

**MODELOS DE SERIES TEMPORALES PARA PREDECIR EL
COMPORTAMIENTO DE LA AFILIACIÓN DE TRABAJADORES A LA CAJA DE
COMPENSACIÓN FAMILIAR COMFENALCO SANTANDER**

GRISELA ALEXANDRA PINZÓN APONTE

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMATICAS
ESPECIALIZACION EN ESTADISTICA
BUCARAMANGA**

2010

**MODELOS DE SERIES TEMPORALES PARA PREDECIR EL
COMPORTAMIENTO DE LA AFILIACIÓN DE TRABAJADORES A LA CAJA DE
COMPENSACIÓN FAMILIAR COMFENALCO SANTANDER**

GRISELA ALEXANDRA PINZÓN APONTE

**Monografía para optar el título de
Especialista en Estadística**

Director

M.Sc. DIANA MARCELA PEREZ VALENCIA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMATICAS
ESPECIALIZACION EN ESTADISTICA
BUCARAMANGA**

2010

DEDICATORIA

A mis padres
Con todo mi amor

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por darme la oportunidad de culminar este proyecto.

Al profesor Miguel Oswaldo Pérez Pulido, por su permanente disposición, orientación y enseñanzas durante el proceso y desarrollo de la monografía.

A todos los profesores de la especialización, por sus enseñanzas y valiosos consejos para nuestra vida profesional.

A Carlos Augusto García Donoso, por su inconmensurable paciencia y comprensión.

A Comfenalco Santander por su apoyo financiero.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	12
1. OBJETIVOS	14
1.1 OBJETIVO GENERAL	14
1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS	14
2. MARCO DE REFERENCIA.....	15
2.1 REQUISITOS PARA LA AFILIACIÓN DE TRABAJADORES A UNA CAJA DE COMPENSACIÓN FAMILIAR	18
3. METODOLOGÍA.....	19
3.1 MÉTODO DE DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA.....	19
3.2 MÉTODO HOLT WINTER MULTIPLICATIVO	21
3.3 METODOLOGÍA BOX JENKING	22
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	24
4.1 ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LAS SERIE TRABAJADORES AFILIADOS.....	24
4.2 ANÁLISIS DE LA SERIE UTILIZANDO EL MÉTODO DE DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA	27
4.3 ANÁLISIS DE LA SERIE UTILIZANDO EL METODO HOLT WINTER MULTIPLICATIVO ...	31
4.4 ANÁLISIS DE LA SERIE UTILIZANDO LA METODOLOGIA BOX JENKING.....	34
4.4.1 Identificación del Modelo.....	35
4.4.2 Estimación de los parámetros del Modelo	36
4.4.3 Adecuación del Modelo	37
4.4.4 Predicciones.....	38
4.5 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS VALORES PREDICHOS POR CADA METODOLOGIA	39
5. CONCLUSIONES.....	41
6. BIBLIOGRAFÍA	43

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Diagrama de flujo funcionamiento general de Comfenalco Santander.....	16
Gráfico 2. Cifras entre el 2002 y 2010 de trabajadores y empresas afiliadas	17
Gráfico 3. Serie Original de los datos, Trabajadores afiliados.....	24
Gráfico 4. Histograma para la variable Trabajadores Afiliados	25
Gráfico 5. Comportamiento de la variable Trabajadores Afiliados por año y por mes respectivamente	26
Gráfico 6. Tendencia a través de las medias móviles ($p=12$), Método de Descomposición Multiplicativa	28
Gráfico 7. Componente estacional, Método Descomposición Multiplicativa	29
Gráfico 8. Serie Cronológica real y ajustada, Método Descomposición Multiplicativa	30
Gráfico 9. Serie observada y previsiones hasta julio de 2011, Método Descomposición Multiplicativa	31
Gráfico 10. Serie original y ajuste Método Holt Winter Multiplicativo	33
Gráfico 11. Serie observada y previsiones hasta julio de 2011, Método Holt Winter Multiplicativo	33
Gráfico 12. Comportamiento de la Media y la Desviación por año, serie Trabajadores Afiliados.....	34
Gráfico 13. Autocorrelación Simple.....	35
Gráfico 14. Autocorrelación Simple y Autocorrelación Parcial	36
Gráfico 15. Correlogramas Simple y Parcial.....	38
Gráfico 16. Serie observada y predicciones hasta julio de 2011.....	38
Gráfico 17. Predicción Descomposición Multiplicativa, Holt Winters, Box Jenkins y valores reales	40

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Ecuaciones de Suavización del modelo. Método Holt Winter Multiplicativo	21
Tabla 2. Estadísticos Descriptivos Serie Trabajadores Afiliados.....	25
Tabla 3. Componentes del modelo Descomposición Multiplicativa.....	27
Tabla 4. Componente estacional, Método Descomposición Multiplicativa.....	29
Tabla 5. Componentes del modelo Holt Winter Multiplicativo	32
Tabla 6. Análisis de Varianza de Regresión de mínimos cuadrados, Método Holt Winter Multiplicativo	32
Tabla 7. Comportamiento de la Media y la Desviación por año. Serie Trabajadores Afiliados.....	34
Tabla 8. Descripción del modelo ARIMA	36
Tabla 9. Estimación del modelo ARIMA	36
Tabla 10. Medidas de ajuste del modelo	37
Tabla 11. Resultados previsión modelos Descomposición Multiplicativa, Holt Winter Multiplicativo, Box Jenkins y resultados reales agosto de 2009 a julio de 2010. (Trabajadores afiliados)	39

RESÚMEN

TITULO:

MODELOS DE SERIES TEMPORALES PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DE LA AFILIACIÓN DE TRABAJADORES A LA CAJA DE COMPENSACIÓN FAMILIAR COMFENALCO SANTANDER.

AUTOR:

GRISELA ALEXANDRA PINZÓN APONTE

PALABRAS CLAVE:

Caja De Compensación Familiar, Trabajadores Afiliados, Series Temporales, Estrategias Corporativas.

DESCRIPCION:

Durante mucho tiempo, las proyecciones de diferentes variables estadísticas en la Caja de Compensación Familiar Comfenalco Santander, se han realizado de manera poco especializada, sin una metodología contundente que permita tener un mayor acercamiento al comportamiento futuro de los datos.

Por lo tanto, este trabajo tiene como objetivo intentar facilitar la tarea de predecir en un periodo de tiempo de un año, la variable Trabajadores Afiliados a la Caja de Compensación Familiar, estimando tres distintos modelos de series de tiempo, permitiendo así que la organización pueda obtener resultados cercanos a la realidad, lo que redundará en una mejor y fructífera toma de decisiones en la empresa.

Los datos fueron recolectados durante el periodo 2001-2010. Para el análisis se consideraron los datos mensuales de cada año y se realizó un análisis descriptivo de la serie temporal, para obtener la predicción se utilizaron tres modelos de referencia que son: el Método de Descomposición Multiplicativa, el Método Holt Winter Multiplicativo y la Metodología Box Jenkins, metodologías que se explican brevemente, para facilitar la interpretación de los resultados.

Se concluye después de realizar el análisis comparativo de los resultados obtenidos en las metodologías utilizadas, que los modelos Box Jenkins y Holt Winter Multiplicativo tienen una capacidad predictiva similar, sin embargo, los resultados de la metodología Box Jenkins se acercan más al patrón de las observaciones y presentan el mejor ajuste de los datos, por lo cual se considera que es el mejor modelo de predicción de la serie temporal.

Se recomienda seguir profundizando en la aplicación de las series temporales con el fin de que la organización pueda beneficiarse de las bondades de dichas metodologías, en lo que se refiere a la predicción de datos.

*Trabajo de Grado

**Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Especialización en Estadística. Director M.Sc. Diana Marcela Pérez Valencia

SUMMARY

TITLE

TIME SERIES MODELS TO PREDICT THE BEHAVIOR OF WORKERS AFFILIATED TO CAJA DE COMPENSACIÓN FAMILIAR COMFENALCO SANTANDER.

AUTHOR:

GRISELA ALEXANDRA PINZÓN APONTE – Financial Manager.

KEY WORDS:

Caja de Compensación Familiar, Workers Affiliated, Time Series, Corporate Strategy.

DESCRIPTION:

For a long time, the projections of statistical variables in the “Caja de Compensación Familiar Comfenalco Santander”, have been low-skilled, without a strong methodology that provides more insight into the behavior of future data.

Therefore, the objective of this work is trying to make easier the prediction of variable: “Affiliates Workers to the Caja de Compensación Familiar” , in a period of a year, through the estimation of three different time series models, allowing the organization obtain results approximately to reality. This will lead into a better and successful decision-making in the company.

Data were collected during the years 2001 - 2010. For the analysis, the monthly data were considered for each year and there was performed a descriptive analysis of time series. The three reference models used to predict the series were: Multiplicative Decomposition Method, Holt Winter Multiplicative Method, and Box Jenkins Methodology, of which there are provided a small explanation to facilitate the interpretation of results.

The conclusion after the comparative analysis of the results of the methodologies used, is that the Box Jenkins and Multiplicative Holt Winter models have a similar predictive ability, however, the Box Jenkins methodology is considered the best model for predicting time series, because its results are closer to the pattern observations and presents the best fit of the data.

It is recommended to deep into research to the application of time series in order that the organization can benefit from the advantages of these methodologies, in regard to the prediction of data.

*Degree Project.

**Faculty of sciences. School of Mathematics. Specialization in Statistics. Director M.Sc. Diana Marcela Pérez Valencia

INTRODUCCIÓN

La empresa no cuenta con una metodología que permita realizar proyecciones, estas son generadas muy artesanalmente, teniendo como base únicamente el crecimiento económico del país, el comportamiento del año inmediatamente anterior y la meta o compromiso de incremento propuesto por la Caja de Compensación Familiar para el próximo periodo.

Esta técnica es muy limitada a la hora de realizar los cálculos de las nuevas afiliaciones y por lo tanto de los ingresos económicos a percibir, es poca la certeza del comportamiento en el futuro, incrementando la posibilidad de tomar malas decisiones.

En la actualidad no se conoce con exactitud cuál será el número de trabajadores afiliados en un futuro cercano en la Caja de Compensación Familiar, y se plantea con este trabajo, disponer de herramientas alternativas que permitan modelar un posible comportamiento de los datos en un corto plazo, es decir un periodo de un año, con el fin de que con esta información la organización pueda establecer diversas estrategias de crecimiento, venta de servicios, comercialización, inversiones y publicidad entre otras.

Se pretende utilizar las observaciones mensuales obtenidas de la variable “número de Trabajadores afiliados a la Caja de Compensación Familiar” para realizar proyecciones, de tal manera que se genere una visión adecuada sobre el posible rumbo de la misma en un futuro inmediato. El periodo analizado corresponde a *Enero/2001 a Julio/2010*.

Una primera parte del trabajo es utilizar el procedimiento de Descomposición Multiplicativa, donde básicamente se obtiene una ecuación que describe el proceso estocástico en el cual el factor estacional se multiplica por la tendencia,

luego, se utiliza el método de Holt Winter Multiplicativo por manifestar la serie, una tasa de crecimiento lineal y un patrón estacional constante con variación creciente y, finalmente, un análisis univariante de las series temporales a través de la metodología Box Jenkins (ARIMA). Se debe resaltar que los modelos mencionados corresponden a aquellos donde el principal insumo para describir y proyectar el comportamiento de la variable lo constituye su propia evolución histórica.

Este proyecto también tiene como finalidad proporcionar herramientas básicas de los diferentes modelos de series de tiempo a estudiar, que permitirán generar una visión adecuada sobre el uso de las metodologías para efectuar proyecciones con distintas variables propuestas, modelos que sirvan no solo para ser utilizados en los pronósticos de afiliación de trabajadores sino que puedan servir en el estudio de otras variables como son: Afiliación de empresas, venta de servicios de educación, recreación, turismo, generación de ingresos y egresos.

Por último, se plantean algunas conclusiones de los resultados arrojados por las diferentes alternativas de estimación y ciertas ideas sobre la manera en que deben ser interpretadas dichas estimaciones.

1. OBJETIVOS

Cuanto mejor sea la metodología utilizada para el pronóstico del número de trabajadores afiliados, mayor será la posibilidad de establecer estrategias de crecimiento, venta de servicios, comercialización, inversiones y publicidad, por lo tanto y con el fin de alcanzar la meta se establecen los siguientes objetivos:

1.1 OBJETIVO GENERAL

- ❖ Poder utilizar la predicción obtenida con el mejor modelo para prever el incremento de afiliados en los siguientes periodos, de tal forma que pueda utilizarse esta información para la generación del presupuesto anual que debe ser enviado a la Superintendencia de Subsidio Familiar y la elaboración del Plan Estratégico de la organización; además será insumo para que la dependencia de Mercadeo Corporativo, establezca políticas de incremento de trabajadores afiliados.

1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- ❖ Comparar los métodos de predicción: Descomposición Multiplicativa, Holt Winter Multiplicativo y Metodología Box Jenkins o modelo ARIMA, en la serie de tiempo analizada, buscando con esto, la elección del mejor modelo predictor.
- ❖ Proporcionar herramientas básicas en la utilización de los diferentes métodos de predicción trabajados durante este análisis, para aplicar sobre otras variables que requieran ser estimadas.

2. MARCO DE REFERENCIA

Es crucial para este trabajo conocer la definición de la variable que se proyectará, pero para esto es necesario entender inicialmente qué es una Caja de Compensación Familiar y cuál es el sentido de su creación.

Las Cajas de Compensación Familiar son corporaciones de derecho privado, con patrimonio propio y sin ánimo de lucro, las cuales han tenido un sostenido desarrollo y crecimiento en las últimas cinco décadas en nuestro país¹.

El objetivo de las Cajas de Compensación originalmente era la administración de las “prestaciones de seguridad social” las cuales tendían al desarrollo y bienestar del trabajador y su familia.

Hoy en día, las Cajas de Compensación entregan una gran gama de beneficios en materia de seguridad social a sus afiliados, además de los objetivos básicos antes mencionados. Las nuevas áreas en que han incursionado las Cajas de Compensación son: vivienda, cultura, salud, capacitación, recreación, desarrollo personal, turismo, crédito, mercadeo, en donde el trabajador afiliado es uno de los más beneficiados de estos servicios.

Entiéndase por TRABAJADOR AFILIADO: Los trabajadores de carácter permanente que prestan sus servicios personales a un empleador (empresa) público o privado, afiliado a una Caja de Compensación Familiar C.C.F².

Estos beneficios se logran gracias al aporte en dinero que realizan mensualmente las empresas afiliadas a las Cajas de Compensación, quienes están obligados(as) a pagar un valor del 4% de sus nóminas.

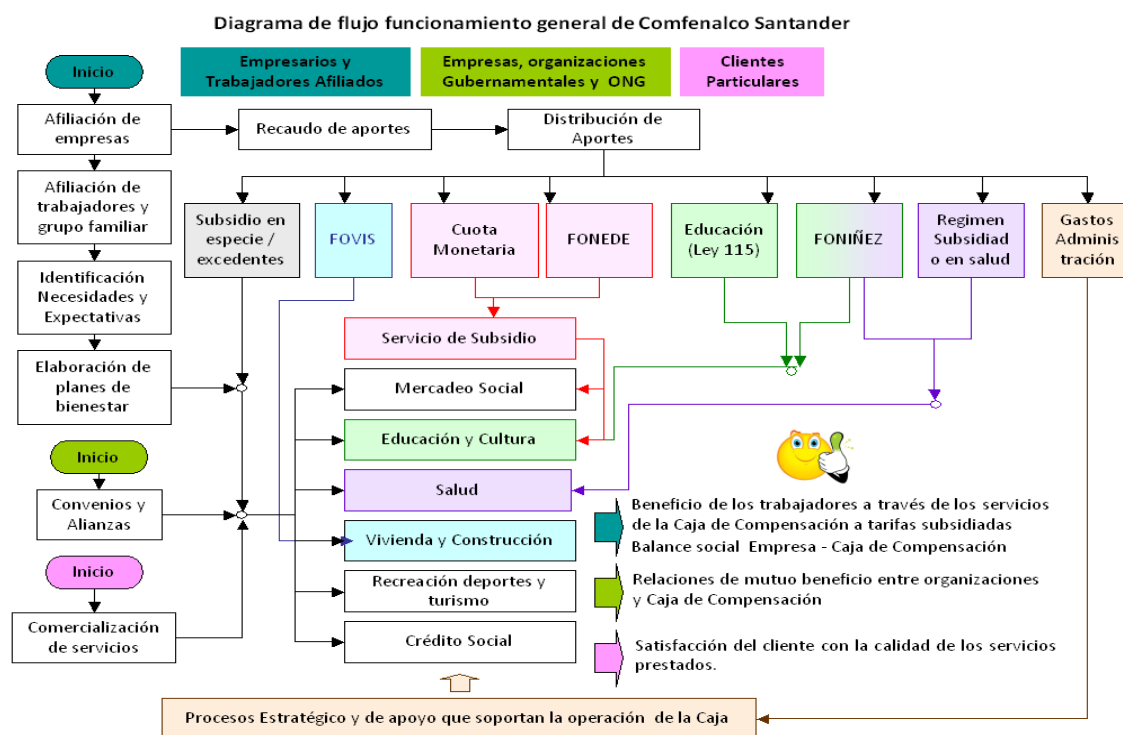
¹ Fuente: <http://www.gestiopolis.com/recursos2/documentos/fulldocs/fin/ccaf.htm>

² Fuente: Numeral 1 del artículo 3 del Decreto 784 de 1989 y artículo 72 de la Ley 21 de 1982.

Se entiende como EMPRESA AFILIADA: Toda persona natural o jurídica que tenga trabajadores a su servicio, aceptado(a) por las cajas de Compensación Familiar C.C.F. previo cumplimiento de los requisitos³.

En el Gráfico 1, se observa el diagrama de flujo, que muestra a grosso modo el funcionamiento general de una Caja de Compensación Familiar, que comienza con la afiliación de las empresas y trabajadores y continúa con la prestación de un sin número de servicios para converger en el beneficio percibido por los beneficiarios y la satisfacción manifiesta de la empresa, los trabajadores y sus familias.

Gráfico 1. Diagrama de flujo funcionamiento general de Comfenalco Santander



Fuente: Oficina de planeación, Comfenalco Santander.

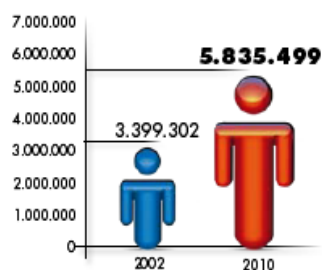
³ Fuente: Definición Variables Trazadoras del Sistema del Subsidio Familiar, Circular 001 de 2010, emitida por la Superintendencia de Subsidio Familiar

Después de 56 años de trabajo, las Cajas de Compensación Familiar tienen hoy un patrimonio superior a los cinco billones de pesos. Resultado de los análisis realizados por el ente fiscalizador, que en este caso es la Superintendencia de Subsidio Familiar, a los estados financieros de las 46 Cajas de Compensación que existen en el País.⁴

Estos recursos hacen parte de la gestión que diariamente realizan las Cajas para mejorar las condiciones de vida de los trabajadores colombianos de menores recursos en servicios sociales como Salud, Mercadeo, Vivienda, Educación, Capacitación, Recreación, Bibliotecas y Turismo. A pesar de la crisis económica mundial las cajas reportaron crecimiento en número de empresas y trabajadores afiliados, tal y como se observa en el Gráfico 2, lo cual hace de este, un sector bastante importante de la economía del país, razón por la cual, un análisis de predicción sobre esta variable puede ser muy interesante y suministrar una valiosa información.

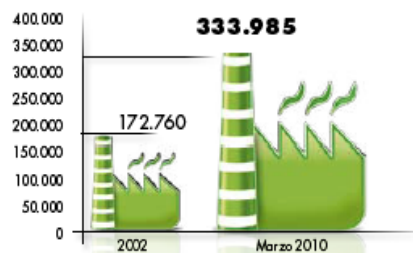
Gráfico 2. Cifras entre el 2002 y 2010 de trabajadores y empresas afiliadas

TRABAJADORES AFILIADOS



Entre agosto de 2002 y marzo de 2010 se afiliaron a las Cajas de Compensación 2.436.197 trabajadores adicionales, que representa un crecimiento del **71.7%**.

EMPRESAS AFILIADAS



Entre agosto de 2002 y marzo de 2010 se afiliaron a las Cajas de Compensación 161.225 empresas, que representa un crecimiento del **93.3%**.

Fuente: Superintendencia de Subsidio Familiar

⁴ Fuente: http://portal.ssf.gov.co/wps/wcm/connect/wcm_ssf/ssf/rss+feed/boletines/boletines+rss

2.1 REQUISITOS PARA LA AFILIACIÓN DE TRABAJADORES A UNA CAJA DE COMPENSACIÓN FAMILIAR

Para que un trabajador pueda afiliarse a una Caja de Compensación, es requisito indispensable que la empresa en la que labora sea afiliada también, el trabajador debe tener contrato laboral vigente, laborar como mínimo 12 días en el mes, lo equivalente a 96 horas y para todos los casos, debe llenar un formulario de afiliación que lleva firma y sellos de la empresa donde labora, firma y documento de identidad del trabajador y, si tiene beneficiarios, los documentos que certifiquen el vínculo familiar⁵.

⁵ Fuente: Ley 21 de 1982, Capítulo III (Trabajadores Beneficiarios).

3. METODOLOGÍA

Para alcanzar los objetivos planteados, se utiliza la serie del número de Trabajadores Afiliados en la Caja de Compensación Familiar Comfenalco Santander, los registros mensuales fueron obtenidos de publicaciones, archivos históricos y bases de datos almacenados en la organización, los datos recolectados comprenden los periodos de enero de 2001 a julio de 2010, obteniéndose 115 observaciones, aunque se cuenta con los datos hasta julio de 2010, se tomarán inicialmente para la realización del análisis los datos hasta el mes de julio de 2009, dejando el resto del periodo como muestra de validación del modelo estimado y poder predecir con mayor seguridad el periodo comprendido entre agosto de 2010 a julio de 2011, que es el que interesa.

Para la realización del análisis se emplea el programa estadístico SPSS versión 17 y la hoja de Cálculo Excel 2007. Se realiza un análisis descriptivo de la serie y se realizan la proyección de la misma utilizando las metodologías Descomposición Multiplicativa, Método Holt Winter Multiplicativo y el Modelo Box Jenkins, las cuales son explicadas en forma muy general para crear una base en la interpretación, ya que lo que se busca es incentivar la investigación y aprendizaje de los diferentes métodos de series temporales para predecir innumerables variables dentro de la organización.

3.1 MÉTODO DE DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA

Este modelo es útil al modelar series temporales que manifiestan una variación estacional creciente o decreciente, en este método se utiliza un factor estacional multiplicativo, es decir, el factor estacional se multiplica por la tendencia⁶.

La Descomposición Multiplicativa tiene dos pasos:

⁶ Fuente: "Pronósticos, Series de Tiempo y Regresión. Un enfoque aplicado." pp. 325

❖ Modelo de Ajuste:

En donde, después de modelizar la tendencia, se proceden a calcular los índices estacionales; en modelos multiplicativos, la componente estacional representa la relación entre cada estación y la media general, el cálculo de la estacionalidad se realiza de acuerdo a las siguientes etapas:

➤ Calcular las medias móviles $\bar{Y}_t$, a partir de los datos de la serie original Y_t .

❖ Separar la tendencia, es decir, calcular: $W_t = \frac{Y_t}{\bar{Y}_t}$.

Hay que destacar que en W_t están incluidas las componentes asociadas a la estacionalidad, los ciclos y los residuos.

❖ Calcular los promedios de las W_t de cada estación y la media general, donde s es el indicador de la estación (mes) y n_s el número de valores W que se promedian en dicha estación.

$$E_s^* = \frac{\sum_{t=s+p} W_t}{n_s} \quad s = 1, \dots, p \quad y \quad \bar{E} = \frac{\sum_{s=1}^p E_s^*}{p}$$

❖ Finalmente, los valores de los componentes estacionales, expresados en % en este tipo de modelos multiplicativos, se obtiene con la siguiente fórmula.

$$E_s = \frac{E_s^*}{\bar{E}} \times 100$$

❖ Modelos de pronóstico:

Este método, calcula el pronóstico como la línea de regresión multiplicada por los índices de estacionalidad, es decir, multiplicando los valores estimados o proyectados (con la ecuación de regresión) por los índices estacionales correspondientes, se obtienen las proyecciones teniendo en cuenta las variaciones estacionales (proyecciones con ajuste estacional)⁷.

⁷Fuente: <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4030006/lecciones/capitulocinco>

3.2 MÉTODO HOLT WINTER MULTIPLICATIVO

El método Holt Winter es el más adecuado en series temporales que siguen una tendencia aproximadamente lineal y que además están sometidas a la incidencia del factor estacional.⁸

Con el fin de llevar a cabo este modelo, se debe estimar el nivel, la tasa de crecimiento y el patrón estacional, los cuales se obtienen mediante las ecuaciones de suavización⁹ (ver Tabla 1).

Tabla 1. Ecuaciones de Suavización del modelo. Método Holt Winter Multiplicativo

e_t del nivel	$e_t = \alpha \left(\frac{y_t}{Sn_{T-L}} \right) + (1 - \alpha) \times (e_{T-L} + b_{T-1})$
b_T del crecimiento	$b_T = \gamma (e_T - e_{T-1}) + (1 - \gamma) b_{T-1}$
Sn_T del factor estacional	$Sn_T = \delta \left(\frac{y_t}{e_T} \right) + (1 - \delta) \times Sn_{T-L}$

Donde:

α , γ , δ = Son constantes de suavización entre 0 y 1

e_{T-L} y b_{T-1} = Son estimaciones en el periodo T-1 para el nivel y la tasa de crecimiento

Sn_{T-L} = Es la estimación en el periodo T del factor estacional

Fuente: Libro "Pronóstico, Series de Tiempo y Regresión"

Para poder realizar predicciones utilizando el método de Holt Winter multiplicativo se requiere conocer los valores iniciales y los valores de las constantes α , γ , y δ . Los valores iniciales necesarios para iniciar los cálculos son $L + 2$, correspondientes a los L factores estacionales del año anterior, a la primera observación, y al nivel y pendiente del periodo 0.

⁸ Fuente: Artículo "La Capacidad predictiva en los métodos Box-Jenkins y Holt-Winters: Una aplicación al sector turístico.

⁹ Fuente: Identificación de las ecuaciones de suavización, en el método multiplicativo Holt Winter, en: "Pronóstico, Series de Tiempo y Regresión". pp. 375

Para obtener el mejor ajuste se obtienen estimaciones con diferentes valores de α , γ , y δ , y la combinación adecuada será la que produzca una mejor media absoluta de los errores (MAE), o una menor media absoluta del porcentaje de error (MAPE).

3.3 METODOLOGÍA BOX JENKING

La metodología Box Jenkins se centra en el análisis univariante de series temporales a través de los modelos Box Jenkins o ARIMA, esta metodología es una de las de más amplio uso en el análisis de series de tiempo¹⁰, tratados por numerosos autores, entre ellos, Box- Jenkins (1976), Otero (1993) o Uriel (1985, 1995) y se caracteriza por un conjunto de observaciones en momentos sucesivos de tiempo, donde implícitamente se considera una cierta homogeneidad y estabilidad en su estructura.

Para hacer uso de la metodología Box Jenkins es necesario ejecutar las siguientes etapas¹¹:

❖ Identificación y Estimación del modelo ARIMA:

Para ello, se efectúa un análisis de la estacionariedad de la serie en media y varianza. Caso de resultar no estacionaria se realizan transformaciones por medio de diferenciaciones u otros procedimientos, determinándose el orden tanto de la parte autorregresiva como de medias móviles (regular y/o estacional) para lo que se tendrá en cuenta la autocorrelación simple y parcial.

Las primeras diferencias de los valores de la serie de tiempo $y_1, y_2, \dots, y_n$ se obtienen así: $Z_t = y_t - y_{t-1}$

¹⁰ Fuente: "Predicción con Redes Neuronales: Comparación con las Metodologías de Box y Jenkins". Trabajo de grado Magíster Scientiae en Estadística Aplicada. P. 8.

¹¹ Fuente: Etapas tomadas del Trabajo de grado Magíster Scientiae en Estadística Aplicada. "Predicción con Redes Neuronales: Comparación con las Metodologías de Box y Jenkins". P. 14.

Las segundas diferencias así: $Z_t = (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2})$ para $t = 3, 4, \dots, n$

❖ Adecuación del Modelo:

Se analiza la adecuación del modelo estimado, validándose sí:

- Los residuos del modelo estimado se ajustan a un comportamiento de ruido blanco.
- El modelo estimado es estacionario e invertible.
- Los coeficientes son significativos para representar la serie y no están correlacionados.
- El grado de ajuste es elevado en comparación con otros modelos.
- Existe estabilidad en varianza para el modelo estimado.

❖ Predicciones.

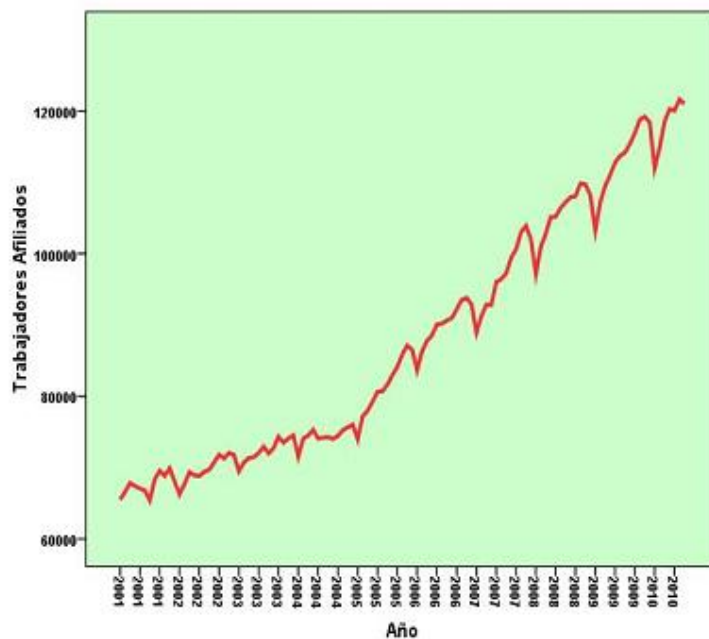
Una vez contrastada y aceptada la adecuación del modelo estimado se procede a predecir los valores que tomará la variable en periodos sucesivos.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LAS SERIE TRABAJADORES AFILIADOS

La serie de datos de los trabajadores afiliados a la Caja de Compensación Familiar desde enero de 2001 hasta julio de 2010, que se proporciona en el Gráfico 3, señala una tendencia lineal que se ha venido incrementando claramente desde el año 2005 hasta el año 2010. Se puede observar variación estacional creciente.

Gráfico 3. Serie Original de los datos, Trabajadores afiliados



Fuente: Elaboración propia

En promedio han sido 87.747 los trabajadores afiliados a la Caja de Compensación Comfenalco Santander durante los 10 años analizados, sin embargo, existe una variabilidad de 17,433 personas. En este sentido, el 50% del número de afiliados estuvo en un rango inferior a 84,096 trabajadores y sólo en un 25% ha estado por encima de 103.203 trabajadores afiliados. (Ver Tabla 2).

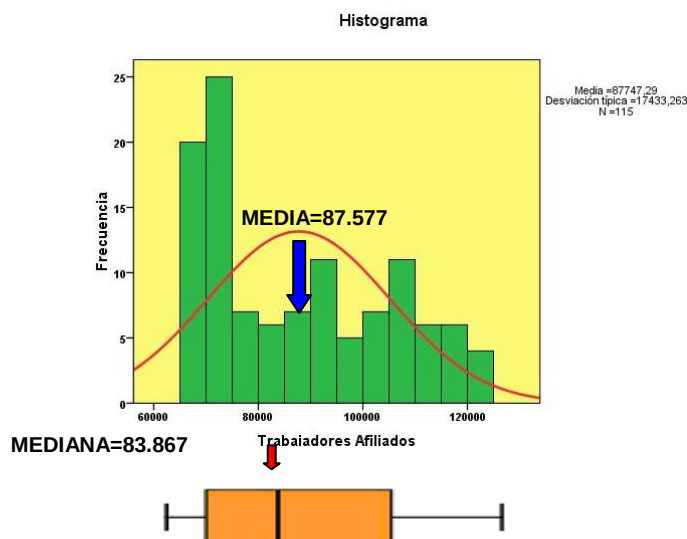
Tabla 2. Estadísticos Descriptivos Serie Trabajadores Afiliados

N	Válidos	115
	Perdidos	12
Media		87.747
Error típ. de la media		1.626
Mediana		84.096
Moda		65.403 ^a
Desv. típ.		17.433
Varianza		303.918,651
Asimetría		,459
Error típ. de asimetría		,226
Curtosis		-1,188
Error típ. de curtosis		,447
Rango		56.205
Mínimo		65.403
Máximo		121.608
Suma		10.090.938
Percentiles	25	71.981
	50	84.096
	75	103.203

Fuente: Elaboración propia

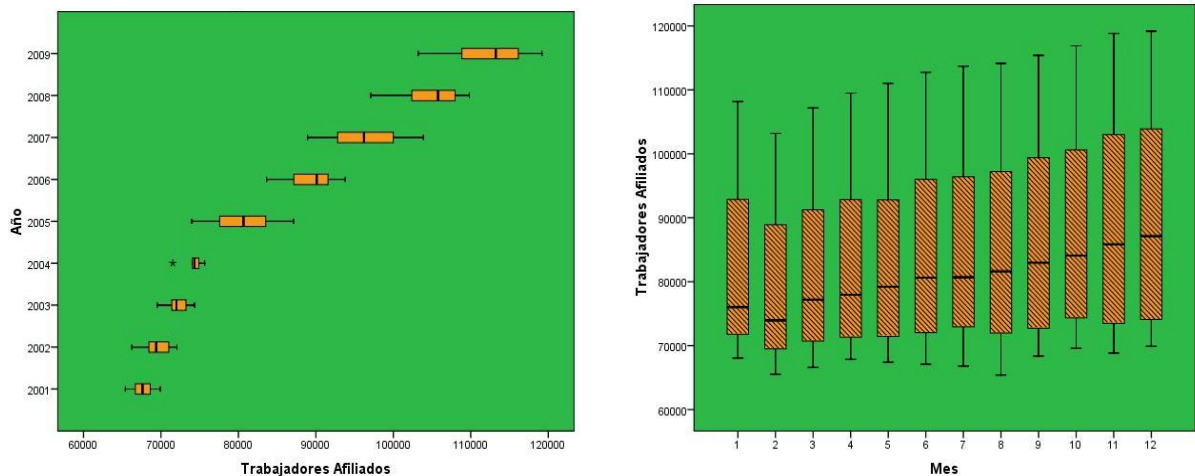
Al analizar la variable “trabajadores afiliados” se conduce a considerar una distribución sesgada a la derecha con (Asimetría = 0,459), lo cual es de esperarse ya que a pesar de que durante los años 2001 a 2005 el número de personas afiliadas oscilaba entre 60.000 y 80.000 trabajadores afiliados, esta proporción ha cambiado entre el 2006 a 2010, se ha intensificado paulatinamente la afiliación manteniéndose entre el intervalo de 90.000 y 120.000 trabajadores afiliados a la Caja de Compensación Familiar (Ver Gráficos 4 y 5).

Gráfico 4. Histograma para la variable Trabajadores Afiliados



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 5. Comportamiento de la variable Trabajadores Afiliados por año y por mes respectivamente



Fuente: Elaboración propia

Si se estudia con mayor detenimiento el Gráfico 5, se observa que durante los años 2001 al 2006, el número de trabajadores afiliados ha estado por debajo de la media calculada, mientras que a partir de los años 2007 a 2010, se supera este valor. Fácilmente se puede analizar la estacionariedad de la serie, la cual ciertamente presenta un comportamiento no estacionario ya que la media y su varianza no son constantes a través del tiempo, como se observa, se va ampliando a medida que van avanzando los años.

También se hace evidente que existe una estructura estacional mensual con mínimos en los meses de enero y febrero, aquí las afiliaciones medias se reducen respecto a los otros periodos. Por el contrario, a finales del año se observa un máximo en los meses de noviembre y diciembre, lo cual podría ser consecuencia de la reactivación económica del país en temporada decembrina o navideña, que hace que se incremente la contratación de personal, sobretudo en el sector del comercio.

4.2 ANÁLISIS DE LA SERIE UTILIZANDO EL MÉTODO DE DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA

Como se mencionó con anterioridad en el análisis descriptivo, la serie presenta:

- ❖ Un patrón estacional que se repite cada año.
- ❖ Se detecta una clara tendencia creciente en el tiempo.
- ❖ El patrón de estacionalidad tiene forma constante pero presenta una amplificación continua lo que indica que el modelo es multiplicativo.

Cuando la serie presenta este tipo de comportamientos, en este modelo de descomposición se utiliza un factor estacional multiplicativo, es decir, el factor o componente estacional se multiplica por la tendencia. Teniendo en cuenta esos parámetros este modelo planteado es¹²:

$$Y_t = TR_t \times SN_t \times IR_t$$

Tabla 3. Componentes del modelo Descomposición Multiplicativa

Donde:
Y_t = Valor observado de la serie temporal en el periodo t
TR_t = El componente de la tendencia en el periodo t
SN_t = El componente estacional en el periodo t
IR_t = El componente irregular en el periodo t

Fuente: Libro "Pronóstico, Series de Tiempo y Regresión"

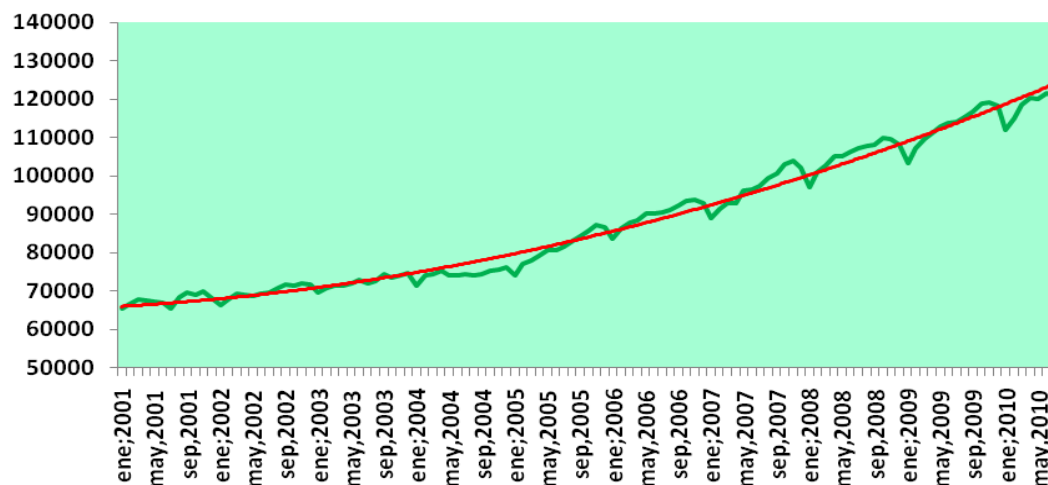
Para proceder con el análisis es necesario estacionalizar la serie previamente, lo que quiere decir que se deben eliminar las variaciones estacionales y las fluctuaciones irregulares de los datos, lo cual se logra a través de utilización de las

¹² Identificación del modelo basado en el método de descomposición multiplicativa del libro "Pronóstico, Series de Tiempo y Regresión". pp. 326

medias móviles, en este caso usamos la de 12 periodos porque los datos de la serie son mensuales.

Como resultado de la aplicación de este procedimiento obtenemos una serie más suavizada y libre del componente estacional (ver Gráfico 6); cuando se grafican las medias móviles obtenidas se detecta que probablemente se trata de un ajuste polinómico, ya que el crecimiento no es proporcional al tiempo sino que parece sufrir un amortiguamiento casi a la mitad de la serie.

Gráfico 6. Tendencia a través de las medias móviles (p=12), Método de Descomposición Multiplicativa



Fuente: Elaboración propia

El modelo estimado es:

$$\hat{Y}_t = 66,877 + 135,4_t + 3,6841_{t^2}$$

En este modelo se evidencia un buen ajuste reflejado por una $R^2 = 99,38\%$ que es altamente significativo, lo que quiere decir que el modelo explica la variación total del 99.38% de los valores observados en la serie.

En la Tabla 4, se representan los valores de las variaciones estacionales, las cuales también son representadas en el Gráfico 7.

Tabla 4. Componente estacional, Método Descomposición Multiplicativa

mes	Es	mes	Es	mes	Es
enero	96,00%	mayo	100,20%	septiembre	101,35%
febrero	98,60%	junio	100,25%	octubre	101,63%
marzo	99,58%	julio	99,67%	noviembre	101,85%
abril	99,84%	agosto	100,58%	diciembre	100,45%

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 7. Componente estacional, Método Descomposición Multiplicativa



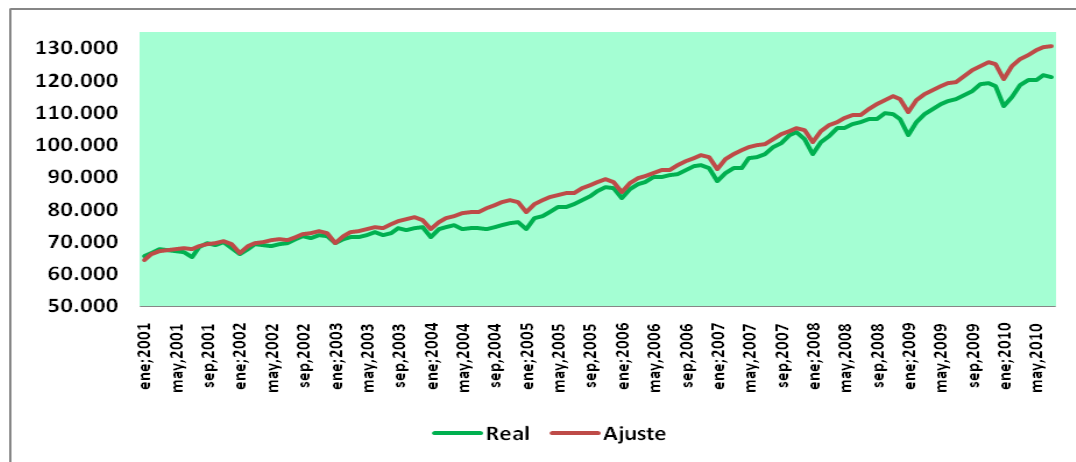
Fuente: Elaboración propia

Los trabajadores afiliados en los meses de enero y febrero son de un orden del 96% y 98% inferior de la media, mientras que octubre y noviembre están en 101% superior a la media. Esto sugiere que podría hacerse una campaña de afiliación bastante fuerte en los primeros meses del año para conseguir más trabajadores; aunque este comportamiento está mucho más ligado a la conducta histórica de la economía que en general presenta en los últimos meses del año un incremento en la contratación de personal y en los primeros meses un decrecimiento relacionado con la terminación del periodo de auge comercial.

En el Gráfico 8, se presenta la concordancia entre los datos y su modelización a partir de la tendencia y estacionalidad calculadas, de acuerdo con el modelo multiplicativo.

$$\hat{Y}_t = (66,877 + 135,4_t + 3,6841_{t_2}) \quad \text{Es/100} \quad S = 1, \dots, 12 \quad t = S + 12$$

Gráfico 8. Serie Cronológica real y ajustada, Método Descomposición Multiplicativa



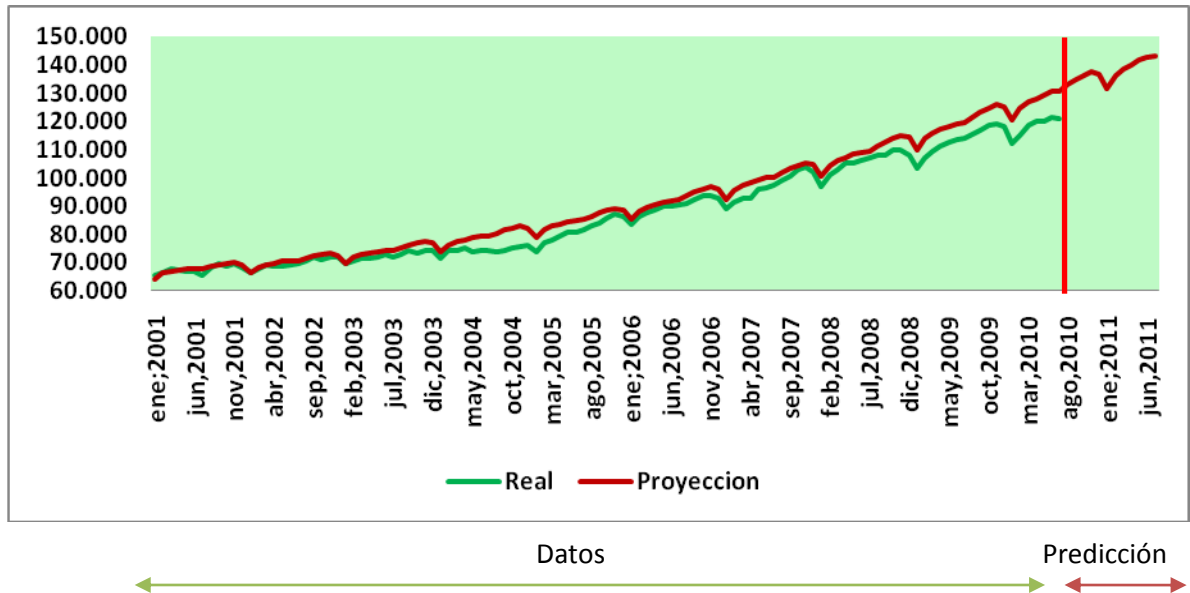
Fuente: Elaboración propia

Se puede apreciar que hay algunos desajustes desde noviembre de 2008, el ajuste calculado y los datos reales empiezan a presentar un margen de error mucho más grande o una mayor ampliación entre uno y otro, es posible afirmar que a partir de esa fecha ha habido un cambio sustancial en el comportamiento de la serie, distinto al esperado en los mismos meses de otros años, es decir, es posible que el comportamiento haya indicado que el patrón tendría un crecimiento mucho mayor y fue realmente muy leve.

Asumiendo que se mantiene el mismo patrón, la predicción de trabajadores afiliados hasta julio de 2011, refleja que la línea proyectada aún se encuentra muy

alejada a los valores reales. (Ver Gráfico 9).

Gráfico 9. Serie observada y previsiones hasta julio de 2011, Método Descomposición Multiplicativa



Fuente: Elaboración propia

4.3 ANÁLISIS DE LA SERIE UTILIZANDO EL METODO HOLT WINTER MULTIPLICATIVO

La serie histórica “trabajadores afiliados” cuenta con las características para la utilización de este método, ya que los datos muestran tendencia lineal β_1 y un patrón estacional constante SN_t con variación creciente (multiplicativa), para el cual el nivel, la tasa de crecimiento y el patrón estacional podrían ser cambiantes y no fijos, dicha serie puede describirse por medio del modelo multiplicativo¹³.

$$Y_t = (\beta_0 + \beta_{1t}) \times SN_t \times IR_t$$

¹³ Identificación del modelo basado en el método multiplicativo Holt Winter del libro “Pronóstico, Series de Tiempo y Regresión” pp. 374

Tabla 5. Componentes del modelo Holt Winter Multiplicativo

Donde:

β_0 = Representa una parte constante o comportamiento permanente (un volumen de afiliaciones de trabajadores de carácter fijo)

β_{1t} = Representa la pendiente de la componente de tendencia (el ritmo estructural de crecimiento o decrecimiento del volumen de afiliaciones)

SN_t = El componente estacional en el periodo t

IR_t = El componente irregular en el periodo t

Fuente: Libro "Pronóstico, Series de Tiempo y Regresión"

Para el cálculo de estos valores iniciales del nivel y la tasa de crecimiento, se usa $e_0 = 65.072,67$ y $b_0 = 258,07$, determinados a través de una salida de regresión obtenida con Excel, en donde se ajustó la tendencia a los primeros 58 valores de la serie trabajadores afiliados, la cual proporcionó la ecuación de mínimos cuadrados que se observa en la Tabla 6.

$$\hat{Y}_t = 65.072 + 258,07t$$

Tabla 6. Análisis de Varianza de Regresión de mínimos cuadrados, Método Holt Winter Multiplicativo

ANÁLISIS DE VARIANZA		
	Grados de libertad	Suma de cuadrados
Regresión	1	1.082.611.441
Residuos	56	169.587.294
Total	57	1.252.198.735

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t
Intercepción	65072,67332	462,9767117	140,5528003
Variable X 1	258,0771171	13,64947145	18,90748063

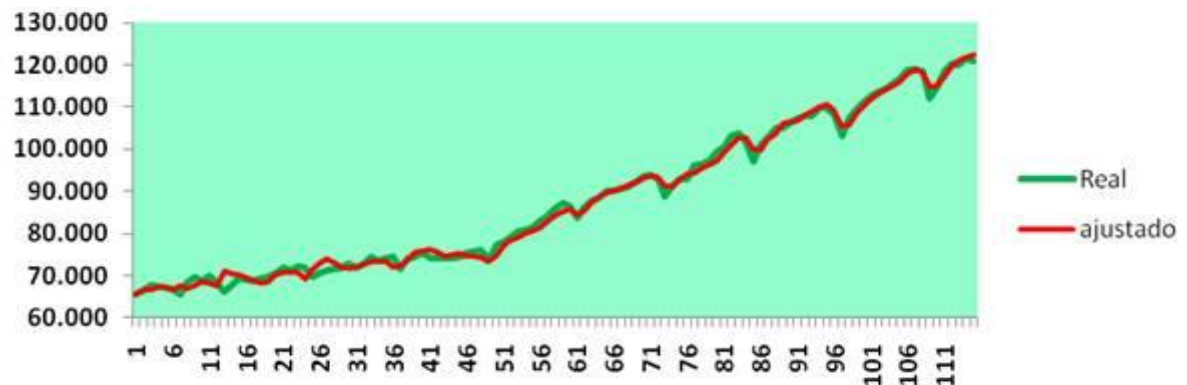
Fuente: Elaboración propia

Las estimaciones finales obtenidas para el nivel, tasa de crecimiento son:

nivel	Tasa de Crecimiento
$e_{115} = 120.602,1835$	$b_{115} = 623,45$

Con ayuda de estas estimaciones, se logra obtener mejores predicciones. Esto se aprecia con mayor claridad en el Gráfico 10, en donde la línea de proyección se encuentra casi totalmente superpuesta sobre la línea de las observaciones históricas.

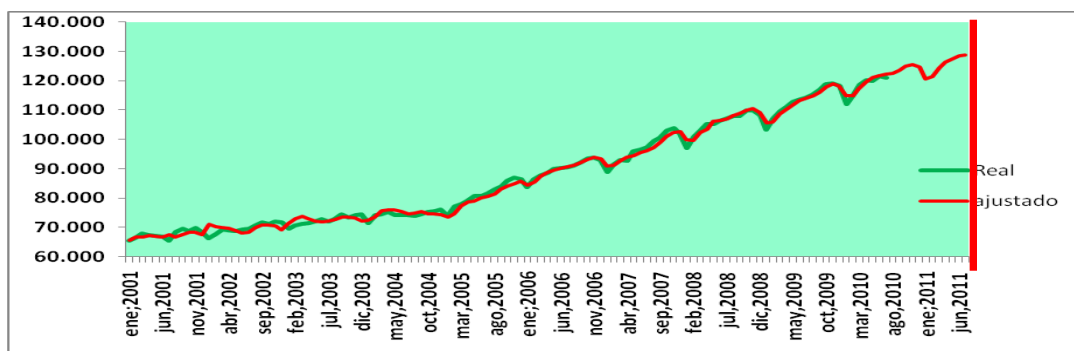
Gráfico 10. Serie original y ajuste Método Holt Winter Multiplicativo



Fuente: Elaboración propia

Asumiendo que se mantiene el mismo patrón, la predicción de trabajadores afiliados hasta julio de 2011, toma en cuenta todo tipo de alteración no esperada dentro de la serie, la línea de pronósticos queda casi superpuesta sobre la línea de los valores reales, tal y como se expone en el Gráfico 11.

Gráfico 11. Serie observada y previsiones hasta julio de 2011, Método Holt Winter Multiplicativo



← Datos
Predicción →

Fuente: Elaboración propia

4.4 ANÁLISIS DE LA SERIE UTILIZANDO LA METODOLOGIA BOX JENKING

Una de las características de este modelo es que es imprescindible que la serie sea estacionaria, es decir, que su media, su varianza y su covarianza permanezcan constantes sin importar el momento en el que se midan.

La serie “trabajadores afiliados” no tiene esta característica, tal cual como se aprecia en la Tabla 7, pues al crecer la media en cada año, aumenta su desviación estándar; además, en el Gráfico 12, se observa que el comportamiento de la varianza es creciente.

Tabla 7. Comportamiento de la Media y la Desviación por año. Serie Trabajadores Afiliados

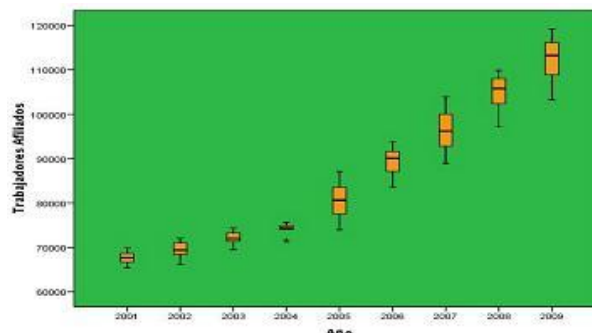
Estadísticos descriptivos

Variable dependiente: Trabajadores Afiliados

Año	Media	Desviación típica	N
2001	67613,75	1439,703	12
2002	69506,75	1743,064	12
2003	72201,83	1406,220	12
2004	74315,33	1033,895	12
2005	80608,33	3978,263	12
2006	89505,67	3060,464	12
2007	96268,08	4745,736	12
2008	105184,25	3841,426	12
2009	112496,42	4866,744	12
2010	117944,29	3390,220	7
Total	87287,09	17245,814	115

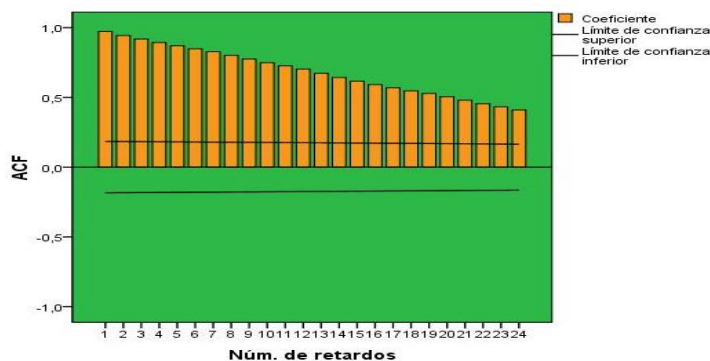
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 12. Comportamiento de la Media y la Desviación por año, serie Trabajadores Afiliados



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 13. Autocorrelación Simple



Fuente: Elaboración propia

Obsérvese en el Gráfico 13, que la caída en el Autocorrelograma simple es muy lenta y por lo tanto, la serie de tiempo no es estacionaria, por esta razón es necesario transformar los datos, lo cual se puede hacer a través del cálculo de las primeras o segundas diferencias¹⁴ y en caso de no lograr la estabilización de la varianza puede recurrirse a la aplicación del logaritmo para conseguir una buena transformación.

4.4.1 Identificación del Modelo

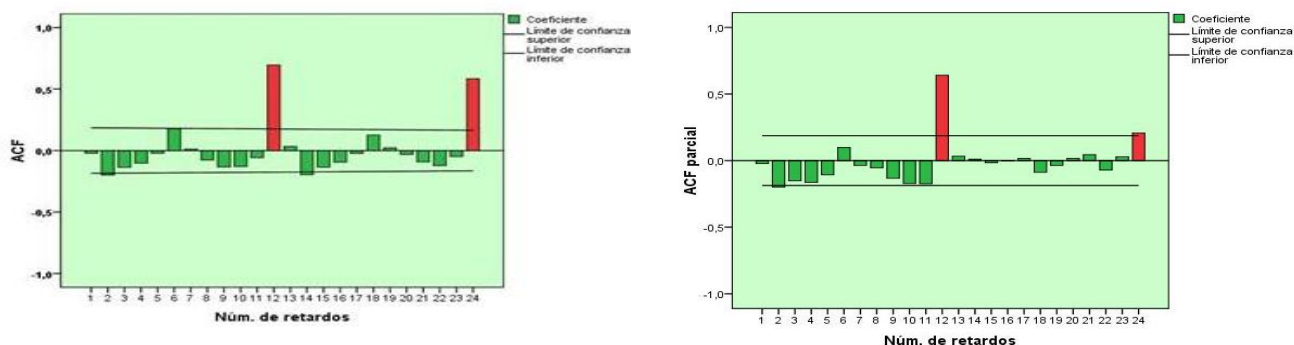
En la parte no estacional o regular se aplicó una diferencia para hacer la serie estacionaria lo que se muestra en el Gráfico 14, autocorrelograma parcial y simple, identificando esta parte del modelo como ARIMA (0,1,0) ya que no existe ninguna espiga por fuera del rango, en la parte estacional se observa que sigue siendo estacionaria porque aún se detecta una caída muy lenta en el retardo 12 y 24, por lo que se hace necesario aplicar diferencia estacional, se define entonces como un modelo SARIMA(1,1,1). (Ver Tablas 8 y 9). Se identifica el modelo estimado como¹⁵:

¹⁴ Identificación de las diferencias, basado en el método Box Jenkins del libro "Pronóstico, Series de Tiempo y Regresión". pp. 401-404

¹⁵ Identificación tentativa del modelo, basado en el método Box Jenkins del libro "Pronóstico, Series de Tiempo y Regresión". pp. 429-512

$$Z_t = \delta + \phi_1 Z_{t-1} + \alpha_t - \theta_1 \alpha_{t-1}$$

Gráfico 14. Autocorrelación Simple y Autocorrelación Parcial



Fuente: Elaboración propia

Tabla 8. Descripción del modelo ARIMA

			Tipo de modelo
ID del modelo	Trabajadores afiliados	Modelo_1	ARIMA(0,1,0)(1,1,1)

Fuente: Elaboración propia

4.4.2 Estimación de los parámetros del Modelo

Contrastados los coeficientes estimados para el modelo planteado, se presentan los parámetros los cuales son significativos.

Tabla 9. Estimación del modelo ARIMA

Modelo	Trabajadores Afiliados	Sin transformación	Diferencia	Estimación	ET	t	Sig.*
_1			1				
			AR, Retard o 1	-,927	,112	-8,304	,000
			Diferenciación estacional	1			
			MA, Retard o 1	-,721	,214	-3,366	,001

* Se considera significativo ya que el Nivel de Sig. es menor a 0,05,

Fuente: Elaboración propia

Las medidas de ajuste del modelo se muestran en la tabla 10

Tabla 10. Medidas de ajuste del modelo

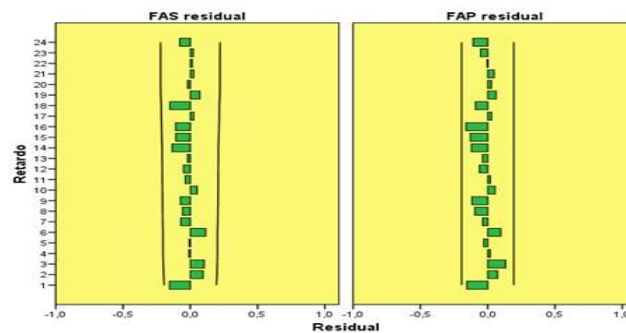
Estadístico de ajuste	Media
R-cuadrado estacionaria	,187
R-cuadrado	,997
Raíz del error cuadrático promedio	901,248
Error absoluto porcentual promedio	,841
Error absoluto máximo porcentual	2,743
Error Absoluto promedio	731,189
Error absoluto máximo	2356,061
BIC normalizado	13,698

Fuente: Elaboración propia

4.4.3 Adecuación del Modelo

En resumen, observando las similitudes y diferencias de la serie original y la ajustada por el modelo ARIMA, se puede afirmar que es estacionario e invertible, los residuos del modelo presentan un comportamiento de ruido blanco (se aproximan a media cero, varianza σ^2 y covarianza cero), los coeficientes son significativos, por lo tanto se confirma el modelo ARIMA (0,1,0) x (1,1,1), cuyas autocorrelaciones residuales simple y parcial se muestran en el Gráfico 15.

Gráfico 15. Correlogramas Simple y Parcial

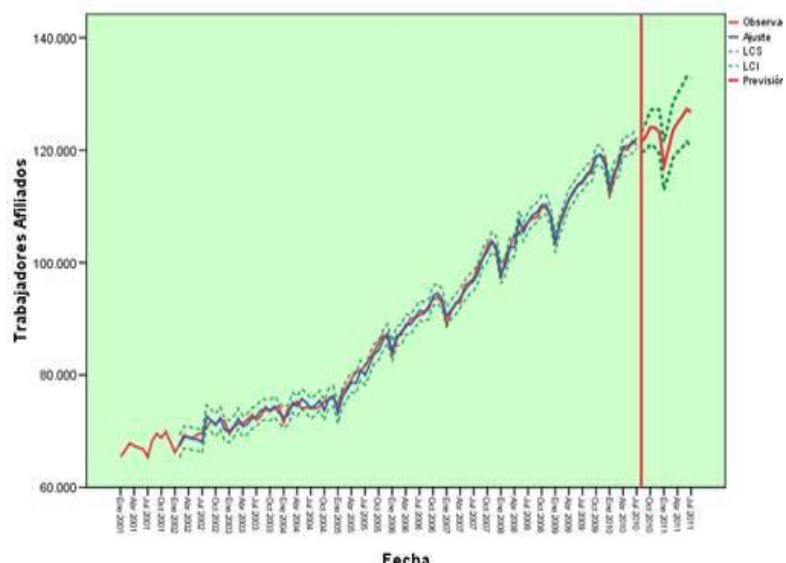


Fuente: Elaboración propia

4.4.4 Predicciones.

Las predicciones estimadas obtenidas con este modelo para los doce (12) meses siguientes (agosto de 2010 a julio de 2011), presentan un muy buen ajuste con respecto a los datos reales, la línea de proyección se encuentra casi totalmente sobrepuesta sobre la línea de las observaciones históricas (Ver Gráfico 16).

Gráfico 16. Serie observada y predicciones hasta julio de 2011



Fuente: Elaboración propia

4.5 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS VALORES PREDICHOS POR CADA METODOLOGIA¹⁶

Se exponen a continuación los resultados de las predicciones mensuales para el periodo comprendido entre Agosto de 2009 a Julio de 2010, en cada uno de los modelos presentados y analizados.

Al contar con los datos reales de la afiliación de trabajadores a la Caja de Compensación Familiar en este periodo, se puede evaluar la capacidad predictiva de los tres métodos utilizados. Para ello se utilizarán dos estadísticos que servirán para cuantificar globalmente los errores de predicción. Raíz del error cuadrático medio (RECM), Error absoluto medio (MAE).

En la Tabla 11, se observan las predicciones que cada uno de los modelos realiza, comparándolas con el valor real de la serie trabajadores afiliados en el periodo (agosto 2009 y julio de 2010), al igual que los estadísticos RECM y MAE que cada modelo arroja, para seleccionar aquel con los menores errores de predicción.

Tabla 11. Resultados previsión modelos Descomposición Multiplicativa, Holt Winter Multiplicativo, Box Jenkins y resultados reales agosto de 2009 a julio de 2010. (Trabajadores afiliados)

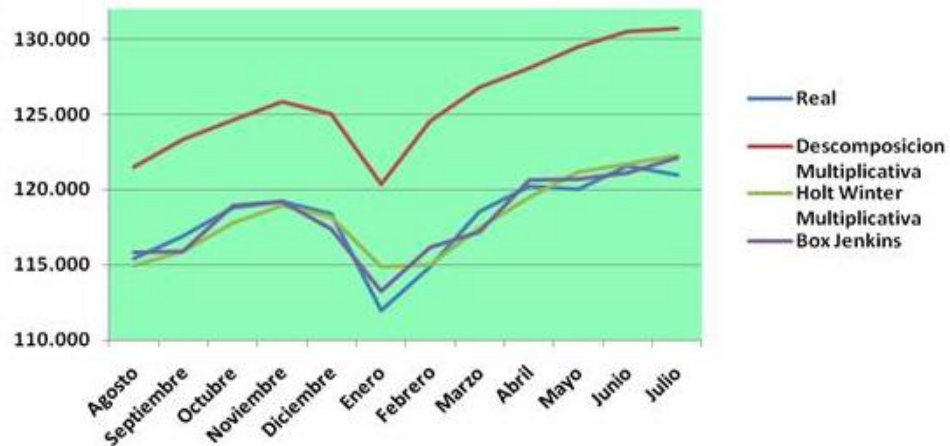
MES	TRABAJADORES AFILIADOS	predicciones (agosto de 2009 a julio de 2010)		
		Descomposicion multiplicativa	Holt Winter Multiplicativo	Box Jenkins
Agosto	115.393	121.505	114.933	115.798
Septiembre	116.887	123.349	115.873	115.909
Octubre	118.794	124.626	117.783	118.961
Noviembre	119.182	125.833	118.960	119.182
Diciembre	118.383	125.029	118.215	117.386
Enero	111.960	120.386	114.855	113.260
Febrero	114.862	124.585	114.997	116.155
Marzo	118.505	126.760	117.440	117.174
Abril	120.257	128.053	119.487	120.618
Mayo	120.035	129.481	121.204	120.717
Junio	121.608	130.514	121.695	121.131
Julio	120.980	130.740	122.246	122.126
RECM		7.957	1.134	886
MAE		7.835	70	131

Fuente: Elaboración propia

¹⁶ Análisis comparativo basado en el artículo “La capacidad predictiva en los métodos Box-Jenkins y Holt-Winter: una aplicación al sector turístico”. Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa, vol. 15, núm. 3 (2006), pp. 194

Al analizar las predicciones mensuales en las tres metodologías utilizadas según la Gráfica 17, se observa que los mayores errores se encuentran en los meses de mayor estacionalidad correspondientes a enero y febrero.

Gráfico 17. Predicción Descomposición Multiplicativa, Holt Winters, Box Jenkins y valores reales



Fuente: Elaboración propia

Las modelos que presentan los resultados de RECM y MAE más bajos son las metodologías Box Jenkins y Holt Winter Multiplicativa; el modelo de Descomposición Multiplicativa presentó el mayor error en los dos estadísticos.

Entonces, si bien es cierto que los resultados obtenidos indican que ambas metodologías tienen una capacidad predictiva similar (Box Jenkins y Holt Winter Multiplicativa), se elige la predicción ARIMA para predecir los datos de agosto de 2010 a julio de 2011, ya que teniendo en cuenta la sumatoria de errores al cuadrado y el RECM, esta se acerca más al patrón de las observaciones históricas, por ello es una buena fuente de información para la organización.

5. CONCLUSIONES

Para la gestión de una empresa es imperativo conocer cuál va a ser su nivel de demanda para los periodos futuros; aunque existen múltiples procedimientos estadísticos que pueden ayudar a las organizaciones a conocer dichos valores de forma confiable, estos muchas veces no son utilizados.

Uno de los procedimientos más usados para la predicción de valores futuros, utilizando observaciones pasadas conocidas y de las cuales se espera que mantengan el mismo patrón en el futuro, son las series temporales. Como se observa en este trabajo, existen diversas alternativas de modelización de estos valores futuros como son: los procedimientos autorregresivos (entre los que se encuentra la metodología Box Jenkins), los de medias móviles y los procedimientos de descomposición clásicos.

Sería prudente tener precauciones con la utilización de las predicciones que se generen a través de la utilización del método de descomposición, por lo menos mientras no se confirme la consolidación del comportamiento de los datos; podría ser interesante investigar qué es lo que ha venido sucediendo con el patrón de las observaciones, quizás la competencia ha diezclado un poco el incremento de afiliación de trabajadores esperado para los años posteriores.

Para el análisis con la variable “número de trabajadores afiliados”, se concluye que el modelo Box Jenkins produce las mejores predicciones entre los modelos examinados, pues los valores estimados resultaron ser muy similares a los valores reales. El modelo estimado es de tipo multiplicativo de la forma ARIMA (0,1,0) x (1,1,1).

Una razón muy fuerte para que este modelo sea el más apropiado es el hecho de que la serie tiene un alto componente estacional explicado por el incremento de

afiliaciones entre los meses de noviembre y diciembre, época del año donde por la conducta natural de la economía se realiza la mayor contratación de personal, y que por tanto, incrementa el número de afiliaciones de trabajadores a las Cajas de Compensación para dar cumplimiento a un requerimiento legal y social.

El uso de estas metodologías en cualquiera de las variables que la empresa desee evaluar será ciertamente útil y confiable y permitirán ayudar en la toma de decisiones en la organización y posterior ejecución de estrategias corporativas. La predicción de trabajadores afiliados obtenida con este estudio, podrá ser utilizada por los directivos de la Caja de Compensación para la generación del presupuesto anual que debe ser enviado a la Superintendencia de Subsidio Familiar, podrá servir de herramienta para elaboración del Plan Estratégico de la organización y podrá servir como insumo para que la oficina de Mercadeo Corporativo establezca políticas de incremento de trabajadores afiliados.

Es importante seguir profundizando en la aplicación de las diferentes metodologías con el objeto de conocer cuáles técnicas son las más confiables para estimar valores futuros de las diferentes variables como son: servicios de educación, recreación, turismo, generación de ingresos y egresos, entre otros, y así reducir el riesgo en la toma de decisiones en la empresa.

6. BIBLIOGRAFÍA

- ALBORNOZ T., JUAN CARLOS; FERNÁNDEZ T., PAMELA; MATÍAS, RAMIRO; UBEDA M., PAULA URRUTIA M. CÉSAR; Cajas de compensación de asignación familiar (C.C.A.F). Otros conceptos y herramientas de contabilidad y finanzas [Artículo en Internet] <http://www.gestiopolis.com/recursos2/documentos/fulldocs/fin/ccaf.htm> [Consulta: 21 octubre de 2010].
- ARIAS MARTIN, P. “ANÁLISIS TEMPORAL DE LAS VENTAS Y ESTIMACIÓN RESIDUAL DE TRACTORES EN ESPAÑA”. EN: ESTUDIOS AGROSOCIALES Y PESQUEROS, N.º 192, 2002 (PP. 195-222). UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID.
- BOWERMAN BRUCE L., O’CONNELL RICHARD T., KOEHLER ANNE B. “PRONÓSTICOS, SERIES DE TIEMPO Y REGRESIÓN”. UN ENFOQUE APLICADO, 4A ED. 1993.
- CASTAÑO, ELKIN Y MARTÍNEZ, JORGE. “USO DE LA FUNCIÓN DE CORRELACIÓN CRUZADA EN LA IDENTIFICACIÓN DE MODELOS ARMA”. EN: REVISTA COLOMBIANA DE ESTADÍSTICA. VOLUMEN 31 NO.2, DICIEMBRE 2008, PP. 293 A 310.
- COLOMBIA. MINISTERIO DE TRABAJO Y SEGURIDAD SOCIAL. DECRETO 784 DE 1989, ABRIL 18, POR EL CUAL SE REGLAMENTAN PARCIALMENTE LAS LEYES 21 DE 1982, Y 71 DE 1988. BOGOTÁ. EL MINISTERIO, 1989.
- COLOMBIA. CONGRESO. LEY 21 DE 1982, ENERO 22, POR LA CUAL SE MODIFICA EL RÉGIMEN DEL SUBSIDIO FAMILIAR Y SE DICTAN OTRAS DISPOSICIONES. BOGOTÁ: EL CONGRESO, 1982.
- COLOMBIA. SUPERINTENDENCIA DEL SUBSIDIO FAMILIAR. CIRCULAR 001 DE 2010. FORMATOS PARA EL DILIGENCIAMIENTO DE LA INFORMACIÓN ESTADÍSTICA- VIGENCIA 2010. BOGOTÁ: LA SUPERINTENDENCIA, 2010

- COLLANTES DUARTE, JOANNA VERÓNICA. “PREDICCIÓN CON REDES NEURONALES: COMPARACIÓN CON LAS METODOLOGÍAS DE BOX Y JENKINS”. MÉRIDA, VENEZUELA 2001. P. 1-21. TRABAJO DE GRADO (MAGÍSTER SCIENTIAE EN ESTADÍSTICA APLICADA). UNIVERSIDAD DEL LOS ANDES. FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES. INSTITUTO DE ESTADÍSTICA APLICADA Y COMPUTACIÓN.

- DIRECCIÓN NACIONAL DE SERVICIOS ACADÉMICOS VIRTUALES ESTADISTICA II. [ARTÍCULO DE INTERNET] [HTTP://WWW.VIRTUAL.UNAL.EDU.CO/CURSOS/SEDES/MANIZALES/4030006/LECCIONES/CAPITULOCINCO/5_2_1.HTML](http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4030006/lecciones/capitulocinco/5_2_1.html). [CONSULTA: 21 OCTUBRE DE 2010]

- JIMÉNEZ GUERRERO, JOSÉ FELIPE; GÀZQUEZ ABAD, JUAN CARLOS; Y SÁNCHEZ FERNÁNDEZ, RAQUEL: “LA CAPACIDAD PREDICTIVA EN LOS MÉTODOS BOX – JENKINS Y HOLT-WINTER: UNA APLICACIÓN AL SECTOR TURÍSTICO”. EN: REVISTA EUROPEA DE DIRECCIÓN Y ECONOMÍA. 2006, VOL. 15, NO.3 PP. 185-198.

- SUPERINTENDENCIA DE SUBSIDIO FAMILIAR. “MÁS DE CINCO BILLONES DE PESOS PATRIMONIO DE LAS CAJAS DE COMPENSACIÓN FAMILIAR”. [ARTÍCULO DE INTERNET]. [HTTP://PORTAL.SSF.GOV.CO/WPS/WCM/CONNECT/WCM_SSF/SSF/RSS+FEED/BOLETINES/BOLETINES+RSS](http://portal.ssf.gov.co/wps/wcm/connect/wcm_ssf/ssf/rss+feed/boletines/boletines+rss). [CONSULTA: 21 OCTUBRE DE 2010].