como el grupo 7 y 5 expresaron no saber qué hacer ya que no entendían, lo que evidenció falta de atención, por lo que fue necesario explicarles nuevamente cuál era el reto.

Se evidenció dos formas de trabajo por un lado los grupos 1,5 y 6 quienes sin hacer uso del material concreto realizaron representaciones gráficas de la situación planteada, determinando que los dos habían comido la misma porción de pizza sin considerar que podrían ser de diferente tamaño. Situación ilustrada con la respuesta del grupo 5.

Imagen 6 : respuesta grupo 1



El docente seleccionó al grupo 5 y al grupo 2 para que les contaran a sus compañeros lo que habían hecho. La intención de que el grupo 5 expusiera fue porque su solución como la mayoría de los grupos fue la misma

De otra parte, se encontró en los grupos 2, 3, 4 y 7 que hicieron uso del material concreto 2 tipos de resultados. Los grupos 2,3 y 4 llegaron a la misma conclusión de los equipos que no trabajaron con este tipo de material (Los dos comieron la misma cantidad), mientras que el grupo 7 empleando la plastilina modeló dos pizzas de diferente tamaño una más grande que la otra, sin realizar representación aritmética, evidenciando la realización de un razonamiento adecuado ya que cualquiera de los dos niños mencionados en el problema podía tener la razón.

Argumentando su idea de la siguiente manera:

“pues puede ser que José pidió más la pizza que María y por eso esté diciendo que comió más grande y se la comieron igual de pedazo, pero no de pizza”.

Lo acontecido muestra como el uso de material concreto permite un adecuado tratamiento de la información Alsina⁵¹, a su vez cabe resaltar que el trabajo con material concreto requiere de la orientación del docente para conseguir el fortalecimiento de ciertas habilidades en este caso habilidades de representación.

⁵¹ ALSINA, Op. cit., p. 32.

Situación que se ilustra con el trabajo del grupo 7 donde a pesar de que su respuesta fue adecuada e interesante carecen de la habilidad de tratamiento y conversión al no proponer algún registro que diera cuenta de su razonamiento.

Actividad de cierre:

Para finalizar esta sesión se invitó a los estudiantes a poner a prueba lo aprendido jugando con un tablero de fracciones, donde principalmente lo que debían hacer era realizar conversiones de un registro aritmético a un registro gráfico, quien llenara una fila o columna completa sería el ganador. Anexo 1

El juego generó gran expectativa entre los estudiantes, los grupos 7, 2 y 3 manifestaron no entender la instrucción acerca de cómo jugar, fue necesario que la docente realizara un ejemplo del juego en cada uno de los grupos mencionados anteriormente, luego iniciaron el juego y se pudo notar que el trabajo en equipo les permitió alcanzar procesos de autoevaluación y coevaluación.

El primer ganador fue el estudiante 09 del grupo 4 quien demostró tener claridad en el proceso de representación en la habilidad de conversión lo que le permitió apoyar tanto a sus compañeros de grupo como a los demás.

Durante el juego se pudo observar que algunos estudiantes aún no tenían claridad sobre la representación simbólica de la fracción y aunque algunos requirieron el acompañamiento del docente otros como en el equipo 1 se evidenció un trabajo colaborativo con los compañeros menos aventajados.

Otros hallazgos determinados en esta primera sesión:

- La mayoría de los estudiantes lograron hacer representaciones de la fracción como parte todo de un conjunto continuo, y realizaron conversiones entre los registros gráfico, simbólico y viceversa.

- A pesar de no ser parte de esta sesión se realizó una comparación entre la unidad como conjunto continuo y discreto gracias a la intervención del estudiante 4 lo que permitió generar gran expectativa y conocimientos previos para la siguiente sesión.
- Los estudiantes identificaron en cada uno de los problemas la unidad y que cada una de sus divisiones además de ser igual representaba una fracción.
- En la resolución de problemas se evidenciaron falencias de interpretación que generaron bloqueos a la hora de pensar en cómo resolverlo, en algunos casos fue necesario leer y releer, y a través de preguntas orientar a los estudiantes para que dispusieran del material concreto de tal manera que lo que para ellos era aún abstracto se lograra visualizar y en este sentido ampliar las representaciones dando mayor comprensión del problema.
- Los estudiantes carecían de herramientas para comunicar lo que piensan y hacen durante el proceso que implica resolver un problema.
- Se evidenció que el trabajo en equipo fomentó un ambiente de confianza que le permitió a los estudiantes comunicar la manera como habían logrado hacer conversiones de un lenguaje gráfico a expresiones aritméticas, pero en algunos casos los estudiantes carecen de herramientas y un lenguaje claro y preciso para comunicar ya sea sus estrategias o la solución al problema.

De acuerdo a cada momento de la sesión, el material concreto desempeñaba una función que se evidenció así:

Tabla 10 Análisis de La Incidencia del material concreto en cada momento de la sesión.

Objetivo de la sesión	Material concreto	Inicio	Desarrollo	Cierre
El estudiante expresa mediante representaciones la relación entre una parte y su todo en la forma de un conjunto continuo.	1 barra de plastilina de forma rectangular. Tarjetas con problemas. Regla	El material cumplió con su intención motivadora despertando el interés en los estudiantes. Permitted detectar los conocimientos previos sobre repartos equitativos. Los estudiantes no reconocen la regla como instrumento para medir la longitud ya que se evidenció que no fue usada con este fin.	El material contribuyó en la representación real, tangible de las situaciones planteadas en cada uno de los problemas, lo que permitió pasar de un lenguaje común a un registro gráfico y aritmético.	El juego permitió que los estudiantes, mediante el trabajo en equipo profundizaran los conocimientos construidos en las sesiones anteriores y se ejercitaran en la habilidad de conversión.

En general el uso de material concreto requiere una rigurosa planeación de lo contrario puede convertirse en un distractor que entorpezca los objetivos de la actividad.

8.2 ANÁLISIS DE LA SESIÓN 2

Fecha de desarrollo de la actividad: 19 y 20 de octubre de 2016.

Objetivo: El estudiante expresa mediante representaciones la relación entre una parte y su todo en la forma de un conjunto discreto

Variaciones en el desarrollo de la sesión: Para esta sesión se incluyó durante las actividades de desarrollo otra actividad que emergió durante la socialización de las soluciones dadas a un problema, en el tablero se empezó a registrar las diferentes representaciones que puede tener las fracciones de un conjunto discreto. Lo cual aumentó 1 hora del tiempo previsto para la sesión, por lo que la sesión se vio fragmentada en dos días.

Aprendizajes esperados: para esta sesión se esperaba que el estudiante realizara conversiones entre los registros gráfico, aritmético y en un lenguaje natural de una fracción como parte todo en un conjunto discreto, a través del uso material concreto en la solución de problemas.

Los Materiales para la primera sesión fueron:

- Pimpones
- Bolsas
- Tarjetas de instrucciones.

Actividades de Inicio:

Para iniciar se conformaron los grupos ya establecidos y se les hizo entrega de 24 pimpones de colores a cada grupo, se dio un momento para la exploración del material y surgieron algunas preguntas como: “¿nos repartimos los pimpones para los tres?” “¿y hoy que vamos a jugar?” el grupo en general se mostró entusiasmado por el material, luego de la exploración inicial se le entregó a cada uno la hoja de trabajo a desarrollar en la sesión. (Anexo2)

Se les indicó que, aunque el trabajo era en grupo cada uno debía registrar las respuestas en su hoja de trabajo y se hicieron las observaciones pertinentes en cuanto al uso del material y la guía.

Los estudiantes usaron el material y respondieron a las siguientes preguntas:

- a. ¿Cuántos pimpones hay en total?
- b. ¿Cuál es la mitad de ese conjunto?
- c. ¿Cuál es la tercera parte de ese conjunto?
- d. ¿Cuál es la cuarta parte de ese conjunto?

Esta actividad buscaba recordar los conocimientos previos producto de la sesión anterior. En la primera y segunda pregunta la totalidad de los estudiantes contestaron acertadamente, pero para la tercera y cuarta pregunta hubo confusión ya que no lograron establecer una relación entre tercios y la tercera parte del conjunto, surgieron discusiones como la del grupo 7: Estudiante-9 “¿cierto que tenemos que hacer una división?” Estudiante-16 “no porque lo que toca es echar los pimpones a las bolsas” para darle solución a la discusión la docente orientó a los estudiantes para que cada uno realizará lo que estaba pensando y luego socializaran con el grupo en general.

El estudiante 9 hizo un correcto razonamiento al hallar la tercera parte de 24 usando el algoritmo de la división lo cual demuestra que reconoce a la fracción como un reparto equitativo e hizo una transformación de conversión del lenguaje común a un registro aritmético. El estudiante 16 reconoció que para hallar la tercera parte hay que realizar un reparto equitativo, en el cual empleó el material, pero no hizo una interpretación adecuada ya que relacionó tercera parte con el número 3 formando 8 grupos de tres pimpones, situación que requirió la orientación docente que a través de preguntas y la participación de los estudiantes se logró identificar la fracción correspondiente a cada uno de los grupos formados por el estudiante 16 y explorar otras posibles fracciones como la propuesta por el estudiante 10 “¿cómo se llamaría si los reparto de dos en dos? Se evidencia como lo plantea Area (2010) que el experimentar con el material concreto permite a los niños ampliar la visión, tener en cuenta otras posibilidades

e incluso proponer situaciones que no fueron planteadas en el problema inicial pero que resultan muy interesantes para construir conocimiento.

Para la siguiente pregunta *¿Cuál es la cuarta parte de ese conjunto?* Los estudiantes en general luego de la socialización anterior, emplearon con más propiedad el material repartiendo en las cuatro bolsas la totalidad de los pimpones, lograron establecer la relación entre lo aprendido en la sesión anterior con la sesión en desarrollo, hallando la tercera y cuarta parte de un conjunto discreto, además nombraron las fracciones encontradas haciendo dos tipos de representación, gráfica y en un lenguaje natural.

Por su parte el grupo 7 continuó con el uso de algoritmos para hallar la tercera y cuarta parte, haciendo un registro numérico de la cantidad de pimpones que correspondían según la fracción, pero se pudo notar que hay una clara dependencia de los números y sus algoritmos para resolver cualquier situación, este grupo no realizó representación formal de las fracciones.

Actividades de desarrollo:





Luego de la socialización de la primera parte se continuó trabajando con los pimpones, pero con unas indicaciones específicas, los estudiantes debían completar una tabla y hacer de forma escrita algún tipo de representación de acuerdo a cada subconjunto organizado. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Ejemplo de respuesta Grupo 1

Imagen 7 ejemplo de respuesta grupo 1

2. Clasifica los pimpones por colores y responde:

- ¿Cuántos subconjuntos resultaron? 5
- ¿Los conjuntos que resultaron por colores tienen la misma cantidad de pimpones? No
- ¿Qué fracción del conjunto es cada color?

Color	Representación
	tercios
	
	mitad
	sexta





Los estudiantes del grupo 1 organizaron el material por colores y le dieron un nombre de manera general a cada fracción en un lenguaje natural, pero su representación carece de precisión con relación a la unidad; los estudiantes comprendieron a que fracción del conjunto correspondía cada color, pero no realizaron otras formas de representación para comunicarlo.

Ejemplo de respuesta Grupo 3

Imagen 8. Ejemplo de respuesta grupo 3

2. Clasifica los pimpones por colores y responde:

- ¿Cuántos subconjuntos resultaron? 6
- ¿Los conjuntos que resultaron por colores tienen la misma cantidad de pimpones? No en algunos
- ¿Qué fracción del conjunto es cada color?

Color	Representación
	3
	8
	3
	4

Los estudiantes del grupo 3 evidenciaron falencias en la interpretación de la pregunta ya que escribieron el número de pimpones de cada color, pero no la fracción a la que correspondían con relación al conjunto, aún no asociaban los subconjuntos encontrados como fracciones del conjunto inicial y tampoco se

habían familiarizado con las formas de representación de una fracción. Era evidente que requerían mayor refuerzo no solo en las habilidades del proceso de representación sino también en la habilidad para interpretar.

Ejemplo de respuesta grupo Grupo 4





Imagen 9. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 4

2. Clasifica los pimientos por colores y responde:

a. ¿Cuántos subconjuntos resultaron? *no*

b. ¿Los conjuntos que resultaron por colores tienen la misma cantidad de pimientos? *no*

c. ¿Qué fracción del conjunto es cada color? *son 5 colores*

Color	Representación
	Los 12 pimientos son la mitad del conjunto completo
	1
	Los 6 pimientos azules son la tercera parte
	3

Este grupo logró representar en un lenguaje natural las fracciones encontradas de acuerdo a los colores, pero solo de aquellas que ya reconocían por la actividad anterior, lo cual evidenciaba que no había claridad a la hora de hallar y representar una fracción determinada en un conjunto discreto.

Ejemplo de respuesta Grupo 5




Imagen 10. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 5

2. Clasifica los pimientos por colores y responde:

a. ¿Cuántos subconjuntos resultaron? *3*

b. ¿Los conjuntos que resultaron por colores tienen la misma cantidad de pimientos? *no*

c. ¿Qué fracción del conjunto es cada color? *de morado 9/11 y verde*

Color	Representación
	1/4 = mitad
	1/6 = sexto
	el conjunto del verde es un cuarto

Ejemplo de respuesta Grupo 2





Imagen 11. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 2

2. Clasifica los pimpones por colores y responde: en la verdes hay 4 pimpones en los amarillos hay 2 en los azules hay 3 en los

a. ¿Cuántos subconjuntos resultaron? 5 subconjuntos

b. ¿Los conjuntos que resultaron por colores tienen la misma cantidad de pimpones? no tienen la misma cantidad solamente 2

c. ¿Qué fracción del conjunto es cada color? que la 3 parte es 3 porque yo multiplique 8 por 3 y medio 24.

Color	Representación
	es con tercera parte 4
	un cesto
	un dibujo
	1 cesto.

Los grupos 2 y 5 hallaron las fracciones correspondientes y realizaron su representación en un lenguaje natural, se observó una fortaleza en el reconocimiento de las fracciones mediante el uso de los materiales dispuestos ya que lo manipularon de diversas formas no solo por los colores señalados. El material les permitió experimentar otras fracciones que se podían dar teniendo en cuenta otras características del mismo material poniendo en juego como lo llama Godino⁵² la Percepción táctil.

Ejemplo de respuesta Grupo 6

⁵² GODINO, Op. cit., p. 12.





Imagen 12. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 6

2. Clasifica los pimientos por colores y responde:

a. ¿Cuántos subconjuntos resultaron?
 3

b. ¿Los conjuntos que resultaron por colores tienen la misma cantidad de pimientos?
 NO

c. ¿Qué fracción del conjunto es cada color?

Color	Representación
	$\frac{0}{24}$
	$\frac{6}{24}$
	$\frac{12}{24}$ igual $\frac{1}{2}$ a un medio
	$\frac{4}{24}$

Los estudiantes del grupo 6 lograron representar las fracciones estableciendo una relación entre el número total de elementos y la cantidad de elementos de cada color, se evidenció una fortaleza en la habilidad de conversión para representar una fracción de lo concreto a lo formal en un registro aritmético; igualmente se evidenció que exploraron la habilidad de tratamiento al identificar que la fracción $\frac{12}{24}$ correspondía a la mitad del conjunto.

Luego de observar los grupos y habiendo finalizado la actividad, el líder de cada grupo exponía sus representaciones justificando cómo lo habían hecho, se le pidió al grupo 6 que iniciara la exposición intencionalmente para que el grupo en general observara la manera como ellos habían establecido la relación entre una parte y su todo en un conjunto como el de los pimientos; a medida que se fue exponiendo los estudiantes notaron que cada grupo tenía diferentes fracciones con los mismos colores de otros grupos y se realizó una actividad que aunque no hacía parte de la sesión resultó bastante interesante; la actividad consistió en representar todas las fracciones rojas, todas las amarillas, todas las verdes, etc y se aprovechó para reforzar los conocimientos alcanzados tanto en la sesión anterior como en ésta. A medida que se contaba el número de pimientos se

realizaba la representación numérica y luego se establecía la comparación respecto del conjunto completo así:

Número de Pimpones	Fracción como razón	Fracción parte todo
3 rojos	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{8}$

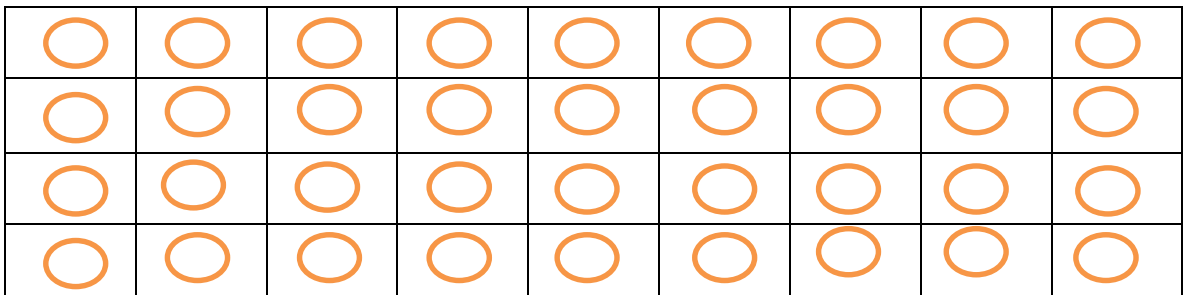
Los estudiantes fueron pasando al tablero y continuaron completando el cuadro anterior de acuerdo a cada color, se mostraron motivados y se pudo notar un progreso y mayor claridad en identificar una fracción de un conjunto; aquí apareció ya el concepto de numerador y denominador.

Actividad de cierre:

Para la actividad de cierre se entregó a cada estudiante el siguiente problema:

Don Pablo plantó diferentes semillas en su jardín. Después de varias semanas, obtuvo 36 plantas. La mitad son zanahorias, un tercio son margaritas y el resto son tomates. ¿Cuántas plantas de tomates tiene en su Jardín?

También se entregó el siguiente esquema:



La actividad se orientó de tal manera que cada estudiante tuviera un momento de reflexión personal acerca de cómo abordar el problema y generar un plan para resolverlo, la finalidad del esquema era que lo usaran sobreponiendo o coloreando los círculos como si fueran las plantas.

Cada estudiante discutió en su grupo la forma de solucionar el problema y su solución y cada grupo unificó las ideas para la socialización.

Los grupos 1,2 y 4 coincidieron en responder:

Zanahorias= 18 Margaritas= 3 tomates= 15

$$18 + 3 + 15 = 36$$

Es decir, se observó que aún persistía su dependencia de un algoritmo para resolver cualquier situación en este caso lo importante para ellos fue que las tres cantidades que sumaran dieran 36, hallaron correctamente la mitad pero $\frac{1}{3}$ lo relacionaron con 3 unidades y no con la tercera parte del conjunto de flores; no usaron la gráfica para representar la situación lo cual evidenció falencias no solo en las habilidades de tratamiento y conversión sino también en el saber matemático que se estaba construyendo, se evidenció dificultad para Justificar la elección de su respuesta.

Los grupos 2 y 7 lograron hallar la mitad y un tercio del conjunto, pero no justificaron su solución, ni cómo llegaron a esta respuesta, aunque fuese correcta; se evidenció que era necesario continuar reforzando las habilidades del proceso de representación y el uso del material como estrategia para comprender el problema y comunicar su solución.

Durante esta última parte de la sesión como en las anteriores se realizó la correspondiente socialización con los argumentos y soluciones dadas al problema, se propuso por parte de la docente hacer uso de la gráfica presente en la hoja de trabajo para darle mayor claridad al problema, a medida que el estudiante-19 realizaba la lectura del problema se intervenía con preguntas de tal manera que los estudiantes analizaban cada uno de los datos que proporcionaba el problema e iban dando estrategias sobre como hallar cada una de las fracciones y se coloreaba en la hoja de trabajo.

Estudiante14: “para la mitad se divide en 2 y 36 dividido en 2 es 18, esa es la mitad”

Profesora: ¿Es correcto lo que está diciendo su compañero? “En la hoja de trabajo tenemos un gráfico ¿Para qué servirá en este problema?”

Estudiante 20 “esos son los huequitos donde se siembran las matas”

En ese momento se motiva a los estudiantes para que empiecen a sembrar en esos huequitos (colorear) las zanahorias que corresponden a la mitad y se obtuvo una representación gráficamente de la fracción.

Profesora” ¿Cómo podemos hallar ahora un tercio?

Estudiante 12 “Dividiendo en tres”

Profesora “¿Qué dividimos en tres?”

Estudiante 12 “Los huecos que quedaron para sembrar”

En ese momento fue necesario nuevamente leer el problema y resaltar que era lo que estaba pidiendo no era un tercio de las plantas que quedaban por sembrar sino un tercio de todas las plantas, finalmente se halló un tercio mediante la división de 36 entre 3 y se coloreó en el diagrama de la hoja de trabajo dejando evidente que el resto de las plantas serían los tomates.

Esta actividad de socialización permitió que aquellos estudiantes que no eran tan ágiles con los números tuvieran otras representaciones que les ayudaran a ampliar la comprensión del problema y pensar en otras opciones diferentes al algoritmo para solucionarlo.

Luego de hacer un análisis de toda la información se determinaron los siguientes hallazgos para la segunda sesión:

- El objetivo de la sesión se cumplió, pero no en su totalidad ya que los estudiantes reconocieron que un conjunto de elementos podía representar una unidad y que las partes de este conjunto eran fracciones, pero se evidenció

dificultad al tener que hallar una fracción de determinado conjunto y en una situación de contexto.

- Los estudiantes hicieron uso de la habilidad de conversión para representar fracciones, pero carecieron de precisión al pasar de un registro a otro.
- Los estudiantes usaron la habilidad de tratamiento dentro de un registro numérico al hallar fracciones de un conjunto discreto.
- En la resolución de problemas se evidenció que persistía en ellos la dependencia del docente quien “debía decirles que hacer”; se evidenció que el proceso de lectura en muchos estudiantes era silábico, poco fluido lo cual no permitió una adecuada interpretación; a los estudiantes no les fue fácil identificar los datos relevantes del problema y aunque tenían la idea de cómo resolverlo no lograron proponer distintas representaciones semióticas que como lo expone Duval⁵³ permitan mayor comprensión de las ideas matemáticas.
- Sin embargo, pese a las falencias evidenciadas se pudo notar una mayor participación de los estudiantes al tratar de resolver los problemas tanto en los grupos establecidos como en la socialización. El material les permitió explorar otras formas de acercarse a la matemática y ver su uso en contextos cercanos a ellos.

Durante los tres momentos de la sesión, el uso del material concreto permitió evidenciar los siguientes aspectos:

⁵³ DUVAL, Op. cit., p. 11.

Tabla 11 Análisis de La Incidencia del material concreto en cada momento de la sesión 2.

Objetivo de la sesión	Material concreto	Inicio	Desarrollo	Cierre
<p>El estudiante expresa mediante representaciones la relación entre una parte y su todo en la forma de un conjunto discreto.</p>	<p>24 pimpones de colores. Bolsas Tarjeta gráfico textual.</p>	<p>El material concreto incentivó el interés de los estudiantes por el sentido lúdico que tiene para ellos los pimpones. La primera actividad con el material permitió mediante la percepción visual y táctil hacer una clasificación del material que luego recibió el nombre de acuerdo a la fracción representada, lo cual permitió reforzar los conocimientos construidos en la secuencia anterior.</p>	<p>Durante este momento de la sesión el material contribuyó a que los estudiantes establecieran la relación que existe entre repartos de objetos para hallar las partes fraccionarias y la división y la multiplicación. Es importante resaltar que hubo momentos en los que los estudiantes al no ponerse de acuerdo en el uso del material decidieron trabajar con lápiz y papel en la ejercitación de algoritmos para hallar las fracciones, es decir el material concreto demanda unas condiciones de uso para que este sea significativo y no termine por enredar al estudiante.</p>	<p>En esta sesión lo que se esperaba era que los estudiantes utilizaran el material gráfico como estrategia para representar los datos del problema y por tanto mejorar su comprensión del mismo, pero tan solo un grupo hizo algún tipo de acción sobre la ficha que simulaba el sembrado, los demás volvieron a realizar cálculos numéricos que en todos los grupos resulto con una solución errada. Los estudiantes demuestran demasiada dependencia del docente a la hora de actuar y tomar decisiones.</p>

8.3 ANÁLISIS DE LA SESIÓN 3.

Fecha de desarrollo de la actividad: 25 y 26 de octubre de 2016.

Objetivo: El estudiante identifica cuando dos o más fracciones son equivalentes haciendo uso de diferentes representaciones

Variaciones en el desarrollo de la sesión: Para la actividad de cierre se planeó el juego de dominó de fracciones, en el momento de dar las orientaciones se evidenció que muchos estudiantes no conocían el dominó tradicional, por lo que fue necesario aplazar el dominó de fracciones y organizar una jornada de juego con el tradicional para facilitar la comprensión de las reglas para jugar.

Aprendizajes esperados: se esperaba que en esta sesión los estudiantes realizaran transformaciones de tratamiento para hallar fracciones equivalentes.

Los Materiales para esta sesión:

Figuras del “Maletín Rino inteligente” (Tortas, divididas en diferentes fracciones)

2 Cuadrados en cartulina del mismo tamaño

Fichas de cartulina que recubran el área del cuadrado

Dominó de fracciones

Actividades de Inicio:

Para esta sesión se dio inicio entregando 2 cuadrados de cartulina con la misma área, 8 fichas de un octavo de área del cuadrado y 16 fichas de un dieciseisavo de área del cuadrado, de tal manera que las fichas recubrieran el cuadrado inicial; junto con el material se entregó el siguiente problema:

Mariana sembró en su jardín rosas y margaritas. El terreno que usó para cada siembra se muestra en la imagen. Daniel afirma que Mariana usó más terreno

para sembrar rosas que para sembrar Margaritas. ¿Es cierta la afirmación de Daniel?

Esta actividad consistía en resolver el problema poniendo a prueba los pre saberes adquiridos en las sesiones anteriores haciendo uso de la habilidad de conversión para pasar de un registro gráfico a uno aritmético o lenguaje natural y la habilidad de tratamiento al explicar la equivalencia entre $\frac{1}{8}$ y $\frac{2}{16}$ en cualquier

Registro de representación.

Luego de interactuar con el material se inició la discusión al interior de los grupos para resolver el problema, se interesaron por armar los terrenos y comprobar que las fracciones octavos y dieciseisavos respectivamente, cubrían la totalidad del terreno, luego en algunos grupos como en el 2 empezaron a sobreponer las fichas y notaron que $\frac{1}{8}$ se podía cubrir con $\frac{2}{16}$ y empezaron a establecer comparaciones entre las áreas del terreno sembrado, así:

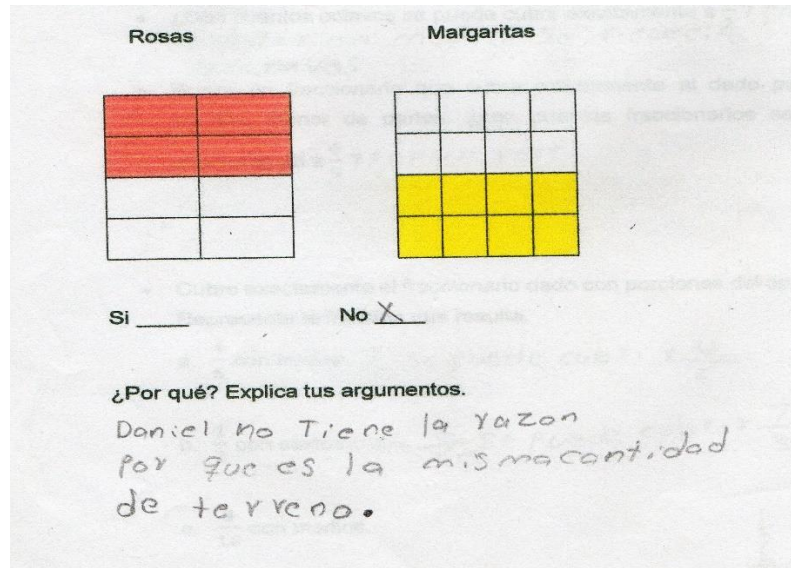
Ejemplo de respuesta Grupo 2

Imagen 13. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 2

The image shows a student's handwritten response to a problem. At the top, there are two columns labeled 'Rosas' and 'Margaritas'. Under 'Rosas' is a 2x2 grid of red squares. Under 'Margaritas' is a 4x2 grid of yellow squares. Below the grids, the student has written 'Si' followed by a blank line and 'No' followed by an 'X' in a box. At the bottom, there is a handwritten explanation in Spanish: '¿Por qué? Explica tus argumentos. Daniel no tiene la razón porque ocupan el mismo espacio, rosas hay 4 pero son grandes y las margaritas cada una de ellas ocupan la mitad de las rosas y en margaritas hay 8'.

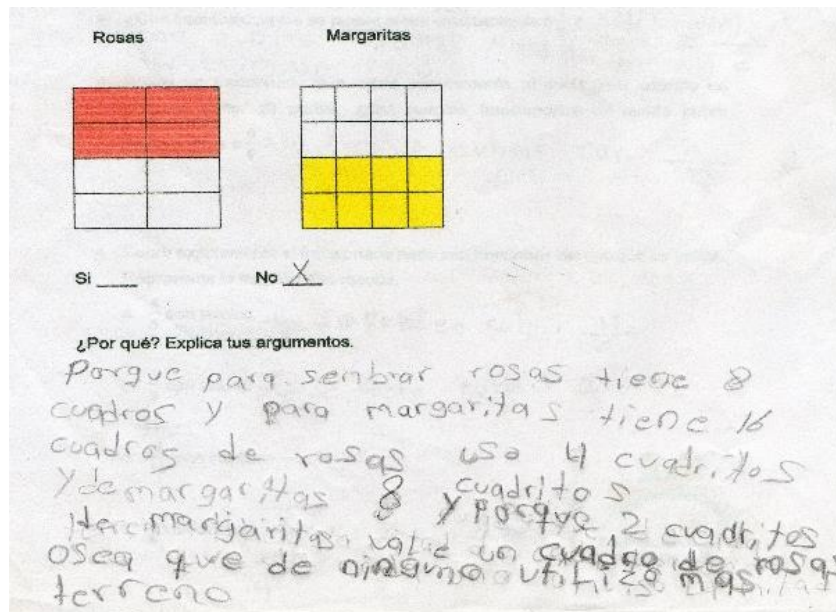
Ejemplo de respuesta Grupo 3

Imagen 14. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 3



Ejemplo de respuesta Grupo 6

Imagen 15. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 4



Los grupos 2,3 y 6 razonaron correctamente al justificar que era la misma porción de terreno para las plantas, pudieron comprobar con el material que una fracción de terreno para sembrar margaritas era la mitad de una fracción del terreno para

sembrar rosas y que correspondían a la misma área sembrada, aunque no hicieron otras representaciones se evidenció que empezaban a identificar que existían fracciones que representan la misma área.

El grupo 1 explicó “es el mismo terreno de cada uno porque si se sobrepone” e hizo una representación aritmética de cada gráfica evidenciando la habilidad de conversión, pero no hicieron ningún tratamiento sobre esas representaciones, este equipo realizó el análisis teniendo en cuenta el criterio para sobreponer los octavos sobre los dieciseisavos y viceversa, con lo que pudieron comprobar que era la misma porción del terreno con el uso del material.

Los grupos 4 y 7 también realizaron representaciones aritméticas de cada gráfica, y dedujeron que estas fracciones correspondían a la mitad del área total del terreno, pero no lograron comunicar con claridad y precisión sus argumentos.

Se pudo evidenciar que para esta actividad hubo mayor apropiación en cuanto al uso del material, cabe resaltar que como lo referencia Alsina⁵⁴ el material cumple con su función mediadora entre la información que se propone al estudiante y el fortalecimiento de habilidades para el tratamiento de la misma para dar solución a un problema.

Luego de la socialización general y habiendo retomado conocimientos previos resultado de las sesiones anteriores se dio paso a las actividades de desarrollo.

En ese momento se entregó a cada grupo un kit con material que constaba de varios círculos o tortas divididas en diferentes fracciones, como era un material novedoso llamó la atención por su característica de rompecabezas, se dio un buen tiempo para la exploración del material, de tal manera que los estudiantes pudieran reconocer algunas características como tamaño, color y forma que más adelante serían usadas para el propósito de la actividad.

⁵⁴ ALSINA, Op. cit., p. 12.

Después de la exploración inicial se hizo entrega de una serie de preguntas orientadoras para manipular el material con el propósito de hacer varias representaciones de una misma fracción de tal manera que le facilitara al estudiante la comprensión de la actividad matemática.

- De acuerdo al número en que está dividida la unidad nombrar las fracciones que encontraron (medios, tercios, cuartos etc.)
- ¿Cuántas fichas color amarillo necesitó para recubrir el círculo azul?
- ¿Con cuántos octavos se puede cubrir exactamente a $\frac{1}{2}$?
- Busca un fraccionario que cubra exactamente al dado, pero usando un número menor de partes. ¿con cuántas fracciones se puede cubrir exactamente a $\frac{6}{9}$?
- Cubre exactamente el fraccionario dado con porciones del tipo que se indica. Representa la fracción que resulta.

d. $\frac{4}{6}$ con tercios.

e. $\frac{1}{3}$ con sextos

f. $\frac{1}{4}$ con octavos

- ¿Qué podríamos decir de las fracciones encontradas?
- ¿Qué sucede cuando la fracción que resulta tiene más fracciones que la fracción inicial?
- ¿Qué sucede cuando la fracción que resulta tiene menos fracciones que la inicial?

Luego de estos cuestionamientos hubo un momento de explicitación donde se construirá el concepto de fracciones equivalentes.

Cada grupo inició la actividad con mucha expectativa, la docente orientó a los estudiantes para hacer una lectura del material escrito donde se encontraban las preguntas; al iniciar en cada uno de los grupos se evidenció dificultad para comprender la instrucción, nuevamente se evidenció la marcada dependencia del docente para que sea quien les diga que deben hacer, ante tanta incertidumbre fue necesario que la docente invitara a los estudiantes a leer cuidadosamente cada pregunta y a través de algunos cuestionamientos como: ¿qué es una fracción? ¿Qué es una fracción inicial? ¿Qué es una fracción resultante? Los estudiantes manifestaron tener un poco más de claridad, sin embargo, fue necesario resolver las preguntas a nivel general dando la participación a los estudiantes que querían mostrar con el material las respuestas, a pesar de ser a nivel general los estudiantes se mostraron atentos y en sus grupos fueron haciendo el ejercicio de sobreponer las fichas lo que les permitió experimentar con representaciones concretas de fracciones y determinar cuáles eran equivalentes, se evidenció que usaron los conocimientos previos al nombrar fracciones y al hacer razonamientos como:

Los estudiantes del grupo 3 quienes habían presentado falencias en las sesiones anteriores lograron establecer con el uso del material otras fracciones equivalentes que no estaban en la hoja de trabajo. Estudiante 5 “miren en esta ficha caben dos de esta” haciendo alusión a las fichas que representaban un medio y dos cuartos respectivamente, de esa manera empezaron una especie de reto al grupo que encontrara otras fracciones que ocuparan la misma área; lo que permitió formalizar el saber matemático construido dando el nombre de fracciones equivalentes.

Cada una de las preguntas era un problema a resolver, este momento de la intervención fue de mucha participación por parte de los estudiantes; lograron establecer cuando una fracción es equivalente lo que indicó que el material

concreto como lo plantea Godino⁵⁵ cumplió su función simbólica contribuyendo en la construcción de conocimiento y favoreciendo la comunicación, es importante aclarar que esta experimentación debe llevar a que los estudiantes avancen en las habilidades del proceso de representación ya que esas experiencias a partir de la actividad real conllevan a comprender propiedades y relaciones matemáticas que van encaminadas a formalizar el saber matemático.

Actividad de cierre:

La actividad de cierre consistió en jugar con el dominó de fracciones con el fin de reforzar las formas de representación de una fracción y hallar fracciones equivalentes. Para esta actividad fue necesario realizar una jornada de juego con el dominó tradicional para que los estudiantes lograran establecer la relación entre los dos juegos.

Luego de jugar de manera tradicional con el dominó, los estudiantes quedaron muy motivados para el juego de dominó de fracciones. Se hizo entrega por cada grupo de un juego y de las reglas para jugar, dado un tiempo los estudiantes empezaron a notar que no estaban todas las fracciones representadas tanto en un registro gráfico como en un registro numérico y que era necesario hallar fracciones equivalentes de acuerdo al registro de representación que allí se pedía, esta actividad fue muy interesante ya que la competencia los llevaba a esforzarse por encontrar la fracción que necesitaban y a su vez permitió fortalecer las habilidades de tratamiento y conversión.

Otros hallazgos:

- Durante la sesión los estudiantes hallaron fracciones equivalentes usando el material concreto, sin embargo, es importante resaltar que fueron las preguntas

⁵⁵ GODINO, Op. cit., p. 13.

orientadoras las que promovieron una actitud de razonamiento y argumentación en los estudiantes.

- En general los estudiantes tuvieron experiencias enriquecedoras, durante toda la sesión el material concreto les permitió tener una mayor comprensión de las ideas matemáticas, favoreció la comunicación y la construcción del conocimiento, los cuales son los tres ejes fundamentales del uso del material concreto según Alsina⁵⁶.
- La lectura continuó siendo una falencia marcada en la mayoría de los estudiantes lo cual hizo generar dependencia del docente, para solucionar los problemas propuestos.
- Los niños participaron activamente durante todo el desarrollo de la sesión y se motivaron a explorar y aprender cosas nuevas.
- Las habilidades de tratamiento y conversión empiezan a mostrar algún avance ya que cada estudiante está en constante representación de cada una de las situaciones planteadas y su respuesta.

Durante los tres momentos de la sesión, el uso del material concreto permitió evidenciar los siguientes aspectos:

⁵⁶ ALSINA, Op. cit., p. 1..

Tabla12. Análisis de La Incidencia del material concreto en cada momento de la sesión 3.

Objetivo de la sesión	Material concreto	Inicio	Desarrollo	Cierre
El estudiante identifica cuando dos o más fracciones son equivalentes haciendo uso de diferentes representaciones.	Figuras del “Maletín Rino inteligente” (Tortas, divididas en diferentes fracciones) -2 Cuadrados en cartulina del mismo tamaño Fichas de cartulina que recubran el área del cuadrado -Dominó de fracciones	El material concreto para este momento de la sesión no solo fue motivador, sino que también promovió el razonamiento a partir de los conocimientos previos.	En las actividades de desarrollo el material sirvió de puente entre las experiencias con la manipulación del material y las representaciones que correspondían a cada acción hecha por los mismos estudiantes.	Para el cierre el dominó de fracciones permitió reforzar los conocimientos construidos y potenciar las habilidades de tratamiento y conversión necesarias al hallar fracciones equivalentes.

8.4 ANÁLISIS DE LA SESIÓN 4:

Fecha de desarrollo de la actividad: 3 y 4 de noviembre de 2016

Objetivo: El estudiante desarrolla estrategias para establecer un orden a un grupo de fracciones con igual denominador y fracciones con numerador 1 y diferente denominador.

Variaciones en el desarrollo de la sesión: La sesión se extendió 2 horas más de lo previsto ya que la primera actividad generó mucha discusión acerca de las estrategias empleadas por los estudiantes para dividir un pliego de cartulina en décimos y luego en la socialización.

Aprendizajes esperados: se esperaba que en esta sesión los estudiantes resuelvan problemas mediante la elaboración de registros de representación que les permita establecer relaciones de orden entre fracciones.

Los Materiales para esta sesión:

Recortes con imágenes

Pliego de cartulina

Colbón

Un metro

Tortas de foamy dividido en varias fracciones

Actividades de inicio:

Para la actividad de Inicio se organizaron los grupos que ya habían venido trabajando y se hizo una lectura en voz alta para todos los grupos de la siguiente situación:

Para decorar nuestro salón el representante sugiere que los estudiantes sean quienes realicen las carteleras con imágenes de sus temas favoritos así:

$\frac{5}{10}$ de la cartelera serían para imágenes de animales.

$\frac{3}{10}$ de la cartelera serían para imágenes de paisajes.

$\frac{2}{10}$ de la cartelera serían imágenes de deportes.

La cartelera que cumpla con estas condiciones será la elegida para pegar en el salón.

El facilitador quien es el niño que se encarga de traer el material llevó lo necesario para cada grupo.

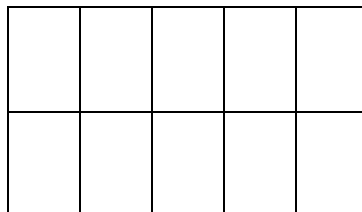
Inicialmente surgieron muchas dudas, los niños preguntaban cómo hacer la cartelera, algunos empezaron a poner las fotos olvidando la instrucción, el estudiante 14 preguntó “¿cómo hacemos para saber cuánto es cinco décimos de la cartelera? En ese momento se le orientó al niño para que hiciera la pregunta a sus compañeros para que entre todos la resolvieran, lo cual era exactamente el propósito de la actividad retomar pre saberes y poner a prueba la habilidad de

conversión y tratamiento para determinar el espacio que correspondía a cada fracción y como representarlo con el material concreto.

Se inició entonces la socialización, el estudiante 9 respondió “toca dividir la cartelera en 10 pedazos” para lo que se le pidió que sugirieran cómo se haría, algunos estudiantes empezaron a doblar la cartulina mediante ensayos, pero solo lograron obtener cuartos y octavos, el grupo 6 tomó el metro y se dieron cuenta que el lado más largo de la cartelera era exacto al metro.

Los estudiantes que siempre habían preferido usar los números para calcular las fracciones rápidamente sugirieron dividir los 100 centímetros en 10 e hicieron la división con el algoritmo tradicional, pero no sabían qué hacer con el resultado, y es allí donde se resalta la importancia del proceso de representación ya que como lo plantea Duval⁵⁷ una característica fuerte de que se ha construido un conocimiento de un objeto matemático es el uso de más de un registro de representación semiótica y para este caso realizaron la aplicación de un algoritmo pero no lograron hacer un tratamiento de esa información.

Luego de un tiempo, el grupo 1 mostró los dobleces que le habían hecho a la cartelera, como lo muestra la imagen; el estudiante 2 participa diciendo “si está bien porque los espacios están iguales, y si caben las fotos”



⁵⁷ DUVAL, Op. cit., p. 38.

Este espacio sirvió de reflexión para pensar en que los algoritmos son muy importantes, pero no siempre son suficientes ni son la única forma de darle solución a un problema.

Después de la larga discusión sobre cómo repartir el espacio de la cartelera en décimos los estudiantes empezaron a pegar sus imágenes según las indicaciones dadas al inicio; se pudo notar que fue sencillo para los estudiantes determinar el espacio para las imágenes de acuerdo a cada fracción.

Durante la exposición de las carteleras se realizaron las siguientes preguntas:

¿Cuáles imágenes ocupan más espacio?

¿Cuáles imágenes ocupan menos espacio?

¿Si ordenamos de menor a mayor las fracciones que representan el espacio de cada clase de imagen cómo quedaría?

El estudiante 2 respondió “los animales ocupan la mitad de la cartelera, luego los paisajes y luego los deportes” Durante las actividades que se habían desarrollado se evidenció que los estudiantes tenían facilidad para asociar y hacer representaciones de las fracciones, pero en el lenguaje natural lo cual es importante; pero, era necesario que se apropiaran también de las otras formas de representación gráfica y escritura fraccionaria; por lo que se le pidió al estudiante escribir en el tablero en un registro aritmético lo que había compartido para lo cual el niño se remitió al problema inicial, copió las fracciones y las puso en orden, en este momento se aprovechó para dar otros ejemplos de cómo ordenar fracciones del mismo denominador.

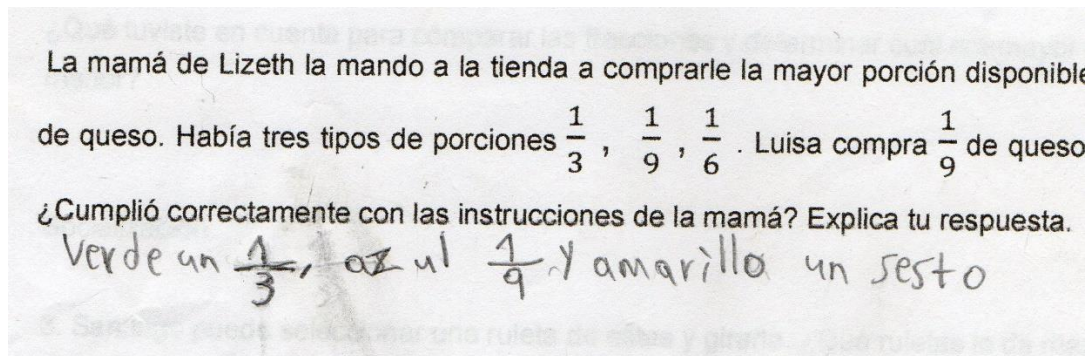
Actividades de desarrollo:

Para este momento se entregó a los estudiantes el material de las tortas fraccionadas y su hoja de trabajo con el siguiente problema:

La mamá de Luisa la mandó a la tienda a comprarle la mayor porción disponible de queso. Había tres tipos de porciones $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{6}$. Luisa compra $\frac{1}{9}$ de queso. ¿Cumplió correctamente con las instrucciones de la mamá? Justifica tu respuesta. Luego de leer el problema, cada grupo empezó a buscar soluciones usando el material y apoyados en registros gráficos que ellos mismos hacían lo que produjo los siguientes resultados:

Ejemplo de respuesta Grupo 1

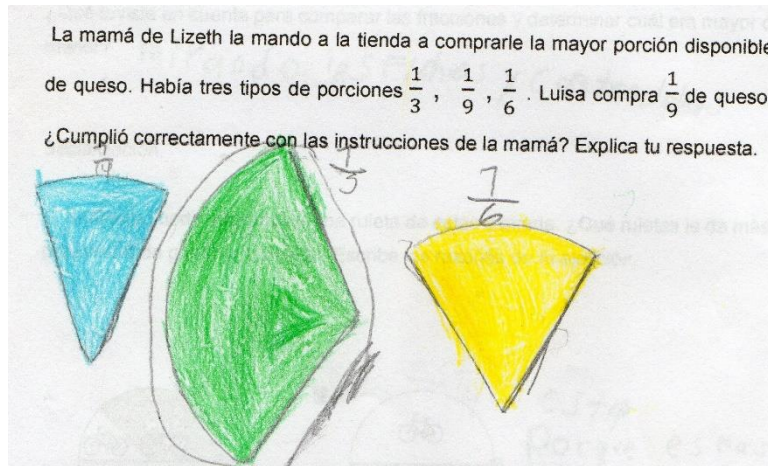
Imagen 16. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 1



Los estudiantes del grupo 1 usaron el material para nombrar las fracciones que se mencionan en el problema y se evidencia que los registros de representación usados son correctos, pero no corresponde a lo solicitado, no dan respuesta a la pregunta evidenciando nuevamente falencias en la comprensión del problema. Es decir, han construido un conocimiento acerca de las fracciones y sus representaciones, pero aún no logran relacionarlo en la solución de problemas.

Ejemplo de respuesta Grupo 3:

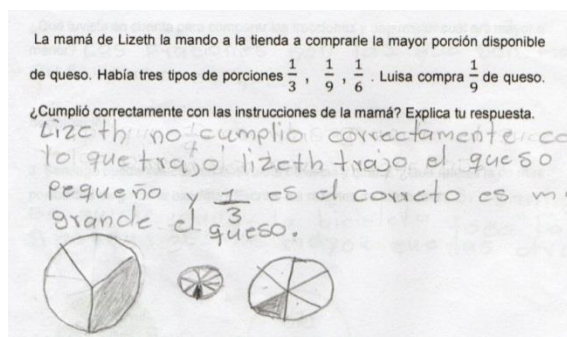
Imagen 17. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 3



Como se muestra en la imagen los estudiantes del grupo 3 usaron un registro aritmético y un registro de representación gráfico de cada una de las porciones en tamaño real del material concreto y señalaron a la fracción un tercio; lo que indica que reconocen la fracción un tercio como la mayor, pero faltaban argumentos que explicaran la solución al problema, evidenciaron falencias al comunicar su solución.

Ejemplo de respuesta de los grupos 2,4 y 5

Imagen 18. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 2,4 y 5

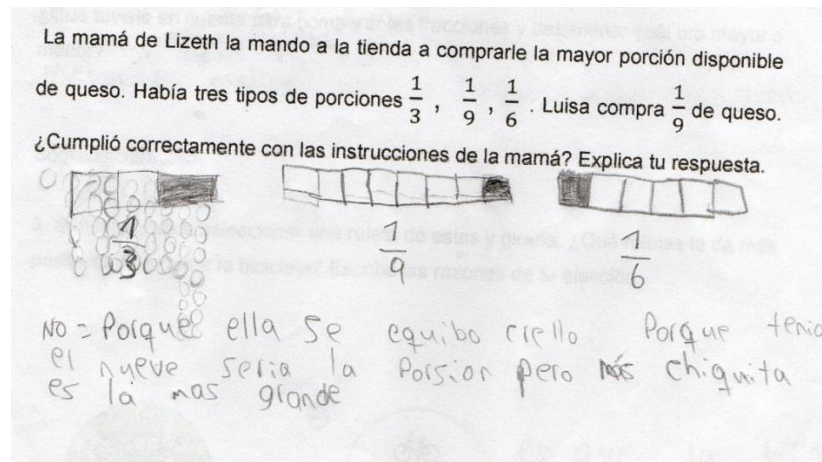


Se evidenció en estos grupos que comprendieron el problema, realizaron registros de representación gráfica para justificar y comunicar la solución lo cual evidencia

un avance en el uso de las habilidades del proceso de representación que contribuyen en mejorar la comprensión matemática.

Ejemplo de respuesta Grupos 6 y 7

Imagen 19. Ejemplo de respuesta grupo Grupo 6 y 7



Los estudiantes de estos grupos demostraron habilidad para realizar representaciones gráficas diferentes a las del material, además hicieron registros de representación aritmética, justificaron la solución al problema. A partir de la socialización de este grupo se pudo determinar cuándo una fracción con numerador uno y diferente denominador es mayor que otra.

Seguidamente se planteó otra actividad cuyo propósito era encontrar con o sin el material concreto otras fracciones para establecer relaciones de orden, a medida que los niños participaban representando las fracciones en el tablero se introdujo la parte simbólica con los signos mayor que y menor que. En general, los estudiantes usaron el material concreto para encontrar fracciones; se observó que el material les proporciona seguridad al expresar y comunicar ideas matemáticas.

Se evidenció que cuando los estudiantes realizaban las representaciones mayor comprensión tenían de las fracciones y las relaciones que se estaban estudiando,

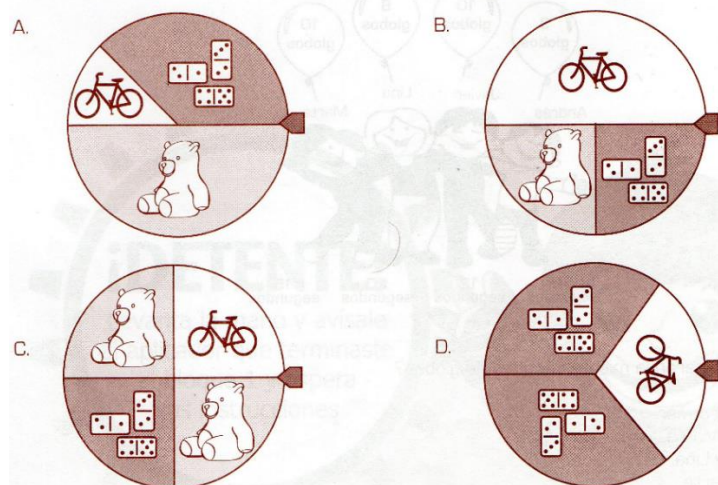
lo que atiende a las consideraciones de Duval⁵⁸ cuando plantea que lo que se debe hacer es introducir los conceptos matemáticos a través de actividades que propicien el trabajo con diferentes representaciones.

Actividades de cierre:

Finalmente se propone a los estudiantes un nuevo problema:

Santiago puede seleccionar una ruleta de estas y girarla. ¿Qué ruletas le da más posibilidad de ganar la bicicleta?

Imagen 20. Problema para comparar fracciones



La mayoría de los estudiantes escogieron la letra B como la opción con mayor posibilidad de ganarse la bicicleta, en la socialización algunos niños pasaron al tablero y ubicaron en frente de cada opción el registro aritmético correspondiente a la fracción donde se encontraba la bicicleta menos en la opción A, pues la torta no tenía todas sus partes iguales a lo que el estudiante 4 dijo: “como con las fichas profe” y buscó en el material las fichas que representaban un medio, un sexto y un tercio y mediante comparación pudo establecer que la opción A correspondía a

⁵⁸ DUVAL, Op. cit., p. 31.

un sexto; luego se le pidió al estudiante 11 que escribiera en orden de mayor a menor las fracciones según la posibilidad de ganar la bicicleta, la estudiante logró hacerlo apoyada en el material gráfico y en los registros de representación aritmético que ya se habían ubicado en cada Opción.

Sin embargo, el estudiante 5 dijo no estar de acuerdo con las respuestas de sus compañeros porque para él era más fácil ganarse los dominós de la opción D; en ese momento muchos empezaron a dudar; la docente preguntó ¿Quién considera que lo que dice su compañero es cierto o no y por qué? Entre ellos discutían hablaban, comparaban el espacio y desde ese punto de vista algunos coincidieron en que era cierto lo que su compañero afirmaba hasta que el estudiante 9 dijo “pero es que están preguntando son las bicicletas no los dominós”. Lo anterior permitió observar que la falta de atención es una de las falencias que más se presenta en los estudiantes y que el material concreto bien direccionado con situaciones de interés para los estudiantes puede llegar a mejorar esta falencia, pero por el contrario si no se realiza una rigurosa planeación para el uso del mismo se puede convertir en un obstáculo para el objetivo de la sesión.

Alsina⁵⁹ señala que los materiales manipulativos en general deben usarse con el fin de plantear problemas, en este sentido esto permite a los estudiantes potenciar habilidades en el tratamiento de la información y a reflexionar sobre lo que están aprendiendo, fortaleciendo su confianza a la hora de verificar y justificar sus razonamientos.

Antes de terminar la sesión se formuló la siguiente situación:

Vamos a imaginar que la ruleta completa corresponde al 100% de las posibilidades, ¿A qué porcentaje corresponde la opción seleccionada?

⁵⁹ ALSINA, Op. cit., p. 12.

A pesar de que los estudiantes manejan en su cotidianidad expresiones con porcentajes para ellos no es común hacer esta deducción, por lo que se les invitó a que usaran registros de representación que les pudiera ayudar a dar solución a la pregunta; la ventaja la tuvieron quienes venían resolviendo todo con el algoritmo de la división ya que rápidamente la realizaron y respondieron que la opción b correspondía al 50%, para otros fue necesario primero representar la mitad y darle valor numérico a cada mitad para comprobarlo.

Esta clase de acciones que se dan dentro de un mismo registro de representación en este caso el aritmético dan muestra de que los estudiantes están encaminados a poner a prueba las habilidades propias del proceso de representación en este caso la habilidad de tratamiento.

Otros hallazgos:

- Se logró que los estudiantes establecieran relaciones de orden entre fracciones, apoyados en el material concreto e hicieron conversiones de un lenguaje natural a un lenguaje aritmético y gráfico, lo cual es un avance ya que como lo menciona Duval⁶⁰ la coordinación de registros de representación, es esencial para la actividad matemática y dista de ser una actividad simple y natural.
- Se evidenció mayor participación de cada uno de los grupos para defender sus argumentos, las socializaciones se han convertido en el buen sentido de la palabra en una batalla donde todos quieren que los demás conozcan que se hizo al interior de cada grupo.
- La resolución de problemas continúa dependiendo de la competencia lectora fue necesario mayor intervención de la docente para que algunos estudiantes orientados a través de preguntas lograran interpretar la pregunta del problema.

⁶⁰ DUVAL, Op. cit., p. 1.

- Es muy importante proporcionar al estudiante experiencias didácticas que sean de su contexto que supongan un reto a sus destrezas y habilidades, de tal manera que vea en la matemática un uso significativo de la misma.
- El uso del material concreto en algunos momentos generó conflictos entre compañeros por el manejo del mismo, en otros casos el material distrajo a algunos grupos del objetivo de la sesión; no es fácil el manejo del material concreto con los niños, pero esto no puede ser una barrera para su uso.

Durante los tres momentos de la sesión, el uso del material concreto permitió evidenciar los siguientes aspectos:

Tabla 13 Análisis de La Incidencia del material concreto en cada momento de la sesión 4.

Objetivo de la sesión	Material concreto	Inicio	Desarrollo	Cierre
El estudiante desarrolla estrategias para establecer un orden a un grupo de fracciones con igual denominador y fracciones con numerador 1 y diferente denominador.	Recortes con imágenes de Pliego de cartulina Colbón Un metro foamy dividido en varias fracciones	A medida que se avanzaba en las sesiones cada vez más el material concreto generaba más expectativa. Las actividades para las que se disponía el material lograban el objetivo de retomar pre saberes y en algunos casos se construía nuevos conocimientos.	Es este momento el material se convirtió en el instrumento con el cual los estudiantes justificaba y comunicaban sus argumentos en la resolución de problemas, y bajo este pretexto se desarrollaba la conceptualización.	El material gráfico-textual que se empleó para este momento de la sesión reforzó los conocimientos acerca de las relaciones entre las fracciones y su uso en situaciones que pueden darse en la vida diaria.

8.5 ANÁLISIS SESIÓN 5:

Fecha de desarrollo de la actividad: 10 y 11 de noviembre de 2016

Objetivo: El estudiante reconoce y aplica su conocimiento sobre fracciones en la solución de problemas en contextos cercanos.

Variaciones en el desarrollo de la sesión: La sesión se dividió en dos jornadas ya que la elaboración de la receta demandó más tiempo de lo estipulado debido a la logística con niños en la cocina y al tiempo empleado por los niños a la hora de buscar la porción exacta de los ingredientes para la receta.

Aprendizajes esperados: se espera que en esta sesión los estudiantes identifiquen situaciones de la vida cotidiana donde usamos fracciones y realicen transformaciones de tratamiento que permitan interpretar estas expresiones y el contexto donde se usan.

Los Materiales para esta sesión:

Un reloj de pared

Un queso

Gaseosa de 1 litro

Utensilios de cocina

Receta

Ingredientes

Cartel

Actividades de inicio:

Para iniciar esta sesión se pidió a los estudiantes que leyeran las siguientes expresiones y pensarán que querían decir, podían usar gráficos, palabras o números para explicar su interpretación.

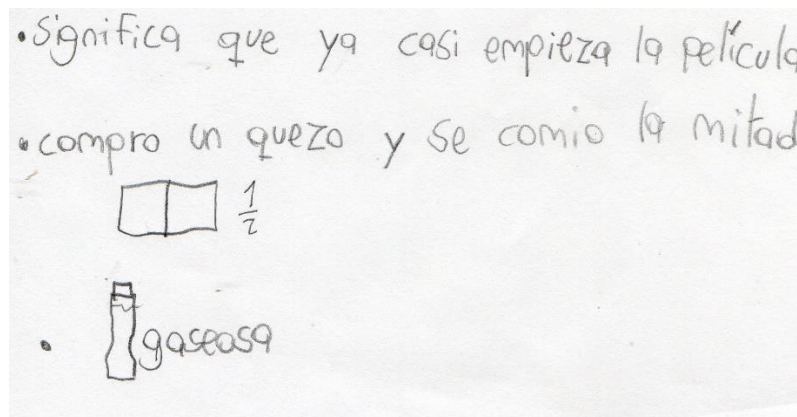
- Falta un Cuarto de hora para que inicie la película.
- Comí medio queso.
- Compré una gaseosa litro y cuarto.

La mayoría de los estudiantes lograron dar explicación fácilmente a la expresión “comí medio queso,” como lo muestra la imagen, fue la única expresión de la que lograron hacer representaciones en un registro aritmético, gráfico y en un lenguaje

natural, si bien es cierto que ya están familiarizados con esta expresión demostraron una fortaleza en la habilidad de conversión, respecto a las otras dos expresiones, aunque las escuchan con frecuencia no lograron establecer la relación con las fracciones.

Ejemplo de respuesta estudiante 14

Imagen 21 ejemplo de respuesta estudiante 14



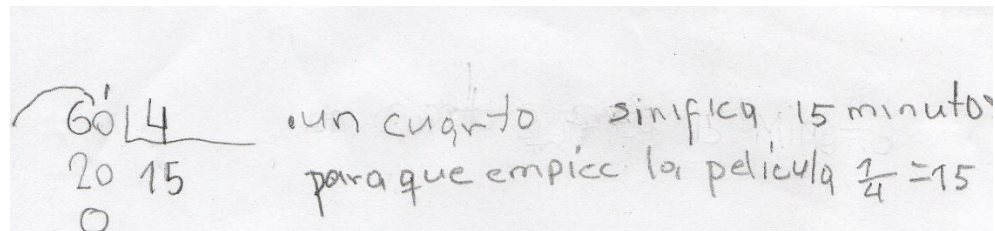
En ese momento se entregó a cada grupo un reloj, y una gaseosa litro, para que nuevamente revisaran las expresiones anteriormente planteadas y lograran hacer una interpretación de ellas a través de la manipulación del material.

A pesar de tener el material se pudo evidenciar que no sabían qué hacer con él para dar explicación a las expresiones. Los estudiantes se notaban confundidos y al indagar se encontró que la mayoría de niños no tenían claridad de cuantos minutos tenía una hora o que magnitud usar para saber la equivalencia de un litro. Entonces fue necesario empezar por dar a conocer estas equivalencias, se tomó un reloj y se orientó que entre cada número había 5 minutos y los estudiantes contando de 5 en 5 lograron recordar que la hora tenía 60 minutos, ya con este dato se inició la socialización para determinar que fracción de tiempo correspondían a la expresión “falta un cuarto de hora” mediante preguntas como: ¿Qué significa un cuarto? ¿Cómo hallamos un cuarto de una hora? Los

estudiantes de los grupos 2, 4, y 6 realizaron la división de 60 entre 4 y expresaron que eso era un cuarto y realizaron un tratamiento adecuado al establecer la igualdad de un cuarto y 15 minutos como se muestra en la imagen.

Ejemplo respuesta de estudiante 9

Imagen 22 ejemplo de respuesta estudiante 9



Handwritten student work showing a division problem and a handwritten explanation. The division is $60 \div 4 = 15$. The handwritten text says: "un cuarto significa 15 minutos para que empiece la película $\frac{1}{4} = 15$ ".

Por otra parte, los grupos 1,7 y 5 utilizaron las manecillas del reloj y empezaron representando la mitad, es decir ubicando las manecillas en el 3 y el 9 y luego representaron el cuarto de hora como lo explica el estudiante 4 “partiendo imaginariamente la mitad en dos entonces pongo este palo aquí y el otro aquí” señalando el 12 y el 3. El equipo se caracterizó por hacer un uso muy productivo del material cualquiera que fuera, cuando se lo proponían realmente experimentaban de diversas maneras para dar solución a los problemas, pero les faltó pasar de lo concreto a comunicarlo de forma escrita usando símbolos formales.

Para la situación del litro y cuarto destapamos una gaseosa de un litro y la medimos en vasos de 8 onzas, saliendo un total de 4 vasos completamente llenos ya partiendo de esta medida los estudiantes empezaron a realizar cálculos hasta determinar que un cuarto de un litro utilizando como medida el vaso, era precisamente un vaso. ¿El estudiante 2 explicó “como cuatro vasos son un litro, ya está dividido en 4 y un vaso es un cuarto” Docente “entonces cuántos vasos equivaldrían a un litro y cuarto?” Estudiante 2 “cuatro vasos y un vaso...5 vasos”

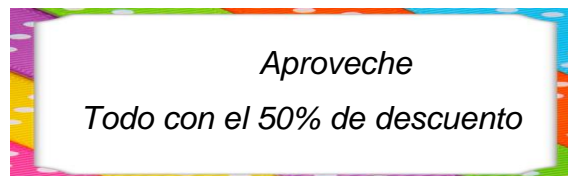
Finalmente se reflexionó con los estudiantes acerca del uso de la matemática en la vida diaria.

En este momento de la sesión se dio una situación que a menudo ocurre en las aulas y es que los docentes dan por entendido que los estudiantes por estar en cierto grado son conocedores de información que han debido conocer en años anteriores como fue el caso de las equivalencias de los minutos que tiene una hora o la magnitud para medir un litro, esta situación lleva en muchas ocasiones a formular problemas que generan bloqueos en los estudiantes y termina por desviarse el objetivo de la actividad o peor aún a evaluar rígidamente justificando que son falencias de los estudiantes. El trabajo en grupo y el uso del material concreto permitieron mejorar la comunicación interpersonal y hacer una clase flexible en donde todos tenían la posibilidad de preguntar, aprender y enseñar.

Actividades de desarrollo.

Continuando en la tónica de hallar situaciones reales donde debamos emplear los conocimientos que se construyeron durante la secuencia se planteó el siguiente problema:

Con motivo de la navidad ahora en octubre muchos almacenes ofrecen ofertas que podemos aprovechar ya que para diciembre todo sube de precio. Por ejemplo Duvan vio el siguiente cartel en la fábrica de ropa de su mamá.



Si el 100% es el valor total de cada prenda, Sería correcto afirmar que $\frac{1}{2}$ es el 50%? ¿Por qué?

Rápidamente los estudiantes en coro afirmaron que sí, pues ya se había trabajado en las sesiones anteriores, entonces la docente dirigió la pregunta al estudiante 6 el cual es muy tímido y habla muy poco con el fin de verificar si había comprendido lo que hasta ese momento estábamos tratando a lo que el estudiante con voz muy baja contestó “si la mitad de 100 es 50 “ con esto se pudo evidenciar que reconoce la expresión simbólica $\frac{1}{2}$ como la mitad y además pudo hallar la mitad de 100, lo cual demuestra un progreso en las habilidades de tratamiento y conversión en un estudiante con muchas dificultades en el área de matemática.

La docente continuó preguntando a los estudiantes ¿si una camiseta de las que fabrica la mamá de Duvan tiene un costo de \$12.000 con el 50% de descuento que valor tendría?

La estudiante 19 participó diciendo “6000” antes que todos, Docente ¿es cierto eso? ¿Qué dicen”? La estudiante 19 dijo “si porque la mitad de 12 es 6 “los demás estudiantes estuvieron de acuerdo con esta afirmación, para esta estudiante este tipo de situaciones eran muy familiares pues sus abuelos tienen una tienda donde ella colabora.

Para la siguiente actividad se le entregó a cada grupo octavos de cartulina y una lista de precios para elaborar carteles con los precios de la ropa antes y ahora con el 50% que le entregaríamos a la mamá de Duvan para ayudarle en su almacén. Cada grupo escogió un producto y elaboró los carteles.

Finalmente, todos los grupos expusieron sus carteles haciendo uso de las habilidades de tratamiento y conversión al hallar los precios con el 50% y al usar en un lenguaje natural para expresar dichos descuentos.

Se pudo observar que cuando los estudiantes encuentran sentido a lo que hacen mejora su motivación por el aprendizaje, es importante resaltar que la etapa de

institucionalización del saber que se fue dando en diferentes momentos relacione el trabajo con lo concreto para llegar a una formalización producto de los conocimientos construidos.

Actividad de cierre:

Para el momento de cierre siguiendo con el tema navideño se preparó una torta de vainilla donde los niños pusieron a prueba no solo su creatividad como cocineros sino también sus conocimientos y habilidades con las fracciones.

Para esta actividad se contó con el apoyo de una madre de familia con experiencia en repostería y algunas madres de familia, una por grupo. Se les hizo entrega de una receta que se presenta a continuación.

Los niños se mostraban muy emocionados y ansiosos; antes de ir a la cocina se pautaron las normas de cuidado personal y grupal para que la actividad cumpliera con su propósito.

Torta de Navideña de Vainilla

$\frac{1}{2}$ Libra de Mantequilla (solo estaba en cuartos)

$\frac{1}{4}$ De libra de azúcar (presentación de 1libra)

4 Huevos

2 Cucharaditas de vainilla

$\frac{3}{4}$ De libra de harina. (Presentación 1 Libra)

Ya en la cocina se organizaron los grupos con los ingredientes necesarios para la elaboración de la torta y se dio la palabra a la persona encargada de orientar la preparación, quien comenzó diciendo que era muy importante la medida exacta de los ingredientes para el éxito de la torta.

Luego la docente explicó ingrediente por ingrediente la presentación en peso que tenía cada uno y orientó a los estudiantes para que siguiendo la receta hallaran las porciones necesarias se les indicó que contaban con recipientes medidores que les podían servir. La Porción que más trabajo les dio fue los tres cuartos de harina ya que el recipiente medidor que se había dispuesto para la actividad fue de media libra, en casi todos los grupos las mamitas invitadas terminaron interviniendo y enseñando a los niños otras formas empíricas de medir la harina la que más predominó fue el tanteo y medir por pocillos.

Finalmente, los niños pusieron los ingredientes en la taza revolvieron por turnos pues todos querían hacerlo y las mamitas terminaron de perfeccionar la mezcla y depositarla en el molde, solo habría que esperar 45 minutos de horneado para que estuvieran listas.

Transcurridas 2 horas se llevaron nuevamente los niños a la cocina y cada grupo dividió su torta en tercios, cada uno se llevó su porción de torta a casa.

A pesar de que esta actividad fue más lúdica y menos rigurosa en cuanto a la parte escrita se pudo evidenciar que los estudiantes tuvieron valiosas experiencias de aprendizaje en donde la matemática cada vez cobraba más valor e interés de su parte, lo cual se fundamenta con los estándares de competencias cuando refieren que es necesario fomentar en los estudiantes actitudes de aprecio seguridad y confianza hacia las matemáticas.

Otros Hallazgos:

- Durante la sesión se fortaleció la habilidad de tratamiento; los estudiantes realizaron diversas actividades que les permitió explorar diferentes interpretaciones de los números fraccionarios en diferentes contextos.

- Se notó una mayor precisión en la representación e interpretación de fracciones, lo que influyó de manera positiva al resolver problemas de la vida cotidiana.
- Durante los diálogos y socializaciones e interacción con los estudiantes se evidenció que en muchos casos tienen el saber y la estrategia para poder resolver una situación, pero sus falencias en cuanto a los procesos lector y escritor no les permite tener una comunicación asertiva de las ideas matemáticas.
- En algunos estudiantes se evidenció que a pesar de trabajar con material concreto de fácil manejo y de su interés, presentan atención dispersa lo cual no permitía que concluyeran las actividades y en ocasiones se mostraran apáticos al desarrollo de la actividad.

Durante los tres momentos de la sesión, el uso del material concreto permitió evidenciar los siguientes aspectos:

Tabla 14 Análisis de La Incidencia del material concreto en cada momento de la sesión 5.

Objetivo de la sesión	Material concreto	Inicio	Desarrollo	Cierre
Resuelve problemas mediante los diferentes usos de las fracciones de acuerdo a un contexto.	Un reloj de pared Un queso Gaseosa litro Utensilios de cocina Receta Ingredientes Cartel	En el momento inicial el material concreto no logró motivar a los estudiantes ya que se encontraban confundidos por el desconocimiento de la información, fue necesario orientar su manipulación para que tuviera sentido la actividad matemática.	En las actividades de desarrollo el material se usó como medio para que los estudiantes comunicaran las representaciones pertinentes al problema.	Los materiales contribuyeron en la elaboración de un producto físico como es el caso de la torta e intelectual ya que tanto estudiantes como madres de familia usaron la matemática en un contexto real; también se usó como pretexto para mejorar la interacción entre compañeros.

La propuesta de intervención fue pensada con un fin dinámico que dista de las tradicionales aulas de clase, dando sentido al aprendizaje de las matemáticas permitiendo que sean los estudiantes quienes construyan su propio conocimiento a través de la interacción con el otro, del trabajo en equipo y con la manipulación de materiales cuidadosamente dispuestos para potenciar las habilidades necesarias para resolver problemas y comunicar su solución.

Desde esta perspectiva se puede concluir que la secuencia didáctica influyó de manera positiva en el interés y motivación de los estudiantes por la matemática, en esta medida se dieron algunos cambios respecto de la forma como se introdujo las fracciones, su interpretación y representación.

El material concreto es una herramienta que permite potenciar la motivación y el interés de los estudiantes, así como fortalecer habilidades que promueven la construcción de conocimiento, pero depende de las acciones que se hagan sobre

el material el éxito de su uso; de lo contrario, puede convertirse en un problema más del aula.

Al respecto es interesante la siguiente reflexión:

La mejora de la educación matemática no depende básicamente de los cambios administrativos, ni del aumento de las dotaciones económicas, ni de la supuesta eficacia de los nuevos currículos. Todos estos factores influyen, sin duda alguna, pero los verdaderos cambios dependen sobretodo del cambio de mentalidades y de las actitudes profundas de las personas. [...] Éstos son los cambios más profundos, y por ello son también los más difíciles. Personalmente creo que son los únicos realmente interesantes⁶¹.

⁶¹ BINIÉS LANCETA, P. Conversaciones matemáticas con maría Antònia Canals: O cómo hacer de las matemáticas un aprendizaje apasionante. Barcelona: Graó. 2010. p.83.

9. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA PRUEBA FINAL

A continuación, se presenta el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes del grado tercero en la prueba final las cuales permitieron determinar en qué medida lograron superar las dificultades identificadas en la prueba diagnóstica con relación al proceso de representación específicamente en las habilidades de conversión y tratamiento en la resolución de problemas con fracciones, luego de haber abordado estas falencias en la intervención mediante el uso de material concreto, teniendo en cuenta los planteamientos de Godino⁶² quien concibe que el trabajo con material es muy importante en las primeras etapas de la educación matemática ya que "manipular y ver los objetos matemáticos" son esenciales para la comprensión matemática y la aplicación de estas ideas matemáticas al mundo real.

La prueba final fue aplicada a 20 estudiantes del grado tercero y fue presentada de forma individual; tuvo una duración de 2 horas, se diseñó planteando dos problemas que hicieran referencia a la habilidad de tratamiento y dos problemas referentes a la habilidad de conversión, teniendo en cuenta la teoría de Duval⁶³ donde considera a estas dos habilidades, actividades cognitivas importantes que posibilitan todo registro semiótico y por ende mejora la comprensión matemática.

A continuación, se presenta el análisis de los resultados de cada uno de los problemas planteados en la prueba final.

⁶² GODINO, Op. cit., p. 134.

⁶³ DUVAL, Op. cit., p. 21.







9.1 ANÁLISIS DEL PROBLEMA 1

El primer problema se trata de un cuadro que debía completarse teniendo en cuenta los tres registros de representación; registro gráfico, registro aritmético y lenguaje natural de tal manera que permitiera evidenciar que posibles fortalezas o debilidades aún quedaban en la habilidad de conversión con relación a los conocimientos construidos sobre fracciones.

Para este problema, 13(65%) de los estudiantes completaron correctamente la totalidad de la tabla realizando conversiones entre los tres registros de representación lo cual evidenció un avance importante, se pudo identificar que la mayoría de los estudiantes tiene claridad al representar una fracción en unidades discretas o continuas, como se muestra en la imagen.

Ejemplo de respuesta Estudiante 14

Imagen 23 ejemplo de respuesta estudiante 14

Registro numérico	Grafica	Se lee
$\frac{3}{9}$		tres novenos
$\frac{2}{4}$		dos cuartos
$\frac{2}{6}$		Dos sextos
$\frac{3}{5}$		tres quintos
$\frac{4}{8}$		cuatro octavos
$\frac{1}{3}$		Un tercio




Por otra parte 4 (20%) de los estudiantes realizaron 3 de las 6 conversiones propuestas en la tabla, evidenciaron falencias en el registro de lenguaje natural, ya

que nombran al numerador como las partes en las que está dividida la unidad en el caso donde el numerador es 3, por lo tanto, se precisó que no hay claridad al pasar de un registro a otro, persiste en ellos falencias en la habilidad de conversión y en los conocimientos sobre la relación del numerador y el denominador en una fracción.

Sin embargo, se encontró en el estudiante 10 un razonamiento que requiere de la habilidad de tratamiento al pensar en la equivalencia entre dos cuartos y un medio apoyado en el registro gráfico, demostrando que como lo menciona Duval⁶⁴ el uso de más de un registro de representación contribuye en la comprensión del objeto matemático y se constituye en símbolo de progreso de conocimiento.

Ejemplo de respuesta Estudiante 10

Imagen 24 ejemplo de respuesta estudiante 10

Registro numérico	Grafica	Se lee
$\frac{3}{6}$		UN tercio
$\frac{2}{4}$		UN medio
$\frac{2}{6}$		Dos sextos



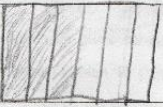



Otro grupo de 3 (15%) estudiantes realizaron registros de representación que no corresponden entre sí a las fracciones planteadas, se evidenció que no hay claridad en el conocimiento en general sobre las fracciones como parte todo tanto en unidades continuas como discretas, los registros de representación usados revelaron que persisten falencias en la habilidad de conversión, actividad

⁶⁴ DUVAL, Op. cit., p. 1.

fundamental ya que como lo indica Duval⁶⁵ las transformaciones de conversión están asociadas al problema central del aprendizaje de las matemáticas.

Ejemplo de respuesta de estudiante 7

Imagen 25 ejemplo de respuesta estudiante 7

Registro numérico	Grafica	Se lee
$\frac{3}{6}$		tres sextos
$\frac{2}{4}$		Dos cuartos
$\frac{2}{3}$		Dos sextos
$\frac{3}{5}$		tres quintos
$\frac{4}{4}$		Dos cuartos
$\frac{1}{2}$		Un tercio

9.2 ANÁLISIS DEL PROBLEMA 2.

Este problema hace referencia a la habilidad de conversión se pretendía que los estudiantes realizaran registros de representación gráficos o aritméticos que los llevara a resolver el problema y justificar su solución.

Gabriel ha ganado el campeonato de carreras que se realiza todos los años en la escuela; como premio le dieron una pizza que Gabriel compartirá con sus compañeros él piensa partirla en 8 pedazos y tomar 2 pedazos o para

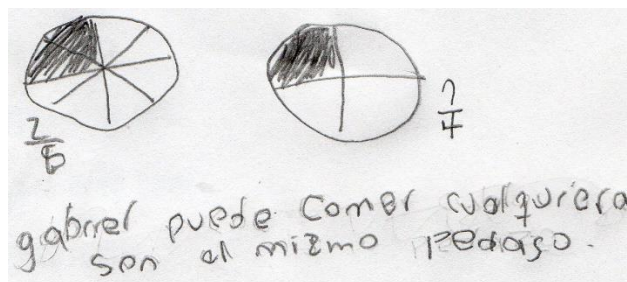
⁶⁵ DUVAL, Op. cit., p. 1.

ser más rápido partirla en 4 pedazos y tomar 1 pedazo, ayuda a Gabriel a decidir cuál sería la mejor forma de partirla para que él coma más. Justifica tu elección.

En la solución de este problema 7 (35%) de los estudiantes dieron solución al problema haciendo uso de la habilidad de conversión al graficar las pizzas partidas en sus respectivos pedazos como lo indica el problema, lo cual los llevó a concluir que había una relación de equivalencia entre las dos fracciones por lo que expresaron que cualquier fracción podía ser la solución, sin embargo el estudiante 2 escribió “cualquier pedazo puede comerse pero es más rápido partir en cuatro” haciendo alusión a que, además de comer igual cantidad también cumple con el propósito de ser más rápido. Se pudo evidenciar que mejoraron notablemente al comprender el problema y comunicar su solución propósitos principales del proceso de representación según el documento NCTM en los estándares hasta tercero. A pesar de que no son la mayoría y que por lo general el desempeño de estos estudiantes en matemática es bueno es importante resaltar que hubo un progreso significativo en cuanto a la forma en que los estudiantes enfrentan el problema ya que no se limitan a usar algoritmos sino que proponen registros de representación que les permiten hacer razonamientos válidos que dan solución a los problemas planteados y les permite contemplar otros aspectos como en el caso del estudiante 2.

Ejemplo de respuesta Estudiante 2

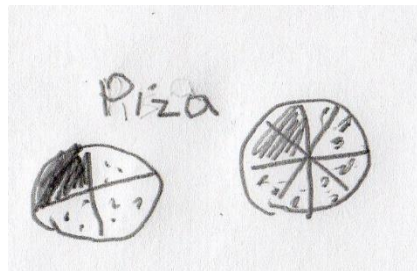
Imagen 26 ejemplo de respuesta estudiante 2



Por otra parte 3 (15%) de los estudiantes hicieron una representación gráfica correcta de la situación planteada, pero no logaron dar solución al problema por lo tanto su respuesta quedó incompleta, aunque no hicieron precisión en la pregunta del problema, se pudo notar que hubo un avance ya que mejoraron en la comprensión de la situación e hicieron uso de la habilidad de conversión para representarla, así mismo se requiere fortalecer el proceso de comunicar sus ideas ya que comprendían que debían hacer pero no lograron ser precisos en sus argumentos al dar respuesta al problema.

Ejemplo de respuesta estudiante 11

Imagen 27 ejemplo de respuesta estudiante 11



La otra mitad de los estudiantes 10 (50%) evidenciaron dificultades en su proceso lector y en algunos una actitud de bloqueo al decir en repetidas ocasiones “ no entiendo” pese a las preguntas orientadoras de la docente no logaron hacer una representación adecuada de las fracciones presentes en el problema, lo cual los llevó a comparar cantidades como el estudiante 20 “ es mas comerse dos pedazos” donde se evidenció que no relacionó la situación con los conocimientos sobre fracciones que se habían construido en la fase de intervención ni realizó ninguna aproximación a realizar una transformación de conversión, que le permitiera mejorar la comprensión sobre el problema.

9.3 ANÁLISIS DE PROBLEMA 3.

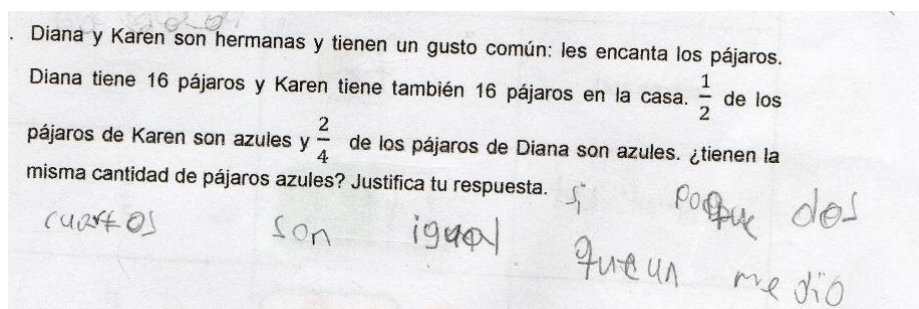
Para este problema se fijó especial atención en la habilidad de tratamiento se buscaba que hallaran la mitad y los dos cuartos de un conjunto discreto y que determinaran la equivalencia entre estas dos fracciones.

Diana y Karen tienen un gusto común, les encanta los pájaros. Cada una tiene 16 pájaros en su casa. $\frac{1}{2}$ de los pájaros de Karen son azules y $\frac{2}{4}$ de los pájaros de Diana son azules. ¿Quién tiene la mayor cantidad de pájaros azules? Justifica tu respuesta.

En este caso, 5 (25%) de los estudiantes hicieron un razonamiento adecuado al afirmar que las dos tienen la misma cantidad de pájaros azules, justificaron sus respuestas como el estudiante 12 quien sin necesidad de hacer alguna representación escrita logró identificar la equivalencia entre las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ o como la estudiante 18 quien halló el número de pájaros correspondientes a cada fracción y luego dio respuesta al problema en forma acertada aplicando la habilidad de tratamiento dentro del registro aritmético, lo cual evidenció que la articulación entre los registros de representación consiguió incidir en la solución del problema.

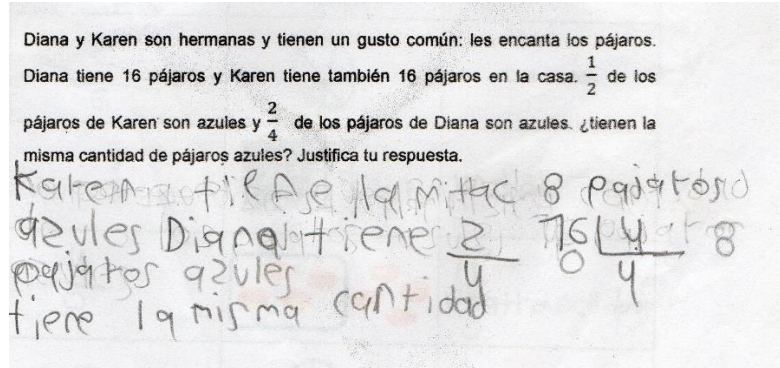
Ejemplo de respuesta Estudiante 12

Imagen 28 ejemplo de respuesta Estudiante 12



Ejemplo de respuesta Estudiante 18

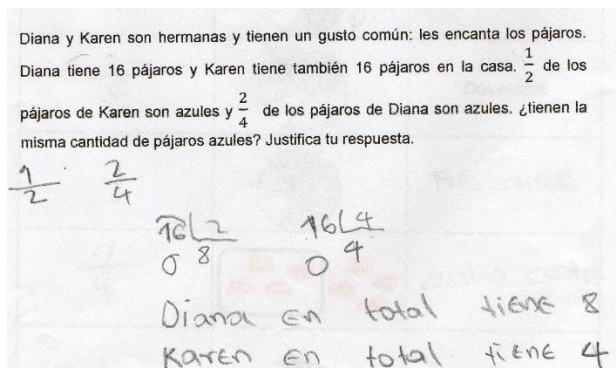
Imagen 29 ejemplo de respuesta Estudiante 18



La otra parte 15(75%) de los estudiantes tuvieron dificultad para realizar representaciones que les pudieran ayudar a dar solución al problema, 2 de estos estudiantes lograron hacer transformaciones de tratamiento al hallar la mitad del conjunto y un cuarto del mismo conjunto pero no tuvieron en cuenta que se trataba de 2 cuartos e hicieron la comparación entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ lo que los llevó a afirmar que Karen tenía mas pájaros que Ana, no siendo esta la solución al problema. Se evidenció nuevamente falencias en el proceso lector que aunque no sea motivo de esta investigación incide profundamente en el proceso de resolución de problemas.

Ejemplo de respuesta Estudiante 3

Imagen 30 ejemplo de respuesta Estudiante 3



También se dieron casos en los que los estudiantes establecieron relaciones de orden entre los denominadores pero no tuvieron en cuenta la experiencia del trabajo realizado con el material concreto cuando por visualización determinaban cuando una fracción era mayor o menor que otra ya que se limitaron a comparar como si fuesen números naturales es decir $4 > 2$ por lo tanto Karen tiene menor número de pájaros, estos razonamientos dan muestra de que los estudiantes persisten en las dificultades para resolver problemas, puesto que no hacen registros de representación que les permitan hacer inferencias en la búsqueda de una solución. Se evidenció que es necesario hacer más énfasis para pasar de lo concreto a lo simbólico.

9.4 ANÁLISIS DEL PROBLEMA 4

Este problema tiene en cuenta a la habilidad de tratamiento ya que demandaba de los estudiantes que hicieran representaciones que le permitieran visualizar y hacer razonamientos que los pudieran llevar a encontrar la relación entre un cuarto y el 25% .

Camilo tiene resuelto 25 % del libro de aprovechamiento del tiempo libre mientras que Fernanda tiene resuelto $\frac{1}{6}$ del total de páginas del mismo libro. Si el libro tiene 12 páginas ¿Quién tiene resuelto mayor número de páginas?

Para este problema 3 (15%) de los estudiantes lo resolvieron en forma acertada se logró fortalecer en estos estudiantes el análisis y la capacidad para transformar ese 25% en un cuarto y además comparar las dos fracciones, uno de los estudiantes en diálogo con la docente refirió que recordaba cuando se manejó el reloj y que por ello sabía que el 25% correspondía a $\frac{1}{4}$ lo cual le facilitó establecer la comparación y también porque las fracciones tenían a 1 como numerador. Por otro lado, el estudiante 14 que también respondió correctamente, solo justificó

hallando un sexto de las 12 páginas, a pesar de que está bien no es claro al justificar por qué Camilo tiene mayor número de páginas resueltas. Se pudo deducir que es necesario seguir fortaleciendo la habilidad de tratamiento y que el uso de material concreto permitió interiorizar los conocimientos que se construyeron a partir de la experiencia con dicho material.

Otras soluciones dadas al problema son las propuestas por 5 (25%) estudiantes que lograron proponer una transformación de tratamiento a 25% o a $\frac{1}{6}$ pero no a las dos, lo cual no les permitió establecer relaciones para poder precisar quién tenía mayor número de hojas resueltas, sin embargo, se evidenció un avance importante ya que los estudiantes no realizaban representaciones diferentes a los algoritmos, mientras que ahora están intentando establecer registros de representación que les permiten visualizar posibles soluciones y además les permiten convertir y tratar las ideas matemáticas para un fin determinado.

De otra parte 12 (60%) estudiantes presentaron dificultades en la interpretación y en el reconocimiento de los datos del problema, ya que hubo confusión al señalar que 25% correspondía a la mitad de las páginas del libro y que por ello Camilo había resuelto más páginas, se halló que estos estudiantes asocian el porcentaje, cualquiera que fuese siempre como la mitad, persisten en una marcada dependencia del docente para realizar cualquier acción y aún no logran construir registros de representación es decir falta potenciar las habilidades de tratamiento y conversión. Se evidenció también que en estos estudiantes los usos de material concreto les permitían hacer representaciones concretas, pero no lograron pasar dichas representaciones a un plano más formal.

La siguiente rejilla, contiene una descripción de los procesos realizados para cada nivel, con el fin de valorar el desempeño de los estudiantes con relación a las habilidades del proceso de representación: tratamiento y conversión en la prueba final.

Tabla 15. Rejilla de valoración para las habilidades de tratamiento y conversión

	Nivel alto	Nivel Medio	Nivel bajo
Habilidad Tratamiento	Transforma representaciones, al interior de un registro semiótico de representación (lenguaje natural, aritmético y gráfico) para obtener otras representaciones en el mismo registro.	Identifica algunas transformaciones de tratamiento al interior de un registro semiótico de representación	Reconoce algunos elementos del registro de tratamiento con poca relación entre sí.
Habilidad Conversión	Aplica de forma apropiada los procesos para <i>Convertir</i> las representaciones producidas en un determinado registro semiótico, en representaciones en otro registro semiótico. Registro de lenguaje natural, registro aritmético y registro gráfico.	Identifica algunas conversiones entre los diferentes registros de representación.	No reconoce representaciones diferentes producidas desde registros diferentes de un mismo objeto matemático.

9.5 ANÁLISIS PARA LA HABILIDAD DE TRATAMIENTO

Tabla 16. Categorización de las respuestas de los estudiantes para la habilidad de tratamiento.

Preguntas que corresponden a la Habilidad de tratamiento	Nivel	Respuestas de los estudiantes
<p>1. <i>¿Quién tiene la mayor cantidad de pájaros azules? Justifica tu respuesta.</i></p> <p>2. <i>¿Quién tiene resuelto mayor número de páginas?</i></p>	Bajo	Estudiante-1 dejó en blanco. / 2 “Fernanda resolvió más hojas”.
		Estudiante-4 “no tienen la misma cantidad porque los pájaros azules que tienen Karen tiene 2 y Diana 4 / 2. “Camilo leyó más por el 50%”
		Estudiante-6 “Karen tiene más pájaros azules porque si el numerador es pequeño es que tiene más cantidad”. /2. “Camilo le falta poquito para terminar el libro”
		Estudiante-7”no porque Diana tiene menos pájaros” /2.”Fernanda lleva las 6 hojas, eso es más”
		Estudiante-8” ahí no dice que Diana tiene pájaros azules. /2 “Camilo porque lleva 25 páginas”
		Estudiante-11”Diana tiene más pájaros que Karen.” /2. “camilo lleva la mitad y Fernanda lleva la mitad porque 6 es la mitad”
		Estudiante-13” 2X 4=8 y 2X1=2 “no tienen la misma cantidad” /2.no se puede saber”
		Estudiante-17”tienen la misma cantidad de pájaros azules porque tiene 16 cada una./2. “Camilo termina en poco tiempo”
Estudiante-20”son diferentes la cantidad de pájaros		

		porque Karen tiene menos./2. “Fernanda lleva el 50%”
	Medio	Estudiante-2”Karen tiene la mitad de los pájaros azules” /2.”Camilo tiene resuelto más hojas , un cuarto”
		Estudiante-3” Diana en total tiene 8, Karen en total tiene 4” /2. “Fernanda hizo 2 hojas y Camilo más por el 25 %”
		Estudiante-5 “si porque 8 son azules en los de Karen y en los de Diana 8 también son azules” /2.”las páginas que más lleva es Fernanda”
		Estudiante-9” no porque Karen un medio y Daniel dos cuartos” / 2.”Camilo lleva el 25% y Fernanda lleva 2 hojas”
		Estudiante-10 “ si porque diana tiene 8 pájaros azules y Karen también tiene 8 azules./2. “Ambos llevan la mitad”
		Estudiante -12” Si porque dos cuartos es igual que un medio” /2. Camilo es porque un sexto es 2 hojas y camilo tiene un cuarto”
		Estudiante-14” no tienen la misma cantidad porque un medio significa que al 2 le quito 1 y dos cuartos significa que al cuatro le quito 2” / 2. “un sexto de las hojas da 2 por eso Camilo lleva mas hojas”
		Estudiante-15 Diana y Karen no tienen la misma cantidad./2.Camilo lleva mas hojas que Fernanda es mas un cuarto que un sexto.”
		Estudiante-16” si porque la menor es la mayor.” / 2. “ Camilo tiene mas hojas 25% es un cuarto”
		Estudinate-18” Karen y Diana tienen la misma cantidad de pájaros azules y la mitad de 16 es 8”. / 2.Fernanda lleva 2 hojas y camilo el 25% la mita del 50%.
		Estudijante-19”no porque Diana tiene más pájaros azules que Karen.” /2.”resolvió Camilo mas por el 25% mas que un sexto”
	Alto	Ninguno

En el nivel bajo se ubicó a los estudiantes que no reconocieron ningún elemento que podría representar una transformación de tratamiento dentro de un mismo registro; así como a los que no realizaron ningún tipo de acción sobre el problema respondiendo no saber o dejando en blanco el problema.

En el nivel medio se ubicó a aquellos estudiantes que lograron dar solución a por lo menos uno de los dos problemas que requerían transformaciones de tratamiento al interior de un registro de representación o a aquellos que realizaron

algún tratamiento, pero este no fue suficiente para justificar claramente su respuesta.

Para esta habilidad ningún estudiante fue ubicado en el nivel Alto ya que no realizaron registros acertados que pudieran evidenciar transformaciones de tratamiento para resolver los dos problemas propuestos.

Tabla 17. Categorización de las respuestas de los estudiantes según los niveles establecidos, en la habilidad de Tratamiento

Nivel	Estudiantes	Porcentaje
Bajo	10	50%
Medio	10	50%
Alto	0	0

A partir del análisis de las respuestas dadas por los estudiantes de tercer grado a la prueba final, en cuanto a la habilidad de tratamiento se hicieron los siguientes hallazgos:

Fortalezas:

- La mitad del grupo es decir 10 de los 20 estudiantes alcanzaron un nivel medio lo cual indica que 6 de los 16 estudiantes que tuvieron desempeño bajo en la prueba diagnóstica subieron de nivel evidenciando que la estrategia desarrollada con el uso del material concreto incidió de manera positiva ya que se convirtió como lo plantea Godino⁶⁶ en un puente entre la realidad y los objetos matemáticos, permitiendo a los estudiantes mejorar la habilidad de tratamiento que les permite hacer razonamientos, establecer relaciones y validar posibles soluciones.
- En el nivel bajo se encuentran ubicados la mitad de los estudiantes lo cual evidenció que persisten algunas dificultades no solo en la actividad matemática sino en el proceso lector como herramienta indispensable en la solución de

⁶⁶ GODINO, Op. cit., p. 12.

problemas. Sin embargo, se resalta que los estudiantes hacen uso más frecuente de registros de representación que les permite experimentar las ideas matemáticas, pero necesitan fortalecer la coherencia y precisión al comunicar la solución a los problemas planteados.

- Se evidenció que el trabajo colaborativo, aunque no fue motivo de esta investigación incidió en mejorar la comunicación entre docente-estudiante y entre pares, así mismo el trabajo en equipo puede llegar a ser más eficaz cuando en los equipos de estudiantes realizaban una actividad común valiéndose en este caso de material concreto dispuesto para explorar y confrontar con las actividades propuestas.

Dificultades:

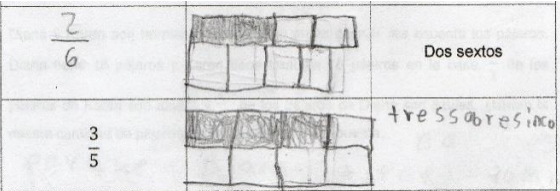
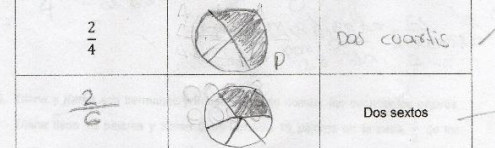
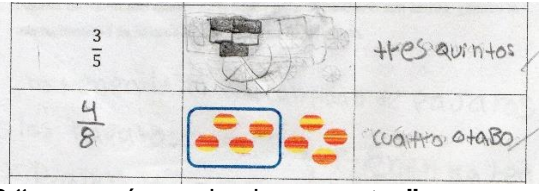
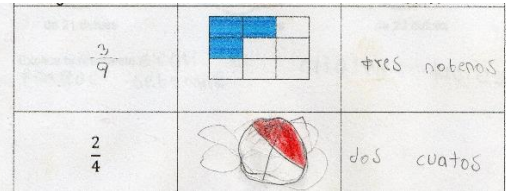
- Los 10 estudiantes que no avanzaron es decir que fueron ubicados en el nivel bajo evidenciaron falencias que principalmente tienen su raíz en el proceso lector en la interpretación del problema; se evidenció también que en estos estudiantes el uso de material concreto despertaba su interés y el trabajo en equipo junto con la exploración del material les permitían hacer representaciones concretas, pero no lograron relacionar estos registros de representación con el saber disciplinar y su aplicación a través de la habilidad de tratamiento en la solución de problemas en la prueba escrita.
- Enfrentarse a la prueba de manera individual generó inseguridad y bloqueos en algunos estudiantes que habían demostrado avances en las actividades propuestas en la aplicación de la estrategia.
- El trabajo con el material concreto propició cierta dependencia que incidió a la hora de enfrentar la prueba final, algunos estudiantes evocaban situaciones que

les ayudaban a resolver los problemas mientras que otros no lograron establecer esta relación.

- Persiste dificultad para justificar y comunicar en forma clara sus razonamientos.

9.6 ANÁLISIS DE LA HABILIDAD DE CONVERSIÓN.

Tabla 18 Categorización de las respuestas de los estudiantes para la habilidad de Conversión en la prueba final.

Preguntas que corresponden a la Habilidad de conversión	Nivel	Explicaciones de los estudiantes
<p>1. Completa la tabla</p> <p>2. Ayuda a gabriel a decidir cuál sería la mejor forma de partirla para que él pueda comer más justifica tu elección.</p>	Bajo	<p>Estudiante-7</p>  <p>2. "Comiendo más pedazos"</p>
	Medio	<p>Estudiante-1 no respondió / 2 "Gabriel come más con 1/4"</p>
		<p>Estudiante-3</p>  <p>2 "come más partiendo en ocho pedazos"</p>
		<p>Estudiante-4</p>  <p>2 "come más comiendo en cuartos"</p>
		<p>Estudiante-6</p>  <p>2 "come mas partiendo la torta en mas poquito"</p>
	Estudiante-8	

$\frac{3}{8}$		tres octos
$\frac{2}{4}$		Dos cuartos

2 "Gabriel come igual en las dos pizzas"

Estudiante-10

$\frac{2}{4}$		un medio
$\frac{2}{6}$		Dos sextos

2 "un cuarto es mas Gabriel come más"

Estudiante-12

$\frac{3}{5}$		tres quintos
$\frac{4}{2}$		dos medios

2 "come lo mismo porque las dos ocupan el mismo espacio"

Estudiante-13

$\frac{2}{4}$		dos cuartos
$\frac{2}{6}$		Dos sextos

2 "come mas 8 pedazos"

Estudiante-15

$\frac{1}{5}$		dos cuartos
$\frac{2}{3}$		tres tercios

2 "Gabriel puede comer 4 pedazos"

Estudiante-16





































$\frac{4}{8}$		cuatro octavos
$\frac{1}{3}$		Un tercio



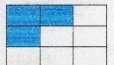

es mas poquito para Gabriel"

2 "un cuarto

Estudiante-17

$\frac{4}{8}$		4 octavos
$\frac{1}{3}$		Un tercio

	<p>2 “Gabriel puede escoger las dos”</p> <p>Estudiante-18</p> <table border="1" data-bbox="824 289 1328 466"> <tr> <td>$\frac{2}{4}$</td> <td></td> <td>dos cuartos</td> </tr> <tr> <td>$\frac{2}{6}$</td> <td></td> <td>Dos sextos</td> </tr> </table> <p>2 “Gabriel va comer 2 de los 8 pedazos”</p> <p>Estudiante-20</p> <table border="1" data-bbox="857 529 1328 697"> <tr> <td>$\frac{3}{9}$</td> <td></td> <td>tres novenas</td> </tr> <tr> <td>$\frac{2}{4}$</td> <td></td> <td>dos cuartos</td> </tr> </table>	$\frac{2}{4}$		dos cuartos	$\frac{2}{6}$		Dos sextos	$\frac{3}{9}$		tres novenas	$\frac{2}{4}$		dos cuartos												
$\frac{2}{4}$		dos cuartos																							
$\frac{2}{6}$		Dos sextos																							
$\frac{3}{9}$		tres novenas																							
$\frac{2}{4}$		dos cuartos																							
	<p>2 “ es mas comer los cuatro pedazos”</p> <p>Estudiante-2</p> <table border="1" data-bbox="857 760 1344 934"> <tr> <td>$\frac{9}{3}$</td> <td></td> <td>nueve tercios</td> </tr> <tr> <td>$\frac{2}{4}$</td> <td></td> <td>dos cuartos</td> </tr> </table> <p>2 “cualquier pedazo puede comerse pero es más rapido partir en cuatro”</p> <p>Estudiante-5</p> <table border="1" data-bbox="824 1033 1339 1213"> <tr> <td>$\frac{4}{2}$</td> <td></td> <td>en medio</td> </tr> <tr> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td></td> <td>Un tercio</td> </tr> </table> <p>2 “Gabriel puede comer cualquiera son el mismo pedazo”</p> <p>Alto</p> <p>Estudiante-9</p> <table border="1" data-bbox="857 1318 1334 1495"> <tr> <td>$\frac{4}{4}$</td> <td></td> <td>cuatro cuartos</td> </tr> <tr> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td></td> <td>Un tercio</td> </tr> </table> <p>2 “Gabriel puede comerse $\frac{1}{4}$ o 2 de ocho porque ambos son lo mismo”</p> <p>Estudiante-11</p> <table border="1" data-bbox="831 1606 1334 1789"> <tr> <td>$\frac{4}{8}$</td> <td></td> <td>cuatro octavos</td> </tr> <tr> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td></td> <td>Un tercio</td> </tr> </table> <p>2 “ parte en ocho se tiene que comer 2 y si parte en cuatro un pedazo, es lo mismo”</p>	$\frac{9}{3}$		nueve tercios	$\frac{2}{4}$		dos cuartos	$\frac{4}{2}$		en medio	$\frac{1}{3}$		Un tercio	$\frac{4}{4}$		cuatro cuartos	$\frac{1}{3}$		Un tercio	$\frac{4}{8}$		cuatro octavos	$\frac{1}{3}$		Un tercio
$\frac{9}{3}$		nueve tercios																							
$\frac{2}{4}$		dos cuartos																							
$\frac{4}{2}$		en medio																							
$\frac{1}{3}$		Un tercio																							
$\frac{4}{4}$		cuatro cuartos																							
$\frac{1}{3}$		Un tercio																							
$\frac{4}{8}$		cuatro octavos																							
$\frac{1}{3}$		Un tercio																							

		Estudiante-14		
$\frac{2}{4}$		dos cuartos		
$\frac{2}{6}$		Dos sextos		
2 “Gabriel puede coger cualquiera de las dos porque 2 octavos también se puede convertir en un cuarto”				
		Estudiante-19		
$\frac{9}{3}$		nueve tercios		
$\frac{2}{4}$		dos cuartos		
2 “ambos pedazos se puede comer Gabriel es el mismo pedazo”				

En el nivel bajo se ubicó a los estudiantes que no realizaron alguna conversión en cualquiera de los tres registros: lenguaje natural, gráfico o aritmético; a los estudiantes que hicieron la conversión, pero no lograron hacerla en forma acertada y a los que no realizaron ningún tipo de acción sobre los problemas dejando sin resolver el problema.

En el nivel medio se ubicó a aquellos estudiantes que identificaron por lo menos una transformación externa al registro inicial de cada uno de los problemas que fueron planteados e hicieron la conversión con éxito, lo cual los llevo a obtener una solución.

En el nivel alto se ubicaron los estudiantes que Aplicaron de forma apropiada los procesos para convertir de un registro a otro registro diferente en los dos problemas planteados para esta prueba final, para lo que se precisa citar a Duval⁶⁷ cuando expone que lo que se debe hacer es introducir los conceptos matemáticos a través de actividades que propicien el trabajo con diferentes representaciones “ya que esto permite potenciar la comprensión de las nociones matemáticas.

⁶⁷ DUVAL, Op. cit., p. 32.

Tabla 19. Categorización de las respuestas de los estudiantes según los niveles establecidos. Habilidad de conversión.

Nivel	Estudiantes	Porcentaje
Bajo	1	5 %
Medio	14	70 %
Alto	5	25 %

A partir del análisis de las respuestas dadas por los estudiantes de tercer grado a la prueba final, en cuanto a la habilidad de conversión se determinaron los siguientes hallazgos:

Fortalezas:

- Se lograron ubicar más estudiantes en el nivel alto y solo 1, quedó ubicado en el nivel bajo lo que indica que hubo un avance importante ya que se pudo determinar que lograron identificar representaciones producidas desde registros diferentes y además, realizaron conversiones que los llevo a mejorar su razonamiento y dar respuesta a los problemas planteados poniendo en práctica los conocimientos adquiridos durante la fase de intervención.
- Se evidenció que para este caso si hubo un paso de lo concreto a los registros simbólicos, el uso del material les permitió reconocer y realizar diferentes representaciones que fueron claves en la construcción del conocimiento y en el fortalecimiento de habilidades como la de conversión que se requirió para esta prueba.
- Cuando el estudiante reconoce que existen diversos registros de representación mejora la comprensión ya que de acuerdo a las consideraciones teóricas de Duval⁶⁸, para la construcción de conceptos matemáticos no basta trabajar las actividades dentro de un solo sistema de representación, sino también realizar las tareas de conversión de una representación a otra, y viceversa.

⁶⁸ DUVAL, Op. cit., p. 21.

- La visualización de la matemática en contextos cercanos a los niños mejora su motivación e interés en el área.

Dificultades:

- Existen aún falencias en el reconocimiento de algunos registros de representación en especial el aritmético y a conversiones de este a otros registros al referirse a expresiones cotidianas que hagan parte de un problema.
- Los estudiantes demostraron mayor fluidez cuando se les pregunta por una tarea específica como el caso del primer problema planteado en la prueba final, pero las falencias lectoras aparecen cuando requieren hacer lecturas de textos escritos como los problemas, se les dificulta hacer inferencias y realizar registros de representación sobre dichos problemas.
- Algunos estudiantes persisten en el uso de algoritmos como único registro o como el registro de representación más usado por ellos y se les dificulta proponer otros registros de representación.
- Se evidenció que se debe mejorar la expresión escrita para exponer mejor los argumentos cuando se deba justificar en forma escrita la solución a los problemas.

Frente a los resultados obtenidos es importante señalar que potenciar habilidades que lleven a mejorar las competencias matemáticas, no es fácil requiere del docente alto compromiso frente a la planeación de situaciones y actividades que supongan un reto a los estudiantes donde se les permita explorar y experimentar involucrando su contexto, con el fin de que sean ellos quienes construyan su conocimiento.

9.7 RESPUESTA A LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

A la pregunta planteada **¿Qué incidencia tiene el uso de material concreto en el fortalecimiento del proceso de representación matemática para la resolución de problemas en niños de tercer grado de primaria?** se pudo observar que el uso de material concreto en el proceso de aprendizaje de las matemáticas incidió en forma positiva, se notó un cambio de actitud por parte de los estudiantes, se mostraban más participativos e interesados en desarrollar cada una de las actividades, el romper con los esquemas tradicionales de enseñanza permitió que el material facilitara la comprensión y la comunicación elementos claves en el proceso de formación de pensamiento matemático; el poder referirse a un soporte físico, favoreció en el caso particular de las fracciones que se ampliará el campo de las representaciones y por ende mejoraran en las habilidades de tratamiento y conversión que a su vez incidieron evidenciando un avance en el proceso de resolución de problemas; de esta manera se pudo determinar que todos los factores mencionados anteriormente asociados entre sí lograron llevar a los estudiantes a construir conocimientos relacionados con su contexto.

Otro aspecto en el cual incidió el uso de material concreto a pesar de no ser objeto de esta investigación fue el trabajo en equipo, los estudiantes mejoraron aspectos como asumir un rol dentro del grupo, escuchar al otro y optimizar el uso del material.

10. CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones obtenidas a partir de la investigación desarrollada con los estudiantes de tercer grado respecto a la incidencia del material concreto en el fortalecimiento de las habilidades de tratamiento y conversión en la resolución de problemas.

Uno de los propósitos para esta investigación correspondiente al diagnóstico era identificar las principales dificultades y fortalezas en el proceso de representación en la resolución de problemas. Finalizado el proceso de la investigación se pudo concluir:

Dificultades:

- Los estudiantes de tercer grado evidenciaron dificultades en el proceso lector lo cual incidió en la interpretación de la información proporcionada no solo en los problemas que debían resolver sino también en las diversas actividades propuestas, así mismo el proceso escritor también influyó ya que se evidenció reiteradas falencias al comunicar en forma escrita con claridad los argumentos que justificaban sus razonamientos.
- En el proceso de representación se evidenció que los estudiantes se les dificulta hacer inferencias acerca de registros de representación diferentes al registro aritmético de igual forma carecen de las habilidades para realizar transformaciones de conversión y tratamiento lo cual no les permite realizar razonamientos diferentes al uso arbitrario de algoritmos.
- La solución de problemas se concibe como una actividad difícil que genera bloqueos y que es posible solo para algunos, su solución está limitada a registros aritméticos con única respuesta.

Fortalezas:

- Los estudiantes demostraron en su mayoría tener los pre saberes que se exploraron con relación a repartos equitativos.
- Proponer problemas que involucraban su contexto despertó curiosidad e interés en los estudiantes.
- Los estudiantes evidenciaron en sus argumentos algunos elementos que hacen referencia a la habilidad de tratamiento que pueden ser potenciados e incidir en el proceso de resolución de problemas.

Un segundo propósito fue diseñar y aplicar una secuencia didáctica basada en el uso del material concreto que fortaleciera el proceso de representación matemática en la resolución de problemas, al respecto se pudo concluir que:

- La aplicación de la estrategia incidió en forma positiva ya que se evidenció en la mayoría de los estudiantes un progreso en las habilidades de conversión y tratamiento que les permitió resolver con mayor eficacia problemas de su contexto, la exploración con el material concreto le proporcionó a los estudiantes experiencias concretas que se convertían en registros de representación que en su momento fueron objeto de reflexión y es allí donde reconocen la necesidad de pasar a otros registros de representación que mejoraron la comprensión del problema y el comunicar su solución.
- La aplicación de la secuencia didáctica evidenció que si bien es cierto no existen métodos precisos que garanticen un aprendizaje significativo en la matemática, si es posible demostrar que existen algunas dificultades que con el uso de material concreto pueden mejorar.

Finalmente, otro de los propósitos fue valorar el avance de los estudiantes en la resolución de problemas.

- La secuencia didáctica junto con la estrategia aplicada permitió a los estudiantes reflexionar frente a las acciones realizadas con el material concreto lo cual amplió su capacidad para identificar y transformar registros de representación gráficos, aritméticos y en un lenguaje natural permitiéndoles alcanzar mayor comprensión de los problemas y en ese sentido tener mayor probabilidad de éxito en sus soluciones, sin embargo es importante aclarar que aún persisten dificultades en los estudiantes que sí se logró evidenciar un avance pero que en el proceso de formar ciudadanos matemáticamente competentes hay un largo camino por recorrer.
- Desde el inicio una marcada falencia fue la dependencia de los estudiantes hacia la docente pretendiendo que fuera ella quien les explicara qué debían hacer. Esta dificultad se abordó mediante la indagación motivando al estudiante a que estableciera una relación entre sus pre saberes y el material con el cual interactuaba, para que de esta manera fuera él quien hallará la forma de iniciar el proceso de solución al problema dado; de otra parte, se hizo énfasis en la importancia de comprender que es natural cometer errores y que de ellos también se aprende.

11. RECOMENDACIONES

- La utilización de material manipulable puede ser muy positivo como ya se ha señalado, pero puede convertirse en un fuerte distractor si no se realiza una planeación minuciosa y cociente.” El material en sí es inerte” son las acciones que se proponen sobre el material lo que promueven la reflexión y la construcción de conocimientos.
- Es importante explorar con materiales del medio, pero se recomienda proporcionar a los estudiantes experiencias con material estructurado que para el caso de las fracciones existe excelentes posibilidades.
- Es importante proporcionar al estudiante experiencias que le permitan hacer razonamientos, que promuevan la actividad matemática ya que esto despierta su interés y mejora su proceso de comunicación.
- El uso excesivo de material concreto puede generar cansancio y apatía al mismo, es necesario optimizar el tiempo y cantidad de su uso para obtener mejores experiencias de aprendizaje.
- El éxito en la solución de un problema radica en la comprensión inicial del mismo y es allí donde el docente debe propiciar espacios de indagación para que sea el estudiante quien realice este proceso, aprenda de sus errores y sienta la satisfacción de sus logros.

BIBLIOGRAFÍA

ALBERICH, Tomas. Investigación-Acción Participativa y mapas sociales [en línea]. Benlloch (Castellón) [citado el 18 de Mayo de 2017]. Disponible en: <http://comprenderparticipando.com/wp-content/uploads/2016/04/Tomas-Alberich-Nistal-Investigacion-accion-participativa.pdf>

ALSINA C.; BURGUÉS. C. y FORTUNY, J. Materiales para construir la geometría, citado por PRIETO, Beatriz. Materiales manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (tesis de grado). Educación primaria Universidad de Valladolid. 2014.

AUSUBEL, David, et al. Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de CEIF, vol. 1. 1983.

BAHAMONDE S. y VICUÑA J. Resolución de problemas matemáticos. Licenciatura en educación Universidad de Magallanes. Chile, 2011.

BINIÉS LANCETA, P. Conversaciones matemáticas con maría Antònia Canals: O cómo hacer de las matemáticas un aprendizaje apasionante. Barcelona: Graó. 2010.

CAPOTE, Silvia; SOSA, A. Evaluación. Rubrica y listas de control. Obtenido el, 2006, vol. 21.

COLOMBIA, Congreso de la República de. Ley 115 de 1994. Ley General de Educación, 1994.

COLOMBIA. Constitución política de 1991. Plaza y Janes Editores Colombia Sa, 2004.

COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Documento orientador foro educativo nacional 2014: ciudadanos matemáticamente competentes. [en línea]. 2014. p. 7. Disponible en http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-342931_recurso_1.pdf

_____. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas [en línea]. 1998. p. 56. [citado el 10 de febrero de 2.017]. Disponible en internet: http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

CORBALÁN, F. Crea Inteligencia Creativa. Una medida cognitiva de la creatividad. Madrid: TEA Ediciones, 2003.

DUVAL, R. Los problemas Fundamentales en el Aprendizaje de la Matemáticas y las Formas Superiores del Desarrollo Cognitivo (M. Vega, Trad.). (Original de 1999), Citado por ROJAS, P. Articulación de saberes matemáticos: Representaciones semióticas y sentidos (tesis doctoral). Comité Editorial Interinstitucional-CAIDE. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. 2014.

ELLIOTT, Jhon. El cambio educativo desde la Investigación Acción [en línea]. Madrid: Morata S.L, 1993. p. 88. Disponible en: <https://books.google.com.co/books?isbn=8471123835>

FREUDENTHAL, H. Didactical Phenomenology Of Mathematical Structures, citado por COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Documento orientador foro educativo nacional 2014: ciudadanos matemáticamente competentes [en línea]. 2014. [citado el 10 de febrero de 2.017]. Disponible en internet: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-342931_recurso_1.pdf

FREY, James H.; FONTANA, A. The interview: From neutral stance to political involvement. The Sage handbook of qualitative research. 2005- p. 695-726.

GODINO, J. Uso de material tangible y gráfico-textual en el estudio de las matemáticas: superando algunas posiciones ingenuas. En: A. M. Machado y cols. (Ed.), Actas do ProfMat, 98. pp. 117-124). Associação de Professores de Matemática: Guimaraes, Portugal. 1998.

GODINO, Juan; BATANERO, Carmen y FONT, Vicenc. Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. En: Didáctica de la Matemáticas para Maestros. Proyecto Edumat-Maestros, Edición Octubre. 2004. P. 67

GPDMATEMÁTICA Publicaciones [en línea]. [citado el 10 de febrero de 2.017]. Disponible en www.gpdmatemática.org.ar/publicaciones Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES ICFES. Reportes de Jornada Pruebas Saber 3, 5, y 9 [en línea]. 2016 [Citado 15 abr 2016]. [Citado el 10 de febrero de 2.017]. Disponible en Internet: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteSedeJornada.jsp>

MACARIO, S. Matemáticas para el siglo XXI. Talca, Chile: Universitat. 2006. p. 21.

MARTINO, Massiell. Investigación cualitativa según Sampieri, Collado y Lucio [en línea]. 2011. [citado 14 marzo de 2016]. Disponible en Internet: <http://metodos.blogspot.com.co/2012/02/investigacion-cualitativa-segun.html>

McKERMAN, J. Investigación – acción y curriculum. Madrid: Morata, 1996

MUÑOZ, C. Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas (tesis de grado Educación Primaria). Universidad de la Rioja. Facultad de letras y de la educación. España. 2014.

PARRA ZAPATA Mónica, VILLA OCHOA Jhony Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. Reflexión a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática. Universidad de Antioquia 2015

PEDRAZA CHACÓN Hector. Diseño y construcción de un material didáctico para el refuerzo en la operación de división matemática en básica primaria. Universidad Industrial de Santander. 2014

PÉREZ, M. Referentes para la didáctica del lenguaje en el primer ciclo. En: educación inicial, 3. 2010.

POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas, citada por BENÍTEZ, S. y BENÍTEZ, L. M. La enseñanza a través de la resolución de problemas. Una experiencia de clase. [en línea]. [citado el 13 de Mayo de 2017]. Disponible en internet: <http://funes.uniandes.edu.co/5916/1/BenitezLaense%C3%B1anzaALME2014.pdf>

PRIETO, Beatriz. Materiales manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (tesis de grado). Educación primaria Universidad de Valladolid. 2014.

RÍOS VALENCIA, Gloria y GUARIN, María. Representaciones mentales sobre los problemas matemáticos en niños de 4° grado de básica primaria (tesis maestría en educación y desarrollo humano). Centro de estudios avanzados en niñez y juventud. Manizales. 2006.

ROJAS CORREDOR, Eduardo. Fracciones equivalentes y adición de números racionales: su comprensión mediada por el uso del material concreto (Tesis Especialización En Educación Matemática). Universidad Industrial de Santander. 2004.

SABIOTE, Clemente Rodríguez; LLORENTE, Teresa Pozo; PÉREZ, José Gutiérrez. La triangulación analítica como recurso para la validación de estudios de encuesta recurrentes e investigaciones de réplica en Educación Superior. 2006. p. 2.

SANDOVAL, Romy. Estrategias para desarrollar el área matemática para la educación primaria [en línea]. Universidad Nacional Del Santa. Facultad De Educación y Humanidades. 2010 [citado el 13 de Mayo de 2017] Disponible en http://biblioteca.uns.edu.pe/saladocentes/archivoz/publicacionez/desarrollo_del_ar ea_de_matematica_en_educacion_primaria.doc

TOBON, Sergio. Evaluación por competencias [en línea]. [Citado el 13 de Mayo de 2017] Disponible en internet: https://docs.google.com/document/d/1mcANbFImgRw3r_JkcebP37LjpUfbeer9W5pf66cFG7c/edit

VERGEL, Rodolfo. Teoría de las representaciones semióticas [en línea]. Prezi. [citado el 13 de Mayo de 2017]. Disponible en internet: <https://prezi.com/.../teoria-de-las-representaciones-semioticas>

ZAPATA, Mónica Marcela. Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática: reflexiones a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática (tesis maestría). Medellín. 2015.

ANEXOS

ANEXO A. FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO

CONSENTIMIENTO INFORMADO

PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES

Institución Educativa: Colegio Integrado Llano Grande

Municipio: Girón

Docente Investigador: Sandra Milena Moreno Céspedes. C:C 37707608

Yo madre, padre y/o representante legal

_____ mayor de edad ()
Madre () Padre () Acudiente () () Representante legal de:

_____ de _____ años de

He (hemos) sido Informado (informados) acerca de la investigación y de la práctica educativa la cual se requiere para que la docente, SANDRA MILENA MORENO CESPEDES candidata a Magister en Pedagogía de la Universidad Industrial de Santander, pueda desarrollar su tesis de grado Titulada: INCIDENCIA DEL USO DE MATERIAL CONCRETO EN EL FORTALECIMIENTO DEL PROCESO DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Luego de haber sido Informados (as) de la participación de mi (nuestro) Hijo(a) en la investigación y posibles grabaciones, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad toda la información sobre la actividad entiendo (entendemos) que:

- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en este proyecto de investigación o los resultados obtenidos por la docente en la investigación no tendrán repercusiones o consecuencias en las actividades escolares, evaluaciones o calificaciones en el curso.
- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en los videos y fotografías no generarán ningún gasto ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para mi (nuestro) Hijo (a) en caso de que no autoricemos su participación.
- La identidad de mi (nuestro) hijo(a) no será publicada y las imágenes o sonidos registrados durante la grabación se utilizarán únicamente para los propósitos de la investigación y como evidencia de la practica educativa de la docente investigadora.
- La docente de la Investigación garantiza la protección de las imágenes de mi (nuestro) hijo(a) y el uso de las mismas de acuerdo con la normatividad vigente durante y posteriormente al proceso investigativo.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consiente y voluntaria

() DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO. () NO DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO

Para la participación de mi(nuestro) hijo(a) en la práctica de investigación en las instalaciones del Colegio Llano Grande Sede D Chocoita a partir del mes de octubre, hasta inicios del mes de Noviembre con el horario establecido en la jornada escolar de 6:30 am a 12:00 m.

Lugar y fecha,

Firma padre, madre y/o acudiente o representante legal.

ANEXO B. CONSENTIMIENTO INFORMADO DILIGENCIADO

CONSENTIMIENTO INFORMADO

PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES

Institución Educativa: Colegio Integrado Llano Grande

Municipio: Girón

Docente Investigador: Sandra Milena Moreno Céspedes. C:C 37707608

Yo madre, padre y/o representante legal

Janeth Gomez Bupio mayor de edad (X)
Madre (X) Padre () Acudiente () () Representante legal de:

Felipe Arenas Gomez de 8 años de

He (hemos) sido Informado (informados) acerca de la investigación y de la práctica educativa la cual se requiere para que la docente, SANDRA MILENA MORENO CESPEDES candidata a Magister en Pedagogía de la Universidad Industrial de Santander, pueda desarrollar su tesis de grado Titulada: INCIDENCIA DEL USO DE MATERIAL CONCRETO EN EL FORTALECIMIENTO DEL PROCESO DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Luego de haber sido Informados (as) de la participación de mi (nuestro) Hijo(a) en la investigación y posibles grabaciones, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad toda la información sobre la actividad entiendo (entendemos) que:

- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en este proyecto de investigación o los resultados obtenidos por la docente en la investigación no tendrán repercusiones o consecuencias en las actividades escolares, evaluaciones o calificaciones en el curso.
- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en los videos y fotografías no generarán ningún gasto ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para mi (nuestro) Hijo (a) en caso de que no autoricemos su participación.
- La identidad de mi (nuestro) hijo(a) no será publicada y las imágenes o sonidos registrados durante la grabación se utilizarán únicamente para los propósitos de la investigación y como evidencia de la practica educativa de la docente investigadora.
- La docente de la Investigación garantiza la protección de las imágenes de mi (nuestro) hijo(a) y el uso de las mismas de acuerdo con la normatividad vigente durante y posteriormente al proceso investigativo.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consiente y voluntaria

(X) DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO. () NO DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO

Para la participación de mi(nuestro) hijo(a) en la práctica de investigación en las instalaciones del Colegio Llano Grande Sede D Chocoita a partir del mes de octubre, hasta inicios del mes de Noviembre con el horario establecido en la jornada escolar de 6:30 am a 12:00 m.

Lugar y fecha,

Septiembre 16 del 2016

Janeth Gomez B.

Firma padre, madre y/o acudiente o representante legal.

C.C 1095908380

ANEXO C. DECLARACIÓN DEL DOCENTE INVESTIGADOR

DECLARACIÓN DEL DOCENTE INVESTIGADOR

Yo certifico que le he explicado al menor de edad y a su padre o acudiente, la naturaleza y el objetivo de la investigación, y que ellos entienden en qué consiste su participación, los posibles riesgos y beneficios implicados.

Todas las preguntas que los sujetos me han hecho le han sido contestadas en forma adecuada. Así mismo, he leído y explicado adecuadamente las partes del asentimiento y el consentimiento informado.

Hago constar con mi firma.

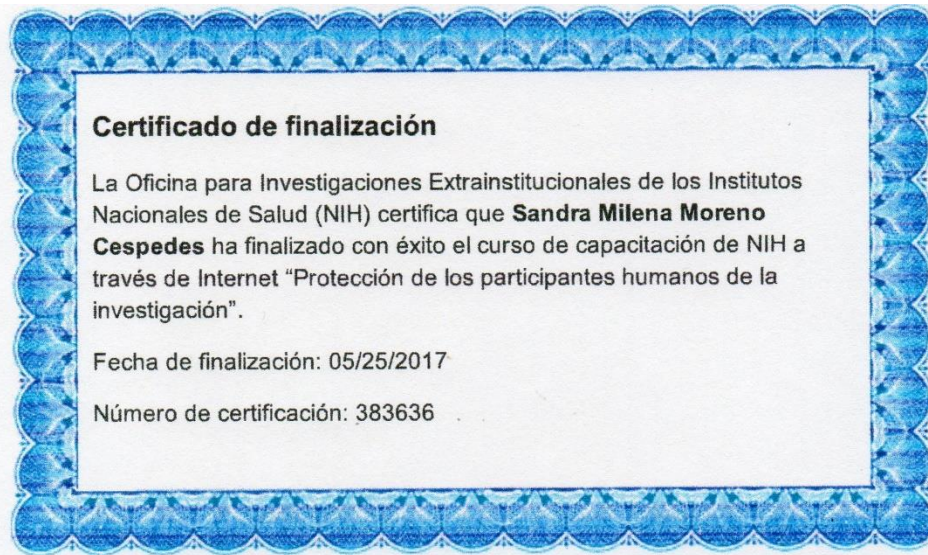
Nombre del investigador: Sandra Milena Moreno Céspedes

Firma: 

Cedula de Ciudadanía número: 37.707.608 de Chevrolet

Fecha: Septiembre 26 2016

ANEXO D. CERTIFICADO DE PARTICIPACIÓN CAPACITACIÓN NIH



ANEXO E. PRUEBA DIAGNÓSTICA



Colegio Integrado Llano Grande
Sede Chocoita / Grado Tercero
Prueba Diagnóstica



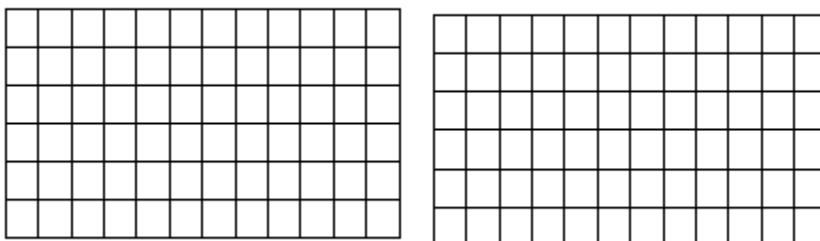
Nombre:

Apreciado estudiante:

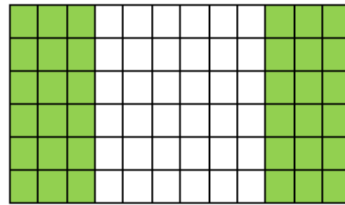
La siguiente prueba es un reto, lee atentamente y resuelve las situaciones que se presentan.

1. Mariana quiere pintar de verde la mitad de una pared de su cuarto, su madre quiere que Mariana proponga varias maneras de pintar este muro. Ayuda a Mariana a proponer dos maneras de pintar la mitad del muro de su cuarto.

Este es el muro:



B La madre de Mariana le hace la siguiente propuesta:

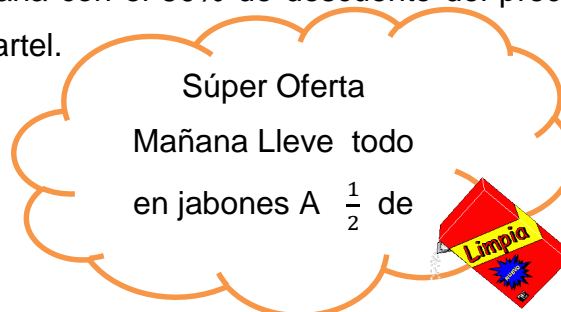


¿Considera que esa sugerencia cumple con el deseo de Mariana?

Sí _____ No _____

¿Por qué?

1. Elsa es dueña del supermercado del barrio y le pide a su hijo Yulián que le ayude realizando un cartel, donde diga que el precio del jabón estará en oferta mañana con el 50% de descuento del precio normal. Julián hace el siguiente cartel.





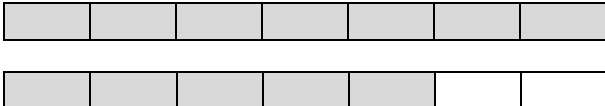
Elsa le dice a su hijo Yulián que la información que puso en el cartel es incorrecta.

¿Quién crees que tiene la Razón? Explica tu respuesta

2. María hace un recorrido todos los días de un cuarto de hora de su casa a la escuela y Walter camina hasta su casa 30 minutos todos los días. María asegura que ella gasta igual cantidad de tiempo que Walter. ¿Es correcta la afirmación de María? Expresa tus argumentos.

4. Lee la situación.

Camilo tiene una deliciosa chocolatina dividida en 12 pedazos iguales de los cuales toma 7 pedazos para dárselos a Felipe.

Representaciones	Explicación
	
$\frac{7}{12}$	
	
	

ANEXO F. JUEGO GIRA Y COLOREA CON LAS FRACCIONES

GIRA Y COLOREA LA FRACCIÓN




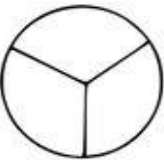

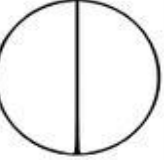
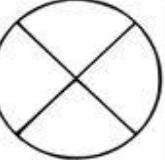
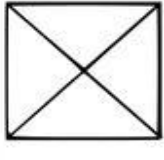
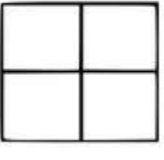
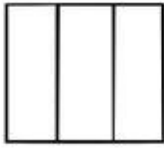
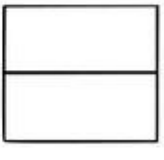
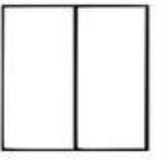
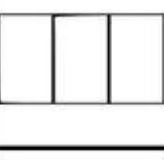
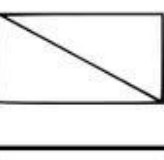
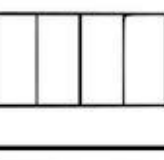
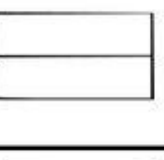
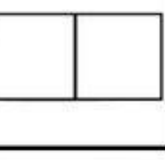
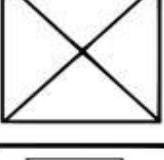
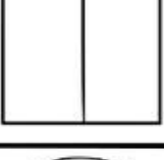
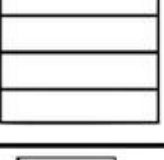
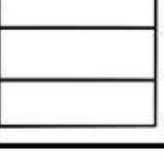
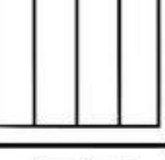
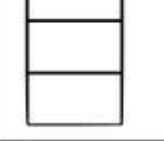


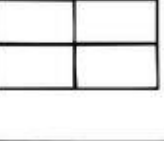
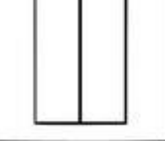
Este es un juego para dos. Hay que situar el lápiz y el clip en el punto medio de la ruleta y hacer girar, con un golpe de dedo, el clip entorno al lápiz.

Una vez que se detenga el clip, debes colorear la fracción en cualquiera de las figuras que contenga ese denominador.

Gana el primero que complete una fila o una columna sin ningún fallo.




actiludis.com

ANEXO G. SESION 2



Colegio Integrado Llano Grande/ Sede Chocoita
Grado Tercero

Docente: Sandra Milena Moreno Céspedes.

Nombre: _____

Los Fraccionarios en acción

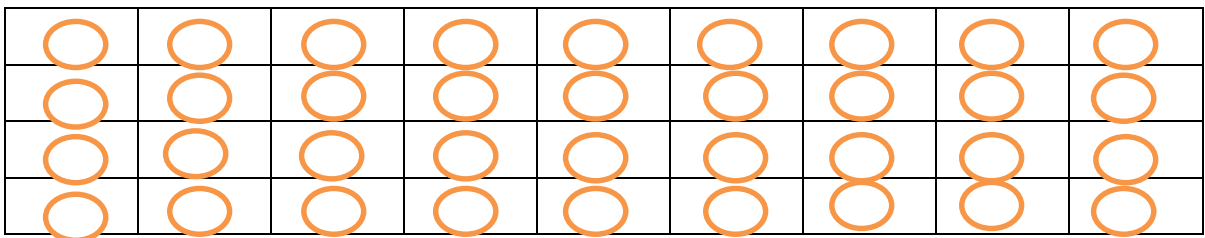
1. Después de recibir el material responde:
 - a. ¿cuántos pimpones hay en total?
 - b. ¿Cuál es la mitad de ese conjunto?
 - c. ¿Cuál es la tercera parte de ese conjunto?
 - d. ¿Cuál es la cuarta parte de ese conjunto?

2. Clasifica los pimpones por colores y responde:
 - a. ¿Cuántos subconjuntos resultaron?
 - b. ¿Los conjuntos que resultaron por colores tienen la misma cantidad de pimpones?
 - c. ¿Qué fracción del conjunto es cada color?

Color	Representación
	
	
	
	
	
	
	

3. Lee y resuelve el siguiente problema.

- ✓ Don Pablo plantó diferentes semillas en su jardín. Después de varias semanas, obtuvo 36 plantas. La mitad son zanahorias, un tercio son margaritas y el resto son tomates. ¿Cuántas plantas de tomates tiene en su Jardín?



¿Cómo llegaste a la respuesta? Escribe tu razonamiento:

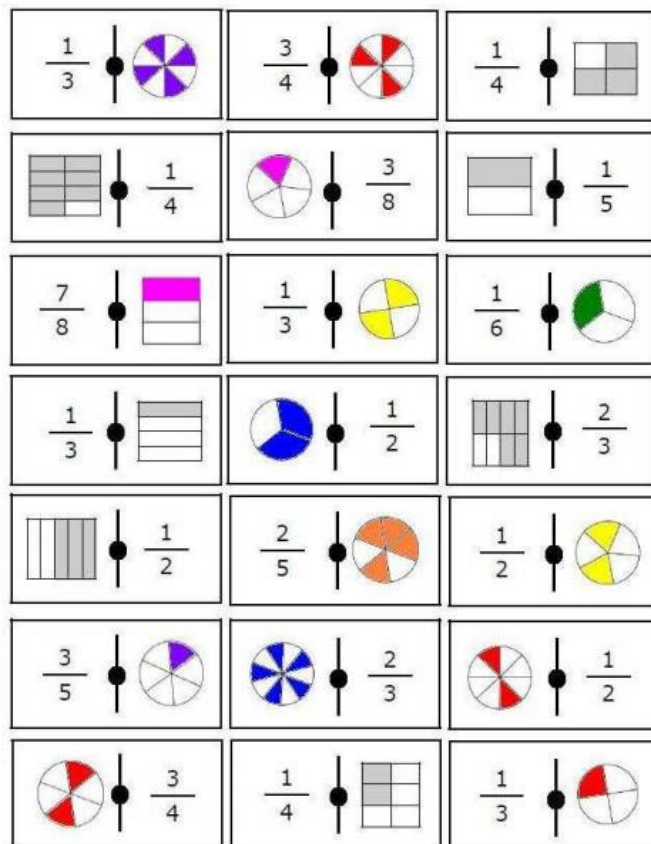
ANEXO H. DOMINÓ DE FRACCIONES

DOMINÓS DE FRACCIONES

REGLAS DEL JUEGO:

- ✚ Empieza a formar una cadena con los dominós, conectando la fracción con su representación gráfica equivalente.
- ✚ El jugador que no tenga la representación correspondiente, tendrá que tomar otra ficha o ceder su turno al siguiente jugador.
- ✚ El ganador es quien primero quede sin fichas.

¡A ganar!!!



ANEXO I. SESION 4



Colegio Integrado Llano Grande
Sede Chocoita / Grado Tercero



Docente: Sandra Milena Moreno C.

Nombre: _____

1. Usa el material para resolver el siguiente reto:

La mamá de Luisa la mando a la tienda a comprarle la mayor porción disponible de queso. Había tres tipos de porciones $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{6}$. Luisa compra $\frac{1}{9}$ de queso.

¿Cumplió correctamente con las instrucciones de la mamá?

Explica tu respuesta.

2. Realiza las siguientes comparaciones, escribiendo los signos $>$, $<$ o $=$ según corresponda.

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{9} \quad \frac{1}{3}$$

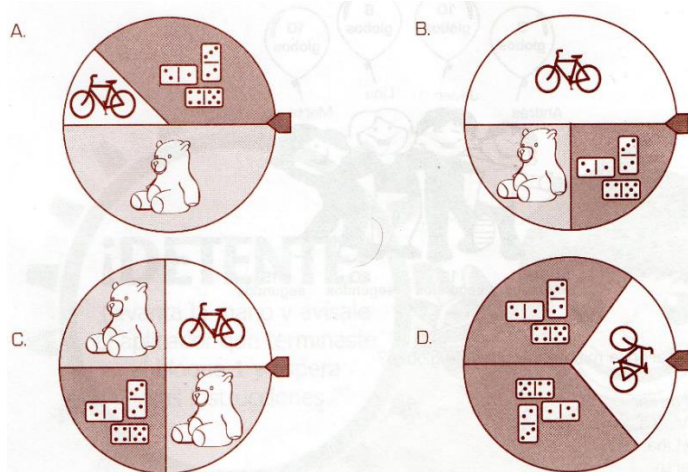
3. Luego de experimentar con el material contesta:

- ¿Qué podemos observar en estas fracciones, cómo son sus denominadores?

- ¿Qué ocurre cuando al comparar dos fracciones el numerador es uno y los denominadores diferentes?
- ¿Qué tuviste en cuenta para comparar las fracciones y determinar cuál era mayor o menor?

Socialización.

4. Santiago puede seleccionar una ruleta de estas y girarla. ¿Qué ruletas le da más posibilidad de ganar la bicicleta?



Tomado pruebas Saber 2015

ANEXO J. PRUEBA FINAL

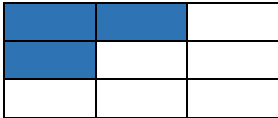
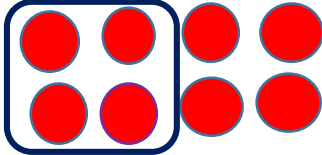
Colegio Integrado Llano Grande

Sede Chocoita / Grado tercero

Prueba Final

Nombre: _____

1. Observa con atención y completa la tabla.

Registro Numérico	Grafica	Se lee
		
$\frac{2}{4}$		
		Dos sextos
$\frac{3}{5}$		
		
		Un tercio

2. Gabriel ha ganado el campeonato de carreras que se realiza todos los años en la escuela; como premio le dieron una pizza que Gabriel compartirá con sus compañeros él piensa partirla en 8 pedazos y tomar 2 pedazos o para ser más rápido partirla en 4 pedazos y tomar 1 pedazo.

Ayuda a gabriel a decidir cuál sería la mejor forma de partirla para que él coma más? Justifica tu elección.

3. Diana y Karen tienen un gusto común, les encanta los pájaros. Cada una tiene 16 pájaros en su casa. $\frac{1}{2}$ de los pájaros de Karen son azules y $\frac{2}{4}$ de los pájaros de Diana son azules. ¿Quién tiene la mayor cantidad de pájaros azules? Justifica tu respuesta.
4. Camilo tiene resuelto 25 % del libro de aprovechamiento del tiempo libre mientras que Fernanda tiene resuelto $\frac{1}{6}$ del total de páginas del mismo libro. Si el libro tiene 12 páginas ¿Quién tiene resuelto mayor número de páginas?