

**Diseño de un modelo de recolección de residuos de aceites y grasas de origen animal y vegetal en las comunas 9, 10 y 11 de Bucaramanga**

**Paula Andrea Cabrales Navarro**

**Juan Pablo Galeano Ríos**

**Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Industrial**

**Director:**

**Javier Arias Osorio**

**Magíster en Administración**

**Universidad Industrial de Santander**

**Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas**

**Escuela de Estudios Industriales y Empresariales**

**Bucaramanga**

**2017**

### **Agradecimientos**

A nuestro director el profesor Javier Arias Osorio por brindarnos su apoyo y colaboración durante la realización de este proyecto.

Al ingeniero Jorge Reyes y la Institución Educativa la Libertad por depositar su confianza en nosotros para llevar a cabo esta investigación.

A la Universidad Industrial de Santander y la Escuela de Estudios Industriales y Empresariales por la formación académica adquirida durante el transcurso de nuestra carrera.

**Dedicatoria**

*A mi hijo Juan Esteban, mi mayor felicidad en la vida, mi razón de ser y mi motivación diaria para lograr todas las metas que me propongo.*

*A mis padres Fredy Cabrales y Elsa Navarro por confiar siempre en mí y brindarme su apoyo y comprensión para lograr mi sueño de ser profesional.*

*A mis hermanos Fredy y Rafael Cabrales quienes me han guiado en este camino y han sido mi ejemplo a seguir por sus valiosas virtudes.*

**Paula Andrea Cabrales Navarro**

*A mis padres Juan Carlos Galeano y Marisol Ríos por su amor inconmensurable y apoyo incondicional para lograr mi meta de ser ingeniero.*

*A mi madrina Balbina Macías por brindarme un espacio en su hogar y ser mi sostenimiento en el momento oportuno.*

*A mi familia, amigos y mentores que aportaron su grano de arena en este proceso académico y personal*

**Juan Pablo Galeano Ríos**

**Tabla de Contenido**

Introducción ..... 18

1. Generalidades del Proyecto..... 22

1.1 Planteamiento del problema..... 22

1.2 Justificación del proyecto ..... 25

2. Objetivos ..... 29

2.1 Objetivo general..... 29

2.2 Objetivos específicos ..... 29

3. Revisión de la Literatura..... 30

4. Marco teórico ..... 45

4.1 Logística de transporte ..... 46

4.1.1 Transporte urbano de mercancías. .... 48

4.1.2 Transporte de residuos. .... 49

4.1.3 Logística Inversa. .... 50

4.2 Gestión de Residuos..... 51

4.2.1 Normatividad. .... 52

4.3 Optimización Combinatoria..... 54

4.4 Complejidad Computacional ..... 56

4.4.1 Problemas NP-Hard. .... 57

4.5 Métodos de solución de un problema de optimización combinatoria..... 57

4.5.1 Métodos Exactos..... 58

4.5.2 Métodos Heurísticos. .... 60

4.5.3 Métodos metaheurísticos. ....	61
4.6 Computación Evolutiva .....	65
4.6.2 Estrategia evolutiva (ES). ....	67
4.6.3 Algoritmos Genéticos (GA).....	67
4.7 Facility Location Problem (FLP) .....	71
4.7.1 Uncapacitated facility location problem (UFLP).....	72
4.7.2 Capacitated facility location problem (CFLP).....	72
4.8 Vehicle Routing Problem (VRP) .....	72
4.8.1 Variantes y extensiones del VRP .....	73
4.9 Location- Routing Problem (LRP).....	75
4.10 Herramientas .....	76
4.10.1 Sistema de Información Geográfica (SIG). ....	76
4.10.2 Interfaz de Programación de Aplicaciones (API). ....	77
5. Análisis del territorio objeto de estudio .....	77
5.1 Producción de aceite residual en el territorio objeto de estudio .....	79
6. Diseño del modelo matemático de localización.....	81
6.1 Características del modelo .....	81
6.2 Recursos disponibles.....	83
6.3 Contenedor asignado por conjunto residencial .....	85
6.4 Matriz de distancias .....	85
6.5 Formulación del modelo matemático.....	88
6.6 Solución del modelo matemático de localización.....	90
6.7 Modificaciones de capacidad.....	93

MODELO DE RECOLECCIÓN DE RESIDUOS DE ACEITES Y GRASAS	10
6.8 Presupuesto localización de instalaciones .....	94
7. Diseño de las rutas de transporte .....	95
7.1 Análisis de mapas .....	97
7.2 Descripción de la ruta .....	99
7.3 Segmentación del territorio.....	100
7.3.1 Algoritmo K-means .....	100
7.3.2 Programación del algoritmo K-means. ....	101
7.3.3 Resultados iniciales.....	102
7.3.4 Segmentación final.....	103
8. Formulación del modelo de ruteo vehículos .....	105
8.1 Características del modelo .....	105
8.2 Problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo .....	105
8.3 Formulación del modelo matemático VRPTW.....	107
8.4 Métodos Metaheurísticos para el VRPTW .....	112
8.5 Optimización Colonia de hormigas .....	114
8.5.1 Algoritmo artificial de colonia de hormigas. ....	116
9. Solución al VRPTW usando el Algoritmo de sistema de Hormigas Evolutivo .....	120
9.1 Fase de iniciación.....	121
9.2 Creación de soluciones .....	126
9.3 Mejoramiento de la solución.....	127
9.4 Comparación de la soluciones .....	129
9.5 Actualización de feromonas.....	129
9.6 Acumulación del número de iteraciones.....	130

9.7 Representación de las rutas ..... 130

10. Validación del algoritmo..... 130

10.1 Resultados de la validación..... 132

11. Resultados computacionales ..... 134

11.1 Presupuesto del proceso de recolección..... 146

13. Conclusiones ..... 147

14. Recomendaciones ..... 149

Referencias Bibliográficas ..... 150

**Lista de tablas**

Tabla 1. Información cuantitativa requerida para las comunas 9, 10 y 11. .... 78

Tabla 2. Simbología representativa de los sitios estratégicos para el modelo ..... 79

Tabla 3. Producción mensual de aceite residual ..... 80

Tabla 4. Costo de los contenedores según su capacidad..... 83

Tabla 5. Características del vehículo. .... 84

Tabla 6. Puntos de recolección definitivos ..... 91

Tabla 7. Producción de aceite residual y contenedores asignados por punto de recolección ..... 92

Tabla 8. División de la producción y asignación de contenedores por punto de recolección. .... 94

Tabla 9. Costo total requerido para localización de instalaciones. .... 95

Tabla 10. Asignación de clústers y cambios de grupos. .... 104

Tabla 11. Comparación de resultados por instancia. .... 133

Tabla 12. Comparación de resultados por promedio de instancias R1. .... 133

Tabla 13. Asignación de rutas clúster 1. .... 135

Tabla 14. Asignación de rutas clúster 2. .... 136

Tabla 15. Asignación de rutas clúster 3. .... 137

Tabla 16. Asignación de rutas clúster 4. .... 137

Tabla 17. Asignación de rutas clúster 5. .... 138

Tabla 18. Asignación de rutas clúster 6. .... 138

Tabla 19. Asignación de rutas clúster 7. .... 139

Tabla 20. Asignación de rutas clúster 8. .... 139

Tabla 21. Asignación de rutas clúster 9. .... 140

Tabla 22. Asignación de rutas clúster 10.....	140
Tabla 23. Asignación de rutas clúster 11.....	141
Tabla 24. Asignación de rutas clúster 12.....	141
Tabla 25. Asignación de rutas clúster 13.....	142
Tabla 26. Asignación de rutas clúster 14.....	142
Tabla 27. Asignación de rutas clúster 15.....	143
Tabla 28. Asignación de rutas clúster 16.....	143
Tabla 29. Asignación de rutas clúster 17.....	144
Tabla 30. Asignación de rutas clúster 18.....	145
Tabla 31. Asignación de rutas clúster 19.....	145
Tabla 32. Asignación de rutas clúster 20.....	146
Tabla 33. Presupuesto total del modelo de recolección.....	147

**Lista de Figuras**

Figura 1. Funciones logísticas.....	47
Figura 2. Métodos de solución de un problema de optimización combinatoria. ....	58
Figura 3. Esquema general de un algoritmo evolutivo. ....	66
Figura 4. Operaciones básicas en algoritmos genéticos.....	70
Figura 5. Mapa división político urbana de Bucaramanga .....	78
Figura 6. Ubicación en el mapa de los sitios estratégicos para el modelo.....	80
Figura 7. Ubicación en el mapa de colegios, juntas de acción comunal y CAI's. ....	82
Figura 8. Puntos de generación de demanda.....	86
Figura 9. Puntos de producción de aceite residual para el ruteo de vehículos.....	98
Figura 10. Segmentación del territorio seleccionada.....	103
Figura 11. Uso de feromona para obtener la ruta más corta .....	115
Figura 12. Actualización de feromonas .....	120
Figura 13. Diagrama algoritmo colonia de hormigas evolutivo parte uno. ....	122
Figura 14. Diagrama algoritmo colonia de hormigas evolutivo parte dos.....	123
Figura 15. Diagrama heurística del vecino más cercano. ....	125

## **Apéndice**

Apéndice A. Producción mensual de aceite residual y asignación de contenedores por conjunto residencial

Apéndice B. Producción mensual de aceite residual por agrupación de hogares

Apéndice C. Asignación de centroides a punto de recolección

Apéndice D. Programación K-means en MATLAB

Apéndice E. Proceso de selección para segmentación del territorio

Apéndice F. Segmentación final

Apéndice G. Datos de parámetros para el modelo matemático VRPTW

Apéndice H. Programación del algoritmo en Go

Apéndice I. Rutas georreferenciadas en Google maps

Apéndice J. Cronograma de recolección

Apéndice K. Artículo

Los apéndices se encuentran adjuntos en el CD.

## Resumen

**Título:** Diseño de un modelo de recolección de residuos de aceites y grasas de origen animal y vegetal en las comunas 9, 10 y 11 de Bucaramanga.\*

**Autores:**

Cabrales Navarro, Paula Andrea

Galeano Ríos, Juan Pablo\*\*

**Palabras Clave:** recolección de residuos, localización, ruteo de vehículos, programación lineal, ventanas de tiempo, optimización por colonia de hormigas.

**Descripción:**

En el presente trabajo de investigación, se lleva a cabo el diseño de un modelo de recolección de residuos de aceites de origen animal y vegetal a partir de un problema de localización y ruteo el cual se realiza en dos fases: la definición de los sitios de recolección y las rutas encargadas de esta labor, de manera que se minimicen tiempos y costos. El escenario de aplicación corresponde a las comunas 9, 10 y 11 de la ciudad de Bucaramanga. En primer lugar se desarrolla un modelo matemático de Programación Lineal Entera Mixta (PLEM), solucionado a partir del software GAMS que permite definir los puntos de recolección dentro de un grupo de sitios previamente establecidos, la capacidad y cantidad de contenedores que se ubicarán por punto y la producción de aceite residual esperada para cada uno de ellos.

En segundo lugar, se expone un proceso de segmentación del territorio con el uso del algoritmo K-means programado en Matlab el cual divide la zona en 20 secciones dado que se tiene un horizonte de recolección de 20 días. Se aborda el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) con el objetivo de minimizar los costos basados en el tiempo de recolección total del residual generado en todos los puntos de recolección que incluyen restaurantes, conjuntos residenciales, colegios, CAI's y juntas de acción comunal. Por ser un problema de complejidad computacional NP-Hard se propone un algoritmo de sistema de hormigas mejorado mediante operadores de mutación y la heurística de búsqueda local 2-Opt para obtener soluciones más óptimas. El algoritmo fue validado con instancias de la literatura mediante el Lenguaje de Programación Go presentando resultados óptimos para el escenario de la ciudad de Bucaramanga definido.

---

\* Proyecto de Grado

\*\* Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales.  
Director: Magíster. Javier Arias Osorio

## Abstract

**Title:** Design of a model for the collection of animal and vegetable waste oils and fats in the communes 9, 10 and 11 of Bucaramanga.\*

**Authors:**

Cabrales Navarro, Paula Andrea

Galeano Ríos, Juan Pablo\*\*

**Keywords:** waste collection, location, vehicle routing, linear programming, time windows, ant colony optimization.

**Description:**

In the present research work, the design of a model for the collection of animal and vegetable waste oils is realized based on a two phases location and routing problem: definition of the waste collection sites and routes, minimizing times and costs. The application scenario corresponds to communes 9, 10 and 11 of the city of Bucaramanga. First, a mathematical model of Mixed Integer Linear Programming (MILP) is developed and solved with the software GAMS, used to define the collection sites within a group of established sites, the capacity and quantity of containers that will be located per site and the expected waste oil production for each of them.

.....Second, a segmentation of the territory is realized with the use of the K-means algorithm programmed in Matlab which divides the area into 20 sections because of the collection horizon is of 20 days. The vehicle routing problem with time windows (VRPTW) is implemented in order to minimize the costs based on time of total collection of waste oils generated at collection sites including restaurants, residential complexes, schools, CAI's and community action boards. Because the computational complexity for this problem is NP-Hard, an ant system algorithm improved by mutation operators and the local search heuristic 2-opt is proposed to obtain more optimal solutions. The algorithm was validated with literature instances using the programming language Go with optimum results for the city of Bucaramanga scenario.

---

\* Degree Project

\*\* Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Industrial and Business Studies.  
Director: MA. Javier Arias Osorio

## **Introducción**

El aceite de origen animal y vegetal para uso comestible resulta un ingrediente fundamental en los hogares y establecimientos comerciales de los diferentes sectores para freír alimentos, por lo que su consumo es consistente y los residuos generados por su utilización impactan a plenitud en el medio ambiente. La razón por la cual las personas no le dan un buen manejo y adecuada disposición al aceite doméstico, se debe a la ausencia de dispositivos o de un sistema de almacenamiento, recolección, transporte y disposición final como el que se presenta para los residuos sólidos. Por lo que el mejoramiento de la calidad ambiental y preservación de los recursos requieren no solo la disminución del consumo sino un post consumo responsable e inteligente. Esto sugiere crear métodos que incentiven a los individuos a realizar grandes prácticas en sus hogares y diferentes unidades económicas, por medio de una administración adecuada del aceite de cocina utilizado.

En el punto en que el aceite de cocina se desecha por el drenaje, hace que el agua se adhiera a su paso, dando como resultado un taponamiento que dificulta el movimiento de los fluidos a través del alcantarillado lo que ocasiona que las máquinas encargadas de filtrar y purificar el agua que luego se distribuye a todas las unidades familiares se desgasten. De igual manera, al disponerse directamente este tipo de residuos en los vertederos, contribuye a la generación de lixiviados. Sin embargo, la acumulación de estos desechos puede volverse una alternativa para la creación de modelos económicos sostenibles puesto que su reutilización es apta para la generación de nuevos productos como biodiésel cambiando su concepto generalizado de desecho a un residuo que es en realidad un costo de oportunidad (Solarte y Vargas, 2013).

El biodiésel como combustible ha resultado ser más atractivo últimamente debido a que tiene una baja emisión de agentes contaminantes y se produce a partir de activos renovables. Hay cuatro técnicas esenciales para producir biodiésel: por uso directo y mezcla, por microemulsiones, por craqueo térmico o pirólisis y por transesterificación. La técnica más utilizada para suministrar biodiésel a partir de aceites y grasas es transesterificar estos aceites con alcoholes ligeros tales como metanol y etanol a un éster alquílico para la disminución de su viscosidad y aumento de su volatilidad.

Los aceites de cocina usados y las grasas animales provenientes de los hogares y restaurantes son materias primas potenciales para la producción de biodiésel dado que contribuyen a resolver el problema de eliminación de residuos que éstos mismos generan (Wang, 2008). Sin embargo, los principales desafíos para la generación tradicional de biodiésel bajo el uso de este tipo de recursos son su alto costo y la limitada accesibilidad de los activos necesarios para su producción.

El costo de la materia prima de aceites y grasas consumibles representa del 60% al 75% del costo agregado del biodiésel, de modo que para lograr que el proceso de producción sea rentable es necesaria la inversión económica en una red logística urbana, que garantice la recolección óptima del aceite residual bajo el objetivo de minimizar los costos involucrados en la actividad y facilitar las operaciones de transporte. Por tal motivo, el uso de modelos de optimización combinatoria solucionados a partir de técnicas aproximadas como las heurísticas y metaheurísticas para el diseño de un sistema de recolección de residuos de aceites domésticos, simplifica la magnitud del problema y define los factores más relevantes que deben ser ejecutados: la localización de las estaciones de recolección y las rutas convenientes para llevar a cabo la red de transporte del proceso.

Parte de esta investigación se justifica en la necesidad de disminuir el tiempo y los costos de recolección de aceite usado a partir del diseño de un modelo que aborda dos problemas por fases, la localización de instalaciones y el ruteo de vehículos, teniendo en cuenta algunos elementos secundarios, los cuales son respectivamente: la necesidad de generar acciones que contribuyan a la disminución de la contaminación ambiental, la posibilidad de aprovechar un producto en el post-consumo y transformarlo en un costo de oportunidad y la importancia de crear conciencia ambiental en las familias del área metropolitana de Bucaramanga.

**Tabla de cumplimiento de objetivos**

<b>Objetivo Específico</b>	<b>Cumplimiento</b>
Realizar una revisión de literatura sobre los enfoques utilizados para la solución del problema de recolección de residuos domésticos.	Capítulo 3
Diseñar un modelo matemático para determinar la localización óptima de los puntos de recolección de residuos de aceites y grasas de origen animal y vegetal en las comunas 9,10 y 11 de Bucaramanga.	Capítulo 6
Diseñar las rutas de recolección de residuos de aceites y grasas de origen animal y vegetal en las comunas 9, 10 y 11 de Bucaramanga, a partir de un modelo matemático de optimización de ruteo de vehículos.	Capítulo 7
Desarrollar un algoritmo metaheurístico para la solución del problema de recolección de residuos de aceites y grasas de origen animal y vegetal.	Capítulos 8 y 9 Apéndice H
Validar e implantar el algoritmo diseñado a través de herramientas informáticas	Capítulo 10 y 11
Elaborar un artículo de carácter publicable con base en los resultados obtenidos de la investigación realizada.	Apéndice K

## **1. Generalidades del Proyecto**

### **1.1 Planteamiento del problema**

El consumo de aceites y grasas de origen animal y vegetal en los hogares y establecimientos comerciales es indispensable, sobre todo los aceites vegetales los cuales son más aptos para el ser humano debido a su importancia para la transformación de las grasas en el organismo. Por esta razón, su utilización es continua y se eleva a medida que transcurre el tiempo debido al crecimiento tanto de la población como de sus pocos hábitos alimenticios saludables que conllevan al incremento del consumo de productos derivados de aceites y grasas. Este hecho tiene como consecuencia la creciente generación de residuos de aceites domésticos cuya disposición final en la mayoría de los casos no se realiza de la forma adecuada, terminando su ciclo de vida en los desagües y alcantarillados, actividad que ocasiona graves problemas ambientales.

Un litro de aceite usado puede llegar a contaminar aproximadamente 5.000 veces más que el agua residual que circula por las alcantarillas y redes de saneamiento de una ciudad, deteriorando la pureza de 40.000 litros de agua, equivalente a la cantidad de este líquido que consume una persona por año en su hogar (González I. y Gonzáles J., 2015). Una de las principales razones del inapropiado manejo de los residuos de aceites domésticos, radica en que las personas no tienen el conocimiento sobre el grado de contaminación que provocan este tipo de desechos, sumado a la escasa normatividad existente sobre la problemática y al hecho de que no se cuenta con sistemas de recolección adecuados que permitan involucrar a la comunidad con el fin de que desde sus hogares puedan contribuir a la apropiada gestión de los residuos de aceites domésticos.

Sin embargo, algunas ciudades a nivel internacional principalmente en países desarrollados como España, han tomado la iniciativa de formar modelos de negocio que posibilitan la generación de valor con los residuos de aceites no peligrosos, utilizándolos como materia primera para la fabricación de nuevos productos de la industria como el Biodiésel. No obstante, en la mayoría de los casos, las plantas de producción para aprovechar estos recursos son implementadas a pequeña escala, por lo que no ha surgido una línea de actuación tan eficiente como para lograr la recolección de la totalidad del residuo generado.

En Colombia se venden alrededor de 162 millones de litros de aceite de cocina al año, sin incluir lo comercializado a nivel institucional e industrial. De esta cifra, el 65% se consume en los hogares, el 35% restante se convierte en residuo al terminar su vida útil y es desechado a través de sifones y tuberías (Lombana, Vega, Britton y Herrera, 2015). Este hecho motivó el desarrollo del proyecto “Producción de Biodiésel a partir de aceites y grasas residuales de origen animal y vegetal generados en la ciudad de Bucaramanga” propuesto por el Semillero de Investigación Biodiésel Ecológico del Colectivo ambiental Mayaraxi de la Institución educativa La libertad de la misma ciudad bajo la dirección del Ingeniero Jorge Reyes Méndez, docente de la asignatura ciencias naturales de la institución.

El objetivo principal del proyecto es investigar el proceso necesario para la obtención de biodiésel a partir de residuos de aceites y grasas de origen animal y vegetal, para aplicarlo en la ciudad de Bucaramanga y contribuir a la solución del problema ambiental que éstos generan a través de un nuevo modelo de negocio que además de generar rentabilidad, promueve la conciencia ecológica de la comunidad y el desarrollo de la región. En primer lugar, se propone desarrollar la propuesta para las comunas 9, 10 y 11 de la ciudad, correspondientes a Pedregosa, Provenza y Comuna sur, respectivamente.

Según datos proporcionados por el semillero de investigación, se cuenta en las tres zonas con una totalidad de 20.388 hogares aproximadamente, cuya generación promedio es de 0,9 litros de aceite residual/ mes-hogar. De esta manera, si se cuantifica la producción total de residuos de aceites y grasas que se generan solo en estas zonas de la ciudad, se puede reconocer la gravedad de esta problemática que afecta principalmente a los recursos hídricos de la región. Con la recolección de esta cantidad de desechos se disminuye sustancialmente su impacto ambiental negativo, por consiguiente se hace imprescindible el uso de técnicas que optimicen su desarrollo y permitan que en situaciones futuras la iniciativa sea implementada en toda zona urbana de la ciudad de Bucaramanga.

La logística de transporte para la recolección de residuos es un problema que genera oportunidades de investigación por su complejidad para garantizar la disminución del tiempo de las rutas, las distancias recorridas de los vehículos y los costos incurridos en todas sus actividades. Por lo cual, el presente proyecto propone el diseño de un modelo de recolección de residuos que apoye la iniciativa del semillero Biodiésel Ecológico a través de un problema de localización y ruteo que se abordará por fases.

La localización de las instalaciones busca determinar la cantidad de puntos de recolección que se van a establecer dentro de una serie de opciones fijadas en las comunas de acuerdo a encuestas realizadas por el semillero Biodiésel Ecológico en compañía del grupo Ondas de Colciencias y la Universidad Autónoma de Bucaramanga (UNAB), las cuales incluyen colegios públicos, salones de acción comunal o comandos de acción inmediata de la policía (CAI's) y a su vez definir su respectiva ubicación en el territorio delimitado, siendo el objetivo del modelo matemático la disminución de los costos, dado que la apertura de cada uno de los puntos de recolección implica una inversión económica relacionada con la compra de los respectivos contenedores.

Por otra parte, el problema de ruteo de vehículos se realiza con el propósito de construir las rutas que brinden la posibilidad de satisfacer la recolección total del residual generado en los puntos de recolección seleccionados y establecimientos comerciales al menor costo posible, lo cual va directamente vinculado con la reducción del tiempo. De esta manera, se tiene como objetivo general, minimizar la suma total de los costos asociados con la ubicación de los puntos de recolección y los relacionados con la operación de recolección y transporte.

En la literatura es posible encontrar diversas investigaciones basadas en algoritmos que consiguen resolver este tipo de modelos, y son la fuente principal para validar los resultados obtenidos. Los métodos de solución más usados son las heurísticas y metaheurísticas, con los cuales se sacrifica la garantía de encontrar una solución óptima a cambio de velocidad en el tiempo de ejecución y alguna certeza de encontrar cierto nivel de calidad en la solución hallada (Burke, Kendall, Newall, Ross & Schulenburg, 2003).

En consecuencia, para llevar a cabo este trabajo de investigación, se resuelve el problema de localización a partir del uso de métodos exactos que garantizan una solución óptima pues la complejidad del modelo en este término es baja. No obstante, el problema de ruteo de vehículos, por pertenecer a la categoría NP- Hard se soluciona a partir del uso de técnicas metaheurísticas, la cual se determina de acuerdo a la literatura relacionada con la temática de la investigación y dependiendo de los criterios establecidos para el modelo.

## **1.2 Justificación del proyecto**

La falta de conciencia ambiental en las comunidades ha ocasionado grandes riesgos para la conservación de los recursos del planeta. Una de las circunstancias que afecta principalmente el medio ambiente es la inadecuada disposición de los residuos de aceites y grasas de origen animal

y vegetal, sin embargo, desde el punto de vista nacional no se han hecho grandes contribuciones para disminuir la influencia de este contaminante. Aunque en Colombia existen normas para la disposición de residuales de aceites comestibles, éstas no se cumplen a cabalidad y no existen políticas que garanticen el adecuado manejo de estos agentes.

En algunas ciudades del país se han implementado estrategias de reciclaje de estos desechos líquidos bajo iniciativas de empresas como Biogras S.A. (Bogotá), Eco gras (Medellín) o Soluciones Ecológicas S.A. (Cali) que utilizan el residuo recolectado con el propósito de establecer un modelo de negocio. No obstante, aunque estos proyectos aportan a la solución de la problemática no abarcan la participación de toda la comunidad debido a que la mayoría de las personas desconocen que el aceite que se desecha puede ser convertido en combustibles ecológicos como el Biodiésel.

En Bucaramanga, el Semillero de Investigación Biodiesel Ecológico desde hace tres años ha evaluado la posibilidad de usar estos residuales como materia prima en la producción de biodiésel mediante el proceso de transesterificación para su desarrollo en la ciudad. Por lo cual se han estudiado las variables que afectan el proceso, se ha hecho experimentación a nivel de prototipo en un vehículo (200 km), análisis de gases de combustión y se aplicó una encuesta para conocer los volúmenes de residuales que se producen en la ciudad, así como los hábitos de disposición de los mismos. Sin embargo, para avanzar en el proyecto se requiere del diseño de un sistema de recolección para los residuos de aceites y grasas aplicado a las comunas 9, 10 y 11 de Bucaramanga donde se llevaron a cabo los estudios.

El presente trabajo de investigación busca dar soporte al semillero Biodiésel Ecológico, proporcionando un modelo de programación lineal entera mixta que permita fijar los puntos de recolección necesarios a partir de un problema de localización y establecer las rutas óptimas que

minimicen el costo de transporte para la recolección de los residuos en las comunas ya mencionadas desde el problema de ruteo implementado en el Lenguaje de Programación Go. Todo esto con el objeto de determinar una solución factible que pueda ser aplicada en situaciones posteriores a toda la ciudad y que permita contribuir a la disminución de la contaminación ambiental que genera consecuencias negativas a nivel mundial, facilitando la participación de la comunidad en el proceso de reciclaje de estos residuos.

Como se describe anteriormente, el modelo abarca un problema de localización y ruteo, no obstante para la presente investigación no se dará uso del modelo LRP (Location routing problem) que desarrolla el proceso de localización de instalaciones y rutas conjuntamente, sino que las actividades propuestas se llevaran a cabo por etapas. Por ser un proyecto de investigación en aras de ser aplicado en el territorio objeto de estudio sus características generales son muy variadas estableciendo un conjunto de restricciones complejo. De este modo, se justifica la definición del problema de localización y enrutamiento de vehículos por fases según las siguientes razones:

- En primera instancia el modelo de localización de instalaciones se realiza con el fin de segmentar la cantidad de hogares de las comunas en puntos de recolección específicos además de asignar contenedores a cada una de las ubicaciones y escoger aquellos sitios que de acuerdo al cumplimiento de las restricciones deben ser abiertos. Sin embargo, el modelo de ruteo aborda la inclusión de nuevos puntos de recolección cada uno con su producción de aceite previamente establecida como es el caso de los restaurantes y conjuntos residenciales, de modo que son nodos a los que la población restante no debe acudir y que al ser trabajados conjuntamente implica la imposición de nuevas restricciones que involucren estos puntos exclusivamente en la definición de las rutas y no en la localización de instalaciones.

- En segundo lugar se cuenta con un horizonte de planeación para el proceso de recolección de 20 días lo que incurre en un proceso de segmentación de los puntos de recolección generales. Este hecho implica que no sea posible clusterizar la población sin saber qué puntos de recolección deben ser abiertos y la producción de aceite residual que generan estos mismos pues la segmentación además incluye la necesidad de cumplimiento de las restricciones de capacidad del vehículo dado que la población de hogares es muy densa (excluyendo conjuntos residenciales) a comparación de los puntos de recolección disponibles.
- Desarrollar un modelo matemático LRP que cumpla con todas las características necesarias implica problemas que involucren ventanas de tiempo, rutas periódicas, entregas divididas o múltiples viajes, e incluso combinaciones de estas mismas. Por esta razón, la separación en etapas permite facilitar el cumplimiento de las peticiones propuestas por el semillero Biodiésel Ecológico, utilizando el modelo de localización para establecer puntos de recolección y su producción, luego segmentando la población y finalmente, definiendo un modelo matemático VRP que se adecue a las restricciones restantes.

## 2. Objetivos

### 2.1 Objetivo general

Diseñar un modelo para la recolección de residuos de aceites y grasas de origen animal y vegetal en las comunas 9, 10 y 11 de Bucaramanga.

### 2.2 Objetivos específicos

- Realizar una revisión de literatura sobre los enfoques utilizados para la solución del problema de recolección de residuos domésticos.
- Diseñar un modelo matemático para determinar la localización óptima de los puntos de recolección de residuos de aceites y grasas de origen animal y vegetal en las comunas 9,10 y 11 de Bucaramanga.
- Diseñar las rutas de recolección de residuos de aceites y grasas de origen animal y vegetal en las comunas 9, 10 y 11 de Bucaramanga, a partir de un modelo matemático de optimización de ruteo de vehículos.
- Desarrollar un algoritmo metaheurístico para la solución del problema de recolección de residuos de aceites y grasas de origen animal y vegetal.
- Validar e implantar el algoritmo diseñado a través de herramientas informáticas.
- Elaborar un artículo de carácter publicable con base en los resultados obtenidos de la investigación realizada.

### 3. Revisión de la Literatura

Las actividades humanas siempre han generado residuos, pero este no era un problema importante cuando la población era relativamente pequeña y nómada, sin embargo, se convirtió en un serio inconveniente debido al crecimiento de grandes aglomeraciones urbanas y con ello la cantidad de individuos presentes en ellas. La inapropiada gestión de los desechos ha ocasionado el incremento de la contaminación de los recursos hídricos, el suelo, la atmósfera y un importante impacto negativo en la salud pública amenazando potencialmente la integridad de los seres vivos y de los recursos naturales renovables y no renovables del planeta.

El progresivo aumento de los incidentes de contaminación asociados con las prácticas incorrectas de gestión de residuos ha generado preocupación pública por la falta de control existente. Muchos gobiernos se han visto obligados a introducir nuevos marcos regulatorios para gestionar las operaciones relacionadas con el manejo de desechos. Una adecuada gestión de los residuos implica el respeto con el medio ambiente, la minimización de la generación de desechos y la reutilización y reciclaje de éstos mismos (Giusti, 2009). Las ciudades a nivel mundial han optado por garantizar la correcta manipulación de los desechos con el fin de reducir los agentes contaminantes que provocan el deterioro ambiental.

El problema más común en este campo es la recolección de residuos residenciales que hace referencia a los residuos sólidos urbanos y materiales reciclables, denominada Gestión de residuos sólidos, la cual se lleva a cabo mediante dos formas principales. La primera de ellas se describe como recolección en la acera, donde cada hogar ubica los residuos afuera de su casa y los vehículos recolectores deben visitar todas las calles de la ciudad considerando unas jornadas de recolección establecidas.

La segunda forma de recolección sucede cuando cada hogar lleva los desechos que generan a un lugar central, para depositarlos en un contenedor de acuerdo al tipo de residuo, de este modo, los vehículos solo deben visitar los puntos de recolección establecidos (Ramos, Gomes y Barbosa, 2013). Esta última forma de recoger los desechos corresponde al tipo de recolección que se lleva a cabo en el presente trabajo de investigación.

La gestión de residuos sólidos o SWM es una tarea cada vez más compleja que absorbe una enorme cantidad de recursos. Los sistemas computarizados basados en técnicas de investigación de operaciones para modelar el manejo de residuos ayudan a los responsables de la toma de decisiones a lograr notables ahorros de costos. La gestión de residuos sólidos involucra una serie de decisiones estratégicas, tácticas y operacionales como la selección de las mejores tecnologías para el tratamiento de los residuos, la ubicación de los sitios de tratamiento y vertederos, las futuras estrategias de expansión de capacidad de los puntos elegidos, la selección de los días de recolección, determinación de la composición de la flota de vehículos y la programación del enrutamiento para el proceso de recolección, que se pueden solucionar a partir de problemas de optimización combinatoria (Ghiani, Laganà, Manni, Musmanno & Vigo, 2014).

La idea de implementar modelos de optimización combinatoria para la gestión de residuos no es una propuesta nueva. Uno de los principales promotores de esta iniciativa fue Gottinger (1986), quien desarrolló un modelo para la gestión regional de residuos sólidos en el área metropolitana de Múnich, occidente de Alemania, que consistía en un modelo matemático de programación entera de cargo fijo, el cual a partir de un conjunto de instalaciones con su respectiva capacidad y cantidad de desechos generados en cada una de las fuentes, permite determinar qué instalaciones de recolección deben ser construidas y las rutas adecuadas para minimizar el costo total del sistema.

Otras importantes contribuciones del siglo XX fueron las realizadas por MacDonald (1996), quien desarrolló un estado del arte sobre la gestión de residuos sólidos donde agrupa diferentes modelos implementados en los años anteriores dando a conocer sus principales características con el fin de identificar las estrategias más relevantes para aumentar la eficiencia en la gestión de este tipo de residuos. Berger, Savard & Wizere (1999), proponen un modelo de programación entera mixta para la planificación de la gestión de residuos sólidos a largo plazo donde incluye estadísticas de aplicación en la vida real e instrucciones para la realización de nuevos modelos futuros. Tanskanen (2000), inició el nuevo siglo con el desarrollo y aplicación de un modelo computacional para estudiar el manejo integrado de residuos sólidos municipales en el Área Metropolitana de Helsinki, Finlandia, cuyo objetivo principal es encontrar estrategias de separación de residuos que permitieran alcanzar una serie de metas establecidas por año para la recuperación de residuos sólidos, obteniendo resultados óptimos en cuanto a reducción de costos y efectos contaminantes.

Una adecuada gestión de residuos implica dos problemas principales que pueden variar dependiendo de las condiciones que se establezcan: en primer lugar, la localización de las instalaciones o puntos de recolección y en segunda instancia, la determinación de las rutas óptimas que permitan recoger todos los desechos generados en el menor tiempo posible, la mínima distancia recorrida y los costos más bajos. De este modo, se obtienen tres posibles tipos de problemas de optimización combinatoria, el problema de localización de instalaciones (Facility Location Problem o FLP), el problema de ruteo de vehículos (Vehicle Routing Problem o VRP) y por último, el desarrollo simultáneo de los anteriores mencionados que se denomina problema de localización y ruteo (Location Routing Problem o LRP), cada uno con sus respectivas variantes y extensiones que amplifican su complejidad.

El problema de localización de instalaciones como rama de la investigación de operaciones está relacionado con localizar o posicionar como mínimo una nueva instalación entre varias opciones existentes con el fin de optimizar, ya sea, minimizar o maximizar al menos una función objetivo como, por ejemplo, costos, beneficios, ingresos, distancia de viaje, servicio, tiempo de espera o cobertura (Farahani, SteadieSeifi & Asgari, 2010). Formalmente, los inicios del problema de localización de instalaciones se atribuyen a Weber (1909) quien publicó en esa época su libro “Teoría de la localización industrial”, el cual se considera por todos los científicos como el punto de partida más importante en la historia de la ciencia de la localización. Su modelo tomó en cuenta varios factores espaciales para encontrar la ubicación óptima y el costo mínimo para las plantas de fabricación.

Desde entonces, muchos otros autores postularon libros con énfasis en modelos habituales para localización de instalaciones como: Handler & Mirchandani (1979), Love, Morris y Wesolowsky (1988), Drezner (1995), entre otros. Sin embargo, el modelo inicial denominado problema de localización de instalaciones sin capacidad fue formulado por Kuehn & Hamburger (1963). Por ser problemas de naturaleza combinatoria los métodos de solución más usados para resolver el problema de localización de instalaciones son los algoritmos exactos, como el método de ramificación y acotamiento, Branch and Bound, para problemas de pequeño tamaño y los procedimientos heurísticos o metaheurísticos, utilizados para aquellos de mayor complejidad (Dupont, 2008).

El problema de ruteo de vehículos es otro de los más comunes en la optimización de operaciones logísticas y uno de los problemas más estudiados; plantea la búsqueda de una solución óptima con diferentes restricciones tales como: número de vehículos, su capacidad, lugares de destino y demanda de los clientes, entre otras (Rocha, González, y Orjuela, 2011).

Fue inicialmente propuesto por Dantzig & Ramser (1959), quienes realizaron una generalización del problema del agente viajero, donde se modela el despacho de combustible a través de una flota de camiones a diferentes estaciones de servicio, desde una terminal, con el fin de minimizar el tiempo y la distancia recorrida. Por ser de tipo NP-Hard, la solución de estos problemas se realiza a partir de métodos aproximados. Clark & Wright (1964), formularon el primer modelo efectivo para resolver el VRP el cual se denomina algoritmo heurístico de ahorro, donde se plantea la combinación de dos rutas diferentes para obtener una nueva en la cual se encuentre mayor ahorro en sus arcos, de tal manera que ésta sea utilizada.

A partir de este modelo, muchas heurísticas especializadas fueron desarrolladas para resolver este problema, sin embargo, su generalización y variantes hizo necesario el uso de otras técnicas para resolverlo las cuales se denominaron metaheurísticas. Según Gendreau, Potvin, Bräysy, Hasle & Løkketangen (2008), las metaheurísticas más utilizadas para dar solución al problema de ruteo de vehículos son: Optimización por colonia de hormigas (ACO), Algoritmos genéticos (GA), Procedimiento de búsqueda adaptativa aleatorizada codiciosa (GRASP), Recocido simulado (SA), Búsqueda Tabú (TS) y Búsqueda de vecindad variable (VNS).

Los problemas de ubicación y enrutamiento de vehículos están claramente relacionados, motivo por el cual se establece el problema de localización y ruteo o Location Routing Problem. En el LRP, las decisiones sobre la ubicación de instalaciones se toman simultáneamente con las actividades de enrutamiento de vehículos (Drexl & Schneider, 2015). Se considera que una de las primeras publicaciones relacionadas con LRP fue dada a conocer por Maranzana (1964), quien señala que “La ubicación de las fábricas, almacenes y puntos de suministro en general, para atender a los clientes distribuidos en una red de ciudades es a menudo influenciada por los costos de transporte” (p.261).

No obstante, los primeros estudios formales sobre el tema fueron atribuidos a Balakrishnan, Ward & Wong (1987) quienes consideraban que el hecho de combinar decisiones a corto plazo como el enrutamiento de vehículos con decisiones de mediano o largo plazo como la localización de instalaciones ofrecía un modelo complejo pero que otorgaba la posibilidad de obtener resultados más eficientes y económicos.

Algunos investigadores se oponen a esta idea dado que consideran que es una inconsistencia combinar localización y enrutamiento en el mismo marco de planificación por ser la primera una decisión de tipo táctico y la segunda de tipo estratégico (Nagy & Salhi, 2007). Autores como Salhi & Rand (1989) se dedicaron a investigar esta cuestión y evaluaron el efecto que se lograba al ignorar el problema de enrutamiento cuando se localizan las instalaciones mediante un proceso en dos etapas. A través del uso de datos de problemas comunes demostraron que la mejor solución después de la etapa de localización no genera necesariamente la solución de menor costo al momento de llevar a cabo la etapa de enrutamiento, por lo que proponen la combinación de estos dos problemas con el fin de garantizar la reducción de costos.

Sin embargo, el presente proyecto de investigación evalúa un problema de localización de puntos de recolección y distribución de rutas por etapas cuya justificación se detalló en la sección 1.2, por lo cual se da a conocer una recopilación de investigaciones relacionadas con el problema de localización y en segunda instancia, sobre el problema de enrutamiento de vehículos, enfocadas en el área de recolección de residuos con el objetivo de conocer las iniciativas propuestas por los autores en los últimos años que sirvan como marco de referencia para la solución del presente problema.

**Bautista & Pereira (2006).** Presentan un estudio que aborda el problema de localización de áreas de recolección de residuos municipales a partir de dos formulaciones matemáticas

diferentes para dar solución al problema, cuyo objetivo es localizar un conjunto mínimo de puntos de recogida que permita que cada ciudadano pueda acceder fácilmente a alguno de ellos. El primer modelo formula un problema de cobertura de conjuntos (Set covering problem) solucionado mediante el uso de un algoritmo genético. El segundo modelo se lleva a cabo como un problema Max-Sat (Maximum satisfiability problem), el cual es resuelto por medio de la metaheurística GRASP, siendo ésta última la que ofrece una mejor solución pero cuyos resultados no difieren en gran cantidad a los proporcionados por el algoritmo genético implementado. La calidad de los algoritmos es probada con instancias reales del área metropolitana de Barcelona.

**Badran & El-Haggar (2006).** Proponen un modelo de optimización para la gestión de residuos sólidos municipales en Port Said, Egipto, como primera iniciativa aplicada a la región. Desarrollan un problema de programación entera mixta, el cual evalúa varios sitios potenciales para la recolección de residuos en cada distrito de la ciudad sin incorporar la distribución de rutas, con el objetivo de elegir las mejores ubicaciones a fin de reducir al mínimo el costo del sistema, que incluye, el costo de las instalaciones en adición al costo de funcionamiento del sistema. El modelo es solucionado por medio del software MPL V4.2, en un tiempo computacional muy bajo.

**Erkut, Karagiannidis, Perkoulidis & Tjandra (2008).** Consideran el problema de localización-asignación de instalaciones para la gestión de residuos en la región de Macedonia Central, Norte de Grecia por medio de la construcción de un modelo de programación lineal multi criterio mixto, con cinco objetivos relacionados con aspectos económicos y ambientales y cada uno de ellos bajo el mismo rango de importancia. El modelo se formula como un problema minimax lexicográfico con todos los objetivos normalizados de la manera más equitativa posible.

**Ye, Ye & Chuang (2011).** Con el fin de reducir la cantidad de centros de recolección presentes en Taiwán, proponen un problema de cobertura de conjuntos de localización integrado con un modelo p-median para resolver el problema de ubicación de cada sitio utilizando algoritmos heurísticos. El estudio determina el número óptimo de los centros de reciclaje y sus ubicaciones respectivas, así como la asignación eficaz de los centros de distribución a los respectivos centros de reciclaje más cercanos.

**Ghiani, Laganá, Manni & Triki (2012).** Abordan el problema de minimización del número total de sitios de recolección que serán escogidos entre un conjunto de localizaciones candidatas para un sistema de gestión de residuos sólidos municipales. Presentan un modelo de programación entera que ayuda a elegir los sitios donde ubicar los contenedores. Además de esto, el modelo determina la asignación óptima de los ciudadanos a los sitios de recolección de tal manera que cada uno sea atendido por un sitio de recolección que está dentro de un umbral de distancia de su hogar, así como la determinación del número, tipo de contenedores y la capacidad de estos mismos en cada localización. Este objetivo garantiza no sólo la reducción del impacto visual debido a la presencia de los puntos de recolección, sino también la reducción del costo global relacionado con la fase de recolección. Para su solución, se propone un enfoque heurístico constructivo de dos fases. Los resultados computacionales son validados con datos relacionados a la ciudad de Nardò, sur de Italia.

**Toso & Alem (2014).** Enfrentan el problema de localización de centros de clasificación de reciclaje de residuos sólidos urbanos en Sorocaba, Brasil. Se busca realizar la planificación de las nuevas instalaciones de manera que se defina la ubicación óptima de los puntos de clasificación de residuos dentro de un horizonte de planeación de cuatro años, así como encontrar la forma de satisfacer la demanda de recolección de todos los materiales reciclables. Los autores proponen

una versión determinista del problema clásico de localización de capacidad, así como una formulación de recursos en dos etapas y un modelo de aversión al riesgo para reducir la variabilidad de los costos, con el fin de brindar solución al problema.

**Nuortio, Kytöjoki, Niska & Bräysy (2006).** Dan solución a un problema de ruteo de vehículos estocástico con ventanas de tiempo y capacidad limitada (SPVRPTW) en dos regiones al este de Finlandia con el objetivo de minimizar costes y tiempo, utilizando la metaheurística del umbral de la vecindad variable guiado (GVNP) a través de dos fases. La primera crea una solución factible con una heurística de inserción híbrida. En la segunda fase, se intenta mejorar la solución inicial con el (GVNP). La metaheurística resulta de la combinación de la búsqueda local guiada, la búsqueda de la vecindad variable y el umbral de aceptación ya que se trabaja con un modelo estocástico. Los resultados experimentales obtienen ahorros significativos en comparación con la práctica actual en la optimización de rutas únicas y la optimización de rutas con programación para todo el período de recolección.

**Karadimas, Papatzelou & Loumos (2007).** Utilizaron el sistema de colonia de hormigas (ACS) como algoritmo para la identificación de rutas óptimas en el caso de la recolección de residuos sólidos municipales en una pequeña parte de la prefectura de Ática en Atenas, Grecia. Se compara el resultado del algoritmo con el método empírico que la municipalidad de Atenas utiliza para recoger y transportar los residuos sólidos al vertedero la cual se basa en conocido método de los nodos impares. Sin embargo, las partes de la ruta que conectan dos nodos impares son más eficaces cuando los residuos se recogen simultáneamente desde ambos lados de la carretera y se limita el número de calles unidireccionales. El modelo en este caso puede delegarse como un ATSP, problema del agente viajero asimétrico y no un VPR, demostrando que el problema de encontrar un costo mínimo cerrado, visitando cada punto de carga sólo una

vez y las distancias bidireccionales entre al menos un par de puntos de carga, no son necesariamente idénticos. El estudio se centra en su mayor parte en la recolección y transporte de residuos sólidos de cualquier área de carga en la zona bajo observación.

**Ismail & Loh (2009).** Enfrentan el problema de ruteo de vehículos con demandas estocásticas para la recolección de residuos sólidos de la ciudad de Johor Bahru, Malasia, a cargo de la compañía Southern Waste Management environment. Para la solución del modelo dan lugar a dos diferentes algoritmos cuya función objetivo es la minimización de los costos de operación. El primero de ellos se basa en la implementación de un sistema de Colonia de Hormigas con búsqueda local (ACO) y el segundo, involucra la metaheurística Recocido simulado (SA), técnicas que se llevan a cabo bajo las mismas características y condiciones. Este caso de estudio es adoptado para un conjunto de datos modificados de la literatura. Los resultados computacionales obtenidos para los dos algoritmos no varían en mayor proporción cuando se trata de 12 clientes, sin embargo a medida que esta cantidad aumenta, la desviación de los costos obtenidos con la técnica de recocido simulado se incrementan. De este modo se concluye que el sistema de colonia de hormigas proporciona mejores resultados para problemas grandes.

**Benjamín & Beasley (2010).** Presentan un algoritmo metaheurístico que utiliza la búsqueda tabú, la búsqueda de vecindario variable y una combinación de los dos métodos para solucionar el problema del enrutamiento de vehículos considerando ventanas de tiempo, periodos de descanso del conductor y múltiples instalaciones de eliminación de residuos. Inicialmente, se hizo un arreglo subyacente para utilizar completamente un vehículo durante el día (para minimizar el número total de vehículos utilizados). Se obtuvo resultados para los problemas de recolección que incluyen hasta 2092 clientes y 19 instalaciones de eliminación de desechos, lo que indicó que la búsqueda de vecindario variable era la que otorgaba los mejores resultados.

**Buhrkal, Larsen & Ropke (2012).** Abordan el problema de recolección de residuos sólidos para vehículos con capacidad limitada, restricciones de ventanas de tiempo para los nodos a visitar, vehículos vacíos al regresar al depósito y se permiten viajes múltiples a los sitios de eliminación residuos. Implementan una solución heurística de vecindario variable adaptativo a gran escala (ALNS), mostrando que el algoritmo puede mejorar el objetivo de reducción de costos para las instancias proporcionadas por Henrik Tofteng A/S, una empresa danesa de recolección de basura situada en la zona de Copenhague, Dinamarca. La heurística ALNS necesita una solución inicial la cual se construye utilizando un algoritmo codicioso y luego se define implícitamente a través de los métodos de destrucción y reparación. Para un problema de ruteo de vehículos la forma natural de destruir una solución es eliminando clientes de esta misma y posteriormente permitir que el método de reparación reintroduzca nuevamente a estos clientes en la solución.

**Minh, Van Hoai & Nguyet (2013).** Abordan una aplicación del problema de enrutamiento de vehículos (VRP) para el problema de recolección de residuos. Se consideran restricciones incluyendo los conflictos entre las propiedades de los residuos, las ventanas de tiempo del desecho y los múltiples vertederos. Para minimizar el tiempo de viaje total y el número de vehículos utilizados, se propone el uso de un algoritmo memético (MA) con el mecanismo de intercambio- $\lambda$ . El uso del algoritmo se divide en cinco pasos principales: población inicial, selección, cruce, mutación y adaptación. Se crea una población inicial la cual se mejora en cada generación por medio de los pasos mencionados anteriormente. El procedimiento continúa hasta que se cumple una condición de parada. En la representación cromosómica, el depósito y los rellenos sanitarios se eliminan de la secuencia de vértices, esto ayuda a avanzar en la utilización del cruce y el operador de mutación.

**Hemmelmayr, Doerner, Hartl & Rath (2013).** Se enfrentan al problema de ruteo de vehículos para la recolección de materiales como vidrios, metales, plásticos o papel. Para esta situación la recolección se define como un problema de encaminamiento de nodos, llevados a los puntos de recolección de residuos por los ciudadanos. La mayoría de los puntos de recolección no necesitan ser visitados diariamente, por lo que se considera un período de planificación de varios días. Proponen un método de solución híbrida eficiente basado en la búsqueda de vecindario variable y programación dinámica. Más precisamente, el mecanismo básico para el PVRP es la búsqueda de vecindad variable (VNS) mientras que la inserción de las instalaciones intermedias se realiza mediante programación dinámica. El VNS se basa en pasar de una solución a la otra seleccionando primero una solución aleatoria de la vecindad actual y luego moviéndose al óptimo local usando una fase de búsqueda local, por lo tanto, es necesario decidir si se mueve a la nueva solución o no. El algoritmo se detiene cuando se cumple la condición de parada que puede ser en este caso el número de iteraciones.

**Rodrigues *et al.* (2013).** Desarrollan su tema de estudio para una empresa encargada de la recolección, clasificación y tratamiento de residuos en once municipios de Portugal. Una de las líneas de residuos que recolectan son los desechos de aceites de cocina usados, para lo cual cuentan con tres depósitos y 303 clientes (restaurantes, escuelas, entre otros) en distintas localidades. La compañía permite rutas abiertas entre depósitos, recolección una vez por semana y la entrega de contenedores vacíos una vez se recogen los que han sido llenados. Las características presentadas especifican un problema no abordado en la literatura el cual se denomina Problema de Enrutamiento de Vehículos Multi-Depósitos con Rutas Interdistribuidas Mixtas Cerradas y Abiertas (MDVRP-MCO) modelado a través de la programación lineal entera mixta. El objetivo es la reducción de los costos, debido a que los residuos son recolectados con

una flota de vehículos subcontratados. El modelo es aplicado a un caso real que permite una disminución del 13% en el kilometraje de la distancia recorrida y una reducción del 11% en el costo de contratación de la flota vehicular.

**Son (2014).** Se enfoca en el problema de recolección de residuos sólidos en la ciudad de Danang, Vietnam. Presenta un problema de ruteo de vehículos solucionado con un algoritmo evolutivo mediante el uso de un software GIS, más concretamente, se presenta una versión modificada de la optimización de enjambre de partículas cromáticas (CPSO) con el algoritmo binario de búsqueda gravitacional (ArcGIS) que presenta soluciones óptimas para el caso.

**He, Xiao, Liu, Wu & Song (2015).** Presentan un algoritmo de membrana con tres niveles de estructura jerárquica de células, donde las membranas elementales pueden evolucionar dinámicamente para generar espacio de trabajo (división celular) durante el cálculo, solucionando un problema de VRP en la ciudad de Chengdu, China. Los algoritmos obtenidos se llaman generalmente algoritmos inspirados por membranas o algoritmos de membrana, conocidos como una clase de algoritmos inteligentes inspirados en comportamientos biológicos de células vivas.

**Cortinhal, Mourão & Nunes (2016).** Consideran el problema de enrutamiento de vehículos con arco sectorial (o diseño de sectores) basados en dos algoritmos de búsqueda local: la búsqueda tabú (TS) y el ascenso de colinas (HC) aplicado en Lisboa, Portugal. Se incorporan características prácticas requeridas, tales como sectores que son equilibrados y conectados. Cada uno de los métodos propuestos se evaluó en dos conjuntos de instancias de referencia e instancias derivadas de datos reales. La heurística constructiva demostró ser muy rápida y capaz de proporcionar soluciones iniciales con el número óptimo de componentes conectados en las rutas de los vehículos.

**Laureri, Minciardi & Robba (2016).** Desarrollaron un procedimiento heurístico para la planificación de la recolección de residuos húmedos (alimentos y otros) con el objetivo de optimizar el tiempo dedicado a satisfacer la demanda global, que está directamente relacionada con los costos de personal. El procedimiento se basa en una heurística codiciosa, en la que las rutas del vehículo se construyen de forma incremental eligiendo el siguiente nodo de la manera más conveniente. Esta opción hace uso de la información relacionada con la distancia del nodo, el peso y el volumen del material de desecho. Se validó el enfoque basado en la integración de un procedimiento de planificación con un esquema dinámico de gestión aplicado en la municipalidad de Génova, Italia.

Es posible encontrar algunas investigaciones en la literatura que abordan el tema de localización y ruteo para la gestión de residuos por etapas.

**Huang & Wu (2007).** Consideran el problema de ubicación de una sola instalación y el problema de enrutamiento de vehículos, con la finalidad de encontrar un área adecuada para la disposición de desechos desagradables y asignar las rutas óptimas de recolección para los vehículos establecidos. Se crean tres problemas diferentes, el primero de ellos considera una instalación a partir de la localización continua, en el segundo caso la instalación se convierte en el único depósito para la disposición de desechos y en tercera instancia, se modela el problema de ruteo de un solo depósito con el objetivo de minimizar los costos de transporte. Se propone un algoritmo heurístico de tres etapas para la solución: en la primera etapa, el área de todos los sitios factibles o potenciales para la localización se proyecta considerando las restricciones presentes en el mundo real, la segunda etapa busca establecer la mejor ubicación de la instalación teniendo en cuenta el uso de un algoritmo genético y la tercera etapa asigna las rutas de servicio de vehículos usando un algoritmo Tabú.

**Ghiani, Manni A., Manni E. & Toraldo (2014).** Llevan a cabo una extensión del trabajo propuesto por Ghiani *et al.* (2012). En primer lugar, consideran el problema de localizar los sitios de recolección en una ciudad residencial y luego el problema de zonificar el territorio de servicio, de modo que cada zona pueda ser servida por un único vehículo de recogida. Para el problema de localización se propone un modelo de programación matemática, basado en el propuesto en Ghiani *et al.* (2012), con algunas modificaciones y resuelto igualmente mediante un enfoque heurístico rápido, con el objetivo de elegir dónde ubicar los contenedores de recolección de basura, así como las características de éstos. Para la fase de zonificación, dada una flota de vehículos de recolección que se pueden utilizar, emplean un procedimiento heurístico basado en la inserción más barata que determina cuántos vehículos son necesarios, junto con los puntos de recolección que deben ser servidos por cada vehículo. La instancia utilizada es la utilizada por Ghiani *et al.* (2012), en la ciudad de Nardò, Italia.

**Huang & Lin (2015).** Desarrollan un modelo de recolección de residuos, que abordan como un problema de cubrimiento de conjuntos y de enrutamiento de vehículos, formulado en dos niveles y aplicado en Taiwán. En primer lugar, determinan los puntos de recolección óptimos donde los vehículos harán las paradas de modo que cubran todos los bloques residenciales en los cuales se divide la región y posteriormente, llevan a cabo la selección de la cantidad mínima de vehículos a utilizar y la distancia mínima recorrida para la recolección de desechos, formulado como un problema de ruteo con entregas divididas (SDVRP) y se resuelve a partir del algoritmo de colonia de hormigas (ACO).

Los modelos relacionados con la recolección de residuos se abordan en la literatura mediante la programación lineal y el diseño de algoritmos que proporcionan resultados eficaces en tiempos computacionales razonables, que son base fundamental para llevar a cabo el presente proyecto.

#### 4. Marco teórico

Las grasas y aceites de origen vegetal o animal son mezclas de ésteres formados por tres moléculas de ácidos grasos y una molécula de glicerol, llamados triglicéridos, los cuales pueden encontrarse en estado sólido (grasas) y líquido (aceites) a temperatura ambiente. Los aceites de origen vegetal se obtienen de frutos o semillas oleaginosos mientras que los que provienen de especies animales se extraen de los depósitos adiposos de estas mismas. Este tipo de sustancias pueden ser de uso comestible, sin embargo, para el consumo humano se prefieren los aceites de origen vegetal, donde el más saludable para el organismo es el de girasol seguido del aceite de oliva. El principal uso del aceite comestible es en frituras, generalmente en los hogares o en establecimientos comerciales como restaurantes donde funciona como medio transmisor de calor y aporta sabor y textura a los alimentos (Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura [FAO], 2010).

El aceite de cocina luego de ser usado se convierte en un residuo que presenta problemas para su disposición final debido a que es uno de los desechos que se generan diariamente en los hogares pero también el que menos se recicla, por lo que termina siendo depositado en los contenedores de residuos sólidos o a través del desagüe domiciliario.

Existen varias opciones para transformar aceites y grasas domésticos en nuevos productos como por ejemplo, en la fabricación de velas, jabones y detergentes y en la industria energética, para la producción de biocombustibles. Entre los biocombustibles se pueden incluir el bioetanol, biodiésel y biometanol, no obstante el que más se produce en base a la utilización de aceites comestibles reciclados es el biodiésel considerado como uno de los combustibles alternativos.

El término biodiésel se define como:

Conjunto de cadenas cortas de ésteres monoalquílicos de ácidos grasos de cadenas largas. El biodiésel es biodegradable, no tóxico y tiene bajos perfiles de emisión, por lo que es beneficioso para el medio ambiente. El término “bio” hace referencia a su naturaleza renovable y biológica a diferencia del diésel normal el cual es derivado del petróleo. El uso de biodiésel es adecuado para reducir el nivel de contaminantes y de agentes cancerígenos (Çaylı & Küsefoğlu, 2008, p.118).

La forma más usual para la fabricación de biodiésel es la transesterificación, que consiste en la reacción de un lípido con un alcohol para producir un éster y un subproducto, el glicerol. El producto recuperado se separa por reposo de dos fases para eliminar el glicerol. La mezcla restante, que es el biodiésel, se destila para quitar el excedente de alcohol para el reciclado. La transesterificación se trata de una reacción lenta en sus inicios pero que luego gracias a las altas temperaturas se acelera rápidamente hasta disminuir de nuevo por medio de un proceso de catálisis (Calderón y Fajardo, 2010). El biodiésel generado presenta características muy similares al diésel normal pero con propiedades que lo categorizan como un combustible amigable con el medio ambiente por su contribución a la reducción de las emisiones de dióxido de carbono.

#### **4.1 Logística de transporte**

El objetivo de todo modelo de negocio siempre debe ir dirigido a satisfacer las necesidades de sus clientes, para esto se requiere utilizar estrategias que agreguen valor a la empresa de tal manera que los productos y servicios lleguen al cliente en el momento y lugar que los necesite. Según Gutiérrez y Prida (1998), la logística es un proceso que involucra aquellas actividades que se llevan a cabo desde la entrada de materia prima hasta la entrega del producto en el punto de

consumo, de tal manera que se cumplan los requerimientos del cliente. La meta principal de la logística es satisfacer la demanda otorgando un alto nivel de servicio a los usuarios bajo el menor costo posible. Para lograr esto se ejecutan una serie de actividades dentro de la cadena de valor que buscan planificar y gestionar todas las operaciones relacionadas con el flujo de mercancías, desde las fuentes de aprovisionamiento hasta el consumidor final.

Las actividades logísticas incluyen las etapas de aprovisionamiento, producción y distribución. En la logística de aprovisionamiento se realizan todas aquellas tareas que incluyen la selección de proveedores, cálculo de las necesidades, compras, recepción de materias primas, almacenamiento y gestión de inventarios para llevar un control de existencias. Las funciones de producción implican todas las actividades que se ejecutan para organizar el proceso productivo teniendo en cuenta maquinaria, recursos humanos y operaciones de fabricación, como por ejemplo, el almacenamiento de producto en proceso y la preparación de pedidos.

Finalmente, se realizan las actividades de distribución que se encargan de toda la gestión del producto terminado, desde su respectivo almacenamiento, incluyendo empaque y embalaje, hasta su transporte al consumidor final. Como se observa en la figura 1, todas las funciones logísticas mencionadas deben ejecutarse bajo una secuencia que garantice el manejo adecuado de las mercancías.

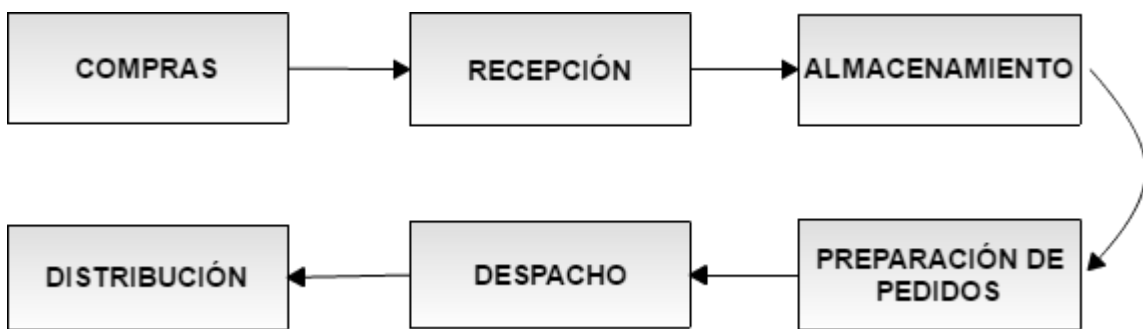


Figura 1. Funciones logísticas.

El proceso comienza con la planificación de los requerimientos para realizar la compra de materia prima la cual una vez llega a la fábrica es transportada a la zona de almacenamiento. Posteriormente, se desarrolla el proceso de producción que finaliza con las tareas de preparación de pedidos de acuerdo a la solicitud recibida por el cliente y en último lugar, los pedidos son despachados mediante las redes de distribución hacia su lugar de destino. El transporte corresponde en la mayoría de los casos el componente más importante dentro de las funciones logísticas, dado a que representa el elemento con costos más elevados al incurrir entre uno y dos tercios del costo logístico global (Ballou, 2004). Un servicio de transporte genera costos de mano de obra, combustible, mantenimiento, carreteras, administración y otros.

Tal y como describe la Asociación Nacional de Empresarios de Colombia (ANDI, 2015), el costo logístico en Colombia representa el 14,97% de las ventas totales de una empresa, de los cuales el 37% corresponde a las actividades de transporte y distribución. De modo que se corrobora la necesidad de establecer modelos de distribución para garantizar el cumplimiento de los requerimientos de la demanda optimizando los costos y generando ventaja competitiva.

**4.1.1 Transporte urbano de mercancías.** El transporte urbano de mercancías se define como la secuencia de eventos interconectados ya sean técnicos y organizativos, por los cuales los bienes se trasladan de un origen (proveedor) a un destino (receptor). La cadena de transporte es una parte del flujo de mercancías y se refiere sólo a la función logística del transporte. En zonas urbanas suele combinarse con el concepto de "logística urbana" para abastecer a los centros urbanos con mercancías (en forma de flete). En los centros urbanos, las configuraciones logísticas son primordialmente importantes debido a las limitadas relaciones espaciales. Los medios habituales de transporte a menudo no se pueden utilizar y una entrega a los centros de ciudad es a menudo posible solamente con camionetas de entrega pequeñas.

Si bien el transporte urbano de mercancías ha de integrarse en la cadena de transporte como una red logística optimizando los flujos de tráfico dentro de los centros urbanos, se tienden a optimizar sus flujos de tráfico de acuerdo con sus necesidades específicas, que a veces no se ajustan a los objetivos de una optimización global (Promotion Of Results in Transport Research And Learning [PORTAL], 2003).

**4.1.2 Transporte de residuos.** El proceso de transporte de residuos inicia con la etapa de recolección, que consiste en retirar los residuos del lugar de almacenamiento para luego ser trasladados a su destino final, dependiendo del uso que se les vaya a dar. En el caso de los residuos líquidos que puedan ser reutilizados, éstos deben ser almacenados en recipientes especiales de acuerdo a su composición y es necesario que estén señalizados correctamente. Cuando se trata de residuos categorizados como peligrosos se requiere un tratamiento especial que varía de acuerdo a la reglamentación existente en el país en cuanto a la protección del ambiente y la conservación de la salud pública.

Para ejecutar las actividades del transporte de residuos, es necesario además, diseñar rutas de recolección según la distribución de los puntos de disposición de los residuos que cubran la totalidad del sector objetivo, estableciendo horarios y frecuencias e identificando la localización, número y capacidad de los recipientes donde se encuentran y el tipo de desechos que se va a recolectar. La frecuencia de recolección depende de la capacidad de almacenamiento y el tipo de residuo generado, por ejemplo, un residuo peligroso debe ser recolectado en un tiempo más corto que los residuos ordinarios.

De igual manera, cuando se transporten residuos es importante contemplar la movilización urbana, el estado de las rutas, las distancias entre puntos de recolección, la seguridad de los

envases y embalajes, la preparación y tipo de vehículo, la forma adecuada de carga y descarga de los desechos y la manera apropiada de almacenamiento en tránsito con el objetivo de evitar cualquier accidente (Área metropolitana del Valle de Aburrá, s.f).

**4.1.3 Logística Inversa.** La logística inversa es un área relativamente nueva, sus primeras definiciones surgieron durante la década de los noventa y hoy en día se considera una disciplina para el fortalecimiento de las actividades económicas en las empresas y el incremento de la responsabilidad ambiental. La mayoría de sus definiciones excluyen la generación de valor que implica la iniciativa de la logística inversa, por lo tanto, una definición completa es la siguiente:

La logística inversa abarca el conjunto de actividades logísticas de recogida, desmontaje y desmembramiento de productos ya usados o sus mismos componentes, así como de materiales de distinto tipo y naturaleza con el objeto de maximizar el aprovechamiento de su valor, en un sentido más amplio, de su uso sostenible y, en último caso, su destrucción (Cabeza, 2012, p.26).

Esta definición incluye la necesidad de ver la logística de retornos como una herramienta de generación de mayor productividad para los negocios que a su vez implica la posibilidad de crear nuevas cadenas de valor que involucren proyectos que sean económicamente sostenibles. Las principales motivaciones para desarrollar la logística inversa se enfocan en razones económicas, legislativas o de responsabilidad social. Es posible distinguir seis formas de logística inversa.

- Reutilización o reventa, cuando se recupera el producto para darle un nuevo uso.
- Reparación, donde el producto usado es arreglado para devolverle sus funciones.
- Restauración, en caso de que se quiera devolver valor al producto utilizando nuevas tecnologías que maximicen su utilidad y optimicen su funcionamiento.

- Refabricación y canibalización, cuando se recupera solo una parte útil del producto para ser reincorporada en el proceso de manufactura.
- Reciclaje, con el fin de reutilizar el material residual de un producto como materia prima en la elaboración de uno nuevo.
- Vertedero e incineración, en caso de que se deba poner punto final al ciclo de vida del producto (Cabeza, 2012).

Para la finalidad de este proyecto, el tipo de logística inversa a tratar es la de reciclaje, no obstante, existen dos maneras de abordar este tema. La primera es cuando el producto reciclado se utiliza para agregarlo a la misma cadena de valor y la segunda es cuando se inicia un nuevo ciclo de producción (fabricación de otros productos) de acuerdo a ciertos parámetros de calidad, como es el caso de la transformación de aceite residual doméstico en biodiésel.

## **4.2 Gestión de Residuos**

La generación de residuos es un problema ambiental que trasciende a medida que transcurren los años. Los primeros casos de contaminación ambiental ocurrieron durante la Revolución Industrial a finales del siglo XVII, pero con la llegada de la Segunda Guerra Mundial este hecho tomó mayor gravedad debido a la industrialización de los procesos que originaba mayor incremento en el nivel de residuos generados y por otro lado, al hábito de consumismo al que se vio sujeta la población mundial. Sin embargo, fue hasta las últimas décadas cuando su incremento empezó a generar inquietud para la salud ambiental y humana debido al aumento en frecuencia y gravedad de los incidentes de contaminación en el mundo. Por este motivo, la sociedad ha considerado necesario replantear los modelos de negocio de tal manera que sean amigables con el medio ambiente a través de una adecuada gestión de residuos (Albert, 2012).

Se entiende por Gestión de residuos todo proceso que busca el trato eficiente de los desechos ya sean sólidos, líquidos o gaseosos, desde su origen hasta su disposición final. Generalmente, a este término se le conoce como Gestión Integral de residuos, el cual acorde con la normatividad ambiental colombiana es definido como: “el conjunto de operaciones y disposiciones encaminadas a dar a los residuos producidos el destino más adecuado desde el punto de vista ambiental, de acuerdo con sus características, volumen, procedencia, costos, tratamiento, posibilidades de recuperación, aprovechamiento, comercialización y disposición final” (Decreto 1713, 2002, art.1).

Cabe resaltar, que los residuos tienen diferentes tipos de clasificación que determinan la forma en cómo deben ser gestionados o la respectiva legislación que debe tenerse en cuenta a la hora de realizar el proceso de recolección. Según su origen los residuos se pueden clasificar como domésticos, industriales, comerciales, residuos de construcción, sanitarios, mineros, entre otros. En la categoría de los residuos domésticos se hallan los desechos de aceites y grasas de origen animal y vegetal, éstos al ser residuos líquidos requieren una disposición final adecuada puesto que pueden traer serias consecuencias medioambientales y de salud pública.

El desecho adecuado del aceite de cocina usado es una importante preocupación en la gestión de residuos. El aceite es más ligero que el agua y tiende a esparcirse en grandes membranas finas que dificultan la oxigenación de esta misma. Debido a ello, el aceite de cocina nunca debe desecharse por el fregadero o el retrete. La forma adecuada de hacerlo es depositarlo en un envase sellado no reciclable y desecharlo en un punto limpio (Márquez, 2013).

**4.2.1 Normatividad.** El buen manejo de los residuos depende indiscutiblemente del grado de concientización de las personas, la correcta gestión de éstos mismos y el cumplimiento de las

normas que garanticen el desarrollo correcto de las actividades de recolección y transporte desde su origen hasta el lugar de disposición final. La legislación en Colombia en cuanto a la gestión de residuos de aceites y grasas de origen animal y vegetal es limitada, sin embargo, se ha establecido normatividad para el manejo de residuos líquidos y proyectos de ley que buscan la implementación de reglamentos exclusivos para los desechos de aceites domésticos.

**Constitución política de Colombia (Const., 1991, art. 9).** Establece que todas las personas tienen derecho a gozar de un ambiente sano y que la ley debe garantizar la participación de la comunidad en las decisiones que puedan afectarlo. Hace responsable al Estado de proteger la diversidad e integridad del ambiente, conservar las áreas de especial importancia ecológica y fomentar la educación para el logro de estos fines.

**Ley 9 (1979, art. 10).** Declara que todo vertimiento de residuos líquidos debe someterse a los requisitos y condiciones que establezca el Ministerio de Salud, teniendo en cuenta las características del sistema de alcantarillado y de la fuente receptora correspondiente. Además, en su artículo 14, prohíbe la descarga de residuos líquidos en las calles, calzadas, canales o sistemas de alcantarillado de aguas lluvias.

**Decreto 1594 (1984).** Según el Capítulo IV “*Del vertimiento de los residuos líquidos*”, establece en el artículo 60 que se prohíbe todo vertimiento de residuos líquidos a las calles, calzadas y canales o sistemas de alcantarillado para aguas lluvias. El artículo 61, prohíbe la inyección de residuos líquidos a un acuífero, salvo que se trate de la reinyección de las aguas provenientes de la exploración y explotación petrolífera y de gas natural, siempre y cuando no se impida el uso actual o potencial del acuífero. Por último, el artículo 90 decreta que en ningún caso se permitirán vertimientos de residuos líquidos que alteren las características existentes en un cuerpo de agua.

**Proyecto de Ley 061 (2014).** Propuesta realizada por el Senador Julio Miguel Guerra Sotto, con el fin de establecer condiciones técnicas para lograr un adecuado desempeño de los actores que se involucran en la cadena de generación de aceites de fritura usados con el fin de prevenir la contaminación ambiental e hídrica que originan y los riesgos para la salud humana en desarrollo.

### **4.3 Optimización Combinatoria**

En la vida cotidiana existen multitud de problemas que exigen la búsqueda de una apropiada solución. Algunos de los que se pueden citar incluyen: crear un plan de minimización de costos para la entrega de mercancías a clientes, realizar una asignación adecuada de trabajadores a sus determinadas tareas, encontrar la configuración óptima en una red de transporte, entre otros. Todos los problemas mencionados se relacionan por su objetivo principal cuya finalidad es optimizar un determinado valor de acuerdo a una serie de restricciones dadas (Díaz, Fernández, Sánchez y García, 2007).

La optimización trata los problemas que buscan encontrar el máximo o el mínimo de una función objetivo en un determinado dominio. Las teorías clásicas de optimización afrontan los problemas cuando el dominio es infinito. La Optimización Combinatoria, conocida como CO por su nombre en inglés, es la rama de la optimización que afronta los problemas con un dominio finito conocidos como problemas combinatorios (Salazar, 1996). En general, un problema de optimización busca maximizar o minimizar una función objetivo dentro de un conjunto de soluciones factibles y cuyas variables son de naturaleza discreta. Usualmente, cuando se habla de maximizar hace referencia al valor, utilidades o ganancias, mientras que si es un problema de minimización se relaciona con los costos.

Se pueden definir diferentes tipos de problemas de optimización dependiendo del dominio del espacio de búsqueda donde se encuentran las soluciones factibles. Existen problemas de optimización binaria, en los cuales sus variables de decisión son de naturaleza binaria, problemas de optimización entera cuando sus variables toman valores enteros positivos, problemas de optimización continuos en donde las variables toman valores reales y finalmente, los problemas de optimización mixto que se basa en el caso donde las variables son enteras, binarias y continuas.

Según Blum & Roli (2003), para definir un problema de optimización combinatoria se deben tener en cuenta las siguientes condiciones:

- Debe existir un conjunto de variables  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$
- Es necesario determinar el dominio de las variables  $D_1, \dots, D_n$ .
- Deben haber restricciones entre las variables.
- Existencia de una función objetivo  $f$  la cual será maximizada o minimizada dependiendo

del tipo de problema, donde:  $f: D_1 \times \dots \times D_n \rightarrow R^+$

El conjunto de todas las posibles asignaciones factibles es:

$$S = \{s = \{(x_1, v_1), \dots, (x_n, v_n)\} \mid v_i \in D_i, \text{ satisface todas las restricciones}\}$$

$S$  hace referencia al espacio de búsqueda, donde cada elemento del conjunto puede ser visto como un posible candidato para la solución. Por lo tanto, para resolver un problema de optimización combinatoria es necesario buscar una solución:

$$s^* \in S \text{ tal que } f(s^*) < f(s) \text{ para un problema de minimización}$$

$$s^* \in S \text{ tal que } f(s^*) > f(s) \text{ para un problema de maximización}$$

Se han desarrollado muchos algoritmos que abordan el tema de optimización combinatoria, algunos fáciles de resolver como los problemas lineales los cuales pueden ser resueltos con el conocido método Simplex. Sin embargo, generalmente la mayoría de problemas de optimización son difíciles dado que no se puede garantizar que se encuentre una solución óptima en un tiempo razonable y por esta razón, se clasifican de acuerdo a su complejidad computacional.

#### **4.4 Complejidad Computacional**

La complejidad computacional establece cómo se distribuyen los problemas entre distintas clases de acuerdo a su nivel de dificultad calculada de acuerdo a la cantidad de pasos que realiza una máquina medida en términos del tiempo y el espacio consumidos. Sus categorías se dividen en problemas P y NP, que son los que incluyen a los problemas de tiempo de resolución polinomial determinístico y no determinístico, respectivamente.

Los problemas para los que existe un algoritmo polinómico se denominan P. Las clases de problemas P no están compuestas por los problemas de optimización, sino por sus correspondientes problemas de decisión. Un problema se puede resolver en un tiempo polinómico cuando el tiempo de ejecución de un algoritmo que lo resuelve se puede relacionar con el tamaño de la entrada a partir de una fórmula polinómica.

En particular, se caracteriza a los problemas de NP Y NP-Hard como aquéllos cuyas soluciones no son factibles pero se pueden verificar en tiempo eficiente, prescindiendo el uso de máquinas no determinísticas en la definición. Hoy en día se plantea la oposición entre los algoritmos sofisticados que caracterizan a la clase P y los algoritmos de “fuerza bruta” que caracterizan a la clase NP.y NP-Hard lo que facilita la comprensión de lo que significa la pertenencia a esta clase de complejidad temporal (Rosenfeld e Irazábal, 2013).

**4.4.1 Problemas NP-Hard.** La subclase de problemas NP-Hard (o NP-completos) conocida como los más difíciles en el sentido de la complejidad temporal retoman las reducciones a un problema de tipo P, ahora acotadas a un tiempo de ejecución determinístico polinomial, para encontrar sistemáticamente problemas NP-Hard. No obstante, este tipo de problemas no tienen un algoritmo en tiempo polinómico que los resuelva y no se ha podido demostrar formalmente que no exista. Este tipo de problemas son un subconjunto de los problemas NP, es decir, existe un algoritmo polinómico que puede determinar si un valor es solución al problema pero matemáticamente es imposible de solucionar. Generalmente los problemas NP-Hard no pueden llevarse a cabo a partir de soluciones exactas ya que como se mencionó anteriormente, no poseen algoritmos polinómicos reducibles, por tal motivo, se ha enfatizado en resolverlos basándose en técnicas heurísticas y metaheurísticas que brindan la posibilidad de fijar aproximaciones subóptimas para dar solución al problema (Duarte, 2007).

#### **4.5 Métodos de solución de un problema de optimización combinatoria**

Existen distintos métodos para resolver un problema de optimización combinatoria los cuales generalmente dependen del enfoque de optimización usado o de la clase de algoritmo al que pertenece. Las dos principales categorías son: los métodos exactos y los métodos aproximados. Debido a que para la mayoría de los problemas de interés no existe un algoritmo exacto que pueda encontrar una solución óptima en un tiempo razonable, surge la necesidad de resolver este tipo de problemas NP-Hard a través de otros métodos diferentes. La principal desventaja de éstos radica en que para resolverlos se requiere de un tiempo computacional que crece exponencialmente con el tamaño del problema, lo cual ocasiona que no se pueda obtener la solución óptima en un tiempo aceptable.

Con el fin de evitar este inconveniente se dio lugar al uso de los métodos aproximados para la solución de problemas NP-Hard. Estos métodos al ser procedimientos de diseño intuitivo, proporcionan resultados eficientes, que aunque no garantizan una solución óptima, permiten obtener una solución muy cercana en un tiempo adecuado. En la figura 2, se puede observar la clasificación detallada de los métodos para resolver un problema de optimización combinatoria.

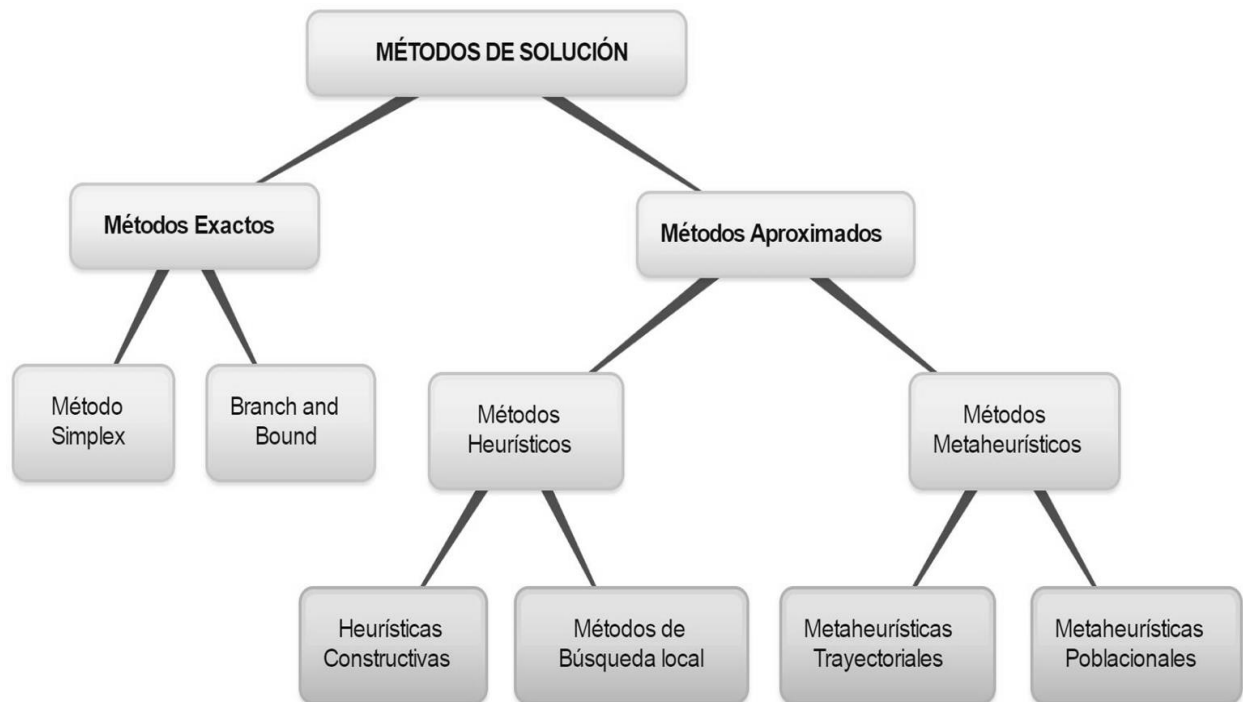


Figura 2. Métodos de solución de un problema de optimización combinatoria.

**4.5.1 Métodos Exactos.** Resuelven el problema ofreciendo una solución óptima y utilizan algoritmos como el método simplex o el algoritmo de ramificación y acotamiento (Quintero, Jerez y Ablan, 2010). Para obtener la solución óptima se divide el problema general en subproblemas, los cuales cuentan cada uno con sus restricciones, de manera que solucionando cada uno de ellos se puede llegar a la solución final. Sin embargo, debido a la complejidad de la mayoría de los problemas, resolverlos de esta manera es prácticamente imposible.

**4.5.1.1 Método simplex.** Corresponde a una técnica repetitiva que logra alcanzar una solución óptima por etapas. El método fue propuesto por el estadounidense George Dantzing para la resolución de problemas de programación lineal, modelos de optimización en los que las funciones objetivo y restricciones son estrictamente lineales y se caracterizan porque el número de incógnitas que presentan es mayor que la cantidad de ecuaciones, convirtiéndose en un sistema con infinitas soluciones (Arbones, 2009). Por ser un algoritmo iterativo, el método simplex realiza cálculos para encontrar una solución factible, luego verifica si es mejorable, y de ser así, vuelve a calcular una mejor solución, es decir, parte de una solución básica inicial y continúa inspeccionando las soluciones adyacentes que permitan mejorar el objetivo del problema. El procedimiento termina cuando se encuentre una solución que no pueda ser mejorada la cual se denomina solución óptima.

**4.5.1.2 Branch and Bound.** Conocido en español como Ramificación y acotamiento, es un método utilizado para producir soluciones exactas a los problemas de optimización combinatoria. La propuesta que fue dada a conocer por Land & Doig (1960), corresponde a una familia de algoritmos que comparten un procedimiento de solución común, el cual consiste en establecer un conjunto de soluciones parciales las cuales se denominan subproblemas o nodos, ubicados en el árbol de enumeración. La solución óptima será entonces la que otorgue mejores resultados de todos los subproblemas generados. El término ramificar, se relaciona con la necesidad de dividir el espacio de solución en pequeñas regiones que permitan resolver el problema de manera más sencilla, por otro lado, acotar se realiza con el fin de descartar definitivamente las regiones del espacio de búsqueda que sean subóptimas. La mejor solución se define una vez el árbol entero haya sido explorado (Morrison, Jacobson, Sauppe & Sewell, 2016).

**4.5.2 Métodos Heurísticos.** Corresponden a uno de los métodos aproximados. Se caracterizan por ser procedimientos que brindan soluciones aceptables en tiempos computacionales moderados. En contraposición a los métodos exactos que proporcionan una solución óptima del problema, los métodos heurísticos se limitan a proporcionar una buena solución no necesariamente óptima. Sin embargo, por medio del uso de métodos de búsqueda las soluciones obtenidas pueden ser mejoradas aumentando el tiempo de ejecución pero con resultados más cercanos al óptimo (Olivera, 2004). Existen dos tipos de heurísticas:

**4.5.2.1 Heurísticas constructivas.** Como su nombre lo indica construyen la solución del problema por etapas, es decir, no inician a partir de una solución factible sino que la van elaborando progresivamente. Una de las más conocidas es la heurística de ahorros de Clarke & Wright (1964) para el problema de ruteo de vehículos. El algoritmo de ahorros generalmente se emplea en problemas para los cuales no se tiene determinado el número de vehículos, por lo cual se determina como una variable de decisión con la finalidad de calcular el mayor ahorro en distancia. Su desarrollo implica la posibilidad de combinar rutas de modo que si con la unión de dos trayectos se encuentra mayor ahorro en sus arcos será utilizada esta nueva ruta.

**4.5.2.2 Métodos de búsqueda local.** Los procedimientos de búsqueda o de mejora local se caracterizan porque comienzan con una solución del problema y a partir de ella intentan mejorarla. Según Duarte (2007) entre estos métodos es posible encontrar:

- *Estrategia de búsqueda local 1.* Inicia con una solución factible, luego inspecciona el espacio de búsqueda o vecindad y escoge el primer movimiento que genera una solución mejor a la actual, a esto se le denomina first improvement.

- *Estrategia de búsqueda local 2.* Parte de una solución factible, que posteriormente es mejorada examinando su vecindad y todos los movimientos que pueden ser seleccionados. Sin embargo, en este caso se escoge aquel movimiento que genere mejores resultados, dependiendo si es un problema de maximización o minimización. Se conoce como best improvement.

- *Estrategia aleatorizada.* A partir de una solución factible dada y una vecindad asociada a esa solución, el siguiente movimiento se determina aleatoriamente teniendo en cuenta las opciones cercanas a la vecindad.

**4.5.3 Métodos metaheurísticos.** Los algoritmos heurísticos tienen un inconveniente que radica en su incapacidad para escapar de los óptimos locales. Con el fin de solucionar este problema se dio lugar a otros algoritmos de búsqueda aproximados más inteligentes denominados metaheurísticas, los cuales evitan en lo posible quedar atrapados en óptimos locales. Los procedimientos metaheurísticos buscan resolver problemas NP-Hard, donde los métodos heurísticos no obtienen soluciones eficaces (Osman & Kelly, 1996). Atendiendo el número de soluciones se pueden clasificar en: poblacionales y trayectoriales.

**4.5.3.1 Metaheurísticas trayectoriales.** Parten de una solución única la cual mejoran iterativamente, generando una trayectoria en el espacio de búsqueda por medio de las operaciones de movimiento.

- *Búsqueda Tabú (TS).* Método metaheurístico propuesto por Glover (1986). En el caso de esta técnica, los tabúes son todas las prohibiciones que se establecen en el proceso de búsqueda con el fin de que evitar que ésta quede atrapada en un conjunto de soluciones. A medida que transcurre el proceso se genera una lista tabú, donde se recolecta información relacionada con

todas las particularidades de las soluciones visitadas y las operaciones realizadas. La lista tabú tiene la característica de que posee “memoria”, por tal razón se realiza con la finalidad de evitar que el algoritmo se mueva en soluciones que ya han sido visitadas recientemente. La memoria de la lista tabú también sirve como guía para la búsqueda de soluciones que presenten características convenientes para la solución del algoritmo. El proceso comienza con una solución inicial que presenta un conjunto de soluciones vecinas, dentro de las cuales se escoge la mejor entre ellas, sin importar que no sea mejor que solución de partida, proceso que se repite hasta que se cumplan las condiciones establecidas y considerando aquellas soluciones vecinas que son prohibidas.

- **Recocido simulado (SA).** Metodología propuesta por Kirkpatrick, Gelatt & Vecchi (1983). El recocido simulado debe su nombre a su analogía con el proceso de manufactura donde un metal es calentado a altas temperaturas, para luego ser enfriado lentamente, de tal manera que sus estructuras cristalinas se reorganicen en la configuración de mínima energía. Esta técnica presenta un vínculo entre el proceso termodinámico mencionado anteriormente y la búsqueda de mínimos globales (Nikolaev & Jacobson, 2010). Partiendo de una solución y de una temperatura inicial, en un algoritmo de recocido simulado, se exploran un número  $L$  de soluciones vecinas. Tras examinar cada solución vecina, si ésta última es mejor que la solución de partida, se acepta como nueva solución. Si es peor, se admitirá como nueva solución pero con una determinada probabilidad. La probabilidad de aceptar una solución cuyo valor de la función objetivo es mejor que la actual es más grande cuanto mayor sea la temperatura y cuanto menor sea el incremento de la función objetivo que se trata de minimizar. Esta metaheurística tiene la posibilidad de permitir movimientos que empeoran el valor de la función objetivo, lo que le otorga la facultad de poder escapar de óptimos locales.

- ***Búsqueda de vecindad variable (VNS)***. Es una técnica originalmente propuesta por Mladenović & Hansen (1997). La búsqueda de vecindad variable es un método que no sigue una trayectoria, sino que explora el vecindario de la solución actual y solo pasa a una nueva solución si se ha logrado alguna mejora, de modo que si el óptimo local que se obtiene no proporciona mejores resultados que la solución actual el procedimiento se repite nuevamente en el siguiente vecindario. Una vez se haya explorado cada una de las estructuras o se encuentre una solución mejor que la existente se debe reiniciar la búsqueda desde el primer vecindario.

- ***Búsqueda local guiada (GLS)***. Es una metaheurística que mejora el procedimiento de búsqueda local con el fin de incrementar su eficiencia. La técnica GLS permite la modificación de la función objetivo por medio de penalizaciones con el fin de impedir que quede atrapada en óptimos locales. No obstante, el conjunto de soluciones y la estructura de la vecindad deben mantenerse estables sin modificaciones (Duarte, 2007).

- ***Procedimiento de búsqueda adaptativa aleatorizada codiciosa (GRASP)***. Desarrollado por Feo & Resende (1995). Es un procedimiento metaheurístico iterativo que se lleva a cabo de dos fases: construcción y búsqueda local. La fase de construcción se encarga de obtener una solución. Si esta solución no es factible, entonces es necesario aplicar un procedimiento de reparación para lograr su viabilidad. Una vez que se obtiene una solución factible, se investiga su vecindario hasta que se encuentra un mínimo local durante la fase de búsqueda. La mejor solución global se mantiene como resultado.

**4.5.3.2 Metaheurísticas poblacionales.** Las metaheurísticas basadas en poblaciones son aquellas que emplean un conjunto de soluciones (población) en cada iteración del algoritmo, en lugar de utilizar una única solución como las metaheurísticas trayectoriales.

- ***Búsqueda dispersa (SS)***. Fue introducido por Glover (1977) como una heurística para la programación entera. La búsqueda dispersa es un método que define su búsqueda en relación a un conjunto de puntos de referencia los cuales corresponden a buenas soluciones obtenidas previamente. El enfoque comienza identificando un centro de gravedad ponderado de los puntos de referencia. Este punto central junto con subconjuntos de los puntos de referencia iniciales se utiliza para definir nuevas sub-regiones. Luego, se examinan los puntos centrales análogos de las sub-regiones en una secuencia local (que varía generalmente desde valores de función objetivo más pequeños a los más grandes en un problema de minimización). Finalmente, estos últimos puntos se redondean para obtener las soluciones deseadas (Laguna & Martí, 2003).

- ***Optimización por enjambre de partículas (PSO)***. Técnica propuesta por Kennedy & Eberhart (1995). La metaheurística parte de una población de individuos llamada enjambre donde cada individuo se denomina partícula las cuales sobrevuelan el espacio de decisión en busca de soluciones óptimas. Dado un espacio de decisión  $n$ -dimensional, cada partícula  $i$  del enjambre conoce su posición actual  $X_i$ , su velocidad  $V_j$  y la mejor posición  $P_i$  en la que se ha encontrado, denominada mejor personal. Además, todas las partículas conocen la mejor posición encontrada dentro del enjambre denominado mejor global. Suponiendo el uso de la información proveniente del mejor global, en cada iteración  $t$  del algoritmo, cada componente  $j$  de la velocidad y la posición de cada partícula  $i$  del enjambre, se actualiza de acuerdo a una combinación lineal de su inercia, su propia experiencia y el conocimiento del enjambre. Cada partícula almacena en una memoria la mejor posición encontrada hasta el instante actual  $t$ , por lo tanto, en cada iteración se verifica si la nueva posición es superior al mejor personal de la partícula, de ser así se actualiza a dicho valor y se comprueba que sea mayor al mejor global, con el fin de actualizar a esta nueva posición en caso de ser más grande (Lima & Barán, 2006).

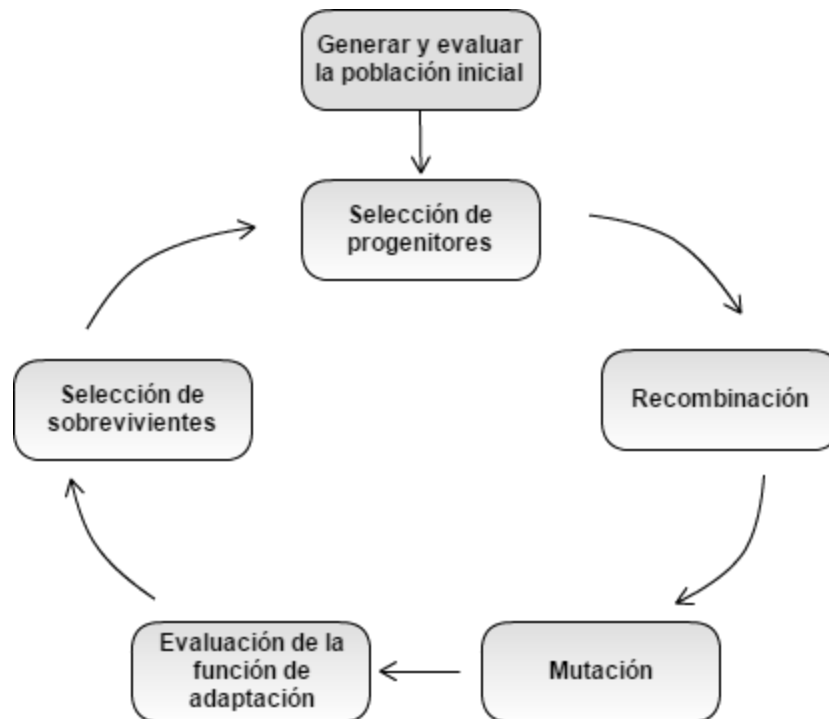
- **Optimización Colonia de hormigas (ACO).** Metaheurística inspirada en la naturaleza del comportamiento de hormigas reales. Al buscar comida, las hormigas exploran inicialmente la zona que rodea su nido de manera aleatoria. Tan pronto como una hormiga encuentra una fuente de alimento evalúa su calidad y lleva parte de ella al nido. Durante el viaje de regreso, la hormiga deposita un rastro de feromonas químicas en el suelo. La cantidad de feromona depositada guiará a otras hormigas a la fuente de alimento y les permitirá encontrar los caminos más cortos entre su nido y dichas fuentes. Esta característica es explotada en colonias artificiales de hormigas para dar soluciones óptimas a los problemas de optimización combinatoria.

En los algoritmos ACO, las hormigas artificiales constituyen una solución atravesando un grafo de construcción que consiste en un conjunto de vértices  $V$  y un conjunto de arcos  $E$ . El conjunto de todas las posibles componentes de soluciones denotado por  $C$  puede ser asociado con el conjunto de vértices, o con el conjunto de arcos. Las hormigas recorren su camino de un vértice a otro a lo largo de los arcos del grafo, construyendo una solución parcial, y a su vez, depositan una cierta cantidad de feromona sobre las componentes, es decir, los vértices o arcos que atraviesan. La cantidad de feromona depositada puede depender de la calidad de la solución encontrada. Las hormigas siguientes utilizan la información de la feromona como una guía hacia regiones más prometedoras del espacio de búsqueda (Arito, 2010).

#### **4.6 Computación Evolutiva**

Inspirada en los mecanismos de la evolución biológica propuestos por Darwin “Selección natural de los más adaptados”, Mendel “Teoría corpuscular de la herencia” y Lamarck “Herencia de caracteres adquiridos”, la computación evolutiva es una rama de la inteligencia artificial que

involucra problemas de optimización combinatoria. Diversos enfoques de la computación evolutiva han sido propuestos: las estrategias evolutivas, los algoritmos genéticos, la programación genética, entre otros. A estos métodos se les denomina de manera colectiva como algoritmos evolutivos. En la figura 3 se puede observar las etapas de un algoritmo evolutivo.



*Figura 3.* Esquema general de un algoritmo evolutivo. Adaptado de Ochoa, G. (2011, sección La computación evolutiva, párr.4). Introducción a la Computación Evolutiva y la Morfogénesis Artificial. Grupo de Computación en Medicina y Biología. Recuperado de <http://www.cs.stir.ac.uk/~goc/papers/GOchoaIntroCompEv.pdf>

Los algoritmos evolutivos imitan a la evolución natural y están comprendidos por una representación de las soluciones potenciales al problema, una población de estas soluciones potenciales, mecanismos para generar nuevos individuos o soluciones potenciales al problema estudiado, una función de desempeño también llamada *fitness* que determina la calidad de los individuos en la población en su capacidad de resolver el problema bajo estudio y un método de selección que otorgue mayores chances de sobrevivir a las buenas soluciones (Ochoa, 2011).

**4.6.1 Programación evolutiva (EP).** Nació en 1960 y su creador fue Lawrence Fogel. Este enfoque modela la relación reproductiva entre el comportamiento de una especie en sucesivas generaciones. Los operadores reproductivos utilizados son una forma de mutación que busca mantener las semejanzas con el progenitor tal como ocurre en la biología, donde un descendiente es generalmente similar a su padre en su comportamiento con sólo ligeras variaciones (Watanabe & Hashem, 2004). El algoritmo inicializa una población para seleccionar todos los individuos como padres posteriormente. Después, muta los  $N$  padres para generar  $N$  hijos y realizar un proceso de evaluación. De la población de padres e hijos se seleccionan, de forma probabilística  $N$  hijos, permitiendo que el mejor individuo siempre sobreviva. Se basa exclusivamente en la mutación como operador de la variación, no se utiliza ningún cruce.

**4.6.2 Estrategia evolutiva (ES).** Propuesta por L. Rechenberg y H.Schwefel en la década de los 60's. En las estrategias evolutivas, el individuo es un conjunto de parámetros, usualmente codificados como números, ya sean discretos o continuos. El algoritmo inicializa y evalúa una población para, posteriormente, seleccionar los padres de forma uniforme y aleatoria. La combinación de dos padres genera los hijos en una cantidad superior a los padres. Finalmente, se modifican los hijos utilizando el operador de mutación (Sánchez, Schillaci & Squillero, 2011).

**4.6.3 Algoritmos Genéticos (GA).** Técnica ideada por Holland en 1975 inspirada en los procesos de adaptación de los seres vivos. Son algoritmos de búsqueda enfatizados en los métodos de la selección y genética natural. Trabajan con una población de individuos donde cada uno hace referencia a una solución factible a un problema dado y se le asigna una puntuación relacionada con la bondad de dicha solución. Los pasos básicos de un algoritmo genético son:

- Evaluar la puntuación de cada uno de los cromosomas generados. En la naturaleza esto equivaldría al grado de efectividad de un organismo para competir por unos los recursos.
- Permitir la reproducción de los cromosomas siendo los más aptos los que tengan mayor probabilidad de reproducirse. Cuanto menos sea la adaptación de un individuos, menos será la probabilidad de que dicho individuo sea seleccionado para la reproducción.
- Con cierta probabilidad de mutación, mutar un gen del nuevo individuo generado.
- Organizar la nueva población (Arranz y Parra, s.f).

Estos pasos se repiten hasta que se dé una condición de terminación. Se puede fijar un número máximo de iteraciones antes de finalizar el algoritmo o detenerlo cuando no se produzcan más cambios en la población (convergencia del algoritmo). Para el paso de una generación a la siguiente se aplican una serie de operadores genéticos que según Gestal (s.f) son los siguientes:

**Selección.** Los algoritmos de selección son encargados de determinar cuáles son los cromosomas o individuos que tendrán la oportunidad de reproducirse.

- *Selección por ruleta.* En este método cada uno de los individuos de la población se le asigna un porcentaje de la ruleta, de tal manera que la suma total de los porcentajes asignados sea la unidad. Los individuos más aptos recibirán una porción más grande que los menos aptos. Para seleccionar un individuo se debe generar un número aleatorio del intervalo  $[0,1]$  y escoger aquel que esté ubicado en la porción de la ruleta indicada. El método de selección por ruleta es sencillo pero presenta el inconveniente de que el peor individuo puede ser seleccionado más de una vez.
- *Selección por torneo.* La idea principal de este método es seleccionar con base en comparaciones directas entre individuos. Se puede realizar según la versión determinística donde se escoge al azar un número de individuos y se selecciona el más apto para pasarlo a la siguiente

generación, o por otro lado, la versión probabilística que no escoge siempre al mejor individuo sino que genera un número aleatorio del intervalo  $[0,1]$  el cual es comparado con un parámetro  $p$  que oscila generalmente en el rango  $0,5 < p \leq 1$ . Si el número aleatorio es mayor que  $p$  se escoge el individuo más apto, de lo contrario se selecciona el menos apto.

**Cruce.** Este operador se utiliza una vez se hayan seleccionado los individuos los cuales son recombinados para producir la descendencia. La idea radica en que si se toman dos individuos correctamente adaptados al medio y se obtiene una descendencia que comparta genes de ambos, existe la posibilidad de que los genes generados sean precisamente los causantes de la bondad de los padres. Por esto, la descendencia o al menos parte de ella debería tener una bondad mayor que cada uno de los padres por separado. Los operadores de cruce son:

- *Cruce de un punto.* En esta técnica se seleccionan dos individuos, se cortan sus cromosomas por un punto seleccionado aleatoriamente y se generan dos segmentos los cuales se denominan: cabeza y cola. El objetivo consiste en intercambiar las colas entre los dos individuos para generar los nuevos descendientes con el fin de que ambos vayan a heredar información genética de los padres. En la figura 4a se observa un ejemplo del funcionamiento de este cruce.

- *Cruce de dos puntos.* Corresponde a una extensión de la técnica mencionada anteriormente, pero en este caso en vez de cortar por un único punto los cromosomas de los padres, se realizan dos cortes teniendo en cuenta que ninguno de estos puntos estén ubicados en el extremo de los cromosomas, para garantizar que se originen tres segmentos. De esta manera, la descendencia queda conformada por el segmento central de uno de los padres y los segmentos laterales del otro padre. El principal beneficio que otorga esta técnica radica en que al añadir más puntos de cruce, el espacio de búsqueda del problema puede ser explorado a fondo, sin embargo, introducir un mayor número de puntos puede llegar a reducir el rendimiento.

- *Cruce uniforme.* En este tipo de cruce cada gen de la descendencia tiene las mismas probabilidades de pertenecer a uno u otro padre. En esta instancia, se emplea el uso de valores binarios a través de una máscara de cruce que ayuda a determinar las posiciones que tendrán los genes de la descendencia. Si en las posiciones de la máscara está el número uno, el gen situado en esa posición se copia del primer padre hacia uno de los descendientes, mientras que si es un cero, el gen se copia del segundo padre. En el caso del descendiente número dos, se puede aplicar el método contrario, intercambiando los papeles de los padres.

**Mutación.** La mutación de un individuo provoca que alguno de sus genes varíe su valor de forma aleatoria. Consiste en seleccionar dos individuos de la población para realizar el cruce y si el cruce resulta exitoso, uno de los descendientes o ambos, se muta con cierta probabilidad  $P_m$  con el objetivo de agregar mayor diversidad a las características de la población. Las mutaciones se realizan además, para garantizar que ningún punto del espacio de búsqueda tenga una probabilidad nula de ser examinado. En la figura 4b, se ilustra el proceso de mutación.

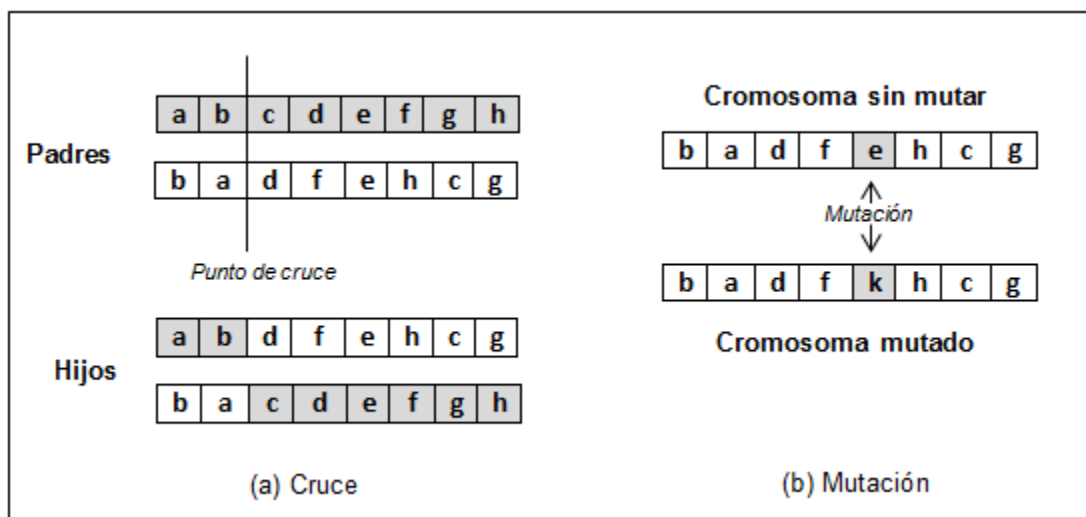


Figura 4. Operaciones básicas en algoritmos genéticos. Adaptado de Vélez, M. y Montoya, J. (2007, p. 105). Metaheurísticos: Una alternativa para la solución de problemas combinatorios en administración de operaciones. Revista EIA, 8, 99-115.

#### **4.7 Facility Location Problem (FLP)**

El problema clásico de localización de instalaciones es uno de los modelos más importantes en optimización combinatoria. Existen muchos problemas de baja complejidad, sin embargo algunos modelos son más difíciles y se agrupan en la categoría NP-Hard. El FLP busca determinar la cantidad óptima de establecimientos por instalar y la ubicación de éstos mismos. Dado un conjunto de clientes y sus posibles ubicaciones, se debe seleccionar un subconjunto de estas ubicaciones en donde se llevará a cabo la instalación de los puntos, de tal manera que cada cliente debe ser conectado con una de las instalaciones abiertas. El objetivo es encontrar la solución que minimice los costos de apertura de las instalaciones y que logre atender adecuadamente la demanda de los clientes (Meira, Miyazawa & Pedrosa, 2016). Hay que tomar dos tipos de decisiones: las decisiones de ubicación determinan dónde establecer las instalaciones mientras que las decisiones de asignación dictan cómo satisfacer la demanda de los usuarios. Cada decisión posible incurre en costos fijos para las instalaciones que se establecen y costos de asignación (Fernández & Landete, 2015).

En los FLP, el costo de las instalaciones es lineal (o lo suficientemente cercano) en el número de localizaciones. Sin embargo, a medida que aumenta el número de instalaciones, los beneficios disminuyen (Yu *et al.*, 2013). El problema de optimización busca encontrar cuando la adición de una instalación incremental ya no es necesaria. El modelo más utilizado en la ubicación de instalaciones discretas es el denominado problema de ubicación de instalaciones sin capacidad. También se consideran extensiones a problemas más generales, como las variantes de problema de localización de instalaciones capacitadas, el problema  $k$ -mediano y el problema de localización de instalaciones universales (Shmoys, 2000).

**4.7.1 Uncapacitated facility location problem (UFLP).** El problema de localización de instalaciones sin capacidad (o simple) es una variante del FLP donde la capacidad hipotética no es necesaria para resolver el problema general. Dos de los enfoques heurísticos más básicos para resolver este problema en particular es la heurística codiciosa y la heurística de intercambio. Sin embargo, cuando se utiliza una heurística para obtener una solución final, es muy importante tener un límite superior para estar seguro de que el valor de la solución heurística no está demasiado lejos del valor óptimo (Cornuejols, Nemhauser & Wolsey, 1984).

**4.7.2 Capacitated facility location problem (CFLP).** El problema de localización de instalaciones capacitadas es la extensión más importante del modelo general ya que incluye suposiciones más realistas en comparación con el UFLP. Se basa en que una serie de instalaciones capacitadas  $P$ , se ubican entre los posibles sitios para satisfacer las demandas de los clientes al minimizar los costos totales de transporte y los costos fijos de establecer instalaciones. Este problema ha sido investigado principalmente con datos deterministas y con el supuesto de que la capacidad de las instalaciones puede satisfacer toda demanda de los clientes (Rahmaniani, Saidi-Mehrabad & Ashouri, 2013).

#### **4.8 Vehicle Routing Problem (VRP)**

El problema de ruteo de vehículos consiste en la determinación de las rutas de una flota de vehículos para el transporte de personas o productos según las demandas de los clientes. Los cambios de la flota de vehículos en un entorno real desencadenan un gran número de limitaciones y otras extensiones del problema de ruteo que deben tenerse en cuenta para resolver eficazmente las diversas variantes existentes (Gacias, Cegarra & Lopez, 2009).

Para la notación del problema se utiliza un grafo dirigido  $G = (V, A)$  donde  $V = \{0, 1, \dots, n\}$  es el conjunto de  $n+1$  nodos y  $A$  es el conjunto de arcos. El nodo  $0$  representa el depósito, mientras que el restante conjunto de nodos  $V = V \setminus \{0\}$  corresponde a la cantidad total de clientes  $n$ . Cada cliente  $i \in V$  requiere un suministro de unidades  $Q_i$  desde el depósito (se asume  $Q_0 = 0$ ) donde una flota heterogénea de vehículos se encuentra estacionado en el depósito y se utiliza para abastecer a todos los clientes. La flota de vehículos está compuesta por diferentes  $M$  tipos de vehículos, con  $M = \{1, \dots, m\}$ . Para cada tipo de vehículo  $k \in M$ , están disponibles en el depósito la cantidad  $M_k$ .

La mayoría de las formulaciones básicas del problema de ruteo usan variables binarias como variables de flujo del vehículo para indicar si se desplaza entre dos clientes. Las variables de decisión combinan diversas restricciones de asignación de rutas motivo por el cual existen diferentes variantes del VRP con sus características (Golden, Raghavan & Wasil, 2008).

#### 4.8.1 Variantes y extensiones del VRP

**Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP).** El problema de ruteo capacitado es una extensión del VRP con la particularidad de que tiene en cuenta restricciones de carga para los vehículos. Consiste en encontrar un conjunto de  $k$  rutas (cada una correspondiente a un vehículo) donde la suma de las demandas de los vértices visitados por cada ruta no debe exceder la capacidad del vehículo  $Q_k$  (Escobar, Martínez, Granada, Willmer & Romero, 2014).

**Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW).** El problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo tiene como objetivo principal dar servicio a todas las necesidades de los clientes y minimizar la distancia total recorrida por todos los vehículos sin violar la restricción de

que el vehículo debe llegar a la hora indicada y visitar todos los clientes dentro de un tiempo predefinido el cual se denomina ventana de tiempo. Las ventanas de tiempo pueden ser suaves (flexibles) o duras (inflexibles), dependiendo si se permite o no la atención al cliente antes del lapso de tiempo establecido, lo cual puede inducir a una penalización en el costo que se le adiciona a la función objetivo (Jawarneh & Abdullah, 2015).

***Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery (VRPPD)***. El problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega (VRPPD) tiene como objetivo encontrar una serie de rutas para un conjunto de vehículos con costo mínimo que suministra servicio a unos clientes de la manera más adecuada posible de modo que los vehículos tengan suficiente capacidad de transporte para los productos que deben ser recogidos y/o entregados a los clientes. En cada visita se presenta la operación de recogida  $P$  y entrega  $D$ . El problema se puede dividir en  $PD$  cuando las operaciones se combinan,  $P-D$  cuando las operaciones se pueden hacer conjuntamente o por separado y  $P/D$  cuando cada cliente tiene una entrega requerida pero no ambas (Ballesteros & Zuluaga, 2015).

***Vehicle Routing Problem with Multiple Trips (VRPMT)***. El problema de ruteo de vehículos con viajes múltiples es una generalización del ruteo de vehículos capacitado ya que permite que los vehículos puedan extender su capacidad con más de un recorrido, por lo tanto, este enfoque puede reducir el número de vehículos requeridos para la solución. La totalidad de sus generalizaciones son NP-Hard debido a la complejidad computacional de las múltiples rutas que puede realizar un vehículo ya que la demanda total de los clientes de una ruta no debe exceder la capacidad del vehículo  $Q_k$  (Gómez *et al.*, 2014).

***Open Vehicle Routing Problem (OVRP)***. El problema de ruteo de vehículos abierto es una variante del VRP donde el vehículo al realizar el servicio a su último cliente, no regresa al punto de partida, por lo tanto dentro de cada grupo de rutas no existen los ciclos hamiltonianos (Derigs

& Reuter, 2009). El OVRP es utilizado para problemas de subcontratación de fletes que, o bien el contratante no posee una flota de vehículos en absoluto, o su flota de vehículos es inapropiada o insuficiente para satisfacer la demanda de sus clientes. Los vehículos de alquiler no son obligados a regresar del depósito  $Q_0$  una vez culminado el recorrido (Fu, Eglese & Li, 2005).

#### **4.9 Location- Routing Problem (LRP)**

El problema de localización y ruteo (LRP) es un tipo de problema en el que no solo se determina el ruteo de vehículos, sino también la localización de las instalaciones y depósitos. Implica localizar simultáneamente una serie de instalaciones entre los sitios candidatos y el establecimiento de las rutas de entrega a un conjunto de clientes de tal manera que el coste total del sistema se reduzca al mínimo. En la mayoría de los modelos LRP cada cliente se sirve en su propia ruta, sin embargo, los clientes que no son atendidos individualmente por las dificultades de localización son consolidados en rutas cercanas a instalaciones que pueden contener muchos clientes. Una de las razones de la dificultad añadida en la solución de estos problemas es que hay muchas más decisiones que necesitan ser abordadas y resueltas por este tipo de modelo. Estas decisiones incluyen la cantidad de instalaciones a ubicar, dónde deben ser ubicadas, cuales depósitos y rutas deben asignarse y a qué cliente. (Marinakis, 2009).

La diferencia entre el LRP y VRP es que no sólo la ruta debe diseñarse, sino que la ubicación óptima del depósito se determina al mismo tiempo. Si se requiere que todos los clientes deban estar directamente vinculados al depósito, el LRP se convierte en un problema de localización. Si por otro lado se fijan los lugares del depósito, se reduce a un VRP. El problema de localización y ruteo es de complejidad computacional NP-Hard, ya que abarca dos problemas de este tipo, localización de instalaciones y enrutamiento de vehículos (Nagy & Salhi, 2007).

## 4.10 Herramientas

**4.10.1 Sistema de Información Geográfica (SIG).** Un sistema de información geográfica (en inglés Geographic Information System GIS) es un tipo de sistema computarizado que incluye hardware, software, bases de datos y métodos de organización utilizados para recolectar, administrar, procesar, analizar, modelizar y visualizar datos geográficos (Klaus-Jürgen, 2010). La base de datos del SIG funciona en la mayoría de los casos como datos indexados geográficamente que se representan como un conjunto de procedimientos con diversos objetivos tales como dar respuesta a consultas sobre entidades espaciales en la base de datos geográficos, servir de soporte para la toma de decisiones y para ayudar a la planificación. El SIG puede producir mapas profesionales con diversidad de símbolos a diferentes escalas y proyecciones. Principalmente, se diferencia de la cartografía digital por las características de análisis que facilita el procesamiento de los datos integrados en éste, de modo que es posible generar nueva información a partir de la cartografía digital inicial.

Los SIG pueden visualizar y procesar imágenes de satélite y fotografías aéreas de dominios en línea como Google earth, Google Maps, Yahoo Maps, Microsoft Virtual Earth, para obtener nueva información. De esta manera, los datos geográficos obtenidos son la parte del SIG mediante la cual se representa la realidad y permite enlazarla con situaciones específicas de la vida cotidiana como por ejemplo, la administración pública, el catastro y la planificación, el transporte y enrutamiento de vehículos, el impacto medioambiental y social, la agricultura, etc. (Pérez, 2011). A la vez, interfaces de programación de aplicaciones (APIs) son incorporadas por defecto en cada navegador como lenguaje asistido en funciones elementales para la creación de mapas dinámicos del SIG.

**4.10.2 Interfaz de Programación de Aplicaciones (API).** Una API (Application Programming Interface), es un conjunto de funciones residentes en bibliotecas dinámicas que permiten que una aplicación se ejecute bajo un determinado sistema operativo por medio del uso de las funciones y de la infraestructura ya existente en otro software. Este sistema de subrutinas se divide en APIs para Canvas, Geolocation, Web storage, File, Web workers, History, Offline, entre otros programas. La Geolocation es utilizada para establecer la ubicación física del dispositivo usado para acceder a la aplicación. Los valores retornados incluyen latitud y longitud, posibilitando la integración de esta API con otras como Google Maps que puede acceder a información de localización específica para la construcción de aplicaciones prácticas que trabajen en tiempo real y construir mapas dinámicos con las especificaciones requeridas en el lenguaje de programación (Gauchat, 2012).

## **5. Análisis del territorio objeto de estudio**

La división urbana de la ciudad de Bucaramanga está conformada por 17 comunas, como se observa en la figura 5, dentro de las cuales hacen parte barrios, asentamientos y urbanizaciones. El presente proyecto se lleva a cabo en la mayor parte de la zona sur del territorio, que corresponde a las comunas 9, 10 y 11, conocidas bajo el nombre de La Pedregosa, Provenza y Comuna Sur, respectivamente. En su totalidad las tres comunas cuentan con 35 barrios, 20.388 hogares, 143 restaurantes, 63 conjuntos residenciales, 12 colegios de carácter público, seis juntas de acción comunal y tres Comandos de Acción Inmediata de la policía o CAI's.

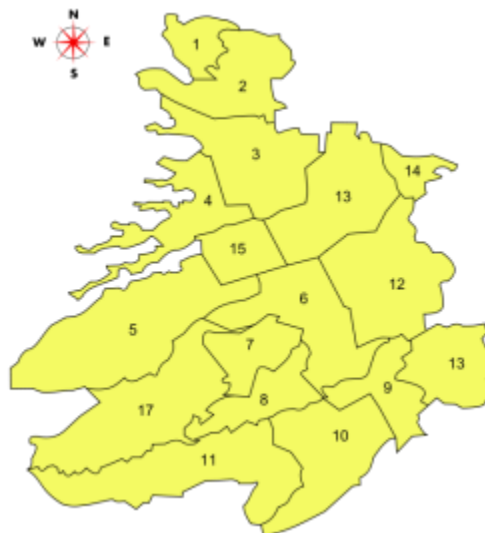


Figura 5. Mapa división político urbana de Bucaramanga. Adaptado de “División política urbana y rural” (s.f.). Recuperado de: <http://www.bucaramanga.gov.co/el-mapa/division-politico-urbana>

La tabla 1 presenta un resumen de los factores mencionados para cada una de las comunas objeto de estudio, los cuales son agrupados dependiendo del tipo de lugar o establecimiento, debido a que algunos de ellos deben ser gestionados con características de recolección diferentes.

Tabla 1.







Información cuantitativa requerida para las comunas 9, 10 y 11.

Cantidad	Comuna 9	Comuna 10	Comuna 11	Total
<b>Barrios</b>	13	6	16	35
<b>Habitantes</b>	16.623	32.300	28.459	77.382
<b>Hogares</b>	4.617	8.282	7.489	20.388
<b>Restaurantes</b>	36	64	43	143
<b>Conjuntos residenciales</b>	15	32	16	63
<b>Colegios públicos</b>	2	6	4	12
<b>Juntas de acción comunal</b>	2	1	3	6
<b>CAI's</b>	1	1	1	3

A partir de recorridos realizados en todo el territorio para obtener la información indispensable, se hace uso de la Interfaz de Programación de Aplicaciones (API) que proporciona Google Maps para transferir las coordenadas geográficas de cada instancia hasta el contenido virtual por medio del servicio de geo-codificación, donde se convierten direcciones en marcadores o puntos de referencia situados en el mapa de la división urbana de Bucaramanga para la representación de los sitios estratégicos que hacen parte del diseño del modelo de localización de instalaciones, del desarrollo del problema de ruteo de vehículos o de ambas partes del trabajo de investigación. En la tabla 2, se dan a conocer los símbolos que se usan para definir cada uno de lugares, los cuales se observan completamente en el mapa de la figura 6.

Tabla 2.

*Simbología representativa de los sitios estratégicos para el modelo*

Lugar	Símbolo
Restaurante	
Conjunto residencial	
Colegio público	
Salón de acción comunal	
CAI	
Planta de producción	

### 5.1 Producción de aceite residual en el territorio objeto de estudio

Según encuestas realizadas por el semillero de investigación Biodiésel Ecológico en los hogares y establecimientos comerciales que son los productores directos de aceites de cocina usados, se



Cabe resaltar que dentro de la producción promedio mensual de aceite residual en todos los hogares se encuentran incluidos los pertenecientes a los conjuntos residenciales. No obstante, es posible determinar la generación del desecho que se lleva a cabo por cada uno de ellos ya que se tiene información relacionada con la cantidad de hogares presentes. Para los demás establecimientos, como lo son colegios, CAI's y salones de acción comunal, la producción mensual depende de la cantidad de hogares que se les asigne en el modelo de localización.

## **6. Diseño del modelo matemático de localización**

### **6.1 Características del modelo**

El diseño del presente modelo de recolección de residuos está estructurado de acuerdo a dos decisiones principales, la localización de las instalaciones o puntos de recolección y en segundo lugar, la definición adecuada de las rutas. Los modelos de localización de instalaciones tienen como propósito principal seleccionar un conjunto de puntos específicos que serán ubicados en un área dada con el fin de satisfacer las necesidades o requerimientos de una población objetivo.

El presente proyecto aborda como primer paso un modelo matemático de localización que permite definir la cantidad de puntos de recolección y cuáles de éstos deben ser escogidos dentro de un conjunto de posibles opciones que corresponde a los colegios públicos, salones de acciones comunal y CAI's, como se observa en la figura 7, de acuerdo a ciertas restricciones. El objetivo del modelo es minimizar el costo en el que se incurre por instalar los diferentes tipos de contenedores y un costo adicional que se refiere a una penalización que se impone por la

distancia recorrida que debe llevar cabo una persona desde cada hogar hasta su respectivo punto de recolección. Para esto se propone un modelo de programación lineal entera mixta el cual se caracteriza porque algunas de las variables son reales, otras enteras y puede tener variables binarias, que se usan para identificar si una entidad se activa o no (Badran y El-Haggar, 2006).

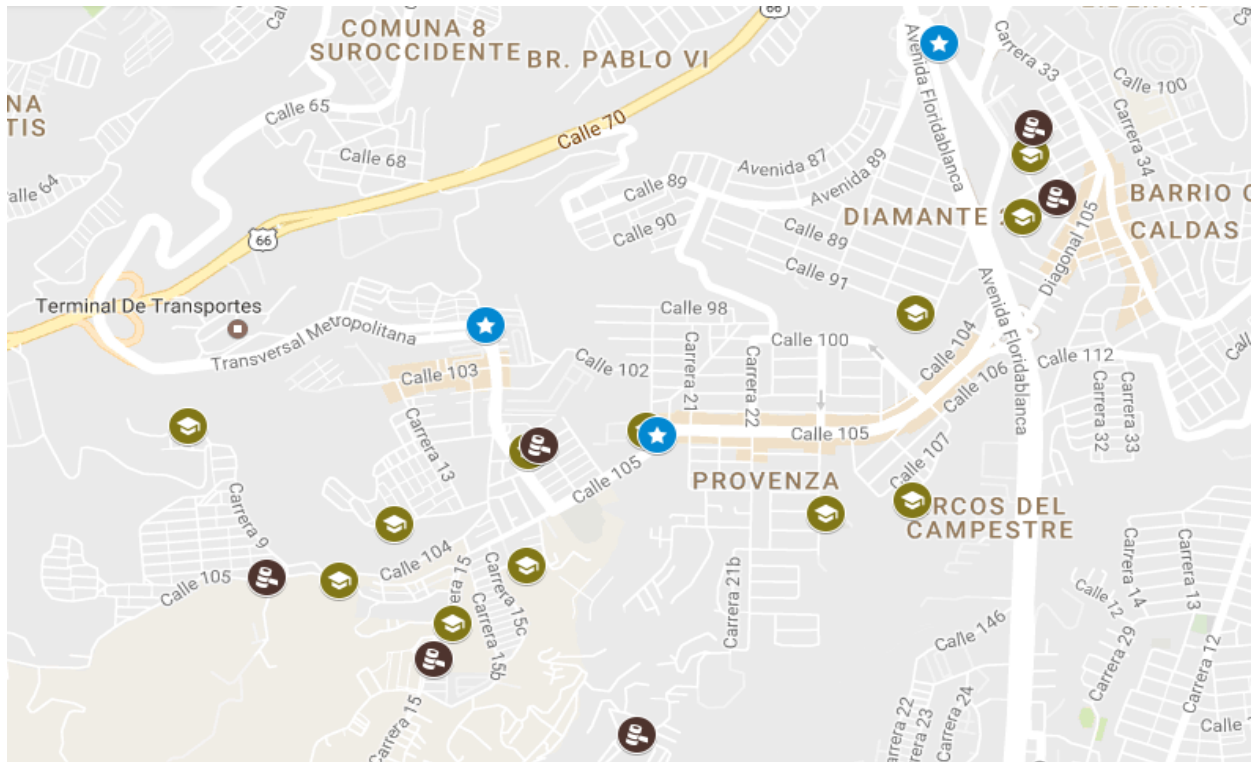


Figura 7. Ubicación en el mapa de colegios, juntas de acción comunal y CAI's.

El modelo permite seleccionar no solo los puntos de recolección dentro del grupo de sitios potenciales, sino también la capacidad del contenedor que será situado en cada localización, teniendo en cuenta que se permite establecer más de un contenedor por punto y hacer combinaciones de estos mismos. Igualmente, se define la asignación óptima de los hogares al sitio de recolección más cercano, obteniendo además la producción asociada a cada uno de ellos. Para esto, se establece una restricción adicional que impone que cada hogar sea atendido por un punto de recolección que está dentro de un umbral de distancia previamente establecido.

Una condición especial del modelo incluye la participación directa de los conjuntos residenciales y tres de los colegios: INEM, Institución educativa La Libertad y la Institución Educativa Provenza. Para estos lugares es obligatorio constituir puntos de recolección. No obstante, los conjuntos residenciales ya tienen una producción de aceite residual definida así que no se tendrán en cuenta en la formulación del modelo, pero es imprescindible fijar para ellos el tamaño adecuado del contenedor que pueda almacenar el volumen de aceite residual que se genera en el sitio, por lo tanto se evalúa este factor por separado.

### 6.2 Recursos disponibles

Para el diseño del sistema de recolección se tiene a disposición cuatro diferentes tipos de contenedores que varían en cuanto a capacidad y costo, tal como se muestra en la tabla 4. Cabe resaltar, que cada contenedor con ruedas se sitúa en el interior de un contenedor metálico para facilitar el proceso de recogida de los residuos, razón por la cual el costo es sumado.

Tabla 4.

*Costo de los contenedores según su capacidad*

Capacidad	Costo contenedor con ruedas	Costo contenedor metálico	Costo total
<b>80 litros</b>	\$146.000	\$250.000	\$396.000
<b>190 litros</b>	\$430.000	\$300.000	\$730.000
<b>240 litros</b>	\$420.000*	\$300.000	\$720.000
<b>480 litros</b>	\$840.000	\$550.000	\$1'390.000


*Nota:* \* El costo del contenedor con ruedas de 240 litros es más económico que el de 190 litros debido a que la marca del segundo es de mayor calidad.

Por otra parte, se requiere para la red de transporte y la distribución de las rutas dos elementos principales: vehículos y planta de producción, eje principal donde se lleva a cabo la labor de conversión del aceite residual en biodiésel, por lo cual es relevante que el sistema de recolección permita la llegada a tiempo de dicha materia prima a su lugar de destino. La planta de producción se encuentra ubicada en el sector de la comuna 11 o sur conocido como Granjas de Julio Rincón y su costo no se involucra con el diseño del modelo de recolección.

El vehículo escogido por el semillero de investigación Biodiésel Ecológico es una moto con carrocería o motocarro eléctrico, ya que por su adaptabilidad y facilidad de transporte hace más sencillo el proceso de recolección del aceite disminuyendo notablemente los costos en los que se incurrirían si se diera uso a un carro normal. Se debe tener en cuenta que se tiene a disposición dos motocarros. La tabla 5 muestra las características más importantes del vehículo.

Tabla 5.

*Características del vehículo.*

Característica	Descripción
Imagen	
Marca	Lion
Capacidad de carga	500 kg / 539 litros *
Consumo energía	1,5 kW para 50 km
Costo vehículo	\$10'100.000
Costo adecuación de la carrocería	\$1'500.000
Costo total	\$11'600.000

*Nota:* \* La capacidad de carga del vehículo es proporcionada por la empresa proveedora en la unidad de medida kilogramos. Para hacer la conversión a litros se hizo uso de la densidad promedio del aceite vegetal a 20°C equivalente a 0,9275 g/cm<sup>3</sup> (incluyendo como referencia la densidad del aceite de palma, soja, girasol y canola, los más frecuentes para el consumo humano).

### **6.3 Contenedor asignado por conjunto residencial**

Los conjuntos residenciales poseen una producción mensual de aceite residual que varía dependiendo del número de hogares, ya sea casas o apartamentos, sin embargo esta generación es aproximada debido al hecho de que muchos de ellos no están ocupados en su totalidad. De igual modo, es requisito de los conjuntos establecer solo un tipo de contenedor, dados los protocolos de administración de estos mismos. Por tal razón, se utiliza como parámetro para seleccionar el contenedor adecuado aquel que este más cercano a la producción total esperada del conjunto evitando así la posibilidad de incurrir en costos innecesarios, no obstante, según criterio de la institución encargada de poner en ejecución el proyecto, teniendo en cuenta el presupuesto otorgado por el ente municipal y con previa autorización del conjunto residencial se puede modificar el tipo de contenedor.

En el apéndice A, se describe la producción mensual de aceite residual por conjunto residencial al igual que la información mencionada respecto a la asignación de contenedores, con la cual se determina finalmente el presupuesto requerido para la instalación de los contenedores en cada uno de los conjuntos residenciales el cual es \$31.216.000.

### **6.4 Matriz de distancias**

Para la formulación del modelo en primer lugar se establecieron en la zona objeto de estudio agrupaciones de hogares que residen en un mismo sector los cuales generan una cantidad de desecho de aceite doméstico que se determina según la producción mensual por hogar y la cantidad de viviendas presentes en el grupo delimitado, valores que se pueden observar en el apéndice B. La figura 8 muestra los diferentes puntos ubicados en la parte central (centroide) de

la agrupación de hogares seleccionada, a su vez que permite visualizar nuevamente los sitios potenciales de recolección.

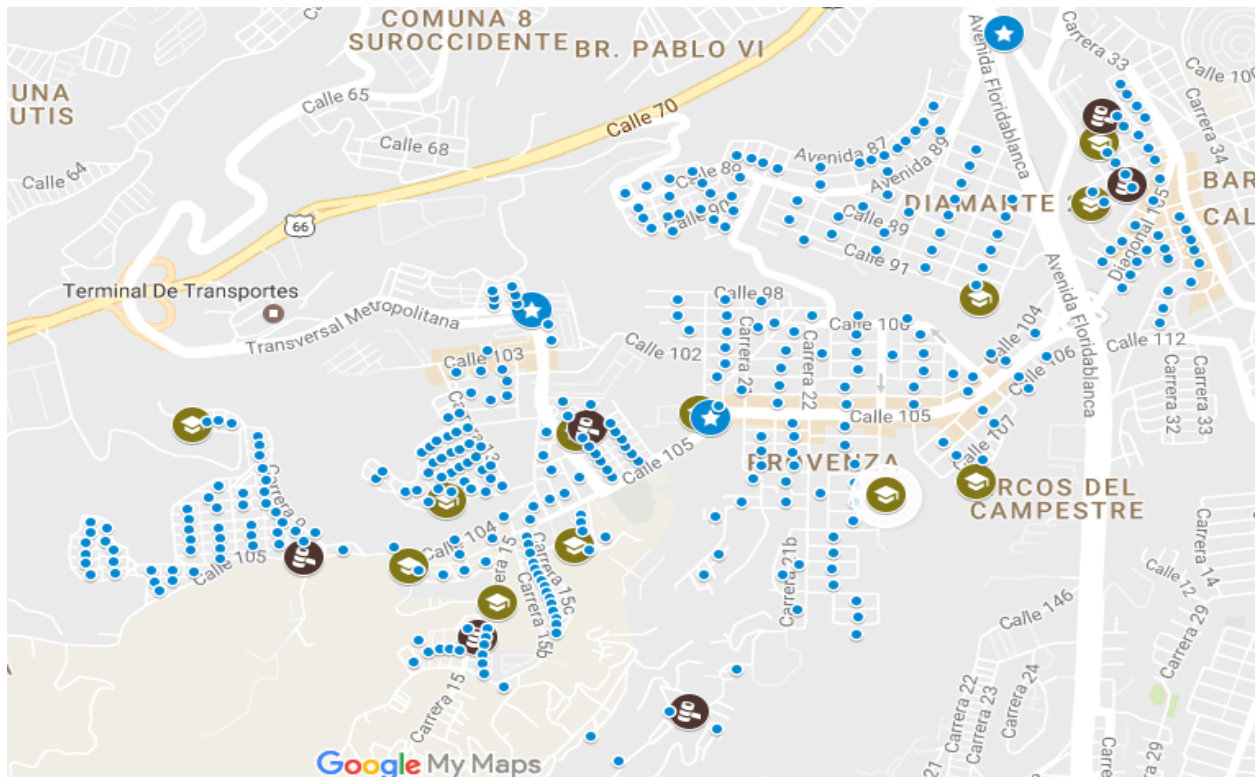


Figura 8. Puntos de generación de demanda.

De acuerdo a la petición que se le realiza al servidor de Google maps se puede obtener una matriz de distancias o matriz origen-destino. Dicha matriz brinda la posibilidad de precisar la distancia recorrida desde un punto de generación de aceite residual hasta todos los posibles puestos de recolección, considerando el medio de transporte a utilizar y la orientación de las carreteras de acuerdo a la red vial de la ciudad de Bucaramanga. Los módulos de transporte disponibles para el desarrollo de la matriz en la API son conducir, caminar, bicicleta y tránsito. Para la finalidad de este proyecto, se asume que las personas recorren el trayecto caminando, por tal razón se solicita el cálculo de la distancia a pie por medio de caminos y aceras peatonales, usando como unidad de medida el metro.

La matriz obtenida posee 354 filas que hacen referencia a los puntos de generación de aceite residual y 21 columnas que corresponden a los puntos de localización potenciales, para una dimensión total de 7434 elementos. La matriz de distancias a su vez permite determinar la distancia máxima que debería recorrer una persona desde su hogar hasta el sitio de recolección que le corresponde. Esta restricción se lleva a cabo con el propósito de que las personas puedan acceder sin mayor esfuerzo a realizar la actividad.

Según encuestas realizadas previamente existe preferencia de las personas por aquellos puntos más cercanos a las residencias lo que favorece la aceptación de las campañas de concientización. Desde este punto de vista, el modelo debe prescindir de ubicar hogares en puntos de recolección que sean mayores al límite establecido. Dicho límite se concreta con una estrategia maximin, la cual toma los valores de distancia mínimos de las filas de la matriz y luego selecciona el valor máximo de ellos el cual para este caso es 1424,64 metros, teniendo en cuenta que longitudes inferiores a esta cantidad conducen a que el modelo no tenga solución.

Sin embargo, la matriz de distancias debe ser transformada en una matriz de costos referentes al valor económico que se le importa a una persona por invertir parte de su tiempo para transportar los residuos de aceite a cada sitio de recolección. Para lograr esto se emplea como costo el salario mínimo legal mensual vigente (SMLMV) que devenga una persona realizando una conversión de distancia a tiempo, ponderando la velocidad promedio de una persona al caminar de un punto a otro equivalente a 4.6 km/h. Este ajuste a la matriz debe ser aplicado para que la formulación de la función objetivo tenga las mismas unidades. De este modo, la distancia máxima permitida para ir de un punto a otro se transforma igual que todos los elementos de la matriz en un costo que según los cálculos realizados equivale a \$950,38 los cuales constituyen el parámetro que se incluye en el modelo de localización.

### 6.5 Formulación del modelo matemático

El modelo matemático determina la asignación de los ciudadanos al sitio de recolección más cercano, así como la definición de los contenedores que serán fijados en cada punto, de manera que no exceda su capacidad y satisfaga la recolección de la producción de aceite residual en el territorio. Se presenta un modelo de localización cuya función objetivo es la minimización de los costos que involucran la localización de los puntos de recolección, y que a su vez exige la inclusión de variables enteras y binarias y diversas restricciones. El modelo de programación lineal que se lleva a cabo presenta la siguiente notación y formulación.

#### Índices

$i$  = puntos de generación de aceite residual  $i$  (1,2,...,  $n$ )

$j$  = puntos de localización  $j$  (1,2,...,  $n$ )

$l$  = tipo de contenedor  $l$  (1, 2, 3,4)

#### Variables de decisión

$X_{ij}$   $\begin{cases} 1. & \text{Si se asigna el punto de generación residual } i \text{ al punto de localización } j \\ 0. & \text{De lo contrario} \end{cases}$

$Y_j$   $\begin{cases} 1. & \text{Si se abre el punto de localización } j \\ 0. & \text{De lo contrario} \end{cases}$

$N_{lj}$  Número de contenedores tipo  $l$  ubicados en el punto de localización  $j$

#### Parámetros

$M$  = Costo máximo de ir desde un punto de generación residual hasta un punto de localización

$U$  = Un número grande

$D_i$  = Cantidad de aceite residual en litros/mes generada por el punto de generación  $i$

$O_l$  = Costo del contenedor  $l$

$Ca_l$  = Capacidad en litros del contenedor  $l$

$C_{ij}$  = Costo de ir desde el punto de generación  $i$  al punto de localización  $j$

**Función objetivo**

$$\text{Min } Z = \sum_i \sum_j C_{ij} X_{ij} + \sum_j \left[ \sum_l O_l N_{lj} \right]$$

**Restricciones**

1.  $Y_1 + Y_2 + Y_3 = 3$

2.  $\sum_j X_{ij} = 1 \quad \forall_i$

3.  $C_{ij} X_{ij} \leq M \quad \forall_i, \forall_j$

4.  $\sum_i D_i X_{ij} \leq \sum_l N_{lj} Ca_l \quad \forall_j$

5.  $\sum_i D_i \leq \sum_j \sum_l N_{lj} Ca_l$

6.  $\sum_l N_{lj} \leq U Y_j \quad \forall_j$

7.  $Y_j \leq \sum_i X_{ij} \quad \forall_j$

8.  $X_{ij}, Y_j \in \{0,1\}$

9.  $N_{lj} \in \{0, \infty\}$

La restricción (1) determina que los puntos de localización uno, dos y tres correspondientes a los colegios INEM, Institución educativa La libertad y la Institución educativa Provenza deben ser activados de manera obligatoria por el modelo, la (2) indica que todos los puntos de generación de aceite residual deben ser atendidos por un punto de localización, la restricción (3) asegura que el costo que se le atribuye a la persona en su recorrido desde su hogar hasta el punto de localización, en referencia a la distancia recorrida, no exceda el límite acordado, la (4) establece que la capacidad de los contenedores asignados al punto sea mayor que la cantidad de producción de residuos que se le asigna a cada uno.

La restricción (5) define que toda la producción de aceite residual en el territorio debe ser menor o igual a la capacidad de los puntos de recolección instalados, la (6) indica que debe existir por lo menos un contenedor por localización seleccionada, la restricción (7) relaciona el hecho de que cada punto de localización se abre siempre y cuando exista una producción de aceite residual establecida para dicha ubicación y por último, la restricción (8) concreta el carácter binario de la variables  $X$  y  $Y$  mientras que la (9) la naturaleza entero positivo de la variable de decisión  $N$ .

## **6.6 Solución del modelo matemático de localización**

El modelo de programación lineal entera mixta formulado en la sección anterior fue programado por medio del software para la solución de problemas de optimización matemática GAMS. Después de hacer las experimentaciones adecuadas, la función objetivo que busca minimizar los costos en los que se incurre para la instalación de los puntos de recolección indica que el monto económico requerido para su ejecución equivale a \$26.778.598, cifra que incluye el costo de compra de los contenedores y el de penalización por la distancia que deben recorrer las personas

para llegar a su ubicación de destino. En la tabla 6, se exponen resaltadas las ubicaciones seleccionadas dentro de las candidatas, para un total de 16 puntos de recolección definitivos.

Tabla 6.

*Puntos de recolección definitivos.*

<b>Puntos de localización</b>	<b>Yj</b>	<b>Puntos de localización</b>	<b>Yj</b>
<b>INEM</b>	<b>1</b>	<b>Colegio La Medalla Milagrosa</b>	<b>12</b>
<b>Institución Educativa la Libertad</b>	<b>2</b>	<b>CAI Provenza</b>	<b>13</b>
<b>Institución Educativa Provenza</b>	<b>3</b>	<b>CAI Sur</b>	<b>14</b>
<b>Colegio Federico Ozanam</b>	<b>4</b>	<b>CAI Viaducto</b>	<b>15</b>
<b>Sede E INEM</b>	<b>5</b>	Junta La Libertad	16
<b>Sede C INEM</b>	<b>6</b>	<b>Junta Diamante I</b>	<b>17</b>
Colegio Diana Turbay	7	<b>Junta El Rocío</b>	<b>18</b>
<b>Sede D INEM</b>	<b>8</b>	<b>Junta Porvenir</b>	<b>19</b>
<b>Escuela Carlos Toledo Plata</b>	<b>9</b>	Junta Toledo Plata	20
Colegio Jorge Isaacs	10	<b>Junta Luz de Salvación</b>	<b>21</b>
Sede B INEM	11	-	-

En un principio se contaban con 21 sitios de localización potenciales, algunos de ellos muy cercanos entre sí como para que ambos fueran seleccionados, por lo cual el modelo escogió los más viables y en consecuencia, los resultados computacionales señalan la eliminación de cinco puntos. Los resultados del modelo estipulan a cada sitio de recolección los puntos de generación que le corresponden proporcionando así la cantidad de aceite residual que será dispuesto por las personas en dicha localización durante un mes, tal como se especifica en la tabla 7. Asimismo, se concretan la cantidad y el tipo de contenedores según su capacidad que deben ser establecidos en cada punto de recolección. La solución obtenida da a conocer como el modelo de optimización descarta aquellos contenedores de 190 litros, que como se mencionó anteriormente poseen un costo superior al de su sucesor de 240 litros dado las condiciones del material utilizado.

Tabla 7.

*Producción de aceite residual y contenedores asignados por punto de recolección.*

Puntos de Localización	Yj	Producción (litros/mes)	Número de Contenedores			
			80 litros	190 litros	240 litros	480 litros
INEM	1	476,1				1
Institución Educativa La Libertad	2	75,6	1			
Institución Educativa Provenza	3	<b>1180,8</b>			1	2
Colegio Federico Ozanam	4	317,7				1
Sede E INEM	5	<b>1424,7</b>				3
Sede C INEM	6	<b>819</b>				2
Sede D INEM	8	442,8				1
Escuela Carlos Toledo Plata	9	487,8	1			1
Colegio la Medalla Milagrosa	12	180,9			1	
CAI Provenza	13	116,1			1	
CAI Sur	14	206,1			1	
CAI Viaducto	15	122,4			1	
Junta Diamante I	17	<b>719,1</b>			1	1
Junta El Rocío	18	469,8				1
Junta Porvenir	19	<b>934,2</b>				2
Junta Luz de Salvación	21	188,1			1	
<b>Total</b>		<b>8161,2*</b>	2	0	7	15

Nota: \*La producción total no incluye conjuntos residenciales.

Esta situación se justifica en que el modelo da prioridad a la minimización de los costos dado que corresponde a su función objetivo, por lo cual a pesar de que para algunas instalaciones se podría escoger un contenedor de 190 litros, se prefiere utilizar el siguiente en capacidad corroborando la necesidad de reducir los recursos invertidos en las instalaciones, razón que simultáneamente se evidencia en la notable cantidad de contenedores de 480 litros instaurados con respecto a los de menor capacidad. La solución del modelo busca unificar la producción de aceite residual hacia los puntos seleccionados debido a que el costo de penalización es

relativamente pequeño comparado con el costo de los contenedores. No obstante, si el costo de penalización no existiera, el programa concentraría la capacidad de los contenedores en un solo punto de localización, lo cual no es una opción viable para el modelo. El apéndice C muestra los puntos de generación de residuos (centroides) asignados a cada localización de recolección.

### **6.7 Modificaciones de capacidad**

Tal como se mencionó en la sección 6.2, el diseño general del modelo de recolección cuenta con unos recursos definidos. Al analizar los resultados del modelo matemático se presenta el incumplimiento de la capacidad de recolección de los vehículos lo cual debe ser modificado para evitar problemas en el desarrollo del diseño de las rutas de recolección. Los puntos de localización resaltados en la tabla 7 cuentan con una producción estimada de aceite residual muy superior a la capacidad de un vehículo lo que ocasiona que cuando se preste el servicio, el vehículo no pueda recoger la cantidad de aceite presente en el mismo. De igual manera, se necesitan en algunas situaciones más de dos contenedores por punto lo cual no es posible poner en marcha debido a que su tamaño es muy grande y los protocolos de los establecimientos no permiten instaurar contenedores que ocupen considerables dimensiones.

Para el desarrollo del proceso de recogida se ha determinado un horizonte de planeación de 20 días que se llevará a cabo por medio de la segmentación del territorio según la totalidad de sitios en los que se debe recolectar el aceite residual, de manera que se establezcan rutas diarias en cada segmento. Por este motivo para evitar los inconvenientes presentados se propone dividir la producción de aceite residual de los puntos a los que el modelo de localización les asignó una cantidad superior a la capacidad del motocarro de manera equitativa, ya sea semanal o quincenalmente dependiendo de qué tan grande sea su producción.

Con esta modificación dichos puntos deberán ser visitados más de un día y la capacidad de su contenedor se estipula de acuerdo a la nueva producción definida. La tabla 8 muestra la forma en cómo será dividida la producción para los cinco puntos de recolección que presentan problemas de capacidad y la modificación de los contenedores para éstos mismos eliminando inmediatamente la cantidad delimitada por el modelo de localización.

Tabla 8.

*División de la producción y asignación de contenedores por punto de recolección.*

Nombre	Producción (litros/mes)	Periodo	Nueva Producción	Contenedor Asignado (litros)
Sede E INEM	1424,7	Semanal	356,18	480
Institución Educativa Provenza	1180,8	Semanal	295,2	480
Junta Porvenir	934,2	Quincenal	467,1	480
Sede C INEM	819	Quincenal	409,5	480
Junta Diamante I	719,1	Quincenal	359,6	480

Es importante garantizar una adecuada jornada de concientización en el territorio, más específicamente en los puntos de recolección anteriores puesto que sus zonas deben ser delimitadas de manera que las personas lleven la producción promedio de aceite residual mensual en un periodo proporcional a la cantidad de veces que será atendido el punto en el horizonte de planeación. Esto favorece la estabilidad de los patrones de recolección.

### **6.8 Presupuesto localización de instalaciones**

Por ser un proyecto que posteriormente será aplicado en la ciudad bajo recursos que ofrece el estado y según su respectiva aprobación, en las dos fases del modelo de recolección de residuos

se debe concretar el monto económico que se requiere para llevar a cabo la ejecución del proyecto. Considerando que se han fijado los costos de instalación de contenedores en los conjuntos residenciales y los necesarios para los puntos de recolección en los diferentes barrios que se ajustarán de acuerdo a las modificaciones realizadas anteriormente, en la tabla 9 se incorporan dichos valores dando lugar al presupuesto mínimo para la primera parte del modelo de recolección de residuos de aceites y grasas.

Tabla 9.  
*Costo total requerido para localización de instalaciones.*

Descripción			Costo
<b>Inversión puntos de localización</b>			<b>\$26.778.598</b>
(-) Contenedores eliminados	Cantidad	Capacidad	
Sede E INEM	1	240	\$720.000
	1	480	\$1.390.000
Institución Educativa Provenza	2	480	\$2'780.000
Junta Porvenir	1	480	\$1.390.000
Sede C INEM	1	480	\$1.390.000
Junta Diamante I	1	240	\$720.000
<b>(+) Inversión Conjuntos residenciales</b>			<b>\$31.216.000</b>
<b>Costo total</b>			<b>\$49.604.598</b>

### 7. Diseño de las rutas de transporte

La recolección de residuos es uno de los problemas operativos más difíciles a los que se ven enfrentados los entes municipales de cualquier ciudad. Muchos municipios se han visto en la obligación de modificar la forma en que los residuos domésticos son recolectados de los hogares

con el fin de examinar su relación costo- efectividad y el impacto ambiental que genera. De este modo, la simulación de estas circunstancias con problemas de optimización combinatoria hace más sencilla esta actividad dando lugar a la obtención de resultados factibles (Nuortio *et al.*, 2006). El diseño de las rutas para la recolección de aceite de cocina usado se lleva a cabo teniendo en cuenta los factores que se mencionan a continuación:

- Ingresan al diseño del modelo 143 restaurantes del territorio que son puntos estratégicos de producción de aceite doméstico residual, con una generación promedio previamente definida, cuya recolección debe ser realizada de acuerdo al horario de atención que presente cada establecimiento y se hace puerta a puerta, al igual que los conjuntos residenciales.

- Se cuenta con la participación de un total de 222 localizaciones que incluyen 16 puntos de recolección, 63 conjuntos residenciales y 143 restaurantes.

- Las actividades de recolección se realizan para un horizonte de planeación de 20 días.
- Todas las rutas parten desde la planta de producción y terminan ahí mismo.
- La flota de vehículos es homogénea con capacidad finita.

La recolección de residuos se lleva a cabo a partir de una red terrestre la cual es descrita como un grafo  $G$ , que contiene dos conjuntos finitos  $N$  y  $A$ , donde el primero hace referencia a los nodos o vértices y el segundo representa el conjunto de arcos que son conexiones que unifican los nodos para formar el grafo. Para el diseño actual, los nodos corresponden a los puntos de recolección de aceite residual donde además se incluye la planta de producción como el nodo inicial. Los arcos se relacionan con la red vial de la ciudad la cual depende de la forma de circulación en las carreteras. Las vías de una ciudad tienen diferentes orientaciones, algunas permiten el tránsito de vehículos en ambos sentidos lo que se conoce como arcos no dirigidos, otras por el contrario solo pueden ser circuladas en una dirección, es decir, son arcos dirigidos.

Cada arco que conecta el nodo  $i$  con el nodo  $j$  tiene un peso que corresponde al tiempo que tarda el vehículo en recorrer la distancia entre ambos vértices, que depende a su vez de las condiciones de velocidad de este mismo y del tráfico de la ciudad. Este problema puede ser de dos tipos: simétrico, si se asume que el tiempo de recorrido del punto  $i$  al punto  $j$  es el mismo que el que involucra ir del punto  $j$  al punto  $i$  para todos los arcos, o asimétrico, en el caso contrario. Por ser un diseño que será aplicado a la realidad, se define la red de transporte de tipo asimétrico puesto que es de vital importancia que las rutas que se construyan para realizar el proceso de recolección consideren la dirección de las vías en la zona establecida.

Para representar la red de transporte se utiliza al igual que con el modelo de localización el sistema de información geográfica (SIG) proporcionado por la API de Google Maps, a partir de la herramienta de Geo-codificación, la cual permite configurar en el mapa de la división urbana de Bucaramanga la localización de los puntos de recolección y de la planta de producción. Con el SIG mencionado igualmente se hace la solicitud al servidor para que realice la matriz de distancias, que calcula el tiempo de viaje y la distancia que recorre el vehículo entre los nodos o vértices del grafo. Para el modelo de localización se utilizó como módulo de transporte para la API la opción caminando, sin embargo para el diseño de las rutas se aplica como marco de referencia el módulo conducción, que se encarga de solicitar el cálculo de la distancia y el tiempo usando la red de carretera actual en la ciudad.

## **7.1 Análisis de mapas**

El territorio objeto de estudio conformado por las comunas 9, 10 y 11 de Bucaramanga, es una zona geográfica bastante densa en cuanto a población, edificaciones y establecimientos comerciales. El diseño del sistema de recolección de residuos de aceite busca involucrar a toda la

ciudadanía y el sector productivo, por esta razón es importante tener presente que la comunidad debe participar continuamente como entes activos en el sistema, por lo cual se deben considerar todos los elementos con la misma importancia al momento de definir las rutas, y además, discriminar aquellos establecimientos que no contribuyen considerablemente en la producción del desecho. En tal caso, los restaurantes y puestos de comidas rápidas escogidos excluyen las pizzerías por ser un tipo de alimento que requiere poco uso de grasa para su elaboración.

Para definir la localización de cada sitio estratégico que hace parte de las rutas se visitaron las zonas con el fin de tener una coordenada geográfica exacta para ser inscrita por medio de la herramienta de georreferenciación (Google Maps) en el mapa de la división política de Bucaramanga. La figura 9 muestra las 222 localizaciones que corresponden a los nodos para el modelo de ruteo y además permite observar la ubicación de la planta de producción.

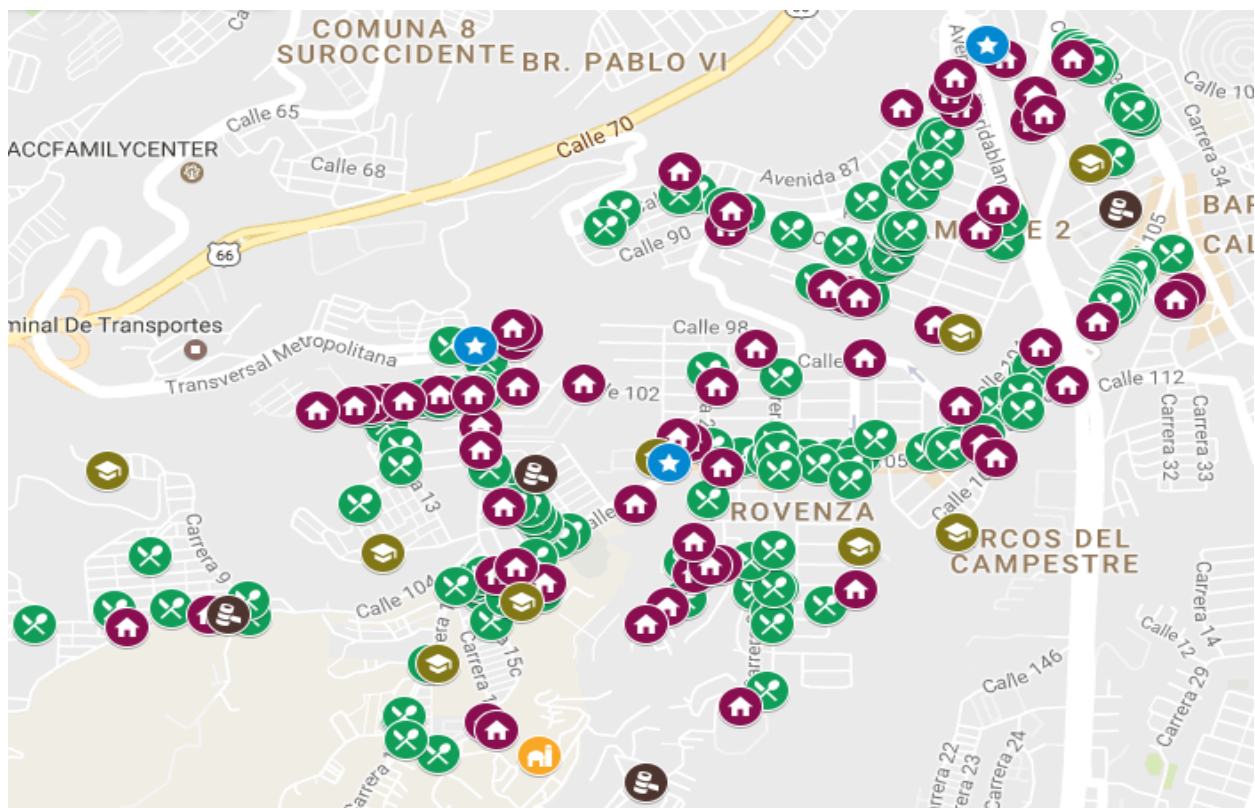


Figura 9. Puntos de producción de aceite residual para el ruteo de vehículos.

## 7.2 Descripción de la ruta

Como se ha mencionado anteriormente las rutas deben recolectar la cantidad total de litros de aceite doméstico residual que se genera en todos los establecimientos mensualmente, en un tiempo de ejecución de 20 días. Por esta razón, la recolección se realiza de manera segmentada: cada día los vehículos hacen su recorrido en una zona específica, es decir, que se deben establecer 20 áreas de recolección de manera que al finalizar el horizonte de planeación se hayan visitado todos los puntos del territorio. La ruta diaria parte de la planta producción, recorre una secuencia de nodos y vuelve a su punto de origen donde descarga el aceite recolectado.

Se podrán generar como máximo dos rutas por área debido a que se cuenta con una flota de dos vehículos de capacidad homogénea, a su vez que ningún día de recolección la producción de aceite puede superar la capacidad total de los vehículos. Para el caso de los colegios, CAI's, Juntas de acción comunal y los conjuntos residenciales, una vez llega el conductor a su lugar de destino debe invertir un tiempo de servicio que involucra la actividad de ir en busca del contenedor metálico, abrirlo, trasladar el contenedor con ruedas hasta el motocarro, descargar el producto y finalmente, devolver el contenedor a su lugar inicial.

Cabe resaltar que las personas almacenan el aceite en botellas de plástico, por lo cual el conductor no descarga el líquido sino las botellas que lo contienen. Para el caso de los restaurantes no existe contenedor, sin embargo también se implica un tiempo adicional mientras el conductor va en busca de la botella que alberga el aceite durante el horario de funcionamiento del establecimiento. Cada ruta es recorrida por un vehículo que cuenta con una capacidad finita, por lo cual el número de nodos y la cantidad de aceite residual que recoja de éstos no debe exceder su capacidad.

### 7.3 Segmentación del territorio

**7.3.1 Algoritmo K-means.** Existen diversos métodos de segmentación, entre los que se encuentran los jerárquicos, los particionarios y los de densidad, los cuales varían en la forma en como agrupan las zonas. Para realizar la segmentación del territorio objeto de estudio se hace uso del algoritmo particionario K-means, propuesto por James MacQueen en 1967. K-means es el método de clusterización más conocido por su simple aplicación. El algoritmo se encarga de dividir, según una serie de variables, una población en un número  $k$  de segmentos o clústers determinado por el usuario. Se le atribuye su nombre debido a que representa cada uno de los clústers por la media o media ponderada de sus puntos, es decir, por su centroide. El algoritmo funciona básicamente realizando los pasos que se describen a continuación (Sancho, 2015).

- *Fase de inicialización:* K-means sitúa  $k$  puntos en el espacio en donde se encuentran los vértices. Los puntos determinados representan los centroides iniciales de los grupos.
- *Fase de asignación:* en esta etapa el algoritmo asigna cada vértice al grupo que tiene el centroide más cercano. Para realizar esto se mide la distancia entre el vértice y cada centroide. Una de las distancias más utilizadas es la euclidiana.
- *Fase de actualización:* después de que se hayan asignado todos los vértices a cada centroide inicial su ubicación cambia, por lo tanto el algoritmo calcula nuevamente la posición de los  $k$  centroides.

Estos pasos se repiten hasta que los grupos se mantienen iguales. El algoritmo K-means presenta inconvenientes no solo por tener que repetir sucesivamente su proceso para encontrar soluciones óptimas, sino también porque requiere la condición de entrada del número de clústers. Esto perjudica su eficacia porque muchas veces no se conoce esa variable.

No obstante, para el presente trabajo de investigación se tiene definido que la segmentación del territorio debe realizarse en un horizonte de 20 días, lo que corresponde a  $k=20$ . Por otra parte, K-means es susceptible a valores atípicos los cuales pueden distorsionar la distribución de los datos.

**7.3.2 Programación del algoritmo K-means.** La programación del algoritmo se llevó a cabo a partir del software matemático MATLAB versión R2017a con el uso de la función  $idx=kmeans(X, k)$  la cual utiliza para determinar las longitudes entre puntos la medida de distancia euclidiana cuadrada. El conjunto de datos  $X$  hace referencia a una matriz numérica donde las filas de esta misma corresponden a observaciones, y las columnas corresponden a variables. Para este caso, la matriz está conformada por 222 filas que representan todos los puntos de recolección de aceite residual y dos columnas, donde la primera columna incluye la información de la ubicación en el eje  $X$  del plano cartesiano para cada uno de los nodos y la segunda todo lo referente al eje  $Y$ .

Debido a que los nodos se encuentran representados geográficamente a través de Google Maps, se adaptó una nueva capa al mapa denominada Origen-Segmentación, que se considera como el punto origen ( $x=0, y=0$ ). A partir de esta ubicación y con ayuda de la herramienta de medición de distancias de la API se definieron los valores para cada variable.

La programación consta de dos fases: en la primera se desarrolla la función “Ejecutar” en donde se programa todo lo relacionado con la herramienta K-means. Como su nombre lo indica esta función es la encargada de la ejecución del algoritmo y como resultado final despliega un archivo en Excel denominado “Grupos” el cual contiene la matriz inicial de datos junto con una nueva columna que especifica el número del clúster al cual fue asignado cada nodo. La segunda fase corresponde a una función auxiliar para graficar los clústers llamada “PlotClusters” que

permite visualizar en un plano cartesiano todos los nodos agrupados por colores con su respectivo centroide. Se desarrolla este paso con el fin de entender fácilmente la organización de los resultados. La programación general realizada en MATLAB se encuentra en el apéndice D.

**7.3.3 Resultados iniciales.** Con el fin de explorar las posibles soluciones que ofrece el algoritmo K-means se ejecutó continuamente el programa y se escogieron las seis mejores opciones de organización de los nodos para realizar un análisis de producción residual y distancias por cada uno de los clústers con la finalidad de escoger el óptimo. Se definió previamente que para el diseño del modelo de recolección se cuenta con una flota de dos vehículos cada uno con una capacidad de 539 litros de almacenaje, como cada vehículo realiza solo una ruta diaria en total se puede recolectar como máximo 1078 litros por día, es decir, por cada clúster, de modo que para el análisis de producción residual se utiliza como base para escoger la mejor segmentación aquella que sobrepase en menores ocasiones dicha producción de aceite residual bajo un parámetro de número de vehículos, de manera que se escoja una opción donde no se requieran más de dos vehículos en ningún clúster, o que esto ocurra en la menor cantidad posible.

Para el segundo tipo de análisis se hizo uso de la matriz de distancias entre nodos para calcular la distancia total recorrida que se tendría que utilizar para cada una de las posibles opciones. La minimización de las distancias recorridas garantiza que se reduzcan los costos de transporte, por tal razón sirve de referencia para escoger la segmentación más adecuada. En ambos casos, la mejor opción fue la número tres, representada en la figura 10, la cual fue elegida para realizar la clusterización del territorio. El proceso desarrollado para su elección se describe con más detalle en el apéndice E el cual incorpora a su vez la información relacionada con las coordenadas geográficas y el número de clúster asignado a cada nodo.

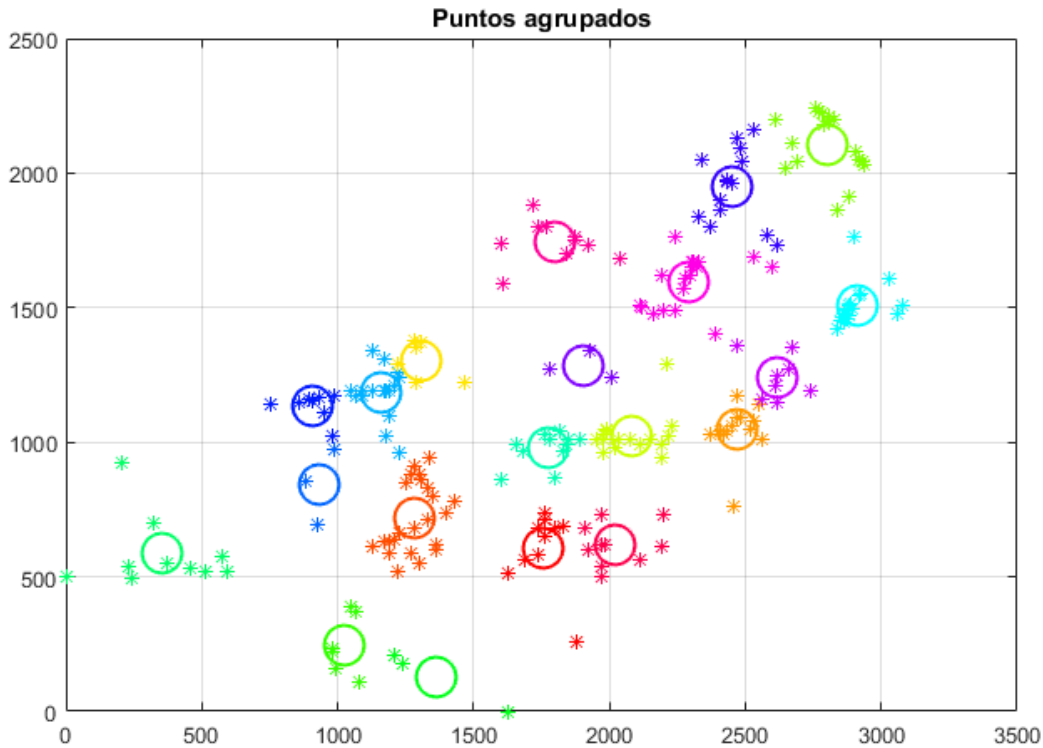


Figura 10. Segmentación del territorio seleccionada

**7.3.4 Segmentación final.** A pesar de que la solución ofrecida por el algoritmo K-means es factible para desarrollar un proceso de recolección, para el presente diseño de rutas debe ser sometida a unas pequeñas modificaciones para garantizar el cumplimiento de las características previamente definidas. Estos cambios se sustentan así:

- En la sección 6.7 del diseño del modelo de localización se concretó el cumplimiento de que ningún nodo sobrepase la capacidad de un solo vehículo dividiendo semanal o quincenalmente el proceso de recolección de aquellas excepciones y que no se efectúe en un periodo mensual como se procede para la mayoría de los puntos de generación de residuos. De manera que es imprescindible asignar dichos nodos en diferentes clústers adicionales al que fueron ubicados en el proceso de segmentación.

- Un factor para la selección de la segmentación fue el cumplimiento de la capacidad de los dos vehículos, sin embargo esto no se manifestó para todos los clústers ya que dos de ellos tienen una producción de aceite residual superior a 1078 litros teniendo que reubicar uno de sus nodos.
- El algoritmo K-means funciona con distancias euclidianas, motivo por el cual no tiene en cuenta la red vial de la ciudad. En consecuencia uno de los nodos (Sede E INEM) fue asignado a un clúster cercano en distancia euclidiana pero que según la orientación de las carreteras se aleja considerablemente, así que fue trasladado a otro grupo.

La tabla 10 da a conocer la asignación a los clústers faltantes de los puntos de localización cuya producción de aceite residual fue distribuida proporcionalmente. Para realizar dicha actividad se tuvo en cuenta ubicar los nodos en clústers lo más cercano posible a su grupo de origen. Adicionalmente, la tabla expone los cambios de clúster realizados. En el apéndice F se presenta la organización final de los 20 clústers y su visualización espacial en Google maps.

Tabla 10.

*Asignación de clústers y cambios de grupos.*

<b>Asignación de clústers</b>				
<b>Nombre</b>	<b>Producción (litros/mes)</b>	<b>Tipo de distribución</b>	<b>Nueva Producción</b>	<b>Clústers</b>
Sede E INEM	1424,7	Semanal	356,2	9,13,10,18
Institución Educativa Provenza	1180,8	Semanal	295,2	3,8,11,12
Junta Porvenir	934,2	Quincenal	467,1	5,6
Sede C INEM	819	Quincenal	409,5	15,19
Junta Diamante I	719,1	Quincenal	359,6	8,12
<b>Cambios de grupos</b>				
<b>Nombre</b>	<b>Producción</b>	<b>Grupo inicial</b>	<b>Grupo final</b>	
Terranova	234	14	18	
Junta El Rocío	522	16	19	
Sede E INEM	356,2	8	9	

## **8. Formulación del modelo de ruteo vehículos**

### **8.1 Características del modelo**

El diseño del modelo de ruteo, consiste en la determinación de las rutas recorridas desde la planta de producción hasta los puntos de recolección y los lugares que ingresan, los cuales son los restaurantes y los conjuntos residenciales. El objetivo del modelo es la optimización de los costos con el fin de reducir la distancia recorrida y el tiempo de viaje total en el horizonte de planeación establecido para el proceso de recolección. Algunos puntos de recolección, como lo son los restaurantes, requieren de un intervalo de tiempo para el servicio de recogida de aceite, ya que sus horarios de atención generalmente dependen del tipo de alimento que ofrecen y no están disponibles al público durante todo el día. Por tal razón, el problema de ruteo de vehículos del presente proyecto se extiende a un *problema de ruteo con ventanas de tiempo*. No obstante los puntos seleccionados en el modelo de localización y los conjuntos residenciales no requieren ventanas de tiempo y el proceso de recolección del desecho se puede realizar en cualquier horario de la jornada laboral del conductor del vehículo.

### **8.2 Problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo**

El VRPTW (Vehicle Routing Problem with Time Windows), es una extensión del problema de enrutamiento de vehículos. Consiste en diseñar un conjunto de rutas para una flota de vehículos homogénea, que tiene que visitar un número de clientes geográficamente definidos y con una demanda asociada a cada uno de ellos, pero en este caso además de la limitación de capacidad, el

vehículo tiene que visitar al cliente dentro de un marco de tiempo establecido en el que se permite el servicio denominado ventana de tiempo. Las rutas parten del depósito, donde el vehículo visita los clientes determinados, hasta que su capacidad es completada, o es insuficiente para atender otro cliente y debe volver a su lugar de origen. Cada cliente debe ser visitado una sola vez y se dispone de un tiempo de servicio para ser atendido.

La ventana de tiempo que se asigna a cada cliente, establece una hora de inicio y una hora de finalización en que el vehículo debe visitar el punto correspondiente. El vehículo puede llegar antes de la apertura de la ventana de tiempo pero no puede ser atendido hasta que ésta se abra lo que origina una espera mientras el límite inferior de la ventana inicia. Por otra parte, no se permite llegar después de que el lapso de tiempo haya terminado. Existen dos tipos de ventanas de tiempo: suaves o flexibles y duras o inflexibles, las primeras brindan la posibilidad de violar la restricción de inicio que estipula el cliente, lo que incurre en una penalización económica por incumplimiento, por el contrario, las ventanas de tiempo duras obligan al vehículo a cumplir con el lapso de tiempo definido.

La función objetivo depende del tipo de características del modelo minimizando variedad de opciones las cuales se atribuyen generalmente a la disminución de los costos de transporte. Existen diferentes variantes para este problema que incluyen otra serie de restricciones más complejas (El-sherbeny, 2010):

- *Vehículos no idénticos o flota heterogénea.* Se identifica principalmente por que las capacidades de los vehículos son diferentes, aunque también puede atribuirse a medios de transporte con tiempos de viaje que varían según el tipo vehículo, etc.
- *Múltiples ventanas de tiempo.* Permite que los clientes tengan diferentes ventanas de tiempo y cuando el vehículo llega entre dos ventanas debe esperar a que inicie la siguiente.

- *Múltiples depósitos.* Para esta situación, los clientes son atendidos por varios depósitos considerando sus ventanas de tiempo. Cada depósito tiene su propia flota de vehículos los cuales por lo general deben regresar al mismo depósito del que salieron
- *Múltiples compartimientos.* También conocido como MCVRPTW, permite el uso de compartimientos múltiples cuando los vehículos trasladan distintos productos que deben permanecer separados durante el transporte.
- *Entregas divididas.* En este caso se elimina la restricción de que cada cliente tiene que ser visitado exactamente una vez, permitiendo entregas por separado lo que hace posible atender a un cliente cuya demanda excede la capacidad del vehículo.
- *Recogida y entrega.* Se realiza dicha actividad en simultaneidad con la limitación de la ventana de tiempo.

Dependiendo de la situación a abordar, el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo puede incluir muchas más extensiones que se alejan poco a poco de su modelo matemático clásico con el fin de solucionar casos prácticos con características que se asemejan aún más a la realidad, al mismo tiempo que incrementan su complejidad computacional.

### 8.3 Formulación del modelo matemático VRPTW

El presente trabajo de investigación utiliza el modelo matemático definido por Toth & Vigo (2002) para el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo duras. La red de transporte para el VRPTW se representa mediante un grafo  $G = (V, A)$ , donde  $V = \{0, 1, 2, 3, \dots, n\}$  expresa el conjunto de vértices o nodos y  $A = \{(i, j); i, j \in V\}$  hace referencia al conjunto de arcos por donde harán sus recorridos los vehículos teniendo en cuenta que  $i \neq j$ .

El conjunto de vértices  $i= 1, \dots, n$  en este caso se relacionan con los diferentes puntos de generación de aceite residual y los nodos  $0$  y  $n+1$  corresponden a la planta de producción. Todos los vehículos inician su ruta en el nodo  $0$  y finalizan en el nodo  $n+1$ , por lo tanto, ningún arco puede comenzar en el vértice  $n+1$  ni terminar en el vértice  $0$  a pesar de que en la realidad ambas ubicaciones simbolizan la misma localización.

Se cuenta con una flota de  $K$  vehículos, cada uno de ellos con una capacidad limitada  $C$ . Los puntos de recolección de residuos, que en la formulación original se refiere a los clientes, tienen una producción de aceite residual asociada  $d_i$  que se entiende como la demanda del nodo. Cada vértice debe ser visitado por un solo vehículo teniendo en cuenta que  $C < d_i$  para todo  $i \in V$ . Los restaurantes cuentan con una ventana de tiempo  $[a_i, b_i]$  dentro de la cual deben ser visitados, donde  $a_i$  define el tiempo más próximo para iniciar el servicio en el nodo  $i$  y  $b_i$  determina el tiempo más lejano. Como las ventanas de tiempo son duras, si el vehículo llega demasiado temprano al punto se le permite esperar hasta que pueda ser atendido, sin embargo, no se admite que el vehículo llegue cuando la ventana de tiempo se haya cerrado.

Adicionalmente, se establece un tiempo de servicio  $s_i$  que considera el lapso de duración del conductor del vehículo en el proceso de recolección en cada uno de los nodos, cuyo valor no es constante ya que varía dependiendo de la producción generada en cada localización. La planta de producción no cuenta con una demanda asociada ni tiempo de servicio, no obstante si se encuentra delimitada por una ventana de tiempo general asociada que se define como  $[a_0, b_0] = [a_{n+1}, b_{n+1}] = [E, L]$ , donde  $E$  se interpreta como el tiempo más temprano posible para iniciar alguna ruta desde la planta de producción y  $L$  significa la llegada más tardía que puede ser ingresada en el establecimiento. A continuación, se hace una recopilación de los parámetros de entrada para el modelo de ruteo, algunos de ellos mencionados anteriormente.

**Parámetros**

$K$  = Número de vehículos de igual capacidad

$C$  = Capacidad de los vehículos

$D_i$  = Cantidad de aceite residual en litros/mes generada en el nodo  $i$

$S_i$  = Tiempo de duración del servicio en el nodo  $i$

$[a_i, b_i]$  = Ventana de tiempo dentro de la cual el nodo  $i$  puede ser servido

$C_{ij}$  = Costo de ir desde el nodo  $i$  al nodo  $j$

$t_{ij}$  = Tiempo de viaje para ir desde el nodo  $i$  al nodo  $j$

La matriz de tiempos de viaje es asimétrica, lo que indica que no es lo mismo ir del nodo  $i$  al  $j$  que ir del nodo  $j$  al  $i$ , lo cual se valida por el hecho de que se debe tener en cuenta en los recorridos de los vehículos el sentido y la orientación de las carreteras de acuerdo a la red vial de la ciudad. La formulación matemática para el VRPTW se presenta a continuación.

**Variables de decisión**

$X_{ijk} \begin{cases} 1. & \text{Si en la solución, el vehículo } k \text{ va de } i \text{ a } j \\ 0. & \text{De lo contrario} \end{cases}$

$w_{ik}$  Instante de tiempo en el que inicia el servicio en el punto de generación  $i$  por el vehículo  $k$ .

**Función objetivo**

$$\mathbf{Min Z} = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} X_{ijk}$$

**Restricciones**

1.  $\sum_{k \in K} \sum_{j \in \Delta+(i)} X_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N$
2.  $\sum_{j \in \Delta+(0)} X_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K$
3.  $\sum_{i \in \Delta-(n+1)} X_{i,n+1,k} = 1 \quad \forall k \in K$
4.  $\sum_{i \in \Delta-(j)} X_{ijk} - \sum_{i \in \Delta+(j)} X_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, j \in N$
5.  $X_{ijk} (w_{ik} + s_i + t_{ij} - w_{jk}) \leq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A$
6.  $a_i \sum_{j \in \Delta+(i)} X_{ijk} \leq w_{ik} \leq b_i \sum_{j \in \Delta+(i)} X_{ijk} \quad \forall k \in K, i \in N$
7.  $E \leq w_{ik} \leq L \quad \forall k \in K, i \in \{0, n + 1\}$
8.  $\sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in \Delta+(i)} X_{ijk} \leq C \quad \forall k \in K$
9.  $w_{ik} \geq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A$
10.  $X_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A$

La función objetivo del presente modelo matemático representa el costo total, el cual se puede interpretar como el tiempo de viaje o la distancia total recorrida de los vehículos. En este caso se relacionada con el tiempo de viaje entre nodos. La restricción (1) indica que cada punto de

recolección debe ser atendido por un solo vehículo donde  $j \in \Delta + (i)$  es el conjunto de grafos completos que parten del nodo  $i$  y finalizan en  $j$ . La restricción (2) señala que cada vehículo  $k$  solo puede alcanzar un punto de recolección  $j$  desde la planta de producción y la (3) determina que cada ruta tiene solo un punto que llega a la planta, es decir, dichas ecuaciones limitan el número de recorridos que hace el vehículo a uno. Para esta situación,  $j \in \Delta + (0)$  representa el conjunto de grafos completos que salen de la planta de producción con dirección hacia los puntos de recolección y  $j \in \Delta - (n + 1)$  es el conjunto de grafos que parten de todos los puntos con destino a la planta de producción.

La restricción (4) precisa que el número de vehículos que llega a un punto de recolección sea el mismo que sale, evitando que sea atendido más de una vez. La restricción (5) garantiza el cumplimiento de las limitaciones de tiempo, verificando que el vehículo  $k$  no pueda comenzar el servicio si la suma del tiempo de viaje del nodo  $i$  al  $j$ , la duración del servicio en  $i$  y el tiempo total acumulado al inicio del servicio en  $i$ , representado como  $w_{ik}$ , es mayor que la ventana de tiempo del siguiente punto de recolección  $j$ .

La restricción (6) ratifica el cumplimiento de la ventana de tiempo en el instante en que inicia el servicio en el punto de recolección  $i$ , es decir, en  $w_{ik}$ . La restricción (7) asegura que cada nodo  $i$  sea atendido dentro del intervalo de tiempo general que hace referencia a la ventana de tiempo de la planta de producción. La restricción (8) indica que la suma de la cantidad de aceite residual recolectado en todos los puntos en la ruta realizada sea menor a la capacidad del vehículo  $k$ . Finalmente, las restricciones (9) y (10), garantizan la no negatividad y la naturaleza binaria de las variables, respectivamente.

La información requerida para la ejecución del modelo formulado se resume en el apéndice G e incluye ventanas de tiempo, producción de aceite residual y tiempos de servicio por nodo.

#### **8.4 Métodos Metaheurísticos para el VRPTW**

Las metaheurísticas son las técnicas más experimentadas para resolver el problema de ruteo en todas sus extensiones. Diversas estrategias se han presentado en la literatura que desarrollan no solo algoritmos básicos sino evolutivos e híbridos.

**Taillard, Badeau, Gendreau, Guertin & Potvin (1997)**. Describen la metaheurística de Búsqueda Tabú para el problema de ruteo con ventanas de tiempo suaves con penalizaciones por esperas en el proceso de distribución que son añadidas a la función objetivo. La metaheurística usa el concepto de descomposición y reconstrucción propuesto para el VRP. La búsqueda tabú también explora una memoria adaptativa que contiene las rutas de las mejores soluciones visitadas. Los nuevos puntos de partida para la búsqueda tabú se producen a través de una combinación de rutas tomadas de diferentes soluciones encontradas en esta memoria.

**Alvarenga & Mateus (2004)**. Desarrollan un algoritmo genético robusto y una formulación de partición de conjuntos para la solución del problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo cuya función objetivo es la minimización de las distancias de viaje. El algoritmo fue validado con problemas asociados a casos reales comparándolo con técnicas heurísticas y métodos exactos aplicados en otras investigaciones. Los resultados computacionales muestran que el enfoque propuesto presenta un rendimiento computacional mejorado con respecto a métodos heurísticos previamente conocidos en términos de la función objetivo planteada.

**Zhenggang, Linning & Li (2009)**. Proponen un modelo basado en el algoritmo de colonia de hormigas para resolver el problema en el cual el periodo de planeación es extendido para que cada cliente pueda ser servido en una ventana de tiempo definida. Se usa una matriz multidimensional para acumular la información de distintas corridas de las heurísticas. Además, se introducen dos operaciones de cruce con el objetivo de mejorar la calidad del algoritmo.

**Deng & Mao (2009).** Presentan un modelo matemático de ruteo de vehículos en el que se consideran distintas variables de tiempo y costos fijos en los que se incurre por el uso del vehículo. Utilizan como metaheurística para hallar las soluciones la técnica del Recocido Simulado la cual es mejorada con el uso de operadores de intercambio otorgando resultados más eficientes y estables con respecto a la solución obtenida por la misma metaheurística pero sin modificaciones.

**Balseiro, Loiseau & Ramonet (2011).** Desarrollan un algoritmo de colonia de hormigas híbrido para el problema de ruteo de vehículos con tiempos dependientes y ventanas de tiempo. En esta variante una flota de vehículos debe entregar mercancías a un conjunto de clientes, las limitaciones de ventana de tiempo de los clientes deben ser respetadas y el hecho de que el tiempo de viaje entre dos puntos depende del momento de salida debe tenerse en cuenta. Un defecto de los algoritmos *Ant Colony* para los problemas de enrutamiento capacitados es que, en las etapas finales del algoritmo, las hormigas tienden a crear soluciones no factibles con los clientes no atendidos. Por esta razón, los autores mejoran el algoritmo con una heurística de inserción agresiva. Los resultados computacionales confirman los beneficios del uso de las heurísticas implementadas, igualando o mejorando los resultados más conocidos en varios problemas de referencia.

**Yu & Zheng (2001).** Exponen un algoritmo por optimización de colonia de hormigas mejorado para dar solución a un problema de ruteo con ventanas de tiempo periódico. Cada cliente debe ser servido dentro del intervalo de tiempo específico y se dispone de varios días como periodo de planificación. Introducen junto con el algoritmo operadores crossover con la finalidad de mejorar su rendimiento. Los resultados se validan con instancias de la literatura proporcionando mejores soluciones en comparación con los puntos de referencia utilizados.

Se concluye entonces que con el uso de algoritmos evolutivos e híbridos se logran resultados computacionales óptimos en la mayoría de las instancias propuestas en la literatura. Por tal razón, para el presente trabajo de investigación se emplea un algoritmo de colonia de hormigas (ACO), utilizado comúnmente en la recolección de residuos y con buenos resultados computacionales para el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo, el cual será modificado con el uso de operadores genéticos. El método evolutivo propuesto utiliza el sistema de hormigas tradicional con la inclusión del operador de mutación y finalmente, una heurística de búsqueda local 2-Opt, con el fin de determinar las mejores soluciones posibles.

### **8.5 Optimización Colonia de hormigas**

La optimización por colonia de hormigas (ACO) es una metaheurística que asemeja la recolección del alimento de un grupo de hormigas con el problema del vendedor viajero (TSP), en su búsqueda por el recorrido más corto, propuesta por Marco Dorigo (1992). La técnica se puede actualizar para diferentes situaciones incluyendo el problema de ruteo de vehículos, sus variaciones y extensiones. Esencialmente, la metaheurística toma la motivación de la conducta de las hormigas reales para descubrir caminos más cortos entre las fuentes de sustento y el nido.

Las hormigas, son organismos sociales, que trabajan para la supervivencia de la colonia, y utilizan un componente de correspondencia indirecta a través de rastros de feromonas para influir la conducta de hormigas alternas, mecanismo que se conoce como estigmergía. El procedimiento se basa en la idea de crear un rastro de feromonas artificiales considerado como una variable estigmergía, con el fin de guardar los datos utilizados por las hormigas para la comunicación entre ellas. Cuanto más prominente sea la concentración de feromona en un camino, más notable es la probabilidad de que una hormiga lo escoja.

La figura 11 describe la forma en como las hormigas realizan el proceso para encontrar las fuentes de alimento en el recorrido más corto para llegar a su nido. En la figura 11a las hormigas llegan a un punto donde deben decidir cuál camino de los existentes van a recorrer, elección que realizan de manera aleatoria en primera instancia. Suponiendo que la mitad de las hormigas se trasladarán por uno de los caminos y la otra mitad lo harán por el trayecto contrario, se puede observar en la figura 11b, que aquellas que hacen su recorrido por el camino más corto llegan con mayor rapidez a su lugar de destino dejando adicionalmente un rastro de feromona en él. En la figura 11c, se aprecia como una cantidad superior de hormigas transitan por el camino inferior en el mismo periodo debido a que esta ruta posee la menor longitud. Este comportamiento ocasiona que una proporción más grande feromona se acumule con mayor velocidad en los senderos de la ruta más corta.

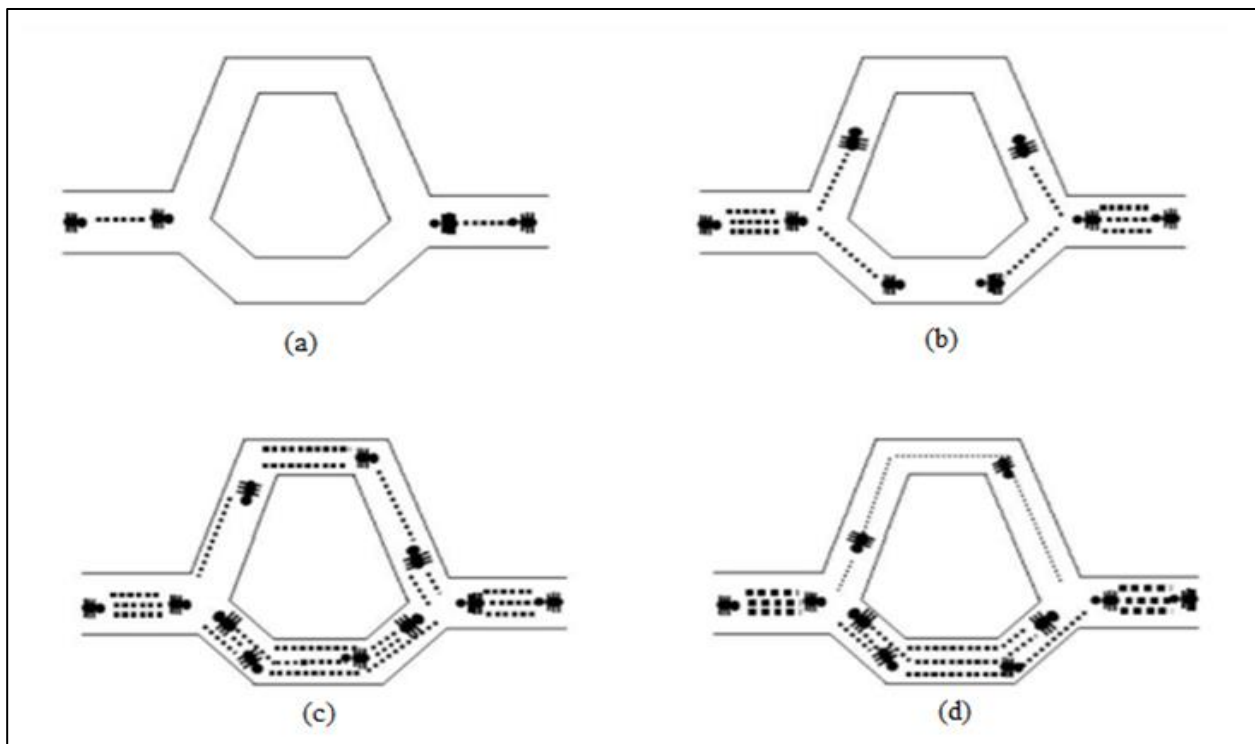


Figura 11. Uso de feromona para obtener la ruta más corta. Adaptado de Lozano, M. y Fuentes, F. (2004). *Técnicas de inteligencia artificial aplicadas a la toma de decisiones de la empresa en red*. Recuperado de: <https://www.madrimasd.org/revista/revista27/tribuna/tribuna1.asp>

Finalmente, en la figura 11d, la cantidad de feromona presente en los dos trayectos es lo suficientemente diferente como para persuadir a las nuevas hormigas para que hagan su recorrido por el camino más corto (Robles, 2010).

**8.5.1 Algoritmo artificial de colonia de hormigas.** Los algoritmos de colonia de hormigas se basan en hormigas artificiales que simulan el comportamiento de los insectos reales para poder comunicarse por medio de rastros de feromonas artificiales. Los algoritmos ACO son de tipo constructivo, debido a que en cada iteración cada una de las hormigas busca construir una solución al problema recorriendo el grafo definido. En este tipo de algoritmos una colonia de tamaño finito de hormigas artificiales se encarga de encontrar soluciones de buena calidad al problema considerado. Para lograr esto, cada una de ellas construye una solución a partir de un estado inicial que se le ha definido según los criterios del modelo, proceso en el cual recolecta información y mide su propio rendimiento modificando la representación del problema que será transmitida a las demás hormigas. El comportamiento cooperativo que presentan las hormigas, es lo que permite que se obtengan soluciones de alta calidad (Dorigo & Di Caro, 1999).

**8.5.1.1 Hormigas Artificiales.** Son agentes computacionales que trabajan conjuntamente para comunicarse entre sí por medio de rastros de feromonas artificiales. Se encargan de buscar soluciones válidas que garanticen resultados óptimos de acuerdo a su objetivo, utilizando una memoria que almacena información relacionada con el camino que ha recorrido. Su actividad parte de un estado inicial, donde para moverse de su nodo actual a otro no visitado utiliza una regla de transición basada principalmente en los rastros de feromona presentes. A medida que la hormiga hace su movimiento del nodo  $i$  al  $j$  actualiza dicho rastro, tarea que se puede realizar en cualquier momento del desarrollo del algoritmo (Robles, 2010).

**8.5.1.2 Sistema de hormigas.** Conocido en inglés como *Ant System*, AS, corresponde el algoritmo básico de la optimización por colonia de hormigas propuesto por Dorigo, Maniezzo & Colomi (1996). El problema consiste en encontrar el recorrido más corto que conecta un número de puntos  $v \in V$  en un grafo ponderado completo  $G = (V, V \times V, d)$  con  $d: V \times V \rightarrow IR +$  que indica la distancia entre nodos, una generalización del problema resuelto por las hormigas reales buscando el camino más corto entre la fuente de alimento y el nido. La decisión de a qué nodo debe moverse una hormiga desde la ubicación actual se hace considerando la siguiente información:

- *Información de feromonas.* Representada como  $\tau_{ij}$ , se encarga de medir la deseabilidad aprendida por los insectos en el movimiento de un nodo a otro indicando si ir del nodo  $i$  al nodo  $j$  ha conducido a buenas soluciones en el pasado.
- *Información heurística.* Se denota como  $n_{ij}$ , significa que existe un beneficio inmediato al efectuar el paso del nodo  $i$  al nodo  $j$ .

La información de feromonas puede ser modificada a medida que se ejecuta el algoritmo y se encuentran nuevas soluciones, sin embargo, la información heurística se mantiene fija durante todo el proceso. Para ambos casos, los valores mayores representan resultados más eficaces para el problema. Después de la inicialización de la matriz de feromonas, las hormigas artificiales construyen cada una, independientemente, una solución para la instancia. Con el fin de asegurar que la solución es factible, cada hormiga mantiene un conjunto de selección  $N_i^k(t)$  que, mientras la hormiga construye una solución, contiene todos los nodos que aún necesitan ser visitados para completar el recorrido con la finalidad de asegurar que ninguno es visitado más de una vez.

El nodo de partida para las hormigas se elige al azar por ser un circuito cerrado, de este modo, la posición inicial es arbitraria. Los nodos que necesitan ser visitados después, son escogidos por

la hormiga la cual elige la próxima ruta a partir de una ecuación probabilística denominada regla de probabilidad de transición desde el nodo  $i$  al nodo  $j$ :

$$p_{ij}^k \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha n_{ij}^\beta}{\sum_{u \in N_i^k} \tau_{iu}^\alpha n_{iu}^\beta} & \text{Si } j \in N_i^k(t) \\ 0. & \text{Si } j \notin N_i^k(t) \end{cases}$$

En la anterior ecuación,  $\tau_{ij}$  representa la eficacia a-posteriori del movimiento desde  $i$  a  $j$ , expresada en términos de la concentración de feromona en el arco  $(i, j)$ . Por otro lado,  $n_{ij}$  constituye la eficacia a-priori del desplazamiento desde el nodo  $i$  al nodo  $j$  para la deseabilidad del movimiento. Los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  controlan la importancia relativa de  $\tau_{ij}$  y  $n_{ij}$ . Por ejemplo, si  $\alpha = 0$ , la intensidad de feromona no se tiene en cuenta en el desarrollo del algoritmo de modo que aquellos nodos con una mejor preferencia heurística tienen mayor probabilidad de ser escogidos perjudicando el proceso de búsqueda de soluciones, por otro lado si  $\beta = 0$ , solo se tiene en cuenta los rastros de feromona para guiar el proceso constructivo, lo que puede causar un rápido estancamiento, es decir, una situación en la que los rastros de feromona asociados a una solución son ligeramente superiores que el resto, provocando que las hormigas siempre construyan las mismas soluciones, que normalmente se describe como óptimos locales. Por tanto es necesario establecer un balance adecuado entre la información heurística y los rastros de feromona (Arito, 2010).

Una vez que la hormiga artificial visita todos los nodos existentes regresa al punto de partida para completar el recorrido. Cuando las hormigas hayan terminado de realizar sus recorridos individuales, se evalúan las soluciones y se debe llevar a cabo el proceso de actualización de feromonas. La actualización de feromona consta de dos partes denominadas evaporación e intensificación. El propósito de la función de evaporación consiste en disminuir todos los valores

de feromonas en una cantidad relativa y se logra multiplicando dichos valores por un factor descrito como  $(1 - \rho)$ , donde  $\rho$  se denomina tasa de evaporación y toma valores entre cero y uno. Cada hormiga deja una cierta cantidad de feromonas en todo su curso simbolizada como  $\Delta\tau_{ij}^k$ , cuya cuantía depende de la calidad de la solución encontrada la cual se representa de la siguiente manera:

$$\Delta\tau_{ij}^k \begin{cases} Q/L_{(t)}^k & \text{Si la hormiga } k \text{ usa la curva } ij \text{ en su viaje} \\ 0 & \text{De lo contrario} \end{cases}$$

El término  $L_{(t)}^k$  representa costo de la ruta recorrida por la hormiga  $k$  en la iteración  $t$  (en la mayoría de los casos es la longitud) y  $Q$  es una constante. No obstante, como se mencionó anteriormente el algoritmo debe realizar el proceso de evaporación de los senderos de feromona para poder ser completado. Es necesario que el sistema sea capaz de "olvidar" las malas soluciones, para evitar ser atrapado en soluciones subóptimas. Para lograr esto, una vez una hormiga ha completado su camino se efectúa el proceso de actualización de feromona a partir de una regla de actualización que se define como:

$$\tau_{ij}(t + 1) = (1 - \rho) * \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t)$$

En donde: 
$$\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{n_k} \Delta\tau_{ij}^k(t)$$

Para valores pequeños de  $\rho$ , las concentraciones de feromonas en los arcos se evaporan lentamente, disminuyendo la influencia de la mejor ruta, mientras que con valores grandes, la cantidad de feromonas se evaporan rápidamente, generando mayor influencia. En la figura 12, se hace una representación gráfica de cómo funciona el proceso de actualización de feromona.

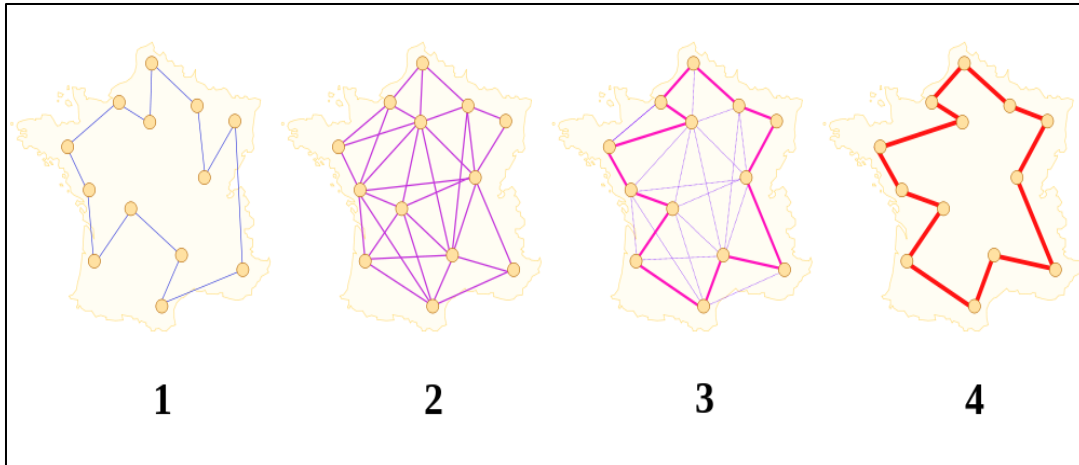


Figura 12. Actualización de feromonas. Adaptado de Dréo, J., Sirray, P., Pétrowski, A & Taillard, E. (2006). *Metaheuristics for hard optimization: methods and case studies*. Springer-Verlag: Berlin, Alemania.

En el primer paso, una hormiga elige un camino entre otros y coloca un rastro de feromonas. Luego, todas las hormigas viajan por diferentes caminos poniendo un sendero proporcional a la calidad de la solución. En la tercera etapa, cada trazo del mejor camino existente es reforzado en mayor cantidad que los otros con la concentración de feromona dando lugar a que en el paso final, el proceso de evaporación se lleve a cabo con la finalidad de desaparecer el rastro de feromonas creado junto con las malas soluciones que hayan sido generadas.

### 9. Solución al VRPTW usando el Algoritmo de sistema de Hormigas Evolutivo

Para la solución del problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo propuesto para el diseño del modelo de recolección de residuos de aceite en el territorio objeto de estudio se da uso de un algoritmo de sistema de hormigas modificado con operadores evolutivos.

El método establecido se fundamenta en la metaheurística sistema de hormigas tradicional (AS) propuesta por primera vez por Dorigo (1996). Con el fin de optimizar la solución de la función objetivo enfocada en la minimización de costos de acuerdo a la reducción de los tiempos de viaje empleados por el vehículo, se mejora el algoritmo ampliando la exploración de los agentes (hormigas artificiales) con la incorporación del operador evolutivo de mutación y se incluye un operador de intercambio para hacer más diversa la búsqueda de soluciones. En la figuras 13 y 14 se observan las etapas del algoritmo propuesto las cuales son aplicadas a cada uno de los clústers presentes en el sistema de recolección. La programación del algoritmo se puede encontrar en el apéndice H.

El diseño del algoritmo se resume en la ejecución de las siguientes fases:

1. Fase de iniciación a partir de la heurística del vecino más cercano.
2. Creación de soluciones con la metaheurística Ant System.
3. Aplicación del operador de mutación y la heurística 2- Opt para mejorar la solución.
4. Comparación de las soluciones obtenidas.
5. Actualización de feromona.
6. Acumulación del número de iteraciones.
7. Representación de las rutas por medio de la API de Google maps.

### **9.1 Fase de iniciación**

El primer paso para el desarrollo del algoritmo consiste en la determinación de los parámetros de entrada para el sistema de hormigas, tales como el nivel de feromona y la información heurística y los datos del modelo matemático con el fin de definir una solución inicial factible según las características del problema de acuerdo a la heurística del vecino más cercano (Skellam, 1994).

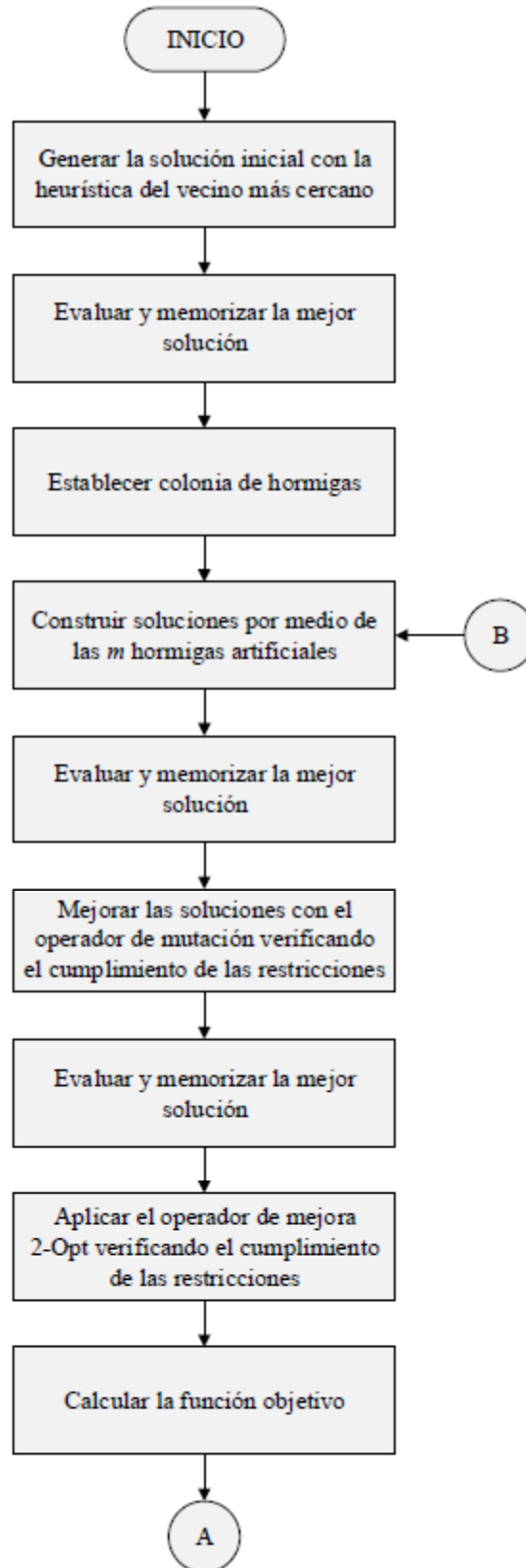


Figura 13. Diagrama algoritmo colonia de hormigas evolutivo parte uno.

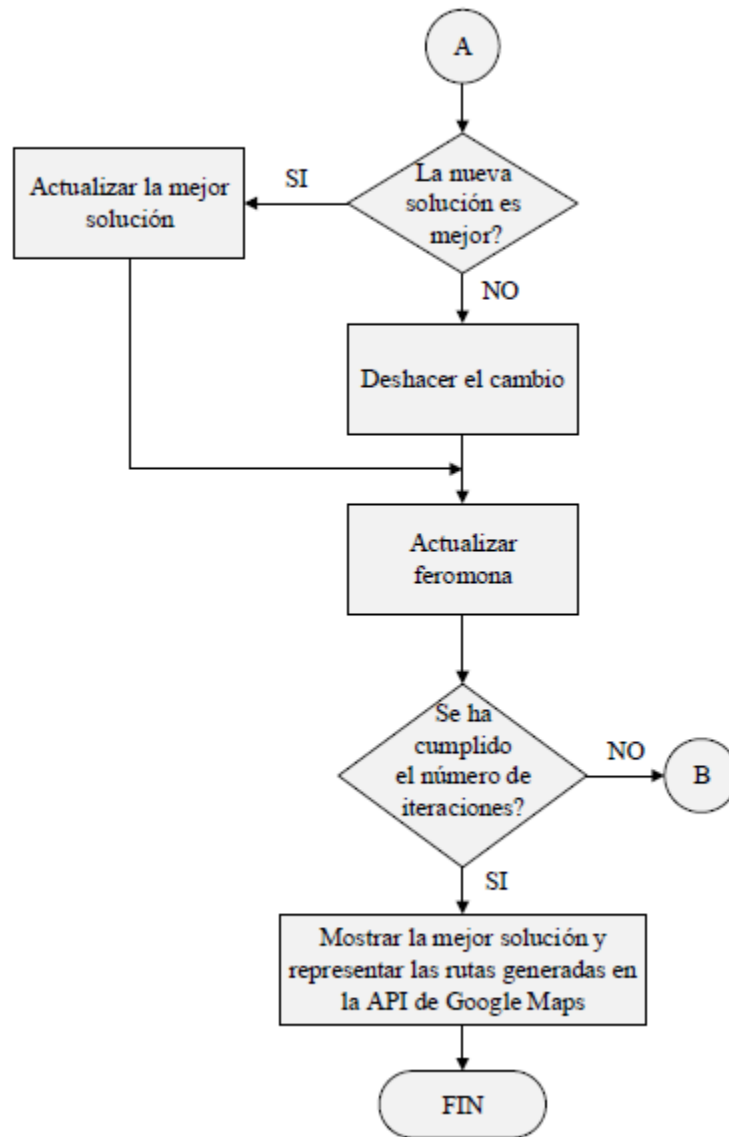


Figura 14. Diagrama algoritmo colonia de hormigas evolutivo parte dos.

Para el caso del VRPTW propuesto, el algoritmo parte de la planta de producción que se considera como el nodo inicial y analiza las distancia de este punto a los demás nodos presentes escogiendo el que posea el recorrido más corto en tiempo. Una vez se selecciona el nodo dos se inspecciona la vecindad de este mismo para determinar no solo el punto más cercano sino también que las restricciones asociadas al modelo matemático se cumplan.

Las dos limitaciones más importantes para el problema actual son las siguientes:

- *Restricción de capacidad.* La suma total de la cantidad de aceite residual recolectado según los nodos que se van insertando en la ruta generada no debe ser superior a la capacidad que posee el vehículo.

- *Restricción de tiempo.* Representada como  $a_i + s_i + t_{ij} \leq b_j$ , determina que el nodo  $j$  no puede ser incluido en la ruta si el tiempo de viaje del nodo  $i$  a  $j$  más el tiempo de servicio en  $i$  y el intervalo de inicio de la ventana de tiempo en este mismo, superan el mayor tiempo posible de llegada al nodo  $j$ , es decir, si el vehículo llega cuando la ventana de tiempo del nodo siguiente está cerrada.

Una vez verificado el cumplimiento de las restricciones por parte del nodo más cercano, éste es añadido a la ruta y así sucesivamente hasta completar la capacidad del vehículo. Cuando se alcance dicho valor debe ser generado un nuevo tour con otro vehículo. Esta heurística tiene buen funcionamiento en las primeras selecciones, sin embargo en los últimos pasos puede elegir puntos de longitud muy grande dado que no hay más alternativas, lo que conlleva a que su solución no sea óptima pues escoge la mejor opción disponible en el momento sin tener en cuenta que esto puede obligar a realizar malas elecciones en iteraciones posteriores. A pesar de lo anterior, la heurística del vecino más cercano implementada como solución inicial se considera un punto de partida adecuado para el algoritmo de colonia de hormigas.

La figura 15 describe el diagrama del funcionamiento de este método y sus fases son generalizadas a continuación.

1. Definir el punto de partida del tour que corresponde a la planta de producción.
2. De acuerdo a las distancias de los posibles nodos disponibles para continuar el tour, determinar el que sea más cercano a la planta de producción.

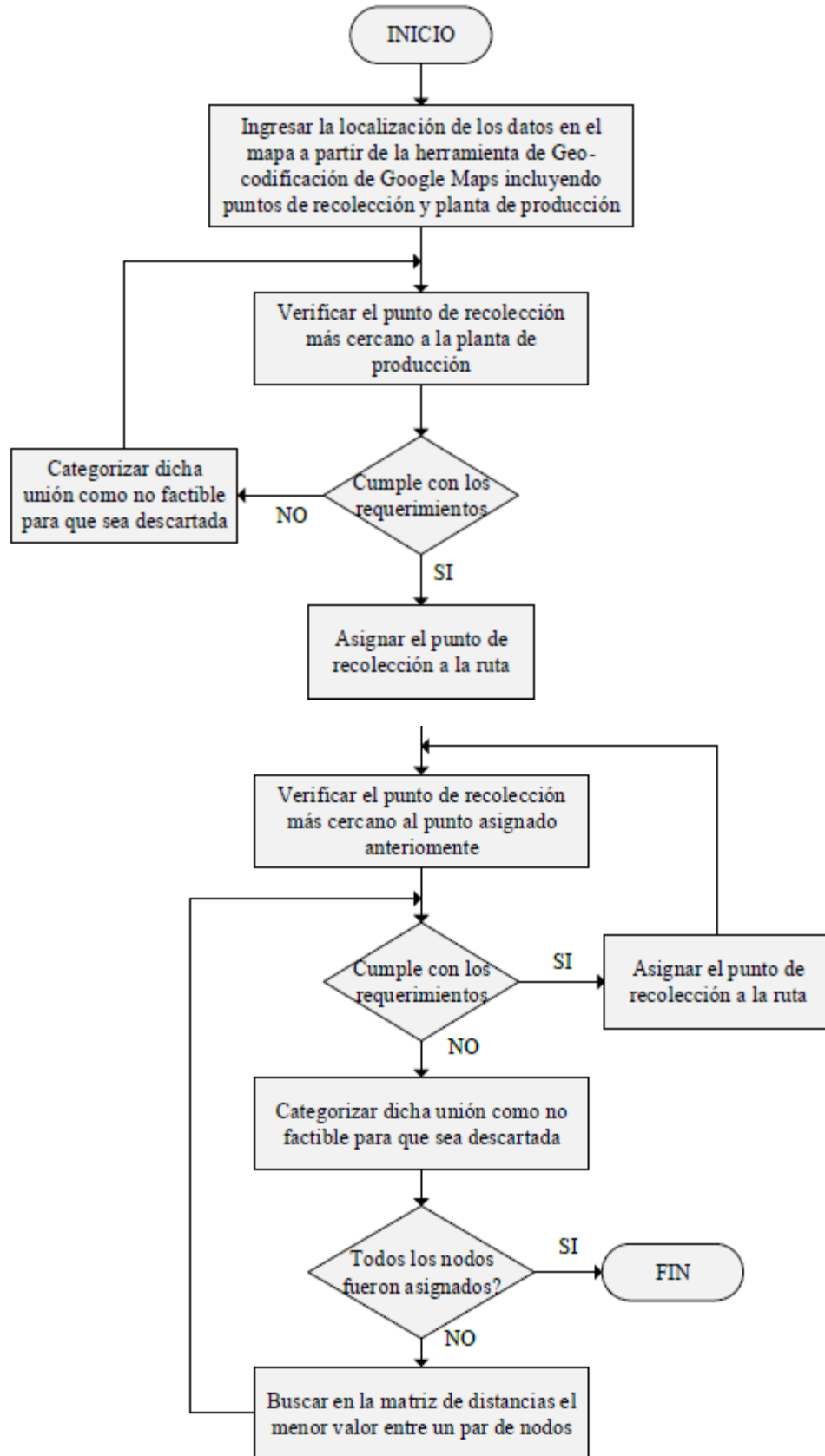


Figura 15. Diagrama heurística del vecino más cercano.

3. Verificar si el nodo escogido cumple con las restricciones de tiempo y capacidad establecidas para el caso. Si aplica correctamente, el nodo se añade al tour y continua el procedimiento en el paso cuatro, de lo contrario se descarta dicha selección y se busca el siguiente nodo más cercano.

4. Repetir el segundo paso hasta que se asignen todos los nodos de modo que no se violen en ningún momento las restricciones.

### 9.2 Creación de soluciones

Una vez definida la solución inicial comienza la construcción de nuevas soluciones por medio de la metaheurística sistema de hormigas (AS). Se ubican  $m$  agentes aleatoriamente que corresponden a las hormigas artificiales en los diferentes nodos las cuales en cada iteración generan rutas que inician y finalizan en la planta de producción. Para el paso de un nodo a otro, la hormiga utiliza la regla de probabilidad de transición definida como:

$$p_{ij}^k \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha n_{ij}^\beta}{\sum_{u \in N_i^k} \tau_{iu}^\alpha n_{iu}^\beta} & \text{Si } j \in N_i^k(t) \\ 0. & \text{Si } j \notin N_i^k(t) \end{cases}$$

Donde  $N_i^k(t)$  se relaciona con la memoria o lista tabú que poseen las hormigas artificiales con el fin de albergar en ella los nodos que ya han visitado para evitar que se formen ciclos repetitivos en las rutas. Los términos  $\tau_{ij}^\alpha$  y  $n_{ij}^\beta$  determinan la información de feromonas presente entre el nodo  $i$  y  $j$  y la información heurística que se identifica como el inverso de la distancia entre los pares de nodos, respectivamente.

### 9.3 Mejoramiento de la solución

**9.3.1 Mutación.** Con el fin de explorar nuevas zonas del espacio de búsqueda se implementa un operador evolutivo de mutación al algoritmo que permite aumentar la probabilidad de encontrar mejores soluciones. La mutación es un operador que funciona introduciendo material genético nuevo a un individuo existente bajo la finalidad de incrementar la diversidad de la población. Generalmente, se realiza mediante la modificación del gen dentro de un cromosoma.

Existen diferentes formas de usar este operador, para este caso se aplica una mutación de intercambio clásica a las rutas creadas, conocida como *Mutación Swap*. El operador selecciona al azar dos nodos de diferentes rutas e intercambia sus posiciones como se observa en la figura 16. El uso de operadores evolutivos puede originar soluciones no factibles, por lo tanto es importante verificar el cumplimiento de las restricciones establecidas.

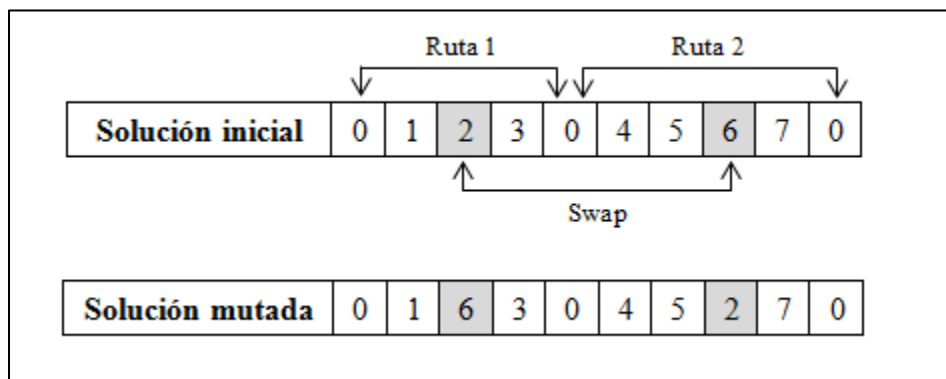


Figura 16. Mutación Swap. Nota: El operador selecciona aleatoriamente las posiciones  $i$  y  $j$  considerando  $i \neq j$  para luego intercambiar los puntos que se encuentran en dichas posiciones.

El procedimiento considerado para el desarrollo de la mutación es el siguiente:

1. Configurar el tipo de mutación a ejecutar.
2. Escoger un punto de generación de aceite residual al azar de una de las rutas e intercambiarlo por otro seleccionado aleatoriamente de otra ruta.

3. Garantizar que las limitaciones de tiempo y capacidad se cumplan, en caso contrario la solución debe ser etiquetada como no factible.

4. Calcular el valor la función objetivo.

**9.3.2 Búsqueda local.** El algoritmo propuesto utiliza una búsqueda local basada en la heurística de intercambio 2-Opt. Cada vez que se halla una solución, se ejecuta la heurística cuyo propósito es tratar de mejorar los resultados de la función objetivo a partir de una operación llamada movimiento, si la solución creada presenta mejores resultados que la actual, se toma esta como la nueva solución. El algoritmo de intercambio 2-Opt realiza modificaciones en el ciclo mediante la eliminación de dos segmentos y la reconexión de estos mismos de una manera diferente para obtener un nuevo ciclo. Tal como se muestra en la figura 17, los segmentos  $(i, j)$  y  $(l, k)$  son reemplazadas por  $(l, j)$  y  $(i, k)$ .

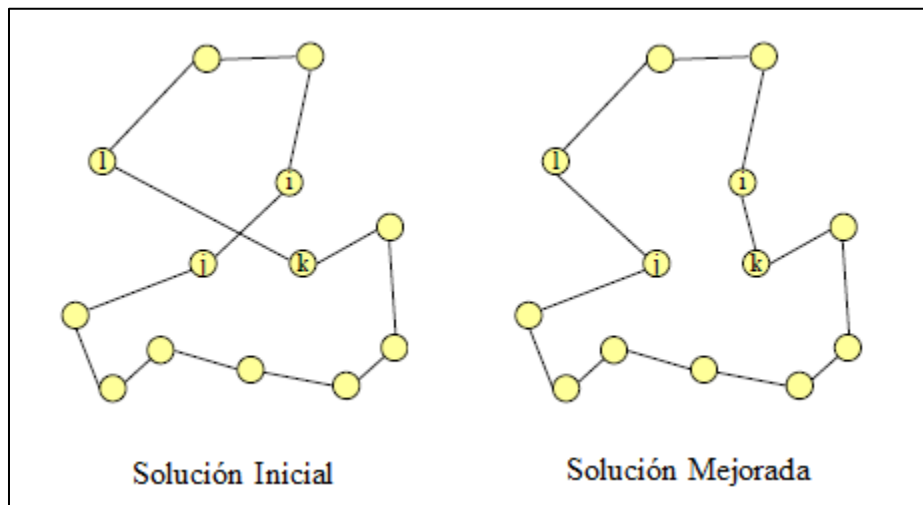


Figura 17. Heurística de intercambio 2-Opt. Adaptado de Martí, R. (2003, p.26). *Procedimientos metaheurísticos en optimización combinatoria*. Matemáticas, 1(1), 3–62.

Los pasos generales en la heurística de intercambio 2-Opt son:

1. Seleccionar aleatoriamente un cliente.

2. Buscar un sustituto factible para el nodo siguiente al seleccionado.
3. Intercambiar lo nodos.
4. Verificar el cumplimiento de las restricciones para todos los puntos de la nueva solución.
5. Evaluar la función objetivo para la solución resultante.
6. Si se mejora la función objetivo se guarda la nueva solución, de lo contrario se restablecen los arcos que fueron modificados.

#### 9.4 Comparación de la soluciones

Después de aplicar el operador de intercambio 2-Opt a cada ruta, se comparan las soluciones en cada iteración para seleccionar la mejor ruta de la iteración actual. Este proceso se realiza con el fin de determinar el mejor global del sistema para la posterior actualización de feromonas.

#### 9.5 Actualización de feromonas

La actualización de feromonas se efectúa con el objetivo de transmitir de una generación de hormigas a otra la información relacionada con los mejores caminos construidos después de aplicar la búsqueda local. Para realizar esta actividad, las hormigas artificiales utilizan la regla de actualización de feromona que se describe como:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) * \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{n_k} \Delta\tau_{ij}^k(t)$$

Dónde:

$\tau_{ij}(t)$ , hace referencia a la concentración de feromona presente en el arco  $(i, j)$ .

$\rho$ , corresponde al factor de evaporación con valores entre cero y uno.

$\Delta\tau_{ij}^k(t)$ , es la cantidad de feromona depositada en el arco  $(i, j)$  por la hormiga  $k$  en el tiempo  $t$ .

## 9.6 Acumulación del número de iteraciones

Una vez se hayan completado el número de iteraciones definidas, la solución final será la seleccionada para determinar las rutas del problema de ruteo establecido. En el caso contrario, se vuelve a iniciar el proceso en la etapa dos hasta acumular la totalidad de iteraciones.

## 9.7 Representación de las rutas

En el momento en que se obtiene el resultado para el problema, la API de Google maps permite la visualización de las rutas asignadas a cada vehículo. Se tiene en cuenta que se hace una representación geo referenciada de las rutas que se generan para cada uno de los 20 clústers.

## 10. Validación del algoritmo

Para validar el funcionamiento del algoritmo de sistema de hormigas evolutivo propuesto se lleva a cabo una evaluación con instancias de la literatura. Se realizan pruebas en las instancias propuestas por Solomon (1987) para el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo. Este conjunto clásico de problemas contiene instancias euclidianas de 100 clientes cada una. La información se clasifica en seis tipos diferentes de problemas (C1, C2, R1, R2, RC1, RC2).

Las instancias seleccionadas para la validación del algoritmo son las de categoría R1. En los conjuntos de problemas R la ubicación de los clientes es generada de manera aleatoria y la numeración de tipo uno indica que tienen ventanas de tiempo estrechas y capacidad del vehículo baja, por lo tanto, son escogidas por sus características de generar rutas con poca cantidad de nodos dado la capacidad que posee el vehículo. Se evalúan 12 instancias conocidas bajo la numeración R101 a R112 las cuales pueden ser encontradas en la página web NEO Research Group bajo la búsqueda VRPTW Instances. Los datos están estructurados de la siguiente manera:

- (*K*) Número de vehículos
- (*Q*) Capacidad del vehículo
- (*Cust No.*) Número del cliente
- (*Xcoord.*) Coordenada  $x$  para la ubicación del cliente
- (*Ycoord.*) Coordenada  $y$  para la ubicación del cliente
- (*Demand*) Demanda
- (*Ready time*) Apertura de la ventana de tiempo
- (*Due date*) Cierre de la ventana de tiempo
- (*Service time*) Tiempo de servicio

Se debe tener en cuenta que una unidad de distancia se recorre en una unidad de tiempo.

Para evaluar la eficiencia del algoritmo se establece una comparación entre la solución obtenida al aplicar las instancias de Solomon y los mejores resultados de pruebas encontradas en la literatura para esas mismas instancias. Se compara en primer lugar con la investigación realizada por Razavi & Eshlaghy (2015) quienes plantean un enfoque que combina las metaheurísticas *Ant System* y *Ant Colony System*, sucesora de la primera para dar solución al VRPTW. En segundo lugar, se relaciona los promedios obtenidos en las investigaciones

propuestas por diferentes autores encontrados en la literatura quienes proponen diversos métodos de solución para el problema de ruteo de vehículos con ventana de tiempo.

Se utiliza para la validación el lenguaje de programación Go versión 1.2, ejecutado en un computador ASUS X555L con procesador Intel Core i7 de 64 Bits y 8 GB de memoria RAM. Go es un código libre desarrollado por Google cuyos pilares fundamentales se basan en su eficiencia, rapidez de ejecución y facilidad de lenguaje, dado que sus creadores se inspiraron en la versatilidad y las grandes cualidades de otros lenguajes como Python, Java y C++ pero dejando a un lado sus dificultades.

La razón principal para llevar a cabo la programación del algoritmo en el software Go radica en la posibilidad que brinda el lenguaje para adaptar el código a múltiples plataformas como es el caso de la API de Google Maps, utilizada en este proyecto para obtener una representación gráfica de los resultados del algoritmo en el territorio objeto de estudio. Además, proporciona información real en cuanto a tiempos de viaje ya que los calcula de acuerdo al sentido y orientación de la red vial de la ciudad.

### **10.1 Resultados de la validación**

Para comparar el algoritmo propuesto, la tabla 11 muestra los mejores resultados obtenidos para las instancias discutidas con el uso de metaheurística de colonia de hormigas presentada por Razavi & Eshlaghy (2015) y define el porcentaje de diferencia para cada uno de ellos. De igual modo, la tabla 12 establece una comparación entre los resultados obtenidos y algunos modelos de solución presentados por otros autores que ofrecen resultados óptimos para las instancias seleccionadas aplicando diversos métodos aproximados.

Tabla 11.

*Comparación de resultados por instancia.*

Instancia	Razavi & Eshlaghy		Algoritmo Propuesto		Diferencial (%)
	Número de vehículos	Distancia total	Número de vehículos	Distancia total	
<b>R101</b>	15	1469	20	2058	40,10%
<b>R102</b>	13	1394	16	1855	33,07%
<b>R103</b>	11	1220	15	1877	53,85%
<b>R104</b>	10	1164	12	1440	23,71%
<b>R105</b>	13	1378	16	1651	19,81%
<b>R106</b>	12	1289	16	1705	32,27%
<b>R107</b>	10	1146	15	1660	44,85%
<b>R108</b>	10	1113	13	1784	60,29%
<b>R109</b>	11	1210	15	1616	33,55%
<b>R110</b>	10	1139	14	1652	45,04%
<b>R111</b>	11	1151	14	1513	31,45%
<b>R112</b>	10	1102	12	1622	47,19%
<b>Promedio</b>	<b>11,33</b>	<b>1231,25</b>	<b>14,83</b>	<b>1702,75</b>	<b>38,29%</b>

Tabla 12.

*Comparación de resultados por promedio de instancias R1.*

Autor	Número de vehículos	Distancia total
<b>Solomon (1987)</b>	13,6	1437
<b>Potvin et al. (1993)</b>	13,3	1509
<b>García et al. (1994)</b>	12,9	1320
<b>Gambardella et al. (1999)</b>	12	1217,7
<b>Algoritmo propuesto</b>	14,8	1702,8

Como se puede observar el algoritmo propuesto no mejora los resultados encontrados en la literatura, sin embargo ofrece soluciones no tan alejadas de las obtenidas en las demás investigaciones. Las aplicaciones de algoritmos de colonia de hormigas para la solución del VRPTW brindan los mejores resultados considerando los autores mencionados como es el caso de Gambardella, Taillard & Agazzi (1999) donde se desarrolla un algoritmo de colonia de

hormigas múltiple que muestra la mayor optimización en distancia total recorrida. Con respecto a la tabla 11, la combinación de la metaheurística de AS y ACO de Razavi & Eshlaghy (2015) presenta el promedio más bajo y por lo tanto, el mejor en cuanto al uso de la flota vehicular.

A pesar de que el algoritmo propuesto conlleva el uso de una metaheurística basada en el mismo comportamiento de las anteriores, el sistema de hormigas tradicional no permite superar los resultados de sus sucesores ya que éstos desarrollan alternativas más avanzadas. El uso del operador de mutación y la búsqueda local amplia la diversidad de soluciones, sin embargo los cambios en la mejor solución después de aplicarlos no son muy grandes.

En base a las demás investigaciones, el algoritmo no difiere en grandes proporciones con algunos autores. Por ejemplo, en cuanto a cantidad promedio de vehículos se acerca a los resultados de las aplicaciones de técnicas heurísticas para VRPTW ofrecidas por Solomon (1987) con una diferencia promedio del 9,04%. Por otro lado, en cuanto a distancia total se relaciona con los estudios de Potvin & Rousseau (1993) con quien mantiene una diferencia porcentual del 12,84%. Finalmente, se concluye que el algoritmo sistema de hormigas evolutivo actual aunque no supera los mejores resultados, si ofrece una buena solución que posibilita su aplicación para el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo del escenario de aplicación.

## **11. Resultados computacionales**

Para dar solución al problema de ruteo con ventanas de tiempo que permite definir las rutas de recolección de residuos de aceite en los diferentes nodos del sistema se aplica el algoritmo ejecutado mediante datos de entrada previamente definidos obteniendo una buena solución en un

tiempo computacional corto. Se cuenta con la presencia de 20 clústers, cada uno de ellos con la posibilidad de utilizar como máximo dos vehículos. Debido a que las ventanas de tiempo de los restaurantes y sitios de comidas rápidas son muy variables dado que según los servicios que ofrecen los horarios de apertura y cierre no son las mismas, se propone establecer dos jornadas de recolección en los siguientes horarios: 2:00 pm la primera y 4:00 pm la segunda. Esto se hace con el fin de disminuir el tiempo de espera del vehículo.

Las tablas que se observan a continuación, contienen la información de cada ruta en cuanto a secuencia del viaje, tiempo recorrido por el vehículo en marcha, tiempo total que incluye servicios y esperas y para concluir, una relación de costos de recolección. Los costos se destinan de la siguiente manera: salario del conductor de acuerdo al tiempo total basado en el salario mínimo legal mensual vigente y consumo de energía del vehículo según el tiempo recorrido en marcha que se calcula teniendo en cuenta que un motocarro eléctrico incurre en \$4.450 Mcte. para recargar 1.5kW los cuales se agotan en 50 km y maneja una velocidad promedio de 30 km/h. Para todos los casos se genera únicamente una ruta lo que implica el uso de un solo vehículo por jornada. Por otra parte, la organización de los nodos de manera descendente indica la secuencia de la ruta a seguir. En el apéndice J se observa las siguientes rutas en Google Maps.

Tabla 13.

*Asignación de rutas clúster 1.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
5	La fogonera	3	1	San Fermín	190
6	Delichiken	3	3	El establo de Pao	3
7	El pez	3	2	El punto de taz	3
1	CAI Sur	206,1	4	El arca	3
4	Alameda del Viento	166,5	5	San Diego	3

Continuación tabla 13.

*Asignación de rutas clúster 1.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
9	Morrongo	3	6	Route la 99	3
8	Diana	3	0	Planta de producción	0
10	Punta de anca	3			
2	Torres de Caledonia	46,8			
3	Torres de Coaviconsá	79,2			
0	Planta de producción	0			
<b>Producción total (litros)</b>		<b>516,6</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>205</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>17,38</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>19,7</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>87,63</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>131,43</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>5391,25</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>7827,88</b>

Tabla 14.

*Asignación de rutas clúster 2.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
1	Villa Diamante	43,2	2	Miradores de San Lorenzo	230,4
2	Portal del Vivero	51,3	3	Asadero el enano	3
4	Torres de Alejandría	190	5	Asadero águila	3
5	La pedregosa	3	6	Rofrys	3
3	Conquistadores	72	10	Mi papi y yo	3
0	Planta de producción	0	9	Arepas a mil	3
			1	Institución Edu. la Libertad	75,6
			4	El perro de Hugo	3
			7	La terraza	3
			12	Pollo campero (2)	3
			8	La suegra	3
			11	Comidas rápidas la libertad	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>359,5</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>336</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>19,27</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>22,63</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>77,53</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>136,68</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>4971,85</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>8176,61</b>

Tabla 15.

*Asignación de rutas clúster 3.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
3	Empanadas Rossy	3	6	Master chef	3
1	Mateo	3	3	Melao de caña	3
4	Thomas parrilla	3	2	Provenza Campestre	47,7
2	Carbón y sazón	3	1	Institución Edu. Provenza	295,2
0	Planta de producción	0	4	Faster	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>12</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>351,9</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>14,23</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>19,41</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>39,3</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>132,95</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>2751,72</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>7818,46</b>

Tabla 16.

*Asignación de rutas clúster 4.*

Ruta 2:00 pm		
No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0
3	Campo real	80
2	La Riviera	75,6
1	Junta Luz de Salvación	188,1
0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>343,7</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>11,07</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>52,77</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>3277,89</b>

Tabla 17.

*Asignación de rutas clúster 5.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
3	La petaca	3	3	Altos de Porvenir	25,2
1	Junta Porvenir	467,1	2	C.C Altos de Porvenir	22,5
4	Olafo	3	5	Tenta broaster	3
2	El sazón de Fadi	3	1	Col. La Medalla Milagrosa	180,9
0	Planta de producción	0	4	Donde manolo	3
			6	El profe	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>476,1</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>237,6</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>8,3</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>18,47</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>41,41</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>102,43</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>2552,17</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>6206,05</b>

Tabla 18.

*Asignación de rutas clúster 6.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
3	El laurel de jaque	3	4	Delicias de mi tierra	3
2	El buen gusto	3	1	Sede D INEM	442,8
1	Junta Porvenir	467,1	3	El Dangond	3
0	Planta de producción	0	2	Doguer's a tu gusto	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>473,1</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>451,8</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>6,58</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>6,1</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>34,68</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>96,7</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>2118,14</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>5270,73</b>

Tabla 19.

*Asignación de rutas clúster 7.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
1	INEM	476,1	6	Torre Miró	80
4	Fogón casero	3	1	CAI Provenza	116,1
3	Reinas gourmet	3	5	Torres de Asturias	80
2	Sabor llanero	3	4	Arcoiris	61,2
0	Planta de producción	0	3	Torres de Veracruz	45
			2	Belmira	63
			7	Francy	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>485,1</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>448,3</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>12,4</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>10,2</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>44,73</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>103,67</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>2934,98</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>5840,53</b>

Tabla 20.

*Asignación de rutas clúster 8.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
3	House china	3	1	Institución Edu. Provenza	295,2
4	Azafrán	3	3	Torre de Picasso	80
1	Junta Diamante I	359,6	4	Arepiz	3
2	La sirena	3	2	Torres de Moravia	59,4
0	Planta de producción	0	5	Al rock burger	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>368,6</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>440,6</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>17,2</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>21,52</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>73,01</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>72,5</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>4632,88</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>4830,87</b>

Tabla 21.

*Asignación de rutas clúster 9.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
2	Torre Aviñón	43,2	7	Empanadas vallunas	3
3	R. Cataluña	14,4	6	El secreto parrilla	3
1	Colegio Federico Ozanam	317,7	5	Asadero Waikiki	3
5	Candela burger	3	4	Pescomar	3
4	Edificios Terranova	79,2	3	Asadero mundipollo	3
0	Planta de producción	0	1	Sede E INEM	356,18
			2	Buffalos & C.o	3
			8	Factoría	3
			9	Dog burger	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>457,5</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>380,18</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>16,97</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>20,47</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>74,28</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>102,82</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>4686,01</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>6329,79</b>

Tabla 22.

*Asignación de rutas clúster 10.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
2	Urb. Diamante II Etapa 3	80	3	El diamante	3
3	El imperio chino	3	4	Portico la 89	3
1	Urb. Diamante II Etapa 2	31,5	5	Roa asadero	3
4	Doña Anita	3	2	San Luis	143,1
0	Planta de producción	0	7	Empanadas la jaula	3
			1	Sede E INEM	356,18
			6	Danny burger	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>117,5</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>514,28</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>11,33</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>20,17</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>48,78</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>163,78</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>3086,96</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>9437,41</b>

Tabla 23.

*Asignación de rutas clúster 11.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
1	Institución Edu. Provenza	295,2	6	La valenciana	3
3	Pare cochero	3	9	El redil	3
5	Fogón provenzal	3	5	Merendero Willi	3
4	La 105	3	10	Chatarrería gourmet	3
2	Edificio DaVinci	45	2	Ponques pan	3
6	Donde Luis	3	1	Pollo Chicken brasa	3
0	Planta de producción	0	7	The Corner	3
			4	Empanadas 1A	3
			3	Fénix de oro	3
			8	Zaray Gourmet	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>352,2</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>30</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>22,25</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>14,97</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>69,88</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>102,2</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>4734,51</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>6012,69</b>

Tabla 24.

*Asignación de rutas clúster 12.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
1	Institución Edu. Provenza	295,2	2	La Calleja	80
5	La parrilla de Kika	3	12	América	3
4	San José Asturias	3	13	Jericó	3
2	Camino Real	54	10	El caracol rojo	3
3	Palmas de la Frontera	162	6	A comer pollo	3
0	Planta de producción	0	7	Águila	3
			3	Samir broaster	3
			1	Junta Diamante I	359,6
			5	El ermitaño	3
			11	Perro loco	3
			8	Jak	3

Continuación tabla 24.

*Asignación de rutas clúster 12.*

	9	Don perro	3
	4	Toro burger's	3
	0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>	<b>517,2</b>	<b>Producción total (litros)</b>	<b>472,6</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>	<b>16,45</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>	<b>16,1</b>
<b>Tiempo total (min)</b>	<b>70,65</b>	<b>Tiempo total (min)</b>	<b>113,03</b>
<b>Costo (\$)</b>	<b>4473,06</b>	<b>Costo (\$)</b>	<b>6421,23</b>

Tabla 25.

*Asignación de rutas clúster 13.*

Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0
2	Trebolí	34,2
1	Sede E INEM	356,18
4	Company hot dogs	3
3	Rancho burger	3
0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>396,38</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>18,68</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>71,98</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>4656,89</b>

Tabla 26.

*Asignación de rutas clúster 14.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
3	Diamantino	3	7	Waikiki brasa	3
4	La cocina de Jairo	3	6	Zoi chicken	3
1	Villanueva del campo	80	5	Vahama's burger	3
2	Dimanti	432	2	Colseguros	56,7
5	Army food	3	3	Urbanización Neptuno	190

Continuación tabla 26.

*Asignación de rutas clúster 14.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	1	CAI Viaducto	122,4
			4	Urban food	3
			8	Torino	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>521</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>384,1</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>16,65</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>16,35</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>74,03</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>109,67</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>4656,60</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>6466,99</b>

Tabla 27.

*Asignación de rutas clúster 15.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
1	Sede C INEM	409,5	1	Fontana real	190
2	Nueva Fontana I	48,6	3	Torres de Villa Alicia	80
3	Nueva Fontana II	45	2	Torremolinos	240
0	Planta de producción	0	4	Pizza hot & comida rápida	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>503,1</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>513</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>12,37</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>11,2</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>55,87</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>71,67</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>3504,16</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>4252,95</b>

Tabla 28.

*Asignación de rutas clúster 16.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
8	D'Richard	3	1	Los Robles	69,3
9	Asadero el Mono	3	4	Conjunto Cárpatos	61,2
7	Pollo Claudio	3	3	Da vinci	80

Continuación tabla 28.

*Asignación de rutas clúster 16.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
10	Pollo campero	3	2	Torres de Verona	80
4	Pierrot	3	5	No le digan a mi nona	3
5	Zula	3	8	Donde sabemos	3
6	Fuente de Soda El dorado	3	10	Delicias altos	3
2	Pollos la 22	3	7	Cachorros burger	3
3	La parada	3	6	Donde Danilo	3
11	Asadero Juancho polo	3	9	Choppers	3
1	Escuela Carlos Toledo Plata	487,8	0	Planta de producción	0
12	Empanadas la jaula (2)	3			
0	Planta de producción	0			
<b>Producción total (litros)</b>		<b>520,8</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>308,5</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>13,38</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>19,7</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>82,8</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>127,88</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>4936,27</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>7573,75</b>

Tabla 29.

*Asignación de rutas clúster 17.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
3	Coomultrasan	240	1	Portal de los Viveros	26,1
1	Azalía	80	2	San Lorenzo II	226,8
4	Torres de Ana Paula	80	6	El rinconcito	3
2	El Cafetal	51,3	3	San Lorenzo I	240
0	Planta de producción	0	4	Sunem food	3
			5	Mack parrilla	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>451,3</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>501,9</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>13,77</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>9,13</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>63,85</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>103,62</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>3985,63</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>5782,46</b>

Tabla 30.

*Asignación de rutas clúster 18.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
4	Verona	3	13	El Moal	3
5	Portal criollo	3	9	La hormiguita peruana	3
6	El viejo Dani	3	3	Los Caobos	80
7	Don Juancho	3	2	Mardeliz	32,4
3	Diamante Real	68,4	5	El patio BBQ	3
2	Cooprofesores	64,8	1	Moriat	77,4
1	Sede E INEM	356,18	7	Pao express	3
0	Planta de producción	0	6	Parrilla guane	3
			4	Terranova	234
			8	Drinks & Food la 87	3
			10	Dog house	3
			11	La res Premium	3
			12	Arepas ocañeras	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>501,38</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>450,8</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>14,4</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>28,32</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>75,3</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>141,68</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>4604,94</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>8727,98</b>

Tabla 31.

*Asignación de rutas clúster 19.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
1	Sede C INEM	409,5	1	Junta El Rocío	469,8
2	Canela	3	2	Rikolino's	3
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>412,5</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>472,8</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>8,33</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>9,22</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>33,16</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>70,07</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>2131,06</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>4529,35</b>

Tabla 32.

*Asignación de rutas clúster 20.*

Ruta 2:00 pm			Ruta 4:00 pm		
No.	Nombre	Producción	No.	Nombre	Producción
0	Planta de producción	0	0	Planta de producción	0
3	Martha sazón	3	2	Portales de Fontana	154,8
2	Las sopas de mi mama y las arepas de mi hermana	3	3	Condado de Gibraltar	80
1	Altos de Fontana	240	4	Conj. Caminos de la Fontana	59,4
0	Planta de producción	0	1	San Fermín II	190
			5	Caminos de la fontana	3
			0	Planta de producción	0
<b>Producción total (litros)</b>		<b>246</b>	<b>Producción total (litros)</b>		<b>487,2</b>
<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>8,22</b>	<b>Tiempo recorrido (min)</b>		<b>13,47</b>
<b>Tiempo total (min)</b>		<b>33,6</b>	<b>Tiempo total (min)</b>		<b>70,92</b>
<b>Costo (\$)</b>		<b>2147,89</b>	<b>Costo (\$)</b>		<b>4332,29</b>

Después de determinadas las rutas es necesario establecer un adecuado cronograma de recolección durante los 20 días definidos con el fin de garantizar el buen funcionamiento de las actividades planteadas. En el apéndice J se da a conocer la asignación de cada uno de los clústers a su día del mes de recolección puesto que se cuenta con algunas restricciones que deben cumplirse como por ejemplo, los clústers con demandas divididas deben visitarse periódicamente y algunos restaurantes no brindan sus servicios en días específicos de la semana.

### 11.1 Presupuesto del proceso de recolección

Tal como se planteó en el modelo de localización de instalaciones, el desarrollo de las rutas genera un costo por las labores de transporte, donde intervienen rubros relacionados con el consumo de combustible, que para el caso de estudio se refiere al consumo de energía, el salario del conductor, compra de vehículos, entre otros.

Por esta razón, en la tabla 33 se da a conocer el presupuesto requerido para la ejecución de modelo de recolección de residuos. Cabe resaltar que el costo de las actividades de recolección se obtiene sumando los costos por ruta hallados anteriormente, no obstante dichos valores pueden variar si el salario del conductor se establece como un monto fijo y no variable como se realiza en este caso.

Tabla 33.

*Presupuesto total del modelo de recolección.*

<b>Descripción</b>	<b>Costo</b>
<b>Instalación de puntos de recolección</b>	\$49.604.598
<b>Actividades de recolección (ruteo)</b>	\$192.373
<b>Compra de vehículos</b>	\$23.200.000
<b>Total</b>	<b>\$72.996.971</b>

### 13. Conclusiones

- La literatura relacionada con modelos de recolección de residuos da a conocer la importancia de la aplicación de la optimización combinatoria en problemas de la vida cotidiana. El uso de técnicas aproximadas como las heurísticas y metaheurísticas es indispensable para ofrecer soluciones eficientes en tiempos computacionales cortos que pueden ser adaptadas fácilmente para optimizar cualquier función objetivo que se le proponga.
- El uso de métodos exactos como el ofrecido en el presente proyecto por el software de programación GAMS para resolver problemas de programación lineal entera mixta permite la

adaptabilidad de múltiples restricciones en el modelo matemático logrando resolver problemas de baja complejidad computacional de una manera flexible y sencilla.

- El algoritmo de sistema de hormigas con características evolutivas dio solución al problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo otorgando resultados cercanos a las mejores pruebas realizadas en la literatura para las instancias validadas y a su vez garantizó la optimización de las rutas para el diseño del modelo de recolección.

- Desarrollar algoritmos basados en el comportamiento de los seres vivos como lo son las metaheurísticas de hormigas constituye una buena alternativa de solución para problemas de optimización combinatoria y su indagación acerca de sus extensiones y aplicaciones hacen posible que este algoritmo pueda lograr buenos resultados al ser ejecutados con parámetros propuestos para casos de la vida real.

- El algoritmo de sistema de hormigas tradicional Ant System ha sido mejorado con la evolución del sistema de colonia de hormigas ACO y sus variantes, no obstante su aplicación contribuye una buena base para entender el funcionamiento de este tipo de metaheurísticas considerando su posibilidad de ser adaptadas a nuevos lenguajes de programación como lo es el Software Go.

- La construcción de una red de transporte para la gestión de residuos de aceites domésticos en el área de Bucaramanga es vital para la ciudad y no solo repercute positivamente la parte financiera, sino ambiental gracias a la post-producción de biodiésel a partir de estos aceites grasos. La propuesta es una iniciativa innovadora que realiza grandes contribuciones al mejoramiento en el aspecto ambiental de la región. La aplicación de los resultados del algoritmo es eficiente siempre y cuando todas las personas involucradas tengan conocimiento de la problemática y participen directamente en la realización del proyecto.

## 14. Recomendaciones

- Dar a conocer el lenguaje de programación GO como apoyo en el proceso de aprendizaje para la solución de problemas de ruteo de vehículos aplicados ya que por su fácil adaptabilidad con la API de Google Maps ofrece resultados más cercanos a la realidad debido a que en su interfaz de programación realiza matrices de tiempos y distancias de acuerdo a la red vial de la ciudad y considera el desplazamiento en vías con tráfico.
- Es importante la realización de jornadas de concientización para el reciclaje de residuos de aceites y grasas de modo que la población objetivo en su totalidad se incorpore a la iniciativa propuesta por semillero de investigación Biodiésel Ecológico con el fin de mejorar los problemas ambientales presentes y fortalecer el emprendimiento en la ciudad.
- Se sugiere a los estudiantes de la Escuela de Estudios Industriales y Empresariales realizar proyectos de grado en el área de investigación que se desarrollen a partir de casos prácticos de la vida cotidiana de modo que se amplíe el conocimiento en las diversas áreas y se brinde apoyo a la comunidad en general.
- Se propone incentivar a los estudiantes a realizar más estudios en la línea de gestión de residuos en el grupo de investigación OPALO dado que esta problemática afecta considerablemente los recursos renovables de la región así que es indispensable tomar conciencia y desarrollar estrategias de solución desde el punto de vista ambiental.

### Referencias Bibliográficas

- Albert, A.L. (2012) Contaminación ambiental origen, clases, fuentes y efectos. En: *Curso básico de toxicología ambiental*. (pp. 35-52). México: Editorial Limusa.
- Alvarenga, G. & Mateus, G. (2004). A two-phase genetic and set partitioning approach for the vehicle routing problem with time windows. *Hybrid Intelligent Systems*, 4, 428-433.
- Arbones, E. (2009). *Optimización industrial (I): distribución de los recursos*. Barcelona, España: Marcombo.
- Área metropolitana del Valle de Aburrá. (s.f). Manual para el manejo integral de residuos en el Valle de Aburrá. Recuperado de <http://www.metropol.gov.co>
- Arito, F. (2010). *Algoritmos de Optimización basados en Colonias de Hormigas aplicados al Problema de Asignación Cuadrática y otros problemas relacionados* (tesis de pregrado). Universidad Nacional de San Luis, San Luis, Argentina.
- Arranz, J. y Parra, A. (s.f). *Algoritmos Genéticos*. Universidad Carlos III. Recuperado de <http://www.it.uc3m.es/jvillena/irc/practicas/06-07/05.pdf>
- Asociación Nacional de Empresarios de Colombia (2015). *Encuesta Nacional de Logística*. Recuperado de <http://www.andi.com.co/glti/BOLETINES%202015/Bolet%C3%ADn%2008-222.%20Encuesta%20Nacional%20de%20Log%C3%ADstica%202015.pdf>
- Badran, M.F. & El-Haggag, S.M., 2006. Optimization of municipal solid waste management in Port Said – Egypt. *Waste Management*, 26 (5), 534–545.
- Baker, E. & Schaffer, J. (1986). Solution Improvement Heuristics for the Vehicle Routing and Scheduling Problem with Time Window Constraints. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 6 (3-4), 261-300.
- Balakrishnan, A., Ward, J. & Wong, R. (1987). Integrated facility location and vehicle routing models: Recent work and future prospects. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 7(1-2), 35-61.

- Balakrishnan, N. (1993). Simple Heuristics for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows. *The Journal of the Operational Research Society*, 44(3), 279-287.
- Ballesteros P. & Zuluaga A. (2015), Review of state of the art vehicle routing problem with pickup and delivery (VRPPD). *Ingeniería y Desarrollo*, 43(2), 463-482.
- Ballou, R. (2004). *Logística. Administración de la cadena de suministro*. 5a Ed. [Traducido al español de Business logistics/supply management: planning, organizing, and controlling the supply chain]. México: Pearson Educación.
- Balseiro, S., Loiseau, I. & Ramonet, J. (2011). An Ant Colony algorithm hybridized with insertion heuristics for the Time Dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Computers & Operations Research*, 38(6), 954-966.
- Barrera, A. y Hernández, A. (2015). *Un algoritmo evolutivo para el problema de distribución post-desastres sísmicos en la ciudad de Bucaramanga* (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Bautista, J. & Pereira, J. (2006). Modeling the problem of locating collection areas for urban waste management, an application to the metropolitan area of Barcelona. *Omega*, 34(6), 617-629.
- Benjamin, A. & Beasley, J. (2010). Metaheuristics for the waste collection vehicle routing problem with time windows, driver rest period and multiple disposal facilities. *Computers & Operations Research*, 37(12), 2270-2280.
- Berger, C., Savard, G. & Wizere, A. (1999). EUGENE: an optimisation model for integrated regional solid waste management planning. *International Journal of Environment and Pollution*, 12 (2/3), 280-307.
- Blum, C. & Roli, A. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison. *ACM Computing Surveys*, 35 (3), 268-308.
- Bramel, J. & Simchi-Levi, D. (1997). On the Effectiveness of Set Covering Formulations for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Operations Research*, 45(2), 295-301.
- Buhrkal, K., Larsen, A. & Ropke, S. (2012). The waste collection vehicle routing problem with time windows in a city logistics context. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 39, 241 - 254.
- Burke, E., Kendall, G., Newall, J., Hart, E., Ross, P. & Schulenburg, S. (2003). Hyper-heuristics: an emerging direction in modern search Technology. En: Glover, F. y Kochenberger, G. (Ed.). *Handbook of metaheuristics* (pp. 457-474), DOI: 10.1007/0-306-48056-5\_16.

- Cabeza, D. (2012). *Logística inversa en la gestión de la cadena de suministro*. Valencia, España: Marge books.
- Calderón, K. y Fajardo, D. (2010). *Evaluación del proceso de transesterificación del aceite de microalgas sintético en medio básico con NaOH y metanol* (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Çaylı, G. & Küsefoğlu, S. (2008). Increased yields in biodiesel production from used cooking oils by a two-step process: Comparison with one step process by using TGA. *Fuel Processing Technology*, 89(2), 118–122.
- Clarke, G. & Wright, J.W. (1964). Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Operations Research*, 12(4), 569-581.
- Congreso de Colombia. (24 de enero de 1979). Artículo 10 [Título I]. *Medidas Sanitaria*. (Ley 9 de 1979). DO: 35.308
- Constitución política de Colombia (1991) Artículo 9 [Título I].
- Cordone, R. & Wolfler-Calvo, R. (2001), A Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Windows, *Journal of Heuristics*, 7, 107–129.
- Cornuejols G., Nemhauser G. y Wolsey L. (1984), The Uncapacitated facility location problem. *Management Science Research*, Report No. MSRR 493.
- Cortinhal, M., Mourão, M. & Nunes, A. (2016). Local search heuristics for sectoring routing in a household waste collection context. *European Journal of Operational Research*, 255 (1), 68–79.
- Dantzig, G. & Ramser, J. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, 6(1), 80-91.
- Deng, A. & Mao, C. (2009). Optimizing Research of an Improved Simulated Annealing Algorithm to Soft Time Windows Vehicle Routing Problem with Pick-up and Delivery. *Systems Engineering - Theory & Practice*, 29(5), 186-192.
- Derigs U. & Reuter K. (2009). A simple and efficient tabu search heuristic for solving the open vehicle routing problem. *The Journal of the Operational Research Society*, 60(12), 1658-1669.

- Díaz, P., Fernández, G., Sánchez, J. y García, A. (2007). Metaheurísticas de optimización combinatoria: uso de simulated annealing para un problema de calendarización. *Tecnología y Desarrollo*, 5, párr.1. Recuperado de <http://www.uax.es/publicacion/metaheuristicas-de-optimizacion-combinatoria-uso-de-simulated-annealing.pdf>
- Dorigo, M. (1992). *Optimization, Learning and Natural Algorithms* (tesis doctoral). Politecnico di Milano, Milán, Italia.
- Dorigo, M., Maniezzo, V. & Colomi, A. (1996). Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems*, 26(1), 29-41.
- Dorigo, M. & Di Caro, G. (1999). Ant algorithms for discrete optimization. *Artif life*, 5 (2), 137-172.
- Drexl, M. & Schneider, M. (2015). A survey of variants and extensions of the location-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 241 (2), 283–308.
- Drezner, Z. (1995). *Facility Location: A Survey of Application and Methods*. Berlín, Alemania: Springer-Verlag.
- Duarte, A. (2007). *Metaheurísticas*. Madrid, España: Dykinson.
- Dupont, L. (2008). Branch and bound algorithm for a facility location problem with concave site dependent costs. *International Journal of Production Economics*, 112(1), 245-254.
- Eberhart, R. & Kennedy, J. (1995). A new optimizer using particle swarm theory. *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, 39-43.
- El-sherbeny, N. (2010). Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods. *Journal of King Saud University*, 22 (3), 123-131.
- Erkut, E., Karagiannidis, A., Perkoulidis, G. & Tjandra, S.A. (2008). A multicriteria facility location model for municipal solid waste management in North Greece. *European Journal of Operational Research*, 187(3), 1402–1421.
- Escobar L., Martínez D., Granada M., Willmer J. & Romero R. (2014) A matheuristic algorithm for the three dimensional loading capacitated vehicle routing problem. *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquía*, 78. Recuperado de [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0120-62302016000100002](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-62302016000100002)
- Farahani, R., SteadieSeifi, M. & Asgari, N. (2010). Multiple criteria facility location problems: A survey. *Applied Mathematical Modelling*, 34(7), 1689-1709.

- Feo, T. & Resende, M. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, 6(2), 109–133.
- Fernández E. & Landete M. (2015). Fixed-Charge Facility Location Problems. *Location Science*, 47-77.
- Fisher, M., Jornsteen, K. & Madsen, O. (1997). Vehicle routing with time windows: two optimization algorithms. *Operations Research*, 45 (3), 488–492.
- Fu, Z., Eglese, R. & Li, L. (2005). A new tabu search heuristic for the open vehicle routing problem. *Management Science*, 40(10), 1276-1290.
- Gacias, B., Cegarra, J. & Lopez, P. (2009). An interdisciplinary method for a generic vehicle routing problem decision support system. *International Conference on Industrial Engineering and Systems Management*. IESM 13-15.
- Gambardella, L., Taillard, E. & Agazzi, G. (1999). MACS-VRPTW: A multiple ant colony system for vehicle routing problems with time windows. *New Ideas in Optimization*, McGraw-Hill: England.
- Garcia, B., Potvin, J. & Rousseau, J. (1994). A parallel implementation of the tabu search heuristic for the vehicle routing problems with time window constraints. *Computers and Operations Research*, 21, 1025-1033.
- Gauchat, J. (2012), *El gran libro de HTML5, CSS3 y JavaScript*. Barcelona, España: Marcombo.
- Gendreau, M., Potvin, J.Y., Bräysy, O., Hasle, G. & Løkketangen, A. (2008). Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem and Its Extensions: A Categorized Bibliography. En Golden, B., Raghavan, M. y Wasil, E. (Ed.), *The Vehicle Routing Problem: Latest advances and new challenges* (pp. 143-169), DOI: 10 .1007/ 978-0-387-77778-8.
- Gestal, M. (s.f). Introducción a los algoritmos genéticos. Universidad de la Coruña. Recuperado de <http://sabia.tic.udc.es/mgestal/cv/AAGGtutorial/TutorialAlgoritmosGeneticos.pdf>
- Ghiani, G., Laganà, D., Manni, E., Musmanno, R. & Vigo, D. (2014). Operations research in solid waste management: A survey of strategic and tactical issues. *Computers & Operations Research*, 44, 22–32.
- Ghiani, G., Laganá, D., Manni, E., & Triki, C. (2012). Capacitated location of collection sites in an urban waste management system. *Waste Management*, 32(7), 1291–1296.

- Ghiani, G., Manni, A., Manni, E. & Toraldo, M. (2014). The impact of an efficient collection sites location on the zoning phase in municipal solid waste management. *Waste Management*, 34 (11), 1949–1956.
- Giusti, L. (2009). A review of waste management practices and their impact on human health. *Waste Management*, 29(8), 2227–2239.
- Glover, F (1977). Heuristics for integer programming using surrogate constraints. *Decision Sciences*, 8(1), 156–166.
- Glover, F. (1986). Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence. *Computers and Operations Research*, 13, 533-549.
- Golden B., Raghavan S. & Wasil E. (Ed.) (2008), *The Vehicle Routing Problem Latest Advances and New*. Springer US.
- Gómez A., Argüelles D., Gallego I., López J., Parreño J. & De La Fuente D. (2014). ILS with Multiple Variable Neighbourhood Descendent for the Vehicle Routing Problem with Multiple Trips. *Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón*. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/3152/011236b88ad26364c8dd5f27a36af8bb5d3a.pdf>
- González I. y Gonzales J. (2015). Problemática ambiental, incidencias en redes de saneamiento y coste del tratamiento en depuradoras de los aceites usados en cocina. Recuperado de <http://www.aguasresiduales.info/revista/articulos/problematika-ambiental-incidencias-en-redes-de-saneamiento-y-coste-del-tratamiento-en-depuradoras-de-los-aceites-usados-en-cocina>
- Gottinger, H.W. (1986). A computational model for solid waste management with applications. *Applied Mathematical Modelling*, 10(5), 330-338.
- Gutiérrez, F. (2008). *Análisis del Sistema de Recolección de Residuos Sólidos Urbanos en el Centro Histórico de Morelia, aplicando Sistemas de Información Geográfica (SIG)* (tesis de maestría). Universidad nacional autónoma de México, Ciudad de México.
- Gutiérrez, G. y Prida, B. (1998). *Logística y distribución física: evolución, situación actual, análisis comparativo y tendencias*. Madrid, España: McGraw-Hill.
- Hamacher, A. & Moll, C. (1997). A new heuristic for vehicle routing with narrow time windows. *Operations Research Proceedings 1996*, 301-307.
- Handler, G. & Mirchandani, P. (1979). *Location on Networks: Theory and Algorithm*. Cambridge, Reino Unido: MIT Press.

- He, J., Xiao, J., Liu, X., Wu, T. & Song, T. (2015). A novel membrane inspired algorithm for optimizing solid waste transportation. *Optik*, 126 (33), 3883–3888.
- Hemmelmayr, V., Doerner, K., Hartl, R. & Rath, S. (2013). A heuristic solution method for node routing based solid waste collection problems. *Journal of Heuristics*, 19 (2), 129–156.
- Huang, C. & Wu, Y. (2007). A Study of Location Problem and Vehicle Routing Problem for the Obnoxious Facility. *Journal of Science and Technology*, 16 (3), 211-220.
- Huang, S. & Lin, P. (2015). Vehicle routing–scheduling for municipal waste collection system under the “Keep Trash off the Ground” policy. *Omega*, 55, 24-37.
- Ismail, Z. & Loh, S. (2009). Ant colony optimization for solving solid waste collection scheduling problem. *Journal of Mathematics and Statistics*, 5 (3), 199-205.
- Jawarneh S. & Abdullah S. (2015). *Sequential Insertion Heuristic with Adaptive Bee Colony Optimisation Algorithm for Vehicle Routing Problem with Time Windows*. DOI: 10.1371
- Karadimas, V., Papatzelou, K. & Loumos, G. (2007). Optimal solid waste collection routes identified by the ant colony system algorithm. *Waste Management Research*, 25(2), 139-147.
- Kirkpatrick, S. Gelatt, C. & Vecchi, M. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220, 671-680.
- Klaus-Jürgen, E. (Ed.) (2010) *Encyclopedic Dictionary of Landscape and Urban Planning*. Berlin, Alemania: Springer-Verlag GmbH.
- Kolen, A., Rinnooy, A. & Trienekens, H. (1987). Vehicle Routing with Time Windows. *Operations Research*, 35 (2), 266-273.
- Koskosidis, Y., Powell, W. & Solomon, M. (1992). An Optimization-Based Heuristic for Vehicle Routing and Scheduling with Soft Time Window Constraints. *Transportation Science*, 26 (2), 69-85.
- Kuehn, A. & Hamburger, M. (1963). A Heuristic Program for Locating Warehouses. *Management Science*, 9(4), 643 – 666.
- Laguna, M. & Martí, R. (2003). *Scatter Search: Methodology and Implementations in C*. New York, Estados Unidos: Springer Science+ Business Media.
- Land, A. & Doig, A. (1960). An automatic method for solving discrete programming problems. *Econometrica*, 28(3), 497–520.

- Laureri, F., Minciardi, R. & Robba, M. (2016). An algorithm for the optimal collection of wet waste. *Waste Management*, 48, 56–63.
- Lima, J. y Barán, B. (2006). Optimización de Enjambre de Partículas aplicada al Problema del Cajero Viajante Bi-objetivo. *Inteligencia Artificial*, 10(32), 67-76.
- Lombana, J., Vega, J., Britton, E. y Herrera, S. (2015). *Análisis del sector biodiésel en Colombia y su cadena de suministro*. Barranquilla, Colombia: Universidad del Norte.
- Love, R., Morris, J. & Wesolowsky, G. (1988). *Facility Location: Models and Methods*. Amsterdam, Países Bajos: North- Holland Publishing Company.
- MacDonald, M. (1996). Solid Waste Management models: a state of the art review. *Journal of solid waste technology and management*, 23 (2), 73–83.
- Maranzana, F. (1964). On the location of supply points to minimize transportation costs. *Operational Research Quarterly*, 15 (3), 261-270.
- Marinakis Y. (2009), *Location Routing Problem*, Encyclopedia of Optimization, 1919-1925.
- Márquez, L. (2013). *Diseño de un sistema para la gestión de aceites vegetales usados en cañete para producir biodiésel* (tesis de pregrado). Universidad de Piura, Lima, Perú
- Meira, L., Miyazawa, F. & Pedrosa, L. (2016), Clustering through Continuous Facility Location Problems. *Theoretical Computer Science*, 657, 137–145.
- Minh, T., Van Hoai, T. & Nguyet, T. (2013). A Memetic Algorithm for Waste Collection Vehicle Routing Problem with Time Windows and Conflicts. *Computational Science and Its Applications*, 1, 485-499.
- Mladenović, N. & Hansen, P. (1997) Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, 24(11), 1097–1100.
- Morrison, D., Jacobson, S., Sauppe, J. & Sewell, E. (2016). Branch-and-bound algorithms: A survey of recent advances in searching, branching, and pruning. *Discrete Optimization*, 19, 79–102.
- Nagy, G. & Salhi, S. (2007). Location-routing: Issues, models and methods. *European Journal of Operational Research*, 117(2), 649-672.
- Nier, A. y Niño, J. (2015). *Desarrollo de un algoritmo híbrido para resolver el problema de Localización-Ruteo (LRP)* (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

- Niño, E. y Peláez, J. (2013). *Diseño de una propuesta de localización para los centros de distribución (CEDIs) de la empresa Comertex S.A. a partir de un modelo matemático* (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Nuortio, T., Kytöjoki, J., Niska, H. & Bräysy, O. (2006). Improved route planning and scheduling of waste collection and transport. *Expert Systems with Applications*, 30(2), 223-232.
- Ochoa, G. (2011). Introducción a la Computación Evolutiva y la Morfogénesis Artificial. *Grupo de Computación en Medicina y Biología*. Recuperado de <http://www.cs.stir.ac.uk/~goc/papers/GOchoaIntroCompEv.pdf>
- Olivera, A. (2004). *Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos*. Recuperado de <https://www.fing.edu.uy/inco/pedeciba/bibliote/reptec/TR0408.pdf>
- Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAO). (2010). *Grasas y ácidos grasos en nutrición humana: Consulta de expertos*. [Traducido al español de "Fats and fatty acids in human nutrition: Report of an expert consultation"]. Recuperado de <http://www.fao.org/docrep/017/i1953s/i1953s.pdf>
- Osman, I. & Kelly, J. (Ed.) (1996). Meta-Heuristics: An overview. En *Meta-Heuristics: Theory and Applications* (pp. 1-23). Norwell, Estados Unidos: Kluwer Academic Publishers.
- Pérez, A. (2011), *Introducción a los sistemas de información geográfica y geotelemática*. Cataluña, España: Editorial UOC.
- Potvin, J. & Rousseau, J. (1993). A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows. *EU*, 66, 331-340.
- Potvin, J. & Rousseau, J. (1995). An Exchange Heuristic for Routeing Problems with Time Windows. *The Journal of the Operational Research Society*, 46 (12), 1433-1446.
- Presidencia de la República. (26 de junio de 1984). *Decreto 1594 de 1984*. DO: 36.700
- Presidencia de la república. (6 de agosto de 2002) Artículo 1 [Título Preliminar]. *Decreto 1713 DE 2002*. DO: 44.893
- Promotion of Results in Transport Research and Learning. (2003). *Inner Urban Freight Transport and city Logistics*. Recuperado de [http://www.eltis.org/sites/eltis/files/kt8\\_wm\\_en\\_6.pdf](http://www.eltis.org/sites/eltis/files/kt8_wm_en_6.pdf)

- Quintero, M., Jerez, M. & Ablan, M. (2010). Métodos heurísticos en la planificación del manejo forestal: Un ejemplo de aplicación. *Revista forestal Venezolana*, 54(2), 183-194. Recuperado de [http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/32524/1/art6\\_mariaalejandra.pdf](http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/32524/1/art6_mariaalejandra.pdf)
- Rahmaniani, R., Saidi-Mehrabad, M. & Ashouri, H. (2013). Robust Capacitated Facility Location Problem: Optimization Model and Solution Algorithms. *Journal of Uncertain Systems*, 7, 22-35.
- Ramos, T., Gomes, M. & Barbosa, A. (2013). Planning waste cooking oil collection systems. *Waste Management*, 33(8), 1691–1703.
- Razavi, M. & Eshlaghy, A. (2015). Using an Ant Colony approach for solving capacitated vehicle routing problem with time windows. *Research Journal of Recent Sciences*, 4(2), 30-35.
- Rich, J. (1999). *A computational study of vehicle routing applications* (Tesis doctoral). Rice University, Houston, Estados Unidos.
- Robles, C. (2010). Optimización por colonia de hormigas: aplicaciones y tendencias. *Revista Ingeniería Solidaria*, 6(10), 83-89.
- Rocha, L., González, C. y Orjuela, J. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución. *Ingeniería*, 16 (2), 35-55.
- Rodríguez, S. (2011). Residuos Sólidos En Colombia: Su manejo es un compromiso de todos. *L'esprit Ingénieux*, 2(1), 91-96. Recuperado de <http://revistas.ustatunja.edu.co/index.php/lingenieux/article/view/117/92>
- Rogers, D. & Tibben-Lembke, R. (1998). *Going Backwards: Reverse Logistics Trends and Practices*. Recuperado de [http://www.abrelpe.org.br/imagens\\_intranet/files/logistica\\_reversa.pdf](http://www.abrelpe.org.br/imagens_intranet/files/logistica_reversa.pdf)
- Rosenfeld, D. e Irazábal, J. (2013). *Computabilidad, complejidad computacional y verificación de programas*. La Plata, Argentina: Editorial de la Universidad Nacional de La Plata.
- Sancho, F. (2015). *Clustering por K-medias*. Recuperado de <http://www.cs.us.es/~fsancho/?e=43>
- Salazar, J. (1996). *Optimización combinatoria poliédrica: problemas de rutas-localización* (tesis doctoral). Universidad de la Laguna, San Cristóbal de La Laguna, España.

- Salhi, S. & Rand, G. (1989). The effect of ignoring routes when locating depots. *European Journal of Operational Research*, 39(2), 150-156.
- Sánchez, E., Schillaci, M. & Squillero, G. (2011). *Evolutionary Optimization: the  $\mu$ GP toolkit*. New York, Estados Unidos: Springer Science + Business Media.
- Shmoys, D. (2000), Approximation Algorithms for Facility Location Problems. En Jansen, K. y Khuller, S. (Ed.), *Approximation Algorithms for Combinatorial Optimization* (pp. 27-32). DOI: 10.1007/3-540-44436-X\_4
- Solarte, N. y Vargas, M. (2013). *Diseño de las estrategias de recolección del aceite de cocina usado para su reutilización en la producción de biodiesel en cuatro (4) barrios de la ciudad de Cali* (tesis de pregrado). Universidad Autónoma de Occidente, Santiago de Cali, Colombia.
- Solomon, M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations research*, 35, 2254-265.
- Son, L. (2014). Optimizing municipal solid waste collection using chaotic particle swarm optimization in GIS based environments: A case study at Danang city, Vietnam. *Expert systems with applications*, 41, (18), 8062–8074.
- Taillard, E., Badeau, P., Gendreau, M., Guertin, F. & Potvin, J. (1997). A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows. *Transportation Science*, 31 (2), 170-186.
- Tanskanen, J. (2000). Strategic planning of municipal solid waste management. *Resources, Conservation and Recycling*, 30, 111– 133.
- Toth, P. & Vigo, D. (Ed.) (2002). *The vehicle routing problem*. Philadelphia, Estados Unidos: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Toso, E. & Alem, D. (2014). Effective location models for sorting recyclables in public management. *European Journal of Operational Research*, 234 (3), 839–860.
- United Nations Environment Programme. (2015). *Global Waste Management Outlook*. Recuperado de <http://www.unep.org/ietc/OurWork/WasteManagement/GWMO>
- Wang, L. (2008). *Energy Efficiency and Management in Food Processing Facilities*. Boca Raton, Estados Unidos: CRC Press.
- Watanabe, K. & Hashem, M. (2004). *Evolutionary Computations: New Algorithms and their Applications to Evolutionary Robot*. Berlin, Alemania: Springer-Verlag GmbH.

- Weber, A. (1929). *Theory of the Location of Industries*. [Traducido al inglés de Über den Standort der Industrien]. Chicago, Estados Unidos: University of Chicago Press.
- Ye, L., Ye, C. & Chuang, Y. (2011). Location set covering for waste resource recycling Centers in Taiwan. *Resources Conservation and Recycling*, 55 (11), 979–985.
- Yu, B. & Zhen Yang, Z. (2011). An ant colony optimization model: The period vehicle routing problem with time windows. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 47(2), 166-181.
- Yu, L., Donglei, D., Naihua, X., & Dachuan, X. (2013), Improved Approximation Algorithms for the Facility Location Problems with Linear/submodular Penalties. *Algorithmica*, 73(2), 292–303.
- Zhenggang, D., Linning, C. & Li, Z. (2009). Improved Multi-Agent System for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Tsinghua Science & Technology*, 14 (3), 407-412.