

**ESTUDIO DEL ARCO COMO ELEMENTO RESISTENTE PARA PUENTES DE
GRANDES LUCES**

**ANDRÉS FELIPE SANDOVAL MANTILLA
MARLON HERNANDO ANGARITA BECERRA**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA**

2015

**ESTUDIO DEL ARCO COMO ELEMENTO RESISTENTE PARA PUENTES DE
GRANDES LUCES**

**ANDRÉS FELIPE SANDOVAL MANTILLA
MARLON HERNANDO ANGARITA BECERRA**

**Trabajo de Grado para optar por el título de
Ingeniero Civil**

**Director
ALVARO VIVIESCAS JAIMES
Ingeniero Civil, Ph.D**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA**

2015

DEDICADO

A Dios, por darme la sabiduría, la salud y la perseverancia para cumplir mi sueño.

A mi mamá, mi nona, mi tía Lucy y mi familia, por ser incondicionales durante este proceso.

A mis profesores, por mostrarme lo maravilloso de mi carrera.

A mis amigos, quienes hicieron de mi carrera una gran experiencia.

ANDRÉS FELIPE SANDOVAL MANTILLA

DEDICADO

A Dios, por darme la sabiduría, la salud y la perseverancia para cumplir mi sueño.

A mi mamá, a mi papá, a mi compañera incondicional y toda mi familia por el amor, el apoyo y la paciencia que me brindaron.

A mis profesores, por mostrarme lo maravilloso de mi carrera.

A mis amigos, quienes hicieron de mi carrera una gran experiencia.

MARLON HERNANDO ANGARITA BECERRA

AGRADECIMIENTOS

Al profesor Alvaro Viviescas por la colaboración y orientación brindada en el desarrollo de este proyecto.

Al Ingeniero Edgar De Los Santos, ingeniero de soporte técnico Midas Civil, por la asesoría brindada durante el desarrollo del proyecto en el software de diseño y análisis de puentes Midas Civil.

*ANDRÉS FELIPE SANDOVAL MANTILLA
MARLON HERNANDO ANGARITA BECERRA*

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	19
1. REVISIÓN LITERARIA	21
1.1 EVOLUCIÓN DEL ARCO	21
1.2 ELEMENTOS CONSTRUCTIVOS Y GEOMETRICOS DEL ARCO	36
1.2.1 Elementos constructivos del arco	36
1.2.2 Elementos geométricos del arco.....	36
1.3 TIPOS DE PUENTES ARCO	37
1.3.1 Puentes arco de fábrica	37
1.3.2 Puentes arco continuos	41
1.4 CLASIFICACION DE PUENTES ARCO SEGÚN LA POSICION DEL TABLERO.....	42
1.4.1 Puente arco de tablero inferior.....	42
1.4.2 Puente arco de tablero intermedio	42
1.4.3 Puente arco de tablero superior.....	43
1.5 MÉTODOS DE CONSTRUCCIÓN DE PUENTES ARCO DE TABLERO SUPERIOR.....	43
1.5.1 Construcción sobre cimbra	43
1.5.2 Construcción por autocimbra	44
1.5.3 Construcción por abatimiento	44
1.5.4 Construcción por voladizos sucesivos atirantados con torre provisional	45
1.5.5 Construcción por voladizos sucesivos con diagonales temporales	46
1.6 CONCEPTOS BASICOS DE ESTÁTICA GRÁFICA.....	46
2. METODOLOGÍA.....	51
2.1 GEOMETRIA DEL ARCO.....	51
2.2 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES	52
2.3 SECCIONES DE LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES	52
2.4. ESTADO LIMITE SERVICIO I [12]	54
2.4.1 Peso propio de los componentes estructurales y de los accesorios no estructurales DC	56
2.4.2 Peso propio carpeta de rodamiento y de las instalaciones DW	56

2.4.3 Carga viva vehicular LL	57
2.4.4 Incremento de carga dinámica vehicular IM	58
2.4.5 Fuerza de frenado vehicular BR	58
2.4.6 Carga viva peatonal PL.....	59
2.4.7 Carga de viento sobre la estructura WS	59
2.4.8 Carga de viento sobre la carga viva WL	64
2.4.9 Fuerza debida a temperatura uniforme TU	65
2.4.10 Fuerzas debidas a gradiente de temperatura TG	65
2.5 GROSOR DE LAS DOVELAS	66
2.6 MODELADO DEL PUENTE EN EL SOFTWARE DE ELEMENTOS FINITOS MIDAS CIVIL [4]	74
3. RESULTADOS	77
3.1 ARCO CON PESO PROPIO Y CARGAS SOBREPUESTAS.....	77
3.1.1 Reacciones	77
3.1.2 Fuerzas internas en las dovelas	79
3.1.3 Esfuerzo en las dovelas.....	81
3.1.4 Deformaciones de las dovelas	83
3.1.5 Desplazamientos de las dovelas.....	87
3.2 ANALISIS DEL ARCO COMO ELEMENTO RESISTENTE	89
3.2.1 Verificación de agrietamiento.....	90
3.2.2 Verificación de deformaciones	91
3.2.3. Verificación de esfuerzos.....	91
4. CONCLUSIONES	92
REFERENCIAS	93
BIBLIOGRAFIA.....	95
ANEXOS	96

TABLA DE FIGURAS

Figura 1. Puente de Arkadiko, Nauplia, Grecia.	21
Figura 2. Puerta de San Francisco, Volterra, Toscana, Italia.	22
Figura 3. Pont du Gard (Acueducto Romano), Remoulins, Gard, Francia.	23
Figura 4. Puente de Trajano, Drobeta-Turnu Severin, Rumanía y Kladovo, Serbia.	23
Figura 5. Puente Romano de Alcantara, Extremadura.	24
Figura 6. Pont del Diable (Puente Ojival), Martorell, Bajo Llobregat, Barcelona, Cataluña, España.	25
Figura 7. Puente de Scaligero, Verona, Italia.	25
Figura 8. Línea de empujes dentro del canto del arco.	26
Figura 9. Proceso de carga de una catenaria y un arco.	26
Figura 10. Puente de Coalbrookdale, Condado de Shropshire, Inglaterra. Primer puente arco de hierro fundido.	28
Figura 11. Puente I-35w Río Misisipi en servicio, Minnesota, Estados Unidos.	29
Figura 12. Puente I-35w Río Misisipi colapsado, Minnesota, Estados Unidos.	29
Figura 13. Idealización de la línea de empujes.	30
Figura 14. Puente Yichang Yangtze, puente arco de tablero inferior.	30
Figura 15. Puente Mythe, Tewkesbury, Inglaterra.	31
Figura 16. Puente Eads, San Luis, Misuri, Estados Unidos.	32
Figura 17. Puente de Chazelet, Saint-Benoît-du-Sault, Indre, Francia.	32
Figura 18. Autocimbra del Viaducto Martin-Gil, Zamora, España.	33
Figura 19. Cimbra reutilizable del Puente Plougastel Puente Plougastel, Rio Élor, Brest, Francia.	33
Figura 20. Puente Plougastel, Rio Élor, Brest, Francia.	34
Figura 21. Viaducto Río Tajo, Embalse de Alcántara, España. Puente arco por voladizos sucesivos.	34
Figura 22. Mecanismo de colapso de puentes arco.	35
Figura 23. Arco de medio punto.	36
Figura 24. Puente romano de Aquae Flaviae, Chaves, Portugal.	37
Figura 25. Puente viejo de Gien, Lorient, Francia.	38
Figura 26. Puente ferroviario Saint Pantaleon (puente aperaltado), Larche, Francia.	39
Figura 27. Puente de los Inválidos (puente rebajado), París, Francia.	39
Figura 28. Acueducto Romano de San Jose, Vall de uxo, España.	40
Figura 29. Puente Tolbiac, Paris, Francia.	40
Figura 30. Puente Lupu, Shangai, China.	41
Figura 31. Puente Pentele, Dunaújváros, Hungría.	42
Figura 32. Puente Yajisha, Rio Zhugian, China.	42
Figura 33. Puente das Barcas, Porto, Portugal.	43
Figura 34. Puente de Barca, Pontevedra, España.	43

Figura 35. Puente Ammer, Echelsbach, Alemania.....	44
Figura 36. Viaducto Arcos de Alconétar, Embalse de Alcantara, Cáceres, Extremadura, España.	44
Figura 37. Puente presa Hoover, Arizona, Estados Unidos.	45
Figura 38. Puente de los Tilos, Islas Canarias, España.	46
Figura 39. Construcción del polígono de fuerzas.	47
Figura 40. Polígono de fuerzas con polo O y radios polares.	48
Figura 41. Polígono funicular y punto de aplicación de la resultante de un grupo de fuerzas.	48
Figura 42. Esquema del arco en estudio.	52
Figura 43. Secciones transversales de los elementos del puente arco.	52
Figura 44. Distribución de los elementos del tablero.	53
Figura 45. Sección transversal dovela, pilas, viga cabezal y tablero.	53
Figura 46. Sección transversal de la baranda de concreto y del separador tipo New Jersey.	56
Figura 47. Camión de diseño y tándem de diseño.	57
Figura 48. Gradiente de temperatura.	66
Figura 49. Ejes de las dovelas.	67
Figura 50. Polígono de fuerzas.	68
Figura 51. Polígono funicular.	69
Figura 52. Trazado del eje de la resultante de fuerzas.	69
Figura 53. Intersección entre el polígono funicular y el eje de la resultante.	70
Figura 54. Líneas dc y ce.	70
Figura 55. Intersección entre el polígono de fuerzas y las paralelas a las líneas dc y ce.	71
Figura 56. Trazado de unión entre articulaciones, líneas hi e ij.	71
Figura 57. Trazado del polo O'.....	72
Figura 58. Nuevos radios polares, con base en el polo O'.....	72
Figura 59. Polígono funicular con base en O'.....	73
Figura 60. Grosor de la dovela basado en el núcleo resistente.	73
Figura 61. Puente arco de tablero superior con apoyos, MIDAS Civil.....	74
Figura 62. Nodos maestros y esclavos, MIDAS Civil.	74
Figura 63. Distribución de esfuerzos del puente arco de tablero superior, MIDAS Civil.	75
Figura 64. Distribución de esfuerzos del arco, MIDAS Civil.	76
Figura 65. Reacciones en los estribos hallado por medio del método gráfico.....	78
Figura 66. Descomposición de reacciones.....	78
Figura 67. Fuerza interna de la Dovela 1.	79
Figura 68 (a) y (b). Desplazamiento por carga axial y por excentricidad de carga axial del nodo final de una dovela.	84

Figura 69. Desplazamiento en X y Z del nodo final de una dovela respecto al nodo inicial.....87

TABLA DE TABLAS

Tabla 1. <i>Propiedades del concreto reforzado utilizado para cada elemento del puente arco.</i>	52
Tabla 2. <i>Distribución del ancho del tablero.</i>	53
Tabla 3. <i>Cargas del estado límite de Servicio 1.</i>	54
Tabla 4. <i>Cargas del estado límite de Servicio I que no se consideran para este estudio.</i>	55
Tabla 5. <i>Cargas verticales a usar para corroborar el software MIDAS Civil en base a la estática gráfica.</i>	55
Tabla 6. <i>Factores para la combinación de cargas del estado límite de Servicio I.</i> 55	
Tabla 7. <i>Peso por metro lineal de la baranda de concreto y del separador tipo New Jersey I.</i>	56
Tabla 8. <i>Peso propio carpeta de rodamiento.</i>	56
Tabla 9. <i>Carga viva vehicular.</i>	57
Tabla 10. <i>Fuerza de frenado vehicular.</i>	58
Tabla 11. <i>Carga viva peatonal.</i>	59
Tabla 12. <i>Parámetros debidos a las condiciones de la superficie aguas arriba.</i> ...	60
Tabla 13. <i>Valor de P_b correspondiente a V_b para elementos tipo viga.</i>	60
Tabla 14. <i>Datos preliminares para calcular la carga de viento en la superestructura.</i>	61
Tabla 15. <i>Velocidad de diseño V_{dz} para los elementos de la superestructura.</i>	61
Tabla 16. <i>Valor de P_{bz} para los elementos de la superestructura para diferentes ángulos de ataque.</i>	61
Tabla 17. <i>Valor de P_d para los elementos de la superestructura para diferentes ángulos de ataque.</i>	61
Tabla 18. <i>Parámetros geométricos aferentes de los elementos de la superestructura.</i>	62
Tabla 19. <i>Valor de W_S para los elementos de la superestructura para diferentes ángulos de ataque.</i>	62
Tabla 20. <i>Velocidad de diseño V_{dz} para los elementos de la subestructura.</i>	62
Tabla 21. <i>Valor de P_b para los elementos de la subestructura para diferentes ángulos de ataque.</i>	63
Tabla 22. <i>Valor de P_d para los elementos de la subestructura para diferentes ángulos de ataque.</i>	63
Tabla 23. <i>Parámetros geométricos aferentes de los elementos de la subestructura.</i>	64
Tabla 24. <i>Valor de W_S para los elementos de la subestructura para diferentes ángulos de ataque.</i>	64
Tabla 25. <i>Valor de W_L para diferentes ángulos de ataque.</i>	64
Tabla 26. <i>Valor de W_L para diferentes ángulos de ataque.</i>	65
Tabla 27. <i>Valores de temperatura máximo y mínimo.</i>	65

Tabla 28. <i>Valores del gradiente de temperatura.....</i>	66
Tabla 29. <i>Fuerzas transmitidas por las pilas a las dovelas.....</i>	67
Tabla 30. <i>Momentos transmitidos por las pilas a las dovelas.....</i>	67
Tabla 31. <i>Reacciones transmitidos por las pilas a las dovelas.....</i>	68
Tabla 32. <i>Fuerzas aplicadas a las dovelas.....</i>	68
Tabla 33. <i>Propiedades geométricas de la sección y radio resistente w.</i>	73
Tabla 34. <i>Reacciones MIDAS Civil y reacciones estática gráfica.....</i>	79
Tabla 35. <i>Fuerzas estática gráfica y fuerzas MIDAS Civil.</i>	80
Tabla 36. <i>Esfuerzos MIDAS Civil y esfuerzos estática gráfica.</i>	82
Tabla 37. <i>Deformación axial MIDAS Civil y estática gráfica.</i>	86
Tabla 38. <i>Desplazamiento MIDAS Civil y estática gráfica.</i>	88
Tabla 39. <i>Esfuerzos en el punto medio de las dovelas.</i>	89
Tabla 40. <i>Desplazamientos de los nodos de las dovelas.</i>	90

TABLA DE ANEXOS

ANEXO 1 CUADRO DE PUENTES ARCO EN CONCRETO EMBLEMATICOS EN EL MUNDO	96
ANEXO 2 CÁLCULO DE RESULTADOS DE FUERZAS, ESFUERZOS Y DEFORMACIONES POR ESTÁTICA GRÁFICA	100
ANEXO 3 CALCULO DE DESPLAZAMIENTOS POR ESTATICA GRAFICA Y CALCULO DE ERROR DE DESPLAZAMIENTO MIDAS CIVIL VS ESTATICA GRAFICA.....	101
ANEXO 4 RESULTADOS MIDAS CIVIL: FUERZAS INTERNA DE LA DOVELA	102
ANEXO 5 RESULTADOS MIDAS CIVIL: ESFUERZOS EN LA DOVELAS.....	103
ANEXO 6 RESULTADOS MIDAS CIVIL: COORDENADAS INICIALES, FINALES, DESPLAZAMIENTOS Y GIROS DE LOS NODOS DE LAS DOVELAS	104
ANEXO 7 RESULTADOS MIDAS CIVIL: LONGITUD INICIAL, LONGITUD FINAL Y DEFORMACION DE LAS DOVELAS	105

RESUMEN

TÍTULO: ESTUDIO DEL ARCO COMO ELEMENTO RESISTENTE PARA PUENTES DE GRANDES LUCES

ÁUTORES: ANDRÉS FELIPE SANDOVAL MANTILLA
MARLON HERNANDO ANGARITA BECERRA

PALABRAS CLAVES: Puente arco de tablero superior, modelado en MIDAS civil, estática gráfica, polígono funicular.

RESUMEN: El trabajo presentado se encamina a mostrar la viabilidad de implementar la tipología arco para puentes de grandes luces en Colombia, ya que aparte de satisfacer el ítem de seguridad estructural, tanto en su construcción como en su vida útil, y ser económicamente viable, esta tipología de puente permite, como valor agregado de gran importancia, relacionar de manera adecuada el proyecto con su entorno, gracias a la versatilidad y facilidad para adaptarse a topografías abruptas y la posibilidad de cruzar cuerpos hídricos sin impactar el ecosistema y las actividades para la subsistencia del ser humano, debido a que esta tipología otorga la inusual opción de transferir todas las fuerzas por fuera del lecho del cuerpo hídrico. Esta investigación está enfocada en resaltar las bondades estructurales que posee el arco como elemento resistente para puentes de grandes luces utilizando un software de elementos finitos, MIDAS Civil, y la teoría de la estática gráfica para verificar sus resultados en cuanto a reacciones, fuerzas, esfuerzos, deformaciones y desplazamientos. Dichos resultados obtenidos a través del software de elementos finitos fueron similares a los resultados obtenidos mediante la teoría de estática gráfica, concluyendo que la geometría del arco garantiza que el comportamiento de la estructura brinda seguridad en estado de servicio.

*Trabajo de grado

**Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Alvaro Viviescas Jaimes, PhD, Ingeniero Civil.

ABSTRACT

TITLE: STUDY OF ARCH LIKE RESISTENT ELEMENT FOR BRIDGES OF LARGE SPANS

ÁUTHORS: ANDRÉS FELIPE SANDOVAL MANTILLA
MARLON HERNANDO ANGARITA BECERRA

KEY WORDS: Top board arch bridge, MIDAS civil modeling, graphic static, funicular polygone

ABSTRACT: The work presented is aimed to show the viability of implementing the arc typology for large spans bridges in Colombia, since apart from meeting the structural safety item, both in its construction and in utility, and be economically viable, this bridge tipology connects the project with its environment, thanks to the versatility and the facility to adapt to abrupt topography, and the possibility of crossing water bodies without harming the ecosystem and the activities for the survival of human beings, due to this typology gives the unusual option of transferring all forces out of the water body. This research is focused on highlighting the structural advantages that has the arch as a resistant element for large spans bridges using a finite element software called MIDAS Civil, and the theory of static graphics to verify their results in terms of reactions, forces, efforts, deformations and displacements. These results obtained by finite element software were similar to the results obtained using the theory of static graphics, concluding that the geometry of the arch ensures that the behavior of the structure give safety in service state.

*Bachelor Thesis

**Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Alvaro Viviescas Jaimes, PhD, Ingeniero Civil.

INTRODUCCIÓN

Las estructuras en forma de arco han trascendido en el tiempo por su capacidad para transformar las cargas a las que son solicitadas en esfuerzos principalmente de compresión, dicha característica hace viable esta tipología de estructura, pues existen diversidad de materiales en la naturaleza que responden de manera adecuada a esfuerzos de compresión, estos materiales también brindan facilidad al momento de ser manipulados para obtener la forma deseada para las dovelas¹ del arco y los materiales que se implementan para conectarlas también presentan una buena respuesta a la compresión, pero la mayoría de estos materiales (para dovelas y para juntas) tienen una característica en común, una capacidad casi despreciable para soportar esfuerzos de tracción, razón por la cual es de vital importancia, para garantizar la seguridad del arco, que todos los elementos se encuentren sometidos, en todas y cada una de sus partes, a compresión [1].

Actualmente realizar esta verificación no representa mayores complicaciones, pues se cuenta con diferentes software en los que se puede saber con veracidad si las partes del arco están sometidas al tipo de esfuerzo adecuado; pero el hecho de que aun hoy en día, arcos elaborados en épocas en las que no se contaba con ningún tipo de herramienta computacional aún estén en servicio, nos da a entender que los métodos usados anteriormente eran efectivos, por lo que verificar las posibles variaciones en las respuestas obtenidas por ambos métodos resulta importante para tener certeza del comportamiento del arco y así proponerlo como elemento resistente para puentes de grandes luces.

En el presente artículo se expone una revisión bibliográfica de la evolución del arco como tipología estructural a lo largo de la historia, partiendo de los arcos de roca tallada elaborados por las primeras civilizaciones hasta los puentes arco de concreto reforzado de tablero superior de mayor importancia [2]. Posteriormente se propone un arco sometido a su peso propio y cargas sobrepuestas y se procede a comparar los resultados obtenidos, en primera instancia, haciendo uso de la teoría de estática gráfica [3] y luego mediante un modelo en el software MIDAS Civil [4], corroborando la precisión de los resultados.

Ya que se tiene certeza de la veracidad de los resultados del Software MIDAS Civil se modela un puente arco de tablero superior en servicio para analizar su respuesta estructural.

En los materiales y metodología se presentan las características del puente, las cargas a las que se ve sometido el arco a estudiar de acuerdo al estado de carga en el que se basó el análisis y las consideraciones que se tomaron en cuenta para

¹ Dovela: Cada uno de los elementos que conforman un arco; las dovelas son hechas de materiales con buena capacidad para resistir fuerzas de compresión como la piedra o el concreto.

realizar los modelos. Para terminar se presentan los resultados de los modelos y la comparación entre los mismos, así como las conclusiones del proyecto y los aspectos relevantes que hacen de los puentes arco una alternativa viable para soluciones de infraestructura vial en Colombia.

1. REVISIÓN LITERARIA

En este capítulo se presenta la evolución del arco a través de la historia hasta los últimos planteamientos de análisis propuestos por Jacques Heyman [1]. Posteriormente se ilustran conceptos y procedimientos para aplicar la teoría de estática gráfica a un arco [3].

1.1 EVOLUCIÓN DEL ARCO

Los primeros puentes arco de la historia son estructuras que se remontan miles de años atrás en el tiempo, arqueólogos han encontrado restos de arcos que datan del 4000 a.C. y se les atribuyen a los sumerios en Mesopotamia; esta civilización, considerada como la primera y más antigua del mundo, utilizaba ladrillos secados al sol como principal elemento constructivo de los arcos, posteriormente también se incorporaron al proceso constructivo ladrillos cocidos, es quizá por esto que actualmente solo se encuentran restos de dichos arcos [1].

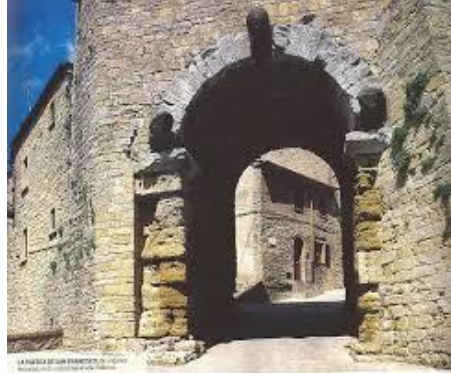
Estos materiales se mantuvieron vigentes durante casi un milenio, hasta que en el 3000 a.C. los egipcios decidieron labrar piedras para disponerlas en forma de arcos y concebir estructuras de mayor resistencia, esta técnica fue adoptada por los etruscos (sociedad que se ubicaba en lo que hoy es Toscana, Italia), un pueblo que poseía una notoria habilidad para el tallado de rocas, por lo que se les facilitó producir cuñas y dovelas para la elaboración de arcos funcionales y que aún hoy en día se encuentran en servicio, un ejemplo de esto es el puente de Arkadiko, elaborado aproximadamente en el 1300 a.C., por lo cual se considera que esta civilización desarrolló por primera vez el concepto de arco actual [2].

Figura 1. Puente de Arkadiko, Nauplia, Grecia.



Fuente: inbeta.org

Figura 2. Puerta de San Francisco, Volterra, Toscana, Italia.



Fuente: www.adevaherranz.es

Dicho método de construcción fue conocido y adoptado por los romanos, quienes para el año 500 a.C., en pleno auge de la expansión de su imperio, elaboraban puentes arco de medio punto o media circunferencia² con dovelas de igual forma y tamaño que convergen en el centro del círculo que describe la estructura, dicha disposición de las dovelas permite transmitir las cargas fácilmente a los estribos³, estas características de los arcos romanos hicieron de los puentes arco una alternativa ideal para cruzar cuerpos de agua y terrenos montañosos abruptos sin causar daños o alteraciones a los mismos [1].

Cuando era necesario construir un acueducto o un gran puente y las distancias a cubrir excedían la capacidad de un solo arco, los romanos disponían varios arcos uno tras de otro conformando una sola superestructura; ahora bien, la inestabilidad del arco antes de ser terminado implicaba el uso de una estructura auxiliar que soportara las cargas muertas del arco durante su construcción, todas y cada una de las dovelas eran colocadas a mano, por lo cual cabe mencionar que la construcción de puentes arco, en estas épocas antiguas, requería del uso intensivo de mano de obra, factor que para aquel tiempo no presentaba inconveniente alguno [1].

² Puente arco de medio punto: Hace referencia a la forma de semicírculo que adoptan el arco.

³ Estribos: Bloque macizo en donde se apoyan los extremos del arco cuya función es entregar las cargas al suelo.

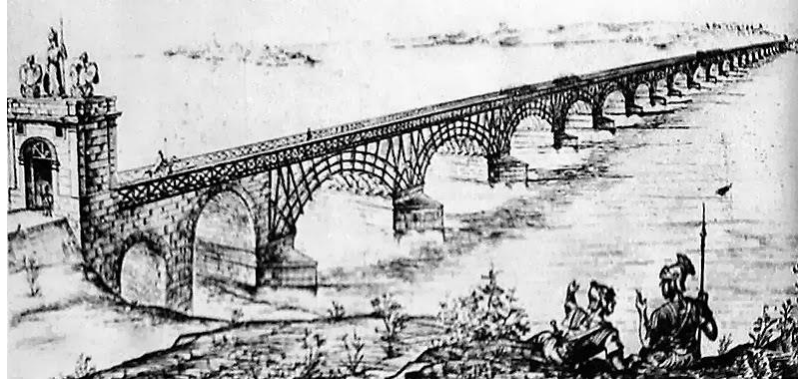
Figura 3. Pont du Gard (Acueducto Romano), Remoulins, Gard, Francia.



Fuente: www.francemonthly.com

Aunque los romanos eran hábiles haciendo puentes en roca tallada decidieron implementar nuevos materiales en la elaboración de sus estructuras, esto con la intención de salvar luces más grandes con puentes más esbeltos; uno de los mejores ejemplos de esta intención de innovar es el Puente de Orsovo o Puente de Trajano que cruzaba el Rio Danubio y se encontraba compuesto por varios arcos, algunos de ellos contruidos en madera y salvando luces de 38 metros [2].

Figura 4. Puente de Trajano, Drobeta-Turnu Severin, Rumanía y Kladovo, Serbia.



Fuente: pelandintecno.blogspot.com

Pero la madera no fue el material más relevante utilizado por los romanos, esta civilización implemento por primera vez en la historia de la humanidad el hormigón para la construcción de puentes arco, estas nuevas estructuras denominadas Caementicium del Opus se encontraban cubiertas con ladrillo o piedra labrada (sillar) [2].

Figura 5. Puente Romano de Alcantara, Extremadura.



Fuente: www.viajarporextremadura.com

Durante la Edad Media, gracias a la capacidad de un puente para cambiar el estilo de vida de una población, la construcción de puentes obtuvo el título de institución religiosa, siendo uno de los cuatro principales colegios sacerdotales, el *Collegium Pontificum*, el cual se encontraba a cargo de los cálculos y posterior ejecución de las diferentes tipologías de puentes que se implementaban en la época. Debido a su viabilidad y gran capacidad para soportar cargas, el arco se convirtió en objeto de estudio para esta institución, la cual solo logró determinar intuitivamente la forma en que se transmitían las cargas de dovela a dovela y por último a los estribos en forma de un empuje de gran magnitud, por lo que es necesario que los suelos en los que se apoyen los estribos sean altamente competentes [1].

Aunque en esa época nunca se logró determinar de manera exacta la forma en que se transmitían las cargas, si se logró mejorar de manera considerable el arco como elemento resistente para puentes, por lo cual los constructores de aquel tiempo presentaron avances importantes en lo que a las estructuras romanas se refiere, gracias a la incorporación de variantes de arcos lograron resultados que admitían diseños más esbeltos; lo anterior se puede evidenciar al observar los puentes ojivales o góticos, en los que el empuje horizontal es mucho menor al que se produce al utilizar un arco de medio punto, por lo que se pueden incorporar pilas más delgadas y arcos mucho más esbeltos [5].

Figura 6. Pont del Diable (Puente Ojival), Martorell, Bajo Llobregat, Barcelona, Cataluña, España.



Fuente: www.travelux.com

Las modificaciones que se idearon en la edad media presentaban arcos que poseían diferentes características, brindándole a la estructura una mejor respuesta ante ciertas solicitaciones. Gracias al interés que la tipología de arco despertó en los diferentes países en el transcurso de la Edad Media, los arcos en mampostería escarzanos, de medio punto y ojivales habían alcanzado para el siglo XIV un nivel de desarrollo notable, al punto tal que se lograban salvar luces de 40 metros, algo imposible años atrás [5].

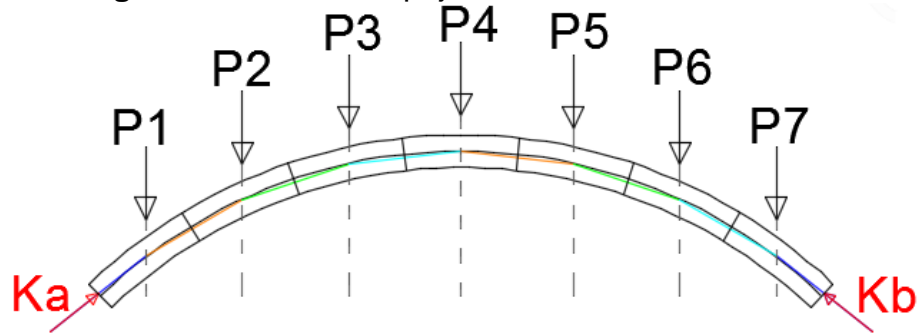
Figura 7. Puente de Scaligero, Verona, Italia.



Fuente: sites.google.com

Ahora bien, aunque los arcos de esta época eran altamente resistentes y salvaban luces de buena longitud eran construidos basándose en estimaciones de su comportamiento, no fue sino hasta el año 1675 que Robert Hooke, quien era responsable de los experimentos de la Royal Society, aseguró que la línea de empuje, generada por el peso propio del arco y las sobrecargas a las que este se ve sometido, debe estar contenida dentro del canto del arco [1].

Figura 8. Línea de empujes dentro del canto del arco.

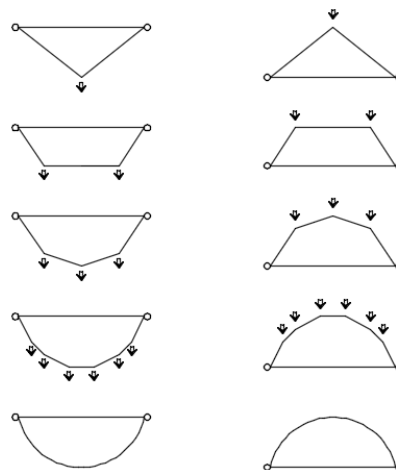


Siendo consciente de que su afirmación era correcta, Hooke comprendió que si lograba resolver la ecuación de la forma de la catenaria de una cuerda sometida a cargas que la tensionan, podría determinar la forma del arco correspondiente para las mismas cargas pero en compresión, lamentablemente nunca concluyó esta labor; fue el encargado de su testamento quien dio a conocer su conclusión: *“tal y como cuelga una cadena flexible pero invertido se mantiene estable el arco rígido”* [1].

Muchos intentaron resolver el problema de la catenaria, entre los entusiastas por encontrar una respuesta a esta incógnita destacan Gottfried Leibniz y Johann Bernoulli, quien trabajó con Christian Huygens, quienes en el siglo XVII y casi a la vez, lograron encontrar una expresión bastante aproximada de la cadena colgante, es de lamentar que por su espíritu de competencia y gran deseo por trabajar en secreto absoluto su logro no se haya podido corroborar con pruebas matemáticas concretas, al menos no en esa época, pues el planteamiento que propusieron para la catenaria es el que actualmente se utiliza [1].

Figura 9. Proceso de carga de una catenaria y un arco.

Catenaria Arco



Ecuación 1. Ecuación de la catenaria planteada por Leibniz, Bernoulli y Huygens.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{w}{T_h} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

$$y = \frac{T_h}{w} \left[\cosh\left(\frac{w(2x - a)}{2T_h}\right) - \cosh\left(\frac{wa}{2T_h}\right) \right]$$

$w =$ peso por unidad de longitud (constante)

$T_h =$ componente horizontal de la tensión en el extremo del cable

$a =$ luz libre entre los apoyos de la cuerda

Fuente: Tomada de [6].

Al no tener un respaldo matemático de otra fuente, la ecuación planteada por el grupo de matemáticos no fue validada en su tiempo, por lo que en 1697 David Gregory, mediante un análisis no tan detallado, trataría, sin éxito, de derivar la ecuación de la catenaria (cadena flexible) invertida, aunque Gregory no logro plantear la ecuación de la catenaria, si realizo planteamientos de gran importancia en lo que a estudio del arco se refiere, pues consideraba la catenaria invertida como la directriz ideal para el arco, pues esta anula los esfuerzos cortantes y flectores, por lo cual solo los efectos de la compresión actúan en la estructura, de manera tal que el empuje del arco en los estribos seria el mismo que el de la tensión horizontal de la cadena colgante que representa el arco [2].

“Cuando un arco de cualquier forma es estable es porque en su canto está contenida una catenaria” [7].

Pero no solo la sociedad inglesa sentía interés por comprender la forma en que trabajan los arcos, Philippe de la Hire, un matemático francés, abordó la difícil labor de determinar el peso de las dovelas para mejorar la estabilidad del arco, siendo el primero en la historia en aplicar el concepto de polígono funicular (línea de empujes) al estudio de los arcos; teniendo claro su objetivo y la teoría que usaría, La Hire tuvo que plantear diferentes hipótesis para desarrollar el problema, en primera instancia asumió que la fricción entre dovelas era nula, dicho planteamiento lo llevo a la conclusión de que para que un arco llegara a ser estable requería que las dovelas transmitieran una carga infinita a los arranques del arco [8].

Consciente de lo absurdo del resultado de su primera hipótesis y de lo irreal de la misma (el contacto entre dos materiales siempre genera fricción), La Hire retomó su investigación en 1712 con una hipótesis opuesta a la primera, en este caso asumió que la fricción entre dovelas era de gran magnitud e impedía por completo el deslizamiento de unas respecto a otras; esta hipótesis anulaba la idea de que la

línea de empujes del arco se trazaba perpendicular a las juntas, había que redefinir el trazado de la línea de empujes, labor que en esa época no pudo ser completada, pero esta teoría sería el primer paso para determinar el empuje del arco y así diseñar sus estribos [8].

Pero el cálculo del empuje del arco a sus estribos no era el único objeto de estudio de los entusiastas de esta tipología de estructura, se presentaban demasiadas incógnitas en torno a los arcos y su diseño, es por esto que en 1717 Gautier planteo los 5 grandes problemas a resolver en cuanto a la construcción de puentes en arco [9]:

Espesor de los estribos.

Espesor de las pilas.

Espesor de las dovelas.

Forma del arco.

Dimensiones de los muros de contención del suelo.

Estas incógnitas despertaron un gran interés en la comunidad científica de la época, pero lamentablemente no se lograron encontrar respuestas concretas a dichos planteamientos, sin embargo a finales del mismo siglo, la evolución en el estudio de los materiales, una evolución más técnica que científica, y la revolución industrial, dieron una gran libertad a los constructores de puentes en lo que a configuraciones y procesos constructivos se refería; fue gracias a lo anterior y al espíritu de innovación que en esta instancia de la historia surgieron los puentes arco de hierro fundido; pero debido a la fragilidad del hierro fundido y a la inadecuada forma de responder al verse sometido a la vibración causada por el tráfico (puente I-35w del río Misisipi [10]), no se lograron los avances deseados en cuanto a tipologías y procedimientos constructivos se refiere [5].

Figura 10. Puente de Coalbrookdale, Condado de Shropshire, Inglaterra. Primer puente arco de hierro fundido.



Fuente: fr.jqzdh.com

Figura 11. Puente I-35w Río Misisipi en servicio, Minnesota, Estados Unidos.



Fuente: es.wikipedia.org

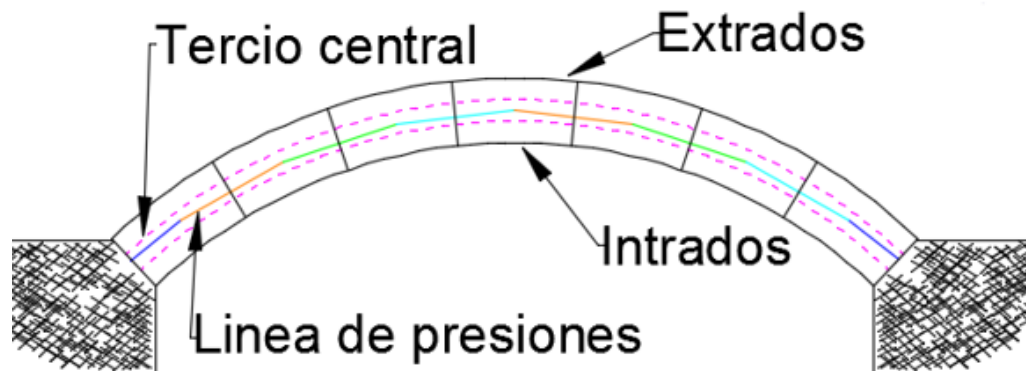
Figura 12. Puente I-35w Río Misisipi colapsado, Minnesota, Estados Unidos.



Fuente: www.city-data.com

Debido a la necesidad de elaborar estructuras de gran dimensión y que respondieran de forma adecuada a las diferentes solicitaciones a las que se vieran sometidas, la comunidad científica continuaba esmerándose en obtener resultados que les permitieran realizar diseños óptimos y confiables, pero fue hasta 1826 que Claude-Louis Navier presenta la teoría general de los sólidos elásticos, y basándose en la misma publicó el primer texto moderno sobre el análisis estructural denominado, “Lecciones Sobre Resistencia de Materiales”; años más adelante desarrolló la ley de la distribución de presiones a través de una superficie y logró demostrar que la fuerza resultante debía estar comprendida en el tercio central de la superficie del arco para que no aparecieran esfuerzos de tracción y tampoco se presentaran fisuras, de tal forma que no se sobrepasasen los límites de la teoría elástica [7].

Figura 13. Idealización de la línea de empujes.



Gracias a la gran aceptación que tuvo el ferrocarril en el mundo era indispensable contar con puentes que soportaran los viaductos ferroviarios, en otras palabras, se necesitaban puentes capaces de resistir grandes cargas y que reaccionaran satisfactoriamente ante la vibración que el ferrocarril produjera a su paso; debido al avance que tuvieron el estudio de los materiales, el análisis estructural y la siderurgia a comienzos del siglo XIX, fue posible mejorar los puentes metálicos, dejando atrás el hierro fundido e incorporando el hierro forjado, logrando satisfacer las necesidades que en la época se tenían, este nuevo material permitió desarrollar puentes arco de tablero inferior, ya que el hierro forjado resiste satisfactoriamente los esfuerzos de compresión (arco) y los esfuerzos de tracción (tirantes) y por ende puede ser sometido a flexión (tablero) [5].

Figura 14. Puente Yichang Yangtze, puente arco de tablero inferior.



Fuente: www.cingcivil.com

Figura 15. Puente Mythe, Tewkesbury, Inglaterra.



Fuente: www.puentemania.com

Aunque ya se contaba con puentes que cumplían con las expectativas estructurales de la época, siempre era, y será, necesario optimizar las estructuras, con el fin de cumplir este objetivo fue necesario desarrollar mejores modelos de análisis de las estructuras, Peter Barlow tenía clara esta idea, por lo que a mediados del siglo XIX, gracias a la nueva formulación de la forma de la catenaria planteada por Henry Moseley, publicó un libro denominado *“sobre la existencia de la línea de empuje horizontal constante en los arcos”*, en donde presentó una serie de resultados que surgieron de diferentes ensayos y que le permitieron concluir que una excentricidad del empuje respecto al punto de contacto hace girar las dovelas y el arco modifica su forma, de manera que la línea de empujes pase por los puntos de contacto en el arco distorsionado, por lo cual se determina que es posible identificar los cambios en la línea de empujes al alterar las cargas, principio fundamental de la regla del tercio central, un método de diseño que comenzaba a surgir gracias a Barlow [1].

Finalizando el siglo XIX, Carlo Alberto Castigliano aplicó los teoremas de la energía elástica y de la mínima energía de deformación al estudio del comportamiento de los puentes de fábrica, llegando a concluir que solo si la línea de empuje estaba comprendida en el tercio central de la sección transversal del arco, este se comportaría como una estructura elástica continua, pero por el contrario, si la línea de empujes quedaba fuera del tercio central de la sección transversal se producirían grietas en dicha estructura, esta conclusión reforzó lo planteado por Peter Barlow [7].

En la misma época en que Barlow sentaba las bases de la regla del tercio central, la revolución industrial, que surgió al terminar la guerra civil americana, puso al alcance de los constructores el acero, un material con aun mejores características que el hierro forjado, ampliando las posibilidades constructivas de aquel tiempo a límites que algunos años atrás eran inconcebibles, un claro ejemplo de los alcances que se tenían es el Puente Eads, un puente ferroviario y vehicular inaugurado el 4 de Julio de 1874, y que aún se encuentra en funcionamiento atravesando el río

Mississippi en San Luis, Misuri, Estados Unidos, el cual cuenta con dos luces de 153 metros y una luz central de 159 metros, luces que incluso hoy en día son considerables [5].

Figura 16. Puente Eads, San Luis, Misuri, Estados Unidos.



Fuente: es.wikipedia.org

Pero el acero no fue el único material que surgió como principal materia prima de los puentes arco del siglo XIX, tan solo un año después de la inauguración del puente Eads es construido el Puente de Chazelet con una luz de 16,5 metros y 4 metros de ancho elaborado por Joseph Monier, es considerado como el primer puente arco de hormigón armado de la historia. Aunque Monier fue y siempre será el primer constructor de puentes arco en hormigón armado, fue François Hennebique quien industrializó el uso del hormigón armado; una de sus principales obras es el Ponte del Risorgimento, el primer puente arco de hormigón armado de Roma [5].

Figura 17. Puente de Chazelet, Saint-Benoît-du-Sault, Indre, Francia.



Fuente: www.cehopu.cedex.es

Gracias al buen comportamiento que tiene el concreto al ser sometido a compresión, este material fue acogido rápidamente por el gremio de constructores de la época, ya que muchos habían optado por emplear el concreto en la construcción de arcos era necesario comenzar a optimizar las cimbras para poder reducir el costo del proceso constructivo, el primero en intentar cumplir esta meta fue Joseph Melán, este ingeniero checo optó por emplear la armadura del arco como autocimbra, de tal manera que la cimbra diera estabilidad al arco durante su construcción y luego

pase a ser parte de la estructura del puente. Otro interesado en la optimización de puentes arco fue Eugene Freyssinet, quien planteó dos nuevas ideas para reducir costos, la primera fue reutilizar la cimbra, un método que solo puede ser usado en casos demasiado particulares, por lo que no tuvo una gran acogida, y la segunda fue la construcción parcial avanzando en voladizos sucesivos, técnica que hoy en día es usada [5].

Figura 18. Autocimbra del Viaducto Martin-Gil, Zamora, España.



Fuente: hormigon.mecanica.upm.es

Figura 19. Cimbra reutilizable del Puente Plougastel, Río Élorn, Brest, Francia.



Fuente: www.ce.jhu.edu

Figura 20. Puente Plougastel, Río Élor, Brest, Francia.



Fuente: www.bmwfaq.com

Figura 21. Viaducto Río Tajo, Embalse de Alcántara, España. Puente arco por voladizos sucesivos.



Fuente: www.cfcsl.com

A comienzos de siglo XX José Eugenio Ribera, quien introdujo el hormigón armado en España, advirtió sobre el problema de socavación que presentaban todos los puentes que cruzaban ríos con caudales importantes, indicando que si las luces del puente no eran lo bastante amplias como para permitir el desagüe normal de las crecidas del río, un importante volumen de agua se acumularía aguas arriba del puente provocando un alza peligrosa en la velocidad del agua con que llegaba y cruzaba el puente generando problemas de socavación. Ribera propuso que si tal era el caso se debía disminuir las secciones del puente para poder reducir la robustez de sus pilares [7].

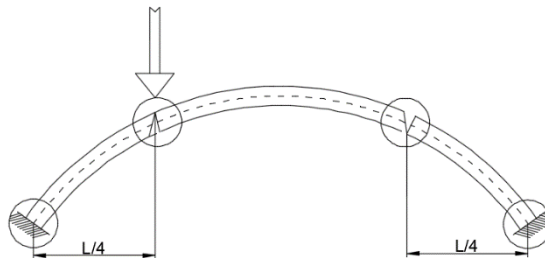
A mediados del siglo XX, M. R. Horne y Jacques Heyman desarrollaron la teoría de la plasticidad apoyándose en algunos aportes que Gabor von Kazinczy y Maier Lebnitz dieron en las primeras reuniones en París y Berlín de la Asociación Internacional de Puentes e Ingeniería estructural (IABSE). Heyman comprendió que las grietas en un arco de fábrica, forman parte de un proceso de articulación para que la estructura se adapte a cambios en el contorno, tales como pequeños deslizamientos de los estribos [7].

En 1995, Heyman define el coeficiente de seguridad geométrico como la división entre el espesor real y el espesor necesario para soportar en equilibrio las cargas muertas. A su vez, Heyman consideró el puente arco por dovelas como un conjunto de bloques inalterables en contacto seco y directo que se sostienen por su peso propio, suponiendo que la fricción entre cada bloque era lo suficientemente fuerte para evitar el deslizamiento y que las tensiones eran tan bajas que no había que preocuparse por el fallo por resistencia; así que las tres hipótesis bases para Heyman fueron [8]:

- El puente en arco presenta infinita resistencia a la compresión.
- La resistencia a tracción del puente arco es nula.
- El fallo por deslizamiento es imposible.

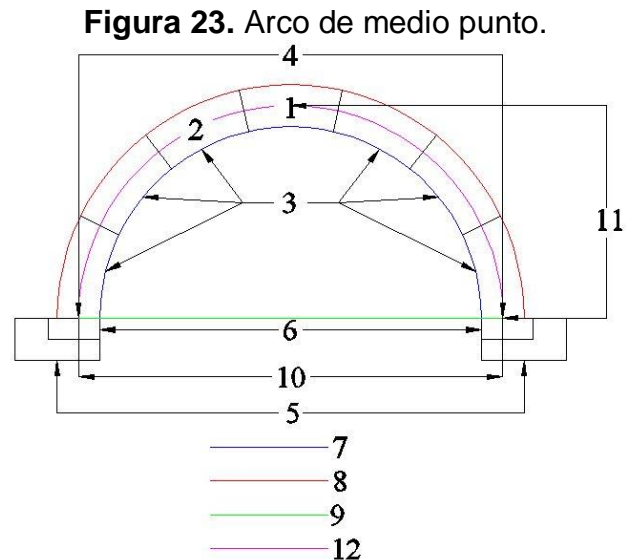
Al aplicar las anteriores hipótesis para un análisis plástico, Heyman determinó la carga ultima que genera un número determinado de rotulas plásticas, que junto con una sobrecarga, causan el colapso del arco. Heyman concluyó que la peor ubicación de la sobrecarga se encuentra al cuarto de luz, con rotulas en los cuartos de luz y en los estribos. Hoy en día lo anterior se conoce como el mecanismo de colapso para un arco. A su vez, Heyman desarrolló métodos simplificados para determinar el canto del arco para resistir diferentes cargas sobrepuestas [2] [11].

Figura 22. Mecanismo de colapso de puentes arco.



Heyman profundizó los conceptos de seguridad y estabilidad de un puente en arco, concluyendo que si la línea de empuje está contenida dentro del canto del arco, hay seguridad; además, establece que la distancia entre la línea de empuje y los bordes del canto es inversamente proporcional a la seguridad y que el coeficiente de seguridad geométrico establece los límites que no debe sobrepasar la línea de empuje para proporcionar de seguridad ante una carga impuesta dada [2] [7].

1.2 ELEMENTOS CONSTRUCTIVOS Y GEOMETRICOS DEL ARCO



1.2.1 Elementos constructivos del arco

1. Clave: Es la última dovela en colocarse, la dovela más alta o la dovela que cierra el arco.
2. Contraclave: Son las dovelas adyacentes a la clave.
3. Dovela: Cada uno de los elementos que conforman un arco; las dovelas son hechas de materiales con buena capacidad para resistir fuerzas de compresión como la piedra o el concreto.
4. Arranque: Es la superficie de contacto entre la dovela inicial y el salmer.
5. Estribo: Bloque macizo en donde se apoyan los extremos del arco cuya función es entregar las cargas al suelo.
6. Salmer: Es el bloque sobre los estribos en donde descansa la dovela inicial.

1.2.2 Elementos geométricos del arco

7. Intradós: Es la superficie interior del arco, visible a simple vista por un observador que se encuentra debajo del puente.
 8. Extradós: Es la superficie contraria al intradós, quedando en el exterior del arco. De tratarse de un puente arco de tablero inferior se podría ver esta superficie sobrevolando el puente.
- Canto: Es el espesor de la sección del arco, o lo que es bien, la distancia entre el intradós y el extradós.

9. Línea de arranque: Es la línea horizontal que une los arranques del arco.

10. Luz: Es el ancho del arco o, lo que es lo mismo, la longitud de la línea de arranque.

11. Flecha: Es la distancia vertical perpendicular desde la mitad del eje hasta la línea de arranque.

12. Directriz: Es el eje del arco.

1.3 TIPOS DE PUENTES ARCO

1.3.1 Puentes arco de fábrica

Figura 24. Puente romano de Aquae Flaviae, Chaves, Portugal.



Fuente: www.criamichelin.com

Los puentes arco de fábrica son aquellos puentes históricos, que a día de hoy, aun nos sorprenden por su longevidad y belleza; la fábrica se refiere a la composición del arco a partir de un número finito de elementos estructurales denominados, dovelas. Esta obra civil se mantiene en pie gracias a la forma de catenaria invertida que conforman las dovelas permitiendo que solo la fricción, en ocasiones potenciada con mortero, y la gravedad equilibren perfectamente la estructura. Los diseños de los puentes de fábrica se realizaban de tal manera que se pudiera garantizar que la línea de empujes quedara dentro de la sección transversal del puente y así poder asegurar que el puente solo estaría sometido a esfuerzos de compresión, por lo tanto los materiales empleados para las dovelas debían ser muy resistentes a este tipo de esfuerzo. Por lo anterior, se entiende que la piedra tallada, el ladrillo y el adobe fueron los materiales elegidos para la construcción de este tipo ancestral de puentes arcos.

Estructuralmente, el arco de fábrica funciona como un conjunto de elementos que transmiten las cargas que debe soportar, peso propio y cargas sobreimpuestas, al suelo a través de los elementos estructurales adyacentes al arco, tales como: pilas, columnas, muros o estribos.

Algunos autores crearon escuela escribiendo sobre la construcción de arcos, como el arquitecto italiano León Baptista Alberti, quien aconsejó que las dovelas sean robustas, muy similares entre sí y que la dovela central denominada, clave, sea el elemento más pesado de la fábrica; Baptista, también recomendó que las juntas, aristas de unión entre las dovelas, deben formar un plano perpendicular a la línea curva interna del arco, denominada, intrado.

Dado que el arco solo empieza a ser autosostenible estructuralmente en el momento en que se coloca la dovela clave uniendo los dos semiarcos, para la construcción de los puentes arcos de fábrica se requería del uso de una estructura auxiliar de madera que sostuviera las dovelas en su sitio desde el inicio de la construcción hasta el momento en que se cerraba el arco con la dovela clave, esta estructura auxiliar se denomina, cimbra.

1.3.1.1 Formas de los arcos de fábrica

1.3.1.1.1 Medio punto

Figura 25. Puente viejo de Gien, Lorient, Francia.



Fuente: es.wikipedia.org

Este tipo de arco comenzó a emplearse en Mesopotamia a mediados 3000 a.c pero más adelante terminó siendo la forma de arco de fábrica más empleada por el imperio Romano, el cual se encargó de difundir su construcción y usanza en todas las regiones por donde pasó su expansión cultural y territorial. El arco de medio punto se compone de un semicírculo completo, en donde su centro se encuentra justo en el mismo lugar que se encuentra el centro imaginario de la línea de arranque (línea horizontal imaginaria que une los apoyos extremos del arco).

En cuanto al comportamiento estructural, esta forma de arco obliga a que todas las dovelas que conforman la estructura trabajen solamente a compresión.

Dos de las variantes derivadas de esta forma de arco son: El arco peraltado y el arco rebajado. El arco peraltado es aquel cuyo centro se encuentra por encima de la línea de arranque, dando como resultado arcos mucho más esbeltos y altos que

los arcos de medio punto, ya que se debían construir columnas desde los apoyos para alcanzar la altura del centro del arco peraltado, esta forma de arco fue muy empleada en la arquitectura Romana debido a que permitía mayor iluminación en espacios cerrados en donde se usaban arcos para puertas y ventanas.

Figura 26. Puente ferroviario Saint Pantaleon (puente aperaltado), Larche, Francia.



Fuente: www.puentemania.com

Contrario al arco peraltado está el arco rebajado, cuyo centro se encuentra por debajo de los puntos de apoyo. En el siglo XVIII y bajo la influencia de Jean-Rodolphe Perronet los arcos de los puentes de fábrica comienzan a tener perfiles mucho más bajos que antes, esto con el fin de perjudicar lo más mínimo posible el flujo del agua en los ríos en los cuales era necesaria la construcción de puentes.

Figura 27. Puente de los Inválidos (puente rebajado), París, Francia.



Fuente: www.rgbstock.es

Se podría decir que esta forma de arco semicircular fue la que dio origen a todas las demás formas de arco que podemos encontrar hoy en día.

1.3.1.1.2 Ojival o agudo

Figura 28. Acueducto Romano de San Jose, Vall de uxo, España.



Fuente: www.panoramio.com

También conocido como arco apuntado o arco agudo, es una forma de arco en donde en la clave se forma un ángulo agudo debido a la intersección de dos arcos separados que inician en sus respectivos apoyos. Debido a su mayor verticalidad, esta forma de arco dio como resultado la disminución de la fuerza horizontal resultante en los apoyos o estribos, haciéndolo más eficaz para la construcción arco por arco en el caso de puentes de múltiples luces. Esta nueva forma del arco se desarrolló a partir del siglo X y fue muy empleado en la arquitectura gótica (XIII-XV).

1.3.1.1.3 Carpanel

Figura 29. Puente Tolbiac, Paris, Francia.



Fuente: es.wikipedia.org

También conocido como arco apainelado, es la composición de un arco rebajado principal y tantos pequeños arcos a lado y lado de él como se requiera, de tal forma que su disposición final sea simétrica, es decir, el arco carpanel tiene un número impar de arcos en donde el arco central es un arco rebajado y hay simetría respecto a la clave. Su forma definitiva tiene cierta semejanza con un trazo elíptico. Esta forma de arco tiene como ventaja el paso de un mayor volumen de agua bajo él. Los pequeños arcos que nacen desde los apoyos extremos tienen su centro ubicado

en la línea de arranque con motivo de conseguir una forma aproximadamente elíptica.

Al igual que el arco rebajado tenía como objetivo permitir mayor flujo de agua bajo él, pero su aspecto es mucho más refinado que el del arco rebajado y desde el punto de vista económico en la construcción de puentes, permitió reducir considerablemente el espesor de las pilas y estribos traduciéndose en una reducción del costo de la obra.

Esta forma de arco fue muy famosa a finales del periodo Gótico estando presente en la mayoría de entradas de edificios renacentistas.

1.3.2 Puentes arco continuos

Figura 30. Puente Lupu, Shangai, China.



Fuente: es.touristlink.com

Con el pasar del tiempo se volvió inviable la construcción de puentes arco de fábrica debido a que otras tipologías de puentes resultaban ser más económicas y de menor complejidad para su elaboración, puesto que la tradicional estructura provisional en la que se apoyaba el arco de fábrica en construcción llegó a tener un costo similar al propio arco, esto hacía que una solución de puente arco de fábrica costara casi el doble de lo necesario para construir otro tipo de puente; lo anterior ocasionó un estancamiento en el desarrollo y la elaboración de los puentes arcos.

Tiempo más adelante, el desarrollo del hormigón y del acero junto con la revolución industrial, se reactivó la construcción de puentes arco puesto que grandes constructores idearon procedimientos más económicos para la fabricación de los puentes arco. El hormigón armado y su gran resistencia a la flexión y sus efectos combinados de compresión y tracción, permitieron la creación de puentes arco de luces más extensas que los puentes de fábrica; estos arcos hechos con hormigón armado reciben el nombre de arcos continuos debido al refuerzo de acero ininterrumpido que tiene a lo largo de toda su longitud.

1.4 CLASIFICACION DE PUENTES ARCO SEGÚN LA POSICION DEL TABLERO

1.4.1 Puente arco de tablero inferior

Las cargas se transmiten al arco por medio de elementos a tensión denominados, tirantes.

Figura 31. Puente Pentele, Dunaújváros, Hungría.



Fuente: www.hsz.bme.hu

1.4.2 Puente arco de tablero intermedio

Las cargas en esta tipología de puente arco se transmiten al elemento arco por medio de tirantes y de pilas, para los esfuerzos de tracción y para los esfuerzos de compresión respectivamente.

Figura 32. Puente Yajisha, Rio Zhugian, China.



Fuente: civilgeeks.com

1.4.3 Puente arco de tablero superior

Las cargas son transmitidas al arco por medio de elementos a compresión denominados, pilas.

Figura 33. Puente das Barcas, Porto, Portugal.

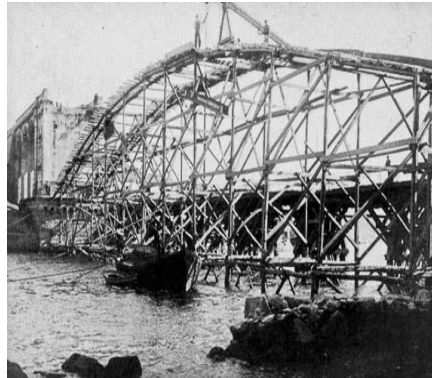


Fuente: www.viajescondestino.com

1.5 MÉTODOS DE CONSTRUCCIÓN DE PUENTES ARCO DE TABLERO SUPERIOR

1.5 1 Construcción sobre cimbra

Figura 34. Puente de Barca, Pontevedra, España.



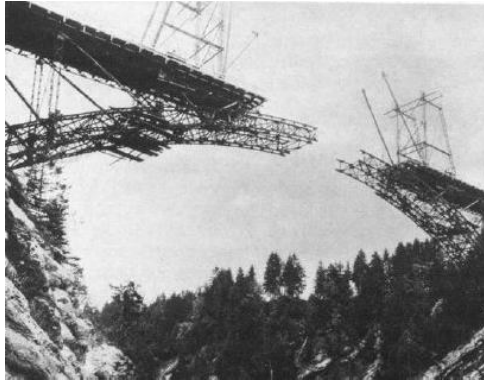
Fuente: vellapontevedra.blogspot.com

Hasta finales del siglo XIX, la construcción de puentes arco de hormigón sobre cimbra era el procedimiento más común. Los obstáculos naturales cada vez más complicados y las luces cada vez mayores, dificultaron el montaje de la cimbra y por ende, se hizo más costoso este proceso llegando a ser igual de costoso a la construcción del propio puente ocasionando que los puentes arco fueran una solución inviable económicamente.

Estructuralmente el gran problema de este procedimiento era retirar la cimbra sin inducir esfuerzos de flexión indeseables y garantizar que el comportamiento estructural en el momento de descimbrar fuera el mismo comportamiento estructural que tendría el puente en servicio.

1.5.2 Construcción por autocimbra

Figura 35. Puente Ammer, Echelsbach, Alemania.



Fuente: civilgeeks.com

La mayoría de los esfuerzos de los constructores se enfocaron en la reducción de costos y en hacer más sencillo la construcción de puentes arco, llevándolos a pensar en suprimir la cimbra convencional. A finales del siglo XIX, Joseph Melan desarrollo un procedimiento en donde se evitaba el uso de la cimbra clásica; su método consistía en construir un arco metálico ligero que funcionara como cimbra autoportante y que forma la armadura del arco definitivo.

Este procedimiento no redujo los costos pero si tenía la facultad de garantizar que la estructura parcial y la estructura final coincidan en su comportamiento estructural.

1.5.3 Construcción por abatimiento

Figura 36. Viaducto Arcos de Alconétar, Embalse de Alcantara, Cáceres, Extremadura, España.



Fuente: arquitectum.com

Este es un proceso altamente competitivo en la construcción de puentes arco metálicos de grandes luces. Su técnica está basada en unir las mitades del arco construidas por separado y en vertical, lo que significa una gran ventaja por la similitud en la construcción de las pilas en los extremos; luego se aplica un giro en su extremo inferior, y ayudados por el peso propio de los semiarcos, se dejan caer controladamente hasta que se unan los semiarcos en la clave, para lo cual es fundamental emplear retenedores o anclajes.

Este sistema constructivo se caracteriza por su rapidez, singularidad y espectacularidad al momento del cierre de los semiarcos.

1.5.4 Construcción por voladizos sucesivos atirantados con torre provisional

Figura 37. Puente presa Hoover, Arizona, Estados Unidos.



Fuente: www.arcoinde.com

El método se basa en un sistema de atirantamiento provisional ubicado en los estribos de donde penden las dovelas que se empalman en la clave del arco; estas dovelas se van construyendo mediante carros de avance similares a los usados en los puentes viga cajón. Este procedimiento implica que las pilas entre el arco y el tablero se ejecuten después de terminado el arco y del desmonte de las torres de atirantamiento auxiliar.

Aunque a finales del siglo XIX el método era empleado para puentes metálicos, no fue hasta mediados del siglo X que se empleó en la construcción de puentes arco de hormigón.

1.5.5 Construcción por voladizos sucesivos con diagonales temporales

Figura 38. Puente de los Tilos, Islas Canarias, España.



Fuente: blog.ferrovial.com

Este método crea una estructura triangulada avanzando en ménsula desde los arranques del arco. Para resistir la tensión provocada por la flexión del voladizo es necesario anclar el tablero superior a través de un sistema de retenedores, transmitiendo así la tracción generada al suelo; una vez cerrado el arco en la calve se liberan los anclajes y se retira la ménsula triangular.

Comparado con el proceso del atirantamiento provisional desde torres auxiliares, este sistema de avance en ménsula triangulada con diagonales temporales (tirantes) poseen la ventaja de una mayor rigidez al emplear tirantes de menor longitud mucho más fáciles de colocar y menos sensibles a los efectos térmicos. Por otro lado este método tiene la desventaja de ser lento debido a los tiempos muertos en el ciclo de ejecución de las dovelas del arco puesto que a la vez que se crean las dovelas es necesario crear una fracción del tablero.

1.6 CONCEPTOS BASICOS DE ESTÁTICA GRÁFICA

La estática grafica es un conjunto de procedimientos gráficos basados en propiedades geométricas que tiene como finalidad tratar el equilibrio de los cuerpos sometidos a la acción de fuerzas externas. En este tipo de procedimientos se simbolizan con vectores las fuerzas a estudiar, por tal motivo es importante definir las cuatro propiedades de todo vector: magnitud, dirección, sentido y el punto de aplicación o eje de aplicación [3].

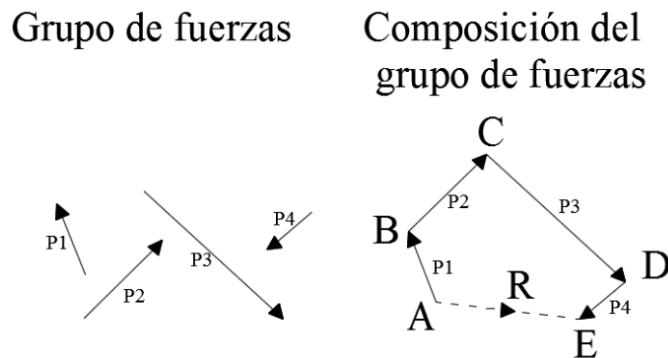
La magnitud de un vector es la cantidad de fuerza que se está aplicando, para la estática grafica es la medida métrica del vector que representa a la fuerza; la dirección de un vector es la línea recta sobre la cual tiende a moverse el cuerpo por el efecto causado por la fuerza, esta propiedad se mide con ángulos; el sentido del vector señala si la fuerza se aplica hacia el cuerpo o desde el cuerpo hacia fuera, para efectos prácticos, en la estática grafica se simboliza con una flecha; y por

último, el punto de aplicación o eje de aplicación es ubicación geométrica o la línea sobre la cual actúa directamente la fuerzas [3].

En la presente investigación, conceptos de la estática grafica como: polígono de fuerzas, polígono funicular y núcleo resistente; son herramientas indispensables para asegurar que las dovelas que componen el arco trabajen exclusivamente a compresión, razón por la cual a continuación se definen estas herramientas y se presentan sus procesos de construcción. Dichos conceptos se ilustraran en base al libro de estática grafica de Otto Henkel [3].

A continuación se muestra un grupo de fuerzas no concurrentes, es decir que sus líneas de acción no tiene un punto en común, y la composición de dichas fuerzas partiendo desde un punto arbitrario A.

Figura 39. Construcción del polígono de fuerzas.



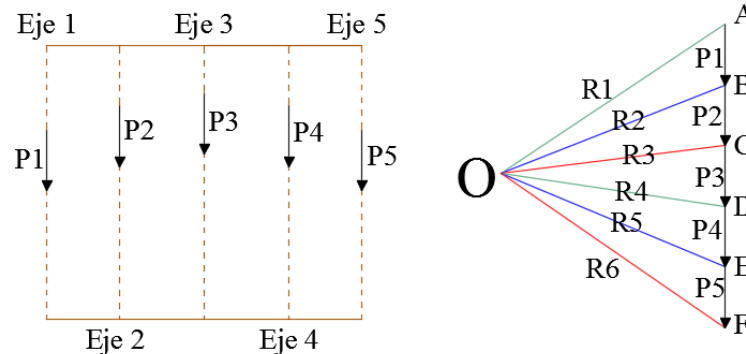
Al trazar en el mismo sentido y consecutivamente las cargas P1, P2, P3 y P4, se genera el contorno poligonal ABCDE denominado, polígono de fuerzas o vectorial. La utilidad de este procedimiento gráfico es hallar la magnitud, dirección y sentido de la resultante del conjunto de fuerzas. La línea de cierre que une el punto en donde nace la primera fuerza con el punto final de la última carga, es decir la línea AE para el ejemplo, representa la resultante R, en magnitud, dirección y sentido, del conjunto de fuerzas en estudio. La resultante de un grupo de fuerzas es una fuerza que puede reemplazar a todo el conjunto de fuerzas y causar los mismos efectos sobre el cuerpo en el que se aplican. Cabe resaltar que si el polígono de fuerzas es cerrado, las fuerzas que lo componen están en equilibrio [3].

A través del polígono de fuerzas se puede hallar la magnitud, dirección y sentido de la resultante de un grupo de fuerzas, por lo tanto queda por descubrir el punto o eje de aplicación de la resultante. Para descubrir esta última incógnita se usa el polígono funicular, el cual es una línea que representa un hilo en equilibrio bajo la acción de un grupo de fuerzas. A continuación se describe el procedimiento para hallar el polígono funicular, y por ende, el eje de aplicación de un grupo de fuerzas

en dirección de la gravedad, tal como se espera que actúe el peso propio de las dovelas que conforman un arco [3].

En primer lugar, se muestran los ejes de cinco dovelas que forman un arco con su respectivo vector que simboliza el peso propio de cada una de las dovelas, y a su vez se ilustra el polígono de fuerzas [3].

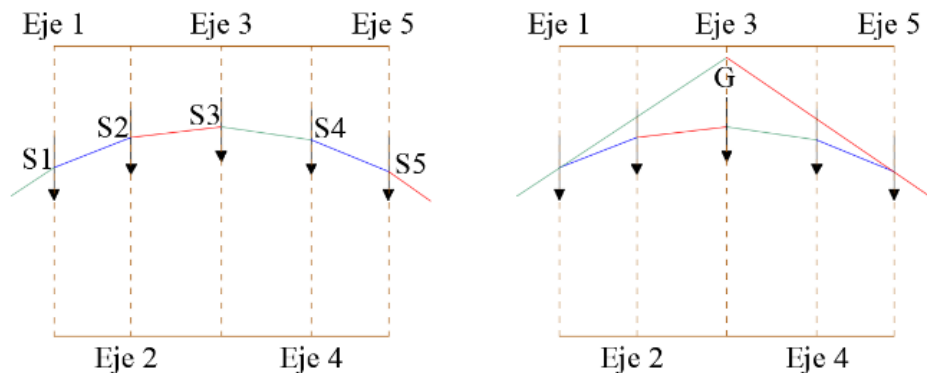
Figura 40. Polígono de fuerzas con polo O y radios polares.



Para construir el polígono funicular se requieren trazar los radios polares R_i desde el polo arbitrario O hasta el inicio y el fin de cada vector P_i . El polígono funicular se construye siguiendo el siguiente proceso: se toma el radio polar R_1 y se intersecciona con el eje 1, luego se traza el siguiente radio polar R_2 desde la intersección anteriormente creada entre R_1 y el eje 1 hasta cortar el eje 2, acto seguido se traslada el tercer radio polar R_3 desde la intersección entre R_2 y el eje 2 hasta cortar el eje 3, así sucesivamente hasta trasladar el último radio polar R_6 desde la intersección entre R_5 con el eje de la dovela 5 [3].

A continuación se ilustra el procedimiento anteriormente enunciado.

Figura 41. Polígono funicular y punto de aplicación de la resultante de un grupo de fuerzas.



En la Figura 16, a la izquierda, se encuentra el polígono funicular S1S2S3S4S5 y en la imagen de la derecha se halla el punto de aplicación G de la resultante luego de alargar hasta que se intersecten el primer y el último radio polar [3].

Es importante resaltar que la longitud e inclinación de los radios polares representan el valor y la dirección de la fuerza interna de las dovelas; al ser trasladados al arco y trazar el polígono funicular, se genera un desfase entre el eje de la dovela y el radio polar, este desfase, que representa la excentricidad de la fuerza interna de la dovela respecto al eje de la misma, produce un momento interno en la dovela, el cual hace que el elemento se vea sometido a esfuerzos causados por flexión, los cuales pueden comprimir o tensionar la sección, dependiendo del punto en el que se calcule el esfuerzo y en cual este aplicada la fuerza, es importante reconocer que se puede presentar una situación en la que el esfuerzo de tensión generado por el momento interno sea más grande que la compresión axial que genera la fuerza, implicando que para asegurar que la sección trabaje solo a compresión se debe establecer un límite para la excentricidad de la fuerza en la dovela [3].

$$\sigma = -\frac{P}{A} + \frac{Mc}{I} = -\frac{P}{A} + \frac{(Pw)c}{I} \quad (1)$$

σ = Esfuerzo.

P = Fuerza axial de la dovela.

A = Área de la sección transversal de la dovela.

M = Momento interno de la sección.

c = Punto donde se evalúa el esfuerzo.

I = Inercia de la sección.

w = Valor para la excentricidad de la fuerza.

$$\sigma = -\frac{P}{A} + \frac{(Pw)c}{I} * \frac{A}{A} \quad (2)$$

Para encontrar el valor máximo de excentricidad de la fuerza se debe encontrar el punto en el que se tenga un cambio de esfuerzos de compresión a esfuerzos de tracción, es decir, donde el esfuerzo sea 0 [3].

$$\frac{P}{A} = \frac{(Pw)c}{I} * \frac{A}{A} \quad (3)$$

$$1 = \frac{(w)c}{I} * A \quad (4)$$

$$w = \frac{I}{cA} \quad (5)$$

Ya que la fuerza puede encontrarse por encima o por debajo del eje de la dovela, el valor w limita la excentricidad en la parte superior e inferior del elemento, creando

así una zona en la que debe estar contenida la fuerza resultante de la dovela para garantizar que esta trabaje a compresión, en la teoría de estática gráfica esta zona se denomina núcleo resistente y el valor de w se denomina radio resistente [3].

2. METODOLOGÍA

Para esta investigación se toma como base un puente arco de concreto reforzado de tablero superior de gran luz conformado por un arco y cuatro pares de pilas unidas monolíticamente a él como subestructura, cuatro vigas cabezal, unidas de manera monolítica a las pilas, que actúan como apoyos simples para cinco tableros viga-losa de 20 m de longitud como superestructura. Los arranques del arco se encuentran a una elevación de 10 m desde la lámina de agua. Para cargar el puente se utiliza el estado límite Servicio I de la Norma Colombiana de Diseño de Puentes (CCP-14) [12] y se usa, como herramienta computacional para el modelado en tres dimensiones de la estructura, el software de elementos finitos MIDAS Civil (versión 2016).

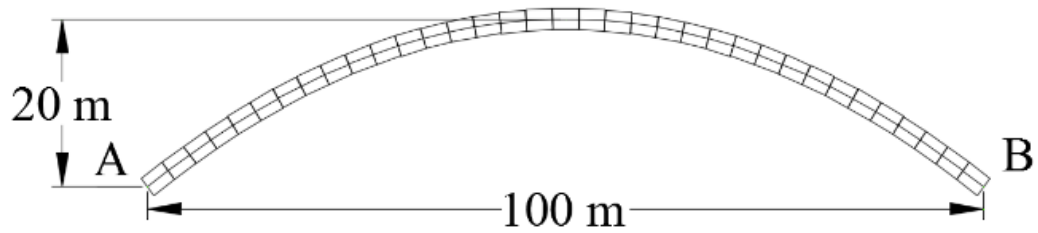
Como estrategia de comprobación de los resultados del software MIDAS Civil se toman en cuenta las cargas verticales del estado límite Servicio I [12] para hallar las fuerzas que las pilas le transmiten al elemento arco, lo que permite cargarlo y evaluar su comportamiento estructural por medio de la teoría de estática gráfica [3] y a través del software MIDAS Civil, permitiendo comparar las reacciones en los estribos del arco, las fuerzas axiales, los esfuerzos de compresión y las deformaciones de las dovelas y los desplazamientos de las juntas hallados por medio de los dos métodos de análisis; además comparar las respuestas en cuanto al tiempo y los recursos invertidos por ambos métodos.

Una vez validado los resultados del software, se analiza el comportamiento estructural en servicio del puente arco teniendo en cuenta todas las fuerzas del estado límite Servicio I de la Norma Colombiana de Diseño de Puentes (CCP-14) [12], obteniendo para dicho fin las reacciones en los estribos, las fuerzas internas, los esfuerzos y las deformaciones de las dovelas y los desplazamientos de los nodos del elemento principal de la subestructura, el arco.

2.1 GEOMETRIA DEL ARCO

La geometría del elemento arco cuenta con cinco parámetros: forma, luz y flecha del arco, número y grosor de dovelas. Para esta investigación la forma del arco se asume como una parábola; la luz propuesta es de 100 m y la relación flecha/luz se asume de 1/5, tal como la relación del puente arco de concreto de mayor luz del mundo, el puente Wanxian de China [Anexo A], por lo tanto la flecha se toma de 20 m; el número de dovelas que compondrán el arco será 35 y el grosor de las dovelas se halla en base al concepto del núcleo resistente de la estática gráfica. A continuación se presenta un bosquejo de la geometría del elemento arco para la subestructura del puente.

Figura 42. Esquema del arco en estudio.



2.2 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

En la siguiente tabla se muestran las propiedades del concreto reforzado para cada uno de los elementos que componen el puente arco de tablero superior.

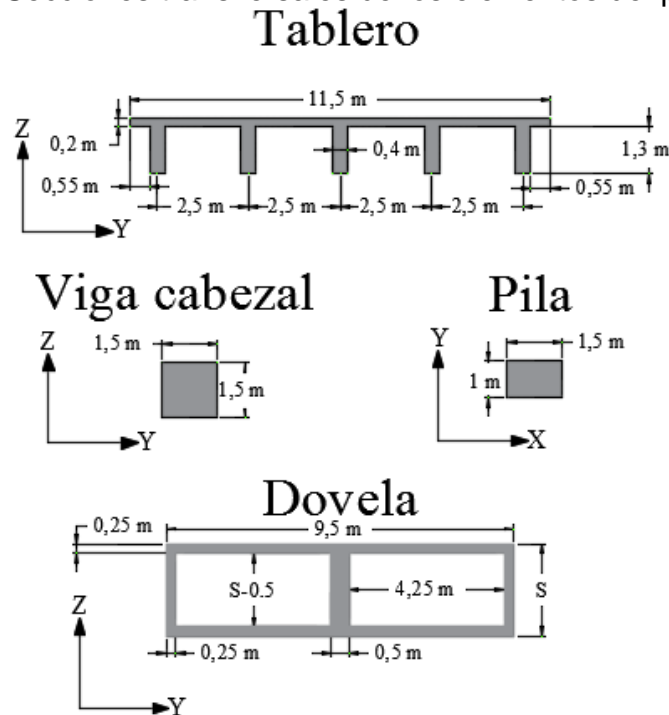
Tabla 1. Propiedades del concreto reforzado utilizado para cada elemento del puente arco.

Elemento	f_c [psi]	E [N/mm ²]	ν	α [1/°C]	γ [KN/m ³]
Tablero	5000	2.81E+04	0.2	1.08E-05	24
Viga cabezal	5000	2.81E+04	0.2	1.08E-05	24
Pila	4000	2.51E+04	0.2	1.08E-05	24
Dovela	5000	2.81E+04	0.2	1.08E-05	24

2.3 SECCIONES DE LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES

A continuación se ilustran las secciones de los elementos.

Figura 43. Secciones transversales de los elementos del puente arco.

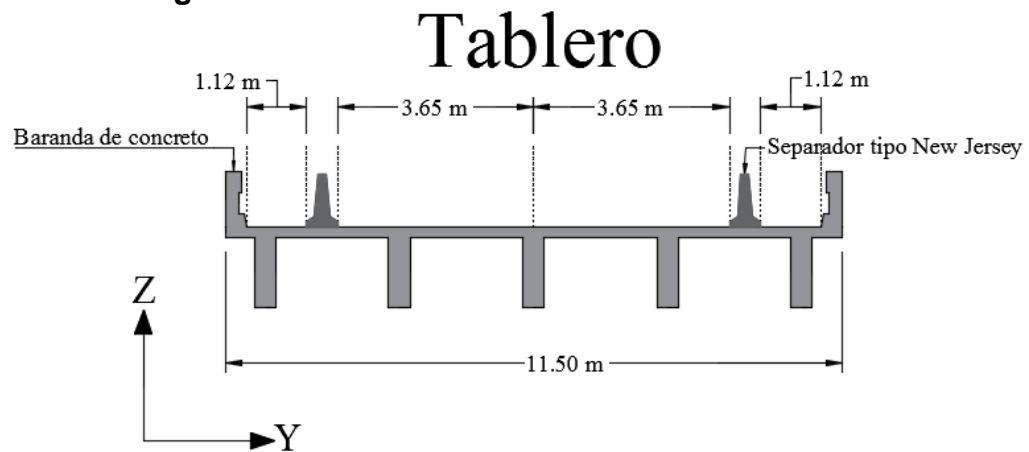


La siguiente tabla, exhibe la distribución del ancho del tablero, en donde se podrá notar que se satisface el ancho requerido según INVIAAS para una calzada de dos carriles de 7,3 m y a su vez satisface el ancho mínimo para el carril peatonal [13].

Tabla 2. *Distribución del ancho del tablero.*

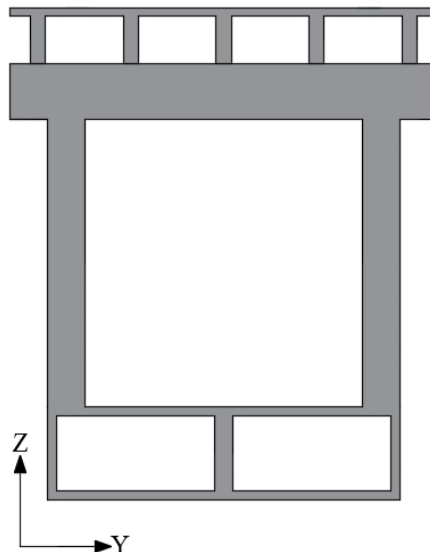
Distribución del ancho del tablero	
Calzada via primaria [m]	7.3
barrera de concreto tipo Jersey X2[m]	0.58
Baranda de concreto X2 [m]	0.4
Carril peatonal X2 [m]	1.12

Figura 44. Distribución de los elementos del tablero.



También se ilustra en este apartado, la conexión entre dovelas, pilas, viga cabezal y tablero en una vista en el plano YZ.

Figura 45. Sección transversal dovela, pilas, viga cabezal y tablero.



2.4. ESTADO LIMITE SERVICIO I [12]

A continuación se expone una tabla con las cargas que hacen parte del estado límite Servicio I según la Norma Colombiana de Diseño de Puentes (CCP-14).

Tabla 3. Cargas del estado límite de Servicio 1.

DC	Peso propio de los componentes estructurales y de los accesorios no estructurales
DD	Fuerza de fricción negativa
DW	Peso propio carpeta de rodamiento y de las instalaciones
EH	Empuje horizontal del suelo
EV	Presión vertical del peso propio del suelo de relleno
ES	Sobrecarga de suelo
EL	Fuerzas misceláneas resultantes del proceso de construcción
PS	Fuerzas secundarias debidas a pretensado
CR	Fuerzas debidas al flujo plástico
SH	Fuerzas debidas a retracción
LL	Carga viva vehicular
IM	Incremento de carga dinámica vehicular
CE	Fuerza centrífuga vehicular
BR	Fuerza de frenado vehicular
PL	carga viva peatonal
LS	Sobrecarga de carga viva
WA	Carga de agua y presión de la corriente
WS	Carga de viento sobre estructura
WL	Carga de viento sobre la carga viva
FR	carga de fricción
TU	Fuerza debida a temperatura uniforme
TG	Fuerzas debidas a gradiente de temperatura
SE	Fuerzas debidas a asentamiento

Muchas de estas cargas no se tienen en cuenta por razones específicas o se suponen despreciables por sus efectos desconocidos. A continuación una tabla en donde se evidencia la razón por la cual las siguientes cargas de Servicio I no se utilizan en el presente estudio para analizar la respuesta estructural del puente arco.

Tabla 4. *Cargas del estado límite de Servicio I que no se consideran para este estudio.*

Carga	Razón por la que no se considera
DD	Aplicable a la cimentación
EH	Aplicables al muro de contención
EV	
ES	
EL	Aplicable al proceso de construcción
PS	Aplicables a concreto pre-esforzado
CR	
SH	
CE	Despreciable por la ausencia de curvas en planta
WA	Despreciable por baja humedad de la ubicación
FR	Despreciable por falta de datos para su valor

En la siguiente tabla se resaltan las cargas verticales a usar para corroborar el software en base a la teoría de la estática gráfica.

Tabla 5. *Cargas verticales a usar para corroborar el software MIDAS Civil en base a la estática gráfica.*

DC	Peso propio de los componentes estructurales y de los accesorios no estructurales
DW	Peso propio carpeta de rodamiento y de las instalaciones
LL	Carga viva vehicular
IM	Incremento de carga dinámica vehicular
PL	carga viva peatonal

Por ultimo en este apartado se muestra una tabla con los factores, dictados por la norma colombiana de diseño de puentes, por los cuales se debe multiplicar cada una de las cargas a usar en la presente investigación.

Tabla 6. *Factores para la combinación de cargas del estado límite de Servicio I.*

Abreviatura de cargas a	Factor
DC	1
DW	1
IM	1.33
LL	1
BR	1
PL	1
WS	0.3
WL	1
TU	1.2
TG	0.5

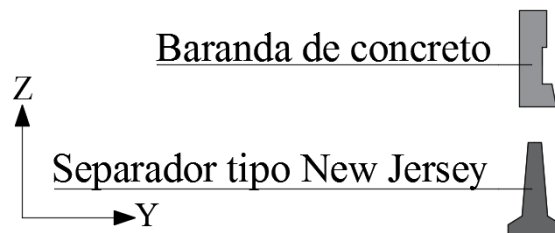
2.4.1 Peso propio de los componentes estructurales y de los accesorios no estructurales DC

El peso propio de los componentes estructurales no se calcula puesto que el software MIDAS tiene la facultad de hallar esta carga considerando la geometría trazada, las secciones desarrolladas y sus respectivos materiales.

Los accesorios no estructurales son, para el caso en estudio, las barandas de concreto y el separador tipo New Jersey. A continuación se mostrara una vista en el plano YZ de estos componentes no estructurales.

Figura 46. Sección transversal de la baranda de concreto y del separador tipo New Jersey.

Componentes no estructurales



En la siguiente tabla se indican los pesos lineales de la baranda de concreto basado en un su peso unitario y su área transversal, y del separador tipo New Jersey basado en el catálogo Prefabricados Alberdi [14].

Tabla 7. *Peso por metro lineal de la baranda de concreto y del separador tipo New Jersey I.*

Baranda de concreto	γ [KN/m ³]	A [m ²]	W [KN/m]
	22.7	0.31	7.037
Separador tipo New Jersey			7.55

2.4.2 Peso propio carpeta de rodamiento y de las instalaciones DW

Para esta investigación se emplea una carpeta de rodamiento compuesta por un pavimento bituminoso de 6 cm de espesor. El peso propio del pavimento bituminoso se toma de la normativa colombiana de puentes en la tabla 3.5.1-1. A continuación se muestra una tabla con el peso lineal de la carpeta de rodamiento.

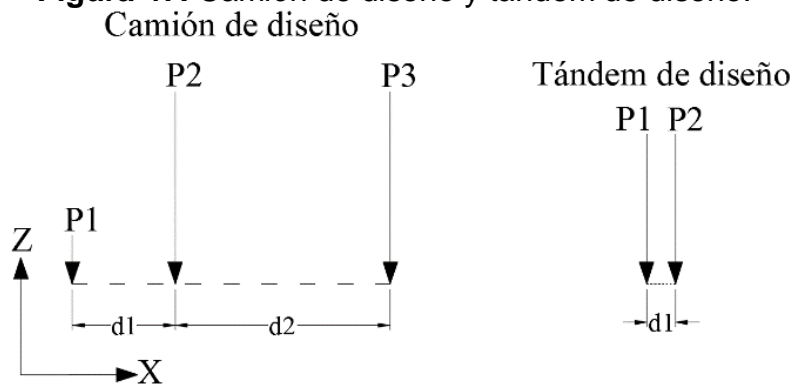
Tabla 8. *Peso propio carpeta de rodamiento.*

γ [KN/m ³]	e [m]	L. afe. [m]	W [KN/m]
22	0.06	7.3	9.636

2.4.3 Carga viva vehicular LL

La carga viva vehicular está compuesta por una fuerza distribuida linealmente denominada, carga de carril de diseño y un tren de carga. Las dos opciones de tren de carga son el camión de diseño y el tándem de diseño, de las cuales se debe elegir la opción que genera los peores efectos a la estructura. Los dos carriles se asumen cargados, es decir que son dos los carriles de diseño y el valor de su carga se encuentra en el capítulo 3.6.1.2.4; El camión de diseño se encuentra en el capítulo 3.6.1.2.2; y el tándem de diseño se encuentra en el capítulo 3.6.1.2.3 de la norma colombiana de puentes. A continuación se ilustran los dos trenes de carga.

Figura 47. Camión de diseño y tándem de diseño.



En la próxima tabla se enseñan las cargas y las distancias de los trenes de cargas así como la carga de carril de diseño.

Tabla 9. Carga viva vehicular.

Carga carril de diseño	10.3	W [KN/m]
------------------------	------	----------

Camión de diseño			
Cargas [KN]		Distancia [m]	
P1	40	d1	4.3
P2	160	d2	4.3 - 9
P3	160		

Tándem de diseño			
Cargas [KN]		Distancia [m]	
P1	125	d1	1.2
P2	125		

Para el camión de diseño la distancia d2 debe ser el valor que produzca efectos extremos de fuerza, en este caso 4,3 m por ser vanos isostáticos.

El espaciamiento transversal entre las llantas del camión de diseño y el tándem de diseño es 1.8 m.

2.4.4 Incremento de carga dinámica vehicular IM

La norma enuncia que los efectos del camión de diseño y el tándem de diseño deben incrementarse según el porcentaje dado en la tabla 3.6.2.1.1. Dicho porcentaje de incremento para el estado límite Servicio I es del 33%, es decir, las cargas del camión de diseño y del tándem deben multiplicarse por 1.33 para amplificar sus efectos según la normativa colombiana de puentes.

2.4.5 Fuerza de frenado vehicular BR

La fuerza de frenado se coloca horizontal y puntualmente en el medio de cada uno de los 5 tableros viga-losa a 1.8 m por encima de la superficie de la calzada, tal como la norma lo enuncia en el capítulo 3.6.4. Se tomara el mayor valor entre las siguientes combinaciones como fuerza de frenado por carril de diseño, que para el caso de estudio son 2, ya que los dos carriles del tablero se asumieron como cargados:

- 25% del peso de los ejes del camión de diseño.
- 25% del peso de los ejes del tándem de diseño.
- 100% de la carga del carril de diseño más el 5% del peso de los ejes del camión de diseño.
- 100% de la carga del carril de diseño más el 5% del peso de los ejes del tándem de diseño.

Para hallar las opciones c y d se multiplica la carga del carril de diseño de 10.3 [KN/m] (tabla 9) por 20 m, la longitud de cada uno de los cinco tableros viga-losa.

En la siguiente tabla se observa el valor resultante de las cuatro combinaciones anteriores y se resaltara la mayor.

Tabla 10. *Fuerza de frenado vehicular.*

Peso de los ejes del camión de diseño	360	[KN]
Peso de los ejes del tándem de diseño	250	[KN]
Carga de carril de diseño	206	[KN]

Fuerza de frenado vehicular a)	90	[KN]
Fuerza de frenado vehicular b)	62.5	[KN]
Fuerza de frenado vehicular c)	224	[KN]
Fuerza de frenado vehicular d)	218.5	[KN]

2.4.6 Carga viva peatonal PL

Para aceras peatonales mayores a 0.6 m de ancho se debe aplicar una carga peatonal por metro cuadrado según capítulo 3.6.1.6.

Como está indicado en la figura 19 el puente en estudio cuenta con dos carriles peatonales de 1.12 m de ancho, por tal motivo es necesario aplicar la carga que requiere la norma CCP-14. En la siguiente tabla se halla PL.

Tabla 11. Carga viva peatonal.

W [KN/m ²]	Ancho acero [m]	W [KN/m]
3.6	1.12	4.032

2.4.7 Carga de viento sobre la estructura WS

El efecto del viento sobre un elemento depende de la altura a la que este se encuentre desde el nivel del terreno o el espejo de agua según corresponda, por tal motivo vale resaltar que los arranques del arco se ubican 10 m por encima de la lámina de agua, la flecha del arco es de 20 m y la cota superior del tablero es de 35 m, medida desde el espejo de agua. Teniendo en cuenta el valor de la flecha se distribuyen los cuatro pares de pilas de modo que quede una separación entre parejas de 20 m. Por tal distribución los cuatro pares de pilas quedan sobre las dovelas 8, 15, 21 y 28. Para efectos prácticos los pares de pilas sobre las dovelas 8 y 28 se denominan, pilas largas, y las pilas sobre las dovelas 15 y 21 se denominan, pilas cortas.

Las cargas de viento sobre la estructura se dividen en dos: cargas de viento sobre superestructura y cargas de viento sobre subestructura. Para el caso de estudio la dirección del viento no se asume como perpendicular al área lateral del puente.

Para calcular las cargas de viento tanto en la superestructura como en la subestructura primero se halla la velocidad de diseño V_{dz} según la siguiente ecuación ubicada en el capítulo 3.8.1.1-1 de la norma CCP-14.

$$V_{dz} = 2.5V_o * \left(\frac{V_{30}}{V_b}\right) * \ln\left(\frac{Z}{Z_o}\right) \quad (6)$$

V_b es la velocidad base para una altura de 10 m sobre el nivel del terreno o sobre el espejo de agua, su valor es de 160 [km/h]; V_{30} para este caso se tomara igual a V_b como la norma lo permite en el capítulo 3.8.1.1; Z es la altura desde el espejo de agua o desde el terreno hasta el centro del elemento para el cual se desea hallar la velocidad de diseño; V_o y Z_o son valores de velocidad y altura respectivamente que depende de las condiciones de la superficie aguas arriba; V_o y Z_o se toman de acuerdo a la siguiente tabla ubicada en el capítulo 3.8.1.1-1 de la norma.

Tabla 12. Parámetros debidos a las condiciones de la superficie aguas arriba.

Condición	Campo abierto	Suburbano	Ciudad
Vo [km/h]	13.2	17.5	19.3
Zo [km/h]	0.07	1	2.5

Luego de hallar Vdz se procede a calcular la presión de viento de diseño sobre la superestructura Pd con la ecuación 3.8.1.2.1-1 mostrada a continuación.

$$Pd = Pb * \left(\frac{Vdz^2}{Vb^2} \right) = Pb * \left(\frac{Vdz^2}{25600} \right) \quad (7)$$

Pb es la presión de viento para la velocidad de viento básica Vb . Cabe resaltar que la única diferencia para hallar la carga de viento sobre la superestructura y la subestructura se encuentra en el modo de hallar Pb .

2.4.7.1 WS Superestructura

Para la superestructura Pb se halla para los ángulos de ataque lateral del viento de la tabla 3.8.1.2.2-1 mostrada a continuación.

Tabla 13. Valor de Pb correspondiente a Vb para elementos tipo viga.

Ángulo	Vigas	
	Eje Y [KPa]	Eje X [KPa]
0	2.397	0
15	2.109	0.288
30	1.966	0.575
45	1.582	0.767
60	0.815	0.911

En base en la anterior tabla se hallan las presiones básicas correspondientes a la velocidad de diseño de cada elemento con la siguiente ecuación.

$$Pbz = Pb * \frac{Vdz}{Vb} \quad (8)$$

Reescribiendo la ecuación original para hallar Pd , la presión de viento de diseño se halla con la siguiente ecuación.

$$Pd = Pbz * \left(\frac{Vdz^2}{Vb^2} \right) = Pbz * \left(\frac{Vdz^2}{25600} \right) \quad (9)$$

A continuación se muestran las velocidades de diseño para cada elemento de la superestructura, en donde, para ser más precisos, se divide el tablero en losa y vigas longitudinales.

Tabla 14. Datos preliminares para calcular la carga de viento en la superestructura.

Datos preliminares	
Vb [km/h]	160
V30 [km/h]	160
Vo [km/h]	13.2
Zo [m]	0.07

Tabla 15. Velocidad de diseño Vdz para los elementos de la superestructura.

	Viga cabezal	Viga longitudinal	Losa
z [m]	32.750	34.150	34.900
Vdz [km/h]	202.889	204.271	204.988

En el próximo cuadro se plasman los valores hallados de Pbz para cada elemento en cada ángulo de ataque.

Tabla 16. Valor de Pbz para los elementos de la superestructura para diferentes ángulos de ataque.

Elemento	Eje	Ángulo				
		0	15	30	45	60
Vigas cabezal	Y [KPa]	3.040	2.674	2.493	2.006	1.033
	X [KPa]	0	0.365	0.729	0.973	1.155
Vigas longitudinales	Y [KPa]	3.060	2.693	2.510	2.020	1.041
	X [KPa]	0	0.368	0.734	0.979	1.163
Losa	Y [KPa]	3.071	2.702	2.519	2.027	1.044
	X [KPa]	0	0.369	0.737	0.983	1.167

En la siguiente tabla se presentan las presiones de viento de diseño Pd para cada elemento de la superestructura.

Tabla 17. Valor de Pd para los elementos de la superestructura para diferentes ángulos de ataque.

Elemento	Eje	Ángulo				
		0	15	30	45	60
Vigas cabezal	Y [KPa]	4.887	4.300	4.009	3.226	1.662
	X [KPa]	0	0.587	1.172	1.564	1.858
Vigas longitudinales	Y [KPa]	4.988	4.389	4.091	3.292	1.696
	X [KPa]	0	0.599	1.197	1.596	1.896
Losa	Y [KPa]	5.041	4.435	4.134	3.327	1.714
	X [KPa]	0	0.606	1.209	1.613	1.916

Por último se halla el valor de la carga de viento puntual o lineal según convenga para efectos prácticos. En la viga cabezal tanto en la componente Y como en la componente X se colocaran cargas puntuales, por lo tanto la presión de viento de diseño Pd se multiplicara por el área de la sección transversal de la viga cabezal; tanto en la viga longitudinal como en la losa del tablero, la componente Y se distribuirá como carga lineal multiplicando Pd por la dimensión aferente en el eje Z correspondiente para cada elemento y la componente longitudinal se tomara puntual multiplicando Pd por la dimensión aferente tanto en el eje Z como en el eje X.

Tabla 18. *Parámetros geométricos aferentes de los elementos de la superestructura.*

	Viga cabezal	Viga long	Losa
Área [m ²]	2.25		
D. afe. eje Z [m]		1.30	0.20
D. afe. eje X [m]		20	20

Tabla 19. *Valor de WS para los elementos de la superestructura para diferentes ángulos de ataque.*

Elemento	Eje	Ángulo				
		0	15	30	45	60
Vigas cabezal	Y [KN]	10.997	9.676	9.020	7.258	3.739
	X [KN]	0	1.321	2.638	3.519	4.179
Vigas longitudinales	Y [KN/m]	6.484	5.705	5.318	4.280	2.205
	X [KN]	0	15.582	31.110	41.498	49.289
Losa	Y [KN/m]	1.008	0.887	0.827	0.665	0.343
	X [KN]	0	2.423	4.837	6.452	7.663

2.4.7.2 WS Subestructura

Para hallar la carga de viento sobre la subestructura, pilas y arco, en primer lugar se hallan las alturas desde la lámina de agua hasta el centro de las pilas y una altura promedio desde el espejo de agua hasta el centro de cada dovela. Una vez hallado el valor Z para las pilas y el conjunto de dovelas, se halla la velocidad de diseño, Vdz, correspondiente para dichos elementos. Cabe mencionar que los pares de pilas largas tienen la misma altura Z, al igual que los pares de pilas cortas. En la siguiente tabla se visualiza los resultados de Z y Vdz.

Tabla 20. *Velocidad de diseño Vdz para los elementos de la subestructura.*

	Dovela	Pila larga	Pila corta
z [m]	22.858	27.711	31.014
Vdz [km/h]	191.022	197.376	201.092

La norma nos indica en el capítulo 3.8.1.2.3 un valor base para P_b , este valor para P_b es de 1.918 [KPa] que se debe descomponer para los ángulos 15, 30, 45 y 60 para así hallar la presión de viento básica para cada ángulo posible de ataque del viento. En la siguiente tabla se muestran los valores de P_b para todos los elementos de la subestructura.

Tabla 21. Valor de P_b para los elementos de la subestructura para diferentes ángulos de ataque.

Ángulo	Dovelas - Pilas largas - Pilas cortas	
	Eje Y [KPa]	Eje X [KPa]
0	1.918	0
15	1.853	0.496
30	1.661	0.959
45	1.356	1.356
60	0.959	1.661

A continuación se halla la presión de diseño P_d para cada elemento de la subestructura en base a la ecuación tal.

Tabla 22. Valor de P_d para los elementos de la subestructura para diferentes ángulos de ataque.

Elemento	Eje	Ángulo				
		0	15	30	45	60
Dovelas	Y [KPa]	2.734	2.641	2.368	1.933	1.367
	X [KPa]	0	0.708	1.367	1.933	2.368
Pilas largas	Y [KPa]	2.919	2.819	2.528	2.064	1.459
	X [KPa]	0	0.755	1.459	2.064	2.528
Pilas cortas	Y [KPa]	3.030	2.926	2.624	2.142	1.515
	X [KPa]	0	0.784	1.515	2.142	2.624

Para finalizar se halla el valor de la carga de viento puntual o lineal según convenga para efectos prácticos. En las dovelas se distribuirá la carga lateral (eje Y) linealmente, multiplicando P_d por la dimensión aferente en Z, y la carga longitudinal (eje X) se colocara puntual multiplicando P_d por la dimensión aferente en Z y por la longitud de la dovela; tanto para la pila larga como para la pila corta, la componente longitudinal se distribuirá linealmente multiplicando P_d por la dimensión aferente en X y la componente longitudinal se distribuirá linealmente multiplicando P_d por la dimensión aferente en el eje Y.

Tabla 23. *Parámetros geométricos aferentes de los elementos de la subestructura.*

	Dovela	Pila larga	Pila corta
D. afe. eje Z [m]	2.5		
D. afe. eje X [m]		1.5	1.5
D. afe. eje Y [m]		1	1
Longitud [m]	3.138		

Tabla 24. *Valor de WS para los elementos de la subestructura para diferentes ángulos de ataque.*

Elemento	Eje	Ángulo				
		0	15	30	45	60
Dovelas	Y [KN/m]	6.835	6.602	5.919	4.833	3.417
	X [KN]	0	5.551	10.724	15.165	18.574
Pilas largas	Y [KN/m]	4.378	4.229	3.792	3.096	2.189
	X [KN/m]	0	0.755	1.459	2.064	2.528
Pilas cortas	Y [KN/m]	4.545	4.390	3.936	3.213	2.272
	X [KN/m]	0	0.784	1.515	2.142	2.624

2.4.8 Carga de viento sobre la carga viva WL

La carga de viento sobre los vehículos se aplica a 1.8 m de la carpeta de rodamiento y en la tabla 3.8.1.3-1 se encuentran las componentes lateral (eje Y) y longitudinal (eje X) para cada ángulo posible de entrada del viento a la carga viva sobre el tablero.

Tabla 25. *Valor de WL para diferentes ángulos de ataque.*

Ángulo	WL	
	Eje Y [KN/m]	Eje X [KN/m]
0	1.461	0
15	1.286	0.175
30	1.198	0.351
45	0.964	0.468
60	0.497	0.555

Por practicidad, la carga de viento sobre los vehículos en dirección longitudinal (eje X) se aplica de forma puntual multiplicando el valor de esta componente por la longitud de los tableros viga-losa. En la siguiente tabla se puede ver esta modificación.

Tabla 26. Valor de WL para diferentes ángulos de ataque.

Ángulo	WL	
	Eje Y [KN/m]	Eje X [KN]
0	1.461	0
15	1.286	3.500
30	1.198	7.020
45	0.964	9.360
60	0.497	11.100

2.4.9 Fuerza debida a temperatura uniforme TU

La carga por cambio de temperatura uniforme esta especificada en la normativa colombiana, pero los valores que en ella están para temperatura mínima y máxima no concuerdan con la temperatura máxima promedio y mínima promedio en Colombia [15]. Por ello se utilizan valores propios, haciendo uso de los datos del IDEAM en cinco ciudades significativas de Colombia: Bogotá, Medellín, Cali, Bucaramanga y Cartagena [15].

Se emplean los siguientes datos de temperatura máxima y mínima para el efecto que provoca un cambio de temperatura uniforme.

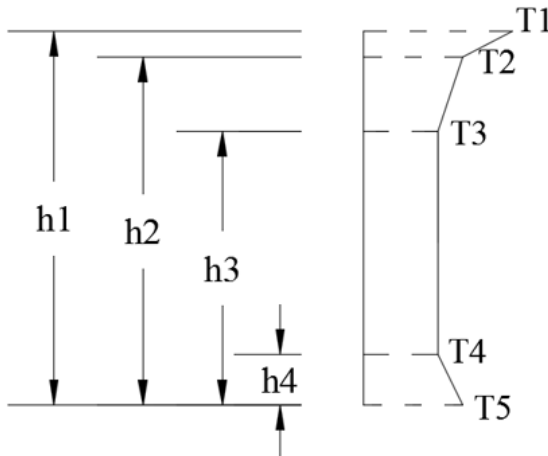
Tabla 27. Valores de temperatura máximo y mínimo.

Temperatura [°C]	Maxima	40
	Minima	0

Es importante aclarar que en el software, el cambio de temperatura de 40°C que hay entre la temperatura máxima y mínima, se aplica de la siguiente forma: un incremento de temperatura de 20°C y una disminución de temperatura de 20°C respecto a la temperatura ambiental en la que fue construido el puente, que para el caso de estudio se asume igual a 20°C.

2.4.10 Fuerzas debidas a gradiente de temperatura TG

Para los esfuerzos debidos a un gradiente de temperatura, al igual que para TU, se proponen valores para el gradiente de temperatura acorde con el clima en Colombia, puesto que en la norma CCP-14 dicho gradiente de temperatura no concuerda con nuestro clima. Es importante resaltar que el gradiente de temperatura solo se aplica al tablero del puente, el cual cuenta con una altura de 1.5 m. A continuación se presenta el esquema del gradiente de temperatura propuesto y su tabla de datos [15].

Figura 48. Gradiente de temperatura.

Fuente: Tomada de [12].

Tabla 28. Valores del gradiente de temperatura.

	h [m]	T [°C]
1	1.5	30
2	1.398	20
3	1.098	15
4	0.203	15
5	0	20

2.5 GROSOR DE LAS DOVELAS

La determinación del grosor de las dovelas depende de un proceso que tiene como finalidad, asegurar que las dovelas solo trabajen bajo esfuerzos de compresión, por tal motivo se aplican los conceptos de polígono de fuerzas, polígono funicular y núcleo resistente anteriormente enunciados.

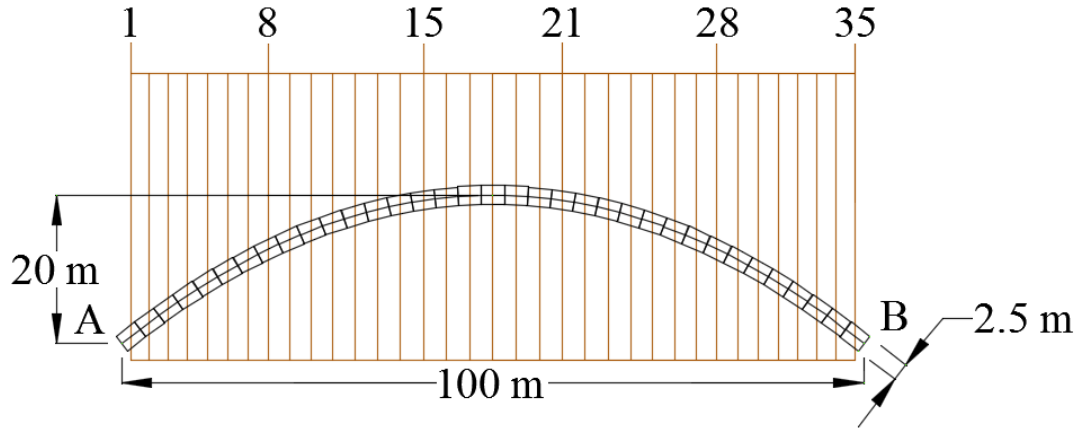
El proceso se basa en suponer un grosor S (figura 43) para las dovelas, luego modelar en MIDAS el puente arco y cargarlo solo con las cargas verticales del estado límite Servicio I. Al modelo realizado se le sustrae el arco y se empotran las pilas para hallar las fuerzas que estas le transmiten al arco.

A continuación se expone el proceso realizado para demostrar que con un grosor de dovela igual a 2.5 m, el polígono funicular compuesto a partir del polígono de fuerzas queda comprendido entre el núcleo resistente de la dovela, asegurando con esto, según la teoría, que las dovelas solo presenten esfuerzos de compresión.

En primer lugar, se trazan los ejes de las dovelas, ya que en ellos se aplican las cargas del peso propio de las mismas y se aplican también, la suma de las reacciones transmitidas por las pilas más el peso propio de las dovelas donde están

unidas monóticamente las pilas al arco, las cuales son: dovela 8, dovela 15, dovela 21 y dovela 28.

Figura 49. Ejes de las dovelas.



En este punto, ya teniendo modelado y cargado la superestructura del puente, se hallan las fuerzas y momentos que las pilas le transmiten al arco. En el siguiente cuadro se observan dichas fuerzas y momentos para cada par de pilas diferenciando entre la pila a la izquierda del eje de la dovela y la pila a la derecha del eje de la dovela.

Tabla 29. Fuerzas transmitidas por las pilas a las dovelas.

Elemento	Pila	FX [KN]	FY [KN]	FZ [KN]
Dovela 8	Izquierda	0	-486.841	3065.281
	Derecha	0	486.841	3065.281
Dovela 15	Izquierda	0	-1925.431	2647.265
	Derecha	0	1925.431	2647.265
Dovela 21	Izquierda	0	-1705.935	2641.235
	Derecha	0	1705.935	2641.235
Dovela 28	Izquierda	0	-463.589	3134.166
	Derecha	0	463.589	3134.166

Tabla 30. Momentos transmitidos por las pilas a las dovelas.

Elemento	Pila	MX [KN*m]	MY [KN*m]	MZ [KN*m]
Dovela 8	Izquierda	2177.613	0	0
	Derecha	-2177.613	0	0
Dovela 15	Izquierda	2966.444	0	0
	Derecha	-2966.444	0	0
Dovela 21	Izquierda	2437.221	0	0
	Derecha	-2437.221	0	0
Dovela 28	Izquierda	2007.077	0	0
	Derecha	-2007.077	0	0

Ahora se superponen las reacciones y momentos de la pila izquierda y la pila derecha para tener las fuerzas y momentos aplicados en el eje de la dovela.

Tabla 31. Reacciones transmitidos por las pilas a las dovelas.

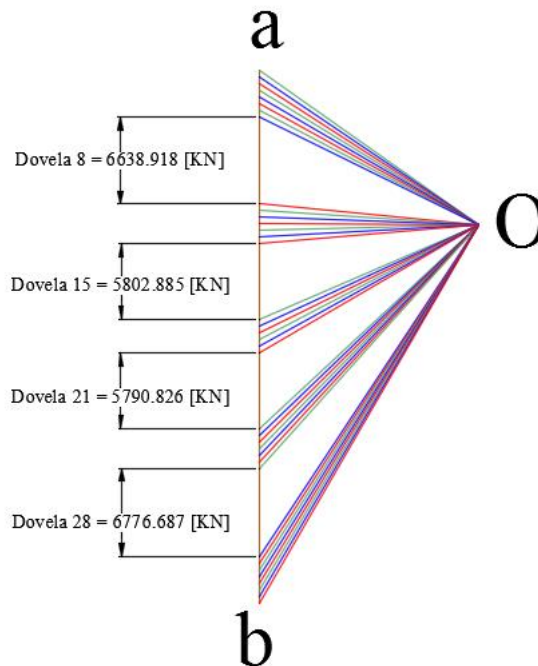
Elemento	FY [KN]	FZ [KN]	MX [KN*m]
Dovela 8	0.000	-6130.562	0.000
Dovela 15	0.000	-5294.530	0.000
Dovela 21	0.000	-5282.471	0.000
Dovela 28	0.000	-6268.331	0.000

El siguiente paso es construir el polígono de fuerzas, elegir un polo O cualquiera y trazar los radios polares desde el polo O hasta el inicio y el fin de cada fuerza que integra el polígono de fuerzas. En la próxima tabla se ilustran las fuerzas de cada dovela que conforman el polígono de fuerzas.

Tabla 32. Fuerzas aplicadas a las dovelas.

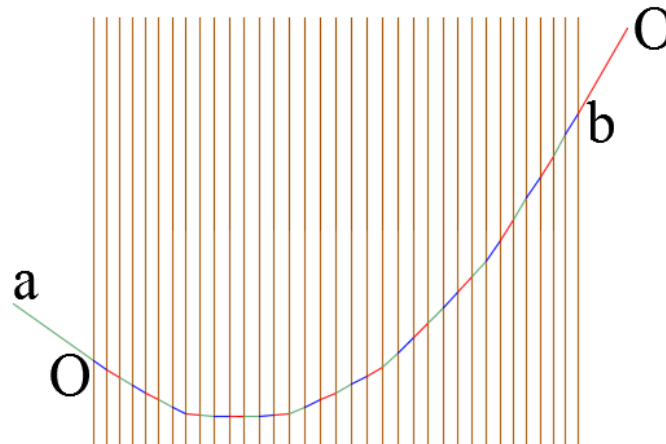
Elemento	Propio [KN]	Sobreimpuesta [KN]	Total [KN]
Dovela 8	508.356	6130.562	6638.918
Dovela 15	508.356	5294.530	5802.886
Dovela 21	508.356	5282.471	5790.827
Dovela 28	508.356	6268.331	6776.687
Demás Dovelas	508.356	0	508.356

Figura 50. Polígono de fuerzas.



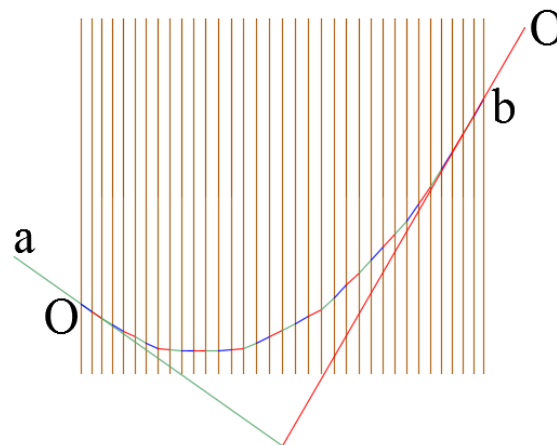
El siguiente paso es construir el polígono funicular, para este fin, se intersecta el primer radio polar aO con el eje de la primer dovela, luego, el segundo radio polar se traslada hasta la recién generada intersección entre el radio polar aO y el eje de la primer dovela, después, el tercer radio polar se traslada hasta la intersección entre el segundo radio polar con el eje de la segunda dovela y así sucesivamente hasta trasladar el ultimo radio polar bO . A continuación se ilustra el polígono funicular generado a partir del proceso anteriormente enunciado [3].

Figura 51. Polígono funicular.



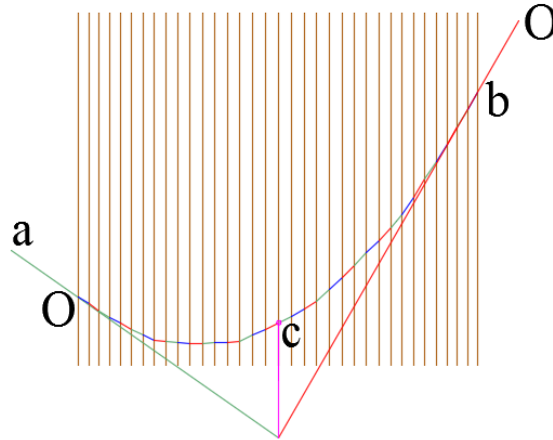
Es necesario ubicar un punto dentro del polígono funicular que pertenezca a la resultante del polígono de fuerzas, para ello, se prolongan la línea funicular inicial aO y la línea funicular final bO , y el punto de intersección de estas dos prolongaciones pertenece a la trayectoria de la resultante, cuya magnitud y dirección se encuentran representadas por la línea ab en el polígono de fuerzas (figura 25) [3].

Figura 52. Trazado del eje de la resultante de fuerzas.



Acto seguido se traza una línea vertical desde el punto de intersección recientemente hallado hasta cortar el polígono funicular en el punto c [3].

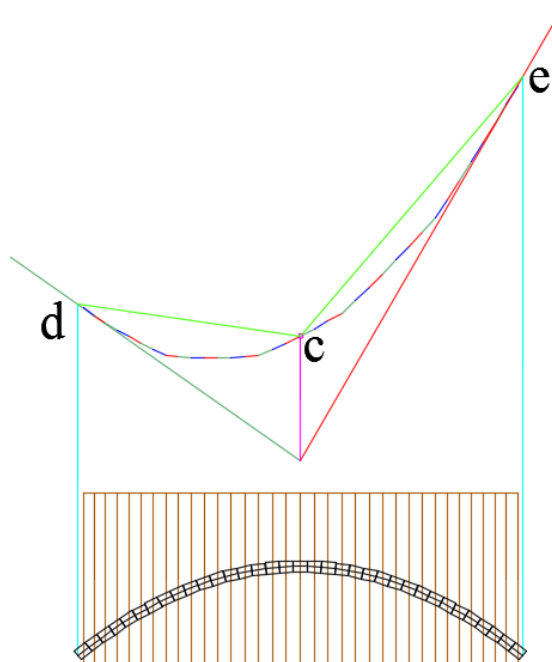
Figura 53. Intersección entre el polígono funicular y el eje de la resultante.



Se procede a elegir 3 articulaciones en el arco, 2 de ellas en los arranques del arco y la otra en la clave. Las articulaciones de los arranques se ubican en el eje de la dovela, al igual que la articulación de la clave [3].

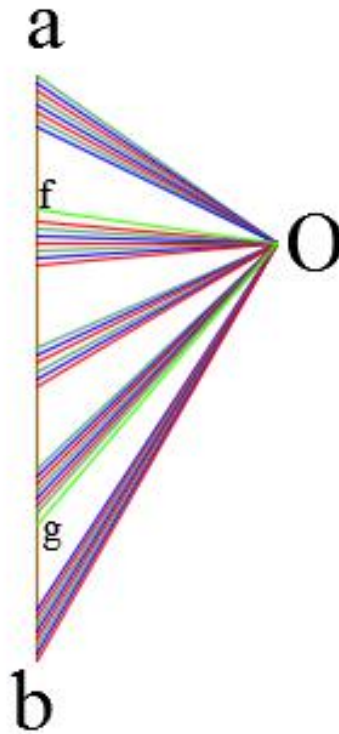
Siguiendo con el procedimiento, desde las articulaciones de los arranques del arco se trazan verticalmente líneas que corten al polígono funicular en los puntos d y e, posteriormente se trazan las líneas dc y ce [3].

Figura 54. Líneas dc y ce.



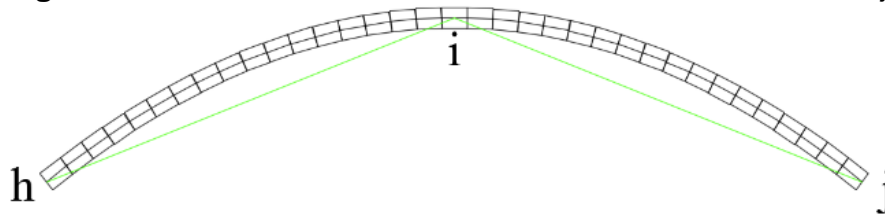
Las líneas dc y ce se trasladan paralelamente al polo O hasta cortar al polígono de fuerzas ab en los puntos f y g [3].

Figura 55. Intersección entre el polígono de fuerzas y las paralelas a las líneas dc y ce .



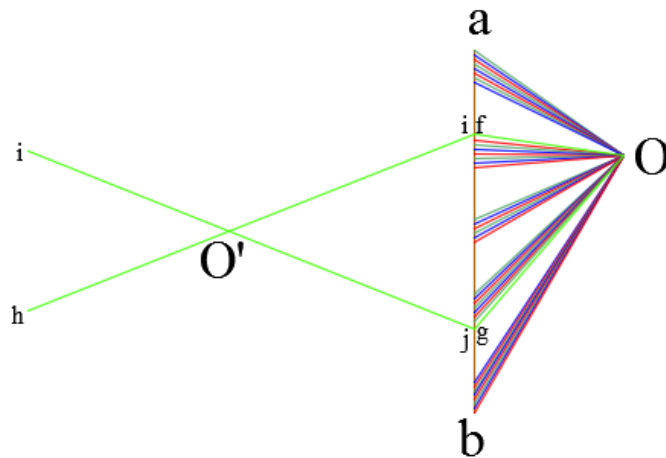
Por otro lado, se trazan líneas que unan las articulaciones de los arranques con la articulación de la clave [3].

Figura 56. Trazado de unión entre articulaciones, líneas hi e ij .



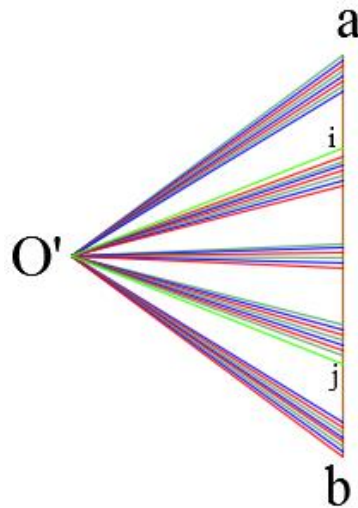
El siguiente paso es trasladar las líneas hi e ij al polígono de fuerzas en los cortes f y g , y en la intersección de dichas líneas se genera un nuevo polo denominado O' [3].

Figura 57. Trazado del polo O' .



A continuación se trazan nuevos radios polares desde el polígono de fuerzas hasta el polo O' [3].

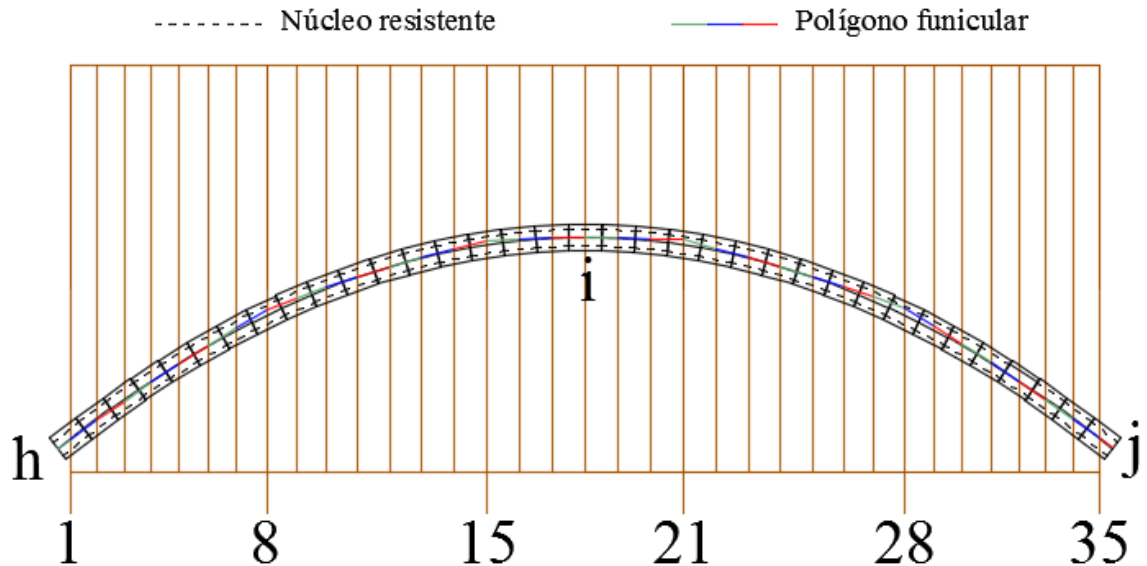
Figura 58. Nuevos radios polares, con base en el polo O' .



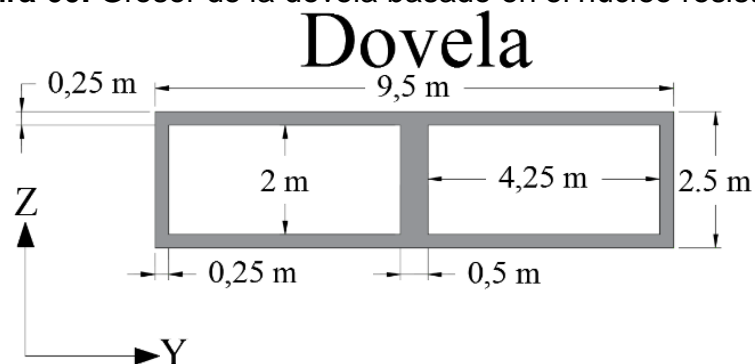
Con estos nuevos radios polares se genera un nuevo polígono funicular; se traslada el radio polar aO' a la articulación h , en donde se interseca este radio polar con el eje de la primera dovela se coloca el siguiente radio polar el cual cortará en algún punto al eje de la segunda dovela y a este punto de intersección se traslada paralelamente el tercer radio polar y así sucesivamente se procede hasta trasladar el último radio polar bO' . La teoría de la estática gráfica enuncia que si este nuevo polígono funicular basado en O' queda dentro del núcleo resistente de las dovelas, se puede asegurar que cada una de las dovelas trabajará exclusivamente bajo esfuerzos de compresión y por tal motivo el grosor del canto del arco será el adecuado [3].

Tabla 33. Propiedades geométricas de la sección y radio resistente w .

A	6.75	[m ²]
I	6.703125	[m ⁴]
c	1.25	[m]
w	0.794	[m]

Figura 59. Polígono funicular con base en O'.

Como se puede notar, el polígono funicular para un grosor de dovela de 2.5 m, ha quedado contenido en el núcleo resistente del arco, confirmando que solo se presentaran esfuerzos de compresión. Finalmente se ilustra en la siguiente representación el grosor de la dovela.

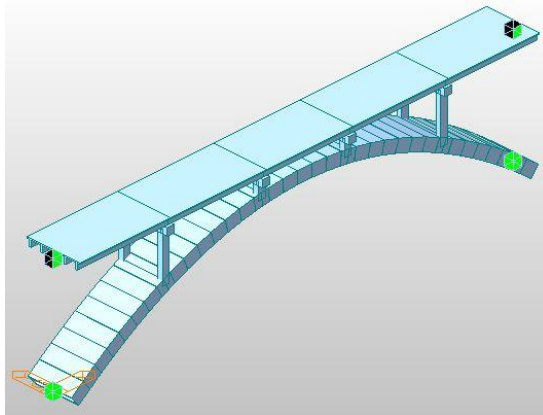
Figura 60. Grosor de la dovela basado en el núcleo resistente.

2.6 MODELADO DEL PUENTE EN EL SOFTWARE DE ELEMENTOS FINITOS

MIDAS CIVIL [4]

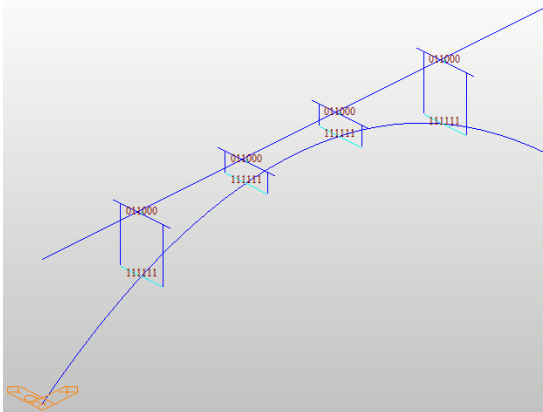
En primer lugar, se crean las secciones a usar con sus respectivos materiales y luego se origina la geometría del arco. Acto seguido se definen los apoyos para el arco y el tablero del puente. A continuación se ilustra el puente arco modelado en MIDAS, en donde los hexágonos totalmente verdes en los arranque del arco significan empotramientos, el hexágono de la parte izquierda del tablero simboliza restricción de traslación de los ejes X, Y y Z; mientras que el hexágono de la parte derecha del tablero simboliza restricción de traslación en los eje X y Y.

Figura 61. Puente arco de tablero superior con apoyos, MIDAS Civil.



Algo muy importante en el modelamiento del puente en MIDAS es asegurar que las cargas se transmitan a través de toda la estructura, para ello se usa la herramienta de nodos maestros y nodos esclavos tal como se ilustra en la siguiente imagen.

Figura 62. Nodos maestros y esclavos, MIDAS Civil.



El símbolo numérico, 011000, señala que al nodo del eje del tablero se le restringen los movimientos en Y y Z por el nodo central de la viga cabezal; por su parte el

símbolo numérico, 111111, señala que a los nodos inferiores de las pilas se les restringen los movimientos y los giros en las 3 direcciones por el eje de la dovela. Para asegurar la transmisión de fuerzas y momentos de la viga cabezal a las pilas no es necesario usar la herramienta de nodo patrón y nodo esclavo, puesto que los dos elementos comparten un mismo nodo en el modelo creado.

El siguiente paso en el modelamiento numérico es cargar el puente con las cargas a usar del estado límite, Servicio I, anteriormente calculadas. Acto seguido se crea la combinación de las cargas con sus determinados factores (tabla 6). Es importante resaltar que para la carga vehicular LL, se debe crear previamente un subcombo tipo envolvente para que al momento de calcular la respuesta estructural en el software, se tenga en cuenta el peor de los efectos de la carga en movimiento. También es relevante resaltar que se debe crear un subcombo para cada una de los posibles ángulos de ataque del viento, dicho subcombo debe ser tipo envolvente para que el software tenga en cuenta el peor efecto al momento de generar los resultados. El último subcombo tipo envolvente que se debe generar previamente es el que permite que el software tenga en cuenta si es peor un aumento uniforme en la temperatura o una disminución uniforme en la temperatura.

Por último se corre el programa y se tabula la respuesta estructural (reacciones en los apoyos, fuerzas axiales y esfuerzos de las dovelas, y desplazamiento de las juntas) proveniente de la combinación, Servicio I.

A continuación se ilustran los esfuerzos en el puente arco completo y solo en el elemento arco, generados por el estado límite Servicio I.

Figura 63. Distribución de esfuerzos del puente arco de tablero superior, MIDAS Civil.

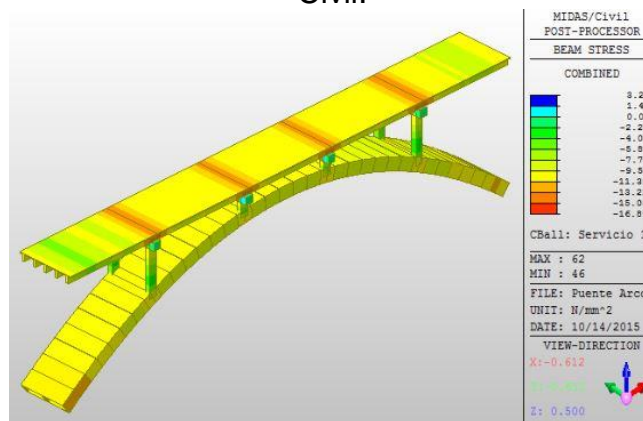
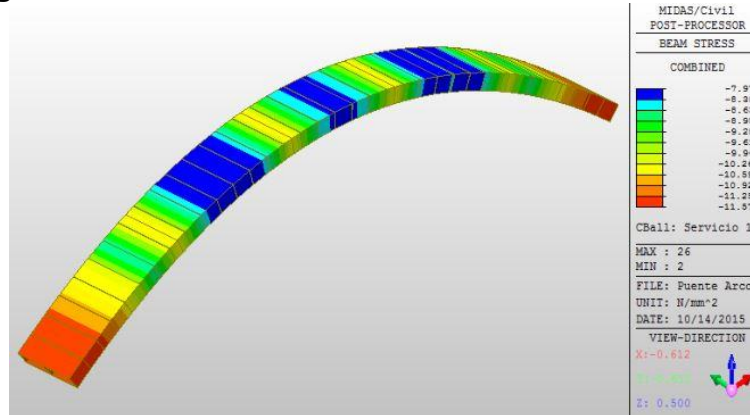


Figura 64. Distribución de esfuerzos del arco, MIDAS Civil.

3. RESULTADOS

En el presente capítulo se presenta la verificación de los resultados del software MIDAS Civil, para un arco sometido a cargas verticales (sobrepuestas y propias), mediante la teoría de estática gráfica.

Posteriormente se exponen los resultados del comportamiento del arco como elemento resistente para un puente de gran luz.

3.1 ARCO CON PESO PROPIO Y CARGAS SOBREPUESTAS

Para la verificación de la respuesta del MIDAS Civil se realiza una comparación de los resultados del software con los datos obtenidos mediante la teoría de estática gráfica, tomando como valor teórico los valores de este último método de análisis.

3.1.1 Reacciones

Para determinar la variación de los resultados de las reacciones se miden las resultantes $O'a$ y $O'b$ (figura 40) de la estática gráfica y se descomponen en los ejes X y Z, cuyo origen, dirección y sentido coinciden con los ejes X y Z de MIDAS Civil, después de determinar las componentes de la reacción del primer método de análisis se exporta la tabla de reacciones del software y se realiza el respectivo cálculo del error.

Los valores de las reacciones resultantes de la estática gráfica se tomaron en Mega-Newton pues las fuerzas fueron trazadas en esta unidad para poder dibujar con mayor facilidad el polígono de fuerzas.

En cuanto a MIDAS Civil se genera la tabla de reacciones.

Figura 65. Reacciones en los estribos hallado por medio del método gráfico.

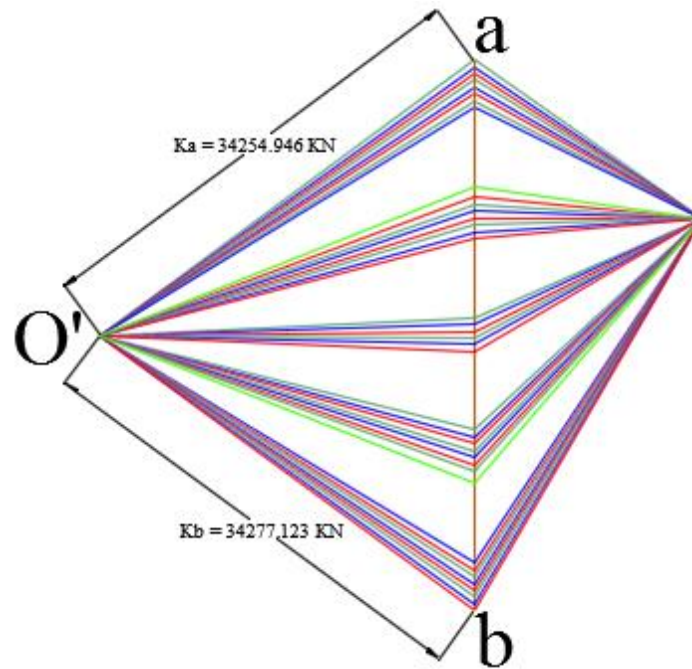


Figura 66. Descomposición de reacciones.

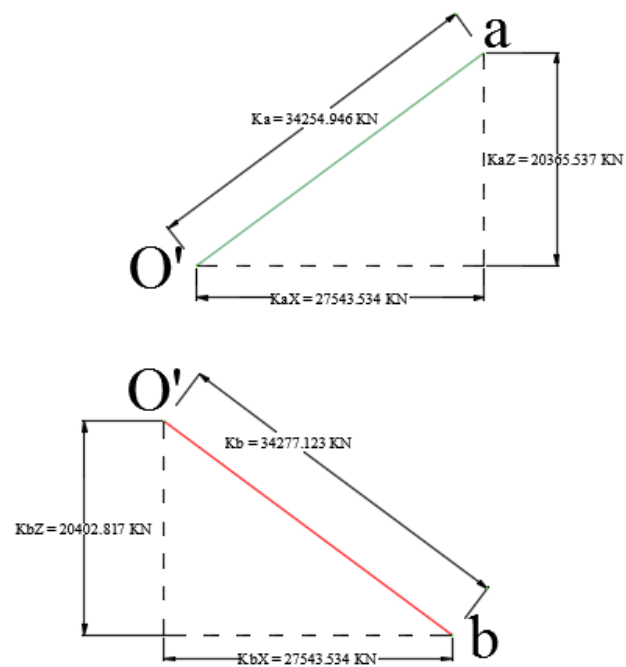


Tabla 34. Reacciones MIDAS Civil y reacciones estática gráfica.

	Nodo	MIDAS	E. Gráfica	% Error
FX [KN]	1	27261.145	27543.534	1.03
	36	-27261.145	-27543.534	1.03
FZ [KN]	1	20330.490	20365.537	0.17
	36	20435.579	20402.817	0.16

3.1.2 Fuerzas internas en las dovelas

Para obtener el valor de las fuerzas internas de las dovelas se mide la longitud de los radios polares, basado en O' (figura 65), correspondiente para cada dovela, es decir, para la primer dovela el segundo radio polar. Se debe tener en cuenta que estos valores son fuerzas resultantes, por lo cual, en la mayoría de los casos, el eje de la fuerza no coincide con el eje de la dovela, haciendo necesario descomponer dicha resultante en una fuerza axial y una fuerza cortante. Siendo el ángulo entre la fuerza resultante y el eje de la dovela muy pequeño, la fuerza cortante tiene un valor despreciable en comparación a la fuerza axial, por lo tanto solo se trabaja con el valor de fuerza paralelo al eje de la dovela. La fuerza obtenida mediante estática grafica se ubica en el centro de la misma, por lo que en el software se exporta el valor de la fuerza en el mismo punto.

Para obtener las fuerzas axiales calculadas por el software de las dovelas se genera la tabla correspondiente.

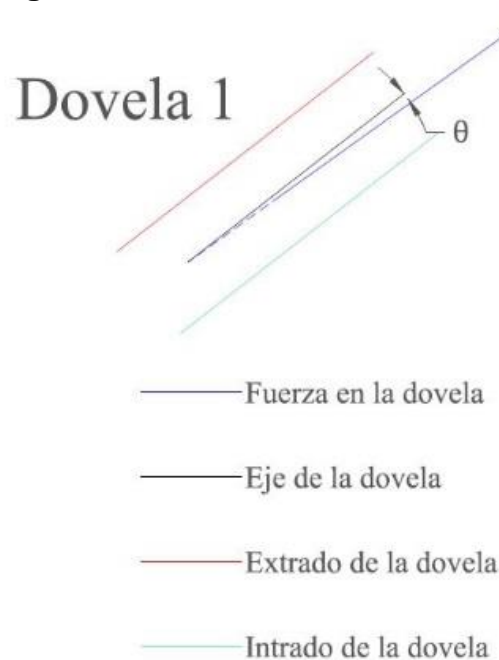
Figura 67. Fuerza interna de la Dovela 1.

Tabla 35. Fuerzas estática gráfica y fuerzas MIDAS Civil.

Dovela	MIDAS	E. Gráfica			% Error
	Axial [KN]	Fuerza Interna (Radio Polar) [KN]	Angulo [°]	Axial [KN]	
1	-33842.94	33955.18	2.17	-33930.78	0.26
2	-33553.47	33660.41	1.42	-33650.03	0.29
3	-33263.23	33370.79	0.60	-33368.96	0.32
4	-32970.61	33086.44	0.30	-33085.98	0.35
5	-32673.70	32807.51	1.29	-32799.19	0.38
6	-32370.31	32534.13	2.37	-32506.38	0.42
7	-32057.88	32266.44	3.54	-32205.01	0.46
8	-29064.20	29360.47	5.55	-29222.83	0.54
9	-28934.38	29188.31	4.33	-29104.92	0.59
10	-28801.10	29024.04	3.01	-28983.92	0.63
11	-28661.22	28867.78	1.59	-28856.60	0.68
12	-28511.48	28719.67	0.08	-28719.65	0.72
13	-28348.66	28579.84	1.53	-28569.71	0.77
14	-28169.85	28448.41	3.21	-28403.76	0.82
15	-27187.24	27574.91	5.80	-27433.86	0.90
16	-27227.68	27555.35	4.04	-27486.71	0.94
17	-27252.89	27545.15	2.25	-27523.89	0.98
18	-27261.14	27544.33	0.44	-27543.53	1.03
19	-27251.85	27552.90	2.44	-27528.01	1.00
20	-27225.62	27570.84	4.23	-27495.78	0.98
21	-27967.82	28423.43	5.98	-28268.70	1.06
22	-28163.46	28553.19	3.01	-28513.69	1.23
23	-28340.78	28691.37	1.33	-28683.63	1.20
24	-28502.17	28837.85	0.27	-28837.53	1.16
25	-28650.57	28992.51	1.78	-28978.44	1.13
26	-28789.17	29155.21	3.20	-29109.71	1.10
27	-28921.26	29325.82	4.52	-29234.68	1.07
28	-31779.37	32285.87	5.73	-32124.31	1.07
29	-32106.98	32553.98	3.59	-32490.01	1.18
30	-32422.52	32827.78	2.42	-32798.45	1.15
31	-32728.80	33107.11	1.35	-33097.99	1.12
32	-33028.37	33391.85	0.36	-33391.20	1.09
33	-33323.47	33681.85	0.55	-33680.32	1.06
34	-33616.00	33976.99	1.37	-33967.26	1.03
35	-33907.58	34277.12	2.12	-34253.64	1.01

3.1.3 Esfuerzo en las dovelas

Las fuerzas resultantes en las dovelas no solo no son paralelas al el eje de la dovela, también se encuentran desfasadas del eje de la dovela, por lo que también se genera un esfuerzo de flexión en la sección transversal de la dovela, dicho efecto debe combinarse con el efecto de la carga axial, de la siguiente manera:

$$\sigma = -\frac{P}{A} * \frac{w \pm r}{w} \quad (10)$$

$$w = \frac{I n}{A} \quad (11)$$

σ = Esfuerzo.

P = Fuerza axial de la dovela.

A = Área de la sección transversal de la dovela.

r = Distancia del eje de la dovela al punto de aplicación de la fuerza.

w = Radio resistente.

I = Momento de inercia de la sección transversal de la dovela respecto al eje Y.

n = Distancia de la fibra más alejada de la sección al eje neutro de la sección.

Gracias a la geometría del arco, se garantiza que las fuerzas resultantes en las dovelas se encuentren localizadas dentro del núcleo resistente de la dovela, por lo que el valor de r nunca será mayor que el valor de n , lo que implica que el valor de esfuerzo siempre es de compresión.

Ya que al aplicar la teoría de estática gráfica la distancia r se mide en el centro de la dovela, al generar la tabla de esfuerzos de MIDAS Civil se debe hallar el esfuerzo en ese mismo punto.

Tabla 36. Esfuerzos MIDAS Civil y esfuerzos estática gráfica.

Dovela	MIDAS	E. Grafica	% Error
	Axial Combinado [MPa]	$\sigma = -\frac{P}{A} * \frac{w \pm r}{w}$ [MPa]	
1	-6.18	-5.28	17.05
2	-6.59	-5.73	14.97
3	-6.74	-5.92	13.84
4	-6.59	-5.81	13.33
5	-6.13	-5.39	13.83
6	-5.32	-5.04	5.59
7	-5.87	-6.14	4.47
8	-7.42	-7.03	5.60
9	-6.13	-5.75	6.61
10	-5.22	-4.82	8.42
11	-5.30	-4.28	23.80
12	-5.37	-4.37	23.03
13	-5.03	-4.48	12.25
14	-5.88	-5.30	10.91
15	-7.22	-6.44	12.15
16	-5.98	-5.24	14.22
17	-5.24	-4.51	16.00
18	-5.03	-4.29	17.34
19	-5.25	-4.57	14.94
20	-6.00	-5.34	12.44
21	-7.25	-6.79	6.74
22	-5.93	-5.54	7.12
23	-5.10	-4.77	6.95
24	-5.28	-4.49	17.69
25	-5.19	-4.67	11.21
26	-5.35	-5.27	1.60
27	-6.28	-6.26	0.39
28	-7.59	-8.30	8.55
29	-5.97	-6.75	11.44
30	-5.27	-5.61	6.14
31	-6.12	-4.93	24.03
32	-6.64	-5.40	23.07
33	-6.84	-5.52	23.83
34	-6.75	-5.36	26.04
35	-6.38	-5.23	22.04

3.1.4 Deformaciones de las dovelas

3.1.4.1 Estática Gráfica

Las deformaciones de cada dovela no solo son causadas por la carga axial, ya que esta carga no coincide con el eje de la dovela, también se deforma debido a la excentricidad de la fuerza.

Ya que se realiza un análisis elástico se tiene que las deformaciones por carga axial se rigen por:

$$\delta_1 = \frac{PL}{AE} \quad (12)$$

δ_1 = Deformación por carga axial del elemento.

P = Carga axial del elemento.

L = Longitud del elemento.

A = Área del elemento.

E = Modulo de elasticidad del elemento.

Por conveniencia se descompone la deformación por carga axial en:

$$X' = \delta_1 * \cos \alpha \quad (13)$$

$$Z' = \delta_1 * \text{sen } \alpha \quad (14)$$

X' = Componente en X de la deformación por carga axial.

Z' = Componente en X de la deformación por carga axial.

α = Angulo entre la horizontal y el eje de la dovela.

El efecto de la excentricidad de la carga genera, aparte de compresión del eje de la dovela, un giro del mismo, dicho giro se produce a 90 grados del eje de la dovela partiendo del nodo inicial de la dovela, los desplazamientos por la excentricidad de la fuerza se calculan de la siguiente manera:

$$X'' = -(z_i - z_{i-1}) * \frac{PrL}{EI} \quad (15)$$

$$Z'' = (x_i - x_{i-1}) * \frac{PrL}{EI} \quad (16)$$

x = Coordenada del nodo en x.

z = Coordenada del nodo en z.

r = Distancia del eje de la dovela al punto de aplicación de la fuerza.

I = Momento de inercia de la sección transversal de la dovela respecto al eje Y.

El desplazamiento del nodo final de la dovela se puede expresar como:

$$\Delta X = X' + X'' \quad (17)$$

$$\Delta Z = Z' + Z'' \quad (18)$$

$$H = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Z^2} \quad (19)$$

ΔX : Desplazamiento total en X del nodo final de la dovela.

ΔZ : Desplazamiento total en Z del nodo final de la dovela.

H = Desplazamiento del nodo final de la dovela respecto al nodo inicial.

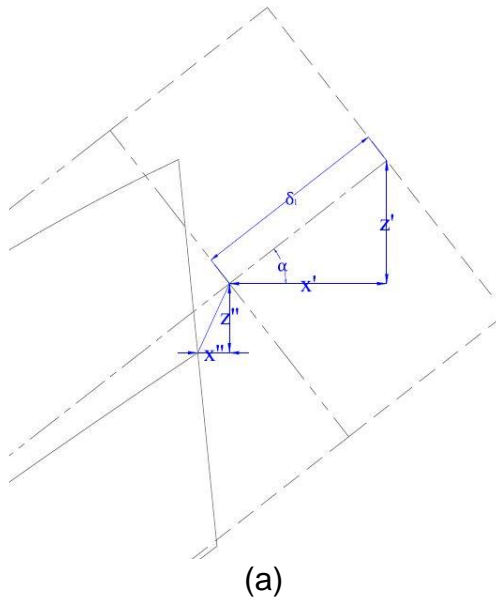
Ya que se conoce el desplazamiento del nodo, se halla la deformación de la dovela proyectando el desplazamiento sobre el eje de la misma.

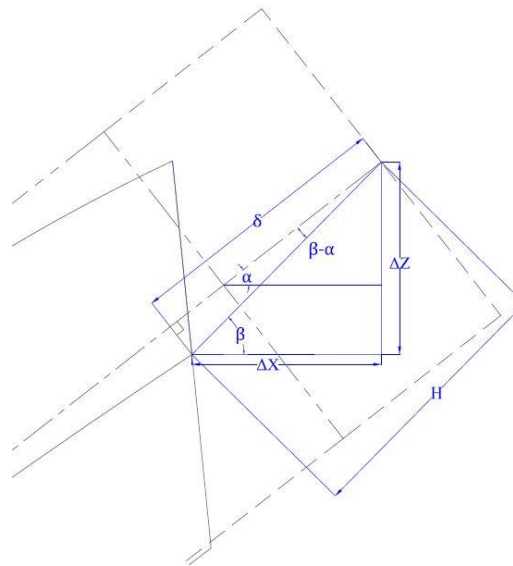
$$\delta = H * \cos(\beta - \alpha) \quad (20)$$

δ = Deformación axial del elemento.

β = Angulo generado entre ΔX y ΔZ

Figura 68 (a) y (b). Desplazamiento por carga axial y por excentricidad de carga axial del nodo final de una dovela.





(b)

- Eje de la dovela
- Dovela sin deformar
- Dovela por deformación axial
- Dovela deformada

3.1.4.2 MIDAS Civil

Para determinar las deformaciones en los elementos se adicionaron los desplazamientos a las coordenadas iniciales de los nodos; al conocer las coordenadas finales de los nodos se calcula la longitud final de cada elemento y se halla la deformación con base en la longitud inicial.

Tabla 37. *Deformación axial MIDAS Civil y estática gráfica.*

Dovela	MIDAS	E. Gráfica	% Error
	Deformación [mm]	Deformación [mm]	
1	-0.560	-0.570	1.75
2	-0.555	-0.568	2.23
3	-0.550	-0.561	1.88
4	-0.545	-0.552	1.20
5	-0.540	-0.545	0.92
6	-0.535	-0.546	2.08
7	-0.530	-0.562	5.84
8	-0.503	-0.415	21.20
9	-0.479	-0.456	5.01
10	-0.476	-0.477	0.06
11	-0.474	-0.483	1.74
12	-0.472	-0.480	1.80
13	-0.469	-0.480	2.23
14	-0.466	-0.492	5.36
15	-0.456	-0.391	16.77
16	-0.451	-0.436	3.26
17	-0.451	-0.455	0.96
18	-0.451	-0.461	2.14
19	-0.451	-0.457	1.32
20	-0.450	-0.440	2.42
21	-0.456	-0.547	16.55
22	-0.466	-0.503	7.35
23	-0.469	-0.485	3.46
24	-0.471	-0.483	2.37
25	-0.474	-0.483	1.87
26	-0.476	-0.476	0.05
27	-0.478	-0.455	5.21
28	-0.503	-0.636	20.89
29	-0.530	-0.585	9.32
30	-0.536	-0.560	4.40
31	-0.541	-0.553	2.22
32	-0.546	-0.556	1.76
33	-0.551	-0.563	2.04
34	-0.556	-0.569	2.24
35	-0.561	-0.572	1.84

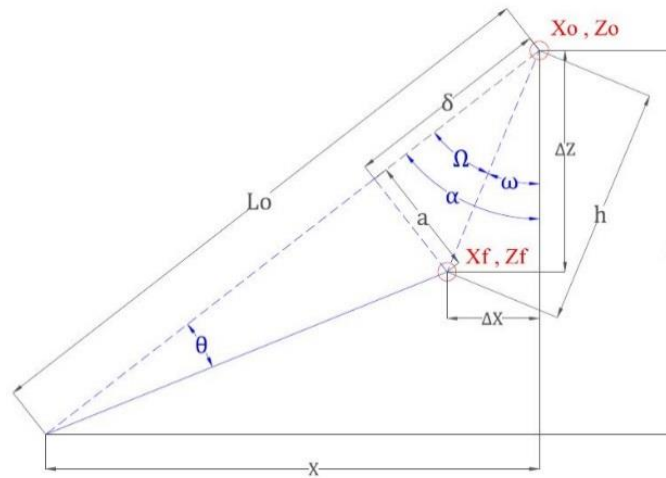
3.1.5 Desplazamientos de las dovelas

Con base en la deformación y el giro de la dovela se calcula el desplazamiento del nodo final de la dovela respecto al nodo inicial en ambas componentes y su resultante. Como los desplazamientos se calculan de manera local para cada dovela, se acumulan los resultados, siendo el desplazamiento de las dovelas:

$$\Delta_{n_{global}} = \Delta_{n_{local}} + \Delta_{n-1_{global}} \quad (20)$$

Por facilidad los desplazamientos se calculan del nodo 1 al 18 y del nodo 36 al 19, pues el desplazamiento de los nodos 1 y 36 es cero (empotramiento).

Figura 69. Desplazamiento en X y Z del nodo final de una dovela respecto al nodo inicial.



$$(L_o - \delta) \tan \theta = a \quad (21)$$

$$h = \sqrt{\delta^2 + a^2} \quad (22)$$

$$\Omega = \text{sen}^{-1} \left(\frac{a}{h} \right) \quad (23)$$

$$\alpha = \text{tan}^{-1} \left(\frac{X}{Z} \right) \quad (24)$$

$$\omega = \alpha - \Omega \quad (25)$$

$$\Delta X = h \text{sen } \omega \quad (26)$$

$$\Delta Z = h \text{cos } \omega \quad (27)$$

Para realizar la comparación con el resultado del software se debe generar la tabla de desplazamientos del MIDAS Civil.

Tabla 38. Desplazamiento MIDAS Civil y estática gráfica.

Nodo	Desplazamientos MIDAS			Estatica Gráfica			% Error h
	DX [mm]	DZ [mm]	h [mm]	DX [mm]	DZ [mm]	h [mm]	
1	0	0	0	0	0	0	0
2	-0.443	-0.343	0.560	-0.451	-0.349	0.570	1.75
3	-0.612	-1.048	1.213	-0.630	-1.061	1.234	1.69
4	-0.479	-2.198	2.250	-0.505	-2.218	2.275	1.09
5	-0.067	-3.817	3.818	-0.099	-3.840	3.841	0.62
6	0.552	-5.854	5.880	0.517	-5.879	5.902	0.37
7	1.265	-8.176	8.274	1.220	-8.207	8.297	0.28
8	1.922	-10.555	10.728	1.849	-10.600	10.760	0.30
9	2.184	-12.253	12.446	2.191	-12.260	12.454	0.06
10	2.078	-13.204	13.367	2.106	-13.202	13.369	0.02
11	1.913	-14.090	14.219	1.941	-14.088	14.221	0.01
12	1.760	-15.100	15.202	1.780	-15.100	15.205	0.02
13	1.630	-16.321	16.402	1.642	-16.324	16.406	0.02
14	1.495	-17.721	17.784	1.496	-17.727	17.790	0.03
15	1.302	-19.138	19.182	1.278	-19.148	19.191	0.05
16	0.949	-19.861	19.884	0.990	-19.862	19.887	0.01
17	0.496	-19.865	19.871	0.552	-19.864	19.872	0.00
18	0.043	-19.832	19.832	0.044	-19.831	19.831	0.00
19	-0.408	-19.903	19.907	-0.417	-20.049	20.053	0.73
20	-0.868	-20.076	20.095	-0.508	-20.222	20.228	0.66
21	-1.334	-20.208	20.252	-0.963	-20.355	20.378	0.62
22	-1.706	-19.611	19.685	-1.424	-19.744	19.796	0.56
23	-1.921	-18.308	18.409	-1.676	-18.434	18.510	0.55
24	-2.080	-17.003	17.130	-1.851	-17.126	17.225	0.55
25	-2.231	-15.854	16.010	-2.012	-15.973	16.099	0.55
26	-2.399	-14.888	15.080	-2.189	-15.004	15.163	0.55
27	-2.569	-14.014	14.248	-2.358	-14.130	14.326	0.55
28	-2.664	-13.039	13.309	-2.432	-13.165	13.388	0.59
29	-2.368	-11.270	11.516	-2.254	-11.338	11.560	0.38
30	-1.652	-8.779	8.934	-1.586	-8.823	8.964	0.34
31	-0.867	-6.328	6.387	-0.822	-6.359	6.412	0.40
32	-0.166	-4.157	4.160	-0.131	-4.182	4.184	0.58
33	0.327	-2.413	2.435	0.355	-2.433	2.459	0.98
34	0.532	-1.157	1.273	0.551	-1.171	1.294	1.59
35	0.417	-0.377	0.563	0.426	-0.384	0.573	1.83
36	0	0	0	0	0	0	0

3.2 ANALISIS DEL ARCO COMO ELEMENTO RESISTENTE

El análisis del comportamiento del arco como elemento resistente para el puente estudiado se evalúa con base en los parámetros de la Norma Colombiana de Diseño de Puentes, en el artículo 5.5.2 [12].

Según el capítulo 5.5.2, los aspectos que se requiere sean considerados en el estado límite de Servicio I deben ser agrietamiento (5.7.3.4), deformaciones (5.7.3.6) y esfuerzos del concreto (5.9.4) [12].

Tabla 39. Esfuerzos en el punto medio de las dovelas.

Dovela	Esfuerzos Combinados			
	(-Y,+Z) [MPa]	(+Y,+Z) [MPa]	(+Y,-Z) [MPa]	(-Y,-Z) [MPa]
1	-9.090	-7.740	-10.400	-11.500
2	-8.480	-7.280	-10.400	-11.500
3	-8.080	-7.040	-10.200	-11.200
4	-7.920	-7.030	-9.830	-10.700
5	-8.030	-7.280	-9.230	-10.000
6	-8.490	-7.870	-8.370	-9.040
7	-9.330	-8.840	-7.270	-7.840
8	-10.500	-10.200	-5.870	-6.340
9	-9.040	-8.800	-6.620	-7.000
10	-8.190	-8.050	-7.430	-7.690
11	-7.690	-7.650	-7.930	-8.050
12	-7.630	-7.660	-8.090	-8.050
13	-8.030	-8.140	-7.880	-7.680
14	-8.840	-9.060	-7.300	-7.010
15	-10.100	-10.400	-6.380	-6.000
16	-8.770	-9.140	-7.270	-6.860
17	-8.010	-8.410	-7.840	-7.430
18	-7.730	-8.150	-8.020	-7.610
19	-7.990	-8.420	-7.880	-7.480
20	-8.730	-9.170	-7.350	-6.950
21	-10.000	-10.500	-6.500	-6.120
22	-8.730	-9.070	-7.420	-7.170
23	-7.890	-8.110	-7.970	-7.830
24	-7.470	-7.570	-8.240	-8.200
25	-7.550	-7.460	-8.160	-8.180
26	-8.040	-7.820	-7.710	-7.830
27	-8.880	-8.530	-6.920	-7.150
28	-10.300	-9.890	-6.160	-6.510
29	-9.210	-8.660	-7.490	-7.970
30	-8.430	-7.780	-8.510	-9.110
31	-8.040	-7.290	-9.280	-10.000
32	-8.000	-7.140	-9.790	-10.700
33	-8.220	-7.260	-10.100	-11.100
34	-8.680	-7.630	-10.200	-11.300
35	-9.350	-8.200	-10.000	-11.400

Tabla 40. Desplazamientos de los nodos de las dovelas.

Desplazamientos				
Nodo	DX [mm]	DY [mm]	DZ [mm]	Mag. [mm]
1	0	0	0	0
2	-0.47	-0.11	-0.54	0.73
3	-0.80	-0.36	-1.65	1.87
4	-0.92	-0.72	-3.33	3.53
5	1.38	-1.20	-5.51	5.81
6	2.39	-1.77	-8.08	8.61
7	3.42	-2.41	-10.85	11.63
8	4.30	-3.12	-13.54	14.55
9	4.69	-3.87	-15.40	16.56
10	4.63	-4.65	-16.33	17.60
11	4.42	-5.44	-17.00	18.39
12	4.16	-6.21	-17.69	19.21
13	3.90	-6.93	-18.46	20.10
14	3.63	-7.59	-19.65	21.38
15	3.32	-8.16	-20.89	22.68
16	2.88	-8.60	-21.32	23.17
17	2.39	-8.90	-20.95	22.89
18	1.93	-9.06	-20.51	22.50
19	1.53	-9.08	-20.42	22.40
20	-1.82	-8.98	-20.67	22.61
21	-2.29	-8.73	-20.85	22.72
22	-2.70	-8.32	-20.23	22.04
23	-2.98	-7.76	-18.81	20.57
24	-3.21	-7.10	-17.47	19.13
25	-3.44	-6.37	-16.59	18.10
26	-3.68	-5.59	-15.82	17.18
27	-3.88	-4.79	-15.13	16.33
28	-3.95	-3.99	-14.23	15.30
29	-3.61	-3.21	-12.47	13.37
30	-2.82	-2.49	-9.94	10.62
31	-1.90	-1.82	-7.36	7.82
32	1.21	-1.24	-4.99	5.28
33	1.16	-0.75	-2.99	3.30
34	0.92	-0.37	-1.48	1.78
35	0.51	-0.12	-0.49	0.72
36	0	0	0	0

3.2.1 Verificación de agrietamiento

En cuanto al agrietamiento, en el capítulo 5.7.3.4 [12] se encuentran los parámetros de diseño del refuerzo para evitar agrietamiento de la sección, por tal motivo este capítulo no permite verificar si el arco sufre agrietamiento debido a las cargas a las que se ve sometido, razón por la cual se procede a verificar si alguno de los esfuerzos presentes en el arco supera el valor del módulo de rotura, el cual se halla mediante el planteamiento de C5.4.2.7 [12], en el cual se establece que para

concretos de densidad normal y resistencia a compresión de máximo 70 [MPa], la resistencia a compresión es:

$$f_r = 0.59 \sqrt{f_c} \quad (28)$$

Para las dovelas del arco

$$0.59 \sqrt{35} = 3.49 \text{ [MPa]} \quad (29)$$

Ya que el arco no se encuentra sometido en ningún momento a esfuerzos de tracción (tabla 39), las dovelas no presentan fisuras.

3.2.2 Verificación de deformaciones

Al revisar el capítulo 5.7.3.6 CCP-14 [12] se tiene que debe revisarse el artículo 2.5.2.6.

De 2.5.2.6.2 se obtiene que el límite para las deflexiones del puente de estudio es:

$$\frac{100 \text{ [m]}}{1000} = 100 \text{ [mm]} \quad (29)$$

La mayor deflexión que se presenta en el arco es 21.13 [mm], correspondiente al nodo 16 (tabla 40) razón por la cual, las deflexiones del arco se encuentran dentro de los valores permitidos.

3.2.3. Verificación de esfuerzos

Para elementos de concreto reforzado el límite de fluencia se alcanza cuando el esfuerzo a compresión llega al valor de $0.45f'_c$ [CR8.5] [16], para las dovelas del arco:

$$\sigma_{fluencia} = 0.45 (35) = 15.75 \text{ [MPa]} \quad (30)$$

Como se puede verificar en la tabla 39 ninguno de los esfuerzos en las dovelas supera el esfuerzo de fluencia, siendo esto motivo para asegurar que ninguna de las dovelas falla por compresión, se garantiza que las dovelas tienen un comportamiento elástico.

4. CONCLUSIONES

A partir de los bajos porcentajes de error en las reacciones, las fuerzas internas, los esfuerzos y las deformaciones de las dovelas y los desplazamientos de los nodos de un elemento arco, sometido a cargas verticales, obtenidos a través de un método analítico teórico, estática gráfica, y un método numérico, software MIDAS Civil, se determina que es correcto calcular el comportamiento estructural de un arco mediante un software de elementos finitos, e incluso se comprueba que en cuanto a tiempo es una mejor opción realizar el estudio por este medio. En lo que a recursos utilizados se refiere la estática gráfica es una la opción válida, pero teniendo en cuenta que, aunque es un método que proporciona resultados precisos tiene limitantes en su aplicación, pues no es posible calcular los efectos de fuerzas que no se encuentren en el plano del elemento a estudiar y tampoco se pueden incorporar al estudio la consideraciones de variación de temperatura, lo cual deja en desventaja al método analítico frente al método numérico, es por lo anterior que implementar un software de elementos finitos, para analizar una estructura cuyo principal elemento resistente sea un arco, es una opción acertada y viable.

Una vez reconocida la certeza en los resultados del método numérico, se garantiza que es válido implementar el software MIDAS Civil para hallar la respuesta estructural de un arco como elemento resistente de un puente arco de tablero superior de gran luz. Con base en los resultados obtenidos del análisis del puente arco mediante MIDAS Civil y bajo los criterios de carga del estado limite Servicio I de la Norma Colombiana de Diseño de Puentes (CCP-14), se concluye que las bondades estructurales del elemento arco le permiten satisfacer las exigencias demandadas por la normativa colombiana para ser considerado una subestructura segura, que además tiene como valor agregado un comportamiento dentro del rango elástico del concreto.

Tras comprobar que el comportamiento estructural de un arco como elemento resistente de un puente de gran luz en estado de servicio es satisfactorio y teniendo en cuenta que esta tipología de puentes armoniza la actividad humana con el ambiente, gracias a que su trazado se relaciona apropiadamente con su entorno, cabe resaltar que el estado colombiano tomaría una buena decisión si decide profundizar en el estudio e implementación de esta tipología de puentes en la infraestructura vial colombiana.

REFERENCIAS

- [1] Heyman, J. La ciencia de las estructuras. En: Puentes en arco, bóvedas y cúpulas. Madrid: Instituto Juan de Herrera, 2001. p. 33-58.
- [2] Heyman, J. Análisis de estructuras: un estudio histórico. En: El arco de fábrica. Madrid: Instituto Juan de Herrera, 2004. p. 99-118.
- [3] Henkel, O. Gay, J. y Fizia, K. Estática gráfica. Barcelona: Labor S. A, 1959. p 402.
- [4] midas Civil On-line Manual [web en línea]. <manual.midasuser.com/EN_Common/Civil/845/index.htm>. [Consulta: 20-08-2015].
- [5] Demchenko, Yulia. Sistemas de construcción de puentes arcos. Trabajo de Maestría. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 2011. 86 p.
- [6] BELÉNDEZ, Augustos. BELÉNDEZ, Tarsicio. NEIPP, Cristian. Estudio estático de un cable homogéneo bajo la acción de su propio peso: Catenaria. En: Revista española de Física. 2001. vol. 15, no. 4, p. 38-42.
- [7] LOPEZ, Ángel. Puentes de la época medieval en las cuencas de los ríos Ter, Fluviá y Muga. Tesis doctoral. Madrid: Universidad Politécnica de Cataluña. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona, 2010. 1130 p.
- [8] HEYMAN, Jacques. El esqueleto de piedra: mecánica de la arquitectura de fábrica. En: Teoría estructural de las fábricas. Madrid: Instituto Juan de Herrera, 1999. p. 15-32
- [9] HUERTA, Santiago. Arcos, bóvedas y cúpulas: geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica. Madrid: Instituto Juan de Herrera, 2004. 623 p.
- [10] El Mundo Internacional [web en línea]. <<http://www.elmundo.es/elmundo/2007/08/02/internacional/1186012539.html?a=9cf3b30f7d136e7dc5e71f28ba3f7b8e&t=1186041091>>. [Consulta: 19-08-15].
- [11] HUERTA, Santiago. Diseño estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España ca. 1500 – ca. 1800. Tesis de grado. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, 1990. 500 p.
- [12] Ministerio de Transporte. Institución Nacional de Vías. Norma Colombiana de Diseño de Puentes (CCP-14). Bogotá: Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, 2014.

[13] Ministerio de Transporte, Instituto Nacional de Vías. Manual de Diseño Geométrico de Carreteras. Bogotá, 2008.

[14] Prefabricados Alberdi [web en línea]. <<http://www.prefabricadosalberdi.com/alberdi/de/barreras-de-hormigon-tipo-new-jersey.asp?nombre=2427&cod=2427&sesion=1>>. [Consulta: 16-08-2015].

[15] Instituto de Hidrología, Meteorología e Investigaciones Ambientales (IDEAM). Atlas Climatológico de Colombia. [Consulta: 08-07-15].

[16] Ministerio de ambiente, vivienda y desarrollo territorial. Reglamento colombiano de construcción sismoresistente (NSR-10). Bogotá: Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, 2014.

BIBLIOGRAFIA

CANET, Juan. Resistencia de materiales y estructuras. Barcelona: CIMNE, 2012. p. 1-90.

LEON, Javier. MARTIN-CARO, Jose. y MARTINEZ, Jose. Evaluación estructural de puentes arco de fábrica. Monografía. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. 184 p.

PANSERI, Enrique. Curso medio de estática gráfica. Buenos Aires: Construcciones sudamericanas, 1950. 250 p.

STRIKE, James. De la construcción a los proyectos: la influencia de nuevas técnicas en el diseño arquitectónico, 1700-2000. Barcelona: Reverte S.A., 2004. 229 p.

Structurae [web en línea]. <<http://structurae.net>>. [Consulta: 13-07-2015].

ANEXOS

ANEXO 1 CUADRO DE PUENTES ARCO EN CONCRETO EMBLEMATICOS EN EL MUNDO

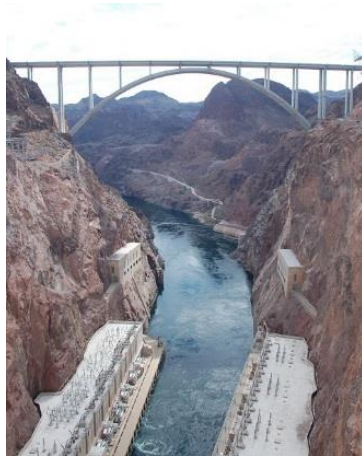
	Nombre del puente	Ubicación	Luz [m]	Flecha [m]	Luz/Flecha	Nota
1	Puente Wanxian	Wanzhou, Chongqing, China. Rio Yangtze.	420	84	0.200	Mayor luz del mundo.
2	Puente krk	Krk, Croacia. Rio Krk	390	67	0.172	Mayor luz en Europa.
3	Mike O'Callaghan–Pat Tillman Memorial Bridge	Boulder City, Clark County, Nevada, USA. Rio Colorado.	323	84.5	0.262	Mayor luz en America.Mas alto sobre el nivel del mar del mundo.
4	Puente gladesville	Sydney, New South Wales, Australia. Rio Parramatta.	305	40.7	0.133	Mayor luz en Oceania.
5	Puente internacional de la amistad	Ciudad del Este, Alto Paraná, Paraguay Foz do Iguaçú, Paraná, Brazil. Rio Parana.	290			Mayor luz en Sur America.
6	Puente Infante D. Henrique	Porto, Porto, Portugal. Rio Douro.	280	25	0.089	Mayor luz en Portugal.
7	Puente bloukrans	Nature's Valley, Western Cape, South Africa. Rio Bloukrans.	272	62	0.228	Mayor luz en Africa.
8	Puente Chateaubriand	Bretaña, Francia. Rio Rance.	250			Mayor luz en Francia.
9	Puente Los tilos arch	Los Sauces, San Andrés y Sauces, Santa Cruz de Tenerife, Islas Canarias, Spain.	255	45	0.176	Mayor luz en España.



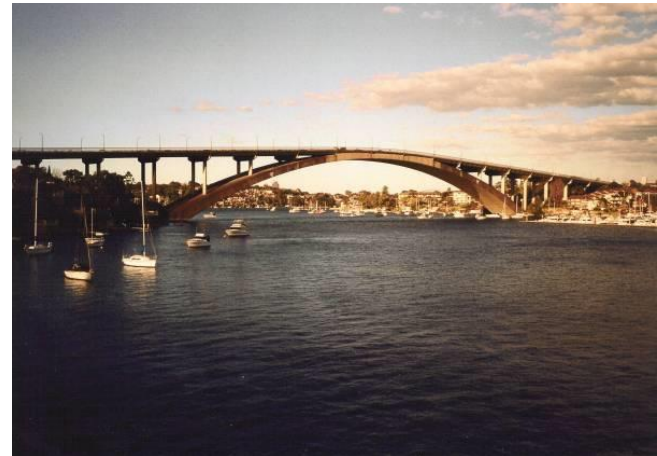
(1) Fuente: structurae.net



(2) Fuente: structurae.net



(3) Fuente: structurae.net



(4) Fuente: structurae.net



(5) Fuente: structurae.net



(6) Fuente: structurae.net



(7) Fuente: structurae.net



(8) Fuente: structurae.net



(9) **Fuente:** structurae.net

ANEXO 2 CÁLCULO DE RESULTADOS DE FUERZAS, ESFUERZOS Y DEFORMACIONES POR ESTÁTICA GRÁFICA

Dovela	Radio Polar [KN]	θ [°]	F Axial [KN]	w [m]	Esfuerzo Máx [Mpa]	α [°]	Variación Long. [mm]	X'[mm]	Z'[mm]	X''[mm]	Z''[mm]	X [mm]	Z [mm]	H [mm]	δ [mm]
1	33955.175	2.172	-33930.776	-0.040	-5.280	35.789	-0.567	-0.460	-0.332	-0.044	0.057	-0.504	-0.275	-0.575	-0.570
2	33660.411	1.423	-33650.027	-0.119	-5.732	35.087	-0.563	-0.460	-0.323	-0.126	0.170	-0.586	-0.153	-0.606	-0.568
3	33370.788	0.599	-33368.962	-0.157	-5.921	34.373	-0.558	-0.460	-0.315	-0.159	0.227	-0.619	-0.088	-0.625	-0.561
4	33086.442	0.303	-33085.979	-0.148	-5.815	33.646	-0.553	-0.461	-0.306	-0.142	0.216	-0.603	-0.090	-0.609	-0.552
5	32807.508	1.290	-32799.188	-0.086	-5.385	32.907	-0.548	-0.460	-0.298	-0.078	0.127	-0.539	-0.171	-0.565	-0.545
6	32534.126	2.367	-32506.378	0.037	-5.040	32.156	-0.543	-0.460	-0.289	0.032	-0.055	-0.429	-0.344	-0.550	-0.546
7	32266.438	3.536	-32205.008	0.228	-6.140	31.392	-0.538	-0.460	-0.280	0.181	-0.343	-0.278	-0.623	-0.683	-0.562
8	29360.468	5.550	-29222.826	0.495	-7.027	20.262	-0.489	-0.458	-0.169	0.333	-0.688	-0.126	-0.857	-0.866	-0.415
9	29188.310	4.332	-29104.920	0.265	-5.750	19.326	-0.487	-0.459	-0.161	0.163	-0.373	-0.296	-0.534	-0.611	-0.456
10	29024.036	3.013	-28983.916	0.097	-4.818	18.379	-0.485	-0.460	-0.153	0.054	-0.138	-0.406	-0.291	-0.499	-0.477
11	28867.780	1.594	-28856.605	-0.001	-4.280	17.422	-0.482	-0.460	-0.144	0.000	0.001	-0.461	-0.143	-0.483	-0.483
12	28719.674	0.079	-28719.647	-0.021	-4.367	16.454	-0.480	-0.461	-0.136	-0.009	0.031	-0.470	-0.105	-0.481	-0.480
13	28579.843	1.526	-28569.712	0.046	-4.478	15.477	-0.478	-0.460	-0.127	0.017	-0.067	-0.444	-0.195	-0.485	-0.480
14	28448.410	3.210	-28403.765	0.206	-5.299	14.490	-0.475	-0.460	-0.119	0.060	-0.303	-0.399	-0.422	-0.581	-0.492
15	27574.912	5.798	-27433.864	0.464	-6.438	2.734	-0.459	-0.458	-0.022	0.100	-0.665	-0.358	-0.687	-0.775	-0.391
16	27555.346	4.045	-27486.710	0.227	-5.236	1.678	-0.460	-0.459	-0.013	0.033	-0.328	-0.426	-0.341	-0.546	-0.436
17	27545.150	2.251	-27523.886	0.085	-4.514	0.621	-0.460	-0.460	-0.005	0.006	-0.123	-0.454	-0.128	-0.472	-0.455
18	27544.334	0.437	-27543.534	0.040	-4.286	0.437	-0.461	-0.460	-0.004	0.000	-0.058	0.460	-0.062	-0.465	-0.461
19	27552.899	2.435	-27528.012	0.095	-4.566	1.494	-0.460	-0.460	-0.012	0.007	-0.138	0.453	-0.150	-0.477	-0.457
20	27570.836	4.229	-27495.781	0.247	-5.340	2.550	-0.460	-0.459	-0.020	0.036	-0.357	0.423	-0.377	-0.567	-0.440
21	28423.434	5.981	-28268.702	0.494	-6.792	14.294	-0.473	-0.458	-0.117	0.109	-0.730	0.349	-0.846	-0.915	-0.547
22	28553.192	3.014	-28513.689	0.247	-5.538	15.282	-0.477	-0.460	-0.126	0.073	-0.365	0.387	-0.490	-0.625	-0.503
23	28691.372	1.331	-28683.627	0.097	-4.768	16.262	-0.480	-0.460	-0.134	0.035	-0.143	0.425	-0.277	-0.507	-0.485
24	28837.853	0.272	-28837.529	0.040	-4.487	17.231	-0.482	-0.461	-0.143	0.017	-0.058	0.443	-0.201	-0.487	-0.483
25	28992.508	1.785	-28978.442	0.069	-4.666	18.191	-0.484	-0.460	-0.151	0.034	-0.100	0.426	-0.251	-0.494	-0.483
26	29155.208	3.201	-29109.709	0.176	-5.268	19.140	-0.487	-0.460	-0.160	0.099	-0.252	0.361	-0.412	-0.548	-0.476
27	29325.818	4.518	-29234.675	0.353	-6.256	20.078	-0.489	-0.459	-0.168	0.219	-0.499	0.240	-0.667	-0.709	-0.455
28	32285.872	5.734	-32124.312	0.591	-8.300	31.448	-0.537	-0.458	-0.280	0.437	-0.903	0.022	-1.183	-1.183	-0.636
29	32553.983	3.593	-32490.010	0.319	-6.746	32.211	-0.543	-0.460	-0.290	0.256	-0.484	0.204	-0.774	-0.800	-0.585
30	32827.776	2.422	-32798.448	0.123	-5.611	32.962	-0.548	-0.460	-0.298	0.106	-0.185	0.354	-0.483	-0.599	-0.560
31	33107.112	1.345	-33097.990	-0.005	-4.934	33.700	-0.553	-0.460	-0.307	-0.005	0.007	0.465	-0.300	-0.553	-0.553
32	33391.850	0.357	-33391.203	-0.072	-5.395	34.426	-0.558	-0.460	-0.316	-0.070	0.106	0.530	-0.210	-0.570	-0.556
33	33681.854	0.547	-33680.321	-0.085	-5.524	35.139	-0.563	-0.460	-0.324	-0.087	0.124	0.547	-0.200	-0.583	-0.563
34	33976.990	1.371	-33967.258	-0.051	-5.355	35.840	-0.568	-0.460	-0.333	-0.054	0.074	0.515	-0.259	-0.576	-0.569
35	34277.123	2.121	-34253.635	0.024	-5.228	36.529	-0.573	-0.460	-0.341	0.027	-0.034	0.433	-0.375	-0.573	-0.572

ANEXO 4 RESULTADOS MIDAS CIVIL: FUERZAS INTERNA DE LA DOVELA

Fuerzas en la mitad de la dovela						
Dovela	Axial	Cortante Y [KN]	Cortante Z [KN]	Torsión [KN*m]	Momento Y [KN*m]	Momento Z [KN*m]
1	-31111.4	-671.4	1032.1	-1269.0	-31891.0	-22858.2
2	-30816.9	-665.0	676.5	-849.5	-31863.1	-20769.8
3	-30523.2	-658.6	-593.9	1030.7	-30652.7	-18687.6
4	-30229.1	-652.1	-1020.4	1310.4	-28273.4	-16610.6
5	-29933.0	-645.7	-1480.5	1606.6	-25343.6	-14537.9
6	-29633.2	-639.3	-1975.9	1879.3	-21494.6	-12469.0
7	-29327.7	-632.8	-2508.9	2265.2	25149.3	-10403.3
8	-29015.14	-626.4	-3077.76	2599.34	32901.83	-8398.45
9	-26619.7	-670.1	1818.3	3535.5	27320.4	-6533.4
10	-26473.4	-663.7	1274.6	3751.8	23301.1	-4408.3
11	-26323.9	-657.3	694.4	3890.6	-22117.1	-2338.6
12	-26168.8	-650.8	-561.6	3944.0	-22714.7	2054.2
13	-26005.1	-644.4	-1225.8	3904.6	23057.5	3464.8
14	-25830.4	-638.0	-1915.9	3766.5	27740.1	5248.8
15	-25642.74	-631.54	-2626.34	3525.33	34647.57	7290.33
16	-24976.6	-349.1	1763.1	2112.1	28231.8	7690.8
17	-24991.0	-342.6	1034.5	2018.1	24087.1	7774.3
18	-25000.9	-336.2	295.9	1864.4	22472.2	7916.8
19	-25003.5	-329.8	-1016.4	-1757.0	24043.7	8253.3
20	-24995.5	-323.3	-1745.6	-1864.9	28132.9	8647.5
21	-25679.57	693.35	2691.48	-3642.7	34506.27	8616.85
22	-25881.2	699.8	1977.1	-3942.7	27392.2	6374.4
23	-26064.1	706.2	1283.1	-4128.6	22513.3	4113.2
24	-26235.7	712.7	614.6	-4204.9	-23440.8	2331.2
25	-26398.3	719.1	-641.0	-4178.1	-23005.0	-1859.2
26	-26555.0	725.5	-1226.9	-4056.3	22242.8	-4102.9
27	-26708.0	732.0	-1780.3	-3848.0	26120.5	-6434.2
28	-29048.04	660.4	2956.79	-2659.34	31629.9	-8382.82
29	-29366.2	666.8	2384.6	-2323.9	24264.1	-10496.4
30	-29672.5	673.3	1848.1	-1932.9	-21960.3	-12670.7
31	-29973.0	679.7	1349.0	-1624.2	-25410.3	-14847.9
32	-30269.8	686.1	885.2	-1323.8	-27924.7	-17028.4
33	-30564.6	692.6	454.8	-1038.9	-29868.8	-19212.9
34	-30859.0	699.0	-820.0	842.9	-30631.3	-21402.1
35	-31154.3	705.4	-1180.0	1280.7	-30198.6	-23597.1

ANEXO 5 RESULTADOS MIDAS CIVIL: ESFUERZOS EN LA DOVELAS

Dovela	Axial [MPa]	Cortante Y [MPa]	Cortante Z [MPa]	Esfuerzos Combinados			
				(-Y,+Z) [MPa]	(+Y,+Z) [MPa]	(+Y,-Z) [MPa]	(-Y,-Z) [MPa]
1	-4.61	-0.0377	0.488	-9.090	-7.740	-10.400	-11.500
2	-4.57	-0.0373	0.32	-8.480	-7.280	-10.400	-11.500
3	-4.52	-0.037	-0.281	-8.080	-7.040	-10.200	-11.200
4	-4.48	-0.0366	-0.483	-7.920	-7.030	-9.830	-10.700
5	-4.43	-0.0362	-0.701	-8.030	-7.280	-9.230	-10.000
6	-4.39	-0.0359	-0.935	-8.490	-7.870	-8.370	-9.040
7	-4.34	-0.0355	-1.19	-9.330	-8.840	-7.270	-7.840
8	-4.30	-0.0351	-1.46	-10.500	-10.200	-5.870	-6.340
9	-3.94	-0.0376	0.86	-9.040	-8.800	-6.620	-7.000
10	-3.92	-0.0372	0.603	-8.190	-8.050	-7.430	-7.690
11	-3.90	-0.0369	0.329	-7.690	-7.650	-7.930	-8.050
12	-3.88	-0.0365	-0.266	-7.630	-7.660	-8.090	-8.050
13	-3.85	-0.0362	-0.58	-8.030	-8.140	-7.880	-7.680
14	-3.83	-0.0358	-0.907	-8.840	-9.060	-7.300	-7.010
15	-3.80	-0.0354	-1.24	-10.100	-10.400	-6.380	-6.000
16	-3.70	-0.0196	0.834	-8.770	-9.140	-7.270	-6.860
17	-3.70	-0.0192	0.49	-8.010	-8.410	-7.840	-7.430
18	-3.70	-0.0189	0.14	-7.730	-8.150	-8.020	-7.610
19	-3.70	-0.0185	-0.481	-7.990	-8.420	-7.880	-7.480
20	-3.70	-0.0181	-0.826	-8.730	-9.170	-7.350	-6.950
21	-3.80	0.0389	1.27	-10.000	-10.500	-6.500	-6.120
22	-3.83	0.0393	0.936	-8.730	-9.070	-7.420	-7.170
23	-3.86	0.0396	0.607	-7.890	-8.110	-7.970	-7.830
24	-3.89	0.04	0.291	-7.470	-7.570	-8.240	-8.200
25	-3.91	0.0403	-0.303	-7.550	-7.460	-8.160	-8.180
26	-3.93	0.0407	-0.581	-8.040	-7.820	-7.710	-7.830
27	-3.96	0.0411	-0.842	-8.880	-8.530	-6.920	-7.150
28	-4.30	0.0371	1.4	-10.300	-9.890	-6.160	-6.510
29	-4.35	0.0374	1.13	-9.210	-8.660	-7.490	-7.970
30	-4.40	0.0378	0.875	-8.430	-7.780	-8.510	-9.110
31	-4.44	0.0381	0.638	-8.040	-7.290	-9.280	-10.000
32	-4.48	0.0385	0.419	-8.000	-7.140	-9.790	-10.700
33	-4.53	0.0389	0.215	-8.220	-7.260	-10.100	-11.100
34	-4.57	0.0392	-0.388	-8.680	-7.630	-10.200	-11.300
35	-4.62	0.0396	-0.558	-9.350	-8.200	-10.000	-11.400

ANEXO 6 RESULTADOS MIDAS CIVIL: COORDENADAS INICIALES, FINALES, DESPLAZAMIENTOS Y GIROS DE LOS NODOS DE LAS DOVELAS

Nodo	Desplazamientos y Giros													Xf	Yf	Zf	Giro [°]	
	Xo	Yo	Zo	DX [mm]	DY [mm]	DZ [mm]	RX (rad)	RY (rad)	RZ (rad)	Mag. [mm]	Rx [°]	RY [°]	RZ [°]					
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2473.86	0	1930.11	-0.47	-0.11	-0.54	0.000021	0.000207	-0.00004	0.73	0.001	0.012	-0.002	2473.39	-0.11	1929.57	0.012	0.012
3	4995.78	0	3796.96	-0.80	-0.36	-1.65	0.000045	0.000414	-0.000074	1.87	0.003	0.024	-0.004	4994.99	-0.36	3795.30	0.024	0.024
4	7566.90	0	5595.44	-0.92	-0.72	-3.33	0.000071	0.0006	-0.000101	3.53	0.004	0.034	-0.006	7565.98	-0.72	5592.11	0.035	0.035
5	10188.10	0	7320.08	1.38	-1.20	-5.51	0.0001	0.000744	-0.000121	5.81	0.006	0.043	-0.007	10189.48	-1.20	7314.57	0.044	0.044
6	12860.05	0	8964.97	2.39	-1.77	-8.08	0.000132	0.000824	-0.000138	8.61	0.008	0.047	-0.008	12862.44	-1.77	8956.89	0.048	0.048
7	15583.10	0	10523.80	3.42	-2.41	-10.85	0.000166	0.000814	-0.000151	11.63	0.010	0.047	-0.009	15586.51	-2.41	10512.94	0.048	0.048
8	18357.18	0	11989.83	4.30	-3.12	-13.54	0.000203	0.000697	-0.000159	14.55	0.012	0.040	-0.009	18361.48	-3.12	11976.29	0.043	0.043
9	21181.74	0	13356.04	4.69	-3.87	-15.40	0.000245	0.000534	-0.00016	16.56	0.014	0.031	-0.009	21186.43	-3.87	13340.64	0.035	0.035
10	24055.64	0	14615.11	4.63	-4.65	-16.33	0.000293	0.000463	-0.000152	17.60	0.017	0.027	-0.009	24060.27	-4.65	14598.77	0.033	0.033
11	26977.07	0	15759.54	4.42	-5.44	-17.00	0.000342	0.000455	-0.000142	18.39	0.020	0.026	-0.008	26981.49	-5.44	15742.53	0.034	0.034
12	29943.41	0	16781.86	4.16	-6.21	-17.69	0.000391	0.000477	-0.000128	19.21	0.022	0.027	-0.007	29947.57	-6.21	16764.16	0.036	0.036
13	32951.23	0	17674.70	3.90	-6.93	-18.46	0.00044	0.000503	-0.000114	20.10	0.025	0.029	-0.007	32955.13	-6.93	17656.24	0.039	0.039
14	35996.21	0	18431.13	3.63	-7.59	-19.65	0.000488	0.000504	-0.000097	21.38	0.028	0.029	-0.006	35999.84	-7.59	18411.48	0.041	0.041
15	39073.11	0	19044.81	3.32	-8.16	-20.89	0.000533	0.000448	-0.00008	22.68	0.031	0.026	-0.005	39076.43	-8.16	19023.91	0.040	0.040
16	42175.89	0	19510.25	2.88	-8.60	-21.32	0.000563	0.000314	-0.000064	23.17	0.032	0.018	-0.004	42178.77	-8.60	19488.92	0.037	0.037
17	45297.73	0	19823.09	2.39	-8.90	-20.95	0.000575	0.000238	-0.000053	22.89	0.033	0.014	-0.003	45300.12	-8.90	19802.14	0.036	0.036
18	48431.26	0	19980.30	1.93	-9.06	-20.51	0.000583	-0.000254	-0.000046	22.50	0.033	-0.015	-0.003	48433.20	-9.06	19959.79	0.037	0.037
19	51568.74	0	19980.30	1.53	-9.08	-20.42	0.000587	-0.000266	0.000041	22.40	0.034	-0.015	0.002	51570.27	-9.08	19959.88	0.037	0.037
20	54702.27	0	19823.09	-1.82	-8.98	-20.67	0.000589	-0.000298	0.000047	22.61	0.034	-0.017	0.003	54700.45	-8.98	19802.42	0.038	0.038
21	57824.11	0	19510.25	-2.29	-8.73	-20.85	0.000585	-0.000372	0.000056	22.72	0.034	-0.021	0.003	57821.82	-8.73	19489.40	0.040	0.040
22	60926.89	0	19044.81	-2.70	-8.32	-20.23	0.00056	-0.000503	0.000069	22.04	0.032	-0.029	0.004	60924.18	-8.32	19024.57	0.043	0.043
23	64003.79	0	18431.13	-2.98	-7.76	-18.81	0.000512	-0.000553	0.000088	20.57	0.029	-0.032	0.005	64000.81	-7.76	18412.32	0.043	0.043
24	67048.77	0	17674.70	-3.21	-7.10	-17.47	0.000462	-0.000543	0.000107	19.13	0.026	-0.031	0.006	67045.56	-7.10	17657.23	0.041	0.041
25	70056.59	0	16781.86	-3.44	-6.37	-16.59	0.00041	-0.000505	0.000124	18.10	0.023	-0.029	0.007	70053.15	-6.37	16765.27	0.038	0.038
26	73022.93	0	15759.54	-3.68	-5.59	-15.82	0.000357	-0.000468	0.00014	17.18	0.020	-0.027	0.008	73019.25	-5.59	15743.71	0.035	0.035
27	75944.36	0	14615.11	-3.88	-4.79	-15.13	0.000305	-0.00046	0.000153	16.33	0.017	-0.026	0.009	75940.48	-4.79	14599.98	0.033	0.033
28	78818.26	0	13356.04	-3.95	-3.99	-14.23	0.000253	-0.000511	0.000162	15.30	0.014	-0.029	0.009	78814.31	-3.99	13341.82	0.034	0.034
29	81642.82	0	11989.83	-3.61	-3.21	-12.47	0.000209	-0.000653	0.000163	13.37	0.012	-0.037	0.009	81639.21	-3.21	11977.37	0.040	0.040
30	84416.90	0	10523.80	-2.82	-2.49	-9.94	0.000171	-0.000755	0.000154	10.62	0.010	-0.043	0.009	84414.09	-2.49	10513.86	0.045	0.045
31	87139.95	0	8964.97	-1.90	-1.82	-7.36	0.000136	-0.000757	0.000141	7.82	0.008	-0.043	0.008	87138.05	-1.82	8957.61	0.045	0.045
32	89811.90	0	7320.08	1.21	-1.24	-4.99	0.000103	-0.000676	0.000124	5.28	0.006	-0.039	0.007	89813.11	-1.24	7315.10	0.040	0.040
33	92433.10	0	5595.44	1.16	-0.75	-2.99	0.000073	-0.000538	0.000103	3.30	0.004	-0.031	0.006	92434.27	-0.75	5592.44	0.032	0.032
34	95004.22	0	3796.96	0.92	-0.37	-1.48	0.000046	-0.000365	0.000076	1.78	0.003	-0.021	0.004	95005.14	-0.37	3795.48	0.022	0.022
35	97526.14	0	1930.11	0.51	-0.12	-0.49	0.000022	-0.000179	0.000042	0.72	0.001	-0.010	0.002	97526.66	-0.12	1929.62	0.011	0.011
36	100000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100000	0	0	0	0

**ANEXO 7 RESULTADOS MIDAS CIVIL: LONGITUD INICIAL, LONGITUD FINAL
Y DEFORMACION DE LAS DOVELAS**

Deformacion Axial			
Dovela	Lo [mm]	Lf [mm]	Deformación [mm]
1	3137.72	3137.01	-0.71
2	3137.71	3136.79	-0.92
3	3137.70	3136.64	-1.06
4	3137.69	3138.41	0.73
5	3137.67	3137.19	-0.49
6	3137.66	3137.18	-0.48
7	3137.64	3137.16	-0.48
8	3137.62	3137.17	-0.46
9	3137.61	3137.18	-0.43
10	3137.58	3137.15	-0.44
11	3137.56	3137.09	-0.47
12	3137.54	3137.07	-0.47
13	3137.52	3136.98	-0.54
14	3137.51	3136.95	-0.55
15	3137.49	3137.00	-0.50
16	3137.48	3137.03	-0.45
17	3137.47	3137.04	-0.43
18	3137.47	3137.07	-0.40
19	3137.47	3134.14	-3.33
20	3137.48	3137.03	-0.45
21	3137.49	3136.99	-0.50
22	3137.51	3136.95	-0.55
23	3137.52	3136.98	-0.54
24	3137.54	3137.07	-0.47
25	3137.56	3137.09	-0.47
26	3137.58	3137.15	-0.44
27	3137.61	3137.18	-0.43
28	3137.62	3137.17	-0.46
29	3137.64	3137.16	-0.48
30	3137.66	3137.18	-0.48
31	3137.67	3139.08	1.40
32	3137.69	3136.56	-1.13
33	3137.70	3136.64	-1.06
34	3137.71	3136.79	-0.92
35	3137.72	3137.01	-0.71