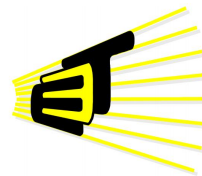


CÁLCULO DE PARÁMETROS EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA AÉREAS EN CORRIENTE ALTERNA

**ELKIN YESID CALDERÓN RINCÓN
DAVID EDUARDO QUIROGA LEÓN**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2017**

CÁLCULO DE PARÁMETROS EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA AÉREAS EN CORRIENTE ALTERNA

Trabajo de grado para optar por el título de Ingenieros Electricistas

**ELKIN YESID CALDERÓN RINCÓN
DAVID EDUARDO QUIROGA LEÓN**

Director

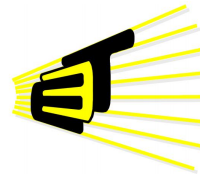
JULIO CÉSAR CHACÓN VELASCO

MPE. Ingeniero Electricista

Codirector

OSCAR ARNULFO QUIROGA QUIROGA

Ingeniero Electricista



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2017**

Dedicatoria

A Dios y a mis padres, Alberto y Luisa por el apoyo incondicional, comprensión total, y amor impecable a lo largo de toda mi vida. Son ustedes mi mayor influencia, el mejor ejemplo, mi más grande orgullo, mi motor de vida. Este logro es por y para ustedes.

A mis hermanos, William, Ferney, Wilfredo y Heberth, mis sobrinos, Natalia, Alejandro, Paula y Matias, mi novia Alejandra, todos mis amigos y todos mis familiares por la ayuda, consejos y acompañamiento brindado a lo largo de toda mi vida y mi carrera. Este logro también es para ustedes.

Elkin Yesid Calderón Rincón

Dedico esta tesis a Dios y mi familia. A mis padres, Eduardo y Rubiela, quienes me han apoyado moral y económicamente a lo largo de la vida. A mis hermanos, Cesar, Daniela y Sebastián, quienes siempre han estado a mi lado acompañándome y animándome para seguir adelante, a todos ellos dedico esta tesis con cariño y muy grande agradecimiento.

David Eduardo Quiroga León

Agradecimientos

A la Universidad Industrial de Santander por brindarnos la oportunidad de formarnos como personas y como profesionales, a la escuela de ingenierías eléctrica, electrónica y de telecomunicaciones por las lecciones aprendidas, saber infundido y formación dada.

A los profesores Julio César Chacón Velasco y Oscar Arnulfo Quiroga Quiroga por la orientación y ayuda dada para concluir con éxito esta tesis de grado.

Y a los amigos de la universidad por las enseñanzas adquiridas y los gratos momentos compartidos.

Índice

1. INTRODUCCIÓN	13
2. CONDUCTORES Y CONFIGURACIONES DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN	15
2.1. MATERIALES DE LOS CONDUCTORES	15
2.2. TIPOS DE CONDUCTORES EMPLEADOS	19
2.3. CONFIGURACIONES DE LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN	19
3. RESISTENCIA	22
3.1. RESISTENCIA ÓHMICA, R_{cc}	22
3.1.1. Influencia de la temperatura en la resistencia óhmica	23
3.1.2. Influencia del trenzado en la resistencia óhmica	26
3.2. RESISTENCIA EFECTIVA, R_{ca}	27
3.2.1. Influencia del efecto piel en la resistencia efectiva	27
3.3. RELACIÓN ENTRE LA RESISTENCIA ÓHMICA Y LA RESISTENCIA EFECTIVA	27
3.4. FACTORES QUE AFECTAN EL CÁLCULO DE LA RESISTENCIA ÓHMICA Y LA RESISTENCIA EFECTIVA	28
3.4.1. Influencia del sistema de retorno en la resistencia	28
3.5. CÁLCULO DE LA RESISTENCIA DE CONDUCTORES EN HAZ	29
4. INDUCTANCIA	34
4.1. INDUCTANCIA DE UN CONDUCTOR CILÍNDRICO MACIZO	34
4.2. CONCEPTO DE RADIO MEDIO GEOMÉTRICO	38
4.3. FLUJO LIGADO DEBIDO A UN GRUPO DE CONDUCTORES	40
4.4. INDUCTANCIA EN SISTEMAS TRIFÁSICOS CONSIDERANDO SUELO IDEAL	43
4.4.1. Inductancia propia y mutua	44
4.4.2. Reactancia propia y mutua	46
4.4.3. Cálculo de inductancia para un sistema trifásico con m conductores de guarda	48
4.4.4. Cálculo de la impedancia de un sistema trifásico con m conductores de guarda	52
4.4.5. Cálculo de inductancia para una línea transpuesta	56
4.5. INDUCTANCIA EN SISTEMAS TRIFÁSICOS CONSIDERANDO SUELO REAL	58

4.5.1.	Cálculo de inductancia para un sistema trifásico con m conductores de guarda	58
4.5.2.	Cálculo de la impedancia de un sistema trifásico con m conductores de guarda	63
4.5.3.	Cálculo de inductancia para una línea transpuesta	65
4.6.	INDUCTANCIA E IMPEDANCIA DE SECUENCIA	66
4.7.	CIRCUITOS PARALELOS (DOBLE CIRCUITO)	70
4.8.	CÁLCULO SIMPLIFICADO PARA LA INDUCTANCIA	74
4.8.1.	Circuito sencillo	75
4.8.2.	Doble circuito	77
5.	CAPACITANCIA	80
5.1.	CAÍDA DE TENSIÓN ENTRE DOS PUNTOS DEBIDA A UNA DISTRIBUCIÓN UNIFORME DE CARGA	80
5.2.	COEFICIENTES DE MAXWELL	82
5.3.	CÁLCULO DE COEFICIENTES DE CAPACITANCIA PARA UN SISTEMA TRIFÁSICO CON M CONDUCTORES DE GUARDA	84
5.4.	CÁLCULO DE COEFICIENTES DE CAPACITANCIA PARA UNA LÍNEA TRANSPUESTA	90
5.5.	COEFICIENTES DE CAPACITANCIA DE SECUENCIA	92
5.6.	CIRCUITOS PARALELOS (DOBLE CIRCUITO)	93
5.7.	CÁLCULO SIMPLIFICADO DE LA CAPACITANCIA	95
5.7.1.	Circuito sencillo	96
5.7.2.	Doble circuito	97
6.	CONDUCTANCIA	100
7.	EJERCICIOS	101
7.1.	RESPUESTAS	104
8.	HERRAMIENTA COMPUTACIONAL CPEL	106
8.1.	MANUAL DE USUARIO	106
8.1.1.	Requerimientos	106
8.1.2.	Acceso a CPEL	106
8.1.3.	Bandeja de inicio	108
8.1.4.	Bandeja de cálculo	108
8.2.	DIAGRAMA DE FLUJO	115
9.	CONCLUSIONES	116

10. BIBLIOGRAFÍA	117
10.1. CONSULTAS BIBLIOGRÁFICAS	117
10.2. REFERENCIAS	118

Índice de figuras

2.1. Conductores AAC.	17
2.2. Conductores AAAC.	17
2.3. Conductores ACSR.	17
2.4. Conductores ACAR.	18
2.5. Conductores AACSR.	18
2.6. Conductor ACSR 24/7.	19
2.7. Conductores empleados en las líneas aéreas de alta tensión.	19
2.8. Configuraciones de líneas de transmisión media tensión	20
2.9. Configuraciones de líneas de transmisión de alta tensión	20
3.1. Variación de la resistividad respecto a la temperatura.	23
3.2. Conductores en haz.	29
3.3. Torre de transmisión de 500 kV	30
4.1. Conductor cilíndrico macizo.	36
4.2. Intensidad de campo magnético H en un conductor cilíndrico macizo.	36
4.3. Conductores	38
4.4. Conductores en haz y su equivalente en RMG	39
4.5. Diferentes configuraciones de conductores en haz.	39
4.6. Grupo de conductores	41
4.7. Método de las imágenes en una línea de transmisión trifásica considerando suelo ideal	44
4.8. Inductancia propia y mutua de una línea de transmisión trifásica	45
4.9. Método de las imágenes de la figura Ejemplo 1 (Suelo ideal, sin cables de guarda)	47
4.10. Sistema trifásico con m conductores de guarda	49
4.11. Inductancia propia y mutua de un sistema trifásico con m conductores de guarda	49
4.12. Método de las imágenes de la figura del Ejemplo N°1 (Suelo ideal, cables de guarda)	50
4.13. Transposición de una línea de transmisión.	56
4.14. Método de las imágenes de la figura del Ejemplo N°1 (Suelo real, cables de guarda)	61
4.15. Inductancias de secuencia	69
4.16. Torre de transmisión de 230 kV	73
5.1. Superficie gaussiana alrededor de un conductor cilíndrico macizo	81
5.2. Método de las imágenes en una línea de transmisión trifásica	83
5.3. Sistema trifásico con m conductores de guarda	85

5.4. Efecto de la capacitancia	86
7.1. Línea de transmisión, ejercicio 1	101
7.2. Línea de transmisión, ejercicio 4	102
7.3. Línea de transmisión, ejercicio 6	103

Índice de cuadros

2.1. Características del almelec.	15
2.2. Características del multimetal.	15
2.3. Características del cobre duro.	16
2.4. Características del aluminio.	16
2.5. Coeficiente de oscilación de los conductores con el viento.	21
3.1. Coeficientes de temperatura relativa a 0°C y a 20°C para algunos conductores	26
3.2. Resistividad de algunos materiales.	26
3.3. Características del conductor de fase	30
3.4. Características del conductor de guarda	31
4.1. <i>RMG</i> para conductores trenzados de radio r	38
4.2. <i>RMG</i> para diferentes configuraciones de conductores en haz	40
4.3. Resistividad según el tipo de terreno	60
4.4. Características del conductor de fase	73
4.5. Características del conductor de guarda	73
7.1. Características cable de guarda 3/8" HS Steel	101

Índice de ejemplos

1. Cálculo de resistencia línea de circuito sencillo.....	24
2. Cálculo de RMG.....	33
3. Cálculo de matriz de inductancias y reactancias propias y mutuas sin cables de guarda, suelo ideal.....	38
4. Cálculo de matriz de inductancias y reactancias propias y mutuas con cables de guarda, suelo ideal.....	41
5. Cálculo de la matriz equivalente del sistema $[Z_p]$, suelo ideal.....	45
6. Cálculo de la matriz de inductancia e impedancias considerando línea transpuesta, suelo ideal.....	47
7. Cálculo de matriz de inductancias y reactancias propias y mutuas sin cables de guarda suelo real.....	50
8. Cálculo de la matriz equivalente del sistema $[Z_p]$, suelo real.....	52
9. Cálculo de la matriz de inductancia e impedancias considerando línea transpuesta, suelo real.....	54
10. Cálculo de la matriz de inductancias e impedancias de secuencia, suelo real.....	57
11. Cálculo de inductancia por fase equivalente de una línea de circuito doble.....	59
12. Cálculo de inductancia por fase equivalente de una línea de circuito sencillo (método simplificado).....	63
13. Cálculo de inductancia por fase equivalente de una línea de circuito doble (método simplificado).....	64
14. Cálculo de coeficientes de Maxwell.....	73
15. Cálculo de la matriz de coeficientes de capacitancia.....	75
16. Cálculo de la matriz de coeficientes de capacitancia de secuencia.....	76
17. Cálculo de la capacitancia por fase equivalente de la línea doble circuito.....	77
18. Cálculo de la capacitancia por fase equivalente de la línea circuito sencillo (método simplificado).....	79
19. Cálculo de la capacitancia por fase equivalente de la línea doble circuito (método simplificado).....	80

Índice de anexos

Anexo A. Tabla de conductores de guarda.....	119
Anexo B. Tabla de conductores para las fases.....	120
Anexo C. Distancias verticales mínimas de seguridad.....	122

RESUMEN

Título:

Cálculo de parámetros de líneas de transmisión de energía eléctrica aéreas en corriente alterna.

Autores:

Elkin Yesid Calderón Rincón

David Eduardo Quiroga León

Palabras clave:

Parámetros, resistencia, inductancia, capacitancia, reactancia, impedancia, línea de transmisión.

La determinación de los parámetros en una línea de transmisión juega un papel importante en los diferentes procesos que se puedan llevar a cabo en el transporte de energía. Estos sirven para definir la línea eléctricamente, estableciendo así su comportamiento dentro de los sistemas eléctricos de potencia, también permiten realizar diseños de grandes y pequeños sistemas de potencia para posteriormente ser ejecutados satisfactoriamente. Además, estos parámetros posibilitan calcular corrientes, caídas de tensión, flujos de potencia en las líneas y llevar a cabo análisis de las diferentes fallas que puedan presentarse, para más adelante realizar las labores de mantenimiento o reparación requeridas.

El presente documento expone algunos métodos para calcular los parámetros eléctricos básicos (resistencia, inductancia y capacitancia) de una línea de transmisión de energía eléctrica aérea, en los cuales se consideran factores ambientales, dimensiones geométricas de la línea, configuraciones y materiales de los conductores, entre otros. También, se presentan ejemplos para los temas allí tratados y se proponen ejercicios para ser desarrollado, estos cuentan con sus respectivas respuestas. Por otra parte, se incluye una herramienta computacional llamada CPEL que permite desarrollar los cálculos mediante los métodos propuestos en el documento y es acompañada de su respectivo manual de usuario donde se indican los pasos para instalar la herramienta y la manera adecuada de ser utilizada.

ABSTRACT

Title:

Calculation of parameter of transmission overhead lines of electric energy in alternating current.

Authors:

Elkin Yesid Calderón Rincón

David Eduardo Quiroga León

Keywords:

Parameters, resistance, inductance, capacitance, reactance, impedance, transmission line.

The parameters determination in a transmission line has an important role in different processes that can be performed in energy transportation. These parameters are used to define electrically the transmission lines and to establish its behavior within power electrical systems. In addition, with this process, it is possible to design large and small-scale systems that can be subsequently executed successfully. Additionally, these parameters allow calculating different variables like currents, voltage drop and transmission lines power flows. However, some issues can appear during the operations and it is necessary to analyze it in order to maintain or repair.

This document shows some methods to calculate the basic electric parameters (resistance, inductance, and capacitance) of a transmission overhead line of electric energy. Environmental factors are considered as well as line's geometric dimension, configurations, and the conductor's material. Also, some examples and exercises with their answers related to subjects explained in this book are presented to be developed. On the other hand, a computational tool called CPEL is included that allows developing the calculations using the methods proposed in this study, furthermore, a user manual is included where it is possible to know how to install the software and the correct way for using it.

1. INTRODUCCIÓN

La electricidad representa hoy para la humanidad una fuente indispensable de confort y progreso, el uso de ésta se ve reflejada en casi todo lo que se utiliza y se hace.

Para abastecer de energía un territorio determinado es necesario la implementación de un sistema eléctrico interconectado, principalmente estos se encuentran conformados por centros de generación, transmisión y distribución. En Colombia, el sistema de transmisión está compuesto principalmente por líneas aéreas que transportan potencia a gran parte del territorio nacional. Una línea de transmisión es un sistema de conductores metálicos separados entre ellos que se encuentran sujetos a estructuras mediante aisladores; dichos conductores tienen como finalidad transferir energía eléctrica desde un punto determinado a otro. Debido al contacto constante de un medio conductor con un flujo de electrones se generan efectos como oposición a la circulación de la corriente, campos magnéticos y campos eléctricos que ocasionan caídas de tensión y pérdidas de potencia en las líneas. Estos efectos pueden ser representados mediante unos parámetros denominados resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia.

La determinación de los parámetros eléctricos en una línea de transmisión son importantes, dado que a partir de ellos, se construyen los modelos circuitales que permiten predecir su comportamiento eléctrico, hacer análisis económicos de transporte de la energía, calcular corrientes, caídas de tensión y flujos de potencia en las líneas, además de llevar a cabo análisis de fallas y coordinación de aislamientos. El cálculo de los parámetros varía dependiendo de la disposición geométrica de los conductores de la línea de transmisión, su frecuencia y su nivel de tensión, así como las condiciones ambientales por donde esta discurre.

Dada la alta dispersión de información relacionada con el cálculo de parámetros eléctricos en las líneas de transmisión, se produce este documento que recopila de diferentes fuentes bibliograficas (referenciadas al final de este trabajo) la información necesaria para realizar una estimación acertada, exceptuando la conductancia ya que no hace parte de los objetivos planteados para este trabajo, sin embargo se da una breve definición de este parámetro. Este escrito sirve como complemento de estudio para interesados en el cálculo y diseño de las líneas de transmisión.

Este documento se encuentra dividido en secciones que se relacionan mediante los temas tratados, en la primera de ellas se encuentra una introducción al tema de los parámetros eléctricos en las líneas de transmisión de energía eléctricas aéreas. Para la segunda sección se introduce en el tema de los conductores, definiendo así que tipos existen en el mercado y aquellos que normalmente se usan en las líneas de transmisión. En la tercer sección se abarca el tema de resistencia en las líneas, las cuales se definen en dos tipos, una debida a la corriente continua y otra a la corriente alterna, para determinar el cálculo correspondiente lo más semejante posible a la realidad, se consideran factores ambientales y de construcción que alteran la estimación de dicho parámetro. Además, se expone un ejemplo que se desarrolla y complementa a medida que van avanzando los temas de este estudio.

Continuando con la cuarta sección, se trata la inductancia, se determinan las consideraciones que se deben tener en cuenta para estimar la inductancia de un conductor cilíndrico macizo,

se abarca el concepto de radio medio geométrico, la inductancia propia y mutua. También se desarrolla el cálculo de la matriz de impedancias e inductancias para un sistema trifásico con y sin cables de guarda considerando los efectos del terreno, se detalla el proceso de transposición, las componentes de secuencia, además se considera la configuración de doble circuito y por último, se determina la inductancia mediante el método simplificado.

Acto seguido, la quinta sección abarca el tema relacionado con la capacitancia, en éste se determinan las consideraciones a tener en cuenta para calcular la diferencia de potencial entre dos puntos debido a una distribución uniforme de carga, se introduce el concepto de los coeficientes de Maxwell y por medio de estos se determina la matriz de coeficientes de capacitancias para un sistema trifásico con m cables de guarda considerando los efectos que tiene el terreno. Posteriormente se determinan los coeficientes de capacitancia para una línea transpuesta, sus componentes de secuencia, se considera la configuración doble circuito y en última instancia se desarrolla el cálculo de la capacitancia mediante el método simplificado.

La sexta sección da una breve introducción de la conductancia sin entrar en detalle de su cálculo y sus implicaciones. Enseguida se proponen algunos ejercicios con sus respectivos resultados para que el lector complemente su estudio y posterior a esto, se describe una herramienta computacional que permite hacer los cálculos anteriormente mencionados de manera rápida y sencilla. Por último, se presentan las conclusiones obtenidas, la bibliografía utilizada y los anexos.

2. CONDUCTORES Y CONFIGURACIONES DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

Se denomina conductor eléctrico a todo cuerpo, material o medio que permita el flujo de corriente eléctrica a través de él cuando se presenta una diferencia de potencial entre sus extremos. Los conductores utilizados en las líneas de transmisión de energía eléctrica aéreas deben presentar las siguientes características:

- Tener baja resistencia eléctrica para disminuir las pérdidas debidas al efecto Joule.
- Poseer una elevada resistencia mecánica para soportar los esfuerzos que se generan debido a las condiciones climáticas y al peso del conductor.
- Los conductores deben estar compuestos por materiales relativamente económicos y abundantes.
- El conductor debe ser flexible para facilitar su manejo al momento de la instalación.

2.1. MATERIALES DE LOS CONDUCTORES

Los materiales más comúnmente utilizados como conductores eléctricos son:

- Almelec: es una aleación a base de Aluminio que mediante tratamientos térmicos y mecánicos adquiere un aumento del 15% en su resistividad y una carga de rotura de aproximadamente el doble con relación al Aluminio. Las principales características del Almelec son:

Tabla 2.1: Características del almelec.

Resistividad		Carga de rotura		Límite de elasticidad	
33	$\frac{\Omega mm^2}{km}$	28 a 31	$\frac{kg}{mm^2}$	28	$\frac{kg}{mm^2}$

- Multimetal: es un conductor formado por un núcleo central (alma) de acero cubierto con una funda de cobre con el fin de protegerlo contra la oxidación. Las principales características del Multimetal son:

Tabla 2.2: Características del multimetal.

Resistividad		Carga de rotura		Límite de elasticidad	
70	$\frac{\Omega mm^2}{km}$	70 a 100	$\frac{kg}{mm^2}$	-	

- Cobre: de todos los materiales conductores comúnmente utilizados es el que presenta mayor conductividad eléctrica, sin embargo, el cobre puro no puede ser utilizado en el transporte de la energía debido a su pequeña carga de rotura y su bajo límite elástico. El cobre duro es el utilizado para la transmisión de energía y se obtiene a partir de una aleación con Silicio. Sus principales características son:

Tabla 2.3: Características del cobre duro.

Resistividad		Carga de rotura		Límite de elasticidad	
18	$\frac{\Omega mm^2}{km}$	38 a 45	$\frac{kg}{mm^2}$	35	$\frac{kg}{mm^2}$

- Aluminio: es el material más utilizado como conductor para la transmisión de energía debido a su alta conductividad, alta resistencia a la corrosión atmosférica y por ser un material muy ligero. Sus principales características son:

Tabla 2.4: Características del aluminio.

Resistividad		Carga de rotura		Límite de elasticidad	
30	$\frac{\Omega mm^2}{km}$	15 a 19	$\frac{kg}{mm^2}$	12	$\frac{kg}{mm^2}$

El cobre y el aluminio se caracterizan por tener baja resistencia eléctrica, sin embargo el aluminio es el material más utilizado en los conductores de las líneas de transmisión, ya que presenta las siguientes ventajas respecto al cobre:

- Presenta un bajo precio en el mercado y se encuentra en abundancia.
- Para un mismo valor de resistencia, tiene un mayor diámetro, lo cual permite disminuir el campo eléctrico en la superficie del conductor reduciendo así el efecto corona.
- Para la misma capacidad de corriente, es un material más ligero.

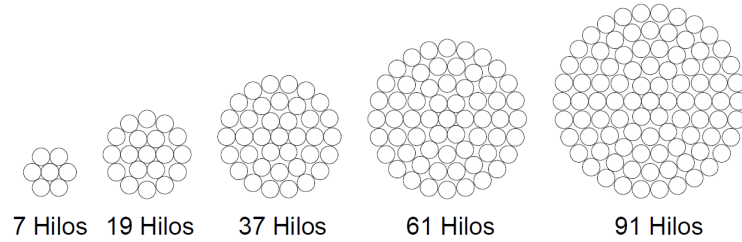
Ya que el aislamiento en las líneas de transmisión aéreas es el aire, se utilizan conductores desnudos, lo cual reduce los costos del conductor. Estos están compuestos por alambres trenzados del mismo diámetro, cuyo material es el aluminio, acero o aleaciones de aluminio con pequeñas cantidades de silicio y magnesio. Las capacidades de los conductores para transportar corrientes y soportar esfuerzos mecánicos depende del material y la cantidad de hilos que componen el conductor. El número total de hilos en conductores trenzados que garantice que la sección transversal del cable este completamente llena es de 7, 19, 37, 61, 91 o más.

El trenzado de los hilos permite construir conductores con diámetros relativamente grandes otorgando al conductor flexibilidad y resistencia a los esfuerzos mecánicos. Debido a que el conductor esta expuesto a ambientes que generan corrosión, este se debe recubrir con capas protectoras de óxido insoluble.

Entre los diferentes tipos de conductores de aluminio se tienen:

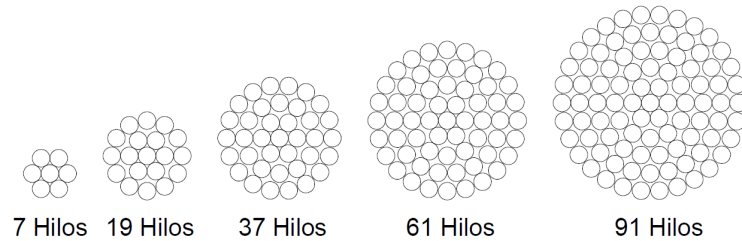
- AAC: Todos los conductores de Aluminio (All Aluminum Conductor).

Figura 2.1: Conductores AAC.



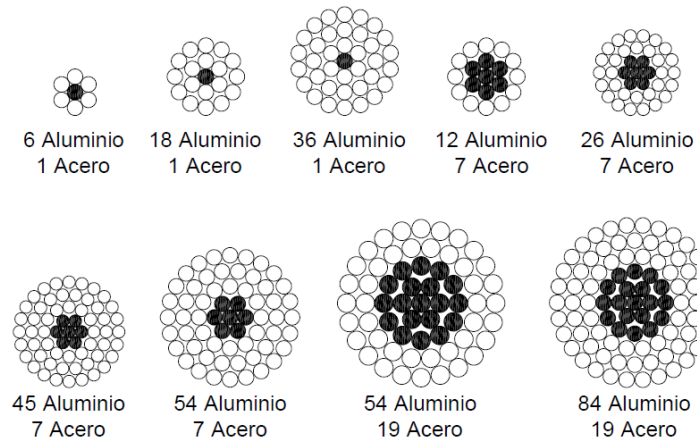
- AAAC: Todos los conductores de aleación de Aluminio (All Aluminium Alloy Conductor).

Figura 2.2: Conductores AAAC.



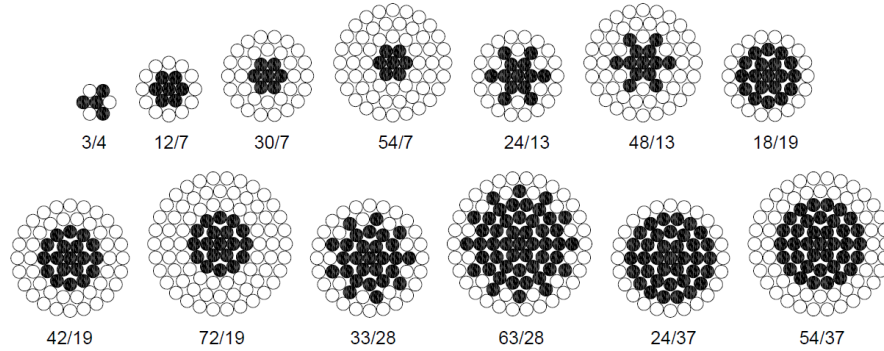
- ACSR: Conductores de Aluminio con alma de Acero (Aluminium Conductor, Steel Reinforced).

Figura 2.3: Conductores ACSR.



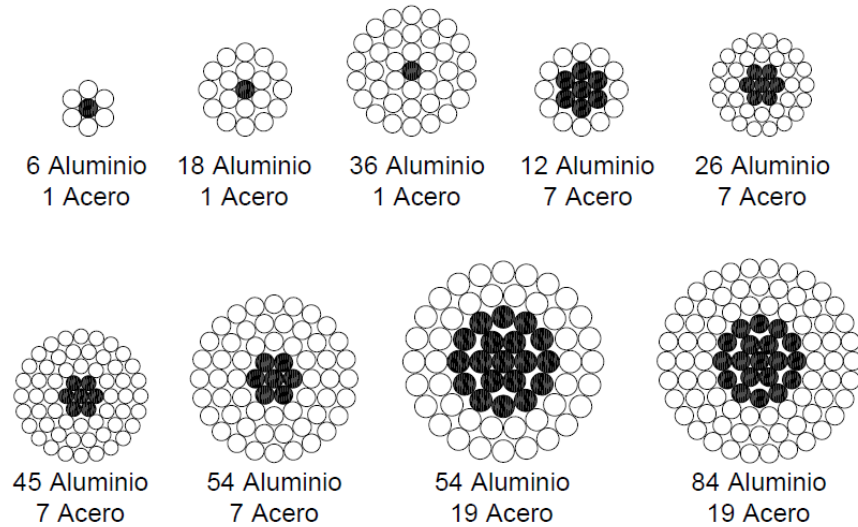
- ACAR: Conductores de Aluminio con alma de aleación (Aluminium Conductor Alloy Reinforced).

Figura 2.4: Conductores ACAR.



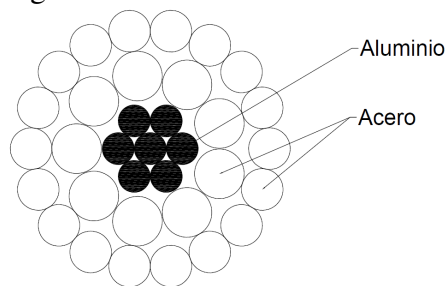
- AACSR: Conductor de aleación de aluminio con alma de acero (Aluminium Alloy Conductor Steel Reinforced).

Figura 2.5: Conductores AACSR.



La Figura 2.6 representa la sección transversal de un conductor ACSR (Conductor de aluminio con alma de acero). Está conformado por un núcleo con 7 hilos de acero, rodeado por 24 de hilos de aluminio, los cuales conforman las dos capas externas del conductor. La especificación de este conductor es 24 Al/7 St, o simplemente 24/7.

Figura 2.6: Conductor ACSR 24/7.



2.2. TIPOS DE CONDUCTORES EMPLEADOS

La Figura 2.7 presenta algunos de los tipos conductores que comúnmente se utilizan para hacer conducir la electricidad a lo largo de un sistema, bien sea mediante corriente alterna (*ca*) o mediante corriente continua (*cc*).

Figura 2.7: Conductores empleados en las líneas aéreas de alta tensión.



La Figura 2.7 d) representa una configuración comúnmente utilizada en las líneas de transmisión de corriente alterna denominado configuración en haz. Su implementación se hace importante cuando se presentan tensiones elevadas, reduciendo así el efecto corona. Cuando el transporte de energía es significativo, es conveniente utilizar conductores en haz en vez de un único conductor de un radio muy grande evitando sobre esfuerzos en las estructuras y minimizando las pérdidas debidas al efecto Joule.

Para mayor información acerca de los conductores puede consultar [3],[5],[6],[8],[9],[10].

2.3. CONFIGURACIONES DE LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

El transporte de energía en un sistema interconectado se lleva a cabo mediante líneas de transmisión trifásicas, éstas se pueden encontrar de diferentes configuraciones (Ver Figura

2.8 y Figura 2.9), a distintos niveles de tensión y transportando diferentes cantidades de potencia lo largo de un sistema eléctrico.

Para seleccionar la configuración de la línea de transmisión que se quiere utilizar se deben tener en cuenta algunas consideraciones como el nivel de tensión, la cantidad de circuitos y el número de conductores por haz que lleva cada torre. También es importante conocer el nivel cerámico y el grado de confiabilidad con el cual se requiere diseñar la línea, ya que esto permite determinar el número y posición de los cables de guarda que se deben instalar, es necesario conocer el tipo de población (rural o urbano) por donde pasa la línea, la vida útil del proyecto, entre otros. A continuación se muestran algunas configuraciones para líneas de transmisión según el nivel de tensión.

Figura 2.8: Configuraciones de líneas de transmisión media tensión

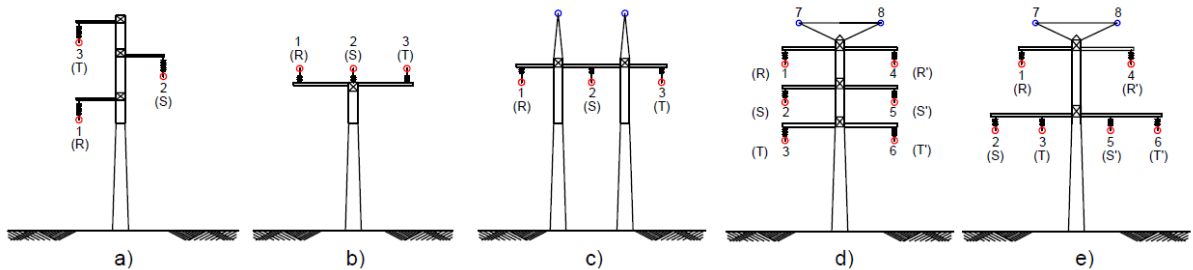
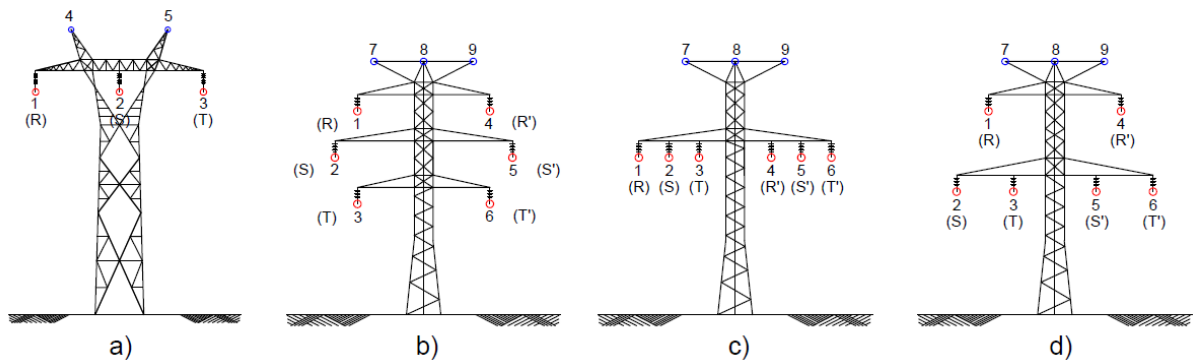


Figura 2.9: Configuraciones de líneas de transmisión de alta tensión



Uno de los factores que afecta las dimensiones de las diferentes configuraciones mostradas anteriormente son las distancias de seguridad, éstas buscan garantizar una distancia segura entre los conductores y las diferentes estructuras físicas con las que se puede encontrar la línea a lo largo de su trazado. Todo esto con el objeto de evitar contactos accidentales y arcos eléctricos. A continuación se muestran algunas distancias mínimas de seguridad según el RETIE y se introducirá un método para determinar la distancia mínima entre fases, ya que el RETIE no define como determinar esta distancia para tensiones mayores a 50 kV.

La distancia entre fases depende de varios factores entre los que se encuentran la altura sobre el nivel del mar, el nivel de contaminación del ambiente, la velocidad del viento (ya que

esta hace que los aisladores y los conductor oscilen), el nivel de tensión del sistema, la tensión soportada al impulso tipo maniobra o tipo rayo según la tensión máxima del sistema, entre otros. Para conocer más detalles sobre el cálculo de las distancias mínimas y sobre la importancia de las diferentes configuraciones se puede consultar [7], [8], [10], [12].

En el Anexo C se presentan las distancias verticales mínimas de seguridad según el RETIE entre los conductores de la línea y diferentes estructuras físicas.

Para determinar las distancias mínimas entre conductores en una misma estructura de una línea de transmisión se hace uso de la Tabla 13.4 (Distancia horizontal entre conductores) y la Tabla 13.5 (Distancia vertical entre conductores) del RETIE [12]. Estas tablas no especifican la distancia para tensiones superiores a 50 kV por lo tanto se propone el método tratado en [8]. La ecuación que permite establecer las distancias entre conductores para tensiones superiores a 50 kV se define como:

$$D = k\sqrt{f_{m\acute{a}x} + L_{cad}} + k'D_{PP}$$

Donde:

D : Separación entre conductores de fase del mismo circuito o de circuitos distintos, [m]

$f_{m\acute{a}x}$: Flecha máxima, [m]

L_{cad} : Longitud de la cadena de aisladores, [m]

k' : Coeficiente que depende de la tensión nominal de la línea, $k' = 0,75$ para líneas que no son de categoría especial.

D_{PP} : Distancia mínima en aire, para determinar ver [7].

k : Coeficiente que depende de la oscilación de los conductores con el viento, que se tomará de la Tabla 2.5

Tabla 2.5: Coeficiente de oscilación de los conductores con el viento.

Ángulo de oscilación	Valores de k	
	Líneas de tensión nominal	Líneas de tensión nominal
	Superior a 30 kV	Igual o inferior a 30 kV
Superior a 65°	0,7	0,65
Entre 40° y 65°	0,65	0,6
Inferior a 40°	0,6	0,55

Tabla tomada de [8]

3. RESISTENCIA

La resistencia eléctrica es definida como la oposición que presenta un conductor al paso de la corriente eléctrica. El efecto resistivo es el principal responsable de las pérdidas de potencia activa (se manifiesta en forma de calor), también permite realizar estudios económicos de transmisión de energía y es uno de los causantes de las caídas de tensión a lo largo de un conductor. La resistencia de un conductor se puede determinar por medio de cálculos o de manera experimental. Para determinar la magnitud de este parámetro hay que tener en cuenta la influencia de ciertos factores como:

- La temperatura.
- El efecto piel, skin o Kelvin (pelicular).
- La forma espiral de los hilos que componen el conductor (trenzado).
- La frecuencia de la corriente.
- La tierra como sistema de retorno.
- El material del conductor.
- Características geométricas del conductor.

En general, se distinguen dos tipos de resistencia eléctrica:

- Resistencia óhmica o de *cc*.
- Resistencia efectiva o de *ca*.

3.1. RESISTENCIA ÓHMICA, R_{cc}

Cuando por un conductor macizo fluye una corriente en *cc* se presenta una resistencia en *cc* (R_{cc}) que origina una densidad de corriente uniforme en la sección transversal del medio conductor. La resistencia óhmica se puede obtener mediante:

$$R_{cc} = \frac{\rho l}{A} \quad (3.1)$$

Donde:

R_{cc} : Resistencia óhmica del conductor, $[\Omega]$

ρ : Resistividad del material conductor, $[\Omega m]$

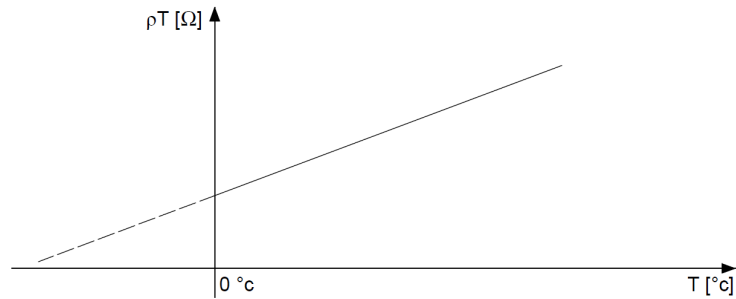
l : Longitud del conductor, $[m]$

A : Área del conductor, $[m^2]$

3.1.1. Influencia de la temperatura en la resistencia óhmica

La conductividad es la medida de la capacidad de un material o sustancia para dejar pasar la corriente eléctrica a través de él y la resistividad, inversa de la conductividad, es propia de cada material y varía en forma aproximadamente lineal con la temperatura como se aprecia en la Figura 3.1.

Figura 3.1: Variación de la resistividad respecto a la temperatura.



De esta manera se puede obtener que:

$$\rho_T = \rho_0 + cT \quad (3.2)$$

Donde:

ρ_T : Resistividad del conductor a la temperatura T , [Ωm]

ρ_0 : Resistividad del conductor a la temperatura de $0^{\circ}C$, [Ωm]

c : Pendiente de la recta, que representa la variación de la resistividad por cada grado aumentado de T .

T : Temperatura del material, [$^{\circ}C$]

Se define un coeficiente de temperatura tal que:

$$\alpha_0 = \frac{c}{\rho_0} [^{\circ}C^{-1}]$$

Donde:

α_0 : Coeficiente de temperatura relativa a $0^{\circ}C$.

Y reemplazando en la Ecuación (3.2) se obtiene que:

$$\rho_T = \rho_0 + \alpha_0 \rho_0 T$$

$$\rho_T = \rho_0 (1 + \alpha_0 T) \quad (3.3)$$

Relacionando la Ecuación (3.3) con la Ecuación (3.1) se obtiene:

$$R = \frac{\rho_0 + \alpha_0 \rho_0 T}{A} l$$

$$R_0 = \frac{\rho_0 l}{A}$$

$$R_T = R_0 (1 + \alpha_0 T) \quad (3.4)$$

Donde:

R_T : Resistencia a una temperatura dada, [Ω]

R_0 : Resistencia a 0°C, [Ω]

A continuación se presentan algunos casos para determinar la resistencia de un conductor.

Casos

Se presentan los dos siguientes casos para determinar la resistencia a una temperatura T_2 conocida la resistencia a una temperatura T_1 .

- Conocer la resistencia a una temperatura T_2 (R_{T_2}), conocida la resistencia a una temperatura T_1 (R_{T_1}) distinta de 0°C.

A partir de la Ecuación (3.4) se puede obtener la relación:

$$R_{T_1} = R_0 (1 + \alpha_0 T_1)$$

$$R_{T_2} = R_0 (1 + \alpha_0 T_2)$$

Donde:

R_{T_1} : Resistencia a una temperatura T_1 , [Ω]

R_{T_2} : Resistencia a una temperatura T_2 , [Ω]

Entonces, realizando una división término a término y despejando R_{T_2} se obtiene la resistencia buscada:

$$R_{T_2} = \frac{1 + \alpha_0 T_2}{1 + \alpha_0 T_1} R_{T_1} \quad (3.5)$$

- Conocer la resistencia a una temperatura T_2 (R_{T_2}), conocida la resistencia a una temperatura T_1 (R_{T_1}) distinta de 0°C y conocido α_1 distinto de α_0 .

A partir de la Ecuación (3.2) se puede obtener la relación:

$$\rho_{T_1} = \rho_0 + cT_1$$

$$\rho_{T_2} = \rho_0 + cT_2$$

Donde:

ρ_{T_1} : Resistividad a una temperatura T_1 , $[\Omega m]$

ρ_{T_2} : Resistividad a una temperatura T_2 , $[\Omega m]$

De donde:

$$\rho_0 = \rho_{T_1} - cT_1$$

Entonces:

$$\rho_{T_2} = \rho_{T_1} - cT_1 + cT_2$$

Se define un coeficiente de temperatura tal que:

$$\alpha_1 = \frac{c}{\rho_{T_1}} \quad [^\circ\text{C}^{-1}] \quad \text{para } i \neq j$$

Donde:

α_1 : Coeficiente de temperatura relativa a una temperatura $T_1 \neq 0^\circ\text{C}$, $[^\circ\text{C}^{-1}]$

Entonces, despejando c y reemplazando en ρ_{T_2} se obtiene que:

$$\rho_{T_2} = \rho_{T_1} + \alpha_1 \rho_{T_1} (T_2 - T_1)$$

$$\rho_{T_2} = \rho_{T_1} (1 + \alpha_1 (T_2 - T_1)) \quad (3.6)$$

Por tanto, análogamente a la Ecuación (3.4) se tiene que:

$$R_{T_2} = R_{T_1} (1 + \alpha_1 (T_2 - T_1)) \quad (3.7)$$

Igualando la Ecuación (3.5) y la Ecuación (3.7) se puede obtener que la resistencia (R_{T_2}) es:

$$R_{T_2} = \frac{1 + \alpha_0 T_2}{1 + \alpha_0 T_1} R_{T_1} = R_{T_1} (1 + \alpha_1 (T_2 - T_1))$$

Igualmente se puede investigar el coeficiente de temperatura α_1 en función de la temperatura T_1 :

$$\frac{1 + \alpha_0 T_2}{1 + \alpha_0 T_1} = 1 + \alpha_1 (T_2 - T_1)$$

Entonces, se puede concluir que:

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0 T_1} \quad (3.8)$$

La tabla 3.1 presenta valores de α_0 y α_1 para diferentes conductores.

Tabla 3.1: Coeficientes de temperatura relativa a 0°C y a 20°C para algunos conductores

Conductor	α_0 a 0°C	α_1 a 20°C
Cobre recocido	0,00427	0,003934
Cobre duro, estirado en frío	0,00414	0,003823
Aluminio duro, estirado en frío	0,00438	0,004027
Acero	0,00471	0,004305
Aluminio 1350	- - -	0,00403
Aluminio 6201	- - -	0,00347

La Tabla 3.2 proporciona información de la resistividad de algunos materiales a 20°C .

Tabla 3.2: Resistividad de algunos materiales.

Conductor	Resistividad ρ [$\Omega/\text{m}/\text{mm}^2$]
Cobre recocido	0,017241
Cobre duro, estirado en frío	0,01772
Aluminio duro, estirado en frío	0,02781
Acero	0,14017
Aluminio 1350	0,028264
Aluminio 6201	0,032840

Para mayor información acerca de la resistividad de materiales visite [3].

3.1.2. Influencia del trenzado en la resistencia óhmica

La resistencia óhmica en conductores trenzados es mayor que el valor que se calcula mediante la Ecuación (3.1), porque la colocación en espiral de los hilos los hace más largos que el conductor mismo. Para cada kilómetro de conductor, la corriente en todos los hilos, excepto en el del centro, fluye en más de un kilómetro de conductor. El incremento en la resistencia debido al trenzado se estima de 1 % para conductores de tres hilos y de 2 % para conductores concéntricamente trenzados. Para mayor información acerca del trenzado de los conductores se puede consultar [5],[9].

3.2. RESISTENCIA EFECTIVA, R_{ca}

Si la corriente que fluye por un medio conductor es alterna, se presenta una resistencia en ca o efectiva (R_{ca}). La resistencia efectiva se determina normalmente en forma experimental o bien a partir de la resistencia óhmica. En el primer caso, se mide la potencia perdida en el conductor y la corriente que circula por él, tal que:

$$R_{ca} = \frac{P_p}{I^2} \quad (3.9)$$

Donde:

R_{ca} : Resistencia efectiva del conductor, $[\Omega]$

P_p : Pérdidas de potencia en el conductor, $[W]$

I : Corriente del conductor, $[A]$

3.2.1. Influencia del efecto piel en la resistencia efectiva

La corriente que fluye por un conductor se distribuye uniformemente a lo largo de él solamente en presencia de corriente continua. En un conductor por el que circula corriente alterna, a medida que aumenta la frecuencia de la corriente que lo atraviesa la no uniformidad de la distribución se hace más pronunciada dando origen a una densidad de corriente no uniforme. A este fenómeno se le conoce como efecto piel y trae como consecuencia una disminución de la superficie útil del conductor lo que provoca un aumento en su resistencia. Este efecto se genera debido a que los hilos que hacen parte del conductor enlazan mayores cantidades de flujo a medida que se aproxima al centro del mismo, lo cual se ve reflejado en un aumento de la reactancia en el centro del conductor. Esto implica que la corriente tienda a fluir por los hilos que se encuentran más cerca a la superficie del conductor ya que estos presentan una menor reactancia.

El cálculo del incremento de la resistencia debido al efecto piel es complejo, dando lugar al uso de funciones de Bessel para su análisis. Para efectos prácticos la corrección por este efecto se va a considerar al tomar el valor de resistencia a la corriente alterna de las tablas que suministran los fabricantes. Este valor se da para la frecuencia de trabajo del conductor, a una temperatura determinada y para diferentes valores de corriente.

Para mayor información acerca del efecto piel puede consultar [2],[8],[9].

3.3. RELACIÓN ENTRE LA RESISTENCIA ÓHMICA Y LA RESISTENCIA EFECTIVA

La resistencia efectiva es igual a la resistencia óhmica del conductor sólo si la distribución de corriente a través del conductor es uniforme ($\beta = 1$). Es posible encontrar un valor aproximado de resistencia efectiva mediante la resistencia óhmica, la Ecuación (3.10) permite desarrollar dicho cálculo.

$$R_{ca} = R_{cc}\beta \quad (3.10)$$

Donde:

$\beta = \left[1 + \frac{1}{48} \left(\frac{r}{\delta}\right)^4\right]$: Coeficiente adicional de relación.

$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$: Profundidad de penetración.

r : Radio del conductor, [m]

f : Frecuencia del sistema, [Hz]

$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$: Permeabilidad del aire igual a la de vacío, [Wb/Am]

σ : Conductividad del material, [1/Ωm]

3.4. FACTORES QUE AFECTAN EL CÁLCULO DE LA RESISTENCIA ÓHMICA Y LA RESISTENCIA EFECTIVA

La resistencia eléctrica de un conductor se ve afectada por diferentes factores que dependen principalmente de las condiciones climáticas del entorno (conductores a intemperie), la forma de construcción (conductores sencillos y trenzados) y configuración de los conductores (número de hilos por conductor).

3.4.1. Influencia del sistema de retorno en la resistencia

Cuando el sistema de retorno de una corriente es un conductor físico o una tierra de características ideales ($\rho = 0$), la resistencia total será simplemente la suma de las dos resistencias de los respectivos conductores, el de fase y el de retorno. Cuando el sistema de retorno lo constituye la tierra física la resistencia total está dada por las correcciones de Carson. (Para mayor información acerca de las correcciones de Carson consulte [1], [2]):

$$R_{Total} = R + \Delta R \quad (3.11)$$

Donde:

R_{Total} : Resistencia total de los conductores, considerando la tierra como sistema de retorno, [Ω]

R : Resistencia de los conductores, sin considerar la tierra como sistema de retorno, puede ser resistencia óhmica o efectiva, [Ω]

ΔR : Incremento en la resistencia, considerando la tierra como sistema de retorno, [Ω]

Considerando que ΔR es una serie infinita que se expresa de la siguiente manera:

$$\Delta R = 8\pi \times 10^{-4} f \left[\frac{\pi}{8} - \frac{4}{3} \sqrt{10\pi} \times 10^{-4} h \sqrt{\frac{f}{\rho}} \dots \right] \quad (3.12)$$

Donde:

f : Frecuencia de la corriente, $[Hz]$

h : Profundidad del conductor de retorno, $[m]$

ρ : Resistividad del terreno, $[\Omega m]$

Para cálculos a $60Hz$, una solución que se considera práctica es considerar únicamente el primer término de la serie. Para este caso la corrección sería un término constante que es independiente de la altura del conductor. En lo sucesivo a este término constante de corrección por retorno por tierra se le llamará R_n y su valor será:

$$R_n = 0,0592 \left[\frac{\Omega}{km} \right] \quad (3.13)$$

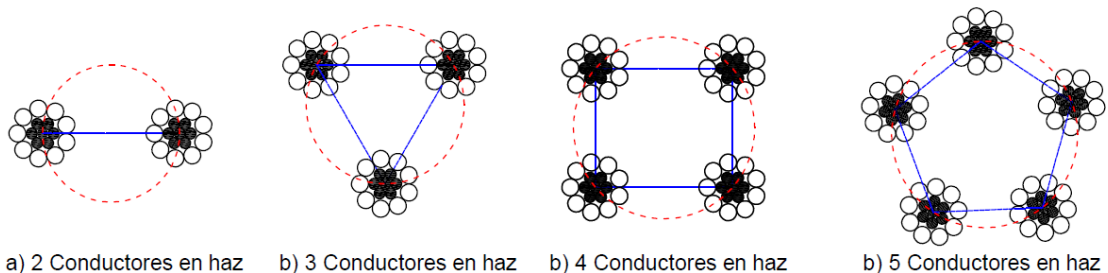
El cálculo del efecto del terreno sobre la resistencia, se tiene en cuenta en la sección 4.5 del capítulo 4 de este documento cuando se determina la impedancia de una línea trifásica con cables de guarda.

3.5. CÁLCULO DE LA RESISTENCIA DE CONDUCTORES EN HAZ

Los cálculos mencionados hasta ahora en este capítulo son basados en un único conductor y dado que es común encontrar diseños de líneas de transmisión donde se implementan disposiciones donde los conductores están instalados en haz se presenta a continuación el método para estimar la resistencia para múltiples conductores.

Dado que los conductores de un haz se encuentran instalados en paralelo a lo largo de toda la línea, basta con obtener la resistencia de cada conductor que compone el haz y determinar la resistencia total mediante un equivalente paralelo. La Figura 3.2 presenta algunas configuraciones en haz y la Ecuación (3.14) determina la forma de calcular su resistencia equivalente.

Figura 3.2: Conductores en haz.



$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}} \quad (3.14)$$

Donde:

R_e : Resistencia equivalente del grupo de conductores en haz, [Ω]

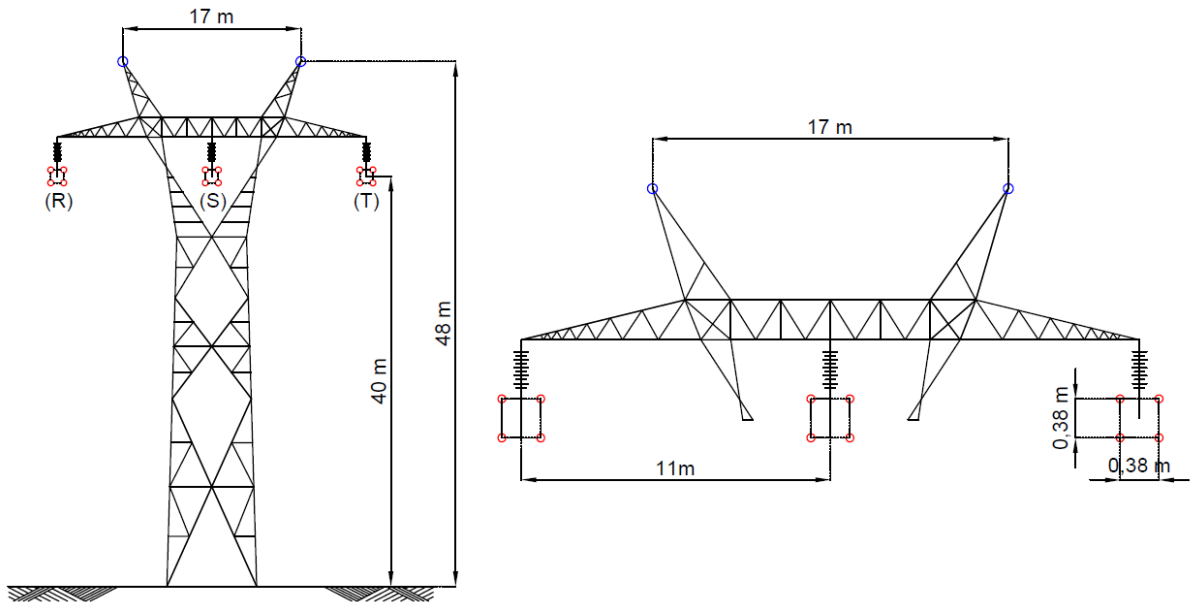
R_1 : Resistencia del conductor 1 que conforma el haz, [Ω]

R_n : Resistencia del conductor n que conforma el haz, [Ω]

Ejemplo 1

Una línea de transmisión trifásica completamente transpuesta de 230 km de longitud, tiene una tensión de línea de 500 kV y opera a una frecuencia de 60 Hz, la línea está compuesta por cuatro conductores por fase y por dos cables de guarda (La Tabla 3.3 y la Tabla 3.4 presenta las características de estos conductores). Su disposición es horizontal y las distancias entre conductores y tierra son las que se muestran en la Figura 3.3.

Figura 3.3: Torre de transmisión de 500 kV



Algunos datos de los conductores son:

Tabla 3.3: Características del conductor de fase

Código	ACSR Buteo
kCM	715
Sección total	447 [mm^2]
Composición hilos \times diámetro de hilo	Aluminio: 30 \times 3,922 [mm]
	Acero: 7 \times 3,922 [mm]
Diámetro del conductor	27,457 [mm]
Corriente asignada	840 [A]

Tabla 3.4: Características del conductor de guarda

Código	3/8" HS Steel
Sección total	51,1 [mm ²]
Composición hilos de acero	7×3,05 [mm]
Diámetro del conductor	9,52 [mm]

Determinar la resistencia óhmica R_{cc} en [Ω/km] para los cables de guarda y para cada fase. Suponga que la temperatura de los conductores es de 50°C.

Conductores de fase

Ya que los conductores de fase son no uniformes (ACSR 30 Al/7 St), primero se determina la resistencia para cada hilo, posteriormente la de cada conductor y finalmente se determina la resistencia por haz. Para estos cálculos se considera la influencia de la temperatura y el efecto del trenzado.

■ Resistencia de los hilos de Aluminio

Se determina la resistencia de los hilos de aluminio a 20°C ya que la Tabla 3.2 proporciona información de la resistividad del material a dicha temperatura.

$$A_{Al} = n_{Al}\pi r^2 = 30\pi 1,961^2 = 362,4318 \text{ [mm}^2\text{] : Área total de los hilos de aluminio.}$$

$$\rho_{Al20^\circ} = 0,02781 \text{ [\Omega mm}^2\text{/m] : Resistividad del Aluminio.}$$

$$l = 1 \text{ [km] : Longitud de línea.}$$

$$R_{ccAl20^\circ} = \frac{\rho_{Al20^\circ} l}{A} = 0,07613 \text{ [\Omega/km]}$$

Luego, se utilizan los factores de corrección de temperatura de la Tabla 3.1 para determinar la resistencia de los hilos de aluminio a 50°C.

$$\alpha_{1Al20^\circ} = 0,004027 \text{ : Coeficiente de temperatura relativa del aluminio a 20°C.}$$

$$T_1 = 20 \text{ [}^\circ\text{C] : Temperatura del conductor a la condición 1.}$$

$$T_2 = 50 \text{ [}^\circ\text{C] : Temperatura del conductor a la condición 2.}$$

$$R_{ccAl50^\circ} = R_{ccAl20^\circ} (1 + \alpha_{1Al20^\circ} (T_2 - T_1)) = 0,0854 \text{ [\Omega/km]}$$

■ Resistencia de los hilos de Acero

Se determina la resistencia de los hilos de acero a 20°C ya que la Tabla 3.2 proporciona información de la resistividad del material a dicha temperatura.

$$A_{Ac} = n_{Ac}\pi r^2 = 7\pi 1,961^2 = 84,5674 \text{ [mm}^2\text{] : Área total de los hilos de acero.}$$

$$\rho_{Ac20^\circ} = 0,14017 \text{ [\Omega mm}^2\text{/m] : Resistividad del Aluminio.}$$

$$l = 1 \text{ [km] : Longitud de línea.}$$

$$R_{ccAc20^\circ} = \frac{\rho_{Ac20^\circ} l}{A} = 1,6575 [\Omega/km]$$

Luego, se utilizan los factores de corrección de temperatura de la Tabla 3.1 para determinar la resistencia de los hilos de acero a 50°C.

$\alpha_{1Ac20^\circ} = 0,004305$: Coeficiente de temperatura relativa del acero a 20°C.

$T_1 = 20 [^\circ C]$: Temperatura del conductor a la condición 1.

$T_2 = 50 [^\circ C]$: Temperatura del conductor a la condición 2.

$$R_{ccAc50^\circ} = R_{ccAc20^\circ} (1 + \alpha_{1Ac20^\circ} (T_2 - T_1)) = 1,8715 [\Omega/km]$$

- Resistencia del conductor ACSR 30 Al/7 St a 50°C

La resistencia total del conductor se determina mediante el paralelo de R_{ccAl50° y R_{ccAc50° ya que se considera que los diferentes hilos están fundamentalmente en paralelo.

$$R_{ccACSR50^\circ} = \frac{R_{ccAl50^\circ} \times R_{ccAc50^\circ}}{R_{ccAl50^\circ} + R_{ccAc50^\circ}} = 0,08167 [\Omega/km]$$

- Resistencia total del conductor ACSR 30 Al/7 St a 50°C considerando el efecto de trenzado

La resistencia considerando el efecto del trenzado se incrementa en un 2%

$$R_{ACSR} = R_{ccACSR50^\circ} \times 1,02 = 0,0833 [\Omega/km]$$

- Resistencia total del haz de conductores

Es el resultado de realizar el paralelo entre el número total de conductores en haz permite determinar la resistencia del haz:

$$R_{ccACSRhaz} = \frac{R_{ccACSR}}{4} = 0,0208 [\Omega/km]$$

Conductores de guarda

Ya que los conductores de guarda son uniformes (3/8" HS Steel), primero se determina la resistencia para cada hilo y posteriormente la de cada conductor. Para estos cálculos se considera la influencia de la temperatura y el efecto del trenzado.

- Resistencia de los hilos de Acero

Se determina la resistencia de los hilos de acero a 20°C ya que la Tabla 3.2 proporciona información de la resistividad del material a dicha temperatura.

$$A_{Ac} = n_{Ac} \pi r^2 = 7 \pi 1,525^2 = 51,1432 \text{ [mm}^2\text{]}: \text{Área total de los hilos de acero.}$$

$$\rho_{Ac20^\circ} = 0,14017 \text{ [\Omega mm}^2\text{/m]}: \text{Resistividad del Aluminio.}$$

$$l = 1 \text{ [km]}: \text{Longitud de línea.}$$

$$R_{ccAc20^\circ g} = \frac{\rho_{Ac20^\circ} l}{A} = 2,7407 \text{ [\Omega/km]}$$

Luego, se utilizan los factores de corrección de temperatura de la Tabla 3.1 para determinar la resistencia de los hilos de acero a 50°C.

$$\alpha_{1Ac20^\circ} = 0,004305: \text{Coeficiente de temperatura relativa del acero a 20°C.}$$

$$T_1 = 20 \text{ [}^\circ\text{C]}: \text{Temperatura del conductor a la condición 1.}$$

$$T_2 = 50 \text{ [}^\circ\text{C]}: \text{Temperatura del conductor a la condición 2.}$$

$$R_{ccAc50^\circ g} = R_{ccAc20^\circ g} (1 + \alpha_{1Ac20^\circ} (T_2 - T_1)) = 3,0947 \text{ [\Omega/km]}$$

- Resistencia total del conductor de guarda a 50°C considerando el efecto de trenzado

La resistencia considerando el efecto del trenzado se incrementa en un 2%

$$R_{ACSRg} = R_{ccACSR50^\circ g} \times 1,02 = 3,1566 \text{ [\Omega/km]}$$

Nota: Para explicar el cálculo de la resistencia en este capítulo se calculó la resistencia óhmica, sin embargo, normalmente la resistencia que se toma del conductor es la que los fabricantes proporcionan en sus catálogos.

4. INDUCTANCIA

La inductancia L es el parámetro que representa el efecto del campo magnético en una línea de transmisión de corriente alterna, el campo magnético genera autoinducción e inducción mutua en los conductores, lo cual genera caídas de tensión a lo largo de la línea. Su unidad en el sistema internacional SI es el Henry H . Para determinar la inductancia se utilizara el concepto de flujo ligado, este depende del flujo magnético y de la corriente que circula a través de un conductor.

En este capítulo se explicará como calcular la inductancia para un conductor macizo y las consideraciones que se tienen en cuenta para realizar dicho cálculo, se introducirá el concepto de radio medio geométrico y el de inductancia propia y mutua que posteriormente serán utilizados en la estimación de la inductancia e impedancia para sistemas trifásicos considerando el efecto del suelo ideal, suelo real y la presencia de cables de guarda . También, se detallará el proceso de transposición de las líneas y el uso de la matriz de Fortescue para calcular las componentes de secuencia. Finalmente, se realizará el cálculo de la inductancia de manera simplificada.

4.1. INDUCTANCIA DE UN CONDUCTOR CILÍNDRICO MACIZO

Para determinar la inductancia de un conductor cilíndrico macizo se debe considerar el flujo ligado y la corriente que circula a través del conductor. Estos se encuentran relacionados mediante la siguiente expresión:

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad (4.1)$$

Donde:

L : Inductancia del conductor, [H]

λ : Flujo ligado es igual al flujo magnético ϕ multiplicado por un factor N . Ver Ecuación 4.2, [$Wb - Vueltas$]

I : Corriente que circula a través del conductor, [A]

Para el caso de un conductor macizo, N toma un valor de 1 para puntos exteriores al conductor y para puntos interiores corresponde a una fracción de la corriente total.

Para determinar el flujo ligado total se considerarán las expresiones:

$$d\lambda = Nd\phi \quad (4.2)$$

$$d\phi = BdA \quad (4.3)$$

$$B = \mu H \quad (4.4)$$

Donde:

B : Densidad de flujo magnético, $[Wb/m^2]$

H : Intensidad de campo magnético, $[A/m]$

μ : Permeabilidad, $[H/m]$

Al relacionar las anteriores expresiones se obtiene:

$$d\lambda = N\mu H dA \quad (4.5)$$

Haciendo la correspondiente integración a la Ecuación (4.5) se determina el flujo ligado por unidad de longitud para un conductor cilíndrico macizo como se ve en la Figura 4.1. Este conductor cumple con las siguientes consideraciones:

- El conductor tiene una longitud de un metro.
- Se asume que el conductor se comporta como uno lo suficientemente largo, para despreciar los efectos del campo en los extremos.
- El conductor tiene una densidad de corriente uniforme (Se desprecia el efecto piel).
- Su retorno ocurre por un conductor, tan alejado del primero, que su efecto sobre este es despreciable.
- Se desprecia cualquier efecto del terreno sobre el conductor.
- La permeabilidad del conductor es igual a la del aire.
- El diferencial de área dA corresponde al producto entre la longitud del conductor cilíndrico de un metro y su diferencial de radio dx .
- El comportamiento de la intensidad de campo eléctrico H en un conductor macizo es de la siguiente manera:

$$H = H_i + H_e \quad (4.6)$$

Donde:

H_i : Intensidad de campo magnético en el interior del conductor, $[A/m]$

$$H_i = \frac{x}{2\pi r^2} I$$

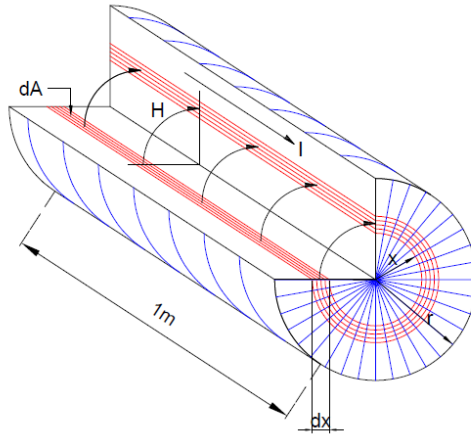
H_e : Intensidad de campo magnético en el exterior del conductor, $[A/m]$

$$H_e = \frac{I}{2\pi x}$$

Considerando que:

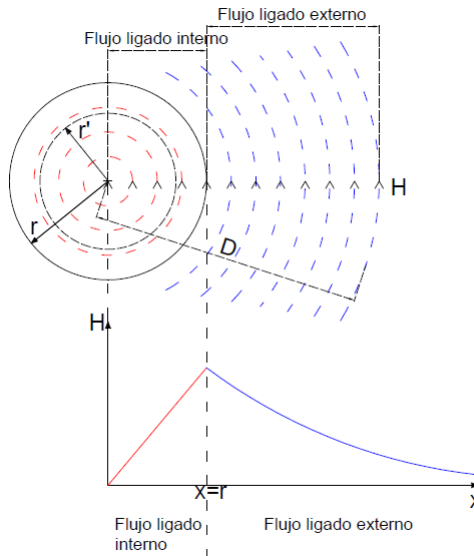
x : Distancia del origen del conductor hasta un punto determinado, [m]
 r : Radio del conductor, [m]

Figura 4.1: Conductor cilíndrico macizo.



En la Figura 4.2 se presenta el comportamiento de la intensidad de campo magnético H en un conductor cilíndrico macizo en función de x (distancia desde el origen del conductor hasta un punto determinado). En esta se puede apreciar, que la intensidad de campo magnético aumenta a medida que x se acerca a r y disminuye para valores de x mayores a r .

Figura 4.2: Intensidad de campo magnético H en un conductor cilíndrico macizo.



Debido al comportamiento de la intensidad de campo magnético H , el flujo ligado λ y por tanto la inductancia L están compuestas por una componente interna y otra externa, como se presenta a continuación:

$$\lambda = \lambda_i + \lambda_e \quad (4.7)$$

Donde:

λ_i : Flujo ligado interno, [*Web – Vuelta*]

λ_e : Flujo ligado externo, [*Web – Vuelta*]

$$L = L_i + L_e \quad (4.8)$$

Para determinar la inductancia de un conductor cilíndrico macizo se parte de conocer las expresiones que determinan el campo magnético interno y externo del conductor, posteriormente se realiza la integración de la Ecuación (4.5) y se determina el flujo ligado total que esta conformado por dos componentes, una debida al flujo ligado interno y otra debida al flujo ligado externo. Finalmente, se utilizó la Ecuación (4.1) para determinar la inductancia total de dicho conductor. A continuación se presentan las expresiones que corresponden a la inductancia interna y externa del conductor.

L_i : Inductancia interna de un conductor cilíndrico macizo, [*H*]

$$L_i = \frac{\lambda_i}{I} = \frac{\mu}{8\pi}$$

L_e : Inductancia externa de un conductor cilíndrico macizo, [*H*]

$$L_e = \frac{\lambda_e}{I} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{r}$$

Donde D es una distancia mayor que x.

Entonces, evaluando las componentes internas y externas en la Ecuación (4.8) se obtiene la inductancia total del conductor:

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left[\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{r} \right] \quad (4.9)$$

Dado que la inductancia interna resulta independiente del radio del conductor, la Ecuación (4.9) se puede expresar de manera que la inductancia total del conductor cilíndrico macizo quede en función de un radio ficticio r' , representando así un conductor sin inductancia interna. De esta manera se tiene que:

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left[\ln e^{\frac{1}{4}} + \ln \frac{D}{r} \right]$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left[\ln \frac{e^{\frac{1}{4}} D}{r} \right]$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left[\ln \frac{D}{r e^{-\frac{1}{4}}} \right]$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left[\ln \frac{D}{r'} \right] \quad (4.10)$$

Donde:

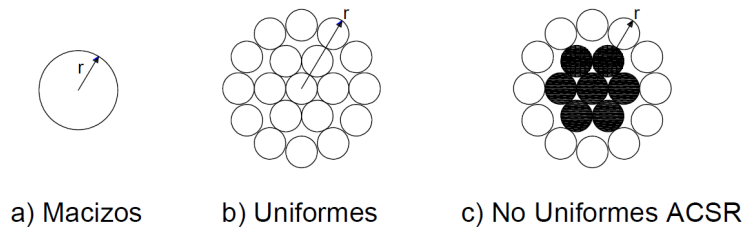
$r' = re^{-\frac{1}{4}} = 0,7788r$: Radio ficticio de un conductor cilíndrico macizo, [m]

4.2. CONCEPTO DE RADIO MEDIO GEOMÉTRICO

El radio medio geométrico (*RMG*) es un concepto matemático que permite representar un conductor de radio r por medio de un conductor equivalente de radio ficticio denominado *RMG*, este relaciona los flujos ligados internos y externos de un conductor.

A continuación se presenta la forma de estimar el *RMG* para diferentes tipos de conductores:

Figura 4.3: Conductores



- Conductor cilíndrico macizo:

$$RMG = r' = re^{-\frac{1}{4}} = 0,7788r$$

- Conductor trenzado:

El *RMG* de conductores trenzados es otorgado mediante tablas por los fabricantes. Sin embargo, a continuación se presenta una estimación empírica del *RMG* para algunos conductores uniformes y no uniformes, realizada a partir de las tablas de conductores proporcionadas por los fabricantes.

Tabla 4.1: *RMG* para conductores trenzados de radio r

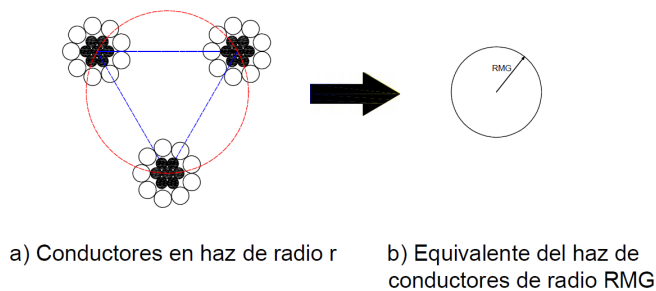
Conductores uniformes		Conductores no uniformes ACSR	
Tipo de Conductor	$RMG = r'$	Tipo de Conductor	$RMG = r'$
7 hilos	0,7256r	30 hilos	0,8257r
19 hilos	0,7576r	26 hilos	0,8091r
37 hilos	0,7582r	52 hilos	0,8103r
61 hilos	0,7721r		
91 hilos	0,7738r		
127 hilos	0,7756r		

Nota: La Tabla 4.1 es útil únicamente para conductores cuyos hilos son de diámetros iguales y r corresponde al radio del conductor uniforme o no uniforme.

■ Conductores en Haz

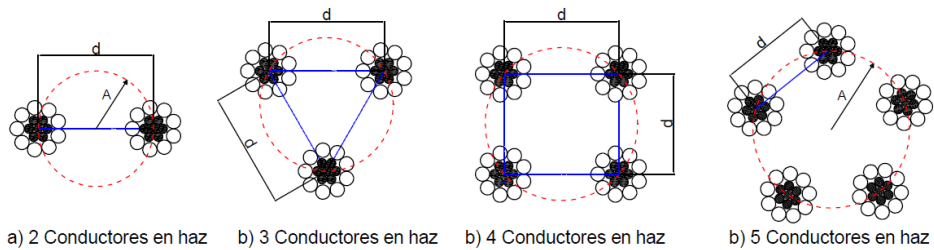
El radio medio geométrico (*RMG*) permite representar un haz de conductores de radio r por medio de un conductor equivalente de radio *RMG* como se aprecia en la Figura 4.4.

Figura 4.4: Conductores en haz y su equivalente en *RMG*



La Figura 4.5 representa diferentes configuraciones de conductores en haz. Cabe recalcar que los conductores pueden ser macizos, uniformes o no uniformes. El cálculo varía dependiendo del r' que se use acorde al caso particular. De esta manera, si los conductores que conforman el haz están compuestos por conductores macizos con radio r' corresponderá al *RMG* de un conductor macizo, de manera similar si los conductores que conforman el haz están compuestos por conductores uniformes con radio r' corresponderá al *RMG* de un conductor uniforme y si los conductores que conforman el haz están compuestos por conductores no uniformes con radio r' corresponderá al *RMG* de un conductor no uniforme.

Figura 4.5: Diferentes configuraciones de conductores en haz.



En el Cuadro 4.2 se determinan las expresiones para determinar el *RMG* para diferentes configuraciones de haz.

Tabla 4.2: *RMG* para diferentes configuraciones de conductores en haz

2 Conductores en haz	3 Conductores en haz	4 Conductores en haz	5 Conductores en haz
$RMG = \sqrt{r'd}$	$RMG = \sqrt[3]{r'd^2}$	$RMG = 1,0905\sqrt[4]{r'd^3}$	$RMG = \sqrt[n]{nr'A^{n-1}}$

Nota: En este documento se utiliza el concepto de RMG, que es equivalente a $R_{equivalente}$ como se encuentra en algunos otros textos.

Para mayor información acerca del RMG puede consultar [1], [2], [3], [10].

Ejemplo 2

Determinar el RMG de los conductores de fase, de guarda y del haz de conductores del Ejemplo 1.

Dado que el RMG de un conductor es proporcionado por la tabla de los fabricantes, en este ejemplo se realiza un aproximación considerando que cada conductor es macizo.

- RMG del conductor de fase ACSR Buteo

$r = 13,7285 [mm]$. Radio del conductor ACSR Buteo.

$$RMG_{ACSR} = 0,7788r = 0,0107 [m]$$

- RMG del conductor de guarda 3/8" HS Steel

$r = 4,76 [mm]$. Radio del conductor ACSR Buteo.

$$RMG_{ACSR} = 0,7788r = 0,0037 [m]$$

- RMG del haz de conductores ACSR Buteo de una de las fase del sistema

$r' = RMG_{ACSR} = 0,0107 [m]$. Radio del conductor ACSR Buteo.

$d = 0,38 [m]$. Distancia entre conductores consecutivos del haz.

$$RMG_{ACSRhaz} = 1,0905\sqrt[4]{r'd^3} = 0,1697 [m]$$

4.3. FLUJO LIGADO DEBIDO A UN GRUPO DE CONDUCTORES

El cálculo del flujo ligado de un conductor i que hace parte de un grupo de n conductores se ve afectado por su propia corriente y por la corriente que circula por cada uno de los conductores asociados a dicho grupo.

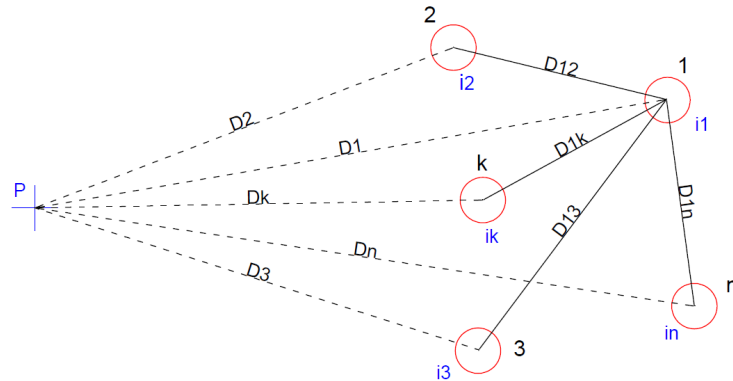
Para determinar el flujo ligado en cada uno de los conductores asociados a un grupo se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Un sistema constituido por n conductores paralelos entre sí.
- La sumatoria de corrientes de los n conductores es igual a cero.

$$0 = \sum_{k=1}^n I_k \quad (4.11)$$

- La longitud de cada conductores equivale a un metro.
- Se asume que el conductores se comportan como si fueran lo suficientemente largos, como para despreciar los efectos del campo en los extremos.
- La densidad de corriente en cada conductor es uniforme (Se desprecia el efecto piel).
- Se desprecia cualquier efecto del terreno sobre los conductores.
- La permeabilidad de los conductores es igual a la del aire.

Figura 4.6: Grupo de conductores



Para obtener la expresión general del flujo ligado total de un conductor i , primero se determinara el flujo ligado para el conductor 1 y posterior mente se encontrara la expresión general. Para determinar el flujo ligado total del conductor 1 se debe considerar el flujo ligado propio y el flujo ligado que aportan los otros conductores. Esto se lleva a cabo mediante el principio de superposición y se representa por medio de la siguiente expresión:

$$\lambda_1 = \lambda_{11} + \lambda_{12} + \dots + \lambda_{1(n-1)} + \lambda_{1n} \quad (4.12)$$

Donde:

λ_{11} : Flujo ligado propio del conductor 1, $[Wb/m]$

$$\lambda_{11} = \frac{\mu I_1}{2\pi} \left[\ln \frac{D_1}{R M G_1} \right]$$

λ_{1k} : Flujo ligado que aporta el conductor k al conductor 1, $[Wb/m]$

$$\lambda_{1k} = \frac{\mu I_k}{2\pi} \left[\ln \frac{D_k}{D_{1k}} \right]$$

D_k : Distancia entre el centro del conductor k a un punto P donde la intensidad del campo magnético no tiene mayor efecto, $[m]$

D_{1k} : Distancia entre los centros del conductor 1 y el conductor k , $[m]$

RMG_1 : Radio medio geométrico del conductor 1, $[m]$

I_k : Corriente que fluye por el conductor k , $[A]$

Por lo tanto, al evaluar el flujo ligado total del conductor 1 será:

$$\lambda_1 = \frac{\mu I_1}{2\pi} \left[\ln \frac{D_1}{RMG_1} \right] + \frac{\mu I_2}{2\pi} \left[\ln \frac{D_2}{D_{12}} \right] + \dots + \frac{\mu I_{n-1}}{2\pi} \left[\ln \frac{D_{n-1}}{D_{1(n-1)}} \right] + \frac{\mu I_n}{2\pi} \left[\ln \frac{D_n}{D_{1n}} \right] \quad (4.13)$$

Teniendo en cuenta que la suma de las corrientes es cero y dejando la Ecuación (4.11) en términos de I_n (Ver Ecuación (4.14)), que la distancia entre los centro del conductores al punto P tiende a infinito, evaluando la Ecuación (4.14) en la Ecuación (4.13) y reorganizando la expresión, se puede obtener la ecuación para determinar el flujo ligado total del conductor 1 (λ_1) debido a un grupo de n conductores por donde circulan n corrientes. La expresión general para determinar el flujo ligado total de un conductor i se muestra a continuación (Ver Ecuación (4.15)):

$$I_n = - \sum_{k=1}^{n-1} I_k \quad (4.14)$$

$$\lambda_i = \frac{\mu}{2\pi} \left[I_1 \ln \frac{1}{D_{i1}} + I_2 \ln \frac{1}{D_{i2}} + \dots + I_i \ln \frac{1}{RMG_i} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{in}} \right] \quad (4.15)$$

La Ecuación (4.15) se puede escribir en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_k \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \frac{\mu}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{RMG_1} & \ln \frac{1}{D_{12}} & \dots & \ln \frac{1}{D_{1k}} & \dots & \ln \frac{1}{D_{1n}} \\ \ln \frac{1}{D_{21}} & \ln \frac{1}{RMG_2} & \dots & \ln \frac{1}{D_{2k}} & \dots & \ln \frac{1}{D_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \ln \frac{1}{D_{k1}} & \ln \frac{1}{D_{k2}} & \dots & \ln \frac{1}{RMG_k} & \dots & \ln \frac{1}{D_{kn}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \ln \frac{1}{D_{n1}} & \ln \frac{1}{D_{n2}} & \dots & \ln \frac{1}{D_{nk}} & \dots & \ln \frac{1}{RMG_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_k \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Por medio de la expresión matricial se puede determinar el flujo ligado total de líneas de transmisión en cualquier configuración. Y tomando como referencia la Ecuación (4.1) se puede obtener la ecuación matricial:

$$[\lambda]_{nx1} = [L]_{nxn} [I]_{nx1} \quad (4.17)$$

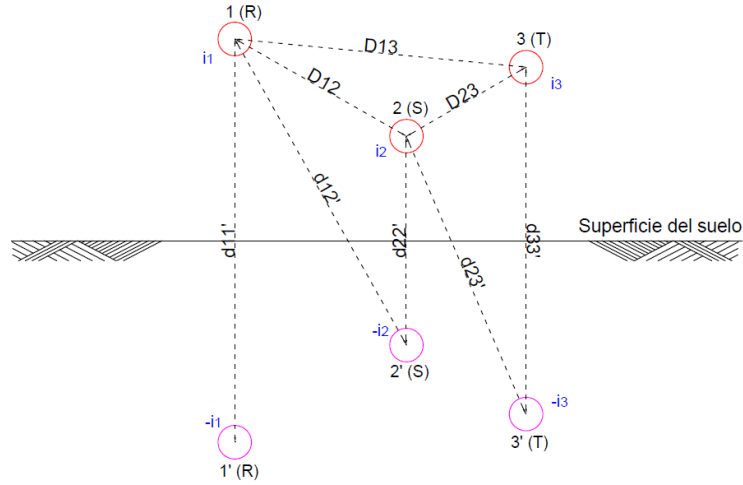
La matriz $[L]_{nxn}$ representa la matriz de inductancia de la configuración de conductores de la Figura 4.6, esta matriz se obtiene conociendo la distancia entre cada uno de los centro de los conductores y el *RMG* de cada conductor.

4.4. INDUCTANCIA EN SISTEMAS TRIFÁSICOS CONSIDERANDO SUELO IDEAL

Con el fin de abastecer de energía las distintas localidades de un territorio determinado, las líneas de transmisión son construidas a lo largo diferentes espacios donde la geografía varía constantemente; atravesando superficies llanas y montañosas, espacios húmedos y secos. Estas condiciones ambientales y geográficas influyen en el diseño de una línea de transmisión.

En esta sección se considera el efecto que tiene el terreno sobre la línea de transmisión, más exactamente, la influencia que tiene éste sobre los campos magnéticos que generan las corrientes que circulan a lo largo de la línea, se introducirá en el concepto de inductancia propia y mutua los cuales son la base para determinar la inductancia y la impedancia de un sistema trifásico con m cables de guarda. Para los análisis anteriormente nombrados se considera que el terreno sobre el que está la línea es un suelo ideal, es decir, que es plano, posee conductividad y área muy grande. El efecto del terreno sobre la línea se ve reflejado al utilizar el método de las imágenes el cual consiste básicamente en reemplazar el suelo por un conductor imagen $1'$ situado a una distancia $2h$ de un conductor 1 y que transporta una corriente en dirección contraria (Ver Figura 4.7).

Figura 4.7: Método de las imágenes en una línea de transmisión trifásica considerando suelo ideal



4.4.1. Inductancia propia y mutua

La definición a la inductancia propia y mutua se dará mediante un caso específico en el que se considera la influencia del terreno como un suelo ideal a un sistema trifásico (Ver Figura 4.7).

Por medio del método de las imágenes se puede asumir que el sistema expuesto está conformado por seis conductores independientes, donde la sumatoria de corrientes circulantes por cada conductor es cero. Esto permite hacer uso de la Ecuación (4.15) para estimar el flujo ligado por unidad de longitud para el conductor de cada fase.

Por lo tanto, la expresión para el flujo ligado de los conductores del sistema son:

$$\lambda_1 = \frac{\mu}{2\pi} \left[I_1 \ln \frac{1}{RMG_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} - I_1 \ln \frac{1}{d_{1'1}} - I_2 \ln \frac{1}{d_{1'2}} - I_3 \ln \frac{1}{d_{1'3}} \right]$$

$$\lambda_2 = \frac{\mu}{2\pi} \left[I_1 \ln \frac{1}{D_{21}} + I_2 \ln \frac{1}{RMG_2} + I_3 \ln \frac{1}{D_{23}} - I_1 \ln \frac{1}{d_{2'1}} - I_2 \ln \frac{1}{d_{2'2}} - I_3 \ln \frac{1}{d_{2'3}} \right]$$

$$\lambda_3 = \frac{\mu}{2\pi} \left[I_1 \ln \frac{1}{D_{31}} + I_2 \ln \frac{1}{D_{32}} + I_3 \ln \frac{1}{RMG_3} - I_1 \ln \frac{1}{d_{3'1}} - I_2 \ln \frac{1}{d_{3'2}} - I_3 \ln \frac{1}{d_{3'3}} \right]$$

Reduciendo las expresiones mediante la aplicación de las propiedades logarítmicas y llevando las expresiones a una forma matricial se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \frac{\mu}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{d_{1'1}}{RMG_{1'}} & \ln \frac{d_{1'2}}{D_{12}} & \ln \frac{d_{1'3}}{D_{13}} \\ \ln \frac{d_{2'1}}{D_{21}} & \ln \frac{d_{2'2}}{RMG_{2'}} & \ln \frac{d_{2'3}}{D_{23}} \\ \ln \frac{d_{3'1}}{D_{31}} & \ln \frac{d_{3'2}}{D_{32}} & \ln \frac{d_{3'3}}{RMG_{3'}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

Y reduciendo la expresión mediante la Ecuación (4.1) se obtiene:

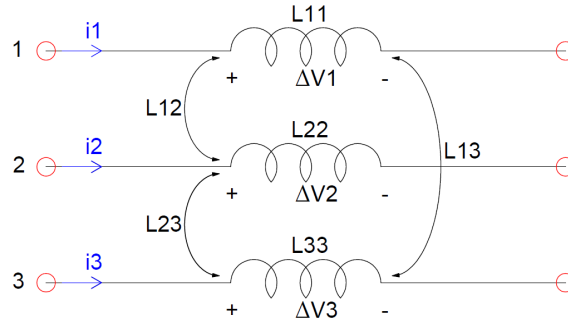
$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

Entonces, se puede concluir que:

$$[L_{123}] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} = \frac{\mu}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{d_{11}}{RMG_{1'}} & \ln \frac{d_{12}}{D_{12}} & \ln \frac{d_{13}}{D_{13}} \\ \ln \frac{d_{21}}{D_{21}} & \ln \frac{d_{22}}{RMG_{2'}} & \ln \frac{d_{23}}{D_{23}} \\ \ln \frac{d_{31}}{D_{31}} & \ln \frac{d_{32}}{D_{32}} & \ln \frac{d_{33}}{RMG_{3'}} \end{bmatrix} e \quad (4.18)$$

Por medio de la Ecuación (4.18) se puede introducir el concepto de inductancia propia y mutua, donde los elementos de la diagonal principal corresponden a la inductancia propia producida por la corriente de cada conductor y los elementos fuera de la diagonal principal corresponden a la inductancia mutua producidos por la corriente de los conductores adyacentes (Ver Figura 4.8). Cabe recalcar que en este punto, los valores de L ya se encuentran afectados por la influencia del terreno sobre el campo magnético existente.

Figura 4.8: Inductancia propia y mutua de una línea de transmisión trifásica



De manera general, los elementos que corresponden a la inductancia propia y mutua de la Ecuación (4.18) se pueden escribir como:

$$L_{ii} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{d_{ii}}{RMG_i} \quad (4.19)$$

$$L_{ij} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{d_{ij}}{D_{ij}} \quad \text{para } i \neq j \quad (4.20)$$

Donde:

L_{ii} : Inductancia propia del conductor i , $[H/m]$

L_{ij} : Inductancia mutua entre en conductor i y el conductor j , $[H/m]$

$\mu = \mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$: Permeabilidad del aire igual a la de vacío, $[H/m]$

$d_{i' i}$: Distancia del conductor i a su imagen i' , $[m]$

RMG_i : Radio medio geométrico del conductor i , $[m]$

$d_{i' j}$: Distancia del conductor i a la imagen del conductor j , $[m]$

D_{ij} : Distancia del conductor i al conductor j' , $[m]$

4.4.2. Reactancia propia y mutua

Por medio de la Ecuación (4.18) se puede obtener la matriz de reactancias propias y mutuas de la siguiente manera:

$$[X_{123}] = j\omega \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} = j\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{d_{1'1}}{RMG_{1'}} & \ln \frac{d_{1'2}}{D_{12}} & \ln \frac{d_{1'3}}{D_{13}} \\ \ln \frac{d_{2'1}}{D_{21}} & \ln \frac{d_{2'2}}{RMG_{2'}} & \ln \frac{d_{2'3}}{D_{23}} \\ \ln \frac{d_{3'1}}{D_{31}} & \ln \frac{d_{3'2}}{D_{32}} & \ln \frac{d_{3'3}}{RMG_{3'}} \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{bmatrix}$$

Donde:

$[X_{123}]$: Matriz de reactancias propias y mutuas, $[\Omega/m]$

$\omega = 2\pi f$: Frecuencia angular, $[Rad/s]$

f : Frecuencia del sistema, $[1/s]$

De manera general, las reactancias propias y mutuas de un sistema se pueden escribir:

$$X_{ii} = j\omega L = j\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{i' i}}{RMG_i} \quad (4.21)$$

$$X_{ij} = j\omega L_{ij} = j\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{i' j}}{D_{ij}} \quad \text{para } i \neq j \quad (4.22)$$

Donde:

X_{ii} : Reactancia propia del conductor i , $[\Omega/m]$

X_{ij} : Reactancia mutua entre en conductor i y el conductor j , $[\Omega/m]$

Para mayor información acerca de las componentes propias y mutuas puede consultar [1].

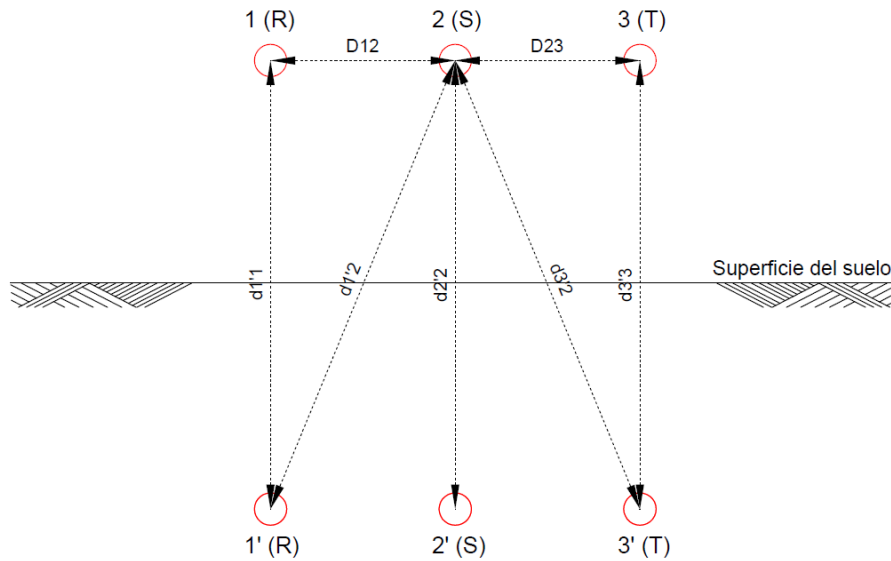
Ejemplo 3

Determinar la matriz de inductancias y reactancias propias y mutuas del Ejemplo 1. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se considera el efecto del terreno como suelo ideal.
2. No se consideran los cables de guarda.
3. Para considerar el efecto que tiene el suelo sobre el campo magnético se utiliza el métodos de las imágenes.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriormente mencionadas, la Figura 2.3 se representa de manera simplificada como se observa en la Figura 5.2.

Figura 4.9: Método de las imágenes de la figura Ejemplo 1 (Suelo ideal, sin cables de guarda)



■ Cálculo de las inductancias propias

$RMG_{ACSRhaz1} = RMG_{ACSRhaz2} = RMG_{ACSRhaz3} = 0,1697 [m]$: Radio medio geométrico del haz de conductores por fase.

$d_{1'1} = d_{2'2} = d_{3'3} = 80 [m]$: Distancia de una fase a su imagen.

$$L_{ii} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{i'i}}{RMG_i} = L_{11} = L_{22} = L_{33} = 1,2311 [mH/km]$$

■ Cálculo de las inductancias mutuas

$d_{1'2} = d_{2'3} = d_{2'1} = d_{3'2} = \sqrt{80^2 + 11^2} = 80,7527 [m]$: Distancia de una fase a una imagen de otra fase.

$d_{1'3} = d_{3'1} = \sqrt{80^2 + 22^2} = 82,9698 [m]$: Distancia de una fase a una imagen de otra fase.

$D_{12} = D_{23} = D_{21} = D_{32} = 11 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$D_{13} = D_{31} = 22 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$$L_{ij} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{ij}'}{D_{ij}} = L_{12} = L_{23} = L_{21} = L_{32} = 0,3987 [mH/km]$$

$$L_{ij} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{ij}'}{D_{ij}} = L_{13} = L_{31} = 0,2655 [mH/km]$$

Entonces, la matriz de inductancias es:

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 1,2311 & 0,3987 & 0,2655 \\ 0,3987 & 1,2311 & 0,3987 \\ 0,2655 & 0,3987 & 1,2311 \end{bmatrix} [H/km]$$

- Cálculo de las reactancias propias y mutuas

La estimación de las reactancias propias y mutuas se puede efectuar realizando un análisis similar al empleado en el cálculo de las inductancias propias y mutuas como se acaba de ver pero utilizando la Ecuación (4.21) y la Ecuación (4.22). También, se puede encontrar de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0,4641 & 0,1503 & 0,1001 \\ 0,1503 & 0,4641 & 0,1503 \\ 0,1001 & 0,1503 & 0,4641 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

4.4.3. Cálculo de inductancia para un sistema trifásico con m conductores de guarda

En esta sección se determinará la matriz de inductancias L de un sistema trifásico considerando el efecto del terreno como un suelo ideal y la influencia de m cables de guarda. Para esto se utilizará el concepto de inductancia propia y mutua teniendo en cuenta que los conductores de fase se encuentran aislados entre ellos y tierra, todos los conductores del sistema se encuentran en paralelo entre si y los cables de guarda se encuentran aterrizados por medio de las torres. El sistema que se analizará se observa en la Figura 4.10 y las inductancias propias y mutuas en la Figura 4.11.

Figura 4.10: Sistema trifásico con m conductores de guarda

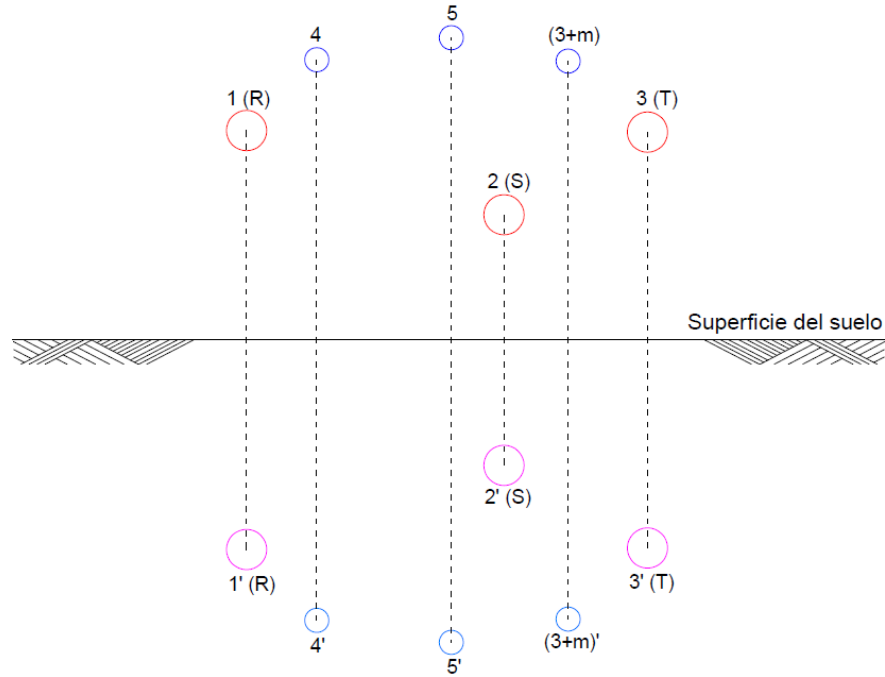
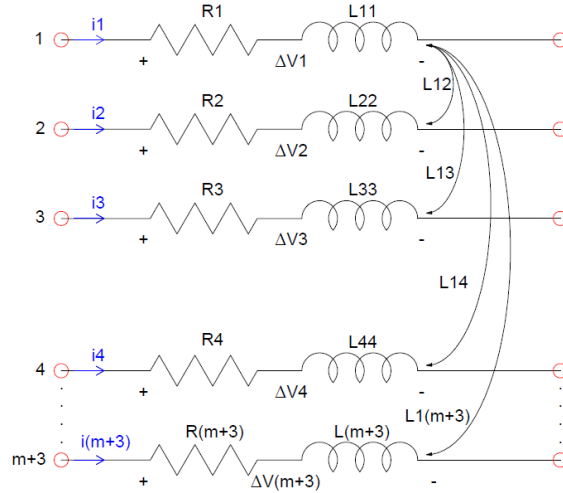


Figura 4.11: Inductancia propia y mutua de un sistema trifásico con m conductores de guarda



Para construir la matriz de inductancias L del sistema de la Figura 4.10 se utiliza la Ecuación (4.19) para determinar los componentes de la diagonal principal que corresponden a la inductancia propia del sistema y la Ecuación (4.20) para determinar los componentes fuera de la diagonal principal que corresponden a la inductancia mutua del sistema.

$$[L] = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ \vdots \\ L_{(3+m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & \cdots & L_{1(3+m)} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} & \cdots & L_{2(3+m)} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} & \cdots & L_{3(3+m)} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & \cdots & L_{4(3+m)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ L_{(3+m)1} & L_{(3+m)2} & L_{(3+m)3} & L_{(3+m)4} & \cdots & L_{(3+m)(3+m)} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

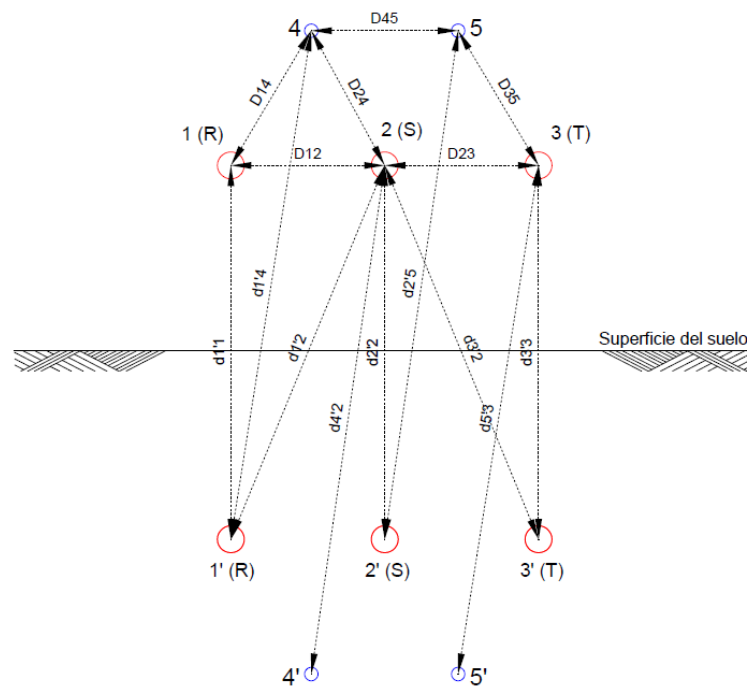
Ejemplo 4

Determinar la matriz de inductancias y reactancias propias y mutuas del Ejemplo 1. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se considera el efecto del terreno como suelo ideal.
2. Se consideran los cables de guarda.
3. Para considerar el efecto que tiene el suelo sobre el campo magnético se utiliza el métodos de las imágenes.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriormente mencionadas, la Figura 3.3 se representa de manera simplificada como se observa en la Figura 4.12.

Figura 4.12: Método de las imágenes de la figura del Ejemplo N°1 (Suelo ideal, cables de guarda)



- Cálculo de las inductancias propias

$RMG_{ACSR haz1} = RMG_{ACSR haz2} = RMG_{ACSR haz3} = 0,1697 [m]$: Radio medio geométrico del haz de conductores por fase.

$RMG_{ACSR4} = RMG_{ACSR5} = 0,0037 [m]$: Radio medio geométrico de los cables de guarda.

$d_{1'1} = d_{2'2} = d_{3'3} = 80 [m]$: Distancia de una fase a su imagen.

$d_{4'4} = d_{5'5} = 96 [m]$: Distancia entre el cable de guarda y su imagen

$$L_{ii} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{i'i}}{RMG_i} = L_{11} = L_{22} = L_{33} = 1,2311 [mH/km]$$

$$L_{ii} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{i'i}}{RMG_i} = L_{44} = L_{55} = 2,0328 [mH/km]$$

- Cálculo de las inductancias mutuas

$d_{1'2} = d_{2'3} = d_{2'1} = d_{3'2} = \sqrt{80^2 + 11^2} = 80,7527 [m]$: Distancia de una fase a una imagen de otra fase.

$d_{1'3} = d_{3'1} = \sqrt{80^2 + 22^2} = 82,9698 [m]$: Distancia de una imagen a una fase.

$d_{1'4} = d_{4'1} = d_{2'4} = d_{4'2} = d_{2'5} = d_{5'2} = d_{3'5} = d_{5'3} = \sqrt{88^2 + 8,5^2} = 88,4096 [m]$: Distancia entre conductores y sus imágenes.

$d_{1'5} = d_{5'1} = d_{3'4} = d_{4'3} = \sqrt{88^2 + 19,5^2} = 90,1346 [m]$: Distancia entre conductores y sus imágenes.

$d_{4'5} = d_{5'4} = \sqrt{96^2 + 17^2} = 93,4936 [m]$: Distancia entre conductores y sus imágenes.

$D_{12} = D_{23} = D_{21} = D_{32} = 11 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$D_{13} = D_{31} = 22 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$D_{14} = D_{35} = D_{41} = D_{53} = \sqrt{8^2 + 2,5^2} = 8,3815 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$D_{24} = D_{25} = D_{42} = D_{52} = \sqrt{8,5^2 + 8^2} = 11,6726 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$D_{15} = D_{34} = D_{51} = D_{43} = \sqrt{8^2 + 19,5^2} = 21,0772 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$D_{45} = D_{54} = 17 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$$L_{ij} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{i'j}}{D_{ij}} = L_{12} = L_{23} = L_{21} = L_{32} = 0,3987 [mH/km]$$

$$L_{ij} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{i'j}}{D_{ij}} = L_{13} = L_{31} = 0,2655 [mH/km]$$

$$L_{ij} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{i'j}}{D_{ij}} = L_{14} = L_{35} = L_{41} = L_{53} = 0,4703 [mH/km]$$

$$L_{ij} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{ij}'}{D_{ij}} = L_{24} = L_{25} = L_{42} = L_{52} = 0,4049 [mH/km]$$

$$L_{ij} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{ij}'}{D_{ij}} = L_{15} = L_{34} = L_{51} = L_{43} = 0,2906 [mH/km]$$

$$L_{ij} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{d_{ij}'}{D_{ij}} = L_{45} = L_{54} = 0,3493 [mH/km]$$

Entonces, la matriz de inductancias es:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \end{bmatrix} = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 1,2311 & 0,3987 & 0,2655 & 0,4703 & 0,2906 \\ 0,3987 & 1,2311 & 0,3987 & 0,4049 & 0,4049 \\ 0,2655 & 0,3987 & 1,2311 & 0,2906 & 0,4703 \\ 0,4703 & 0,4049 & 0,2906 & 2,0328 & 0,3493 \\ 0,2906 & 0,4049 & 0,4703 & 0,3493 & 2,0328 \end{bmatrix} [H/km]$$

- Cálculo de las reactancias propias y mutuas

La estimación de las reactancias propias y mutuas se puede efectuar de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L^4 \\ L_5 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0,4641 & 0,1503 & 0,1001 & 0,1773 & 0,1096 \\ 0,1503 & 0,4641 & 0,1503 & 0,1527 & 0,1527 \\ 0,1001 & 0,1503 & 0,4641 & 0,1096 & 0,1773 \\ 0,1773 & 0,1527 & 0,1096 & 0,7663 & 0,1317 \\ 0,1096 & 0,1527 & 0,1773 & 0,1317 & 0,7663 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

4.4.4. Cálculo de la impedancia de un sistema trifásico con m conductores de guarda

El cálculo de la impedancia de un sistema trifásico con m cables de guardas se puede obtener mediante la siguiente ecuación matricial:

$$[Z] = [R] + j\omega [L] \quad (4.24)$$

Donde:

$[Z]$: Matriz de impedancias por unidad de longitud de los conductores, $[\Omega/m]$

$[R]$: Matriz de resistencias por unidad de longitud de los conductores, $[\Omega/m]$

$[X] = \omega L$: Matriz de reactancias por unidad de longitud de los conductores, $[\Omega/m]$

La matriz $[R]$ contiene en la diagonal principal las resistencias ac de los conductores de fase y cables de guarda, fuera de la diagonal principal toma el valor de cero ya que el terreno es considerado como suelo ideal, es decir, conductividad infinita. Con esto se tiene que:

$$[R] = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & R_{33} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{44} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & R_{(3+m)(3+m)} \end{bmatrix}$$

Conociendo la corriente que circula por cada conductor, como se puede apreciar en la Figura 4.11 se estima la caída de tensión en cada uno de ellos de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \vdots \\ \Delta V_{(3+m)} \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ \vdots \\ I_{(3+m)} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Las caídas de tensión $\Delta V_4, \dots, \Delta V_{(3+m)}$ son cero, ya que corresponden a las caídas de tensión en los conductores de guarda porque estos se encuentran aterrizados.

La Ecuación (4.25) se puede reducir a una matriz de dimensiones 3×3 , obteniendo así, una representación simplificada del circuito de la Figura 4.11. El circuito obtenido es igual al de la Figura 4.8.

Con el fin de simplificar la matriz de la Ecuación (4.25) se particiona en regiones como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \hline 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \vdots & Z_{14} & \dots & Z_{1(3+m)} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & \vdots & Z_{24} & \dots & Z_{2(3+m)} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & \vdots & Z_{34} & \dots & Z_{3(3+m)} \\ \hline Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & \vdots & Z_{44} & \dots & Z_{4(3+m)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Z_{(3+m)1} & Z_{(3+m)2} & Z_{(3+m)3} & \vdots & Z_{(3+m)4} & \dots & Z_{(3+m)(3+m)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \hline I_4 \\ \vdots \\ I_{(3+m)} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

De manera general, los elementos que corresponden a la inductancia propia y mutua de la Ecuación (4.26) se pueden determinar mediante:

$$Z_{ii} = R_{ii} + jX_{ii} \quad (4.27)$$

$$Z_{ij} = jX_{ij} \quad \text{para } i \neq j \quad (4.28)$$

Donde:

Z_{ii} : Impedancia propia, $[\Omega/m]$

Z_{ij} : Impedancia mutua, $[\Omega/m]$

Cada región de la Ecuación (4.26) se presenta de manera simplificada en la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_P \\ \text{---} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_A & | & Z_B \\ \text{---} & - & \text{---} \\ Z_C & | & Z_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_P \\ \text{---} \\ I_m \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

De la Ecuación (4.29) se puede deducir que:

$$\Delta V_P = Z_A I_P + Z_B I_m$$

$$0 = Z_C I_P + Z_D I_m$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones planteado se puede encontrar que:

$$[\Delta V_P] = [Z_A - Z_B Z_D^{-1} Z_C] [I_P] \quad (4.30)$$

De donde se puede concluir que:

$$\frac{[\Delta V_P]}{[I_P]} = [Z_A - Z_B Z_D^{-1} Z_C] = [Z_P] \quad (4.31)$$

Donde:

$[\Delta V_P]$: Matriz de dimensión 3×3 que representa las caídas de tensión de las fases del sistema trifásico, $[V/m]$

$[I_P]$: Matriz de dimensión 3×3 que representa las corrientes de las fases del sistema trifásico, $[A]$

$[Z_P]$: Matriz de dimensión 3×3 que representa la impedancia del circuito equivalente de las fases del sistema trifásico, $[\Omega/m]$

La matriz $[Z_P]$ se puede escribir como:

$$[Z_P] = \begin{bmatrix} Z_{P11} & Z_{P12} & Z_{P13} \\ Z_{P21} & Z_{P22} & Z_{P23} \\ Z_{P31} & Z_{P32} & Z_{P33} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Para mayor información acerca del cálculo equivalente de la impedancia de un sistema trifásico con m conductores de guarda puede consultar [3].

Ejemplo 5

Determinar la matriz de impedancias propias y mutuas del Ejemplo 1 y encontrar la matriz equivalente del sistema $[Z_P]$. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se considera el efecto del terreno como suelo ideal.
2. Se consideran los cables de guarda.
3. Para considerar el efecto que tiene el suelo sobre el campo magnético se utiliza el métodos de las imágenes.

La matriz de impedancia propias y mutuas se puede determinar de dos maneras, la primera es mediante el uso de la Ecuación (4.27) y la Ecuación (4.28) y la otra manera es utilizando la Ecuación (4.24), introduciendo allí los cálculos de la reactancia propia y mutua realizados en el Ejemplo 4 y los cálculos de resistencia hechos en el Ejemplo 1. De esta manera se tiene que:

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0208 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0208 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0208 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,1566 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3,1566 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} 0,4641 & 0,1503 & 0,1001 & 0,1773 & 0,1096 \\ 0,1503 & 0,4641 & 0,1503 & 0,1527 & 0,1527 \\ 0,1001 & 0,1503 & 0,4641 & 0,1096 & 0,1773 \\ 0,1773 & 0,1527 & 0,1096 & 0,7663 & 0,1317 \\ 0,1096 & 0,1527 & 0,1773 & 0,1317 & 0,7663 \end{bmatrix}$$

Entonces, agrupando la matriz se tiene que:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0208 + j0,4641 & 0,1503 & 0,1001 & \vdots & 0,1773 & 0,1096 \\ 0,1503 & 0,0208 + j0,4641 & 0,1503 & \vdots & 0,1527 & 0,1527 \\ 0,1001 & 0,1503 & 0,0208 + j0,4641 & \vdots & 0,1096 & 0,1773 \\ \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} & \text{---} & \text{-----} & \text{-----} \\ 0,1773 & 0,1527 & 0,1096 & \vdots & 3,1566 + j0,7663 & 0,1317 \\ 0,1096 & 0,1527 & 0,1773 & \vdots & 0,1317 & 3,1566 + j0,7663 \end{bmatrix} \quad [\Omega/km]$$

Con el fin de encontrar la matriz equivalente del sistema $[Z_P]$ se particiona la matriz $[Z]$ y se pueden encontrar las matrices $[Z_A]$ $[Z_B]$ $[Z_C]$ $[Z_D]$ necesarias para el cálculo de $[Z_P]$. Obteniendo así:

$$[Z_A] = \begin{bmatrix} 0,0208 + j0,4641 & 0,1503 & 0,1001 \\ 0,1503 & 0,0208 + j0,4641 & 0,1503 \\ 0,1001 & 0,1503 & 0,0208 + j0,4641 \end{bmatrix}$$

$$[Z_B] = \begin{bmatrix} 0,1773 & 0,1096 \\ 0,1527 & 0,1527 \\ 0,1096 & 0,1773 \end{bmatrix}$$

$$[Z_C] = \begin{bmatrix} 0,1773 & 0,1527 & 0,1096 \\ 0,1096 & 0,1527 & 0,1773 \end{bmatrix}$$

$$[Z_D] = \begin{bmatrix} 3,1566 + j0,7663 & 0,1317 \\ 0,1317 & 3,1566 + j0,7663 \end{bmatrix}$$

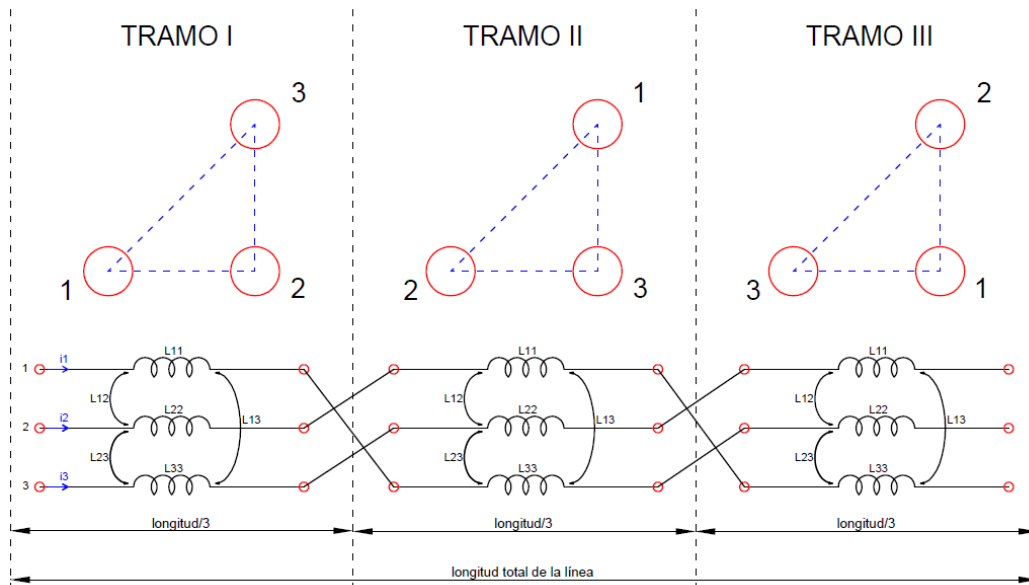
Entonces, de la Ecuación (4.31) se puede obtener que:

$$[Z_P] = \begin{bmatrix} 0,0336 + j0,4606 & 0,0128 + j0,1467 & 0,0114 + j0,0968 \\ 0,0128 + j0,1467 & 0,0345 + j0,4602 & 0,0128 + j0,1467 \\ 0,0114 + j0,0968 & 0,0128 + j0,1467 & 0,0336 + j0,4606 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

4.4.5. Cálculo de inductancia para una línea transpuesta

El proceso de transposición en una línea, consiste en intercambiar la posición de sus fases garantizado que cada una de ellas ocupe la posición de las otras. Esta técnica se realiza cada tercio de la longitud total de la línea como se muestra en la Figura 4.13. La transposición se realiza cuando la impedancia de cada fase de la línea son diferentes entre si, esta condición se genera cuando las fases no están separadas de manera equidistante, es decir, haciendo que el sistema opere de manera desequilibrado. Realizar el proceso de transposición garantiza que las impedancias en cada fase de la línea sean aproximadamente iguales.

Figura 4.13: Transposición de una línea de transmisión.



Para calcular la impedancia de un sistema trifásico con m conductores de guarda y que se encuentra transpuesta, se utiliza la Ecuación (4.32), que corresponde a la matriz de impedancias del circuito equivalente anteriormente mencionado.

La matriz de impedancia de la línea transpuesta $[\hat{Z}_P]$ se determina de la siguiente manera:

$$\left[\hat{Z}_s = \hat{Z}_{P11} = \hat{Z}_{P22} = \hat{Z}_{P33} = \frac{1}{3} (Z_{P11} + Z_{P22} + Z_{P33}) \right]$$

$$\left[\hat{Z}_m = \hat{Z}_{P12} = \hat{Z}_{P13} = \hat{Z}_{P23} = \frac{1}{3} (Z_{P12} + Z_{P21} + Z_{P23}) \right]$$

$$\left[\hat{Z}_m = \hat{Z}_{P21} = \hat{Z}_{P31} = \hat{Z}_{P32} = \frac{1}{3} (Z_{P21} + Z_{P31} + Z_{P32}) \right]$$

Luego, se puede escribir que:

$$[\hat{Z}_P] = \begin{bmatrix} \hat{Z}_s & \hat{Z}_m & \hat{Z}_m \\ \hat{Z}_m & \hat{Z}_s & \hat{Z}_m \\ \hat{Z}_m & \hat{Z}_m & \hat{Z}_s \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Entonces, la inductancia para una línea transpuesta, con m cables de guarda y considerando el suelo ideal es:

$$[\hat{L}_P] = \frac{1}{\omega} \text{Imag} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{Z}_s & \hat{Z}_m & \hat{Z}_m \\ \hat{Z}_m & \hat{Z}_s & \hat{Z}_m \\ \hat{Z}_m & \hat{Z}_m & \hat{Z}_s \end{bmatrix} \right\} \quad (4.34)$$

Ejemplo 6

Determinar la matriz inductancias e impedancias para la línea del Ejemplo 1. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se considera el efecto del terreno como suelo ideal.
2. Se consideran los cables de guarda.
3. Se considera que la línea está totalmente transpuesta.
4. Para considerar el efecto que tiene el suelo sobre el campo magnético se utiliza el métodos de las imágenes.

Partiendo de la matriz $[Z_P]$ determinada en el Ejemplo 5 se puede encontrar la matriz de impedancias transpuesta $[\hat{Z}_P]$ para el Ejemplo 1 así:

$$\left[\hat{Z}_s = \hat{Z}_{P11} = \hat{Z}_{P22} = \hat{Z}_{P33} = \frac{1}{3} (0,0336 + j0,4606 + 0,0345 + j0,4602 + 0,0336 + j0,4606) \right]$$

$$\hat{Z}_s = 0,0339 + j0,4605$$

$$\left[\hat{Z}_m = \hat{Z}_{P12} = \hat{Z}_{P13} = \hat{Z}_{P23} = \frac{1}{3} (0,0128 + j0,1467 + 0,0114 + j0,0968 + 0,0128 + j0,1467) \right]$$

$$\left[\hat{Z}_m = Z_{P21} = Z_{P31} = Z_{P32} = \frac{1}{3} (0,0128 + j0,1467 + 0,0114 + j0,0968 + 0,0128 + j0,1467) \right]$$

$$\hat{Z}_m = 0,0123 + j0,13$$

Entonces, la matriz $[\hat{Z}_P]$ es:

$$[\hat{Z}_P] = \begin{bmatrix} 0,0339 + j0,4605 & 0,0123 + j0,13 & 0,0123 + j0,13 \\ 0,0123 + j0,13 & 0,0339 + j0,4605 & 0,0123 + j0,13 \\ 0,0123 + j0,13 & 0,0123 + j0,13 & 0,0339 + j0,4605 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

De esta manera se puede obtener la inductancia de una línea transpuesta considerando el suelo ideal mediante la Ecuación (4.34) así:

$$[\hat{L}_P] = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 1,2215 & 0,3449 & 0,3449 \\ 0,3449 & 1,2215 & 0,3449 \\ 0,3449 & 0,3449 & 1,2215 \end{bmatrix} [H/km]$$

Para mayor información acerca del proceso de transposición puede consultar [3], [4], [5], [6], [11].

4.5. INDUCTANCIA EN SISTEMAS TRIFÁSICOS CONSIDERANDO SUELO REAL

En la sección anterior se determinó la matriz de impedancia Z para un sistema trifásico con m conductores de guarda considerando el efecto del terreno como un suelo ideal y posteriormente se redujo a una matriz Z_p equivalente. En esta sección se determina la matriz de impedancias Z' y posteriormente la matriz de inductancias L' de un sistema trifásico con m cables de guarda donde se considera el suelo real, es decir, que se tiene en cuenta la resistividad del terreno donde se encuentra situada la línea y se encontrará una matriz 3×3 equivalente Z'_p .

4.5.1. Cálculo de inductancia para un sistema trifásico con m conductores de guarda

Para realizar el cálculo de la inductancia de un sistema trifásico considerando el suelo real, se utiliza el aporte realizado por Carson y Lewis. Este método consiste en realizar correcciones a las Ecuaciones 4.27 y 4.28 las cuales se utilizaron para calcular la impedancia propia y mutua del sistema considerando suelo ideal. El método consiste en adicionar un factor de corrección a la parte real e imaginaria tanto de la impedancia propia como de la impedancia mutua. Las expresiones corregidas son:

$$Z'_{ii} = R_{ii} + \Delta R_{ii} + j(X_{ii} + \Delta X_{ii}) \quad (4.35)$$

$$Z'_{ij} = \Delta R_{ij} + j(X_{ij} + \Delta X_{ij}) \quad \text{para } i \neq j \quad (4.36)$$

Donde:

$$\Delta R_{ii} = \Delta R_{ij} = \frac{\omega\mu}{8} : \text{Factor de corrección, } [\Omega/m]$$

$$\Delta X_{ii} = \Delta X_{ij} = \frac{\omega\mu}{\pi} \left(-0,0386 + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\kappa}\right) : \text{Factor de corrección, } [\Omega/m]$$

$$\kappa = 2,81 \times 10^{-3} d_{ij} \sqrt{\frac{f}{\rho}} : \text{Factor de corrección } \kappa.$$

f : Frecuencia del sistema, $[Hz]$

ρ : Resistividad del terreno, $[\Omega m]$

Las impedancias propias y mutuas de un sistema trifásico con m conductores de guarda considerando el terreno como un suelo real, se obtienen evaluando las ecuaciones de $\Delta R_{ii}, \Delta X_{ii}$, 4.21 y 4.22 en las expresiones 4.35 y 4.36. Estas permiten determinar la reactancia propia y mutua de un sistema considerando el suelo ideal, por último se realiza un proceso de simplificación. Las ecuaciones resultantes son:

$$Z'_{ii} = R_{ii} + R_{nii} + j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{RMG_i} \quad (4.37)$$

$$Z'_{ij} = R_{nij} + j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{D_{ij}} \quad \text{para } i \neq j \quad (4.38)$$

$$De = 658,5 \sqrt{\frac{\rho}{f}} \quad (4.39)$$

$$R_{nii} = R_{nij} = 9,869 \times 10^{-7} f \quad (4.40)$$

Donde:

Z'_{ii} : Impedancia propia considerando el suelo real, $[\Omega/m]$

Z'_{ij} : Impedancia mutua considerando el suelo real, $[\Omega/m]$

R_{ii} : Resistencia *ac* del conductor i , $[\Omega/m]$

$R_{nii} = R_{nij}$: Resistencia de los conductores imágenes, $[\Omega/m]$

f : Frecuencia del sistema, $[Hz]$

ρ : Resistividad del terreno, $[\Omega m]$

RMG_i : Radio medio geométrico del conductor i , $[m]$

De : Distancia de una fase a su imagen, $[m]$

D_{ij} : Distancia entre el conductor i y el conductor j , $[m]$

Para poder determinar D_e , se debe tener presente el tipo de terreno sobre el que pasa la línea de transmisión, ya que la resistividad ρ es un parámetro característico de cada tipo de suelo. En la (tabla A) se encuentra la resistividad para varios tipos de terreno.

Tabla 4.3: Resistividad según el tipo de terreno

Tipo de tierra	Resistividad [Ωm]
Agua de mar	0,01 - 1,0
Terreno pantanoso	10 - 100
Tierra promedio húmeda	100
Tierra seca	1000
Pizarra pura	10^7
Arenisca	10^9

De la Ecuación (4.37) y la Ecuación (4.38) se puede determinar de manera general la inductancia propia y mutua para un sistema trifásico con m cables de guarda consideran el efecto del terreno como suelo real recordando que $Z = R + j\omega L$. Obteniendo así:

$$L'_{ii} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{RMG_i} \quad (4.41)$$

$$L'_{ij} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{D_{ij}} \quad \text{para } i \neq j \quad (4.42)$$

De esta manera, se puede construir la matriz de inductancias:

$$[L'] = \begin{bmatrix} L'_{11} & L'_{12} & L'_{13} & L'_{14} & \dots & L'_{1(3+m)} \\ L'_{21} & L'_{22} & L'_{23} & L'_{24} & \dots & L'_{2(3+m)} \\ L'_{31} & L'_{32} & L'_{33} & L'_{34} & \dots & L'_{3(3+m)} \\ L'_{41} & L'_{42} & L'_{43} & L'_{44} & \dots & L'_{4(3+m)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ L'_{(3+m)1} & L'_{(3+m)2} & L'_{(3+m)3} & L'_{(3+m)4} & \dots & L'_{(3+m)(3+m)} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Ejemplo 7

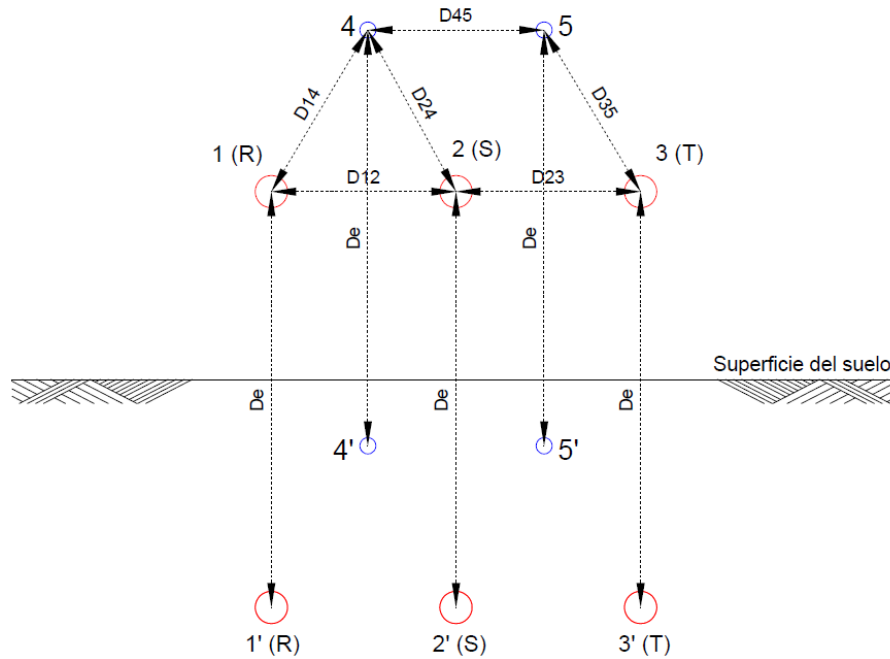
Determinar la matriz de inductancias y reactancias propias y mutuas del Ejemplo 1. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se considera el efecto del terreno como suelo real, para efectos de este ejercicio se considera la tierra promedio húmeda cuya resistividad se determina en la Tabla 4.3.
2. Se consideran los cables de guarda.

3. Para considerar el efecto que tiene el suelo sobre el campo magnético se utiliza el métodos de las imágenes.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriormente mencionadas, la Figura 3.3 se representa de manera simplificada como se observa en la Figura 4.14.

Figura 4.14: Método de las imágenes de la figura del Ejemplo N°1 (Suelo real, cables de guarda)



- Cálculo de las inductancias propias

$RMG_{ACSR_{faz1}} = RMG_{ACSR_{faz2}} = RMG_{ACSR_{faz3}} = 0,1697 [m]$: Radio medio geométrico del haz de conductores por fase.

$RMG_{ACSR4} = RMG_{ACSR5} = 0,0037 [m]$: Radio medio geométrico de los cables de guarda.

$De = 658,5 \sqrt{\frac{\rho}{j}} = 658,5 \sqrt{\frac{100}{60}} = 850,1198 [m]$: Distancia de una fase a su imagen.

$$L'_{ii} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{RMG_i} = L_{11} = L_{22} = L_{33} = 1,7038 [mH/km]$$

$$L'_{ii} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{RMG_i} = L_{44} = L_{55} = 2,469 [mH/km]$$

- Cálculo de las inductancias mutuas

$D_{12} = D_{23} = D_{21} = D_{32} = 11 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$D_{13} = D_{31} = 22 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$D_{14} = D_{35} = D_{41} = D_{53} = \sqrt{8^2 + 2,5^2} = 8,3815 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$D_{24} = D_{25} = D_{42} = D_{52} = \sqrt{8,5^2 + 8^2} = 11,6726 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$D_{15} = D_{34} = D_{51} = D_{43} = \sqrt{8^2 + 19,5^2} = 21,0772 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$D_{45} = D_{54} = 17 [m]$: Distancia de una fase a otra fase.

$$L'_{ij} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{D_{ij}} = L'_{12} = L'_{23} = L'_{21} = L'_{32} = 0,8695 [mH/km]$$

$$L'_{ij} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{D_{ij}} = L'_{13} = L'_{31} = 0,7309 [mH/km]$$

$$L'_{ij} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{D_{ij}} = L'_{14} = L'_{35} = L'_{41} = L'_{53} = 0,9239 [mH/km]$$

$$L'_{ij} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{D_{ij}} = L'_{24} = L'_{25} = L'_{42} = L'_{52} = 0,8576 [mH/km]$$

$$L'_{ij} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{D_{ij}} = L'_{15} = L'_{34} = L'_{51} = L'_{43} = 0,7394 [mH/km]$$

$$L'_{ij} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{De}{D_{ij}} = L'_{45} = L'_{54} = 0,7824 [mH/km]$$

Entonces, la matriz de inductancias es:

$$[L'] = \begin{bmatrix} L'_1 \\ L'_2 \\ L'_3 \\ L'_4 \\ L'_5 \end{bmatrix} = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 1,7038 & 0,8695 & 0,7309 & 0,9239 & 0,7394 \\ 0,8695 & 1,7038 & 0,8695 & 0,8576 & 0,8576 \\ 0,7309 & 0,8695 & 1,7038 & 0,7394 & 0,9239 \\ 0,9239 & 0,8576 & 0,7394 & 2,469 & 0,7824 \\ 0,7394 & 0,8576 & 0,9239 & 0,7824 & 2,469 \end{bmatrix} [H/km]$$

■ Cálculo de las reactancias propias y mutuas

La estimación de las reactancias propias y mutuas se puede efectuar de la siguiente manera:

$$[X'] = \begin{bmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ X'_3 \\ X'_4 \\ X'_5 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L'_1 \\ L'_2 \\ L'_3 \\ L'_4 \\ L'_5 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0,6423 & 0,3278 & 0,2755 & 0,3483 & 0,2788 \\ 0,3278 & 0,6423 & 0,3278 & 0,3233 & 0,3233 \\ 0,2755 & 0,3278 & 0,6423 & 0,2788 & 0,3483 \\ 0,3483 & 0,3233 & 0,2788 & 0,9308 & 0,2950 \\ 0,2788 & 0,3233 & 0,3483 & 0,2950 & 0,9308 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

4.5.2. Cálculo de la impedancia de un sistema trifásico con m conductores de guarda

Mediante la Ecuación (4.37) y la Ecuación (4.38) se construye la matriz de impedancia Z' , esta matriz a diferencia de la matriz de impedancia Z que se aprecia en la Ecuación (4.26), representa un sistema trifásico con m cables de guarda considerando el suelo real. La matriz de impedancias Z' también se puede reducir en una matriz 3×3 equivalente Z'_p utilizando el mismo proceso que se realizó en la sección anterior con la matriz Z . Los pasos para encontrar la matriz Z'_p se describen a continuación: determinar las impedancias propias y mutuas de la matriz Z' por medio de la Ecuación (4.37) y la Ecuación (4.38). Dividir la matriz Z' en cuatro regiones como se realizó con la matriz Z (ver Ecuación 4.26). Por último aplica la Ecuación (4.31).

$$[Z'] = \begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} & Z'_{13} & | & Z'_{14} & \cdots & Z'_{1(3+m)} \\ Z'_{21} & Z'_{22} & Z'_{23} & | & Z'_{24} & \cdots & Z'_{2(3+m)} \\ Z'_{31} & Z'_{32} & Z'_{33} & | & Z'_{34} & \cdots & Z'_{3(3+m)} \\ \hline Z'_{41} & Z'_{42} & Z'_{43} & | & Z'_{44} & \cdots & Z'_{4(3+m)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & | & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z'_{(3+m)1} & Z'_{(3+m)2} & Z'_{(3+m)3} & | & Z'_{(3+m)4} & \cdots & Z'_{(3+m)(3+m)} \end{bmatrix}$$

De manera análoga a lo hecho en la sección 4.4.4 se tiene que:

$$[Z'_p] = [Z'_A - Z'_B (Z'_D)^{-1} Z'_C] \quad (4.44)$$

De esta manera se obtiene que:

$$[Z'_p] = \begin{bmatrix} Z'_{p11} & Z'_{p12} & Z'_{p13} \\ Z'_{p21} & Z'_{p22} & Z'_{p23} \\ Z'_{p31} & Z'_{p32} & Z'_{p33} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Ejemplo 8

Determinar la matriz de impedancias propias y mutuas del Ejemplo 1 y encontrar la matriz equivalente del sistema $[Z'_p]$. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se considera el efecto del terreno como suelo real, para efectos de este ejercicio se considera la tierra promedio húmeda cuya resistividad se determina en la Tabla 4.3.
2. Se consideran los cables de guarda.
3. Para considerar el efecto que tiene el suelo sobre el campo magnético se utiliza el métodos de las imágenes.

La matriz de impedancia propias y mutuas se puede determinar de dos maneras, la primera es de manera matricial como se muestra en la ecuación:

$$[Z'] = [R_c] + [R_n] + j\omega [X']$$

Donde:

$[Z']$: Matriz de impedancia considerando suelo real y m conductores de guarda, $[\Omega/m]$

$[R_e]$: Matriz de resistencia de los conductores de fase (Matriz determinada en el Ejemplo 5), $[\Omega/m]$

$[R_n]$: Matriz de resistencia debido a la resistividad del terreno (Todos los componentes se determinan mediante la Ecuación (4.40)), $[\Omega/km]$

$[X']$: Matriz de reactividades considerando suelo real y m conductores de guarda (Matriz determinada en el Ejemplo 7), $[\Omega/km]$

Otra manera de determinar la matriz de impedancias es mediante el uso de la Ecuación (4.37) y la Ecuación (4.38), entonces, la matriz que se obtiene es:

$$[Z'] = \begin{bmatrix} Z'_1 \\ Z'_2 \\ Z'_3 \\ Z'_4 \\ Z'_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,08 + j0,6423 & 0,0592 + j0,3278 & 0,0592 + j0,2755 & \vdots & 0,0592 + j0,3483 & 0,0592 + j0,2788 \\ 0,0592 + j0,3278 & 0,08 + j0,6423 & 0,0592 + j0,3278 & \vdots & 0,0592 + j0,3233 & 0,0592 + j0,3233 \\ 0,0592 + j0,2755 & 0,0592 + j0,3278 & 0,08 + j0,6423 & \vdots & 0,0592 + j0,2788 & 0,0592 + j0,3483 \\ \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} & \text{---} & \text{-----} & \text{-----} \\ 0,0592 + j0,3483 & 0,0592 + j0,3233 & 0,0592 + j0,2788 & \vdots & 3,2158 + j0,9308 & 0,0592 + j0,295 \\ 0,0592 + j0,2788 & 0,0592 + j0,3233 & 0,0592 + j0,3483 & \vdots & 0,0592 + j0,295 & 3,2158 + j0,9308 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

Con el fin de encontrar la matriz equivalente del sistema $[Z'_p]$ se particiona la matriz $[Z']$ y se pueden encontrar las matrices $[Z'_A]$ $[Z'_B]$ $[Z'_C]$ $[Z'_D]$ necesarias para el cálculo de $[Z'_p]$. Obteniendo así:

$$[Z'_A] = \begin{bmatrix} 0,08 + j0,6423 & 0,0592 + j0,3278 & 0,0592 + j0,2755 \\ 0,0592 + j0,3278 & 0,08 + j0,6423 & 0,0592 + j0,3278 \\ 0,0592 + j0,2755 & 0,0592 + j0,3278 & 0,08 + j0,6423 \end{bmatrix}$$

$$[Z'_B] = \begin{bmatrix} 0,0592 + j0,3483 & 0,0592 + j0,2788 \\ 0,0592 + j0,3233 & 0,0592 + j0,3233 \\ 0,0592 + j0,2788 & 0,0592 + j0,3483 \end{bmatrix}$$

$$[Z'_C] = \begin{bmatrix} 0,0592 + j0,3483 & 0,0592 + j0,3233 & 0,0592 + j0,2788 \\ 0,0592 + j0,2788 & 0,0592 + j0,3233 & 0,0592 + j0,3483 \end{bmatrix}$$

$$[Z'_D] = \begin{bmatrix} 3,2158 + j0,9308 & 0,0592 + j0,295 \\ 0,0592 + j0,295 & 3,2158 + j0,9308 \end{bmatrix}$$

Entonces, de la Ecuación (4.44) se puede obtener que:

$$[Z'_P] = \begin{bmatrix} 0,1241 + j0,6033 & 0,1041 + j0,288 & 0,1018 + j0,2368 \\ 0,1041 + j0,288 & 0,1265 + j0,6016 & 0,1041 + j0,288 \\ 0,1018 + j0,2368 & 0,1041 + j0,288 & 0,1241 + j0,6033 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

4.5.3. Cálculo de inductancia para una línea transpuesta

Para calcular la impedancia de un sistema trifásico con m conductores de guarda, que se encuentra transpuesto y considerando el suelo real, se utiliza la Ecuación (4.45).

La matriz de impedancia de la línea transpuesta $[\hat{Z}'_P]$ se determina de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \left[\hat{Z}'_s = \hat{Z}'_{P11} = \hat{Z}'_{P22} = \hat{Z}'_{P33} = \frac{1}{3} (Z'_{P11} + Z'_{P22} + Z'_{P33}) \right] \\ \left[\hat{Z}'_m = \hat{Z}'_{P12} = \hat{Z}'_{P13} = \hat{Z}'_{P23} = \frac{1}{3} (Z'_{P12} + Z'_{P21} + Z'_{P23}) \right] \\ \left[\hat{Z}'_m = \hat{Z}'_{P21} = \hat{Z}'_{P31} = \hat{Z}'_{P32} = \frac{1}{3} (Z'_{P21} + Z'_{P31} + Z'_{P32}) \right] \end{aligned}$$

Luego, se puede escribir que:

$$[\hat{Z}'_P] = \begin{bmatrix} \hat{Z}'_s & \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_m \\ \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_s & \hat{Z}'_m \\ \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_s \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Entonces, la inductancia para una línea transpuesta, con m cables de guarda y considerando el suelo real es:

$$[\hat{L}'_P] = \frac{1}{\omega} \text{Imag} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{Z}'_s & \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_m \\ \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_s & \hat{Z}'_m \\ \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_s \end{bmatrix} \right\} \quad (4.47)$$

Ejemplo 9

Determinar la matriz inductancias e impedancias para la línea del Ejemplo 1. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se considera el efecto del terreno como suelo real, para efectos de este ejercicio se considera la tierra promedio húmeda cuya resistividad se determina en la Tabla 4.3.
2. Se consideran los cables de guarda.

3. Se considera que la línea está totalmente transpuesta.
4. Para considerar el efecto que tiene el suelo sobre el campo magnético se utiliza el métodos de las imágenes.

Partiendo de la matriz $[Z'_p]$ determinada en el Ejemplo 8 se puede encontrar la matriz de impedancias transpuesta $[\hat{Z}'_p]$ para el Ejemplo 1 así:

$$\left[\hat{Z}'_s = Z'_{P11} = Z'_{P22} = Z'_{P33} = \frac{1}{3} (0,1241 + j0,6033 + 0,1265 + j0,6016 + 0,1241 + j0,6033) \right]$$

$$Z'_s = 0,1249 + j0,6027$$

$$\left[\hat{Z}'_m = Z'_{P12} = Z'_{P13} = Z'_{P23} = \frac{1}{3} (0,1041 + j0,288 + 0,1018 + j0,2368 + 0,1041 + j0,288) \right]$$

$$\left[\hat{Z}'_m = Z'_{P21} = Z'_{P31} = Z'_{P32} = \frac{1}{3} (0,1041 + j0,288 + 0,1018 + j0,2368 + 0,1041 + j0,288) \right]$$

$$Z'_m = 0,1033 + j0,2709$$

Entonces, la matriz $[\hat{Z}'_p]$ es:

$$[\hat{Z}'_p] = \begin{bmatrix} 0,1249 + j0,6027 & 0,1033 + j0,2709 & 0,1033 + j0,2709 \\ 0,1033 + j0,2709 & 0,1249 + j0,6027 & 0,1033 + j0,2709 \\ 0,1033 + j0,2709 & 0,1033 + j0,2709 & 0,1249 + j0,6027 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

De esta manera se puede obtener la inductancia de una línea transpuesta considerando el suelo real mediante la Ecuación (4.34) así:

$$[\hat{L}'_p] = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 1,5987 & 0,7186 & 0,7186 \\ 0,7186 & 1,5987 & 0,7186 \\ 0,7186 & 0,7186 & 1,5987 \end{bmatrix} [H/km]$$

4.6. INDUCTANCIA E IMPEDANCIA DE SECUENCIA

El uso de las impedancias de secuencia se hace útil cuando se desea analizar un sistema trifásico desbalanceado. Esto se lleva a cabo mediante tres circuitos independientes en el dominio de las componentes de secuencia que son determinados mediante el teorema de

Fortescue y se representa mediante una impedancia de secuencia cero, otro de secuencia positiva y otro de secuencia negativa.

En esta sección, el cálculo de las impedancias de secuencia se realiza para líneas transpuestas. Se puede considerar utilizar la Ecuación (4.33) o la Ecuación (4.46) dependiendo si las consideraciones a implementar corresponden al suelo ideal o al suelo real. Si la línea para la cual se desea calcular los componentes de secuencia, físicamente no está transpuesta, se asume que lo está y se halla su matriz correspondiente $[\check{Z}_P]$.

Para determinar las impedancias de secuencia se emplea la Ecuación (4.48).

$$[Z_{0+-}] = [T^{-1}] [\check{Z}_P] [T] \quad (4.48)$$

Donde:

$[Z_{0+-}]$: Impedancias de secuencia cero, positiva y negativa. Si se considera suelo ideal, se halla $[Z_{0+-}]$ y si se considera suelo real, se halla $[Z'_{0+-}]$, $[\Omega]$

$[\check{Z}_P]$: Impedancia de la línea transpuesta, esta puede ser $[\hat{Z}_p]$ si se considera el suelo ideal o $[\hat{Z}'_p]$ si se considera el suelo real, $[\Omega]$

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} : \text{Matriz de Fortescue.}$$

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} : \text{Matriz inversa de Fortescue}$$

$$a = 1 \angle 120^\circ$$

Entonces, mediante la Ecuación (4.48) se puede determinar:

- Considerando el suelo ideal se obtiene que:

$$\begin{bmatrix} Z^0 \\ Z^+ \\ Z^- \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_s & \hat{Z}_m & \hat{Z}_m \\ \hat{Z}_m & \hat{Z}_s & \hat{Z}_m \\ \hat{Z}_m & \hat{Z}_m & \hat{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

Entonces, se obtiene que la matriz de impedancias de secuencia para una línea transpuesta considerando el suelo ideal es:

$$\begin{bmatrix} Z^0 \\ Z^+ \\ Z^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_s + 2\hat{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Z}_s - \hat{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Z}_s - \hat{Z}_m \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

- Considerando el suelo real se obtiene que:

$$\begin{bmatrix} Z'^0 \\ Z'^+ \\ Z'^- \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}'_s & \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_m \\ \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_s & \hat{Z}'_m \\ \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_m & \hat{Z}'_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

Entonces, se obtiene que la matriz de impedancias de secuencia para una línea transpuesta considerando el suelo real es:

$$\begin{bmatrix} Z'^0 \\ Z'^+ \\ Z'^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}'_s + 2\hat{Z}'_m & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Z}'_s - \hat{Z}'_m & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Z}'_s - \hat{Z}'_m \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

A partir de la Ecuación (4.49) y la Ecuación (4.50) se puede determinar la inductancia de secuencia negativa, positiva y cero, descomponiendo dichas ecuaciones en su forma real y su forma imaginaria, teniendo en cuenta la Ecuación (4.24) se obtiene que:

- Considerando el suelo ideal:

$$[L_{0+-}] = \begin{bmatrix} L^0 \\ L^+ \\ L^- \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega} \text{Imag} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{Z}'_s + 2\hat{Z}'_m & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Z}'_s - \hat{Z}'_m & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Z}'_s - \hat{Z}'_m \end{bmatrix} \right\} \quad (4.51)$$

Donde:

$[L_{0+-}]$: Matriz de inductancias de secuencia considerando el terreno ideal.

$\omega = 2\pi f$: Frecuencia angular, [Rad/s]

f : Frecuencia del sistema, [Hz]

Entonces, se obtiene que la matriz de inductancias de secuencia para una línea transpuesta considerando el suelo ideal es:

$$\begin{bmatrix} L^0 \\ L^+ \\ L^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^0 & 0 & 0 \\ 0 & L^+ & 0 \\ 0 & 0 & L^- \end{bmatrix}$$

La componente de secuencia positiva $L^+ = L = \frac{1}{j\omega} \text{Imag} \{ [\hat{Z}'_s - \hat{Z}'_m] \}$ corresponde a la inductancia por fase por unidad de longitud para un sistema si se considera el suelo ideal, [F/m]

- Considerando el suelo real:

$$[L'_{0+-}] = \begin{bmatrix} L'^0 \\ L'^+ \\ L'^- \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega} \text{Imag} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{Z}'_s + 2\hat{Z}'_m & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Z}'_s - \hat{Z}'_m & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Z}'_s - \hat{Z}'_m \end{bmatrix} \right\} \quad (4.52)$$

Donde:

$[L'_{0+-}]$: Matriz de inductancias de secuencia considerando el terreno real.

$\omega = 2\pi f$: Frecuencia angular, [Rad/s]

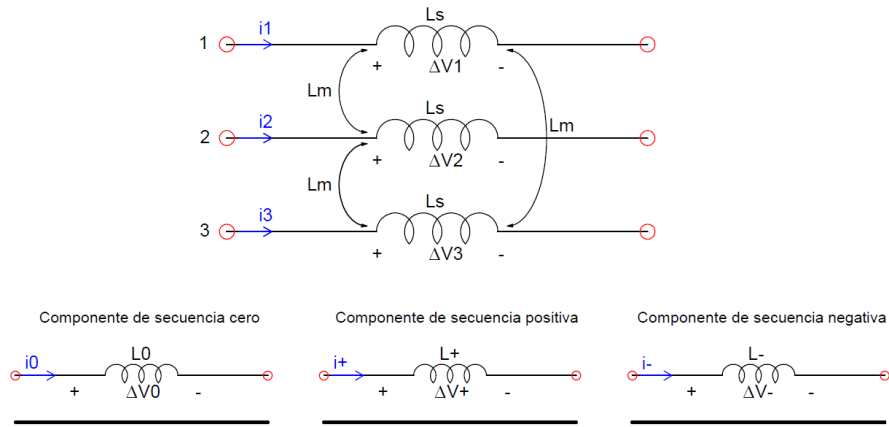
f : Frecuencia del sistema, [Hz]

Entonces, se obtiene que la matriz de inductancias de secuencia para una línea transpuesta considerando el suelo real es:

$$\begin{bmatrix} L'^0 \\ L'^+ \\ L'^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'^0 & 0 & 0 \\ 0 & L'^+ & 0 \\ 0 & 0 & L'^- \end{bmatrix}$$

Entonces, análogamente a como se había dicho a principio de esta sección, cualquier sistema trifásico desequilibrado se puede expresar mediante tres sistemas equilibrados, de esta manera, las inductancias de secuencia cero, positiva y negativa se representan mediante la Figura 4.15.

Figura 4.15: Inductancias de secuencia



La componente de secuencia positiva $L'^+ = L = \frac{1}{j\omega} \text{Imag} \left\{ \left[\hat{Z}'s - \hat{Z}'m \right] \right\}$ corresponde a la inductancia por fase por unidad de longitud para un sistema si se considera el suelo real, [F/m]

Para mayor información acerca de las componentes de secuencia puede consultar [1], [2], [4].

Ejemplo 10

Encuentre la matriz impedancias e inductancias de secuencia para la línea del Ejemplo 1 y determine la inductancia por fase para el sistema. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se considera el efecto del terreno como suelo real, para efectos de este ejercicio se considera la tierra promedio húmeda cuya resistividad se determina en la Tabla 4.3.

2. Se consideran los cables de guarda.
3. Se considera que la línea está totalmente transpuesta.
4. Para considerar el efecto que tiene el suelo sobre el campo magnético se utiliza el métodos de las imágenes.

Para determinar la matriz de impedancias de secuencia se puede realizar mediante la Ecuación (4.50), o se puede emplear directamente la Ecuación (4.48). Para cualquiera de los dos métodos se parte del hecho de conocer la matriz de impedancia transpuesta determinada en el Ejemplo 9. Entonces:

$$\begin{bmatrix} Z'^0 \\ Z'^+ \\ Z'^- \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1249 + j0,6027 & 0,1033 + j0,2709 & 0,1033 + j0,2709 \\ 0,1033 + j0,2709 & 0,1249 + j0,6027 & 0,1033 + j0,2709 \\ 0,1033 + j0,2709 & 0,1033 + j0,2709 & 0,1249 + j0,6027 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z'^0 \\ Z'^+ \\ Z'^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3315 + j1,1445 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0216 + j0,3318 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0216 + j0,3318 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

Así, conociendo la matriz de impedancias de secuencia se puede determinar la inductancia de secuencia a partir de la Ecuación (4.52):

$$\begin{bmatrix} L'^0 \\ L'^+ \\ L'^- \end{bmatrix} = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 3,0359 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8801 & 0 \\ 0 & 0 & 0,8801 \end{bmatrix} [H/km]$$

La inductancia por fase del sistema es:

$$L'^+ = L = 0,8801 [mH/km]$$

4.7. CIRCUITOS PARALELOS (DOBLE CIRCUITO)

Una práctica también utilizada en el transporte de energía es utilizar configuraciones con doble circuito, estas aprovechan una misma estructura o torre para llevar dos circuitos diferentes conectados en paralelo desde un punto a otro, logrando así transportar grandes cantidades de potencia. La Figura 2.8 d), 2.8 e) y la Figura 2.9 b), 2.9 c), 2.9 d) presentan algunas configuraciones utilizadas.

Al igual que una configuración de circuito sencillo, las configuraciones doble circuito pueden ser expresadas matricialmente mediante una impedancia ($[Z]$) equivalente de dimensiones

3x3 que podrá ser utilizada para realizar los análisis correspondientes (Para mayor información acerca de la deducción de la impedancia equivalente para un doble circuito visite [3]).

Para determinar la matriz de impedancia equivalente 3x3 se parte del hecho de determinar la matriz de impedancias para la configuración deseada la cual se obtiene así:

1. Se determina la matriz de impedancia ($[Z]$), mediante la Ecuación (4.27) y la Ecuación (4.28) cuando el terreno es considerado ideal y mediante la Ecuación (4.37) y la Ecuación (4.38) cuando el terreno es asumido como real. La matriz obtenida tendrá dimensiones $n \times n$, donde n corresponde a la cantidad total de conductores del sistema incluyendo fases y guardas. La manera correcta de armar la matriz $[Z]$ es haciendo que los primeros elementos determinados correspondan a los conductores de fase y los siguientes a los de guarda, esto se logra enumerando los conductores de manera similar a como se muestra en la Figura 2.8 d).
2. La matriz $[Z]$ obtenida se particiona de manera similar a como se hizo en la Ecuación (4.26) pero teniendo presente que para este caso de doble circuito la primer región particionada ($[Z_A]$) tendrá dimensión 6×6 ya que corresponde a todos los cables de fase del sistema y las demás matrices $[Z_B]$, $[Z_C]$, $[Z_D]$ tendrán las dimensiones acorde a la cantidad de cables de guarda existentes.
3. Se determina la matriz $[Z_P]$ equivalente 6×6 aplicando la Ecuación (4.31).
4. Se determina la matriz $[Z_{Peq}]$ de orden 3×3 mediante el siguiente arreglo matemático:

4.1. Se determina la matriz de admitancia $[Y_{Peq}] = [Z_{Peq}]^{-1}$

$$4.2. \text{ La matriz } [Y_{Peq}] = \begin{bmatrix} Y_A & \vdots & Y_B \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_C & \vdots & Y_D \end{bmatrix}$$

Donde:

$[Y_A]$, $[Y_B]$, $[Y_C]$, $[Y_D]$ se obtiene al particionar la matriz $[Y_{Peq}]$ en cuatro matrices 3×3 .

4.3. $[Z_{Peq}] = [[Y_A] + [Y_B] + [Y_C] + [Y_D]]^{-1}$

5. Se aplica el proceso de transposición para la matriz obtenida y se determina la matriz $[\hat{Z}_{Peq}]$ de forma similar a lo hecho en la Sección 4.4.5 y así encontrar una matriz similar a la de la Ecuación (4.33).

Donde:

$$[\hat{Z}_{Peq}] = \begin{bmatrix} Z_{PeqS} & Z_{PeqM} & Z_{PeqM} \\ Z_{PeqM} & Z_{PeqS} & Z_{PeqM} \\ Z_{PeqM} & Z_{PeqM} & Z_{PeqS} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

6. Finalmente, se obtiene la matriz de componentes de secuencia mediante un proceso similar al expresado en la Sección 4.6. y se obtiene la matriz $[(Z_{Peq})_{0+-}]$

Donde:

$$[(Z_{Peq})_{0+-}] = \begin{bmatrix} (Z_{Peq})^0 \\ (Z_{Peq})^+ \\ (Z_{Peq})^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{Peq}S + 2Z_{Peq}m & 0 & 0 \\ 0 & Z_{Peq}S - Z_{Peq}m & 0 \\ 0 & 0 & Z_{Peq}S - Z_{Peq}m \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

$$(Z_{Peq})^+ = Z_{Peq}S - Z_{Peq}m \quad (4.55)$$

De donde se puede obtener que:

$$(L_{Peq})^+ = \frac{1}{\omega} \text{imag} \{ Z_{Peq}S - Z_{Peq}m \} \quad (4.56)$$

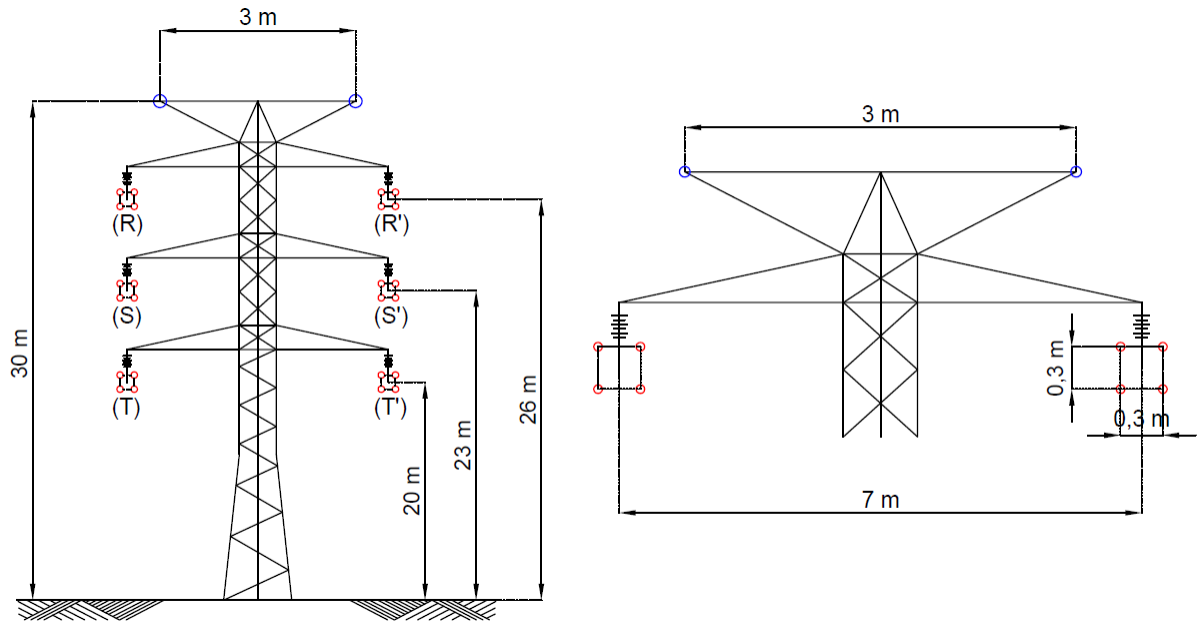
La Ecuación (4.56) representa la inductancia por fase por unidad de longitud para un sistema de doble circuito, $[H/m]$

Para mayor información acerca de la configuración de doble circuito puede consultar [8], [10], [11].

Ejemplo 11

Una línea de transmisión trifásica completamente transpuesta de 90 km de longitud, tiene una tensión de línea de 230kV y opera a una frecuencia de 60 Hz, la línea está compuesta por 2 cables de guarda y 4 conductores por fase (La Tabla 4.4 y la Tabla 4.5 presenta las características de estos conductores). Su disposición es horizontal y el terreno por donde la línea discurre es seco. Las distancias entre conductores y tierra son las que se muestran en la Figura 4.16.

Figura 4.16: Torre de transmisión de 230 kV



Algunos datos de los conductores son:

Tabla 4.4: Características del conductor de fase

Código	ACSR Ostrich
kcm	300
Sección total	177 [mm ²]
Composición hilos × diámetro de hilo	Aluminio: 26 x 2,728 [mm]
	Acero: 7 x 2,121 [mm]
Diámetro del conductor	17,272 [mm]
Corriente asignada	490 [A]

Tabla 4.5: Características del conductor de guarda

Código	3/8" HS Steel
Sección total	51,1 [mm ²]
Composición hilos de acero	7 × 3,05 [mm]
Diámetro del conductor	9,52 [mm]

Determinar la inductancia por fase equivalente de los dos circuitos en paralelo en [mH/km] para la línea mostrada. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se considera el efecto del terreno como suelo real, para efectos de este ejercicio se considera la tierra seca cuya resistividad se determina en la Tabla 4.3.

2. Se consideran los cables de guarda.
3. Se considera que la línea está totalmente transpuesta.

Siguiendo los pasos dados en la Sección 4.7 se procede a determinar la matriz $[Z]$ la cual tendrá dimensiones 8x8 ya que el número total de conductores del sistema son 8. Siguiendo bajo el mismo orden de ideas se determina la matriz $[Z_P]$ la cual tiene por dimensiones 6x6 y con esta se determina la matriz equivalente $[Z_{Peq}]$ que tiene como resultado:

$$[Z_{Peq}] = \begin{bmatrix} 179,6 + j507,7 & 150,2 + j390,5 & 145 + j360,9 \\ 150,2 + j390,5 & 166,5 + j517,3 & 139 + j398,7 \\ 145 + j360,9 & 139 + j398,7 & 157,1 + j524,3 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

Se realiza el proceso de transposición obteniendo así:

$$[\hat{Z}_{Peq}] = \begin{bmatrix} 179,6 + j295,1 & 150,2 + j170 & 145 + j133 \\ 150,2 + j170 & 166,5 + j288,5 & 139 + j162,2 \\ 145 + j133 & 139 + j162,2 & 157,1 + j279,7 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

Y al determinar la matriz de impedancia de secuencia se halla:

$$[(Z_{Peq})_{0+-}] = \begin{bmatrix} 457,2 + 1283,2i & 0 & 0 \\ 0 & 23 + 133i & 0 \\ 0 & 0 & 23 + 133i \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

Mediante la Ecuación (4.56) se determina la inductancia de secuencia positiva que a su vez corresponde a la inductancia por fase del sistema, la cual tiene como resultado:

$$(L_{Peq})^+ = 0,3529 [mH/km/fase]$$

4.8. CÁLCULO SIMPLIFICADO PARA LA INDUCTANCIA

El cálculo de la inductancia para un sistema trifásico se puede llevar a cabo mediante los procedimientos vistos hasta el momento, sin embargo, con el fin de realizar un cálculo más rápido pero significativamente igual de confiable se presenta de manera simplificada dicho cálculo teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

- El sistema opera en condiciones balanceadas, es decir que la suma de las corrientes de cada fase es igual a cero. Esto quiere decir que no se presentan corrientes por los cables de guarda ni se presentan retornos por tierra.
- La distancia de una fase a otra es tan grande que se desprecia la distancia entre conductores de un mismo haz.
- Se asume que la línea está totalmente transpuesta (Ver Sección 4.4.5).

- Se desprecia el efecto del terreno, es decir, no se utiliza el método de las imágenes.
- No se consideran los cables de guarda debido a que no hay corrientes circulando por ellos.

A continuación se presentan las expresiones para determinar la inductancia por fase de manera simplificada para la configuración de circuito sencillo y doble circuito.

4.8.1. Circuito sencillo

La Figura 2.8 a), 2.8 b), 2.8 c) y la Figura 2.9 a) representan algunas configuraciones para circuito sencillo. Para calcular la inductancia por fase por unidad de longitud para una configuración de circuito sencillo es conveniente seguir los siguientes pasos:

1. Determinar el RMG de las fases del sistema.
2. Ya que el sistema se considera totalmente transpuesto, se determina el flujo ligado total del conductor de una fase para cada posición que éste ocupa en el proceso de transposición (Ver Figura 4.13). El flujo ligado total por tramo se determina mediante la Ecuación (4.15). A continuación se muestra el flujo ligado total para el conductor 1 en cada uno de los tramos de la línea:

$$\lambda_1(I) = \frac{\mu_o}{2\pi} \left[I_1 \ln \frac{1}{RMG_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} \right]$$

$$\lambda_1(II) = \frac{\mu_o}{2\pi} \left[I_1 \ln \frac{1}{RMG_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{23}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{21}} \right]$$

$$\lambda_1(III) = \frac{\mu_o}{2\pi} \left[I_1 \ln \frac{1}{RMG_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{31}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{32}} \right]$$

3. Considerando que las distancias entre fases son números escalares se puede decir que $D_{ij} = D_{ji}$ y como el sistema es balanceado, la sumatoria de las corrientes de fase es cero. Entonces, el promedio del flujo ligado total de la fase 1 para los tramos de la línea es:

$$\lambda_1(prom) = \frac{\mu_o}{2\pi} I_1 \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}}{RMG_1}$$

Realizando el mismo proceso para las dos fases restantes y dado que el RMG es el mismo por fase se obtiene que $\lambda_1(prom) = \lambda_2(prom) = \lambda_3(prom)$.

4. De la Ecuación (4.1) se obtiene que:

$$L_1 = \frac{\lambda_1(\text{prom})}{I_1} = L_2 = L_3 = L$$

Luego, de manera general se puede decir que:

$$L = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{Dm}{Ds} \quad (4.57)$$

Donde:

L : Inductancia por fase por unidad de longitud, $[H/m]$

$Ds = RMG$: Radio medio geométrico de una de las fases del sistema. Este puede ser el de un conductor macizo, un conductor trenzado o el de un haz de conductores, $[m]$

$Dm = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$: Distancia media geométrica del sistema, $[m]$

D_{12}, D_{23}, D_{31} : Distancias entre fases, $[m]$

Nota: Para las distancias entre fases: Si las fases están conformadas por un solo conductor, estas distancias se toman entre los centros de los mismos; si son conductores en haz, las distancias medidas corresponden entre los centros de los haces. Estas distancias equivalen a las que se muestran en la Figura 4.7.

Si se desea conocer a mayor detalle el proceso de demostración de dicha expresión puede consultar [3], [8].

Ejemplo 12

Determinar la inductancia por fase del sistema del Ejemplo 1 utilizando el método simplificado. Las consideraciones a tener en cuenta para desarrollar dicho cálculo son las expresadas en la Sección 4.8.

El cálculo de la inductancia por el método simplificado se lleva a cabo mediante la Ecuación (4.57) obteniendo así:

$Ds = RMG = 0,1697$: RMG del haz de conductores de una fase, $[m]$

$D_{12} = D_{23} = 11$, Distancias entre fases, $[m]$

$D_{31} = 22$, Distancias entre fases, $[m]$

$Dm = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}} = 13,8591$: Distancia media geométrica del sistema, $[m]$

Luego, la inductancia por fase es:

$$L = 0,8805 \text{ [mH/km/fase]}$$

4.8.2. Doble circuito

La Figura 2.8 d), 2.8 e) representan algunas configuraciones para doble circuito. Para calcular la inductancia por fase por unidad de longitud para una configuración de doble circuito es conveniente seguir los siguientes pasos:

1. Determinar el RMG de las fases del sistema.
2. De manera similar como se determinó para circuito sencillo, se determina el flujo ligado total por tramo para doble circuito mediante la Ecuación (4.15). A continuación se muestra el flujo ligado total para el conductor 1 en cada uno de los tramos de la línea:

$$\lambda_1(I) = \frac{\mu_o}{2\pi} \left[I_1 \ln \frac{1}{RMG_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + I'_1 \ln \frac{1}{D_{11'}} + I'_2 \ln \frac{1}{D_{12'}} + I'_3 \ln \frac{1}{D_{13'}} \right]$$

$$\lambda_1(II) = \frac{\mu_o}{2\pi} \left[I_1 \ln \frac{1}{RMG_2} + I_2 \ln \frac{1}{D_{23}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{21}} + I'_1 \ln \frac{1}{D_{22'}} + I'_2 \ln \frac{1}{D_{23'}} + I'_3 \ln \frac{1}{D_{21'}} \right]$$

$$\lambda_1(III) = \frac{\mu_o}{2\pi} \left[I_1 \ln \frac{1}{RMG_3} + I_2 \ln \frac{1}{D_{31}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{32}} + I'_1 \ln \frac{1}{D_{33'}} + I'_2 \ln \frac{1}{D_{31'}} + I'_3 \ln \frac{1}{D_{32'}} \right]$$

3. Considerando que las distancias entre fases son números escalares se puede decir que $D_{ij} = D_{ji}$. También se cumple que $I_1 = I_{1'} = \frac{I_R}{2}$, $I_2 = I_{2'} = \frac{I_S}{2}$, $I_3 = I_{3'} = \frac{I_T}{2}$ y como el sistema es balanceado, la sumatoria de las corrientes de fase es cero. Entonces, el promedio del flujo ligado total de la fase 1 para los tramos de la línea es:

$$\lambda_1(prom) = \frac{1}{3} \frac{\mu_o}{2\pi} \left[\left(\ln \frac{1}{RMG_1 D_{11'}} + \ln \frac{1}{RMG_2 D_{22'}} + \ln \frac{1}{RMG_3 D_{33'}} \right) \frac{I_R}{2} + \left(\ln \frac{1}{D_{12} D_{23} D_{31}} + \ln \frac{1}{D_{12'} D_{23'} D_{31'}} \right) \frac{I_S}{2} + \left(\ln \frac{1}{D_{13} D_{21} D_{32}} + \ln \frac{1}{D_{13'} D_{21'} D_{32'}} \right) \frac{I_T}{2} \right]$$

De manera similar se determina $\lambda_1'(prom)$ para finalmente determinar:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} [\lambda_1(prom) + \lambda_1'(prom)]$$

Obteniendo así:

$$\lambda_1 = \frac{1}{3} \frac{\mu_o}{2\pi} \left[\ln \frac{1}{\sqrt[4]{RMG_1^2 D_{11'}^2, RMG_2^2 D_{22'}^2, RMG_3^2 D_{33'}^2}} - \ln \frac{1}{\sqrt[4]{D_{12} D_{23} D_{31} D_{12'} D_{23'} D_{31'} D_{12'} D_{23'} D_{31'}}} \right] I_R$$

Realizando el mismo proceso para las dos fases restantes y dado que el RMG es el mismo por fase se obtiene que $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$.

4. De la Ecuación (4.1) se obtiene que:

$$L_1 = \frac{\lambda_1}{I_R} = L_2 = L_3 = L$$

Luego, de manera general se puede decir que:

$$L = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{Dm_{ff}}{Dm_f} \quad (4.58)$$

Donde:

L : Inductancia por fase equivalente de los dos circuitos en paralelo por unidad de longitud, $[H/m]$

$Dm_f = \sqrt[3]{D_{SR'R'} D_{SS'} D_{STT'}}$: Distancia media geométrica de fase de línea de dos circuitos, $[m]$

$D_{SR'R'} = \sqrt{RMG \times D_{RR'}}$: Distancia media geométrica propia (De manera análoga se determina $D_{SS'}$ y $D_{STT'}$), $[m]$

RMG : Radio medio geométrico de una de las fases del sistema. Este puede ser el de un conductor macizo, un conductor trenzado o el de un haz de conductores, $[m]$

$D_{RR'}$: Distancia de la fase R de un circuito a la fase R' del otro circuito (De manera análoga se determina $D_{SS'}$ y $D_{TT'}$), $[m]$

$Dm_{ff} = \sqrt[3]{Dm_{RS} Dm_{ST} Dm_{TR}}$: Distancia media geométrica entre fases de línea de dos circuitos, $[m]$

$Dm_{RS} = \sqrt[4]{D_{RS} \times D_{RS'} \times D_{R'S} \times D_{R'S'}}$: Distancia media geométrica entre las fases R, S de un circuito y las fases R', S' de otro circuito, $[m]$

D_{RS} : Distancia de la fase R a la fase S de un circuito (De manera análoga se determina $D_{RS'}$, $D_{R'S}$ y $D_{R'S'}$), $[m]$

Nota: Para las distancias entre fases: Si las fases están conformadas por un solo conductor, estas distancias se toman entre los centros de los mismos; si son conductores en haz, las distancias medidas corresponden entre los centros de los haces. Estas distancias equivalen a las que se muestran en la Figura 4.7.

La inductancia por fase de un solo circuito por unidad de longitud cuando la configuración utilizada es la de doble circuito, se puede determinar como $2L$ ya que los dos circuitos se encuentran conectados en paralelo.

Si se desea conocer a mayor detalle el proceso de demostración de dicha expresión puede consultar [3], [8].

Ejemplo 13

Determine la inductancia por fase equivalente de los dos circuitos en paralelo del sistema del Ejemplo 11 utilizando el método simplificado. Las consideraciones a tener en cuenta para desarrollar dicho cálculo son las expresadas en la Sección 4.8.

El cálculo de la inductancia por el método simplificado se lleva a cabo mediante la Ecuación (4.58) obteniendo así:

$RMG = 0,1279$: Radio medio geométrico del haz de conductores, $[m]$

$D_{RR'} = D_{SS'} = D_{TT'} = 7$: Distancia de la fase R, S, T de un circuito a la fase R', S', T' del otro circuito respectivamente, [m]

$D_{S_{RR'}} = \sqrt{RMG \times D_{RR'}} = D_{S_{SS'}} = D_{S_{TT'}} = 0,946$: Distancia media geométrica propia, [m]

$Dm_f = \sqrt[3]{D_{S_{RR'}} D_{S_{SS'}} D_{S_{TT'}}} = 0,946$: Distancia media geométrica de fase de línea de dos circuitos, [m]

$D_{RS} = D_{R'S'} = 3$: Distancia de la fase R a la fase S y de la fase R' a la fase S', [m]

$D_{RS'} = D_{R'S} = 7,616$: Distancia de la fase R a la fase S' y de la fase R' a la fase S, [m]

$Dm_{RS} = \sqrt[4]{D_{RS} \times D_{RS'} \times D_{R'S} \times D_{R'S'}} = 4,780$: Distancia media geométrica, [m]

$D_{ST} = D_{S'T'} = 3$: Distancia de la fase R a la fase S y de la fase R' a la fase S', [m]

$D_{ST'} = D_{S'T} = 7,616$: Distancia de la fase R a la fase S' y de la fase R' a la fase S, [m]

$Dm_{ST} = \sqrt[4]{D_{ST} \times D_{ST'} \times D_{S'T} \times D_{S'T'}} = 4,780$: Distancia media geométrica, [m]

$D_{TR} = D_{T'R'} = 6$: Distancia de la fase R a la fase S y de la fase R' a la fase S', [m]

$D_{TR'} = D_{T'R} = 9,220$: Distancia de la fase R a la fase S' y de la fase R' a la fase S, [m]

$Dm_{TR} = \sqrt[4]{D_{TR} \times D_{TR'} \times D_{T'R} \times D_{T'R'}} = 7,4377$: Distancia media geométrica, [m]

$Dm_{ff} = \sqrt[3]{Dm_{RS} Dm_{ST} Dm_{TR}} = 5,539$: Distancia media geométrica entre fases de línea de dos circuitos, [m]

Luego, la inductancia por fase equivalente de los dos circuitos en paralelo es:

$$L = 0,3535 \text{ [mH/km/fase]}$$

Nota: Dados los resultados de inductancia obtenidos por el método matricial

$L = 0,3529$ [mH/km/fase] y mediante el método simplificado $L = 0,3535$ [mH/km/fase] se aprecia que los valores no difieren en grandes proporciones, lo que podría llevar a pensar que el cálculo simplificado servirá para hacer una estimación preliminar de la inductancia en un sistema.

5. CAPACITANCIA

La capacitancia C en una línea de transmisión es un parámetro que depende de la separación y del tamaño de los conductores, aparece cuando existe una diferencia de potencial entre sus conductores, o entre los conductores y tierra, haciendo que se carguen de manera similar a las placas de un condensador. Este parámetro afecta el factor de potencia de la línea, la regulación de tensión y la estabilidad del sistema de potencia. Su unidad en el sistema internacional SI es el Farad F y se expresa mediante la siguiente expresión:

$$C = \frac{q}{V} \quad (5.1)$$

Donde:

C : Capacitancia del conductor, [F]

q : Carga debida al aplicar una diferencia de potencial V , [C/m]

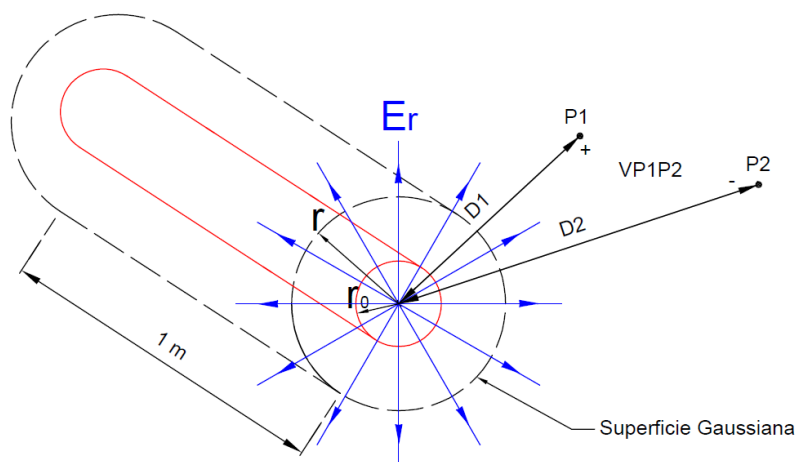
V : Diferencia de potencial entre dos puntos de un conductor, [V]

En este capítulo se determinará la diferencia de potencial entre dos puntos generada por una distribución de carga uniforme y las consideraciones para realizar dicho cálculo, se introducirá el concepto de los coeficientes de Maxwell que posteriormente serán utilizados para estimar los coeficientes de capacitancia de un sistema trifásico con m cables de guarda considerando el efecto del terreno, esto se lleva a cabo mediante el método de las imágenes el cual consiste en reflejar los conductores sobre el plano del suelo con una polaridad opuesta. También, se detallará el proceso para calcular la capacitancia para una línea transpuesta y finalmente, mediante el uso de la matriz de Fortescue se calcularán los componentes de secuencia.

5.1. CAÍDA DE TENSIÓN ENTRE DOS PUNTOS DEBIDA A UNA DISTRIBUCIÓN UNIFORME DE CARGA

Para apropiarse del concepto de capacitancia, esta sección pretende determinar en primera instancia, el efecto que tiene el campo eléctrico en un conductor cilíndrico macizo y así, posteriormente poder determinar la capacitancia para múltiples conductores bajo diferentes disposiciones y configuraciones. Dado que el cálculo de la capacitancia (Ver Ecuación (5.1)) depende de la caída de tensión, a continuación se presenta como realizar dicho cálculo.

Figura 5.1: Superficie gaussiana alrededor de un conductor cilíndrico macizo



El cálculo de la caída de tensión entre los puntos en el espacio P_1 y P_2 debida a un conductor cilíndrico macizo con una distribución uniforme de carga (Ver Figura 5.1) se obtiene mediante la Ecuación (5.2).

$$V_{12} = \int_{D1}^{D2} E_r dr \quad (5.2)$$

Donde:

- V_{12} : Diferencia de potencial entre los puntos P_1 y P_2 , [V]
- D_1 : Distancia del centro del conductor al punto P_1 , [m]
- D_2 : Distancia del centro del conductor al punto P_2 , [m]
- E_r : Campo eléctrico en los alrededores del conductor, [V/m]
- dr : Diferencial de longitud, [m]

Las consideraciones a tener en cuenta para realizar dicho cálculo son:

- El conductor a considerar es cilíndrico macizo.
- La carga a lo largo del conductor se distribuye de manera uniforme.
- El conductor tiene una longitud de un metro.
- Se asume que el conductor tiene una resistividad cero, es decir el campo eléctrico interno es nulo.
- Se asume que el conductor se comporta como uno lo suficientemente largo para despreciar el efecto del campo en sus extremos.

- La estimación del campo eléctrico se lleva a cabo mediante la ley de Gauss. Esta establece que el flujo eléctrico total que sale de una superficie cerrada es igual a la carga total que está en el volumen encerrado por esta superficie. Para esto se tiene en cuenta que la superficie, denominada superficie gaussiana sea representada mediante un cilindro de radio $r > r_0$ cuya longitud es de un metro (Ver Figura 5.1) y rodea al conductor sobre el que se desea realizar la estimación del campo. Debido a que se considera una distribución de carga uniforme el campo eléctrico solo tiene componente radial al conductor. La Ecuación (5.3) determina el campo eléctrico alrededor de un conductor cilíndrico macizo.

$$E_r = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (5.3)$$

Donde:

q : Carga eléctrica del conductor por unidad de longitud, $[C/m]$

$\epsilon = \epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$: Permitividad eléctrica del vacío por extensión para el aire, $[F/m]$

r : Distancia del centro del conductor a un punto de la superficie gaussiana, $[m]$

Al evaluar la Ecuación (5.3) en la Ecuación (5.2), resolviendo la integral y teniendo las consideraciones anteriormente mencionadas se obtiene:

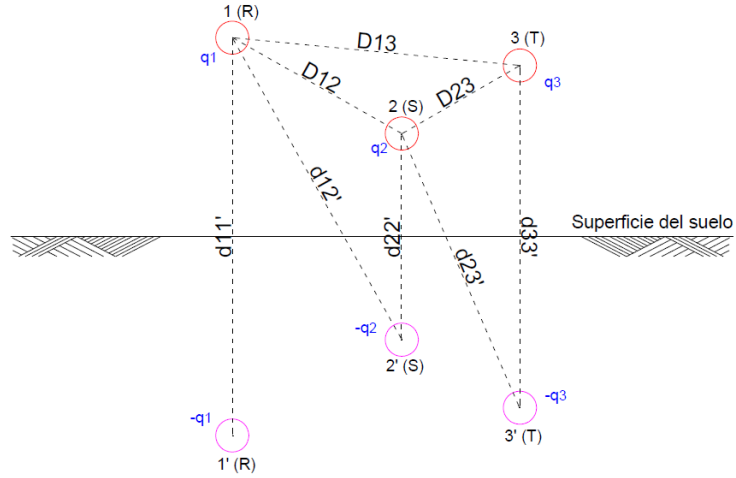
$$V_{12} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad (5.4)$$

Cuando el sistema al que se le desea calcular la diferencia de potencial entre los puntos P_1 y P_2 no esta compuesto por un único conductor si no por múltiples conductores, se utiliza la Ecuación (5.4) para determinar la caída de tensión de cada conductor entre los puntos en el espacio y mediante el proceso de superposición se determina la caída de tensión del sistema.

5.2. COEFICIENTES DE MAXWELL

La definición de los coeficientes de Maxwell (coeficientes de potencial) se dará mediante un caso específico de un sistema trifásico (Ver Figura 5.2). Para este caso se tendrá en cuenta la influencia del terreno sobre los campos eléctricos generados por la línea, ya que debido a la proximidad de los conductores con el suelo los campos eléctricos se comportan de manera perpendicular al terreno afectando la capacitancia. Este efecto se representara por medio del método de la imágenes en donde se puede asumir que el sistema expuesto esta conformado por seis conductores independientes, cuya sumatoria de cargas del sistema es igual a cero. Para mayor información acerca de los coeficientes de Maxwell se puede consultar [2].

Figura 5.2: Método de las imágenes en una línea de transmisión trifásica



La caída de tensión entre el conductor 1 y su imagen 1' se puede determinar mediante la Ecuación (5.4) y mediante el principio de superposición se puede determinar el aporte que hacen las demás cargas sobre estos dos puntos, de igual manera para calcular la caída de tensión entre el conductor 2 y su imagen 2' y análogamente para el conductor 3 y su imagen 3'. Obteniendo así las siguientes expresiones:

$$V_{11'} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \left(q_1 \ln \frac{d_{11'}}{r_1} + q_2 \ln \frac{d_{21'}}{D_{12}} + q_3 \ln \frac{d_{31'}}{D_{13}} - q_1 \ln \frac{r_1}{d_{11'}} - q_2 \ln \frac{D_{12}}{d_{12'}} - q_3 \ln \frac{D_{13}}{d_{31'}} \right)$$

$$V_{22'} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \left(q_1 \ln \frac{d_{21'}}{D_{12}} + q_2 \ln \frac{d_{22'}}{r_2} + q_3 \ln \frac{d_{32'}}{D_{23}} - q_1 \ln \frac{D_{12}}{d_{21'}} - q_2 \ln \frac{r_2}{d_{22'}} - q_3 \ln \frac{D_{23}}{d_{32'}} \right)$$

$$V_{33'} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \left(q_1 \ln \frac{d_{31'}}{D_{13}} + q_2 \ln \frac{d_{32'}}{D_{23}} + q_3 \ln \frac{d_{33'}}{r_3} - q_1 \ln \frac{D_{13}}{d_{31'}} - q_2 \ln \frac{D_{23}}{d_{32'}} - q_3 \ln \frac{r_3}{d_{33'}} \right)$$

Estas diferencias de potencial corresponden a la tensión entre el punto \$P_1\$ y el punto \$P_2\$ que equivalen a la tensión entre el conductor \$i\$ y su imagen \$i'\$. Sin embargo, se desea calcular la caída de tensión entre el conductor \$i\$ y tierra. A manera de ejemplo, para el conductor 1 y tierra se tiene que:

$$V_{1n} = \frac{V_{11'}}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \left(q_1 \ln \frac{d_{11'}}{r_1} + q_2 \ln \frac{d_{21'}}{D_{12}} + q_3 \ln \frac{d_{31'}}{D_{13}} - q_1 \ln \frac{r_1}{d_{11'}} - q_2 \ln \frac{D_{12}}{d_{12'}} - q_3 \ln \frac{D_{13}}{d_{31'}} \right)$$

$$V_{1n} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \left(q_1 \ln \frac{d_{11'}}{r_1} + q_2 \ln \frac{d_{21'}}{D_{12}} + q_3 \ln \frac{d_{31'}}{D_{13}} \right)$$

Entonces, de manera análoga para la tensión entre el conductor 2 tierra y el conductor 3 y tierra se obtiene:

$$V_{2n} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \left(q_1 \ln \frac{d_{21'}}{D_{12}} + q_2 \ln \frac{d_{22'}}{r_2} + q_3 \ln \frac{d_{32'}}{D_{23}} \right)$$

$$V_{3n} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \left(q_1 \ln \frac{d_{31'}}{D_{13}} + q_2 \ln \frac{d_{32'}}{D_{23}} + q_3 \ln \frac{d_{33'}}{r_3} \right)$$

Estas expresiones se pueden agrupar de manera matricial así:

$$\begin{bmatrix} V_{1n} \\ V_{2n} \\ V_{3n} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \begin{bmatrix} \ln \frac{d_{11'}}{r_1} & \ln \frac{d_{21'}}{D_{12}} & \ln \frac{d_{31'}}{D_{13}} \\ \ln \frac{d_{21'}}{D_{12}} & \ln \frac{d_{22'}}{r_2} & \ln \frac{d_{32'}}{D_{23}} \\ \ln \frac{d_{31'}}{D_{13}} & \ln \frac{d_{32'}}{D_{23}} & \ln \frac{d_{33'}}{r_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$[P] = [P_{123}] = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix}$$

La matriz $[P_{123}]$ se llama coeficientes capacitivos de Maxwell y sus elementos se pueden determinar de manera general de la siguiente forma:

$$P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \ln \frac{d_{i'i'}}{r_i} \quad (5.6)$$

$$P_{ij} = P_{ji} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \ln \frac{d_{ij'}}{D_{ij}} \quad \text{para } i \neq j \quad (5.7)$$

Donde:

P_{ii} : Coeficientes de Maxwell de la diagonal principal, $[1/F/m]$

P_{ij} : Coeficientes de Maxwell de fuera de la diagonal principal, $[1/F/m]$

$d_{i'i'}$: Distancia del conductor i a su imagen i' , $[m]$

$d_{ij'}$: Distancia del conductor i al conductor imagen j' , $[m]$

D_{ij} : Distancia del conductor i al conductor j , $[m]$

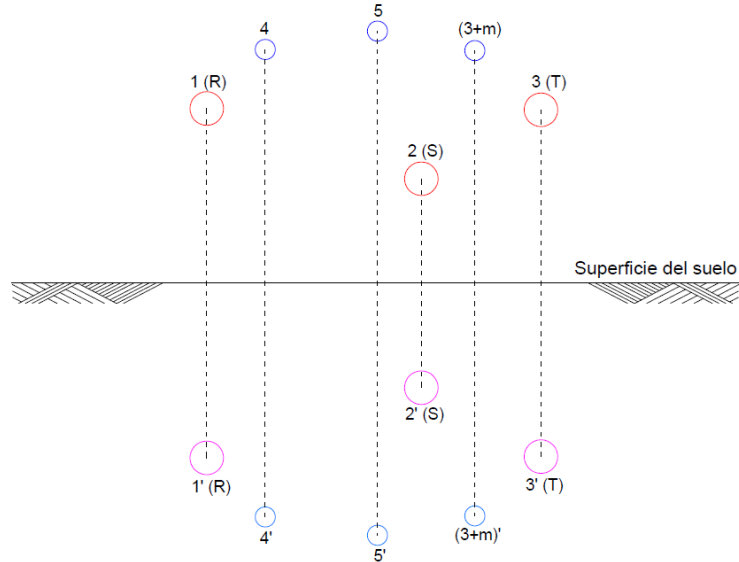
r_i : Radio del conductor i . Para conductores en haz equivale al radio medio geométrico, $[m]$

5.3. CÁLCULO DE COEFICIENTES DE CAPACITANCIA PARA UN SISTEMA TRIFÁSICO CON M CONDUCTORES DE GUARDA

En esta sección se determinará la matriz de coeficientes de capacitancia de un sistema trifásico considerando el efecto del terreno y la influencia de m cables de guarda. Para esto se utilizará el concepto de los coeficientes de Maxwell hallados mediante la Ecuación (5.6) y la Ecuación (5.7). Es necesario tener en cuenta que los conductores de fase se encuentran aislados entre ellos y tierra, todos los conductores del sistema se encuentran en paralelo entre

si y los cables de guarda se encuentran aterrizados por medio de las torres . El sistema que se analizará se observa en la Figura 5.3.

Figura 5.3: Sistema trifásico con m conductores de guarda



La matriz de coeficientes de capacitancia c se puede obtener:

$$[c] = [P]^{-1} \quad (5.8)$$

Donde:

$[c]$: Matriz de coeficientes de capacitancia, $[F/m]$

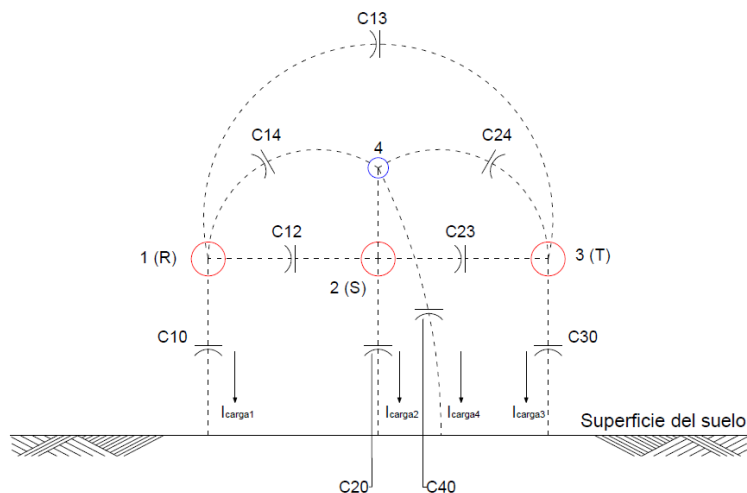
$[P]$: Matriz de coeficientes de Maxwell, $[m/F]$

El efecto físico de la capacitancia entre cada uno de los conductores que conforman el sistema trifásico, y entre un conductor y tierra se presenta mediante la Figura 5.4. Aunque esta figura presenta un único conductor de guarda, la capacitancia se comporta de manera similar para m conductores de guarda.

La matriz de coeficientes de capacitancia que describe la Figura 5.4 esta dada por:

$$[c] = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{bmatrix}$$

Figura 5.4: Efecto de la capacitancia



La Figura 5.4 muestra las corrientes que se van a tierra, denominadas corrientes de fuga o de carga I_{carga} y se define como la corriente que está asociada con la capacitancia a tierra de la línea. Se puede determinar mediante:

$$[I_{carga}]_{1234} = [Y][V]_{1234} \quad (5.9)$$

Donde:

$[I_{carga}]_{1234}$: Corrientes de cargas de los conductores de fase y de guarda, $[A/m/fase]$

$[Y] = j\omega [c]$: Matriz de admitancia del sistema, $[1/\Omega m]$

$[V]_{1234}$: Tensiones de fase del sistema, $[V/fase]$

El ejemplo anteriormente descrito consta de 3 cables de fase y uno de guarda. Para un sistema trifásico conformado por m cables de guarda se puede decir que:

$$\begin{bmatrix} I_{carga1} \\ I_{carga2} \\ I_{carga3} \\ I_{carga4} \\ \vdots \\ I_{carga(3+m)} \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} V_{1n} \\ V_{2n} \\ V_{3n} \\ V_{4n} \\ \vdots \\ V_{(m+3)n} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Y conociendo la carga de cada conductor de la Figura 5.3 se estima la caída de tensión entre cada conductor y tierra, tomando como referencia la Ecuación (5.1) y mediante la Ecuación (5.8) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} V_{1n} \\ V_{2n} \\ V_{3n} \\ V_{4n} \\ \vdots \\ V_{(3+m)n} \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ \vdots \\ q_{(3+m)} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Las caídas de tensión $V_4, \dots, V_{(3+m)}$ son cero, ya que corresponden a las caídas de tensión en los conductores de guarda porque estos se encuentran aterrizados.

La Ecuación (5.11) se puede reducir a una matriz de dimensiones 3×3 , obteniendo así, una representación simplificada del sistema de la Figura 5.3.

Con el fin de simplificar la matriz de la Ecuación (5.11) se particiona en regiones como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} V_{1n} \\ V_{2n} \\ V_{3n} \\ \hline 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \vdots & P_{14} & \dots & P_{1(3+m)} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \vdots & P_{24} & \dots & P_{2(3+m)} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & \vdots & P_{34} & \dots & P_{3(3+m)} \\ \hline P_{41} & P_{42} & P_{43} & \vdots & P_{44} & \dots & P_{4(3+m)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ P_{(3+m)1} & P_{(3+m)2} & P_{(3+m)3} & \vdots & P_{(3+m)4} & \dots & P_{(3+m)(3+m)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \hline q_4 \\ \vdots \\ q_{(3+m)} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Cada región de la Ecuación (5.12) se presenta de manera simplificada en la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} V_{Pn} \\ \hline 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_A & \vdots & P_B \\ \hline P_C & \vdots & P_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_P \\ \hline q_m \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

De la Ecuación (5.13) se puede deducir que:

$$V_{Pn} = P_A q_P + P_B q_m$$

$$0 = P_C q_P + P_D q_m$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones planteado se puede encontrar que:

$$[V_P] = [P_A - P_B P_D^{-1} P_C] [q_P] \quad (5.14)$$

De donde se puede concluir que:

$$[V_P]^{-1} [q_P] = [P_A - P_B P_D^{-1} P_C]^{-1} = [C_P] \quad (5.15)$$

Donde:

$[V_P]$: Matriz de dimensión 3×3 que representa las caídas de tensión entre las fases del sistema trifásico y tierra, $[V/m]$

$[q_P]$: Matriz de dimensión 3×3 que representa las cargas de las fases del sistema trifásico, $[C/m]$

$[c_P]$: Matriz de dimensión 3×3 que representa los coeficientes de capacitancia de las fases del sistema trifásico, $[F/m]$

La matriz $[c_P]$ se puede escribir como:

$$[c_P] = \begin{bmatrix} c_{P11} & c_{P12} & c_{P13} \\ c_{P21} & c_{P22} & c_{P23} \\ c_{P31} & c_{P32} & c_{P33} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

La matriz $[c_P]$ tiene los elementos de la diagonal principal positivos, y los elementos fuera de la diagonal principal negativos. Esto se da porque cuando se aplica una tensión de fase positiva a una de las fases, se induce una carga positiva en esa fase y una carga negativa en las demás fases del sistema.

Para mayor información acerca del cálculo equivalente de la capacitancia de un sistema trifásico con m conductores de guarda puede consultar [3].

Ejemplo 14

Determinar para el Ejemplo 1, la matriz de coeficientes de Maxwell, la matriz de coeficientes de capacitancia del sistema trifásico y encontrar la matriz equivalente del sistema $[c_P]$. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se consideran los cables de guarda.
2. Para considerar el efecto que tiene el suelo sobre el campo eléctrico se utiliza el método de las imágenes.

La matriz de coeficientes de Maxwell se determina mediante la Ecuación (5.6) y la Ecuación (5.7), obteniendo así:

$$r_1 = r_2 = r_3 = 0,1697 [m]$$

$$r_4 = r_5 = 0,00476 [m]$$

$d_{ii'}$: Equivale a las mismas distancias descritas en el ejemplo 4.

$d_{ij'}$: Equivale a las mismas distancias descritas en el ejemplo 4.

$$P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \ln \frac{d_{ii'}}{r_i} = P_{11} = P_{22} = P_{33} = 0,1107 \times 10^{12}$$

$$P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \ln \frac{d_{i'}}{r_i} = P_{44} = P_{55} = 0,1782 \times 10^{12}$$

$$P_{ij} = P_{ji} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \ln \frac{d_{ij'}}{D_{ij}} = P_{12} = P_{23} = P_{21} = P_{32} = 0,0358 \times 10^{12}$$

$$P_{ij} = P_{ji} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \ln \frac{d_{ij'}}{D_{ij}} = P_{13} = P_{31} = 0,0239 \times 10^{12}$$

$$P_{ij} = P_{ji} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \ln \frac{d_{ij'}}{D_{ij}} = P_{14} = P_{35} = P_{41} = P_{53} = 0,0423 \times 10^{12}$$

$$P_{ij} = P_{ji} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \ln \frac{d_{ij'}}{D_{ij}} = P_{24} = P_{25} = P_{42} = P_{52} = 0,0364 \times 10^{12}$$

$$P_{ij} = P_{ji} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \ln \frac{d_{ij'}}{D_{ij}} = P_{15} = P_{51} = 0,0261 \times 10^{12}$$

o

$$[P] = 1 \times 10^{12} \begin{bmatrix} 0,1107 & 0,0358 & 0,0239 & 0,0423 & 0,0261 \\ 0,0358 & 0,1107 & 0,0358 & 0,0364 & 0,0364 \\ 0,0239 & 0,0358 & 0,1107 & 0,0261 & 0,0423 \\ 0,0423 & 0,0364 & 0,0261 & 0,1782 & 0,0314 \\ 0,0261 & 0,0364 & 0,0423 & 0,0314 & 0,1782 \end{bmatrix} [1/F]$$

Entonces, mediante la Ecuación (5.8) se puede encontrar la matriz de coeficientes de capacitancia del sistema trifásico, y multiplicando por mil se obtiene por unidad de longitud:

$$[c] = [P]^{-1} = 1 \times 10^{-9} \begin{bmatrix} 10,8576 & -2,4325 & -0,9054 & -1,8488 & -0,5543 \\ -2,4325 & 11,3923 & -2,4325 & -1,1846 & -1,1846 \\ -0,9054 & -2,4325 & 10,8576 & -0,5543 & -1,8488 \\ -1,8488 & -1,1846 & -0,5543 & 6,4617 & -0,4941 \\ -0,5543 & -1,1846 & -1,8488 & -0,4941 & 6,4617 \end{bmatrix} [F/km]$$

Para determinar la matriz equivalente del sistema $[c_P]$ se parte de la Ecuación (5.12) y se obtiene:

$$\begin{bmatrix} V_{1n} \\ V_{2n} \\ V_{3n} \\ \hline 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 1 \times 10^{12} \begin{bmatrix} 0,1107 & 0,0358 & 0,0239 & | & 0,0423 & 0,0261 \\ 0,0358 & 0,1107 & 0,0358 & | & 0,0364 & 0,0364 \\ 0,0239 & 0,0358 & 0,1107 & | & 0,0261 & 0,0423 \\ \hline 0,0423 & 0,0364 & 0,0261 & | & 0,1782 & 0,0314 \\ 0,0261 & 0,0364 & 0,0423 & | & 0,0314 & 0,1782 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \hline q_4 \\ q_5 \end{bmatrix}$$

Con el fin de encontrar la matriz equivalente del sistema $[c_P]$ se particiona la matriz $[P]$ y se pueden encontrar las matrices $[P_A]$ $[P_B]$ $[P_C]$ $[P_D]$ necesarias para el cálculo de $[c_P]$. Obteniendo así:

$$[P_A] = 1 \times 10^{12} \begin{bmatrix} 0,1107 & 0,0358 & 0,0239 \\ 0,0358 & 0,1107 & 0,0358 \\ 0,0239 & 0,0358 & 0,1107 \end{bmatrix}$$

$$[P_B] = 1 \times 10^{12} \begin{bmatrix} 0,0423 & 0,0261 \\ 0,0364 & 0,0364 \\ 0,0261 & 0,0423 \end{bmatrix}$$

$$[P_C] = 1 \times 10^{12} \begin{bmatrix} 0,0423 & 0,0364 & 0,0261 \\ 0,0261 & 0,0364 & 0,0423 \end{bmatrix}$$

$$[P_D] = 1 \times 10^{12} \begin{bmatrix} 0,1782 & 0,0314 \\ 0,0314 & 0,1782 \end{bmatrix}$$

Entonces, de la Ecuación (5.15) se puede obtener que:

$$[c_P] = 1 \times 10^{-9} \begin{bmatrix} 10,8576 & -2,4325 & -0,9054 \\ -2,4325 & 11,3923 & -2,4325 \\ -0,9054 & -2,4325 & 10,8576 \end{bmatrix} [F/km]$$

5.4. CÁLCULO DE COEFICIENTES DE CAPACITANCIA PARA UNA LÍNEA TRANSPUESTA

En la sección 4.4.5 se mencionó el proceso de transposición de una línea y por que es importante implementarlo. En esta sección se expondrá la forma de determinar los coeficientes de capacitancia para un línea de transmisión que se encuentre completamente transpuesta.

Para calcular los coeficientes de capacitancia de un sistema trifásico con m conductores de guarda, que se encuentra transpuesta, se parte de la Ecuación (5.16), que corresponde a la matriz de coeficientes de capacitancia del sistema equivalente de la Figura 5.3.

La matriz de coeficientes de capacitancia de la línea transpuesta $[\hat{c}_P]$ se determina de la siguiente manera:

$$\left[\hat{c}_S = \hat{c}_{P11} = \hat{c}_{P22} = \hat{c}_{P33} = \frac{1}{3} (c_{P11} + c_{P22} + c_{P33}) \right]$$

$$\left[\hat{c}_m = \hat{c}_{P12} = \hat{c}_{P13} = \hat{c}_{P23} = \frac{1}{3} (c_{P12} + c_{P21} + c_{P23}) \right]$$

$$\left[\hat{c}_m = \hat{c}_{P21} = \hat{c}_{P31} = \hat{c}_{P32} = \frac{1}{3} (c_{P21} + c_{P31} + c_{P32}) \right]$$

Luego, la matriz de coeficientes de capacitancia se puede escribir como:

$$[\hat{c}_P] = \begin{bmatrix} \hat{c}_s & \hat{c}_m & \hat{c}_m \\ \hat{c}_m & \hat{c}_s & \hat{c}_m \\ \hat{c}_m & \hat{c}_m & \hat{c}_s \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Ejemplo 15

Determinar la matriz de coeficientes de capacitancia para la línea del Ejemplo 1. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se consideran los cables de guarda.
2. Se considera que la línea está totalmente transpuesta.
3. Para considerar el efecto que tiene el suelo sobre el campo magnético se utiliza el métodos de las imágenes.

Partiendo de la matriz $[c_P]$ determinada en el Ejemplo 11 se puede encontrar la matriz de coeficientes de capacitancia transpuesta $[\hat{c}_P]$ para el Ejemplo 1 así:

$$\left[\hat{c}_s = c_{\hat{P}11} = c_{\hat{P}22} = c_{\hat{P}33} = \frac{1}{3} \times 1 \times 10^{-9} (10,8576 + 11,3923 + 10,8576) \right]$$

$$\hat{c}_s = 11,0359 \times 10^{-9}$$

$$\left[\hat{c}_m = c_{\hat{P}12} = c_{\hat{P}13} = c_{\hat{P}23} = \frac{1}{3} \times 1 \times 10^{-9} (-2,4325 - 0,9054 - 2,4325) \right]$$

$$\left[\hat{c}_m = c_{\hat{P}21} = c_{\hat{P}31} = c_{\hat{P}32} = \frac{1}{3} \times 1 \times 10^{-9} (-2,4325 - 0,9054 - 2,4325) \right]$$

$$\hat{c}_m = -1,9235 \times 10^{-9}$$

Entonces, la matriz $[\hat{c}_P]$ es:

$$[\hat{c}_P] = 1 \times 10^{-9} \begin{bmatrix} 11,0359 & -1,9235 & -1,9235 \\ -1,9235 & 11,0359 & -1,9235 \\ -1,9235 & -1,9235 & 11,0359 \end{bmatrix} [F/km]$$

5.5. COEFICIENTES DE CAPACITANCIA DE SECUENCIA

Al igual que como se vio en la sección 4.6, el uso de las capacitancia de secuencia se hace útil cuando se desea analizar un sistema trifásico desbalanceado.

En esta sección, el cálculo de las impedancias de secuencia se realiza para líneas transpuestas. Se puede considerar utilizar la Ecuación (5.17). Si la línea para la cual se desea calcular los componentes de secuencia, físicamente no está transpuesta, se asume que lo está y se halla su matriz correspondiente $[c_P]$.

Para determinar los coeficientes de capacitancia de secuencia se emplea la siguiente expresión:

$$[c_{0+-}] = [T^{-1}] [\hat{c}_P] [T] \quad (5.18)$$

Donde:

$[c_{0+-}]$: Matriz de coeficientes de capacitancia de secuencia cero, positiva y negativa, $[F/m]$

$[\hat{c}_P]$: Matriz de coeficientes de capacitancia de la línea transpuesta, $[F/m]$

Entonces, mediante la Ecuación (5.18) se puede determinar:

$$\begin{bmatrix} c^0 \\ c^+ \\ c^- \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_s & \hat{c}_m & \hat{c}_m \\ \hat{c}_m & \hat{c}_s & \hat{c}_m \\ \hat{c}_m & \hat{c}_m & \hat{c}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

Así, se obtiene que la matriz de coeficientes de capacitancia de secuencia para una línea transpuesta es:

$$\begin{bmatrix} c^0 \\ c^+ \\ c^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{c}_s + 2\hat{c}_m & 0 & 0 \\ 0 & \hat{c}_s - \hat{c}_m & 0 \\ 0 & 0 & \hat{c}_s - \hat{c}_m \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

La componente de secuencia positiva $c^+ = C = \hat{c}_s - \hat{c}_m$ corresponde a la capacitancia por fase por unidad de longitud para un sistema, $[F/m]$

Ejemplo 16

Determinar la matriz de coeficientes de capacitancia de secuencia para la línea del Ejemplo

1. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se consideran los cables de guarda.
2. Se considera que la línea está totalmente transpuesta.
3. Para considerar el efecto que tiene el suelo sobre el campo magnético se utiliza el métodos de las imágenes.

Para determinar la matriz de coeficientes de capacitancia de secuencia se puede realizar mediante la Ecuación (5.18), o se puede emplear directamente la Ecuación (5.19). Para cualquiera de los dos métodos se parte del hecho de conocer la matriz de coeficientes de capacitancia transpuesta determinada en el Ejemplo 12. Entonces:

$$\begin{bmatrix} c^0 \\ c^+ \\ c^- \end{bmatrix} = \frac{1 \times 10^{-9}}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11,0359 & -1,9235 & -1,9235 \\ -1,9235 & 11,0359 & -1,9235 \\ -1,9235 & -1,9235 & 11,0359 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

Entonces:

$$\begin{bmatrix} c^0 \\ c^+ \\ c^- \end{bmatrix} = 1 \times 10^{-9} \begin{bmatrix} 7,1888 & 0 & 0 \\ 0 & 12,9594 & 0 \\ 0 & 0 & 12,9594 \end{bmatrix} [F/km]$$

5.6. CIRCUITOS PARALELOS (DOBLE CIRCUITO)

El cálculo de los coeficientes de capacitancia para una línea con configuración doble circuito se realiza de manera similar a como se vio en la Sección 4.7 de inductancia.

Los coeficientes de capacitancia en una configuración de doble circuito pueden ser expresados matricialmente mediante un equivalente matricial de dimensiones 3x3 ($[c]$) el cual podrá utilizarse para realizar los análisis correspondientes (Para mayor información acerca de la deducción de la impedancia equivalente para un doble circuito puede consultar [3]).

Para determinar la matriz de coeficientes de capacitancia equivalentes 3x3 se parte del hecho de determinar los coeficientes de Maxwell para la configuración deseada la cual se obtiene así:

1. Se determinan los coeficientes de Maxwell ($[P]$), mediante la Ecuación (5.6) y la Ecuación (5.7). La matriz obtenida tendrá dimensiones nxn, donde n corresponde a la cantidad total de conductores del sistema incluyendo fases y guardas. La manera correcta de armar la matriz $[P]$ es haciendo que los primeros elementos determinados correspondan a los conductores de fase y los siguientes a los de guarda, esto se logra enumerando los conductores de manera similar a como se ilustró en la Sección 4.7.
2. La matriz P obtenida se particiona de manera similar a como se hizo en la Ecuación (5.12) pero teniendo presente que para este caso de doble circuito la primer región particionada ($[P_A]$) tendrá dimensión 6x6 ya que corresponde a todos los cables de fase del sistema y las demás matrices $[P_B]$, $[P_C]$, $[P_D]$ tendrán las dimensiones acorde a la cantidad de cables de guarda existentes.
3. Se determina la matriz $[c_P]$ equivalente 6x6 aplicando la Ecuación (5.15).
4. Se determina la matriz $[c_{Peq}]$ de orden 3x3 mediante el siguiente arreglo matemático:

$$4.1. \text{ La matriz } [c_{Peq}] = \begin{bmatrix} c_A & \vdots & c_B \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ c_C & \vdots & c_D \end{bmatrix}$$

Donde:

$[c_A]$, $[c_B]$, $[c_C]$, $[c_D]$ se obtiene al particionar la matriz $[c_{Peq}]$ en cuatro matrices 3x3.

$$4.2. [c_{Peq}] = [c_A] + [c_B] + [c_C] + [c_D]$$

5. Se aplica el proceso de transposición para la matriz obtenida y se determina la matriz $[\hat{c}_{Peq}]$ de forma similar a lo hecho en la Sección 5.4 y así encontrar una matriz similar a la de la Ecuación (5.17).

Donde:

$$[\hat{c}_{Peq}] = \begin{bmatrix} c_{PeqS} & c_{PeqM} & c_{PeqM} \\ c_{PeqM} & c_{PeqS} & c_{PeqM} \\ c_{PeqM} & c_{PeqM} & c_{PeqS} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

6. Finalmente, se obtiene la matriz de componentes de secuencia mediante un proceso similar al expresado en la Sección 5.5. y se obtiene la matriz $[(c_{Peq})_{0+-}]$

Donde:

$$[(c_{Peq})_{0+-}] = \begin{bmatrix} (c_{Peq})^0 \\ (c_{Peq})^+ \\ (c_{Peq})^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{PeqS} + 2c_{PeqM} & 0 & 0 \\ 0 & c_{PeqS} - c_{PeqM} & 0 \\ 0 & 0 & c_{PeqS} - c_{PeqM} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$(c_{Peq})^+ = C = c_{PeqS} - c_{PeqM} \quad (5.22)$$

La Ecuación (5.22) representa la capacitancia por fase por unidad de longitud para un sistema de doble circuito, $[F/m]$

Ejemplo 17

Determinar la capacitancia por fase equivalente de los dos circuitos en paralelo para la línea de transmisión mostrada en el Ejemplo 11. Las consideraciones a tener en cuenta para dicho cálculo son:

1. Se consideran los cables de guarda.
2. Se considera que la línea está totalmente transpuesta.

Siguiendo los pasos dados en la Sección 5.6 se procede a determinar la matriz $[P]$ la cual tendrá dimensiones 8x8 ya que el número total de conductores del sistema son 8. Siguiendo bajo el mismo orden de ideas se determina la matriz $[c_P]$ la cual tiene por dimensiones 6x6 y con esta se determina la matriz equivalente $[c_{Peq}]$ que tiene como resultado:

$$[c_{Peq}] = \begin{bmatrix} 22,2 & -10,8 & -4,5 \\ -10,8 & 26,6 & -10,4 \\ -4,5 & -10,4 & 23,1 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

Se realiza el proceso de transposición obteniendo así:

$$[c_{\hat{P}eq}] = \begin{bmatrix} 24 & -8,5 & -8,5 \\ -8,5 & 24 & -8,5 \\ -8,5 & -8,5 & 24 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

Y al determinar la matriz de impedancia de secuencia se halla:

$$[(c_{Peq})_{0+-}] = \begin{bmatrix} 6,9 & 0 & 0 \\ 0 & 32,5 & 0 \\ 0 & 0 & 32,5 \end{bmatrix} [\Omega/km]$$

Mediante la Ecuación (5.22) se determina la capacitancia de secuencia positiva que a su vez corresponde a la capacitancia equivalente del circuito paralelo por fase del sistema, la cual tiene como resultado:

$$(c_{Peq})^+ = C = 32,5304 [nF/km/fase]$$

5.7. CÁLCULO SIMPLIFICADO DE LA CAPACITANCIA

El cálculo de la capacitancia para un sistema trifásico se puede llevar a cabo mediante los procedimientos vistos hasta el momento, sin embargo, con el fin de realizar un cálculo más rápido pero significativamente igual de confiable se presenta de manera simplificada dicho cálculo teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

- El sistema opera en condiciones balanceadas, es decir que la suma de las corrientes de cada fase es igual a cero. Esto quiere decir que no se presentan corrientes por los cables de guarda ni se presentan retornos por tierra.
- La distancia de una fase a otra es tan grande que se desprecia la distancia entre conductores de un mismo haz.
- Se asume que la línea está totalmente transpuesta (Ver Sección 5.4).
- Se considera el efecto del terreno, es decir, se utiliza el método de las imágenes.
- No se consideran los cables de guarda debido a que no hay corrientes circulando por ellos.

A continuación se presentan las expresiones para determinar la inductancia por fase de manera simplificada para la configuración de circuito sencillo y doble circuito.

5.7.1. Circuito sencillo

Para calcular la capacitancia por fase por unidad de longitud para una configuración de circuito sencillo es conveniente seguir los siguientes pasos:

1. Debido a que la carga de cada conductor se asume que se mantiene constante, la tensión en cada tramo del proceso de transposición cambia, por ello para el conductor 1 en cada uno de los tramos de la línea es:

$$V_1(I) = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \left[q_1 \ln \frac{1}{r} + q_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + q_3 \ln \frac{1}{D_{13}} \right]$$

$$V_1(II) = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \left[q_1 \ln \frac{1}{r} + q_2 \ln \frac{1}{D_{23}} + q_3 \ln \frac{1}{D_{21}} \right]$$

$$V_1(III) = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \left[q_1 \ln \frac{1}{r} + q_2 \ln \frac{1}{D_{31}} + q_3 \ln \frac{1}{D_{32}} \right]$$

2. La tensión promedio para el proceso de transposición del conductor 1 es:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} q_1 \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}}{D_s}$$

3. De la Ecuación (5.1) se tiene que:

$$C_1 = \frac{q_1}{V_1}$$

Si se repite el proceso de manera similar para los conductores sobrantes se tiene que:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C$$

Luego, de manera general se puede decir que:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_o}{\ln \frac{D_m}{D_s}} \quad (5.23)$$

Donde:

C : Capacitancia por fase por unidad de longitud, $[F/m]$

D_s : En caso de que sea un conductor por fase corresponde al radio del mismo. Si son conductores en haz, corresponde al radio medio geométrico de una de las fases del sistema, $[m]$

$D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$: Distancia media geométrica del sistema, $[m]$

D_{12}, D_{23}, D_{31} : Distancias entre fases, $[m]$

Nota: Para las distancias entre fases: Si las fases están conformadas por un solo conductor, estas distancias se toman entre los centros de los mismos; si son conductores en haz, las

distancias medidas corresponden entre los centros de los haces. Estas distancias equivalen a las que se muestran en la Figura 5.2.

Si se desea conocer el proceso de demostración de dicha expresión puede consultar [3], [8].

Ejemplo 18

Determinar la capacitancia por fase del sistema del Ejemplo 1 utilizando el método simplificado. Las consideraciones a tener en cuenta para desarrollar dicho cálculo son las expresadas en la Sección 5.7.

El cálculo de la capacitancia por el método simplificado se lleva a cabo mediante la Ecuación (5.23) obteniendo así:

$$D_s = RMG = 0,1697 : \text{RMG del haz de conductores de una fase, [m]}$$

$$D_{12} = D_{23} = 11, \text{ Distancias entre fases, [m]}$$

$$D_{31} = 22, \text{ Distancias entre fases, [m]}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}} = 13,8591 : \text{Distancia media geométrica del sistema, [m]}$$

Luego, la capacitancia por fase es:

$$C = 12,636 \text{ [nF/km/fase]}$$

5.7.2. Doble circuito

Para calcular la capacitancia por fase por unidad de longitud se realiza un proceso similar al de la inductancia para doble circuito y se asume que la carga permanece constante durante todo el proceso de transposición del sistema.

La capacitancia para este tipo de configuración es la presentada en la Ecuación (5.24). Si se desea conocer mayor información respecto al proceso de demostración de dicha expresión puede consultar [3], [8].

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{mff}}{D_{mf}}} \quad (5.24)$$

Donde:

C : Capacitancia por fase equivalente de los dos circuitos en paralelo por unidad de longitud, [F/m]

$D_{mf} = \sqrt[3]{D_{SR'}D_{SS'}D_{ST'}}$: Distancia media geométrica de fase de línea de dos circuitos, [m]

$D_{SR'} = \sqrt{\hat{R} \times D_{RR'}}$: Distancia media geométrica propia (De manera análoga se determina $D_{SS'}$ y $D_{ST'}$), [m]

\hat{R} : En caso de que sea un conductor por fase corresponde al radio del mismo. Si son conductores en haz, corresponde al radio medio geométrico de una de las fases del sistema, [m]

$D_{RR'}$: Distancia de la fase R de un circuito a la fase R' del otro circuito (De manera análoga se determina $D_{SS'}$ y $D_{TT'}$), [m]

$Dm_{ff} = \sqrt[3]{D_{RS}D_{ST}D_{TR}}$: Distancia media geométrica entre fases de línea de dos circuitos, [m]

$Dm_{RS} = \sqrt[4]{D_{RS} \times D_{RS'} \times D_{R'S} \times D_{R'S'}}$: Distancia media geométrica entre las fases R, S de un circuito y las fases R', S' de otro circuito, [m]

D_{RS} : Distancia de la fase R a la fase S de un circuito (De manera análoga se determina $D_{RS'}$, $D_{R'S}$ y $D_{R'S'}$), [m]

Nota: Para las distancias entre fases: Si las fases están conformadas por un solo conductor, estas distancias se toman entre los centros de los mismos; si son conductores en haz, las distancias medidas corresponden entre los centros de los haces. Estas distancias equivalen a las que se muestran en la Figura 5.2.

La capacitancia por fase de un solo circuito por unidad de longitud cuando la configuración utilizada es la de doble circuito, se puede determinar como $\frac{C}{2}$ ya que los dos circuitos se encuentran conectados en paralelo.

Ejemplo 19

Determinar la capacitancia por fase equivalente de los dos circuitos en paralelo del sistema del Ejemplo 11 utilizando el método simplificado. Las consideraciones a tener en cuenta para desarrollar dicho cálculo son las expresadas en la Sección 5.7.

El cálculo de la capacitancia por el método simplificado se lleva a cabo mediante la Ecuación (5.24) obteniendo así:

$\hat{R} = RMG = 0,1279$: Radio medio geométrico del haz de conductores, [m]

$D_{RR'} = D_{SS'} = D_{TT'} = 7$: Distancia entre fases, [m]

$D_{S_{RR'}} = \sqrt{\hat{R} \times D_{RR'}} = D_{S_{SS'}} = D_{S_{TT'}} = 0,946$: Distancia media geométrica propia, [m]

$Dm_f = \sqrt[3]{D_{S_{RR'}}D_{S_{SS'}}D_{S_{TT'}}} = 0,946$: Distancia media geométrica de fase de línea de dos circuitos, [m]

$D_{RS} = D_{R'S'} = 3$: Distancia de la fase R a la fase S y de la fase R' a la fase S', [m]

$D_{RS'} = D_{R'S} = 7,616$: Distancia de la fase R a la fase S' y de la fase R' a la fase S, [m]

$Dm_{RS} = \sqrt[4]{D_{RS} \times D_{RS'} \times D_{R'S} \times D_{R'S'}} = 4,780$: Distancia media geométrica, [m]

$D_{ST} = D_{S'T'} = 3$: Distancia de la fase R a la fase S y de la fase R' a la fase S', [m]

$D_{ST'} = D_{S'T} = 7,616$: Distancia de la fase R a la fase S' y de la fase R' a la fase S, [m]

$$Dm_{ST} = \sqrt[4]{D_{ST} \times D_{ST'} \times D_{S'T} \times D_{S'T'}} = 4,780 : \text{Distancia media geométrica, [m]}$$

$$D_{TR} = D_{T'R'} = 6 : \text{Distancia de la fase R a la fase S y de la fase R' a la fase S', [m]}$$

$$D_{TR'} = D_{T'R} = 9,220 : \text{Distancia de la fase R a la fase S' y de la fase R' a la fase S, [m]}$$

$$Dm_{TR} = \sqrt[4]{D_{TR} \times D_{TR'} \times D_{T'R} \times D_{T'R'}} = 7,4377 : \text{Distancia media geométrica, [m]}$$

Luego, la capacitancia por fase equivalente de los dos circuitos en paralelo es:

$$C = 30,5382 \text{ [nF/km/fase]}$$

Nota: Dados los resultados de capacitancia obtenidos por el método matricial $C = 32,5304 \text{ [nF/km/fase]}$ y mediante el método simplificado $C = 30,5382 \text{ [nF/km/fase]}$ se aprecia que los valores no difieren en grandes proporciones, lo que podría llevar a pensar que el cálculo simplificado servirá para hacer una estimación preliminar de la capacitancia en un sistema.

6. CONDUCTANCIA

La conductancia G , inversa de la resistencia, se define como la facilidad con que la corriente eléctrica fluye por un medio conductor, modela las fugas de corriente y pérdidas externas de una línea de transmisión. Dichas pérdidas en las líneas de transmisión son debidas a factores externos como el efecto corona y las corrientes de fuga circulantes por los aisladores. Las corrientes de fuga en los aisladores depende de las condiciones meteorológicas, la cantidad de suciedad, sal y otros contaminantes acumulados en el aislador. El efecto corona ocurre cuando un alto valor de la intensidad del campo eléctrico sobre la superficie de un conductor hace que el aire se ionice eléctricamente y depende de las irregularidades en la superficie del conductor y de las condiciones metereológicas principalmente de la lluvia.

Las unidades de G en el sitema internacional de unidades es el Siemens [S].

Dentro de los alcances de este documento no está considerar el cálculo de la conductancia en detalle. Para mayor información acerca de este parámetro puede consultar [3], [9], [10].

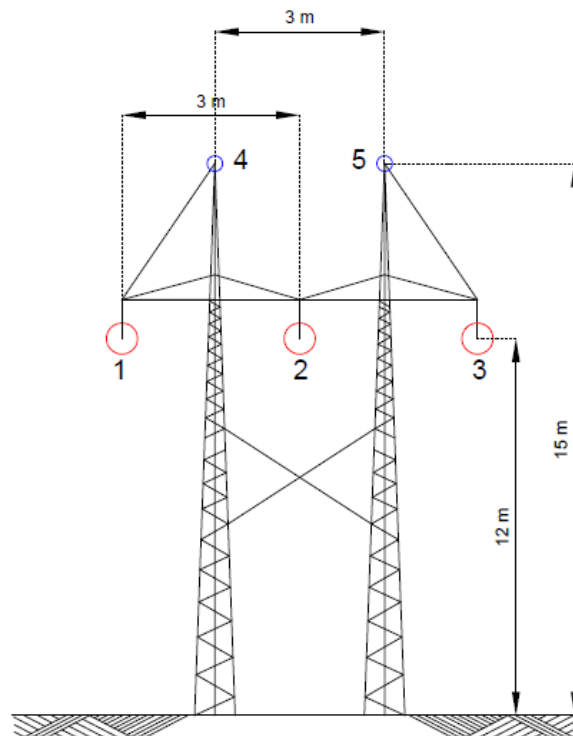
7. EJERCICIOS

1. Calcular la resistencia dc a 50 °C, la inductancia y la capacitancia por fase para la línea transpuesta mostrada en la Figura 7.1. La longitud de la línea es de 50 km, los conductores de las fases son Hawk y los conductores de los cables de guarda son 3/8" HS Steel . La Tabla 7.1 presenta algunos datos del cable de guarda.

Tabla 7.1: Características cable de guarda 3/8" HS Steel

Código	3/8" HS Steel
Sección total	51,1 [mm ²]
Composición hilos de acero	7×3,05 [mm]
Diámetro del conductor	9,52 [mm]
Resistencia a 20°C	2,7955 [Ω/km]

Figura 7.1: Línea de transmisión, ejercicio 1



Nota: Los datos del conductor Hawk se encuentran en el Anexos A y Anexos B , de dichos datos considere el RMG para los cálculos necesarios. Considere el efecto del

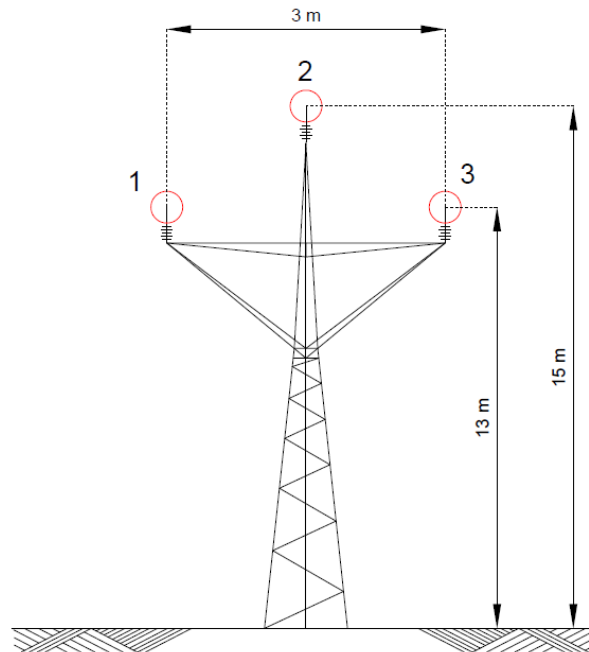
trenzado, suponga que el suelo sobre el cual esta situada la línea es completamente plano y se considera ideal ($\rho = 0$). La resistencia del cable de guarda a 20 °C ya considera el efecto del trenzado.

- Una línea trifásica horizontal de 500 kV, 60 Hz, con tres conductores por fase ACSR Rail, distancia entre conductores de 45 cm. Los espacios entre los centros de los agrupamientos adyacentes son de 8 m y la altura sobre el plano del suelo es de 3 m. Con esta información determinar la resistencia de la línea a 20 °C, su impedancia y capacitancia asociada.

Nota: Para desarrollar los cálculos considere el efecto del terreno, el efecto del trenzado en los conductores, suponga que el suelo sobre el cual esta situada la línea es completamente plano y es un terreno húmedo.

- Calcular la matriz de inductancias y la matriz de coeficientes de capacitancias para la línea de transmisión mostrada en la Figura 7.2. Asuma que la longitud de la línea es de 60 km y que es completamente transpuesta, el conductor usado es Ostrich.

Figura 7.2: Línea de transmisión, ejercicio 4



Nota: Los datos del conductor Ostrich se encuentran en el Anexos A y Anexos B , de dichos datos asuma la resistencia ac a 50°C, el RMG y demás datos que considere necesarios. Suponga que el suelo sobre el cual esta situada la línea es completamente plano y es un terreno seco.

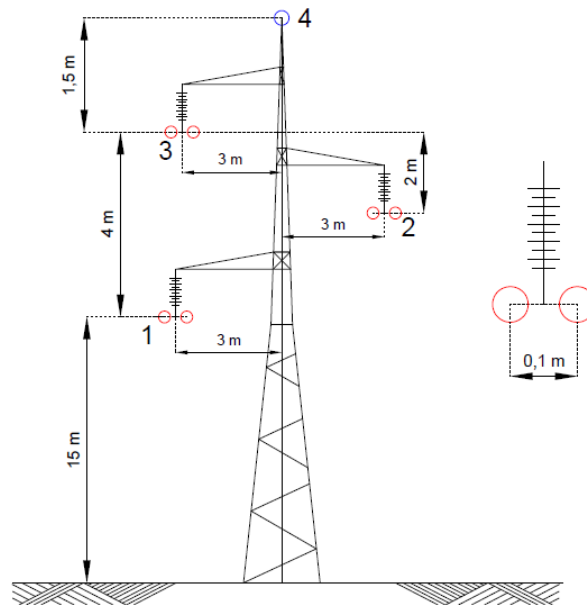
- Determinar las componentes de secuencia para el ejercicio 4.

5. Una línea trifásica de 230 kV, 60 Hz, está compuesta de un conductor ACSR del tipo Bluejay por fase, tiene un espacio horizontal entre conductores adyacentes de 8 m y una altura medida del suelo al conductor de 28 m (suponga que el suelo es completamente plano). Comparar la reactancia inductiva en ohms por kilómetro por fase de esta línea, con la de una que tiene un agrupamiento de dos conductores ACSR por fase del tipo Grosbeak, una separación de 8 m entre centros de agrupamientos adyacentes, una altura de 28 m medidos sobre el plano del suelo y el espacio entre conductores del agrupamiento es de 40 cm.

Nota: Los datos del conductor Drake se encuentran en el Anexos 2 , de dichos datos considere el RMG y demás datos que crea necesarios. Considere el efecto del terreno como un suelo ideal para determinar los cálculos.

6. Determinar la inductancia por fase y la capacitancia por fase para la línea transpuesta mostrada en la Figura 7.3. La longitud de la línea es de 40km, los conductores de las fases es ACSR Drake y el conductor del cable de guarda es 3/8" HS Stell. Los datos del cable de guarda son los mismos que para el ejercicio 1.

Figura 7.3: Línea de transmisión, ejercicio 6



Nota: Los datos del conductor Drake se encuentran en el Anexos A y Anexos B , de dichos datos considere la resistencia ac a 20 °C, el RMG y demás datos que considere necesarios. Suponga que el suelo sobre el cual esta situada la línea es completamente plano y es un terreno seco.

7. Realizar el ejercicio 6 sin considerar el cable de guarda y compare los resultados.

7.1. RESPUESTAS

1. Respuestas:

$$R_{fase50^{\circ}\text{C}} = 6,3776 [\Omega]$$

$$L = 60,425 [mH]$$

$$C = 480,055 [nF]$$

2. Respuestas:

$$X_1 = j0,5020 [\Omega/km]$$

$$X_2 = j0,3801 [\Omega/km]$$

3. Respuestas:

$$R_{20^{\circ}\text{C}} = 19,2985 [m\Omega/km]$$

$$L = 0,8649 [mH/km]$$

$$C = 13,0578 [nF/km]$$

4. Respuestas:

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} 154,284 & 83,034 & 83,034 \\ 83,034 & 154,284 & 83,034 \\ 83,034 & 83,034 & 154,284 \end{bmatrix} [mH]$$

$$\hat{c} = \begin{bmatrix} 476,514 & -107,034 & -107,034 \\ -107,034 & 476,514 & -107,034 \\ -107,034 & -107,034 & 476,514 \end{bmatrix} [nF]$$

5. Respuestas:

$$L_{0+-} = \begin{bmatrix} 320,352 & 0 & 0 \\ 0 & 71,25 & 0 \\ 0 & 0 & 71,25 \end{bmatrix} [mH]$$

$$c_{0+-} = \begin{bmatrix} 262,446 & 0 & 0 \\ 0 & 583,548 & 0 \\ 0 & 0 & 583,548 \end{bmatrix} [nF]$$

6. Respuestas:

$$L = 40,624 [mH]$$

$$C = 441,136 [nF]$$

7. Respuestas:

$$L = 40,632 [mH]$$

$$C = 441,136 [nF]$$

8. HERRAMIENTA COMPUTACIONAL CPEL

Mediante el ambiente Matlab (R)¹, se elabora una herramienta computacional que permite realizar los cálculos para los parámetros eléctricos de una línea de transmisión, los temas implementados son los tratados en este documento.

Esta herramienta, denominada CPEL consta de una interfaz de usuario desarrollada en Matlab y presentada mediante un archivo ejecutable (.exe), el manual de usuario que servirá como guía para realizar un correcto uso de la herramienta y el diagrama de flujo del algoritmo implementado.

8.1. MANUAL DE USUARIO

Este manual de usuario tiene como finalidad proporcionar la información necesaria para hacer un correcto uso de CPEL con lo referente al cálculo de los parámetros en las líneas de transmisión de energía eléctrica aéreas en corriente alterna. Aquí se da el paso a paso para cada una de las opciones de cálculo existentes y la manera adecuada de introducir los datos necesarios.

8.1.1. Requerimientos

Los requerimientos básicos para hacer un buen uso de CPEL son:

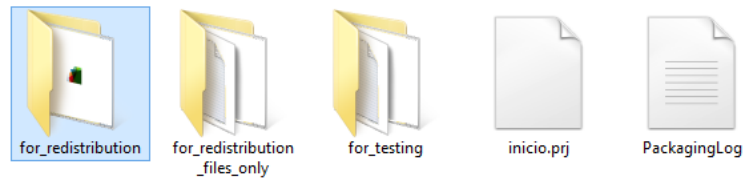
1. Procesador de 1,5 MHz
2. Memoria RAM 1Gb
3. Disco duro 1 Gb libre en el disco C
4. Computador de 64 Bits
5. Visualizador PDF
6. Computador de 64 Bits

8.1.2. Acceso a CPEL

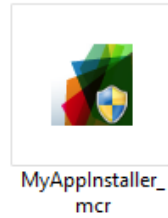
Para lograr acceder a CPEL, primero se deberá instalar el programa que da acceso a ella. Para esto se deben seguir los siguientes pasos:

1. Ubicar la carpeta "CPEL".
2. Ir a "for_redistribution" la cual contiene el instalador del ejecutable para esta herramienta.

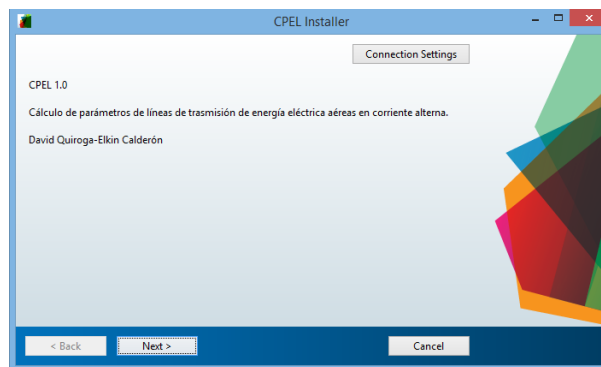
¹Matlab licenciado por la Universidad Industrial de Santander



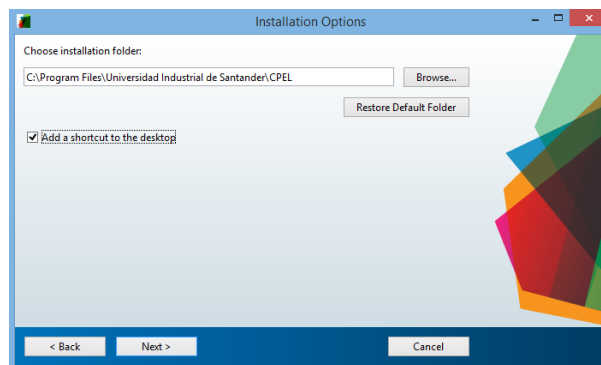
3. Dentro de dicha carpeta ejecutar el instalador:



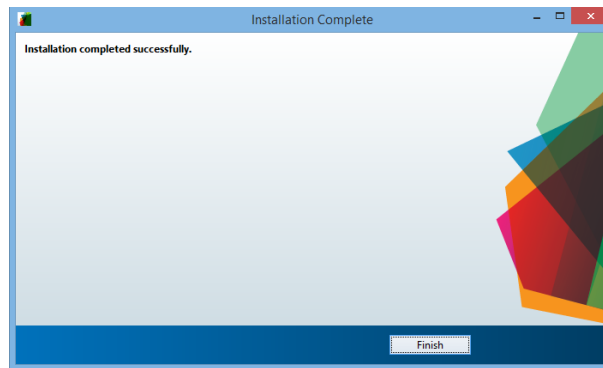
4. La ventana que aparecerá será:



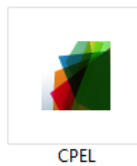
5. Para fácil accesibilidad se puede realizar un acceso directo en el escritorio del ordenador.



6. Continuar con el proceso de instalación hasta finalizarlo totalmente. En este punto la ventana que se observa es:



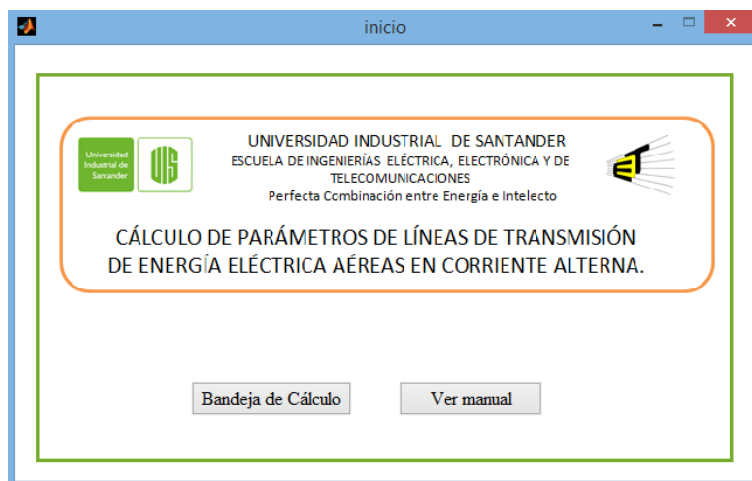
7. Una vez realizado este proceso basta con ubicar el acceso directo creado en el escritorio y ejecutarlo. El ícono creado aparece como "CPEL"



8. Ejecutado "CPEL" se despliega la "Bandeja de inicio"

8.1.3. Bandeja de inicio

Este entorno permite el acceso a la bandeja de cálculo de los parámetros y a este manual de usuario.



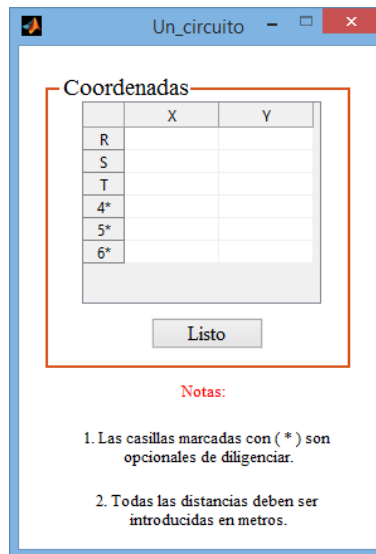
8.1.4. Bandeja de cálculo

Si la opción seleccionada es "Bandeja de cálculo", la ventana a desplegar es:

Esta ventana permite realizar los cálculos de resistencia óhmica (R_{cc}), inductancia (L) y capacitancia (C) para líneas de transmisión de energía eléctrica aéreas de circuito sencillo y doble circuito. Para llevar a cabo dichos cálculos se implementa el uso de conductores de fase y de guarda, los cuales pueden ser macizos, uniformes, no uniformes y pueden estar conformados por disposiciones en haz. Se considera el efecto del trenzado de los conductores por medio de un factor de incremento del 2% y se establece la temperatura a la que se desea el resultado. Además de tener en cuenta las diferentes configuraciones geométricas de las líneas y las características del suelo por donde éstas discurren.

El primer paso a realizar, es seleccionar la cantidad de circuitos que posee la línea.

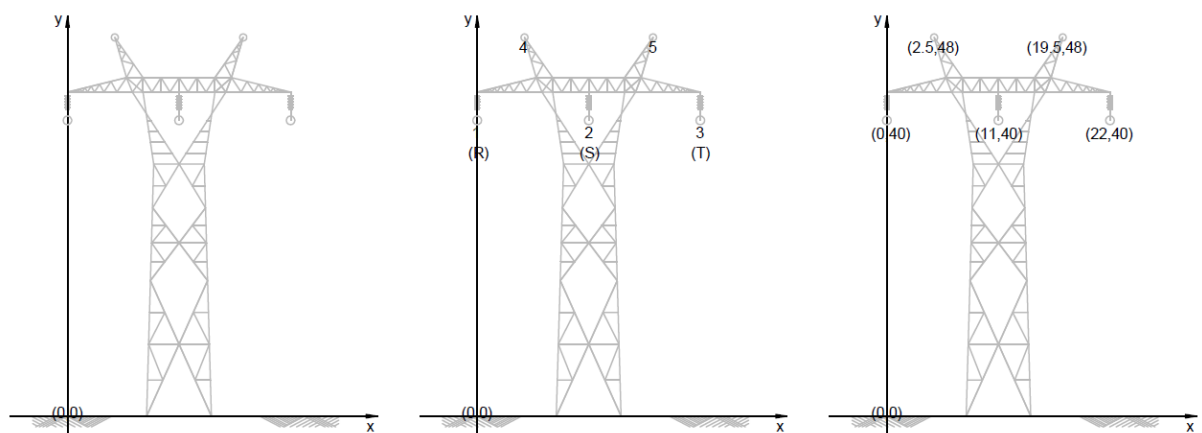
Al pulsar sobre una de las opciones indicadas se desplegará la ventana "Coordenadas" donde se introducen las coordenadas de los conductores dependiendo de la cantidad de circuitos que posea la línea. El botón "Modificar coordenadas" despliega la misma ventana para corregir o introducir nuevos datos.



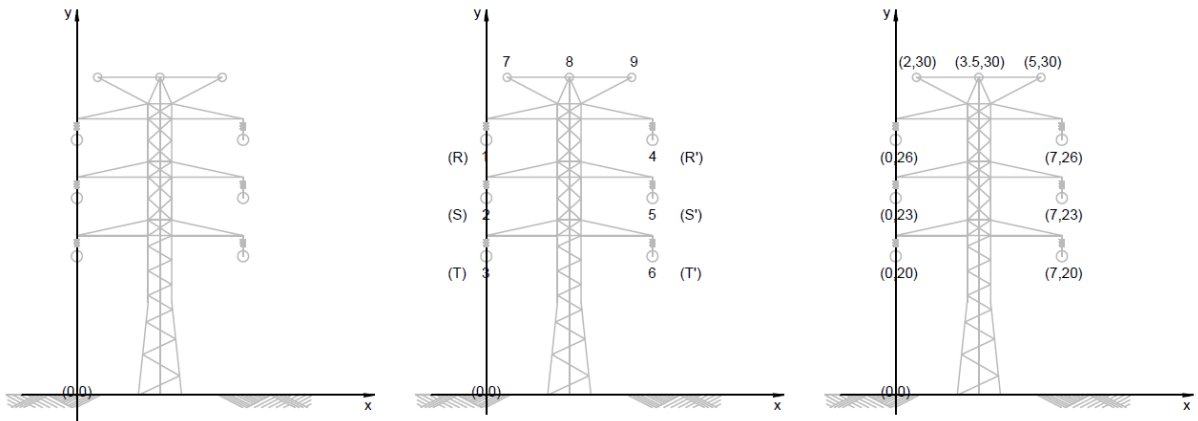
La forma correcta de introducir las coordenadas de los conductores de fase y de guarda es recreando la configuración de la línea. Para esto, es importante considerar los siguientes pasos:

1. Designar un plano cartesiano donde el eje de las abscisas concuerde con el plano del suelo sobre el cual esté situado la línea.
2. Enumerar los conductores de fase y posteriormente los conductores de guarda.
3. Designar las coordenadas de cada uno de los conductores.
4. Introducir las coordenadas designadas en el orden en que fueron enumerados los conductores.

Para una línea con circuito sencillo de forma ejemplificada los pasos a seguir son:



Para una línea con doble circuito de forma ejemplificada los pasos a seguir son:



Una vez introducidos los datos de la línea, se deberá pulsar "Listo" y así continuar con el proceso. A continuación se pulsa "Graficar" para poder ver en pantalla la configuración introducida.

Configuración de la línea

Graficar

El paso a seguir es establecer el número de conductores por fase y llegado el caso que sean más de uno, consignar la distancia de separación entre dos conductores consecutivos de un mismo haz.

Número de conductores por fase

Número

d (m)

A continuación, se selecciona la resistividad del terreno por donde la línea discurre, y se presenta la posibilidad de introducir un valor diferente a los establecidos mediante la opción "Introducir otro", la cual despliega un editor de texto donde se podrá consignar el valor deseado.

Resistividad del terreno

Agua de mar (0.01 ohm m) ▼
Agua de mar (0.01 ohm m)
Agua de mar (1 ohm m)
Terreno pantanoso (10 ohm m)
Terreno pantanoso (100 ohm m)
Tierra promedio húmeda (100 ohm m)
Tierra seca (1000 ohm m)
Pizarra pura (10⁷ ohm m)
Arenisca (10⁹ ohm m)
Introducir otro

Posteriormente, se decide la temperatura a la cual se desea obtener el valor de resistencia.

Temperatura para determinar la resistencia (°C)

El siguiente paso es seleccionar el conductor de las fases mediante la ventana desplegable "Tipo" y en la ventana desplegable "Nombre" seleccionar el conductor deseado.

Conductores de fase

Tipo: ACSR ▼
Nombre: Waxwing ▼

Si el conductor deseado no se encuentra dentro de los ya establecidos, se debe ingresar sus datos así:

1. Escoger cualquiera de las dos opciones de la ventana desplegable "Tipo", dependiendo si el conductor a introducir es de tipo ACSR o ACAR.
2. Buscar dentro de la ventana desplegable "Nombre" la opción de "INTRODUCIR" que se encuentra al final del listado de los allí nombrados.
3. En este punto se desplegará una ventana "F_ACSR" o "F_ACAR" donde se deberán introducir los datos del conductor deseado.
4. Pulsar "Listo".

The screenshot shows a software window titled "F_ACSR" with a subtitle "Características del conductor ACSR de fase.". It contains two main input sections:

- Aluminio (Al):**
 - Número:
 - Diámetro [mm]:
- Acero (St):**
 - Número:
 - Diámetro [mm]:

Additional fields on the right side:

- Diámetro total [mm]:
- RMG [mm]*:

A "Listo" button is located at the bottom right. A red note at the bottom states: "Nota: Las casillas marcadas con (*) son opcionales de diligenciar."

La casilla marcada con (*) no es obligatorio diligenciarla ya que si no se define un valor para ésta el programa realiza el cálculo del RMG asumiendo que el conductor es macizo.

De manera similar como se hizo para los conductores de las fases se lleva a cabo la selección de los conductores de guarda y dado que se necesite introducir un conductor diferente a los existentes, se selecciona la opción "INTRODUCIR" y el proceso se lleva a cabo de manera similar como se explicó para los cables de fase.

The screenshot shows a dropdown menu titled "Conductores de guarda". The "Tipo" field is set to "Acero" and the "Nombre" field is set to "GW5-3/16-062". The dropdown menu is open, showing the following options: "Acero" (highlighted), "ACSR", and "Aluminio".

En este punto, ya se encuentran seleccionados e introducidos los datos necesarios para llevar a cabo los cálculos requeridos y el paso a seguir sería pulsar el botón "Calcular" y en el panel "Parámetros" aparecerá el resultado esperado. El botón "Limpiar" permite deshacer todos los datos seleccionados e introducidos.

Two buttons are shown: "Calcular" and "Limpiar".

El panel "Parámetros" presenta los resultados obtenidos mediante los métodos llevados a cabos en la elaboración de este documento, para el caso de la inductancia y la capacitancia presenta los resultados de manera matricial y simplificada.

Parámetros

Resistencia m Ω / km °C

Inductancia

Método matricial (Suelo ideal)

Método matricial (Suelo real) mH / km

Método simplificado

Capacitancia nF / km

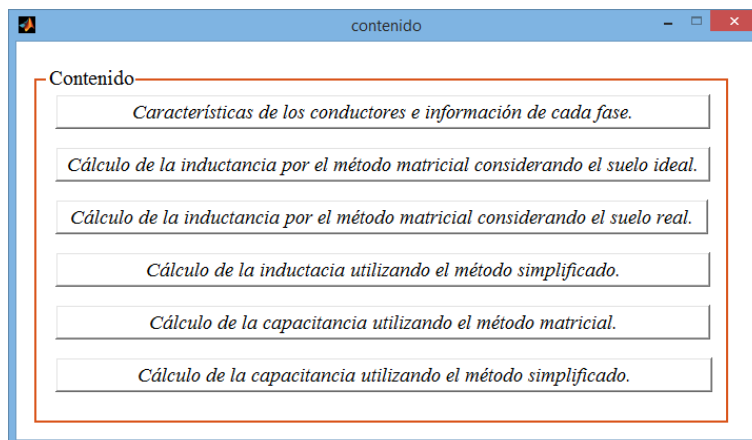
Método matricial

Método simplificado

Los botones restantes son:



El botón "Informe" despliega los resultados esperados mediante los métodos matriciales y simplificados mostrando allí los datos introducidos y casillas seleccionadas, además presenta abreviadamente los procesos matemáticos llevados a cabo para obtener un resultado. Para acceder a ellos basta con pulsar en el cálculo implementado deseado.



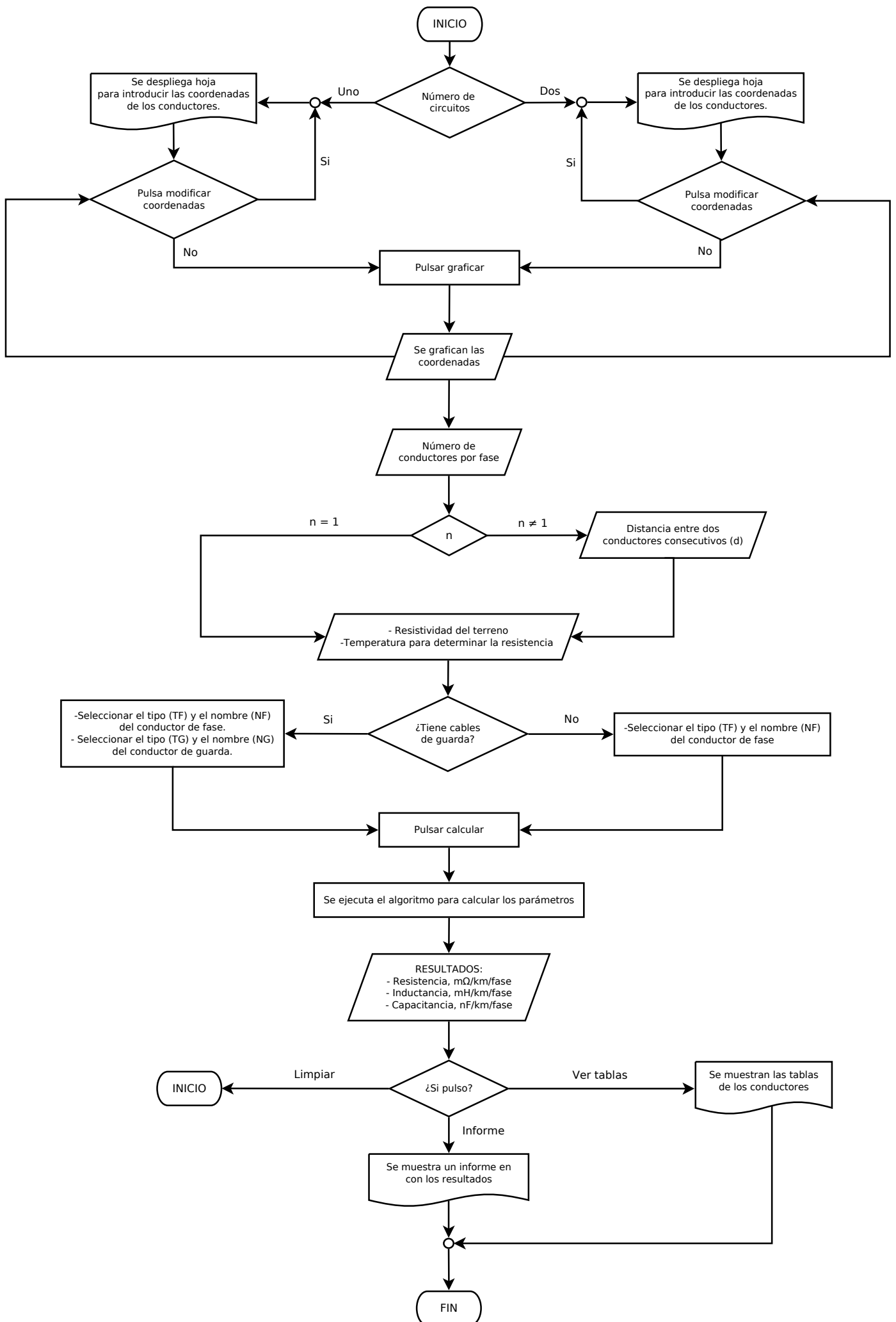
El botón "Inicio" conduce a la bandeja de inicio mostrada en la sección 8.1.3. El botón "Ver tablas" despliega un archivo PDF con mayor información acerca de las tablas de conductores para fase y para guarda utilizados en esta herramienta y finalmente, el botón "Posibles errores" brinda ayuda acerca de un procedimiento mal hecho o un dato mal introducido.

El botón "Posibles errores" brinda información cómo:

1. Introducir punto (.) y no coma (,) para separar las cifras decimales.
2. Todos los cuadros de texto y ventanas desplegadas que aparecen deberán estar diligenciados y seleccionados.
3. Las ventanas desplegadas aparecen con una selección por defecto, sin embargo hay que seleccionar nuevamente el ítem deseado.
4. El número de conductores por haz debe ser un número entero.
5. Tener presente las unidades en las que hay que introducir los datos.

8.2. DIAGRAMA DE FLUJO

A continuación se presenta el algoritmo de la herramienta computacional CPEL mediante un diagrama de flujo.



9. CONCLUSIONES

1. Cumpliendo con el primer objetivo específico planteado, se presentan los métodos consignados en este documento tienen como finalidad calcular los parámetros eléctricos (resistencia, inductancia y capacitancia) de una línea de transmisión de energía eléctrica aérea para la configuración de circuito sencillo y doble circuito. La determinación de la resistencia se presentó mediante la estimación de la resistencia óhmica de un conductor y varios conductores en haz, los cálculos de inductancia y de capacitancia se llevaron a cabo mediante dos métodos, uno matricial en el que se consideraron las características del terreno (suelo ideal o suelo real) además de la presencia de cables de guarda y otro que se desarrolló de manera simplificada bajo algunas consideraciones importantes como el sistema transpuesto y balanceado, entre otros. Estos métodos consideraron factores como la disposición de los conductores, la configuración geométrica de la línea, la frecuencia y el nivel de tensión del sistema, así como las condiciones ambientales por donde la línea discurre. Lo anterior, con el fin de obtener resultados analíticos lo más semejantes posibles a los que se obtienen realizando mediciones mediante los diferentes equipos.
2. Satisfaciendo lo planteado en el segundo objetivo específico planteado se presenta este documento que servirá como material de estudio y repaso para los interesados en calcular la resistencia, inductancia y capacitancia de una línea de transmisión de energía eléctrica aérea compuesta por uno o dos circuitos, ya que aparte de presentar los diferentes métodos para determinar los parámetros también propone como ejemplo dos líneas de transmisión, la primera es una línea de transmisión compuesta por un circuito y la segunda está compuesta por dos circuitos, ambas tienen 4 conductores por haz, cables de guarda, y las respectivas características de los conductores que conforman cada línea, esto con el objetivo de aplicar los diferentes métodos propuestos en este documento y contrastar los resultados obtenidos. Al finalizar el documento se proponen siete ejercicios con sus respectivas respuestas para que el lector pueda seguir afianzando y poniendo en práctica los conceptos obtenidos.
3. Cumpliendo con el tercer objetivo específico planteado, se desarrolló una herramienta computacional en MATLAB llamada CPEL, en la cual se implementaron los métodos propuestos en este documento con el fin de determinar los parámetros de resistencia, inductancia y capacitancia. CPEL cuenta con un manual de usuario que servirá como guía para hacer un correcto uso de la herramienta. La información que se debe diligenciar en la interfaz de usuario son: la cantidad de circuitos que tiene la línea, el número de conductores por haz y la distancia entre ellos, la temperatura a la cual se desea determinar la resistencia, seleccionar el nombre del conductor de fase y de guarda en caso de tenerlo, la resistividad del terreno y las coordenadas de los conductores. CPEL presenta en una misma ventana los resultados de resistencia, inductancia y capacitancia obtenidos mediante los diferentes métodos, también presenta la opción de ver en mayor detalle los resultados obtenidos en el proceso de cálculo de los parámetros..

10. BIBLIOGRAFÍA

10.1. CONSULTAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] CARDONA, Leonardo. Modelación de redes de transmisión de energía eléctrica. Medellín. 2004.
- [2] BEGAMUDRE, Rakosh. Extra high voltage ac transmission engineering. Third edition, New Age International. Kanpur. 2006.
- [3] GLOVER, Duncan & SARMA, Mulukutla & OVERBYE, Thomas. Power System analysis and design. Fifth edition, Cengage Learning. Stamford. 2012.
- [4] ANDERSON, Paul. Analysis of faulted power systems. IEEE PRESS. Iowa 1995.
- [5] GRAINGER, John & STEVENSON, William. Análisis de sistemas de potencia. Mc Graw Hill. Traducido: México 1996.
- [6] VITTAL, Vijay & BERGEN, Arthur. Power systems analysis. Second edition, Prentice Hall. New Jersey. 2000.
- [7] MEJÍA VILLEGAS. Subestaciones de alta y extra alta tensión. Segunda edición, HMV. Medellín. 1991.
- [8] COMÍN, Pascual & VECINO, Fernando & MOHINO, Jorge & SANZ, Alberto. Cálculo y diseño de líneas eléctricas de alta tensión. Garceta. España. 2008.
- [9] EPRI. AC Transmission Line Reference Book—200 kV and Above. Third Edition, EPRI. Palo Alto. 2005.
- [10] KIESSLING, F & NEFZGER, P & NOLASCO, J & KAINZ, U. Overhead power lines. Springer. Berlin. 2003.
- [11] KOTHARI, D & NAGRATH I. Modern power system analysis. Third Edition, Mc Graw Hill. New Delhi. 2003.
- [12] MINISTERIO DE MINAS Y ENERGÍA, COLOMBIA. Actualización (agosto, 2013). Reglamento técnico de instalaciones eléctricas. Bogotá. 2013.

10.2. REFERENCIAS

- ANDERSON, Paul. Analysis of faulted power systems. IEEE PRESS. Iowa 1995.
- BEGAMUDRE, Rakosh. Extra high voltage ac transmission engineering. Third edition, New Age International. Kanpur. 2006.
- CARDONA, Leonardo. Modelación de redes de transmisión de energía eléctrica. Medellín. 2004.
- COMÍN, Pascual & VECINO, Fernando & MOHINO, Jorge & SANZ, Alberto. Cálculo y diseño de líneas eléctricas de alta tensión. Garceta. España. 2008.
- EPRI. AC Transmission Line Reference Book—200 kV and Above. Third Edition, EPRI. Palo Alto. 2005.
- GLOVER, Duncan & SARMA, Mulukutla & OVERBYE, Thomas. Power System analysis and design. Fifth edition, Cengage Learning. Stamford. 2012.
- GRAINGER, John & STEVENSON, William. Análisis de sistemas de potencia. Mc Graw Hill. Traducido: México 1996.
- KIESSLING, F & NEFZGER, P & NOLASCO, J & KAINZ, U. Overhead power lines. Springer. Berlin. 2003.
- KOTHARI, D & NAGRATH I. Modern power system analysis. Third Edition, McGraw Hill. New Delhi. 2003.
- MEJÍA VILLEGAS. Subestaciones de alta y extra alta tensión. Segunda edición, HMV. Medellín. 1991.
- MINISTERIO DE MINAS Y ENERGÍA, COLOMBIA. Actualización (agosto, 2013). Reglamento técnico de instalaciones eléctricas. Bogotá. 2013.
- MOORE, Holly. Matlab para ingenieros. Pearson. Salt Lake. 2007.
- NAVAS, Eduardo. Taller básico de edición profesional de documentos con Lyx. Versión 1,5. El Salvador. 2011.
- VITTAL, Vijay & BERGEN, Arthur. Power systems analysis. Second edition, Prentice Hall. New Jersey. 2000.

Anexos

Anexo A. Tabla de conductores de guarda

■ Conductores de acero

Código	Composición hilos x diámetro del hilo		Sección total [mm ²]	Diámetro del conductor [mm]	RMG [mm]
	Acero (St)				
	[mm]				
GW5-3/16-062	7 x 1,5748		13,6345	4,7625	1,7278
GW6-3/16-065	7 x 1,651		14,9859	4,7625	1,7278
GW7-7/32-072	7 x 1,8288		18,3874	5,55625	2,0158
GW8-1/4-080	7 x 2,032		22,7005	6,35	2,3038
GW9-9/32-093	7 x 2,3622		30,6776	7,14375	2,5918
GW10-5 /16-104	7 x 2,6416		38,3638	7,9375	2,8797
GW11-5 /16-109	7 x 2,7686		42,1413	7,9375	2,8797
GW12-3/8-120	7 x 3,048		51,0761	9,525	3,4557
GW13-7/16-145	7 x 3,683		74,5747	11,1125	4,0316
GW14-1/2-165	7 x 4,191		96,5658	12,7	4,6076
GW15-9/16-188	7 x 4,7752		125,3635	14,2875	5,1835
GW16-5/8-207	7 x 5,2578		151,9834	15,875	5,7595
GW17-1/2-100	19 x 2,54		96,2744	12,7	4,8108
GW18-9/16-113	19 x 2,8702		122,9328	14,2875	5,4121
GW19-5/8-125	19 x 3,175		150,4288	15,875	6,0135
GW20-3/4-150	19 x 3,81		216,6174	19,05	7,2161
GW21-7/8-177	19 x 4,4958		301,6181	22,225	8,4188
GW22-1-200	19 x 5,08		385,0977	25,4	9,6215

■ Conductores ACSR

Código	kCM	Composición hilos x diámetro del hilo		Sección total [mm ²]	Diámetro del conductor [mm]	RMG [mm]
		Aluminio (Al)	Acero (St)			
		[mm]	[mm]			
Petrel	101,8	12 x 2,339	7 x 2,339	81,7	11,709	4,54
Minorca	110,8	12 x 2,441	7 x 2,441	88,9	12,192	4,73
Leghorn	134,6	12 x 2,69	7 x 2,69	108	13,437	5,22
Guinea	159	12 x 2,924	7 x 2,924	127,5	14,63	5,67
Dotterel	176,9	12 x 3,084	7 x 3,084	141,9	15,418	5,98
Dorking	190,8	12 x 3,203	7 x 3,203	153,1	16,027	6,21
Cochin	211,3	12 x 3,371	7 x 3,371	169,5	16,866	6,54
Brahma	203,2	16 x 2,863	19 x 2,482	104,9	18,136	7,43

Anexo B. Tabla de conductores para las fases Conductores ACSR

Código	kcm	Número de hilos x diámetro del hilo [mm]		Sección total [mm ²]	Diámetro del conductor [mm]	RMG [mm]	Resistencia [Ω/km]				Corriente Asignada [A]
		Aluminio (Al)	Acero (St)				dc	ac-60 Hz			
							20 °C	25 °C	50 °C	75 °C	
Waxwing	266,8	18 x 3,091	1 x 3,091	143	15,469	6,00456	0,21114	0,21562	0,23736	0,25849	460
Partridge	266,8	26 x 2,573	7 x 2,002	157	16,307	6,61416	0,20903	0,21375	0,23426	0,25538	460
Ostrich	300	26 x 2,728	7 x 2,121	177	17,272	7,0104	0,18598	0,19014	0,20878	0,22742	490
Merlin	336,4	18 x 3,472	1 x 3,472	180	17,374	6,73608	0,16734	0,17150	0,18828	0,20505	530
Linnet	336,4	26 x 2,888	7 x 2,245	198	18,288	7,43712	0,16597	0,16963	0,18641	0,20319	530
Oriole	336,4	30 x 2,690	7 x 2,690	210	18,821	7,7724	0,16466	0,17088	0,18455	0,20132	530
Chickadee	397,5	18 x 3,774	1 x 3,774	213	18,872	7,3152	0,14161	0,14540	0,15969	0,17336	590
Ibis	397,5	26 x 3,139	7 x 2,441	234	19,888	8,0772	0,14043	0,14354	0,15783	0,17212	590
Lark	397,5	30 x 2,924	7 x 2,924	248	20,472	8,44296	0,13937	0,14229	0,15659	0,17026	600
Pelican	477	18 x 4,135	1 x 4,135	255	20,676	8,01624	0,11800	0,12117	0,13297	0,14478	670
Flicker	477	24 x 3,581	7 x 2,388	273	21,488	8,62584	0,11738	0,12055	0,13235	0,14416	670
Hawk	477	26 x 3,439	7 x 2,675	281	21,793	8,8392	0,11700	0,11992	0,13173	0,14354	670
Hen	477	30 x 3,203	7 x 3,203	298	22,428	9,26592	0,11613	0,11868	0,13049	0,14229	670
Osprey	556,5	18 x 4,465	1 x 4,465	298	22,327	8,65632	0,10122	0,10439	0,11433	0,12427	730
Parakeet	556,5	24 x 3,868	7 x 2,578	319	23,216	9,32688	0,10066	0,10315	0,11371	0,12365	730
Dove	556,5	26 x 3,716	7 x 2,891	328	23,546	9,54024	0,10023	0,10315	0,11309	0,12303	730
Eagle	556,5	30 x 3,459	7 x 3,459	348	24,206	9,99744	0,09954	0,10191	0,11185	0,12179	730
Peacock	605	24 x 4,034	7 x 2,690	346	24,206	9,72312	0,09258	0,09507	0,10439	0,11371	750
Squab	605	26 x 3,873	7 x 3,012	356	24,536	9,96696	0,09227	0,09507	0,10377	0,11309	750
Teal	605	30 x 3,607	19 x 2,164	376	25,248	9,87552	0,09165	0,09383	0,10315	0,11247	750
Kingbird	636	18 x 4,775	1 x 4,775	340	23,876	9,17448	0,08823	0,09134	0,10066	0,10874	760
Rook	636	24 x 4,135	7 x 2,756	364	24,816	9,96696	0,08805	0,09072	0,09942	0,10812	760
Grosbeak	636	26 x 3,973	7 x 3,089	375	25,146	10,2108	0,08768	0,09010	0,09880	0,10750	760
Swift	636	36 x 3,376	1 x 3,376	331	23,522	9,144	0,08761	0,09196	0,10066	0,10936	760
Egret	636	30 x 3,698	19 x 2,220	396	25,883	10,69848	0,08718	0,08948	0,09818	0,10688	770
Flamingo	666,6	24 x 4,234	7 x 2,822	382	25,4	10,2108	0,08401	0,08637	0,09507	0,10315	770
Crow	715,5	54 x 2,924	7 x 2,924	409	26,314	11,33856	0,07755	0,07954	0,08761	0,09507	800
Starling	715,5	26 x 4,214	7 x 3,277	422	26,695	10,8204	0,07792	0,08016	0,08823	0,09569	800
Redwing	715,5	30 x 3,922	19 x 2,352	445	27,457	11,33856	0,07755	0,07954	0,08761	0,09507	800
Coot	795	36 x 3,774	1 x 3,774	414	26,416	10,2108	0,07121	0,07394	0,08078	0,08823	840

Anexo B. Tabla de conductores para las fases Conductores ACAR

Código	kcm	Composición hilos x diámetro del hilo [mm]		Sección total [mm ²]	Diámetro del conductor [mm]	RMG [mm]	Resistencia dc [Ω/km]	Corriente Asignada [A]
		Aluminio (Al-1350)	Aluminio Reforzado (Al-6201)				20 °C	
12/7 - 250	250	12 x 2,914	7 x 2,914	126,68	14,57	6,77	0,24417	417
12/7 - 300	300	12 x 3,192	7 x 3,192	152,01	15,96	7,42	0,20347	467
12/7 - 350	350	12 x 3,447	7 x 3,447	177,35	17,24	8,02	0,17440	515
12/7 - 400	400	12 x 3,69	7 x 3,69	202,68	18,4	8,57	0,15260	560
12/7 - 450	450	12 x 3,91	7 x 3,91	228,02	19,54	9,09	0,13565	603
12/7 - 500	500	12 x 4,120	7 x 4,120	253,35	20,6	9,58	0,12208	644
18/19 - 500	500	18 x 2,953	19 x 2,953	253,35	20,7	9,4	0,12480	638
18/19 - 550	550	18 x 3,10	19 x 3,10	278,69	21,68	9,86	0,11345	678
18/19 - 600	600	18 x 3,23	19 x 3,23	304,02	22,64	10,3	0,10400	714
18/19 - 650	650	18 x 3,37	19 x 3,37	329,36	23,57	10,72	0,09600	753
18/19 - 700	700	18 x 3,49	19 x 3,49	354,70	24,46	11,13	0,08914	786
18/19 - 750	750	18 x 3,62	19 x 3,62	380,03	25,31	11,52	0,08320	823
18/19 - 800	800	18 x 3,735	19 x 3,735	405,37	26,14	11,9	0,07800	855
18/19 - 850	850	18 x 3,85	19 x 3,85	430,70	26,95	12,26	0,07341	888
18/19 - 900	900	18 x 3,96	19 x 3,96	456,04	27,7	12,62	0,06933	920
18/19 - 950	950	18 x 4,07	19 x 4,07	481,37	28,49	28,49	0,06568	951
18/19 - 1000	1000	18 x 4,176	19 x 4,176	506,71	29,23	29,23	0,06240	981
18/19 - 1100	1100	18 x 4,380	19 x 4,380	557,38	30,66	30,66	0,05673	1040
18/19 - 1200	1200	18 x 4,574	19 x 4,574	608,05	32,02	32,02	0,05200	1096
30/7 - 500	500	30 x 2,95	7 x 2,95	253,35	20,7	9,4	0,11889	651
30/7 - 700	700	30 x 3,49	7 x 3,49	354,70	24,46	11,13	0,08492	802
30/7 - 750	750	30 x 3,62	7 x 3,62	380,03	25,31	11,52	0,07926	839
30/7 - 900	900	30 x 3,96	7 x 3,96	456,04	27,7	12,62	0,06605	938
30/7 - 950	950	30 x 4,070	7 x 4,070	481,37	28,5	12,96	0,06257	970
30/7 - 1000	1000	30 x 4,18	7 x 4,18	506,71	29,23	13,3	0,05944	1002
30/7 - 1100	1100	30 x 4,380	7 x 4,380	557,38	30,66	13,95	0,05404	1061
30/7 - 1200	1200	30 x 4,574	7 x 4,574	608,05	32,02	14,57	0,04954	1118
24/13 - 500	500	24 x 2,95	13 x 2,95	253,35	20,7	9,4	0,12177	644
24/13 - 600	600	24 x 3,235	13 x 3,235	304,02	22,64	10,3	0,10148	723

Distancias verticales mínimas de seguridad

Tensión nominal entre fases (kV)	Distancia (m)	Descripción
500	11,5	Distancia mínima al suelo en cruces con carreteras, calles, callejones, zonas peatonales, áreas sujetas a tráfico vehicular.
130/220	8,5	
115/110	6,1	
66/57,5	5,8	
44/34,5/33	5,6	
13,8/13,2/11,4/7,6	5,6	
<1	5	
500	11,5	Distancia mínima al suelo desde líneas que recorren avenidas, carreteras y calles.
130/220	8	
115/110	6,1	
66/57,5	5,8	
44/34,5/33	5,6	
13,8/13,2/11,4/7,6	5,6	
<1	5	
500	8,6	Distancia mínima al suelo en zonas de bosques de arbustos, cultivos, etc. Siempre que se pueda controlar la altura de los cultivos o bosques.
130/220	6,8	
115/110	6,1	
66/57,5	5,8	
44/34,5/33	5,6	
13,8/13,2/11,4/7,6	5,6	
<1	5	
500	11,1	En áreas de bosques y huertos donde sus copas puedan ocasionar acercamiento peligrosos o en cruces de ferrocarriles sin electrificar.
130/220	9,3	
115/110	8,6	
66/57,5	8,3	
44/34,5/33	8,1	
13,8/13,2/11,4/7,6	8,1	
<1	7,5	
500	4,8	Distancia mínima vertical en el cruce a los conductores alimentadores de ferrocarriles electrificados, teleférico, tranvías y trole-buses.
130/220	3	
115/110	2,3	
66/57,5	2	
44/34,5/33	1,8	
13,8/13,2/11,4/7,6	1,8	
<1	1,2	