

SISTEMA DE CONTROL ÓPTIMO PARA UNA MESA SÍSMICA UNIAXIAL

JOSÉ LUIS SARMIENTO RAMOS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2019

SISTEMA DE CONTROL ÓPTIMO PARA UNA MESA SÍSMICA UNIAXIAL

JOSÉ LUIS SARMIENTO RAMOS

Trabajo de Grado para optar al título de
Magíster en Ingeniería Mecánica

Director

Carlos Borrás Pinilla

Ph. D., M. Sc. Ingeniería Mecánica

Co-director

Rodolfo Villamizar Mejía

Ph. D., M. Sc. Ingeniería Electrónica

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2019

DEDICATORIA

A mi mamá, mi inspiración.

A mi papá, mi apoyo incondicional.

A mis hermanas, mis ángeles.

A Valentina, mi amor.

Y a Dios, mi fuente de conocimiento.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres por su infinito apoyo en todas las etapas de mi formación como persona, ingeniero e investigador.

A la Universidad Industrial de Santander, Escuela de Ingeniería Mecánica, grupo de investigación DICBoT y grupo de investigación INME por contribuir al desarrollo de mi formación como Magíster y de este proyecto de investigación.

Y al director, Carlos Borrás. Ph. D., M. Sc., y co-director, Rodolfo Villamizar. Ph. D., M. Sc., por su tiempo, dedicación y por compartir sus experiencias y conocimientos para el desarrollo de este proyecto de investigación.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	19
1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN	20
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	20
1.2. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	21
1.3. HIPÓTESIS	21
1.4. JUSTIFICACIÓN	21
1.5. OBJETIVOS	22
1.5.1. Objetivo general	22
1.5.2. Objetivos específicos	22
2. MESA SÍSMICA	23
2.1. ELEMENTOS DE LA MESA SÍSMICA	24
2.1.1. Plataforma móvil, sistema de deslizamiento y bastidor	24
2.1.2. Unidad de potencia hidráulica	25
2.1.3. Unidad de acumulador	25
2.1.4. Actuador hidráulico	26
2.1.5. Servoválvula	26
2.1.6. Sensor de posición	26
2.1.7. Sensor de aceleración	26
2.1.8. Tarjeta de control y adquisición de datos	27
2.2. CONFIGURACIÓN DE MONTAJE DE LA MESA SÍSMICA	28
2.2.1. Circuito hidráulico	28
2.2.2. Circuito de control	28

2.3. CALIBRACIÓN DE LOS SENSORES	30
2.3.1. Calibración del sensor de posición	30
2.3.2. Calibración del sensor de aceleración	31
3. REGISTROS SÍSMICOS	35
3.1. ADECUACIÓN DE LOS REGISTROS SÍSMICOS	35
4. MODELO DINÁMICO	38
4.1. MODELO TEÓRICO	38
4.1.1. Análisis del actuador	38
4.1.2. Análisis de la servoválvula	40
4.1.3. Representación en espacio de estados	41
4.2. MODELO EXPERIMENTAL	43
4.3. ANÁLISIS DEL MODELO	59
4.3.1. Diagrama de polos y ceros	59
4.3.2. Diagrama de Bode	60
4.3.3. Controlabilidad	61
4.3.4. Observabilidad	62
5. DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL	63
5.1. GENERADOR DE COMANDO	63
5.2. SISTEMA DE REALIMENTACIÓN	64
5.2.1. Regulador lineal cuadrático (LQR)	65
5.2.2. Control lineal cuadrático integral (LQI)	66
5.2.3. Seguidor lineal cuadrático (LQT)	69
5.2.4. Variación del LQT (LQT_{β})	71
5.3. OBSERVADOR	72
5.4. ESTRUCTURA GENERAL	73

6. IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL	75
6.1. DESARROLLO DEL SISTEMA DE CONTROL EN MATLAB® Y SIMULINK®	75
6.2. TIEMPO DE MUESTREO	80
6.3. SINTONIZACIÓN	81
7. EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL	84
7.1. ANÁLISIS DE REPRODUCCIÓN	84
7.1.1. Reproducción de la aceleración	85
7.1.2. Reproducción del desplazamiento	93
7.2. ANÁLISIS DE REPETIBILIDAD	101
7.2.1. Repetibilidad de la aceleración	102
7.2.2. Repetibilidad del desplazamiento	105
7.3. ANÁLISIS DE CONSUMO DE ENERGÍA	108
7.4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	111
8. CONCLUSIONES	114
9. TRABAJO FUTURO	116
10. APORTES	118
BIBLIOGRAFÍA	119
ANEXOS	175

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Mesa sísmica del grupo de investigación DICBoT - UIS.	23
Figura 2. Plataforma móvil, sistema de deslizamiento y bastidor.	25
Figura 3. Unidad de potencia hidráulica MTS y unidad de acumulador.	25
Figura 4. Cilindro hidráulico Parker y servoválvula MTS.	26
Figura 5. LVDT Trans-Tek y acondicionador de señal.	27
Figura 6. Acelerómetro PCB y amplificador.	27
Figura 7. Tarjeta de control y adquisición de datos Quanser Q8-USB.	28
Figura 8. Circuito hidráulico de la mesa sísmica DICBoT - UIS.	29
Figura 9. Circuito de control de la mesa sísmica DICBoT - UIS.	30
Figura 10. Modelo de Simulink® para la caracterización del LVDT.	31
Figura 11. Gráfica de caracterización del LVDT.	31
Figura 12. Modelo de Simulink® para la caracterización del LVDT.	32
Figura 13. (a) Aceleración enviada y (b) lectura de voltaje del acelerómetro.	32
Figura 14. Pruebas de calibración de señal sinusoidal de 1 m/s^2 .	33
Figura 15. Pruebas de calibración de señal sinusoidal de 1.5 m/s^2 .	34
Figura 16. Sismo de El Centro.	36
Figura 17. Sismo de El Centro filtrado.	37
Figura 18. Esquema de la mesa sísmica.	38
Figura 19. Diagrama de flujo del proceso de identificación.	44
Figura 20. Modelo de Simulink® para la identificación.	48
Figura 21. (a) Señal de excitación y (b) respuesta de la mesa sísmica.	48
Figura 22. Respuesta depurada de la mesa sísmica.	49

Figura 23.	Identificación con las señales chirp.	53
Figura 24.	Identificación con las señales chirp en el rango de 0 a 15 Hz .	54
Figura 25.	Señales de validación de onda cuadrada.	56
Figura 26.	Señales de validación de escalón continuo.	56
Figura 27.	Validación con onda cuadrada.	57
Figura 28.	Validación con escalón continuo.	58
Figura 29.	Diagrama de polos y ceros del modelo experimental.	60
Figura 30.	Diagrama de Bode del modelo experimental.	61
Figura 31.	Diagrama de bloques del generador de comando.	64
Figura 32.	Diagrama de bloques del control LQR.	66
Figura 33.	Diagrama de bloques de la estructura del control LQI, LQT y LQT β .	67
Figura 34.	Estructura de sistema de realimentación LQR.	73
Figura 35.	Estructura de sistemas de realimentación LQI, LQT y LQT β .	74
Figura 36.	Diagrama de flujo del algoritmo de control.	76
Figura 37.	Bloques de entrada del sismo y generador de comando.	77
Figura 38.	Bloques internos del generador de comando.	77
Figura 39.	Bloques del control LQR.	78
Figura 40.	Bloques del control LQI, LQT y LQT β .	78
Figura 41.	Bloques de lectura de los sensores	79
Figura 42.	Bloques de posicionamiento inicial.	80
Figura 43.	Seguimiento de la aceleración del sismo de El Centro.	86
Figura 44.	Vista ampliada del seguimiento de aceleración de El Centro.	87
Figura 45.	Error de seguimiento de la aceleración del sismo de El Centro.	88
Figura 46.	Vista ampliada del error de aceleración de El Centro.	89
Figura 47.	PSD del seguimiento de la aceleración del sismo de El Centro.	90
Figura 48.	Seguimiento del desplazamiento del sismo de El Centro.	94

Figura 49.	Vista ampliada del seguimiento del desplazamiento de El Centro.	95
Figura 50.	Error de seguimiento del desplazamiento del sismo de El Centro.	96
Figura 51.	Vista ampliada del error del desplazamiento de El Centro.	97
Figura 52.	PSD del seguimiento del desplazamiento del sismo de El Centro.	98
Figura 53.	Repetibilidad de la aceleración del sismo de El Centro.	103
Figura 54.	Vista ampliada de la repetibilidad de aceleración de El Centro.	104
Figura 55.	Repetibilidad del desplazamiento del sismo de El Centro.	106
Figura 56.	Vista ampliada de la repetibilidad del desplazamiento de El Centro.	107
Figura 57.	Señal de control para el sismo de El Centro.	108
Figura 58.	Vista ampliada de la señal de control para el sismo de El Centro.	109
Figura 59.	Índice de consumo de energía para el sismo de El Centro	110
Figura 60.	Mesa sísmica de la Universidad de Washington.	116
Figura 61.	Mesa sísmica de Harbin Institute of Technology	117
Figura 62.	Mesa sísmica 6 DOF de China IWHR.	117
Figura 63.	Seguimiento de la aceleración del sismo de Coalinga.	127
Figura 64.	Vista ampliada del seguimiento de aceleración de Coalinga.	128
Figura 65.	Error de seguimiento de la aceleración del sismo de Coalinga.	129
Figura 66.	Vista ampliada del error de aceleración de Coalinga.	130
Figura 67.	PSD del seguimiento de la aceleración del sismo de Coalinga.	131
Figura 68.	Seguimiento de la aceleración del sismo de Loma Prieta.	132
Figura 69.	Vista ampliada del seguimiento de aceleración de Loma Prieta.	133
Figura 70.	Error de seguimiento de la aceleración del sismo de Loma Prieta.	134
Figura 71.	Vista ampliada del error de aceleración de Loma Prieta.	135
Figura 72.	PSD del seguimiento de la aceleración del sismo de Loma Prieta.	136
Figura 73.	Seguimiento de la aceleración del sismo de Palm Springs.	137
Figura 74.	Vista ampliada del seguimiento de aceleración de Palm Springs.	138
Figura 75.	Error de seguimiento de la aceleración del sismo de Palm Springs.	139

Figura 76.	Vista ampliada del error de aceleración de Palm Springs.	140
Figura 77.	PSD del seguimiento de la aceleración del sismo de Palm Springs.	141
Figura 78.	Seguimiento del desplazamiento del sismo de Coalinga.	142
Figura 79.	Vista ampliada del seguimiento del desplazamiento de Coalinga.	143
Figura 80.	Error de seguimiento del desplazamiento del sismo de Coalinga.	144
Figura 81.	Vista ampliada del error del desplazamiento de Coalinga.	145
Figura 82.	PSD del seguimiento del desplazamiento del sismo de Coalinga.	146
Figura 83.	Seguimiento del desplazamiento del sismo de Loma Prieta.	147
Figura 84.	Vista ampliada del seguimiento del desplazamiento de Loma Prieta.	148
Figura 85.	Error de seguimiento del desplazamiento del sismo de Loma Prieta.	149
Figura 86.	Vista ampliada del error del desplazamiento de Loma Prieta.	150
Figura 87.	PSD del seguimiento del desplazamiento del sismo de Loma Prieta.	151
Figura 88.	Seguimiento del desplazamiento del sismo de Palm Springs.	152
Figura 89.	Vista ampliada del seguimiento del desplazamiento de Palm Springs.	153
Figura 90.	Error de seguimiento del desplazamiento del sismo de Palm Springs.	154
Figura 91.	Vista ampliada del error del desplazamiento de Palm Springs.	155
Figura 92.	PSD del seguimiento del desplazamiento del sismo de Palm Springs.	156
Figura 93.	Repetibilidad de la aceleración del sismo de Coalinga.	158
Figura 94.	Vista ampliada de repetibilidad de aceleración de Coalinga.	159
Figura 95.	Repetibilidad de la aceleración del sismo de Loma Prieta.	160
Figura 96.	Vista ampliada de repetibilidad de aceleración de Loma Prieta.	161
Figura 97.	Repetibilidad de la aceleración del sismo de Palm Springs.	162
Figura 98.	Vista ampliada de aceleración de Palm Springs.	163
Figura 99.	Repetibilidad del desplazamiento del sismo de Coalinga.	164
Figura 100.	Vista ampliada de repetibilidad de desplazamiento de Coalinga.	165
Figura 101.	Repetibilidad del desplazamiento del sismo de Palm Springs.	166
Figura 102.	Vista ampliada de repetibilidad de desplazamiento de Loma Prieta.	167

Figura 103. Repetibilidad del desplazamiento del sismo de Palm Springs.	168
Figura 104. Vista ampliada de repetibilidad de desplazamiento de Palm Springs.	169
Figura 105. Señal de control para el sismo de Coalinga.	170
Figura 106. Vista ampliada de señal de control para sismo de Coalinga.	170
Figura 107. Señal de control para el sismo de Loma Prieta.	171
Figura 108. Vista ampliada de señal de control para sismo de Loma Prieta.	171
Figura 109. Señal de control para el sismo de Palm Springs.	172
Figura 110. Vista ampliada de señal de control para sismo de Palm Springs.	172
Figura 111. Índice de consumo de energía para el sismo de Coalinga.	173
Figura 112. Índice de consumo de energía para el sismo de Loma Prieta.	173
Figura 113. Índice de consumo de energía para el sismo de Palm Springs.	174
Figura 114. Estructura general para sistema de realimentación LQR.	176
Figura 115. Bloques de comparación y construcción de la señal de control.	176

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Especificaciones de la mesa sísmica DICBoT-UIS.	24
Tabla 2. Parámetros físicos obtenidos de catálogos de los fabricantes.	46
Tabla 3. Parámetros físicos medidos y calculados de la mesa sísmica.	46
Tabla 4. Parámetros obtenidos a partir de otros trabajos.	46
Tabla 5. Parámetros simplificados pre-estimados.	47
Tabla 6. Ajuste de los modelos para las señales de excitación.	53
Tabla 7. Ajuste de los modelos en el rango de 0 a 15[Hz].	54
Tabla 8. Ajuste de los modelos para las señales de onda cuadrada.	57
Tabla 9. Ajuste de los modelos para las señales de escalón continuo.	58
Tabla 10. Parámetros simplificados estimados.	59
Tabla 11. Errores de la aceleración en el dominio del tiempo.	91
Tabla 12. Errores de la aceleración en el dominio de la frecuencia.	92
Tabla 13. Errores promedio de la aceleración.	92
Tabla 14. Errores del desplazamiento en el dominio del tiempo.	99
Tabla 15. Errores del desplazamiento en el dominio de la frecuencia.	100
Tabla 16. Errores promedio del desplazamiento.	100
Tabla 17. Repetibilidad de la aceleración para los diferentes controladores.	102
Tabla 18. Repetibilidad del desplazamiento para los diferentes controladores.	105
Tabla 19. Área bajo la curva de la señal de control.	109
Tabla 20. Reducción del consumo de energía.	111

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A. Resultados de los sismos Coalinga, Loma Prieta y Palm Springs	126
Anexo B. Diseño, implementación y sintonización del control PID	175

RESUMEN

TÍTULO: SISTEMA DE CONTROL ÓPTIMO PARA UNA MESA SÍSMICA UNIAXIAL *

AUTOR: JOSÉ LUIS SARMIENTO RAMOS **

PALABRAS CLAVE: MESA SÍSMICA HIDRÁULICA UNIAXIAL, CONTROL BASADO EN FORMULACIÓN LQR, LQR, LQI, LQT, LQT_{β} , PID.

DESCRIPCIÓN:

El presente proyecto de investigación presenta el modelado dinámico y matemático, la identificación de sistema, y el diseño e implementación de cuatro sistemas de control basados en la formulación LQR para la mesa sísmica hidráulica uniaxial del grupo de investigación DICBoT de la Universidad Industrial de Santander. El modelo dinámico y matemático fue obtenido usando ecuaciones diferenciales basadas en la teoría de la hidráulica y las leyes físicas, y sus parámetros desconocidos fueron estimados usando el método grey-box model identification cuando el sistema fue excitado con una señal chirp. Se diseñó un sistema de control para el seguimiento de señales sísmicas de aceleración y desplazamiento compuesto por un generador de comando, un sistema de realimentación y un observador. Se investigaron cuatro sistemas de realimentación basados en la formulación LQR: la adaptación del regulador lineal cuadrático (LQR) para servosistemas, el control lineal cuadrático integral (LQI), el seguidor lineal cuadrático (LQT) y una variación del LQT, llamada en este trabajo LQT_{β} . Los sistemas de control propuestos fueron implementados en la mesa sísmica del grupo de investigación DICBOT y evaluados en términos de reproducción de la aceleración y el desplazamiento, repetibilidad de la aceleración y desplazamiento, y consumo de energía; los resultados fueron contrastados con un control PID convencional.

* Tesis de Maestría

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: Carlos Borrás Pinilla, Ph. D., M. Sc. Co-director: Rodolfo Villamizar Mejía, Ph. D., M. Sc.

ABSTRACT

TÍTULO: OPTIMAL CONTROL SYSTEM FOR AN UNAXIAL SEISMIC SHAKE TABLE *

AUTHOR: JOSÉ LUIS SARMIENTO RAMOS **

KEYWORDS: HYDRAULIC UNIAXIAL SEISMIC SHAKE TABLE, LQR-BASED CONTROL, LQR, LQI, LQT, LQT_{β} , PID.

DESCRIPTION:

This research project presents the dynamic and mathematical modeling, system identification, and the design and implementation of four control systems based on LQR formulation for the hydraulic uniaxial seismic shake table of DICBoT research group of Universidad Industrial de Santander. The dynamic and mathematical model was obtained using differential equations based on hydraulic theory and physical laws, and its unknown parameters were estimated using the grey-box model identification method when the system was excited with a chirp signal. The control system was designed to track seismic acceleration and displacement signals and was composed of a command generator, a feedback system and an observer. Four feedback systems based on LQR formulation were investigated: the adaptation of the linear quadratic regulator (LQR) for servo systems, the linear quadratic integral control (LQI), the linear quadratic tracker (LQT) and a variation of the LQT, called in this work LQT_{β} . The proposed control systems were implemented in the seismic table of DICBOT research group and evaluated in terms of reproduction of acceleration and displacement, repeatability of acceleration and displacement, and energy consumption; the results were compared with a conventional PID control.

* Master Thesis

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: Carlos Borrás Pinilla, Ph. D., M. Sc. Co-director: Rodolfo Villamizar Mejía, Ph. D., M. Sc.

INTRODUCCIÓN

La actividad sísmica a nivel mundial le ha otorgado a los ingenieros la responsabilidad de estudiar, analizar y comprender los fenómenos sismológicos para desarrollar estructuras más resistentes y menos vulnerables a terremotos con el fin de salvar el mayor número de vidas humanas posible durante una catástrofe de esta naturaleza.

Las mesas sísmicas son una de las herramientas desarrolladas en conjunto por ingenieros mecánicos, civiles y electrónicos para estudiar el comportamiento dinámico de estructuras sometidas a terremotos ¹. El principal objetivo de una mesa sísmica es reproducir aceleraciones de referencia de sismos sobre estructuras de ensayo ².

Existen tres tipos de mesas sísmicas según su diseño y funcionamiento: mecánicas, electromagnéticas e hidráulicas. Las mesas sísmicas hidráulicas son las más populares a nivel mundial ya que permiten una mayor capacidad de carga, un mayor rango de frecuencia y una mayor amplitud. Su versatilidad está en que la frecuencia y la amplitud pueden ser variadas durante la ejecución.

En las mesas sísmicas hidráulicas el movimiento se genera gracias a un cilindro hidráulico comandado por una servoválvula. El sistema de control le da la orden a la servoválvula, para permitir el flujo, mover el cilindro y reproducir una aceleración de referencia sobre la plataforma de la mesa sísmica.

¹ Mauricio BERNAL, Jorge APONTE y Julián CARRILLO. "Sistemas de control para mesas vibratorias: una revisión crítica". En: *Ingeniería y Desarrollo* 33.2 (2015), págs. 331-356.

² R. T. SEVERN, D. P. STOTEN e Y. TAGAWA. "The Contribution of Shaking Tables to Earthquake Engineering". En: *15th World Conference on Earthquake Engineering*. Lisboa, Portugal, 2012.

1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El control de la aceleración es extremadamente complicado debido a las no linealidades inherentes a los sistemas servohidráulicos ³ y a la existencia de un modo inestable e inobservable en la medición de esta variable ⁴. El no poder controlar directamente la aceleración por realimentación hace que los controladores no sean altamente precisos y tolerantes a perturbaciones ⁴.

La pérdida de precisión en la reproducción de la aceleración de referencia y la baja tolerancia a perturbaciones disminuye el desempeño de una mesa sísmica y no garantiza la confiabilidad y repetibilidad de los resultados para el estudio e investigación de tecnologías sísmicas, dinámica y control estructural ⁵.

El grupo de investigación DICBoT cuenta con una mesa sísmica hidráulica uniaxial ubicada en el Laboratorio de Dinámica y Control Estructural del edificio Álvaro Beltrán Pinzón de la Universidad Industrial de Santander. Actualmente la mesa sísmica únicamente cuenta con un control PID para la posición y se necesita desarrollar e implementar un sistema de control que permita reproducir señales de aceleración

³ Carlos BORRÁS PINILLA, José L. SARMIENTO y Juan F. ORTIZ. "Modelo dinámico y diseño de estrategias de control para un actuador no lineal hidráulico". En: *XI Congreso Colombiano de Métodos Numéricos (CCMN 2017)*. Bucaramanga, Colombia, 2017, págs. 1-9.

⁴ N NAKATA. "High-Fidelity Model-Based Acceleration Control of Shake Tables". En: *15th World Conference on Earthquake Engineering*. Lisboa, Portugal, 2012.

⁵ J. KUEHN, D. EPP y W. N. PATTEN. "High-Fidelity Control of a Seismic Shake Table". En: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 28.5 (1999), págs. 1235-1254.

de sismos con alta fidelidad para brindarle a la universidad una herramienta funcional para la investigación en diferentes áreas de la ingeniería civil, mecánica y metalúrgica.

1.2. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué características dinámicas tendrá un sistema de control óptimo para la reproducción de señales sísmicas de aceleración y desplazamiento en una mesa sísmica hidráulica uniaxial?

1.3. HIPÓTESIS

El sistema de control óptimo permitirá reproducir señales sísmicas de aceleración y desplazamiento con un error medio cuadrático menor o igual al 25 % y 5 % respectivamente en magnitud y fase en el rango de frecuencia entre 1 y 15[Hz] en la mesa sísmica hidráulica uniaxial del grupo de investigación DICBoT.

1.4. JUSTIFICACIÓN

Con el desarrollo de este proyecto de investigación se busca brindarle a la Universidad Industrial de Santander una herramienta con la capacidad de reproducir señales sísmicas con alta precisión y fidelidad. Esta herramienta pretende incentivar la investigación en diferentes áreas de la ingeniería civil, mecánica y metalúrgica como la dinámica estructural, el control estructural (activo, semi-activo y pasivo), el diseño de estructuras sismorresistentes y el desarrollo de nuevos materiales.

A largo plazo se busca que esta herramienta pueda utilizarse para labores de extensión e investigación a nivel local y nacional satisfaciendo las necesidades de empresas e instituciones de ingeniería y construcción civil.

Por otro lado se busca incentivar la investigación institucional, local y nacional en sistemas de control moderno y avanzados aplicados a la reproducción de señales de aceleración en mesas sísmicas.

1.5. OBJETIVOS

1.5.1. Objetivo general

- Desarrollar un sistema de control óptimo para la reproducción de señales sísmicas de aceleración y desplazamiento en la mesa sísmica uniaxial del grupo de investigación DICBoT de la Universidad Industrial de Santander.

1.5.2. Objetivos específicos

- Diseñar un sistema de control óptimo (LQR) con observador para la reproducción de señales sísmicas de aceleración y desplazamiento con un error medio cuadrático menor o igual al 25 % y 5 % respectivamente en magnitud y fase en el rango de frecuencia de $1 - 15[Hz]$.
- Implementar experimentalmente el sistema de control óptimo (LQR) con observador en la mesa sísmica uniaxial del grupo de investigación DICBoT.
- Evaluar experimentalmente el desempeño del sistema de control óptimo (LQR) con observador en términos de reproducción y repetibilidad de la aceleración y del desplazamiento en la mesa sísmica uniaxial del grupo de investigación DICBoT.

2. MESA SÍSMICA

La mesa sísmica hidráulica uniaxial del grupo de investigación DICBoT se encuentra ubicada en el Laboratorio de Dinámica y Control Estructural del edificio Álvaro Beltrán Pinzón de la Universidad Industrial de Santander. Es el resultado de dos trabajos de grado de la Escuela de Ingeniería Mecánica. En el primero se diseñó y construyó la mesa sísmica ⁶, y en el segundo se realizó el modelo dinámico del sistema y se diseñó e implementó un control de posición ⁷.

Figura 1. Mesa sísmica del grupo de investigación DICBoT - UIS.



Las especificaciones técnicas de la mesa sísmica se encuentran resumidas en la tabla 1 y se definen por su tipo de movimiento, dimensiones, capacidad de carga, rango de frecuencia, desplazamiento, velocidad y aceleración máxima.

⁶ J. C. CLAVIJO y L. R. RAMÍREZ. "Diseño, modelamiento y simulación de una mesa sísmica unidireccional hidráulica". Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander, 2011, pág. 122.

⁷ G.T. TORRES y P. D. RODRÍGUEZ. "Diseño y desarrollo de un sistema de control de posición y velocidad de una mesa sísmica". Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander, 2014, pág. 159.

Tabla 1. Especificaciones de la mesa sísmica DICBoT - UIS.

Especificación	Valor	Unidad
Área de carga	0.9×1.1	$[m]$
Capacidad de carga	300	$[kg]$
Recorrido máximo	25	$[cm]$
Velocidad máxima	39	$[cm/s]$
Aceleración máxima	2	$[g]$
Rango de frecuencia	0 – 50	$[Hz]$
Tipo de movimiento	Uniaxial	–

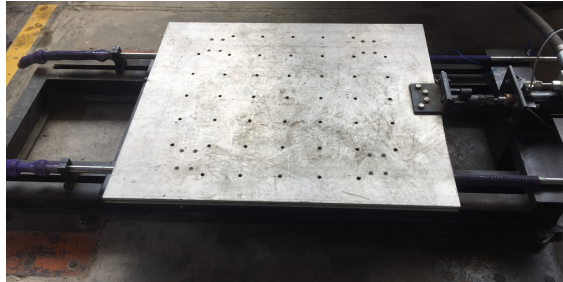
Fuente: TORRES, G. T. y RODRÍGUEZ, P. D. "Diseño y desarrollo de un sistema de control de posición y velocidad de una mesa sísmica". Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander, 2014, pág. 159.

2.1. ELEMENTOS DE LA MESA SÍSMICA

La mesa sísmica se compone de elementos de tipo mecánico como la plataforma móvil, el sistema de deslizamiento y el bastidor; elementos de tipo hidráulico como la unidad de potencia, la unidad de acumulador, el actuador y la servoválvula; y elementos de control como el sensor de posición, el sensor de aceleración y la tarjeta de control y adquisición de datos.

2.1.1. Plataforma móvil, sistema de deslizamiento y bastidor La plataforma móvil está construida en lámina de aluminio 1100 de $0.9[m] \times 1.1[m]$ y de $25[mm]$ de espesor. Posee una matriz de agujeros para anclar los modelos de ensayo con tornillos de $1/2[pulg]$. Se encuentra soportada sobre el bastidor por medio de un conjunto de cuatro rodamientos lineales de alta precisión y baja fricción Thompson XR-48-OPN montados sobre dos ejes de acero cromados sujetos al bastidor. El bastidor es un marco rectangular de $0.8[m] \times 2[m]$ construido en acero A36 perfil IPE 120 con un soporte en forma de pie de amigo para montar el actuador hidráulico. Todo el conjunto se encuentra anclado y reforzado con lámina HR de $1/2[pulg]$.

Figura 2. Plataforma móvil, sistema de deslizamiento y bastidor.



2.1.2. Unidad de potencia hidráulica MTS 505G2.11 compuesta por un motor eléctrico de $25[Hp]$, una bomba de pistones axiales de desplazamiento variable compensada por presión de $11[gpm]$ de caudal nominal y $3000[psi]$ de presión máxima de operación, un manifold de control con electroválvula para la selección de niveles de presión, una válvula de seguridad simple ajustada a $3250[psi]$, un tanque con capacidad de $46[gal]$, manómetros, indicador de temperatura, filtro de retorno e intercambiador de calor conectado a la torre de enfriamiento del laboratorio.

2.1.3. Unidad de acumulador Manifold hidráulico MTS 293.11A – 02 compuesto por un filtro de presión, electroválvula direccional de 2 vías y 2 posiciones, manómetro y acumulador de pistón MTS A2.5N005817ES de $58[in^3]$ de capacidad y $4000[psi]$ de presión máxima de operación.

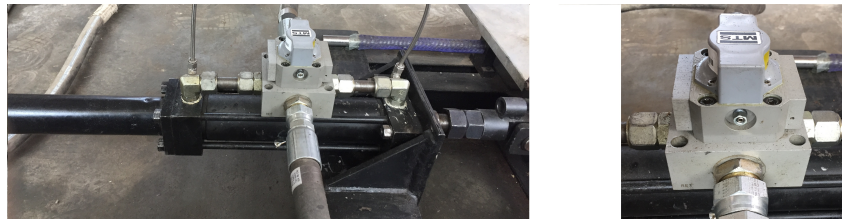
Figura 3. Unidad de potencia hidráulica MTS 505G2.11 y unidad de acumulador.



2.1.4. Actuador hidráulico Cilindro Parker dinámico serie 2H de doble vástago de diámetro de pistón de 2.5[pulg], diámetro de vástago de 1.75[pulg], carrera de 10[pulg]. y presión máxima de operación de 3050[psi].

2.1.5. Servoválvula MTS 252.24G-04 de dos etapas, cuatro vías y alto desempeño dinámico. Posee un índice de flujo de 10[gpm] a una caída de presión de 1000[psi] a través de la válvula, presión máxima de operación de 4500[psi] y frecuencia natural de 200[Hz]. Cuenta con un servoamplificador, alimentado por una fuente de $\pm 24[V]$, que consta de un preamplificador que realiza la función de convertor de impedancia y un amplificador que convierte la señal de voltaje del preamplificador en una señal de corriente para la conexión en paralelo de las bobinas de la servoválvula (corriente nominal de $\pm 50[mA]$).

Figura 4. Cilindro hidráulico Parker serie 2H y servoválvula MTS 252.24G - 04.



2.1.6. Sensor de posición LVDT Trans-Tek 0220 de $\pm 5[pulg]$ de rango y no linealidad $\leq 0.25\%$. Cuenta con un acondicionador de señal Trans-Tek 1000 - 0012 K9, alimentado por una fuente de $\pm 12[V]$ que permite un voltaje de salida de 0 - 10[V].

2.1.7. Sensor de aceleración Acelerómetro piezoeléctrico PCB 352C33 ICP de $\pm 50[g]$ de rango, sensibilidad teórica de 100[mV/g], rango de frecuencia de 0.5 - 10000[Hz] y no linealidad $\leq 1\%$. Cuenta con un amplificador y acondicionador de señal PCB 482B11 ICP que alimenta al sensor con una señal de 24[V] y permite

tener un voltaje de salida con una ganancia seleccionable de $\times 1$, $\times 10$ o $\times 100$ la señal de lectura del sensor.

Figura 5. LVDT Trans-Tek 0220 y acondicionador Trans-Tek 1000 – 0012 K9.



Fuente: TRANS-TEK INC. Long stroke AC LVDTs. Series 210-220.

Figura 6. Acelerómetro PCB 352C33 ICP y amplificador PCB 482B11 ICP.



Fuente: PCB PIEZOTRONICS INC. Model 352C33. Operating guide.

2.1.8. Tarjeta de control y adquisición de datos Tarjeta Quanser Q8-USB de alto desempeño que posee 8 entradas análogas de $\pm 10[V]$ y 16-bit, 8 salidas análogas de $\pm 10[V]$ y 16-bit, 8 entradas digitales, 8 salidas digitales configurables para PWM, 8 entradas para encoder y una interfaz de alta velocidad USB 2.0. La tarjeta trabaja con una interfaz de programación de aplicaciones (API) en Simulink[®] de MATLAB[®] versión 2015b a través del software QUARC (Quanser Real-time Control) real-time rapid control and prototyping software v2.5 y un compilador de C.

Figura 7. Tarjeta de control y adquisición de datos Quanser Q8-USB.



Fuente: QUANSER INC. Q8-USB Data acquisition device. User manual.

2.2. CONFIGURACIÓN DE MONTAJE DE LA MESA SÍSMICA

La configuración de montaje experimental de la mesa sísmica se realiza en dos aspectos: el circuito hidráulico y el circuito de control.

2.2.1. Circuito hidráulico El esquema de la figura 8 muestra el montaje del circuito hidráulico. La unidad de potencia envía el flujo presurizado a la unidad de acumulador y esta lo entrega a la servoválvula por medio la electroválvula de 2 vías - 2 posiciones del manifold de la unidad. Los puertos *A* y *B* de la servoválvula suministran el flujo a los terminales del actuador hidráulico. El flujo de retorno es enviado por la servoválvula hacia el tanque de la unidad de potencia.

2.2.2. Circuito de control El esquema de la figura 9 muestra el montaje del circuito de control. El sistema de control desarrollado en Simulink[®] de MATLAB[®] se encarga de enviar la señal de comando a la servoválvula a través de la salida analógica de la tarjeta Quanser, previo paso por el servoamplificador. Los sensores envían su realimentación al sistema de control por medio de las entradas analógicas de la tarjeta Quanser, previo paso por el amplificador para el acelerómetro y por el acondicionador de señal para el LVDT.

Figura 8. Circuito hidráulico de la mesa sísmica DICBoT - UIS.

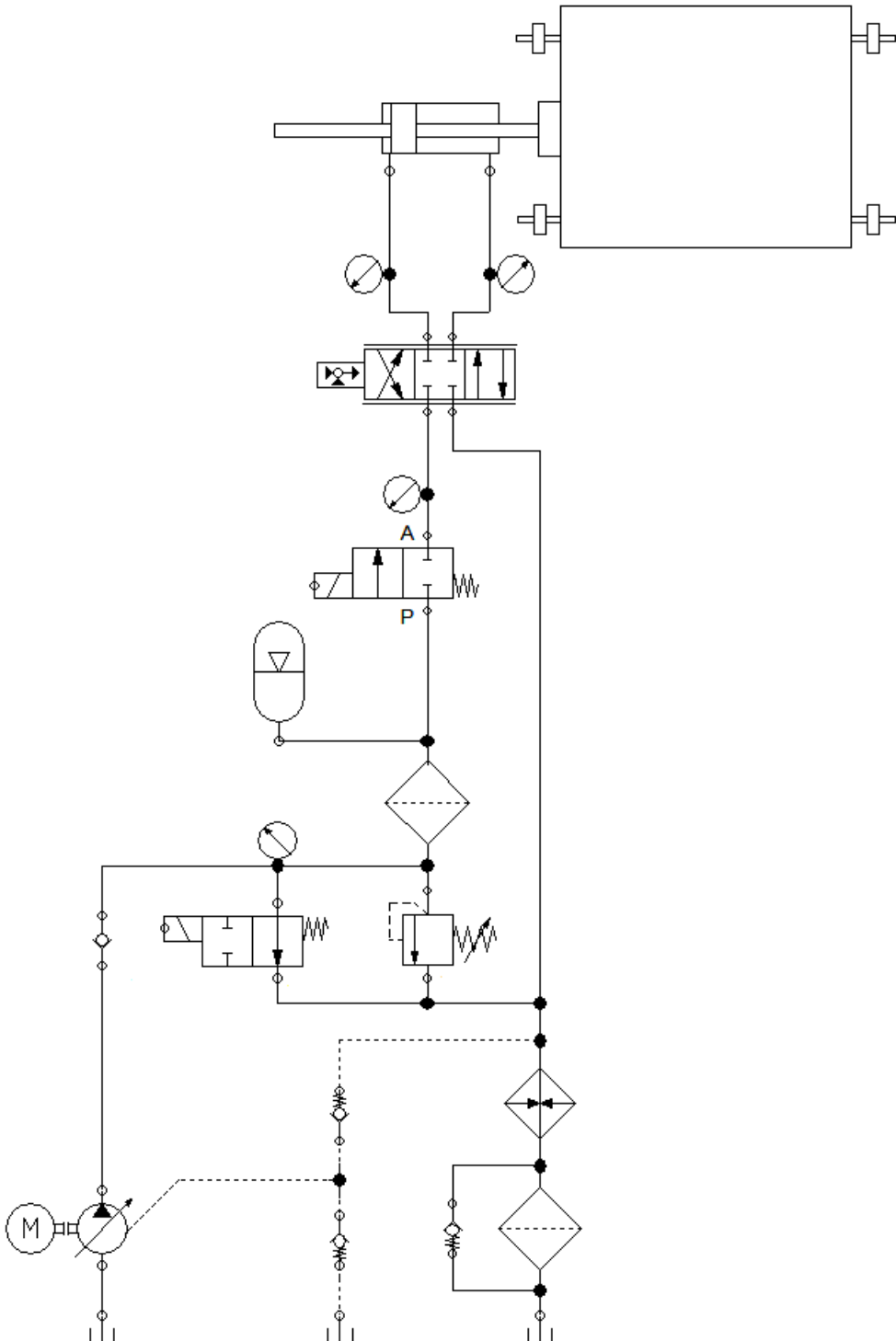
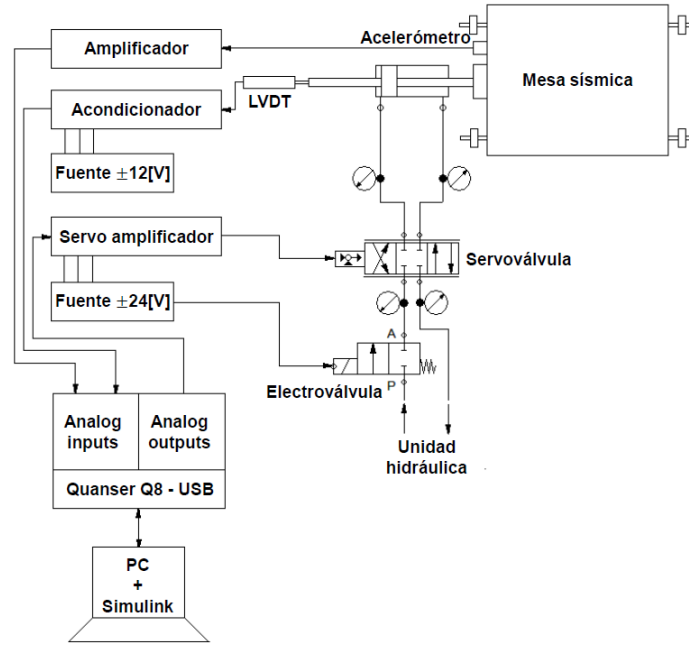


Figura 9. Circuito de control de la mesa sísmica DICBoT - UIS.



2.3. CALIBRACIÓN DE LOS SENSORES

2.3.1. Calibración del sensor de posición La calibración del sensor de posición tiene como objetivo establecer una función que permita determinar la posición del actuador hidráulico a partir de la lectura del voltaje del LVDT. Para ello, se utilizó el montaje mostrado en la figura 9 y el modelo de Simulink® de la figura 10, esta configuración permitía posicionar el actuador hidráulico de la mesa sísmica en diferentes posiciones y obtener la lectura del voltaje del LVDT en ellas.

A partir de las lecturas de voltaje y conociendo la carrera del actuador hidráulico se construyó la recta del comportamiento del sensor de posición (figura 11) y se obtuvo la ecuación 1 de caracterización del LVDT. Esta ecuación permite obtener la posición del actuador hidráulico en $[m]$ a partir de la lectura del voltaje del LVDT.

$$x_p[m] = 0.0353 \cdot u[V] - 0.1739 \quad (1)$$

Figura 10. Modelo de Simulink® para la caracterización del LVDT.

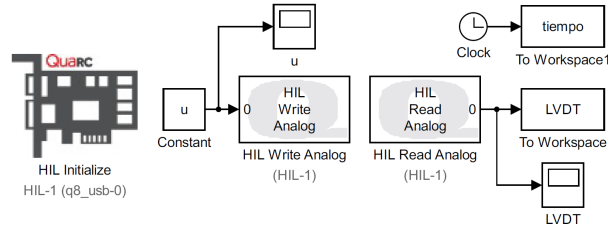
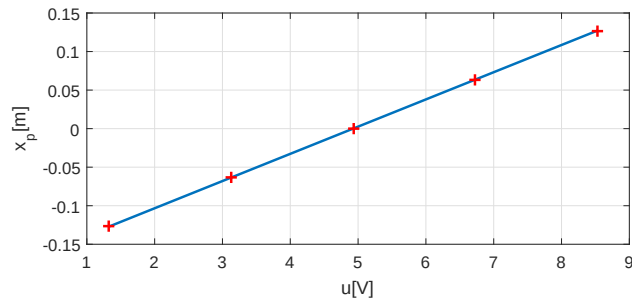


Figura 11. Gráfica de caracterización del LVDT.



2.3.2. Calibración del sensor de aceleración La calibración del sensor de aceleración tiene como objetivo determinar la sensibilidad experimental para establecer una función que permita determinar la aceleración de la plataforma de la mesa sísmica a partir de la lectura del voltaje del sensor. Para ello, se utilizó el montaje mostrado en la figura 9 y el modelo de Simulink® de la figura 12, esta configuración permitía reproducir señales sinusoidales de aceleración de amplitud y frecuencia conocida, y obtener la lectura de voltaje del acelerómetro.

Se realizaron pruebas de calibración para señales de diferente amplitud y frecuencia. En la figura 13 se muestra un ejemplo de la señal de aceleración enviada a la mesa sísmica (amplitud de $1[m/s^2]$ y frecuencia de $1[Hz]$) y la lectura de voltaje del acelerómetro. A partir de los resultados de las lecturas y el conocimiento de la señal de excitación se estimó la sensibilidad experimental

($S_a = 98.7[mV/g]$) y se construyó la ecuación 2 que permite obtener la aceleración de la plataforma de la mesa sísmica en $[m/s^2]$ a partir de la lectura de voltaje del acelerómetro. En la figura 14 se muestran los resultados de las pruebas calibración, donde a_d es la aceleración enviada a la mesa sísmica y a_m la aceleración medida calculada usando la ecuación 2.

$$a_m[m/s^2] = 99.392 \cdot u[V] \quad (2)$$

Figura 12. Modelo de Simulink® para la caracterización del LVDT.

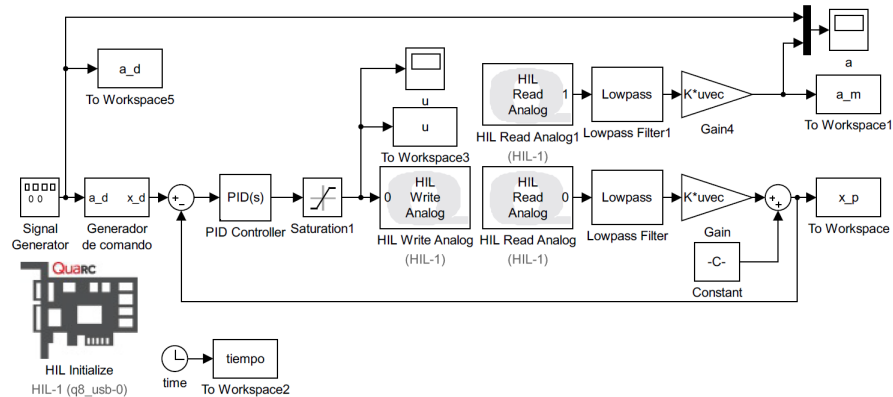


Figura 13. (a) Aceleración enviada y (b) lectura de voltaje del acelerómetro.

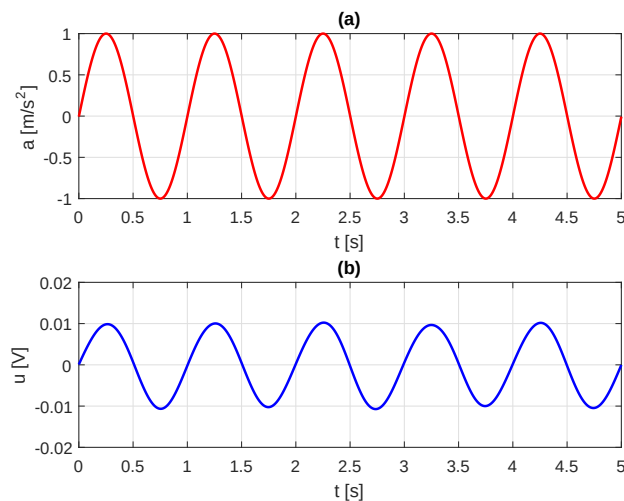


Figura 14. Pruebas de calibración para señal sinusoidal de amplitud $1[m/s^2]$ y frecuencia de: (a) $1[Hz]$, (b) $2[Hz]$, (c) $3[Hz]$, (d) $4[Hz]$ y (e) $5[Hz]$.

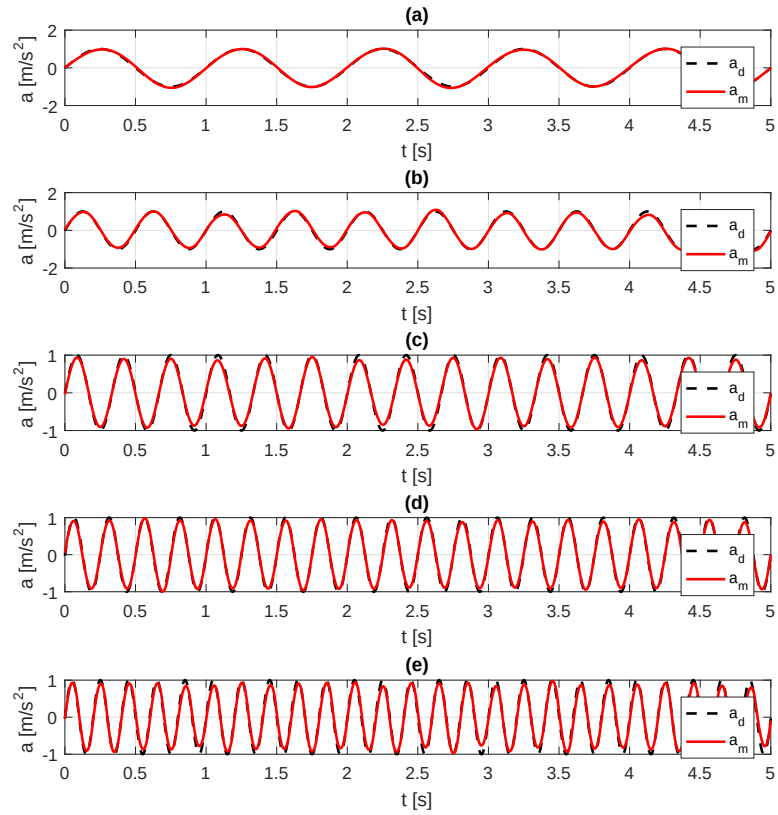
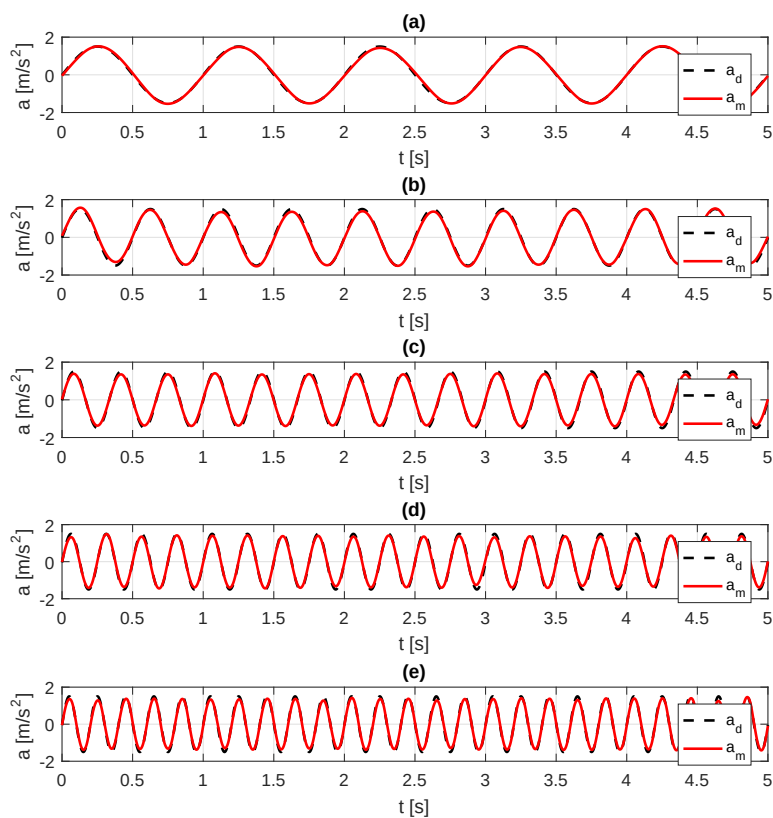


Figura 15. Pruebas de calibración para señal sinusoidal de amplitud $1.5[m/s^2]$ y frecuencia de: (a) $1[Hz]$, (b) $2[Hz]$, (c) $3[Hz]$, (d) $4[Hz]$ y (e) $5[Hz]$.



3. REGISTROS SÍSMICOS

Los registros sísmicos son captados por medio de estaciones sísmicas y se encuentran en dos formatos: analógicos y digitales. La información sísmica más antigua se encuentra en tiras de papel con el historial de desplazamiento del suelo y se conocen como registros sísmicos analógicos. La información más reciente se encuentra en archivos digitales y contiene el historial de aceleración de los sismos, son conocidos como registros sísmicos digitales o acelerogramas ⁸.

3.1. ADECUACIÓN DE LOS REGISTROS SÍSMICOS

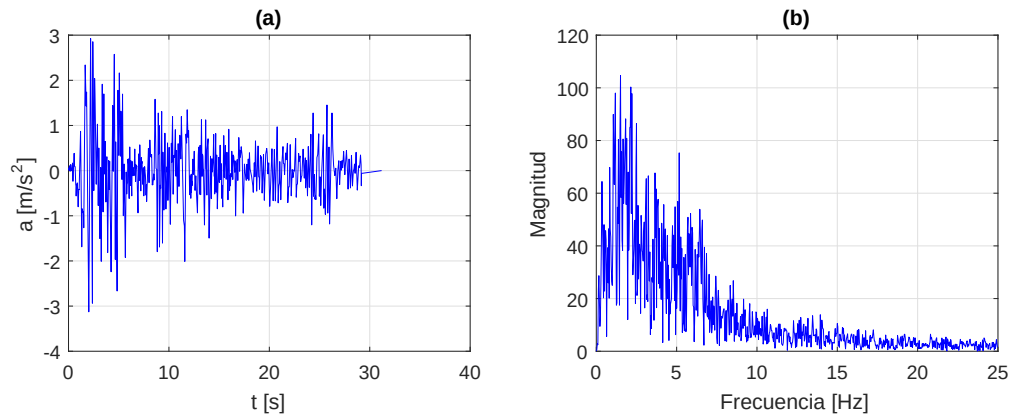
Los registros sísmicos o acelerogramas obtenidos por las estaciones sísmicas deben ser sometidos a un proceso de adecuación antes de ser usados como señal de entrada en una mesa sísmica, con el objetivo de eliminar el ruido y delimitar el rango de frecuencia de la señal.

El proceso de adecuación se explicará utilizando como ejemplo el acelerograma del sismo de El Centro, ocurrido en 1940 en la frontera entre Estados Unidos y México, mostrado en la figura 16 (a).

La señal del sismo debe ser transformada del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, esto se logra utilizando la herramienta matemática conocida como la transformada rápida de Fourier (FFT). En la figura 16 (b) se muestra el espectro de frecuencia del sismo de El Centro.

⁸ Luis Antonio BAUTISTA HERNÁNDEZ, Ricardo CRUZ HERNÁNDEZ y Edgar BARRIOS UREÑA. "Mesa vibratoria para la simulación de movimientos sísmicos en una dirección". En: *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada* 1.11 (2008), págs. 56-65.

Figura 16. Sismo de El Centro: (a) acelerograma y (b) espectro de frecuencia.



Para cumplir los objetivos del proceso de adecuación se realizan dos etapas de filtrado. En la primera etapa se busca eliminar el ruido proveniente de las estaciones sísmicas, el cual se ubica entre 0.1 y $1[Hz]$ ⁹. En la segunda etapa se busca eliminar las frecuencias que superan las componentes dominantes de un sismo, las cuales se encuentran típicamente por debajo de $15[Hz]$ ¹⁰.

El filtro Butterworth es el más utilizado en ingeniería sísmica para el tratamiento de señales debido a su pequeña banda de transición y a la ausencia de ondulaciones en la banda de paso⁹. Las dos etapas de filtrado se realizan utilizando un filtro Butterworth pasa-banda con frecuencias de corte en 1 y $15[Hz]$, el resultado de la aplicación del filtro se muestra en el espectro de la figura 17 (a).

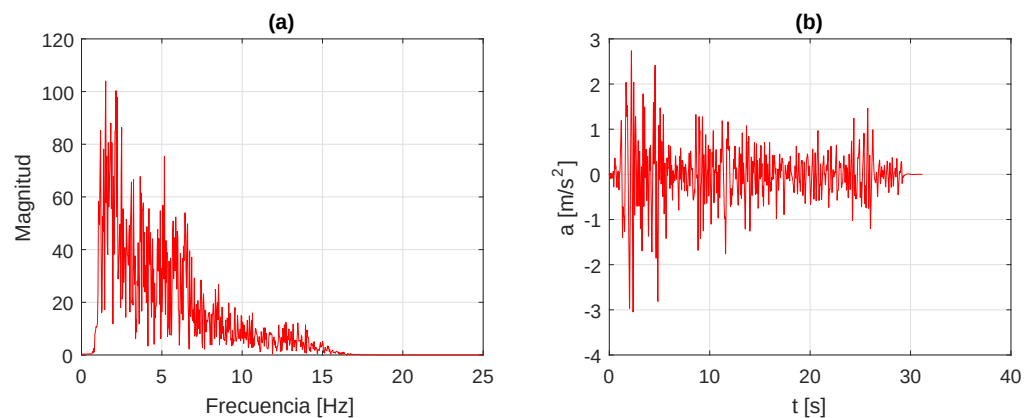
Finalmente se aplica la transformada rápida inversa de Fourier (IFFT) al espectro

⁹ César Omar JIMÉNEZ TINTAYA. "Procesamiento digital de señales sísmicas con Matlab". En: *Revista de Investigación de Física* 10.2 (2007), págs. 45-50.

¹⁰ B. S. TWITCHELL y M. D. SYMANS. "Analytical Modeling, System Identification, and Tracking Performance of Uniaxial Seismic Simulators". En: *Journal of Engineering Mechanics* 129.12 (2003), págs. 1485-1488.

de frecuencia filtrado para obtener el acelerograma con el contenido de frecuencia limitado. El resultado del terremoto de El Centro filtrado se aprecia en la figura 17 (b). Con este proceso de adecuación se garantiza que la señal está dentro del rango de frecuencia de interés para las simulaciones sísmicas ¹¹.

Figura 17. Sismo de El Centro filtrado: (a) espectro de frecuencia y (b) acelerograma.



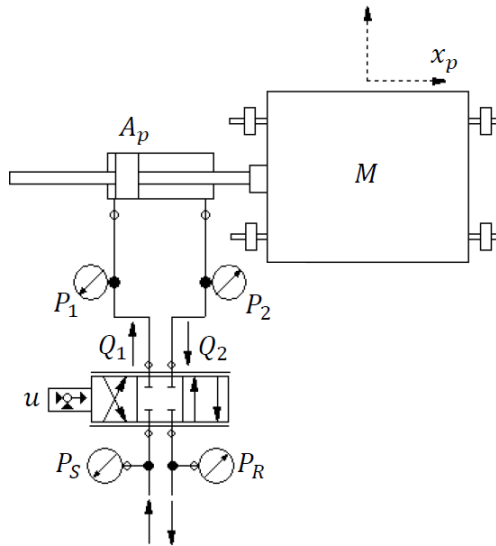
¹¹ Shakhzod M. TAKHIROV y col. *Ground Motions for Earthquake Simulator Qualification of Electrical Substation Equipment*. Inf. téc. Berkeley, California, USA: Pacific Earthquake Engineering Research Center, 2004, pág. 173.

4. MODELO DINÁMICO

4.1. MODELO TEÓRICO

La representación esquemática de la mesa sísmica hidráulica uniaxial bajo consideración se muestra en la figura 18. El actuador hidráulico es de doble vástago con uno de sus extremos sujeto a la plataforma deslizante. La servoválvula recibe la señal de control para comandar al actuador permitiendo la entrada y salida del fluido hidráulico. El flujo presurizado de entrada proviene de la unidad de potencia hidráulica y el flujo de retorno se dirige hacia el tanque.

Figura 18. Esquema de la mesa sísmica.



4.1.1. Análisis del actuador La ecuación de movimiento de la plataforma de la mesa sísmica se obtiene al plantear la segunda ley de Newton:

$$M\ddot{x}_p = A_p P_L - C\dot{x}_p - Kx_p \quad (3)$$

donde M es la masa de la plataforma, x_p es el desplazamiento horizontal de la plataforma, C es el coeficiente de amortiguamiento viscoso, K la constante de rigidez, A_p el área efectiva del pistón y P_L el diferencial de presión entre las cámaras del actuador, definido como $P_L = P_1 - P_2$.

La dinámica del actuador se obtiene al aplicar el principio de continuidad en su entrada y salida, despreciando las fugas internas y externas:

$$Q_1 = \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{\beta_{1e}} \frac{dP_1}{dt} \quad (4)$$

$$-Q_2 = \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2}{\beta_{2e}} \frac{dP_2}{dt} \quad (5)$$

donde Q_1 es el flujo de entrada en la cámara 1, Q_2 el flujo de salida de la cámara 2, V_1 y V_2 los volúmenes de las cámaras 1 y 2, β_{1e} y β_{2e} el módulo de Bulk efectivo en cada cámara, y P_1 y P_2 la presión en cada cámara. La relación entre los volúmenes de las cámaras y el movimiento del actuador se define como:

$$V_1 = V_{O1} + A_p x, \quad V_2 = V_{O2} - A_p x \quad (6)$$

donde V_{O1} y V_{O2} son los valores constantes de equilibrio para el volumen en cada cámara. Al diferenciar la ecuación 6 se obtiene la relación entre el cambio de volumen respecto al tiempo y la velocidad de movimiento del actuador:

$$\frac{dV_1}{dt} = A_p \dot{x}_p, \quad \frac{dV_2}{dt} = -A_p \dot{x}_p \quad (7)$$

Reemplazando las ecuaciones 4 y 5 se tiene:

$$Q_1 = A_p \dot{x}_p + \frac{V_1}{\beta_{1e}} \frac{dP_1}{dt} \quad (8)$$

$$-Q_2 = -A_p \dot{x}_p + \frac{V_2}{\beta_{2e}} \frac{dP_2}{dt} \quad (9)$$

Definiendo el caudal necesario para mover la carga como $Q_L = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$ y reemplazando las ecuaciones 8 y 9 se obtiene:

$$Q_L = A_p \dot{x}_p + \frac{V_1}{2\beta_{1e}} \frac{dP_1}{dt} - \frac{V_2}{2\beta_{2e}} \frac{dP_2}{dt} \quad (10)$$

Asumiendo que el módulo de Bulk es igual para ambas cámaras y que el actuador solo realiza pequeños movimientos alrededor de su posición central, se aproxima la ecuación 10 a:

$$Q_L = A_p \dot{x}_p + \frac{V_T}{4\beta} \dot{P}_L \quad (11)$$

donde β es el módulo de Bulk efectivo para el fluido hidráulico y V_T el volumen total de aceite atrapado en las dos cámaras del actuador y en las tuberías ¹².

4.1.2. Análisis de la servoválvula Despreciando las fugas internas y considerando que los orificios son simétricos, la relación entre el flujo suministrado por la servoválvula y el desplazamiento del *spool* se describe usando la ecuación de descarga a través de un orificio:

$$Q_L = C_d w x_v \sqrt{\frac{P_S - \text{sign}(x_v) P_L}{\rho}} \quad (12)$$

donde C_d es el coeficiente de descarga a través del orificio, w es el gradiente de área del orificio, x_v es el desplazamiento del *spool*, P_S es la presión de suministro y

¹² José Luis SARMIENTO y Carlos BORRÁS PINILLA. "Modelling, design and analysis of three controllers based on LQR formulation for a non-linear hydraulic uniaxial seismic shake table". En: *3rd International Conference on Power, Energy and Mechanical Engineering (ICPEME 2019)*. Prague, Czech Republic, 2019, págs. 1-5.

ρ es la densidad del fluido hidráulico ¹³. Esta ecuación es no lineal, por lo tanto debe ser linealizada usando una expansión de Taylor de primer orden:

$$Q_L = \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_{x_{vo}, P_{Lo}} x_v + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \right|_{x_{vo}, P_{Lo}} P_L = K_f x_v - K_p P_L \quad (13)$$

Las constantes K_f y K_p se obtienen de la linealización y son conocidas como ganancia en flujo y coeficiente de presión-flujo respectivamente ¹⁴.

$$K_f = C_d w \sqrt{\frac{P_S - P_{Lo}}{\rho}}, \quad K_p = \frac{C_d w x_{vo}}{2 \sqrt{\rho(P_S - P_{Lo})}} \quad (14)$$

La relación entre el voltaje de control y el desplazamiento del spool se obtiene a partir de la siguiente ecuación diferencial de segundo orden:

$$u = \frac{1}{k_v} \left(\frac{1}{\omega_v^2} \ddot{x}_v + \frac{2\zeta_v}{\omega_v} \dot{x}_v + x_v \right) \quad (15)$$

donde k_v , ζ_v y ω_v son respectivamente la ganancia, el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural de la servoválvula, y u es el voltaje de control ¹⁴.

4.1.3. Representación en espacio de estados Definiendo las variables de estado como $x_1 = x_p$, $x_2 = \dot{x}_p$, $x_3 = P_L$, $x_4 = x_v$ y $x_5 = \dot{x}_v$; y usando las ecuaciones 3, 11, 13 y 15 se construyen las ecuaciones de estado del sistema:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (16)$$

¹³ José Luis SARMIENTO y Juan Felipe ORTIZ. “Diseño de la Práctica de Servos de Fuerza en el Banco Rexroth del Laboratorio de Servosistemas de Potencia Fluida”. Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander, 2016, pág. 166.

¹⁴ Carlos BORRÁS PINILLA, José Luis SARMIENTO y Juan Felipe ORTIZ. “Dynamic model and control design for a nonlinear hydraulic actuator”. En: *ASME 2018 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE 2018)*. Pittsburgh, PA, USA, 2018, págs. 1-10.

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{M} [A_p x_3 - C x_2 - K x_1] \quad (17)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{4\beta}{V_T} [K_f x_4 - K_P x_3 - A_p x_2] \quad (18)$$

$$\dot{x}_4 = x_5 \quad (19)$$

$$\dot{x}_5 = \omega_v^2 \left[k_v u - x_4 - \frac{2\zeta_v}{\omega_v} x_5 \right] \quad (20)$$

A partir de las ecuaciones de estado se construye la representación del sistema SISO - LTI en el espacio de estados de la forma $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$ con ecuación de salida $y = \mathbf{C}\mathbf{x}$ mostrada en las ecuaciones 21 y 22.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -K/M & -C/M & A_p/M & 0 & 0 \\ 0 & -4\beta A_p/V_T & -4\beta K_p/V_T & 4\beta K_f/V_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_v^2 & -2\zeta_v \omega_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_v \omega_v^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \quad (22)$$

4.2. MODELO EXPERIMENTAL

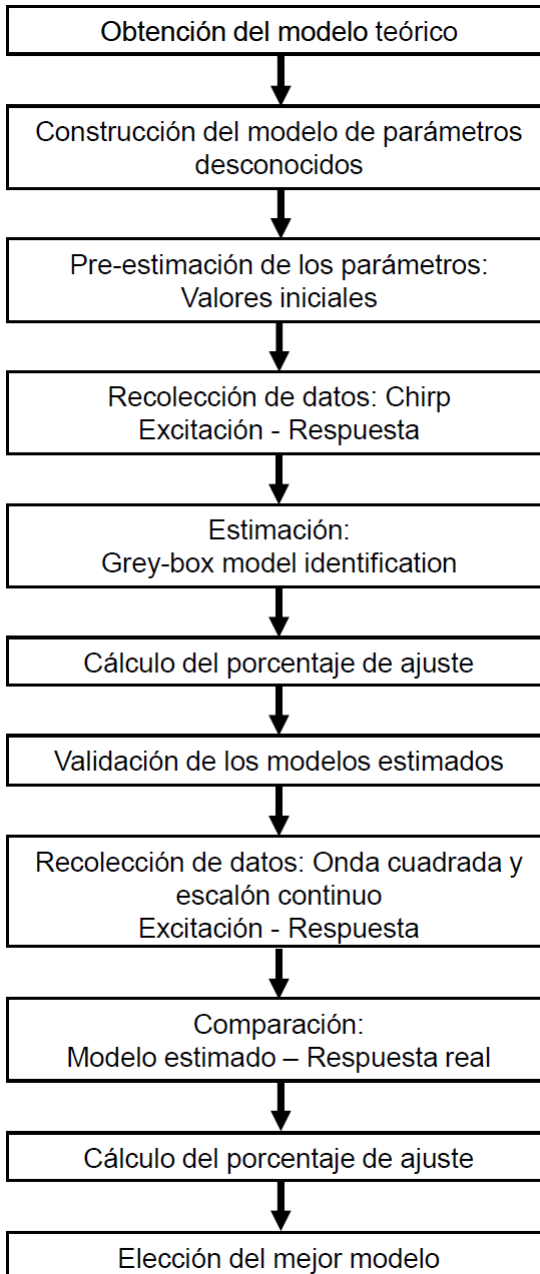
En la sección anterior se obtuvo, por medio de leyes físicas conocidas y de la teoría de la hidráulica, la representación en espacio de estados del modelo dinámico de quinto orden de la mesa sísmica. Algunos parámetros de esta representación son conocidos o pueden ser medidos, sin embargo, la mayoría de ellos son desconocidos. Por lo tanto, es necesario realizar una identificación del sistema que permita estimar estos parámetros para así obtener un modelo experimental que describa suficientemente las características y el comportamiento de la mesa sísmica.

Para realizar la identificación del sistema se seleccionó el método *grey-box model identification*, el cual permite estimar los parámetros desconocidos de un modelo dinámico y matemático existente a partir de la respuesta de la planta cuando se le aplica una determinada señal de entrada ¹⁵. El diagrama de flujo de la figura 19 ilustra la metodología seguida para la obtención del modelo experimental por el método de identificación seleccionado.

El primer paso del método *grey-box* es la construcción del modelo matemático teórico en espacio de estados a partir de las ecuaciones gobernantes de la dinámica del sistema, el cual fue detallado en la sección 4.1 y representado por las ecuaciones 21 y 22. A partir de este modelo teórico se construye la representación en espacio de estados del modelo matemático de parámetros desconocidos agrupando algunos parámetros para simplificar la identificación y asumiendo como conocido la

¹⁵ Lennart LJUNG. *System Identification Toolbox: User's Guide*. Natick, MA, USA: The MathWorks, Inc, 2015, pág. 904.

Figura 19. Diagrama de flujo del proceso de identificación.



frecuencia natural de la servoválvula y su coeficiente de amortiguamiento:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -a_3 & -a_2 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_6 & -a_5 & a_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_v^2 & -2\zeta_v\omega_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \end{bmatrix} \quad (23)$$

donde: $a_1 = A_p/M$, $a_2 = C/M$, $a_3 = K/M$, $a_4 = 4\beta K_f/V_T$, $a_5 = 4\beta K_p/V_T$, $a_6 = 4\beta A_p/V_T$ y $a_7 = \omega_v^2 k_v$.

El método requiere de un punto de partida para empezar la estimación, por lo tanto es necesario realizar una pre-estimación de los valores iniciales de los parámetros simplificados desconocidos. Esto se realiza tomando como referencia los valores de los parámetros suministrados por los catálogos de los fabricantes ^{16 17} (tabla 2), trabajos realizados anteriormente sobre la mesa sísmica ^{7 18} (tabla 3) y trabajos de investigación relacionados con el tema realizados por otros autores ^{19 20} (tabla 4). En la tabla 5 se listan los valores iniciales de los parámetros simplificados calcula-

¹⁶ SYSTEMS CORPORATION MTS. *Series 505G2 SilentFlo Hydraulic Power Unit Product Information*. Eden Prairie, MN, USA, 2013, pág. 86.

¹⁷ SYSTEMS CORPORATION MTS. *Model 252 Servovalves*. Eden Prairie, MN, USA, 2014, pág. 16.

¹⁸ J. R. CHAVARRO y C. A. MARIÑO. "Modelado y caracterización dinámica de un servoactuador hidráulico". Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander, 2010, pág. 168.

¹⁹ M. KARPENKO y N. SEPEHRI. "Robust Position Control of an Electrohydraulic Actuator With a Faulty Actuator Piston Seal". En: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 125.3 (2003), pág. 413.

²⁰ H. YUAN, H. NA e Y. KIM. "System identification and robust position control for electro-hydraulic servo system using hybrid model predictive control". En: *Journal of Vibration and Control* (2017), págs. 1-15.

dos a partir de los valores contenidos de las tablas 2, 3 y 4.

Tabla 2. Parámetros físicos obtenidos de catálogos de los fabricantes.

Parámetro	Descripción	Valor	Unidad
P_S	Presión de suministro	3000	$[Psi]$
ω_v	Frecuencia natural - Servoválvula	200	$[Hz]$
ζ_v	Coeficiente de amortiguamiento - Servoválvula	0.7	—

Tabla 3. Parámetros físicos medidos y calculados de la mesa sísmica.

Parámetro	Descripción	Valor	Unidad
M	Masa de la plataforma	85.3	$[kg]$
A_p	Área efectiva del pistón	0.0016	$[m^2]$
V_T	Volumen total	$4.34 \cdot 10^{-4}$	$[m^3]$

Tabla 4. Parámetros obtenidos a partir de otros trabajos.

Parámetro	Descripción	Valor	Unidad
C	Coeficiente de amortiguamiento	1000	$[Ns/m]$
K	Constante de rigidez	0	$[N/m]$
β	Módulo de Bulk	$689 \cdot 10^6$	$[N/m^2]$
ρ	Densidad del fluido hidráulico	858	$[kg/m^3]$
C_d	Coeficiente de descarga	0.6	—
w	Gradiente de área	0.02075	$[m]$
k_v	Ganancia - Servoválvula	$4.06 \cdot 10^{-5}$	$[m/V]$
K_f	Ganancia en flujo	1.123	$[m^2/s]$
K_p	Coeficiente presión-flujo	$9.5 \cdot 10^{-11}$	$[m^3 Pa/s]$

Una vez se tiene el modelo de parámetros desconocidos y el conjunto de valores iniciales se realiza la recolección de la información para la estimación, la cual consta de la señal de excitación y la respuesta de la planta. Como excitación se seleccionó la señal *chirp*, recomendada para identificar sistemas hidráulicos ^{7 18 20 21}, com-

²¹ Mohieddine JELALI y Andreas KROLL. *Hydraulic Servo-systems: Modelling, Identification and Control*. 2nd. London, United Kingdom: Springer-Verlag, 2004, pág. 355.

Tabla 5. Parámetros simplificados pre-estimados.

Parámetro	Valor pre-estimado
a_1	$1.894 \cdot 10^{-5}$
a_2	11.723
a_3	0
a_4	$7.131 \cdot 10^{12}$
a_5	603.272
a_6	$1.026 \cdot 10^{10}$
a_7	64.109

puesta por una señal sinusoidal de amplitud fija que realiza un barrido de frecuencia linealmente en el tiempo.

Se recolectó la información correspondiente a cuatro señales de excitación chirp de diferentes amplitudes: 0.25, 0.5, 0.75 y 1[V], y de rango de frecuencia de 0 a 30[Hz], recomendado para identificación de mesas sísmicas^{10 20 22 23 24 25 26}. Estas señales fueron enviadas en lazo abierto a la servoválvula para generar el movimiento y registrar el desplazamiento de la plataforma de la mesa sísmica por medio del sensor de posición, utilizando el montaje mostrado en la figura 9 y el modelo de Simulink®

²² Jian ZHAO y col. "Effect of servovalve/actuator dynamics on displacement controlled testing". En: *13th World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, Canada, 2004, pág. 11.

²³ Ruiyang ZHANG, Paige V LAUENSTEIN y Brian M PHILLIPS. "Real-time hybrid simulation of a shear building with a uni-axial shake table". En: *Engineering Structures* 119.4 (2016), págs. 217-229.

²⁴ Yang XU, Hongxing HUA y Junwei HAN. "Modeling and controller design of a shaking table in an active structural control system". En: *Mechanical Systems and Signal Processing* 22.8 (2008), págs. 1917-1923.

²⁵ B. M. PHILLIPS, N. E. WIERSCHEM y B. F. SPENCER JR. "Model-Based Control of Shake Tables with Multi-Metric Feedback". En: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 43.5 (2013), págs. 681-699.

²⁶ Narutoshi NAKATA. "Acceleration trajectory tracking control for earthquake simulators". En: *Engineering Structures* 32.8 (2010), págs. 2229-2236.

de la figura 20. Como ejemplo, se muestra en la figura 21 la señal *chirp* de $0.5[V]$ aplicada y la respuesta de lazo abierto obtenida de la mesa sísmica.

Figura 20. Modelo de Simulink® para la identificación.

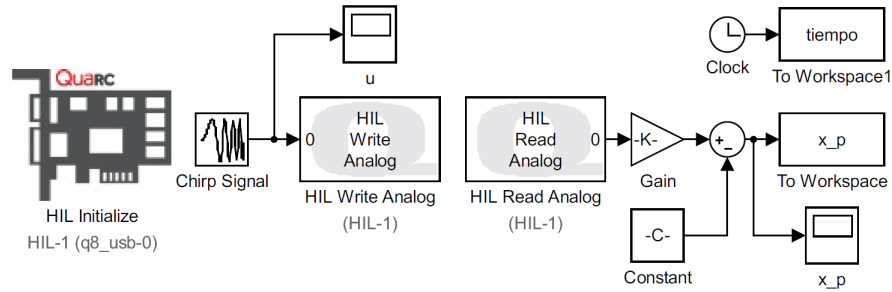
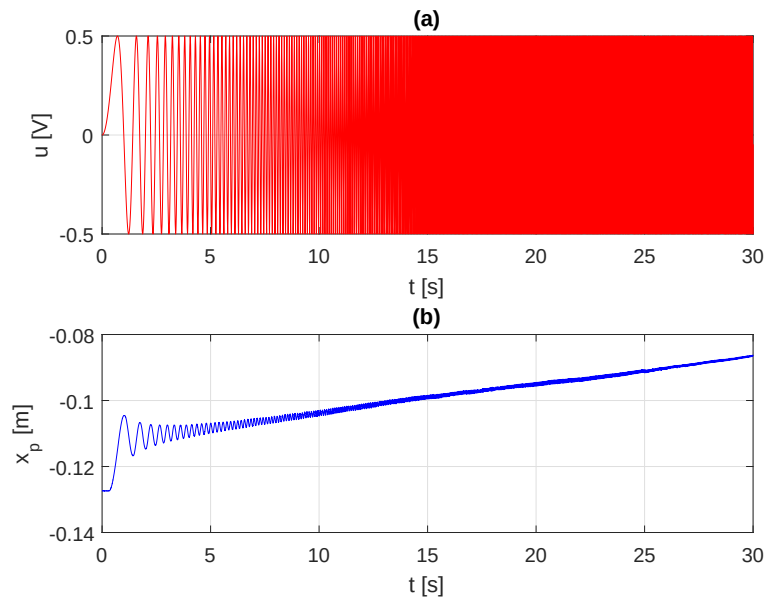


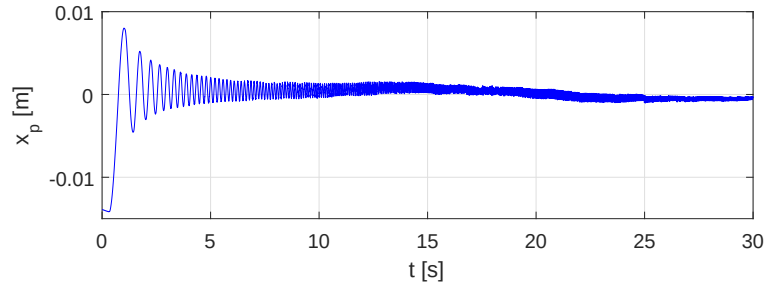
Figura 21. (a) Señal de excitación aplicada y (b) respuesta real de la mesa sísmica.



Antes de usar los datos obtenidos, es necesario realizar un proceso de adecuación sobre la respuesta de la mesa sísmica con el fin de eliminar el ruido del sensor y remover el *off-set* de la señal ^{15 21}. Esto se logra aplicando un filtro *Butterworth* de segundo orden con frecuencia de corte en $100[Hz]$ y removiendo la tendencia lineal

de la señal ¹⁸. Como ejemplo, se muestra en la figura 22 la respuesta depurada de la mesa sísmica bajo la excitación de la señal *chirp* de 0.5[V].

Figura 22. Respuesta depurada de la mesa sísmica.



El método *grey-box* se basa en la estructura del modelo LTI en espacio de estados:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{p})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{p})\mathbf{u}(t) \quad (24)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(\mathbf{p})\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (25)$$

donde $\mathbf{p}$ es el vector de parámetros y $\mathbf{v}(t)$ un término de ruido aditivo. Este modelo refleja la construcción del modelo de parámetros desconocidos obtenido a partir de las ecuaciones diferenciales que gobiernan la dinámica del sistema. Esta formulación en tiempo continuo es transformada a su representación equivalente en tiempo discreto y se establece la predicción de la siguiente muestra en forma de innovaciones (*innovations form*) como muestran las ecuaciones 26 y 27, donde $\varepsilon(t)$ es el error de predicción y $\mathbf{K}(\mathbf{p})$ la ganancia de estado estable de Kalman ²⁷.

$$\hat{\mathbf{x}}(t+1) = \mathbf{A}(\mathbf{p})\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{p})\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}(\mathbf{p})\varepsilon(t) \quad (26)$$

²⁷ L. LJUNG. *System Identification: Theory for the User*. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice Hall, 1987, pág. 255.

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(\mathbf{p})\hat{\mathbf{x}}(t) + \varepsilon(t) \quad (27)$$

A partir de la estructura definida para el modelo $\mathbb{M}$ y la información recolectada $Z^N = [y(1), u(1), y(2), u(2), \dots, y(N), u(N)]$, se busca estimar el conjunto de valores $\hat{\mathbf{p}}$ que permite obtener el mejor modelo $\mathfrak{m} = \mathbb{M}(\hat{\mathbf{p}})$. Un buen modelo es aquel que posee los menores errores de predicción posibles ²⁷.

Los errores de predicción del modelo para un conjunto valores específico $\mathbb{M}(p)$ se calcula como:

$$\varepsilon(t, p) = y(t) - \hat{y}_1(t|p) \quad (28)$$

y teniendo el conjunto de datos Z^N pueden ser calculados para los instantes de tiempo $t = 1, \dots, N$. El método de predicción del error (*prediction-error method*, PEM) está basado en una técnica que minimiza los errores de predicción con respecto al conjunto de los parámetros del modelo $\mathbf{p}$ ²⁸. Este problema de optimización se encuentra formulado por la ecuación 29 siendo V_N la función de costos a minimizar definida por la ecuación 30 ²⁹.

$$\hat{\mathbf{p}}_N = \arg_{p \in D_{\mathbb{M}}} \min V_N(p, Z^N) \quad (29)$$

$$V_N(p, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} \varepsilon(t, p)^T \varepsilon(t, p) \quad (30)$$

²⁸ J. REHOR y V. HAVLENA. "Grey-box model identification: control relevant approach". En: *Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (ALCOSP 2010)*. Antalya, Turkey, 2010, págs. 1-6.

²⁹ Neda NICKMEHR. "System Identification of an Engine-load Setup Using Grey-box Model". Licentiate's Thesis. Linköping University, 2015, pág. 102.

La solución para el problema de minimización se obtiene por medio de una técnica de búsqueda iterativa definida de la forma:

$$\hat{p}_N^{(i+1)} = \hat{p}_N^{(i)} - \mu_N^{(i)} \left[R_N^{(i)} \right]^{-1} V'_N(\hat{p}_N^{(i)}, Z^N) \quad (31)$$

donde i es el número de la iteración y μ_N^i la longitud del paso que hace disminuir el valor de la función de costos en cada iteración. R_N^i es responsable de modificar la dirección de búsqueda y existen diferentes métodos para formularlo, como por ejemplo: *steepest-descent*, Newton, Gauss-Newton y Levenberg-Marquadt²⁹. Considerando que $\psi(t, p) = -\frac{d}{dp}\varepsilon(t, p)$ estos métodos se definen así:

- *Steepest-descent*:

$$R_N^{(i)} = I \quad (32)$$

- Newton:

$$R_N^{(i)} = V_N''(p_N^{(i)}, Z^N) \quad (33)$$

donde:

$$V_N''(p_N^{(i)}, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, p_N^{(i)}) \psi^T(t, p_N^{(i)}) - \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi'(t, p_N^{(i)}) \varepsilon(t, p_N^{(i)}) \quad (34)$$

- Gauss-Newton:

$$R_N^{(i)} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, p_N^{(i)}) \psi^T(t, p_N^{(i)}) \quad (35)$$

- Levenberg-Marquadt:

$$R_N^{(i)(\lambda)} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, p_N^{(i)}) \psi^T(t, p_N^{(i)}) + \lambda I \quad (36)$$

donde λ es un factor de regularización.

En este trabajo se usó una combinación de los cuatro métodos, los cuales eran probados en secuencia en cada iteración y se tomaba la primera dirección descendente que permitía una reducción en la función de costos.

Los resultados de los modelos estimados para cada una de las señales de excitación fueron evaluados usando el porcentaje de ajuste definido por la ecuación 37, donde y es la respuesta real, $\bar{y}$ su promedio y $\hat{y}$ la respuesta del modelo estimado ²⁹.

$$\% \text{ fit} = 100 \left(1 - \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |y(t) - \hat{y}(t)|^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |y(t) - \bar{y}|^2}} \right) \quad (37)$$

Los resultados de la identificación se ilustran en la figura 23 para cada una de las señales *chirp*. En cada una de estas figuras se observa la respuesta real de la mesa sísmica, la respuesta del modelo con los parámetros simplificados iniciales y la respuesta del modelo estimado. En la tabla 6 se resumen los resultados obtenidos, mostrando el porcentaje de ajuste del modelo inicial y estimado para cada una de las señales *chirp* de excitación.

Debido a que las componentes dominantes de los sismos se encuentran típicamente por debajo de $15[Hz]$ ¹⁰, se realiza un análisis del porcentaje de ajuste de los modelos estimados en el rango de frecuencia de 0 a $15[Hz]$ para poder facilitar la elección del mejor modelo. En la figura 24 se ilustran los resultados en el rango de frecuencia mencionado y en la tabla 7 se resumen los porcentajes de ajuste.

Figura 23. Identificación con las señales chirp: (a) $0.25[V]$, (b) $0.5[V]$, (c) $0.75[V]$ y (d) $1[V]$.

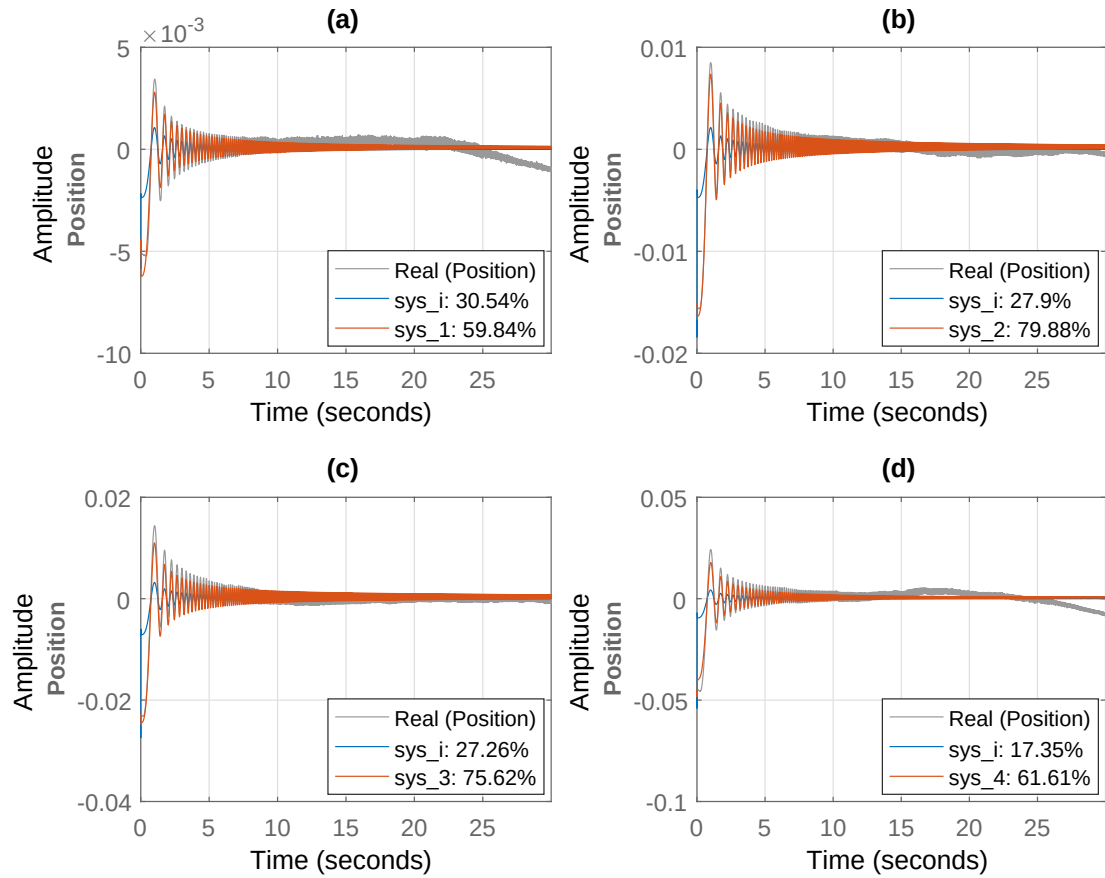


Tabla 6. Ajuste de los modelos para las señales de excitación.

Señal	Modelo	% Ajuste
Chirp $0.25[V]$	Inicial	30.54
	Estimado	59.84
Chirp $0.5[V]$	Inicial	27.90
	Estimado	79.88
Chirp $0.75[V]$	Inicial	27.26
	Estimado	75.62
Chirp $1[V]$	Inicial	17.35
	Estimado	61.61

Figura 24. Identificación con las señales chirp en el rango de 0 a 15[Hz]: (a) 0.25[V], (b) 0.5[V], (c) 0.75[V] y (d) 1[V].

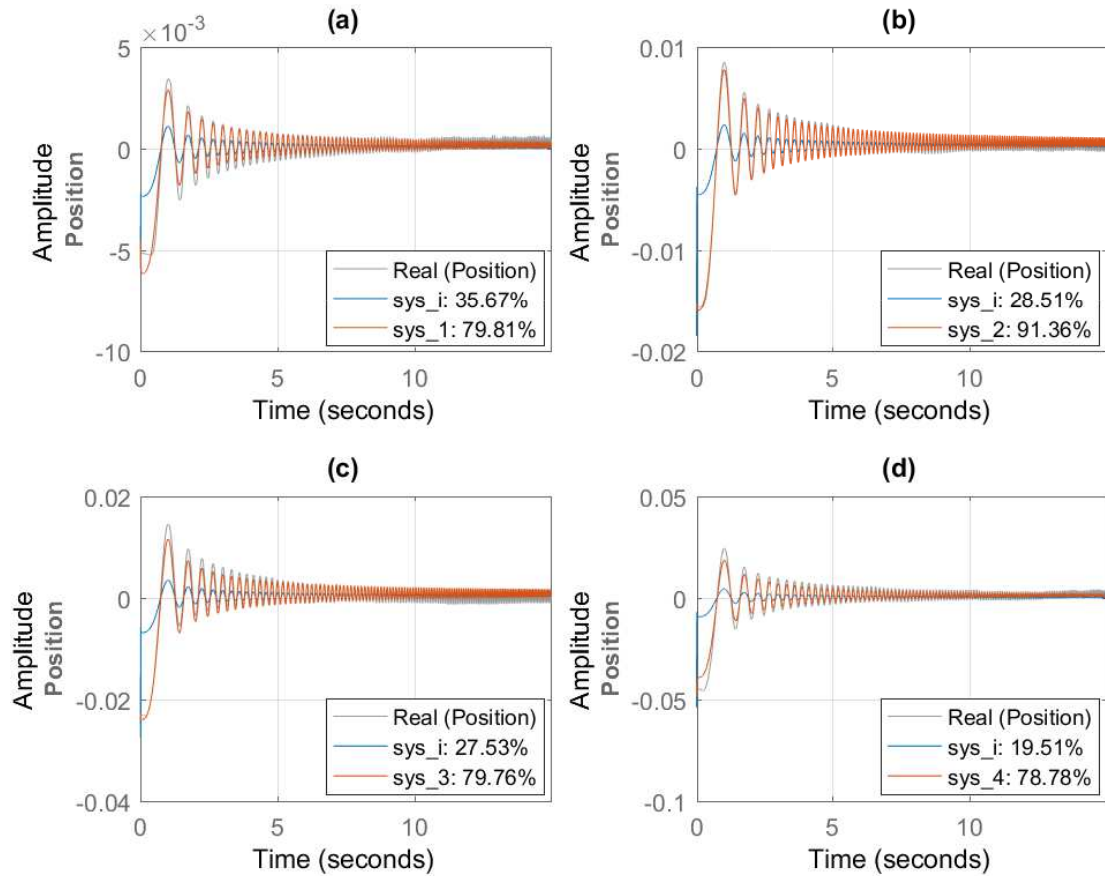


Tabla 7. Ajuste de los modelos en el rango de 0 a 15[Hz].

Señal	Modelo	% Ajuste
Chirp 0.25[V]	Inicial	35.67
	Estimado	79.81
Chirp 0.5[V]	Inicial	28.51
	Estimado	91.36
Chirp 0.75[V]	Inicial	27.53
	Estimado	79.76
Chirp 1[V]	Inicial	19.51
	Estimado	78.78

Los modelos dinámicos estimados fueron validados con dos tipos de señales: onda cuadrada ²⁰ y escalón continuo ³⁰. Esta validación permite verificar la veracidad de los resultados y seleccionar el modelo que mejor describe el comportamiento de la mesa sísmica. Para cada uno de los tipos de señal de validación se aplicaron cuatro señales de diferente amplitud y frecuencia como muestran las figuras 25 y 26.

Los resultados gráficos de la validación con las señales de onda cuadrada y escalón continuo se ilustran en las figuras 27 y 28. En cada una de estas figuras se observa la respuesta real de la mesa sísmica y las respuestas de los modelos estimados con cada una de las cuatro señales *chirp*. En las tablas 8 y 9 se resumen los porcentajes de ajuste para las señales de validación.

De los resultados de la identificación resumidos en la tabla 6 se puede evidenciar que el modelo estimado con la señal *chirp* de 0.5[V] presenta el mejor ajuste con un 79.88 %. Al delimitar el rango de frecuencia hasta 15[Hz] este modelo continua presentando el mejor ajuste con un 91.36 %. Al analizar los resultados de las señales de validación (tablas 8 y 9) se observa que, tanto para la onda cuadrada como para el escalón continuo, este modelo presenta el mejor ajuste. Por lo tanto, se seleccionó el modelo estimado con la señal *chirp* de 0.5[V] como el modelo experimental de la mesa sísmica que se usará para las etapas posteriores de diseño.

Los parámetros del modelo estimado con la señal *chirp* de 0.5[V] se listan en la tabla 10 y la representación en espacio de estados del modelo dinámico experimental se muestra en las ecuaciones 38 y 39.

³⁰ N. H. IZZUDIN y col. "System Identification and Predictive Functional Control for Electro-hydraulic Actuator System". En: *2015 IEEE International Symposium on Robotics and Intelligent Sensors*. Vol. 16. 6. 2015, págs. 138-143.

Figura 25. Señales de validación de onda cuadrada: (a) $0.5[V] - 1[Hz]$; (b) $0.5[V] - 2[Hz]$; (c) $0.25[V] - 1[Hz]$; (d) $0.25[V] - 2[Hz]$.

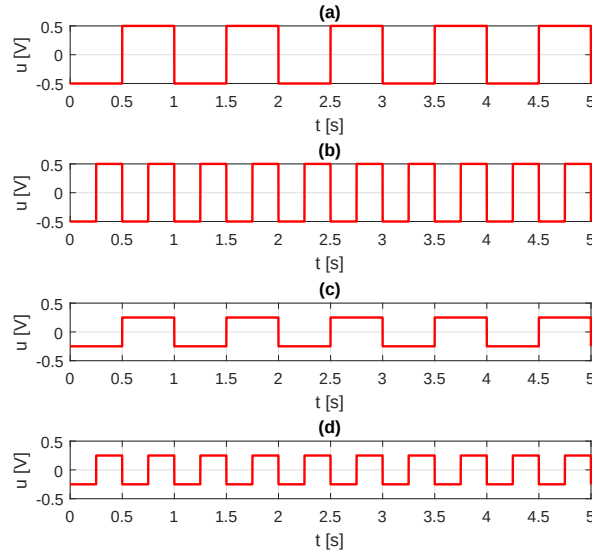


Figura 26. Señales de validación de escalón continuo: (a) $0.5[V] - 1[Hz]$; (b) $0.5[V] - 2[Hz]$; (c) $0.25[V] - 1[Hz]$; (d) $0.25[V] - 2[Hz]$.

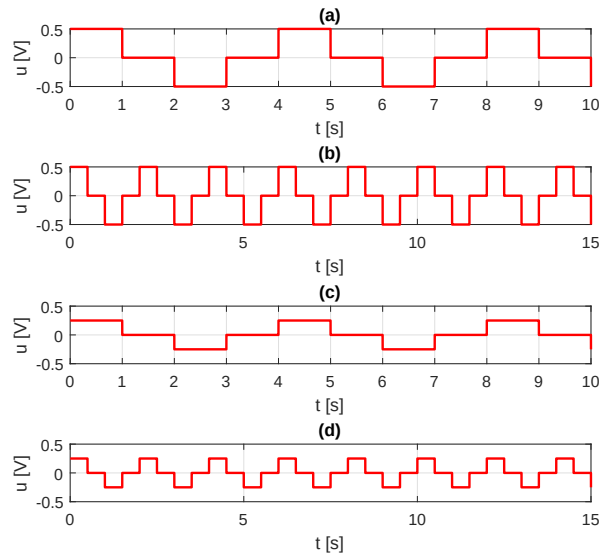


Figura 27. Validación con onda cuadrada: (a) $0.5[V]-1[Hz]$, (b) $0.5[V]-2[Hz]$, (c) $0.25[V]-1[Hz]$ y (d) $0.25[V]-2[Hz]$.

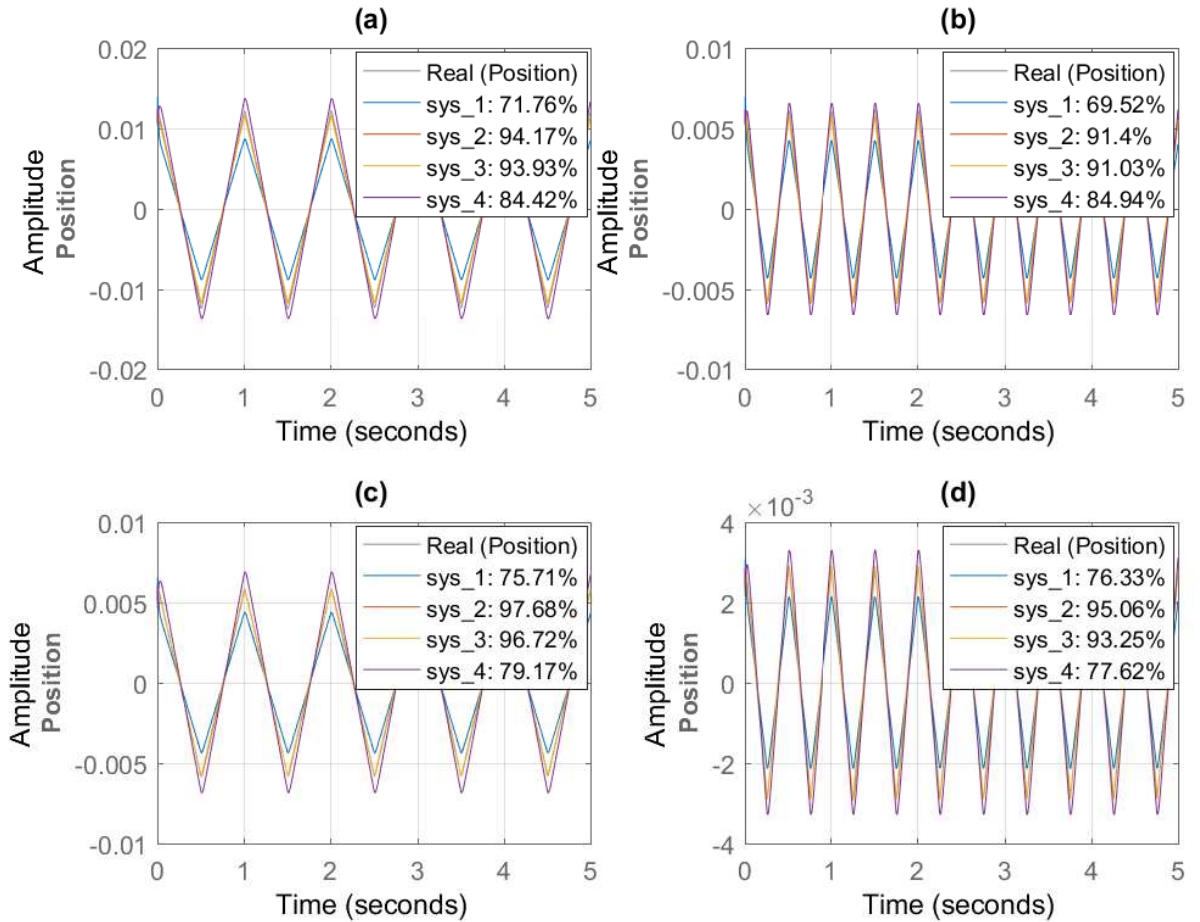


Tabla 8. Ajuste de los modelos para las señales de validación de onda cuadrada.

Modelo	% Ajuste			
	0.5[V] - 1[Hz]	0.5[V] - 2[Hz]	0.25[V] - 1[Hz]	0.25[V] - 2[Hz]
Chirp 0.25[V]	71.76	69.52	75.71	76.33
Chirp 0.5[V]	94.17	91.40	97.68	95.06
Chirp 0.75[V]	93.93	91.03	96.72	93.25
Chirp 1[V]	84.42	84.94	79.17	77.62

Figura 28. Validación con escalón continuo: (a) $0.5[V]-1[Hz]$, (b) $0.5[V]-2[Hz]$, (c) $0.25[V]-1[Hz]$ y (d) $0.25[V]-2[Hz]$.

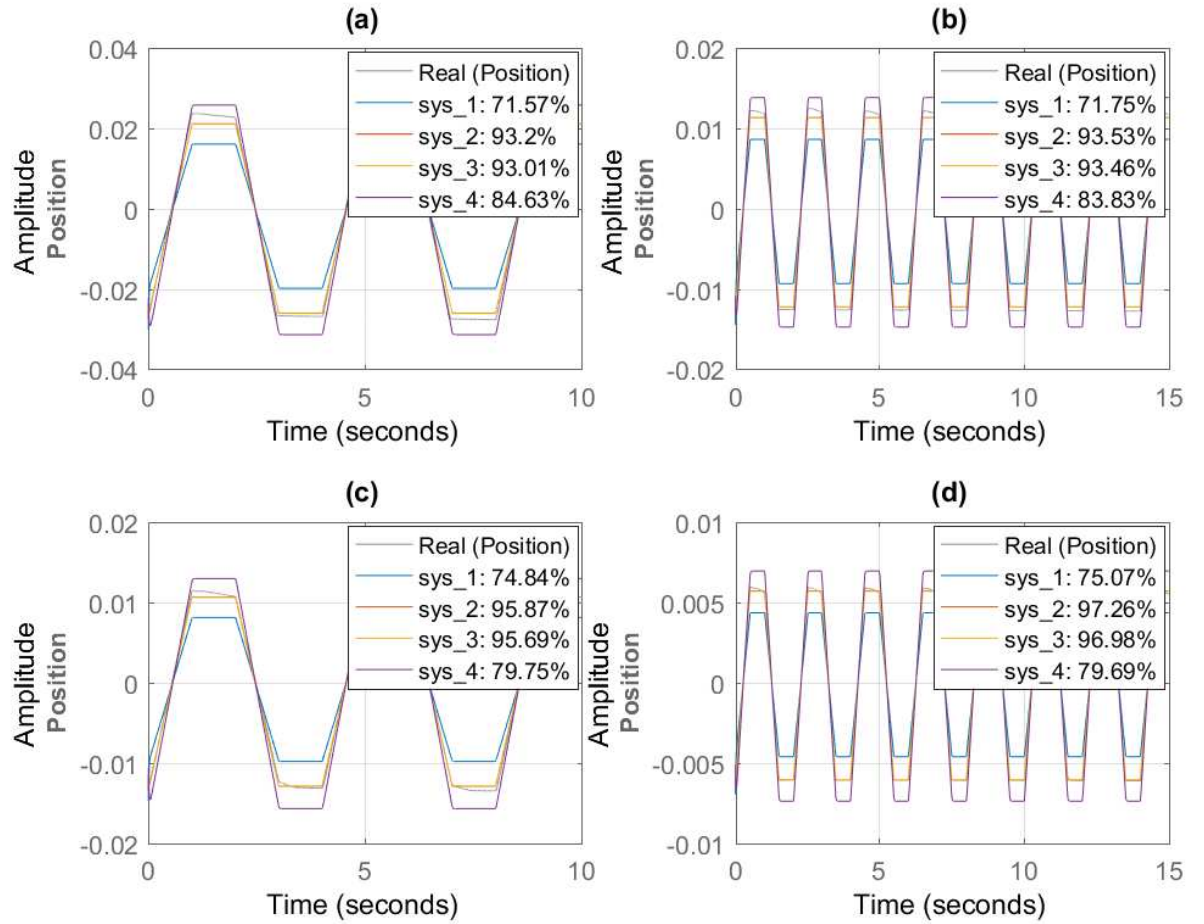


Tabla 9. Ajuste de los modelos para las señales de validación de escalón continuo.

Modelo	%Ajuste			
	$0.5[V] - 1[Hz]$	$0.5[V] - 2[Hz]$	$0.25[V] - 1[Hz]$	$0.25[V] - 2[Hz]$
Chirp $0.25[V]$	71.57	71.75	74.84	75.07
Chirp $0.5[V]$	93.20	93.53	95.87	97.26
Chirp $0.75[V]$	93.01	93.46	95.69	96.96
Chirp $1[V]$	84.63	83.83	79.75	79.69

Tabla 10. Parámetros simplificados estimados.

Parámetro	Valor estimado
a_1	$1.522 \cdot 10^{-5}$
a_2	11.723
a_3	$4.365 \cdot 10^{-13}$
a_4	$4.217 \cdot 10^{12}$
a_5	506.791
a_6	$4.875 \cdot 10^9$
a_7	185.394

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4.365 \cdot 10^{-13} & -11.723 & 1.522 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & -4.875 \cdot 10^9 & -506.791 & 4.217 \cdot 10^{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1.597 \cdot 10^6 & -1.759 \cdot 10^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 185.394 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \end{bmatrix} \quad (38)$$

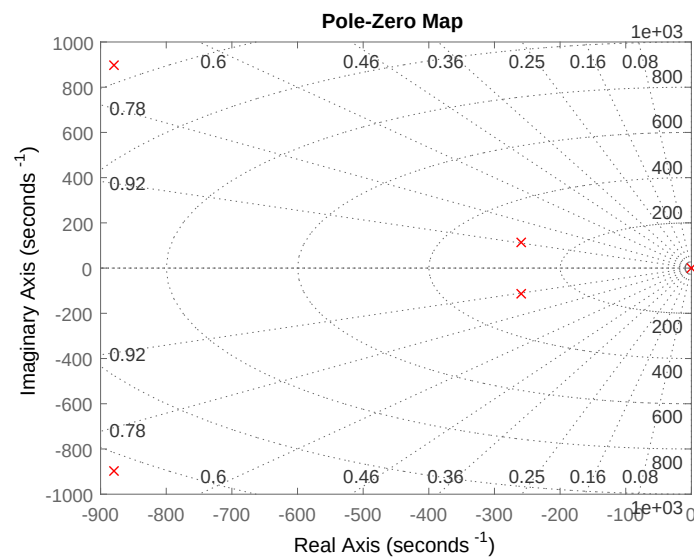
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \quad (39)$$

4.3. ANÁLISIS DEL MODELO

4.3.1. Diagrama de polos y ceros A partir de la figura 29 se puede evidenciar que el modelo experimental de la mesa sísmica posee cinco polos: dos pares de polos complejos conjugados ubicados en el semi-plano izquierdo y un polo en el origen. Este diagrama se puede interpretar físicamente al considerar que el polo en el

origen representa la dinámica dominante del sistema atribuida a la masa inercial de la plataforma deslizante de la mesa sísmica, los polos complejos conjugados más cercanos al origen representan el sistema hidráulico, y los polos complejos conjugados más lejanos a la servoválvula, la cual posee la dinámica más rápida.

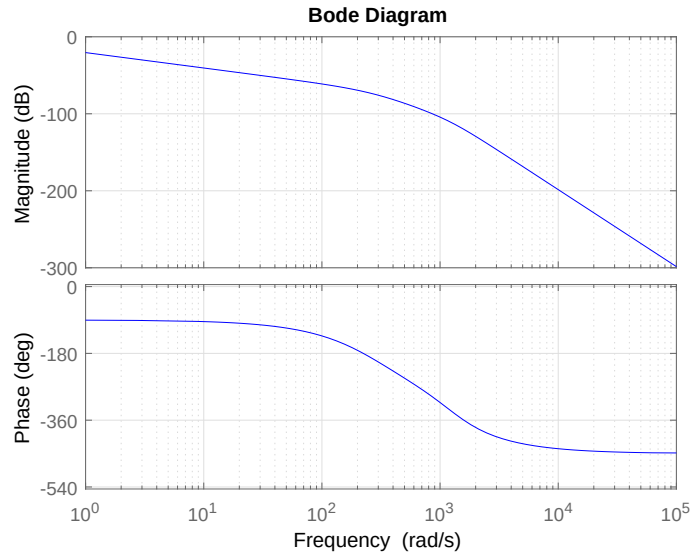
Figura 29. Diagrama de polos y ceros del modelo experimental de la mesa sísmica.



Durante el diseño del controlador se debe tener especial atención con el polo ubicado en el origen ya que puede producir en el sistema un efecto oscilatorio que aumenta en la presencia de ruido. Los demás polos, al estar ubicados en el semi-plano izquierdo, garantizan estabilidad.

4.3.2. Diagrama de Bode A partir del diagrama de Bode del modelo experimental de la mesa sísmica de la figura 30 se puede evidenciar que la frecuencia natural del sistema es de aproximadamente $36[Hz]$ ($226[rad/s]$). Debido a que el rango de interés de operación de la mesa sísmica se encuentra entre 1 y $15[Hz]$ se garantiza que no se alcanzará la resonancia ni se presentarán problemas de desfase.

Figura 30. Diagrama de Bode del modelo experimental de la mesa sísmica.



4.3.3. Controlabilidad Para el diseño del control por realimentación de las variables de estado es necesario que se cumplan dos condiciones: primero, que el sistema sea de estado completamente controlable, y segundo, que todos los estados sean medibles y estén disponibles para su realimentación (si alguno de los estados no es medible es necesario usar un observador para su estimación).

Se dice que un sistema es controlable en el tiempo t_0 si se puede transferir desde cualquier estado inicial $x(t_0)$ a cualquier otro estado, mediante un vector de control sin restricciones, en un intervalo de tiempo finito ³¹. La matriz de controlabilidad P_c se calcula usando la ecuación 40 donde n es el número de estados. Si el determi-

³¹ Katsuhiko OGATA. *Ingeniería de Control Moderna*. Ed. por Prentice Hall. Quinta. 9. Madrid, España: Pearson, 2010, pág. 904.

nante de esta matriz es diferente de cero se dice que el sistema es controlable.

$$P_c = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (40)$$

La condición de controlabilidad se puede probar para el modelo experimental de la mesa sísmica y se cumple que $\det(P_c) \neq 0$, por lo tanto, el sistema es controlable.

4.3.4. Observabilidad De la ecuación 22 de la representación en espacio de estados del sistema se puede evidenciar que el único estado medible y disponible para la realimentación es la posición del actuador hidráulico. Por lo tanto, para poder generar un control por realimentación de los estados, es necesario diseñar un observador para estimar las demás variables de estado. Un observador puede diseñarse, si y solo si, se cumple la condición de observabilidad.

Se dice que un sistema es observable en el tiempo t_0 si, con el sistema en el estado $\mathbf{x}(t_0)$, es posible determinar este estado a partir de la observación de la salida durante un intervalo de tiempo finito ³¹. La matriz de observabilidad P_o se calcula usando la ecuación 41. Si el determinante de esta matriz es diferente de cero se dice que el sistema es observable.

$$P_o = \begin{bmatrix} C & CA & \dots & CA^{n-1} \end{bmatrix}^T \quad (41)$$

La condición de observabilidad se puede probar para el modelo experimental de la mesa sísmica y se cumple que $\det(P_o) \neq 0$, por lo tanto, el sistema es observable.

5. DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL

El sistema de control para la mesa sísmica consiste en un generador de comando, un sistema de realimentación y un observador.

5.1. GENERADOR DE COMANDO

El objetivo de la mesa sísmica es reproducir un acelerograma deseado, de este modo, la señal de entrada y realimentación del controlador debería ser la aceleración. Sin embargo, la realimentación de esta variable no provee un control estable debido a la existencia de un modo inestable e inobservable en su medición, ya que no se pueden detectar movimientos de velocidad o desplazamiento constante ³². En la práctica, se usa el desplazamiento del actuador hidráulico como señal de entrada y realimentación para el controlador ^{4 32}.

Para transformar la señal de aceleración en una señal de desplazamiento que permita reproducir el movimiento sísmico deseado se utiliza un generador de comando basado en un filtro de entrada de doble integración ^{24 33 34}. En la figura 31 se muestra el diagrama de bloques del filtro cuya función de transferencia desde la aceleración

³² Brian M. PHILLIPS, Nicholas E. WIERSCHEM y B. F. SPENCER JR. "Model-based multi-metric control of uniaxial shake tables". En: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 43.5 (2013), págs. 681-699.

³³ N. YANG y col. "Adaptive Inverse control of Two-axis Hydraulic Shaking Table Based on RLS Filter". En: *32nd Chinese Control Conference*. Xi'an, China, 2013, págs. 138-143.

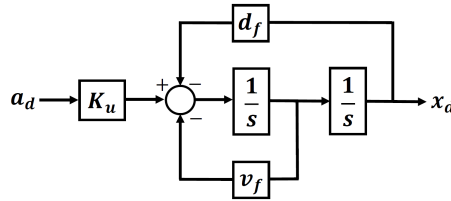
³⁴ Yu TANG y col. "Real Time Acceleration Tracking of Electro-Hydraulic Shake Tables Combining Inverse Compensation Technique and Neural-Based Adaptive Controller". En: *IEEE Access* 5 (2017), págs. 23681-23694.

deseada a_d a la posición de referencia x_d es:

$$G_{CG}(s) = \frac{K_u}{s^2 + v_f s + d_f} \quad (42)$$

donde K_u es la ganancia, d_f y v_f los factores del filtro definidos como $d_f = \omega_o^2$ y $v_f = 2\zeta_o\sqrt{d_f}$, obtenidos a partir de la frecuencia inicial de la aceleración del sistema hidráulico ω_o y la razón de amortiguamiento ζ_o . Los valores sugeridos para los factores son $K_u = 1$, $\omega_o = 0.4[Hz]$ y $\zeta_o = 0.6$ ^{34 35 36}.

Figura 31. Diagrama de bloques del generador de comando.



5.2. SISTEMA DE REALIMENTACIÓN

Para el control de la mesa sísmica se propusieron cuatro sistemas de realimentación basados en la formulación LQR con el fin de analizar, comparar y determinar cual de ellos permite obtener un mejor desempeño. El primer sistema de realimentación es la adaptación del regulador lineal cuadrático (LQR) para servosistemas, el segundo es el control lineal cuadrático integral (LQI), el tercero es el seguidor lineal cuadrático (LQT) y el cuarto es una variación del control LQT, llamado en este trabajo LQT β .

³⁵ Xu YANG, Hua HONGXING y Han JUNWEI. "Three State Controller Design of Shaking Table in Active Structural Control System". En: *2007 IEEE International Conference on Control and Automation* 3.5 (2007), págs. 88-93.

³⁶ J. YAO y col. "Real-Time Acceleration Harmonics Estimation for an Electro-Hydraulic Servo Shaking Table Using Kalman Filter With a Linear Model". En: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 22.2 (2014), págs. 794-800.

Los sistemas de realimentación fueron diseñados sobre la consideración de que la planta está definida por la ecuación 43 de la representación en espacio de estados del sistema SISO-LTI.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, \quad y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (43)$$

5.2.1. Regulador lineal cuadrático (LQR) La adaptación del regulador lineal cuadrático (*linear quadratic regulator*, LQR) para servosistemas establece la ley de control óptima definida por la ecuación 44, donde $\mathbf{K}$ es la matriz de ganancia de realimentación de los estados $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & \dots & k_n \end{bmatrix}$, siendo n el número de estados.

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} + k_1 r \quad (44)$$

El objetivo del control LQR es determinar la matriz de ganancia $\mathbf{K}$ de la ley de control óptima que minimiza la función de costos:

$$J = \int_0^\infty [\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + Ru^2] dt \quad (45)$$

donde $\mathbf{Q}$ es la matriz de penalidades de las variables de estado y R la penalidad escalar de la señal de control. Por definición, $\mathbf{Q}$ debe ser una matriz hermítica definida positiva (o semidefinida positiva) ³¹, que se consigue con una matriz diagonal de las penalidades de cada estado como muestra la ecuación 46 para el modelo de quinto orden de la mesa sísmica.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 \end{bmatrix} \quad (46)$$

La solución del problema de minimización de la función de costos se obtiene al resolver la ecuación matricial reducida de Riccati (ecuación 47) para la matriz simétrica P y luego sustituir esta matriz P en la ecuación 48³⁷.

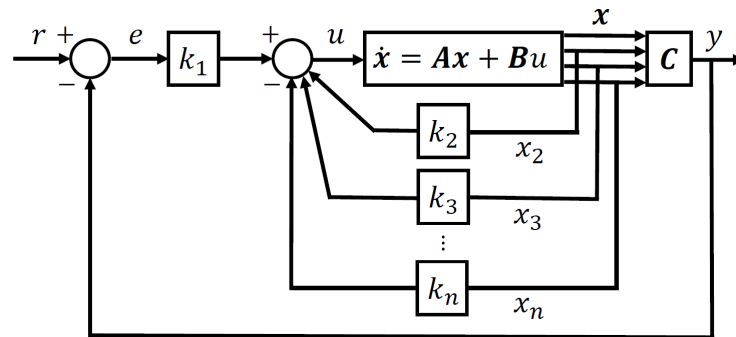
$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (47)$$

$$K = R^{-1}B^T P \quad (48)$$

La representación en espacio de estados del control LQR para servosistemas se obtiene al reemplazar la ley de control (ecuación 44) en la ecuación 43 del sistema y su estructura se ilustra en el diagrama de bloques de la figura 32.

$$\dot{x} = (A - BK)x + Bk_1 r \quad (49)$$

Figura 32. Diagrama de bloques del control LQR.

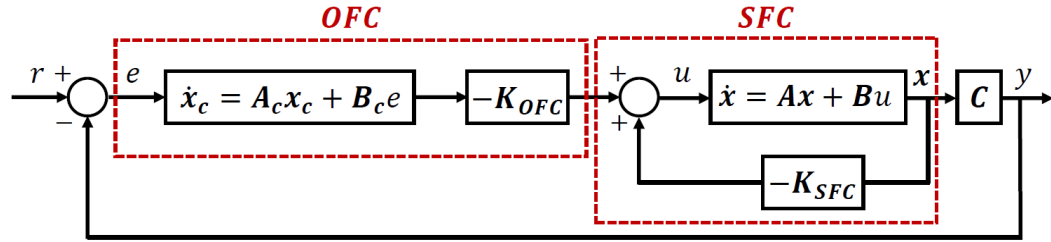


5.2.2. Control lineal cuadrático integral (LQI) Los tres siguientes sistemas de realimentación propuestos poseen una misma estructura en lazo cerrado, que consiste de un controlador por realimentación de las variables de estado (*state-feedback*

³⁷ F. L. LEWIS, D. VRABIE y V. L. SYRMOS. *Optimal Control*. 3rd. New Jersey, USA: Wiley. John Wiley & Sons, Inc., 2012, pág. 540.

controller, SFC) y un controlador por realimentación de la variable de salida (*output-feedback controller*, OFC) como se muestra en la figura 33. Sin embargo, ellos difieren en la formulación del OFC y de la función de costos que se minimiza para la obtención de la ley de control.

Figura 33. Diagrama de bloques de la estructura del control LQI, LQT y LQT β .



La estructura del OFC toma al error de seguimiento ($e = r - y$) como señal de entrada y su representación en espacio de estados se define como:

$$\dot{x}_c = A_c x_c + B_c e \quad (50)$$

Con el fin de incluir el SFC y el OFC se formula una estructura aumentada del sistema por medio del vector de estado aumentado $x_a = \begin{bmatrix} x^T & x_c^T \end{bmatrix}^T$ y la representación en espacio de estados:

$$\dot{x}_a = A_a x_a + B_a u + B_r r \quad (51)$$

$$y = C_a x_a \quad (52)$$

$$\text{donde: } A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -B_c C & A_c \end{bmatrix}, B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ B_c \end{bmatrix} \text{ y } C_a = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}.$$

La ley de control para el sistema aumentado está definida por la ecuación 53 donde la matriz K consiste de la ganancia de realimentación de las variables de estado

K_{SFC} y la ganancia de realimentación de la salida K_{OFC} .

$$u = -Kx_a = - \begin{bmatrix} K_{SFC} & K_{OFC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} = -K_{SFC}x - K_{OFC}x_c \quad (53)$$

En el control lineal cuadrático integral (*linear quadratic integral*, LQI) la estructura del OFC se selecciona como un integrador simple de primer orden. De este modo la representación en espacio de estados del OFC (ecuación 50) quedaría de la forma:

$$\dot{x}_c = e \quad (54)$$

Reemplazando el OFC en las ecuaciones 51 y 52 se obtiene la representación en espacio de estados del sistema aumentado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (55)$$

$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \quad (56)$$

El objetivo del control LQI es determinar la matriz de ganancia K de la ley de control óptima que minimiza la función de costos:

$$J = \int_0^{\infty} [x_a^T Q x_a + R u^2] dt \quad (57)$$

donde Q es la matriz de penalidades de las variables de estado y del error de seguimiento, y R la penalidad escalar de la señal de control. La matriz Q toma la forma mostrada en la ecuación 58 donde q_e es la penalidad del error de seguimiento ³⁸,

³⁸ S. ABDOLNASER y F. AMIN. "Modeling Linear Quadratic Regulator LQR/LQT/LQGT for Inverted Pendulum System". En: *Journal of Applied Environmental and Biological Sciences* 5.4 (2015), págs. 1-11.

esta forma permite cumplir la condición de que sea una matriz hermítica definida positiva (o semidefinida positiva).

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_e \end{bmatrix} \quad (58)$$

La solución del problema de minimización de la función de costos se obtiene aplicando la metodología de la formulación LQR anteriormente planteada en las ecuaciones 47 y 48, pero sustituyendo las matrices A y B por las matrices aumentadas A_a y B_a como muestran las ecuaciones 59 y 60 ³⁸.

$$PA_a + A_a^T P + Q - PB_a R^{-1} B_a^T P = 0 \quad (59)$$

$$K = R^{-1} B_a^T P \quad (60)$$

La representación en espacio de estados del control LQI se obtiene al reemplazar la ley de control (ecuación 53) en la ecuación 55 del sistema aumentado.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_{SFC} & -BK_{OFC} \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (61)$$

5.2.3. Seguidor lineal cuadrático (LQT) Al igual que en el control LQI, en el seguidor lineal cuadrático (*linear quadratic tracking*, LQT) la estructura del OFC se

selecciona como un integrador simple de primer orden ³⁹. El objetivo de este control es determinar la matriz de ganancia K de la ley de control óptima que minimiza la función de costos:

$$J = \int_0^{\infty} (q_e e^2 + u^2) dt \quad (62)$$

donde q_e es la penalidad escalar del error de seguimiento. La solución para este problema de minimización se resuelve usando la formulación LQR para el sistema aumentado (ecuaciones 59 y 60) al transformar la función de costos deseada a la forma:

$$J = \int_0^{\infty} [x_a^T Q x_a + u^2] dt \quad (63)$$

donde la matriz Q tendría la forma mostrada en la ecuación 64, la cual incluye únicamente ceros y la penalidad del error q_e en la esquina inferior derecha ⁴⁰.

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_e \end{bmatrix} \quad (64)$$

La representación en espacio de estados del control LQT toma la forma mostrada en la ecuación 61.

³⁹ U. AIMEN y col. "Linear Quadratic Tracking in Fault Tolerant Control of DC Motor in the Presence of Actuator Faults". En: *6th International Conference on Systems and Control*. Batna, Algeria, 2017, págs. 611-615.

⁴⁰ R. ALI y col. "Optimal Output Quadratic Regulation". En: *2016 6th International Conference on Intelligent and Advanced Systems*. Kuala Lumpur, Malaysia: IEEE, 2017, pág. 4.

5.2.4. Variación del LQT (LQT β) Cuando el OFC es un integrador simple de primer orden la función de costos únicamente involucra el error de seguimiento y las derivadas de orden superior son excluidas. En esta variación del control LQT se extiende el OFC para incluir la primera derivada del error de seguimiento. La estructura del OFC se define como $\frac{1+\beta s}{s}$ donde β es un escalar positivo conocido ⁴¹. De esta manera, la representación en espacio de estados del OFC quedaría definida por la ecuación 65 y la función de costos por la ecuación 66.

$$\dot{x}_c = e + \beta \dot{e} = r - \mathbf{C}\mathbf{x} - \beta \mathbf{C}(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u) \quad (65)$$

$$J = \int_0^\infty (q_e(e + \beta \dot{e})^2 + v^2) dt \quad (66)$$

Reemplazando el OFC en las ecuaciones 51 y 52 se obtiene la representación en espacio de estados del sistema aumentado:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} - \beta \mathbf{C}\mathbf{A} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ -\beta \mathbf{C}\mathbf{B} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (67)$$

$$y = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_c \end{bmatrix} \quad (68)$$

La solución del problema de minimización se obtiene siguiendo la metodología del control LQT al usar la formulación LQR para el sistema aumentado (ecuaciones 59 y 60) transformando la función de costos a la forma mostrada en la ecuación 63 con la matriz $\mathbf{Q}$ según la ecuación 64 ⁴¹.

⁴¹ M. KARIMI-GHARTEMANI y col. "Linear quadratic output tracking and disturbance rejection". En: *International Journal of Control* 84.8 (2011), págs. 1442-1449.

La representación en espacio de estados del control LQT β se obtiene al reemplazar la ley de control (ecuación 53) en la ecuación 67 del sistema aumentado.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_{SFC} & -BK_{OFC} \\ -C - \beta CA + \beta CBK_{SFC} & \beta CBK_{OFC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (69)$$

5.3. OBSERVADOR

En la mesa sísmica, la única variable de estado disponible para medición y realimentación es la posición del actuador hidráulico, por lo tanto, para poder implementar los sistemas de realimentación propuestos es necesario estimar las demás variables por medio de un observador. Un observador de estados es un dispositivo que estima alguna o algunas de las variables de estado que no son medibles basándose en la medición de las variables de salida y de control ³¹.

Sea la planta definida por la representación en espacio de estados de la ecuación 43, el modelo matemático del observador se define en la ecuación 70 donde $\tilde{x}$ es el vector de estado estimado, $C\tilde{x}$ la salida estimada y K_e la matriz de ganancia del observador. Las entradas del observador son la salida y y la señal de control u .

$$\dot{\tilde{x}} = (A - K_e C)\tilde{x} + Bu + K_e y \quad (70)$$

La determinación de la matriz de ganancia del observador K_e se realizó por el método de asignación de polos utilizando la fórmula de Ackermann modificada mostrada en la ecuación 71 donde $\phi(s)$ es el polinomio característico deseado para el observador con polos en $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$.

$$K_e = \phi(A) \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-2} \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (71)$$

$$\phi(s) = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) \quad (72)$$

Los polos del observador se seleccionaron 3.5 veces más grandes que el polo más lento de cada uno de los sistemas de realimentación propuestos, obedeciendo el criterio de diseño que dicta que los polos del observador deben ser de dos a cinco veces más rápidos que los polos del controlador ³¹.

5.4. ESTRUCTURA GENERAL

Al integrar los tres componentes descritos en las secciones 5.1, 5.2 y 5.3 se obtiene la estructura general del sistema de control de la mesa sísmica. En la figura 34 se muestra el diagrama de bloques de la estructura general cuando se usa el sistema de realimentación LQR y en la figura 35 el diagrama de bloques cuando se usan los sistemas de realimentación LQI, LQT y LQT β .

Figura 34. Estructura general para sistema de realimentación LQR.

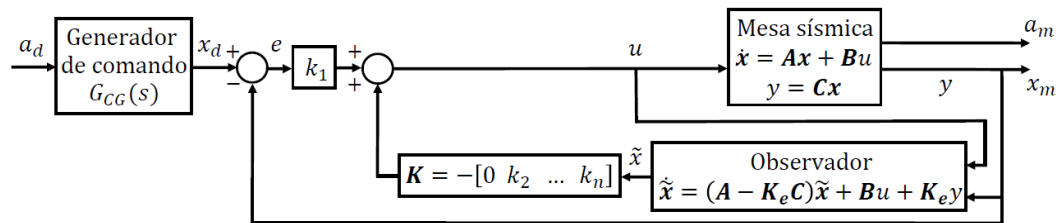
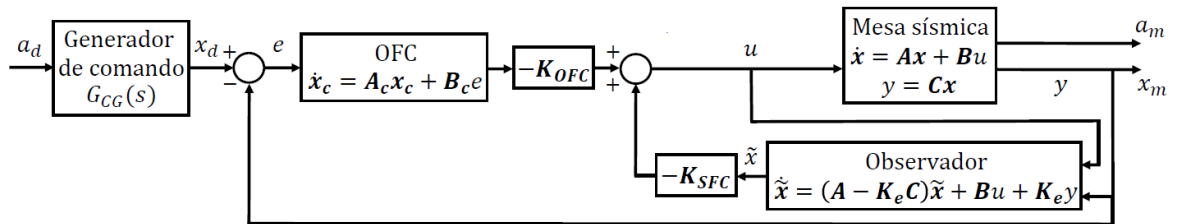


Figura 35. Estructura general para sistemas de realimentación LQI, LQT y LQT β .



6. IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL

Los sistemas de control propuestos fueron implementados usando la tarjeta de control y adquisición de datos Quanser Q8-USB con la previa instalación de MATLAB® y Simulink® R2014a, b o R2015a, b; QUARC (Quanser Real-time Control) real-time rapid control and prototyping software v2.5; y un compilador de C (Visual Studio).

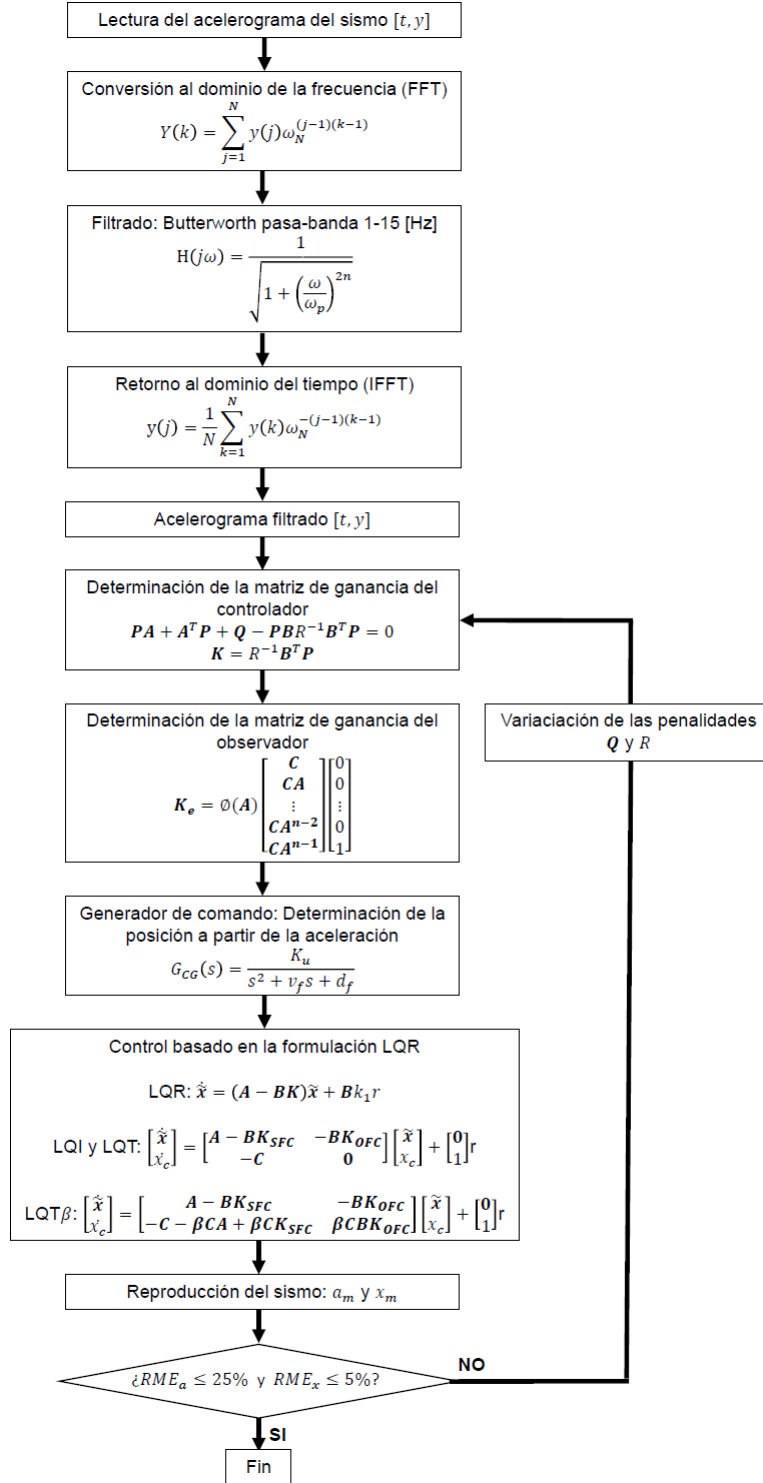
6.1. DESARROLLO DEL SISTEMA DE CONTROL EN MATLAB® Y SIMULINK®

Los sistemas de control fueron implementados por medio de un algoritmo desarrollado conjuntamente en MATLAB® y Simulink®, que inicia con la lectura del acelerograma del sismo y finaliza con la reproducción del mismo. El diagrama de flujo de la figura 36 ilustra el algoritmo de control.

La parte inicial fue desarrollada en MATLAB® y se encarga de la lectura del acelerograma del sismo y su depuración siguiendo la metodología explicada en la sección 3.1. También realiza la determinación de la matriz de ganancia del controlador a partir de las matrices de penalidades y la determinación de la matriz de ganancia del observador por el método de asignación de polos, siguiendo las formulaciones mencionadas en las secciones 5.2 y 5.3 respectivamente.

Los modelos de los sistemas de control fueron desarrollados en Simulink® siguiendo la estructura mostrada en la figura 34 para el control LQR y la estructura de la figura 35 para el control LQI, LQT y LQT_{β} . Estas estructuras se componen del generador de comando, el sistema de realimentación y el observador. A continuación se describirá la construcción y los componentes generales de estos modelos.

Figura 36. Diagrama de flujo del algoritmo de control.



El acelerograma depurado es cargado en Simulink® a través del *workspace* de MATLAB® y enviado al generador de comando para transformar la señal de aceleración en una señal de desplazamiento que permita reproducir el sismo deseado como muestra la figura 37. El diagrama de bloques interno del generador de comando se exhibe en la figura 38. La señal de desplazamiento obtenida es usada como señal de entrada para el controlador.

Figura 37. Bloques de entrada del sismo y generador de comando.

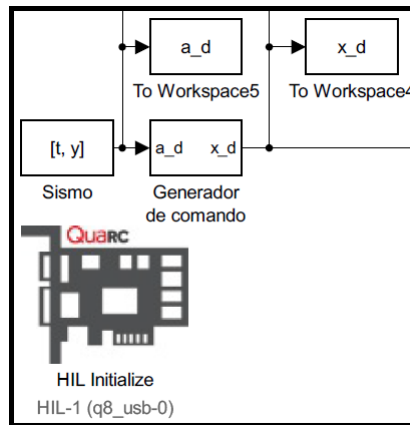
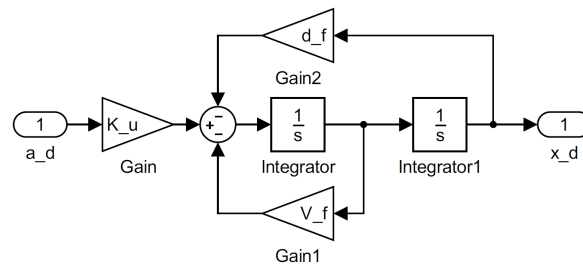


Figura 38. Bloques internos del generador de comando.



La señal de referencia es comparada con el desplazamiento medido por el LVDT para obtener el error de seguimiento. En el caso del control LQR, el error de seguimiento es multiplicado por la ganancia k_1 como muestra la figura 39, y para el control LQI, LQT y LQT β el error es enviado al OFC y la salida del OFC multiplicada por la

ganancia K_{OFC} como muestra la figura 40.

Figura 39. Bloques comparación, construcción de la señal de control y estimación de las variables de estado para el control LQR.

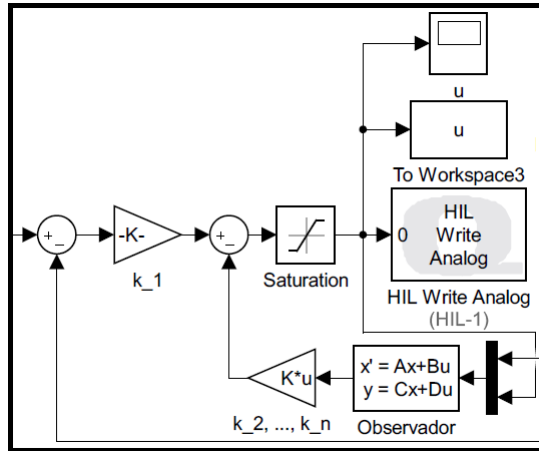
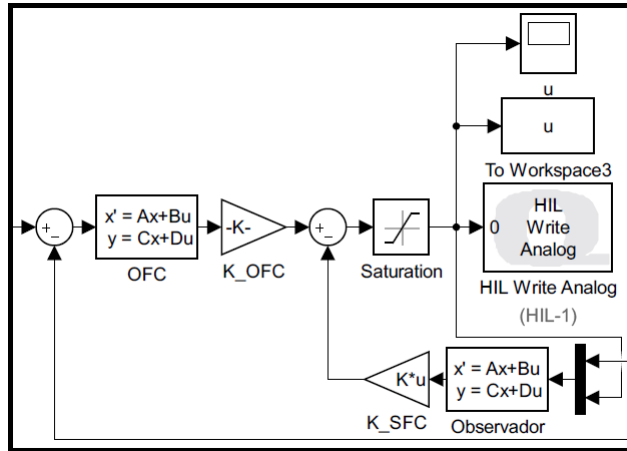


Figura 40. Bloques comparación, construcción de la señal de control y estimación de las variables de estado para el control LQI, LQT y LQT β .

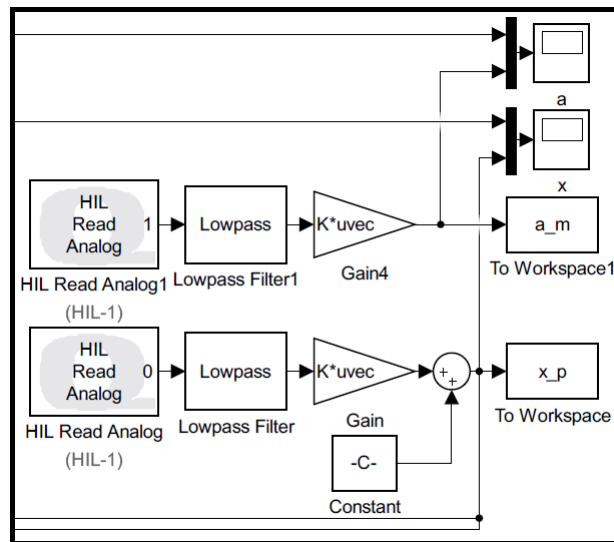


El observador toma la señal de control y el desplazamiento medido para estimar todas las variables de estado. El resultado de la estimación es multiplicado por las ganancias $k_2, \dots, k_n$ en el caso del control LQR y por K_{SFC} en el caso del control LQI, LQT y LQT β .

Para el control LQR, la señal de control es construida como la suma del producto del error de seguimiento con la ganancia k_1 y el producto de los estimados estimados con las ganancias $k_2, \dots, k_n$. Para el control LQI, LQT y LQT β es construida como la suma del producto de la salida del OFC con la ganancia K_{OFC} y el producto de los estados estimados con la ganancia K_{SFC} . La señal de control pasa por un saturador ajustado en $\pm 5[V]$ y es enviada a la tarjeta de adquisición de datos por medio del bloque *HIL Write Analog*.

Las lecturas de voltaje del LVDT y acelerómetro son enviadas a la tarjeta Quanser, recibidas por los bloques *HIL Read Analog* y enviadas a un filtro pasa-bajas con frecuencia de corte en $100[Hz]$ para remover el ruido. La lectura del LVDT es convertida a posición por medio de la ecuación 1 y la lectura del acelerómetro convertida a aceleración por la ecuación 2, como muestran los bloques de la figura 41.

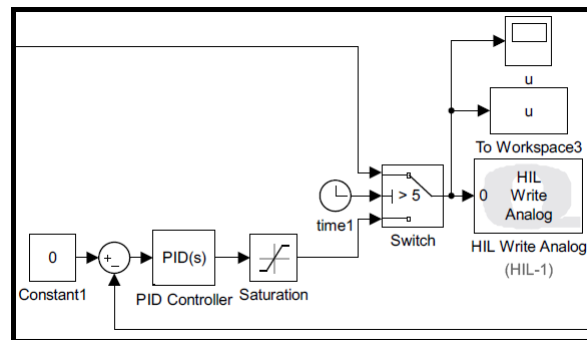
Figura 41. Bloques de lectura de los sensores



A estos modelos fue necesario añadirle un sistema de posicionamiento inicial que permitiera ubicar la plataforma de la mesa sísmica en su posición central ($x_p = 0$)

antes de poder iniciar la reproducción del sismo deseado. Para ello se desarrolló el sistema mostrado en la figura 42 que consta de un control PID que actúa durante 5[s] para posicionar la mesa sísmica en el centro (esto tarda alrededor de 3[s] si se encuentra en alguna de las posiciones extremas). Una vez transcurren estos 5[s] se inicia la reproducción del sismos con los sistemas de control propuestos.

Figura 42. Bloques de posicionamiento inicial.



6.2. TIEMPO DE MUESTREO

El tiempo de muestreo de los sistemas de control se estableció en 0.001[s] siguiendo las recomendaciones establecidas en la literatura para muestreo de servo sistemas hidráulicos (entre 1 y 2[ms])^{21 42 43} y referencias de controladores desarrollados por otros autores para mesas sísmicas hidráulicas^{4 26 44}.

⁴² M. GRÖNBÄCK. "Numerical Tuning of Control Parameters in Hydraulic System System". Master's thesis in Systems, Control and Mechatronics. Chalmers University of Technology, 2015, pág. 74.

⁴³ COLOGNI A. L., MAZZOLENI M. y F. PREVIDI. "Modeling and Identification of an Electro-Hydraulic Actuator". En: *12th IEEE International Conference on Control & Automation (ICCA)*. 6. Kathmandu, Nepal, 2016, págs. 335-340.

⁴⁴ Yu TANG y col. "Investigation on acceleration performance improvement of electro-hydraulic shake tables using parametric feedforward compensator and functional link adaptive controller". En: *ISA Transactions* (2018), pág. 31.

Debido a que la frecuencia máxima contenida en las señales de aceleración y desplazamiento de los sistemas de control es de $15[Hz]$, el establecimiento de este tiempo de muestreo permite cumplir el teorema de muestreo de Nyquist-Shannon, el cual dicta que la frecuencia de muestreo debes ser al menos dos veces mayor que la frecuencia máxima del sistema $F_s > 2F_{max}$.

6.3. SINTONIZACIÓN

La sintonización de las matrices de penalidades de los sistemas de control propuestos fue llevada a cabo en dos etapas. En la primera se determinaron las penalidades iniciales por medio de la regla de Bryson, la cual estima la matriz de penalidad Q a través de la normalización de las penalidades de los estados respecto a su máximo valor permisible ³⁷. De esta manera, la matriz fue construida siguiendo el criterio:

$$Q_{ii} = \frac{1}{(x_i)_{max}^2} \quad (73)$$

donde $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, siendo n el número de estados ⁴⁵. En la segunda etapa, las penalidades fueron ajustadas gradualmente en un proceso iterativo de prueba y error, en combinación de simulación y experimentación, hasta alcanzar el desempeño establecido en los objetivos para la reproducción de la aceleración y el desplazamiento.

Los valores finales de la matrices de penalidades de los sistemas de control propuestos se exhiben a continuación:

⁴⁵ G. F. FRANKLIN, D. P. POWELL y E. ABBAS. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 4th Ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson, 2002, pág. 502.

■ Control LQR:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 2.5 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \cdot 10^{-15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = 1 \quad (74)$$

■ Control LQI:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 2.5 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \cdot 10^{-15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.5 \cdot 10^7 \end{bmatrix}, \quad R = 1 \quad (75)$$

■ Control LQT:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \cdot 10^8 \end{bmatrix}, \quad R = 1 \quad (76)$$

- Control LQT $_{\beta}$:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.75 \cdot 10^7 \end{bmatrix}, \quad R = 1, \quad \beta = 0.05 \quad (77)$$

7. EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL

La evaluación del desempeño de los sistemas de control propuestos se realizó en tres aspectos: reproducción, repetibilidad y consumo de energía. El análisis de la reproducción y repetibilidad se desarrolló sobre el seguimiento de la aceleración y el desplazamiento, y el análisis del consumo energético sobre la señal de control.

Los análisis fueron realizados para cuatro señales de referencia (acelerogramas) de sismos representativos a nivel histórico y mundial: Coalinga (1983, California, Estados Unidos), El Centro (1940, Sur de California, frontera entre Estados Unidos y México), Loma Prieta (1989, Área de la Bahía de San Francisco, Estados Unidos) y Palm Springs (1986, California, Estados Unidos).

Con el propósito de contrastar los resultados obtenidos, los sistemas de control propuestos basados en la formulación LQR fueron comparados con un control PID, cuyo diseño, implementación y sintonización se resume en el anexo 2.

7.1. ANÁLISIS DE REPRODUCCIÓN

Para realizar la evaluación cuantitativa de la reproducción de la aceleración y del desplazamiento, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia, se utilizó el error relativo máximo (RME), el índice del RME (% RME), el error medio cuadrático (RMSE) y el índice del RMSE (% RMSE) ^{46 34 44}. Estos parámetros de evaluación fueron calculados utilizando las ecuaciones 78, 79, 80 y 81 respectiva-

⁴⁶ Yu TANG y col. "Improved feedforward inverse control with adaptive refinement for acceleration tracking of electro-hydraulic shake table". En: *Journal of Vibration and Control* 22.19 (2016), págs. 3945-3964.

mente, donde a_d es el valor esperado, a_m el valor medido y N el tamaño de la señal.

$$RME = \max |a_d - a_m| \quad (78)$$

$$\% RME = \frac{\max |a_d - a_m|}{\max |a_d|} \cdot 100 \quad (79)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (a_d - a_m)^2} \quad (80)$$

$$\% RMSE = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (a_d - a_m)^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (a_d)^2}} \cdot 100 \quad (81)$$

7.1.1. Reproducción de la aceleración Los resultados gráficos de la reproducción de la aceleración para el sismo de El Centro se muestran y organizan así: seguimiento de la aceleración en el dominio del tiempo en la figura 43, vista ampliada del seguimiento de la aceleración en la figura 44, error de seguimiento de la aceleración en la figura 45, vista ampliada del error de seguimiento en la figura 46 y seguimiento de la aceleración en el dominio de la frecuencia con la densidad de potencia espectral (*power spectrum density*, PSD) ^{4 32 46} en la figura 47. Los resultados gráficos de los demás sismos se encuentran en el anexo 1.

Los resultados cuantitativos de los parámetros de evaluación (RME, % RME, RMSE y % RMSE) se muestran en la tabla 11 para el dominio del tiempo y en la tabla 12 para el dominio de la frecuencia. Los errores promedio de cada sistema de control fueron calculados a partir de estos resultados y resumidos en la tabla 13.

Figura 43. Seguimiento de la aceleración del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

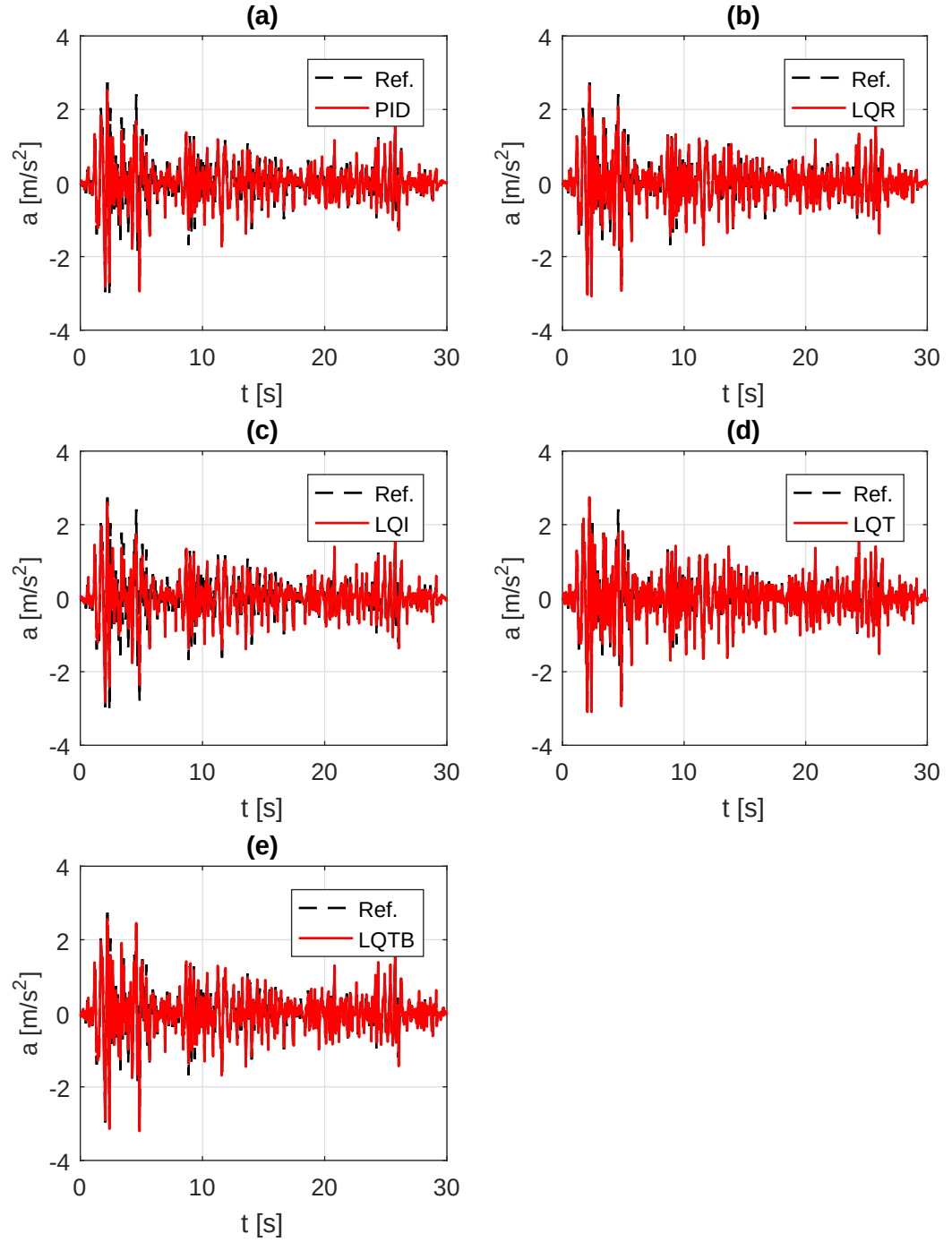


Figura 44. Vista ampliada del seguimiento de la aceleración del sismo de El Centro:
 (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

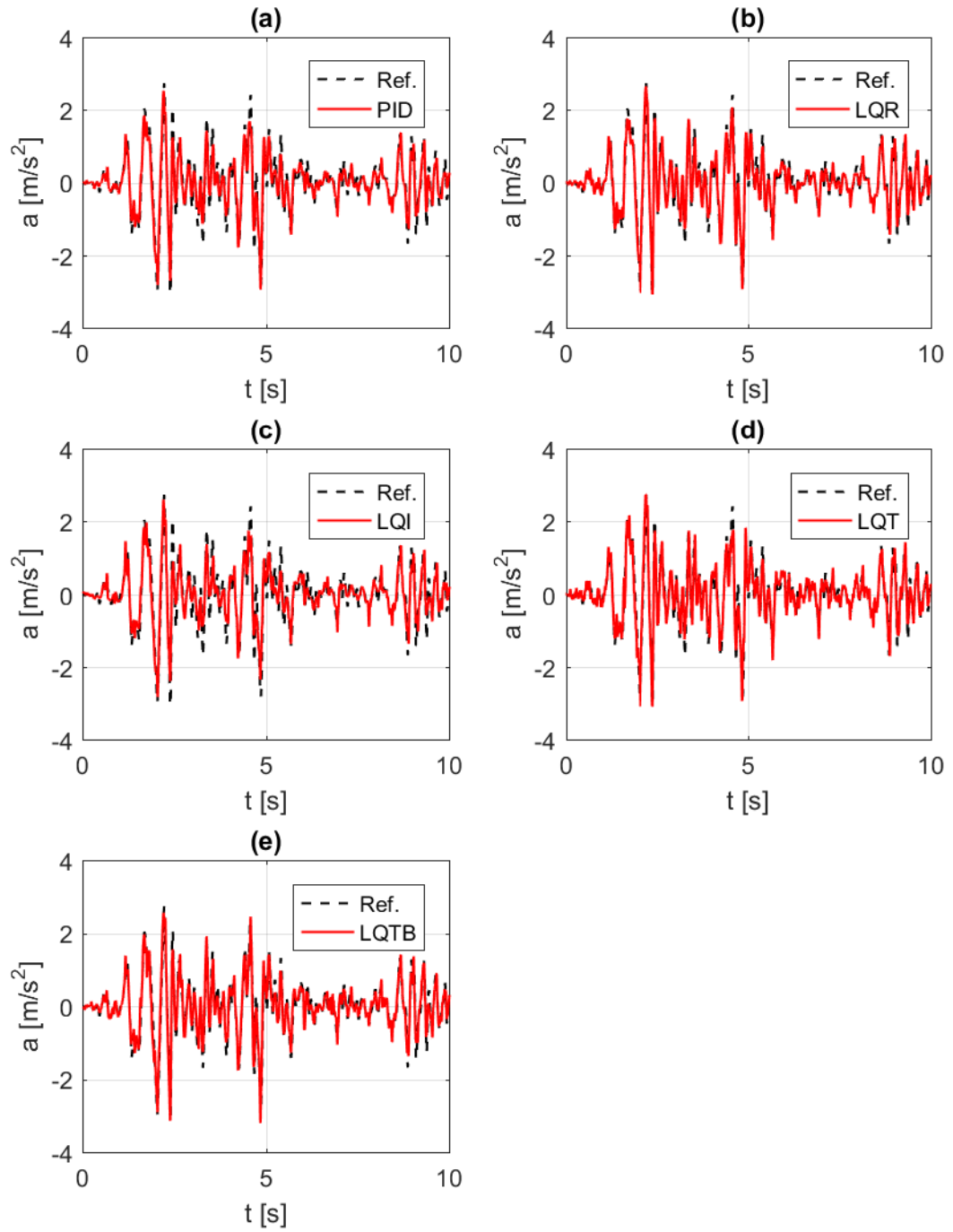


Figura 45. Error de seguimiento de la aceleración del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

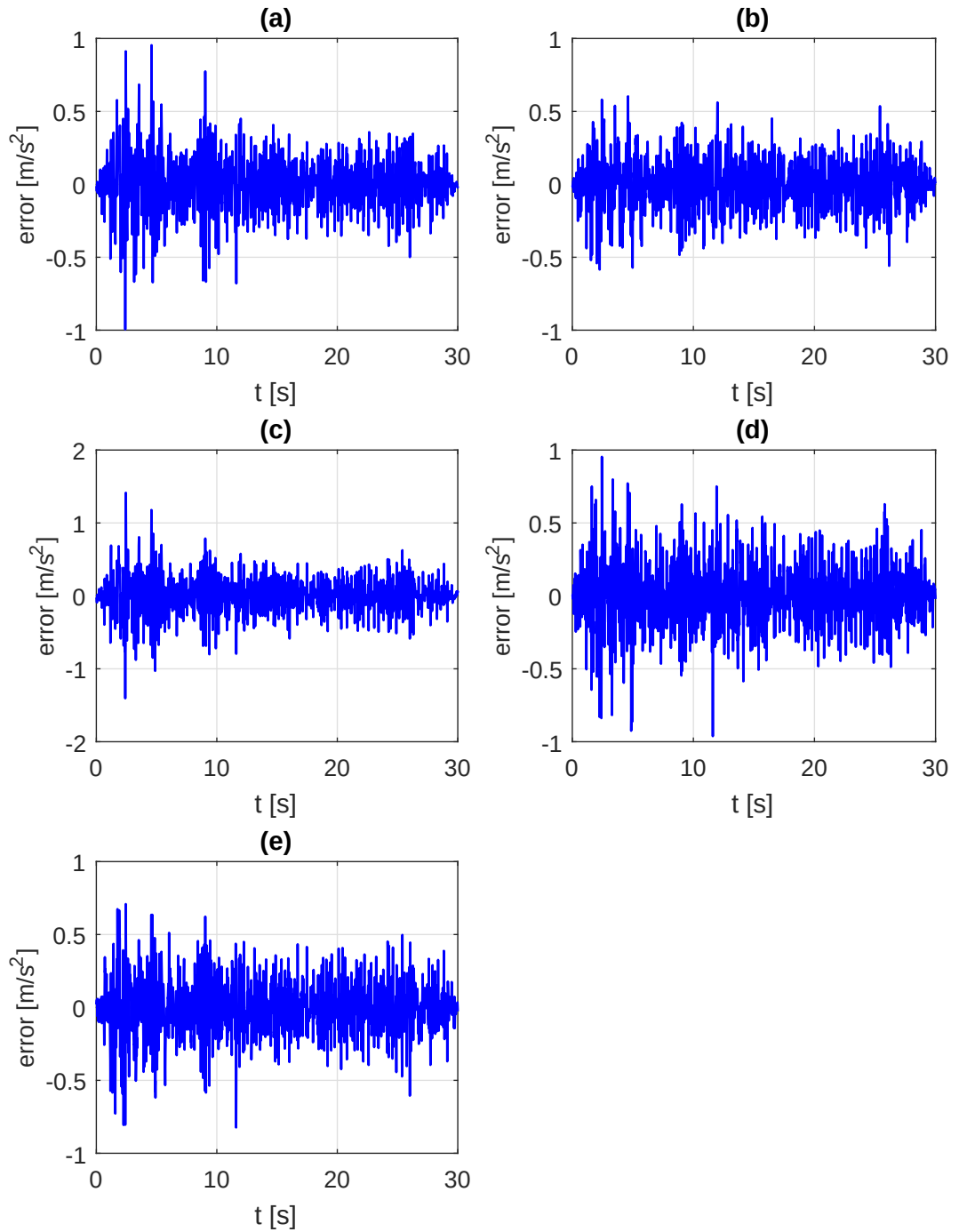


Figura 46. Vista ampliada del error de seguimiento de la aceleración del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

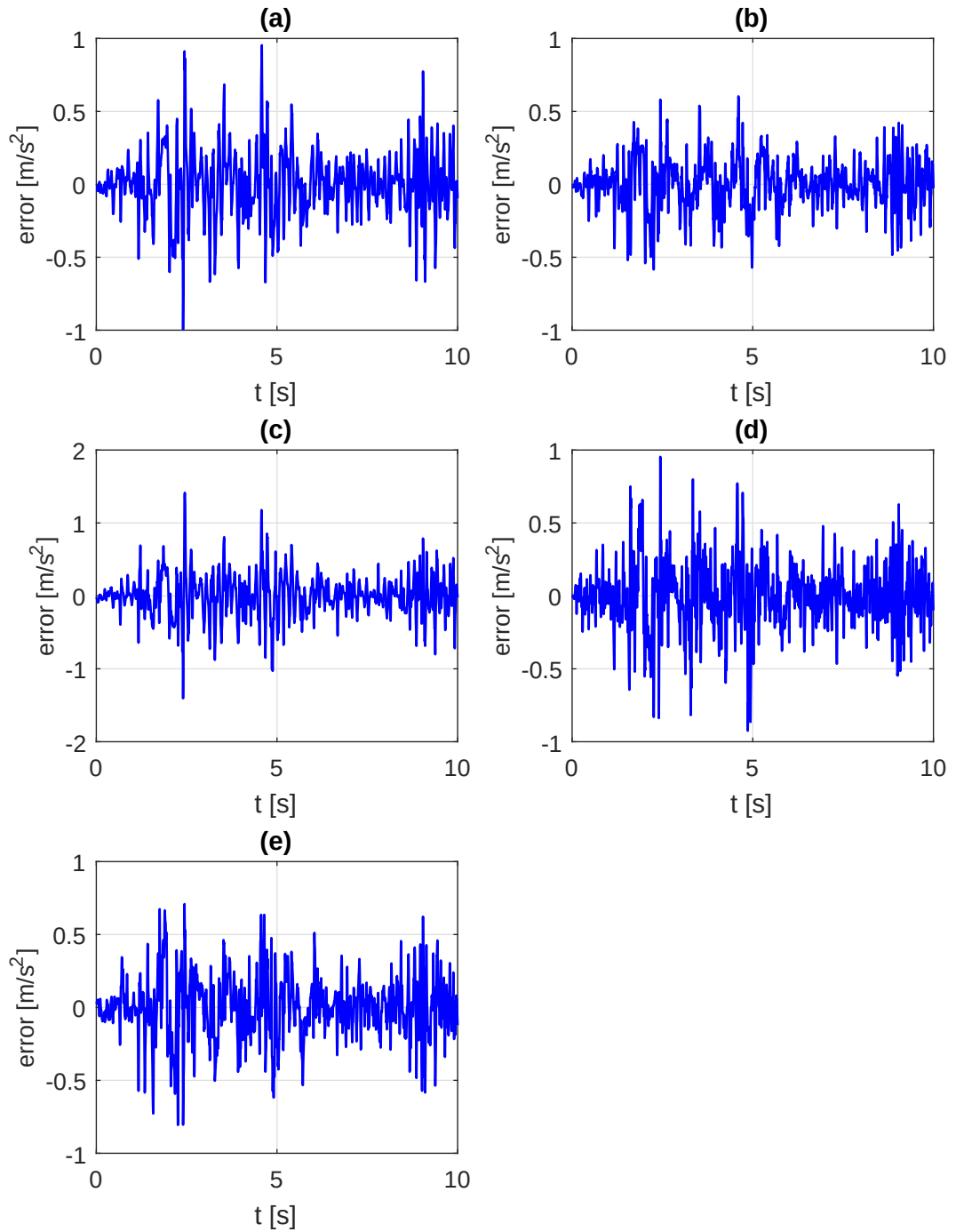


Figura 47. PSD del seguimiento de la aceleración del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

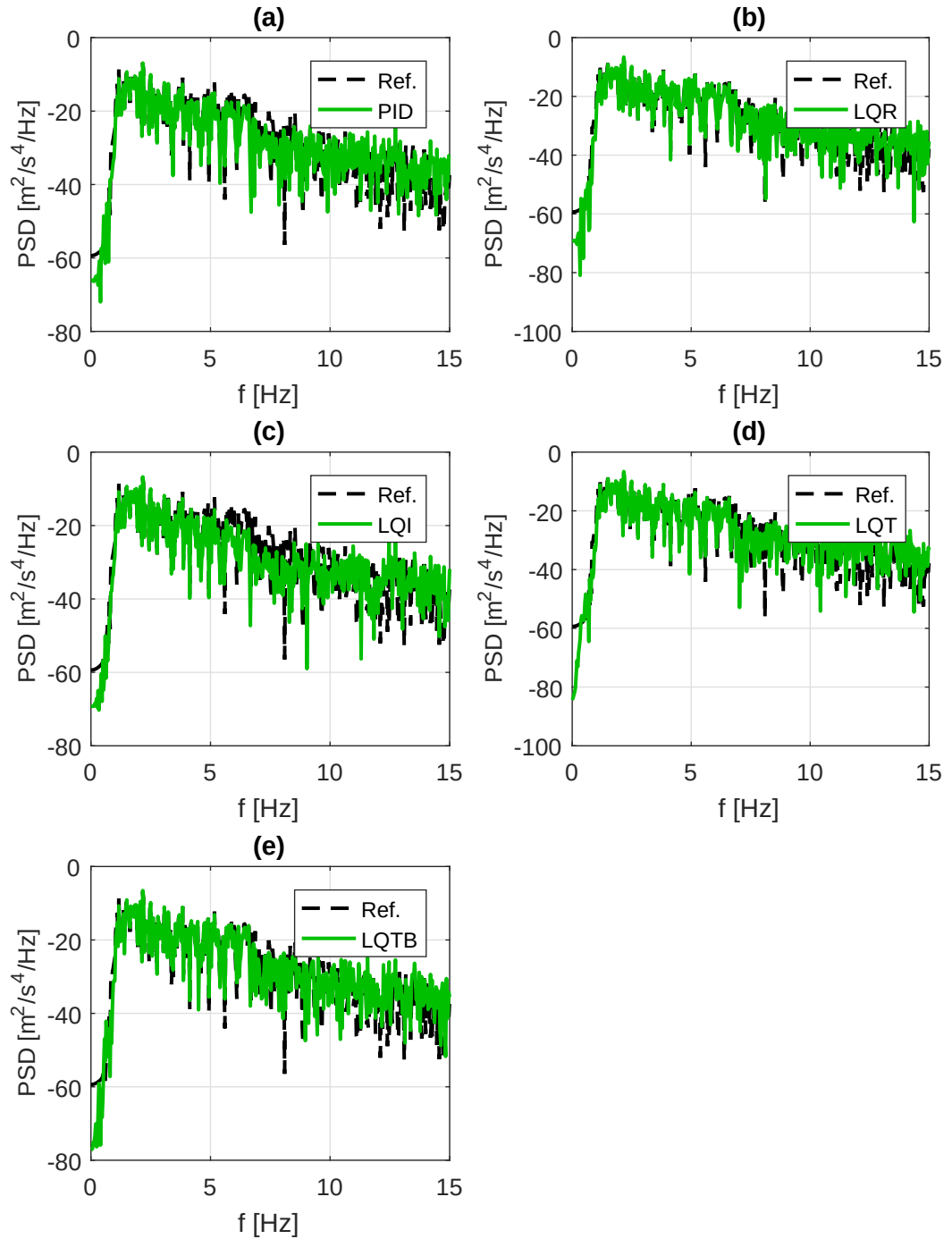


Tabla 11. RME, % RME, RMSE y % RMSE de la aceleración en el dominio del tiempo para los diferentes controladores y sismos.

Coalinga				
Control	RME [m/s²]	% RME	RMSE [m/s²]	% RMSE
PID	0.6213	22.0555	0.0854	21.1295
LQR	0.3401	12.0748	0.0683	16.8796
LQI	0.5885	20.8923	0.0917	22.6842
LQT	0.4747	16.8501	0.0777	19.1406
LQT _{β}	0.3403	12.0817	0.0706	14.4649
El Centro				
PID	0.9941	32.6274	0.1547	27.7440
LQR	0.6037	19.8132	0.1257	22.5430
LQI	1.4144	46.4221	0.1849	33.1610
LQT	0.9621	31.5778	0.1494	26.7902
LQT _{β}	0.8230	27.0127	0.1290	23.1279
Loma Prieta				
PID	1.6107	37.0165	0.1820	27.0211
LQR	0.8862	20.3676	0.1289	19.1394
LQI	1.5804	36.3206	0.1953	28.9952
LQT	1.1526	26.4886	0.1594	23.6687
LQT _{β}	1.0803	24.8282	0.1421	21.1039
Palm Springs				
PID	0.9175	34.7867	0.1219	32.6441
LQR	0.7900	29.9538	0.0924	23.9033
LQI	1.2176	46.1687	0.1663	45.9889
LQT	0.8762	33.2227	0.1130	29.3806
LQT _{β}	0.9203	34.8955	0.1020	26.6003

Tabla 12. RME, % RME, RMSE y % RMSE de la aceleración en el dominio de la frecuencia para los diferentes controladores y sismos.

Coalinga				
Control	RME [$\text{m}^2/\text{s}^4/\text{Hz}$]	% RME	RMSE [$\text{m}^2/\text{s}^4/\text{Hz}$]	% RMSE
PID	0.0228	16.8543	0.0026	16.1593
LQR	0.0174	12.8345	0.0017	10.4797
LQI	0.0165	12.1711	0.0019	11.7474
LQT	0.0151	11.1302	0.0018	10.7118
LQT β	0.0123	9.0991	0.0016	9.7364
El Centro				
PID	0.0622	29.8750	0.0059	24.2583
LQR	0.0609	29.2302	0.0044	17.9914
LQI	0.0530	25.4484	0.0062	25.6009
LQT	0.0599	28.7585	0.0047	19.2125
LQT β	0.0508	24.3719	0.0040	16.3179
Loma Prieta				
PID	0.1217	22.4764	0.0121	22.7356
LQR	0.0955	17.6408	0.0100	18.7692
LQI	0.1292	23.8558	0.0124	23.4267
LQT	0.1297	23.9609	0.0117	21.9928
LQT β	0.1076	19.8731	0.0110	20.8208
Palm Springs				
PID	0.0188	49.4720	0.0028	37.0678
LQR	0.0121	31.7866	0.0018	23.4515
LQI	0.0242	63.8988	0.0036	48.2760
LQT	0.0151	39.9480	0.0019	25.6306
LQT β	0.0134	35.2260	0.0020	26.3724

Tabla 13. % RME y % RMSE promedio de la aceleración para los diferentes controladores.

Control	Dominio del tiempo		Dominio de la frecuencia	
	% RME	% RMSE	% RME	% RMSE
PID	31.6215	27.1347	29.6694	25.0553
LQR	20.5524	20.6163	22.8730	17.6730
LQI	37.4509	32.7066	31.3435	27.2628
LQT	27.0348	24.4901	24.7450	19.3869
LQT β	24.7045	21.3243	22.1425	18.3119

A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que los sistemas de control basados en la formulación LQR permiten un mejor seguimiento de la aceleración con respecto al control PID, excepto en el caso específico del control LQI.

El desempeño de los sistemas de control para el seguimiento de la aceleración, tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia, se puede ordenar desde el mejor hasta el peor así: (1) LQR, (2) LQT_{β} , (3) LQT, (4) PID y (5) LQI. Las diferencias en los errores entre el control LQR y LQT_{β} son mínimas (4.15 %, 0.7080 %, 0.7305 % y 0.6389 % para RME y RMSE el dominio del tiempo, y RME y RMSE en el dominio de la frecuencia respectivamente).

De las gráficas del seguimiento en el dominio de la frecuencia (figuras 47, 67, 72 y 77) se observa que las mayores desviaciones respecto a la señal de referencia se producen en la zona de alta frecuencia del sismo (entre 10 y 15[Hz]).

7.1.2. Reproducción del desplazamiento Los resultados gráficos de la reproducción del desplazamiento para el sismo de El Centro se muestran y organizan así: seguimiento del desplazamiento en el dominio del tiempo en la figura 48, vista ampliada del seguimiento del desplazamiento en la figura 49, error de seguimiento del desplazamiento en la figura 50, vista ampliada del error de seguimiento en la figura 51 y seguimiento del desplazamiento en el dominio de la frecuencia con la PSD en la figura 52. Los resultados gráficos de los demás sismos se encuentran en el anexo 1.

Los resultados cuantitativos de los parámetros de evaluación se muestran en la tabla 14 para el dominio del tiempo y en la tabla 15 para el dominio de la frecuencia. Los errores promedio de cada sistema de control fueron calculados a partir de estos resultados y resumidos en la tabla 16.

Figura 48. Seguimiento del desplazamiento del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

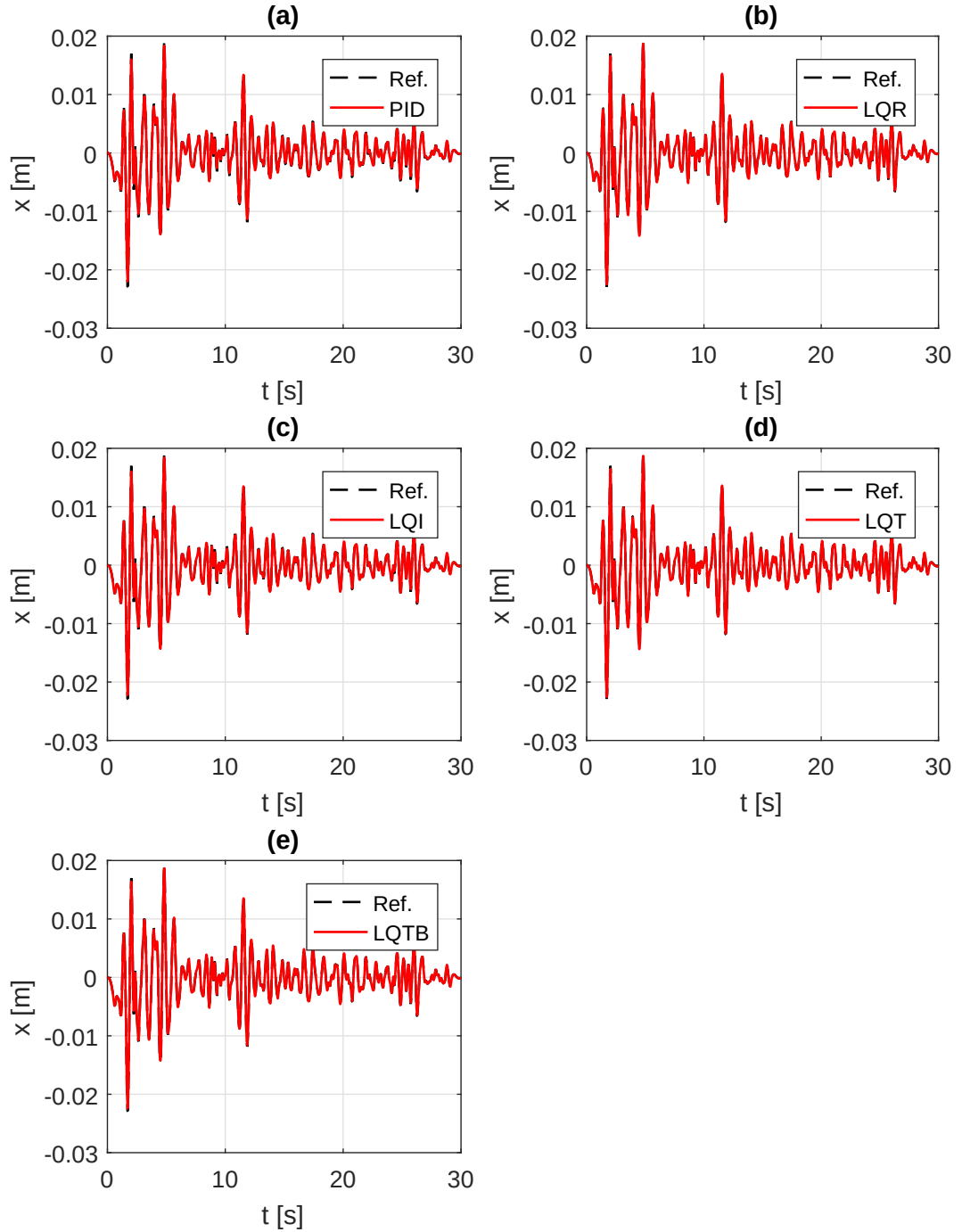


Figura 49. Vista ampliada del seguimiento del desplazamiento del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

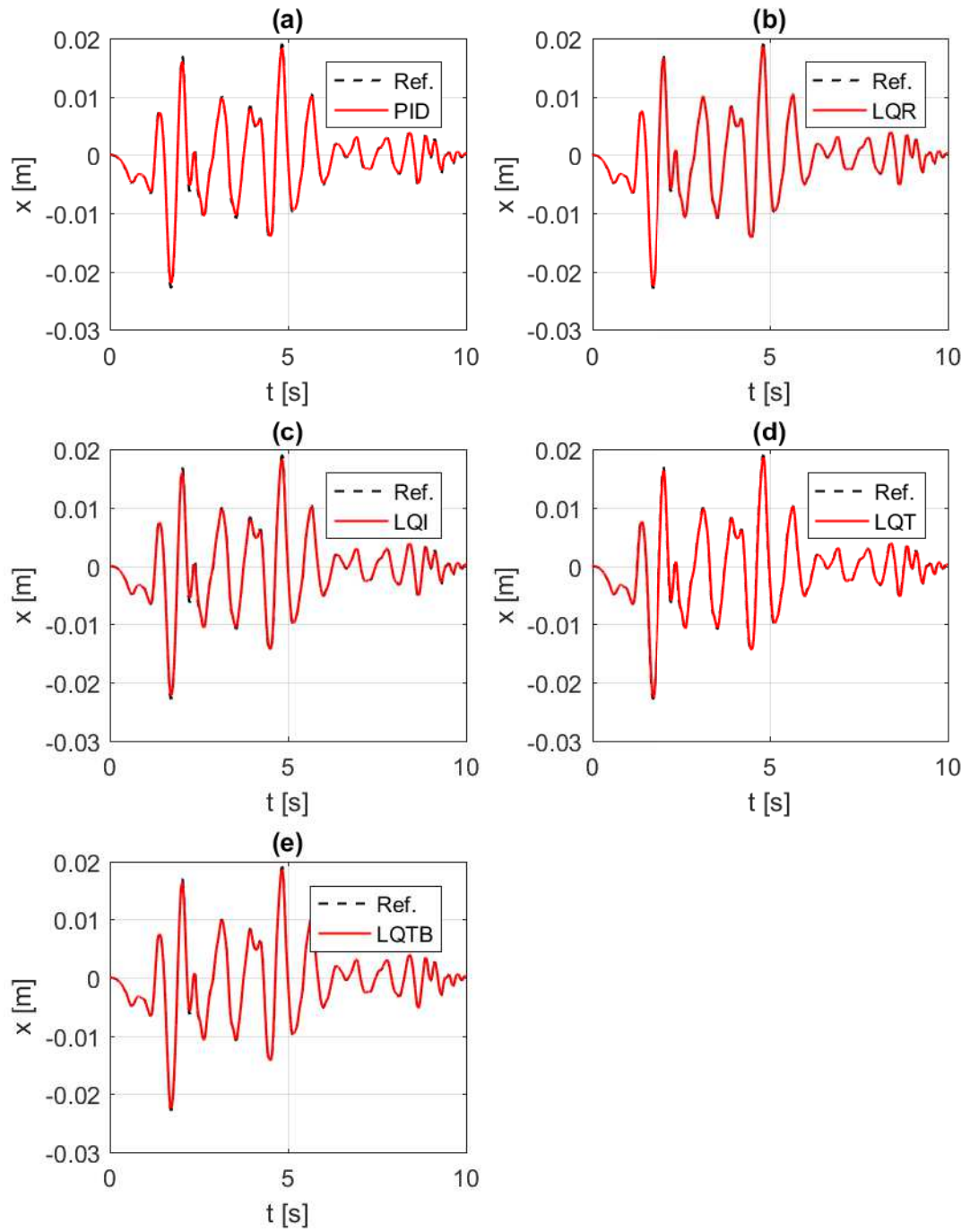


Figura 50. Error de seguimiento del desplazamiento del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT^β .

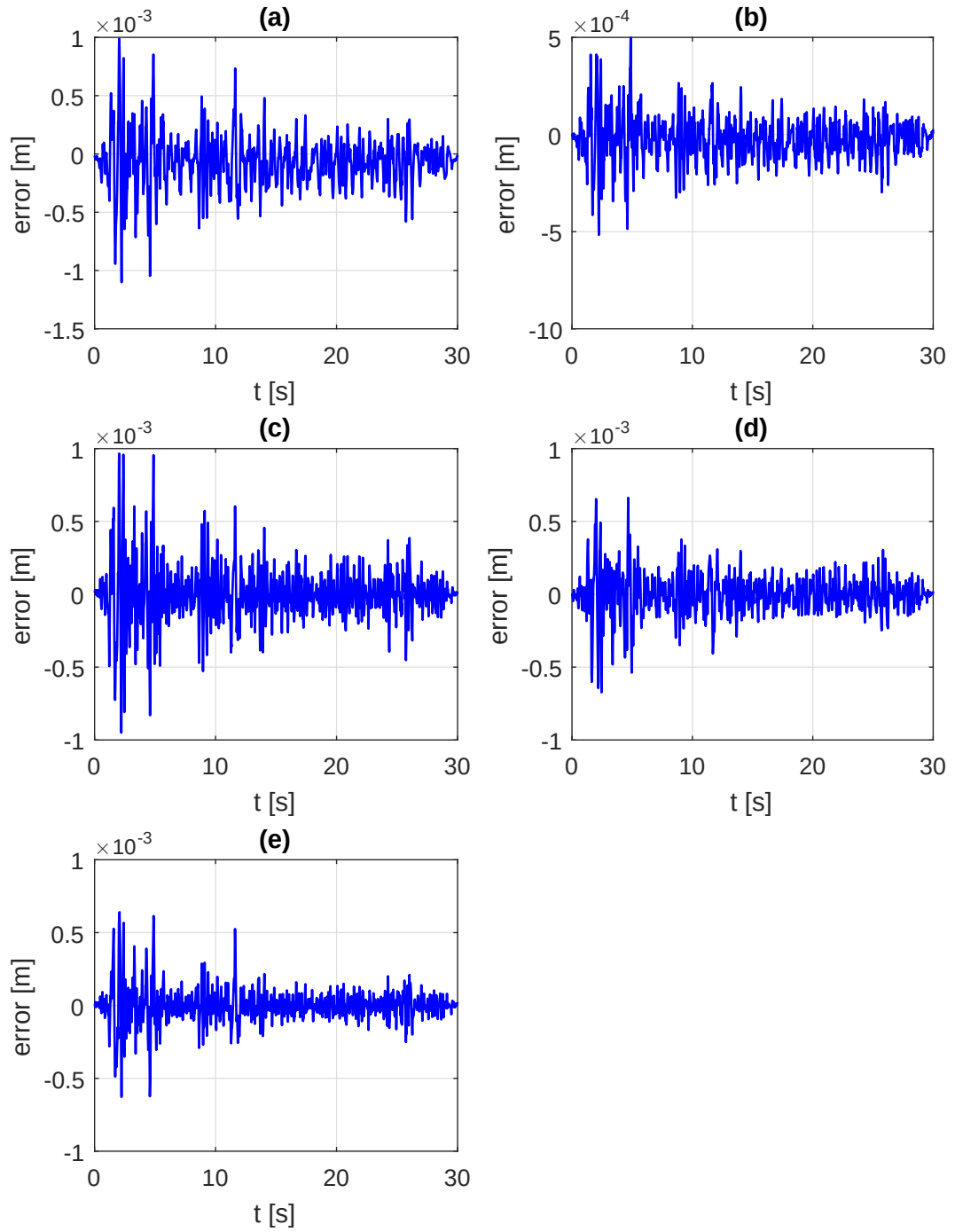


Figura 51. Vista ampliada del error de seguimiento del desplazamiento del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT $_{\beta}$.

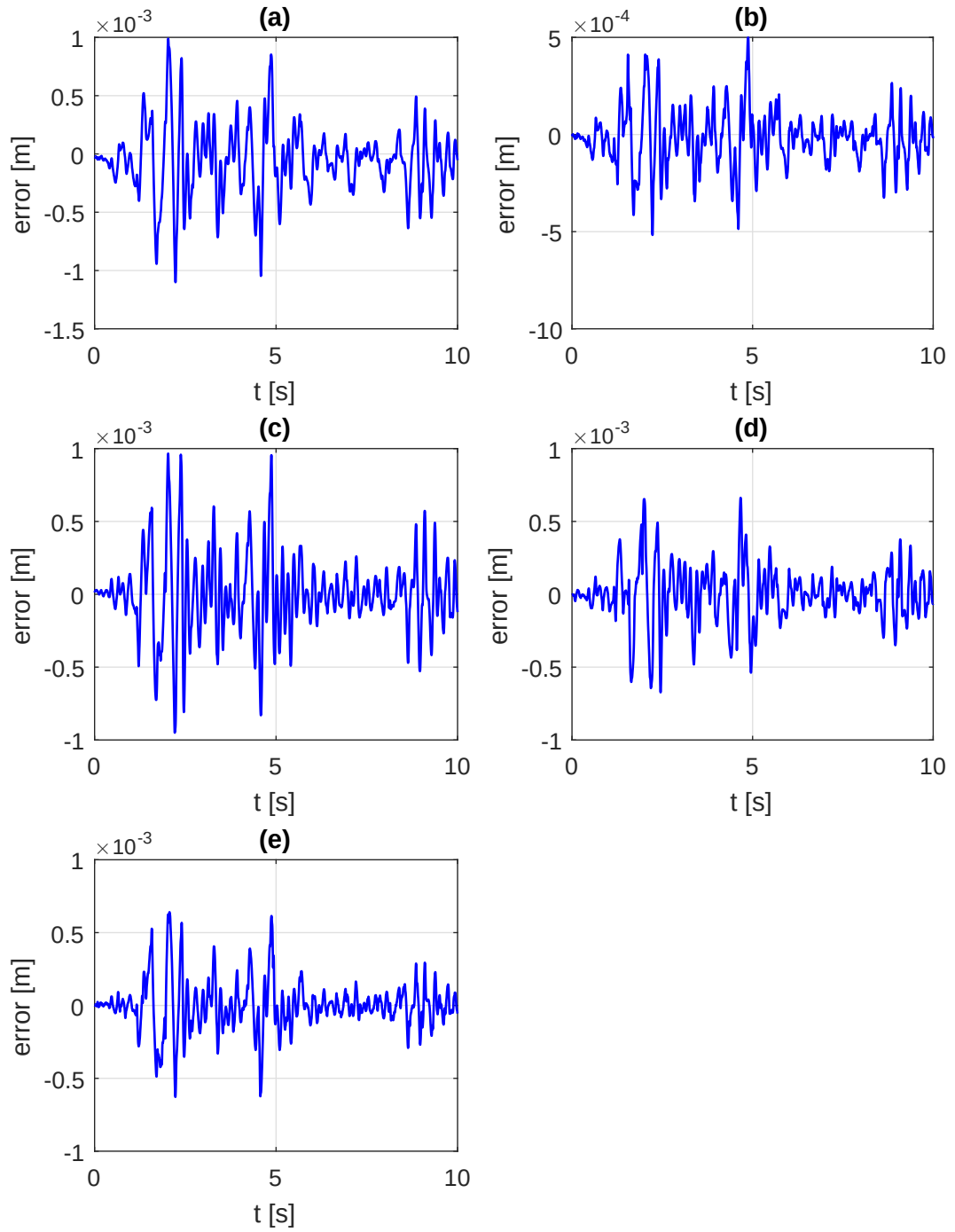


Figura 52. PSD del seguimiento del desplazamiento del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

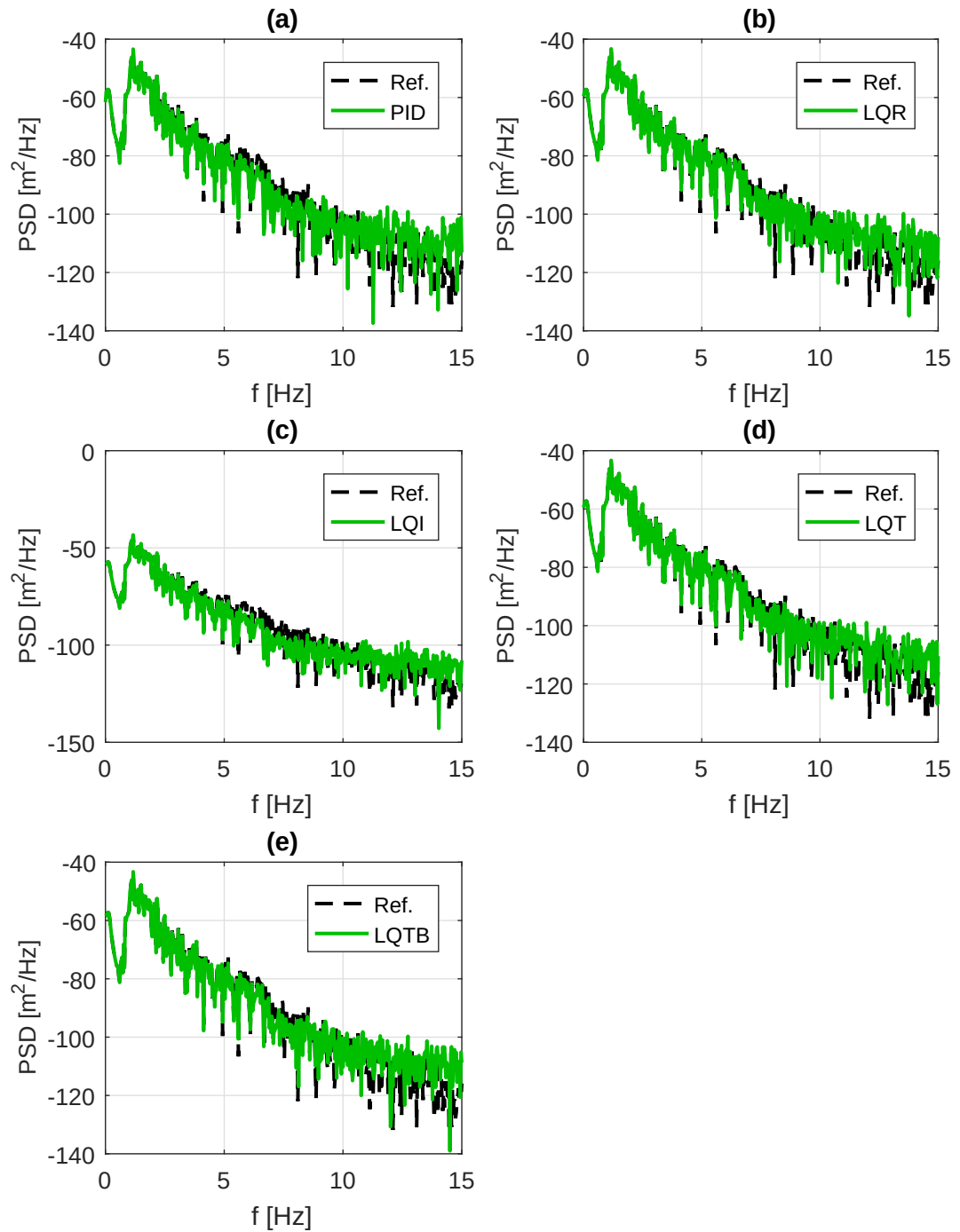


Tabla 14. RME, % RME, RMSE y % RMSE del desplazamiento en el dominio del tiempo para los diferentes controladores y sismos.

Coalinga				
Control	RME [m]	% RME	RMSE [m]	% RMSE
PID	$1.2000 \cdot 10^{-3}$	5.4554	$2.0958 \cdot 10^{-4}$	6.0204
LQR	$5.2962 \cdot 10^{-4}$	2.4110	$9.9285 \cdot 10^{-5}$	2.8521
LQI	$9.6562 \cdot 10^{-4}$	4.3958	$1.3319 \cdot 10^{-4}$	3.8234
LQT	$5.3373 \cdot 10^{-4}$	2.4297	$8.7620 \cdot 10^{-5}$	2.5170
LQT_{β}	$6.5278 \cdot 10^{-4}$	2.9716	$8.4656 \cdot 10^{-5}$	2.4318
El Centro				
PID	$1.1000 \cdot 10^{-3}$	4.8068	$2.6370 \cdot 10^{-4}$	5.1875
LQR	$5.1707 \cdot 10^{-4}$	2.2586	$1.1027 \cdot 10^{-4}$	2.5269
LQI	$9.6575 \cdot 10^{-4}$	4.2185	$1.8733 \cdot 10^{-4}$	4.2929
LQT	$6.7310 \cdot 10^{-4}$	2.9402	$1.1300 \cdot 10^{-4}$	2.5896
LQT_{β}	$6.4043 \cdot 10^{-4}$	2.6779	$1.0832 \cdot 10^{-4}$	2.4823
Loma Prieta				
PID	$1.6000 \cdot 10^{-3}$	3.8906	$2.6564 \cdot 10^{-4}$	3.5790
LQR	$7.1911 \cdot 10^{-4}$	1.7886	$1.2731 \cdot 10^{-4}$	1.7153
LQI	$1.4000 \cdot 10^{-3}$	3.5131	$2.2757 \cdot 10^{-4}$	3.0660
LQT	$9.3123 \cdot 10^{-4}$	2.3162	$1.7120 \cdot 10^{-4}$	2.3074
LQT_{β}	$9.6852 \cdot 10^{-4}$	2.4090	$1.5140 \cdot 10^{-4}$	2.0399
Palm Springs				
PID	$8.8232 \cdot 10^{-4}$	8.9097	$1.2925 \cdot 10^{-4}$	6.0220
LQR	$4.2820 \cdot 10^{-4}$	4.3240	$6.7698 \cdot 10^{-5}$	3.1541
LQI	$9.2742 \cdot 10^{-4}$	9.3651	$1.2512 \cdot 10^{-4}$	5.8293
LQT	$5.5210 \cdot 10^{-4}$	5.3005	$7.2144 \cdot 10^{-5}$	3.3613
LQT_{β}	$5.1423 \cdot 10^{-4}$	5.1927	$6.6066 \cdot 10^{-5}$	3.3613

Tabla 15. RME, % RME, RMSE y % RMSE del desplazamiento en el dominio de la frecuencia para los diferentes controladores y sismos.

Coalinga				
Control	RME [m²/Hz]	% RME	RMSE [m²/Hz]	% RMSE
PID	$1.2169 \cdot 10^{-6}$	7.6458	$1.2022 \cdot 10^{-7}$	7.1190
LQR	$5.0690 \cdot 10^{-7}$	3.1850	$5.5048 \cdot 10^{-8}$	2.3492
LQI	$6.0952 \cdot 10^{-7}$	3.8297	$7.4191 \cdot 10^{-8}$	4.3842
LQT	$6.7066 \cdot 10^{-7}$	4.2138	$6.2012 \cdot 10^{-8}$	3.6819
LQT β	$4.5921 \cdot 10^{-7}$	2.8853	$5.5275 \cdot 10^{-8}$	3.2599
El Centro				
PID	$2.1106 \cdot 10^{-6}$	4.4206	$1.7451 \cdot 10^{-7}$	5.5534
LQR	$8.9667 \cdot 10^{-7}$	1.8781	$7.4631 \cdot 10^{-8}$	2.3750
LQI	$9.2619 \cdot 10^{-7}$	1.9399	$9.3152 \cdot 10^{-8}$	2.9644
LQT	$8.8691 \cdot 10^{-7}$	1.8576	$7.8036 \cdot 10^{-8}$	2.4833
LQT β	$7.4904 \cdot 10^{-7}$	1.5689	$6.9132 \cdot 10^{-8}$	2.200
Loma Prieta				
PID	$4.2659 \cdot 10^{-6}$	4.2659	$5.0386 \cdot 10^{-7}$	4.8878
LQR	$1.7719 \cdot 10^{-6}$	1.5925	$2.1623 \cdot 10^{-7}$	2.0976
LQI	$3.9021 \cdot 10^{-6}$	3.5070	$3.7725 \cdot 10^{-7}$	3.6596
LQT	$3.0607 \cdot 10^{-6}$	2.7508	$2.9536 \cdot 10^{-7}$	2.8652
LQT β	$3.0775 \cdot 10^{-6}$	2.7659	$2.9478 \cdot 10^{-7}$	2.8596
Palm Springs				
PID	$2.9951 \cdot 10^{-7}$	3.6939	$3.0078 \cdot 10^{-8}$	4.5899
LQR	$1.4104 \cdot 10^{-7}$	1.7395	$1.3454 \cdot 10^{-8}$	2.0257
LQI	$9.7059 \cdot 10^{-8}$	1.1970	$1.4352 \cdot 10^{-8}$	2.1896
LQT	$1.5033 \cdot 10^{-7}$	1.8541	$1.4741 \cdot 10^{-8}$	2.2489
LQT β	$7.4207 \cdot 10^{-8}$	0.9152	$9.2049 \cdot 10^{-9}$	1.4044

Tabla 16. % RME y % RMSE promedio del desplazamiento para los diferentes controladores.

Control	Dominio del tiempo		Dominio de la frecuencia	
	% RME	% RMSE	% RME	% RMSE
PID	5.7656	5.2022	5.0066	5.5375
LQR	2.6955	2.5621	2.0988	2.2186
LQI	5.3731	4.2529	2.6184	3.2994
LQT	3.3153	2.6938	2.6691	2.8198
LQT β	3.3128	2.5080	2.0338	2.4310

A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que los sistemas de control basados en la formulación LQR permiten un mejor seguimiento de la desplazamiento con respecto al control PID.

El desempeño de los sistemas de control para el seguimiento del desplazamiento en el dominio del tiempo se puede ordenar desde el mejor hasta el peor así: (1) LQT_{β} , (2) LQR, (3) LQT, (4) LQI y (5) PID; y en el dominio de la frecuencia así: (1) LQR, (2) LQT_{β} , (3) LQT, (4) LQI y (5) PID. Se observa que el mejor desempeño compete entre el control LQR y LQT_{β} , ya que el primero posee los errores RME en el dominio del tiempo y RMSE en el dominio de la frecuencia más bajos, y el segundo los errores RMSE en el dominio del tiempo y RME en el dominio de la frecuencia más bajos. Nuevamente las diferencias de los errores entre ambos son mínimas (0.6173 %, 0.0541 %, 0.065 % y 0.2124 % para RME y RMSE el dominio del tiempo, y RME y RMSE en el dominio de la frecuencia respectivamente).

De las gráficas del seguimiento en el dominio de la frecuencia (figuras 52, 82, 87 y 92) se observa que las mayores desviaciones respecto a la señal de referencia se producen en la zona de alta frecuencia del sismo (entre 10 y 15[Hz]).

7.2. ANÁLISIS DE REPETIBILIDAD

La repetibilidad, también conocida como exactitud de repetición, es la desviación producida en la señal de salida cuando se introduce repetidamente la misma señal de entrada. Es una de las características más importantes de un simulador sísmico ya que permite garantizar la confiabilidad de los resultados y que las pruebas realizadas en especímenes sean útiles para comparación ²⁶.

La evaluación experimental de la repetibilidad se realizó reproduciendo cinco veces

seguidas el mismo sismo con cada uno de los sistemas de control. Se calculó la repetibilidad para cada punto del sismo usando la ecuación 82, donde S es la desviación estándar entre los cinco datos (calculada con la ecuación 83) y $\bar{a}$ el promedio; los resultados se promediaron para obtener la repetibilidad general del sismo.

$$\% \text{ Repetibilidad} = \frac{S}{\bar{a}} \cdot 100 \quad (82)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N |a_i - \bar{a}|^2} \quad (83)$$

7.2.1. Repetibilidad de la aceleración Los resultados gráficos de las pruebas de repetibilidad de la aceleración para el sismo de El Centro se muestran en la figura 53 y se provee una vista ampliada en la figura 54. Los resultados las pruebas para los demás sismos se encuentran en el anexo 1.

Los resultados cuantitativos de la repetibilidad de la aceleración se resumen en la tabla 17, donde la última columna corresponde a la repetibilidad promedio de cada sistema de control.

Tabla 17. Repetibilidad de la aceleración para los diferentes controladores.

Control	% Repetibilidad				
	Coalinga	El Centro	Loma Prieta	Palm Springs	Promedio
PID	16.8348	16.1130	15.9002	15.1201	15.9920
LQR	11.1449	10.5241	9.8271	10.9158	10.6030
LQI	15.0511	14.7853	15.4228	15.3429	15.1505
LQT	13.6838	12.3254	11.7760	12.0508	12.4590
LQT β	11.2372	10.8562	9.9114	10.6136	10.6546

Figura 53. Repetibilidad de la aceleración del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

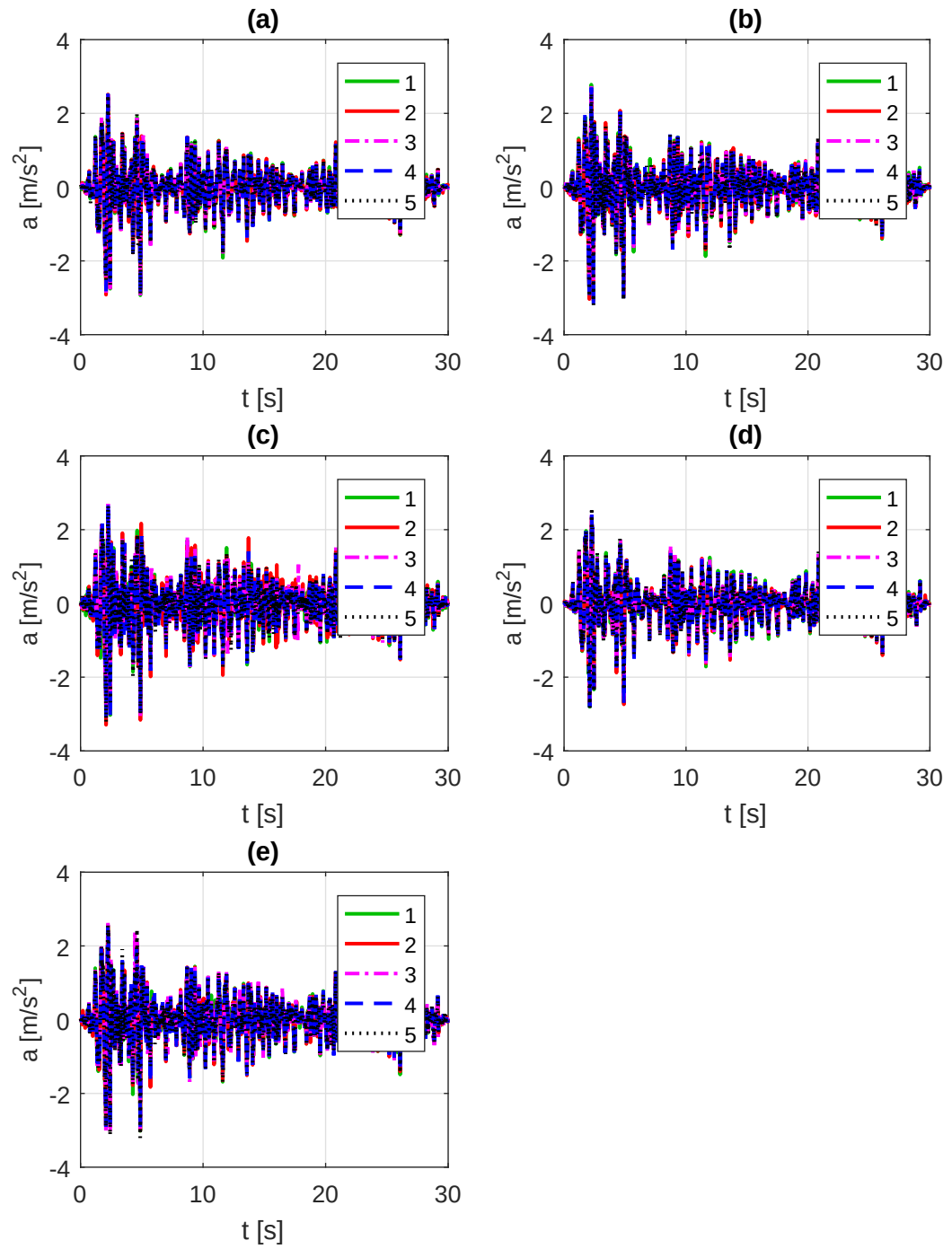
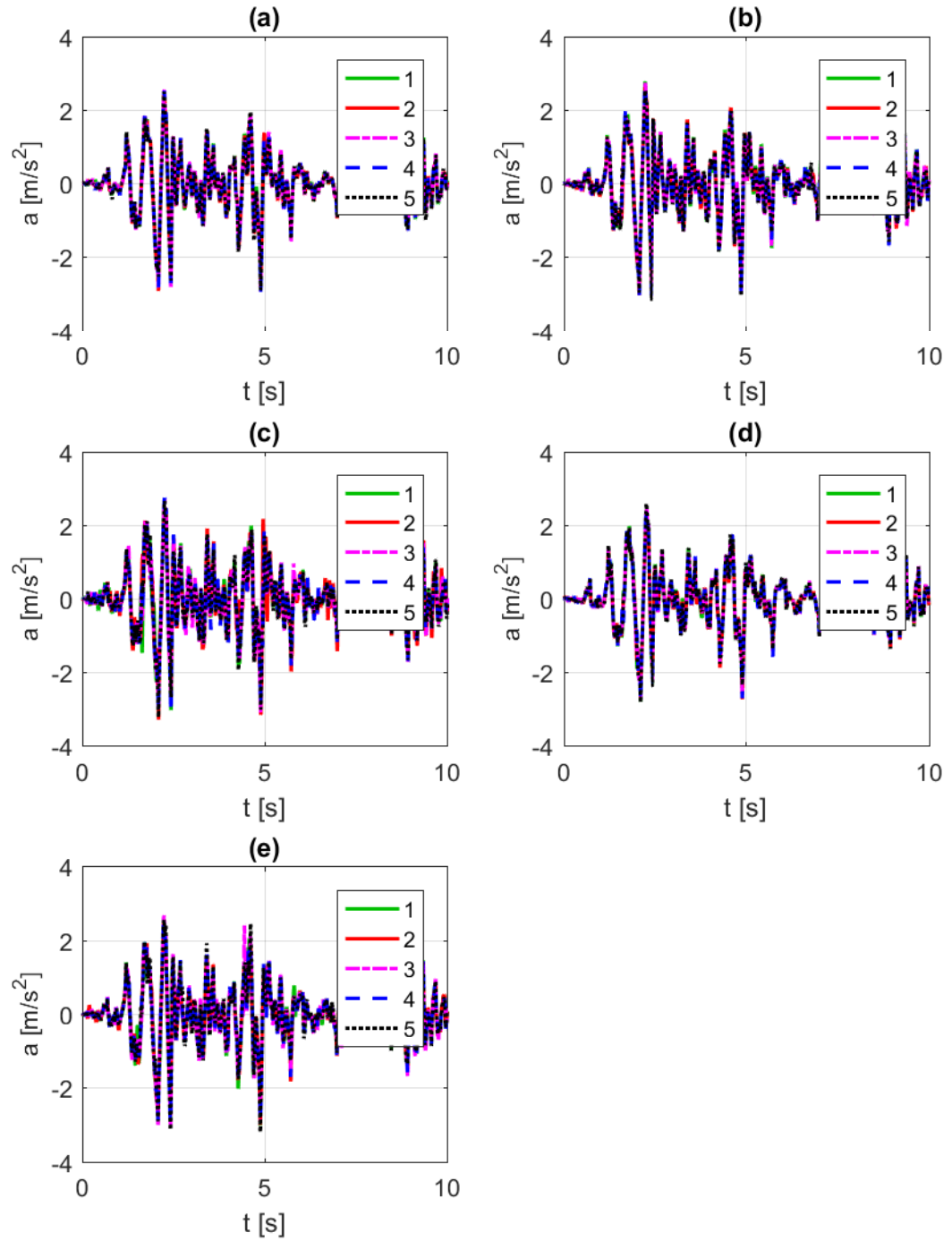


Figura 54. Vista ampliada de la repetibilidad de la aceleración del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT^β .



A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que los sistemas de control basados en la formulación LQR permiten una mejor repetibilidad de la aceleración con respecto al control PID. Estos resultados se pueden ordenar en forma descendente desde la mejor repetibilidad así: (1) LQR, (2) LQT_{β} , (3) LQT, (4) LQI y (5)PID (tabla 17). La diferencia entre el control LQR y LQT_{β} es (0.0515 %).

7.2.2. Repetibilidad del desplazamiento Los resultados gráficos de las pruebas de repetibilidad del desplazamiento para el sismo de El Centro se muestran en la figura 55 y se provee una vista ampliada en la figura 56. Los resultados las pruebas para los demás sismos se encuentran en el anexo 1.

Los resultados cuantitativos de la repetibilidad del desplazamiento se resumen en la tabla 18, donde la última columna corresponde a la repetibilidad promedio de cada sistema de control.

Tabla 18. Repetibilidad del desplazamiento para los diferentes controladores.

Control	% Repetibilidad				
	Coalinga	El Centro	Loma Prieta	Palm Springs	Promedio
PID	4.9572	4.4268	2.9724	2.6517	3.5220
LQR	3.1845	2.4679	1.5220	1.5107	2.1713
LQI	2.9754	5.0142	3.5703	2.4720	3.5080
LQT	2.7738	2.7156	1.9126	1.8508	2.3132
LQT_{β}	3.2941	2.5219	1.4580	1.4384	2.1781

A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que los sistemas de control basados en la formulación LQR permiten una mejor repetibilidad del desplazamiento con respecto al control PID. Estos resultados se pueden ordenar en forma descendente desde la mejor repetibilidad así: (1) LQR, (2) LQT_{β} , (3) LQT, (4) LQI y (5)PID (tabla 17). Nuevamente la diferencia entre el control LQR y LQT_{β} es mínima (0.0068 %).

Figura 55. Repetibilidad del desplazamiento del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

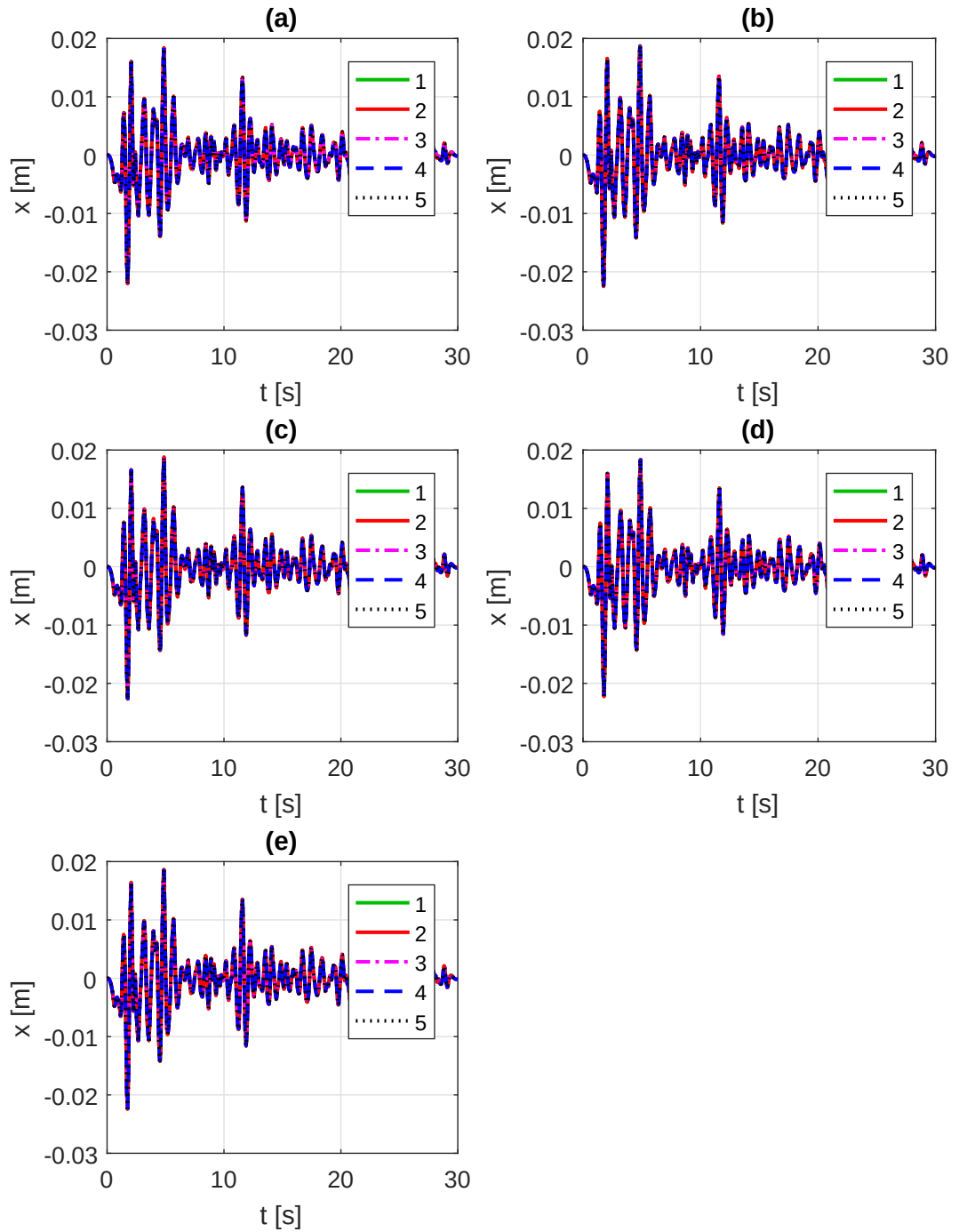
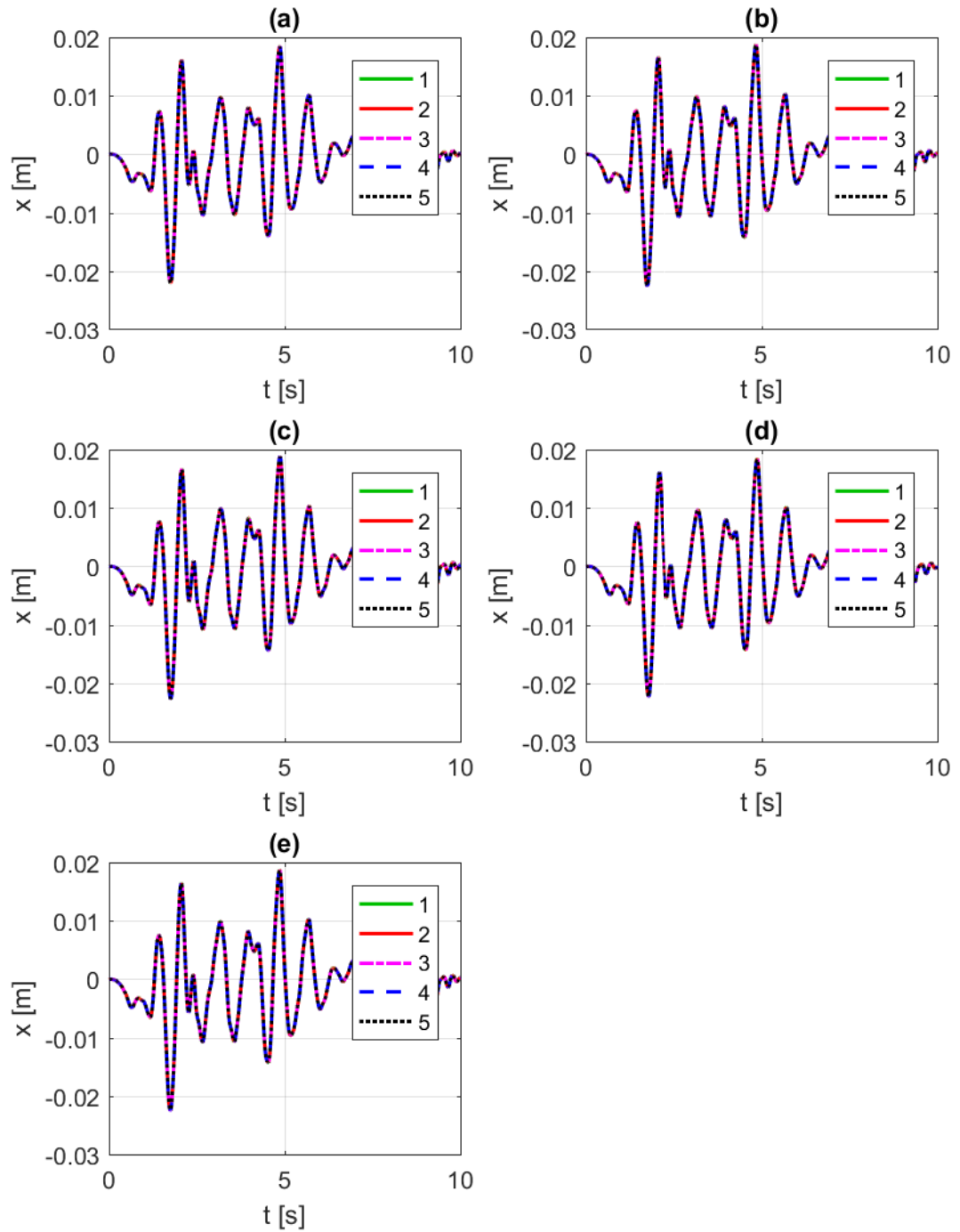


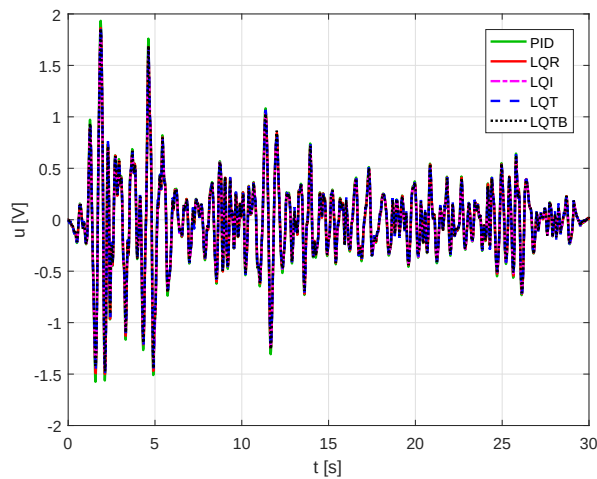
Figura 56. Vista ampliada de la repetibilidad del desplazamiento del sismo de El Centro: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT^β .



7.3. ANÁLISIS DE CONSUMO DE ENERGÍA

La señal de control enviada para la reproducción del sismo de El Centro se muestra en la figura 57 para los diferentes sistemas de control y se proveen vistas ampliadas por secciones de $2[s]$ en la figura 58. Los resultados gráficos de los demás sismos se encuentran en el anexo 1.

Figura 57. Señal de control para el sismo de El Centro.



De los resultados gráficos se puede notar que el control PID requiere de un mayor voltaje para producir los movimientos de gran desplazamiento y aceleración, ya que en los picos de voltaje la señal del PID sobresale de la señal de los sistemas de control basados en la formulación LQR.

Como primer parámetro para la evaluación del consumo de energía se seleccionó el área bajo la curva de la gráfica de la señal de control, debido a que permite tener un indicio de la cantidad de voltaje consumido para la reproducción del sismo. Los resultados se resumen en la tabla 19 y se pueden ordenar de forma ascendente desde el menor consumo así: (1) LQR, (2) LQT_{β} , (3) LQI, (4) LQT y (5) PID.

Figura 58. Vista ampliada de la señal de control para el sismo de El Centro: (a) 2 – 4[s], (b) 4 – 6[s] y (c) 6 – 8[s].

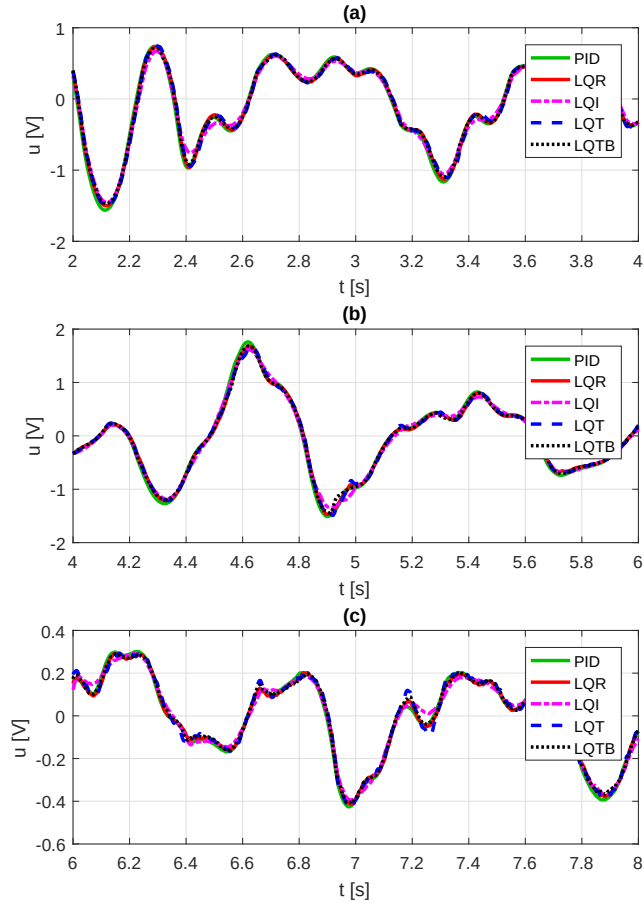


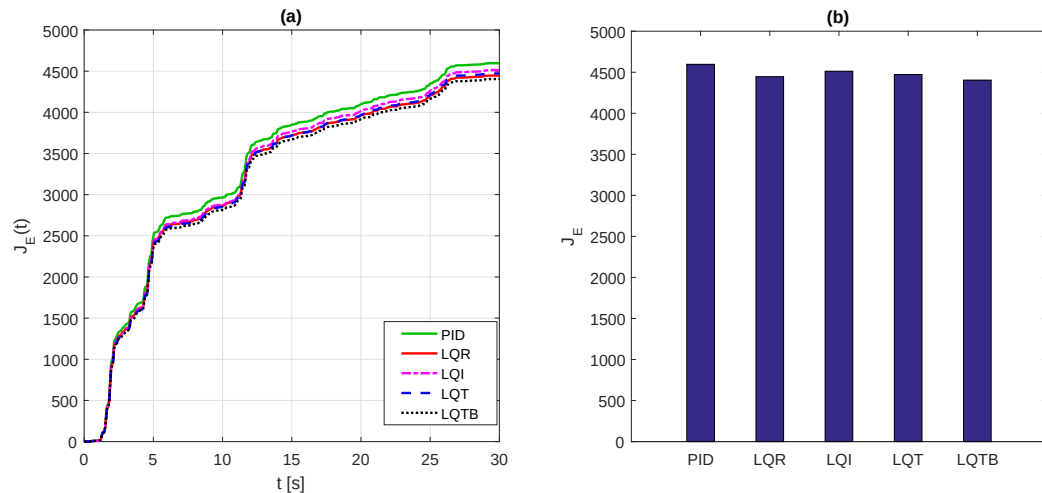
Tabla 19. Área bajo la curva de la señal de control para los diferentes controladores.

Control	Área bajo la curva [$V \cdot s$]			
	Coalinga	El Centro	Loma Prieta	Palm Springs
PID	6.9904	8.1355	9.3227	4.2887
LQR	6.8806	8.0184	9.1531	4.2114
LQI	6.9248	8.0127	9.2321	4.2438
LQT	6.9319	8.1186	9.2168	4.3304
LQT β	6.9197	8.0413	9.1644	4.2438

Como segundo parámetro de evaluación se seleccionó el índice de consumo de energía ⁴⁷ definido por la ecuación 84, que tiene en cuenta tanto la energía de la señal de control como la energía del error de seguimiento. Cuanto menor sea el índice, mejor es el controlador ⁴⁷. En la figura 59 se muestra la evolución del índice de consumo de energía a lo largo del tiempo de los diferentes sistemas de control para el sismo de El Centro y una gráfica de barras con los valores finales del índice. Los resultados gráficos de los demás sismos se encuentran en el anexo 1.

$$J_E = \sum_{t=0}^{\infty} \|e(t)\|^2 + \sum_{k=0}^{\infty} \|u(t)\|^2 \quad (84)$$

Figura 59. Índice de consumo de energía para el sismo de El Centro: (a) evolución y (b) valor final.



De los resultados gráficos se puede concluir que el control PID presenta un mayor consumo de energía en comparación con los sistemas de control basados en la formulación LQR para los diferentes sismos. En la tabla 20 se lista el porcentaje de

⁴⁷ Luis I. MINCHALA-AVILA y col. "Comparison of the Performance and Energy Consumption Index of Model-Based Controllers". En: *2016 IEEE Ecuador Technical Chapters Meeting (ETCM)*. Guayaquil, Ecuador, 2016, pág. 6.

reducción del consumo de energía (establecido por el índice J_E) de los controladores basados en la formulación LQR respecto al control PID, de lo que se puede observar que el control LQT^β exhibe la mayor reducción seguido por el control LQR.

Tabla 20. Reducción del consumo de energía respecto al control PID.

Control	% reducción de J_E			
	Coalinga	El Centro	Loma Prieta	Palm Springs
LQR	3.733	3.267	3.343	3.325
LQI	2.659	1.827	2.021	2.267
LQT	2.720	2.706	2.989	0.166
LQT	4.267	4.188	4.329	3.435

7.4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Los cuatro sistemas de control propuestos basados en la formulación LQR fueron diseñados, implementados y evaluados con el fin de determinar cual provee un mejor desempeño para el control de la mesa sísmica en términos de reproducción, repetibilidad y consumo de energía. Adicionalmente fueron comparados con un control PID de referencia.

A partir de los resultados se puede establecer de forma general que los sistemas de control basados en la formulación LQR permiten una mejora en el desempeño con respecto al control PID, al proveer un mejor seguimiento de la aceleración y el desplazamiento en el dominio del tiempo y la frecuencia, un menor error de repetibilidad, y un menor consumo de energía; excepto en el caso específico del seguimiento de la aceleración del control LQI en el dominio del tiempo.

Del análisis de la reproducción de la aceleración se puede concluir que el control LQR permite el mejor seguimiento, tanto en el dominio del tiempo como en el do-

minio de la frecuencia, seguido por el control LQT_{β} por diferencias mínimas (ver sección 7.1.1). Del análisis de la reproducción del desplazamiento se puede observar que el mejor seguimiento compite entre el control LQR y LQT_{β} , ya que los errores más bajos se intercalan entre ambos; sin embargo es importante anotar que nuevamente las diferencias son mínimas (ver sección 7.1.2).

De los resultados gráficos de la reproducción de la aceleración y el desplazamiento en el dominio de la frecuencia se puede notar que las mayores desviaciones respecto a la señal de referencia suceden en el rango de alta frecuencia de los sismos (entre 10 y 15[Hz]). Esto, aunado al hecho de que los mayores errores relativos en el dominio del tiempo suceden en los grandes picos de aceleración y desplazamiento, permite concluir que hay limitaciones en el desempeño físico del sistema hidráulico y mecánico. Esto se podría solucionar a largo plazo mediante la instalación de acumuladores de diafragma en la entrada y salida de la servoválvula para aumentar el desempeño dinámico (ver anexo 1).

Del análisis de la repetibilidad de la aceleración y desplazamiento se puede concluir que el control LQR exhibe el mejor desempeño seguido por el control LQT_{β} por diferencias mínimas (ver secciones 7.2.1 y 7.2.2).

Con respecto al consumo de energía, el área bajo la curva de la señal de control permite evidenciar un menor requerimiento de voltaje para el control LQR seguido por el control LQT_{β} para los diferentes sismos. Sin embargo, los resultados del índice de consumo de energía muestran un mejor desempeño por parte del control LQT_{β} para todos los sismos, ya que presenta el mayor porcentaje de reducción de consumo respecto al control PID, seguido por el control LQR.

Por lo tanto, a partir del análisis de la reproducción, repetibilidad y consumo de energía se puede concluir que los sistemas de control LQR y LQT_{β} presentan el mejor desempeño y cumplen los requerimientos planteados en los objetivos específicos del proyecto (RMSE de la aceleración menor o igual al 25 % y RMSE del desplazamiento menor o igual al 5 %, ambos en el dominio del tiempo y la frecuencia).

A partir de esta conclusión final se podría plantear la pregunta: ¿qué características permiten que sea más deseable un controlador sobre el otro? Esto se puede responder desde dos puntos de vista: (1) el índice de energía muestra que el control LQT_{β} resulta ser más óptimo y económico; y (2) la sintonización del control LQT_{β} resulta ser mucho más sencilla que la del LQR, ya que únicamente se necesita de la determinación de dos parámetros (la penalidad del error de seguimiento q_e y la ponderación de la derivada del error β) mientras que en el LQR se deben sintonizar seis parámetros, cinco correspondientes a los valores de la diagonal de la matriz de penalidad Q y la penalidad escalar R de la señal de control. Por lo tanto, con el cumplimiento del desempeño establecido en los objetivos específicos y desde estos dos puntos de vista es más deseable el control LQT_{β} .

8. CONCLUSIONES

A partir de los desarrollos presentados y los resultados obtenidos en el presente trabajo de grado, es posible enunciar la siguiente conclusión general:

- Se desarrolló un sistema de control óptimo basado en la formulación LQR para la reproducción de señales sísmicas de aceleración y desplazamiento en la mesa sísmica uniaxial del grupo de investigación DICBoT de la Universidad Industrial de Santander.

De manera más puntual:

- Se diseñó un sistema de control para la mesa sísmica uniaxial compuesto por un generador de comando, un sistema de realimentación y un observador. Se investigaron cuatro sistemas de realimentación sobre el modelo dinámico de la mesa sísmica uniaxial basados en la formulación LQR: adaptación del regulador lineal cuadrático (LQR) para servosistemas, control lineal cuadrático integral (LQI), seguidor lineal cuadrático (LQT) y una variación del LQT, llamada en este trabajo LQT_{β} .
- Se implementaron experimentalmente los cuatro sistemas de control propuestos basados en la formulación LQR en la mesa sísmica uniaxial del grupo de investigación DICBoT.
- Se evaluó experimentalmente el desempeño de los sistemas de control propuestos basados en la formulación LQR en términos de reproducción de la

aceleración y el desplazamiento en el dominio del tiempo y la frecuencia, repetibilidad de la aceleración y el desplazamiento, y consumo de energía; en la mesa sísmica uniaxial del grupo de investigación DICBoT.

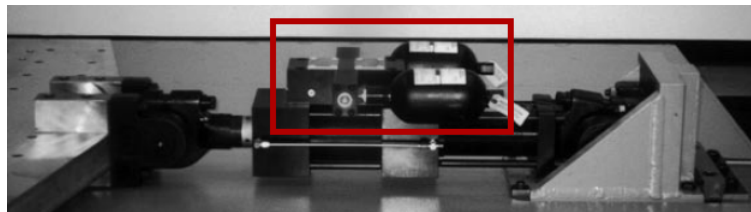
- A partir de los resultados de la evaluación se puede concluir que los sistemas de control basados en la formulación LQR exhiben un desempeño superior en comparación con el control PID en términos de reproducción, repetibilidad y consumo de energía. Los controladores LQR y LQT_{β} poseen el mejor desempeño con reproducción de la aceleración con errores medios cuadráticos (RMSE) de 20.6313 % y 21.3243 % en el dominio del tiempo y de 17.6730 % y 18.3119 % en el dominio de la frecuencia, reproducción del desplazamiento con RMSE de 2.5621 % y 2.5080 % en el dominio del tiempo y de 2.2186 % y 2.4310 % en el dominio de la frecuencia, repetibilidad de la aceleración de 10.6030 % y 10.6546 % y repetibilidad del desplazamiento de 2.1713 % y 2.1781 %. Esto permite cumplir los requerimientos establecidos en los objetivos del proyecto, al reproducir la señal de aceleración con $RMSE \leq 25\%$ y la señal de desplazamiento $RMSE \leq 5\%$, ambas señales en magnitud y fase en el rango de frecuencia de 1 a 15[Hz]. Adicionalmente, ambos controladores exhiben el menor consumo de energía respecto a las demás técnicas de control basadas en la formulación LQR investigadas.

9. TRABAJO FUTURO

Instalar un transductor de diferencial de presión para obtener una medida real de esta variable (correspondiente al estado $x_3 = P_L$ del modelo) y evaluar el desempeño de los sistemas de control propuestos bajo esta modificación.

Instalar acumuladores de diafragma en la entrada y salida de la servoválvula, como se observa en otras mesas sísmicas (figuras 60, 61 y 62)^{48 49 50} y simuladores de movimiento, para aumentar el desempeño dinámico en los picos de desplazamiento y aceleración, y evaluar el desempeño de los sistemas de control propuestos bajo esta modificación.

Figura 60. Mesa sísmica de la Universidad de Washington.



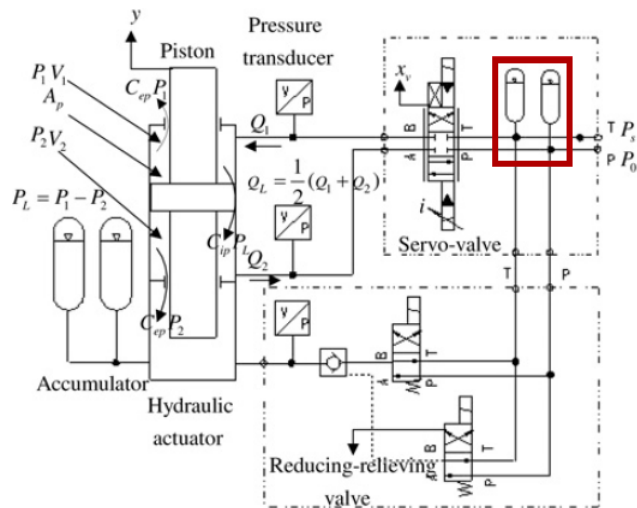
Fuente:⁴⁸

⁴⁸ A. R. PLUMMER. "A Detailed Dynamic Model of a Six-Axis Shaking Table". En: *Journal of Earthquake Engineering* 12 (2008), págs. 631-662.

⁴⁹ G. SHEN y col. "Implementation of electrohydraulic shaking table controllers with a combined adaptive inverse control and minimal control synthesis algorithm". En: *IET Control Theory and Applications* 5.2 (2011), págs. 1471-1483.

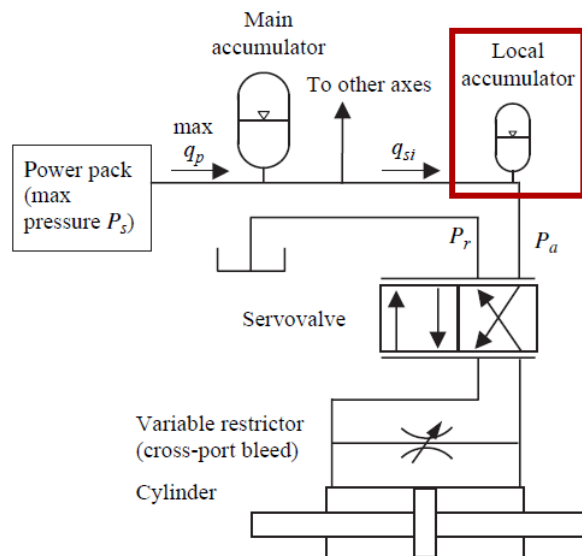
⁵⁰ UNIVERSITY WASHINGTON. *Design and Construction of the Washington University Structural Control and Earthquake Engineering Laboratory*. Inf. téc. Washington D. C., USA: Washington University, pág. 35.

Figura 61. Circuito hidráulico de la mesa sísmica de Harbin Institute of Technology (HIT).



Fuente: ⁴⁹

Figura 62. Circuito hidráulico de uno de los actuadores de la mesa sísmica 6 DOF del China Institute of Water Resources and Hydropower Research (IWHR).



Fuente: ⁵⁰

10. APORTES

- "Modelling, design and analysis of three controllers based on LQR formulation for a non-linear hydraulic uniaxial seismic shake table". En: 7th International Conference on Mechatronics and Control Engineering (ICMCE 2018). Amsterdam, Netherlands, 2018.
- "Dynamic model and controller design for a nonlinear hydraulic actuator". En: ASME 2018 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE 2018). Pittsburgh, PA, USA, 2018.
- "Modelling, system identification and position control based on LQR formulation for an electro-hydraulic servo system". En: ASME 2019 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE 2019). Salt Lake City, UT, USA, 2019 (en revisión).
- "Dynamics and position control of a hydraulic actuator using LQR control strategy". En: XIV Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica (XIV CIBIM 2019). Cartagena, Colombia, 2019 (en revisión).
- "Modelo dinámico y diseño de estrategias de control para un actuador no lineal hidráulico". En: XI Congreso Colombiano de Métodos Numéricos (XI CCMN 2017). Bucaramanga, Colombia, 2017.
- Co-dirección del trabajo de grado de Ingeniería Mecánica "Diseño y desarrollo de un sistema de control óptimo (LQR) de posición para un servo-actuador hidráulico de mesa sísmica", del estudiante Rubén Darío Güiza bajo la dirección del Prof. Carlos Borrás Pinilla. Ph. D., M. Sc.

BIBLIOGRAFÍA

- ABDOLNASER, S. y F. AMIN. "Modeling Linear Quadratic Regulator LQR/LQT/LQGT for Inverted Pendulum System". En: *Journal of Applied Environmental and Biological Sciences* 5.4 (2015), págs. 1-11 (vid. págs. 68, 69).
- AIMEN, U. y col. "Linear Quadratic Tracking in Fault Tolerant Control of DC Motor in the Presence of Actuator Faults". En: *6th International Conference on Systems and Control*. Batna, Algeria, 2017, págs. 611-615 (vid. pág. 70).
- ALI, R. y col. "Optimal Output Quadratic Regulation". En: *2016 6th International Conference on Intelligent and Advanced Systems*. Kuala Lumpur, Malaysia: IEEE, 2017, pág. 4 (vid. pág. 70).
- BAUTISTA HERNÁNDEZ, Luis Antonio, Ricardo CRUZ HERNÁNDEZ y Edgar BARRIOS UREÑA. "Mesa vibratoria para la simulación de movimientos sísmicos en una dirección". En: *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada* 1.11 (2008), págs. 56-65 (vid. pág. 35).
- BERNAL, Mauricio, Jorge APONTE y Julián CARRILLO. "Sistemas de control para mesas vibratorias: una revisión crítica". En: *Ingeniería y Desarrollo* 33.2 (2015), págs. 331-356 (vid. pág. 19).
- BORRÁS PINILLA, Carlos, José L. SARMIENTO y Juan F. ORTIZ. "Modelo dinámico y diseño de estrategias de control para un actuador no lineal hidráulico". En: *XI Congreso Colombiano de Métodos Numéricos (CCMN 2017)*. Bucaramanga, Colombia, 2017, págs. 1-9 (vid. pág. 20).

BORRÁS PINILLA, Carlos, José Luis SARMIENTO y Juan Felipe ORTIZ. “Dynamic model and control design for a nonlinear hydraulic actuator”. En: *ASME 2018 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE 2018)*. Pittsburgh, PA, USA, 2018, págs. 1-10 (vid. pág. 41).

CHAVARRO, J. R. y C. A. MARIÑO. “Modelado y caracterización dinámica de un servoactuador hidráulico”. Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander, 2010, pág. 168 (vid. págs. 45, 46, 49).

CLAVIJO, J. C. y L. R. RAMÍREZ. “Diseño, modelamiento y simulación de una mesa sísmica unidireccional hidráulica”. Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander, 2011, pág. 122 (vid. pág. 23).

FRANKLIN, G. F., D. P. POWELL y E. ABBAS. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 4th Ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson, 2002, pág. 502 (vid. pág. 81).

GRÖNBÄCK, M. “Numerical Tuning of Control Parameters in Hydraulic System System”. Master’s thesis in Systems, Control and Mechatronics. Chalmers University of Technology, 2015, pág. 74 (vid. pág. 80).

IZZUDIN, N. H. y col. “System Identification and Predictive Functional Control for Electro-hydraulic Actuator System”. En: *2015 IEEE International Symposium on Robotics and Intelligent Sensors*. Vol. 16. 6. 2015, págs. 138-143 (vid. pág. 55).

JELALI, Mohieddine y Andreas KROLL. *Hydraulic Servo-systems: Modelling, Identification and Control*. 2nd. London, United Kingdom: Springer-Verlag, 2004, pág. 355 (vid. págs. 46, 48, 80).

- JIMÉNEZ TINTAYA, César Omar. "Procesamiento digital de señales sísmicas con Matlab". En: *Revista de Investigación de Física* 10.2 (2007), págs. 45-50 (vid. pág. 36).
- KARIMI-GHARTEMANI, M. y col. "Linear quadratic output tracking and disturbance rejection". En: *International Journal of Control* 84.8 (2011), págs. 1442-1449 (vid. pág. 71).
- KARPENKO, M. y N. SEPEHRI. "Robust Position Control of an Electrohydraulic Actuator With a Faulty Actuator Piston Seal". En: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 125.3 (2003), pág. 413 (vid. pág. 45).
- KUEHN, J., D. EPP y W. N. PATTEN. "High-Fidelity Control of a Seismic Shake Table". En: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 28.5 (1999), págs. 1235-1254 (vid. pág. 20).
- L., COLOGNI A., MAZZOLENI M. y F. PREVIDI. "Modeling and Identification of an Electro-Hydraulic Actuator". En: *12th IEEE International Conference on Control & Automation (ICCA)*. 6. Kathmandu, Nepal, 2016, págs. 335-340 (vid. pág. 80).
- LEWIS, F. L., D. VRABIE y V. L. SYRMOS. *Optimal Control*. 3rd. New Jersey, USA: Wiley. John Wiley & Sons, Inc., 2012, pág. 540 (vid. págs. 66, 81).
- LJUNG, L. *System Identification: Theory for the User*. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice Hall, 1987, pág. 255 (vid. págs. 49, 50).
- LJUNG, Lennart. *System Identification Toolbox: User's Guide*. Natick, MA, USA: The MathWorks, Inc, 2015, pág. 904 (vid. págs. 43, 48).

- MINCHALA-AVILA, Luis I. y col. "Comparison of the Performance and Energy Consumption Index of Model-Based Controllers". En: *2016 IEEE Ecuador Technical Chapters Meeting (ETCM)*. Guayaquil, Ecuador, 2016, pág. 6 (vid. pág. 110).
- MTS, SYSTEMS CORPORATION. *Model 252 Servovalves*. Eden Prairie, MN, USA, 2014, pág. 16 (vid. pág. 45).
- *Series 505G2 SilentFlo Hydraulic Power Unit Product Information*. Eden Prairie, MN, USA, 2013, pág. 86 (vid. pág. 45).
- NAKATA, N. "High-Fidelity Model-Based Acceleration Control of Shake Tables". En: *15th World Conference on Earthquake Engineering*. Lisboa, Portugal, 2012 (vid. págs. 20, 63, 80, 85).
- NAKATA, Narutoshi. "Acceleration trajectory tracking control for earthquake simulators". En: *Engineering Structures* 32.8 (2010), págs. 2229-2236 (vid. págs. 47, 80, 101).
- NICKMEHR, Neda. "System Identification of an Engine-load Setup Using Grey-box Model". Licentiate's Thesis. Linköping University, 2015, pág. 102 (vid. págs. 50-52).
- OGATA, Katsuhiko. *Ingeniería de Control Moderna*. Ed. por Prentice Hall. Quinta. 9. Madrid, España: Pearson, 2010, pág. 904 (vid. págs. 61, 62, 65, 72, 73, 175).
- PHILLIPS, B. M., N. E. WIERSCHEM y B. F. SPENCER JR. "Model-Based Control of Shake Tables with Multi-Metric Feedback". En: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 43.5 (2013), págs. 681-699 (vid. pág. 47).

- PHILLIPS, Brian M., Nicholas E. WIERSCHEM y B. F. SPENCER JR. "Model-based multi-metric control of uniaxial shake tables". En: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 43.5 (2013), págs. 681-699 (vid. págs. 63, 85).
- PLUMMER, A. R. "A Detailed Dynamic Model of a Six-Axis Shaking Table". En: *Journal of Earthquake Engineering* 12 (2008), págs. 631-662 (vid. pág. 116).
- REHOR, J. y V. HAVLENA. "Grey-box model identification: control relevant approach". En: *Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (ALCOSP 2010)*. Antalya, Turkey, 2010, págs. 1-6 (vid. pág. 50).
- SARMIENTO, José Luis y Carlos BORRÁS PINILLA. "Modelling, design and analysis of three controllers based on LQR formulation for a non-linear hydraulic uniaxial seismic shake table". En: *3rd International Conference on Power, Energy and Mechanical Engineering (ICPEME 2019)*. Prague, Czech Republic, 2019, págs. 1-5 (vid. pág. 40).
- SARMIENTO, José Luis y Juan Felipe ORTIZ. "Diseño de la Práctica de Servos de Fuerza en el Banco Rexroth del Laboratorio de Servosistemas de Potencia Fluida". Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander, 2016, pág. 166 (vid. pág. 41).
- SEVERN, R. T., D. P. STOTEN e Y. TAGAWA. "The Contribution of Shaking Tables to Earthquake Engineering". En: *15th World Conference on Earthquake Engineering*. Lisboa, Portugal, 2012 (vid. pág. 19).
- SHEN, G. y col. "Implementation of electrohydraulic shaking table controllers with a combined adaptive inverse control and minimal control synthesis algorithm". En: *IET Control Theory and Applications* 5.2 (2011), págs. 1471-1483 (vid. pág. 116).

- TAKHIROV, Shakhzod M. y col. *Ground Motions for Earthquake Simulator Qualification of Electrical Substation Equipment*. Inf. téc. Berkeley, California, USA: Pacific Earthquake Engineering Research Center, 2004, pág. 173 (vid. pág. 37).
- TANG, Yu y col. "Improved feedforward inverse control with adaptive refinement for acceleration tracking of electro-hydraulic shake table". En: *Journal of Vibration and Control* 22.19 (2016), págs. 3945-3964 (vid. págs. 84, 85).
- TANG, Yu y col. "Investigation on acceleration performance improvement of electro-hydraulic shake tables using parametric feedforward compensator and functional link adaptive controller". En: *ISA Transactions* (2018), pág. 31 (vid. págs. 80, 84).
- TANG, Yu y col. "Real Time Acceleration Tracking of Electro-Hydraulic Shake Tables Combining Inverse Compensation Technique and Neural-Based Adaptive Controller". En: *IEEE Access* 5 (2017), págs. 23681-23694 (vid. págs. 63, 64, 84).
- TORRES, G.T. y P. D. RODRÍGUEZ. "Diseño y desarrollo de un sistema de control de posición y velocidad de una mesa sísmica". Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander, 2014, pág. 159 (vid. págs. 23, 45, 46).
- TWITCHELL, B. S. y M. D. SYMANS. "Analytical Modeling, System Identification, and Tracking Performance of Uniaxial Seismic Simulators". En: *Journal of Engineering Mechanics* 129.12 (2003), págs. 1485-1488 (vid. págs. 36, 47, 52).
- WASHINGTON, UNIVERSITY. *Design and Construction of the Washington University Structural Control and Earthquake Engineering Laboratory*. Inf. téc. Washington D. C., USA: Washington University, pág. 35 (vid. pág. 116).

- XU, Yang, Hongxing HUA y Junwei HAN. "Modeling and controller design of a shaking table in an active structural control system". En: *Mechanical Systems and Signal Processing* 22.8 (2008), págs. 1917-1923 (vid. págs. 47, 63).
- YANG, N. y col. "Adaptive Inverse control of Two-axis Hydraulic Shaking Table Based on RLS Filter". En: *32nd Chinese Control Conference*. Xi'an, China, 2013, págs. 138-143 (vid. pág. 63).
- YANG, Xu, Hua HONGXING y Han JUNWEI. "Three State Controller Design of Shaking Table in Active Structural Control System". En: *2007 IEEE International Conference on Control and Automation* 3.5 (2007), págs. 88-93 (vid. pág. 64).
- YAO, J. y col. "Real-Time Acceleration Harmonics Estimation for an Electro-Hydraulic Servo Shaking Table Using Kalman Filter With a Linear Model". En: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 22.2 (2014), págs. 794-800 (vid. pág. 64).
- YUAN, H., H. NA e Y. KIM. "System identification and robust position control for electro-hydraulic servo system using hybrid model predictive control". En: *Journal of Vibration and Control* (2017), págs. 1-15 (vid. págs. 45-47, 55).
- ZHANG, Ruiyang, Paige V LAUENSTEIN y Brian M PHILLIPS. "Real-time hybrid simulation of a shear building with a uni-axial shake table". En: *Engineering Structures* 119.4 (2016), págs. 217-229 (vid. pág. 47).
- ZHAO, Jian y col. "Effect of servovalve/actuator dynamics on displacement controlled testing". En: *13th World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, Canada, 2004, pág. 11 (vid. pág. 47).

Anexo A. Resultados de los sismos Coalinga, Loma Prieta y Palm Springs

En este anexo se exhiben los resultados gráficos experimentales correspondientes a los sismos de Coalinga, Loma Prieta y Palm Springs, que por motivo de extensión del documento no fueron incluidos dentro del cuerpo principal del mismo. Los resultados cuantitativos y su análisis se encuentran dentro del cuerpo del trabajo, específicamente en la sección 7.

Reproducción de la aceleración

Los resultados gráficos de la reproducción de la aceleración de los sistemas de control para los sismos de Coalinga, Loma Prieta y Palm Springs, se muestran y organizan así: seguimiento de la aceleración en el dominio del tiempo en las figuras 63, 68 y 73; vista ampliada del seguimiento de la aceleración en las figuras 64, 69 y 74; error de seguimiento de la aceleración en las figuras 65, 70 y 75; vista ampliada del error de seguimiento en las figuras 66, 71 y 76; y seguimiento de la aceleración en el dominio de la frecuencia con la PSD en las figuras 67, 72 y 77.

Reproducción del desplazamiento

Los resultados gráficos de la reproducción de la aceleración de los sistemas de control para los sismos de Coalinga, Loma Prieta y Palm Springs, se muestran y organizan así: seguimiento de la aceleración en el dominio del tiempo en las figuras 63, 68 y 73; vista ampliada del seguimiento de la aceleración en las figuras 64, 69 y 74; error de seguimiento de la aceleración en las figuras 65, 70 y 75; vista ampliada del error de seguimiento en las figuras 66, 71 y 76; y seguimiento de la aceleración en el dominio de la frecuencia con la PSD en las figuras 67, 72 y 77.

Figura 63. Seguimiento de la aceleración del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

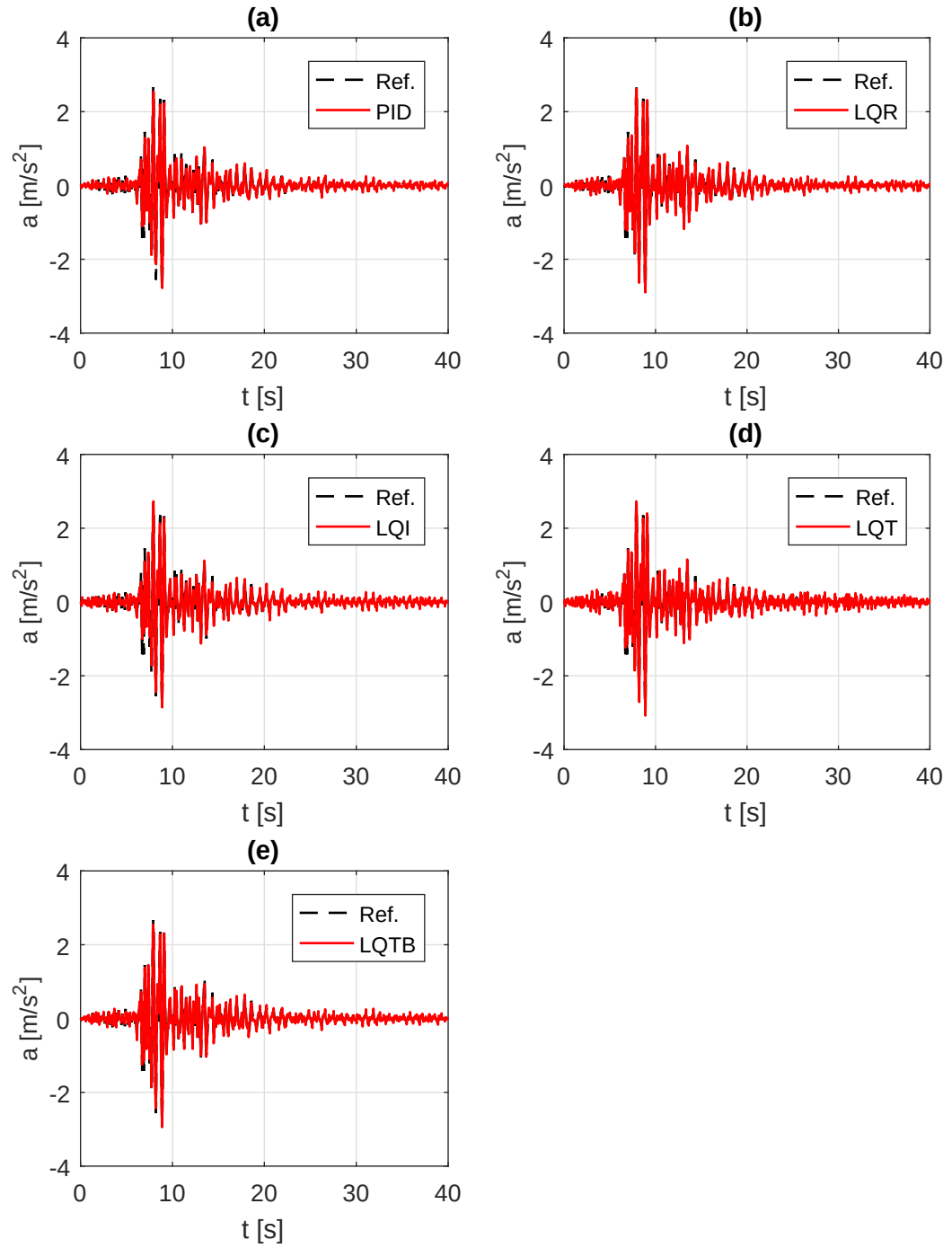


Figura 64. Vista ampliada del seguimiento de la aceleración del sismo de Coalinga:
 (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

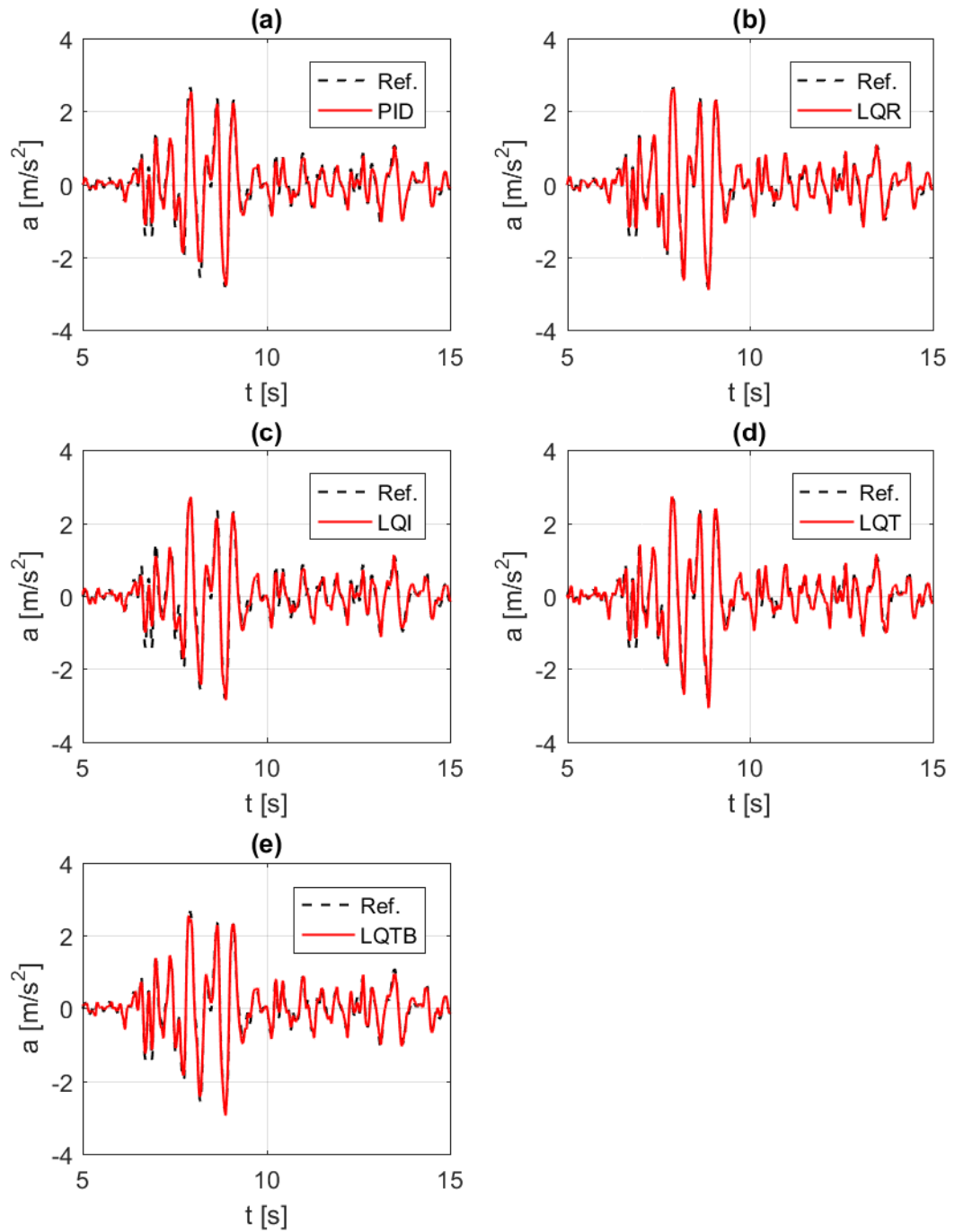


Figura 65. Error de seguimiento de la aceleración del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

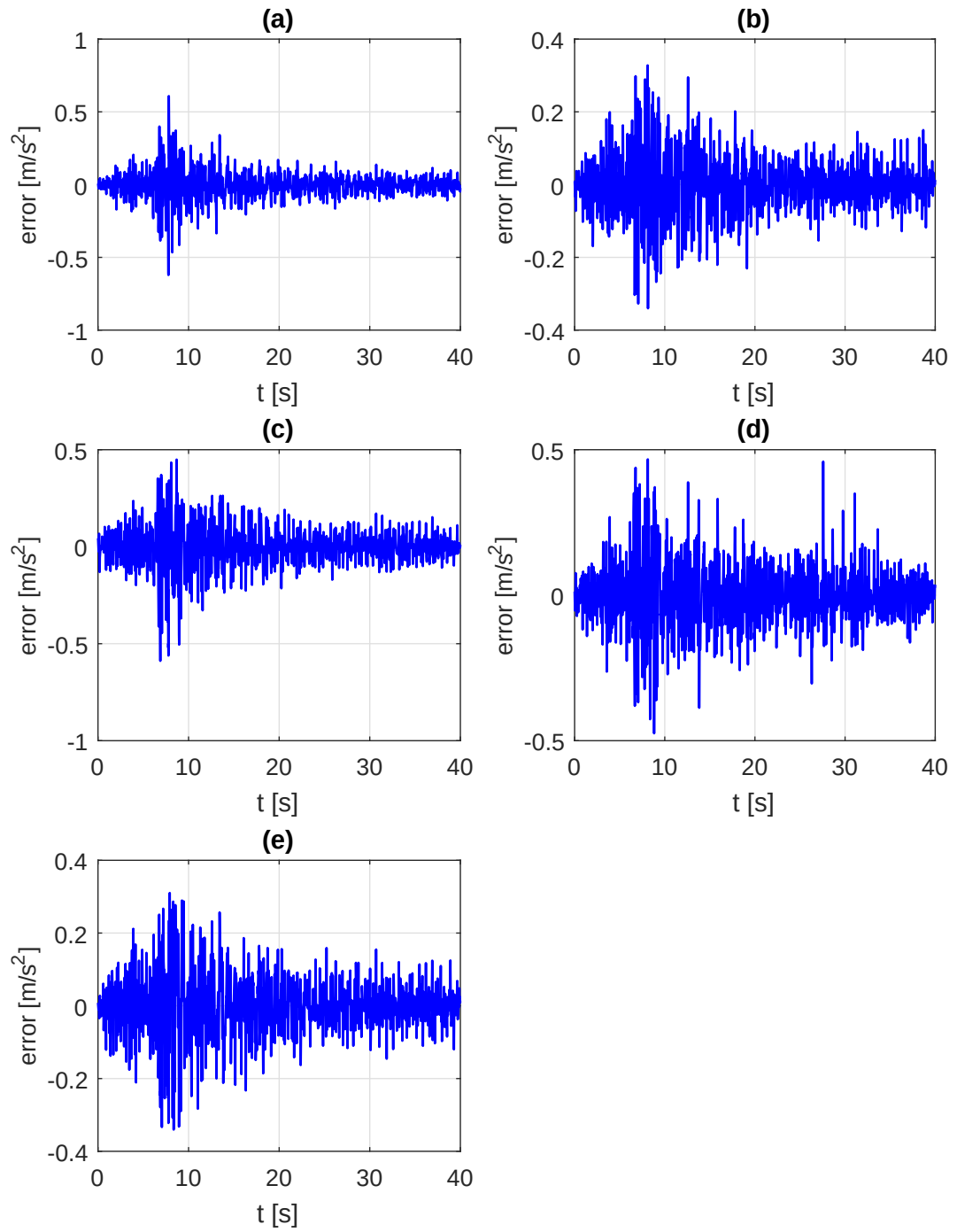


Figura 66. Vista ampliada del error de seguimiento de la aceleración del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

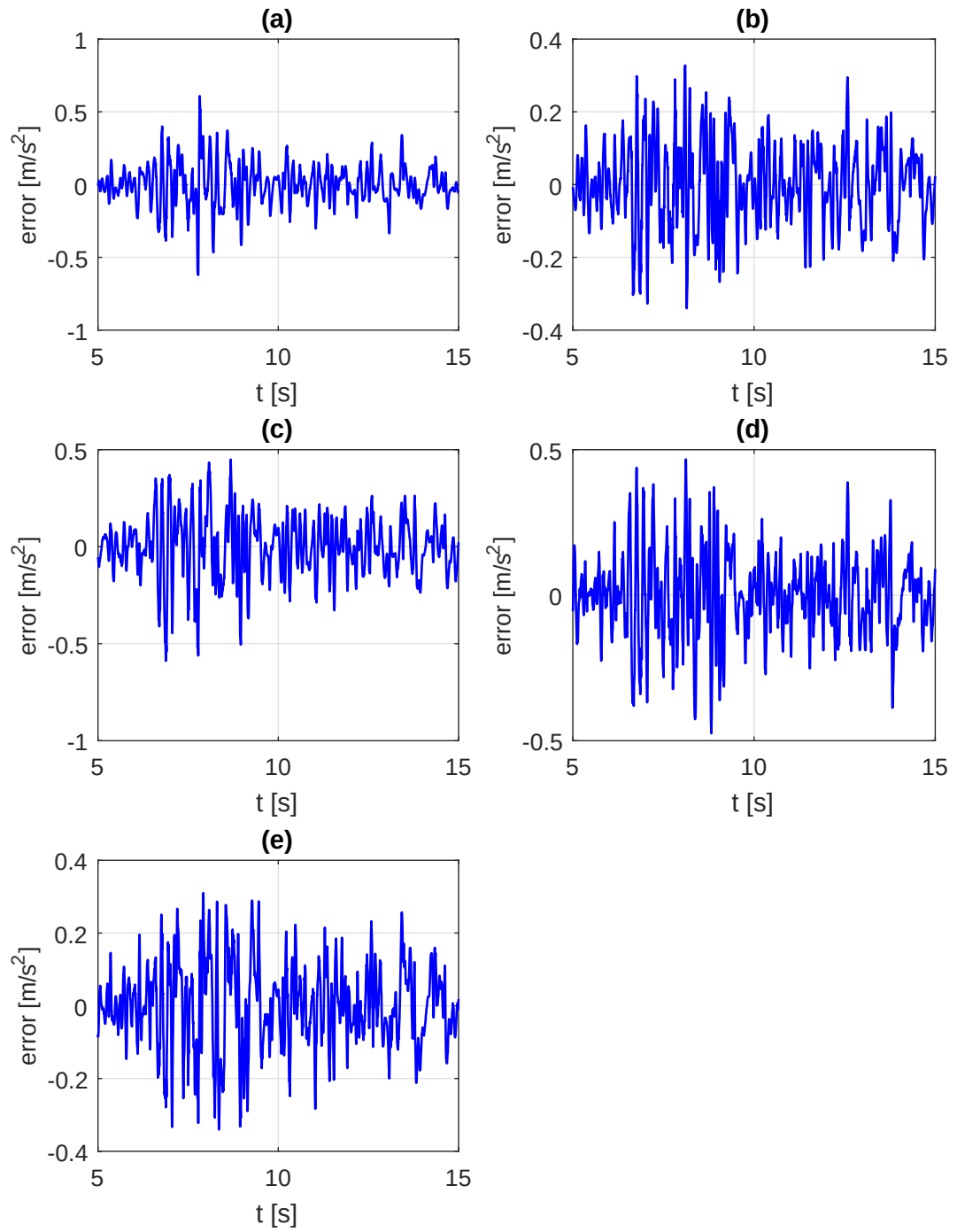


Figura 67. PSD del seguimiento de la aceleración del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

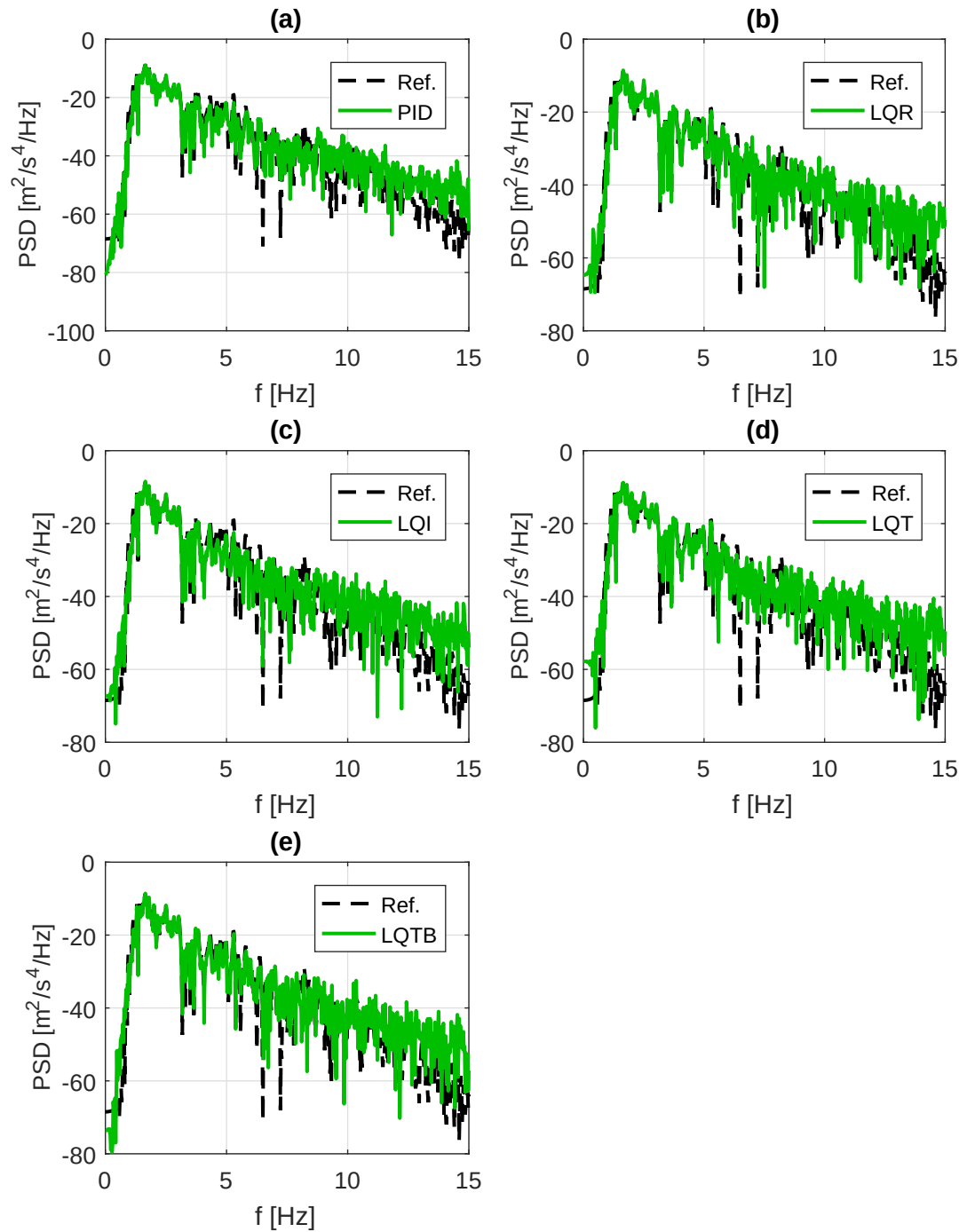


Figura 68. Seguimiento de la aceleración del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

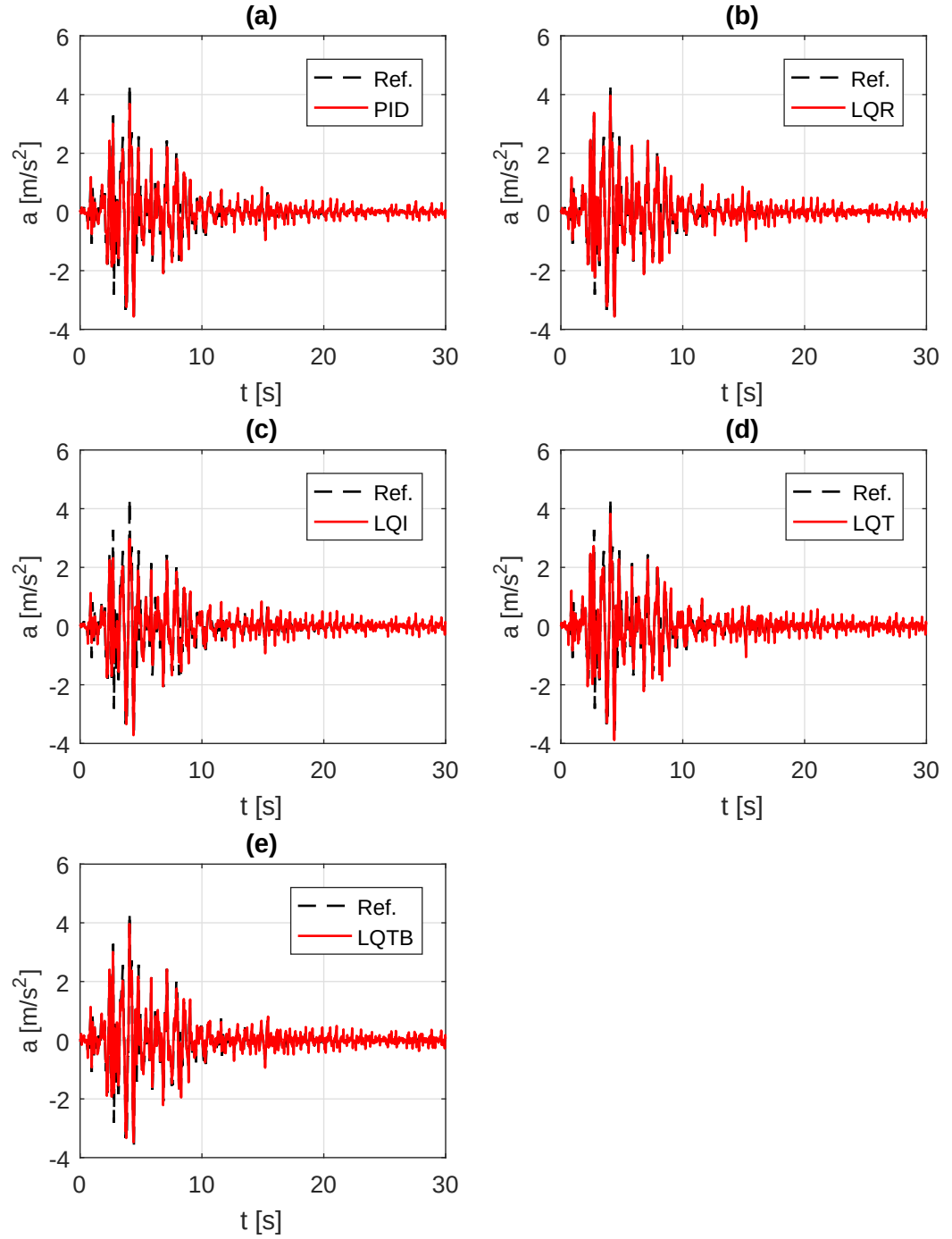


Figura 69. Vista ampliada del seguimiento de la aceleración del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT $_{\beta}$.

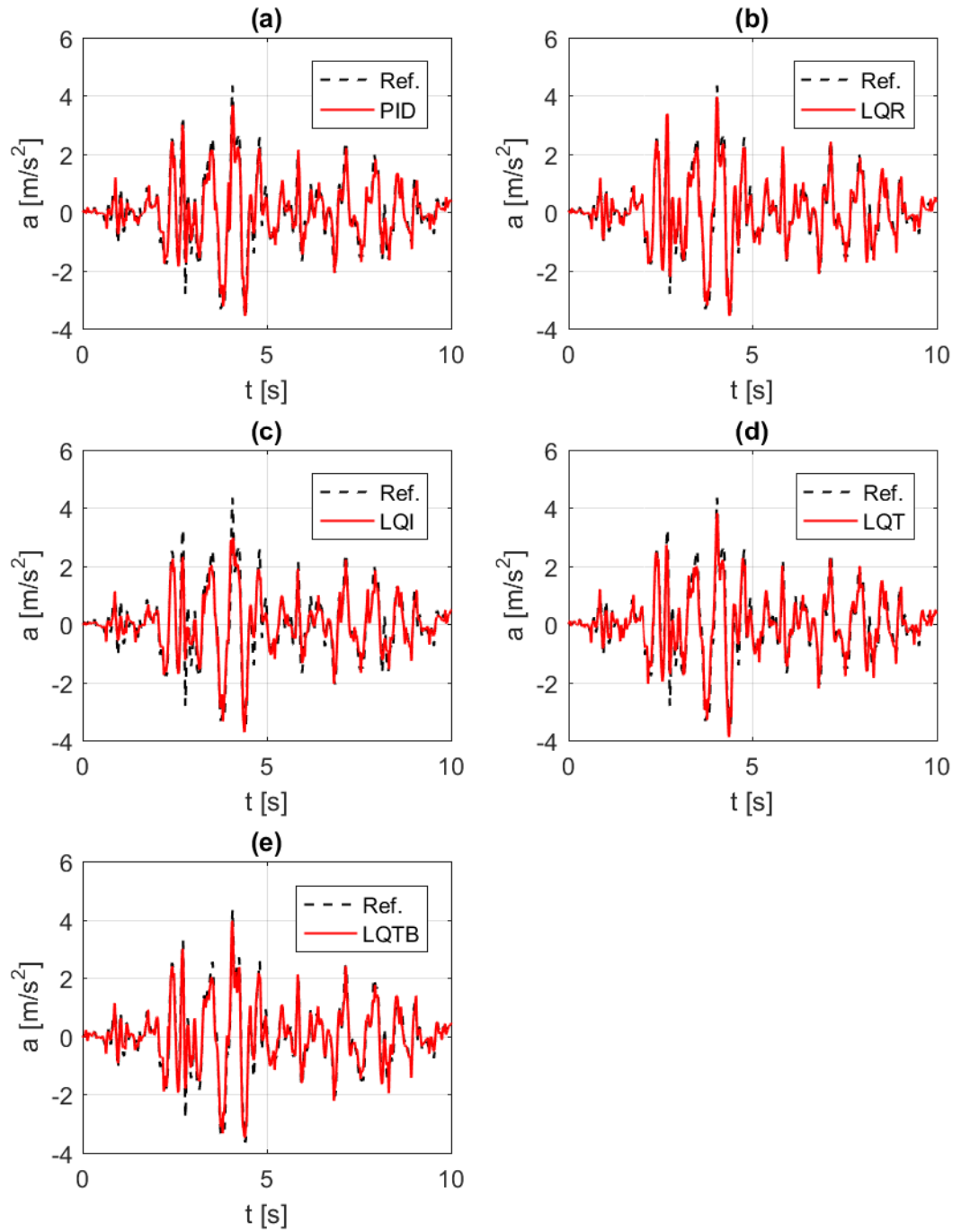


Figura 70. Error de seguimiento de la aceleración del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT^β .

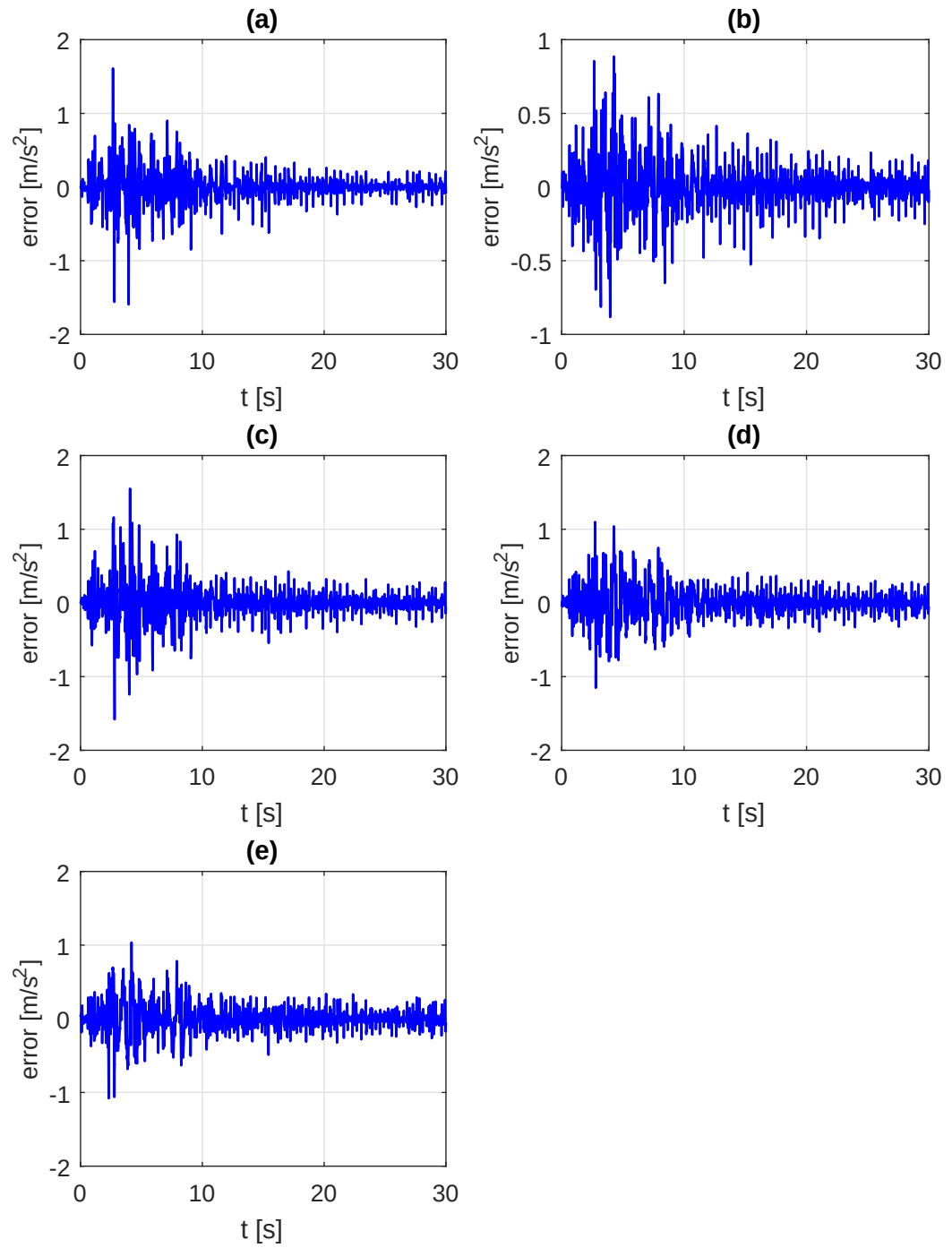


Figura 71. Vista ampliada del error de seguimiento de la aceleración del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

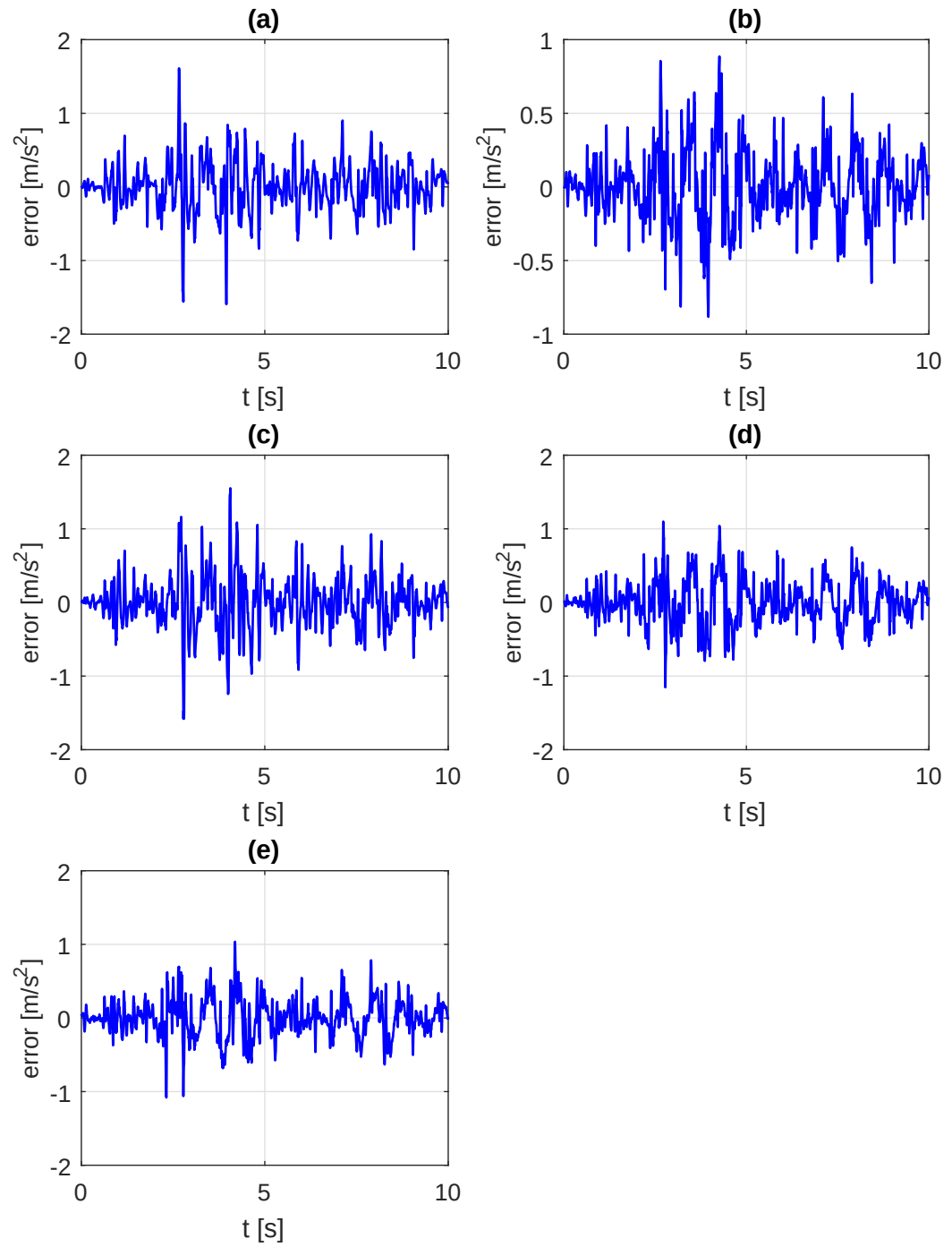


Figura 72. PSD del seguimiento de la aceleración del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

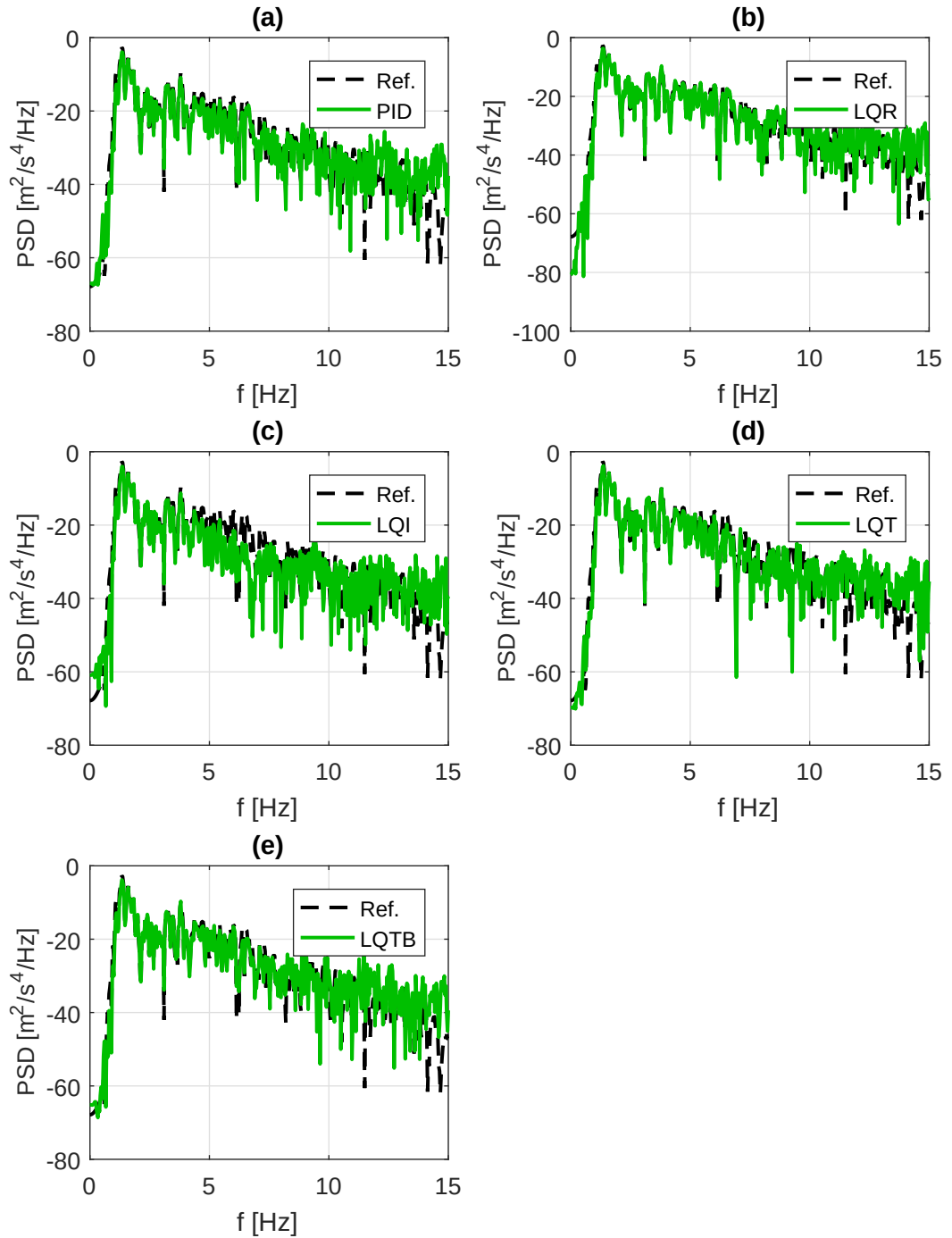


Figura 73. Seguimiento de la aceleración del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

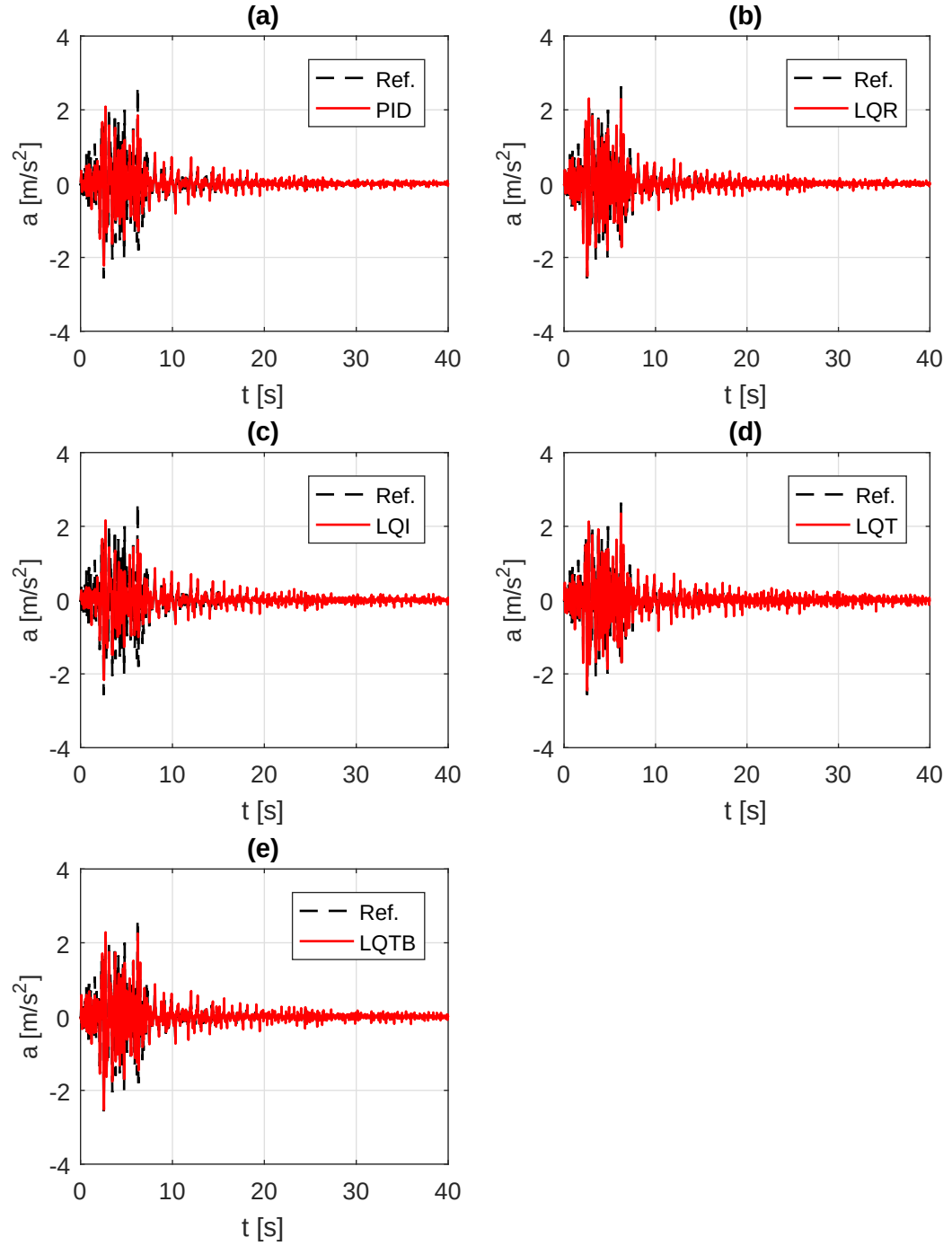


Figura 74. Vista ampliada del seguimiento de la aceleración del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

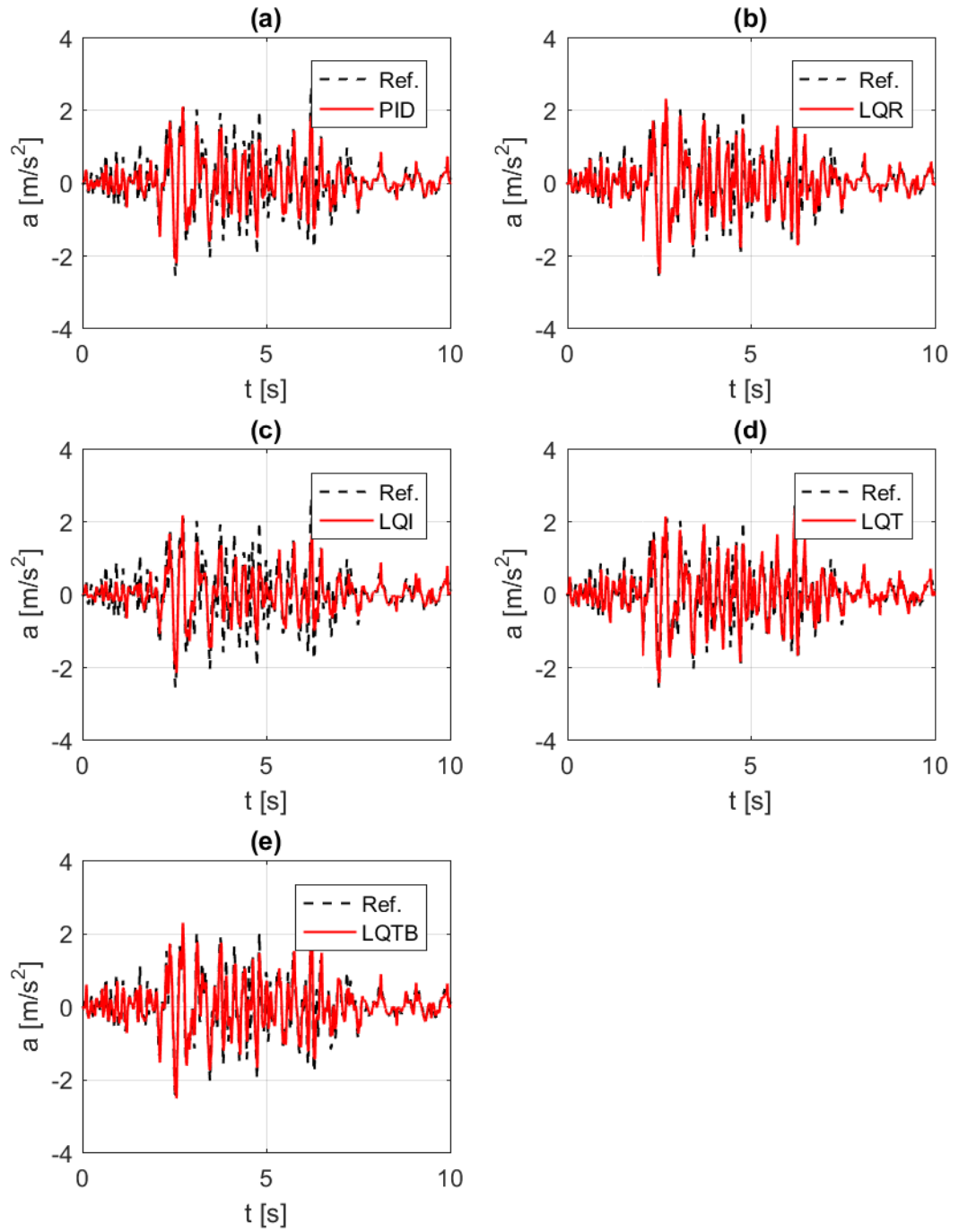


Figura 75. Error de seguimiento de la aceleración del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT^β .

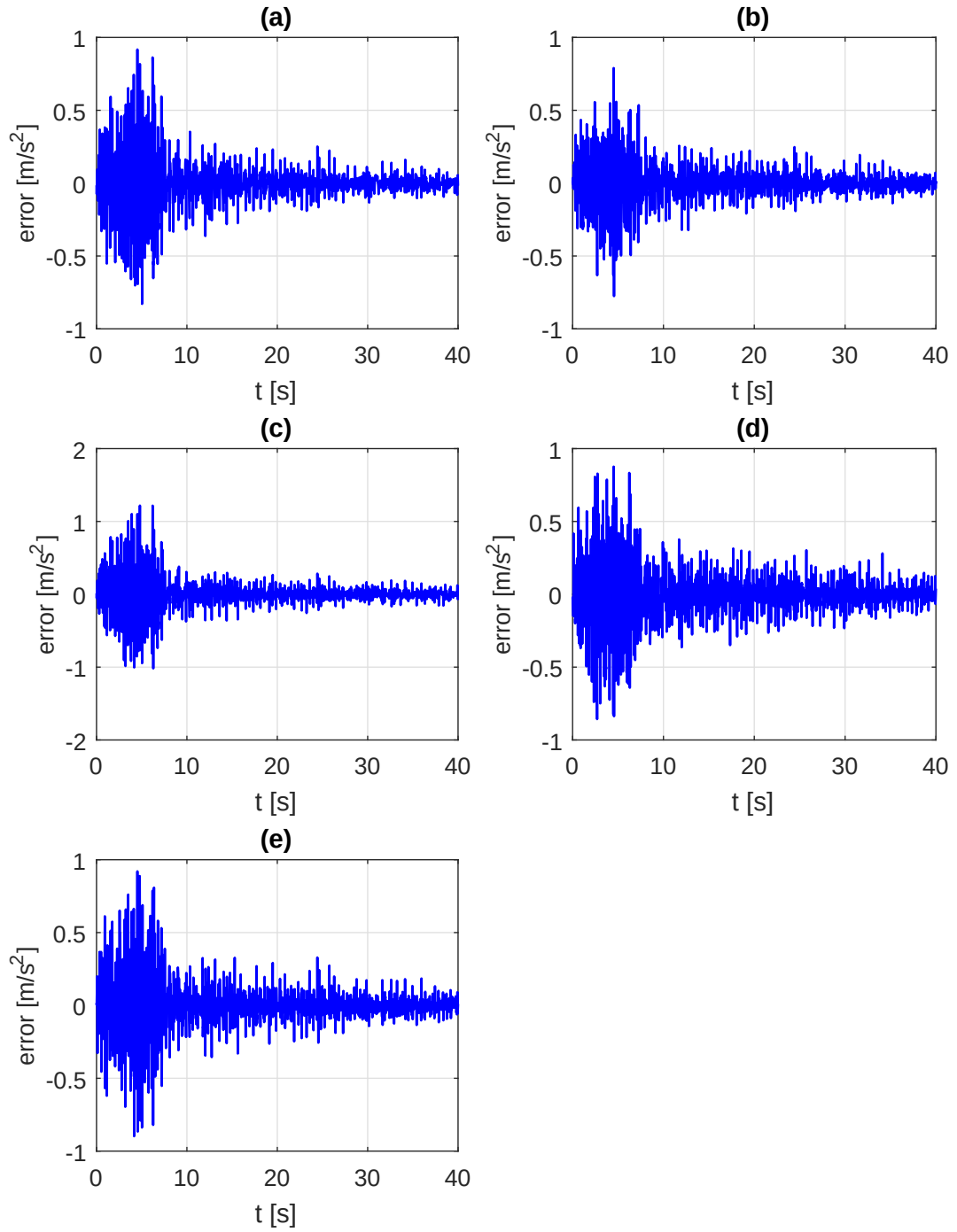


Figura 76. Vista ampliada del error de seguimiento de la aceleración del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

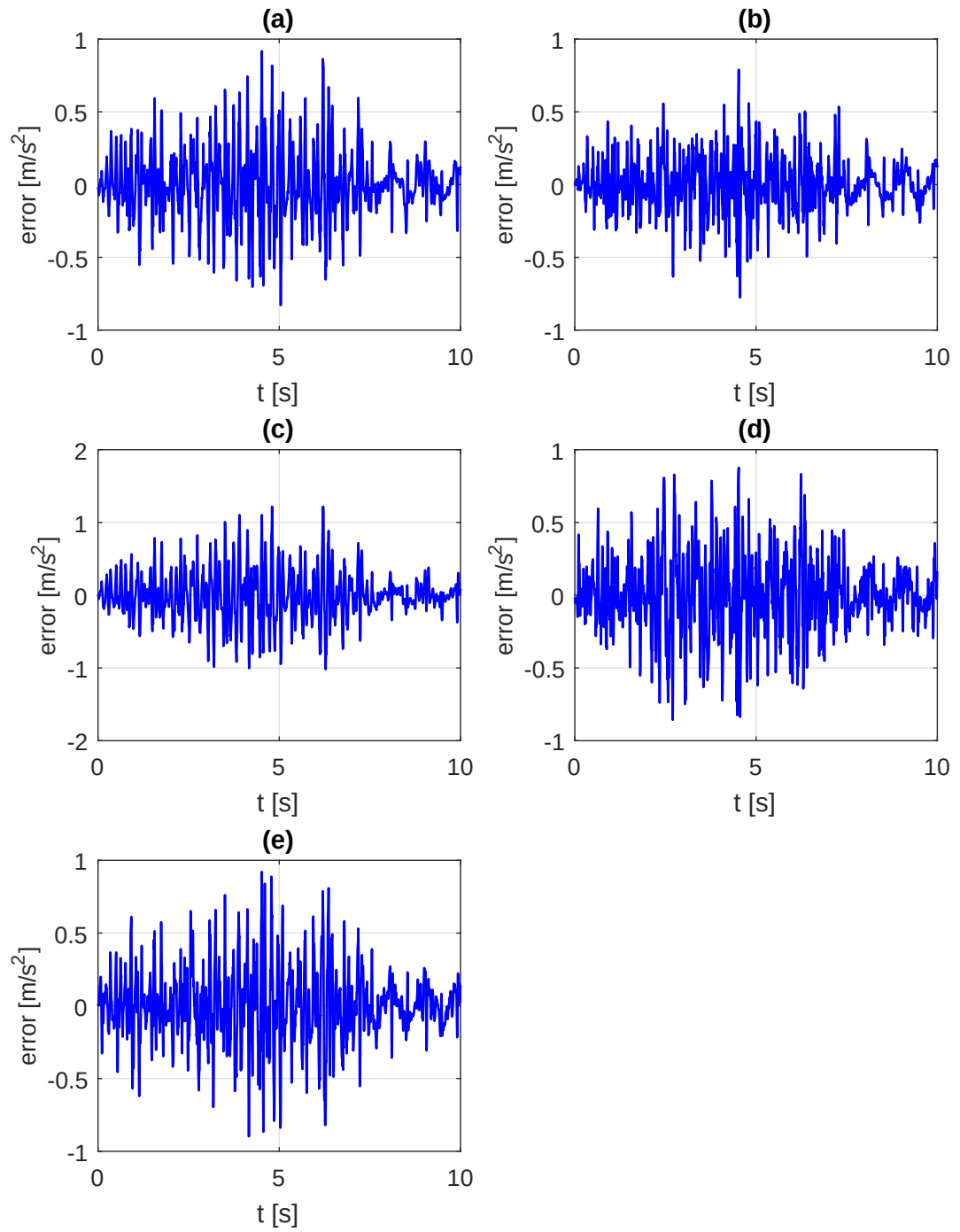


Figura 77. PSD del seguimiento de la aceleración del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

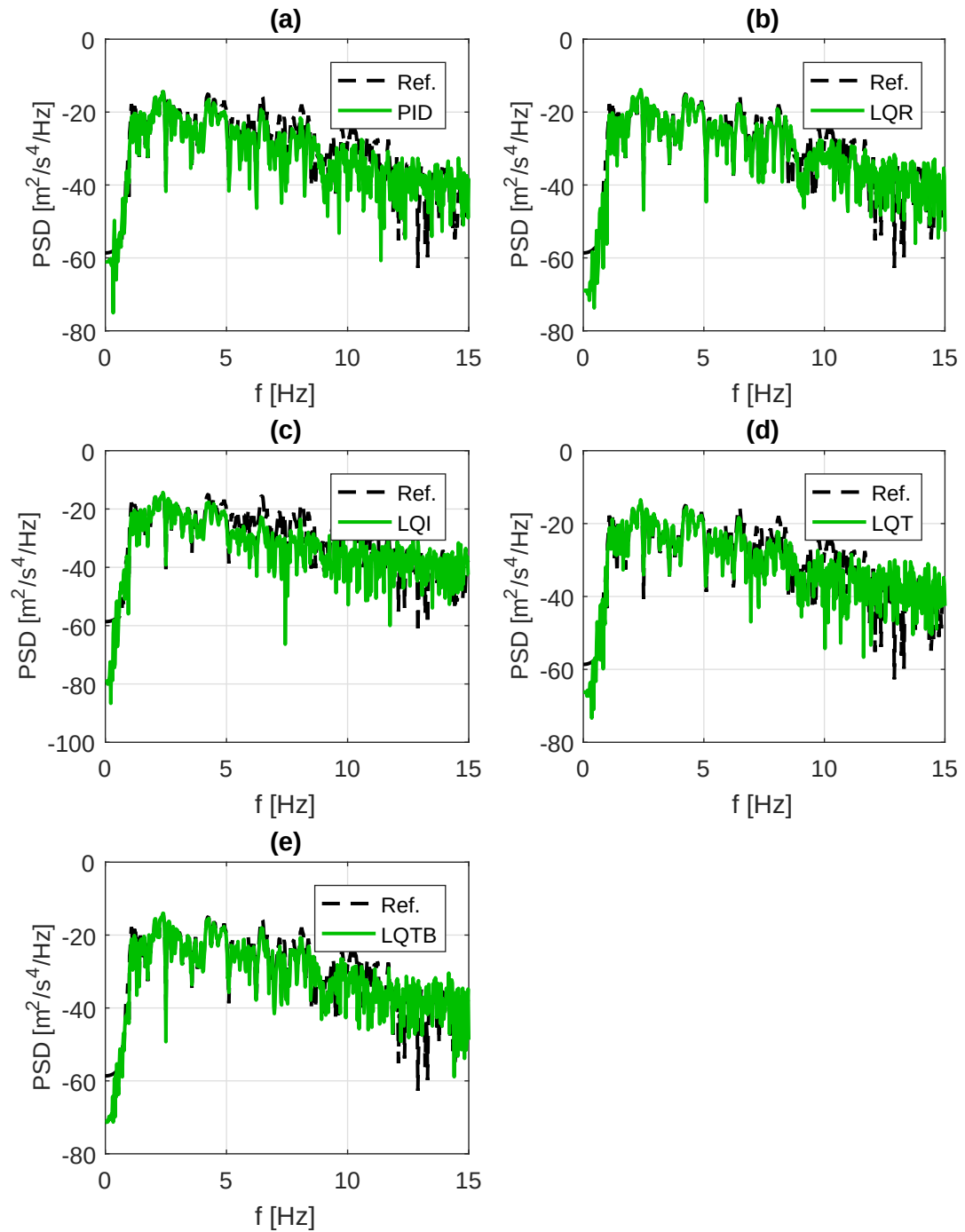


Figura 78. Seguimiento del desplazamiento del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

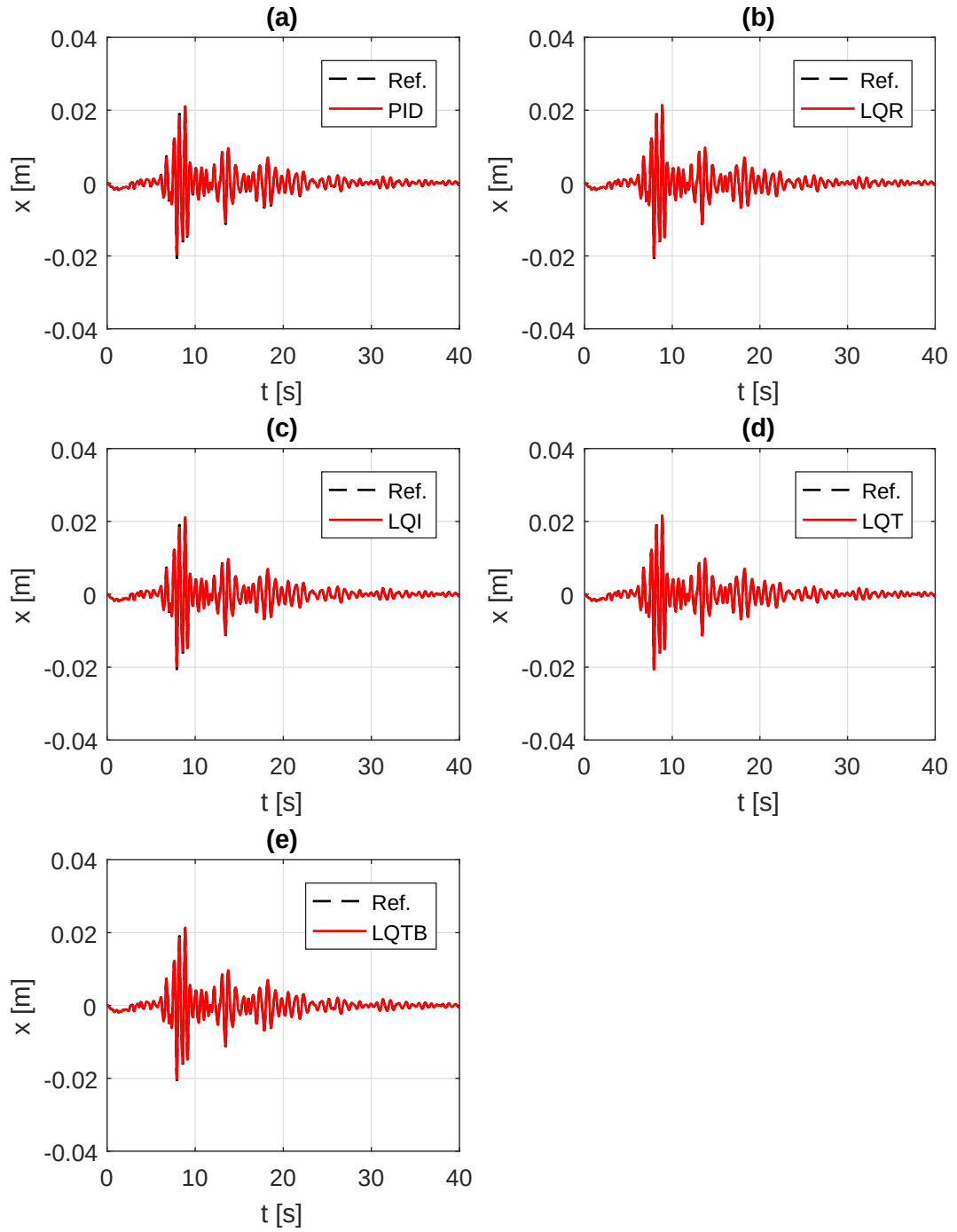


Figura 79. Vista ampliada del seguimiento del desplazamiento del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

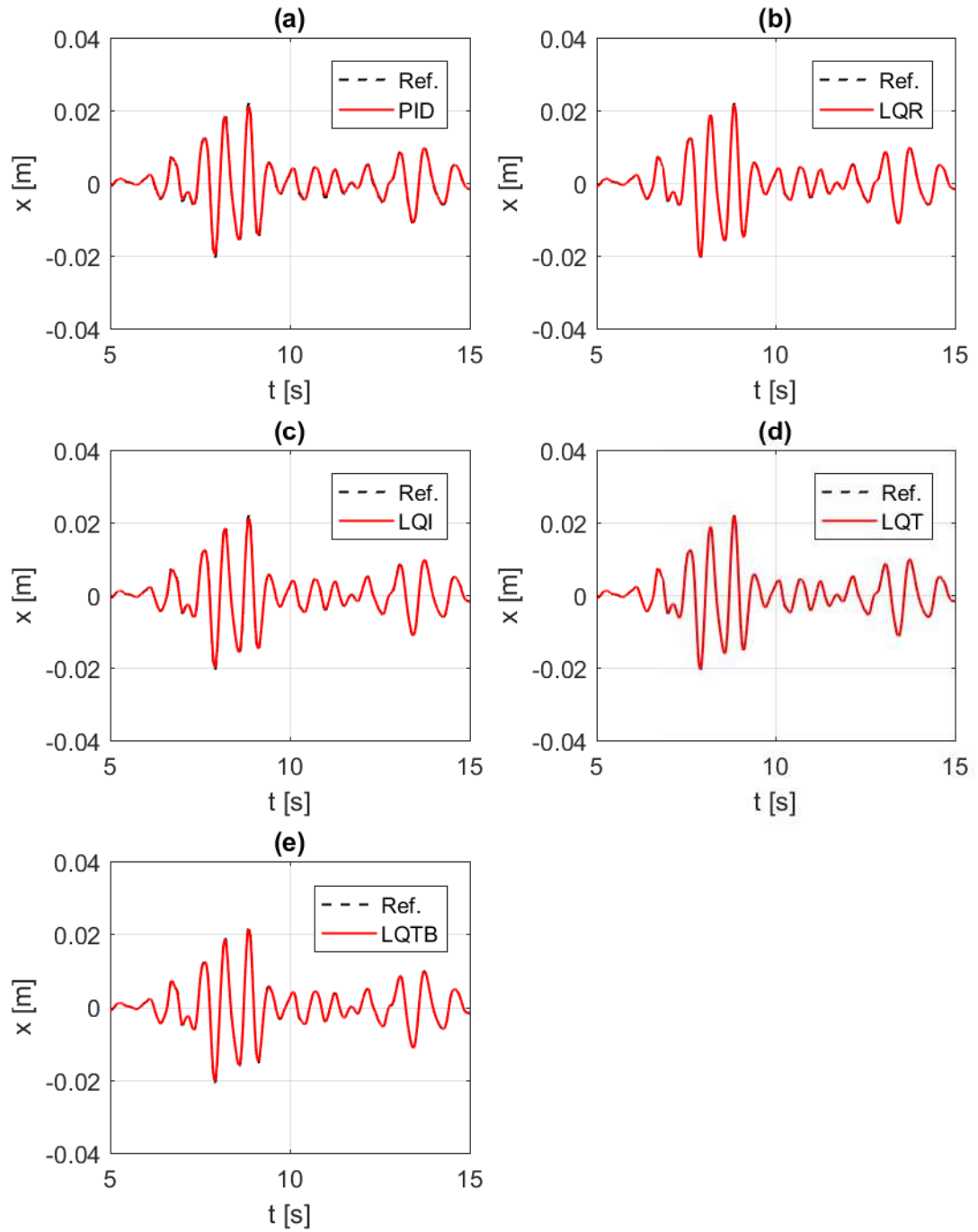


Figura 80. Error de seguimiento del desplazamiento del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

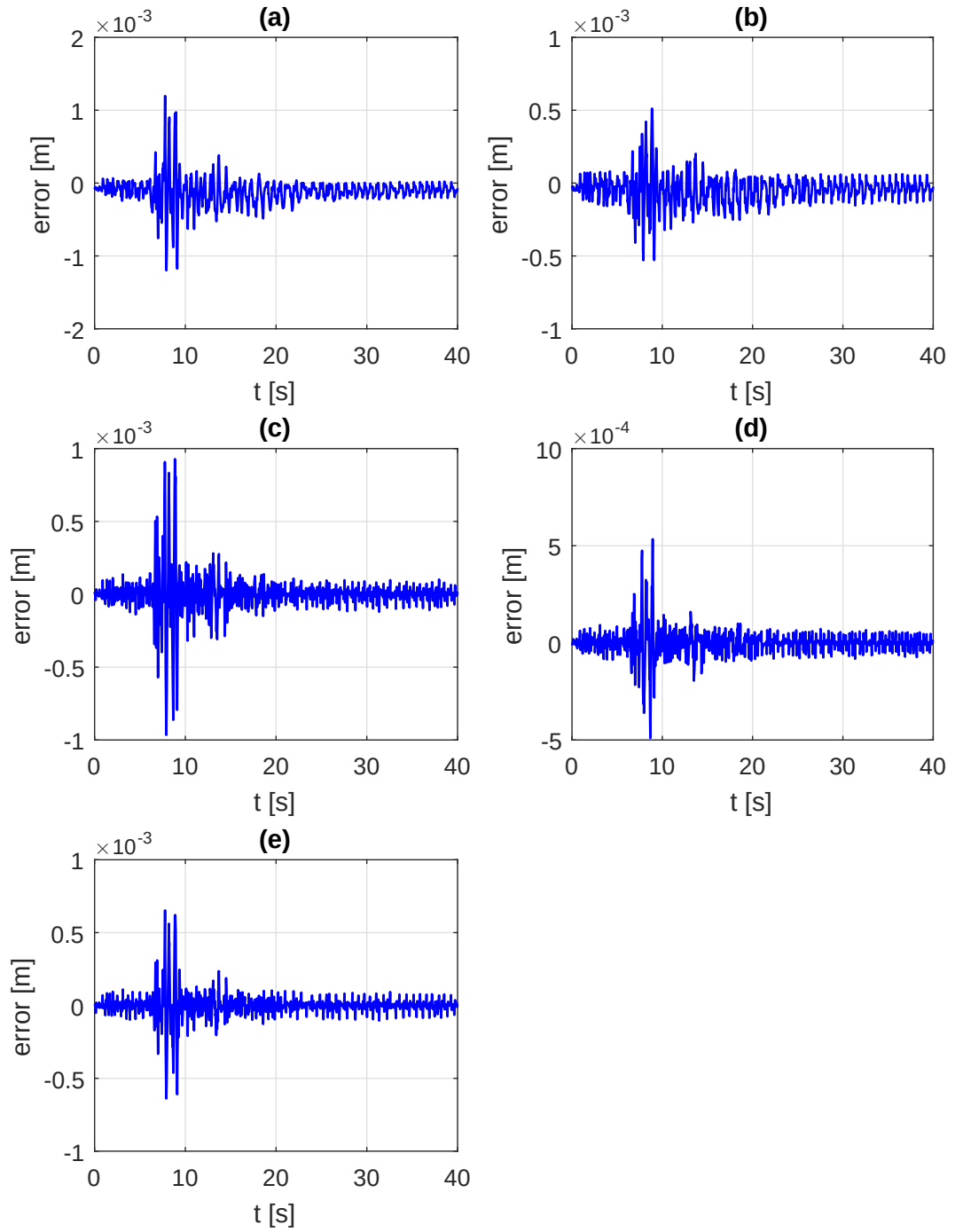


Figura 81. Vista ampliada del error de seguimiento del desplazamiento del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

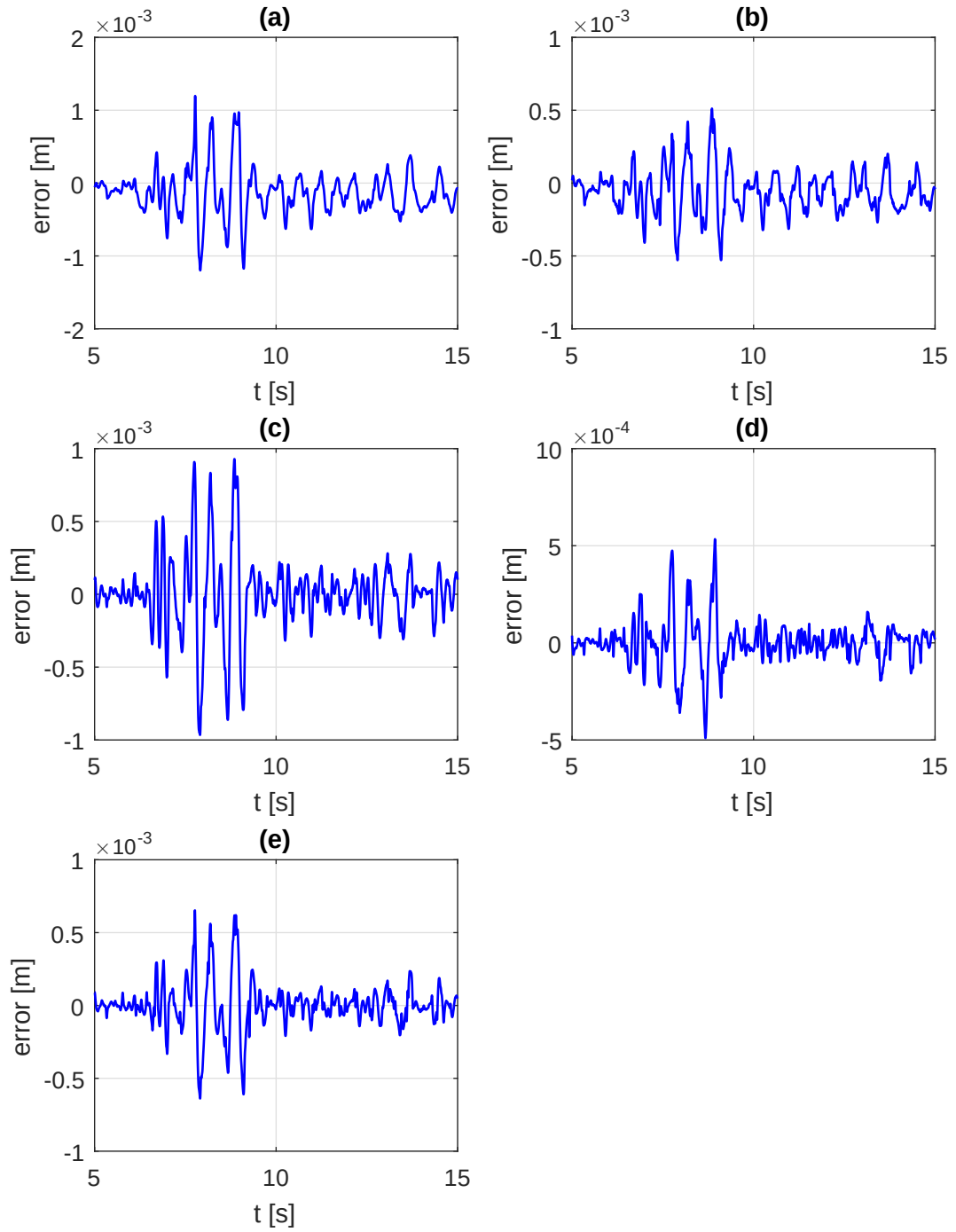


Figura 82. PSD del seguimiento del desplazamiento del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

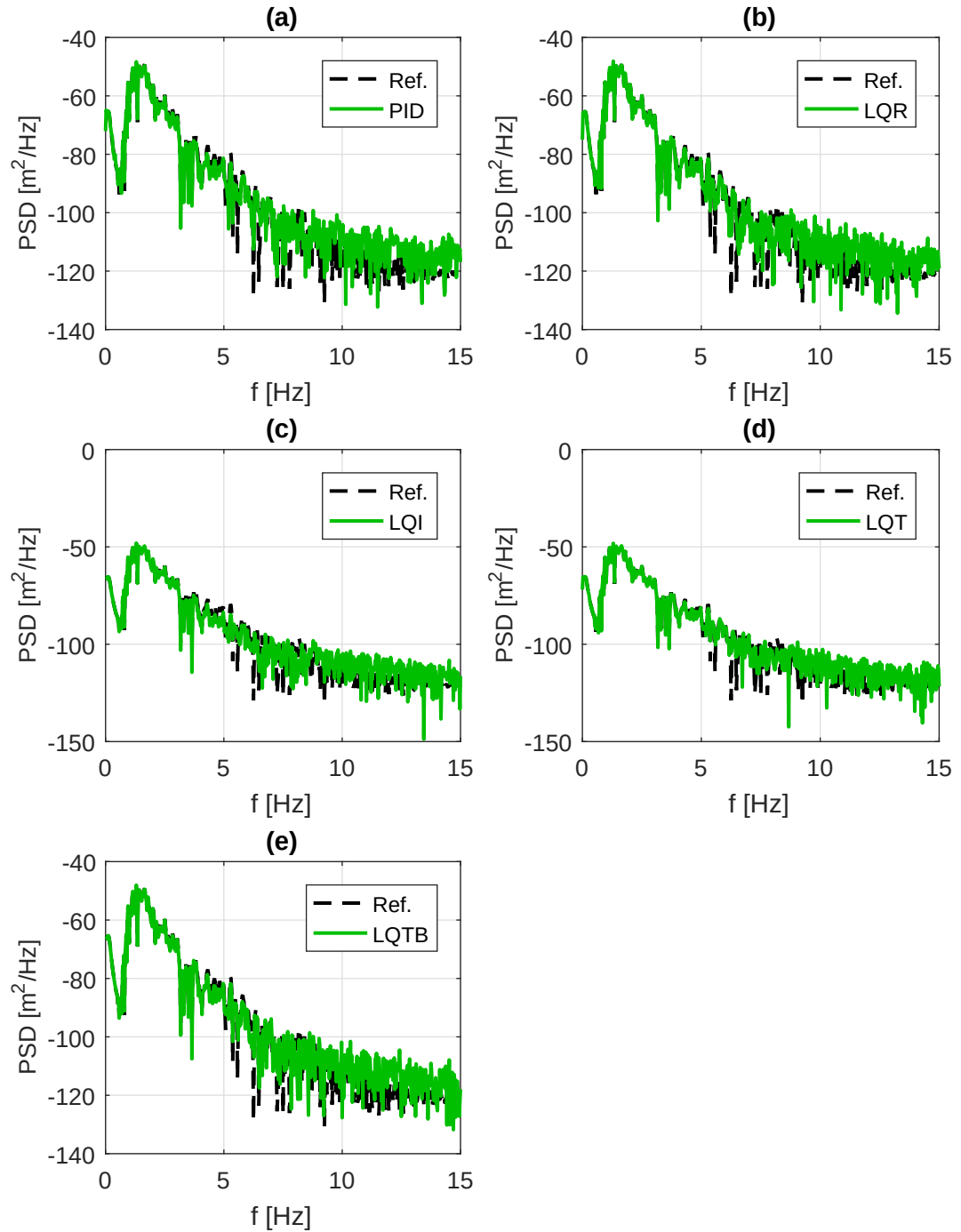


Figura 83. Seguimiento del desplazamiento del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

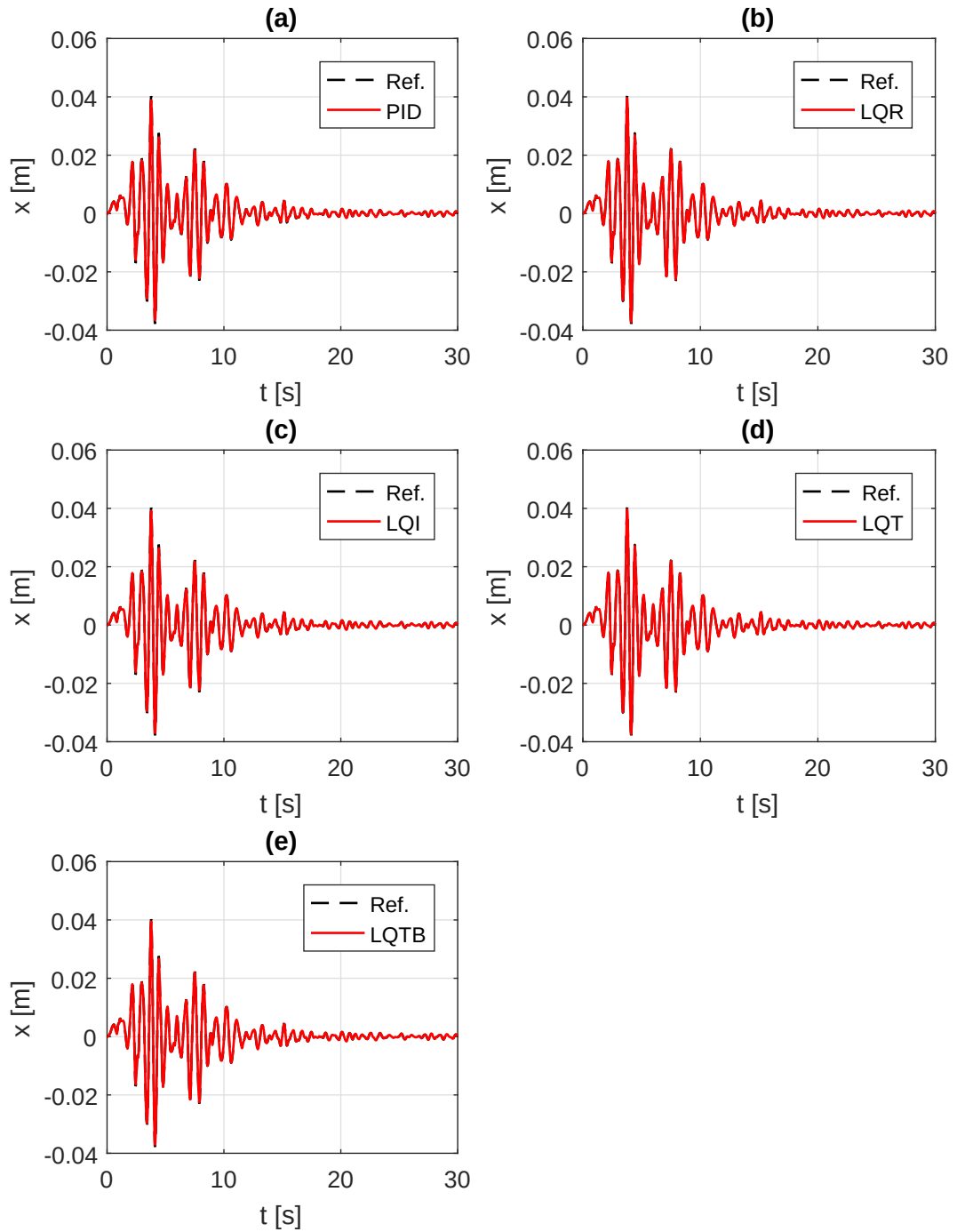


Figura 84. Vista ampliada del seguimiento del desplazamiento del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT $_{\beta}$.

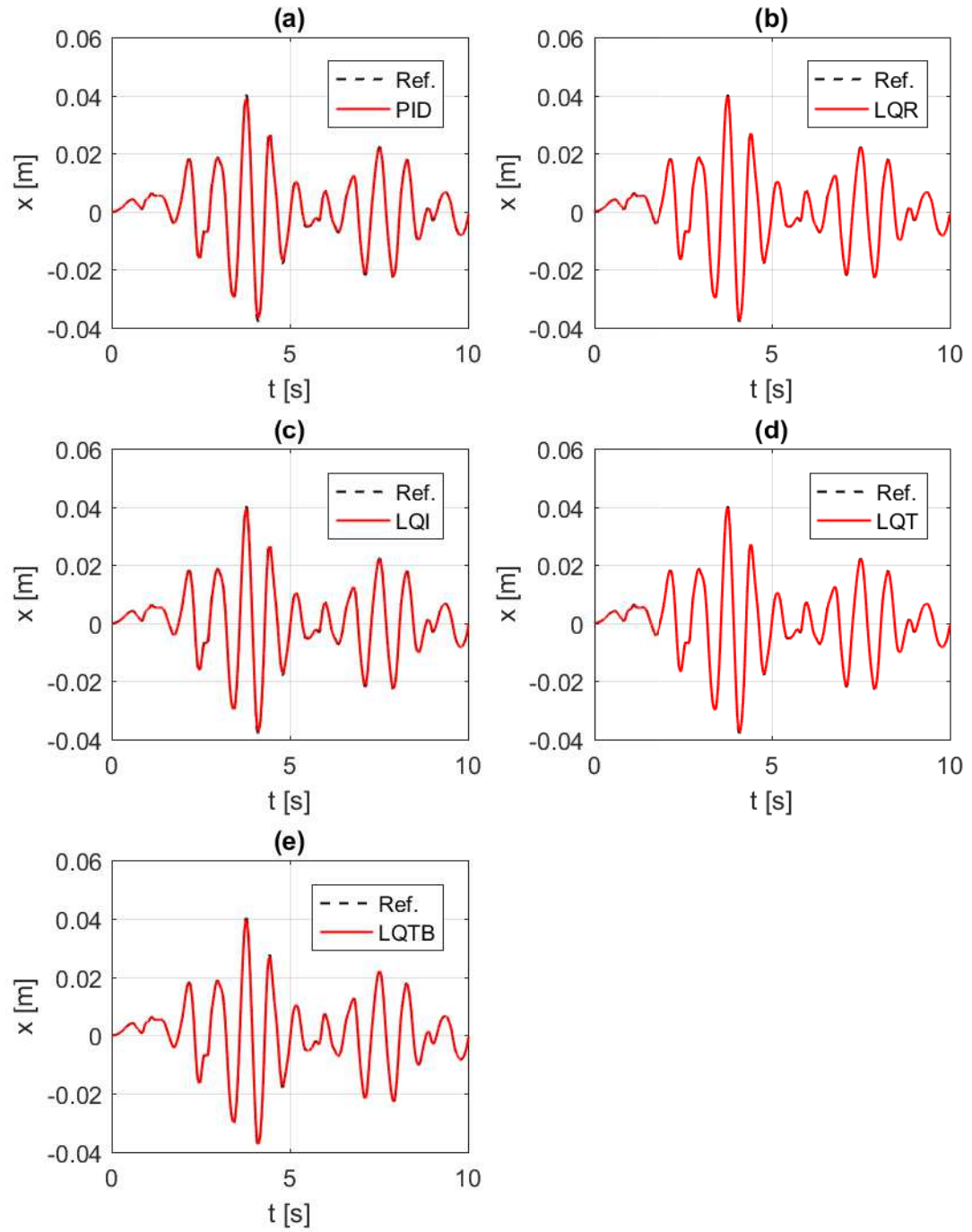


Figura 85. Error de seguimiento del desplazamiento del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT^β .

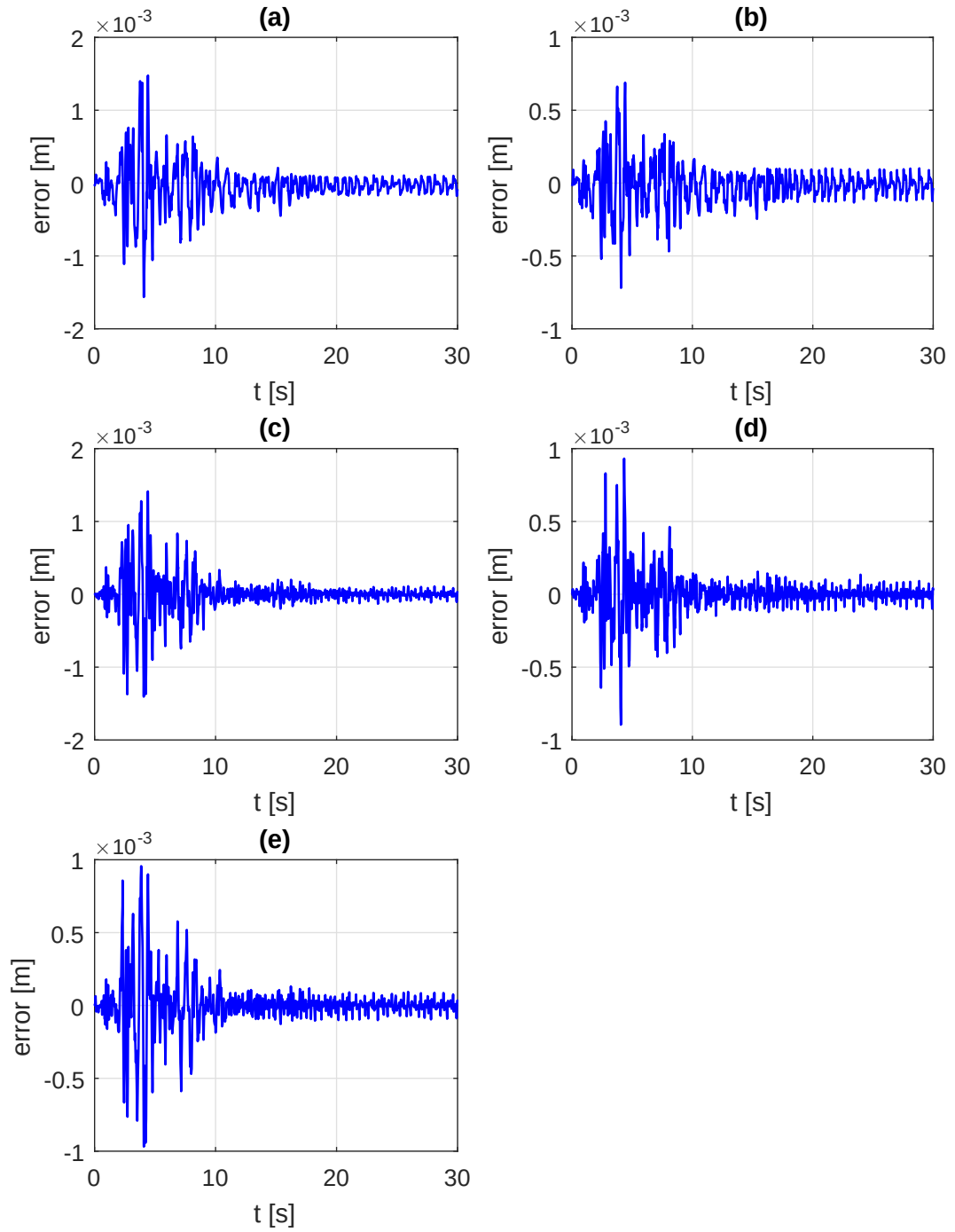


Figura 86. Vista ampliada del error de seguimiento del desplazamiento del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

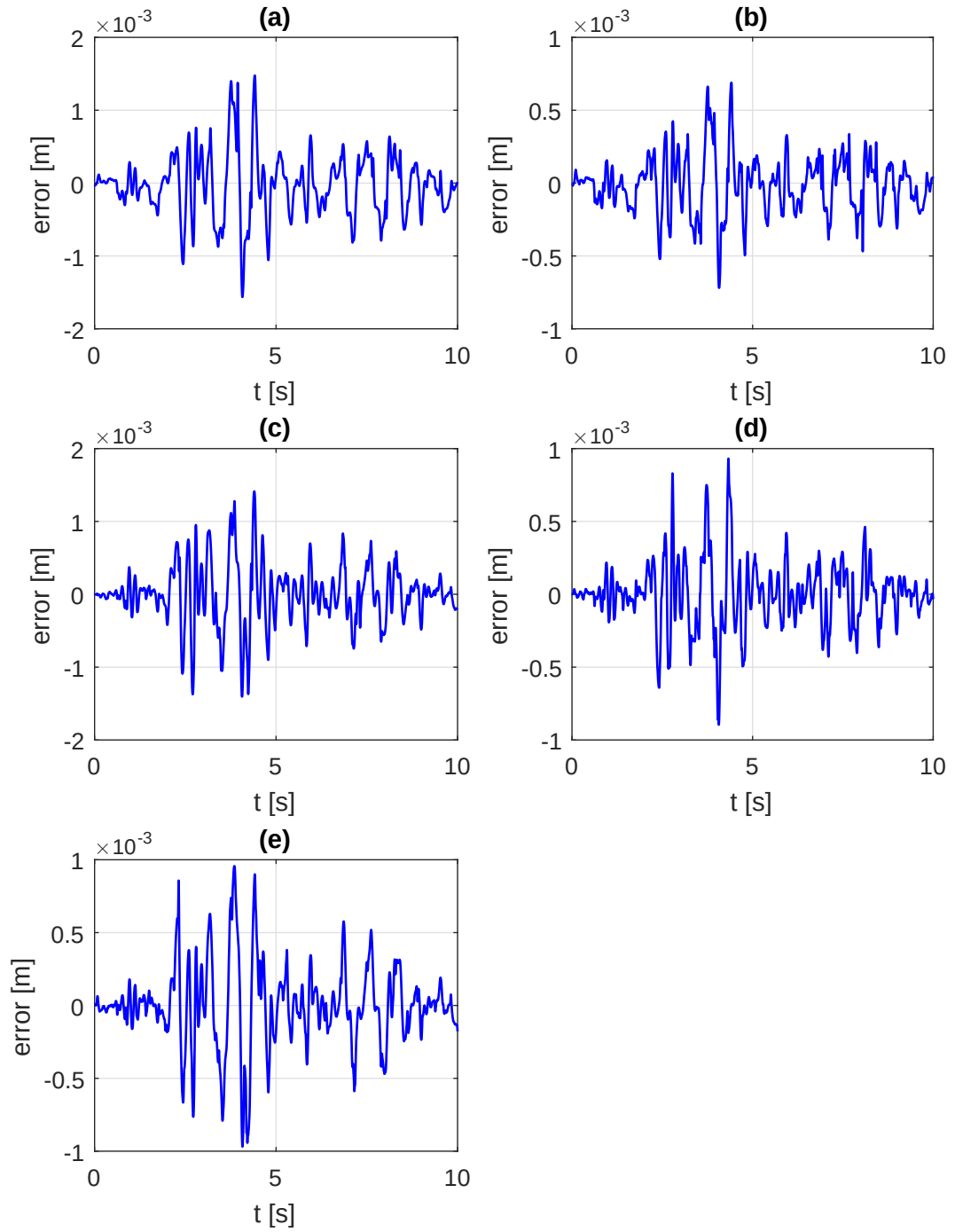


Figura 87. PSD del seguimiento del desplazamiento del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

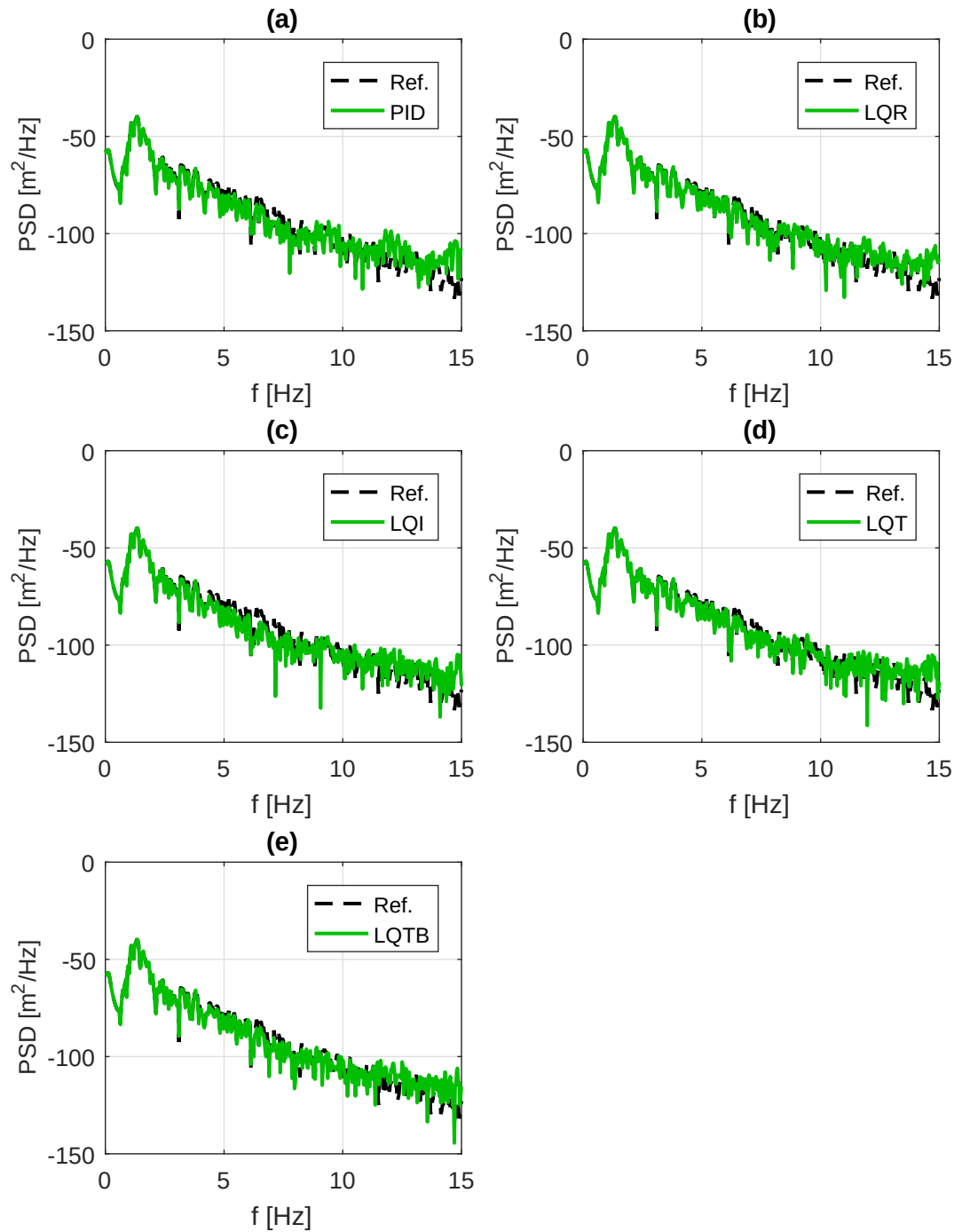


Figura 88. Seguimiento del desplazamiento del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

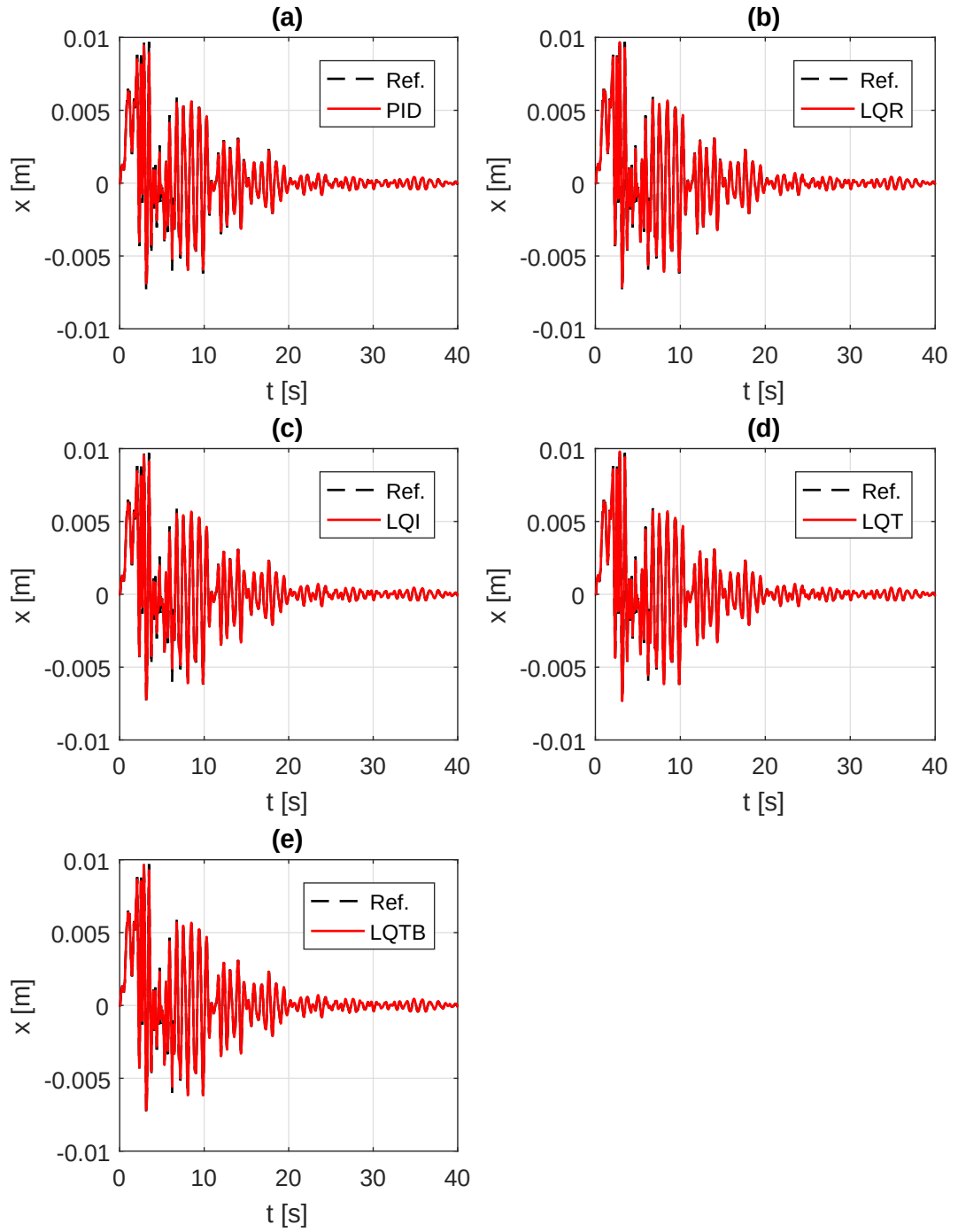


Figura 89. Vista ampliada del seguimiento del desplazamiento del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

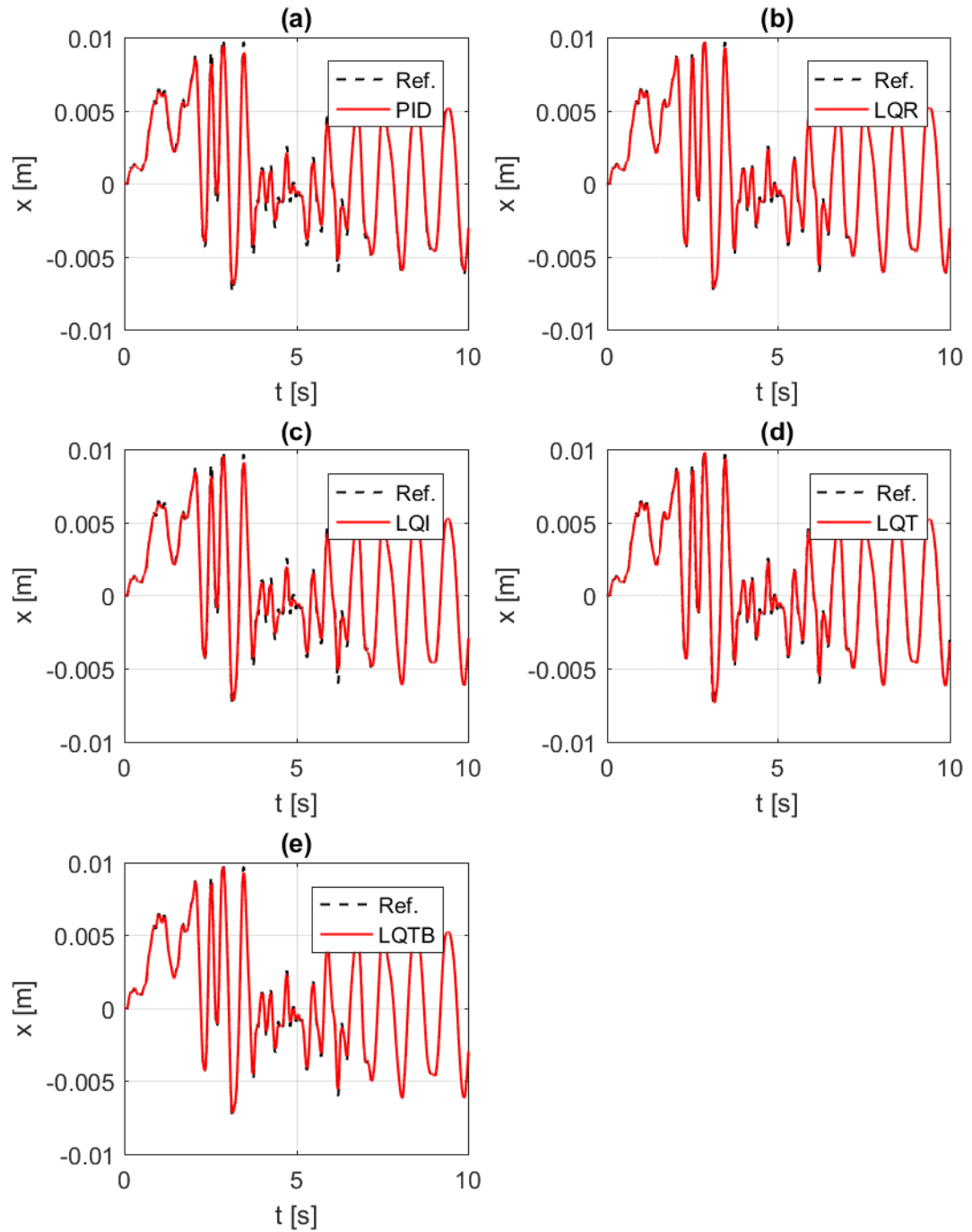


Figura 90. Error de seguimiento del desplazamiento del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

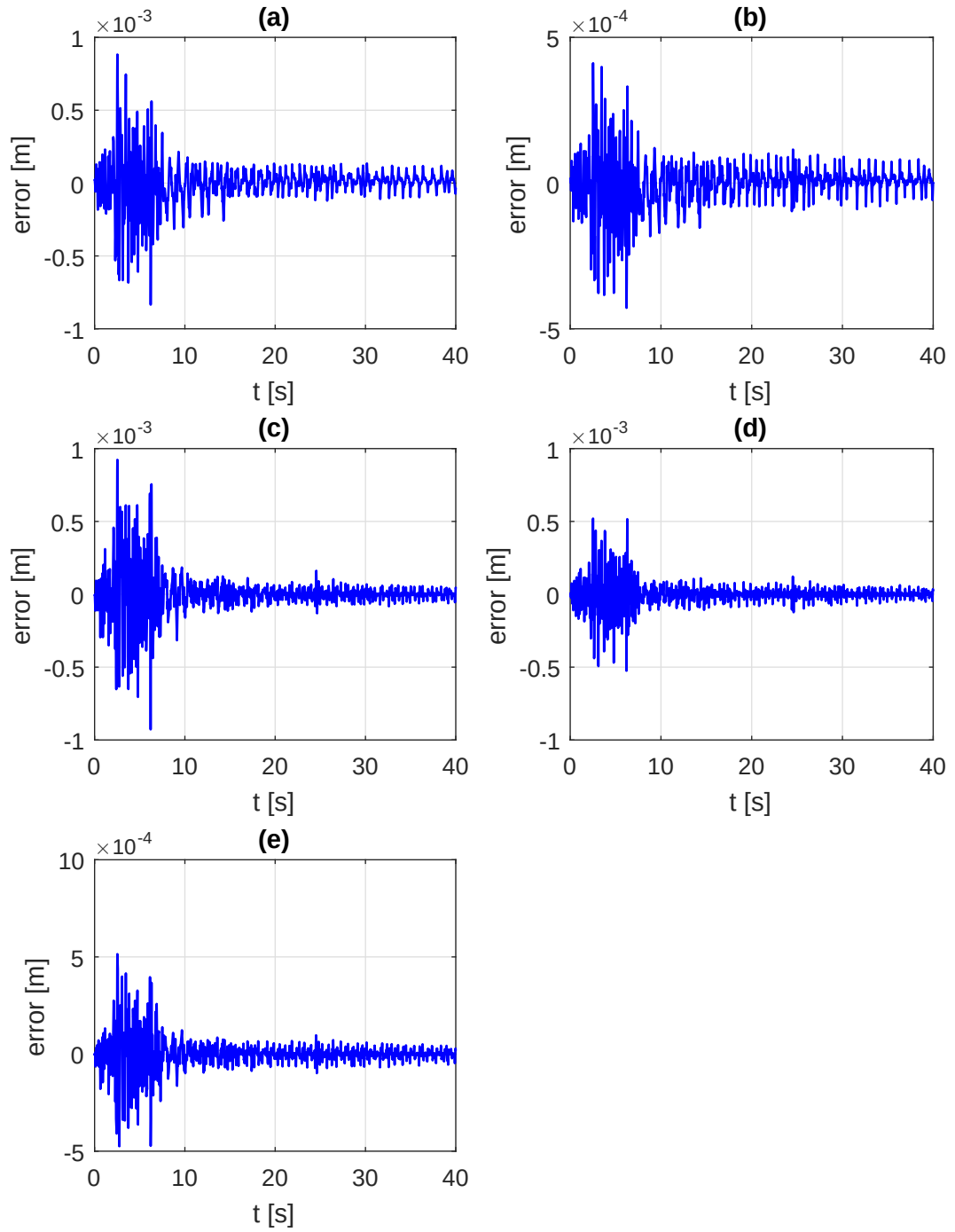


Figura 91. Vista ampliada del error de seguimiento del desplazamiento del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

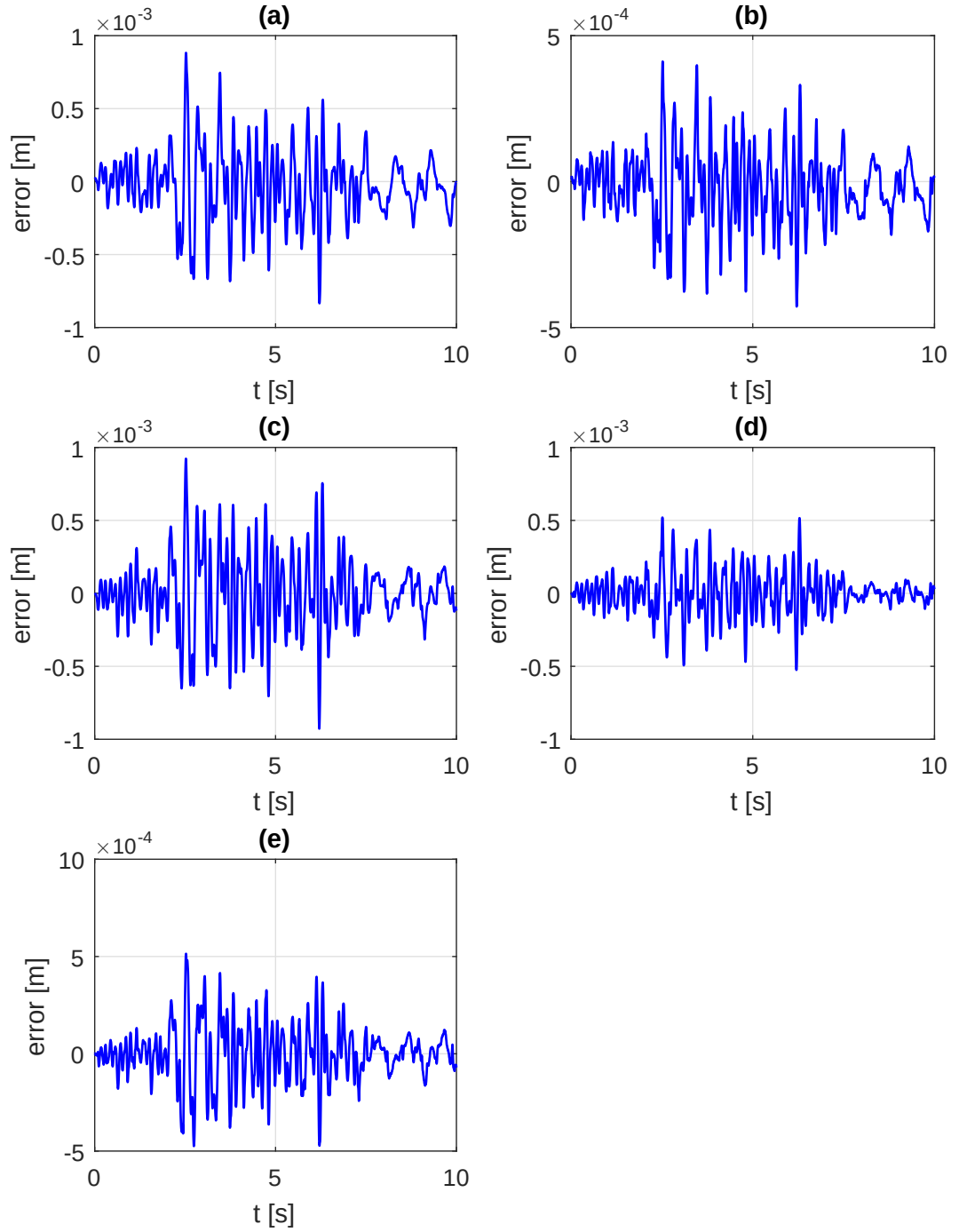
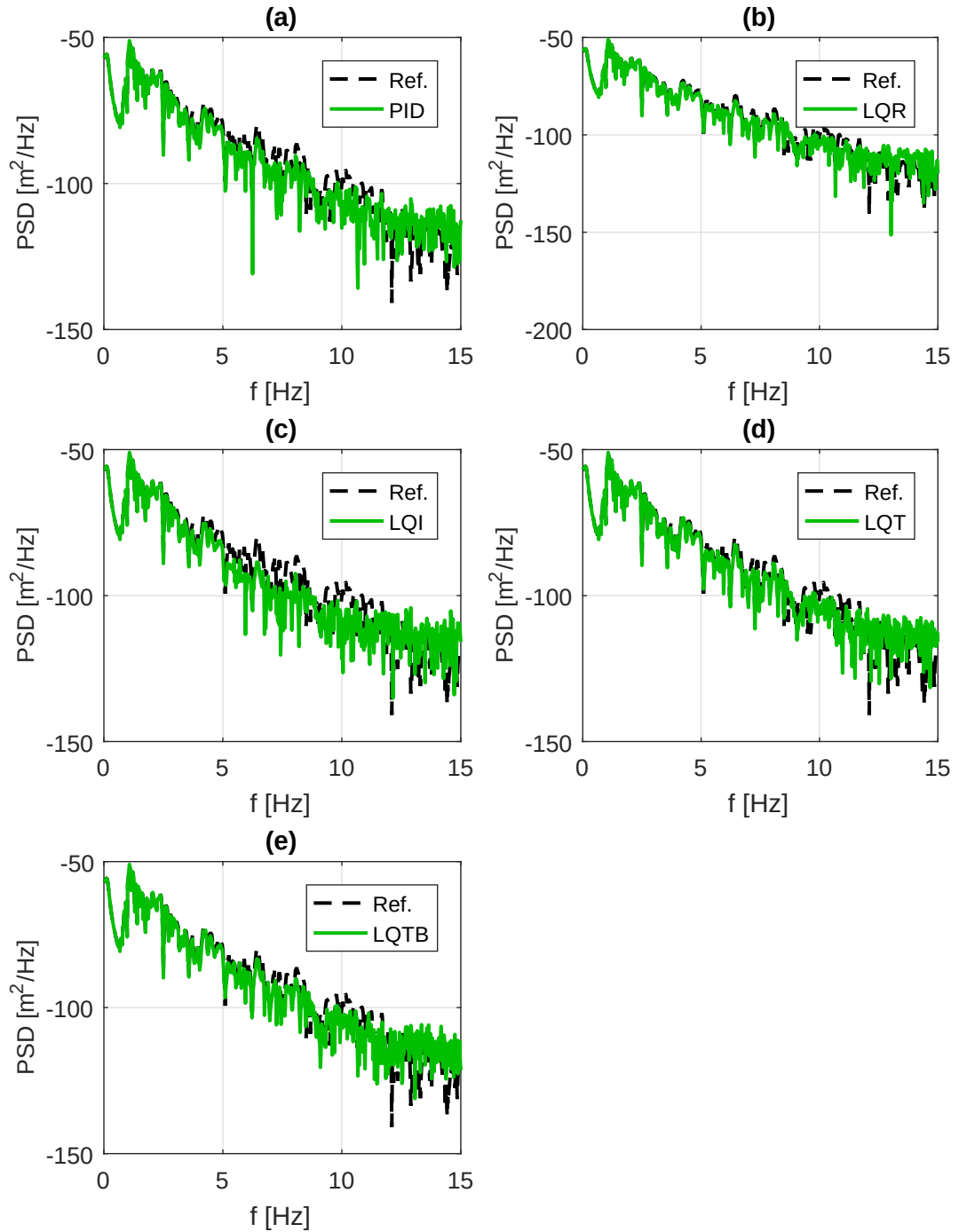


Figura 92. PSD del seguimiento del desplazamiento del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .



Repetibilidad de la aceleración

Los resultados gráficos de las pruebas de repetibilidad de la aceleración de los sistemas de control para los sismos de Coalinga, Loma Prieta y Palm Springs se muestran en las figuras 93, 95 y 97 respectivamente; en las figuras 94, 96 y 98 se proveen vistas ampliadas por secciones de $2[s]$.

Repetibilidad del desplazamiento

Los resultados gráficos de las pruebas de repetibilidad del desplazamiento de los sistemas de control para los sismos de Coalinga, Loma Prieta y Palm Springs se muestran en las figuras 99, 101 y 103 respectivamente; en las figuras 100, 102 y 104 se proveen vistas ampliadas.

Señal de control

La señal de control enviada para la reproducción de los sismos de Coalinga, Loma Prieta y Palm Springs para los diferentes sistemas de control se muestra en las figuras 105, 107 y 109 respectivamente. Se proveen vistas ampliadas por secciones de $2[s]$ en las figuras 106, 108 y 110.

Índice de consumo de energía

Los resultados gráficos del índice de consumo de energía para la reproducción de los sismos de Coalinga, Loma Prieta y Palm Springs para los diferentes sistemas de control se muestran en las figuras 105, 107 y 109 respectivamente.

Figura 93. Repetibilidad de la aceleración del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

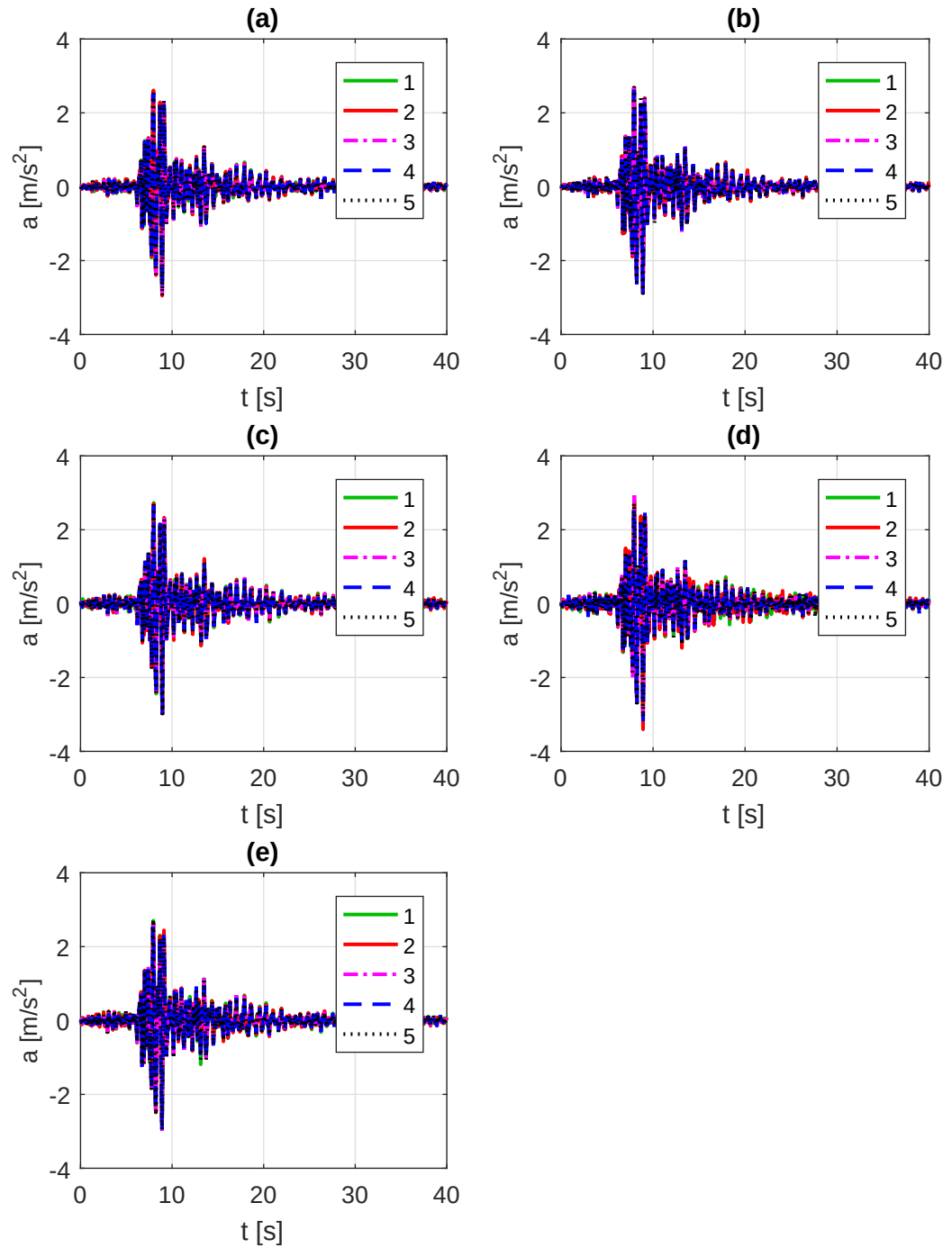


Figura 94. Vista ampliada de la repetibilidad de la aceleración del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT^β .

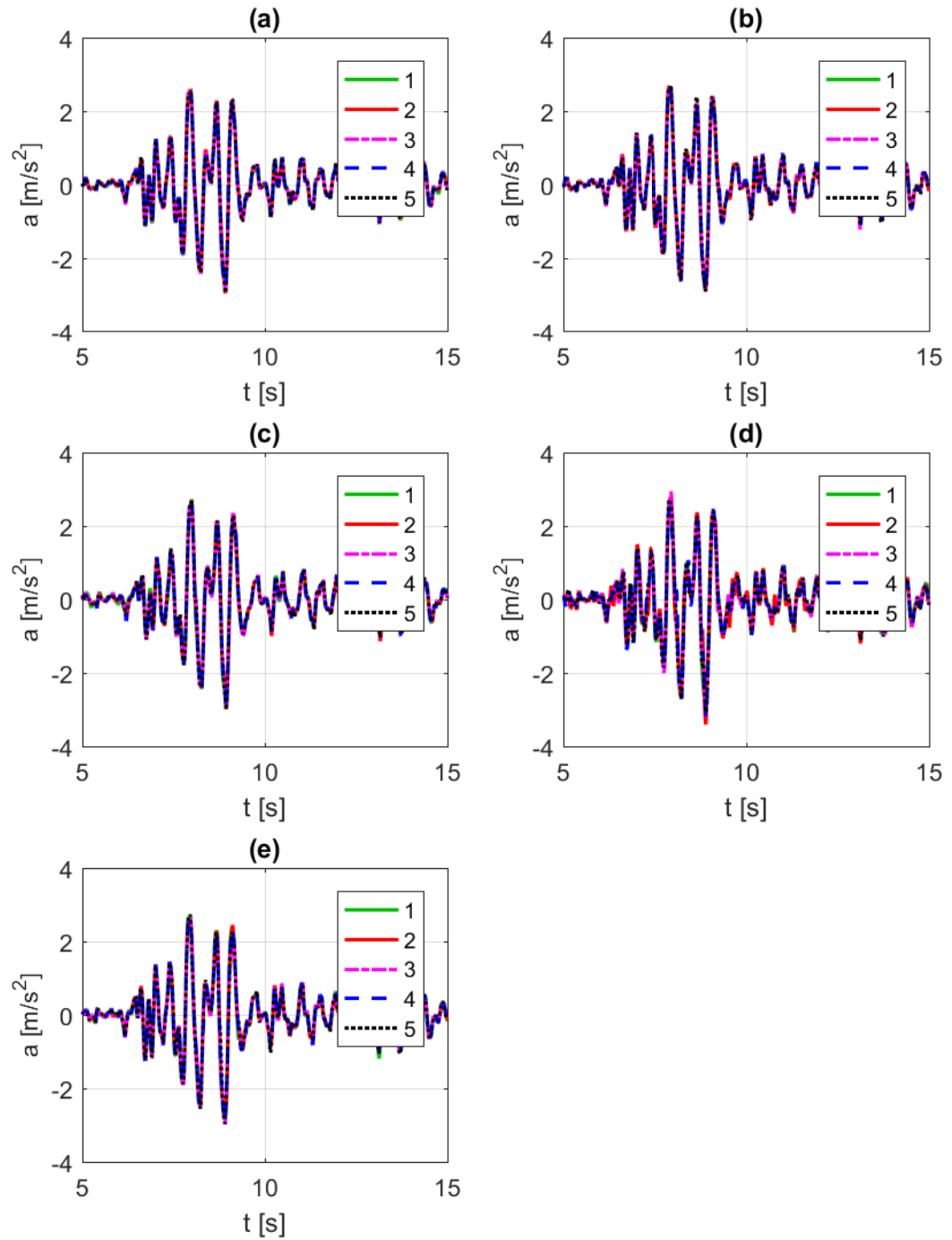


Figura 95. Repetibilidad de la aceleración del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

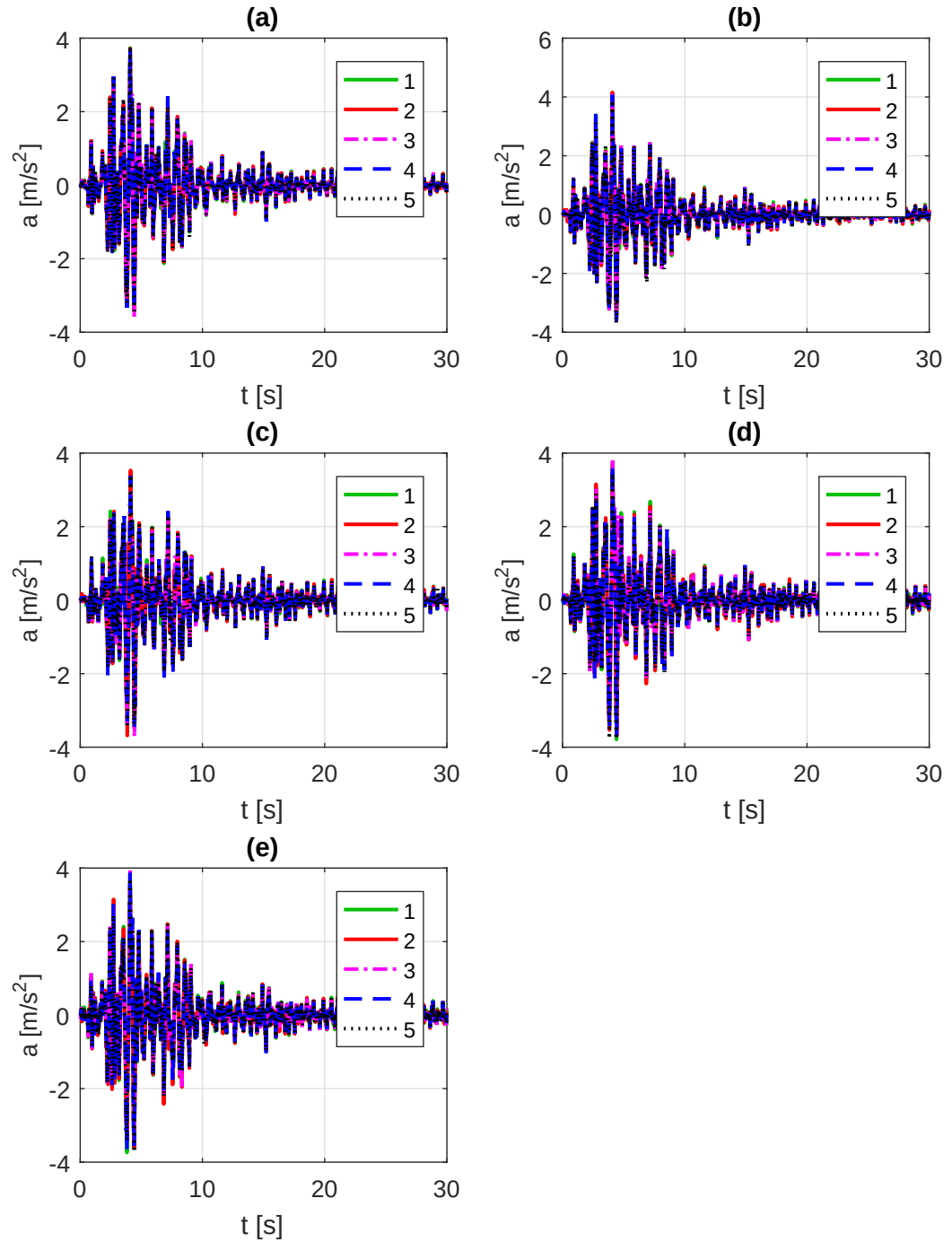


Figura 96. Vista ampliada de la repetibilidad de la aceleración del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT $_{\beta}$.

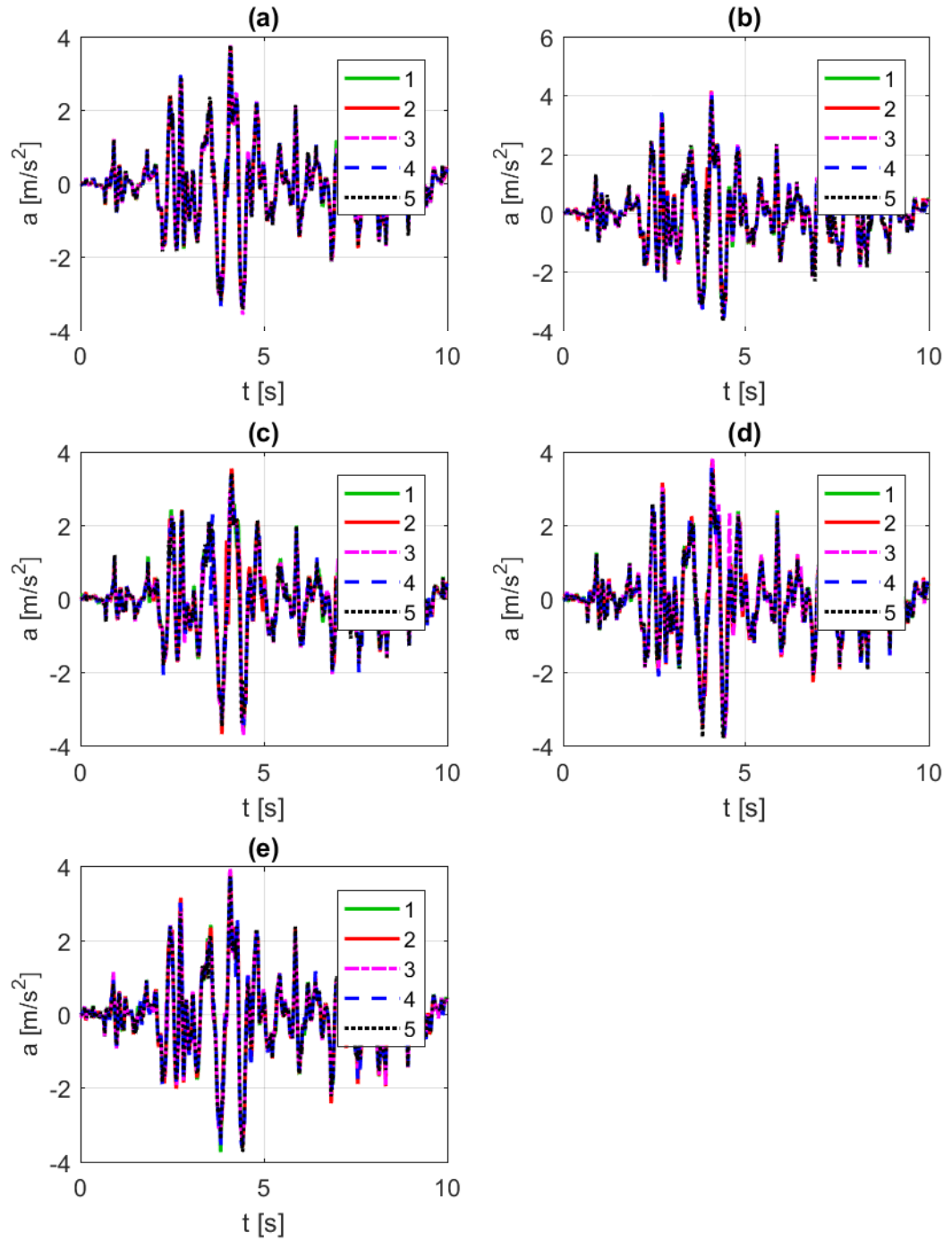


Figura 97. Repetibilidad de la aceleración del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT β .

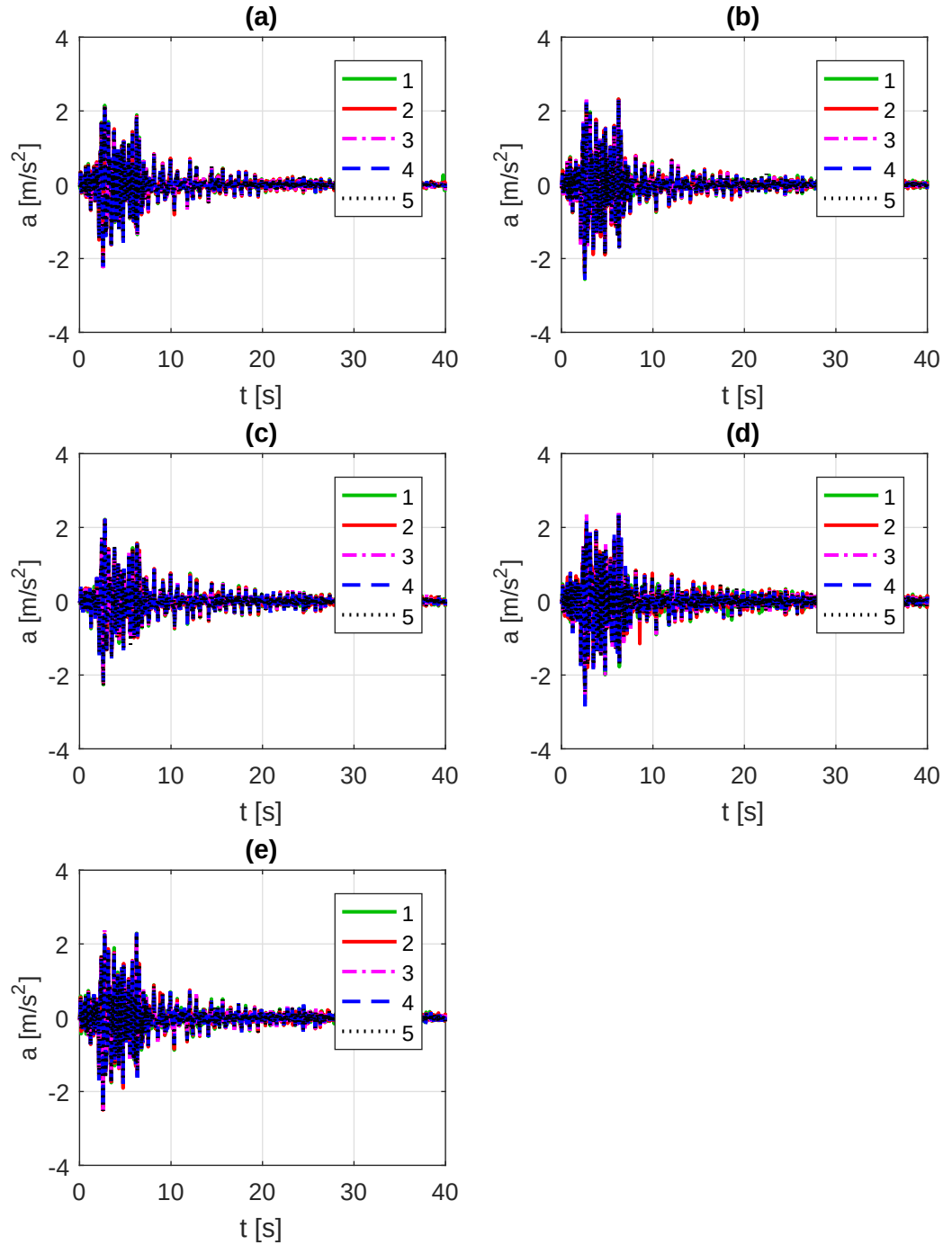


Figura 98. Vista ampliada de la repetibilidad de la aceleración del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

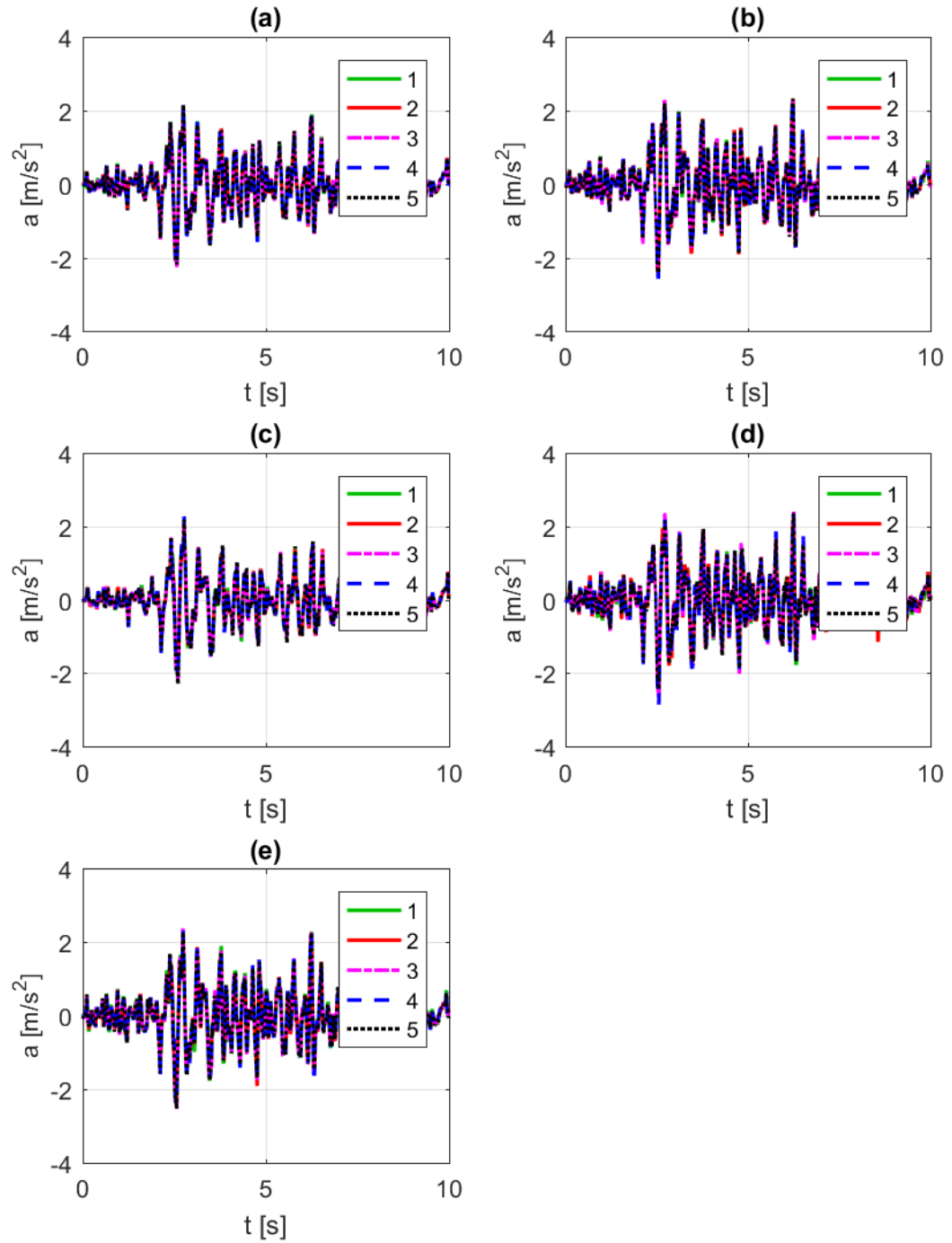


Figura 99. Repetibilidad del desplazamiento del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

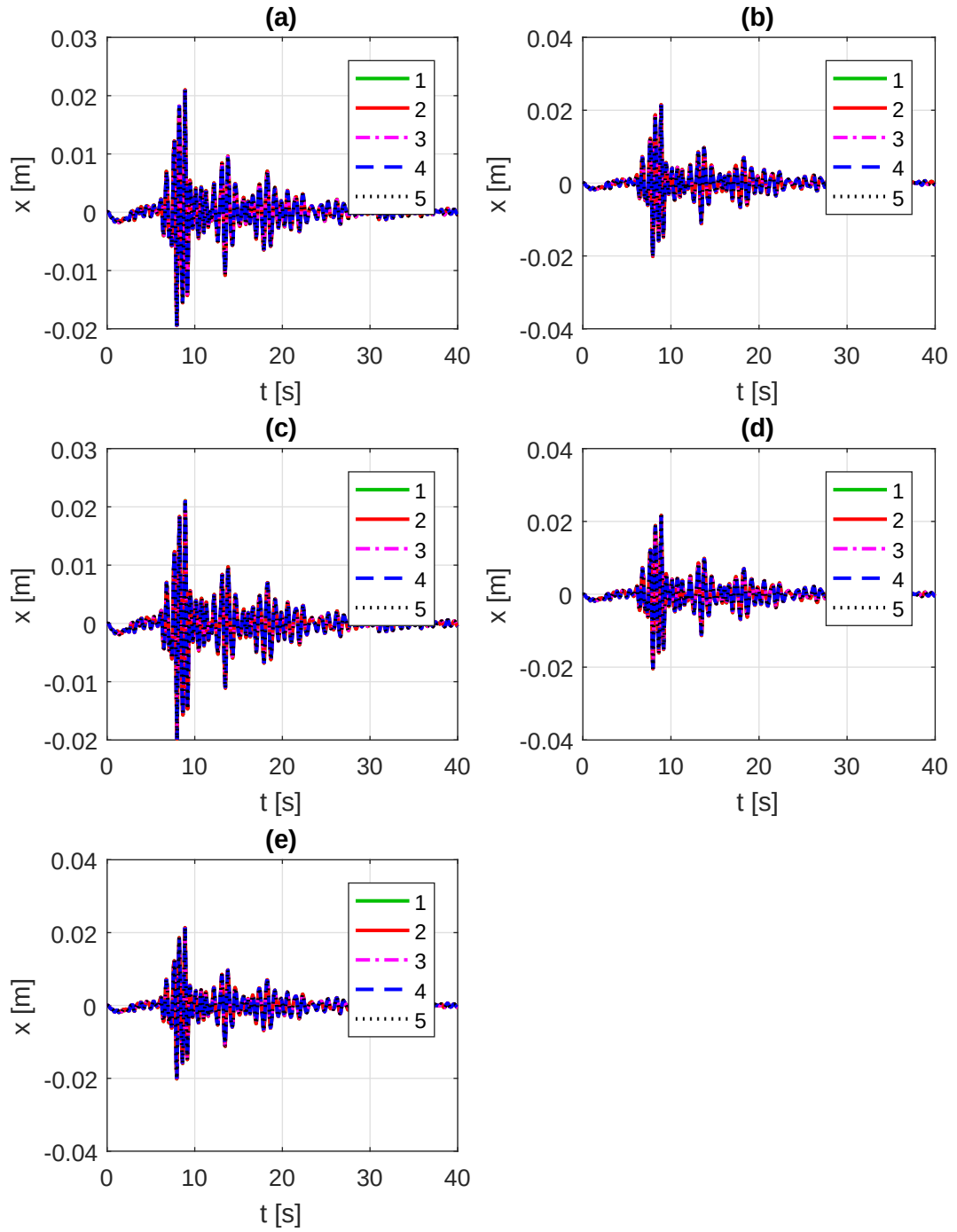


Figura 100. Vista ampliada de la repetibilidad del desplazamiento del sismo de Coalinga: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT^{β} .

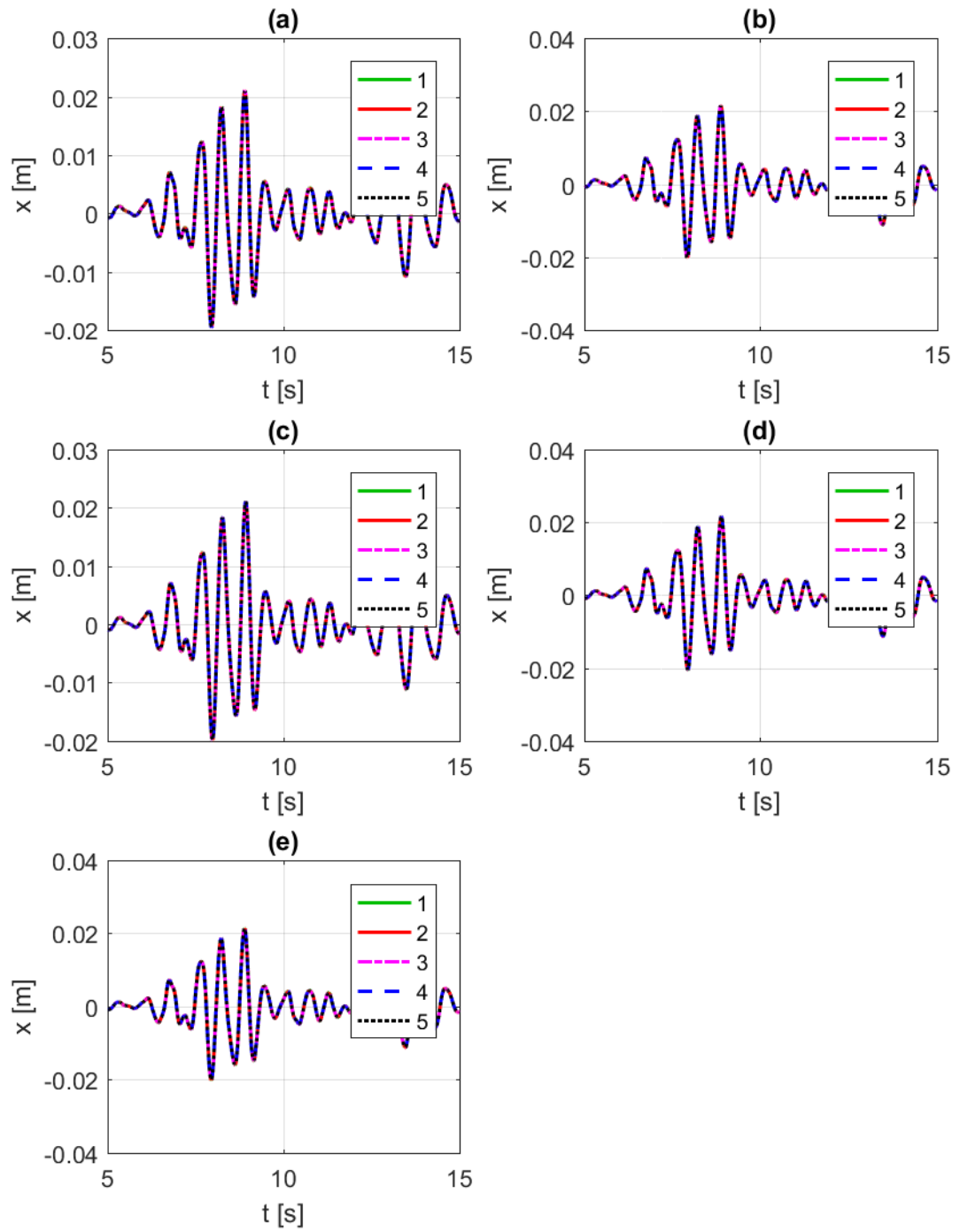


Figura 101. Repetibilidad del desplazamiento del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

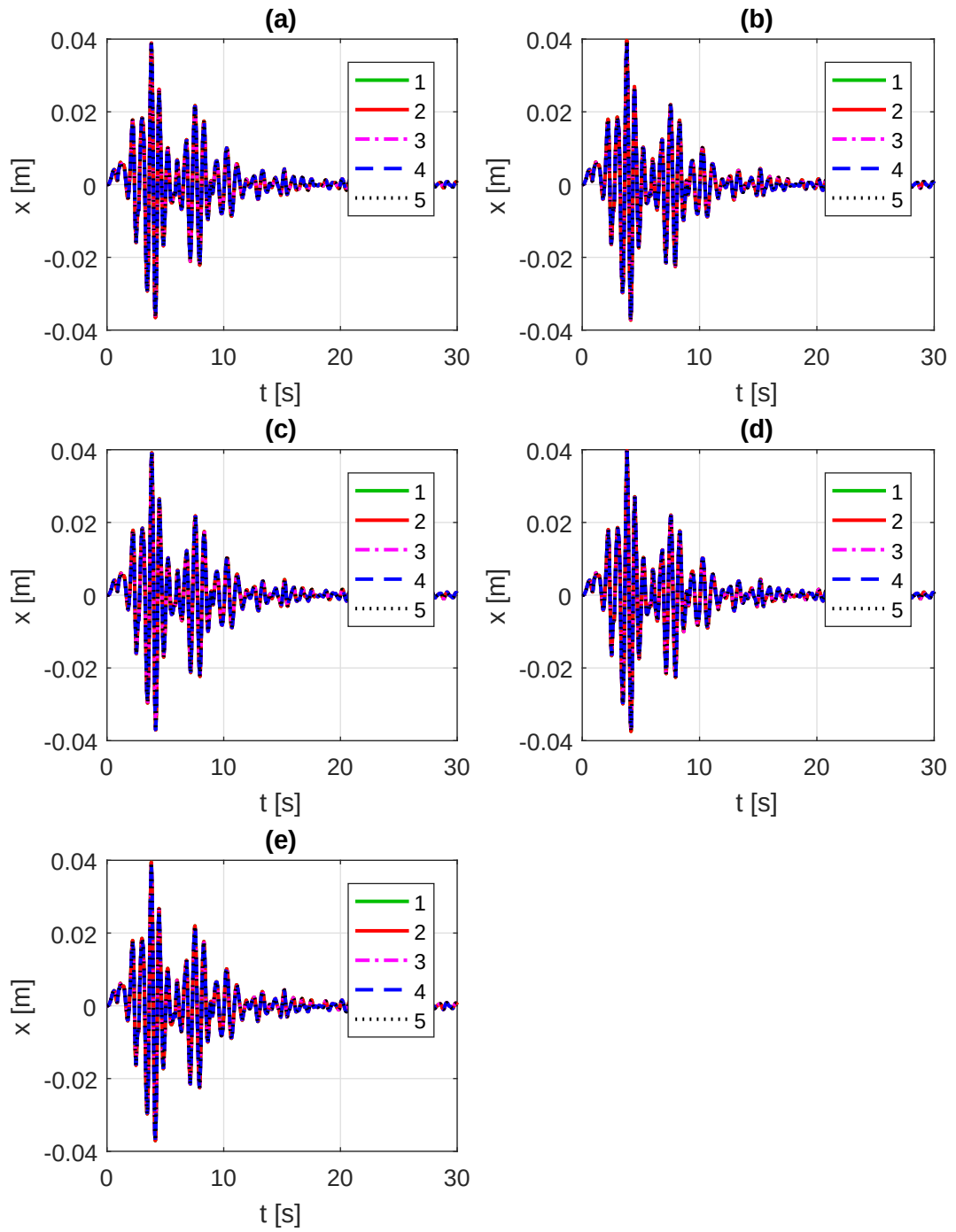


Figura 102. Vista ampliada de la repetibilidad del desplazamiento del sismo de Loma Prieta: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT_{β} .

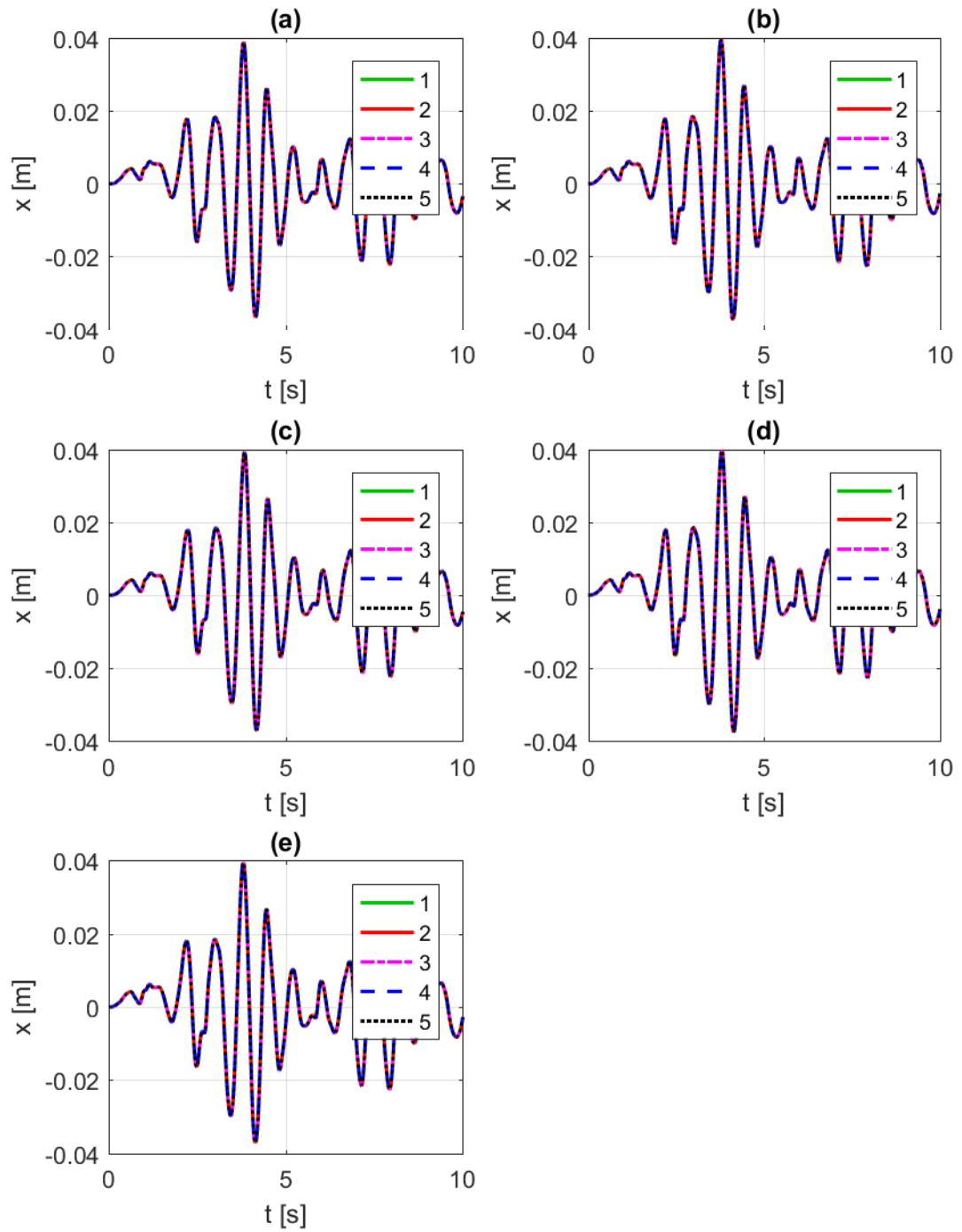


Figura 103. Repetibilidad del desplazamiento del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT^{β} .

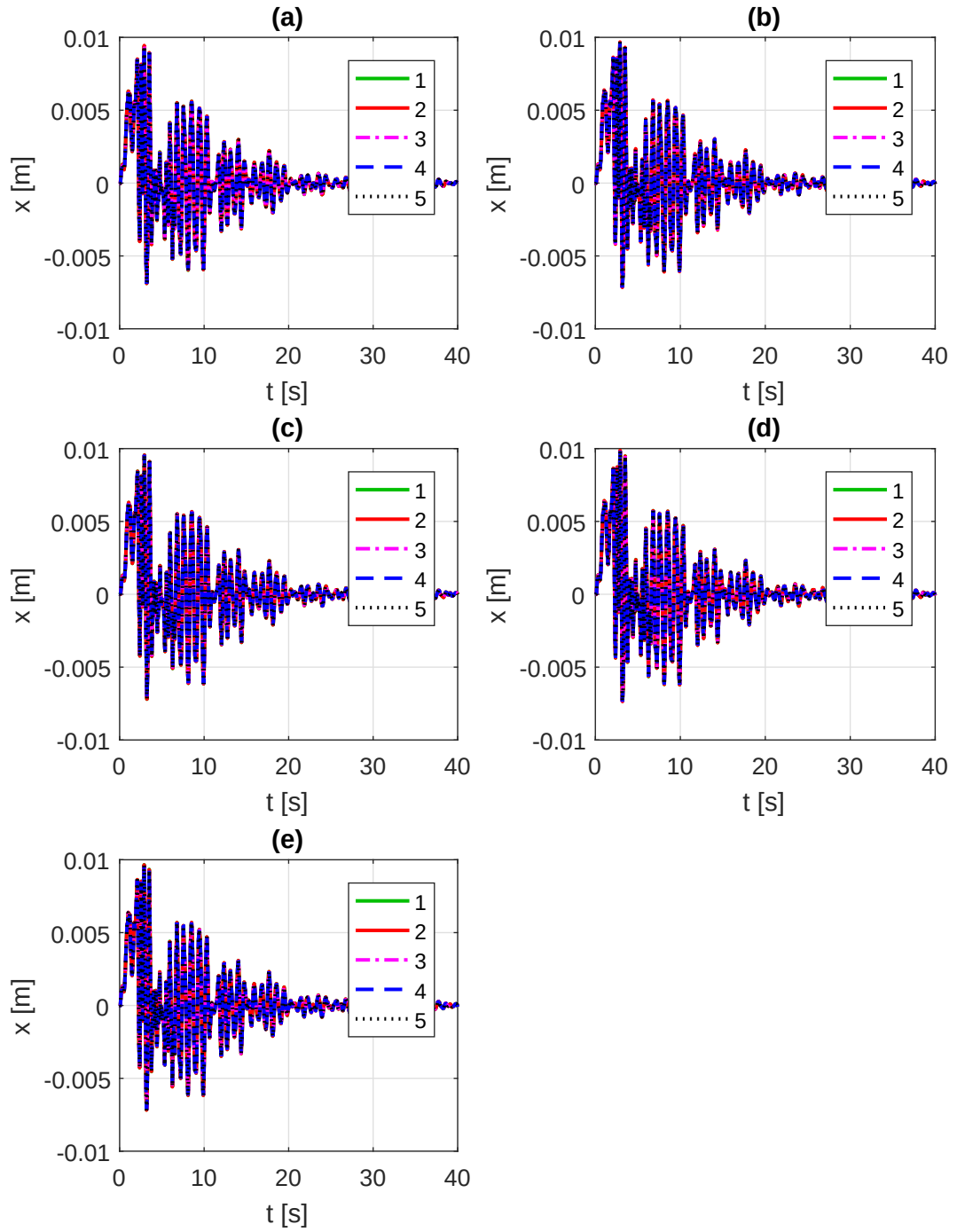


Figura 104. Vista ampliada de la repetibilidad del desplazamiento del sismo de Palm Springs: (a) PID, (b) LQR, (c) LQI, (d) LQT y (e) LQT^{β} .

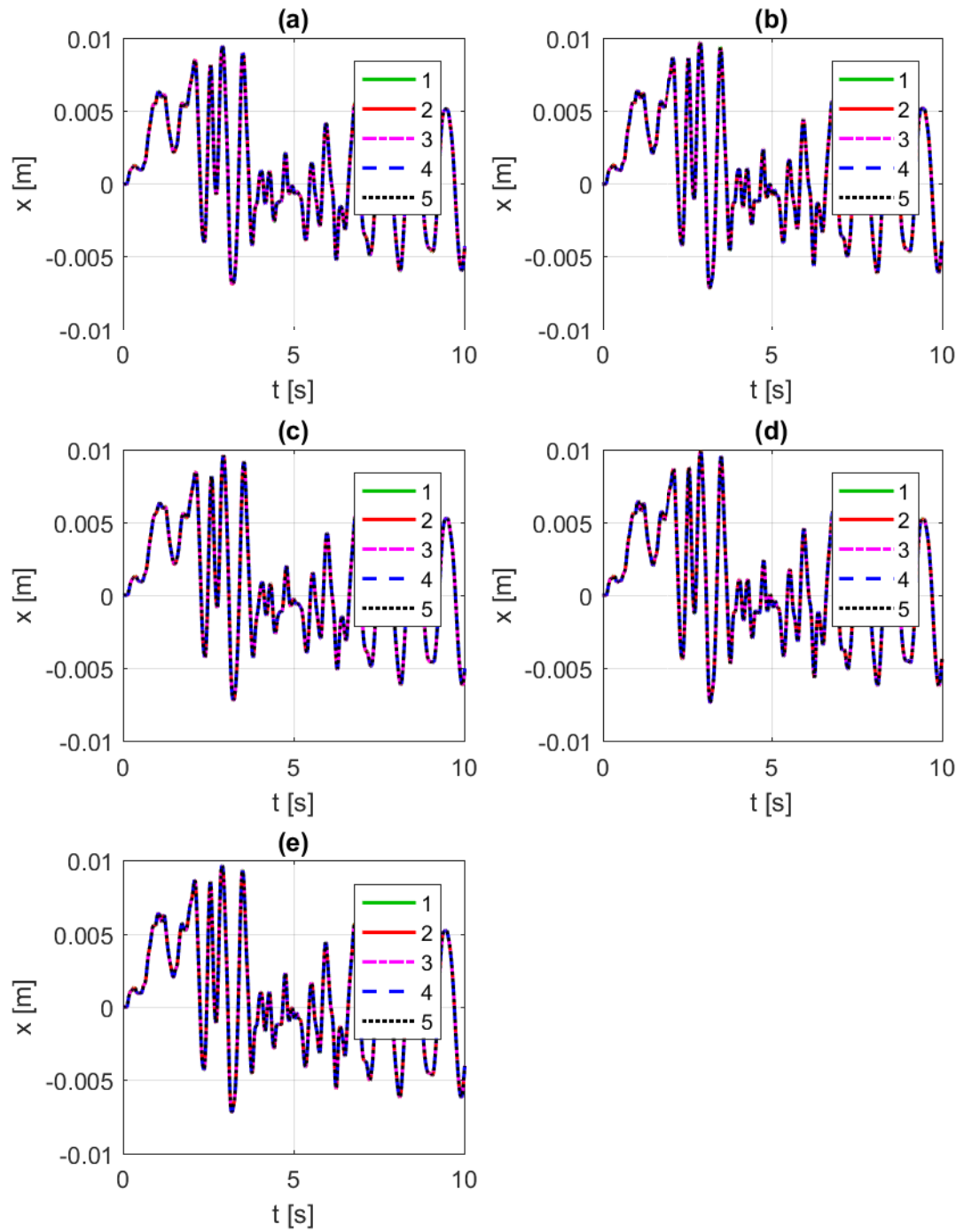


Figura 105. Señal de control para el sismo de Coalinga.

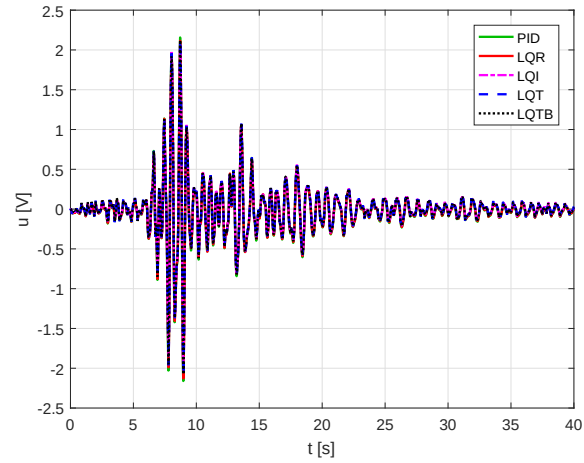


Figura 106. Vista ampliada de la señal de control para el sismo de Coalinga: (a) $2 - 4[s]$, (b) $4 - 6[s]$ y (c) $6 - 8[s]$.

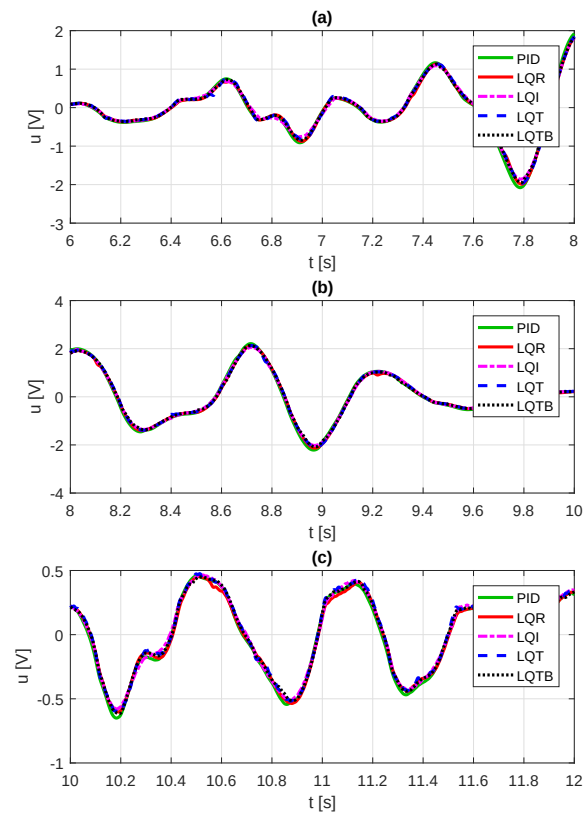


Figura 107. Señal de control para el sismo de Loma Prieta.

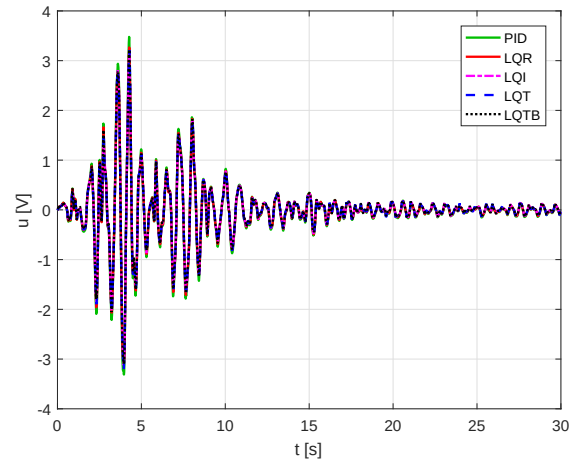


Figura 108. Vista ampliada de la señal de control para el sismo de Loma Prieta: (a) 2 – 4[s], (b) 4 – 6[s] y (c) 6 – 8[s].

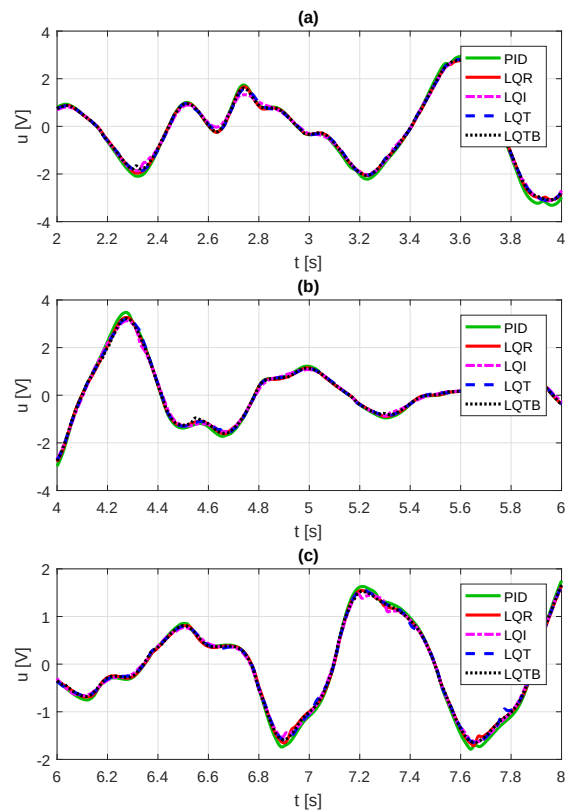


Figura 109. Señal de control para el sismo de Palm Springs.

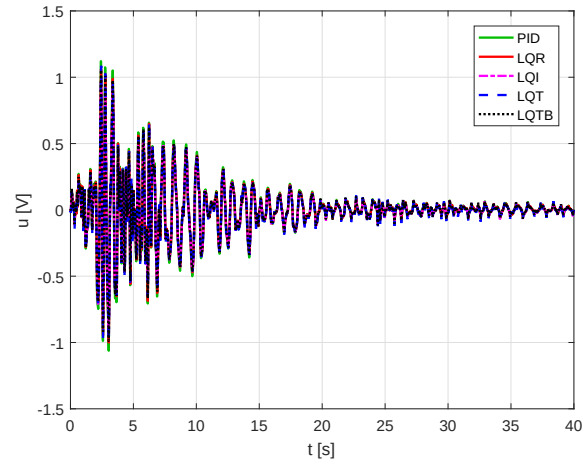


Figura 110. Vista ampliada de la señal de control para el sismo de Palm Springs: (a) $2 - 4[s]$, (b) $4 - 6[s]$ y (c) $6 - 8[s]$.

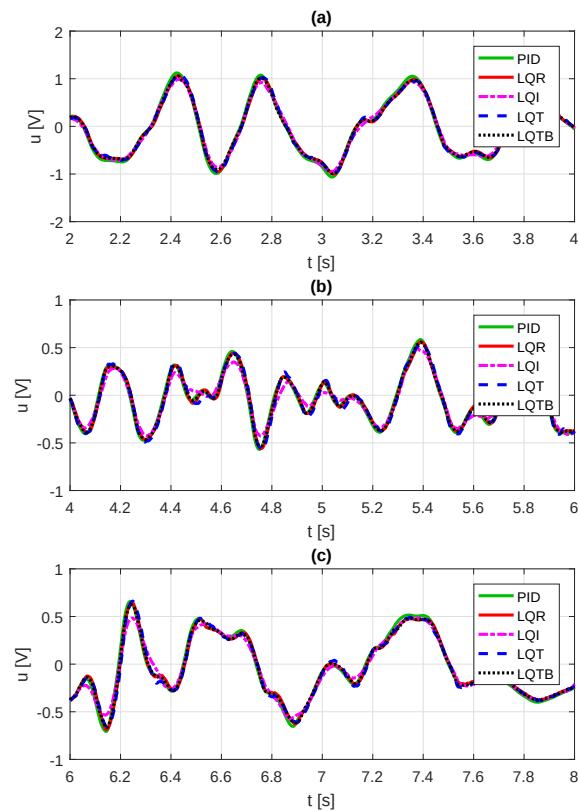


Figura 111. Índice de consumo de energía para el sismo de Coalinga: (a) evolución y (b) valor final.

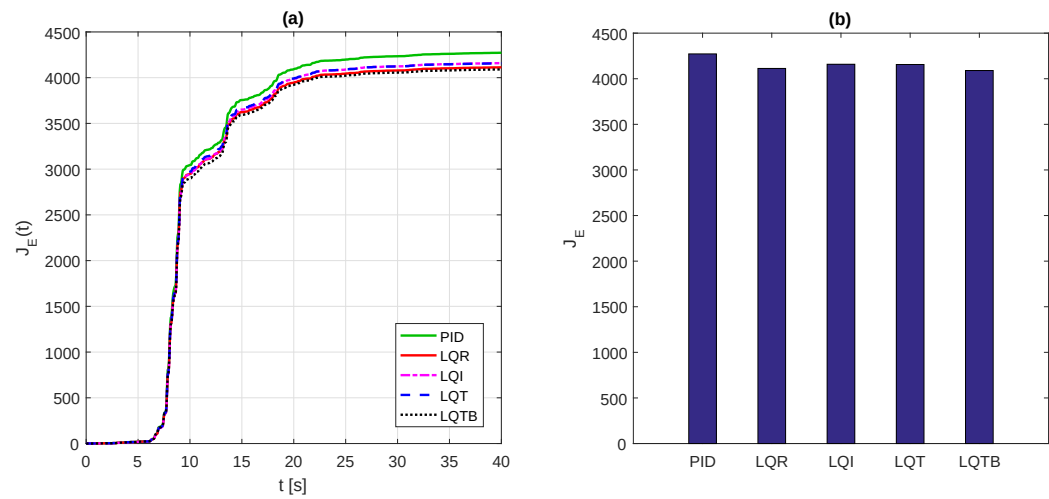


Figura 112. Índice de consumo de energía para el sismo de Loma Prieta: (a) evolución y (b) valor final.

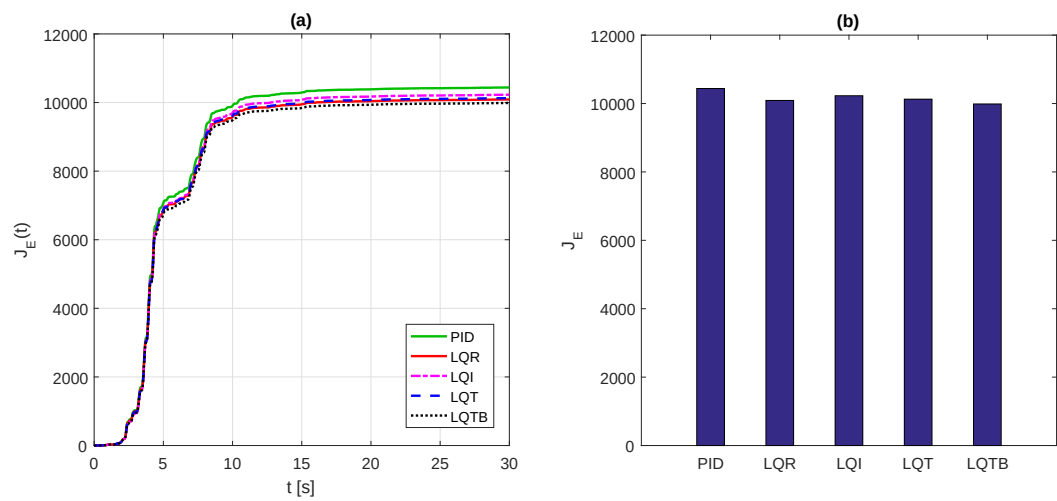
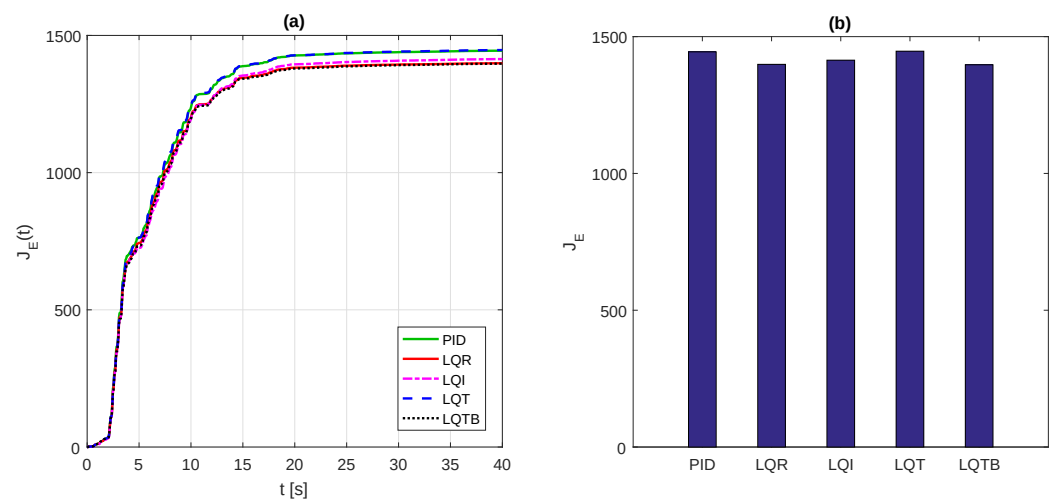


Figura 113. Índice de consumo de energía para el sismo de Palm Springs: (a) evolución y (b) valor final.



ANEXOS

Anexo B. Diseño, implementación y sintonización del control PID

El control PID es un método de control clásico compuesto por tres acciones: una proporcional, una integral y una derivativa. La acción proporcional aumenta la velocidad de respuesta del sistema, la acción integral corrige el error en estado estacionario y la acción derivativa predice el comportamiento del sistema y mejora la estabilidad ³¹.

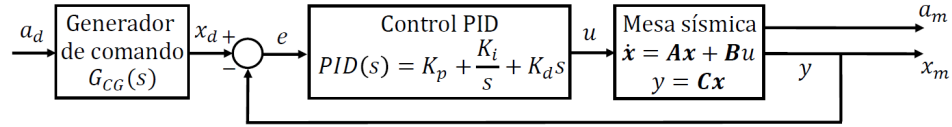
La ley de control PID se define por medio de la ecuación 85 donde K_p es la ganancia proporcional, K_i la ganancia integral, K_d la ganancia derivativa y e el error de seguimiento, definido como la diferencia entre la referencia y la variable de salida ($e = r - y$). Para la implementación de esta ley de control se usa la función de transferencia mostrada en la ecuación 86 ³¹.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (85)$$

$$PID(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (86)$$

Al igual que en los controladores propuestos basados en la formulación LQR, en el control PID es necesario incluir el generador de comando para transformar la aceleración de referencia en una señal de posición que permita reproducir el sistema deseado. Sin embargo, por no tratarse de un control por realimentación de las variables de estado no es necesario incluir un observador. Teniendo esto en cuenta, la estructura general del control PID toma la forma mostrada en el diagrama de bloques de la figura 114.

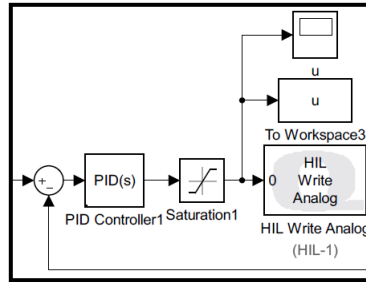
Figura 114. Estructura general para sistema de realimentación LQR.



Implementación y sintonización

La implementación fue desarrollada siguiendo la metodología expuesta en la sección 6.1 donde la parte inicial en MATLAB® se encarga de la lectura del acelerograma del sismo y su depuración. El modelo del sistema de control en Simulink® fue desarrollado siguiendo la estructura mostrada en la figura 114 por medio de los bloques del generador de comando (figura 37), bloques de comparación y construcción de la señal de control (figura 115), bloques de lectura de los sensores (figura 41) y bloques de posicionamiento inicial (figura 42).

Figura 115. Bloques de comparación y construcción de la señal de control.



La sintonización fue realizada en una combinación de simulación y experimentación por medio de un proceso iterativo de prueba y error hasta alcanzar el mejor desempeño en el seguimiento de la aceleración y el desplazamiento. Los valores de las ganancias del control PID son exhibidos en la ecuación 87.

$$K_p = 200, K_i = 0.01, K_d = 0.1 \quad (87)$$