

**DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL DE CABECEO
Y ALABEO DE UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO
(UAV).**

Alejandra Lucía Jáuregui Uribe
Carlos Alberto Vianchada Estévez

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES

Bucaramanga – 2010



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones



DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL DE CABECEO Y ALABEO DE UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO (UAV).

Alejandra Lucía Jáuregui Uribe
Carlos Alberto Vianchada Estévez



Trabajo para optar por el título de Ingeniero Electrónico

Director

MSc. Alfredo Rafael Acevedo

Codirector

MSc. Jorge Hernando Ramón Suarez

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS

ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES

Bucaramanga – 2010

“ A mi familia por su rotundo y cariñoso Sí a todos mis proyectos. ”

Alejandra J.

“ A mi mamá, mi papá, mi hermano, mi madrina María Clemencia y a Carmen Almeida por su apoyo. incondicional”

Carlos V. .

Agradecimientos

En primer lugar queremos agradecer a nuestro Director de Proyecto, el profesor Alfredo Acevedo, por todo lo que este proceso nos permitió aprender a su lado, por las fructíferas reuniones y por lo entusiasta que siempre se manifestó ante este reto. Su pasión por lo que hace fue el principal motor para continuar con nuestro trabajo. De igual forma agradecemos al Profesor Jorge Ramón por su incondicional apoyo y por garantizarnos todas las condiciones para hacer de este esfuerzo un trabajo de gratificantes retribuciones.

Agradecemos al Profesor Jhon Faber Archila por su colaboración con el proceso de modelado de la planta. Igualmente agradecemos a Edgar Ferreira, al profesor Jorge Enrique Meneses y a su auxiliar Alexander Velilla del laboratorio de FMS por su asistencia en la elaboración de las piezas de la plataforma. A todos los que de alguna manera contribuyeron a nuestra formación académica en estos cinco años.

Nuestro más sincero agradecimiento a Dios, y a nuestras familias por su constante apoyo, categórica aprobación de nuestra labor, y por comprender nuestra ausencia de la casa por tanto tiempo. Mil y mil Gracias.

A Raul Cadena por su generosa colaboración, su permanente disposición, y por las extensas discusiones. Simplemente Gracias.

A todos y cada uno de nuestros compañeros del Grupo ERA, no sólo por el trabajo que financió este proyecto, sino también por acompañarnos en este viaje, por todo lo que compartimos y todo lo que aprendimos.

*Alejandra Lucía Jáuregui Uribe
Carlos Alberto Vianchada Estévez*

Índice general

1. Presentación	21
1.1. Introducción	21
1.2. Estado del Arte	22
2. Marco Teórico	25
2.1. Quadrotor	25
2.2. Representación de la Orientación	26
2.2.1. Matrices de Rotación	26
2.2.2. Ángulos de Euler	29
2.3. Marcos de Referencia	29
2.3.1. Marco Inercial M^i	30
2.3.2. Marco Vehicular M^v	30
2.3.3. Marco Vehicular-1 M^{v1}	30
2.3.4. Marco Vehicular-2 M^{v2}	32
2.3.5. Marco del Cuerpo M^c	32
2.4. Ecuación de Coriolis	33
2.5. Cinemática y Dinámica	35
2.5.1. Cinemática	35
2.5.2. Dinámica de Cuerpo Rígido	37
2.6. Fuerzas y Momentos	40
2.7. Modelo Simplificado para el Diseño del Controlador	43
3. Descripción del Sistema	47
3.1. Modos de operación	48
3.2. <i>Radioenlace</i>	48
3.3. Movimientos	48
3.3.1. Movimiento Ascendente y Movimiento Descendente	48
3.3.2. Movimiento de <i>alabeo</i>	49
3.3.3. Movimiento de <i>cabeceo</i>	49
3.3.4. Movimiento de <i>guiñada</i>	49
3.3.5. Movimiento de traslación	51

3.4. Sensores Inerciales	51
3.4.1. Acelerómetros	52
3.4.1.1. Principio de Funcionamiento de los acelerómetros MEMS	52
3.4.2. Giróscopos	53
4. Selección y Caracterización de Componentes	55
4.1. Selección del acelerómetro	55
4.2. Selección del Giróscopo	56
4.3. Caracterización del motor	58
4.4. Caracterización del acelerómetro	60
4.5. Caracterización del giróscopo	61
5. Diseño del Sistema de Control	65
5.1. Lazo interno	66
5.2. Lazo externo	67
6. Hardware y Software	71
6.1. <i>Hardware</i>	71
6.1.1. Alimentación	72
6.1.2. Filtros	72
6.1.3. Microcontrolador	72
6.2. <i>Software</i>	74
6.2.1. Diagrama de Flujo	75
6.2.2. Configuración del microcontrolador	75
6.2.3. Valores iniciales	75
6.2.4. Recepción de las señales del transmisor	76
6.2.5. Medidas de sensores	76
6.3. Controlador	77
6.4. Acción de control	77
7. Resultados Experimentales	79
8. Resultados y Conclusiones	81
8.1. Resultados	81
8.2. Conclusiones y Observaciones	82
8.3. Recomendaciones para Trabajos Futuros	84
Bibliografía	85
A. Construcción del Quadrotor	91
A.1. Motor	92
A.2. Control de velocidad	93

A.3. Brazos	93
A.4. Pieza central	93
A.5. Pieza para el montaje de los motores	93
A.6. Hélices	93
A.7. Batería	93
B. Cálculo de los Momentos de Inercia	95
C. Esquemáticos y Negativos de las Tarjetas	101
D. Código Fuente	107

Índice de figuras

2.1. Quadrotor.	25
2.2. Rotación sobre el eje Z	26
2.3. Rotación en 2D.	27
2.4. Rotación sobre el eje X	28
2.5. Rotación sobre el eje Y	28
2.6. Ángulos de Euler: alabeo ϕ , cabeceo θ y guiñada ψ	29
2.7. Marco Inercial M^i	30
2.8. Marco Vehicular M^v	31
2.9. Marco Vehicular-1 M^{v1}	31
2.10. Marco Vehicular-2 M^{v2}	32
2.11. Marco del Cuerpo M^c	33
2.12. Rotación del vector \mathbf{p}	34
2.13. Teorema de Coriolis	35
2.14. Ejes y variables de estado.	36
2.15. Diagrama de Cuerpo Libre del <i>Quadrotor</i>	41
3.1. Movimiento ascendente del <i>Quadrotor</i>	49
3.2. Movimiento de <i>alabeo</i>	50
3.3. Movimiento de <i>cabeceo</i>	50
3.4. Movimiento de <i>guiñada</i>	51
3.5. Modelo simplificado del transductor.	53
4.1. Banco de Pruebas.	58
4.2. Relación empuje con el tiempo en alto de la señal PWM.	59
4.3. Sentido de giro positivo.	62
5.1. Sistema de Control.	66
5.2. LGR.Región de Operación. Respuesta Transitoria.	67
5.3. LGR lazo externo. Región de Operación.	68
5.4. Respuesta transitoria del lazo externo.	68
5.5. Diagrama de <i>Bode</i>	69

6.1. Esquema del Sistema.	71
6.2. a.) Esquemático filtro salidas de sensores, b.) Respuesta en Frecuencia.	73
6.3. Mapa de memoria para <i>MCF51QE128</i>	74
6.4. Diagrama de tiempos.	75
6.5. Diagrama de flujo del programa.	76
7.1. Ángulo de cabeceo.	79
7.2. Ángulo de alabeo.	80
A.1. Prototipo	91
A.2. Pieza central	94
A.3. Pieza Adaptación de Motores	94
B.1. Paralelepípedo	95
B.2. Cilindro	96
B.3. Estructura en Forma de Cruz	98
C.1. Esquemático Parcial	102
C.2. Puerto de Conexión del Receptor	103
C.3. Circuito de Aplicación del Giróscopo	104
C.4. Circuito de Aplicación del Acelerómetro	104
C.5. Negativos Tarjeta Principal y Sensores	105

Índice de tablas

2.1. Notación de las Variables de Estado.	36
2.2. Descripción de Símbolos del Diagrama de Cuerpo Libre.	41
4.1. Características de los acelerómetros.	56
4.2. Características de operación.	56
4.3. Características de los giróscopos de ST Microelectronics.	57
4.4. Características de operación.	58
4.5. Máxima capacidad del motor <i>TURNIGY modelo TR2830-1050</i>	59
4.6. Medidas del acelerómetro.	60
4.7. Señales de salida del giróscopo LPR510AL.	61
4.8. Características de la señal de salida.	63
4.9. Relación tensión velocidad angular.	63
A.1. Especificaciones del <i>Quadrotor</i>	92
A.2. Componentes de la estructura principal	92
A.3. Motor Brushless outrunner TR2830-1050	92
B.1. Momentos de Inercia de cada motor	99
B.2. Momentos de Inercia de cada hélice	100

RESUMEN

TÍTULO:

DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL DE CABECEO Y ALABEO DE UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO UAV¹

AUTORES: ALEJANDRA LUCÍA JÁUREGUI URIBE ²
CARLOS ALBERTO VIANCHADA ESTÉVEZ²

PALABRAS CLAVE: UAV, *Quadrotor*, Marcos de Referencia, Matrices de Rotación, Ángulos de *Euler*, MEMS, Control *PID*.

CONTENIDO:

El *Quadrotor* se ha convertido en una popular plataforma para la investigación en vehículos aéreos no tripulados. Las razones son muchas; la simplicidad de su mantenimiento, su sencillo control por medio de la variación de la velocidad de cada rotor, y su capacidad de despegue y aterrizaje vertical son características deseables para una gran variedad de aplicaciones.

Este trabajo presenta el proceso completo de desarrollo de un sistema de control de actitud en términos los ángulos de *alabeo* y *cabeceo* para asegurar la estabilidad de la plataforma, condición indispensable para todas las aplicaciones del *Quadrotor*.

Tras hacer una breve revisión del estado del arte, se presentan en el Capítulo 2 los conceptos básicos necesarios para obtener el modelo dinámico completo de la plataforma y algunas consideraciones para conseguir el modelo de la planta a controlar. El proceso de modelado se apoya en los conceptos de matrices de rotación, y la ecuación de *Coriolis*. El Capítulo 3 describe el sistema, las variables asociadas a cada uno de los movimiento del *Quadrotor*, y los sensores inerciales que utiliza para hacer la realimentación del sistema de control. Una sustentación de las razones por la que se escogen los sensores con los que se trabajó se presenta en el Capítulo 4, así como una caracterización de los mismos, en cumplimiento a lo especificado en uno de los objetivos específicos del proyecto. Las técnicas de diseño de lugar de las raíces se utilizaron para desarrollar la estrategia de control que se describe en el Capítulo 5. Los elementos del *Hardware* se especifican en el Capítulo 6 y aquí mismo se presenta el algoritmo programado en un microcontrolador de 32 bits para la operación del controlador y la manipulación de los actuadores. Los resultados, conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros se presentan en el Capítulo 7.

¹ Proyecto de Grado.

² Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director MSc. Alfredo Rafael Acevedo. Co-Director: Msc. Jorge Hernando Ramón Suárez.

ABSTRACT

TITLE:

DESIGN OF A CONTROL SYSTEM FOR THE PITCH AN ROLL ANGLES OF AN UNMANNED AERIAL VEHICLE ³

AUTHORS: ALEJANDRA LUCÍA JÁUREGUI URIBE ⁴
CARLOS ALBERTO VIANCHADA ESTÉVEZ ⁴

KEY WORDS: UAV, *Quadrotor*, Reference Frames, Rotation Matrices, *Euler* Angles, MEMS, PID Control.

CONTENT:

The *Quadrotor* has emerged as a popular platform for unmanned aerial vehicle (UAV) research. This happens for a lot of reasons. The simplicity of its construction and maintenance, its ability to hover, and its vertical take off and landing (VTOL) capability, are some of the desired characteristics for a wide range of applications. This work presents the complete development process of a control system for the attitude, in terms of roll and pitch angles to guarantee the platform stability , a critical condition for every *Quadrotor* application. After introducing a brief state of the art review, Chapter 2 presents the basic concepts required to obtain the platform's complete dynamic model and some considerations and assumptions to obtain the plant to be controlled . The model ling process relies on standard helicopter theories, the rotation matrices concept and the Coriolis Equation. Chapter 3 describes the system, the relationship between some variables and the aircraft movements, and the inertial sensors used for the control system feedback. In order to fulfill one of the specific objectives of this project, the sensors selection and their layout in the structure is argued in Chapter 4 along with its operation description and evaluation. A classical approach (PID) assuming a simplified Dynamics and Root Locus design techniques Are applied to develop the control strategy described in Chapter 5. The Hardware specifications are given in Chapter 6 along with the algorithm that was programmed in a 32- bits Microcontroller to allow the actuators manipulation and controller operation. Results, conclusions and recommendations for future developments are presented in chapter 7.

³Final Graduate Project.

⁴Physical- Mechanical Engineering Faculty. Electrical, Electronic and Telecommunications Engineering School.
Director: MSc.Alfredo Rafael Acevedo. Co-Director: Msc. Jorge Hernando Ramón Suárez

Capítulo 1

Presentación

1.1. Introducción

La idea de trabajar con vehículos aéreos no tripulados *UAV*, (*Unmanned Aerial Vehicles*) nace como respuesta a la iniciativa de explorar una nueva línea de desarrollo en el Grupo de Investigación Electrónica y Robótica Aplicada (ERA), cuya misión contempla incentivar y promover proyectos académicos y de investigación relacionados con la Ingeniería Electrónica.

El tipo de vehículos a los que se dedica este trabajo se enmarca en la tendencia actual de desarrollo en la que se están involucrando diversos sectores. La razón, la amplia gama de escenarios en los que este tipo de plataformas pueden llegar a ser útiles. El principal atractivo de estas aeronaves es su capacidad de volar sin operario a bordo, siendo controladas de forma remota o incluso operando de manera autónoma siguiendo una ruta preestablecida. Su potencial se ha venido explotando en gran parte por la aviación militar, en donde sus propósitos se centran en labores de inteligencia, vigilancia, misiones de reconocimiento, y en general en tareas de apoyo a la estrategia militar.[1],[2]

La demanda por este tipo de productos en los diferentes sectores industriales se debe fundamentalmente a sus bajos costos de fabricación, operación y mantenimiento, así como a la flexibilidad de los dispositivos para ajustarse a las necesidades de cada consumidor. [3],[4],[5] Sus aplicaciones contemplan desde el soporte en inspección de obras civiles, planimetría, publicidad, hasta tareas más trascendentales como apoyo a los cuerpos de socorro y rescate, para llegar a zonas de difícil acceso sin arriesgar la vida de un operario.[6],[7],[8]

La propuesta a desarrollar con este trabajo va orientada a dar un primer paso en el desarrollo de plataformas con unas alternativas de locomoción y control diferentes a los sistemas terrestres con los que usualmente trabaja el grupo de investigación.

1.2. Estado del Arte

Recientemente el *Quadrotor* ha resultado ser una estructura muy atractiva en diferentes escenarios debido a sus pequeñas dimensiones, capacidad de carga y su simplicidad mecánica. Estas características han motivado a diferentes autores a realizar trabajos enfocados principalmente en su estructura, modelamiento y en las diferentes técnicas de control utilizadas.

El principal tópico que tratan los estudios sobre el *Quadrotor*, son el control de su actitud y trayectoria. Mientras que algunos proyectos han sido realizados sobre plataformas comerciales como el *Drang-nafly* [9] o los *Microdrones* [10], otras investigaciones como el *STARMAC* [11] de la *Universidad de Stanford*, optan por construir su propia plataforma.

Con el objetivo de diseñar una adecuada estrategia de control, gran parte de los autores presenta un modelo dinámico y cinemático de la aeronave que rige el comportamiento de la misma. Este varía de acuerdo a los efectos aerodinámicos tenidos en cuenta para su elaboración, y la estructura del *Quadrotor*.

El principal requerimiento que se debe garantizar cuando se diseñan controladores es la estabilidad del sistema. Por tal motivo varios trabajos se enfocan en una técnica de control basada en el análisis Lyapunov [2],[12],[13],[14], con el que se desea que los sistemas no se aparten demasiado de su punto de operación. Los métodos de Lyapunov generan suficientes condiciones para la estabilidad interna sin tener que determinar la respuesta del sistema.

Otras técnicas de control más conocidas a nivel industrial también son implementadas para el control de estas aeronaves, este es el caso de los controladores PD [15],[16],[17] y PID [18],[19]. Algunos trabajos como el de la *Universidad de Lund* diseñan controladores y además crean simuladores para verificar la pertinencia del modelo dinámico y evaluar el desempeño de los algoritmos de control. Los controladores PID trabajan bajo el principio de disminución del error existente entre un punto de operación (*setpoint*) y una variable de control medida en el proceso. Estos mecanismos de control por realimentación han mostrado ser bastante robustos a pesar de su relativa sencillez.

La familia de controladores PID no son los únicos controladores por realimentación. El Regulador Lineal Cuadrático (*LQR*) constituye una técnica de control moderno para sistemas lineales e invariantes en el tiempo y es ampliamente utilizada debido a su fácil implementación [20],[21],[22]. Es además usada para lograr un control óptimo de aeronaves, representadas como un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas (*MIMO*).

Dejando a un lado el control de la actitud del *Quadrotor* se encuentra el *Backstepping* control, que es una técnica de control de la trayectoria [23],[24],[25],[26],[27]. La implementación de esta técnica garantiza que la aeronave siga la ruta preestablecida. El *Backstepping* control es especialmente usado cuando uno de los estados es controlado por otro estado y requiere de mucha computación.

En búsqueda de encontrar nuevas estrategias de control, se ha despertado cierto interés en usar otros dispositivos que puedan servir como herramienta para el control de los vehículos aéreos no

tripulados. Este es el caso de la técnica de retroalimentación visual que involucra el uso de una cámara [1],[28],[29],[30]. Su objetivo es proporcionar la información necesaria sobre la altitud de la aeronave y/o trayectoria. Mediante procesamiento de imágenes la cámara puede medir la variable controlada en el proceso omitiendo el uso de sensores inerciales. También puede ser usada con otros objetivos como espionaje, planimetría, odometría, entre otros.

Gran cantidad de los sistemas de control simplifican el modelo dinámico e ignoran los efectos no lineales. Otros autores, por el contrario optan por obtener un modelo más real del comportamiento dinámico del *Quadrotor*, considerando algunas no linealidades debidas a saturaciones, histéresis, o zona muerta [31].

Los trabajos futuros seguramente estarán enfocados a descubrir nuevos componentes para ser utilizados en el control y la ampliación de los efectos aerodinámicos que actúan sobre el *Quadrotor* y que puedan ser incluidos en su modelo para desde luego mejorar el algoritmo de control de la aeronave.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Quadrotor

El Quadrotor es una de las plataformas más utilizadas para construir vehículos aéreos no tripulados (*UAVs*). Es una aeronave omnidireccional de ala rotativa, propulsada por cuatro rotores de operación independiente, ubicados en las cuatro esquinas de la plataforma.[18][32] Cada par de rotores gira en sentido contrario al otro par, como se muestra en la siguiente figura:

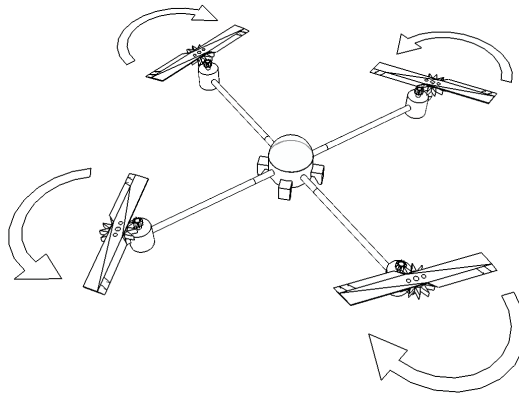


Figura 2.1: Quadrotor.

Esta aeronave tiene la capacidad de despegar y aterrizar verticalmente (*VTOL, Vertical Take-off and Landing*) y no requiere de configuraciones mecánicas complejas para la manipulación de sus rotores, delegando el control del vehículo a la variación de la velocidad de los motores. Por otra parte el uso de cuatro hélices, asegura que el diámetro de cada una es menor que el diámetro del equivalente rotor principal de un helicóptero, mitigando el riesgo que representa la colisión con objetos, ya que cada rotor almacena menos energía cinética durante el vuelo. Estas características facilitan el diseño, construcción

y mantenimiento del vehículo.[11],[33]

2.2. Representacion de la Orientación

Un sistema robótico queda totalmente definido en el espacio tridimensional a través de dos especificaciones: La posición y la orientación con respecto a un sistema de referencia. Estas descripciones se pueden hacer siguiendo diferentes metodologías. A continuación se presentan dos conceptos ampliamente utilizados: *Los ángulos de Euler* y *las matrices de rotación*.

2.2.1. Matrices de Rotación

En el espacio las *matrices de rotación* representan la orientación de un sistema de coordenadas que gira alrededor de uno de los ejes de un sistema de referencia fijo. En la Figura 2.2, el sistema de coordenadas UVW gira entorno al eje Z del sistema de referencia XYZ un ángulo ψ . Cada giro sobre cada uno de los ejes del sistema de coordenadas de referencia tendrá asociada una correspondiente matriz de rotación.

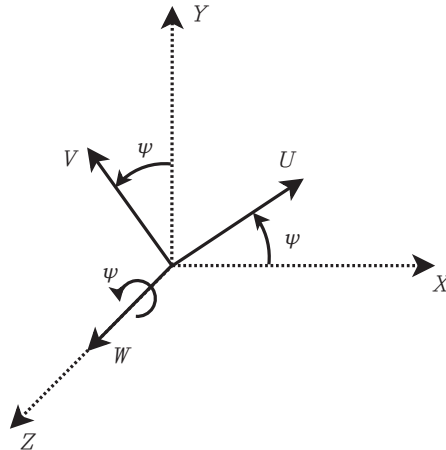


Figura 2.2: Rotación sobre el eje Z .

Considerando los dos sistemas de coordenadas mostrados en la Figura 2.3, en donde sus ejes Z y W coinciden y $\hat{i}_x, \hat{j}_y, \hat{i}_u, \hat{j}_v$ corresponden a los vectores unitarios de su respectivo sistema de coordenadas, es posible representar un vector P de la siguiente forma:

$$\mathbf{p} = p_x \hat{i}_x + p_y \hat{j}_y + p_z \hat{k}_z \quad (2.1)$$

$$\mathbf{p} = p_u \hat{i}_u + p_v \hat{j}_v + p_w \hat{k}_w \quad (2.2)$$

Igualando las ecuaciones 2.1 y 2.2, realizando el producto punto con $\hat{i}_x, \hat{j}_y, \hat{k}_z$ a ambos lados de la ecuación y organizando el resultado en una matriz, se obtiene:

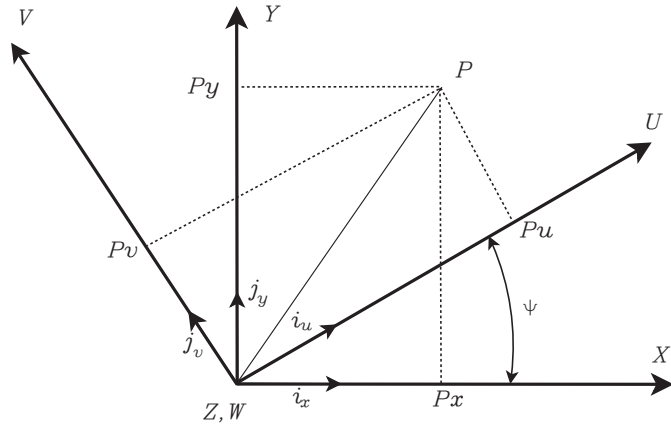


Figura 2.3: Rotación en 2D.

$$\begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{i}_x \hat{l}_u & \hat{i}_x \hat{j}_v & \hat{i}_x \hat{k}_w \\ \hat{j}_y \hat{l}_u & \hat{j}_y \hat{j}_v & \hat{j}_y \hat{k}_w \\ \hat{k}_z \hat{l}_u & \hat{k}_z \hat{j}_v & \hat{k}_z \hat{k}_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_u \\ p_v \\ p_w \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

El concepto de matrices de rotación permite hacer la transformación de las coordenadas de un vector de un sistema de referencia a las del otro.[34] La ecuación 2.3 también se puede escribir como:

$$\mathbf{p}_{xyz} = \mathbf{R}_{uvw}^{xyz}(\psi) \mathbf{p}_{uvw}$$

Donde la notación R_{uvw}^{xyz} corresponde a la matriz de rotación del sistema de coordenadas UVW a las coordenadas XYZ , rotado un ángulo ψ sobre el eje Z .

$$\mathbf{R}_{uvw}^{xyz}(\psi) = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\text{sen}\psi & 0 \\ \text{sen}\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Procediendo de manera similar, cuando el sistema de coordenadas UVW gira sobre el eje X un ángulo ϕ , se obtiene:

$$\mathbf{R}_{uvw}^{xyz}(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\text{sen}\phi \\ 0 & \text{sen}\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

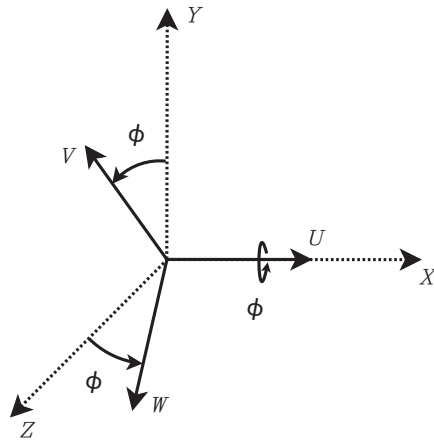


Figura 2.4: Rotación sobre el eje X.

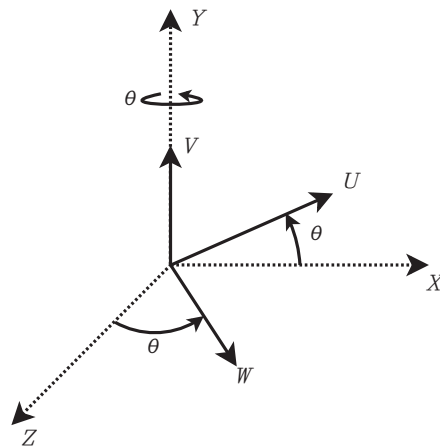


Figura 2.5: Rotación sobre el eje Y.

Por último cuando el sistema de coordenadas UVW gira sobre el eje Y un ángulo θ se obtiene:

$$\mathbf{R}_{uvw}^{xyz}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Algunas propiedades de las matrices de rotación se enuncian a continuación:

$$(\mathbf{R}_A^B)^{-1} = (\mathbf{R}_A^B)^T = \mathbf{R}_B^A \quad (2.7)$$

$$\mathbf{R}_B^A \mathbf{R}_C^B = \mathbf{R}_C^A \quad (2.8)$$

$$\det(\mathbf{R}_B^A) = 1 \quad (2.9)$$

2.2.2. Ángulos de Euler

Mediante tres ángulos ψ , θ , ϕ denominados *ángulos de Euler* es posible describir la orientación de cualquier objeto con respecto a un sistema de referencia. Es la representación más utilizada en aeronáutica, e indica los giros realizados sobre cada uno de los ejes del sistema fijo.

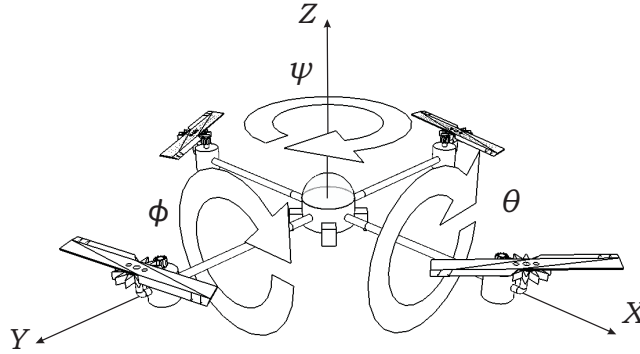


Figura 2.6: Ángulos de Euler: alabeo ϕ , cabeceo θ y guiñada ψ .

Como se observa en la Figura 2.6 cuando el sistema de coordenadas del *Quadrotor* gira un ángulo ψ entorno al eje Z del sistema de referencia, el giro corresponde al movimiento aeronáutico denominado como *yaw* o guiñada. Cuando gira un ángulo θ entorno a eje X , el movimiento correspondiente es llamado *pitch* o cabeceo. Por último cuando gira un ángulo ϕ entorno a eje Y , el movimiento correspondiente es llamado *roll* o alabeo.

Haciendo una analogía con las ecuaciones 2.4, 2.5 y 2.6 obtenidas en la sección sección 2.2.1, se observa que estas corresponden a las matrices de rotación debidas a cada ángulo de *Euler*, y desde este momento se interpretará el ángulo ϕ como un movimiento de alabeo, θ como cabeceo y ψ guiñada .

2.3. Marcos de Referencia

En esta sección se presentan los diferentes marcos de referencia usados para describir la orientación del *Quadrotor*. Estas definiciones son importantes por varias razones, entre ellas: Las ecuaciones de movimiento de Newton, las fuerzas y torques aerodinámicos, y las mediciones provenientes de los

sensores inerciales se entienden dentro de diferentes marcos de referencia asociados a la plataforma, mientras que algunas especificaciones como las trayectorias de vuelo, mediciones de posición, velocidad y ángulo de dispositivos *GPS* se determinan sobre un marco de referencia inercial [19],[35].

2.3.1. Marco Inercial M^i

La Figura 2.7 presenta un sistema de coordenadas fijo sobre un punto local de la tierra. El vector unitario \hat{i}^i apunta al Norte, \hat{j}^i apunta al Este y \hat{k}^i se dirige al centro de la tierra.

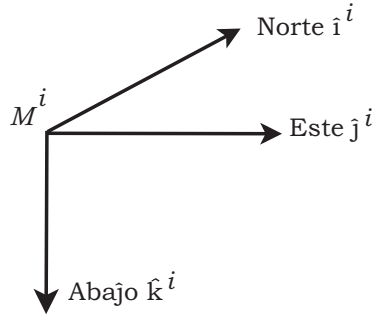


Figura 2.7: Marco Inercial M^i .

2.3.2. Marco Vehicular M^v

Los ejes de este marco coinciden con los del marco inercial M^i y su origen se encuentra en el centro de masa del *Quadrotor* como se muestra en la Figura 2.8. Es importante notar que, por su estructura, el *Quadrotor* no tiene definida una punta (o lo que en otros tipos de aeronave se define como *morro*) sobre la cual se pueda definir un marco de referencia fijo. Con propósitos estrictamente ilustrativos se asumirá que el extremo donde se encuentra el rotor rojo es el *morro* o *nariz*.

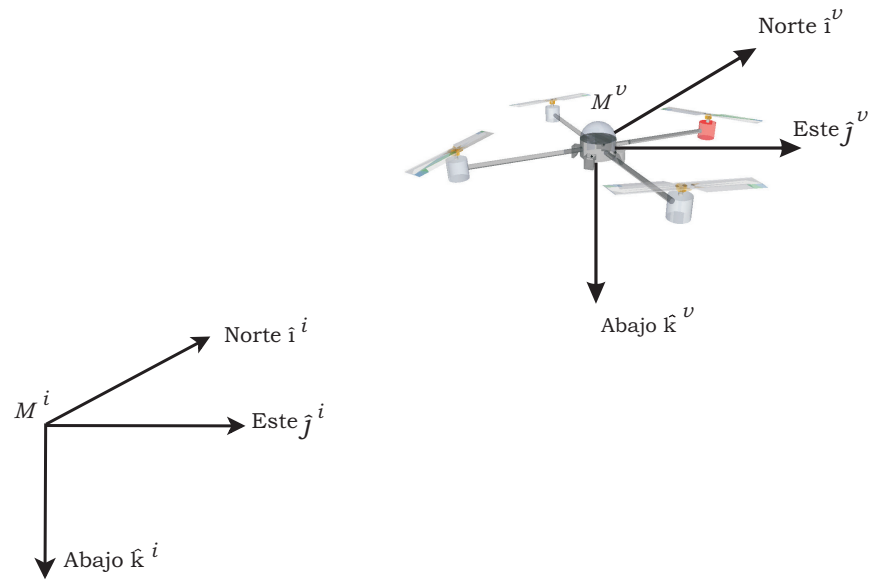
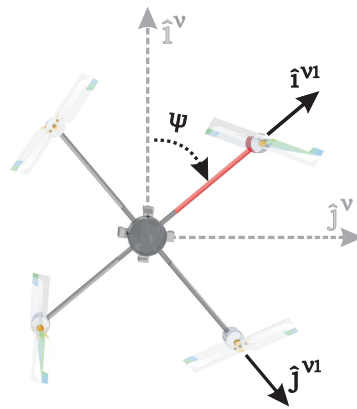
2.3.3. Marco Vehicular-1 M^{v1}

El origen de este marco coincide con el centro de masa del *Quadrotor*, sin embargo está rotado un ángulo ψ alrededor del eje \hat{k}^v , de tal forma que el vector unitario \hat{i}^{v1} apunta al *morro* y los rotores adyacentes quedan alineados con el vector \hat{j}^{v1} . En la Figura 2.9 se presenta el marco M^{v1} sobre el plano *Norte-Este* del marco vehicular M^v .

La transformación de un marco a otro esta dada por:

$$\mathbf{p}^v = \mathbf{R}_{v1}^v \mathbf{p}^{v1} \quad (2.10)$$

donde,

Figura 2.8: Marco Vehicular M^v .Figura 2.9: Marco Vehicular-1 M^{v1} .

$$\mathbf{R}_{v1}^v(\psi) = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\text{sen}\psi & 0 \\ \text{sen}\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.3.4. Marco Vehicular-2 M^{v2}

Este marco se muestra en la Figura 2.10, y se obtiene al rotar el marco vehicular-1 un ángulo θ alrededor del eje \hat{j}^{v1} . Este ángulo corresponde al ángulo de *cabeceo*.

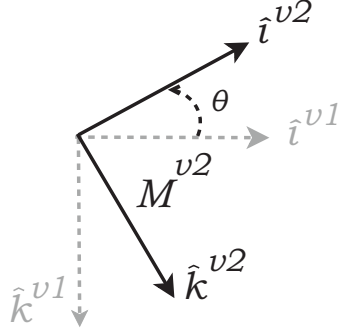


Figura 2.10: Marco Vehicular-2 M^{v2} .

La transformación de M^{v2} a M^{v1} está dada por:

$$\mathbf{p}^{v1} = \mathbf{R}_{v2}^{v1} \mathbf{p}^{v2} \quad (2.11)$$

donde,

$$\mathbf{R}_{v2}^{v1}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \text{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

2.3.5. Marco del Cuerpo M^c

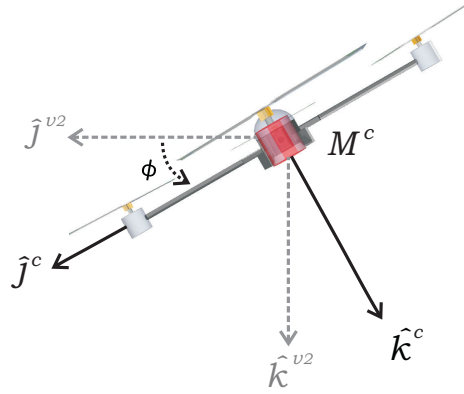
Al rotar el marco vehicular-2 un ángulo ϕ , según la regla de la mano derecha, se obtiene el Marco del cuerpo M^c que se muestra en la Figura 2.11

La transformación de M^c a M^{v2} está dada por:

$$\mathbf{p}^{v2} = \mathbf{R}_c^{v2} \mathbf{p}^c \quad (2.12)$$

donde,

$$\mathbf{R}_c^{v2}(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\text{sen}\phi \\ 0 & \text{sen}\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$$

Figura 2.11: Marco del Cuerpo M^c .

En este orden de ideas, la transformación del marco del cuerpo al marco vehicular está dada por la siguiente matriz de rotación:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_c^v(\psi, \theta, \phi) &= \mathbf{R}_{v1}^v(\psi) \mathbf{R}_{v2}^{v1}(\theta) \mathbf{R}_c^{v2}(\phi) \\ &= \begin{pmatrix} \cos\psi \cos\theta & (\text{sen}\phi \cos\psi \text{sen}\theta) - (\text{sen}\psi \cos\phi) & (\text{sen}\phi \text{sen}\psi) + (\cos\phi \cos\psi \text{sen}\theta) \\ \text{sen}\psi \cos\theta & (\cos\phi \cos\psi) + (\text{sen}\phi \text{sen}\psi \text{sen}\theta) & (\cos\phi \text{sen}\psi \text{sen}\theta) - (\text{sen}\phi \cos\psi) \\ -\text{sen}\theta & \text{sen}\phi \cos\theta & \cos\phi \cos\theta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.13)$$

2.4. Ecuación de Coriolis

En esta sección se deriva la *Ecuación de Coriolis* utilizando el *Teorema de Rotación* que hace girar un vector \mathbf{p} alrededor de un vector unitario \hat{n} , un ángulo μ , como se muestra en la Figura 2.12. Se observa que el vector resultante \mathbf{q} es la suma de tres componentes:

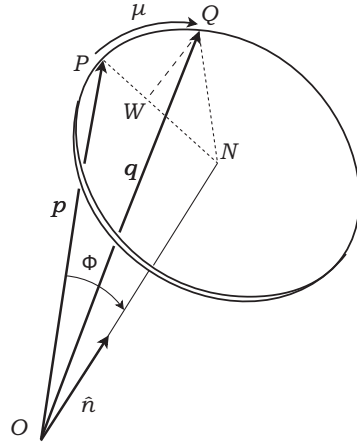
$$\mathbf{q} = \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NW} + \overrightarrow{WQ} \quad (2.14)$$

El vector \overrightarrow{ON} resulta ser la proyección del vector \mathbf{p} sobre el vector unitario \hat{n} .

$$\overrightarrow{ON} = \frac{(\mathbf{p} \cdot \hat{n})\hat{n}}{\|\hat{n}\|^2} = (\mathbf{p} \cdot \hat{n})\hat{n} \quad (2.15)$$

El vector \overrightarrow{NW} tiene una longitud de $NQ \cos\mu$ y la misma dirección que el vector $\mathbf{p} - \overrightarrow{ON}$. Además cabe notar que la longitud de NQ es la misma que NP y por lo tanto igual a $\|\mathbf{p} - \overrightarrow{ON}\|$.

$$\overrightarrow{NW} = \frac{\mathbf{p} - (\mathbf{p} \cdot \hat{n})\hat{n}}{\|\mathbf{p} - (\mathbf{p} \cdot \hat{n})\hat{n}\|} NQ \cos\mu = (\mathbf{p} - (\mathbf{p} \cdot \hat{n})\hat{n}) \cos\mu \quad (2.16)$$

Figura 2.12: Rotación del vector \mathbf{p} .

El vector \overrightarrow{WQ} tiene una longitud $NQ \text{sen} \mu$ y es perpendicular a los vectores \mathbf{p} y \hat{n} . Se resalta que $NQ = \|\mathbf{p}\| \text{sen} \phi$

$$\overrightarrow{WQ} = \frac{\mathbf{p} \times \hat{n}}{\|\mathbf{p}\| \text{sen} \phi} NQ \text{sen} \mu = -(\hat{n} \times \mathbf{p}) \text{sen} \mu \quad (2.17)$$

Reemplazando las ecuaciones 2.15, 2.16 y 2.17 en la ecuación 2.14, se obtiene la denominada *fórmula de rotación*.

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= (p \cdot \hat{n})\hat{n} + (p - (p \cdot \hat{n})\hat{n})\text{cos} \mu - (\hat{n} \times p)\text{sen} \mu \\ &= (1 - \text{cos} \mu)(\mathbf{p} \cdot \hat{n})\hat{n} + \mathbf{p}\text{cos} \mu - \text{sen} \mu(\hat{n} \times \mathbf{p}) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Ahora se supone un vector \mathbf{p} moviéndose en un marco \mathbf{M}^c que a su vez se traslada y rota con respecto a un marco inercial \mathbf{M}^i , como se muestra en la figura 2.13.

Para hallar la derivada con respecto al tiempo de \mathbf{p} desde el marco de referencia inercial, se supone primero que el marco \mathbf{M}^c sólo se traslada.

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt_i} = \frac{d\mathbf{p}}{dt_c} \quad (2.19)$$

Asumiendo que el marco \mathbf{M}^c rota con respecto al marco inercial, con \hat{s} como eje de rotación y un ángulo de rotación $\partial\phi$, según la regla de la mano derecha se obtiene de la ecuación 2.20:

$$\mathbf{p} + \partial\mathbf{p} = (1 - \text{cos}(-\partial\phi))\hat{s}(\mathbf{p} \cdot \hat{s}) + \mathbf{p}\text{cos}(-\partial\phi) - \text{sen}(-\partial\phi)(\hat{s} \times \mathbf{p}) \quad (2.20)$$

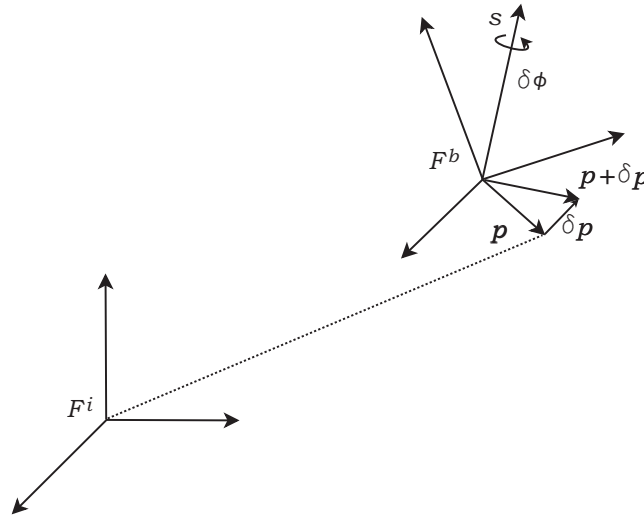


Figura 2.13: Derivada de un vector en un marco rotativo.

Aproximaciones propias de ángulos suficientemente pequeños llevan a una expresión que derivada con respecto al tiempo corresponde a:

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} \approx \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \hat{s} \right) \times \mathbf{p} \quad (2.21)$$

Donde la expresión al interior del paréntesis es un vector de velocidad angular, en este caso de \mathbf{M}^c con respecto a \mathbf{M}^i y se denota $\omega_{c/i}$. Las ecuaciones 2.19 y 2.21 se pueden combinar para obtener la *Ecuación de Coriolis*:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt_i} = \frac{d\mathbf{p}}{dt_c} + \omega_{c/i} \times \mathbf{p} \quad (2.22)$$

2.5. Cinemática y Dinámica

En la tabla 2.1 se presenta la notación de las diferentes variables de estado a utilizarse en esta sección. La Figura 2.14, muestra las variables de estado asociadas a cada eje. Especial atención debe prestarse a la dirección a lo largo de la cual se encuentran y al marco de referencia en el que se define cada una de ellas.

2.5.1. Cinemática

Las variables de estado de velocidad se dan en el marco de referencia del cuerpo \mathbf{M}^c , mientras que las variables de posición: p_n , p_e y $-h$, están asociadas al marco vehicular \mathbf{M}^v cuyos ejes están

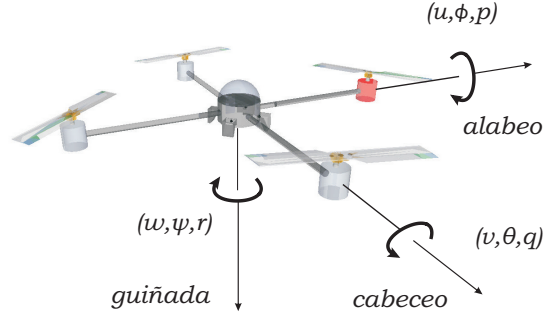


Figura 2.14: Ejes y variables de estado.

Variable	Descripción
ϕ	Ángulo de <i>alabeo</i> con respecto a M^{v2}
θ	Ángulo de <i>cabeceo</i> con respecto a M^{v1}
ψ	Ángulo de <i>guiñada</i> con respecto a M^v
u	Velocidad medida a lo largo de \hat{i}^c en M^c
v	Velocidad medida a lo largo de \hat{j}^c en M^c
w	Velocidad medida a lo largo de \hat{k}^c en M^c
p	Tasa de Cambio de <i>alabeo</i> medida a lo largo de \hat{i}^c en M^c
q	Tasa de Cambio de <i>cabeceo</i> medida a lo largo de \hat{j}^c en M^c
r	Tasa de Cambio de <i>guiñada</i> medida a lo largo de \hat{k}^c en M^c
p_n	Posición Norte a lo largo de \hat{i}^i en el Marco Inercial M^i
p_e	Posición Este a lo largo de \hat{j}^i en el Marco Inercial M^i
h	Altitud a lo largo de $-\hat{k}^i$ en M^i

TABLA 2.1: Notación de las Variables de Estado.

totalmente alineados con los ejes del marco inercial. Utilizando nuevamente el concepto de matriz de rotación y los resultados de la ecuación 2.13:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} p_n \\ p_e \\ -h \end{pmatrix} = \mathbf{R}_c^v \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_n \\ \dot{p}_e \\ \dot{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\psi c\theta & (s\phi c\psi s\theta) - (s\psi c\phi) & (s\phi s\psi) + (c\phi c\psi s\theta) \\ s\psi c\theta & (c\phi c\psi) + (s\phi s\psi s\theta) & (c\phi s\psi s\theta) - (s\phi c\psi) \\ s\theta & -s\phi c\theta & -c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

En esta expresión $c\phi = \cos \phi$ y $s\phi = \sin \phi$.

Ahora, la relación entre las variables de estado p, q y r , y los ángulos ϕ, θ, ψ es un poco más complicada, ya que cada ángulo está referenciado a un marco diferente. Ver tabla 2.1.

Cada uno de los ángulos se refiere al marco del cuerpo utilizando las transpuestas de las matrices de las ecuaciones 2.10, 2.11 y 2.12. Ver la propiedad enunciada en la ecuación 2.7.

Para hacer transformaciones sucesivas entre marcos se usa la propiedad enunciada en la ecuación 2.8. Para hacer la deducción de la relación entre las variables de estos marcos de referencia es importante notar adicionalmente dos cosas: $\dot{\phi}, \dot{\psi}, \dot{\theta}$, son pequeños y además:

$$\mathbf{R}_{v_2}^c(\dot{\phi}) = \mathbf{R}_{v_1}^{v_2}(\dot{\theta}) = \mathbf{R}_v^{v_1}(\dot{\psi}) = I \quad (2.24)$$

Es así como se obtiene,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} &= \mathbf{R}_{v_2}^c(\dot{\phi}) \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_{v_2}^c(\phi) \mathbf{R}_{v_1}^{v_2}(\dot{\theta}) \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_{v_2}^c(\phi) \mathbf{R}_{v_1}^{v_2}(\theta) \mathbf{R}_v^{v_1}(\dot{\psi}) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dot{\phi} + \dot{\psi} \sin\theta \\ \dot{\theta} \cos\phi + \dot{\psi} \sin\phi \cos\theta \\ -\dot{\theta} \sin\phi + \dot{\psi} \cos\phi \cos\theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Invirtiéndolo la relación, se obtiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi)\sec(\theta) & \cos(\phi)\sec(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

2.5.2. Dinámica de Cuerpo Rígido

En el movimiento de un cuerpo en el espacio se estudia por separado el movimiento traslacional y el movimiento rotacional. El movimiento del centro de masa corresponde al movimiento de traslación y el

movimiento con respecto al centro de masa corresponde al movimiento de rotación. Teniendo en cuenta que las Leyes de Newton sólo aplican en sistemas de referencia inerciales, la ecuación del movimiento traslacional del centro de masa es:

$$F = m \frac{d\mathbf{v}}{dt_i} \quad (2.27)$$

Donde, F es la fuerza total aplicada, m es la masa total del *Quadrotor*, y \mathbf{v} corresponde al vector de velocidad de la plataforma. De la *Ecuación de Coriolis* (Ver Ecuación 2.22) se obtiene:

$$F = m \frac{d\mathbf{v}}{dt_i} = m \left(\frac{d\mathbf{v}}{dt_c} + \omega_{c/i} \times \mathbf{v} \right) \quad (2.28)$$

Esta ecuación se puede expresar en el marco del cuerpo, lo que resulta conveniente pues la fuerza y la velocidad angular son medidas asociadas a este marco. Partiendo de la ecuación 2.28 se obtiene entonces:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}}{dt_c} &= \frac{F^c}{m} - \omega_{c/i}^c \times \mathbf{v}^c \\ &= \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} vr - qw \\ pw - ur \\ qu - pv \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.29)$$

El movimiento en torno al centro de masa se describe mediante la ecuación general del movimiento angular:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{h}^c}{t_i} \quad (2.30)$$

donde $\boldsymbol{\tau}$ es el torque aplicado sobre el sistema, medido con respecto al centro de masa, y \mathbf{h} es el momento angular del sistema nuevamente con respecto al centro de masa. Usando la *Ecuación de Coriolis*:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{h}}{t_i} = \frac{d\mathbf{h}}{t_c} + \omega_{c/i} \times \mathbf{h} \quad (2.31)$$

Esta ecuación es más fácil de manipular en coordenadas del cuerpo donde $\mathbf{h}^c = \mathbf{I}\omega_{c/i}$ y \mathbf{I} es el tensor de inercia dado por: [36]

$$\begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix}$$

En esta ecuación I_{xx} denota el momento de inercia alrededor del eje x cuando el sólido rota alrededor del eje x , I_{xy} denota el momento de inercia alrededor del eje y cuando el sólido rota sobre el eje x , y así sucesivamente. Esta matriz se calcula siguiendo la siguiente ecuación:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \int_v \rho (y^2 + z^2) dx dy dz & - \int_v \rho xy dx dy dz & - \int_v \rho xz dx dy dz \\ - \int_v \rho xy dx dy dz & \int_v \rho (x^2 + z^2) dx dy dz & - \int_v \rho yz dx dy dz \\ - \int_v \rho xz dx dy dz & - \int_v \rho yz dx dy dz & \int_v \rho (x^2 + y^2) dx dy dz \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

donde ρ representa la densidad del objeto [$kg m^{-3}$].

El *Quadrotor* tiene una estructura bastante simétrica con lo cual el tensor de inercia se supone diagonal y de acuerdo a esto su inversa se muestra a continuación:[21]

$$\mathbf{I}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{pmatrix}$$

Los cálculos que llevan a determinar los elementos de este tensor, se especifican en el Apéndice B.

Operando de acuerdo a la ecuación 2.31 y teniendo en cuenta que:

$$\mathbf{h}^c = \mathbf{I} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix}$$

se obtiene:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{I} \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \times \mathbf{I} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Dejando esta ecuación en términos de un vector de aceleración angular

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \mathbf{I}^{-1} \boldsymbol{\tau} - \mathbf{I}^{-1} \begin{pmatrix} qrI_{zz} - qrI_{yy} \\ prI_{xx} - prI_{zz} \\ pqI_{yy} - pqI_{xx} \end{pmatrix}$$

Agrupando se obtiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} qr \\ \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} pr \\ \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{I_{xx}} \tau_\phi \\ \frac{1}{I_{yy}} \tau_\theta \\ \frac{1}{I_{zz}} \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

El modelo para el *Quadrotor* está compuesto por las ecuaciones 2.23, 2.29, 2.26, 2.34 :

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_n \\ \dot{p}_e \\ \dot{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\psi c\theta & (s\phi c\psi s\theta) - (s\psi c\phi) & (s\phi s\psi) + (c\phi c\psi s\theta) \\ s\psi c\theta & (c\phi c\psi) + (s\phi s\psi s\theta) & (c\phi s\psi s\theta) - (s\phi c\psi) \\ s\theta & -s\phi c\theta & -c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} vr - qw \\ pw - ur \\ qu - pv \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \text{sen}(\phi)\text{tan}(\theta) & \text{cos}(\phi)\text{tan}(\theta) \\ 0 & \text{cos}(\phi) & -\text{sen}(\phi) \\ 0 & \text{sen}(\phi)\text{sec}(\theta) & \text{cos}(\phi)\text{sec}(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

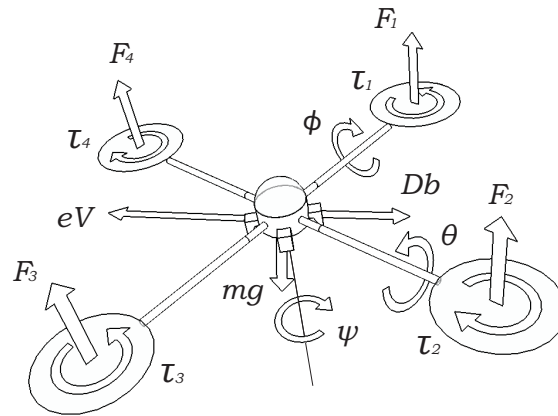
$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} qr \\ \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} pr \\ \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{I_{xx}} \tau_\phi \\ \frac{1}{I_{yy}} \tau_\theta \\ \frac{1}{I_{zz}} \tau_\psi \end{pmatrix}$$

2.6. Fuerzas y Momentos

La aparición de las fuerzas y momentos sobre el *Quadrotor* se debe principalmente a la acción de los rotores. Cada uno de los cuatro rotores produce un empuje T_i que actúa perpendicularmente al plano del rotor. Sobre el vehículo actúan otras dos fuerzas: el peso y una fuerza de resistencia Db , que actúa paralela y opuesta al sentido de la velocidad. Un diagrama que incluye estas fuerzas se presenta en la Figura 2.15, su nomenclatura se precisa en la Tabla 2.2.

La suma de cada uno de los empujes que aporta cada motor proporciona una única fuerza denominada empuje total. Para que el *Quadrotor* pueda elevarse, este empuje debe ser mayor al peso.

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

Figura 2.15: Diagrama de Cuerpo Libre del *Quadrotor*.

Símbolo	Descripción
F_1	Fuerza rotor 1 (delantero)
F_2	Fuerza rotor 2 (derecho)
F_3	Fuerza rotor 3 (trasero)
F_4	Fuerza rotor 4 (izquierdo)
τ_1	Torque rotor 1
τ_2	Torque rotor 2
τ_3	Torque rotor 3
τ_4	Torque rotor 4
mg	Peso del <i>Quadrotor</i>
eV	Dirección de la velocidad
ϕ	Ángulo de <i>alabeo</i>
θ	Ángulo de <i>cabeceo</i>
ψ	Ángulo de <i>guiñada</i>

TABLA 2.2: Descripción de Símbolos del Diagrama de Cuerpo Libre.

El empuje diferencial que aparece entre dos rotores opuestos permite la manipulación de los torques de alabeo y cabeceo.[11] Por lo tanto la diferencia entre los empujes producidos por los motores de la izquierda y derecha que giran en el sentido de las manecillas del reloj, generan el torque de *alabeo*.

$$\tau_\phi = l(F_4 - F_2)$$

De la misma forma el torque de *cabeceo* es producido por los motores delantero y trasero, que giran en sentido contrario a la manecillas del reloj.

$$\tau_\theta = l(F_1 - F_3)$$

La resistencia de las hélices produce un torque de *guiñada* sobre la plataforma igual a:

$$\tau_\psi = \tau_4 + \tau_2 - \tau_3 - \tau_1$$

Con el objetivo de facilitar la tarea de diseño de la estrategia de control, se redefinen las ecuaciones de la fuerza y el torque, asumiendo que la velocidad angular con la que giran los rotores es directamente proporcional al comando de ciclo de trabajo de una señal de modulación de ancho de pulso (*PWM*) que se envía al motor.

$$F_i = k_1 \delta_i$$

$$\tau_i = k_2 \delta_i$$

Donde δ_i es el comando, enviado al motor i , que indica la duración del ciclo útil de la señal *PWM*, y k_1 y k_2 son constantes que pueden ser determinadas experimentalmente. De esta forma es posible organizar las ecuaciones de las fuerzas y torques que actúan sobre el *Quadrotor* de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} F \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 & k_1 & k_1 & k_1 \\ 0 & -lk_1 & 0 & lk_1 \\ lk_1 & 0 & -lk_1 & 0 \\ -k_2 & k_2 & -k_2 & k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{pmatrix}$$

El comando se puede encontrar usando la siguiente expresión:

$$\begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} F \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix}$$

La fuerza de gravedad que actúa sobre el centro de masa del *Quadrotor* en el marco de referencia del cuerpo es:

$$\mathbf{f}_g^v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix}$$

La respectiva transformación al marco de referencia del cuerpo se lleva a cabo de la siguiente forma:

$$\mathbf{f}_g^c = \mathbf{R}_v^c \begin{pmatrix} -mg\text{sen}(\theta) \\ mg\cos(\theta)\text{sen}(\phi) \\ mg\cos(\theta)\cos(\phi) \end{pmatrix}$$

Es así como las ecuaciones 2.23, 2.29, 2.26, 2.34 se convierten que modelan la plataforma se convierten en [33]:

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_n \\ \dot{p}_e \\ \dot{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\psi c\theta & (s\phi c\psi s\theta) - (s\psi c\phi) & (s\phi s\psi) + (c\phi c\psi s\theta) \\ s\psi c\theta & (c\phi c\psi) + (s\phi s\psi s\theta) & (c\phi s\psi s\theta) - (s\phi c\psi) \\ s\theta & -s\phi c\theta & -c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -g\text{sen}(\theta) \\ g\cos(\theta)\text{sen}(\phi) \\ g\cos(\theta)\cos(\phi) \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ -F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} vr - qw \\ pw - ur \\ qu - pv \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \text{sen}(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\text{sen}(\phi) \\ 0 & \text{sen}(\phi)\sec(\theta) & \cos(\phi)\sec(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} qr \\ \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} pr \\ \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{I_{xx}} \tau_\phi \\ \frac{1}{I_{yy}} \tau_\theta \\ \frac{1}{I_{zz}} \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

2.7. Modelo Simplificado para el Diseño del Controlador

Las ecuaciones anteriores resultan demasiado complicadas para los efectos que en la realidad se producen en la plataforma. Haciendo algunas consideraciones es posible llegar a un modelo más sencillo para emprender el proceso de diseño del controlador.

Derivando la ecuación 2.35 en términos de p_d , cuya dirección es opuesta a h , y despreciando el término que lleva \mathbf{R}_{uvw}^{xyz} se obtiene la siguiente relación:

$$\begin{pmatrix} \ddot{p}_n \\ \ddot{p}_e \\ \ddot{p}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\psi c\theta & (s\phi c\psi s\theta) - (s\psi c\phi) & (s\phi s\psi) + (c\phi c\psi s\theta) \\ s\psi c\theta & (c\phi c\psi) + (s\phi s\psi s\theta) & (c\phi s\psi s\theta) - (s\phi c\psi) \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

Se desprecian los términos de *Coriolis* de la ecuación 2.36 y se reemplaza esta en la anterior ecuación. simplificando se obtiene:

$$\begin{pmatrix} \ddot{p}_n \\ \ddot{p}_e \\ \ddot{p}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} + \frac{F}{m} \begin{pmatrix} -s\phi s\psi - c\phi c\psi s\theta \\ -c\phi s\psi s\theta + s\phi c\psi \\ -c\phi c\theta \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Asumiendo que θ y ϕ son pequeños, la matriz 3x3 de la ecuación 2.37 se vuelve una matriz identidad, de tal forma que la expresión se convierte en :

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

Despreciando nuevamente los términos de *Coriolis*, la ecuación 2.38, se vuelve:

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_{xx}} \tau_\phi \\ \frac{1}{I_{yy}} \tau_\theta \\ \frac{1}{I_{zz}} \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Derivando la ecuación 2.41 y reemplazando los resultados de la ecuación 2.42 se obtiene la relación con los torques de *alabeo*, *cabeceo* y *guiñada* en la ecuación 2.43.

$$\begin{pmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_{xx}} \tau_\phi \\ \frac{1}{I_{yy}} \tau_\theta \\ \frac{1}{I_{zz}} \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

Las ecuaciones 2.40 y 2.43 constituyen un modelo simplificado expresado en un marco inercial. Haciendo las mismas consideraciones que se tuvieron en cuenta para llegar a estos resultados y siguiendo un proceso muy similar, es posible llegar a las expresiones en el Marco Vehicular-1 \mathbf{M}^{v1} .

$$\ddot{p}_x = -\cos\phi \operatorname{sen}\theta \frac{F}{m} \quad (2.44)$$

$$\ddot{p}_y = \operatorname{sen}\phi \frac{F}{m} \quad (2.45)$$

$$\ddot{p}_z = g - \cos\phi \cos\theta \frac{F}{m} \quad (2.46)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{I_{xx}} \tau_\phi \quad (2.47)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_{yy}} \tau_\theta \quad (2.48)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{I_{zz}} \tau_{\psi} \quad (2.49)$$

Capítulo 3

Descripción del Sistema

Todo el potencial de aplicación de los vehículos aéreos no tripulados UAV pierde viabilidad si se carece de mecanismos efectivos de control de las diferentes variables a las que deben responder.

La estimación y dominio del estado del UAV en términos, por ejemplo de la actitud, se convierte en una necesidad fundamental para la operación con cierto grado de autonomía de estos vehículos. La estabilidad de estas aeronaves resulta entonces imprescindible para desenvolverse en un ambiente de condiciones variables con las que aerodinámicamente le compete involucrarse. Este trabajo está enfocado específicamente en abordar la estabilidad del vehículo con respecto a dos ejes que determinan dos ángulos de navegación: Cabeceo y Alabeo (*Pitch and Roll*). El problema radica entonces en establecer cuándo la aeronave debe responder a las perturbaciones en esos ejes y cómo detectarlas para posteriormente emprender una maniobra de corrección. Este es entonces el asunto al cual responde la propuesta de trabajo.

La plataforma sobre la cual se planea implementar el sistema de control de estabilidad para la validación de los resultados, corresponde a un vehículo con la capacidad de despegue y aterrizaje vertical (*Vertical Take-off and Landing, VTOL*) propulsado por cuatro rotores de operación independiente, conocido como Quadrotor. Este tipo de aeronaves no requiere de mecanismos muy complejos para el control de sus rotores debido a su característica de cabeceo fijo (*fixed-pitch*), que reduce el control del vehículo a la simple manipulación de la velocidad de los motores.[11],[18]

La hipótesis planteada para la solución del problema en cuestión, consiste en el desarrollo de un sistema de control basado en las señales obtenidas a través de sensores inerciales. El empleo de este tipo de sensores, dentro de los cuales se destacan: acelerómetros, giróscopos y magnetómetros, se plantea como alternativa al control que utiliza señales provenientes de sensores ópticos, cuya operación se ve limitada en condiciones desfavorables de iluminación, así como en operación en interiores.

Los datos obtenidos por los sensores pasan por una etapa de tratamiento de señal que se antepone a un procesador. Un algoritmo permite tomar decisiones sobre los controladores de velocidad de los motores del *Quadrotor*, que se traducen en la manipulación de los momentos de *alabeo* y *cabeceo* de la aeronave, para lograr la estabilidad de la plataforma.

3.1. Modos de operación

El diseño de vehículos aéreos no tripulados integra varias etapas, desde la construcción de la aeronave, pasando por la selección de sensores hasta el desarrollo del controlador. Estas etapas no pueden ser realizadas de manera separada debido a su inherente relación.[21]. Es así como se desarrolla un sistema para manipular los actuadores de la aeronave que cuenta con dos modos de operación denominados vuelo autónomo y vuelo dirigido.

El vuelo dirigido es el que realiza el piloto utilizando el mando de la aeronave. El vuelo autónomo consiste en mantener el sistema estable en términos de su actitud en donde el objetivo es que no se produzcan movimientos de cabeceo y alabeo una vez el piloto deje de utilizar el mando o control remoto de la aeronave.

3.2. Radioenlace

El control remoto es el dispositivo que permite al piloto maniobrar la aeronave. Este se encarga de transmitir al receptor toda la información relacionada con la trayectoria y/o actitud que debe tomar la aeronave durante su vuelo. El receptor por su parte, dispone de canales encargados de transmitir a los motores la señal PWM proveniente del mando del piloto ubicado en tierra.

Para la configuración elegida, por cada canal es enviada la información correspondiente a cada movimiento aeronáutico de *cabeceo*, *alabeo*, *guiñada*, y de su aceleración

Hecha esta observación es importante notar que para el *Quadrotor* cada señal no controlará un servomotor como ocurre en los aeromodelos convencionales. Para este caso la señal de aceleración debe suministrar la información de velocidad que deben adquirir los 4 rotores de la aeronave, la señal de alabeo de los rotores izquierdo y derecho y la señal de cabeceo el del frente y atrás.

Esta adecuación de señal se realiza con la ayuda de los módulos *Timer* del microcontrolador, que se configuran para medir el ancho de pulso proveniente de cada señal y se envían a los correspondientes motores según la orden dada.

3.3. Movimientos

El control del movimiento del *Quadrotor* se traduce en la manipulación de las velocidades en los rotores. Estas velocidades generan fuerzas y torques que permiten a la aeronave girar sobre cada uno de sus ejes, y en donde el sentido de giro cobra gran importancia en el control de los mismos.

3.3.1. Movimiento Ascendente y Movimiento Descendente

Este movimiento para el *Quadrotor* se efectúa sobre el eje Z aumentando o decrementando la velocidad de todos los motores en la misma proporción, tal como se muestra en la Figura 3.1, donde ω representa la velocidad del rotor y Δ corresponde a la variación de la velocidad. La velocidad para

los motores debe ser la misma para mantener el empuje vertical y los incrementos o decrementos Δ , deben hacerse en pequeñas cantidades.

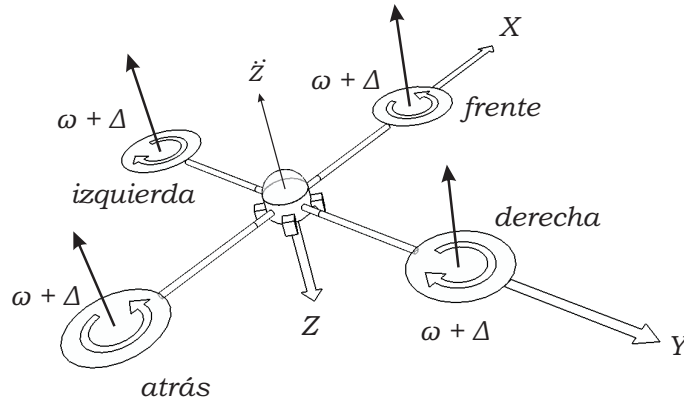


Figura 3.1: Movimiento ascendente del *Quadrotor*.

3.3.2. Movimiento de *alabeo*

Este movimiento se lleva a cabo incrementando la velocidad en el rotor ubicado en la izquierda y disminuyendo la velocidad del rotor de la derecha o viceversa, mientras los otros dos rotores mantienen la misma velocidad. Esta configuración genera un torque que actúa sobre el eje X de la aeronave haciendo que esta gire como se muestra en la Figura 3.2. La diferencia entre velocidades no debe ser muy grande a la hora de realizar un giro debido a que el sistema puede ser influenciado por no linealidades y saturaciones. Esto se logra haciendo que los valores del incremento y decremento sean iguales.[18]

3.3.3. Movimiento de *cabeceo*

Con el objetivo de generar un torque para que la aeronave gire entorno al eje Y , se incrementa la velocidad en el rotor ubicado en frente y disminuye la velocidad del rotor de atrás o viceversa, mientras los otros dos rotores mantienen la misma velocidad. Esto se puede apreciar en la Figura 3.3. Para este movimiento también se aplica que el aumento o la disminución de la velocidad se realice en pequeñas cantidades.

3.3.4. Movimiento de *guiñada*

Un giro en torno al eje Z del *Quadrotor* es posible si se aumenta (o disminuye) la velocidad de la pareja de rotores izquierdo y derecho y se disminuye (o aumenta) la de los rotores del frente y atrás.

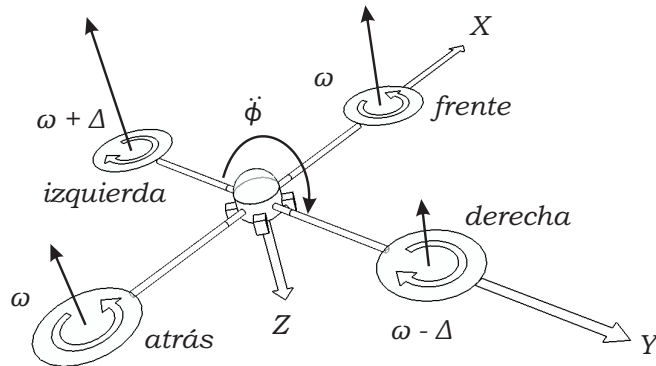


Figura 3.2: Movimiento de *alabeo*.

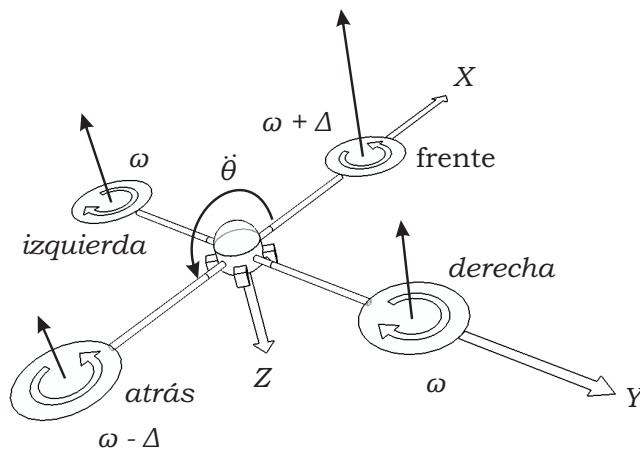
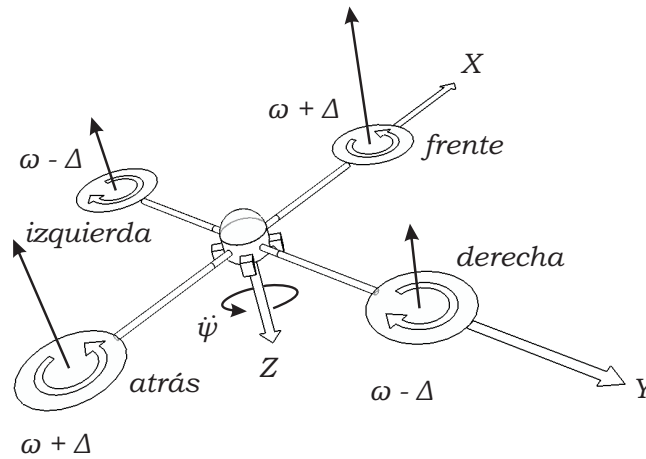


Figura 3.3: Movimiento de *cabeceo*.

Este movimiento es generado gracias al que los sentidos de rotación de estas parejas son opuestos. Ver Figura 3.4.

Debido a la forma en el que se hacen los giros en donde la velocidad que es aumentada en uno de los rotores también es la decrementada en el otro, la fuerza de empuje resultante se mantiene pero su sentido cambia. Además el control del ángulo de guiñada se facilita en el *Quadrotor* porque la sumatoria de torques en el eje Z es cero. El torque que hace que el *Quadrotor* tienda a girar en sentido horario es contrarrestado por el torque con tendencia a girar en sentido anti-horario, pues estos tendrán la misma magnitud pero sentido contrario.

Figura 3.4: Movimiento de *guiñada*.

3.3.5. Movimiento de traslación

Para trasladar el *Quadrotor* de manera ascendente o descendente sólo basta con acelerar o desacelerar los 4 motores (movimiento ascendente). Para ir hacia adelante o hacia atrás se debe efectuar un movimiento de cabeceo, y para ir a derecha o izquierda un movimiento de alabeo. Esto funcionará si el ángulo de cabeceo o alabeo con el que se hagan los giros es pequeño. De igual manera la traslación de la aeronave es posible combinando un movimiento de alabeo o cabeceo con un movimiento ascendente. Una vez seleccionada la dirección en la que se desea desplazar, con la aceleración se logra que este lo haga más rápido o lento (la aeronave podrá aumentar su altura o disminuirla) y el ángulo de inclinación (alabeo o cabeceo) indicará la intensidad con la que se haga el giro.

3.4. Sensores Inerciales

Un sensor inercial es un dispositivo con la capacidad de medir las variaciones en la aceleración y velocidad angular. Dentro de esta clasificación se encuentran los acelerómetros y los giróscopos.

Sus aplicaciones abarcan un gran abanico de posibilidades en la industria aeroespacial, militar, automotriz, entre otras. Principalmente se utilizan en los sistemas de estabilización de vehículos aéreos, terrestres y marítimos así como en la navegación.[37] Las posibilidades de explotación de estas tecnologías crecen exponencialmente con la tendencia a la miniaturización de los dispositivos, la disminución en su costo y la obtención de mejoras en su precisión, desempeño y funcionalidad.

Estas mejoras se materializan en los sistemas Micro-Electro-Mecánicos MEMS, que para los acelerómetros típicamente encierran una viga voladiza con una pequeña esfera de prueba que se desplazan al aplicarse una fuerza, y para los giróscopos se basan en el efecto de *Coriolis*.

3.4.1. Acelerómetros

Según el estándar del IEEE sobre la terminología de sensores inerciales, estos dispositivos miden la aceleración lineal, a menos que se especifique lo contrario, es decir, perciben la variación entre la componente traslacional de aceleración y la aceleración gravitacional, a lo largo de sus ejes sensibles.[38] [39] Esta aceleración se cuantifica en las unidades del Sistema Internacional en metros por segundo cuadrado [m/s^2], aunque algunos fabricantes prefieren dar sus especificaciones en términos de la fuerza g [g].

Los adelantos en la tecnología de sistemas Micro-Electromecánicos MEMS han permitido el desarrollo de micro acelerómetros con ventajas que incluyen: la disminución de costo, tamaño, consumo de potencia, y el incremento de la sensibilidad. Según el elemento sensor y el principio de operación, estos dispositivos pueden ser:[40]

- Piezoresistivos: Funcionan detectando el cambio en la resistencia eléctrica del material al someterlo a una tensión mecánica. Su estructura consiste básicamente en una masa denominada masa sísmica, una viga y un soporte. Al experimentar una aceleración, la masa se desplaza y deforma la viga de soporte, provocando un cambio en la resistencia eléctrica, cambio detectado por una configuración de tipo puente de *Wheatstone*. Sus principales ventajas incluyen la simplicidad de su estructura y de su proceso de fabricación. Una de sus desventajas es la dependencia del comportamiento del material piezo-resistivo a la temperatura.
- Capacitivos: Detectan cambios en la capacitancia eléctrica. La aceleración experimentada por el dispositivo ocasiona una separación entre dos electrodos proporcional a esta. Un micro-acelerómetro de este tipo tiene varias ventajas: baja dependencia de la temperatura, alta sensibilidad, baja disipación de potencia. Sus desventajas se enmarcan dentro del concepto de interferencia electromagnética por lo que requieren de cierta protección. Este tipo de tecnología es usada e aplicaciones que requieren un alto nivel de desempeño. Por ejemplo existen dispositivos capacitivos capaces de medir aceleraciones de hasta $1.3 \mu g$ con una sensibilidad de $79,2 \text{ fF/g}$. [40]
- Piezoeléctricos: Estos dispositivos se fabrican a partir de un material que genera una tensión eléctrica al ser sometido a tensión mecánica. En teoría no necesitan de suministro de potencia eléctrica.

Otros tipos de acelerómetros incluyen dispositivos magneto-resistivos, térmicos, ópticos, entre otros. *Freescale Semiconductors* presenta una serie de acelerómetros *MEMS* con diferentes opciones que contemplan el tipo de salida, los ejes de sensibilidad y el rango de medida.

3.4.1.1. Principio de Funcionamiento de los acelerómetros MEMS

La estructura de estos acelerómetros consiste en dos celdas capacitivas micro-maquinadas y un sistema de acondicionamiento de señal.

La denominada celda- g es una estructura mecánica de material semiconductor. Se puede modelar como un conjunto de placas sujetas a una masa central móvil. La figura 3.5 muestra que las placas móviles se desplazan de su posición de reposo al someterse a una aceleración.

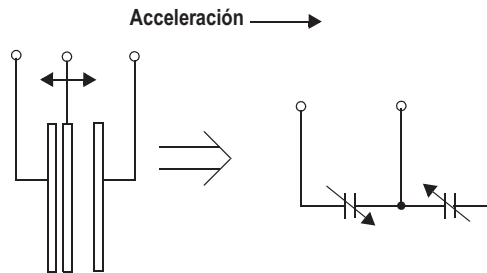


Figura 3.5: Modelo simplificado del transductor.

A medida que la placa central se mueve, la distancia a una de las placas fijas aumenta en la misma cantidad en que la distancia a la otra placa disminuye. Este cambio en la distancia es medida de la aceleración.

La celda g forma dos capacitores (figura 4). Mientras la placa central se mueve por acción de una aceleración, la distancia entre ambas placas cambia, y por ende el valor de cada capacitor de acuerdo a:

$$C = \frac{A\epsilon}{D}$$

Donde A es el área de la placa, ϵ es la constante dieléctrica y D la distancia entre placas.

Un circuito de acondicionamiento CMOS utiliza técnicas para medir estas capacitancias y determinar la aceleración por medio de la diferencia entre ambos capacitores. La tensión a la salida del circuito es proporcional a la aceleración.[41]

3.4.2. Giróscopos

El giróscopo es un dispositivo mecánico normalmente montado sobre un soporte *Cardány* fue inventado por *León Foucault*. Consta de un cuerpo que gira en torno a un eje de simetría, y hace parte de una configuración tal que el eje de rotación eje puede cambiar de orientación.

Este tipo de sensor inercial mide la rotación angular con respecto al espacio inercial sobre sus ejes.[38] Existen otros giróscopos cuyas estructuras no corresponden con la configuración mecánica explicada anteriormente, entre ellos se encuentran: giróscopos vibratorios, giróscopos de resonancia magnética nuclear, giróscopos electrostáticos y giróscopos MEMS [42] .

Los sistemas Micro-Electro-Mecánicos constituyen una respuesta a las demandas en la disminución de costos, tamaño y consumo de potencia. Estos giróscopos no son de estructura rotativa y utilizan el efecto *Coriolis* para proporcionar una medición sobre la rotación angular. Este tipo de dispositivos detecta la fuerza que actúa sobre una masa en movimiento lineal vibratorio sobre un marco de referencia que rota sobre un eje perpendicular al eje de movimiento lineal. La fuerza de *Coriolis* actúa en la dirección perpendicular a los ejes de vibración y rotación.

Capítulo 4

Selección y Caracterización de Componentes

4.1. Selección del acelerómetro

En el mercado existe un gran número de compañías dedicadas a la fabricación de sensores inerciales. Estas compañías ofrecen una gran variedad de dispositivos, entre ellos acelerómetros, diseñados para diferentes aplicaciones y que mejoran a medida que avanza el tiempo adquiriendo nuevas y revolucionarias características.

La selección de los componentes depende de la aplicación. Los acelerómetros en sus hojas de datos proporcionan todas sus características pero algunas de la más importantes son el rango de medida (cuanta fuerza g es capaz de detectar), los ejes sobre los cuales toma medidas y la forma como proporciona el dato de la medida (digital o analógico). [38]

El control de la actitud del *Quadrotor* se hace tomando medidas sobre dos ejes, el eje X y eje Y que corresponden a los movimientos de alabeo y cabeceo de la aeronave. Teniendo en cuenta los aspectos mencionados anteriormente, en la tabla 4.1 se presenta una lista de los acelerómetros que en principio se someten a consideración.

Aunque se mencionó que no hay necesidad de medir la aceleración del eje Z , la elección de acelerómetros de 3 ejes no afecta el desempeño final del sistema y deja abierta la posibilidad de medir esta variable para aplicaciones posteriores.

Una ventaja de los acelerómetros digitales con respecto a los analógicos es la inmunidad al ruido. Los acelerómetros analógicos requieren de una compensación para que la medida pueda ser correcta, esto se debe a que la señal de salida presenta un ligero *offset* cuando se encuentra en reposo indicando que existe aceleración lo que implica un error. Esta situación también se presenta para el acelerómetro digital, y se soluciona por software, modificando el valor del registro correspondiente al nivel de *offset* en condiciones de reposo, esto es, $0g$ para los ejes x y y , y $1g$ para el eje z .

Dispositivo	Fabricante	Rango [g]	Ejes	Salida	Comunicación
MMA7455L	<i>Freescale</i>	2 / 4 / 8	XYZ	Digital	I2C/SPI
LIS3LV02DL	<i>ST Microelectronics</i>	2 / 6	XYZ	Digital	I2C/SPI
MMA7260QT	<i>Freescale</i>	1.5 / 2 / 4 / 6	XYZ	Analógica	-
MMA7331L	<i>Freescale</i>	4 / 12	XYZ	Analógica	-
MMA7361L	<i>Freescale</i>	1.5 / 6	XYZ	Analógica	-
ADXL202AE	<i>Analog Devices</i>	2	XY	Analógica	-
ADXL311JE	<i>Analog Devices</i>	2	XY	Analógica-Digital	-

TABLA 4.1: Características de los acelerómetros.

Uno de los parámetros más importantes para la selección del acelerómetro es la potencia consumida por el dispositivo, este debe ser el menor posible para que el sistema sea lo más eficiente en términos de energía. Los cálculos de potencia se muestran en la tabla 4.2

Dispositivo	Tensión de alimentación	Corriente de alimentación	Potencia
MMA7455L	3.3 [V]	400 [μ A]	1.32 [mW]
LIS3LV02DL	3.3 [V]	650 [μ A]	2.14 [mW]
MMA7331L	3.3 [V]	400 [μ A]	1.32 [mW]
MMA7260QT	3.3 [V]	500 [μ A]	1.65 [mW]
MMA7361L	3.3 [V]	400 [μ A]	1.32 [mW]
ADXL202AE	3.3 [V]	600 [μ A]	1.98 [mW]
ADXL311JE	3.3 [V]	600 [μ A]	1.98 [mW]

TABLA 4.2: Características de operación.

El acelerómetro seleccionado es el *MMA7361L* de *Freescale*, aunque la plataforma cuenta con la opción de cambiar de dispositivo, ya que la conexión se hace de manera modular. Este acelerómetro fue seleccionado pues según los datos de la tabla 4.1 es posible seleccionar un campo de medida de 1.5 [g] que resulta adecuado para la operación del sistema y además permite una mejora en términos de la resolución. Este dispositivo se escoge además en concordancia con lo establecido en los objetivos del proyecto como criterio de consumo mínimo, que según la tabla 4.2 se asocia a una potencia de 1.32 [mW].

4.2. Selección del Giróscopo

Los principales parámetros a tener en cuenta para la selección de un giróscopo son su rango de medida, que viene expresado en grados por segundo, su sensibilidad, y su operación analógica o digital.

ST Microelectronics es el fabricante líder en sensores de movimiento y en especial de giróscopos. Este ofrece un completo portafolio de giróscopos de uno, dos y tres ejes, entre un rango de medida que va

desde los ± 30 [dps] (grados por segundo) hasta ± 6000 [dps]. Además en términos de dinero pueden ser fácilmente adquiridos.

Dispositivo	Rango \pm [dps]	Ejes	Salida	Sensibilidad [mV/°/s]	Comunicación
L3G4200D	250/500/2000	XYZ	Digital	-	I2C/SPI
LYPR540AH	400/1600	XYZ	Analógica	3.2/0.8	-
LPR5150AL	1500/6000	XY	Analógica	0.67/0.167	-
LPR550AL	500/2000	XY	Analógica	2/0.5	-
LPR530AL	300/11200	XY	Analógica	3.3/0.83	-
LPR510AL	100/400	XY	Analógica	10/2.5	-
LPR503AL	30/120	XY	Analógica	33.3/8.3	-
LPY5150AL	1500/6000	XZ	Analógica	0.67/0.167	-
LPY550AL	500/2000	XZ	Analógica	2/0.5	-
LPY530AL	300/11200	XZ	Analógica	3.3/0.83	-
LPY510AL	100/400	XY	Analógica	10/2.5	-
LPY503AL	30/120	XY	Analógica	33.3/8.3	-

TABLA 4.3: Características de los giróscopos de ST Microelectronics.

En la tabla 4.3 se observa que hay dos tipos de acelerómetros de dos ejes. Uno con la capacidad de medir la velocidad angular de los ejes de cabeceo y alabeo (*pitch and roll*), y el otro los ejes de cabeceo y guiñada (*pitch and yaw*). Aunque es posible utilizar el giróscopo de cabeceo y guiñada para medir las correspondientes velocidades de los ejes de cabeceo y alabeo ubicándolo de forma vertical, esta situación no es recomendada debido a que la respuesta del dispositivo se puede ver afectada por la diferencia de en los tiempos de operación de cada eje.

La sensibilidad del dispositivo es el parámetro que indica en cuanto va cambiar la señal de salida por cada grado sobre segundo. Con el fin de obtener medidas correctas este valor debe ser lo más alto posible, para que cualquier ruido obtenido en la salida no pueda ser interpretado como un movimiento, permitiendo que el sistema sea más inmune al ruido.

Otra característica importante para la selección del giróscopo es el rango de la medida. Este indica la máxima velocidad angular que es posible detectar. Este parámetro depende de la cuantificación que se le puede otorgar al los giros más bruscos que pueda realizar el *Quad*. Según las hojas de aplicaciones suministradas por *ST* el rango de medida necesaria para el *Quadrotor* oscila entre los ± 100 y ± 500 [dps].

De la misma forma que los acelerómetros, la potencia disipada es uno de los aspectos más importantes para la selección del giróscopo. La tabla 4.4 presenta esta característica para varios dispositivos. Los giróscopos digitales no pueden ser tenidos en cuenta, debido a que estos dispositivos se encuentran en evaluación y en el mercado no es posible adquirirlos.

A pesar de que los giróscopos de dos ejes tengan el mismo consumo de potencia se seleccionó el

Dispositivo	Ejes	Tensión	Corriente	Potencia
LYPR540AH	XYZ	3.3 [V]	10.8 [mA]	35.64 [mW]
LPR550AL	XY	3.3 [V]	6.8 [mA]	22.44 [mW]
LPR530AL	XY	3.3 [V]	6.8 [mA]	22.44 [mW]
LPR510AL	XY	3.3 [V]	6.8 [mA]	22.44 [mW]

TABLA 4.4: Características de operación.

giróscopo LPR510AL, que mide sobre los ejes de cabeceo y alabeo, que tiene la capacidad de de detectar de ± 100 a ± 400 [dps] y además ofrece una de las mejores sensibilidades.

4.3. Caracterización del motor

Esta sección está dedicada a las mediciones realizadas para la determinación del comportamiento del motor, con el propósito de identificar el proceso y dar el primer paso necesario para el diseño del sistema de control.

El principal objetivo de esta caracterización consiste en la obtención de la relación velocidad contra fuerza, debido a que la fuerza ejercida por cada motor esta ligada a su velocidad. Para ello fue necesaria la construcción de un banco de pruebas que facilitara la toma de medidas.

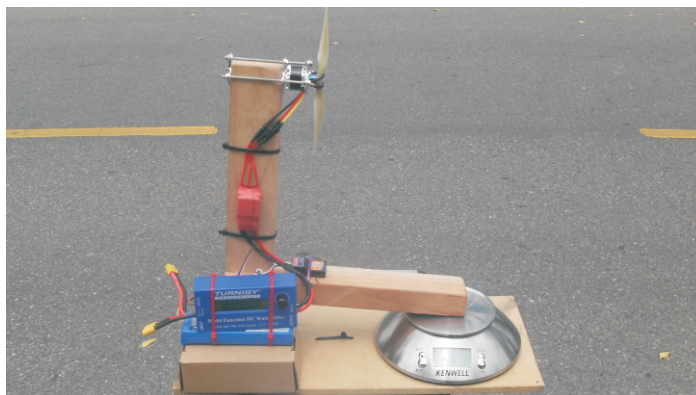


Figura 4.1: Banco de Pruebas.

Esta plataforma ubica al motor de manera segura y está basada en el principio de palanca, con el que se pretende que la fuerza ejercida por el motor pueda ser medida en otra parte de la estructura a través de un peso. También se incorpora un Wattímetro para medir las señales eléctricas del motor y evaluar su desempeño.

Es necesario prestar especial atención a las siguientes anotaciones:

- La potencia máxima en el motor es de 3 [W] por gramo de peso.

- Las revoluciones con carga son aproximadamente el 75 % del Kv .
- La eficiencia del motor es aproximadamente del 73 %, es decir, la potencia de salida corresponde al 73 % de la potencia de entrada.
- Un mayor tamaño de la hélice se traduce en una aumento de la carga y por ende en el aumento del consumo de potencia.

La primera prueba consistió en conocer la máxima capacidad de levantamiento que tiene el motor. Esta fue desarrollada sobre la base de pruebas, en donde se llevó a máxima velocidad y se midió la fuerza que este ejerce sobre la balanza para cada una de las hélices recomendadas para el motor. El resultado de esta pruebas se muestra en la tabla 4.5. El tamaño de una hélice está dada por dos números en donde el primero corresponde al diámetro que barre la hélice, y el segundo al paso de la misma; las dos medidas están en pulgadas.

Tamaño hélice	Fuerza [gramos]	Consumo de corriente	Consumo de Potencia
7x6	480	9.7 [A]	91 [W]
8x4	590	11.8 [A]	112.3 [W]
9x4	730	14 [A]	129 [W]

TABLA 4.5: Máxima capacidad del motor *TURNIGY modelo TR2830-1050*.

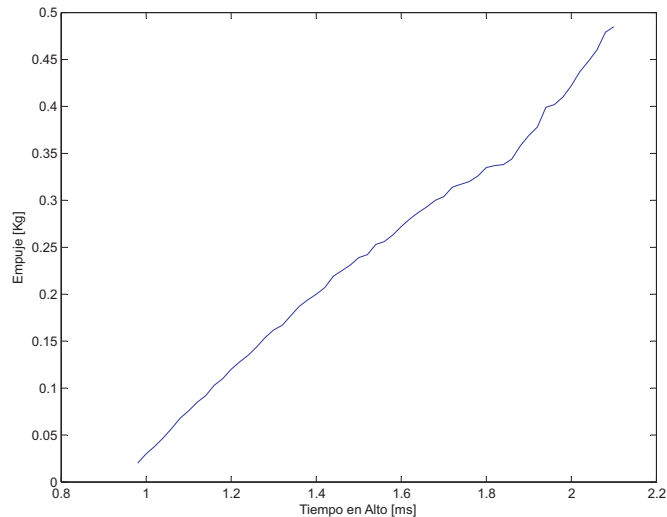


Figura 4.2: Relación empuje con el tiempo en alto de la señal PWM.

De acuerdo a las anotaciones anteriormente mencionadas, y a las conclusiones de esta prueba se escogen las hélices de tamaño 8x4.5. Se realiza una segunda prueba que consiste en determinar el

empuje de cada motor en respuesta a un ancho de pulso que ingresa a su respectivo controlador. Los resultados se muestran en la gráfica 4.2.

Por medio del un ajuste polinomial de primer orden se obtiene al siguiente relación.

$$F_* = 382,651672 * \delta_* - 0,342915 \text{ Kg} \quad (4.1)$$

4.4. Caracterización del acelerómetro

El Acelerómetro *MMA7361L* es un acelerómetro analógico de tres ejes, capaz de detectar señales con un rango de medida de 1.5 [g]o 6[g](Fuerza g), que se selecciona mediante un nivel lógico en el pin denominado GS (*gSelect*). El dispositivo cuenta con dos pines adicionales de entrada con los cuales se apaga el acelerómetro y se activa un auto test, SL (*Sleep*) y ST (*Self Test*) respectivamente.

El acelerómetro analógico indica el valor de la aceleración de cada uno de sus ejes mediante una señal de tensión. Para el acelerómetro MMA7361L este señal varia entre 0.8[V] y 2.45[V], cuando es seleccionado el modo detección de un 1.5[g]. El valor máximo de tensión representa una fuerza de 1.5 [g] y el valor mínimo una fuerza -1.5[g].

El rango de tensión no necesariamente es el que indica la hoja de datos, esta puede presentar un ligera variación debido a un *offset* presente en la salida. Esta característica se observa en las siguientes mediciones realizadas a cada uno de los canales.

Eje	Voltaje mínimo	Voltaje referencia	Voltaje máximo
X	0.88[V]	1.64 [V]	2.4 [V]
Y	1[V]	1.8 [V]	2.52 [V]
Z	0.88[V]	1.48 [V]	2.28 [V]

TABLA 4.6: Medidas del acelerómetro.

Al operar con la medida arrojada por el acelerómetro es necesario tener en cuenta los valores presentes en la Tabla 4.6 con el fin de evitar errores. Es necesario notar además que estos valores cambian para cada acelerómetro y para cada condición inicial de operación; es precisamente por esto que al inicio del programa se incluye un rutina de auto-calibración que calcula los valores de cada componente de aceleración para la condición de reposo. Los detalles de esta rutina se presentan en la sección de *Software* del Capítulo 6 .

Los resultados del dispositivo sobre la aeronave en operación permiten que se haga un análisis sobre la salida de los mismos y de esta forma determinar las especificaciones del filtro a utilizar. Esta configuración se presenta con más detalle en el capítulo dedicado al *Hardware*.

Eje	Salida	Sensibilidad	Rango
cabeceo	4xOUT (amplificada)	10 mV/°/s	±100°/s
cabeceo	OUT (no amplificada)	2.5 mV/°/s	±400°/s
alabeo	4xOUT (amplificada)	10 mV/°/s	±100°/s
alabeo	OUT (no amplificada)	2.5 mV/°/s	±400°/s

TABLA 4.7: Señales de salida del giróscopo LPR510AL.

4.5. Caracterización del giróscopo

El principal objetivo de esta caracterización fue determinar el comportamiento del giróscopo seleccionado, para conocer los requerimientos de este dispositivo para su funcionamiento, visualizar su acople con el sistema de control y observar aquellos aspectos detectados en las pruebas, que tengan un impacto desfavorable en el funcionamiento del sistema: vulnerabilidad al ruido, niveles de *offset*, entre otros.

Los giróscopos permiten medir la velocidad angular con la que se esta moviendo la aeronave pero a diferencia de los acelerómetros, esta medida no tienen ninguna referencia. Además su posición no los afecta.

La característica más importante para comprender su funcionamiento es que mientras se mantenga en reposo el giróscopo puede estar ubicado de cualquier forma y la señal de salida indicará una velocidad angular de cero. Es decir, que se podrá medir la velocidad angular con la que el *Quadrotor* realiza el movimiento pero no se tendrá información de su posición.

Su ubicación en la aeronave también es importante, debido a que el giróscopo requiere de una compensación si no es ubicado en el centro de masa de la aeronave, porque su rotación no sería sobre el origen del sistema de referencia del *Quadrotor* como se desea, sino en un eje paralelo a este a cierto radio R.

El giróscopo LPR510AL es un giróscopo de dos ejes cabeceo y alabeo (*pitch and roll*) y dispone de dos señales de salida para cada eje, con las cuales es posible tener dos rangos de medida y dos sensibilidades diferentes. Las señales de salida son las mismas, lo que sucede es que una señal de salida esta amplificada 4 veces. Estas señales de salida presentan las características ilustradas en la tabla 4.7.

La tabla 4.7 indica la relación existente entre la salidas y como la amplificación de la señal afecta el rango de medida y la sensibilidad. Por otra parte las características eléctricas del dispositivo, los componentes externos y conexiones necesarios para su correcto funcionamiento se muestran en la hoja de datos. [43]

Este dispositivo dispone además de tres pines de entrada con características por los cuales se pueden establecer distintas configuraciones operación para el giróscopo. Entre ellas encontramos el *Power down* (PD), con el cual se indica si se desea apagar el dispositivo estableciendo en nivel alto en este pin o en modo normal con un nivel bajo. El *Self Test* (ST) es el pin con el cual se puede comprobar la

integridad del dispositivo se activa con una señal con nivel alto y se desactiva con un nivel bajo para la operar en modo normal. Por último se encuentra *High pass filter reset* (HP) con el que se reinicia el filtro pasa altos externo que es opcional con una señal de nivel alto.

La señal de salida es analógica y corresponde a una tensión, por lo tanto cada valor de tensión obtenido en la salida tendrá asociada un correspondiente valor de velocidad angular. Debido a que el dispositivo presenta dos salidas este comportamiento se puede representar mediante las siguientes ecuaciones:

$$V_{out} = S_o * w + 1,23 \text{ V} \quad (4.2)$$

$$V_{4xout} = AS_o * w + 1,23 \text{ V} \quad (4.3)$$

La ecuación 4.2 representa la tensión de salida no amplificada, en donde S_o es la sensibilidad o pendiente de la recta ($2.5 \text{ mV}/^\circ/\text{s}$) y w es la velocidad angular medida en $[\circ/\text{s}]$. De la misma forma la ecuación 4.3 representa la señal de salida amplificada, en donde AS_o es la sensibilidad ($10\text{mV}/^\circ/\text{s}$), que corresponde a 4 veces la sensibilidad de la salida no amplificada, w es la velocidad angular medida en $[\circ/\text{s}]$ y 1.23 es la tensión de salida cuando el giróscopo se encuentra en reposo.

La velocidad angular medida w puede ser tanto positiva como negativa dependiendo del sentido de giro en el que se hagan los movimientos. El sentido de giro que es considerado como una velocidad angular positiva se presenta en la figura 4.3. El rango de tensión de salida establecido para una velocidad angular positiva es de 1.23[V] hasta la tensión de alimentación y para una velocidad angular negativa (en contra del sentido de rotación establecido como referencia) es de 1.23 [V] a 0 [V].

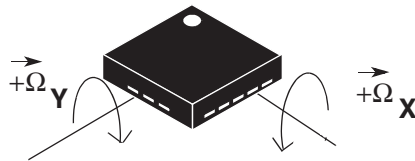


Figura 4.3: Sentido de giro positivo.

El resultado de observar la tensión de salida amplificada arrojó los resultados de la tabla 4.8.

Los resultados obtenidos en la tabla 4.8 se realizaron con una tensión de alimentación de 3.3 [V], Además teniendo en cuenta la ecuación 4.3 se concluye que el rango de medida del giróscopo para la salida amplificada es mayor a $100 \text{ }^\circ/\text{s}$, debido a que a esa velocidad la tensión de salida será aprox-

Característica medida	Tensión a la salida
Voltaje máximo de salida	3.3 [V]
Voltaje en reposo	1.23 [V]
Voltaje mínimo de salida	0 [V]

TABLA 4.8: Características de la señal de salida.

inadadamente de 2.23 [V] o si por el contrario es -100 °/s esta señal sera de 0.23[V], algunas de estas relaciones se pueden observar en la tabla 4.9.

Tensión a la salida	Velocidad angular
3.3	207
2.23	100
1.68	45
1.23	0
0.78	- 45
0.23	- 100
0	- 123

TABLA 4.9: Relación tensión velocidad angular.

La diferencia entre las señales de salida no es solo en su amplificación si no también en la impedancia de salida. La señal de salida amplificada ofrece una impedancia de salida mas baja lo permite que no se requiera utilizar un *buffer* de salida para realizar una interconexión con otro dispositivo. Por esta razón se aconseja utilizar la señal de salida amplificada, además por que es más sensible lo que permite distinguir mas fácilmente entre los movimientos y el ruido presente en esta señal.

De la misma forma en que se procedió para el caso del acelerómetro, el filtro se especifica en la sección de *Hardware*

Capítulo 5

Diseño del Sistema de Control

La planta sobre la cual se trabaja está descrita por la ecuación 2.43. Para los desarrollos comprendidos en este trabajo se presentan en las ecuaciones 5.1 y 5.2 las dos plantas a controlar (movimientos de *alabeo* y *cabeceo* respectivamente), una vez se les ha aplicado la transformada de *Laplace*.

$$\phi(s) = \frac{1}{I_{xx} s^2} \tau_\phi \quad (5.1)$$

$$\theta(s) = \frac{1}{I_{yy} s^2} \tau_\theta \quad (5.2)$$

De acuerdo a lo especificado en las ecuaciones 2.47 y 2.48, se presentan las ecuaciones que relacionan el empuje producido por cada motor con la longitud de cada brazo y el tiempo en alto de la señal *PWM* que se manda a los Controladores de Velocidad, en adelante *ESC*¹, y que se traduce en velocidad.

$$\phi(s) = \frac{1}{I_{xx} s^2} l(k_1 \delta_l - k_1 \delta_r) \quad (5.3)$$

$$\theta(s) = \frac{1}{I_{yy} s^2} l(k_1 \delta_f - k_1 \delta_b) \quad (5.4)$$

Donde k_1 está dado por la ecuación 4.1 y los valores de los momentos de inercia se calculan en el Apéndice B.

Ahora, se hace $2\Delta_\phi = \delta_l - \delta_r$ y $2\Delta_\theta = \delta_f - \delta_b$, según el caso, y se reemplazan los valores correspondientes para obtener las plantas sobre las que se procede con el proceso de diseño. las plantas a controlar se muestran en la ecuaciones 5.5 y 5.6.

$$\phi(s) = \frac{12236,47 \Delta_\phi(s)}{s^2} \quad (5.5)$$

¹Por sus siglas en Inglés: *Electronic Speed Controller*.

$$\theta(s) = \frac{12119,89 \Delta_{\theta}(s)}{s^2} \quad (5.6)$$

A pesar de la simetría de la estructura de la plataforma, la consideración de la caja de componentes electrónicos como rectangular en lugar de cuadrada, genera la diferencia entre los momentos de inercia en los ejes x y y . Al observar que la variación en los numeradores de las plantas no es significativa se decide diseñar para una sola planta. A continuación se describe el proceso para el diseño del controlador del ángulo de *alabeo*. Los resultados se aplican al controlador del ángulo de *cabeceo*.

En el diagrama de bloques mostrado en la Figura 5.1 se aprecia que la estrategia de control contempla dos lazos. El lazo interno hace un control sobre la velocidad angular, que se integra para realizar un control del ángulo de cabeceo. Las consignas son para cada lazo p_{sp} y ϕ_{sp} .

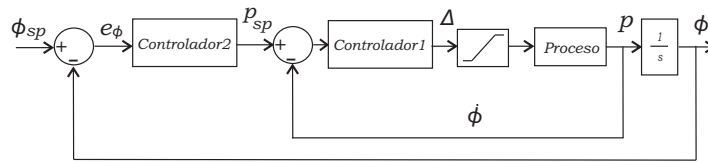


Figura 5.1: Sistema de Control.

El tiempo de establecimiento está relacionado con la constante de tiempo τ de la siguiente manera [44]:

$$t_s = 5 * \tau \quad (5.7)$$

Para el sistema sobre el cual se trabaja es primordial determinar un tiempo de establecimiento lo más pequeño posible con el fin de garantizar una rápida respuesta. Este tiempo está condicionado por el tiempo de muestreo, que está además limitado por el tiempo que tarda el microcontrolador en efectuar la adquisición de datos, la ecuación en diferencias y las demás operaciones necesarias.

De acuerdo a lo anterior se selecciona un tiempo de muestreo $T_s = 2$ [ms]. El criterio usado para la determinación del tiempo de establecimiento fue tomar al menos 10 acciones de control por cada constante de tiempo, por consiguiente se estableció en $t_s = 100$ [ms] de acuerdo a la ecuación 5.7.

5.1. Lazo interno

La función de transferencia para control de velocidad angular se discretiza:

$$s\phi(s) = \frac{12236,47 \Delta_{\phi}(s)}{s} \Rightarrow \frac{p(z)}{\Delta_{\phi}(z)} = \frac{24,47}{z-1} \quad (5.8)$$

A continuación se hace uso de la herramienta *rltool* para observar el lugar geométrico de las raíces *LGR* y determinar la región de operación deseable. La Figura 5.2 muestra el polo de lazo cerrado que se sitúa dentro de la circunferencia unitaria para un valor de ganancia $k_p1 = 0.026$. Esto hace que el sistema se comporte en lazo cerrado de manera estable y que además cumpla con el criterio de tiempo de establecimiento, pues este polo se encuentra dentro de la región delimitada por la circunferencia de radio menor. La respuesta transitoria también se muestra para verificar que se cumplen los parámetros de diseño.

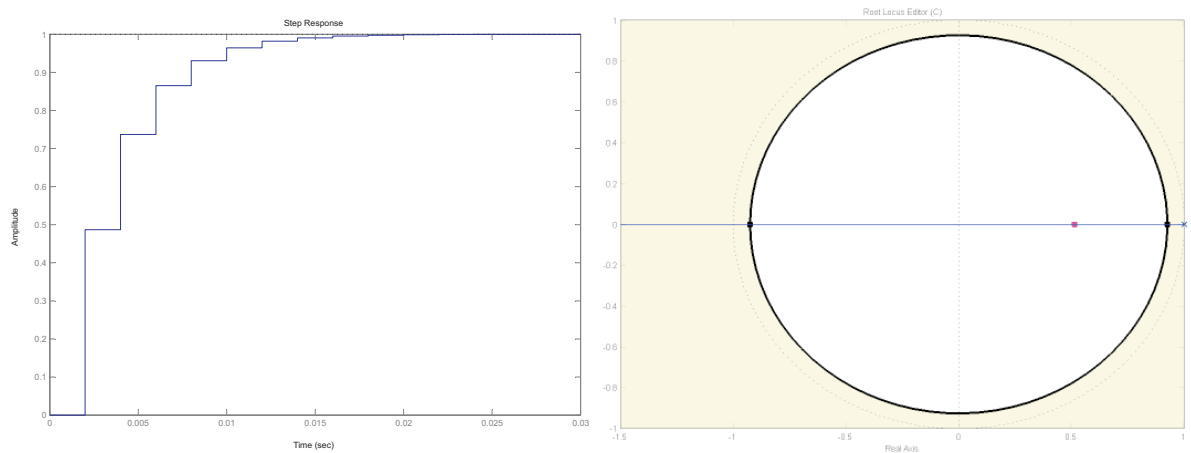


Figura 5.2: LGR.Región de Operación. Respuesta Transitoria.

5.2. Lazo externo

Se hace la realimentación del sistema del lazo interno para encontrar la planta del sistema del lazo externo. Esta planta en el dominio de Z se muestra en la ecuación 5.9.

$$L(z) = \frac{0,6363z}{z^2 - 1,364z + 0,3637} \quad (5.9)$$

Después de discretizar el integrador se recurre nuevamente al *software* para determinar el controlador, manteniendo el mismo tiempo de establecimiento.

El Lugar Geométrico de las raíces se muestra en la Figura 5.3. En este se observa que los polos de lazo cerrado para la ganancia $k_{p2} = 0.3$ son complejos conjugados y se ubican al interior del círculo unitario para garantizar la estabilidad del sistema, y en la región asociada al tiempo de establecimiento deseado.

En la Figura 5.4 se presenta la respuesta transitoria que verifica el cumplimiento del requisito de diseño. La constante seleccionada asegura que la respuesta no resulte tan rápida que resulte en acciones

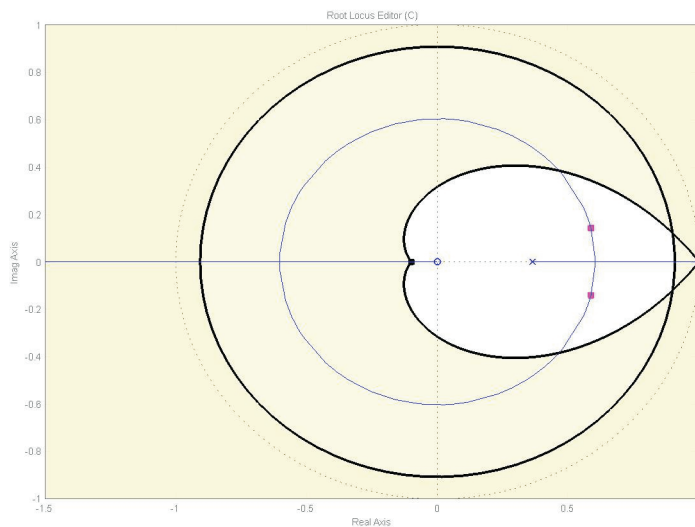


Figura 5.3: LGR lazo externo. Región de Operación.

de control demasiado fuertes.

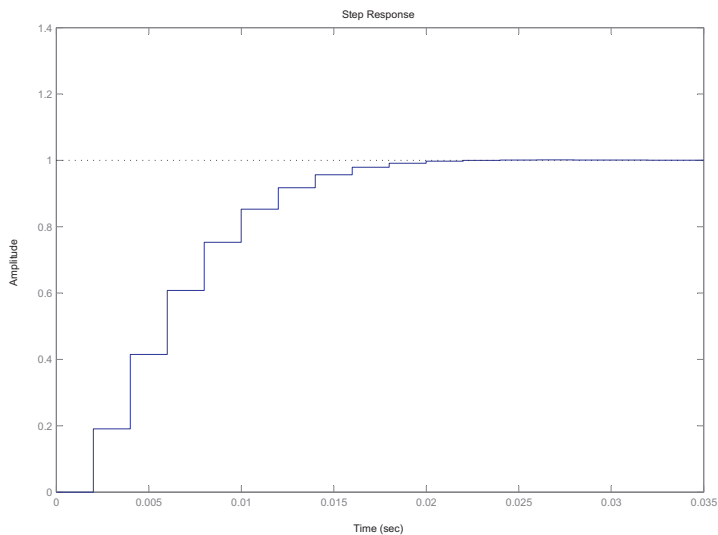
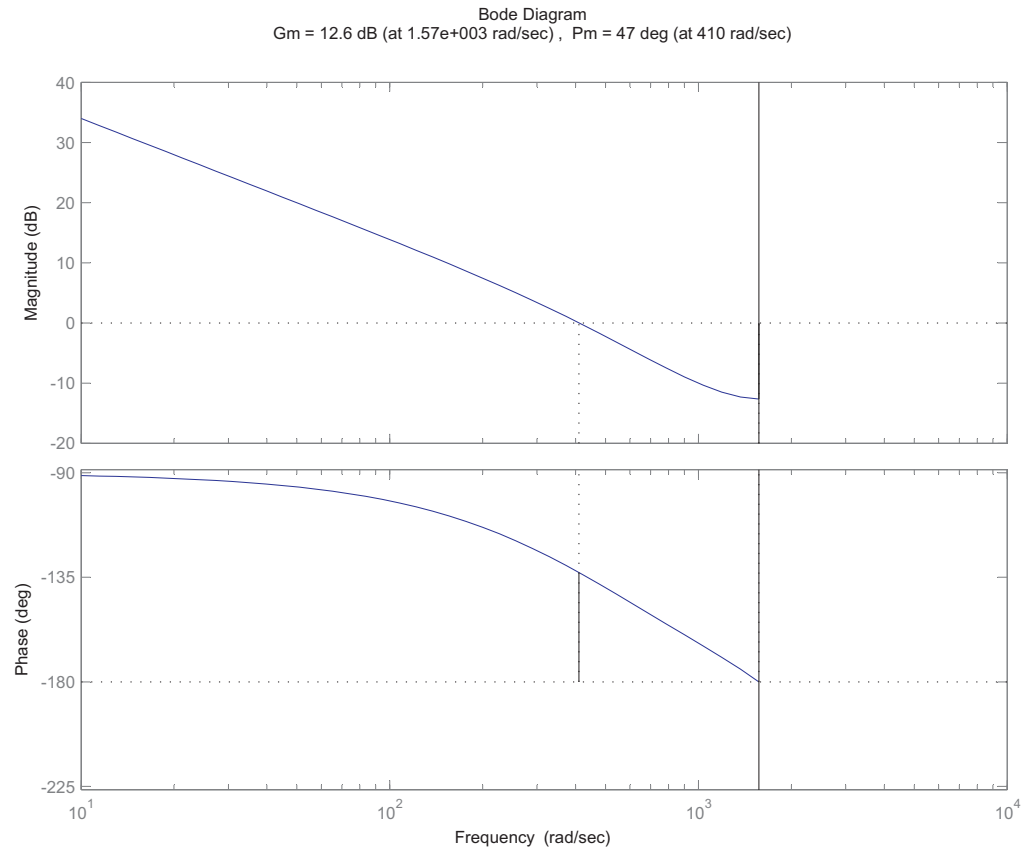


Figura 5.4: Respuesta transitoria del lazo externo.

Es posible hacer el análisis de estabilidad a partir del diagrama de Bode mostrado en la Figura 5.5, para corroborar los resultados del proceso de diseño.

Se verifica entonces la estabilidad del sistema pues el *Margen de Ganancia* corresponde a 12.6 [db] y el *Margen de Fase* a 47° , ambas cantidades mayores que cero. Se entiende el primero como el límite de

Figura 5.5: Diagrama de *Bode*.

los valores dentro de los cuales la ganancia a lazo abierto puede cambiar sin que el sistema se vuelva inestable en lazo cerrado.

Capítulo 6

Hardware y Software

6.1. Hardware

La Figura 6.1 presenta los elementos que componen el *Hardware* del sistema.

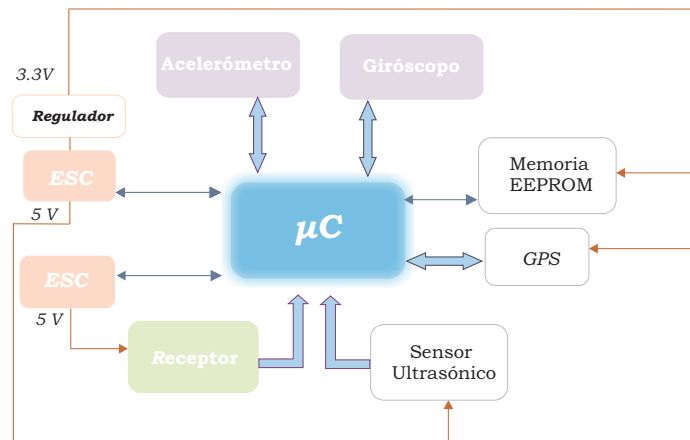


Figura 6.1: Esquema del Sistema.

La calidad de versátil que se le decide dar a la plataforma, hizo necesario presupuestar en la tarjeta las disposiciones en espacio y caminos de señal, para algunos dispositivos a adicionar en trabajos posteriores. Es así como la plataforma contempla las conexiones para:

- GPS *Vincotech* Resolución de 2.5 metros. Antena integrada.
- Sensor ultrasónico / Puerto dedicado para periféricos de comunicación serial
- Controladores de motores *Brushless*. *ESC*
- Pantalla de Cristal Líquido

- Conexión Modular para Acelerómetros de la seri MMA7XX de *Freescale*
- Giróscopo
- Memoria *EEPROM*
- Receptor del Control Remoto
- Puerto de Comunicación Serial
- Puertos de Entrada Analógica
- Indicadores *LED*
- Interruptores
- *Buzzer*
- Amplificadores operacionales para implementación de filtros

6.1.1. Alimentación

Se alimenta de la señal de tensión del *BEC* de los controladores de los motores *Brushless*. Esta señal es de 5V alimenta además al sensor ultrasónico al receptor del control remoto. Por medio del regulador *TLV1117-33* de *Texas Instruments* se alimentan con su salida de 3.3 [V] los demás componentes del sistema.

De los cuatro circuitos *BEC* disponibles (cada *Speed controller* proporciona uno), sólo son utilizados dos. Uno para energizar el sistema digital y el sensor ultrasónico y otro para alimentar exclusivamente el receptor del control remoto.

6.1.2. Filtros

Las pruebas del acelerómetro y el giróscopo, sobre la plataforma permitieron concluir la necesidad de filtros en las salidas de cada dispositivo, para eliminar ruido en condiciones de operación de todos los componentes de la aeronave. A estos filtros se antepone un *amplificador* operacional en configuración de seguidor de tensión, necesario para la operación correcta.

El filtro es *pasabajos* con frecuencia de corte igual a 80[Hz]. El circuito y su respuesta en frecuencia se presentan en la figura 6.2.

6.1.3. Microcontrolador

El microcontrolador utilizado en el desarrollo del proyecto es el *MCF51QE128CLH* de 32 bits con un núcleo *ColdFire* versión 1 de *Freescale*. La división V1 de la arquitectura *ColdFire* es una versión simplificada del núcleo *ColdFire* V2, Y la más sencilla de las versiones de *ColdFire*: V1, V2, V3, V4 y V5. Cuenta con una memoria *Flash* de 128 Kbytes y 8 Kbytes de Memoria RAM.

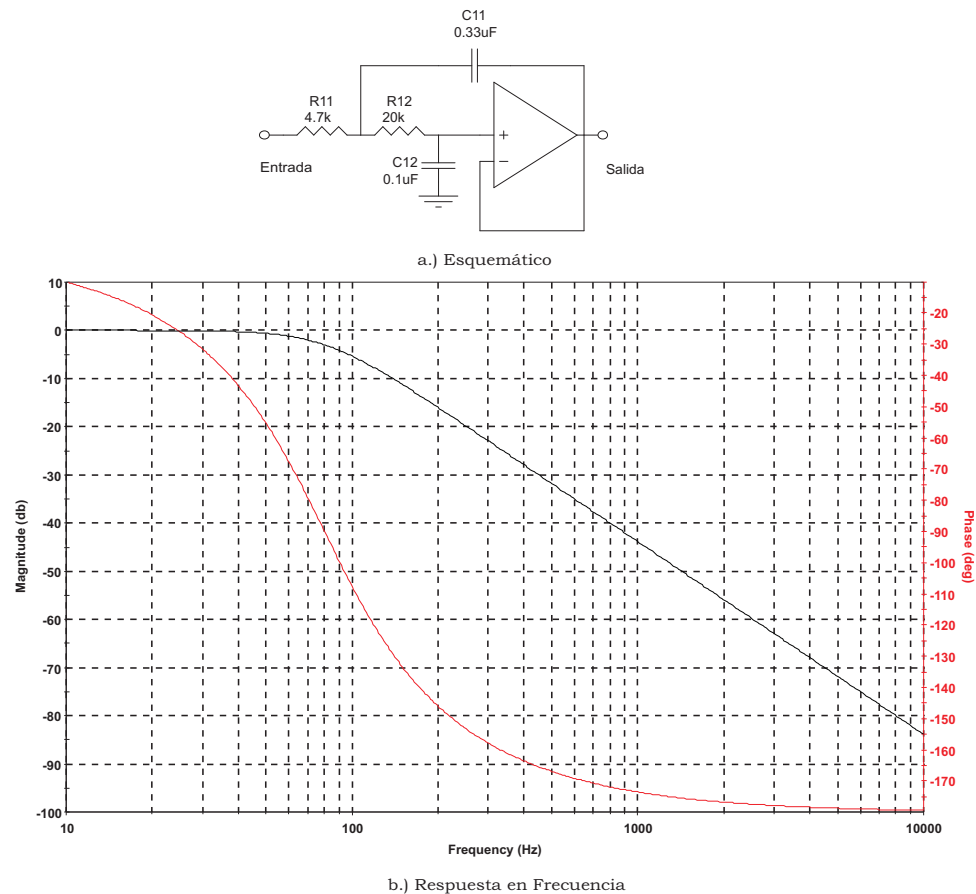


Figura 6.2: a.) Esquemático filtro salidas de sensores, b.) Respuesta en Frecuencia.

La figura 6.3 muestra la organización de la memoria para el microcontrolador *MCF51QE128*. Otras referencias del microcontrolador (*MCF51QE64*, *MCF51QE32*) presentan la misma disposición de memoria, con la excepción de los dos primeros bloques en la gráfica que corresponden, para este caso, a la memoria *Flash* de 128Kbytes y un espacio sin utilizar. Para el caso de las otras referencias, se mantiene el espacio ocupado por estos dos bloques, aumentando la zona sin utilizar y disminuyendo la memoria *Flash* a 64Kbytes o 32Kbytes según corresponda.

Su selección obedece a características como: lo adecuado de sus rangos de tensión de alimentación 2.1 [V] a 3.6 [V], frecuencia de operación desde 4.19 MHz a 50.33 MHz sin el uso de osciladores externos, entre otras. Los periféricos embebidos en este sistema constituyen otra importante razón para su elección. Entre ellos se encuentran: 2 módulos de comunicación SCI (Serial Communication Interface), 2 módulos SPI (Serial Peripheral Interface), un ADC (Convertidor Analógico Digital) con 24 canales y 12 bits de resolución, 2 módulos de Timer, 2 módulos para comunicación IIC (Inter Integrated Circuit I2C), 2 Comparadores analógicos y un reloj de tiempo real.

Este microcontrolador, en el marco del trabajo que realiza el grupo de investigación Electrónica

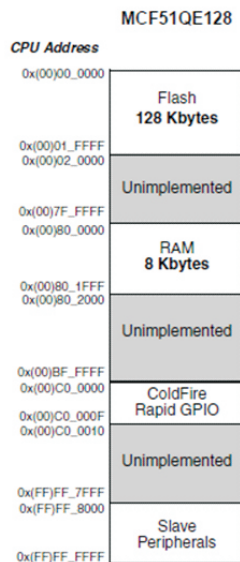


Figura 6.3: Mapa de memoria para *MCF51QE128*.

y Robótica Aplicada (ERA), constituye una herramienta fundamental en el diseño y construcción de plataformas móviles, y se tiene amplia experiencia y conocimiento en el aprovechamiento de sus capacidades. Este es otro de los motivos para su elección como unidad central de procesamiento de este sistema.

6.2. Software

El programa es desarrollado de manera secuencial para llevar a cabo todo el proceso de control del sistema desde la adquisición de los datos hasta la acción de control. Este programa está escrito en lenguaje C en el programa *Codewarrior* suministrado por *Freescale* para la programación de sus microcontroladores.

El programa hace uso de librerías creadas por los autores que contiene las diferentes funciones que ejecuta el algoritmo. Aunque se mencionó que el programa se desarrolla de manera secuencial, ciertos procesos son realizados en paralelo gracias a que microcontrolador maneja sus módulos de manera independiente y permite el uso de interrupciones lo que mejora el tiempo de ejecución del programa. Un diagrama de tiempos del proceso se presenta en la figura 6.4.

El proceso comienza con la inicialización de un contador controlado por el *Timer* que garantiza que el muestreo y se realice cada 2 [ms]. La ejecución del programa como se aprecia en la figura 6.4 no tarda ese tiempo, el tiempo adicional se usa con el fin de garantizar el periodo de muestreo que además podrá ser usado en trabajos futuros para otro tipo de procesos o aplicaciones. Luego, por medio de otro módulo de *Timer* se recibe la señal proveniente del control. El convertidor analógico digital *ADC*

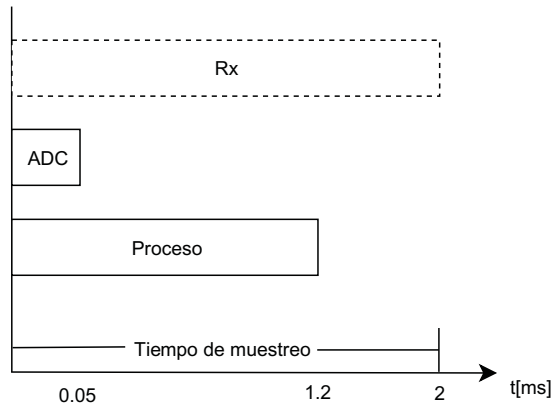


Figura 6.4: Diagrama de tiempos.

toma las señales de cada uno de los ejes del giróscopo y el acelerómetro. Todo el proceso anterior se realiza con ayuda de interrupciones. Después de obtener las señales de los sensores, se realiza un proceso de cálculo que permite obtener el ángulo de inclinación en cada eje. Por último, estos datos son procesados por el controlador, que dependiendo de las perturbaciones detectadas en la aeronave ejerce una acción de control que luego se traduce en el tiempo en alto de la señal *PWM* enviada al par de motores dispuestos en el eje en el que se presente la variación del ángulo.

6.2.1. Diagrama de Flujo

El programa correspondiente al sistema de control esta estructurado en la figura 6.5.

6.2.2. Configuración del microcontrolador

En esta parte del proceso se establecen los valores que se deben asignar a cada uno de los registros de cada módulo usado en el microcontrolador, para que operen según se desee.

Los módulos que en el desarrollo de este proyecto se usan, son el *ADC* y el grupo de bloques de *Timer*. El primero es el encargado del muestreo de los datos provenientes del acelerómetro y del giróscopo. El *timmer* por su parte está encargado de recibir la señal proveniente del control remoto indicando en el tiempo en alto de la señal *PWM* transmitida. Además también esta encargado de generar las señales *PWM* que se envían a los controladores de los motores y fija el tiempo de muestreo en 2 [ms].

6.2.3. Valores iniciales

Esta parte se dedica a definir los valores iniciales de cada una de las variables y banderas utilizadas en el proceso. Calcula además las constantes y hace el ajuste de los sensores.

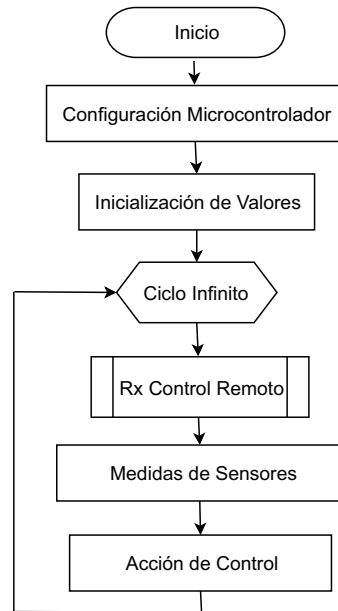


Figura 6.5: Diagrama de flujo del programa.

6.2.4. Recepción de las señales del transmisor

Este proceso tiene como objetivo obtener del receptor las condiciones establecidas por el piloto.

Estas señales son recibidas con ayuda del *Timer* el cual proporciona un valor decimal correspondiente al tiempo que dura en nivel alto la señal *PWM*. Cabe aclarar que el sistema alcanza a ejercer 20 acciones de control antes de que actualice estos parámetros debido a que el periodo de la señal *PWM* es mayor a 20 [ms].

Una vez establecidas estas condiciones, se procede a ejecutar una función que determina el ancho de pulso de la señal *PWM* para cada uno de los motores en función de las ordenes obtenidas del piloto.

6.2.5. Medidas de sensores

El giróscopo proporciona las medidas de velocidad angular sobre los ejes de *cabeceo* y *alabeo*. Para operarse dentro de la ecuación en diferencias, la medida se convierte a radianes en esta sección del algoritmo.

Para obtener los ángulos correspondientes a los movimientos de *cabeceo* y *alabeo*. Es posible determinar este valor a partir de una relación geométrica entre las aceleraciones que actúan sobre cada uno de los ejes tal como se indica en las siguientes ecuaciones 6.1, 6.2 y 6.3.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_x}{\sqrt{A_y^2 + A_z^2}}\right) \quad (6.1)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{\sqrt{A_x^2 + A_z^2}}\right) \quad (6.2)$$

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}}{A_z}\right) \quad (6.3)$$

Donde θ es el ángulo de cabeceo, ϕ el de alabeo, ψ el de guiñada, A_x es la componente de la aceleración del eje x, A_y del eje y, y A_z del eje z.

Para realizar ese tipo de cálculos es necesario incluir la librería `math.h` que permite realizar las operaciones trigonométricas y la operación de radicación, entre otras.

6.3. Controlador

En esta parte del proceso se ejecutan los cálculos propuestos por la ecuación en diferencias que rige el comportamiento del controlador con el objetivo de establecer el valor de la variable encargada de la acción de control.

6.4. Acción de control

La salida del controlador corresponde a la diferencia entre los tiempos en *alto* de las señales *PWM* de los motores. Debido a que se necesita enviar la señal correcta a cada uno de los motores de un eje, esta sección del algoritmo realiza la operación indicada en las ecuaciones 6.4 y 6.5 .

$$Velocidadmotor1 = K + \Delta \quad (6.4)$$

$$Velocidadmotor2 = K - \Delta \quad (6.5)$$

Donde K representa un nivel de empuje común a todos los motores, que puede ser seleccionado por el operario en tierra.

Capítulo 7

Resultados Experimentales

Para validar los resultados del proceso de diseño, algunos experimentos fueron realizados sobre la plataforma. Una comunicación asíncrona serial corriendo a 115200 baudios fue establecida para el proceso de adquisición de datos. El tiempo de muestreo fue de 16 [ms].

La plataforma se sujetó de un eje de tal forma que el otro eje pudiera moverse libremente para describir el ángulo de cabeceo. El experimento se repite para probar el movimiento de alabeo. El eje bajo prueba se sometió a perturbaciones que lo hicieran girar ángulo positivos y negativos. Los resultados se presentan en las Figuras 7.1 y 7.2.

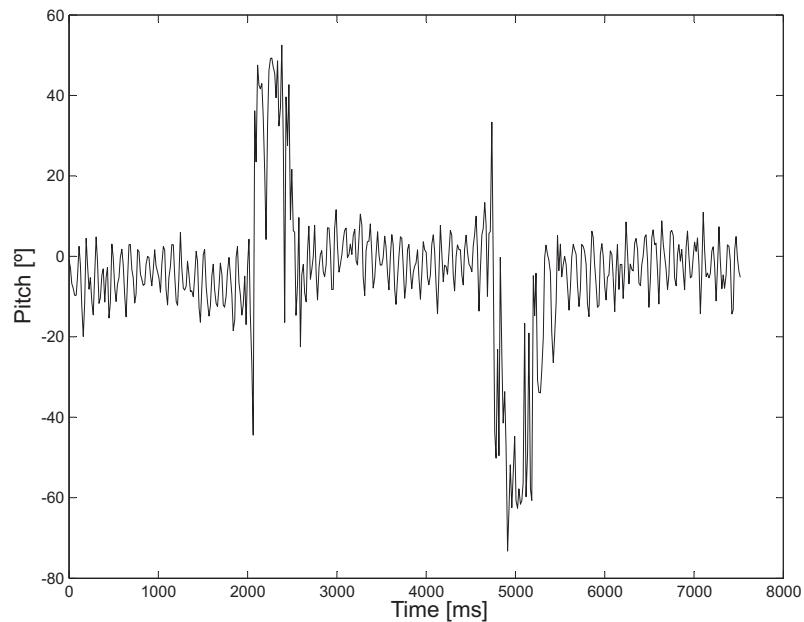


Figura 7.1: Ángulo de cabeceo.

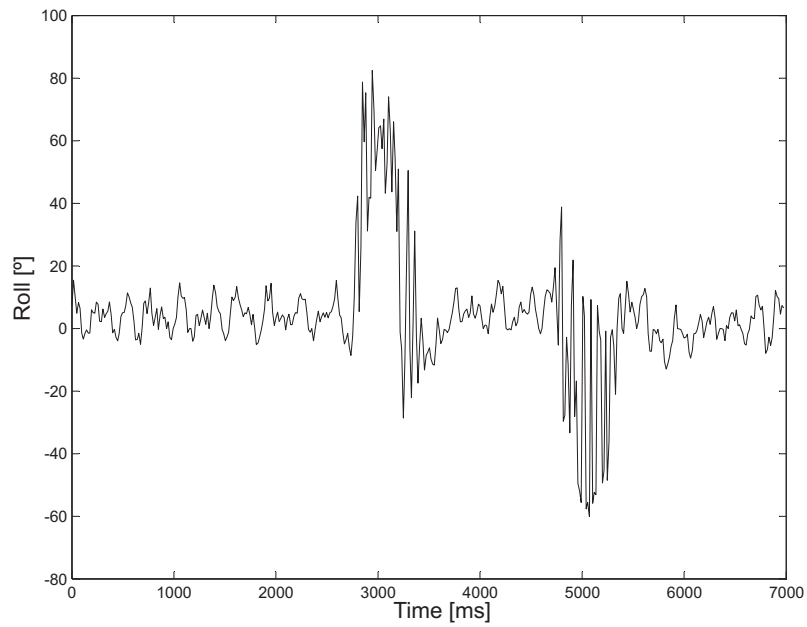


Figura 7.2: Ángulo de alabeo.

Los resultados evidencia que efectivamente la plataforma es capaz de responder a las perturbaciones retornando a la posición indicada por el set point.

Estas gráficas presentan un ruido debido a la vibración de los motores, que terminan afectando el funcionamiento del acelerometro ocasionando un error en la medida.

Capítulo 8

Resultados y Conclusiones

8.1. Resultados

Si bien no está estrictamente contemplado en los objetivos del proyecto, se describe detalladamente un modelo completo de la plataforma en el que se relacionan entre otras variables, los ángulos de *Euler* y las velocidades angulares. Este resultado constituye una base importante para estimular el desarrollo de proyectos futuros en el marco de una nueva rama a explorar en el *Grupo de Investigación Electrónica y Robótica Aplicada*.

Una estrategia de control de dos lazos fue desarrollada para el control de los ángulos de *cabeceo* y *alabeo*. Para la operación del sistema, los lazos de realimentación son una parte del proceso que cobra gran importancia. Con esto en mente se seleccionó un giróscopo analógico con la capacidad de medir velocidad angular en $^{\circ}/s$, que cumple con los requerimientos establecidos para su implementación en la aeronave. Se destacan entre ellos su sensibilidad de $10[mV^{\circ}/s]$, los ejes sobre los cuales toma sus medidas X Y y desde luego su consumo de potencia, discriminante contemplado en uno de los objetivos específicos de este trabajo.

Adicionalmente fue seleccionado un acelerómetro analógico de 3 ejes (XYZ) con 2 modos de operación con capacidad de detectar $1.5[g]$ y $6[g]$ que indica la aceleración lineal de cada eje. Son dos dispositivos que proporcionan medidas de diferentes variables y de las cuales se pueden derivar otras, como el ángulo de inclinación de la aeronave.

Se desarrolló además una tarjeta funcional que permite manipular los actuadores de la planta, interactuar con un operador en tierra a través del *radio-enlace* del control remoto, adquirir y procesar las señales de sensores inerciales, y calcular una acción de control, entre otros. Este es otro de los resultados proyectados para su utilización en proyectos futuros. Esta tarjeta fue diseñada para permitir la alimentación operación y conexión con el microcontrolador de dispositivos adicionales a los necesarios para el cumplimiento de los objetivos de este trabajo. Tales dispositivos se enumeran en

la sección dedicada al *Hardware* y permiten tener un sistema mucho más flexible para el desarrollo de una gran variedad de aplicaciones en la investigación relacionada con vehículos aéreos no tripulados.

El código fuente generado está claramente documentado para facilitar su comprensión y simplificar la tarea de programación de algoritmos posteriores. La estructura con la que fue concebido permite una disminución en el tiempo de procesamiento mediante el uso de interrupciones y aprovechando la operación independiente de los periféricos del microcontrolador. El programa desarrollado otorga al *Quadrotor* la posibilidad de mantenerse estable en términos de los ángulos de *alabeo* y *cabeceo* por medio del controlador que se diseñó para tal fin. Si bien esta es la tarea principal, el código permite que el microcontrolador realice otras importantes tareas. Para la operación de la plataforma es condición necesaria entenderse con las palancas del transmisor del control remoto del operario en tierra. El control genera una interrupción de flanco ascendente que activa un módulo *Timer* en modo *Input Capture* para adquirir las señales de cada uno de los tres canales que del receptor se conectan al microcontrolador. Una tarea similar se ejecuta para comunicarse con los controladores de velocidad solo que en este caso el modo se cambia de *Input Capture* a *PWM*.

El resultado en el que confluyen los demás desarrollos es un prototipo de aeronave, concretamente un *Quadrotor*, con los elementos necesarios de soporte *Hardware* y *Software* que lo facultan para mantenerse en una configuración de consignas de ángulo de *cabeceo* y *alabeo*, que en principio corresponden a 0 radianes.

8.2. Conclusiones y Observaciones

Ciertas precauciones deben tomarse para manipular este tipo de vehículos, especialmente en el proceso de desarrollo y ajuste, período en el cual no se tiene certeza ni control sobre la respuesta de la aeronave. Por seguridad *siempre* que se vaya a encender la plataforma se debe usar gafas de protección de alto impacto, preferiblemente ANSI Z87.2 y los observadores deben ubicarse a una distancia prudencial.

En ausencia de señal PWM de control, ya sea proveniente del controlador o del dispositivo de control remoto, es necesario garantizar que los actuadores de la plataforma queden sin energía, ya que cualquier ruido en el ambiente puede ser percibido por el receptor como señal, y de inmediato será enviada a los motores y moverlos. Por esta razón como medida de precaución, cuando se acaba una prueba se aterriza la plataforma, se desconectan las baterías y luego si se procede a apagar el transmisor.

De acuerdo a los resultados obtenidos se infiere que el modelo resulta bastante aproximado a la realidad. Las condiciones bajo las cuales se realizaron los cálculos deben mantenerse: longitud de las varillas, peso de los componentes, y las demás dimensiones de los elementos que componen la estructura del *Quadrotor*.

El proceso de medición de los ángulos que describen entre otras cosas la actitud de la plataforma, resulta vital para el control de la estabilidad del vehículo. El éxito de este depende no sólo de la elección del tipo de sensores adecuados, su disposición en la aeronave y los rangos de medida, sino que está asociado al procesamiento que se dé a las señales de salida de los sensores. Si bien es importante un filtrado de las componentes, que en frecuencia introducen el ruido y factores mecánicos como la vibración, es además fundamental tener en cuenta algunos aspectos sobre las limitaciones de acelerómetros y giróscopos. El acelerómetro por ejemplo, funciona correctamente al medir ángulo cuando su movimiento se limita a rotar, ahora bien, cuando además de rotar la plataforma se desplaza, el ángulo que arroja no es correcto y sus oscilaciones puede dar una errónea idea de la inclinación del vehículo. El giróscopo por su parte mide la velocidad angular, señal que puede ser integrada para obtener el ángulo. Este proceso hace que pequeños errores se acumulen y provoquen un error de deriva en la medida. Es por estas razones que se hace necesario que el algoritmo condicione la obtención del ángulo teniendo en cuenta estas limitaciones. El diseño propuesto requiere además que estos dos dispositivos se ubiquen de tal forma que sus ejes coincidan con los ejes de rotación de la plataforma.

El período de muestreo es un parámetro que cobra gran importancia cuando se trabaja con sistemas de control en tiempo discreto. La respuesta del sistema, específicamente su respuesta transitoria, depende de esta condición. Es importante notar esto, ya que para cada período de muestreo que se escoja se van a tener respuestas transitorias del sistema diferentes.

El período de muestreo afecta además la estabilidad del sistema. A medida que se aumenta, se restringe el rango de valores dentro de los cuales puede variar la constante proporcional del controlador para mantener el sistema estable. También es posible observar que para un valor determinado de ganancia, incrementar el valor de período de muestreo, el sistema será menos estable hasta llegar a un punto en el que es inestable. Por otra parte, mientras más se reduzca el período de muestreo, el sistema se comportará mucho más parecido al sistema continuo. Es por tanto necesario tomar una decisión sobre este parámetro. Una restricción importante está en el tiempo que le toma al microcontrolador hacer la adquisición de los datos de los sensores, hacer las operaciones necesarias sobre sus datos de salida, hallar la acción de control a partir de la ecuación en diferencias, entre otras. El tiempo de muestreo no puede entonces ser menor a este tiempo.

Teniendo en cuenta lo anterior se sugiere un estrategia de control con dos lazos de realimentación. A partir del análisis de las gráficas del *Lugar Geométrico de la Raíces* para ambos lazos se concluye que los *sub-sistemas* se pueden controlar simplemente variando la ganancia de un controlador dentro de los márgenes condicionados por la estabilidad del sistema.

Es importante notar que para la operación del algoritmo desarrollado es necesario especificar en la pantalla de inicio de *Codewarrior* que se va a trabajar con soporte de punto flotante `double IEEE64`. Además se requiere agregar la librería `math.h`, para realizar las operaciones necesarias para la ejecución del programa.

8.3. Recomendaciones para Trabajos Futuros

Teniendo en cuenta que el proceso de medición de ángulos resulta de vital importancia para el sistema de control, en ocasiones se hace mucho más fácil trabajar con métodos estadísticos o filtros de estimación para conjugar las salidas de giróscopos y acelerómetros y producir una salida más confiable. Es aquí donde algoritmos como el Filtro *Kalman*, que se exploró al final del proyecto y cuyos resultados no se incluyen en el trabajo, resultan de gran utilidad. Este filtro es básicamente una técnica recursiva y en tiempo real de un algoritmo de estimación del estado de un sistema con cierta incertidumbre en su dinámica y con operación de sensores con ruido. El filtro requiere una entrada que pueda convertir en predicción de la salida deseada usando cálculos lineales. El filtro necesita una segunda entrada que puede ser el valor real o una buena aproximación a éste. En cada iteración el filtro cambia las variables y la salida se aproxima a la segunda entrada. Esta segunda entrada es la señal del acelerómetro. Su utilización proporciona una medida más confiable de los ángulos de cabeceo y alabeo, sin las limitaciones que plantea el uso separado de acelerómetros y giróscopos. Trabajos futuros deberían trabajar con esta alternativa, que a pesar de su rigurosidad matemática, resulta bastante sencilla de aplicar.

Proyecto futuros pueden considerar la incorporación de una cámara diferentes aplicaciones, seguimiento de trayectorias, detección de objetos y otras actividades para las que resulte útil la realimentación visual.

La estabilidad que se asegura con este trabajo posibilita toda una serie de aplicaciones que no serían viables sin esta condición. La plataforma se encuentra equipada con dispositivos adicionales para proyectos futuros como la programación de trayectorias haciendo uso de *GPS*. Datos capturados en vuelo pueden ser almacenados en una memoria para su posterior procesamiento. Un control de altura puede ser implementado gracias a que se puede conectar a la plataforma un sensor ultrasónico.

El sistema desarrollado puede servir como plataforma base para el desarrollo de otros esquemas de control, entre los que se destacan el *Regulador Lineal Cuadrático* y el *Backstepping Control*. La existencia de la aeronave y sus dispositivos electrónicos permite que se puedan probar estos esquemas y validar sus resultados experimentalmente.

Es importante notar que para el desarrollo de envío de datos de manera inalámbrica se debe tener la precaución de que la frecuencia de la transmisión no interfiera con la frecuencia que usa el control remoto.(2.4 [GHz])

Bibliografía

- [1] L.O. MEJÍAS, *Control Visual de un Vehículo Aéreo Autónomo usando Detección y Seguimiento de características en espacios exteriores. Tesis Doctoral*: Universidad Politécnica de Madrid 2006.
- [2] S. BOUABDALLAH, P. MURRIERI, R. SIEGWART, *Design and Control of an indoor Micro QuadRotor*: Swiss Federal Institute of Technology y University of Pisa, Italy.
- [3] Z. SARRIS, *Survey of UAV Applications in Civil Markets*: STN Atlas-3Sigma AE and Technical University of Crete Junio 2001.
- [4] D.G.RAJNARAYAN,G. HOFFMAN,S. WASLANDER, D. DOSTAL, J.S. JANG, C. TOMLIN, *The Stanford Testbed of Autonomous Rotorcraft for Multi-Agent control (STARMAC)*.
- [5] P. POUNDS, R. MAHONY, P. CORKE, *Modelling and Control of a Quad-rotor Robot*: Australian National University, Canberra Australia. CSIRO, ICT Centre, Brisbane Australia.
- [6] J.P. HOW, *Multivehicle Flight Experiments: Recent Results and Future Directions*: Massachusetts Institute of Technology; Cambridge MA USA.
- [7] A. KOLDAEV, *Non-Military UAV Applications*. Febrero 2007
- [8] C. CANETTA,J. CHIN,S. MEHRABIAN,L. MONTEJO,H. THOMPSON, *Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle*: Final Report. Columbia University, New York.
- [9] Draganfly RCToys. Disponible en: <http://www.rctoys.com>
- [10] Microdrones GmbH Disponible en : <http://www.microdrones.com>
- [11] G. HOFFMAN,H. HUANG,S. WASLANDER,C. TOMLIN *Quadrotor Helicopter Flight Dynamics and Control: Theory and Experiment* .Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Hilton Head, SC, Agosto 2007.
- [12] A. DZULI, P. CASTILLO, R. LOZANO. *Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft*. IEEE Transaction on Control System Technology, Julio 2004.
- [13] A. DZULI, P. CASTILLO, R. LOZANO. *Stabilization of a mini rotorcraft having four rotors* Proceedings of 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Páginas 2693 – 2698, 2004.

- [14] A. PALOMINO, S. SALAZÁR-Cruz, R. LOZANO *Trajectory tracking for a four rotor mini-aircraft*. Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and control, and the European Control Conference 2005, Páginas 2505 – 2510
- [15] A. TAYEBI, S. MCGILVRAY. *Attitude stabilization of a vtol quadrotor aircraft* IEEE Transaction on Control System Technology Páginas 562 – 571, Mayo 2006. 2, 6.1
- [16] B. ERGINER, E. ALTUG *Modeling and PD Control of a Quadrotor VTOL Vehicle* Proceedings of the 2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Istanbul, Turkey, Junio 13-15, 2007
- [17] C. DIKMEN, A. ARSOY, H. TEMELTAS *Attitude Control of a Quadrotor* IEEE Department of Electronics Engineering, Istanbul, Turquía.
- [18] T. BRESCIANI, *Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter* .Lund University, Departamento de Control Automático. Octubre 2008
- [19] R. BEARD, *Quadrotor Dynamics and Control* Brigham young University, Febrero 19 ,2008.
- [20] A. NOTH, S. BOUABDALLAH, R. SIEGWART. *Pid vs lq control techniques applied to an indoor micro quadrotor*.
- [21] A. KIVRAK *Design of Control Systems for a Quadrotor Flight Vehicle Equipped with Inertial Sensors* Departamento de Ingeniería Mecatrónica, Atilim University Diciembre 2006.
- [22] D. COWLING, O. YAKIMENKO, J. WHIDBORNE, A. COOKE. *A Prototype of an Autonomous Controller for a Quadrotor UAV*
- [23] L. BEJJI, M. ZEMALACHE, H. MARREF, *Control of an under-actuated system Application to a four rotors rotorcraft*. IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Páginas 404 – 409, 2005
- [24] T. MADANI, A. BENALLEGUE, *Backstepping control for a quadrotor helicopter*. Proceedings of 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Páginas 3255 – 3260, 2006.
- [25] T. MADANI, A. BENALLEGUE, *Control of a quadrotor mini-helicopter via full state backstepping technique* Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, Páginas 1515 – 1520, 2006.
- [26] S. BOUABDALLAH, R. SIEGWART. *Full Control of a Quadrotor* Swiss Federal Institute of Technology, ETHZ Zurich, Switzerland Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems San Diego, CA, USA, Oct 29 - Noviembre 2, 2007
- [27] G. HOFFMAN, S. WASLANDER, C. TOMLIN, *Quadrotor Helicopter Trajectory Tracking Control* Stanford University, Stanford, California
- [28] C. KEMP, *Visual Control of a Miniature Quad Rotor Helicopter* Churchill College University of Cambridge 2006

- [29] E. ALTU, J. OSTROWSKI, R. MAHONY *Control of a Quadrotor Helicopter Using Visual Feedback* University of Pennsylvania, Philadelphia, USA Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics y Automation Washington, DC 2002
- [30] R. BEARD, *Quadrotor Dynamics and Control* Brigham Young University 2008
- [31] A. SANCA, P. ALSINA, J. CERQUEIRA, *Dynamic Modelling of a Quadrotor Aerial Vehicle with Nonlinear Inputs* IEEE Latin American Robotic Symposium.
- [32] H. POONAWALA, K.N. KRISHNANAND, D. GHOSE, *Design of Quadrotor Micro Air Vehicle*.
- [33] V. MARTÍNEZ, *Modelling of the Flight Dynamics of a Quadrotor*. Cranfield University, Departamento de Ciencias Aeroespaciales. Septiembre 2007
- [34] BARRIENTOS, Antonio; PEÑÍN, Luis Felipe; BALAGUER, Carlo; ARACIL, Rafael; *Fundamentos de Robótica*. Mc-Graw Hill, Segunda Edición 2007.
- [35] B. L. STEVENS, F. L. LEWIS, *Aircraft Control and Simulation*: New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., 2nd ed., 2003.
- [36] F.P. BEER, E.R. JOHNSTON, W.E. CLAUSEN, J.H. STAAB *Vector Mechanics for Engineers. Statics and Dynamics*. Séptima Edición. McGraw-Hill, 2003
- [37] J. DEL CERRO. *Arquitectura Abierta para el Control Autónomo y Teleoperado de un Mini-Helicóptero*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. 2007
- [38] *IEEE Standard for Inertial Sensor Terminology*; IEEE Aerospace and Electronic Systems Society; Publicado por: IEEE, Nueva York, Noviembre 29, 2001.
- [39] O. ESHBACH, B. TAPLE, T. POSTON. *Eshbach's handbook of engineering fundamentals*; Cuarta Edición; Wiley-IEEE, 1990
- [40] A. HERRERA, A. CORTÉS, L. AGUILERA. *Los Microacelerómetros en la actualidad* Universidad de Guanajuato México 2008
- [41] MMA7361L +- 1.5g - 6g Three Axis Low-g Micromachined Accelerometer. Disponible en [Freescale.com](http://www.freescale.com). Marzo 2010.
- [42] D. TITTERTON, J. WESTON. *Strapdown Inertial Navigation Technology*, Segunda Edición; The institution of Electrical Engineers, 2004
- [43] MEMS motion sensor dual axis pitch and roll + -100 °/s analog gyroscope. Disponible en <http://www.st.com>. Marzo 2010.
- [44] K. OGATA. *Discrete-Time Control Systems*, Prentice Hall; Segunda Edición, Enero 19, 1995.
- [45] . MCF51QE128 MCF51QE64 MCF51QE32 Reference Manual. Disponible en <http://www.freescale.com>. Marzo 2010.

Referencia Gráfica

Figura 2.1 Fuente: Autores

Figura 2.2 Fuente: Autores. Adaptada de *Fundamentos de Robótica*. Mc-Graw Hill. [34]

Figura 2.3 Fuente: Autores

Figura 2.4 Fuente: Autores. Adaptada de *Fundamentos de Robótica*. Mc-Graw Hill. [34]

Figura 2.5 Fuente: Autores. Adaptada de *Fundamentos de Robótica*. Mc-Graw Hill. [34]

Figura 2.6 Fuente: Autores

Figura 2.7 Fuente: Autores

Figura 2.8 Fuente: Autores

Figura 2.9 Fuente: Autores

Figura 2.10 Fuente: Autores

Figura 2.11 Fuente: Autores

Figura 2.12 Fuente: Autores. Adaptada de *Coriolis Equation Derivation* [35]

Figura 2.13 Fuente: Autores. Adaptada de *A vector derivative in a rotating frame* [35]

Figura 2.14 Fuente: Autores

Figura 2.15 Autores. Adaptada de *Free Body Diagram of a Quadrotor Helicopter* [11]

Figura 3.1 Fuente: Autores

Figura 3.2 Fuente: Autores

Figura 3.3 Fuente: Autores

Figura 3.4 Fuente: Autores

Figura 3.5 Figure 3. Simplified Transducer Physical Model [41]

Figura 4.1 Foto tomada por Autores

Figura 4.2 Fuente: Autores

Figura 4.3 Figure 2. Pin connection [43]

Figura 5.1 Fuente: Autores

Figura 5.2 Fuente: Autores. Obtenido de *rltool*

Figura 5.3 Obtenido de *rltool*

Figura 5.4 Obtenido de *rltool*

Figura 5.5 Obtenido de *rltool*

Figura 6.1 Fuente: Autores

Figura 6.2 Fuente: Autores

Figura 6.3 Fuente: Autores. Adaptada de MCF51QE128/64/32 Memory Maps. [44]

Figura 6.4 Fuente: Autores

Figura 6.5 Fuente: Autores

Figura 7.1 Fuente: Autores

Figura 7.2 Fuente: Autores

Apéndice A

Construcción del Quadrotor



Figura A.1: Prototipo

La construcción del *Quadrotor* no está ligada solamente a la selección de todos los elementos que este requiere como los motores, hélices, batería entre otros, sino que además, resulta necesario diseñar y elaborar todas aquellas piezas que ensambladas permitan constituir una aeronave. El resultado de este proceso es reflejado en la tabla A.1 en donde se presentan las características del *Quadrotor* construido.

La construcción de la estructura principal del *Quadrotor* de forma general requiere de los siguientes elementos:

Peso (incluyendo baterías y componentes electrónicos)	1.4 [Kg]
Duración de la batería	12 [min]
Capacidad de carga	0.5 [Kg]
Dimensiones	Cuadrado con lados de 56 [cm]
Alcance del transmisor	300 [m]

TABLA A.1: Especificaciones del *Quadrotor*

Cantidad	Parte
1	Pieza central
4	Brazos
4	Motores <i>Brushless</i>
4	Controladores de velocidad
4	Piezas para la ubicación del motor
2	Hélices <i>Pusher</i>
2	Hélices <i>Tractor</i>
2	Baterías

TABLA A.2: Componentes de la estructura principal

A.1. Motor

El motor seleccionado para la aeronave es un motor *brushlees outrunner*. Estos motores carecen de colector y escobillas. Funcionan en *AC* debido a que se alimentan con una señal trifásica (Por tal motivo se requiere de los controladores de velocidad), sin embargo se clasifica como un motor de *DC* porque al igual que los motores comunes tienen imanes permanentes.

El motor es marca TURNIGY modelo TR2830-1050 y presenta las siguientes características proporcionadas por el distribuidor.

Parámetro	Valor
Kv	1050 [rpm/V]
Máxima carga	14 [A]
Máxima eficiencia	12 [A]
Voltaje	6-10 [V]
Empuje	400 - 900 [g]
Peso	68 [g]
Hélices	8x4.5 "
Corriente sin carga	0.9 [A]

TABLA A.3: Motor Brushless outrunner TR2830-1050

A.2. Control de velocidad

Es el dispositivo encargado de convertir la alimentación continua en trifásica. Además controla de velocidad del motor mediante una señal *PWM* que proviene del control ubicado en tierra. Para su selección, es necesario que el control de velocidad al menos proporcione la corriente máxima de alimentación que el motor requiera. El control de velocidad es marca TURNIGY modelo TR P40A. Estos dispositivos soportan hasta 40 [A] y cuentan con un circuito eliminador de batería *BEC*.

A.3. Brazos

Los brazos del *Quadrotor* son 4 tubos cuadrados de fibra de carbono, que soportan el peso del motor y están unidos a la pieza central formando una sola estructura. La fibra de carbono ofrece ciertas ventajas con respecto a otros materiales por que es un material liviano y muy resistente especial para el estres que estas piezas van a soportar. Sus dimensiones son de 10 x 10 x 360 [mm].

A.4. Pieza central

La pieza mostrada en la figura A.2 proporciona una estructura de soporte a las baterías, los dispositivos electrónicos encargados del control de la aeronave y a su vez de fijar los 4 brazos. Fue elaborada en aluminio de un grosor de 2 [mm] para que fuera liviana y resistente.

A.5. Pieza para el montaje de los motores

Al igual que la pieza central, esta fue elaborada en aluminio y su función es proporcionar una adecuada unión al brazo del *Quadrotor* y además servir de soporte para la ubicación del motor, de forma que este no gire. La pieza se muestra en la figura A.3

A.6. Hélices

Las dimensiones de las hélices son 8x4.5 de acuerdo a las pruebas realizadas con los motores, por que ofrecen un mejor rendimiento en cuanto la capacidad de levantamiento contra la potencia consumida. Por la configuración de diseño de la aeronave es necesario el uso de dos hélices *Pusher* (giro en sentido contrario a las manecillas del reloj) y dos hélices *Tractor* (giro en el sentido de la manecillas del reloj).

A.7. Batería

La batería fue seleccionada teniendo en cuenta los requerimientos de tensión y corriente que exige el motor, además de la autonomía de vuelo que pueda proporcionarle a la plataforma. La batería es de litio-polímero por que proporciona la mejor relación peso potencia. Esta proporciona 2450 [mAh] a 11.1

Apéndice B

Cálculo de los Momentos de Inercia

El momento escalar de Inercia \mathbf{I} [kg m^2] se define como:

$$\mathbf{I} = \left(\int \int \int_V \rho r^2 dV \right) \quad (\text{B.1})$$

Donde V [m^3] es el volumen ocupado por el cuerpo, ρ es la densidad y r es la distancia perpendicular al eje de rotación. A continuación se presentan dos geometrías con sus respectivos cálculos de Momento de Inercia. Es importante que para estos casos se considera densidad constante.

Paralelepípedo

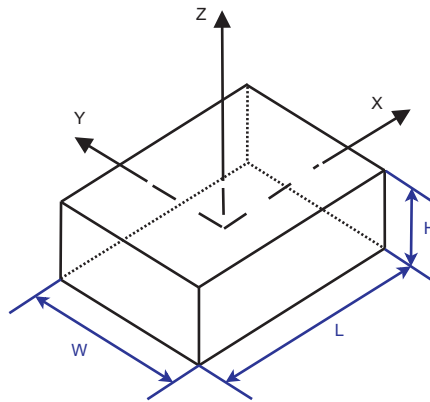


Figura B.1: Paralelepípedo

$$\mathbf{I}_X = \int_z \int_y \int_x \rho (y^2 + z^2) dx dy dz$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-H/2}^{H/2} \int_{-W/2}^{W/2} \int_{-L/2}^{L/2} \rho(y^2 + z^2) dx dy dz \\
&= \rho \left(LH \int_{-W/2}^{W/2} y^2 dy + LW \int_{-H/2}^{H/2} z^2 dz \right) \\
&= \rho \left(LH \frac{W^3}{12} + LW \frac{H^3}{12} \right) \tag{B.2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_Y &= \int_z \int_y \int_x \rho(x^2 + z^2) dx dy dz \\
&= \int_{-H/2}^{H/2} \int_{-W/2}^{W/2} \int_{-L/2}^{L/2} \rho(x^2 + z^2) dx dy dz \\
&= \rho \left(HW \frac{L^3}{12} + LW \frac{H^3}{12} \right) \tag{B.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_Z &= \int_z \int_y \int_x \rho(x^2 + y^2) dx dy dz \\
&= \int_{-H/2}^{H/2} \int_{-W/2}^{W/2} \int_{-L/2}^{L/2} \rho(x^2 + y^2) dx dy dz \\
&= \rho \left(HW \frac{L^3}{12} + LH \frac{W^3}{12} \right) \tag{B.4}
\end{aligned}$$

Cilindro

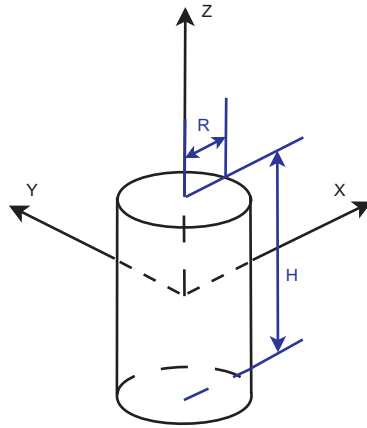


Figura B.2: Cilindro

$$\mathbf{I}_X = \int_z \int_y \int_x \rho(y^2 + z^2) dx dy dz$$

$$\begin{aligned}
&= \rho \int_{-H/2}^{H/2} \int_{-R/2}^{R/2} \int_{-\sqrt{(R/2)^2-y}}^{\sqrt{(R/2)^2-y}} (y^2 + z^2) dx dy dz \\
&= \rho \int_{-H/2}^{H/2} \int_0^{2\pi} \int_0^R (r^2 + \text{sen}^2\theta + z^2) r dr d\theta dz \\
&= \rho \left(H \int_0^R r^3 dr \int_0^{2\pi} \sin^2\theta d\theta + 2\pi \int_0^R r dr \int_{-H/2}^{H/2} z^2 dz \right) \\
&= \rho \left(H \frac{R^4}{4} \pi + 2\pi \frac{R^2}{2} \frac{H^3}{12} \right) \tag{B.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_Y &= \int_z \int_y \int_x \rho(x^2 + z^2) dx dy dz \\
&= \rho \int_{-H/2}^{H/2} \int_0^{2\pi} \int_0^R (r^2 + \cos^2\theta + z^2) r dr d\theta dz \\
&= \rho \pi R^2 H \left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \tag{B.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_Z &= \int_z \int_y \int_x \rho(x^2 + y^2) dx dy dz \\
&= \rho \int_{-H/2}^{H/2} \int_0^{2\pi} \int_0^R (r^2 + \cos^2\theta + r^2 \text{sen}^2\theta) r dr d\theta dz \\
&= \rho \pi H \frac{R^4}{2} \tag{B.7}
\end{aligned}$$

Si el centro de masa de un objeto no coincide con el origen de los ejes se hace uso del teorema de *Steiner* para determinar el momento de inercia. El teorema dice que el momento de inercia de un objeto cuyo centro de masa está sobre un eje paralelo al eje de rotación, es igual al momento de inercia del objeto con respecto al eje que pasa por el centro de masa, más el producto de la masa por el cuadrado de la distancia D entre los dos ejes:

$$I_{\text{desplazado}} = I_{\text{centro}} + mD^2 \tag{B.8}$$

El *Quadrotor* se modela de forma aproximada haciendo uso de geometrías más simples. Es así como la estructura se divide en:

1. Estructura en forma de cruz
2. Alojamiento de Componentes Electrónicos
3. 4 Motores
4. 4 Hélices

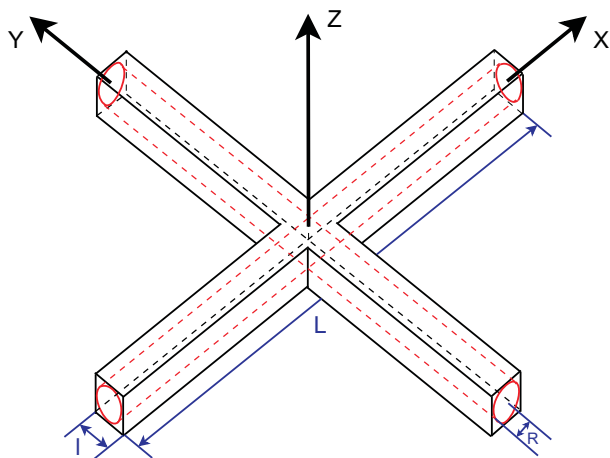


Figura B.3: Estructura en Forma de Cruz

1. Estructura en forma de cruz

Esta estructura está hecha con dos varillas cuadradas de fibra de carbono.

De acuerdo a los resultados de las ecuaciones B.2 y B.3 se calcula:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{cx} = \mathbf{I}_{cy} &= \frac{2\rho L\ell^4}{12} + \rho L\ell^2 \left(\frac{L^2}{12} + \frac{\ell^2}{12} \right) \\ &= \rho L\ell^2 \left(\frac{3\ell^2}{12} + \frac{L^2}{12} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{cz} &= 2\rho L\ell^2 \left(\frac{L^2}{12} + \frac{\ell^2}{12} \right) \\ &= \rho L\ell^2 \left(\frac{L^2 + \ell^2}{6} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Se reemplazan los siguientes valores :

ρ : Densidad de la fibra de Carbono=1750 [kg/m³]

ℓ =0.01 [m]

L= 0.7 [m]

R= 0.0043[m]

Es así como:

$$\mathbf{I}_{cx} = \mathbf{I}_{cy} = 0,002099[N \text{ m } s^2] \quad (\text{B.11})$$

2. Alojamiento de Componentes Electrónicos

Esta parte de la estructura se modela como una caja cuyas dimensiones son. $H_e = 0.053$ [m], $W_e = 0.115$ [m], $L_e = 0.135$. Su masa es $m_e = 0.54$ [kg]. Sus momentos de inercia se calculan de acuerdo a las expresiones I_{ex} , I_{ey} , en términos de la masa y no de la densidad:

$$\mathbf{I}_{ex} = m_C \left(\frac{W_C^2}{12} + \frac{H_C^2}{12} + D_C^2 \right) = 0,000722 [N \ m \ s^2] \quad (\text{B.12})$$

$$\mathbf{I}_{ey} = m_C \left(\frac{L_C^2}{12} + \frac{H_C^2}{12} + D_C^2 \right) = 0,000947 [N \ m \ s^2] \quad (\text{B.13})$$

3. 4 Motores

El radio de los motores corresponde a $r_M = 0.014$ [m], una altura $h_M = 0.032$ [m], y una distancia del centro de masa de $L_M = 0.374$ [m] sobre el eje x y $D_{LM} = 0.014$ [m] sobre el eje z. Cada motor tiene una masa de $m_{LM} = 0.068$ [kg]. El momento de inercia de motor del frente alrededor de cada eje está dado por las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{I}_{xM1} = m_M \left(\frac{r_M^2}{4} + \frac{H_M^2}{12} + D_M^2 \right) = 0,000022 [N \ m \ s^2] \quad (\text{B.14})$$

$$\mathbf{I}_{yM1} = m_M \left(\frac{r_M^2}{4} + \frac{H_M^2}{12} + D_M^2 + L_M^2 \right) = 0,009534 [N \ m \ s^2] \quad (\text{B.15})$$

Debido a la simetría de su disposición, el momento de inercia de los otros motores puede calcularse a partir de los cálculos anteriores, de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{I}_{xM1} = \mathbf{I}_{yM2} = \mathbf{I}_{xM3} = \mathbf{I}_{yM4} \quad (\text{B.16})$$

$$\mathbf{I}_{yM1} = \mathbf{I}_{xM2} = \mathbf{I}_{yM3} = \mathbf{I}_{xM4} \quad (\text{B.17})$$

$$\mathbf{I}_{zM1} = \mathbf{I}_{zM2} = \mathbf{I}_{zM3} = \mathbf{I}_{zM4} \quad (\text{B.18})$$

Los momentos de inercia de cada motor se muestran en la tabla B.1 .

Motor	$I_{xM} [N \ m \ s^2]$	$I_{yM} [N \ m \ s^2]$
1	0.000022	0.009534
2	0.009534	0.000022
3	0.000022	0.009534
4	0.009534	0.000022

TABLA B.1: Momentos de Inercia de cada motor

4. 4 Hélices Las hélices se modelan como cilindros planos cuya densidad depende del radio y aumenta a medida que se está más cerca del centro. Su radio corresponde a $r_H=0.1015 [m]$, una altura $H_H = 0.002[m]$, y una distancia del centro de masa de $L_H=0.374[m]$ sobre el eje x y $DL_H=0.035[m]$ sobre el eje z. Cada hélice tiene una masa de $m_H=0.005[kg]$.

El momento de inercia de la hélice del rotor del frente alrededor de cada eje está dado por las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{I}_{xH1} = m_H \left(\frac{r_H^2}{4} + \frac{H_H^2}{12} + D_H^2 \right) = 0,000015[N m s^2] \quad (\text{B.19})$$

$$\mathbf{I}_{yH1} = m_H \left(\frac{r_H^2}{4} + \frac{H_H^2}{12} + D_H^2 + L_H^2 \right) = 0,000714[N m s^2] \quad (\text{B.20})$$

Debido a la simetría de su disposición, el momento de inercia de los otros motores puede calcularse a partir de los cálculos anteriores, de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{I}_{xH1} = \mathbf{I}_{yH2} = \mathbf{I}_{xH3} = \mathbf{I}_{yH4} \quad (\text{B.21})$$

$$\mathbf{I}_{yH1} = \mathbf{I}_{xH2} = \mathbf{I}_{yH3} = \mathbf{I}_{xH4} \quad (\text{B.22})$$

$$\mathbf{I}_{zH1} = \mathbf{I}_{zH2} = \mathbf{I}_{zH3} = \mathbf{I}_{zH4} \quad (\text{B.23})$$

Es así como para las hélices los momentos de inercia son:

Hélice	$I_{xH}[N m s^2]$	$I_{yH}[N m s^2]$
1	0.000015	0.000714
2	0.000714	0.000015
3	0.000015	0.000714
4	0.000714	0.000015

TABLA B.2: Momentos de Inercia de cada hélice

Ahora se suman los momentos de inercia de cada componente sobre cada uno de los ejes, para obtener el momento de inercia de toda la la plataforma sobre cada eje.

$$I_{xx} = I_{cx} + I_{ex} + I_{xM1} + I_{xM2} + I_{xM3} + I_{xM4} + I_{xH1} + I_{xH2} + I_{xH3} + I_{xH4} = 0,023391[N m s^2] \quad (\text{B.24})$$

$$I_{yy} = I_{cy} + I_{ey} + I_{yM1} + I_{yM2} + I_{yM3} + I_{yM4} + I_{yH1} + I_{yH2} + I_{yH3} + I_{yH4} = 0,023616[N m s^2] \quad (\text{B.25})$$

Apéndice C

Esquemáticos y Negativos de las Tarjetas

Las imágenes del esquemático se muestran por secciones a continuación.

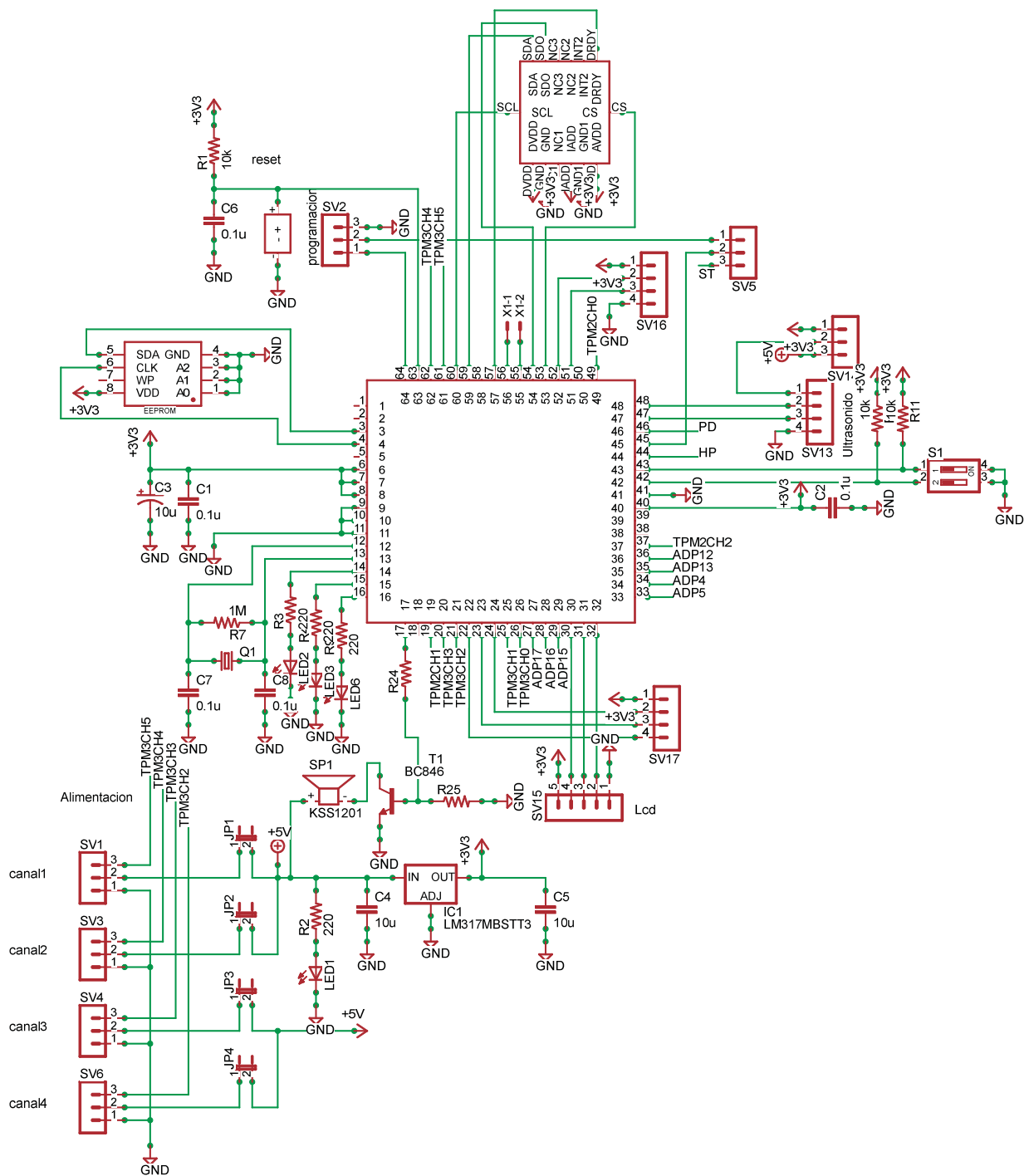


Figura C.1: Esquemático Parcial

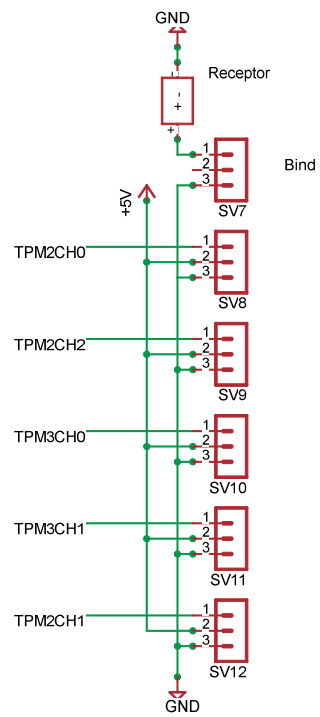


Figura C.2: Puerto de Conexión del Receptor

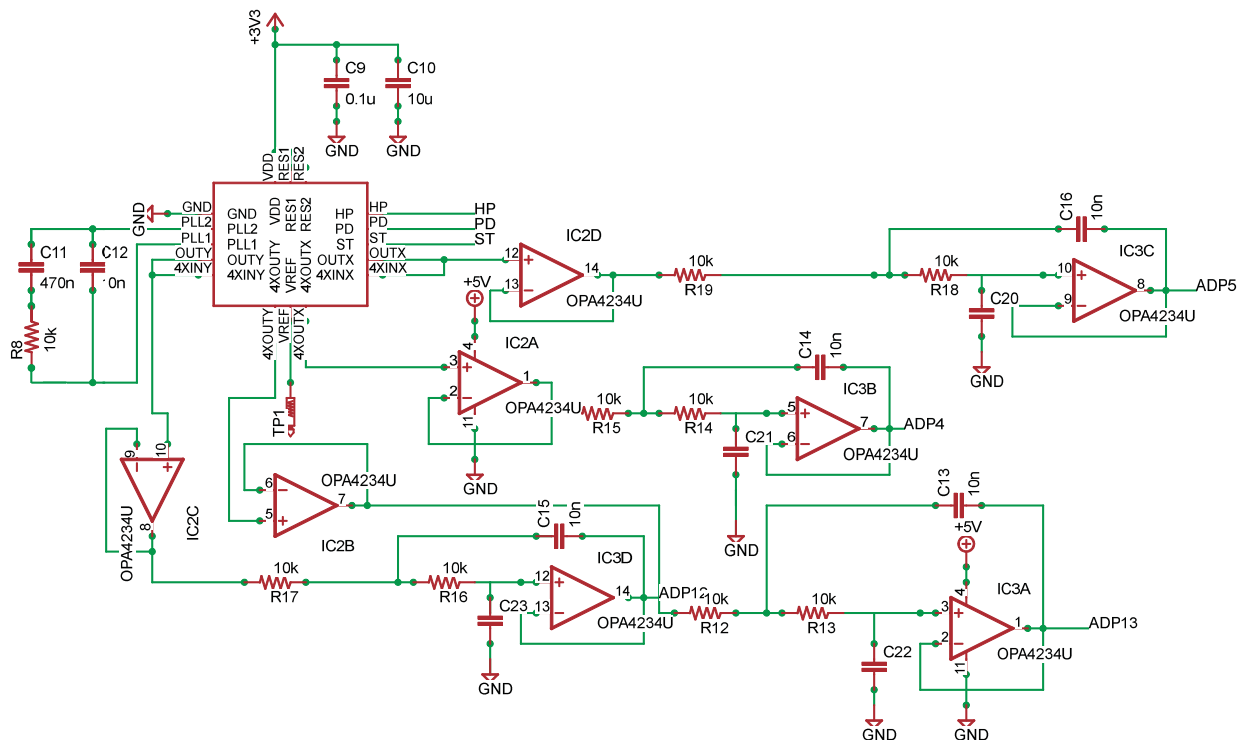


Figura C.3: Circuito de Aplicación del Giróscopo

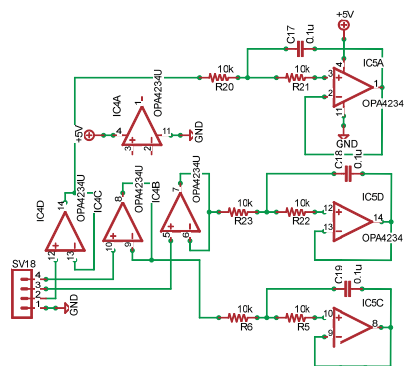
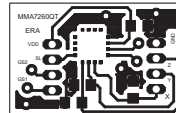
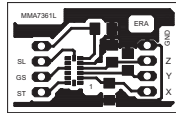
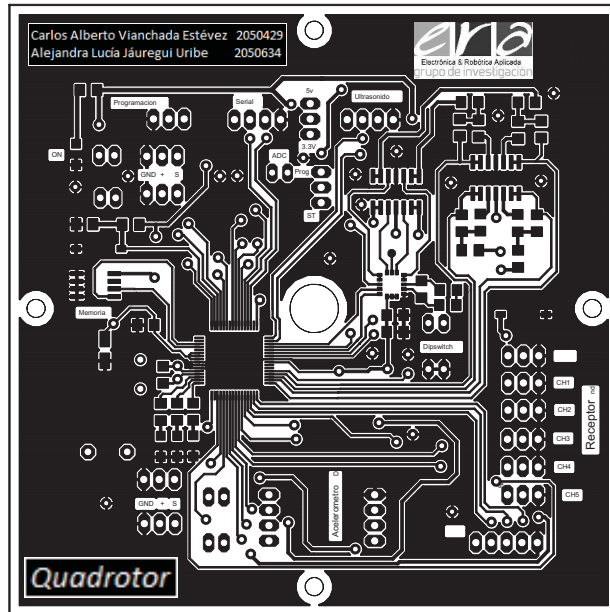


Figura C.4: Circuito de Aplicación del Acelerómetro



9

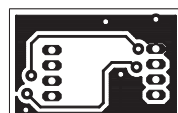
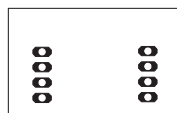
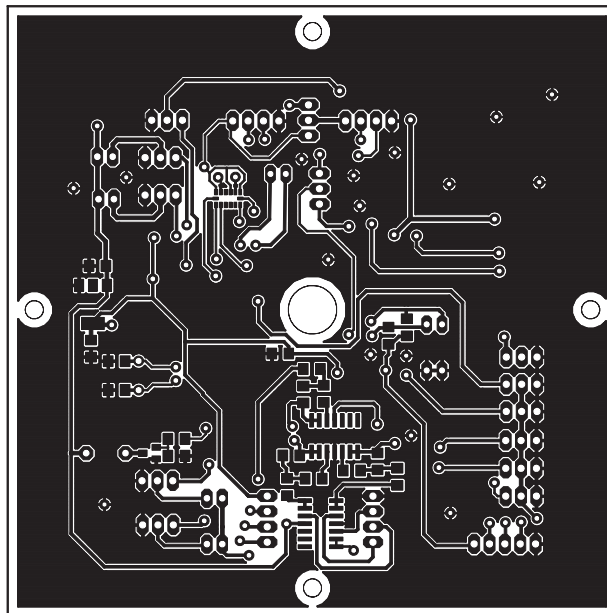


Figura C.5: Negativos Tarjeta Principal y Sensores

Apéndice D

Código Fuente

Este anexo presenta el programa desarrollado para funcionar en el Microcontrolador de 32 bits, *MCF51QE128* de *Freescale*. Las librerías a las que se hace un llamado para funcionar en el programa principal también son aquí presentados.

```

//----- LIBRERÍAS -----//
#include <hidef.h>
#include <math.h>
#include "derivative.h"
#include "inicializacion.h"
#include "Timer_init.h"

//----- DEFINICION DE CONSTANTES-----//
#define offset_gyro_x      1460
#define offset_gyro_y      1504
#define offset_ace_l_z      2048
#define set_point_war0      0

//----- VARIABLES GLOBALES -----//

double potencia1,potencia2,potencia3,potencia4;
// Valor de velocidad para cada motor establecido
// a control remoto

double ax2,ay2,az2,rho,phi;
// Variables para el cálculo del angulo a partir
// del acelerometro

double medidas_canal [5]={15,17,16,4,13};
// Canales del ADC conectados a acelerómetro y giróscopo

double medidas[5]={0,0,0,0,0}, offsets[2]={0,0};
// Medidas del los sensores inerciales
// medidas[0]=Ax, medidas[1]=Ay, medidas[2]=Az
// medidas [3]=Gx, medidas [4]=Gy

double power=770, pitch=1248, roll=1251;
// Variable utilizadas para la recepción de las señales
// provenientes del control remoto

byte band_roll=0, band_pitch=0, band_power=0,time;
// Banderas utilizadas en la recepción de las señales
// provenientes del control remoto

double delta_roll, delta_pitch;
// Valor de la accion de control en cada eje

const double pi=3.1415926535897931;

//***** PROGRAMA PRINCIPAL *****

void main(void)
{
  inicializacion();
  // Configura los módulos del microcontrolador

  condicionesiniciales();
  // Establece los valores y condiciones iniciales del programa

  // Se determina el valor de referencia correspondiente
  // a 0g para los ejes X y Y del acelerómetro

  ADCSC1_ADCH=15;
  while(ADCSC1_COC0==0)
  {
  }
  offsets[0]=ADCR;      // Eje X

  ADCSC1_ADCH=17;
  while(ADCSC1_COC0==0)
  {
  }
  offsets[1]=ADCR;      // Eje Y

  ADCSC1=0x4F;          // Activa la interrupción del ADC
  EnableInterrupts;    // Habilita Todas las interrupciones

  if (PTFD_PTF01==0)    // Dip switch para calibracion.
  {
    calibracionspeedcontrol();
    // Programa el rango de operación de los motores
    // Duración ancho del pulso de 0.98 [ms] a 2.1 [ms]

    motores(0,0,0,0); // Establece que los motores no giren
    retardo(35000);   // Tiempo muerto
  }

  motores(0,0,0,0);    // Establece que los motores no giren
  retardo(35000);      // Tiempo muerto

  for (;;)
  {
    // Calculo del valor de velocidad para cada motor
    // establecido a control remoto
    potencia1= ((power-771)/0.881)+(((roll-771)/0.881) - 540)-42;
    potencia2= ((power-771)/0.881)-(((roll-771)/0.881) - 540)-48;
    potencia3= ((power-771)/0.881)+(((pitch-771)/0.881) - 540);
    potencia4= ((power-771)/0.881)-(((pitch-771)/0.881) - 540);

    // Función que calcula el angulo de cabeceo y alabeo
    // a partir de la señal del acelerómetro
    angulo_acelerometro();

    // Controlador cabeceo *****
    delta_pitch= -0.25*((0.02*rho)+(pi*0.000473*medidas[3]));
    // Controlador alabeo *****
    delta_roll= -0.25*((0.02*phi)+(pi*0.000473*medidas[4]));

    // Accion de control *****
    // Establece la velocidad adecuada para que se corrija
    // la posición de la aeronave
    motores((-delta_pitch)+potencia1,(delta_pitch)+potencia2,
            (-delta_roll)+potencia3,(delta_roll)+potencia4);

    LED1=~LED1;      // Led que indica la duración del proceso
    while(time==0)   // Bandera que indica cuando han transcurrido
    {                 // 2 [ms]
    }
    time=0;
    ADCSC1=0x4F;     // Activa de nuevo las interrupciones del ADC
  }
  //*****INTERRUPCIONES*****
  // Adquiere la señal del control remoto correspondiente al cabeceo

  void interrupt VectorNumber_Utpm2ch0_RX_CH0 (void)
  {
    if(band_pitch==0)
    {
      TPM2CNT=0x0000;
      band_pitch=1;
      TPM2C0SC_ELS0x=2;
    }
    else
    {
      if (TPM2C0U<600)
      {
        pitch=1248;
      }
      else
      {
        pitch=TPM2C0U;
      }
      TPM2CNT=0x0000;
      band_pitch=0;
      TPM2C0SC_ELS0x=1;
    }
    TPM2C0SC_CH0F;      // Clears timer flag
    TPM2C0SC_CH0F = 0;
  }
}

```

```

// Adquiere la señal del control remoto correspondiente
// al empuje

void interrupt VectorNumber_Utpm2ch1 RX_CH1 (void)
{
  if(band_power==0)
  {
    TPM2CNT=0X0000;
    band_power=1;
    TPM2C1SC_ELS1x=2;
  }
  else
  {
    if(TPM2C1U<600)
    {
      power=740;
    }
    else
    {
      power=TPM2C1U;
    }
    TPM2CNT=0X0000;
    band_power=0;
    TPM2C1SC_ELS1x=1;
  }
  TPM2C1SC_CH1F; // Clears timer flag
  TPM2C1SC_CH1F = 0;
}

// Adquiere la señal del control remoto correspondiente
// al alabeo

void interrupt VectorNumber_Utpm2ch2 RX_CH2 (void)
{
  if(band_roll==0)
  {
    TPM2CNT=0X0000;
    band_roll=1;
    TPM2C2SC_ELS2x=2;
  }
  else
  {
    if (TPM2C2U<600)
    {
      roll=1251;
    }
    else
    {
      roll=TPM2C2U;
    }
    TPM2CNT=0X0000;
    band_roll=0;
    TPM2C2SC_ELS2x=1;
  }
  TPM2C2SC_CH2F; // Clears timer flag
  TPM2C2SC_CH2F = 0;
}

//***** INT LECTURA DEL ADC *****

// toma los valores de las medidas provenientes de
// los sensores inerciales

void interrupt VectorNumber_Uadc lector_ADC (void)
{
  LED2=1;
  medidas[0]=ADCR-offsets[0];

  ADCSC1=0X11;
  while(ADCSC1_COC0==0)
  {
  }
  medidas[1]=ADCR-offsets[1];

  ADCSC1=0X10;
  while(ADCSC1_COC0==0)
  {
  }
  medidas[2]=ADCR-offset_ace1_z;

  ADCSC1=0X04;
  while(ADCSC1_COC0==0)
  {
  }
  medidas[3]=ADCR-offset_gyro_x;
  ADCSC1=0X00;
  while(ADCSC1_COC0==0)
  {
  }
  medidas[4]=ADCR-offset_gyro_y;
  LED2=0;
}

//***** INT DEL MUESTREADOR *****
void interrupt VectorNumber_Utpm1ovf muestreador (void)
{
  time=1;
  TPM1SC_TOF; // Clears timer flag
  TPM1SC_TOF = 0;
}

```

```

#include "Funciones.h"

#define HP PTDD_PTDD4
#define ST PTDD_PTDD3
#define PD PTDD_PTDD2
#define LED1 PTHD_PTHD1
#define LED2 PTHD_PTHD0
#define LED3 PTED_PTED6
#define BUZER PTED_PTED5

void inicializacion (void)
{
    SOPT1=0x52; // Desactiva el watchdog
    SOPT2=0x00;

    SPNSC1 = 0x1C;
    /* SPNSC2: LPR=0,LPRS=0,LPWU=0,PPDF=0,
    PPDACK=0,PPDE=1,PPDC=0 */
    SPNSC2 = 0x02;
    /* SPNSC3: LVDU=0,LUVU=0,LUMIE=0 */
    SPNSC3 &= (unsigned char)~0x38;
    /* Initialization of CPU registers */
    asm {
        /* UBR: ADDRESS=0 */
        clr.l d0
        movec d0,UBR
        /* CPUCCR: ARD=0,IRD=0,IAE=0,IME=0,BWD=0,FSD=0 */
        clr.l d0
        movec d0,CPUCCR
    }
    /* System clock initialization */
    if (*(unsigned char*)0x03FF != 0xFF) { /* Test
    if the device trim value is stored on the specified address */
        ICSTRM = *(unsigned char*)0x03FF; /* Initialize ICSTRM
        register from a non volatile memory */
        ICSSC = (unsigned char)((*(unsigned char*)0x03FE) &
        (unsigned char)0x01); /* Initialize ICSSC register from a non
        volatile memory */
    }
    /* ICSC1: CLKS=0,RDIU=0,IREFS=1,IRCLKEN=0,IREFSTEN=0 */
    ICSC1 = 0x04; /* Initialization of
    the ICS control register 1 */
    /* ICSC2: BDIU=0,RANGE=0,HGO=0,LP=0,EREFS=0,ERCLKEN=0,
    EREFSTEN=0 */
    ICSC2 = 0x00; /* Initialization
    of the ICS control register 2 */
    while(!ICSSC_IREFST) { /* Wait until the source of
    reference clock is internal clock */
    }
    /* ICSSC: DRST_DRS=2,DMX32=0 */
    ICSSC = (unsigned char)((ICSSC & (unsigned char)~0x60) |
    (unsigned char)0x80); /* Initialization of the ICS status
    and control */
    while((ICSSC & 0xC0) != 0x80) { /* Wait until the FLL
    switches to High range DCO mode */
    SRS=0x00;
    }
    /* INTC_WCR: ENB=0,MASK=0 */
    INTC_WCR = 0x00;

    //----- SALIDAS -----//

    //LEDS
    PTHDD_PTHDD1=1; // Salida LED 1 PIN 14
    PTHDD_PTHDD0=1; // SALIDA LED 2 PIN 15
    PTEDD_PTEDD6=1; // SALIDA LED 3 PIN 16

    //BUZZER
    PTEDD_PTEDD5=1; // BUZZER PIN 17

    //ACELEROMETRO
    PTDDD_PTDDD5=1; // (SL) Sleep MMA7361L PIN 24
    PTDDD_PTDDD6=1; // (GS) G Select MMA7361L PIN 23
    PTDDD_PTDDD7=1; // (ST) Self Test MMA7361L PIN 22

    // GIROSCOPO

    PTDDD_PTDDD4=1; // (HP) High pass filter PIN 44
    PTDDD_PTDDD3=1; // (ST) Self Test PIN 45
    PTDDD_PTDDD2=1; // (PD) Power down PIN 46

    //----- ENTRADAS -----//

    // DIPSWITCH
    PTFDD_PTFDD0=0; // Pin 2 del dipswitch
    PTFDD_PTFDD1=0; // Pin 1 del dipswitch

    // ACELEROMETRO
    PTFDD_PTFDD7=0; // Señal Y ADP17 PIN 27
    PTFDD_PTFDD6=0; // Señal Z ADP16 PIN 28
    PTFDD_PTFDD5=0; // Señal X ADP15 PIN 29

    // GIROSCOPO
    PTFDD_PTFDD2=0; // SEÑAL 1Y ADP12 PIN 36
    PTFDD_PTFDD3=0; // SEÑAL 4Y ADP13 PIN 35
    PTBDD_PTBDD0=0; // SEÑAL 4X ADP4 PIN 34
    PTBDD_PTBDD1=0; // SEÑAL 1X ADP5 PIN 33

    //----- CONFIGURACION ADC -----//

    ADCCFG_MODE=0x01; //Resolucion de 12 bits
    ADCCFG_ADICLK=0x00; //Frec bus reloj interno
    ADCSC1=0x0F;
    while(ADCSC1_COCO==0)
    {}

    //-----CONFIGURACION DEL TIMMER3-----//

    TPM3SC=0x00; // Bus rate clock, preescaler 8
    TPM3MODH=0x3D; // Período de 20ms, 0x28F5, 10485
    TPM3MODL=0x70;

    //---- Canal 2 -----// Conector 4, pin 21

    TPM3C2SC=0x28; // PWM
    TPM3C2UH=0x02; // Duración en nivel alto 880us
    TPM3C2UL=0xB7;

    //---- Canal 3 -----// Conector 3, pin 20

    TPM3C3SC=0x28; // PWM
    TPM3C3UH=0x02; // Duración en nivel alto 880us
    TPM3C3UL=0xB7;

    //---- Canal 4 -----// Conector 2, pin 62

    TPM3C4SC=0x28; // PWM
    TPM3C4UH=0x02; // Duración en nivel alto 880us
    TPM3C4UL=0xB7;

    //---- Canal 5 -----// Conector 1, pin 61

    TPM3C5SC=0x28; // PWM
    TPM3C5UH=0x02; // Duración en nivel alto 880us
    TPM3C5UL=0xB7;

    //-----Timer 2 control remoto -----

    (void)(TPM2C0SC == 0);
    TPM2C0SC = 0x44; //org:0x4C
    (void)(TPM2C1SC == 0);
    TPM2C1SC = 0x44; //org:0x4C
    (void)(TPM2C2SC == 0);
    TPM2C2SC = 0x44; //org:0x4C
    TPM2SC = 0x00;
    TPM2MOD = 0x07500;
    (void)(TPM2SC == 0);
    TPM2SC = 0x00;
    }

    void condicionesiniciales (void)
    {
        // ACELEROMETRO
        PTDD_PTDD5=1;
        PTDD_PTDD6=0; // GS 1.5g
    }
}

```

```
PTDD_PTDD7=0; // ST apagado

// GIROSCOPO
HP=0; // (HP) High pass filter
ST=0; // (ST) Self Test
PD=1; // (PD) Power down

retardo(50);PD=0;
retardo(50);HP=1;
retardo(50);HP=0;
retardo(50);
}

void calibracionspeedcontrol (void)
{
void retardo (int t);
PTHD_PTHD1=1;
TPM3C2UH=0x06; // Duración en nivel alto 2.1ms
TPM3C2UL=0x74;
TPM3C3UH=0x06; // Duración en nivel alto 2.1ms
TPM3C3UL=0x74;
TPM3C4UH=0x06; // Duración en nivel alto 2.1ms
TPM3C4UL=0x74;
TPM3C5UH=0x06; // Duración en nivel alto 2.1ms
TPM3C5UL=0x74;
retardo(35000); // Tiempo de espera aproximadamente 6 segundos
PTHD_PTHD1=0;
TPM3C2UH=0x03; // Duración en nivel alto 980us
TPM3C2UL=0x03;
TPM3C3UH=0x03; // Duración en nivel alto 980us
TPM3C3UL=0x03;
TPM3C4UH=0x03; // Duración en nivel alto 980us
TPM3C4UL=0x03;
TPM3C5UH=0x03; // Duración en nivel alto 980us
TPM3C5UL=0x03;
retardo(35000); // Tiempo de espera aproximadamente 6 segundos
PTHD_PTHD1=1;
}

void Timer_Init (void)
{
TPM1SC = 0;
TPM1MOD = 0x6252;
(void)(TPM1SC == 0);

TPM1SC = 0x49;
}
```

```

void retardo (int t)
{
  int i,k;
  for(i=0;i<t;i++)
  {
    for(k=0;k<1000;k++)
    {
      }
    }
}

// CALCULO DEL ANGULO DE INCLINACION (ACELEROMETRO)

void angulo_acelerometro (void)
{
  az2=pow(medidas[2],2);
  ay2=pow(medidas[1],2);
  raizzy=(sqrt(az2+ay2));
  rho=atan((medidas[0]/raizzy));
// rho*=(180/pi);
  ax2=pow(medidas[0],2);
  raizzx=(sqrt(az2+ax2));
  phi=atan((medidas[1]/raizzx));
// phi*=(180/pi);
}

// FUNCION DE CONTROL DE LOS MOTORES

void motores (int ve11, int ve12, int ve13, int ve14)
{
  if (ve11>1000)
  {
    ve11=1000;
  }
  else if (ve11<0)
  {
    ve11=0;
  }
  if (ve12>1000)
  {
    ve12=1000;
  }
  else if (ve12<0)
  {
    ve12=0;
  }
  if (ve13>1000)
  {
    ve13=1000;
  }
  else if (ve13<0)
  {
    ve13=0;
  }
  if (ve14>1000)
  {
    ve14=1000;
  }
  else if (ve14<0)
  {
    ve14=0;
  }
  (void) (TPM3C5SC==0);
  TPM3C5SC=0x28;
  TPM3C5U=(unsigned short )(0.8881*ve11+771);
  (void) (TPM3C4SC==0);
  TPM3C3SC=0x28;
  TPM3C3U=(unsigned short )(0.8881*ve12+771);
  (void) (TPM3C3SC==0);
  TPM3C4SC=0x28;
  TPM3C4U=(unsigned short )(0.8881*ve13+771);
  (void) (TPM3C2SC==0);
  TPM3C2SC=0x28;
  TPM3C2U=(unsigned short )(0.8881*ve14+771);
}

```