TÉCNICAS DE PROCESAMIENTO DE SEÑALES PARA LA MONITORIZACIÓN DE LA CALIDAD DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA

CÉSAR ANTONIO DUARTE GUALDRÓN

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECANICAS

ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES

MAESTRÍA EN POTENCIA ELÉCTRICA

BUCARAMANGA

2004.

TÉCNICAS DE PROCESAMIENTO DE SEÑALES PARA LA MONITORIZACIÓN DE LA CALIDAD DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA

CÉSAR ANTONIO DUARTE GUALDRÓN

Trabajo de Investigación
presentado para optar al título de Magíster en Potencia Eléctrica.

Director
GABRIEL ORDÓÑEZ PLATA
Ingeniero Electricista, PhD.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECANICAS

ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES

MAESTRÍA EN POTENCIA ELÉCTRICA

BUCARAMANGA

2004.

DEDICATORIA

A mi Madre, mi motivación y apoyo,
A mi Familia,
A mis Amigos.
Gracias por estar a mi lado.

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa sus agradecimientos a:

Gabriel Ordóñez Plata, Doctor Ingeniero Industrial. Profesor Titular de la Universidad Industrial de Santander. Por sus invaluables aportes como Director de este trabajo de investigación, constante motivación y entrega profesional.

Gilberto Carrillo Caicedo, Doctor Ingeniero Industrial. Profesor Titular Laureado de la Universidad Industrial de Santander, por su orientación y apoyo a lo largo de la realización de los estudios de maestría.

Gerardo Latorre Bayona, Doctor Ingeniero Industrial. Director de la Escuela Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, por su gestión y orientación para realizar este trabajo.

Jaime Guillermo Barrero Pérez, Magíster en Potencia Eléctrica. Director de la Maestría en Potencia Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander. Por su colaboración y gestión para la culminación los estudios de maestría.

A todos los profesores de la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones por su colaboración y cuota de sacrificio para el desarrollo de este trabajo de investigación.

A Olga Johanna Uribe, Juan Carlos Rodríguez, Valdomiro Vega, Daniel Sierra, Carlos A. Niño y Oscar Olarte, por sus valiosas discusiones y aportes.

A todos los compañeros de la Maestría en Potencia Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander por sus aportes y reflexiones, así como por su constante entusiasmo y alegría en la búsqueda del conocimiento.

TABLA DE CONTENIDO

Pág.

INTRODUCCIÓN 1

1. MONITORIZACIÓN DE LA CALIDAD DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA 6
1.1 PROCESO DE MONITORIZACIÓN DE LA CALIDAD DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA 6
1.2 NORMATIVA Y REGLAMENTACIÓN 7
1.3 CLASIFICACIÓN DE LOS FENÓMENOS ELECTROMAGNÉTICOS 9
1.4 ALGORITMOS DE PROCESAMIENTO 11
1.5 EQUIPOS DE MONITORIZACIÓN 17

2. ALGORITMOS DE PROCESAMIENTO 19
2.1 ALGORITMO DE ACUMULACIÓN PARA ESTIMAR VALOR EFICAZ 19
2.1.1 Algoritmo de integración. 19
2.1.2 Estimación del valor eficaz mediante acumulación discreta de las muestras de la señal. 24
2.2 TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER (DFT) 28
2.2.1 Transformada rápida de *Fourier* (FFT). 29
2.2.2 DFT en tiempo real. 30
2.2.3 Errores en la estimación de componentes de frecuencia. 33
2.2.4 Ventanas de ponderación. 34
2.3 FILTRADO *KALMAN* 37
2.3.1 Modelo de la señal y de la medición. 41
2.3.2 Ganancia de *Kalman* en estado estacionario. 44
2.3.3 Respuesta en frecuencia del filtro. 47
2.4 TRANSFORMADA *WAVELET* 50
2.4.1 Transformada *Wavelet* discreta. 53
2.4.2 Análisis multi-resolución (*MRA*). 53
2.4.3 Análisis a partir de las muestras de la señal. 57

3. MONITORIZACIÓN DE EVENTOS DE ESTADO ESTACIONARIO 59
3.1 REGULACIÓN DE TENSIÓN 59
3.1.1 Errores extremos utilizando el algoritmo de integración. 60
3.1.2 Efecto de la duración de la ventana. 63
3.1.3 Aproximación mediante acumulación discreta de las muestras. 65
3.1.4 Filtrado pasa-bajas adicional. 67
3.2 MONITORIZACIÓN DE ARMÓNICOS 69
3.2.1 Normatividad. 69
3.2.2 Influencia de los requerimientos de exactitud y atenuación en la ventana de ponderación. 74
3.2.3 Promediado de las estimaciones. 83

4. MONITORIZACIÓN DE EVENTOS TRANSITORIOS 85
4.1 MONITORIZACIÓN DE HUECOS DE TENSIÓN 85
4.1.1 Características de los huecos de tensión. 85

4.1.2 Detección del evento y segmentación de la señal. 89
4.1.3 Filtrado *Kalman* para la detección de huecos de tensión. 91
4.2 MONITORIZACIÓN DE TRANSITORIOS 101
4.2.1 Características de la función ondeleta. 103
4.2.2 Detección de transitorios oscilatorios. 107

5. RECOMENDACIONES PARA UN SISTEMA DE MONITORIZACIÓN 114

6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS 118
6.1 CONCLUSIONES 118
6.2 TRABAJOS FUTUROS 121

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 124

BIBLIOGRAFÍA 128

ANEXOS 133

LISTA DE TABLAS

Pág.

Tabla 1. Clasificación de los fenómenos electromagnéticos según [NTC 5000, 02]. 9

Tabla 2. Porcentaje de participación de los armónicos en la estimación del 5º armónico utilizando ventanas de ponderación y sin deslizamiento de frecuencia. 36

Tabla 3. Porcentaje de participación de los armónicos en la estimación del 5º armónico utilizando ventanas de ponderación y deslizamiento de frecuencia (δ = 0,2). 37

Tabla 4. Valores en estado estacionario de la ganancia *Kalman* (K_8) para el primer estado de la componente fundamental. M=128 muestras por ciclo de la frecuencia medida (f_m) y $P[n_0]=P_0$ I. 45

Tabla 5. Máximo porcentaje de error en la estimación del primer armónico de una señal con fundamental y 5% de tercer armónico con deslizamiento de frecuencia. M=128, σ_q^2/σ_v^2=0,01. 50

Tabla 6. Corrientes armónicas en un reactor monofásico controlado por tiristores 60

Tabla 7. Máximo porcentaje de error extremo posible en la estimación del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo para los deslizamientos permitidos por la regulación. 61

Tabla 8. Porcentajes de error extremo obtenidos de la simulación de la estimación del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo para los deslizamientos permitidos por la regulación. 62

Tabla 9. Porcentajes de error extremo obtenidos de la simulación de la estimación del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo en un intervalo de tiempo T= 2/60 segundos. 64

Tabla 10. Porcentajes de error extremo obtenidos de la simulación de la estimación discreta del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo, tomando L=M=128 muestras por ciclo. 66

Tabla 11. Porcentajes de error extremo obtenidos de la simulación de la estimación discreta del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo, tomando L=M=64 muestras por ciclo. 67

Tabla 12. Porcentajes de error extremo obtenidos de la simulación de la estimación discreta del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo, utilizando filtrado pasa-bajas adicional y considerando todos los armónicos de la señal. 68

Tabla 13. Requerimientos de exactitud para la medición de la amplitud de las componentes de frecuencia [IEC 61 000-4-7]. 71

Tabla 14. Requerimientos de atenuación para la medición de la amplitud de las componentes de frecuencia con equipos analógicos [IEC 61 000-4-7]. 72

Tabla 15. Requerimientos básicos para la medición de la amplitud de las componentes de frecuencia con equipos digitales que utilizan el algoritmo DFT [IEC 61 000-4-7]. 72

Tabla 16. Requerimientos mínimos de atenuación para la medición de la amplitud de las componentes de frecuencia [IEEE 519]. 74

Tabla 17. Requerimientos mínimos de atenuación para la medición de la amplitud de las componentes de frecuencia [IEEE 519] considerando que se estima la componente de continua. 77

Tabla 18. Duraciones máximas de la ventana rectangular tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal (M=128). 78

Tabla 19. Duraciones máximas de la ventana Hanning tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal (M=128). 78

Tabla 20. Duraciones máximas de la ventana Hamming tomando 128 muestras por

ciclo de la frecuencia medida de las señal (M=128). 79
Tabla 21. Duraciones máximas de la ventana Bartlett tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal (M=128). 79
Tabla 22. Duraciones máximas de la ventana Blackman tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal (M=128). 79
Tabla 23. Duración mínima de la ventana rectangular tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal (M=128). 80
Tabla 24. Duración mínima de las ventanas Hanning, Hamming, Bartlett tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal (M=128). 80
Tabla 25. Duración mínima de la ventana Blackman tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal (M=128). 80
Tabla 26. Errores máximos en la estimación de armónicos de un RCT utilizando ventanas de un ciclo sin espaciamiento entre ellas con $\delta = 3{,}3*10^{-3}$. 81
Tabla 27. Errores máximos en la estimación de armónicos de un RCT utilizando ventanas de 16 ciclos igualmente distribuidas con $\delta = 3{,}3*10^{-3}$. 82
Tabla 28. Errores máximos en la estimación de armónicos de un RCT utilizando ventanas de 16 ciclos igualmente distribuidas con $\delta = 3{,}3*10^{-4}$ (sincronización de frecuencia). 82
Tabla 29. Porcentajes de error en la estimación de armónicos de un RCT utilizando tres métodos de procesamiento con promediado ($\delta = 3{,}3*10^{-4}$) 83

LISTA DE FIGURAS

Pág.

Figura 1. Proceso general de monitorización de la calidad de la energía eléctrica. 6

Figura 2. Representación gráfica de las categorías de fenómenos electromagnéticos [NTC 5000, 02]. 10

Figura 3. Esquema general del equipo utilizado en la monitorización. 17

Figura 4. Porcentajes de error extremo en la estimación del valor eficaz de una señal sin armónicos y con deslizamiento de frecuencia. 23

Figura 5. Comparación entre los espectros de $x^2(t)$ y $x^2[n]$ cuando el ancho de banda de $x^2(t)$ es mayor que $0,5*F_{muestreo}$ [Hz], considerando que la señal $x(t)$ es una suma de armónicos y que existe deslizamiento de frecuencia. 26

Figura 6. Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtrado involucrado en la estimación del valor eficaz mediante integración de $x^2(t)$ y mediante acumulación de $x^2[n]$, considerando que se toman16 muestras para estimar el valor eficaz ($L=16$). 27

Figura 7. Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtrado involucrado en la estimación de la componente de 60 [Hz] con la DFT en tiempo real para 128 muestras ($L=128$) y frecuencia de muestreo 7,68 [kHz]. 32

Figura 8. Magnitud normalizada de la transformada de *Fourier* de las ventanas de ponderación con una longitud equivalente a un ciclo de una señal periódica de 60 [Hz]. 35

Figura 9. Diagrama de flujo del filtro *Kalman* discreto. 40

Figura 10. Diagrama de flujo del filtro *Kalman* discreto separando el proceso de cálculo de la ganancia *Kalman* del proceso de estimación de los estados. 44

Figura 11. Varianza del error en la estimación del primer estado con ganancia de *Kalman* variable y con ganancia constante (K_8). $N=9$, $P_0=0,1$, $M=128$, $s_q^2=0,01$ y $s_v^2=0,1$. 47

Figura 12. Respuesta en frecuencia de los filtros IIR para el primer armónico. $N=3$, $M=128$, $s_q^2/s_v^2=0,5$. 49

Figura 13. Respuesta en frecuencia de los filtros IIR para el primer armónico. $N=3$, $M=128$, $s_q^2/s_v^2=0,01$. 49

Figura 14. Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtrado para la estimación del valor eficaz de una señal continua en un intervalo de tiempo T=2/60 segundos 63

Figura 15. Clasificación de los eventos en la tensión del sistema considerando las causas que les subyacen [Styvaktakis, 02]. 87

Figura 16. Características de un hueco de tensión rectangular. 91

Figura 17. Detección de un cambio tipo escalón utilizando filtro *Kalman* con N=1, 3 y 20. 93

Figura 18. Detección de un cambio tipo escalón utilizando filtro *Kalman* con N=1, 3 y 20; considerando que la incertidumbre en el modelo del primer armónico es mayor para N=3 y 20. 94

Figura 19. Respuesta en frecuencia de los filtros IIR para el primer armónico; considerando que la incertidumbre en el modelo del primer armónico es mayor que para los demás armónicos. $N=20$. 94

Figura 20. Detección de un hueco de corta duración utilizando filtro *Kalman* con N=1, 3 y 20. 95

Figura 21. Detección de un hueco de corta duración con filtro *Kalman*; considerando que la incertidumbre en el modelo del primer armónico es mayor. 95

Figura 22. Detección de un cambio tipo escalón más distorsión armónica con filtro *Kalman*. 96

Figura 23. Detección de un cambio tipo escalón más distorsión armónica con filtro 97

Kalman; considerando que la incertidumbre en el modelo del primer armónico es mayor.
Figura 24. Comparación del desempeño de diferentes algoritmos para estimar la amplitud de huecos de tensión con profundidad 0,15 p.u. 98
Figura 25. Comparación del desempeño de diferentes algoritmos para estimar la amplitud de huecos de tensión con profundidad 0,85 p.u. 99
Figura 26. Desempeño del filtro Kalman de orden 3 con mayor incertidumbre en el fundamental para huecos con profundidad 0,15 p.u. y diferentes cambios de fase negativos. 99
Figura 27. Desempeño del filtro Kalman de orden 3 con mayor incertidumbre en el fundamental para huecos de profundidad 0,15 p.u. y diferentes cambios de fase positivos. 100
Figura 28. Transitorio en la señal de tensión durante la conexión de un banco de condensadores (simulación ATP). 102
Figura 29. Transitorio oscilatorio sintetizado con $Ae^{-t/T}Cos(2pft+q)$. 102
Figura 30. Formas de onda de las ondeletas *Daubechies4, Daubechies8, Symlet4* y *Symlet8*. 105
Figura 31. Esquema de procesamiento para realizar el análisis multi-resolución. 105
Figura 32. Magnitud de la respuesta en frecuencia de los filtros FIR para el análisis multi-resolución con las ondeletas *Daubechies4* y *Daubechies8*. 106
Figura 33. Magnitud de la respuesta en frecuencia de los filtros FIR para el análisis multi-resolución con las ondeletas *Symlet4* y *Symlet8*. 107
Figura 34. Función de aproximación y funciones de detalle hasta el cuarto nivel utilizando la ondeleta *Daubechies4* para un transitorio simulado (Figura 28). 108
Figura 35. Función de detalle en el nivel 1 para un transitorio simulado utilizando las ondeletas *Daubechies4, Daubechies8, Symlet4* y *Symlet8.* 108
Figura 36. Función de detalle en el nivel 1 de descomposición para una señal sinusoidal utilizando la ondeleta *Daubechies4.* 110
Figura 37. Porcentaje de energía de la función de detalle de nivel 1 con respecto a la energía de un transitorio sintetizado utilizando la ondeleta *Daubechies4*. 111
Figura 38. Localización de transitorios sintetizados a partir de la función de detalle de nivel 1 utilizando la ondeleta *Daubechies4.* 113

LISTA DE ANEXOS

Pág.

ANEXO A. ECUACIONES DE LAS VENTANAS DE PONDERACIÓN 133
ANEXO B. ECUACIONES DE LA GANANCIA DE *KALMAN* Y DE LA COVARIANZA DEL ERROR. 135
ANEXO C. IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB DEL ALGORITMO DE FILTRADO KALMAN. 139

RESUMEN

TITULO:

TÉCNICAS DE PROCESAMIENTO DE SEÑALES PARA LA MONITORIZACIÓN DE LA CALIDAD DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA [*]

AUTOR:

CÉSAR ANTONIO DUARTE GUALDRÓN[**]

PALABRAS CLAVE: **Calidad de la energía eléctrica, monitorización, armónicos, huecos de tensión, transitorios, valor eficaz, deslizamiento de frecuencia, transformada discreta de *Fourier* (DFT), filtrado *Kalman*, transformada *Wavelet.***

DESCRIPCIÓN:

En este documento se analizan las aplicaciones y las limitaciones de las técnicas de procesamiento de señales más utilizadas en la monitorización de la calidad de la energía eléctrica. Específicamente, se estudian las técnicas de procesamiento para la monitorización de armónicos, transitorios y variaciones de tensión.

Inicialmente, se presenta el proceso de monitorización de la calidad de la energía eléctrica, el grado de desarrollo de la normativa y la reglamentación, la clasificación general de los fenómenos electromagnéticos y las características generales de los algoritmos de procesamiento.

En el Capítulo 2, se analizan: el algoritmo de acumulación de las muestras para estimar el valor eficaz, el algoritmo de transformada discreta de *Fourier*, el algoritmo de filtrado *Kalman*, y el algoritmo de transformada *Wavelet*. El análisis tiene en cuenta sus respuestas en frecuencia y las principales fuentes de error como el deslizamiento de frecuencia.

En los Capítulos 3 y 4 se estudia la aplicación de los algoritmos previamente explicados en la estimación de eventos en estado estacionario y en la detección de eventos transitorios respectivamente. Particularmente, se establecen las consideraciones para ajustar los algoritmos y se proponen estrategias para mejorar el desempeño de los mismos.

Concretamente se estudia el desempeño del algoritmo de acumulación del cuadrado de las muestras para aproximar el valor eficaz de la señal. Asimismo, se estudia la transformada discreta de *Fourier* (DFT) en la estimación de armónicos. Se presentan las ventajas del algoritmo de filtrado *Kalman* para el seguimiento de la amplitud de la señal durante los huecos de tensión. Finalmente, se establecen los requerimientos para utilizar la transformada *Wavelet* en la detección de transitorios oscilatorios como los causados por conexión de condensadores.

En el Capítulo 5 se recopilan las recomendaciones necesarias para implementar los algoritmos estudiados en un sistema de monitorización; y finalmente en el Capítulo 6 se presentan las principales conclusiones y se proponen futuros trabajos.

[*] Trabajo de Investigación

[**] UIS, Maestría en Ingeniería, Gabriel Ordóñez Plata.

SUMMARY

TITLE:

SIGNAL PROCESSING TECHNIQUES FOR POWER QUALITY MONITORING[*]

AUTHOR:

CÉSAR ANTONIO DUARTE GUALDRÓN[**]

KEYWORDS: **Power Quality, monitoring, harmonics, sags, dips, transients, frequency deviation, root mean square value, discrete *Fourier* transform (DFT), *Kalman* filtering, *Wavelet* transform.**

DESCRIPTION:

In this document applications and limitations of signal processing techniques widely used for *Power Quality* monitoring are analyzed. Specifically, processing algorithms for harmonic, transient and voltage variation monitoring are studied.

Initially, contextual issues such as *Power Quality* monitoring process, developing stage of normative and regulation, general classification of electromagnetic phenomena and broad characteristics of algorithms are presented.

The second chapter is devoted to analyze the following algorithms: root mean square approximation by using signal samples, discrete *Fourier* transform (DFT), *Kalman* filtering and *Wavelet* transform. The analysis keeps in mind their frequency responses and main error sources like frequency deviations.

Third and fourth chapters deal with the application of the algorithms in assessing events in stationary state and in detecting transitory events, respectively. Particularly, considerations to adjust the algorithms are established and strategies to improve their performance are proposed as well.

Concretely, it is studied the performance of accumulating square of samples as an approach to estimate RMS value of the signal. Likewise, the assessment of harmonics by discrete *Fourier* transform (DFT) algorithm is analyzed. Advantages of *Kalman* filtering to estimate fundamental amplitude of the signal during voltage sag are investigated. Finally, the requirements to use *Wavelet* transform for detecting oscillatory transients like those caused by capacitor bank energizing are examined.

In the fifth chapter, necessary recommendations are gathered in order to implement the algorithms, formerly studied, into a monitoring system. Finally, sixth chapter assembles the main conclusions and intends some future works.

[*] Researching work.

[**] UIS, Master of engineering, Gabriel Ordóñez Plata.

INTRODUCCIÓN

Actualmente, la calidad del servicio de energía eléctrica tiene cada vez más importancia: Debido, por una parte, al incremento de los equipos sensibles a las perturbaciones de la onda de tensión, por lo cual los usuarios o clientes se ven afectados y por tanto reclaman por una adecuada calidad del servicio. De otra parte, la regulación de los sistemas de energía eléctrica está reglamentando progresivamente lo relacionado con la calidad del servicio; principalmente en ambientes competitivos, en donde la calidad de este producto se convierte en un activo de las empresas.

La calidad del servicio de energía eléctrica comprende primordialmente tres aspectos: La continuidad del suministro, la calidad de la energía eléctrica y la calida de atención comercial al cliente. La continuidad se mide generalmente por el número y la duración de las interrupciones del servicio. La calidad de la energía eléctrica se refiere al término ampliamente usado en la literatura inglesa *power quality*; ésta, se evalúa principalmente a partir de la amplitud, la forma de onda, la frecuencia y la simetría de las señales de tensión. La atención comercial se refleja en la capacidad de atención al cliente y en el suministro de información. Este trabajo está enfocado en la monitorización de la calidad de la energía eléctrica (*Power Quality Monitoring*).

La calidad de la energía eléctrica se ve afectada por diferentes fenómenos electromagnéticos o eventos que ocurren en un sistema eléctrico; los cuales son causados por fallas, elementos no lineales, descargas atmosféricas y/o por la dinámica de maniobras y operaciones en el sistema. Estos fenómenos son clasificados como: Armónicos, regulación de tensión, fluctuaciones de tensión (*Flicker*), huecos de tensión (*sags*, *dips*), sobretensiones de corta duración (*swells*), desbalances de tensión, interrupciones, muescas de tensión (*notching*), transitorios y variaciones de frecuencia [IEEE 1159, 95], [NTC 5000, 02].

Los eventos que ocasionan daño y/o funcionamiento incorrecto de los elementos del sistema o de los equipos conectados al mismo, se reconocen generalmente como perturbaciones; éstas, son el resultado de una inapropiada calidad de la energía eléctrica.

Para que exista un nivel de calidad adecuado, se requiere de una compatibilidad electromagnética (CEM) satisfactoria entre el sistema y los equipos conectados al mismo [NTC-IEC 61000-1-1, 00]. La compatibilidad electromagnética se refiere a la operación del sistema y de los equipos sin interferencia, o sin ser interferidos por otros componentes del sistema: un aspecto importante de la calidad de la energía eléctrica del sistema, es la capacidad para transmitir y distribuir la energía a los clientes dentro de los límites especificados por las normas sobre compatibilidad electromagnética.

La monitorización de la calidad de la energía es necesaria para caracterizar los fenómenos electromagnéticos en un punto particular del sistema. Los objetivos de la monitorización pueden ser: Diagnosticar incompatibilidades entre el sistema y la carga, evaluar el entorno eléctrico en una parte del sistema, ajustar los modelos del sistema y la carga, determinar el nivel de calidad de la energía eléctrica, predecir el comportamiento de equipos a ser conectados al sistema o de dispositivos para mitigar la calidad de la energía.

La monitorización de los sistemas de distribución de energía eléctrica se ha realizado principalmente para analizar fallas y sistemas de protección, y para optimizar los modelos teóricos de las redes eléctricas. Con el aumento en el número de equipos sensibles a los eventos de la calidad de la energía eléctrica y dada la preocupación por las consecuencias de tales eventos, ahora es necesario monitorizar los sistemas de distribución para evaluar el nivel de calidad en el suministro de la energía eléctrica.

Los fenómenos electromagnéticos que afectan la calidad de la energía eléctrica provocan malfuncionamiento y daños en los dispositivos conectados al sistema. Debido a esto, es necesario elaborar estándares sobre calidad de la energía eléctrica con el fin de establecer una base común para la evaluación de la calidad de la energía, del desempeño del sistema, y del desempeño de los equipos conectados al sistema de distribución.

La Comisión Electrotécnica Internacional (CEI o IEC) ha desarrollado, acerca de la calidad de la energía eléctrica, los estándares de la serie 61000 los cuales tratan sobre principios fundamentales, definiciones y terminología; niveles de compatibilidad; límites de inmunidad y emisión; técnicas de medición y prueba; y guías para la instalación de

dispositivos y métodos de mitigación. De otra parte, el Instituto de Ingenieros Electricistas y Electrónicos (IEEE) ha desarrollado recomendaciones y guías sobre: monitorización de la calidad de la energía eléctrica [IEEE 1159, 95], control de armónicos en sistemas de potencia [IEEE 519, 92] y alimentación de equipos sensibles a las perturbaciones momentáneas de tensión, entre otras.

En Colombia, la Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG) mediante el reglamento de distribución (Resolución 070 de 1998 y sus modificaciones) ha reglamentado lo relacionado a la continuidad del servicio estableciendo límites, periodos de transición y una metodología de compensación a los usuarios por el incumplimiento de tales límites. Sin embargo; en cuanto a la calidad de la energía eléctrica la reglamentación no es igualmente cabal, en este caso se circunscribe a las recomendaciones del IEEE sobre monitorización de la calidad de la energía y sobre control de armónicos en sistemas de potencia. No obstante, para establecer una reglamentación al respecto, es necesario disponer de una metodología para la monitorización y la evaluación de la calidad de la energía eléctrica.

Actualmente varias universidades (entre ellas la Universidad Industrial de Santander), la Asociación Colombiana de Ingenieros Electricistas (ACIEM) y el Instituto Colombiano de Normas Técnicas (ICONTEC), se encuentran trabajando a través de grupos de investigación, comisiones y comités técnicos en torno a los tópicos relacionados con la calidad del servicio de energía eléctrica.

El ICONTEC ha conformado comités técnicos con el propósito de desarrollar la normatividad colombiana para la calidad de la energía eléctrica. La Universidad Industrial de Santander, mediante el Grupo de Investigación en Sistemas de Energía Eléctrica (GISEL), dirige el comité regional de armónicos en el que participan investigadores, consultores y empresas distribuidoras de energía. Este comité trabaja, entre otros temas, el desarrollo de la pre-normativa sobre emisión y medición de armónicos, en correlación con la línea de investigación del GISEL, sobre monitorización de sistemas de potencia.

La monitorización de la calidad de la energía eléctrica comprende: detectar, identificar, caracterizar y clasificar los eventos o fenómenos electromagnéticos que causan

desviaciones en las señales de tensión y corriente, a partir de la medición de estas señales.

Actualmente, los equipos utilizados para la monitorización son fundamentalmente equipos digitales. Estos equipos toman muestras de las señales de tensión y corriente, y con esta información se supervisa la calidad de la energía eléctrica. Utilizando diferentes técnicas de procesamiento se estiman parámetros de las señales de tensión y corriente, y a partir de éstos se realiza la detección, identificación, caracterización y clasificación de los eventos relacionados con la calidad de la energía eléctrica. Por lo tanto, las diferentes técnicas de procesamiento de la señal constituyen el núcleo de la monitorización, y a la postre, también de los procesos de evaluación, mitigación y reglamentación de la calidad de la energía eléctrica.

Por consiguiente, es necesario el estudio de las técnicas y métodos de procesamiento de señales digitales utilizados en la estimación de los parámetros de las señales eléctricas. Entre las técnicas de procesamiento utilizadas se encuentran la Transformada de *Fourier*, la Transformada de *Wavelet*, el filtrado *Kalman*, etc. Así entonces, para el desarrollo de este trabajo se planteó como objetivo general el estudio de las técnicas de procesamiento de señales utilizadas en la estimación de parámetros para la monitorización de eventos de la calidad de la energía eléctrica. El alcance específico del trabajo de investigación consiste en analizar las aplicaciones y limitaciones de las técnicas y métodos de procesamiento de señales en la estimación de armónicos, transitorios y variaciones de tensión. Este estudio es esencial para determinar las características apropiadas de los equipos de monitorización y de los sistemas de monitorización continua.

El trabajo de investigación, aquí presentado, contribuye al fortalecimiento del grupo de investigación GISEL, mediante la apropiación del conocimiento requerido para implementar sistemas de monitorización de la calidad del servicio que respondan al desarrollo de la normativa y la reglamentación necesaria para suscitar mejores condiciones para el desarrollo industrial del país.

La organización de este documento es descrita a continuación. En el primer capítulo, de este informe, se presentan los aspectos generales relacionados con la monitorización de

la calidad de la energía eléctrica.

En el Capítulo 2, se analizan: el algoritmo de acumulación de las muestras para estimación del valor eficaz, el algoritmo de transformada discreta de *Fourier*, el algoritmo de filtrado *Kalman* y el algoritmo de transformada *Wavelet*. El análisis tiene en cuenta sus respuestas en frecuencia y las principales fuentes de error que afectan estos algoritmos. Especialmente se establece una base teórica para la comprensión de los algoritmos mencionados.

En los Capítulos 3 y 4 se analizan los alcances de los algoritmos previamente explicados en la estimación de eventos en estado estacionario y en la detección de eventos transitorios respectivamente. Particularmente se establecen las consideraciones para ajustar los algoritmos a la monitorización de la calidad de la energía eléctrica y se proponen estrategias para mejorar el desempeño de los mismos.

En el Capítulo 5 se recopilan las recomendaciones necesarias para implementar los algoritmos estudiados en un sistema de monitorización; y finalmente en el Capítulo 6 se recopilan las principales conclusiones y se proponen futuros trabajos.

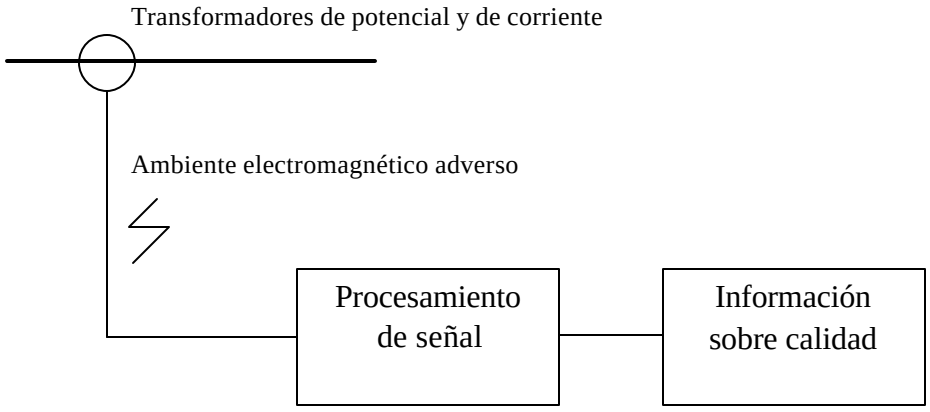
1. MONITORIZACIÓN DE LA CALIDAD DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA

En este capítulo se presenta el proceso de monitorización de la calidad de la energía eléctrica; el grado de desarrollo de la normativa y la reglamentación relacionada con la calidad de la energía eléctrica; la clasificación general, ampliamente utilizada, de los fenómenos electromagnéticos; las características de los algoritmos de procesamiento más utilizados en la monitorización de la calidad de la energía, los cuales serán estudiados con mayor detalle en los siguientes capítulos; y las características y tendencias de desarrollo de los equipos de monitorización.

1.1 PROCESO DE MONITORIZACIÓN DE LA CALIDAD DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA

La monitorización de la calidad de la energía eléctrica requiere de la adquisición y el procesamiento de las señales de tensión y corriente en diferentes puntos del sistema. Las señales que van a ser adquiridas tienen niveles de tensión y corriente elevados, por lo cual, se requiere utilizar transformadores de potencial y de corriente con grandes relaciones de transformación para que sean procesadas por los instrumentos, y así obtener la información sobre la calidad de la energía eléctrica. Es frecuente que las señales transformadas transiten por un ambiente electromagnético adverso antes de que lleguen a los instrumentos (ver Figura 1).

Figura 1. Proceso general de monitorización de la calidad de la energía eléctrica.



El proceso de monitorización de la calidad de la energía eléctrica comprende detectar, identificar, caracterizar y clasificar los fenómenos electromagnéticos que se presentan en los sistemas eléctricos. Para esto, es necesario evaluar algunos parámetros de las señales de tensión y corriente adquiridas del sistema eléctrico. Entre los parámetros utilizados se encuentran: El valor pico de la señal, el valor eficaz de la señal, el valor eficaz de la componente fundamental, el ángulo de fase de la componente fundamental, la frecuencia de la componente fundamental, la oscilación del valor eficaz de la señal, las componentes de secuencia, las componentes de frecuencia predominantes, la distorsión armónica total para la señal de tensión (THD, *Total Harmonic Distortion*), la distorsión total de la demanda para la señal de corriente (TDD, *Total Demand Distortion*), la energía de los coeficientes de la Transformada *Wavelet*, el número de picos de los coeficientes de la Transformada *Wavelet*, etc.

A partir de tales parámetros, los eventos de la calidad de la energía eléctrica son detectados generalmente cuando los parámetros exceden determinados valores de umbral. La determinación de los umbrales depende en gran parte de los objetivos que tenga la monitorización; si el objetivo es resolver un problema en un equipo, entonces, los umbrales deben estar relacionados con los correspondientes límites de sensibilidad del equipo [IEEE 1159, 95]. Si el objetivo es hacer un estudio para determinar el nivel de calidad de un sistema, entonces, los umbrales estarán delimitados por la capacidad de almacenamiento de información de los equipos monitores; y dependiendo de la cantidad de eventos que se desee detectar, es probable que se requiera utilizar umbrales adaptativos. En [Kezunovic & Liao, 00] por ejemplo, se adopta un sistema experto basado en lógica difusa en el cual los eventos son detectados utilizando como patrones de entrada, el valor eficaz y el ángulo de fase de la componente fundamental, y la distorsión armónica total de la señal.

1.2 NORMATIVA Y REGLAMENTACIÓN

La Comisión Electrotécnica Internacional (CEI) es reconocida como la organización encomendada de producir los estándares de calidad de la energía eléctrica, y en este sentido ha desarrollado la serie asociada a Compatibilidad Electromagnética. La serie 61000-4, dedicada a las técnicas de prueba y medición, contiene las guías de diseño de equipos para evaluar y monitorizar la calidad de la energía eléctrica, así como los

procedimientos de prueba para asegurar la conformidad con los demás estándares de compatibilidad electromagnética [IEC 61000-4-7, 91].

El Instituto de Ingenieros Electricistas y Electrónicos (IEEE, *Institute of Electrical and Electronic Engineers*), de otra parte, ha desarrollado las recomendaciones prácticas para la monitorización de la calidad de la energía eléctrica [IEEE 1159, 95]. Este documento contiene la categorización de los fenómenos electromagnéticos, ampliamente utilizada por los ingenieros relacionados con la calidad de la energía; los métodos para monitorizar sistemas de potencia e interpretar los resultados; y un compendio sobre las perturbaciones en los sistemas de potencia y sus causas más comunes.

En Colombia, el reglamento de distribución (resolución CREG 070 de 1998) tiene como uno de sus alcances: establecer los criterios de calidad de la energía eléctrica y del servicio suministrado por los diferentes operadores de red, con el propósito de dar garantías mínimas en estos aspectos a los usuarios conectados al sistema de distribución del operador de red respectivo. En este sentido, se ha reglamentado fundamentalmente en cuanto a la continuidad del servicio y la vigilancia de la calidad. Con respecto a la calidad de la energía eléctrica, ha establecido límites para la frecuencia, el factor de potencia y el valor de tensión en estado estacionario; para los armónicos y las variaciones de tensión (*flicker*), dispone que los usuarios y operadores de red pueden seguir las recomendaciones de la guía IEEE 519 de 1992 (*IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems*); y para el análisis de los fenómenos transitorios establece que se podrán seguir las recomendaciones de la guía IEEE 1159 de 1995 (*IEEE Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality*).

Por otra parte, el ICONTEC ha establecido normas técnicas colombianas sobre la calidad de la energía eléctrica, entre las cuales se encuentran: la [NTC-IEC 61000-1-1, 00], sobre compatibilidad electromagnética; y la [NTC 5000, 02], la cual trata sobre las definiciones y términos fundamentales de la calidad de la potencia eléctrica (*Power Quality*).

En la Universidad Industrial de Santander, la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones (E3T) mediante el Grupo de Investigación en Sistemas de

Energía Eléctrica GISEL ha presentado una propuesta de norma sobre medición de armónicos, la cual ha contado con el apoyo de este trabajo [Rodríguez & Uribe, 03].

1.3 CLASIFICACIÓN DE LOS FENÓMENOS ELECTROMAGNÉTICOS

Los eventos de la calidad de la energía eléctrica se dividen en dos categorías: Eventos o variaciones en estado estacionario y eventos no repetitivos o transitorios. Como eventos en estado estacionario se cuentan: la regulación de tensión, la variación de frecuencia, el desbalance entre fases, los armónicos, las muescas de tensión (*notching*) y las fluctuaciones de tensión (*flicker*). Como eventos no repetitivos o transitorios se tienen: las interrupciones, los huecos de tensión (*sags*), las sobretensiones de corta duración (*swells*) y los transitorios. En [IEEE 1159, 95] se clasifican los eventos y se presenta información sobre el contenido espectral, la duración y la magnitud de cada fenómeno electromagnético; esta clasificación, con pequeñas modificaciones, ha sido adoptada en la normativa colombiana por la [NTC 5000, 02] y se presenta en la Tabla 1.

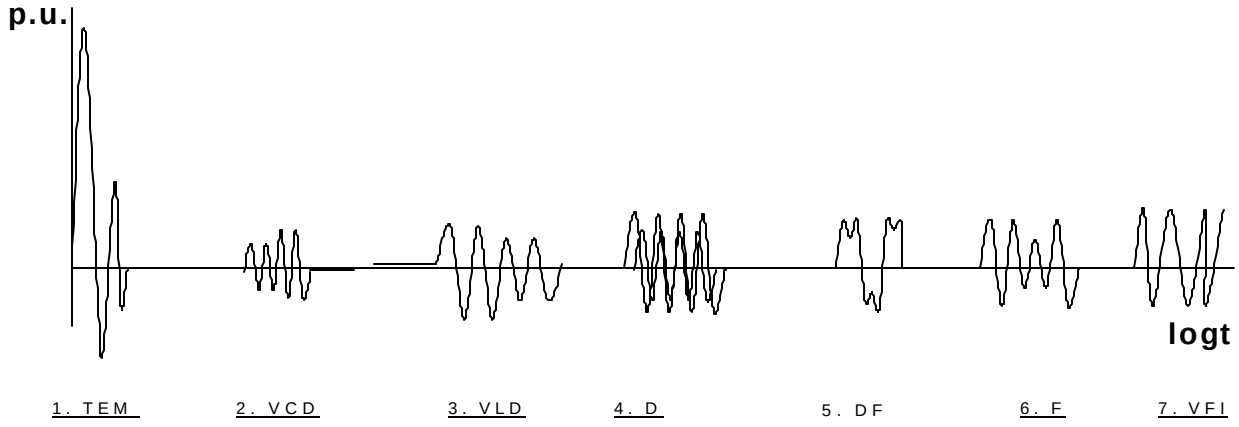
Tabla 1. Clasificación de los fenómenos electromagnéticos según [NTC 5000, 02].

Categorías	Contenido Espectral Típico	Duración Típica	Magnitud Típica De Tensión
Transitorios Electromagnéticos (TEM)			
De Impulso			
Nanosegundos	5ns de pendiente	< 50 ns	
Microsegundos	1μs de pendiente1μs	50ns – 1 ms	
Milisegundos	0,1 ms de pendiente	>1 ms	
Oscilatorios			
Baja frecuencia	< 5 kHz	0,3 – 50 ms	0 – 4 pu
Media frecuencia	5 – 500 kHz	20 μs	0 – 8 pu
Alta frecuencia	0,5 – 5 MHz	5 μs	0 – 4 pu
Variaciones de corta duración (VCD)			
Instantáneas			
Caídas (*Sags*)		0,5 ciclos - 30 ciclos	0,1 – 0,9 pu
Subidas (*Swells*)		0,5 ciclos – 30 ciclos	1,1 – 1,8 pu
Momentáneas			
Interrupción		0,5 s - 3s	< 0,1 pu
Caídas (*Sags*)		0,5 s - 3s	0,1 – 0,9 pu

Subidas (*Swells*)		0,5 s - 3s	1.1-1.4 pu
Temporales			
Interrupción		3s-1min	<0,1 pu
Caídas (*Sags*)		3s-1min	0,1 – 0,9 pu
Subidas (*Swells*)		3s-1min	1,1 – 1,2 pu
Variaciones de larga duración (VLD)			
Interrupción, sostenida		>1min	0,0 pu
Subtensiones		>1min	0,8 – 0,9 pu
Sobretensiones		>1min	1,1 – 1,2 pu
Desbalance (D)		Estado estacionario	0,5 – 2 %
Distorsión de la forma de onda (DF)			
DC adicional		Estado estacionario	0 – 0,1 %
Armónicos	0-100^{esimo} armónico	Estado estacionario	0-20 %
Interarmónicos	0-6 kHz	Estado estacionario	0-2 %
Muescas (Notches)		Estado estacionario	
Ruido	Banda ancha	Estado estacionario	0-1 %
Fluctuaciones (F)	<25 Hz	Intermitente	0,1 – 7 %
Variaciones de la Frecuencia Industrial (VFI)		< 10 s	

En la Figura 2 se da una representación de los fenómenos electromagnéticos de la tabla anterior.

Figura 2. Representación gráfica de las categorías de fenómenos electromagnéticos [NTC 5000, 02].



Las abreviaturas tienen el siguiente significado: 1. TEM: Transitorios electromagnéticos. 2. VCD: Variaciones de corta duración. 3. VLD: Variaciones de larga duración. 4. D: Desbalance de tensión. 5. DF: Distorsión de forma de onda. 6. F: Fluctuación de tensión. 7. VFI: Variación de la frecuencia industrial.

Una vez los eventos son detectados e identificados, cada evento se caracteriza mediante diferentes atributos para obtener una clara descripción del fenómeno electromagnético. Para fenómenos de estado estacionario se pueden utilizar como atributos: la amplitud, la frecuencia, el espectro, la modulación, la impedancia de la fuente, la profundidad y el área de la muesca, etc. Entre tanto, para fenómenos no repetitivos es posible recurrir a: la velocidad de elevación, la amplitud, la duración, el espectro, la frecuencia, la tasa de ocurrencia, la energía potencial y la impedancia de la fuente, entre otros. En [Bollen, 00], por ejemplo, se encuentra un estudio en el que se caracterizan los huecos de tensión (*sags, dips*) mediante la amplitud, la duración, el cambio en el ángulo de fase, y el desbalance de las tensiones de fase durante la ocurrencia del fenómeno.

1.4 ALGORITMOS DE PROCESAMIENTO

La detección, identificación, caracterización y clasificación de los eventos asociados a la calidad de la energía eléctrica, se basa en el cálculo de diferentes parámetros de las señales de tensión y corriente adquiridas. Para realizar tales cálculos se utilizan desde herramientas básicas de estimación como el valor eficaz, hasta técnicas avanzadas de procesamiento de señales como la Transformada de *Fourier*, el filtrado *Kalman*, la Transformada *Wavelet*, etc. [Flores, 02].

El cálculo del valor eficaz de una señal es una herramienta muy utilizada y que puede brindar una buena aproximación del perfil de variación de la amplitud de la componente fundamental de la misma. Entre las ventajas de este algoritmo se cuentan su simplicidad, velocidad de cálculo y su bajo requerimiento de capacidad de memoria para almacenar los resultados.

El cálculo del valor eficaz se realiza comúnmente sobre un ciclo de la señal, aunque, en [Bollen, 00] se presenta también el cálculo sobre medio ciclo como una forma de evaluar la amplitud de los huecos de tensión observando más acentuadas las transiciones pre-

evento-evento-post-evento, lo cual resulta útil principalmente en la monitorización de huecos de corta duración. Una de las desventajas del algoritmo de cálculo del valor eficaz de la señal es que no distingue la componente de frecuencia fundamental de los demás armónicos o del ruido que pueda tener la señal.

En los Capítulos 2 y 3 de este trabajo se estudian el algoritmo ideal de integración para estimar el valor eficaz y también el algoritmo de aproximación mediante las muestras de la señal. Se interpreta el algoritmo en el dominio de la frecuencia como un proceso de filtrado, se analiza el efecto de los cambios en la frecuencia de la señal y se estudian alternativas para disminuir los errores causados por las desviaciones de la frecuencia.

La Transformada Discreta de *Fourier* (DFT, *Discrete Fourier Transform*), o su eficiente implementación llamada Transformada Rápida de *Fourier* (FFT, *Fast Fourier Transform*), es la principal técnica utilizada para la estimación de la componente fundamental y los armónicos de las señales adquiridas en la monitorización de sistemas eléctricos.

El análisis de *Fourier* es utilizado para convertir la información de las señales del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia y viceversa. El espectro obtenido con la DFT está formado por una serie de valores complejos (magnitud y fase), espaciados a intervalos de frecuencia regulares; esto supone la periodicidad en el tiempo de la señal analizada. Para el caso de señales cuasi-estacionarias esta premisa se cumple. Si la señal analizada no es periódica, los resultados obtenidos con la DFT son inexactos. A partir de L muestras de la señal $x[n]$ pueden obtenerse L coeficientes complejos, correspondientes al espectro, $F[k]$, de la señal $x[n]$ para las frecuencias múltiplo de F_S/L entre $-F_S/2$ y $F_S/2$ (F_S: Frecuencia de muestreo):

$$F[k] = \sum_{n=0}^{L-1} \left[x[n] e^{-j 2\pi k n / L} \right] \qquad (1)$$

Esta transformación, para una onda periódica, expresa una descomposición en un número finito de armónicos (hasta $k = L/2$ para L par). Considerando que la señal medida $x[n]$ evoluciona de un régimen periódico a otro régimen periódico, puede en cada instante n calcularse la Transformada DFT $F[k,n]$ correspondiente a las últimas L muestras ($n - L$ a

$n - 1$). Tomando como origen de tiempo siempre la muestra actual n (origen de tiempo variable) se tiene que:

$$F'[k,n] = \sum_{i=1}^{L} \left[x[n-i]v[L-i]e^{jk\frac{2p}{L}i} \right] \qquad (2)$$

En la Ecuación (2) $v[n]$ es una función ventana. Esta ecuación representa un sistema lineal e invariante de tipo FIR, cuya respuesta en frecuencia está determinada por la Transformada de *Fourier* de la ventana utilizada; por lo tanto, este algoritmo puede interpretarse como un banco de filtros, uno por cada armónico [Oppenheim & Shafer, 00]. La selectividad de este proceso de filtrado depende de la longitud de la ventana; cuanto más larga sea la ventana mayor es la resolución en frecuencia.

Cuando se utiliza una ventana rectangular, si la frecuencia de muestreo es un múltiplo entero de la frecuencia fundamental de la señal, la estimación de cada armónico será correcta; en caso contrario, se presentarán errores debidos a tal deslizamiento en frecuencia. En [Ordóñez, 93] se realiza un estudio detallado de la estimación de magnitudes eléctricas con el algoritmo DFT con frecuencia de muestreo fija y considerando que se presenta deslizamiento de frecuencia; se obtienen las expresiones que permiten estimar diferentes magnitudes y a partir de ellas se determinan las cotas máximas de error en función de la desviación en frecuencia.

Para disminuir los errores causados por el deslizamiento de frecuencia y por la presencia de frecuencias no armónicas, se ha propuesto utilizar otras ventanas diferentes a la ventana rectangular. Algunas de las ventanas propuestas en [Oppenheim & Shafer, 00] son: *Hanning*, *Hamming*, *Bartlett* y *Blackman*. Estas ventanas tienen respuestas en frecuencia con menor selectividad que la ventana rectangular, pero con lóbulos laterales menores, atenuando así el error causado por las frecuencias presentes, diferentes a las frecuencias que se están estimando.

La norma [CEI 61000-4-7, 91] plantea que es necesario sincronizar la frecuencia de muestreo con la frecuencia fundamental de la señal, cuando se utiliza la ventana rectangular; y concibe la utilización de la ventana *Hanning* para mejorar la estimación cuando la sincronización no es lo suficientemente precisa. Sin embargo, la mejor

estimación de una señal con armónicos se logra sincronizando la frecuencia de muestreo. En [Ordóñez, 93] se realiza un análisis de la estimación de frecuencia con base en el algoritmo DFT, considerando diferentes opciones en la metodología de cálculo. En el Capítulo 3 de este trabajo se estudia la monitorización de armónicos utilizando diferentes ventanas de ponderación y se proponen las longitudes mínimas y máximas, de tales ventanas, para cumplir con requisitos de exactitud considerando que existe deslizamiento de frecuencia.

La técnica conocida como filtrado *Kalman* también es utilizada en el cálculo de diferentes parámetros de una señal. Esta técnica consiste en un modelo de espacio de estados, el cual realiza seguimiento a la magnitud y el ángulo de fase de la componente de frecuencia fundamental y sus armónicos en tiempo real, bajo condiciones de ruido. La ecuación de estado se expresa de la siguiente forma:

$$x[n+1] = f[n]x[n] + w[n] \tag{3}$$

En la Ecuación (3), $x[n]$ es el vector de estado del proceso de medición, $f[n]$ es la matriz de transición de estado y $w[n]$ es una secuencia de ruido blanco que representa la incertidumbre en la variación de las variables de estado. El proceso de medición de las variables de estado se modela de la siguiente forma:

$$z[n] = H[n]x[n] + v[n] \tag{4}$$

En la Ecuación (4), $z[n]$ es la medición de la señal, $H[n]$ es una matriz que proporciona la relación ideal entre la medición y el vector de estado y $v[n]$ es un ruido blanco de medición que no está correlacionado con $w[n]$.

En [Styvaktakis, 02] se presenta un análisis sobre la utilización del filtro *Kalman* en estimación de la magnitud de la tensión y en la detección de huecos de tensión, haciendo especial énfasis en las propiedades de resolución en tiempo para detectar cambios rápidos, lentos y rápidos repetitivos. Entre tanto, la técnica de filtrado *Kalman* ha sido también utilizada en la estimación de frecuencia para señales distorsionadas, la detección de fuentes de armónicos y la localización óptima de monitores de la calidad de la energía eléctrica en un sistema de potencia.

En el Capítulo 2 de este trabajo se estudia el modelo de señal utilizado para la estimación de la amplitud de los armónicos de una señal de tensión o corriente y las características más importantes del algoritmo de filtrado *Kalman*. Asimismo, en el Capítulo 4 se estudia este algoritmo para la detección de huecos de tensión, se realiza un propuesta sobre la ecuación de estados que puede mejorar el desempeño del filtro *Kalman* y se comparan el algoritmo de filtrado *Kalman* con el algoritmo de estimación del valor eficaz.

Otra técnica utilizada para obtener parámetros de las señales monitorizadas es la Transformada *Wavelet*. El concepto básico de la Transformada *Wavelet* es utilizar una *wavelet* (*ondelette* en francés, ondeleta en lo seguido de este trabajo) como función base para la transformación; de la misma forma que es utilizada la función exponencial compleja como base para la Transformada de *Fourier*.

A diferencia de la Transformada de *Fourier* que utiliza sólo una función base, la Transformada *Wavelet* utiliza varias ondeletas que se obtienen a partir de una ondeleta base llamada ondeleta madre; asimismo, existen diferentes ondeletas madre, entre las que se cuentan la *Daubechies*, *Dyadic*, *Coiflets*, *Morlet* y *Symlets* como algunas de las adecuadas para realizar estudios en sistemas de energía eléctrica [Flores, 02].

La ondeleta madre es una función oscilatoria que decae rápidamente a cero (desaparece precipitadamente); por ejemplo, la ondeleta madre *Morlet* tiene la siguiente expresión:

$$w(t) = e^{-b\,t^2} e^{jw\,t} \tag{5}$$

Las ondeletas utilizadas como funciones base para la Transformada *Wavelet* se obtienen a partir de operaciones de escalamiento (compresión-expansión) y de desplazamiento (en el tiempo) de la ondeleta madre. Para una señal *x(t)*, se tiene entonces que la Transformada *Wavelet* (WT(a,τ)) es función de los factores de escalamiento y desplazamiento de la ondeleta madre [Chui, 97]:

$$WT(a,t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) w\left(\frac{t-t}{a}\right) dt = \frac{1}{\sqrt{a}}\, x(t) * w\left(\frac{-t}{a}\right) \tag{6}$$

En la Ecuación (6), se observa cómo la Transformada *Wavelet* es proporcional a la correlación entre la señal *x(t)* y la ondeleta madre escalada (comprimida o expandida). De esta forma, la Transformada *Wavelet* ubica en el tiempo el contenido de la ondeleta madre escalada, que existe en la señal original *x(t)*. El factor de escalamiento, a, aumenta o disminuye la frecuencia de las oscilaciones de la ondeleta madre; así entonces, es posible que la Transformada *Wavelet* traslade la señal en el dominio del tiempo, *x(t)*, a una representación localizada tanto en el dominio del tiempo, τ, como en el dominio de la frecuencia, a.

La Transformada *Wavelet* fue inicialmente propuesta para el estudio de distorsiones armónicas no-estacionarias en sistemas de potencia; sin embargo, se ha mostrado que se desempeña mejor con señales no periódicas que contienen señales de tipo impulso de corta duración, como es característico en los transitorios de los sistemas de energía eléctrica. Adicionalmente, la Transformada *Wavelet* también ha sido propuesta para la detección y medición de desviaciones en las señales de tensión y/o corriente de los sistemas eléctricos [Flores, 02].

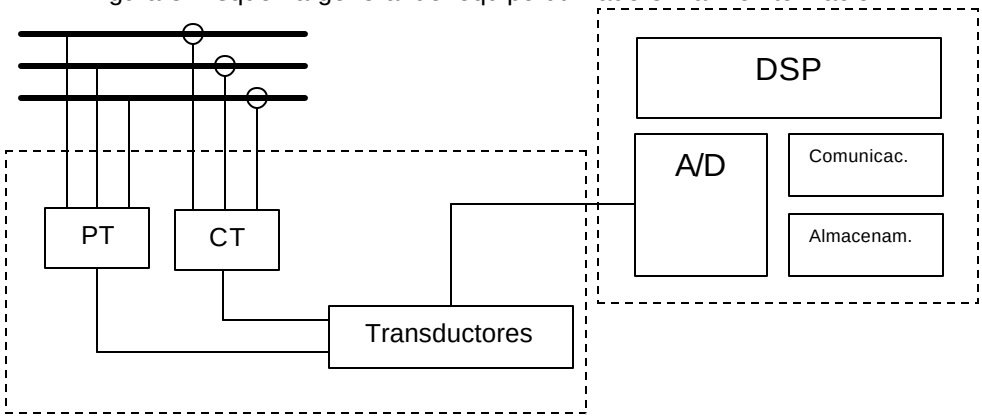
En el siguiente capítulo se estudian los requerimientos para utilizar la transformada *Wavelet* a partir de las muestras de las señales de tensión y corriente; asimismo, en el Capítulo 4 se ilustran las consideraciones requeridas para detectar transitorios oscilatorios mediante la transformada *Wavelet* utilizando la ondeleta *Daubechies4*.

No obstante, existen otras técnicas de procesamiento utilizadas para calcular parámetros de las señales adquiridas del sistema eléctrico, también se encuentran las técnicas de mínimos cuadrados ordinarios (OLS), mínimos cuadrados recursivos (RLS), representación bilineal, bancos de filtros en cuadratura. En este trabajo se estudian en profundidad los algoritmos hasta el momento presentados dado que se encuentran en el estado del arte y resultan de primordial interés para el autor y el director de la investigación.

1.5 EQUIPOS DE MONITORIZACIÓN

En cuanto a los equipos utilizados en la monitorización de la calidad de la energía eléctrica, su esquema general se conforma de: una etapa de acondicionamiento, en la cual se reducen los niveles de tensión y corriente de las señales mediante transformadores de medida y transductores; y una etapa de adquisición y procesamiento, en la cual las señales son digitalizadas mediante un convertidor analógico-digital (A/D), luego procesadas por un DSP (*Digital Signal Processor*) o un computador, y finalmente, los datos obtenidos son almacenados en un medio de almacenamiento masivo o son enviados a través de un dispositivo de comunicación a una estación central (ver Figura 3).

Figura 3. Esquema general del equipo utilizado en la monitorización.



Debido a que las señales son muestreadas (en el convertidor A/D), la información que se obtiene del muestreo sólo es confiable para frecuencias menores a la mitad de la frecuencia de muestreo; por lo tanto, eventos de alta frecuencia como ondas viajeras requieren que la frecuencia de muestreo sea lo suficientemente alta.

En este trabajo se ha tomado como frecuencia de muestreo 128 muestras por ciclo de 60 [Hz] para realizar las diferentes simulaciones por dos razones. En primer lugar, porque para utilizar el algoritmo rápido FFT se requiere que la cantidad de muestras sea una potencia entera de dos (2^{v} con v entero). En segundo lugar porque la normatividad internacional recomienda garantizar una frecuencia de muestreo para monitorizar hasta el armónico de orden 40, lo cual implica tomar por lo menos 80 muestras por ciclo de 60 [Hz] y el siguiente número potencia entera de dos es 128, con lo cual se puede monitorizar hasta el armónico 64. La frecuencia de muestreo del equipo de medición es normalmente

un múltiplo entero de 128*60 [Hz] con el fin de implementar un filtro anti-solapamiento menos exigente. Luego mediante un proceso de diezmado digital la frecuencia de muestreo se reduce a 128 muestras por ciclo [Arrillaga et al, 00].

De otra parte, los transformadores de tensión y corriente se comportan como filtros pasa bajas, por consiguiente, se requiere conocer su respuesta en frecuencia para establecer su efecto en la monitorización de eventos de alta frecuencia.

La necesidad de monitorización de los fenómenos electromagnéticos ha conducido al desarrollo de sistemas de monitorización continua, estos consisten fundamentalmente en una red de monitores distribuidos en el sistema de energía eléctrica. En [Hart et al, 00], por ejemplo, se presenta como alternativa la utilización de los relés de protección para monitorizar económicamente la calidad del servicio. La finalidad inicial es detectar problemas relacionados con la calidad, para luego disponer la ubicación de monitores especializados. [Chen et al, 00] expone, de otra parte, la implementación de un sistema de monitorización continua que no esté basado en monitores tipo propietario (desarrollados por un fabricante para propósito específico), sino en tarjetas de adquisición genéricas conectadas a computadores personales compatibles. De manera similar, [Daponte et al, 00] propone un sistema de monitorización continua con procesamiento distribuido y con capacidad de comunicación y acceso de la información mediante Internet.

No obstante, muchos de los equipos monitores son considerados costosos, poco flexibles y con limitaciones de almacenamiento y procesamiento de información. Sin embargo, dadas las tecnologías de *software* y *hardware* disponibles actualmente, se espera que el almacenamiento de las señales muestra a muestra en grandes bases de datos, para luego ser analizadas manualmente, sea reemplazado por el procesamiento (*in situ*) distribuido entre los diferentes monitores localizados en los nodos involucrados en cada evento de la calidad de la energía eléctrica [Flores, 02].

2. ALGORITMOS DE PROCESAMIENTO

En este capítulo se explican algunos de los algoritmos de procesamiento de señales más utilizados en la monitorización de la calidad de la energía eléctrica. Estos algoritmos son: El algoritmo de acumulación para la estimación del valor eficaz, la transformada discreta de *Fourier* (DFT) para la estimación de componentes de frecuencia, el algoritmo de filtrado *Kalman* para la estimación de la magnitud de los armónicos y la transformada *Wavelet* para la estimación de transitorios.

2.1 ALGORITMO DE ACUMULACIÓN PARA ESTIMAR VALOR EFICAZ

Este algoritmo se utiliza para aproximar el valor eficaz de una señal a partir de sus muestras. En primer lugar, se estudiará el algoritmo de integración para estimar el valor eficaz de una señal continua y luego se extenderá el estudio al algoritmo de acumulación discreta.

2.1.1 Algoritmo de integración. Idealmente, el valor eficaz de una señal *x(t)* se estima para un intervalo de tiempo (*T*) mediante la integración de la señal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$V_{RMS}(t)=\sqrt{\frac{1}{T}\int_{t-T}^{t}\left|x(t)\right|^2 dt} \tag{7}$$

De esta forma, el valor eficaz de la señal puede cambiar con el paso del tiempo si la señal cambia sus características. A partir de la ecuación anterior, el cuadrado del valor eficaz puede expresarse como una operación de convolución:

$$V_{RMS}^2(t)=\frac{1}{T}\left|x(t)\right|^2 * \left[u(t)-u(t-T)\right] \tag{8}$$

Por lo tanto, el cuadrado del valor eficaz puede interpretarse como un filtrado LIT luego de una modulación cuadrática de la señal, $x^2(t)$ (si $x(t)$ es un número real); lo cual, en el dominio de la frecuencia corresponde a:

$$V_{RMS^2}(w)=\left[\frac{1}{2p}X(w)*X(w)\right]\cdot\left[\frac{Sen\left(\frac{wT}{2}\right)}{\frac{wT}{2}}e^{-j\frac{wT}{2}}\right]. \tag{9}$$

Considerando que la señal, en estado estacionario, corresponde a una sumatoria de una componente fundamental y sus armónicos; el espectro de la modulación cuadrática ($x^2(t)$) tendrá las siguientes características:

1. Siempre contendrá componente de continua. Este valor es el cuadrado del valor eficaz de la señal $x(t)$ ya que es la sumatoria de la magnitud al cuadrado de todas las componentes de frecuencia de la señal.
2. Por cada armónico de la señal original, aparece también, en el espectro de la señal modulada, una componente del doble de frecuencia del armónico; por lo tanto, el ancho de banda de la modulación cuadrática ($x^2(t)$) es el doble del ancho de banda de la señal original.
3. Asimismo, también aparecen componentes con frecuencias correspondientes a la suma y la resta de las frecuencias de los armónicos de la señal, las cuales corresponden también a frecuencias múltiplos enteros de la frecuencia fundamental de la señal original $x(t)$.

Por ejemplo, para una señal que contiene todos los armónicos impares hasta el armónico de orden N, la modulación cuadrática tendrá un espectro con todos los armónicos pares desde la componente de continua hasta el armónico de orden $2N$.

Entonces, el filtrado involucrado debe dejar pasar inalterada la componente de continua y eliminar todos los armónicos de la señal $x^2(t)$. En la Ecuación (9) se observa como la magnitud de la respuesta en frecuencia del filtrado corresponde a una función *sinc* con ganancia uno (1) para la frecuencia cero (0 rad/s) y de valor cero (0) para las frecuencias múltiplo entero de $2p/T$ rad/s. Por lo tanto, la estimación del valor eficaz, de la señal considerada, es correcta si el intervalo de tiempo (T) es múltiplo entero del periodo fundamental de la señal $x(t)$. En caso contrario; se presentarán errores en la estimación, causados por las oscilaciones de los armónicos de $x^2(t)$ que no son eliminados en el filtrado.

El intervalo de tiempo (T) para el cual se calcula el valor eficaz, se determina a partir de una estimación de la frecuencia de la señal o partir de la frecuencia nominal del sistema. Por consiguiente, si hay errores en la estimación de la frecuencia o si varía la frecuencia de operación del sistema de energía eléctrica, se presentarán oscilaciones en el valor

eficaz estimado, cuando éste realmente no está variando en función del tiempo. Esto se debe a que el proceso de filtrado no elimina las componentes de frecuencia de la modulación cuadrática diferentes a la componente de continua, ya que los cruces por cero de la respuesta en frecuencia no coinciden con las frecuencias de los armónicos de la señal.

- Efecto del deslizamiento de frecuencia. El deslizamiento de frecuencia (δ) es el error relativo de la frecuencia de la señal (f_s) con respecto a la frecuencia medida de la señal (f_m); esta última puede corresponder a la frecuencia nominal del sistema.

$$d = \frac{f_m - f_S}{f_m} \tag{10}$$

Considerando ahora una señal estacionaria con *N* armónicos y deslizamiento de frecuencia, se escribe la siguiente ecuación:

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{N} A_k Cos\left(k2p\ f_m(1-d)t + q_k\right) \tag{11}$$

Los coeficientes de la Serie de *Fourier*, a_k , de esta señal corresponden a:

$$a_k = \begin{cases} A_0 & k = 0 \\ 0{,}5A_k e^{jq_k} & k = 1,2,...,N \\ 0{,}5A_k e^{-jq_k} & k = -N,....,-1 \\ 0 & otro\ \ k \end{cases} \tag{12}$$

La modulación cuadrática, $x^2(t)$, es también una sumatoria de armónicos y de acuerdo con las propiedades de la serie de *Fourier* sus coeficientes de la Serie de *Fourier* son:

$$b_k = \sum_{m=k-N}^{N} a_m\ a_{k-m} \quad para\ \ 0 \le k \le 2N \tag{13}$$

La señal *x(t)* es una señal de valor real, por lo tanto sus coeficientes tienen simetría conjugada, $a_k^* = a_{-k}$. Teniendo en cuenta lo anterior, los coeficientes de la Ecuación (13) se pueden escribir como sigue:

$$b_k = \begin{cases} a_0^2 + 2\sum_{m=1}^{N} |a_m|^2 & para \;\; k = 0 \\ \sum_{m=0}^{k} a_m a_{k-m} + 2\sum_{m=1}^{N-k} a_m^* a_{k+m} & para \; 1 \le k \le N-1 \\ \sum_{m=k-N}^{N} a_m a_{k-m} & para \;\; N \le k \le 2N \end{cases} \quad (14)$$

El valor eficaz al cuadrado de la señal corresponde al filtrado de la modulación cuadrática y se expresa como sigue:

$$V_{RMS}^2(t) = b_0 + 2\sum_{k=1}^{2N} |b_k| \frac{Sen(kp\,(1-d))}{kp\,(1-d)} Cos(2p\;k\;f_m(1-d)\,t + \angle b_k - kp\,(1-d)) \quad (15)$$

De la Ecuación (14) se observa que el valor b_0 es el verdadero valor eficaz al cuadrado de la señal *x(t)*. De esta forma, en la Ecuación (15), el valor eficaz estimado corresponde a la raíz cuadrada del verdadero valor eficaz más una parte oscilatoria que depende del deslizamiento en frecuencia y de la amplitud de los armónicos de la señal *x(t)*. Por lo tanto, esta parte oscilatoria determina el error en la estimación. El mayor error en la estimación se presentará en los instantes de tiempo en los cuales tal parte oscilatoria alcance sus valores extremos. El valor extremo máximo que podría alcanzar esta parte oscilatoria, corresponde a la suma de las máximas amplitudes de todas las señales sinusoidales que la conforman. Así entonces, el mayor porcentaje de error posible se puede enunciar como sigue:

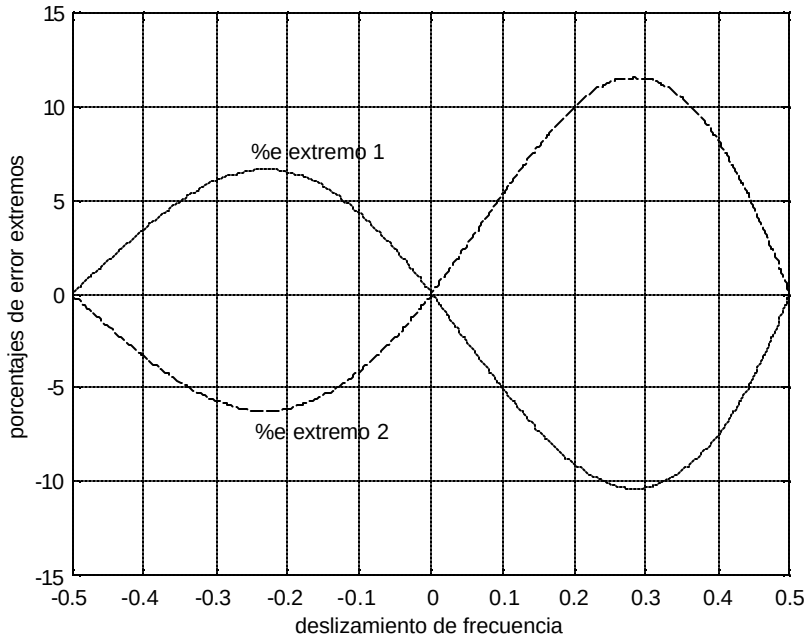
$$\%error_{EXTREMO} = 100\left[1 - \sqrt{1 \pm \sum_{k=1}^{2N} 2\frac{|b_k|_{MÁXMO}}{b_0}\left|\frac{Sen(kp\,(1-d))}{kp\,(1-d)}\right|}\right] \quad (16)$$

En la Ecuación (16) el término $|b_k|_{MÁXIMO}$ corresponde al máximo valor que podría tomar cada coeficiente b_k y está determinado por la amplitud de los armónicos que conforman la señal *x(t)* (A_k).

En la Figura 4 se presentan los porcentajes de error extremo (positivos y negativos) en función del deslizamiento de frecuencia para una señal sinusoidal sin armónicos. En esta figura se observa que, independientemente del deslizamiento, los porcentajes extremos de error positivos son siempre mayores que los negativos; igualmente los porcentajes extremos de error son mayores para deslizamientos positivos que para deslizamientos negativos. Es decir, que los porcentajes máximos de error son mayores cuando el valor

eficaz se estima sobre un intervalo de tiempo menor al periodo de la señal (en este caso la frecuencia de la señal es menor a la frecuencia medida).

Figura 4. Porcentajes de error extremo en la estimación del valor eficaz de una señal sin armónicos y con deslizamiento de frecuencia.



En Colombia la reglamentación vigente (Resolución CREG 025 de 1995) establece que en condiciones normales de operación la frecuencia del sistema puede variar entre 60,2 Hz y 59,8 Hz. Si se considera que f_m = 60Hz, el rango de deslizamiento de frecuencia permitido es: $-0{,}0033 \leq \delta \leq 0{,}0033$. En este caso (Figura 4) el máximo porcentaje de error es de 0,1673% para deslizamiento positivo y 0,1662% para deslizamiento negativo.

En estados de emergencia, fallas, déficit energético y periodos de restablecimiento; la frecuencia del sistema puede oscilar entre 63,0 Hz y 57,5 Hz. Con f_m = 60Hz, el rango de deslizamiento de frecuencia permitido es, entonces: $-0{,}05 \leq \delta \leq 0{,}0416$. En este caso el máximo porcentaje de error es de 2,173% para deslizamiento positivo y 2,37% para deslizamiento negativo. No obstante, estos porcentajes de error pueden aumentar en presencia de armónicos.

2.1.2 Estimación del valor eficaz mediante acumulación discreta de las muestras de la señal. La estimación digital del valor eficaz involucra un proceso de muestreo, así como también un proceso de cuantificación y codificación de la señal. En este apartado se considerará un proceso de muestreo ideal en cual se toman M muestras por cada ciclo de la señal *x(t)*. Por lo tanto, considerando que la frecuencia medida de esta señal es f_m, entonces la frecuencia de muestreo de la señal es $F_{muestreo} = M*f_m$ [Hz].

Para evitar el fenómeno de *Solapamiento* (solapamiento del espectro) la mayor frecuencia que puede existir en la señal *x(t)* debe ser menor a $0{,}5*M*f_m$ [Hz] (de acuerdo con el teorema de *Nyquist*). Consecuentemente, se realiza un filtrado de la señal previo al proceso de muestreo. Si se considera que la señal es una sumatoria de componente de continua más *N* armónicos, entonces el modelo de la señal con deslizamiento de frecuencia, después del filtrado anti-*Solapamiento*, será el siguiente:

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{N} A_k Cos\left(k 2p\ f_m(1-d)t + q_k\right) \quad con\ N\ entero\ menor\ que\ \frac{M}{2(1-d)} \tag{17}$$

Una vez se muestrea la señal, las muestras estarán descritas como sigue:

$$x[n] = A_0 + \sum_{k=1}^{N} A_k Cos\left(k\frac{2p}{M}(1-d)n + q_k\right) \quad con\ N\ entero\ menor\ que\ \frac{M}{2(1-d)} \tag{18}$$

Mediante las muestras *x[n]* es posible aproximar el valor eficaz de la señal *x(t)* para un intervalo de tiempo de duración T segundos. Para esto, la aproximación del valor eficaz en el tiempo respectivo para la muestra *n* requiere de L muestras anteriores y se calcula así:

$$V_{RMS}[n] = \sqrt{\frac{1}{L}\sum_{m=n-L}^{n-1} x^2[n]} \tag{19}$$

La cantidad de muestras L corresponde al número de muestras que se han tomado de la señal en el intervalo de tiempo T segundos. Este intervalo de tiempo corresponde normalmente a un múltiplo entero del periodo medido de la señal *x(t)*; es decir, un múltiplo entero de $1/f_m$. No obstante, para la detección de cambios rápidos en algunos casos este intervalo corresponde a la mitad del periodo medido de la señal. En todo caso, el cuadrado del valor eficaz puede expresarse, también, como una operación de convolución entre $x^2[n]$ y una ventana rectangular de altura *1/L*:

$$V_{RMS}^2[n]=\frac{1}{L}x^2[n]*\left[u[n-1]-u[n-L-1]\right] \quad (20)$$

El cuadrado del valor eficaz corresponde nuevamente a un filtrado LIT de la señal discreta elevada al cuadrado (modulación cuadrática). Asimismo, la interpretación en el dominio de la frecuencia de esta operación corresponde a:

$$V_{RMS^2}(e^{jw})=\left[\frac{1}{2p}X(e^{jw})\textcircled{2p}X(e^{jw})\right].\left[\frac{Sen\left(\frac{wL}{2}\right)}{LSen\left(\frac{w}{2}\right)}e^{-j\frac{w\ (L+1)}{2}}\right] \quad (21)$$

En este caso el espectro de la modulación cuadrática de la señal corresponde a una convolución periódica de periodo 2π, y la repuesta en frecuencia corresponde a un filtrado FIR de fase lineal cuya magnitud es de forma *sinc* periódica.

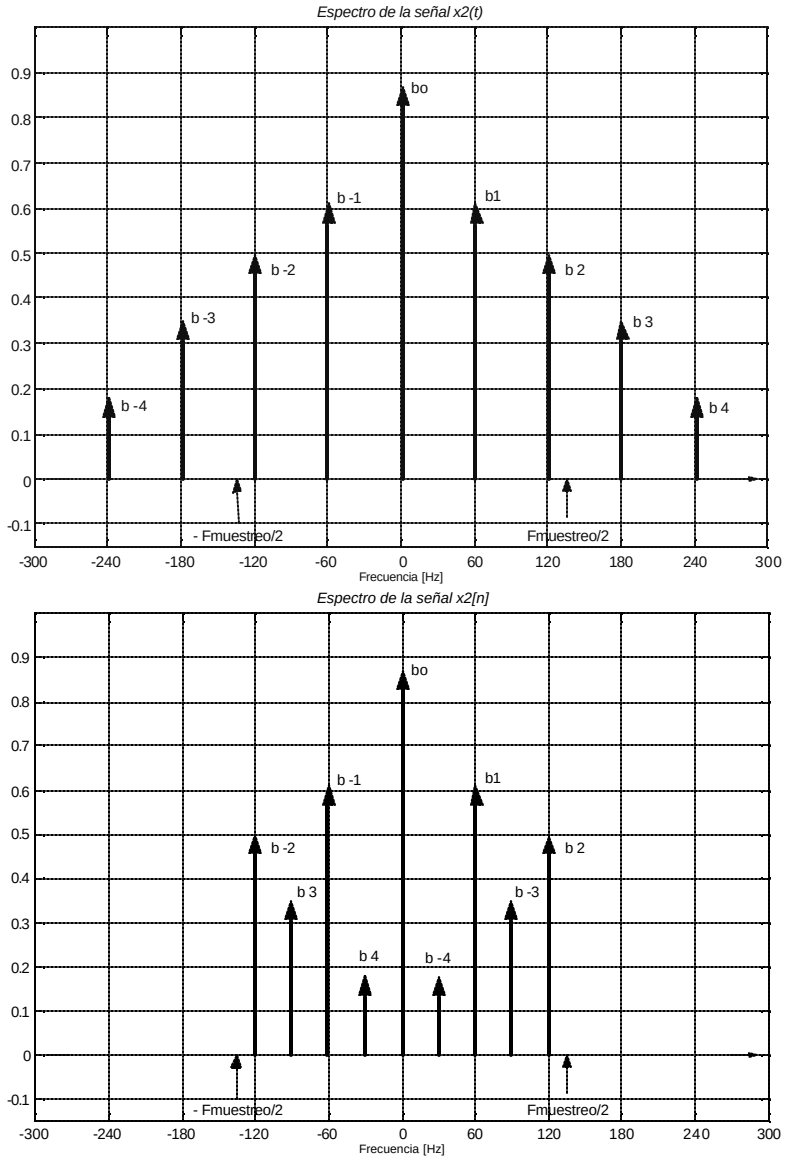
- Efecto del muestreo en la estimación del valor eficaz. El espectro de la modulación cuadrática ($x^2[n]$) está determinado por el espectro de la señal $x^2(t)$, ya que corresponde al muestreo de esta última. La componente de continua de $x^2[n]$ es la misma componente de continua de $x^2(t)$, la cual equivale al cuadrado del valor eficaz de la señal $x(t)$ (Ecuación (15)). Las demás componentes de frecuencia de $x^2[n]$ tienen las mismas amplitudes y ángulos de fase de las componentes de $x^2(t)$, no obstante puede ocurrir que los valores de frecuencia de unas y otras no se correspondan.

El proceso de muestreo implica que todas las frecuencias separadas múltiplos enteros de la frecuencia de muestreo son superpuestas en el intervalo de frecuencias de $-0{,}5*F_{muestreo}$ a $0{,}5*F_{muestreo}$ [Hz]. Dado que el ancho de banda del espectro de $x^2(t)$ es el doble del de la señal $x(t)$, es posible que en el espectro de la señal $x^2[n]$ se superpongan las componentes de frecuencia de $x^2(t)$ cuya frecuencia sea mayor a $0{,}5*F_{muestreo}$ [Hz]; es decir, que las componentes de frecuencia de $x^2(t)$ cuya frecuencia sea mayor a $0{,}5*M*f_m$ [Hz], aparecerán en el espectro de $x^2[n]$ como frecuencias menores que $0{,}5*M*f_m$ [Hz], de tal forma que el ancho de banda de la modulación cuadrática discreta es siempre menor que $0{,}5*M*f_m$ [Hz] (ver Figura 5).

Así entonces, en el intervalo de frecuencia de $-0{,}5*M*f_m$ [Hz] a $0{,}5*M*f_m$ [Hz], la señal $x^2[n]$ podría tener mayor cantidad de componentes de frecuencia que la señal $x^2(t)$. En tal

caso, los errores en la estimación del valor eficaz podrían resultar mayores a los obtenidos mediante el algoritmo de integración.

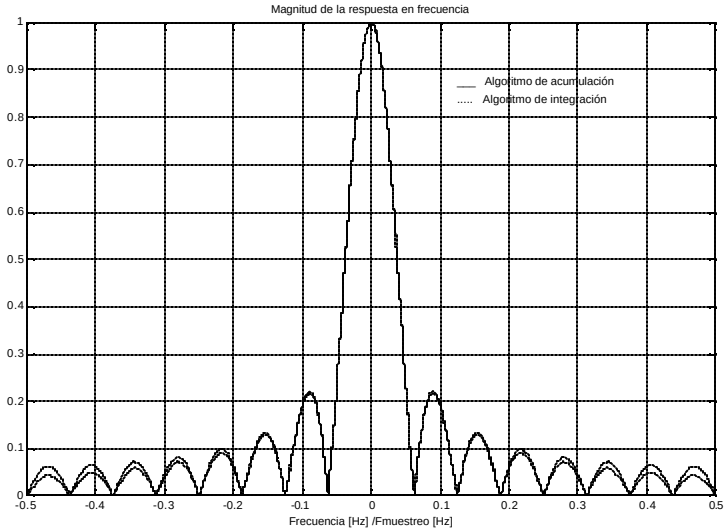
Figura 5. Comparación entre los espectros de $x^2(t)$ y $x^2[n]$ cuando el ancho de banda de $x^2(t)$ es mayor que $0,5*F_{muestreo}$ [Hz], considerando que la señal $x(t)$ es una suma de armónicos y que existe deslizamiento de frecuencia.



Lo anterior se explica teniendo en cuenta que la magnitud de la respuesta en frecuencia del filtrado involucrado en la estimación del valor eficaz (Ecuación (21)), disminuye progresivamente a medida que la frecuencia aumenta a partir de cero, y que las

componentes de frecuencia de la señal $x^2(t)$ están distribuidas en un ancho de banda mayor al de $x^2[n]$; y por lo tanto, algunas componentes de frecuencia de $x^2(t)$ serán más atenuadas. Adicionalmente, la magnitud de esta respuesta en frecuencia es levemente mayor en el caso de la acumulación de $x^2[n]$ que en el caso de la integración de $x^2(t)$ (ver Figura 6).

Figura 6. Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtrado involucrado en la estimación del valor eficaz mediante integración de $x^2(t)$ y mediante acumulación de $x^2[n]$, considerando que se toman16 muestras para estimar el valor eficaz ($L=16$).



Por lo tanto, el error en la estimación discreta del valor eficaz, debido al deslizamiento de frecuencia, puede ser mayor que en la estimación mediante integración, por dos razones:

1. Porque la frecuencia de muestreo no es mayor al doble del ancho de banda de la señal $x^2(t)$, lo cual puede causar que en el espectro de $x^2[n]$ se presente el fenómeno de solapamiento.
2. Porque la magnitud de la respuesta en frecuencia del filtrado involucrado en el cálculo del valor eficaz, es mayor en el caso de la estimación discreta mediante acumulación.

La primera de las dos causas se puede evitar aumentando la frecuencia de muestreo o disminuyendo la frecuencia de corte del filtrado anti-Solapamiento. Esto implica que se

debe mantener la siguiente relación entre el número de muestras por ciclo (*M*) y el mayor orden de armónico de la señal *x(t)* (*N*):

$$M > 4N(1-d) \tag{22}$$

La segunda causa mencionada puede ser mitigada aumentando la cantidad de muestras (*L*) utilizadas en la estimación del valor eficaz; esto se puede lograr aumentando la cantidad de muestras por ciclo (*M*) o aumentando el número de ciclos considerados para la estimación del valor eficaz. No obstante, de esta última forma se aumenta la constante de tiempo del algoritmo, es decir se disminuye la rapidez del algoritmo para detectar cambios en el valor eficaz.

2.2 TRANSFORMADA DISCRETA DE *FOURIER* (DFT)

El algoritmo de transformada discreta de *Fourier* se utiliza para estimar componentes de frecuencia de la señal a partir de sus muestras; asimismo, permite también estimar armónicos, interarmónicos, subarmónicos, valor eficaz e incluso componentes de secuencia en sistemas trifásicos.

El fundamento para utilizar la transformada discreta de *Fourier* consiste en que: una cantidad *L* de muestras de la señal se puede representar o descomponer como la suma de *L* componentes de frecuencia (exponenciales complejas de la forma $Be^{j(wn+b)}$). El algoritmo DFT calcula la magnitud y el ángulo de fase de tales componentes mediante la siguiente ecuación:

$$F[k] = \sum_{n=0}^{L-1}\left[x[n]e^{-jk\frac{2p}{L}n}\right] \quad para\ L\ valores\ enteros\ y\ consecutivos\ de\ k \tag{23}$$

F[k] es un valor complejo que contiene la información de magnitud y fase para la componente con frecuencia $k*F_{muestreo}/L$ [Hz] (ó *k2p/L* [rad/muestra])[†]. De esta forma, la frecuencia de las componentes calculadas corresponde a los múltiplos enteros de $F_{muestreo}/L$ [Hz] que se encuentren ubicados en el rango de $-0,5\ F_{muestreo}$ a $0,5\ F_{muestreo}$ [Hz]. Por consiguiente, la máxima frecuencia que puede estudiarse es $0,5\ F_{muestreo}$ [Hz]; y para una frecuencia de muestreo determinada, cuanto mayor sea la cantidad de muestras se calculará un mayor número de componentes de frecuencia con frecuencias más cercanas.

[†] La frecuencia de una señal discreta puede interpretarse como una normalización de la frecuencia de la señal continua y es igual a la frecuencia de la señal continua dividida por la frecuencia de muestreo.

La reconstrucción de las muestras de la señal se realiza mediante la siguiente ecuación de síntesis:

$$x[n] = \frac{1}{L}\sum_{k=0}^{L-1}\left[F[k] e^{jk\frac{2p}{L}n} \right] \qquad para\ 0 \le n \le L-1 \tag{24}$$

La señal *x[n]* recuperada a partir de la Ecuación (24) es periódica con periodo *L* muestras; y las muestras para *0 = n = L-1* corresponden exactamente a las *L* muestras tomadas para calcular la información de las componentes de frecuencia mediante la Ecuación (23). En consecuencia, si la señal original es periódica y las *L* muestras utilizadas en el algoritmo DFT corresponden a un periodo fundamental de la señal, las componentes de frecuencia estimadas corresponden a los armónicos de la señal. Si se desean calcular subarmónicos o interarmónicos será necesario tomar más de un periodo fundamental de la señal para mejorar la resolución en frecuencia.

Cuando se toma un periodo fundamental de la señal, las amplitudes o valores pico de los armónicos y sus respectivos ángulos de fase corresponden a:

$$A_k = \frac{2}{L}\left|F[k]\right| \qquad q_k = \angle F[k] \qquad para\ 1 \le k < L/2 \tag{25}$$

Como las muestras son de valor real, entonces la componente de continua (*k=0*) y la amplitud del armónico de orden *L/2* se calculan así:

$$A_0 = \frac{F[0]}{L} \qquad A_{L/2} = \frac{F[L/2]}{L} \tag{26}$$

Por consiguiente, el algoritmo DFT puede interpretarse como un banco de filtros, uno por cada armónico [Bellanger, 94]. Además, si todas las muestras de la señal se aproximaran por sólo una señal sinusoidal, la energía del error sería mínima; lo cual significa que cada componente de frecuencia calculada, es la mejor aproximación de la señal para esa frecuencia específica.

2.2.1 Transformada rápida de Fourier (FFT). Esta transformada obtiene los mismos resultados de la DFT pero de manera más eficiente. Con este algoritmo se realizan $(L/2)*Log_2(L)$ en lugar de L^2 multiplicaciones [Proakis & Manolakis, 98]. Por lo tanto, el algoritmo FFT es el algoritmo que normalmente se implementa para calcular la DFT; sin

embargo, para que este algoritmo sea más eficiente se requiere que el número de muestras *L* sea potencia entera de 2 ($L=2^v$ con *v* entero).

2.2.2 DFT en tiempo real. Si se considera que la señal *x[n]* evoluciona de un régimen periódico a otro régimen periódico, es posible calcular las componentes de frecuencia de la señal para el instante de tiempo *n* a partir de las *L* muestras anteriores (*n-L* a *n-1*). En este caso los coeficientes de las componentes de frecuencia son variables en el tiempo y se denominan *F[k,n]*. Para estimar estos coeficientes se puede considerar que el origen de tiempo de la señal está fijo o que varía en el tiempo, lo cual significa un origen distinto para los ángulos de fase de las componentes.

- Origen de tiempo variable. En este caso, el origen de tiempo para el algoritmo DFT se considera ubicado en la muestra del tiempo *n-L* y se puede describir como:

$$F'[k,n]=\sum_{i=1}^{L}\left[x[n-i]e^{jk\frac{2p}{L}i}\right] \qquad (27)$$

La sumatoria anterior es de la forma $\sum_{i=1}^{L}\left[b_i\,x[n-i]\right]$ con $b_i=e^{jk\frac{2p}{L}i}$; por lo tanto, la Ecuación (27) corresponde a un filtrado FIR (*Finite Impulse Response*) de la señal *x[n]*. Entonces, el cálculo de los coeficientes espectrales con origen de tiempo variable se puede expresar como una convolución entre *x[n]* y una función de duración finita así:

$$F'[k,n]=x[n]*\left[e^{jk\frac{2p}{L}n}\left(u[n-1]-u[n-L]\right)\right] \qquad (28)$$

De la ecuación anterior se observa que la respuesta en frecuencia del filtrado FIR involucrado corresponde a la transformada de *Fourier* de la ventana rectangular (*u[n-1] – u[n-L]*) desplazada a la frecuencia de la componente que se está estimando (*k2p/L* [rad/muestra] ó $k*F_{muestreo}/L$ [Hz]).

La transformada de la ventana rectangular ($V_R(e^{jw})$) es una función de forma *sinc periódica* con amplitud máxima para las frecuencias *k*2p* [rad/muestra] (con *k=0,±L, ±2L,…*) y con cruces por cero en las frecuencias *k*2p /L* [rad/muestra] (con *k* entero *? 0,±L, ±2L,…*):

$$V_R\left(e^{jw}\right)=\frac{Sen(wL/2)}{Sen(w/2)}e^{-j\frac{w}{2}(L+1)} \tag{29}$$

Como se mencionó anteriormente, la respuesta en frecuencia del filtrado FIR involucrado para estimar la componente con frecuencia *k*2p /L* [rad/muestra] ó $k*F_{muestreo}/L$ [Hz], será entonces:

$$H_k\left(e^{jw}\right)=V_R\left(e^{j\left(w-k\frac{2p}{L}\right)}\right) \tag{30}$$

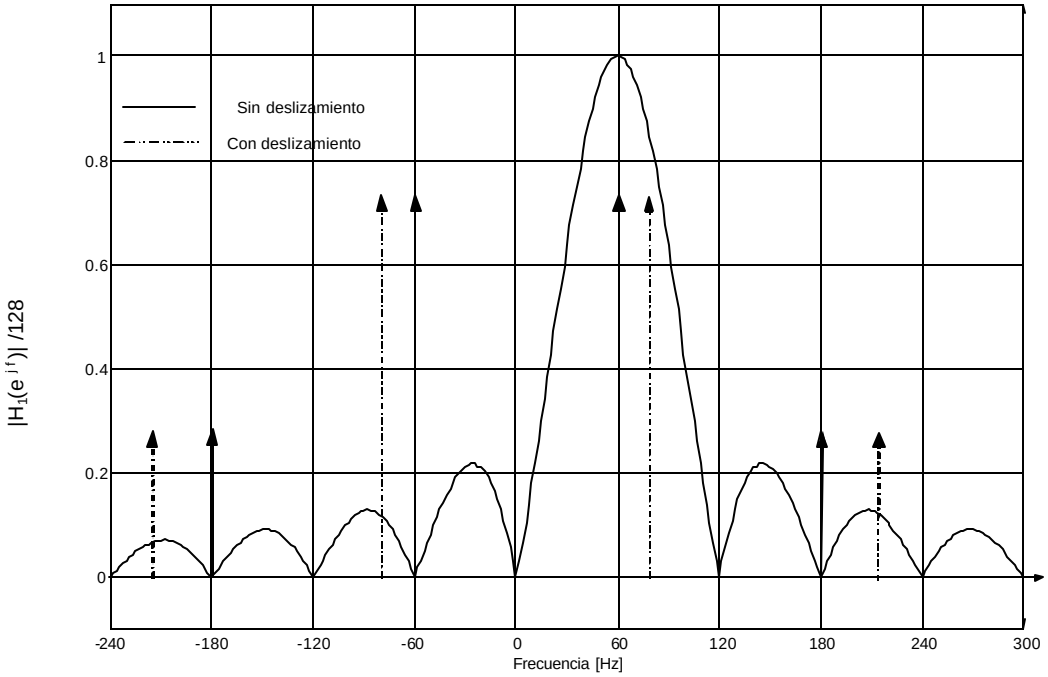
En consecuencia, la ganancia del filtrado será máxima para la frecuencia de la componente que se desea calcular y cero para las frecuencias de todas las demás componentes que también serán estimadas.

Por ejemplo, considérese que las muestras de la señal se obtienen con una frecuencia de muestreo de 7 680 [Hz] (128 muestras para un intervalo de 1/60 segundos); es decir, que la máxima frecuencia que puede estudiarse es de 3 840 [Hz] (64*60 [Hz])[‡]. Si se toman 128 muestras (*L=128*) para calcular la DFT en tiempo real, significa que se van a estimar las componentes con frecuencias múltiplos de 60 [Hz] (*k*(7 680)/128* [Hz]) hasta la frecuencia 3 840 [Hz]. En este caso, la transformada de *Fourier* de la ventana rectangular será máxima para la frecuencia cero y tendrá cruces por cero en las frecuencias *k*60* [Hz]. En la Figura 7 se muestra la magnitud de la respuesta en frecuencia del filtrado FIR para estimar la componente de 60 [Hz]. Se puede observar cómo la respuesta en frecuencia es cero para todas las demás frecuencias que también serán estimadas.

Si la señal es periódica y sus componentes de frecuencia tienen frecuencias múltiplo entero de 60 [Hz], entonces las componentes de frecuencia calculadas con el algoritmo DFT en tiempo real corresponderán exactamente a las componentes de la señal. Como se observa en la Figura 7, si la frecuencia fundamental de la señal cambia (hay deslizamiento de frecuencia), las componentes de frecuencia de la señal ya no serán estimadas correctamente.

[‡] Esta frecuencia máxima está determinada por el filtro anti-solapamiento.

Figura 7. Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtrado involucrado en la estimación de la componente de 60 [Hz] con la DFT en tiempo real para 128 muestras (*L=128*) y frecuencia de muestreo 7,68 [kHz].



- Origen de tiempo fijo. En este caso, el origen de tiempo para el algoritmo DFT se considera ubicado en la muestra del tiempo *n=0* y se puede expresar como:

$$F[k,n] = \sum_{i=1}^{L} \left[x[n-i] e^{jk\frac{2p}{L}(i-n)} \right] \qquad (31)$$

De la ecuación anterior se deduce que el algoritmo corresponde a una operación lineal pero variante en el tiempo, ya que los coeficientes que multiplican a *x[n-i]* dependen de *n.* Sin embargo, comparando la Ecuación (31) con la Ecuación (27) se puede escribir la siguiente relación entre los algoritmos de origen de tiempo fijo y origen de tiempo variable:

$$F[k,n] = F'[k,n]\, e^{-jk\frac{2p}{L}n} \qquad (32)$$

Por consiguiente, la magnitud de los coeficientes en ambos casos es igual y los algoritmos tan sólo difieren en los ángulos de fase estimados, como ya se había mencionado.

2.2.3 Errores en la estimación de componentes de frecuencia. Como el algoritmo DFT opera sobre las muestras de la señal, los errores en el proceso de muestreo pueden afectar la estimación de las componentes de frecuencia. El proceso de muestreo puede degradar la información tomada de la señal por dos causas:

1. Fenómeno de solapamiento.
2. Proceso de cuantificación.

Para evitar el fenómeno de solapamiento es necesario filtrar las componentes de la señal cuya frecuencia sea superior a $0,5*F_{muestreo}$ [Hz]. La degradación de la información por el proceso de cuantificación es inevitable; sin embargo, puede disminuirse su efecto utilizando un convertidor analógico-digital con una alta relación señal a ruido.

De otra parte, el algoritmo DFT en tiempo real estima las componentes con frecuencias múltiplo entero de $F_{muestreo}/L$ [Hz] mediante un proceso de filtrado, como se describió anteriormente. La respuesta en frecuencia de este filtrado no selecciona perfectamente las frecuencias que se van a calcular; por lo tanto, la presencia de otras frecuencias dará lugar a errores en la estimación que realiza el algoritmo DFT en tiempo real.

Para una señal que evoluciona de un régimen periódico a otro, el algoritmo DFT en tiempo real es utilizado para calcular los armónicos de la señal; sin embargo, hay dos situaciones que pueden generar error en tal estimación:

1. El deslizamiento de frecuencia puede provocar que el armónico que se esté estimando no sea filtrado con ganancia máxima (ver Figura 7).
2. El filtrado no elimina otras componentes con frecuencias diferentes a la del armónico que se desea estimar. Esto puede suceder por el deslizamiento en frecuencia (ver Figura 7) y/o por la presencia de otras componentes de frecuencia como: subarmónicos, interamónicos, ruido…

Los errores causados por estas dos situaciones pueden ser disminuidos sincronizando la frecuencia de muestreo con la frecuencia fundamental de la señal, con el fin de reducir el deslizamiento de frecuencia. De otra parte, los errores pueden también rebajarse,

logrando que la respuesta en frecuencia del filtrado involucrado tenga una mejor selectividad. Esto se puede lograr aumentado el número de muestras (*L*) o utilizando una ventana de ponderación diferente de la rectangular.

Los errores en la estimación de los armónicos dependerán, entonces, del deslizamiento de frecuencia, de los niveles y la cantidad de armónicos y de otras componentes de frecuencia que estén presentes en la señal, y de la respuesta en frecuencia del filtrado involucrado en la estimación de componentes de frecuencia con el algoritmo DFT en tiempo real. En [Ordóñez, 93] se encuentra un completo estudio de los errores en la estimación de diferentes magnitudes eléctricas (armónicos, valor eficaz, componente de continua, componentes de secuencia, potencia por fase y potencia trifásica) para señales estacionarias con armónicos y deslizamiento de frecuencia, utilizando el algoritmo DFT en tiempo real con ventana rectangular.

2.2.4 Ventanas de ponderación. Se utilizan ventanas de ponderación que multiplican la señal antes de procesarla con el algoritmo DFT en tiempo real. Considerando origen de tiempo variable, las componentes de frecuencia de la señal se calculan así:

$$F'[k,n] = \sum_{i=1}^{L} \left[x[n-i]v[L-i]e^{jk\frac{2p}{L}i} \right] \qquad (33)$$

Donde, la ventana de ponderación, *v[n],* es diferente de cero para *0 = n = L-1.* Igualmente, la estimación de las componentes de frecuencia, con ventanas de ponderación, puede interpretarse como un filtrado FIR cuya respuesta en frecuencia está determinada por la transformada de *Fourier* de la función ventana, $V(e^{jw})$, así:

$$H_k\left(e^{jw}\right) = V\left(e^{j\left(k\frac{2p}{L}-w\right)} \right) e^{-jwL} \qquad (34)$$

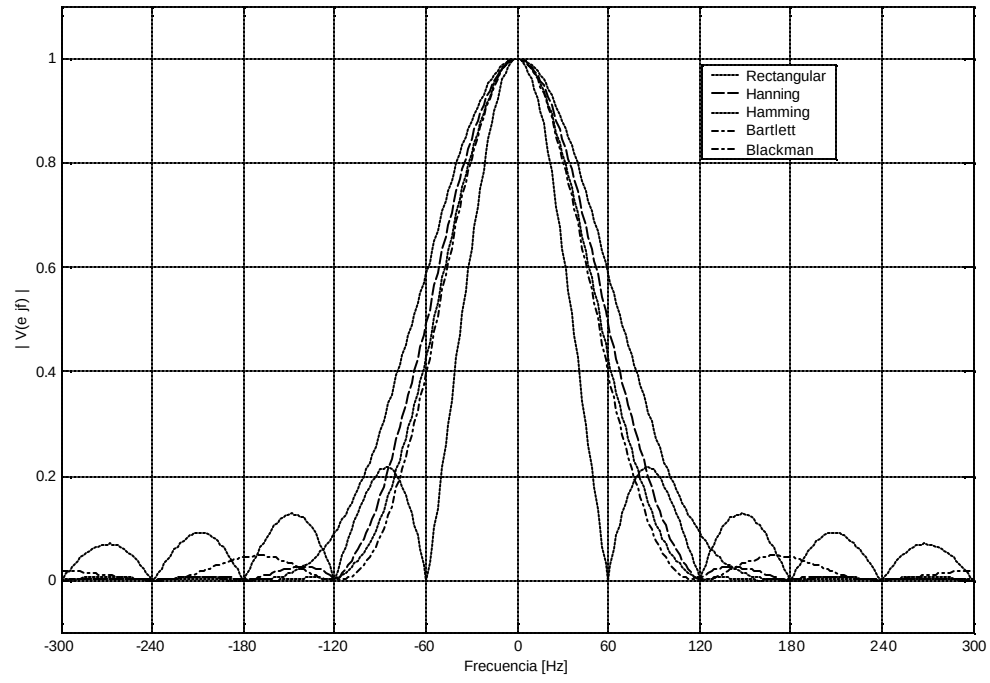
De nuevo, la respuesta en frecuencia del filtrado FIR involucrado corresponde a la transformada de *Fourier* de la ventana de ponderación desplazada a la frecuencia de la componente que se está estimando ($k2p/L$ [rad/muestra] ó $k*F_{muestreo}/L$ [Hz]).

La relación entre el algoritmo de origen de tiempo fijo y el de origen de tiempo variable es la misma establecida en la Ecuación (32).

Algunas de las ventanas utilizadas son: la rectangular, la *Hanning*, la *Hamming*, la *Barttlet* (triangular) y la ventana *Blackman* [Oppenheim & Schafer, 00]. En el Anexo A se encuentran las ecuaciones de las ventanas mencionadas. En el dominio del tiempo, la diferencia entre las ventanas está determinada por la pendiente de descenso hasta llegar a un valor de cero, salvo la ventana rectangular, la cual decrece abruptamente.

En la Figura 8 se muestra la magnitud de las transformadas de *Fourier* de las ventanas de ponderación. De la figura se observa como las ventanas tienen lóbulos laterales más pequeños y un lóbulo central más amplio que la ventana rectangular. Esto último significa que para lograr una selectividad similar a la de la ventana rectangular es necesario aumentar la duración de las ventanas. En el caso de las demás ventanas, los armónicos de orden inferior y superior afectarán la estimación de un armónico determinado.

Figura 8. Magnitud normalizada de la transformada de *Fourier* de las ventanas de ponderación con una longitud equivalente a un ciclo de una señal periódica de 60 [Hz].



Si la señal evoluciona de un régimen periódico a otro, la estimación de los armónicos, cuando no hay deslizamiento de frecuencia, es exacta si se utiliza la ventana rectangular.

Con las demás ventanas la estimación será afectada por la existencia de otros armónicos; principalmente, por los armónicos de uno y dos órdenes por encima y por debajo del armónico que se está estimando (Ver Tabla 2).

Tabla 2. Porcentaje de participación de los armónicos en la estimación del 5º armónico utilizando ventanas de ponderación y sin deslizamiento de frecuencia.

Ventana	Armónico de orden						
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º
Rectangular	0	0	0	0	100	0	0
Hanning	0,394	0,642	1,628	45,381	100,093	45,507	1,930
Hamming	0,491	0,813	2,176	46,193	100,115	46,350	2,552
Bartlett	0	4,984	0	38,890	100	39,559	0
Blackman	0,112	0,048	6,530	55,543	100,033	55,582	6,609

Los resultados de la Tabla 2 sólo consideran el efecto de la magnitud de cada armónico, no se ha tenido en cuenta la fase, la cual afecta la participación de un armónico en la estimación de otro armónico. Sin embargo, puede notarse como el efecto del armónico posterior y anterior podría llegar a ser bastante considerable si sus fasores se encuentran alineados, siendo la ventana *Bartlett* la que permite la menor incidencia y la ventana *Blackman* la que mayor porcentaje considera. Es notable destacar como, utilizando la ventana *Bartlett*, la estimación de un armónico de orden impar es afectada considerablemente por la presencia de los armónicos cercanos de orden par (más no por otros armónicos impares) y viceversa. Si no hay armónicos pares la estimación del 5º armónico utilizando la ventana *Bartlett* es igual a la estimación utilizando la ventana rectangular.

Si existe deslizamiento de frecuencia, utilizando cualquiera de las ventanas mencionadas, la estimación de un armónico se verá afectada por los armónicos de orden superior e inferior. En la Tabla 3 se muestra el porcentaje de participación de diferentes armónicos en la estimación del 5º armónico, cuando la frecuencia fundamental presenta un deslizamiento de 0,2 (frecuencia fundamental de la señal igual a 48 [Hz] para una frecuencia medida, f_m, de 60 [Hz]).

Tabla 3. Porcentaje de participación de los armónicos en la estimación del 5º armónico utilizando ventanas de ponderación y deslizamiento de frecuencia (δ = 0,2).

Ventana	Armónico de orden								
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º
Rectangular	9,048	15,777	18,151	14,290	0	97,489	57,385	29,467	14,187
Hanning	0,417	0,679	1,185	1,705	45,381	97,205	76,503	17,722	2,715
Hamming	1,364	1,922	1,216	6,061	46,193	97,772	77,430	21,014	0,823
Bartlett	0,664	2,424	4,886	0,739	38,890	96,854	72,872	12,962	1,395
Blackman	0,121	0,118	0,243	12,080	55,543	97,785	81,365	30,133	3,031

De la Tabla 3 se puede observar como para grandes deslizamientos (δ=0,2) los errores pueden ser intolerables, como es el caso de la ventana rectangular, en el que no se considera el 5º armónico en su estimación, ésta se realiza completamente a partir de la existencia de otros armónicos, principalmente de armónicos cercanos de orden superior (6º y 7º) en el caso de deslizamiento positivo. No obstante, las observaciones realizadas son sólo en cuanto a la estimación del 5º armónico y considerando que los fasores de las señales involucradas en tal estimación se encuentran alineados. En [Duarte & Ordóñez, 02] se presenta el efecto de utilizar las ventanas rectangular, *Hanning*, *Hamming*, *Bartlett* y *Blackman* en la estimación de magnitudes eléctricas de señales cuasi-estacionarias, manteniendo fija la frecuencia de muestreo cuando se presentan deslizamientos de frecuencia para algunas condiciones del sistema eléctrico. Con pequeños deslizamientos la ventana rectangular presenta un buen desempeño y es superada por otras ventanas para ciertas condiciones, como por ejemplo la estimación de armónicos impares cuando la señal sólo tiene armónicos impares. Para grandes deslizamientos de frecuencia los errores son bastante considerables en el caso de las ventanas estudiadas.

2.3 FILTRADO *KALMAN*

El algoritmo de filtrado *Kalman* fue desarrollado para que a partir de las características espectrales de una combinación aditiva de una señal más ruido, establecer una operación lineal sobre tal combinación que permita la mejor separación de la señal y el ruido. En este caso, la mejor separación se refiere a aquella que minimiza el error medio cuadrático de la señal de ruido.

Este tipo de filtrado comenzó en los 40's con el trabajo desarrollado por *Wiener.* Mediante la teoría de filtrado de *Wiener* se obtienen los coeficientes del filtro que permiten conocer el valor óptimo actual a partir de los valores pasados de la entrada. La solución consiste

en encontrar la función de transferencia o la respuesta al impulso del sistema que optimice el criterio de desempeño. Esto se puede lograr dejando libre un parámetro del filtro, calculando la media cuadrática del error y optimizándola con respecto a tal parámetro. Otra forma, consiste en encontrar la respuesta al impulso que minimiza la media cuadrática del error. No obstante, la solución de *Wiener* no se adapta bien al problema cuando se trata de una señal discreta y tampoco se puede extender fácilmente cuando se tienen múltiples entradas y salidas.

En 1960, *R. E. Kalman* presentó una forma alternativa de formular el problema de filtrado con mínimos cuadrados utilizando métodos de espacio de estados. Las principales características del algoritmo de *Kalman* son la introducción de un modelo vectorial para las señales consideradas y el procesamiento recursivo de los datos de entrada, lo cual permitió su implementación en sistemas digitales. La técnica de *Kalman* fue una solución práctica a muchos problemas que, por ejemplo en el campo de la navegación, resultaban inabordables con los métodos de *Wiener.*

En el campo de la Ingeniería Eléctrica, la técnica de procesamiento conocida como filtro *Kalman* permite estimar rápidamente la amplitud y los ángulos de fase de los armónicos de la señal considerando que existe ruido en la adquisición de las muestras de la señal [Girgis et Al, 91]. Asimismo, también ha sido utilizada para la estimación de la frecuencia en señales distorsionadas [Dash et al, 99]; para la detección de fuentes de armónicos y en la localización óptima de monitores de la calidad de la energía en un sistema eléctrico [Haili & Girgis, 96]; para la estimación del estado armónico en sistemas de potencia [Beides & Heydt, 91] y para la estimación de los valores de falla en estado estacionario [Girgis & Brown, 81] entre otras aplicaciones.

Para utilizar el algoritmo de filtrado *Kalman* se requiere de un modelo de la señal expresado en el espacio de estados como:

$$x[n+1] = f[n]x[n] + w[n] \tag{35}$$

Donde:

x[n] es un vector de estados que permite describir el comportamiento de la señal que se desea estimar.

f[n] es la matriz de transición de estados, la cual determina la progresión de un estado a otro de la señal; y

w[n] es un vector de ruido blanco con media cero y matriz de covarianza *Q[n]*.

Asimismo, el algoritmo considera un modelo para la medición que se ha realizado de la señal, de la siguiente forma:

$$z[n] = H[n]x[n] + v[n] \tag{36}$$

Donde:

z[n] es un vector que contiene la información de la medida realizada de la señal.

H[n] es la matriz de medición de los estados, *x[n]*; y

v[n] es un vector de ruido blanco con media cero, matriz de covarianza *R[n]* y que no está correlacionado con el ruido *w[n]*.

Con el modelo de la señal es posible estimar los estados que determinan la señal. Para esto se requiere estimar un estado inicial, el cual normalmente es supuesto ($\hat{x}[n]$). Por lo tanto, habrá un error en la estimación del estado inicial ($e[n] = x[n] - \hat{x}[n]$), el cual tendrá una covarianza *P[n]* (normalmente también supuesta). Hasta el momento no se ha considerado que sea conocida una medición del estado estimado o inicialmente supuesto. Entonces, es posible corregir, con la medición, la estimación realizada. Para ello, al estado estimado (o supuesto) inicial se le suma una fracción de la medición del error, que de acuerdo con el modelo de medición será: $H[n](x[n] - \hat{x}[n]) + v[n]$. De esta forma se puede obtener un valor del estado estimado corregido con la medición ($x^{+}[n]$), el cual se puede expresar como:

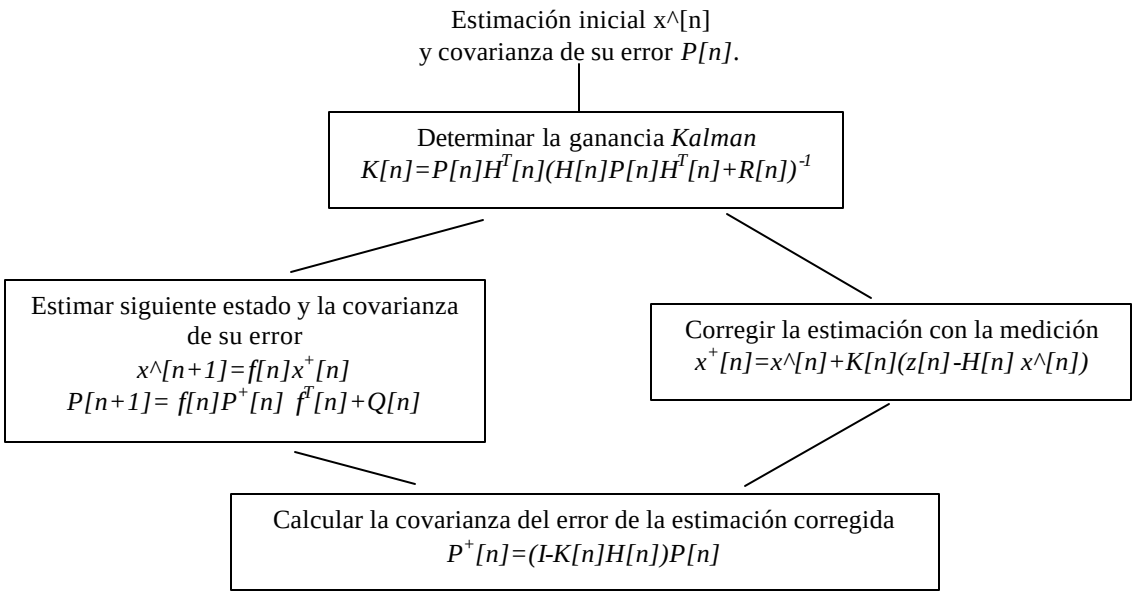
$$\begin{aligned} \overset{+}{x}[n] &= \hat{x}[n] + K[n]\left(H[n]\left(x[n] - \hat{x}[n] \right) + v[n] \right) \\ \overset{+}{x}[n] &= \hat{x}[n] + K[n]\left(z[n] - H[n]\hat{x}[n] \right) \end{aligned} \tag{37}$$

El término *K[n]* se conoce como la ganancia de *Kalman* y se calcula para minimizar la covarianza del error ($\overset{+}{P}[n]$) entre el estado verdadero (*x[n]*) y la estimación corregida del

estado estimado ($\overset{+}{x}[n]$). En el Anexo B se ha extractado de [Brown, 83] el desarrollo matemático para obtener la ganancia de *Kalman* y para calcular la covarianza mencionada.

A partir de la covarianza del error de la estimación corregida y de la estimación corregida del estado se estima el siguiente estado y su respectiva covarianza del error (Ver Anexo B). De nuevo, la estimación del siguiente estado se corrige con la medición, utilizando la ganancia de *Kalman* para minimizar la covarianza del error; y continuando de esta forma el proceso cíclicamente. En la Figura 9 se presenta el diagrama de flujo del algoritmo de filtrado *Kalman.*

Figura 9. Diagrama de flujo del filtro *Kalman* discreto.



La técnica de filtrado *Kalman* puede ser utilizada para seguir la variación de las amplitudes de los armónicos con el paso del tiempo y es útil en la detección de cambios en la señal ya que suministra un parámetro ($P^+[n]$) que permite medir que tan cerca está la estimación del valor real. Además, es un algoritmo rápido puesto que no requiere procesar todas las muestras de cada ciclo de la señal.

2.3.1 Modelo de la señal y de la medición. Para la estimación de la magnitud de la componente fundamental y de los armónicos de las señales de tensión o de corriente se han propuesto dos modelos principalmente.

En [Girgis et Al, 91] se presentan estos dos modelos, cuya diferencia fundamental radica en que en uno de ellos la matriz de medición (*H[n]*) es un vector variante en el tiempo en tanto que en el otro modelo es un vector constante. Para el modelo con matriz de medición constante, tanto la matriz de covarianza del error ($P^+[n]$) como el vector de ganancia de *Kalman* (*K[n]*) tienden a valores constantes en estado estacionario, mientras que para el otro modelo, tienden a oscilar.

En [Wang, 99] se encuentra una discusión en la cual se muestra como los dos modelos producen resultados equivalentes si estos se interpretan apropiadamente, teniendo en cuenta que existe una transformación lineal que relaciona las matrices de transición de estado.

En [Styvaktakis, 02] se considera el modelo con matriz de medición constante para la estimación de la amplitud de la componente fundamental de la señal y este modelo es utilizado en la detección de huecos de tensión. En este trabajo se utilizará este modelo y se estudiarán sus características a continuación.

El modelo frecuentemente utilizado para una señal de tensión o corriente en un sistema eléctrico consiste en una sumatoria de armónicos. Inicialmente se considera que la señal se encuentra en estado estacionario así:

$$z(t) = \sum_{k=1}^{N} A_k Cos\left(k w_m t + q_k\right) \tag{38}$$

La componente fundamental corresponde a:

$$z_1(t) = A_1 Cos\left(w_m t + q_1\right) \tag{39}$$

Se definen además las señales $A_{1,r}(t_n)$ y $A_{1,i}(t_n)$ como:

$$\begin{aligned} A_{1,r}(t_n) &= A_1 Cos\left(w_m t_n + q_1\right) \\ A_{1,i}(t_n) &= A_1 Sen\left(w_m t_n + q_1\right) \end{aligned} \tag{40}$$

Entonces, en el tiempo $t_{n+1}=Dt+t_n$ se tiene que:

$$\begin{aligned} A_{1,r}(t_{n+1}) &= A_{1,r}(t_n)Cos(w_m\Delta t) - A_{1,i}(t_n)Sen(w_m\Delta t) \\ A_{1,i}(t_{n+1}) &= A_{1,r}(t_n)Sen(w_m\Delta t) + A_{1,i}(t_n)Cos(w_m\Delta t) \end{aligned} \quad (41)$$

Considerando ahora las variables $A_{k,r}(t_n)$ y $A_{k,i}(t_n)$ para cada valor de k ($k=1,\ldots,N$), el modelo de la señal descrito en la Ecuación (38) puede ser estimado en el instante de tiempo $t_n = nDt$ mediante las siguientes ecuaciones de estado y de medición:

$$x[n+1] = f\ x[n] + w[n] \quad (42)$$

Donde $x[n]$ es un vector de variables de estado de longitud $2N$:

$$x[n] = \begin{bmatrix} A_{1,r}(n) & A_{1,i}(n) & A_{2,r}(n) & A_{2,i}(n) & \ldots & A_{N,r}(n) & A_{N,i}(n) \end{bmatrix}^T \quad (43)$$

$w[n]$ es el modelo del ruido blanco, con media cero, no correlacionado y con matriz de covarianza Q:

$$Q = s_q^2\ I \quad (44)$$

La matriz de transición, f, en la Ecuación (42) es una matriz diagonal de tamaño $2N$ definida como:

$$f = diag\begin{bmatrix} M_1 & M_2 & \ldots & M_N \end{bmatrix} \quad (45)$$

con:

$$M_k = \begin{pmatrix} Cos(kw_m\Delta t) & -Sen(kw_m\Delta t) \\ Sen(kw_m\Delta t) & Cos(kw_m\Delta t) \end{pmatrix} \quad (46)$$

Donde Dt es el periodo de muestreo y w_m es la frecuencia medida de la señal. Si se considera que se toman M muestras por ciclo de la frecuencia medida, la sub-matriz M_k se rescribe como:

$$M_k = \begin{pmatrix} Cos(2pk/M) & -Sen(2pk/M) \\ Sen(2pk/M) & Cos(2pk/M) \end{pmatrix} \quad (47)$$

El modelo para la medición será en consecuencia:

$$z[n] = H\ x[n] + v[n] \quad (48)$$

El vector H que relaciona el vector de estados con la medición que se tiene de la señal, es constante, de longitud $2N$ y está dado por:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \ldots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

La señal de ruido en la medición, *v[n]*, es una secuencia blanca, con media cero, covarianza conocida, s_v^2, y no está correlacionada con el vector *w[n]*.

De la Ecuación (43) se observa que cada armónico se modela mediante dos estados, y de la Ecuación (40) se puede notar que cada uno de estos estados corresponde a la parte real e imaginaria del fasor del armónico. Además, de la matriz de medición de estados (*H* en la ecuación anterior) se advierte que sólo se miden los estados que corresponden a la parte real del fasor del respectivo armónico; es decir, que el modelo implica que algunos estados son medidos y otros no.

Una vez estimado el vector de estados y corregidas tales estimaciones con las mediciones de la señal, la amplitud del fundamental, por ejemplo, se puede obtener como sigue:

$$A_1[n] = \sqrt{A_{1,r}^{\ 2}[n] + A_{1,i}^{\ 2}[n]} \tag{50}$$

En el Anexo C se presenta un programa para la implementación en Matlab del algoritmo de filtrado *Kalman* con los modelos de señal y de medición aquí presentados.

Los valores de covarianza s_q^2 y s_v^2 para los modelos de ruido, son parámetros que el usuario del algoritmo determina. La matriz de transición, f, ha sido obtenida de un modelo de señal en estado estacionario; es decir, que este modelo supone que: de un estado a otro no cambian ni la amplitud ni los ángulos de los armónicos (Ecuación (38)). Por lo tanto, las variaciones en la amplitud y los ángulos de fase de la señal son adaptadas en el modelo mediante la varianza del ruido s_q^2; es decir, este valor de varianza es una medida de la incertidumbre del modelo estacionario ya que pueden existir variaciones. En consecuencia, cuanto mayor sea esta varianza mayor será la capacidad del modelo para adaptarse a los cambios; no obstante, las estimaciones tendrán una exactitud menor en estado estacionario.

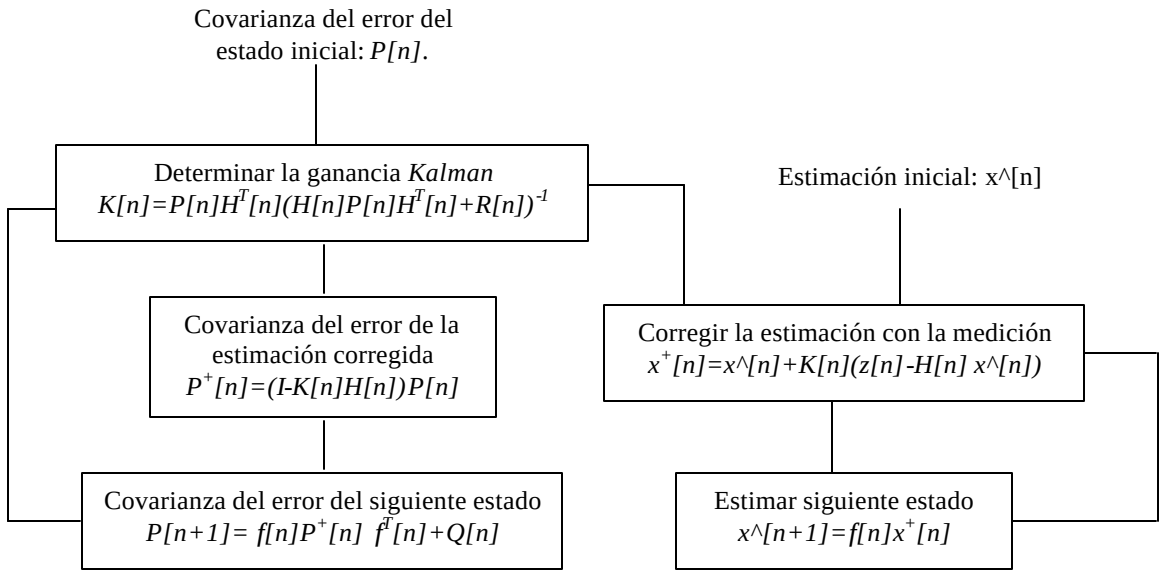
Además, en el modelo de la señal se pueden considerar diferentes valores para el mayor orden del armónico presente en la señal (*N*). Este valor especifica el orden del filtro y

establece el número de bandas de frecuencia en las cuales el filtro distribuirá las muestras medidas de la señal.

De otra parte, los valores iniciales de los estados y sus respectivas incertidumbres o covarianzas del error, son también parámetros determinados por el usuario. En general, estos valores se establecen con base en el conocimiento previo que se tenga de la señal; sin embargo, [Haili & Girgis, 96] afirman que el algoritmo de filtrado Kalman no es sensible a variaciones moderadas en la covarianza inicial.

2.3.2 Ganancia de Kalman en estado estacionario. El vector de ganancias de *Kalman* (*K[n]*) y la matriz de covarianzas del error de las estimaciones (*P[n]*) no dependen de las mediciones ni de los estados estimados; por lo tanto, estos valores se pueden calcular previamente (*off line*) antes de llevar a cabo el filtrado. La ganancia de *Kalman* y la varianza de los errores sólo dependen del orden del filtro (*N*), de la varianza del error en el estado inicial estimado (*P[n$_0$]*), de la incertidumbre del modelo (s_q^2) y de la incertidumbre en las mediciones (s_v^2). Como se muestra en la Figura 10 el proceso de cálculo de la ganancia *Kalman* está separado del proceso de estimación y corrección de los estados; no obstante, este diagrama es equivalente al presentado en la Figura 9.

Figura 10. Diagrama de flujo del filtro *Kalman* discreto separando el proceso de cálculo de la ganancia *Kalman* del proceso de estimación de los estados.



A partir de la varianza del error de la estimación inicial, la ganancia de *Kalman* es una medida de la proporción en que la varianza del error en la estimación de un estado contribuye al agregado de las varianzas de todos los errores de estimación más la varianza del ruido en la medición. Luego de la corrección del estado con la medición, los términos de la diagonal principal de la matriz de covarianzas del error ($P^+[n]$), que corresponden a las varianzas del error de los estados, tienden a disminuir su valor de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\overset{+}{P}_{i,i}[n] = P_{i,i}[n] - \left(\sum_j P_{i,j} \right)^2 \quad para \;\; j \; impar \tag{51}$$

La varianza en el error de un estado proyectado con la matriz de transición (f), a partir de un estado corregido con la medición, equivale a la incertidumbre del modelo ($Q = s_q^2 I$)[§] más la varianza del error del estado anterior que se propaga a través de la matriz de transición ($fP^+[n]f$).

En los resultados de las simulaciones realizadas, se ha observado que el vector de ganancias de *Kalman* tiende a ser constante luego de aproximadamente un ciclo de la frecuencia fundamental de la señal. En [Wang, 99] también se señala este comportamiento y en [Franklin et al, 90] se encuentra el desarrollo matemático para encontrar este valor de ganancia en estado estacionario. Asimismo, se ha observado a partir de simulaciones que esta ganancia estacionaria sólo depende de la razón entre la incertidumbre del modelo y la incertidumbre en las mediciones (s_q^2 / s_v^2). En la Tabla 4 se presentan algunos valores, obtenidos mediante simulación, de la ganancia *Kalman* en estado estacionario para el primer estado de la componente fundamental.

Tabla 4. Valores en estado estacionario de la ganancia *Kalman* (K_8) para el primer estado de la componente fundamental. *M=128* muestras por ciclo de la frecuencia medida (f_m) y $P[n_0]=P_0 I$.

N	1			9			15			21		
s_q^2/s_v^2	P_0^*			P_0			P_0			P_0		
	0,1	0,5	10	0,1	0,5	10	0,1	0,5	10	0,1	0,5	10
0,1	0,298	0,298	0,298	0,207	0,207	0,207	0,144	0,144	0,144	0,103	0,103	0,103
0,5	0,522	0,522	0,522	0,285	0,285	0,285	0,180	0,180	0,180	0,121	0,121	0,121
1	0,635	0,635	0,635	0,306	0,306	0,306	0,188	0,188	0,188	0,124	0,124	0,124
10	0,920	0,920	0,920	0,332	0,332	0,332	0,197	0,197	0,197	0,128	0,128	0,128
1000	0,999	0,999	0,999	0,335	0,335	0,335	0,199	0,199	0,199	0,129	0,129	0,129

[§] I es la matriz identidad

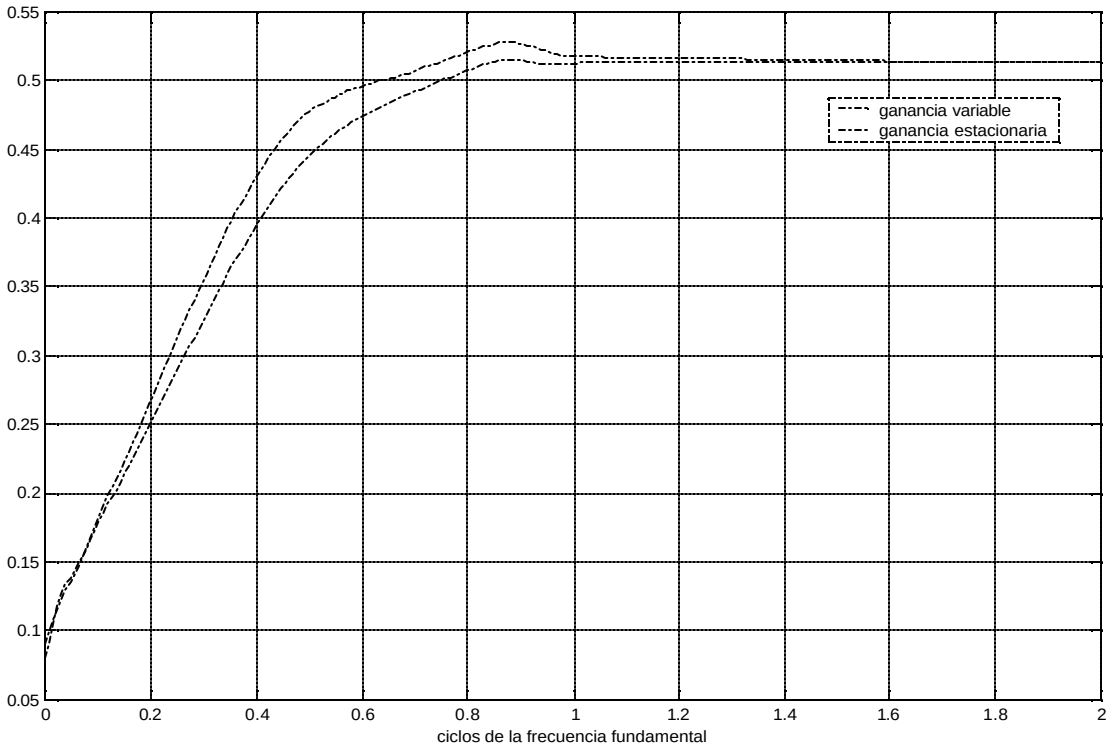
La matriz de covarianza del error de los estados también tiende a ser una constante en aproximadamente un ciclo de la frecuencia fundamental y tampoco depende del valor inicial de la misma ($P[n_0]$). A diferencia de la ganancia de *Kalman,* el valor estacionario de la matriz de covarianza del error no depende únicamente de la relación s_q^2/ s_v^2, sino de los valores que tenga cada una de estas incertidumbres. En este caso, dado un orden (N) del filtro, si se considera una relación de incertidumbres (s_q^2/ s_v^2) fija, el valor de la matriz de covarianza del error en estado estacionario varía proporcionalmente con el valor específico de la incertidumbre del modelo (s_q^2) o de la incertidumbre en la medición (s_v^2).

La matriz de covarianza del error de los estados corregidos en estado estacionario (P^+_∞) corresponde al valor mínimo de covarianza del error que se puede obtener con el algoritmo de filtrado *Kalman* para unos valores determinados de incertidumbre en el modelo (s_q^2) y en el proceso de medición (s_v^2). Partiendo de cualquier valor de covarianza del error en la estimación inicial ($P[n_0]$), el filtro de *Kalman* alcanza tales valores mínimos obteniendo en cada iteración el valor mínimo posible en ese momento para la covarianza del error. Para ello el algoritmo va ajustando con el paso del tiempo el valor de la ganancia de *Kalman,* hasta llegar al estado estacionario, minimizando en cada paso el valor esperado del cuadrado del error, lo cual, si se considera que el error es un proceso ergódico[**], significa que se está minimizando la energía del error.

Es de anotar que los valores de la ganancia de *Kalman* no se ven afectados por las variaciones que pueda tener la señal que se está estimando; así que una vez se alcanza la ganancia de estado estacionario, ésta se mantiene constante, a menos que se ajuste nuevamente la relación s_q^2/ s_v^2. Por facilidad de implementación, es factible utilizar el filtro de *Kalman* con la ganancia de estado estacionario durante todo el tiempo. En este caso, se alcanza, también, el valor mínimo de varianza del error en estado estacionario, pero no se minimiza la energía del error (área bajo la curva). En la Figura 11 se muestra la varianza del error en la estimación del primer estado para un filtro *Kalman* de orden 9, utilizando ganancia de *Kalman* variable y ganancia de *Kalman* constante.

[**] Un proceso es ergódico si el promedio en el tiempo es igual al valor esperado. Es decir, que una muestra en el tiempo contiene todas las variaciones estadísticas del proceso.

Figura 11. Varianza del error en la estimación del primer estado con ganancia de *Kalman* variable y con ganancia constante (K_8). *N=9, P_0=0,1, M=128, s_q^2=0,01 y s_v^2=0,1.*



Teniendo en cuenta lo anterior, una vez determinada la relación s_q^2 / s_v^2 se determina el vector de ganancias de *Kalman* en estado estacionario (K_8) y se implementa el algoritmo para estimar y corregir los estados con la medición; lo cual corresponde al ciclo de la derecha en la Figura 10. De esta forma, en cada iteración se obtiene el menor error posible, excepto durante aproximadamente el primer ciclo de funcionamiento del algoritmo; esto sin embargo, no representa un mayor costo, ya que el problema se trata de estimación de información, mas no de la determinación de una variable física que involucre el gasto de energía.

2.3.3 Respuesta en frecuencia del filtro. El algoritmo de filtrado *Kalman* utilizando la ganancia de *Kalman* en estado estacionario corresponde a un sistema LIT cuya representación en espacio de estados corresponde a:

$$\overset{+}{x}[n] = (I - K_\infty H) f \overset{+}{x}[n-1] + K_\infty z[n] \tag{52}$$

De la ecuación anterior se puede notar que la matriz de transición del filtro es:

$$f_{KF} = (I - K_\infty H) f \tag{53}$$

Obteniendo la transformada *Z* de la ecuación de estados se evalúa el vector columna de funciones de transferencia, *G(z),* el cual determina la respuesta en frecuencia del filtro:

$$X(z) = \left(zI - f_{KF}\right)^{-1} K_{\infty}\, z \;\; Z(z) = G(z)Z(z) \tag{54}$$

Cada función de transferencia de *G(z)* (una por cada estado) corresponde a un filtro IIR de orden *2N* con entrada z[n] y salida $x^{+}_{m}[n]$ (*m=1,2,3,…,2N*). Las funciones de transferencia de estos filtros IIR tienen los mismos polos y corresponden a los autovalores de la matriz de transición f_{KF}; por consiguiente, es la ubicación de los ceros lo que determina la diferencia entre tales funciones de transferencia. En consecuencia, todos los filtros IIR tienen las mismas constantes de tiempo y difieren en la forma de su respuesta en frecuencia.

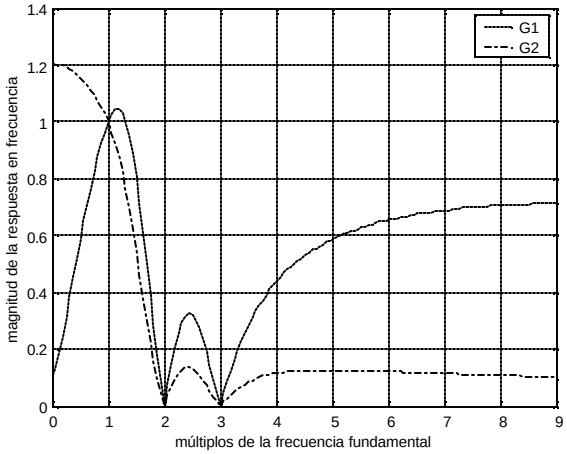
El filtro *Kalman* consiste entonces en un banco de filtros IIR, dos por cada armónico considerado en el modelo de la señal; y para calcular la amplitud de cada armónico se utiliza la respuesta de dos filtros consecutivos como sigue:

$$A_k[n] = \sqrt{\left(x^{+}_{2k-1}[n]\right)^2 + \left(x^{+}_{2k}[n]\right)^2} \tag{55}$$

De las simulaciones se ha observado que: la respuesta en frecuencia de los dos filtros IIR correspondientes a un armónico dado tiene magnitud unitaria para ambos filtros en tanto que las fases están separadas 90 grados, para la frecuencia del armónico. Es decir, que las respuestas de los dos filtros a la frecuencia del armónico tienen la misma amplitud de la entrada y se encuentran en cuadratura. Además, la magnitud de la respuesta en frecuencia de los filtros es cero para las frecuencias de los demás armónicos considerados en el modelo. Por lo tanto, en estado estacionario, la estimación de la magnitud de los armónicos mediante la Ecuación (55) es exacta si la señal medida (*z[n]*) no presenta deslizamiento de frecuencia y si no contiene otras componentes de frecuencia diferentes a las frecuencias de los armónicos considerados en el modelo. Esto último en general no sucede, ya que se ha supuesto que la medición está contaminada con ruido (*v[n]*).

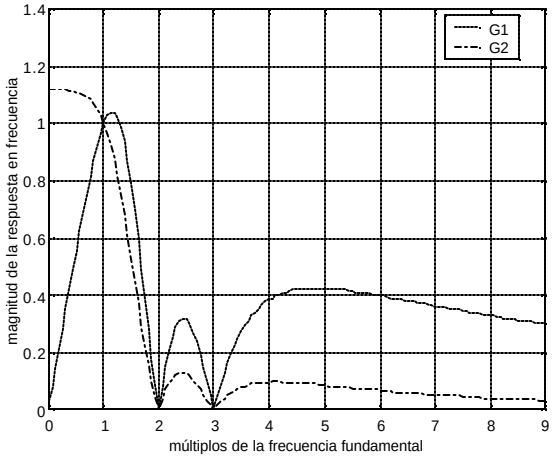
En la Figura 12 se presenta la magnitud de la respuesta en frecuencia de los dos filtros IIR para el primer armónico considerando un modelo de 3 armónicos (*N=3*), 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida (*M=128*) y una relación $s_q^2 / s_v^2 = 0,5$.

Figura 12. Respuesta en frecuencia de los filtros IIR para el primer armónico. *N=3, M=128,* $s_q^2/s_v^2=0,5$.



Si la relación s_q^2 / s_v^2 disminuye, significa que la proporción de la incertidumbre con respecto al ruido en la medición disminuye, es decir que el ruido de la medición es más significativo, en consecuencia la respuesta en frecuencia de los filtros tiende ahora a atenuar más las componentes de alta frecuencia como se observa en la Figura 13. En este caso las constantes de tiempo serán mayores dado que el modelo considera que las variaciones de la señal (s_q^2) son comparativamente menores.

Figura 13. Respuesta en frecuencia de los filtros IIR para el primer armónico. *N=3, M=128,* $s_q^2/s_v^2=0,01$.



De las figuras anteriores se puede observar que la componente de continua puede afectar considerablemente la estimación, por lo tanto es necesario eliminar la componente de continua de la señal antes de procesarla con el algoritmo de filtrado *Kalman.* Asimismo, el deslizamiento de frecuencia puede afectar considerablemente el resultado del algoritmo, principalmente debido a la presencia de otros armónicos ya que estos no serán atenuados lo suficiente. La atenuación es mayor en la medida en que el orden del filtro *Kalman* supere el contenido real de armónicos de la señal medida.

En la Tabla 5 se presenta el máximo porcentaje de error obtenido en simulación al estimar la amplitud del primer armónico de una señal con fundamental y 5% de tercer armónico, se ha considerado que hay sincronización de frecuencia (*d=3E-4*) o que se presenta el máximo deslizamiento permitido en Colombia (*d=3,3E-3*). En ambos casos se ha considerado un filtro *Kalman* de primer orden (*N=1*) y uno de orden 21.

Tabla 5. Máximo porcentaje de error en la estimación del primer armónico de una señal con fundamental y 5% de tercer armónico con deslizamiento de frecuencia. *M=128,* $s_q^2/s_v^2=0,01$.

	N	
d	1	21
3,00E-04	3,95	0,017
3,30E-03	4,078	0,189

Estos porcentajes de error son elevados, comparados con los obtenidos utilizando DFT (ver Tabla 26 Capítulo 3) para una señal con mayor distorsión armónica. Por lo tanto, es necesario realizar seguimiento de la frecuencia para sintonizar el filtro *Kalman* con la frecuencia real de la señal ([Dash et al, 00], [Kamwa et al, 96], [Ordóñez, 93]) y utilizar un orden del filtro igual al orden del armónico que represente el ancho de banda efectivo de la señal medida, o en su defecto implementar filtrado adicional [Styvaktakis et al, 01].

2.4 TRANSFORMADA *WAVELET*

La transformada *Wavelet* es utilizada para detectar perturbaciones en la señal y permite además realizar un análisis multi-resolución tiempo-frecuencia para localizar la perturbación tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia; mejorando las características de resolución que presenta la transformada de *Fourier* de tiempo corto (STFT o la DFT en tiempo real).

La transformada *Wavelet* continua (*CWT*) o integral de transformada *Wavelet* de una señal *x(t)* se define como:

$$CWT(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \qquad (56)$$

Donde $y(t)$ es la ondeleta[††] madre, a es un factor de escalamiento del tiempo, b es un desplazamiento en el tiempo y * es la operación del conjugado de un número complejo; aunque la mayoría de las funciones ondeleta son de valor real.

La Ecuación (56) es un producto punto o proyección de la ondeleta escalada y desplazada sobre la señal. De hecho corresponde a la siguiente operación de convolución:

$$CWT(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} x(b) * y^* \left(\frac{-b}{a} \right) \qquad (57)$$

Esta ecuación es la correlación cruzada entre la señal y la ondeleta escalada ($y(t/a)$), lo cual significa que la transformada continua *Wavelet* calcula el grado de semejanza entre la señal y la ondeleta escalada en la medida en que esta última se desplaza en el tiempo. Si la ondeleta es de duración finita (o de soporte compacto[‡‡]) su información está localizada en el tiempo y por lo tanto, la transformada continua *Wavelet* permite detectar en intervalos de tiempo finitos, el contenido de la ondeleta escalada que existe en la señal *x(t).* Por consiguiente si se desea detectar en el tiempo determinada información, es deseable que la ondeleta sea de soporte compacto.

Utilizando la relación de *Parseval*, la Ecuación (56) se puede rescribir como:

$$CWT(a,b) = \frac{\sqrt{a}}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} X(w) \Psi^*(aw) e^{jwb} dw \qquad (58)$$

Esta ecuación expresa que para un factor de escalamiento dado, la transformada continua *Wavelet* es $\sqrt{a}$ veces la transformada inversa de *Fourier* del producto $X(w)\Psi^*(aw)$. Por lo tanto, esta transformada es el resultado de filtrar la señal con una respuesta en

[††] Se utilizará el término ondeleta, como un cognado de la palabra en Francés *ondelette*, para referirse a la función *Wavelet,* $y(t)$.

[‡‡] El término soporte compacto se empleará para referirse a funciones de duración finita en el tiempo.

frecuencia proporcional al espectro conjugado de la ondeleta escalada. Si el espectro de la ondeleta tiene un ancho de banda efectivo finito; es decir, el espectro está localizado en un rango de frecuencia, entonces la transformada continua *Wavelet* para diferentes factores de escala, contiene la información de la señal localizada en diferentes rangos de frecuencia.

Teniendo en cuenta lo anterior, mediante la transformada continua *Wavelet* es posible discriminar la información de una señal en el dominio del tiempo y/o en el dominio de la frecuencia. Para ello la ondeleta debe cumplir con ciertas características:

1. Ser de duración efectiva finita (preferiblemente soporte compacto) para localizar la información en el tiempo.
2. Tener un espectro pasa-banda con ancho de banda efectivo finito para localizar la información en la frecuencia. Esto implica además que el espectro de la ondeleta es cero para la frecuencia cero, por consiguiente la ondeleta tendrá también la siguiente característica:

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t)dt = 0 \qquad (59)$$

   Esta condición implica que la ondeleta sea una función con cambios de signo, es decir una función oscilatoria.

Las ondeletas pueden tener estas dos características simultáneamente, aunque en todo caso satisfarán el principio de incertidumbre de *Heisenberg-Gabor,* que establece que el producto entre el ancho de banda efectivo (en [rad/s]) y la duración efectiva (en [s]) de una función, de una variable independiente, siempre es mayor que 0,5. Este principio implica que no es posible que la ondeleta permita tener una alta resolución en tiempo y en frecuencia a la vez.

Pese a esto, la transformada continua *Wavelet* ofrece un buen compromiso para el análisis tiempo-frecuencia de una señal. Si el factor de escalamiento a aumenta, la ondeleta escalada tiene una duración efectiva menor y por lo tanto una alta resolución en tiempo, lo cual es adecuado para analizar altas frecuencias. De otra parte si este factor disminuye, el espectro de la ondeleta escalada tendrá un ancho de banda efectivo mayor

y por consiguiente alta resolución en frecuencia, lo cual es apropiado para analizar frecuencias bajas. Es decir: ¡La transformada *Wavelet* tiene alta resolución en un dominio determinado cuando se requiere que la tenga!

2.4.1 Transformada Wavelet discreta. La transformada *Wavelet* discreta (*DWT*) permite evaluar la transformada continua para valores discretos de los factores de escalamiento y de desplazamiento. Para esto se toma una escala diádica o de octavas en la cual estos factores se reemplazan por:

$$a = 2^{-j} \quad y \quad b = 2^{-j}k \qquad con\ j\ y\ k\ \ entero \tag{60}$$

Ahora j representa el nivel o escala y k el desplazamiento.

Con estos cambios, la transformada *Wavelet* de una señal *x(t)* se define como:

$$d_{j,k} = 2^{j/2} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y^{*}\left(2^{j}t - k\right) dt \tag{61}$$

Asimismo, la transformada *Wavelet* discreta inversa (*IDWT*) se define como:

$$x(t) = \sum_{j} \sum_{k} d_{j,k} y\left(2^{j}t - k\right) \tag{62}$$

Esta ecuación establece que la señal se puede representar como una combinación lineal de ondeletas desplazadas y escaladas. Es natural, entonces, que si la ondeleta tiene duración efectiva finita, esta representación permita localizar o discriminar información en el dominio del tiempo. Asimismo los valores $d_{j,k}$ corresponden a algunas muestras de la señal resultante de filtrar la señal con un filtro con respuesta en frecuencia proporcional a la transformada de *Fourier* $Y^{*}(w/2^{j})$. No obstante, debido a que no se ha tomado toda la información de la transformada, la ondeleta debe cumplir con algunos requisitos para recuperar la señal *x(t)* a partir de las muestras de la transformada *Wavelet* ($d_{j,k}$). Estos requisitos se establecen en el siguiente apartado.

2.4.2 Análisis multi-resolución (MRA). El teorema de muestreo y reconstrucción de *Nyquist* establece que una señal de banda limitada se puede reconstruir exactamente como una combinación lineal de funciones desplazadas así:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k f_S\left(\frac{t}{T} - k\right) \qquad (63)$$

Donde *T* es el periodo de muestreo, $f_S(t)$ es la función *sinc*[§§] o función de muestreo de *Shannon* y los coeficientes c_k son las muestras de la señal ($x(kT)$). En este caso, el máximo ancho de banda posible para la señal $x(t)$ es el ancho de banda de la función $f_S(t/T)$. La función $f_S(t)$ es una señal pasa-bajas y es la función de escala utilizada para reconstruir la señal a partir de las muestras como una combinación lineal de funciones de escala, escaladas y desplazadas. Además la duración efectiva de la señal $f_S(t)$ es infinita por lo cual no es adecuada para localizar información en el tiempo.

Así entonces, puede considerarse otra función de escala pasa-bajas $f(t)$, escalada y desplazada de acuerdo con la escala diádica, para obtener una aproximación de la señal así:

$$x_m(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{m,k} f\left(2^m t - k\right) \qquad (64)$$

En la ecuación anterior *m* indica la escala diádica o nivel al cual pertenecen la aproximación y los coeficientes c_k, los cuales en general ya no corresponden a las muestras de la señal. El ancho de banda máximo posible de la aproximación es el ancho de banda de la función escalada $f(2^m t)$ y a medida que aumente la escala o el nivel *m*, el ancho de banda posible de la aproximación aumentará en potencias de dos y viceversa. Además, si esta función de escala tiene duración efectiva finita (o incluso soporte compacto) podría permitir localizar información en el tiempo.

La aproximación de la Ecuación (64) es alguna función del sub-espacio de funciones V_m, el cual está conformado por todas las diferentes combinaciones lineales de funciones de la forma $f(2^m t-k)$ con *k* entero. Si se desea localizar en frecuencia la información de la aproximación $x_m(t)$ es necesario obtener una aproximación en el nivel *m-1,* a partir de la aproximación del nivel *m*, la cual tendrá un ancho de banda de la mitad del ancho de banda de la aproximación en el nivel *m*. De esta forma, la aproximación del nivel *m* se podría expresar como:

[§§] $f_S(t)=sen(pt)/pt$

$$x_m(t) = x_{m-1}(t) + g_{m-1}(t) \tag{65}$$

Se desea que la función $x_{m-1}(t)$ sea alguna función del sub-espacio V_{m-1} y como esta función es una parte de la señal $x_m(t)$; por lo tanto $x_{m-1}(t)$ debe ser también alguna función del sub-espacio V_m. Por consiguiente se necesita que la función $f(2^{m-1}t)$ sea alguna función del sub-espacio V_m; es decir que:

$$f\left(2^{m-1}t\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_k f\left(2^m t - k\right) \tag{66}$$

Escalando el tiempo en la ecuación anterior por 2^{-m} se obtiene la siguiente condición para la función de escala:

$$f\left(\frac{t}{2}\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_k f\left(t - k\right) \tag{67}$$

Esta relación se conoce como la relación de doble escala y la secuencia p_k se denomina la secuencia de doble escala. Esta relación tiene como consecuencia que los sub-espacios V_i tienen la propiedad de anidamiento:

$$\ldots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \ldots \subset V_{m-1} \subset V_m \subset V_{m+1} \subset \ldots \tag{68}$$

Se desea también que la función $g_{m-1}(t)$ sea una función pasa-banda que contenga la información de $x_m(t)$ que pertenece a las frecuencias desde la mitad del ancho de banda hasta el ancho de banda de la función $f(2^m t)$. Esta función se puede definir como alguna función del sub-espacio W_{m-1} que se puede expresar como:

$$g_{m-1}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{m-1,k} y\left(2^{m-1}t - k\right) \tag{69}$$

La función $y(2^{m-1}t)$ debe ser por lo tanto una función pasa-banda y como se desea que $g_{m-1}(t)$ sea alguna función del espacio V_m (ya que es una parte de $x_m(t)$), entonces debe cumplirse la siguiente relación:

$$y\left(\frac{t}{2}\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} q_k f\left(t - k\right) \tag{70}$$

Como consecuencia de la descomposición expresada en la Ecuación (65) se deben cumplir las siguientes dos condiciones:

1. Los sub-espacios V_{m-1} y W_{m-1} deben ser disyuntos y su unión debe ser igual a V_m.

2. La función $f(2^m t)$ debe ser la suma de dos funciones de los sub-espacios V_{m-1} y W_{m-1}. Por lo tanto debe establecerse la siguiente relación:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k f\left(\frac{t}{2} - k\right) + b_k y\left(\frac{t}{2} - k\right) \tag{71}$$

Por otra parte, si se desea que la energía de la aproximación $x_m(t)$ sea igual a la suma de la energía de $x_{m-1}(t)$ más la energía de $g_{m-1}(t)$, se requiere por lo tanto que los espacios V_{m-1} y W_{m-1} sean ortogonales entre si.

La información de la aproximación $x_m(t)$ se puede seguir localizando en frecuencia si ahora la función $x_{m-1}(t)$ se descompone a su vez también. De esta forma la señal se puede descomponer de la siguiente forma:

$$x_m(t) = x_{m-J}(t) + \sum_{i=1}^{J} g_{m-i}(t) = x_{m-J}(t) + \sum_{j=m-1}^{m-J} \sum_{k=\infty}^{\infty} d_{j,k} y\left(2^j t - k\right) \tag{72}$$

La señal $x_{m-J}(t)$ contiene la información de baja frecuencia y las señales $g_{m-i}(t)$ contienen la información de diferentes bandas de frecuencia. Si se quiere que la energía de $x_m(t)$ sea la suma de la energía de $x_{m-J}(t)$ más la de las funciones $g_{m-i}(t)$; se requiere que los sub-espacios V_m y W_m sean ortogonales, y que los sub-espacios W_k y W_n sean ortogonales para $n?k$.

Si se considera que el conjunto de funciones $f(t-k)$ es ortonormal, entonces la función:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} q_k f(2t - k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k p_{1-k} f(2t - k) \tag{73}$$

genera los sub-espacios ortogonales W_i complementarios a los sub-espacios V_i (ver [Chui, 97] capítulos 4 y 5). En este caso, los coeficientes $c_{m-1,k}$ y $d_{m-1,k}$ se pueden calcular realizando el producto punto entre $x_m(t)$ y las funciones $f(2^{m-1}t-k)$ y $y(2^{m-1}t-k)$ respectivamente; y corresponden a (ver [Chui,97]):

$$c_{m-1,k} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{m,l}\, p_{2k-l} \qquad d_{m-1,k} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{m,l} (-1)^{2k-l} p_{1-2k+l} \tag{74}$$

Las secuencias de valores $d_{m-1,k}$ corresponden a la transformada *Wavelet* discreta de la señal $x_m(t)$. Dada la condición de ortonormalidad, el cálculo de las secuencias $c_{m-1,k}$ y $d_{m-1,k}$ se puede implementar como un filtrado LIT seguido de un proceso de diezmado por un

factor de dos. La repuesta al impulso de un filtro es la secuencia de doble escala p_{-k} de forma que es un filtro pasa-bajas, entre tanto, el otro filtro es un filtro pasa-altas cuya respuesta en frecuencia es una versión desplazada π [rad] de la respuesta del filtro pasabajas.

Teniendo en cuenta lo anterior, es posible analizar y sintetizar una señal a partir de su transformada *Wavelet* discreta siempre y cuando exista una secuencia de doble escala y los sub-espacios V_m y W_m cumplan con las siguientes características:

1. $V_m = V_{m-1} + W_{m-1}$
2. W_m ortogonal a W_l para $m?l$.

Adicionalmente, si la función de escala es ortonormal, la implementación del análisis multi-resolución se puede realizar mediante operaciones de filtrado LIT y diezmado.

2.4.3 Análisis a partir de las muestras de la señal. En las aplicaciones en tiempo real es necesario realizar el análisis multi-resolución con la transformada *Wavelet* discreta a partir de las muestras de la señal $x(t)$. En tal caso, es apropiado que la aproximación de la señal $x_m(t)$ sea igual a la señal original en los tiempos donde se tomaron las muestras; es decir que la Ecuación (64) se pueda escribir como:

$$x(nT) = x_m(nT) = x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{m,k} f\left(2^m nT - k\right) \tag{75}$$

Donde T es el periodo de muestreo.

Si adicionalmente la función de escala cumple que:

$$f\left(2^m nT - k\right) = d[n - k - n_o] \tag{76}$$

Entonces los coeficientes $c_{m,k}$ son las muestras de la señal a lo sumo con un desplazamiento de n_0 muestras.

Lo anterior significa que el análisis multi-resolución para obtener los coeficientes $c_{m-J,k}$ y $d_{j,k}$ se realiza filtrando y diezmando las muestras de la señal. Los procesos de diezmado sucesivo implican las siguientes condiciones:

1. La cantidad de muestras deber una potencia de 2.

2. Si la cantidad de muestras es 2^N, entonces sólo es posible realizar un máximo de N descomposiciones con el análisis multi-resolución.

Si la cantidad de muestras de la señal no es una potencia de 2, se debe implementar un proceso de *"relleno"*, para el cual existen diversas opciones como rellenar con ceros o repetir las muestras, entre otras.

3. MONITORIZACIÓN DE EVENTOS EN ESTADO ESTACIONARIO

En este capítulo se presenta cómo se utilizan los algoritmos de procesamiento de señales, presentados en el capítulo anterior, para la monitorización de armónicos y para el seguimiento del perfil o regulación de tensión. Asimismo, se describen las limitaciones y alcances de los algoritmos y se presentan resultados de simulaciones.

3.1 REGULACIÓN DE TENSIÓN

El seguimiento del perfil de tensión se presenta aquí teniendo en cuenta que se utiliza el algoritmo de acumulación discreta para aproximar el valor eficaz de la señal.

La monitorización del perfil de tensión requiere principalmente de un algoritmo exacto más que de un algoritmo rápido. La rapidez de respuesta del algoritmo es una característica deseable cuando se requiere detectar cambios rápidos en el valor eficaz de la señal. En el caso de la regulación de tensión, el objetivo de la monitorización consiste en conocer las variaciones del valor eficaz en estado estacionario. Normalmente, con base en los valores eficaces calculados sobre un ciclo de la señal se estima el promedio del valor efectivo de la tensión.

El algoritmo de acumulación discreta para estimar el valor eficaz de una señal tiene las siguientes ventajas: Es un algoritmo sencillo, rápido y requiere poca capacidad de memoria para almacenar los resultados. No obstante, una de las desventajas de este algoritmo es que no permite discriminar la componente de frecuencia fundamental de los demás armónicos o del ruido que pueda tener la señal.

En estado estacionario la señal evoluciona de un régimen periódico a otro y se puede considerar que la señal es una sumatoria de armónicos. Como ya se ilustró en el capítulo anterior, en este caso la estimación del valor eficaz puede verse afectada por el deslizamiento de frecuencia y por el nivel de armónicos de la señal. Para ilustrar este efecto, se considerará una señal de corriente medida en un reactor controlado por tiristores (RCT) cuyo contenido de armónicos se presenta en la Tabla 6.

Tabla 6. Corrientes armónicas en un reactor monofásico controlado por tiristores.

Orden del armónico	Amplitud en p.u.	Orden del armónico	Amplitud en p.u.
1	1	3	0,1378
5	0,0505	7	0,0259
9	0,0157	11	0,0105
13	0,0075	15	0,0057
17	0,0044	19	0,0035
21	0,0029	23	0,0024
25	0,0020	-	-

Fuente: IEEE Std. 519-1992. *Recommended practices and requirements for harmonic and control in electric power systems*.

Inicialmente se presentan los errores extremo máximos que se obtendrían con el algoritmo ideal de integración y luego se estudia el efecto de aproximar la estimación con el algoritmo de acumulación discreta.

3.1.1 Errores extremos utilizando el algoritmo de integración. Si se utiliza el algoritmo ideal de integración; mediante la Ecuación (16) (Capítulo 2) obtenida en el Capítulo 2, se puede calcular el máximo porcentaje de error extremo en la estimación del valor eficaz, el cual se presentaría si todos los armónicos estuvieran en fase.

En la Tabla 7 se presenta el mayor porcentaje de error extremo (calculado con la Ecuación (16) (Capítulo 2) que podría presentarse en la estimación del valor eficaz de la corriente del reactor controlado por tiristores, considerando los deslizamientos permitidos por la regulación y teniendo en cuenta que el número de armónicos aumenta progresivamente.

En la Tabla 8 se presentan los porcentajes de error extremos obtenidos mediante simulación. Para cada deslizamiento y para cada combinación de armónicos se realizaron 500 simulaciones seleccionando aleatoriamente la fase de los armónicos en cada simulación. Asimismo, se obtuvo que la relación porcentual entre la desviación estándar y el valor promedio de los porcentajes de error extremo no superó el 0,0014% en los casos simulados, lo cual indica la baja oscilación de los errores obtenidos de la simulación.

Tabla 7. Máximo porcentaje de error extremo posible en la estimación del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo para los deslizamientos permitidos por la regulación.

Mayor orden de armónico	δ = - 0,0033 fs = 60,2 Hz	δ = 0,0033 fs = 59,8 Hz	δ = - 0,05 fs = 63 Hz	δ = 0,0416 fs = 57,5 Hz
3	0,2563	0,2580	3,6385	3,3442
	-0,2556	-0,2573	-3,5106	-3,2360
5	0,2935	0,2955	4,1312	3,8092
	-0,2926	-0,2946	-3,9672	-3,6693
7	0,3135	0,3156	4,3693	4,0417
	-0,3125	-0,3146	-4,1863	-3,8845
9	0,3258	0,3280	4,4968	4,1723
	-0,3248	-0,3269	-4,3031	-4,0050
11	0,3342	0,3365	4,5677	4,2500
	-0,3331	-0,3353	-4,3680	-4,0766
13	0,3403	0,3425	4,6072	4,2976
	-0,3391	-0,3414	-4,4041	-4,1204
15	0,3449	0,3472	4,6287	4,3272
	-0,3437	-0,3460	-4,4237	-4,1476
17	0,3484	0,3508	4,6391	4,3449
	-0,3472	-0,3495	-4,4332	-4,1638
19	0,3513	0,3536	4,6431	4,3550
	-0,3501	-0,3524	-4,4369	-4,1731
21	0,3537	0,3560	4,6460	4,3602
	-0,3524	-0,3548	-4,4395	-4,1779
23	0,3556	0,3580	4,6499	4,3624
	-0,3544	-0,3567	-4,4431	-4,1799
25	0,3572	0,3596	4,6542	4,3640
	-0,3560	-0,3583	-4,4470	-4,1814

De la Tabla 8 se observa que para deslizamientos positivos los mayores porcentajes de error extremo son positivos; y que para deslizamientos negativos, éstos son negativos. Esto significa, por ejemplo, que cuando la frecuencia de la señal disminuye (deslizamiento positivo; es decir, el periodo aumenta) el mayor porcentaje de error que se presenta implica que la estimación del valor eficaz es menor que el valor eficaz verdadero. Lo cual es consistente, ya que para la estimación del valor eficaz se está tomando un intervalo de tiempo menor al periodo de la señal. De manera análoga a la anterior se puede observar la misma consistencia cuando la frecuencia de la señal aumenta (deslizamiento negativo). Adicionalmente, para deslizamientos positivos, los errores positivos presentados en la Tabla 7 son una buena aproximación a los errores positivos obtenidos en la simulación para deslizamientos positivos. De manera similar sucede con los errores negativos para deslizamientos negativos.

Tabla 8. Porcentajes de error extremo obtenidos de la simulación de la estimación del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo para los deslizamientos permitidos por la regulación.

Mayor orden de armónico	δ = - 0,0033 fs = 60,2 Hz	δ = 0,0033 fs = 59,8 Hz	δ = - 0,05 fs = 63 Hz	δ = 0,0416 fs = 57,5 Hz
3	0,1662	0,2580	2,3961	3,3442
	-0,2556	-0,1671	-3,5106	-2,1424
5	0,1662	0,2955	2,3829	3,8092
	-0,2926	-0,1671	-3,9672	-2,1343
7	0,1662	0,3156	2,3924	4,0417
	-0,3125	-0,1671	-4,1863	-2,1402
9	0,1662	0,3280	2,3858	4,1723
	-0,3248	-0,1671	-4,3031	-2,1360
11	0,1662	0,3365	2,3907	4,2500
	-0,3331	-0,1671	-4,3679	-2,1393
13	0,1662	0,3425	2,3871	4,2976
	-0,3391	-0,1671	-4,4038	-2,1368
15	0,1662	0,3472	2,3898	4,3271
	-0,3437	-0,1671	-4,4230	-2,1388
17	0,1662	0,3508	2,3879	4,3445
	-0,3472	-0,1671	-4,4318	-2,1372
19	0,1662	0,3536	2,3893	4,3543
	-0,3501	-0,1671	-4,4344	-2,1384
21	0,1662	0,3560	2,3884	4,3591
	-0,3524	-0,1671	-4,4336	-2,1375
23	0,1662	0,3580	2,3889	4,3606
	-0,3544	-0,1671	-4,4308	-2,1382
25	0,1662	0,3596	2,3886	4,3601
	-0,3560	-0,1671	-4,4274	-2,1377

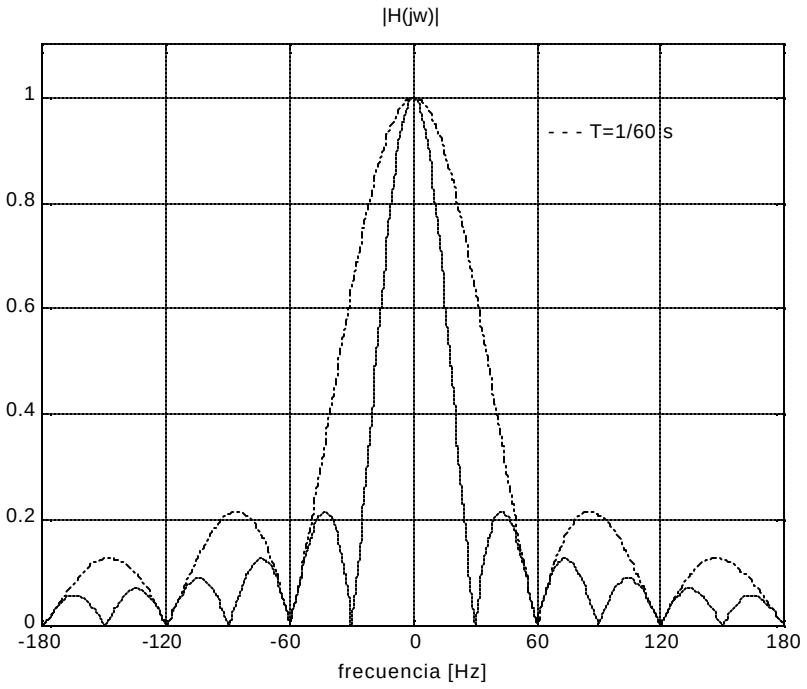
Asimismo, se puede notar que los errores extremo máximos positivos son ligeramente más críticos que los negativos. Lo cual implica que cuando la frecuencia disminuye se presenta una situación ligeramente más delicada desde el punto de vista del mayor error que se podría presentar en la estimación del valor eficaz.

La Tabla 8, evidencia también como en la medida en que el deslizamiento se acentúa, los errores extremos también aumentan. Igualmente ocurre en la medida en que aumenta la distorsión armónica de la señal. Es así como al considerar todos los armónicos de la señal ejemplo (distorsión armónica igual al 15,07%) se puede apreciar como el error se acerca al 5%.

3.1.2 Efecto de la duración de la ventana. La Ecuación (8) (Capítulo 2) indica que el cuadrado del valor eficaz corresponde a la convolución entre el cuadrado de la señal y una ventana rectangular de duración *T* y altura *1/T*. La transformada de *Fourier* de esta función determina la respuesta en frecuencia del filtrado que implica la estimación del valor eficaz.

En la Figura 14 se puede observar como el filtrado elimina los armónicos de 60 Hz si la duración de la ventana rectangular es igual a la duración de un periodo fundamental de la señal de 60 Hz. En este caso, el filtrado sólo permite pasar la componente de continua de la señal $x^2(t)$, la cual corresponde al valor eficaz al cuadrado de la señal $x(t)$. Cuando la frecuencia de la señal se desvía de 60 [Hz] (existe deslizamiento), entonces las componentes de frecuencia de la modulación cuadrática ya no tienen frecuencias múltiplo entero de 60 y el filtrado las atenúa, pero no las elimina, lo cual implica que la estimación no es exacta.

Figura 14. Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtrado para la estimación del valor eficaz de una señal continua en un intervalo de tiempo T=2/60 segundos



Aumentando el intervalo de tiempo (*T*) en el cual se estima el valor eficaz, disminuye el ancho del lóbulo principal de la respuesta en frecuencia de la Figura 14, mejorando la selectividad y aumentando también la atenuación de las frecuencias diferentes a la frecuencia cero, de esta forma disminuirá también el error en la estimación del valor eficaz cuando hay deslizamiento en frecuencia. En la Figura 14 se puede observar cómo cambia la respuesta en frecuencia cuando el intervalo de evaluación del valor eficaz es dos veces el periodo fundamental de una señal de 60 [Hz].

En la Tabla 9, se presentan los resultados de simulación de la estimación del valor eficaz en un intervalo de 2/60 segundos para el ejemplo de la corriente del reactor controlado por tiristores (ver Tabla 6) cuando existe deslizamiento en frecuencia.

Tabla 9. Porcentajes de error extremo obtenidos de la simulación de la estimación del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo en un intervalo de tiempo T= 2/60 segundos.

Mayor orden de armónico	δ = - 0,0033 fs = 60,2 Hz	δ = 0,0033 fs = 59,8 Hz	δ = - 0,05 fs = 63 Hz	δ = 0,0416 fs = 57,5 Hz
3	0,1662	0,2579	2,3509	3,1607
	-0,2555	-0,1671	-3,2454	-2,1159
5	0,1662	0,2953	2,3075	3,5211
	-0,2925	-0,1671	-3,5612	-2,0873
7	0,1662	0,3154	2,3330	3,6601
	-0,3123	-0,1671	-3,6613	-2,1056
9	0,1662	0,3278	2,3201	3,7108
	-0,3245	-0,1671	-3,6836	-2,0949
11	0,1662	0,3361	2,3260	3,7233
	-0,3328	-0,1671	-3,6782	-2,1012
13	0,1662	0,3421	2,3244	3,7200
	-0,3387	-0,1671	-3,6661	-2,0981
15	0,1662	0,3467	2,3239	3,7115
	-0,3432	-0,1671	-3,6556	-2,0993
17	0,1662	0,3503	2,3252	3,7030
	-0,3467	-0,1671	-3,6496	-2,0992
19	0,1662	0,3531	2,3239	3,6968
	-0,3495	-0,1671	-3,6478	-2,0987
21	0,1662	0,3554	2,3248	3,6933
	-0,3518	-0,1671	-3,6489	-2,0994
23	0,1662	0,3573	2,3245	3,6923
	-0,3537	-0,1671	-3,6513	-2,0988
25	0,1662	0,3589	2,3244	3,6930
	-0,3552	-0,1671	-3,6536	-2,0992

Comparando la tabla anterior con la Tabla 8, se observa cómo los porcentajes de error extremos disminuyen en todos los casos al duplicar el intervalo de tiempo sobre el cual se estima el valor eficaz. La reducción porcentual lograda para los porcentajes de error extremos va desde el 0,035%, para el caso de menor deslizamiento y menor distorsión armónica (δ = 0,0033 y tercer armónico), hasta el 17,74%, para δ = - 0,05 y considerando que la señal contiene hasta el armónico de orden 19. En este último caso el porcentaje de error extremo varió de -4,4344% a -3,6478%.

No obstante la reducción en los porcentajes de error extremos, aumentar el intervalo de tiempo sobre el cual se estima el valor eficaz de la señal implica una respuesta más lenta del algoritmo, lo cual puede ser un inconveniente cuando se desea detectar cambios rápidos en la amplitud de la señal.

3.1.3 Aproximación mediante acumulación discreta de las muestras. Para ilustrar el efecto de la aproximación involucrada en la estimación del valor eficaz con el algoritmo de acumulación discreta, se realizaron simulaciones de la estimación del valor eficaz de la señal de corriente del reactor controlado por tiristores, considerado anteriormente.

En la Tabla 10 se presentan los resultados de simulación para diferentes deslizamientos y diferentes niveles de distorsión armónica en la estimación del valor eficaz de la corriente del RCT ejemplo. Para cada deslizamiento y para cada combinación de armónicos se realizaron 500 simulaciones considerando valores de fase aleatorios en cada simulación. En este caso se tomaron 128 muestras por ciclo (*M=128*) y se calculó el valor eficaz para una ventana de 128 muestras también (*L=128*). Como el máximo nivel de armónicos es 25 y *M=128*, se satisface la Ecuación (22) (Capítulo 2), lo cual garantiza que no se presentará el fenómeno de *aliasing* en el espectro de la señal $x^2[n]$.

Comparando los resultados de la Tabla 8 con los de la Tabla 10. Los porcentajes de error presentados en esta última, en todos los casos, son levemente mayores que en los obtenidos con el algoritmo de integración. Esto se debe, como ya se mencionó, a que la magnitud de la respuesta en frecuencia del filtrado involucrado en la estimación del valor eficaz, es mayor en la estimación discreta que en la continua (Figura 6 Capítulo 2).

Tabla 10. Porcentajes de error extremo obtenidos de la simulación de la estimación discreta del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo, tomando *L=M=128* muestras por ciclo.

Mayor orden de armónico	δ = - 0,0033 fs = 60,2 Hz	δ = 0,0033 fs = 59,8 Hz	δ = - 0,05 fs = 63 Hz	δ = 0,0416 fs = 57,5 Hz
3	0,1663	0,2581	2,3965	3,3463
	-0,2558	-0,1671	-3,5131	-2,1427
5	0,1663	0,2957	2,3836	3,8124
	-0,2929	-0,1671	-3,9710	-2,1348
7	0,1663	0,3159	2,3929	4,0460
	-0,3129	-0,1671	-4,1913	-2,1406
9	0,1663	0,3285	2,3864	4,1776
	-0,3253	-0,1671	-4,3091	-2,1364
11	0,1663	0,3371	2,3913	4,2562
	-0,3337	-0,1671	-4,3748	-2,1397
13	0,1663	0,3432	2,3877	4,3045
	-0,3398	-0,1671	-4,4113	-2,1372
15	0,1663	0,3480	2,3904	4,3345
	-0,3445	-0,1671	-4,4309	-2,1392
17	0,1663	0,3517	2,3885	4,3524
	-0,3482	-0,1671	-4,4399	-2,1376
19	0,1663	0,3547	2,3899	4,3625
	-0,3511	-0,1671	-4,4426	-2,1388
21	0,1663	0,3572	2,3889	4,3674
	-0,3535	-0,1671	-4,4416	-2,1379
23	0,1663	0,3592	2,3895	4,3690
	-0,3556	-0,1671	-4,4387	-2,1386
25	0,1663	0,3610	2,3892	4,3684
	-0,3573	-0,1671	-4,4350	-2,1381

En la Tabla 11 se presentan los porcentajes de error extremo considerando que se han tomado 64 muestras por ciclo (*M=64*) y que la estimación del valor eficaz se realiza sobre un ciclo de la señal (*L=64*). En este caso los porcentajes de error son siempre mayores a los presentados en la Tabla 10. Esto se debe a la disminución de la frecuencia de muestreo y a que la relación de la Ecuación (22) (Capítulo 2) no se cumple para cuando se consideran más de 15 armónicos de la señal, por lo tanto es de esperarse que los porcentajes de error aumenten como se ha planteado anteriormente.

Tabla 11. Porcentajes de error extremo obtenidos de la simulación de la estimación discreta del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo, tomando *L=M=64* muestras por ciclo.

Mayor orden de armónico	δ = - 0,0033 fs = 60,2 Hz	δ = 0,0033 fs = 59,8 Hz	δ = - 0,05 fs = 63 Hz	δ = 0,0416 fs = 57,5 Hz
3	0,1663	0,2587	2,3977	3,3523
	-0,2563	-0,1672	-3,5204	-2,1436
5	0,1664	0,2966	2,3857	3,8221
	-0,2937	-0,1673	-3,9824	-2,1363
7	0,1664	0,3171	2,3944	4,0590
	-0,3140	-0,1672	-4,2064	-2,1417
9	0,1664	0,3300	2,3882	4,1937
	-0,3267	-0,1672	-4,3274	-2,1378
11	0,1664	0,3389	2,3930	4,2750
	-0,3355	-0,1672	-4,3957	-2,1409
13	0,1664	0,3454	2,3894	4,3255
	-0,3420	-0,1672	-4,4341	-2,1385
15	0,1664	0,3505	2,3922	4,3574
	-0,3470	-0,1672	-4,4551	-2,1404
17	0,1664	0,3546	2,3901	4,3767
	-0,3510	-0,1672	-4,4648	-2,1389
19	0,1664	0,3579	2,3917	4,3877
	-0,3543	-0,1672	-4,4676	-2,1401
21	0,1664	0,3608	2,3905	4,3932
	-0,3572	-0,1672	-4,4663	-2,1391
23	0,1664	0,3633	2,3913	4,3948
	-0,3597	-0,1672	-4,4626	-2,1399
25	0,1664	0,3655	2,3908	4,3940
	-0,3618	-0,1672	-4,4579	-2,1393

3.1.4 Filtrado pasa-bajas adicional. Para disminuir los errores en la estimación del valor eficaz, es posible utilizar un filtro adicional pasa-bajas con el fin de atenuar las componentes de frecuencia que no son eliminadas en el filtrado involucrado en la estimación discreta del valor eficaz, debido a que existe deslizamiento de frecuencia. No obstante, este filtrado adicional implica una mayor constante de tiempo en el algoritmo de estimación del valor eficaz. En particular, se consideró un filtro *Butterworth* de primer orden con frecuencia de corte de 60 Hz; el cual, para una frecuencia de muestreo de 128 muestras por ciclo tiene la siguiente función de transferencia:

$$H(z)=\frac{0{,}0239604\left(1+z^{-1}\right)}{1-0{,}95208z^{-1}} \qquad |z|>0{,}95208 \tag{77}$$

La constante de tiempo de este filtro es de 21 muestras, lo cual implica que la constante de tiempo del algoritmo de estimación del valor eficaz, considerando filtrado adicional,

será de 230 muestras (128 muestras por ciclo más cinco constantes de tiempo del filtro adicional). Si se considera una frecuencia de muestreo de 64 muestras por ciclo, la función de transferencia del filtro será la siguiente:

$$H(z)=\frac{0{,}046826\left(1+z^{-1}\right)}{1-0{,}90635z^{-1}} \qquad |z|>0{,}90635 \tag{78}$$

En este caso la constante de tiempo del filtro es de 11 muestras y la del algoritmo de estimación es de 115 muestras.

En la Tabla 12 se presentan los porcentajes de error extremo obtenidos de la simulación de la estimación del valor eficaz considerando todos los armónicos de la señal de corriente del RCT ejemplo, luego de realizar el filtrado pasa-bajas adicional sobre el valor eficaz calculado con el algoritmo de acumulación discreta. Estos errores corresponden a los errores en estado estacionario; ya que en estado transitorio, la respuesta natural del filtro causa que los porcentajes de error aumenten. Los porcentajes de error, en este caso, se han reducido en más del 50% con respecto a los obtenidos sin el filtrado adicional.

Tabla 12. Porcentajes de error extremo obtenidos de la simulación de la estimación discreta del valor eficaz de la corriente de un RCT ejemplo, utilizando filtrado pasa-bajas adicional y considerando todos los armónicos de la señal.

Longitud de la ventana	δ = - 0,0033 fs = 60,2 Hz	δ = 0,0033 fs = 59,8 Hz	δ = - 0,05 fs = 63 Hz	δ = 0,0416 fs = 57,5 Hz
L=M=128	0,0855	0,1063	1,1899	1,4410
muestras	-0,1045	-0,0863	-1,3758	-1,1279
L=M=64	0,0855	0,1062	1,1898	1,4406
muestras	-0,1045	-0,0863	-1,3749	-1,1279

Asimismo, podrían utilizarse ventanas de ponderación para mejorar la respuesta en frecuencia del filtrado involucrado en la estimación del valor eficaz, pero esto significa mayor número de operaciones y una longitud de ventana mayor para mantener la selectividad del filtrado.

El cálculo de valores promedio corresponde a un filtrado pasa-bajas; por lo tanto es de esperarse que cuando se estima la regulación de tensión a partir del promedio del valor eficaz de varios ciclos de la señal, disminuya el error en la estimación dado que se está

realizando un filtrado pasa-bajas adicional; teniendo en cuenta que se promedian los cuadrados de los valores eficaces.

A manera de resumen: el deslizamiento en frecuencia afecta la estimación del valor eficaz de una señal bien sea utilizando un método de integración de la señal continua o utilizando un método de acumulación de las muestras de la señal. El deslizamiento de frecuencia provoca oscilaciones en el valor eficaz estimado que lo desvían del valor eficaz verdadero. Estas oscilaciones dependen de la magnitud del deslizamiento, de los niveles de armónicos que contiene la señal y de la duración del intervalo de tiempo sobre el cual se estima el valor eficaz; el cual, determina el tiempo de respuesta del algoritmo.

La aproximación del valor eficaz mediante las muestras aumenta los errores en la estimación cuando existe deslizamiento de frecuencia. Adicionalmente estos errores pueden ser mayores si la frecuencia de muestreo no es mayor a cuatro veces el ancho de banda de la señal. No obstante, los errores se pueden disminuir aumentando la cantidad de muestras utilizadas para la estimación del valor eficaz y/o implementando un filtrado adicional pasa-bajas, con el correspondiente aumento en el tiempo de respuesta del algoritmo, quedando manifiesta la relación inversa entre la exactitud y la velocidad de respuesta del algoritmo de estimación.

3.2 MONITORIZACIÓN DE ARMÓNICOS

La monitorización de armónicos, en este apartado, se estudia teniendo en cuenta los lineamientos de la norma [IEC 61000-4-7, 91] y del estándar [IEEE 519, 92] los cuales consideran la transformada discreta de *Fourier* (DFT en tiempo real) como algoritmo para estimar las componentes de frecuencia de la señal; entre ellas los armónicos.

3.2.1 Normatividad. Actualmente en Colombia no existe una normatividad sobre medición de armónicos. El Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación (ICONTEC) ha aprobado la norma [NTC-IEC 61000-1-1, 00] sobre Compatibilidad Electromagnética y la [NTC 5000, 02] sobre Calidad de la Energía Eléctrica. No obstante, en [Rodríguez & Uribe, 03] se presenta una propuesta de Norma Técnica Colombiana para medición de armónicos, que ha contando con el apoyo de este trabajo.

A nivel internacional existen diferentes organismos que han trabajado acerca de la normalización de la energía eléctrica. Entre ellos, la Comisión Electrotécnica Internacional (IEC) y el Instituto de Ingenieros Electricistas y Electrónicos (IEEE), son las organizaciones que cuentan con la participación de un gran número de países y de ingenieros que trabajan en el tema de la calidad de la energía eléctrica. Por esta razón, las normas y recomendaciones de estas organizaciones se han tomado como referencia en este apartado.

- Norma internacional IEC 61 000-4-7. Esta norma tiene por título: Guía general relativa a las medidas de armónicos e interarmónicos, así como a los equipos de medida, aplicable a las redes de alimentación y a los aparatos conectados a éstas.

Esta norma se aplica a los equipos de medida destinados a la medición de componentes de frecuencia de la señal de tensión o de corriente con un rango de frecuencias desde la componente de continua hasta 2 500 [Hz] (armónico de orden 50 para una frecuencia fundamental de 50 Hz).

Los equipos de medida son clasificados, en esta norma, de acuerdo con: las características de las señales a medir, la exactitud del aparato y el tipo de medición que se va a realizar.

Las señales eléctricas, para efectos de medición de armónicos, son clasificadas en: señales con armónicos cuasi-estacionarios, señales con armónicos fluctuantes, señales con armónicos que varían rápidamente y señales con interarmónicos y/u otras componentes no deseables.

Con respecto a la exactitud de los aparatos de medida, estos se catalogan en dos clases (A y B), como se muestra en la Tabla 13, de acuerdo con el error máximo permitido en la medición.

De acuerdo con el tipo de medición, se considera la medición de armónicos de la tensión y la corriente, y medidas especiales, como por ejemplo: medida del ángulo de fase, medida de la distorsión armónica, medida de componentes simétricas, etc.

Tabla 13. Requerimientos de exactitud para la medición de la amplitud de las componentes de frecuencia [IEC 61 000-4-7].

Clase	Medida	Condiciones	Error máximo permitido
A	Tensión	Um ≥ 1% U_N	5% Um*
		Um < 1% U_N	0,05% U_N**
	Corriente	Im ≥ 3% I_N	5% Im
		Im < 3% I_N	0,15% I_N
B	Tensión	Um ≥ 3% U_N	5% Um
		Um < 3% U_N	0,15% U_N
	Corriente	Im ≥ 10% I_N	5% Im
		Im < 10% I_N	0,5% I_N

* Um e Im son valores a medir de una componente de frecuencia.
** U_N e I_N son los valores nominales de entrada del equipo

De la tabla anterior se puede notar que el error máximo permitido del 5% del valor a medir es el requisito de exactitud más exigente. No obstante, para equipos clase A que miden tensión, por ejemplo, este requisito sólo se establece para cuando el valor a medir es superior al 1% de la tensión nominal del aparato de medida (0,01 por unidad).

Asimismo, para equipos de medición analógicos que utilizan filtros selectivos u otros dispositivos, se presentan en esta norma los requisitos de atenuación de las componentes de frecuencia estimadas cuando se mide sólo una componente de frecuencia (armónico en este caso) con una frecuencia dada. Para el caso de equipos digitales que utilizan el algoritmo DFT, estos requisitos se expresan en términos del tipo de ventana y de la duración de la ventana, ya que estos parámetros determinan la respuesta en frecuencia del filtrado involucrado en la estimación de componentes de frecuencia (véase el apartado 2.24). En las Tablas 14 y 15 se presentan los requisitos de atenuación tanto para equipos analógicos como para equipos digitales, respectivamente.

En la Tabla 14, la atenuación mínima corresponde a la magnitud de la respuesta en frecuencia en [dB] para la frecuencia inyectada del filtro que utiliza el equipo para medir una determinada componente con frecuencia f_n. La frecuencia inyectada es diferente de f_n. La atenuación cuando se inyecta f_n debe cumplir los requisitos de la Tabla 13.

Tabla 14. Requerimientos de atenuación para la medición de la amplitud de las componentes de frecuencia con equipos analógicos [IEC 61 000-4-7].

Señal inyectada de frecuencia única (diferente de f_n)	**Valor de f_n**	**Atenuación mínima del valor medido para f_n [dB]**
Armónicos próximos $f_n - f_1$ y $f_n + f_1$	$2f_1 \leq f_n \leq 12f_1$ $12f_1 < f_n \leq 20\ f_1$ $20f_1 < f_n \leq 50f_1$	30 20 15
Frecuencia $\leq 0{,}5f_n$	Cualquier valor de f_n	50
Fundamental de la frecuencia de alimentación (f_1)	Cualquier valor de f_n	60 medida con aparato clase A 70 medida con aparato clase B

Tabla 15. Requerimientos básicos para la medición de la amplitud de las componentes de frecuencia con equipos digitales que utilizan el algoritmo DFT [IEC 61 000-4-7].

Tipo de armónico	**Duración recomendable de ventana**	**Requisitos adicionales**
Cuasi-estacionarios	Tw = 0,1 a 0,5s	Puede haber intervalo entre ventanas
Fluctuantes	Tw = 0,32s (rectangular) Tw = 0,4s a 0,5s (*Hanning*)	Sin intervalo Solapamiento mitad a mitad
Rápidamente variables	Tw = 0,08 a 0,16s (rectangular)	Sin intervalo

La Tabla 15 indica que para armónicos cuasi-estacionarios es posible utilizar ventanas con suficiente duración, de tal forma que el filtrado involucrado en la estimación con el algoritmo DTF tiene una selectividad alta (de 1,8 a 9 [Hz] para un ancho de banda de 3 [dB] con ventana rectangular, en este caso).

Para armónicos fluctuantes, en los cuales varía su amplitud, su ángulo de fase e incluso su frecuencia; se requiere hacer un seguimiento de tal variación. Es por esto que se debe medir continuamente, sin dejar intervalos de tiempo entre las ventanas, y además con alta selectividad (cerca de 2,8 [Hz] para el ancho de banda de 3 [dB] en el caso de la Tabla 15 con ventana rectangular) ya que las fluctuaciones pueden introducir componentes de frecuencia no deseadas.

Además, en el caso de los armónicos rápidamente variables se requiere, naturalmente, hacer un seguimiento de tal variación y por esta razón se necesita utilizar una ventana de corta duración para aumentar la rapidez de respuesta del algoritmo; a pesar de la disminución en la selectividad del filtrado involucrado (11,25 [Hz] para el ancho de banda de 3 [dB] de la ventana recomendada en la Tabla 15).

Los requerimientos de la Tabla 15 responden a las características de las señales presentes en los sistemas de energía eléctrica, y satisfacen las características de atenuación establecidas en la Tabla 14 si no existe deslizamiento de frecuencia. Por consiguiente es necesario tener en cuenta los efectos del deslizamiento de frecuencia para determinar si las recomendaciones de la Tabla 15 satisfacen los requerimientos de atenuación.

Complementariamente, como pueden existir intervalos de tiempo entre las ventanas de tiempo que se utilizan para la estimación de los armónicos; esta norma hace la distinción entre el tiempo de observación y el tiempo real de medida: el tiempo real de medida corresponde a la duración efectiva de la medida de los armónicos, los intervalos de tiempo entre las ventanas no se toman en cuenta. El tiempo de observación incluye, además del tiempo real de medida, el tiempo de los intervalos entre las ventanas. Adicionalmente, para comprender el efecto de los armónicos a través del tratamiento estadístico de la información; esta norma recomienda los siguientes intervalos de tiempo: 3 segundos, 10 minutos, 1 hora, 24 horas y 7 días.

- Estándar IEEE 519. El estándar "*IEEE Recommended Practices And Requirements For Harmonic Control In Electric Power Systems*" es una guía dirigida a empresas distribuidoras y a sus clientes para disminuir los inconvenientes causados por los armónicos.

Con respecto a la exactitud de los equipos de medida, este estándar recomienda que el error en la medición de sólo un armónico sea ser menor al 5% del límite permisible para el amónico.

En cuanto a la selectividad o capacidad para separar componentes con frecuencias diferentes, el estándar recomienda requisitos mínimos de atenuación de una componente de frecuencia que se inyecta al equipo de medida cuando éste se encuentra sintonizado para medir la componente de 60 [Hz], tales requisitos se presentan en la Tabla 16.

Se puede advertir que, para los equipos digitales, el estándar IEEE 519 si establece directamente requerimientos de atenuación para la respuesta en frecuencia del filtrado

involucrado en el algoritmo DFT; mientras que la norma IEC 61 000-4-7, establece requerimientos para la duración de la ventana de ponderación, los cuales determinan en segunda instancia las características de atenuación de la respuesta en frecuencia de la ventana de ponderación utilizada.

Tabla 16. Requerimientos mínimos de atenuación para la medición de la amplitud de las componentes de frecuencia [IEEE 519].

Señal inyectada [Hz]	**Equipos analógicos [dB]**	**Equipos digitales [dB]**
60	0	0
30*	50	60
120 a 720	30	50
720 a 1200	20	40
1200 a 2400	15	35

* Esta frecuencia inyectada se considera cuando la señal tiene interamónicos o subarmónicos.

3.2.2 Influencia de los requerimientos de exactitud y atenuación en la ventana de ponderación. Como ya se explicó en el Capítulo 2, el algoritmo DFT opera sobre una cantidad de muestras (L), la cual está determinada por la duración de la ventana de ponderación. Las frecuencias que estima el algoritmo DFT son múltiplos enteros de $F_{muestreo}/L$ [Hz]; si la frecuencia de muestreo corresponde a un múltiplo entero de la frecuencia medida de la señal ($F_{muestreo} = M*f_m$, el factor M es el número de muestras por cada ciclo de la frecuencia f_m) y la longitud de la ventana de ponderación es un múltiplo entero de la cantidad de muestras por ciclo ($L=C*M$, con C entero); entonces el algoritmo DFT permitirá estimar los armónicos de la frecuencia medida de la señal (f_m). El error en la estimación de tales armónicos, como se explicó en el Capítulo 2, depende de los siguientes factores:

1. Del deslizamiento de frecuencia ($\delta=(f_m - f_s)/f_m$); es decir, de la diferencia entre la frecuencia medida de la señal (f_m) y la frecuencia fundamental real de la señal (f_s).
2. De la ventana de ponderación utilizada y de la duración de la ventana.
3. De la presencia de interarmónicos, subarmónicos y otras componentes de frecuencia en la señal.

Para un deslizamiento de frecuencia dado y una ventana de ponderación determinada, los requerimientos de exactitud (Tabla 13) y de atenuación (Tabla 16) implican requerimientos

sobre la longitud de la ventana de ponderación cuando la señal se considera como una sumatoria de armónicos.

Los requerimientos de exactitud de la Tabla 13 se aplican cuando al instrumento de medida se le inyecta una única componente de frecuencia y se requiere estimar la magnitud de tal componente. Como se explicó en el Capítulo 2 (véase en particular la Figura 7), la estimación de la magnitud de un armónico de la frecuencia medida de la señal ($|E_k|$), está determinada por la magnitud del armónico ($|A_k|$) y por la Transformada de *Fourier* normalizada de la ventana de ponderación ($V(e^{jw})$) evaluada en la diferencia entre la frecuencia medida del armónico y la frecuencia real del armónico ($k*f_m - k*f_s = k*f_m*d$ [Hz]); y se puede expresar así:

$$|E_k| = \left| \frac{V\left(e^{j\left(\frac{k\,2pd}{M}\right)}\right)}{V\left(e^{j\,0}\right)} \right| |A_k| \qquad (79)$$

De acuerdo con la ecuación anterior, el error en la estimación depende la magnitud del espectro de la ventana de ponderación en la frecuencia *k2p d/M* [rad]; cuanto más cercano esté este valor al valor del espectro de la ventana en la frecuencia cero, menor será el error. Desde otro punto de vista, esto significa que, para un deslizamiento de frecuencia y un orden de armónico dados, cuanto más selectiva sea la transformada de *Fourier* de la ventana de ponderación mayor será el error en la estimación; lo cual implica que existirá una duración máxima de la ventana permitida para satisfacer los requerimientos de exactitud.

De acuerdo con los requerimientos de exactitud mencionados, el error en la estimación ($|A_k|-|E_k|$) debe ser menor o igual al 5% de la magnitud del armónico inyectado, $|A_k|$. Por consiguiente la ventana de ponderación utilizada debe cumplir con la siguiente restricción:

$$\left| V\left(e^{j\left(\frac{k2pd}{M}\right)}\right) \right| \geq 0{,}95 \left| V\left(e^{j\,0}\right) \right| \qquad (80)$$

Por ejemplo para el caso de la ventana rectangular (ver Anexo A), la relación anterior se expresa así:

$$\left|\frac{Sen(Cpkd)}{Sen\left(\frac{pkd}{M}\right)}\right| \geq 0{,}95CM \qquad (81)$$

Donde *C* es la duración de la ventana expresada como el número de ciclos de la frecuencia medida de la señal, *M* es el número de muestras por ciclo de la frecuencia medida y *k* es el orden del armónico que se está estimando. Por lo tanto, para un deslizamiento, un orden de armónico y número de muestras por ciclo determinados; la duración de la ventana es la variable que determina la exactitud de la estimación. Puede notarse, también, como la relación de la Ecuación (81) no depende ni de la frecuencia real de la señal ni de la frecuencia medida de la misma, sino de su relación que es el deslizamiento de frecuencia, y además la Ecuación (81) es igual para deslizamientos positivos y negativos.

De otra parte, los requerimientos de atenuación de la Tabla 16 para equipos digitales están relacionados con la selectividad del espectro de la ventana de ponderación, la cual depende del ancho del lóbulo principal del espectro. Cuanto más angosto sea el lóbulo principal, mayor será la selectividad y por lo tanto se satisfarán mejor los requerimientos de atenuación. Como el ancho del lóbulo principal es inversamente proporcional a la duración de la ventana de ponderación, entonces habrá una duración mínima permitida para satisfacer los requerimientos de atenuación de las componentes de frecuencia de la señal.

Los requerimientos de la Tabla 16 están dados para cuando la transformada de *Fourier* de la ventana de ponderación está centrada en la frecuencia de 60 [Hz]; no obstante, los requerimientos son equivalentes si por ejemplo, el espectro de la ventana se mantiene centrado en la frecuencia cero. En tal caso los requerimientos se pueden expresar en términos del orden del armónico como se muestra en la Tabla 17.

De acuerdo con la Tabla 17, la atenuación está determinada por la magnitud del espectro de la ventana de ponderación evaluado en la frecuencia de los amónicos de la señal ($k*f_s=k*f_m*(1-d)$ [Hz]).

Tabla 17. Requerimientos mínimos de atenuación para la medición de la amplitud de las componentes de frecuencia [IEEE 519] considerando que se estima la componente de continua.

Orden del armónico inyectado (k)	Equipos digitales [dB]
½ *	60
1 a 11	50
12 a 19	40
20 a 39	35

* Esta frecuencia inyectada equivale a la frecuencia de 30 [Hz] de la Tabla 16.

Para los diferentes rangos del orden del armónico, la magnitud del espectro de la ventana de ponderación ($V(e^{jw})$) debe cumplir con la siguiente relación:

$$-20Log_{10}\left|\frac{V\left(e^{j\left(\frac{2pk(1-d)}{M}\right)}\right)}{V\left(e^{j0}\right)}\right| \geq Atenuación\ \ Tabla \tag{82}$$

La ecuación anterior puede también rescribirse como:

$$\left|V\left(e^{j\left(\frac{2pk(1-d)}{M}\right)}\right)\right| \leq \left|V\left(e^{j0}\right)\right| 10^{-\frac{Atenuación\,Tabla}{20}} \tag{83}$$

De esta ecuación se puede observar como la magnitud del espectro de la ventana evaluado en las frecuencias de los armónicos de la señal no debe superar unos límites determinados. Es posible interpretar, nuevamente, que la ventana de ponderación debe tener una duración mínima para no superar tales límites.

Por ejemplo para la ventana rectangular, la Ecuación (83) se convierte en:

$$\left|\frac{Sen(Cpk(1-d))}{Sen\left(\frac{pk(1-d)}{M}\right)}\right| \leq C\,M\,10^{-\frac{Atenuación Tabla}{20}} \tag{84}$$

Donde, C es el número de ciclos de la frecuencia medida (f_m) que considera la ventana de ponderación.

- Duración máxima de las ventanas de ponderación. Para las diferentes ventanas de ponderación consideradas (ver Anexo A), se determinó la duración máxima de cada ventana para satisfacer la relación de la Ecuación (80).

En las siguientes tablas se presenta la duración máxima en ciclos de la señal ($C_{MÁXIMO}$) para las ventanas de ponderación, considerando que se han tomado 128 muestras por ciclo ($M=128$) y diferentes deslizamientos de frecuencia. La cantidad de muestras de la ventana (L) es igual a $C_{MÁXIMO} * M$.

Tabla 18. Duraciones máximas de la ventana rectangular tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal ($M=128$).

d = $3{,}33*10^{-3}$		d = $8{,}33*10^{-4}$		d = $3*10^{-4}$	
k	**$C_{máx.}$**	**k**	**$C_{máx.}$**	**k**	**$C_{máx.}$**
1	52	1	210	1	585
3	17	3	70	3	195
5	10	5	42	5	117
7	7	7	30	7	83
9	5	9	23	9	65
25	2	25	8	25	23
40	1	40	5	40	14
50	1	50	4	50	11

Tabla 19. Duraciones máximas de la ventana *Hanning* tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal ($M=128$).

d = $3{,}33*10^{-3}$		d = $8{,}33*10^{-4}$		d = $3*10^{-4}$	
k	**$C_{máx.}$**	**k**	**$C_{máx.}$**	**k**	**$C_{máx.}$**
1	85	1	339	1	937
3	28	3	113	3	312
5	17	5	68	5	187
7	12	7	48	7	134
9	9	9	37	9	104
25	3	25	13	25	37
40	2	40	8	40	23
50	1	50	6	50	18

Tabla 20. Duraciones máximas de la ventana *Hamming* tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal (*M=128*).

d = **3,33*10^{-3}**		d = **8,33*10^{-4}**		d = **3*10^{-4}**	
k	**$C_{máx.}$**	**k**	**$C_{máx.}$**	**k**	**$C_{máx.}$**
1	77	1	306	1	846
3	25	3	102	3	281
5	15	5	61	5	169
7	11	7	43	7	121
9	8	9	34	9	94
25	3	25	12	25	34
40	1	40	7	40	21
50	1	50	6	50	17

Tabla 21. Duraciones máximas de la ventana *Bartlett* tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal (*M=128*).

d = **3,33*10^{-3}**		d = **8,33*10^{-4}**		d = **3*10^{-4}**	
k	**$C_{máx.}$**	**k**	**$C_{máx.}$**	**k**	**$C_{máx.}$**
1	75	1	300	1	830
3	25	3	100	3	277
5	15	5	60	5	166
7	11	7	43	7	118
9	8	9	33	9	92
25	3	25	12	25	33,
40	1	40	7	40	21
50	1	50	6	50	16

Tabla 22. Duraciones máximas de la ventana *Blackman* tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal (*M=128*).

d = **3,33*10^{-3}**		d = **8,33*10^{-4}**		d = **3*10^{-4}**	
k	**$C_{máx.}$**	**k**	**$C_{máx.}$**	**k**	**$C_{máx.}$**
1	97	1	384	1	1063
3	32	3	128	3	354
5	19	5	77	5	212
7	14	7	55	7	152
9	11	9	43	9	118
25	4	25	15	25	42
40	2	40	9	40	26
50	2	50	7	50	21

Para el deslizamiento de frecuencia permitido en el sistema eléctrico Colombiano (δ = *3,33*10^{-3}*), los resultados del las Tablas 18 a 22 indican que la DFT se debe realizar sobre un ciclo de la señal para garantizar los requerimientos de exactitud hasta el armónico 50. Si el deslizamiento es pequeño (δ = *3*10^{-4}*), pueden tomarse hasta 11 ciclos utilizando la ventana rectangular, y de 16 a 21 ciclos utilizando las demás ventanas.

La norma IEC 61 000-4-7 considera un análisis hasta el armónico 40 y un deslizamiento de frecuencia pequeño ($\delta = 3*10^{-4}$). En este caso la duración de la ventana rectangular será como máximo de 0,23 segundos y la de la ventana *Hanning* será de 0,38 segundos considerando una frecuencia medida de 60 [Hz].

- Duración mínima de las ventanas de ponderación. Para las diferentes ventanas de ponderación consideradas (ver Anexo A), se determinó la duración mínima de cada ventana para satisfacer la relación de la Ecuación (83).

En las siguientes tablas se presenta la duración mínima en ciclos de la señal ($C_{MÍNIMO}$) para las ventanas de ponderación, considerando que se han tomado 128 muestras por ciclo ($M=128$) y diferentes deslizamientos de frecuencia. La cantidad de muestras de la ventana (L) es igual a $C_{MÍNIMO} * M$ y se ha incluido hasta el armónico 40 como se requiere en la Tabla 16.

Tabla 23. Duración mínima de la ventana rectangular tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal ($M=128$).

Deslizamiento (d)	**Número mínimo de ciclos ($C_{mín.}$)**
$3*10^{-4}$	2
$8,3*10^{-4}$	2
$3,3*10^{-3}$	12

Tabla 24. Duración mínima de las ventanas *Hanning, Hamming, Bartlett* tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal ($M=128$).

Deslizamiento (d)	**Número mínimo de ciclos ($C_{mín.}$)**
$3*10^{-4}$	4
$8,3*10^{-4}$	4
$3,3*10^{-3}$	4

Tabla 25. Duración mínima de la ventana *Blackman* tomando 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de las señal ($M=128$).

Deslizamiento (d)	**Número mínimo de ciclos ($C_{mín.}$)**
$3*10^{-4}$	6
$8,3*10^{-4}$	6
$3,3*10^{-3}$	6

Si no se considera el estudio de interarmónios la duración mínima de las ventanas es de un (1) ciclo.

Puede notarse, de los resultados mostrados en las tablas anteriores, como el aumento del deslizamiento de frecuencia afecta principalmente a la duración máxima de la ventana. Asimismo, puede suceder que la duración mínima sea mayor que la duración máxima, en tal caso, es necesario sincronizar la frecuencia de muestreo con la frecuencia de la señal para obtener deslizamientos de frecuencia menores ($\delta = 3*10^{-4}$).

Una vez determinados los límites de la duración de la ventana para satisfacer los requerimientos de exactitud y atenuación, la duración de la ventana se determina de acuerdo con las características de la señal a medir y de acuerdo con el objetivo de la monitorización (armónicos estacionarios, fluctuantes, de rápida variación,…); teniendo en cuenta las componentes de frecuencia que se desean estimar y la rapidez de respuesta del algoritmo.

- Resultados de simulación. Para el caso de los armónicos de la corriente del RCT presentado en la Tabla 6 se realizaron 500 simulaciones en cada caso utilizando valores de fase aleatorios. Se obtuvo el error máximo de las simulaciones considerando el deslizamiento de frecuencia y utilizando las ventanas de ponderación. Las simulaciones se realizaron para un tiempo de observación de 10 segundos y un tiempo real de medida de 3 segundos con ventanas igualmente distribuidas en el tiempo.

Tabla 26. Errores máximos en la estimación de armónicos de un RCT utilizando ventanas de un ciclo sin espaciamiento entre ellas con $\delta = 3{,}3*10^{-3}$.

Armónico/δ		Rectangular		*Hanning*		*Hamming*		*Bartlett*		*Blackman*	
k	δ	emáx	%error	emáx	%error	emáx	%error	emáx	%error	emáx	%error
1	0,0033	5,47E-04	0,055	1,63E-04	0,016	7,90E-05	0,008	1,00E-05	0,001	2,38E-02	2,382
1	-0,0033	5,09E-04	0,051	1,68E-04	0,017	6,77E-05	0,007	1,00E-05	0,001	2,33E-02	2,327
3	0,0033	3,63E-04	0,264	8,31E-05	0,060	5,22E-05	0,038	1,22E-05	0,009	3,31E-02	24,016
3	-0,0033	3,38E-04	0,246	1,00E-04	0,073	3,82E-05	0,028	1,22E-05	0,009	3,40E-02	24,674
5	0,0033	1,49E-04	0,295	3,78E-05	0,075	2,04E-05	0,040	1,26E-05	0,025	3,57E-03	7,073
5	-0,0033	1,77E-04	0,350	3,06E-05	0,061	3,12E-05	0,062	1,25E-05	0,025	3,76E-03	7,438
7	0,0033	8,48E-05	0,327	2,15E-05	0,083	1,84E-05	0,071	1,26E-05	0,049	1,33E-03	5,143
7	-0,0033	1,07E-04	0,414	2,07E-05	0,080	2,09E-05	0,081	1,26E-05	0,049	1,41E-03	5,456
9	0,0033	5,59E-05	0,356	1,50E-05	0,095	1,58E-05	0,101	1,26E-05	0,080	7,08E-04	4,512
9	-0,0033	4,50E-05	0,287	1,72E-05	0,109	1,89E-05	0,120	1,26E-05	0,080	7,55E-04	4,806
11	0,0033	3,37E-05	0,321	1,20E-05	0,114	1,41E-05	0,134	1,26E-05	0,120	4,43E-04	4,222
11	-0,0033	4,55E-05	0,434	1,45E-05	0,138	1,64E-05	0,156	1,26E-05	0,120	4,73E-04	4,506
13	0,0033	2,14E-05	0,285	1,04E-05	0,138	1,30E-05	0,173	1,26E-05	0,168	3,15E-04	4,197
13	-0,0033	3,85E-05	0,513	1,32E-05	0,176	1,43E-05	0,190	1,26E-05	0,168	3,26E-04	4,347
15	0,0033	2,73E-05	0,480	9,64E-06	0,169	1,30E-05	0,229	1,27E-05	0,223	2,34E-04	4,110
15	-0,0033	2,42E-05	0,424	1,27E-05	0,222	1,48E-05	0,259	1,27E-05	0,223	2,37E-04	4,160
17	0,0033	2,25E-05	0,512	9,11E-06	0,207	1,24E-05	0,283	1,26E-05	0,287	1,83E-04	4,161
17	-0,0033	2,66E-05	0,605	1,22E-05	0,276	1,41E-05	0,320	1,26E-05	0,287	1,84E-04	4,180
19	0,0033	1,63E-05	0,466	8,81E-06	0,252	1,13E-05	0,323	1,25E-05	0,358	1,47E-04	4,210
19	-0,0033	2,64E-05	0,755	1,16E-05	0,331	1,28E-05	0,367	1,25E-05	0,358	1,48E-04	4,222
21	0,0033	2,12E-05	0,730	9,16E-06	0,316	1,23E-05	0,423	1,27E-05	0,437	1,21E-04	4,164
21	-0,0033	2,03E-05	0,701	1,15E-05	0,395	1,34E-05	0,461	1,27E-05	0,436	1,21E-04	4,180
23	0,0033	2,29E-05	0,954	9,41E-06	0,392	1,20E-05	0,500	1,27E-05	0,528	1,01E-04	4,227
23	-0,0033	2,33E-05	0,971	1,11E-05	0,462	1,35E-05	0,562	1,27E-05	0,527	1,02E-04	4,248
25	0,0033	2,77E-05	1,387	1,43E-05	0,717	1,29E-05	0,647	1,17E-05	0,587	4,03E-05	2,017
25	-0,0033	3,96E-05	1,980	1,53E-05	0,767	1,42E-05	0,709	1,18E-05	0,592	5,92E-05	2,962

Tabla 27. Errores máximos en la estimación de armónicos de un RCT utilizando ventanas de 16 ciclos igualmente distribuidas con $\delta = 3{,}3*10^{-3}$.

Armónico/ δ		Rectangular		*Hanning*		*Hamming*		*Bartlett*		*Blackman*	
k	δ	emáx	%error	emáx	%error	emáx	%error	emáx	%error	emáx	%error
1	0,0033	4,78E-03	0,478	1,80E-03	0,180	2,24E-03	0,224	2,29E-03	0,229	1,40E-03	0,140
1	-0,0033	4,82E-03	0,482	1,80E-03	0,180	2,24E-03	0,224	2,29E-03	0,229	1,40E-03	0,140
3	0,0033	5,90E-03	4,285	2,22E-03	1,608	2,76E-03	2,006	2,82E-03	2,047	1,73E-03	1,253
3	-0,0033	5,92E-03	4,295	2,22E-03	1,608	2,77E-03	2,007	2,82E-03	2,047	1,73E-03	1,253
5	0,0033	6,17E-03	12,228	2,23E-03	4,415	2,81E-03	5,572	2,83E-03	5,603	1,74E-03	3,446
5	-0,0033	6,22E-03	12,323	2,23E-03	4,415	2,82E-03	5,586	2,83E-03	5,604	1,74E-03	3,446
7	0,0033	5,88E-03	22,688	2,20E-03	8,505	2,75E-03	10,608	2,78E-03	10,743	1,72E-03	6,656
7	-0,0033	6,02E-03	23,232	2,20E-03	8,505	2,77E-03	10,698	2,78E-03	10,744	1,72E-03	6,656
9	0,0033	5,34E-03	34,027	2,16E-03	13,740	2,63E-03	16,746	2,71E-03	17,247	1,69E-03	10,791
9	-0,0033	5,50E-03	35,038	2,16E-03	13,740	2,65E-03	16,901	2,71E-03	17,250	1,69E-03	10,791
11	0,0033	5,05E-03	48,075	2,09E-03	19,947	2,53E-03	24,118	2,61E-03	24,844	1,65E-03	15,733
11	-0,0033	5,29E-03	50,375	2,09E-03	19,947	2,57E-03	24,459	2,61E-03	24,847	1,65E-03	15,733
13	0,0033	4,88E-03	65,010	2,02E-03	26,923	2,45E-03	32,601	2,49E-03	33,221	1,60E-03	21,348
13	-0,0033	4,88E-03	65,060	2,02E-03	26,923	2,45E-03	32,624	2,49E-03	33,224	1,60E-03	21,348
15	0,0033	4,35E-03	76,388	1,96E-03	34,449	2,32E-03	40,758	2,40E-03	42,049	1,57E-03	27,483
15	-0,0033	4,44E-03	77,939	1,96E-03	34,449	2,33E-03	40,936	2,40E-03	42,051	1,57E-03	27,483
17	0,0033	3,97E-03	90,277	1,86E-03	42,297	2,19E-03	49,729	2,24E-03	50,995	1,50E-03	33,981
17	-0,0033	4,06E-03	92,207	1,86E-03	42,297	2,19E-03	49,884	2,24E-03	50,995	1,50E-03	33,981
19	0,0033	3,37E-03	96,252	1,76E-03	50,240	2,04E-03	58,394	2,09E-03	59,740	1,42E-03	40,681
19	-0,0033	3,26E-03	93,128	1,76E-03	50,240	2,05E-03	58,443	2,09E-03	59,739	1,42E-03	40,681
21	0,0033	2,61E-03	89,953	1,68E-03	58,061	1,92E-03	66,165	1,97E-03	68,001	1,38E-03	47,426
21	-0,0033	2,66E-03	91,586	1,68E-03	58,061	1,92E-03	66,158	1,97E-03	67,995	1,38E-03	47,426
23	0,0033	2,05E-03	85,343	1,57E-03	65,562	1,77E-03	73,762	1,81E-03	75,519	1,30E-03	54,070
23	-0,0033	2,09E-03	87,211	1,57E-03	65,562	1,77E-03	73,866	1,81E-03	75,526	1,30E-03	54,070
25	0,0033	1,61E-03	80,257	1,45E-03	72,575	1,61E-03	80,462	1,64E-03	82,152	1,21E-03	60,480
25	-0,0033	1,69E-03	84,303	1,45E-03	72,575	1,61E-03	80,573	1,64E-03	82,144	1,21E-03	60,480

Tabla 28. Errores máximos en la estimación de armónicos de un RCT utilizando ventanas de 16 ciclos igualmente distribuidas con $\delta = 3{,}3*10^{-4}$ (sincronización de frecuencia).

Armónico/ δ		Rectangular		*Hanning*		*Hamming*		*Bartlett*		*Blackman*	
k	δ	emáx	%error	emáx	%error	emáx	%error	emáx	%error	emáx	%error
1	-0,0003	2,21E-04	0,022	1,50E-05	0,002	4,52E-05	0,005	1,90E-05	0,002	1,16E-05	0,001
1	-0,0003	1,91E-04	0,019	1,50E-05	0,002	4,08E-05	0,004	1,90E-05	0,002	1,16E-05	0,001
3	0,0003	1,67E-04	0,121	1,85E-05	0,013	4,04E-05	0,029	2,35E-05	0,017	1,44E-05	0,010
3	-0,0003	1,12E-04	0,081	1,85E-05	0,013	3,22E-05	0,023	2,35E-05	0,017	1,44E-05	0,010
5	0,0003	7,16E-05	0,142	1,88E-05	0,037	2,66E-05	0,053	2,40E-05	0,047	1,46E-05	0,029
5	-0,0003	1,06E-04	0,211	1,88E-05	0,037	3,17E-05	0,063	2,40E-05	0,047	1,46E-05	0,029
7	0,0003	6,88E-05	0,265	1,89E-05	0,073	2,62E-05	0,101	2,41E-05	0,093	1,47E-05	0,057
7	-0,0003	7,52E-05	0,290	1,89E-05	0,073	2,72E-05	0,105	2,41E-05	0,093	1,47E-05	0,057
9	0,0003	6,29E-05	0,401	1,89E-05	0,120	2,54E-05	0,162	2,41E-05	0,154	1,47E-05	0,094
9	-0,0003	6,01E-05	0,383	1,89E-05	0,120	2,50E-05	0,159	2,41E-05	0,154	1,47E-05	0,094
11	0,0003	5,19E-05	0,494	1,89E-05	0,180	2,38E-05	0,226	2,41E-05	0,229	1,47E-05	0,140
11	-0,0003	6,14E-05	0,585	1,89E-05	0,180	2,52E-05	0,240	2,41E-05	0,229	1,47E-05	0,140
13	0,0003	5,49E-05	0,732	1,88E-05	0,251	2,42E-05	0,322	2,40E-05	0,320	1,47E-05	0,195
13	-0,0003	5,47E-05	0,729	1,88E-05	0,251	2,41E-05	0,322	2,40E-05	0,320	1,47E-05	0,195
15	0,0003	5,38E-05	0,943	1,90E-05	0,334	2,42E-05	0,424	2,43E-05	0,426	1,48E-05	0,260
15	-0,0003	5,41E-05	0,950	1,90E-05	0,334	2,42E-05	0,425	2,43E-05	0,426	1,48E-05	0,260
17	0,0003	5,02E-05	1,141	1,89E-05	0,429	2,35E-05	0,534	2,41E-05	0,547	1,47E-05	0,334
17	-0,0003	5,40E-05	1,228	1,89E-05	0,429	2,41E-05	0,547	2,41E-05	0,547	1,47E-05	0,334
19	0,0003	5,20E-05	1,487	1,87E-05	0,535	2,37E-05	0,677	2,39E-05	0,683	1,46E-05	0,417
19	-0,0003	5,07E-05	1,448	1,87E-05	0,535	2,35E-05	0,671	2,39E-05	0,683	1,46E-05	0,417
21	0,0003	5,11E-05	1,762	1,90E-05	0,654	2,37E-05	0,818	2,42E-05	0,834	1,48E-05	0,509
21	-0,0003	5,24E-05	1,806	1,90E-05	0,654	2,39E-05	0,825	2,42E-05	0,834	1,48E-05	0,509
23	0,0003	5,09E-05	2,122	1,88E-05	0,784	2,36E-05	0,982	2,40E-05	1,000	1,46E-05	0,610
23	-0,0003	5,19E-05	2,161	1,88E-05	0,784	2,37E-05	0,988	2,40E-05	1,000	1,46E-05	0,610
25	0,0003	5,38E-05	2,688	1,85E-05	0,926	2,37E-05	1,186	2,36E-05	1,180	1,44E-05	0,721
25	-0,0003	5,42E-05	2,710	1,85E-05	0,926	2,38E-05	1,190	2,36E-05	1,180	1,44E-05	0,721

De los resultados de las Tablas 26 a 28 se puede observar que se cumplen los requisitos de duración establecidos en el ítem anterior. Igualmente, para deslizamientos de frecuencia pequeños la ventana rectangular es apropiada ya que cumple con los requerimientos de exactitud y atenuación; y además no implica procesamiento adicional como con las demás ventanas.

3.2.3 Promediado de las estimaciones. La estimación de un armónico puede presentar oscilaciones causadas por el deslizamiento de frecuencia y por la presencia de otros armónicos. Como ya se ha visto (Capítulo 2), la operación de promediado puede interpretarse como un filtrado pasabajas; por lo tanto, puede atenuar las oscilaciones en la estimación de armónicos y disminuir así el error.

A continuación se comparan tres métodos que pueden incluir operaciones de promedio:

1. Método 1: consiste en evaluar la DFT sobre cada ciclo de la señal y en promediar los resultados de *K* ciclos. Como la DFT se evalúa sobre cada ciclo, no es posible estimar interarmónicos ni subarmónicos.
2. Método 2: en este caso se calcula la DFT de una ventana con una duración de *K* ciclos. En este caso si es posible estimar interarmónicos y subarmónicos; no obstante, no se incluye una operación de promediado.
3. Método 3: consiste en promediar *K* ciclos consecutivos de la señal y luego se calcula la DFT del ciclo promedio. Como finalmente la DFT se calcula sobre una señal de duración un ciclo, no es posible estimar interarmónicos ni subarmónicos.

En la Tabla 29 se presentan los porcentajes máximos de error de la simulación de la estimación de los armónicos de la corriente del RCT ejemplo con $\delta = 3*10^{-4}$. Para los 3 métodos mencionados se tomaron 12 ciclos de la señal (*K=12*) y 128 muestras por ciclo (*M=128*) utilizando las ventanas rectangular, *Hanning* y *Hamming*. En cada caso se realizaron 100 simulaciones con fase aleatoria.

Tabla 29. Porcentajes de error en la estimación de armónicos de un RCT utilizando tres métodos de procesamiento con promediado ($\delta = 3,3*10^{-4}$)

Armónico	Ventana rectangular			Ventana *Hanning*			Ventana *Hamming*		
	Método 1	Método 2	Método 3	Método 1	Método 2	Método 3	Método 1	Método 2	Método 3
k	%error	%error	%error	%error	%error	%error	%error	%error	%error
1	0,0183	0,0204	0,0204	0,0057	0,0009	0,0077	0,0025	0,0037	0,0046
3	0,0872	0,1062	0,1062	0,0231	0,0076	0,0393	0,0103	0,0220	0,0294
5	0,1151	0,1001	0,1001	0,0216	0,0210	0,0745	0,0110	0,0326	0,0617
7	0,1038	0,1833	0,1833	0,0193	0,0411	0,1230	0,0145	0,0620	0,1137
9	0,0931	0,2647	0,2647	0,0177	0,0678	0,1891	0,0142	0,0969	0,1822
11	0,1248	0,2941	0,2941	0,0173	0,1012	0,2733	0,0176	0,1298	0,2736
13	0,0931	0,4509	0,4509	0,0170	0,1413	0,3745	0,0148	0,1872	0,3699
15	0,0954	0,5655	0,5655	0,0173	0,1880	0,4931	0,0148	0,2441	0,4905
17	0,1317	0,6635	0,6635	0,0187	0,2414	0,6295	0,0181	0,3040	0,6289
19	0,1188	0,8818	0,8818	0,0172	0,3015	0,7798	0,0192	0,3877	0,7818
21	0,1349	1,0318	1,0318	0,0167	0,3681	0,9479	0,0187	0,4669	0,9497
23	0,1593	1,2474	1,2474	0,0226	0,4415	1,1389	0,0196	0,5612	1,1357
25	0,3623	1,6560	1,6560	0,1165	0,5219	1,4331	0,0571	0,6893	1,3636

A partir de los resultados de la tabla anterior se puede mostrar como la operación de promediado de las estimaciones de la DFT disminuye los porcentajes de error, confirmando así el filtrado adicional que disminuye las oscilaciones que introducen error.

El método 1 fue el más exacto, aunque requiere mayor esfuerzo computacional; y utilizando la ventana *Hanning* se obtuvieron los menores porcentajes de error.

Los métodos 1 y 3 no se pueden utilizar para estimar interarmónicos (para un ciclo la resolución en frecuencia es de 60 Hz). En tal caso se utiliza el método 2, teniendo en cuenta que la cantidad de muestras sea de la forma 2^v para utilizar el algoritmo eficiente de la FFT. Además, el método 1 debe ser utilizado si el equipo de medición no realiza seguimiento a la frecuencia de la señal ($\delta > 3*10^{-4}$), para cumplir los requerimientos de exactitud.

A manera de síntesis: el deslizamiento de frecuencia afecta el error en la estimación de la magnitud de los armónicos. Este error aumenta con el orden del armónico y varía con el número de ciclos adquiridos para calcular la DFT, así como, con la ventana de ponderación utilizada. Cuando existe deslizamiento de frecuencia, la longitud máxima de la ventana se limita por la exactitud requerida en la estimación de la magnitud de las componentes armónicas y por el armónico de mayor orden que se desee estimar. Si los equipos de medición de armónicos no realizan sincronización de frecuencia, para garantizar una exactitud del 5% en la estimación del la magnitud de los armónicos (hasta el armónico 40), se hace necesario procesar la DFT ciclo a ciclo, dado el deslizamiento máximo permitido en el sistema eléctrico colombiano ($\delta = \pm 3{,}3*10^{-3}$). El método de procesamiento de los datos utilizando la DFT se debe escoger teniendo en cuenta el tipo de monitorización a realizar y la capacidad computacional del equipo de medida.

4. MONITORIZACIÓN DE EVENTOS TRANSITORIOS

En este capítulo se presenta cómo se utilizan los algoritmos de procesamiento de señales, analizados en el Capítulo 2, para la monitorización de huecos (*sags*, *dips*) y para la monitorización de transitorios. Específicamente, se utilizan el algoritmo de filtrado *Kalman* para la detección de huecos de tensión y la transformada *Wavelet* para la detección de transitorios. Igualmente, se describen las limitaciones y alcances de tales algoritmos y se presentan resultados de simulaciones.

4.1 MONITORIZACIÓN DE HUECOS DE TENSIÓN

En [IEEE 1159, 95] se define un hueco (*sag*) como un decremento de 0,1 a 0,9 p.u. en la amplitud de la componente fundamental de la tensión o la corriente, durante intervalos de tiempo con duración desde medio ciclo hasta un minuto. Los huecos de tensión son considerados variaciones de corta duración, en tanto que los eventos denominados sub-tensiones se consideran variaciones de larga duración (mayor a un minuto) y tienen magnitudes típicas de 0,8 a 0,9 p.u. Asimismo, dependiendo de la duración, los huecos de tensión se designan como instantáneos, momentáneos y temporales.

En [IEC 61000-4-11, 94] se define un hueco de tensión como una brusca reducción de la tensión en un punto de la red eléctrica, seguida de un restablecimiento después de una corta duración, su duración va desde un semiperiodo hasta algunos segundos. Se consideran variaciones abruptas de la tensión siguiendo una envolvente rectangular para la amplitud.

4.1.1 Características de los huecos de tensión. Atendiendo a las características del hueco de tensión se han propuesto dos tipos de esquemas para la clasificación de los mismos. Un esquema consiste en clasificar los eventos en términos del tipo de perturbación presentada (hueco rectangular, instantáneo, momentáneo, simétrico,…), en tanto que el otro esquema consiste en clasificar cada evento de acuerdo con las causas que lo provocaron (falla, arranque de motor, saturación de transformador,…). En ambos casos la clasificación se realiza a partir de las características del hueco de tensión.

Los huecos de tensión se encuentran asociados generalmente con las fallas en el sistema, aunque también pueden ser causados por operaciones de conmutación de grandes cargas o por el arranque de grandes motores. Un motor de inducción puede consumir 6 a 10 veces la corriente nominal durante el arranque y si ésta es relativamente grande con respecto a la capacidad de corto-circuito, el hueco de tensión resultante puede ser significativo. Asimismo, se ha reportado que la saturación de transformadores provoca huecos en la tensión y en [Styvaktakis, 02] se estudian las características de esta clase de huecos entre otros.

La profundidad y la duración del hueco de tensión son sus dos características básicas, sin embargo, estas no revelan toda la información del evento. Por ejemplo, durante el arranque de motores los huecos no tienen forma rectangular sino que se presenta una transición suave entre el hueco y la operación normal.

En el caso de los huecos provocados por fallas, la forma del hueco es rectangular y su duración depende del tipo de protección que haya actuado. La profundidad del hueco depende de la resistencia de la falla, de la distancia a la falla y de la configuración del sistema (radial o mallado). El hueco puede tener igual profundidad en las tres fases (huecos simétricos) o puede ser diferente (huecos asimétricos) dependiendo de las características de la falla. Además, pueden presentarse huecos multi-estado cuando las características de la falla o la configuración del sistema cambian durante la operación de despeje de la falla. En [Bollen, 00] se presenta en detalle una caracterización y clasificación de este tipo de huecos mediante diferentes características de la forma de onda como: la profundidad, la duración, el cambio en el ángulo de fase, el desbalance entre fases, el punto de inicio en la onda y la tensión faltante.

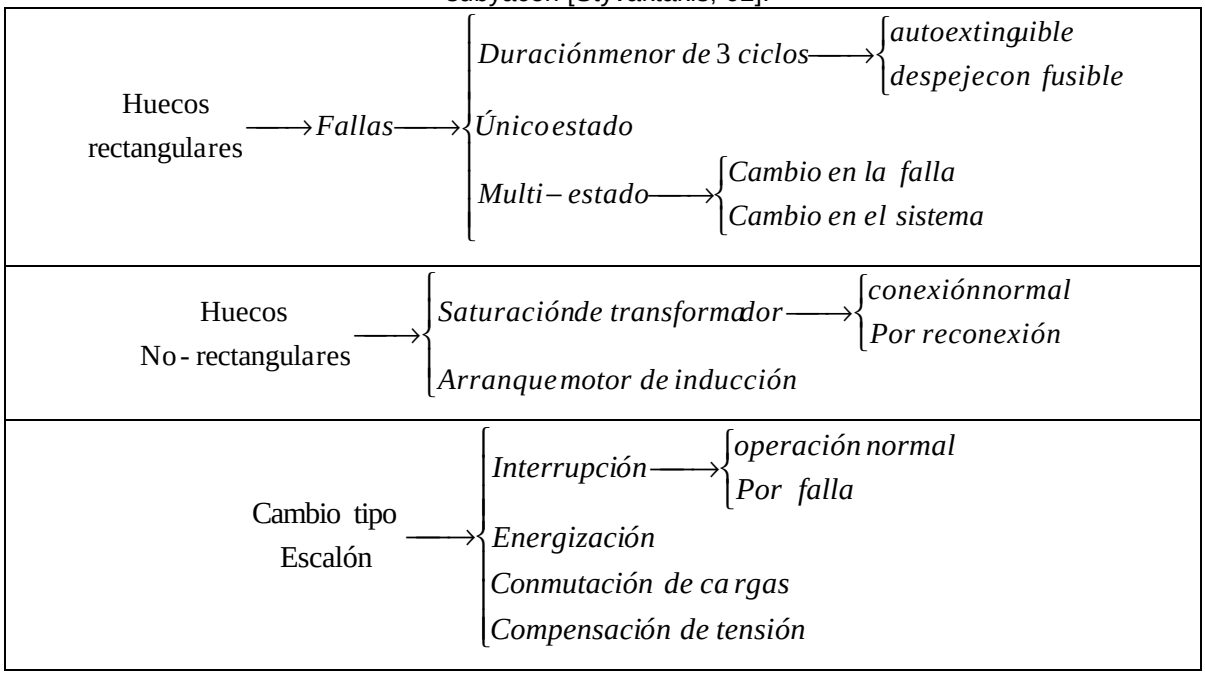
Los huecos causados por el arranque de motores de inducción no son rectangulares, estos presentan una recuperación del nivel de tensión de forma exponencial, regularmente cóncava ([Styvaktakis, 02]). Si el desbalance en las corrientes del sistema es pequeño, el hueco provocado por un arranque de motor es simétrico, ya que el motor es una carga balanceada. Asimismo, los motores de inducción retardan la recuperación de la tensión en los huecos causados por fallas.

La saturación de transformadores puede ocurrir durante la conexión, cuando otros transformadores cercanos están saturados (*sympathetic interaction*), debido a descargas atmosféricas, luego de la desconexión de cargas, por corrientes inducidas geomagnéticamente, durante el inicio y el despeje de las fallas o en la apertura de líneas. Los huecos causados por la saturación de transformadores son no rectangulares y se caracterizan por una recuperación gradual de la tensión, regularmente convexa ([Styvaktakis, 02]), en la medida en que las corrientes de arranque (*inrush*) decrecen. Estos huecos no son simétricos debido a que cada fase puede presentar un grado de saturación diferente y presentan un contenido significativo de armónicos (principalmente el segundo) causado la por falta de simetría en las corrientes de *inrush*.

Adicionalmente, se pueden presentar cambios de tipo escalón en la amplitud de la tensión los cuales son causados normalmente por interrupciones, conexión y desconexión de cargas y/o por maniobras para la compensación de la tensión.

A manera de resumen, en la Figura 15 se presenta una clasificación de los eventos en la tensión del sistema, extractada de ([Styvaktakis, 02]).

Figura 15. Clasificación de los eventos en la tensión del sistema considerando las causas que les subyacen [Styvaktakis, 02].



Aunque existen varios tipos de perturbaciones, los huecos causados por fallas son de primordial interés ya que pueden ser severos y causar problemas en diferentes equipos conectados al sistema.

En [IEC 61000-4-30, 03] se consideran, además de la profundidad y la duración, características básicas de los huecos que contemplan las ya presentadas. Estas características son:

1. Ángulo de fase/punto sobre la onda. En algunas situaciones, como el disparo de contactores, es importante determinar el ángulo de fase al cual inicia el hueco de tensión; es decir, en cual punto de la onda comienza el evento.
2. Desbalance del hueco de tensión. El desbalance puede cambiar durante el evento, de tal forma que se puede representar gráficamente su variación o determinar el máximo desbalance presentado. Asimismo, se pueden estudiar las componentes de secuencia para estudiar cómo se propaga el hueco a través del sistema.
3. Cambio de fase durante el hueco de tensión. En algunos dispositivos, como los rectificadores trifásicos, el cambio en el ángulo de fase durante el hueco de tensión puede ser importante. Incluso, en algunos casos, puede ser necesario determinar la velocidad de variación en el ángulo de fase durante el evento.
4. Tensión faltante. Esta característica puede ser obtenida restando la forma de onda del hueco de tensión de una forma de onda ideal, cuya amplitud, fase y frecuencia se determina a partir de la forma de onda pre-evento.
5. Distorsión durante el hueco de tensión. Determinar la distorsión de la onda durante el evento puede ser de importancia para comprender su efecto en dispositivos electrónicos. Para estimar la distorsión se pueden utilizar métodos tradicionales como la Distorsión Armónica Total (DAT); sin embargo, este factor compara la distorsión con respecto a la componente fundamental, la cual, está variando rápidamente durante el evento. Debido a esto, puede resultar más conveniente evaluar la distorsión como el valor eficaz de las componentes de frecuencia no fundamentales.

No obstante, otras características de los huecos de tensión pueden requerirse para analizar el efecto de los mismos en diferentes tipos de carga, dispositivos de control y dispositivos de mitigación o corrección.

En todo caso, para determinar las características requeridas de los huecos de tensión es necesario capturar la forma de onda durante el evento; para esto, se debe detectar rápidamente la variación en el nivel de tensión y delimitar en cual porción de la señal se encuentra localizado el hueco de tensión (segmentación de la señal).

4.1.2 Detección del evento y segmentación de la señal. Los huecos de tensión son eventos que se caracterizan por variaciones en la amplitud de la componente de frecuencia fundamental (primer armónico) de la señal. Por lo tanto la localización del evento consiste en detectar los cambios en la amplitud del fundamental, los cuales pueden ser:

1. Cambios rápidos
2. Cambios lentos
3. Cambios rápidos repetitivos.

Se espera, por lo tanto, que el algoritmo utilizado para la estimación de la amplitud del fundamental siga de forma rápida sus variaciones. Pueden, entonces, considerarse las siguientes figuras de mérito para la evaluación del desempeño del algoritmo durante un cambio en la tensión:

1. El tiempo requerido para alcanzar el valor 0,9 p.u. y
2. El tiempo requerido para alcanzar el nuevo valor de tensión.

En el caso de huecos de tensión de corta duración, se presentarán dificultades para su detección, si el tiempo de respuesta del algoritmo es mayor que la duración del hueco.

A partir de la amplitud de la componente fundamental, la detección del hueco de tensión se realiza mediante la estimación de la rapidez de cambio en la tensión. Para ello, se utilizan normalmente algoritmos basados en la primera diferencia de los valores de amplitud estimados. Cuando la rapidez de cambio supera un umbral determinado se considera que se ha presentado un hueco en la amplitud de la tensión y se registran las formas de onda respectivas. Igualmente, a partir de la rapidez de cambio en la amplitud, se puede detectar en que momento se ha recuperado la tensión, en el caso de un hueco rectangular.

Una vez se detecta que ha ocurrido un hueco de tensión, la segmentación de la señal consiste en separar la forma de onda de la señal en segmentos de transición y segmento de evento. Los segmentos de transición son aquellos en los cuales se presentan variaciones rápidas en la tensión, como por ejemplo: el inicio y final de una falla o durante operaciones de conmutación. Los segmentos de evento son aquellos en los cuales la tensión se mantiene constante o presenta variaciones lentas, como es el caso de la tensión durante la falla o durante la recuperación de la saturación de un transformador. En el caso de eventos de corta duración, es posible que sea necesario analizar de nuevo los segmentos de transición para determinar si se están ocultando eventos en estos segmentos.

Luego que se han determinado los segmentos de la señal, se estiman las diferentes características de los huecos registrados, utilizando los algoritmos adecuados, y a partir de estas características se procede a la clasificación de los diferentes eventos, bien sea por tipo de perturbación o a partir de la causa que subyace al evento.

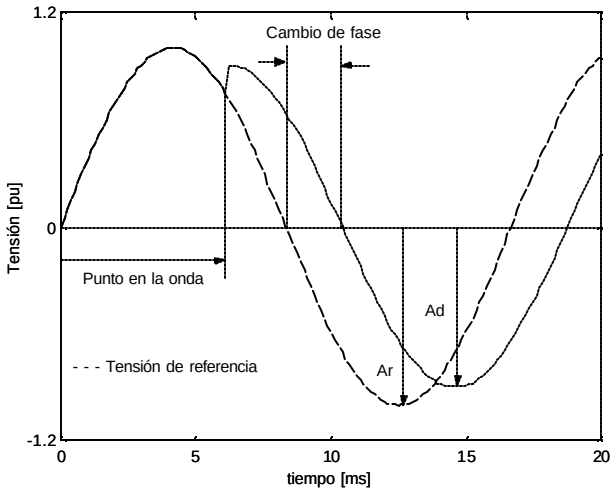
Los procesos de detección del evento y de segmentación de la señal están sujetos a los resultados del algoritmo de estimación de la amplitud de la componente fundamental. Para calcular esta amplitud puede emplearse el algoritmo DFT sintonizado para la frecuencia fundamental, puede aproximarse mediante el valor eficaz de la señal calculado sobre un ciclo o sobre medio ciclo de la señal; o puede emplearse el algoritmo de filtrado *Kalman*, el cual es un algoritmo rápido que no requiere procesar todas las muestras de un ciclo o de medio ciclo de la señal, sino que obtiene resultados utilizando sólo una muestra de la señal medida.

En [Styvaktakis et al, 01] se propone el algoritmo de filtrado *Kalman* como un algoritmo rápido para la detección de huecos de tensión que además ofrece como parte de su estructura una medida del error en la estimación de la amplitud y por lo tanto un variable inherente para detectar cambios rápidos en la amplitud de la tensión. En el siguiente apartado se estudian los alcances de este algoritmo en la detección de huecos rectangulares.

4.1.3 Filtrado *Kalman* para la detección de huecos rectangulares. Las características de un hueco de tensión para una señal de tensión ideal (sinusoidal sin armónicos) se muestran en la Figura 16. Estas características son:

1. Profundidad del hueco de tensión: A_r-A_d.
2. Cambio en el ángulo de fase con respecto a la referencia de tensión.
3. Punto de la onda donde inicia el hueco de tensión.

Figura 16. Características de un hueco de tensión rectangular.



El algoritmo de filtrado *Kalman,* explicado en el Capítulo 2, permite estimar la amplitud de la componente fundamental y la medida del error en la estimación de la señal ($z[n]-H[n]\hat{x}[n]$) permite conocer que tan bien se ajustan los datos al modelo y por consiguiente, esta medida puede ser utilizada para detectar variaciones rápidas en la señal [Styvaktakis, 02].

- Incertidumbre del modelo de la señal y de la medición. Como se explicó en el Capítulo 2, la incertidumbre en el modelo (s_q^2), determina la capacidad del modelo para adaptarse a las variaciones de la señal y la relación de esta incertidumbre con respecto a la varianza del ruido en la medición (s_q^2 / s_v^2) determina la ganancia de *Kalman* y las características de respuesta en frecuencia del filtro.

Estos valores de incertidumbre deben ajustarse experimentalmente a partir de mediciones reales para optimizar los resultados del filtro. En lo seguido, se considerará un valor bajo para la varianza del ruido en la medición ($s_v^2=10^{-5}$ p.u.^{2}) ya que se utilizarán señales sintéticas. Teniendo en cuenta que se desean detectar variaciones de al menos 0,1 p.u. se tomará una incertidumbre del modelo $s_q^2=0,01$ p.u.^{2} considerando que la desviación estándar de las variaciones es de 0,1 p.u. Por consiguiente se considerará una relación s_q^2 / s_v^2 de 1000 a 1.

- Orden del filtro *Kalman*. La selección del orden del filtro, como se propuso en el Capítulo 2, debe determinarse de acuerdo con el ancho de banda efectivo de la señal de tensión para lograr una estimación con una exactitud adecuada.

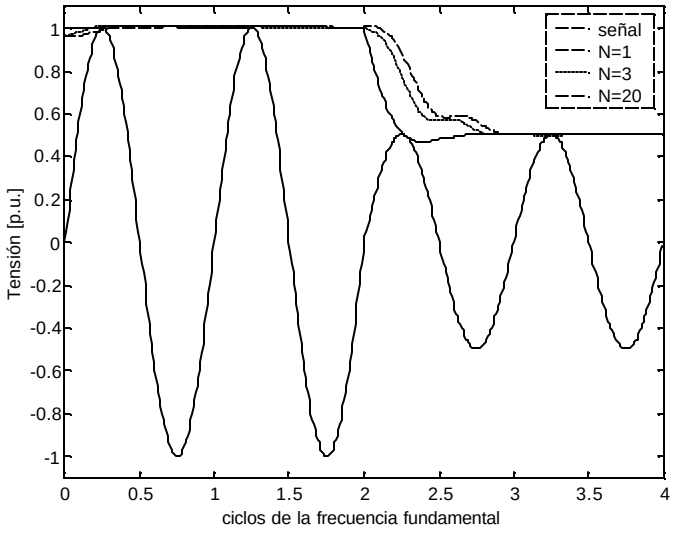
Un filtro de orden alto permite estimar con mayor exactitud la amplitud del fundamental con una reducción en la rapidez para seguir cambios en la señal. De otra parte, un filtro de orden 1 puede seguir los cambios en la señal con mayor rapidez; no obstante, si existen armónicos en la señal estos causarán oscilaciones adicionales en la estimación con lo cual disminuirá su exactitud. En [Styvaktakis et al, 01] se presenta el desempeño de un filtro de orden 20 y de un filtro de orden 1 con filtrado adicional pasa-bajas para atenuar las oscilaciones adicionales causadas por los armónicos.

En este trabajo, se propone el estudio del desempeño de un filtro de orden 3 para disminuir el efecto de los armónicos en la estimación del fundamental, considerando además que algunos huecos de tensión incluyen dentro de sus características un aumento en la distorsión armónica, como sucede en los huecos causados por la saturación de transformadores.

Teniendo en cuenta que durante un hueco de tensión es la amplitud de la componente fundamental la que varía sustancialmente, se propone es este trabajo que la matriz de incertidumbre del modelo (Q), considere una varianza del ruido en el modelo ($w[n]$) de $0,01$ p.u.^{2} para los estados del primer armónico y una varianza menor para los demás armónicos ya que no se espera que estos varíen sustancialmente.

En la Figura 17 se presenta la forma de onda de una señal de tensión con un cambio tipo escalón en la amplitud. Esta amplitud es estimada con un filtro *Kalman* de orden 1, 3 y 20. Se ha considerado que todos los elementos de la diagonal de la matriz de incertidumbre del modelo (*Q*) son iguales a 0,01 $p.u^2$. Se observa como el filtro de orden uno es más rápido en el seguimiento y alcanza el valor correcto en aproximadamente medio ciclo en tanto que los demás filtros demoran un ciclo en lograr tal valor, con lo cual se evidencia que el filtro de primer orden puede seguir adecuadamente huecos de tensión con una duración de medio ciclo en adelante. Asimismo, se observa como el desempeño del filtro de primer orden es considerablemente superior al desempeño del de orden 3. Los resultados de simulación presentados en este apartado consideran que se han tomado 128 muestras por ciclo de la frecuencia medida de la señal (*M=128*).

Figura 17. Detección de un cambio tipo escalón utilizando filtro *Kalman* con N=1, 3 y 20.



La Figura 18 presenta la misma situación de la Figura 17 pero para los filtros de orden 3 y 20 los elementos de la diagonal de la matriz de incertidumbre del modelo (*Q*) para el primer armónico son 0,01 $p.u^2$ y para los demás armónicos son 10^{-4} $p.u^2$. Se puede observar como el desempeño de estos filtros mejora considerablemente. Para este caso, en la Figura 19 se muestra la respuesta en frecuencia de los dos filtros IIR requeridos para estimar la amplitud del fundamental con un filtro *Kalman* de orden 20; se observa que su respuesta en frecuencia es plana y con ganancia considerable para las frecuencias superiores al orden del filtro, de esta forma pueden seguir rápidamente las variaciones bruscas de la tensión, las cuales contienen componentes de alta frecuencia.

Figura 18. Detección de un cambio tipo escalón utilizando filtro *Kalman* con N=1, 3 y 20; considerando que la incertidumbre en el modelo del primer armónico es mayor para N=3 y 20.

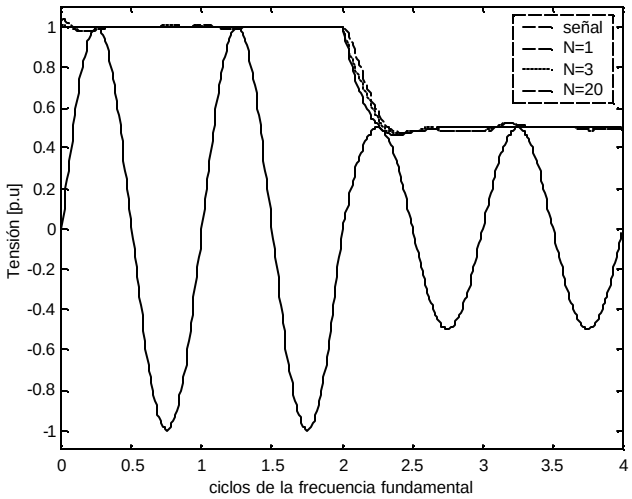
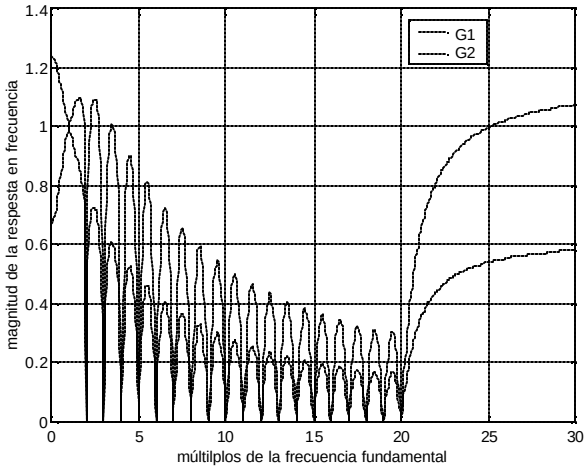
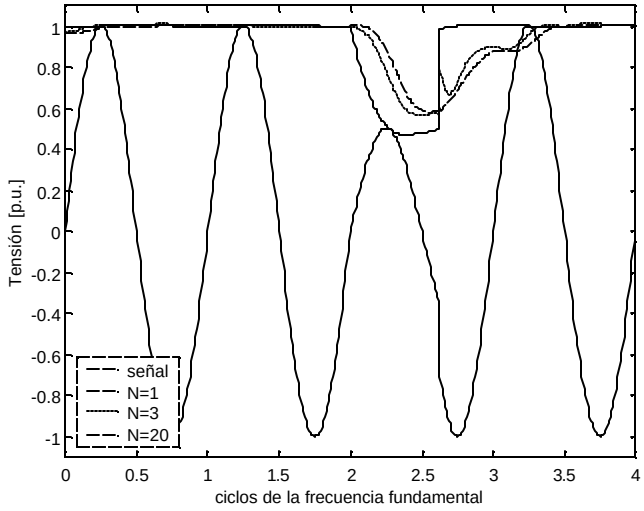


Figura 19. Respuesta en frecuencia de los filtros IIR para el primer armónico; considerando que la incertidumbre en el modelo del primer armónico es mayor que para los demás armónicos. *N=20.*



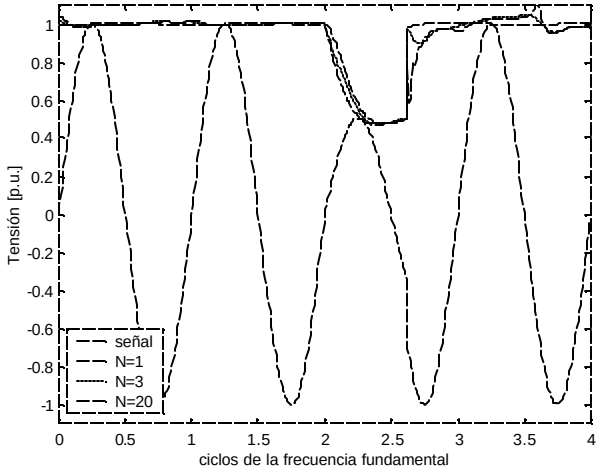
En la Figura 20 se presenta la forma de onda de una señal de tensión con un hueco de corta duración (0,625 ciclos). Esta amplitud es estimada con un filtro *Kalman* de orden 1, 3 y 20. Se ha considerado que todos los elementos de la diagonal de la matriz de incertidumbre del modelo (*Q*) son iguales a 0,01 $p.u^2$. Se observa como la amplitud estimada con el filtro de orden uno es la más cercana al valor real de la amplitud durante el evento. La estimación de los filtros de orden 3 y 20 es inexacta, el valor estimado con estos filtros es mayor que el real y la duración del hueco es mayor que la verdadera. Esto se debe a que la respuesta de estos filtros es lenta para los cambios bruscos.

Figura 20. Detección de un hueco de corta duración utilizando filtro *Kalman* con N=1, 3 y 20.



En la Figura 21 se presenta la misma situación de la Figura 20 pero en este caso para los filtros de orden 3 y 20 se ha considerado que la incertidumbre del modelo para el primer armónico es mayor que para los demás. Se puede observar como el desempeño de los filtros mejora considerablemente en el seguimiento de la amplitud aunque se presentan algunas oscilaciones luego que finaliza el hueco de tensión.

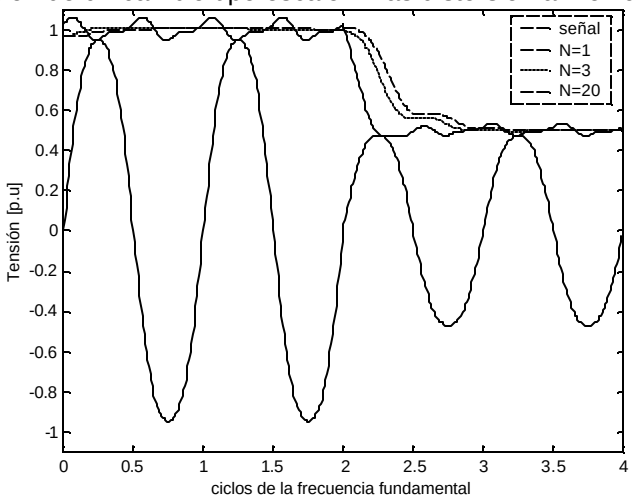
Figura 21. Detección de un hueco de corta duración con filtro *Kalman*; considerando que la incertidumbre en el modelo del primer armónico es mayor.



En la Figura 22 se presenta la forma de onda de una señal de tensión con un cambio en la amplitud tipo escalón más un tercer armónico de amplitud 0,05 p.u. superpuesto a la componente fundamental. Esta amplitud es estimada con filtro *Kalman* considerando que

la incertidumbre del modelo es igual para todos los armónicos. El desempeño del filtro de orden 1 es mejor en términos de la resolución pero no puede rechazar las componentes armónicas diferentes de la fundamental, por lo cual se presentan oscilaciones indeseables en la estimación realizada por el filtro.

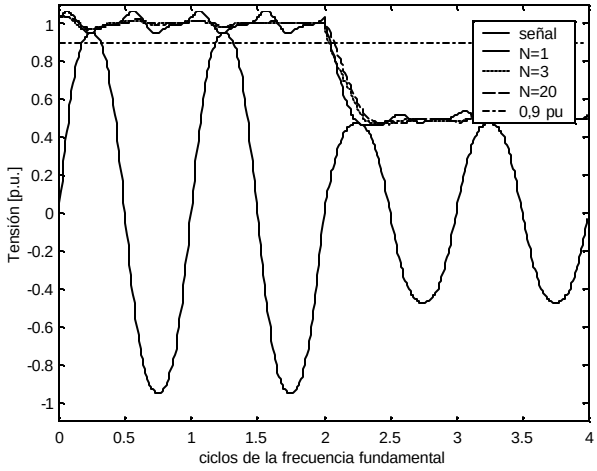
Figura 22. Detección de un cambio tipo escalón más distorsión armónica con filtro *Kalman*.



En la Figura 23 se presenta la misma situación anterior considerado que la incertidumbre del modelo para el primer armónico es mayor. El desempeño del filtro con *N=3* mejora sustancialmente e incluso alcanza del nivel de 0,9 p.u. más rápido que con *N=1*, con la ventaja adicional que rechaza el 2º y 3er armónico.

Para eliminar las oscilaciones resultantes en la estimación del filtro de orden 1 se puede realizar un filtrado pasa-bajas adicional para atenuarlas, sin embargo este filtrado puede atenuar considerablemente las frecuencias altas, las cuales permiten detectar los huecos rectangulares. Por lo tanto la selección de la frecuencia de corte del filtro adicional significa un compromiso importante entre la rapidez de respuesta del algoritmo y la capacidad de detección de altas frecuencias. En [Styvaktakis, 02] se presentan los resultados utilizando un filtro pasa-bajas *Butterworth* de primer orden con frecuencia de corte igual a la frecuencia fundamental. La respuesta presenta menos distorsiones pero la capacidad de seguimiento a los cambios es menor e incluso cercana a del filtro *Kalman* de orden 20.

Figura 23. Detección de un cambio tipo escalón más distorsión armónica con filtro *Kalman*; considerando que la incertidumbre en el modelo del primer armónico es mayor.

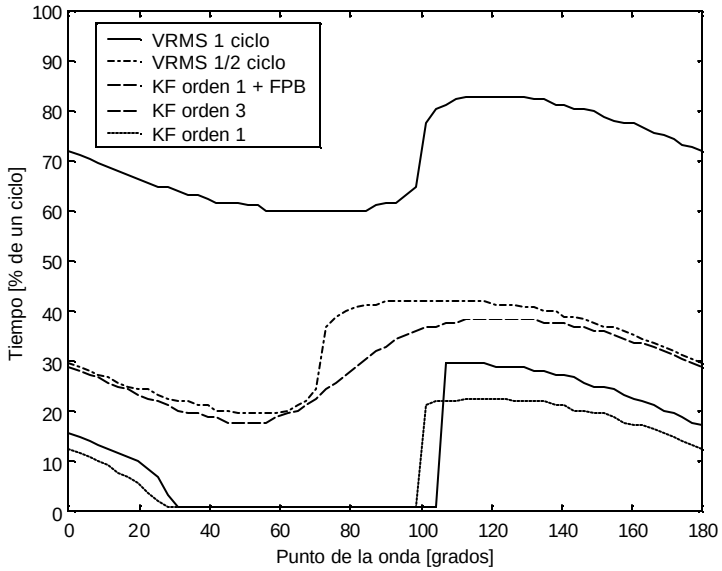


- Efecto de las características del hueco de tensión rectangular. La velocidad de detección de los huecos rectangulares se ve afectada por las características de los mismos, mencionadas anteriormente.

En la Figura 24 se presenta el desempeño de 5 métodos diferentes para la estimación de la amplitud de huecos de tensión rectangulares de profundidad 0,15 p.u. localizados en diferentes puntos de la onda. El desempeño de los algoritmos se describe en términos del tiempo que éstos toman para estimar una amplitud menor a 0,9 p.u. de la tensión normal. Los métodos son:

1. Valor eficaz calculado sobre un ciclo de la señal y actualizando el valor muestra a muestra.
2. Valor eficaz calculado sobre medio ciclo y actualizando muestra a muestra.
3. Filtro *Kalman* de primer orden.
4. Filtro *Kalman* de primer orden con filtro *Butterworth* pasa-bajas de primer orden y frecuencia de corte 60 [Hz].
5. Filtro *Kalman* de orden 3 considerando que la incertidumbre del modelo es mayor para el primer armónico que para los demás.

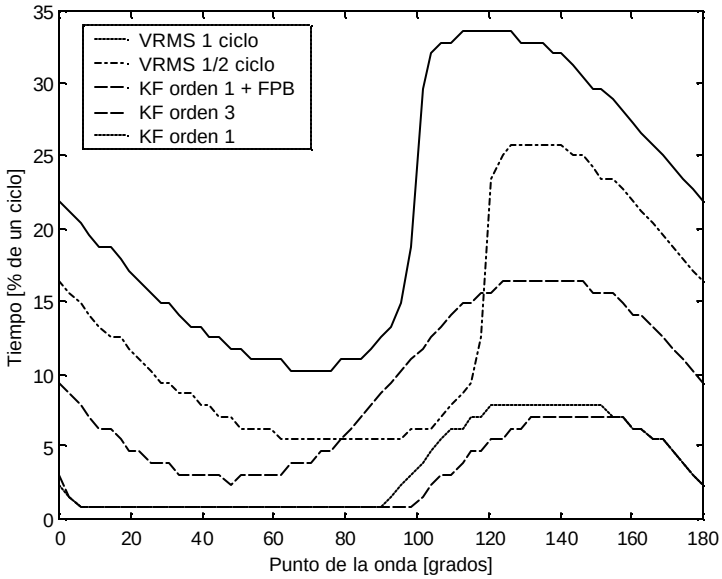
Figura 24. Comparación del desempeño de diferentes algoritmos para estimar la amplitud de huecos de tensión con profundidad 0,15 p.u.



En la Figura 24 se observa como los algoritmos de filtrado *Kalman* tienen mejor desempeño que los algoritmos basados en el valor eficaz. El algoritmo basado en filtro *Kalman* de orden 3 con mayor incertidumbre para el fundamental muestra un desempeño similar la filtro *Kalman* de primer orden y superior al del filtro *Kalman* de primer orden con filtro pasabajas adicional.

En la Figura 25 se observa como con el aumento en la profundidad del hueco de tensión la rapidez en la detección de los algoritmos aumenta, como era de esperase, y las diferencias entre los diferentes métodos se reduce. Para grandes caídas de tensión los cambios de un estimador a otro en términos de que tan rápido exceden una amplitud de 0,9 p.u, son pequeños. No obstante, las diferencias entre los algoritmos se encuentran en la rapidez con que logran estimar el nuevo valor de tensión, como se mostró en el apartado anterior. Nuevamente los algoritmos basados en filtrado *Kalman* presentan mejor desempeño y el filtro de orden 3 con mayor incertidumbre en el fundamental logró el mejor desempeño.

Figura 25. Comparación del desempeño de diferentes algoritmos para estimar la amplitud de huecos de tensión con profundidad 0,85 p.u.



En las Figuras 26 y 27 se encuentra la relación entre la rapidez de la estimación y el cambio en el ángulo de fase durante el hueco de tensión para el método que utiliza el filtro *Kalman* de orden 3 con mayor incertidumbre en el fundamental y considerando huecos de tensión con una profundidad de 0,15 p.u. Un cambio de fase negativo puede causar un gran aumento en la rapidez o una moderada reducción; en tanto que un cambio de fase positivo puede causar considerables aumentos o reducción en la rapidez para superar la referencia de 0,9 p.u.

Figura 26. Desempeño del filtro Kalman de orden 3 con mayor incertidumbre en el fundamental para huecos con profundidad 0,15 p.u. y diferentes cambios de fase negativos.

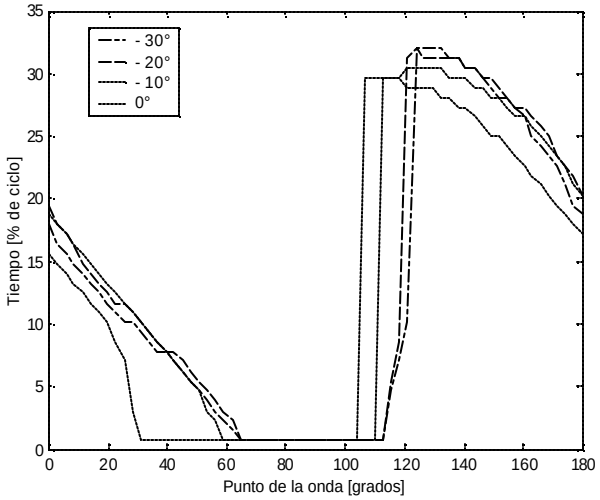
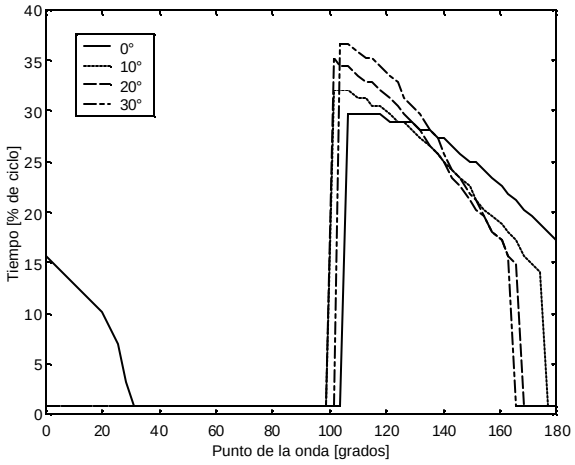


Figura 27. Desempeño del filtro Kalman de orden 3 con mayor incertidumbre en el fundamental para huecos de profundidad 0,15 p.u. y diferentes cambios de fase positivos.



Recapitulando; el algoritmo de filtrado *Kalman* tiene un desempeño apropiado en el seguimiento de la amplitud de la tensión cuando se presentan huecos de tensión rectangulares. Si se considera que la incertidumbre en el modelo es superior para el fundamental que para los demás armónicos, es posible utilizar un filtro de orden mayor que uno con un buen desempeño en el seguimiento de la amplitud de la tensión. De esta forma, el orden del filtro se puede seleccionar para cubrir el ancho de banda efectivo de la señal de tensión (normalmente hasta el 9º armónico), eliminando así el efecto de los armónicos más representativos en la estimación del fundamental; y la respuesta en frecuencia del filtro para las frecuencias que restan hasta la mitad de la frecuencia de muestreo pueden ser aprovechadas para la detección rápida de cambios bruscos, lo cual está acorde con la premisa que a mayor número de muestras tomadas por ciclo se puede realizar un mejor seguimiento de los cambios bruscos.

La selección de los parámetros del filtro *Kalman* (orden, incertidumbre del modelo, incertidumbre en la medición y estado inicial) para utilizarlo en la estimación de señales eléctricas, precisa sin embargo, que estén acorde con las características del sistema eléctrico en el cual están presentes las señales, para esto se requerirá entonces del estudio de mediciones de las señales que realmente se presentan en el sistema o entorno electromagnético particular.

4.2 MONITORIZACIÓN DE TRANSITORIOS

Los transitorios en sistemas de potencia son eventos de corta duración cuyos efectos están localizados, a diferencia de los huecos de tensión los cuales se propagan y pueden afectar gran parte del sistema. Además, los transitorios, son eventos que se caracterizan a partir de las altas frecuencias, a diferencia de los huecos de tensión que se caracterizan a partir de la componente fundamental.

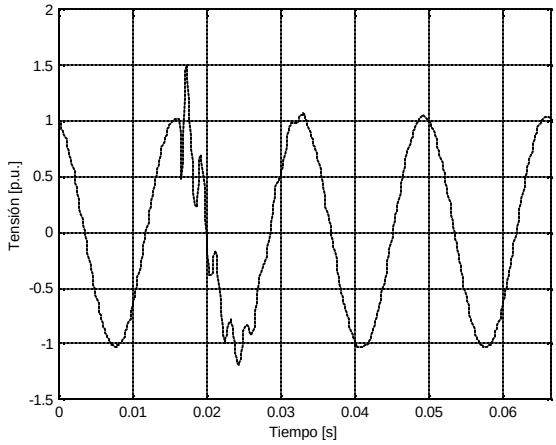
En [IEEE 1159, 95] los transitorios se clasifican en transitorios oscilatorios y transitorios tipo impulso. Los transitorios oscilatorios son causados por conexión de condensadores, por re-encendidos durante la desconexión de transformadores y por la conexión de líneas. De otra parte, los transitorios tipo impulso son causados principalmente por descargas atmosféricas y pueden provocar transitorios oscilatorios por inducción electromagnética.

La monitorización de los transitorios requiere de la detección de formas de onda irregulares con contenido de altas frecuencias. Por esta razón, la técnica de transformada *Wavelet* puede ser utilizada dadas sus características de localización de información en el dominio del tiempo y de la frecuencia, como se analizó en el Capítulo 2. No obstante, esta técnica ha sido planteada también para el análisis de circuitos eléctricos en condiciones transitorias [Zheng et al, 99], [Heydt & Galli, 97]; y para detectar eventos de la calidad de la energía eléctrica como transitorios, huecos de tensión, elevaciones de tensión (*swells*) e incluso armónicos [Huang et al, 99], [Karimi et al, 00].

En este trabajo se presenta la aplicación de la transformada *Wavelet* en la detección de transitorios oscilatorios causados por conexión de condensadores, los cuales ocurren frecuentemente. Cuando un capacitor es conectado se produce un transitorio oscilatorio ya que la tensión en el capacitor no cambia instantáneamente. La tensión en el punto de conexión inicialmente decrece a cero si el capacitor está descargado y se comporta como un cortocircuito. Luego se presenta una sobretensión y una oscilación que decrece hasta que la tensión alcanza de nuevo el estado estacionario. La mayor sobretensión sucede cuando la conexión se realiza durante el pico de tensión de la fuente. Si no hubiese amortiguamiento la sobretensión sería de dos veces la tensión pico de la fuente.

En la Figura 28 se muestra la forma de onda de un transitorio simulado en ATP en los bornes de 13,2 [kV] de un transformador (115/13,2 [kV]) cuando se conecta un banco de condensadores de 64 [MVAr] en el sistema de alta tensión. La simulación se realizó tomando 128 muestras por ciclo de una señal de 60 [Hz].

Figura 28. Transitorio en la señal de tensión durante la conexión de un banco de condensadores (simulación ATP).

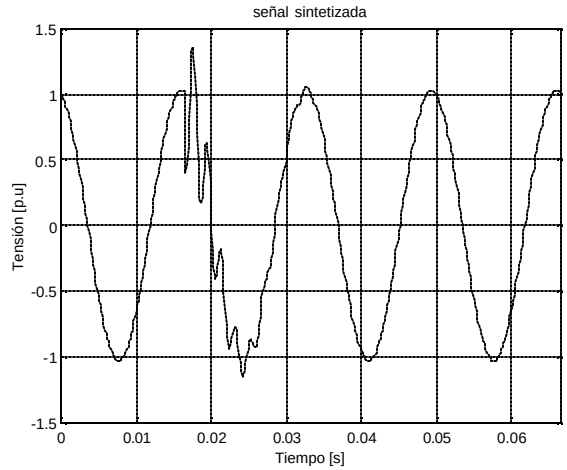


En la Figura 29 se presenta la forma de onda de un transitorio con el siguiente modelo de señal utilizado en [Styvaktakis, 02] y en [Xiangxun, 02]:

$$z(t) = Ae^{-t/t}Cos(2p\ f_C\ t + q) \qquad (85)$$

En la Figura 29: $A=0,6$ p.u., $t = 0,3/60$ [s], $f_C=530,33$ [Hz] y M=128 muestras por ciclo:

Figura 29. Transitorio oscilatorio sintetizado con $Ae^{-t/T}Cos(2pft+q)$.



Se puede observar como la señal sintetizada en la figura anterior sigue el comportamiento del transitorio simulado que se presenta en la Figura 28, aunque las amplitudes no coinciden; el modelo de señal empleado se adapta a los transitorios oscilatorios causados por conexión de condensadores, los cuales tienen normalmente frecuencias desde los 250 [Hz] hasta los 1000 [Hz] y una duración menor a un ciclo de la onda con frecuencia fundamental [Styvaktakis, 02].

4.2.1 Características de la función ondeleta. Para la detección de eventos transitorios se desean las siguientes características en la función ondeleta:

1. Soporte compacto o al menos duración efectiva finita. Se necesita localizar información en el dominio del tiempo.
2. Alto grado de correlación entre la forma de onda que se desea detectar (transitorio) y la ondeleta. Como se explicó en el Capítulo 2, la transformada *Wavelet* es una medida del grado de semejanza entre la ondeleta y la señal que se está analizando.
3. Ortogonalidad. Si la ondeleta es ortogonal es posible realizar un análisis multi-resolución y utilizar la transformada *Wavelet* discreta para descomponer y reconstruir la señal. Además, es posible utilizar la relación de *Parseval* para discriminar y calcular la energía de la señal a partir de los coeficientes *Wavelet*.
4. Coeficientes de doble escala. A partir de estos coeficientes es posible implementar el análisis de multi-resolución, que incluye el cálculo de los coeficientes *Wavelet*, mediante operaciones de filtrado LIT y diezmado, sin necesidad de resolver integrales.

Varios tipos de ondeletas han sido utilizadas para el análisis de los eventos de la calidad de la energía eléctrica, entre las que se han adaptado mejor a los sistemas de potencia se encuentran las ondeletas: *Daubechies, Dyadic, Coiflets, Morlet* y *Symlet*. Las ondeletas *Daubechies* son actualmente bastante utilizadas y logran resultados adecuados en la detección, localización y clasificación de perturbaciones [Zheng et al, 99], [Gaouda et al, 99], [Santoso & Hoffman, 96], [Chung et al, 02], [Brito et al, 98].

En el siguiente apartado se presenta la aplicación en la detección de transitorios oscilatorios de las ondeletas *Daubechies* y de las ondeletas *Symlet* las cuales son una modificación de las primeras y han mostrado resultados apropiados en el análisis de los sistemas de potencia [Terence & Elangovan, 99].

Las ondeletas de la familia *Daubechies* y de la familia *Symlet* tienen las características inicialmente establecidas para la detección de eventos transitorios; adicionalmente, sus coeficientes de doble escala son secuencias de duración finita, lo cual significa que los filtros correspondientes para la implementación del análisis multi-resolución son filtros LIT FIR. Esto resulta ser una ventaja, ya que la respuesta natural de estos filtros es de duración finita y es posible determinar con exactitud su incidencia en los cálculos.

Las ondeletas *Daubechies* se identifican dentro de la familia por el orden (N=1). La ondeleta *DaubechiesN* tiene mayor duración a medida que aumenta el orden (2N-1 [s]) y tienden a ser funciones más suaves. Estas ondeletas no tienen una expresión en función del tiempo sino que se determinan por sus coeficientes de doble escala. En [Chui, 97] se encuentran estos coeficientes para las ondeletas de orden 2 a 10, así como el algoritmo para obtenerlos.

En la Figura 30 se encuentran las gráficas para las ondeletas *Daubechies4*, *Daubechies8*, *Symlet4* y *Symlet8*. Se puede observar como las ondeletas *Symlet* tienen mayor grado de simetría que las correspondientes ondeletas *Daubechies,* aunque no son completamente simétricas. Las ondeletas son funciones oscilatorias y las de orden 4 tienen menor duración que las de orden 8, razón por la cual oscilan más rápidamente y es de esperarse que permitan detectar mejor las variaciones rápidas o bruscas en la señal.

Como se explicó en el Capítulo 2, los coeficientes de la transformada *Wavelet* discreta ($d_{j,k}$) se pueden calcular mediante un análisis multi-resolución utilizando filtrado LIT y diezmado por un factor de 2. En la Figura 31 se muestra el esquema de este procesamiento para tres estados de descomposición. La función $h_L[k]$ es la respuesta al impulso de un filtro FIR pasa-bajas y $h_H[k]$ es la respuesta al impulso de un filtro FIR pasa-altas, estas funciones están determinadas por los coeficientes de doble escala de la función ondeleta. Los coeficientes $d_{j,k}$ se denominan coeficientes de detalle (se obtienen

del filtrado pasa-altas) y los coeficientes $c_{j,k}$ se denominan coeficientes de aproximación (se obtienen del filtrado pasa-bajas).

Figura 30. Formas de onda de las ondeletas *Daubechies4, Daubechies8, Symlet4* y *Symlet8*.

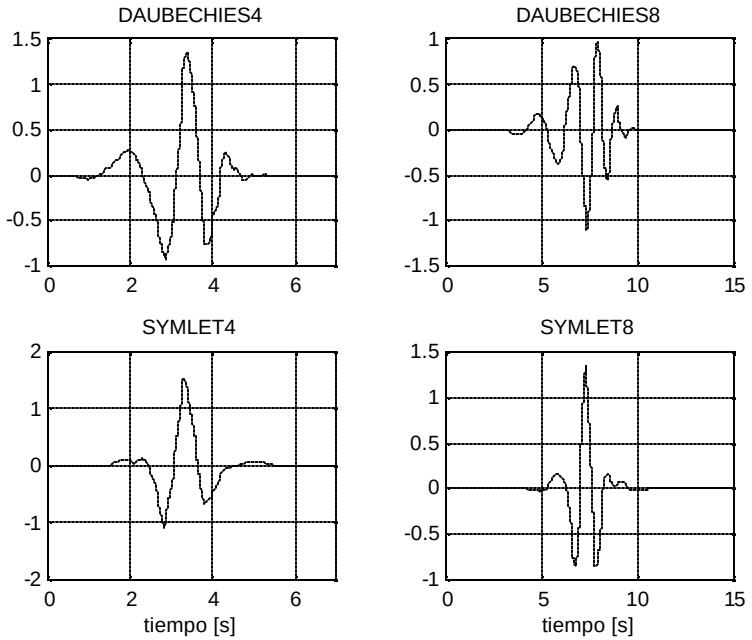
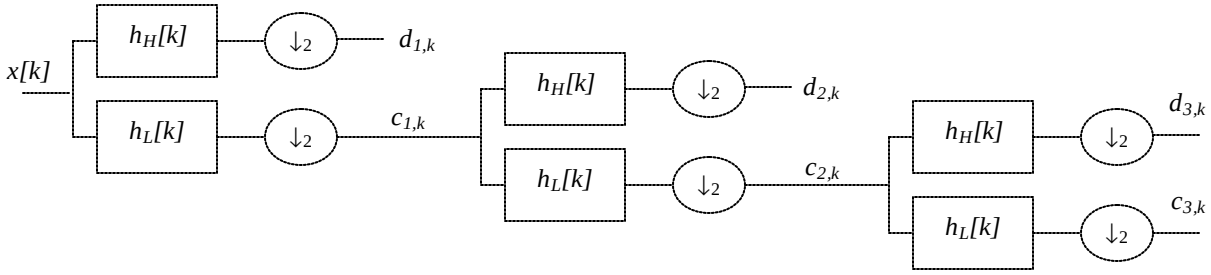


Figura 31. Esquema de procesamiento para realizar el análisis multi-resolución.



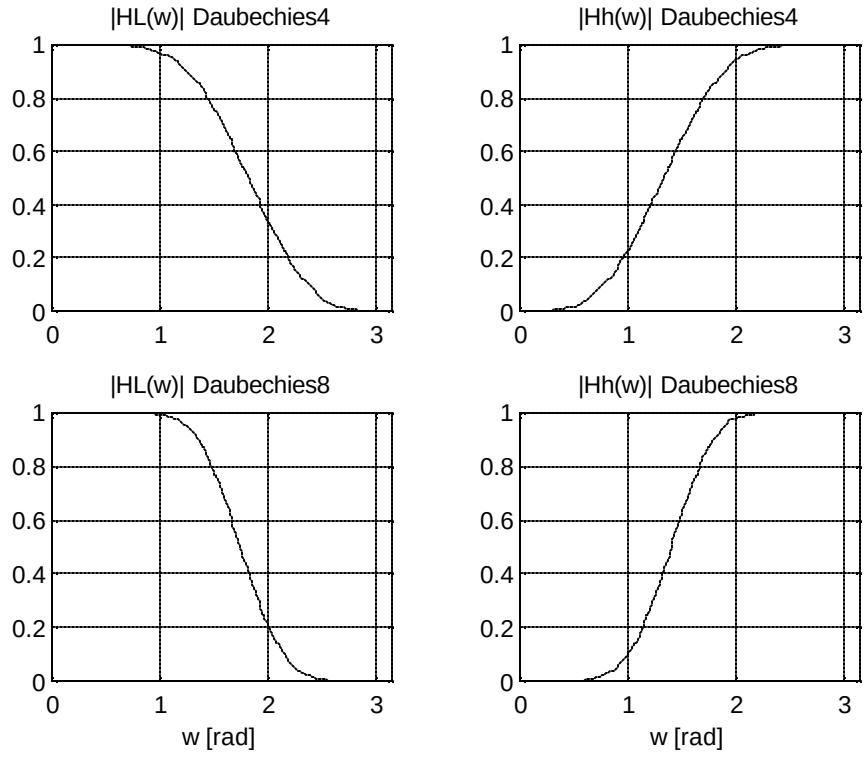
Con los coeficientes de detalle y aproximación se descompone la señal en funciones de detalle más funciones de aproximación así:

$$x[n] = x_J[n] + \sum_{j=1}^{J} g_j[n] = x_J[n] + \sum_{j=1}^{J} \sum_{k} d_{j,k} y_{j,k}(n) \qquad (86)$$

Donde $g_j[n]$ son las funciones de detalle en los diferentes estados de descomposición y $x_J[n]$ es la función de aproximación en el último estado de descomposición J.

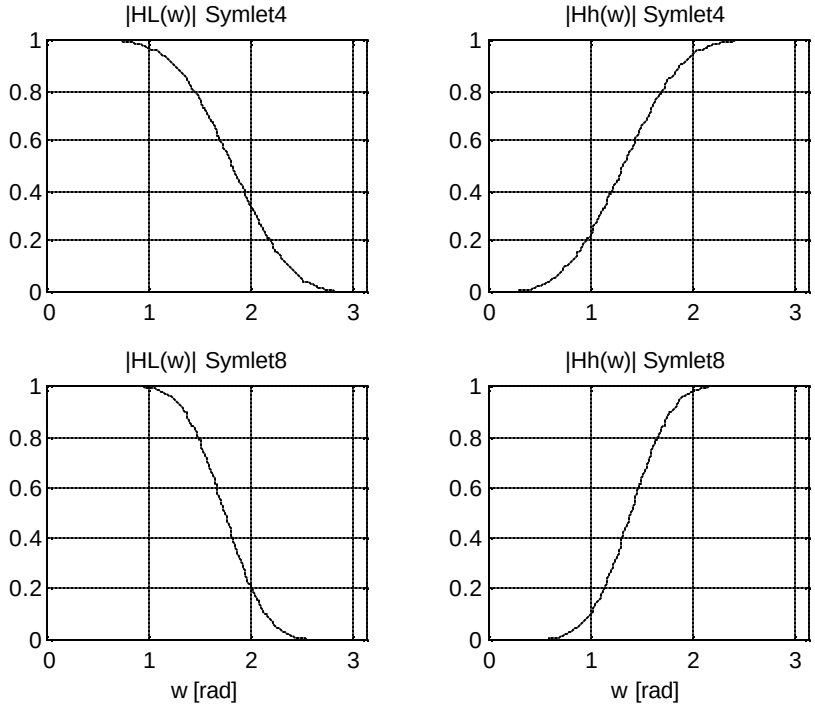
En la Figura 32 se presenta la magnitud de la respuesta en frecuencia (normalizada con la ganancia para π [rad]) de los filtros pasa-bajas y pasa-altas para el análisis multi-resolución utilizando las ondeletas *Daubechies4* y *Daubechies8*. Aunque no existen diferencias significativas, puede notarse que la respuesta en frecuencia de los filtros de la ondeleta *Daubechies4* es menos selectiva, por lo cual se espera que en el primer estado de descomposición se detecte un mayor rango de frecuencias altas que con la *Daubechies8*, igualmente se espera que respondan más rápidamente.

Figura 32. Magnitud de la respuesta en frecuencia de los filtros FIR para el análisis multi-resolución con las ondeletas *Daubechies4* y *Daubechies8*.



En la Figura 33 se presenta la magnitud de la respuesta en frecuencia (normalizada con la ganancia para π [rad]) de los filtros pasa-bajas y pasa-altas para el análisis multi-resolución utilizando las ondeletas *Symlet4* y *Symlet8*. Se pueden observar las mismas características anteriormente resaltadas para las ondeletas *Daubechies4* y *Daubechies8*. Además, la magnitud de la respuesta en frecuencia es igual a la de los correspondientes para estas últimas ondeletas, aunque se diferencian en las fases.

Figura 33. Magnitud de la respuesta en frecuencia de los filtros FIR para el análisis multi-resolución con las ondeletas *Symlet4* y *Symlet8*.



4.2.2 Detección de transitorios oscilatorios. En este apartado se presenta el desempeño de la transformada *Wavelet* para la detección de transitorios oscilatorios causados principalmente por la conexión de bancos de condensadores.

En la Figura 34 se presentan la función de aproximación y las funciones de detalle hasta el cuarto nivel de descomposición para el transitorio simulado en ATP (Figura 28) utilizando la ondeleta *Daubechies4*. La función de detalle del primer nivel identifica claramente el inicio del transitorio (detecta y localiza el evento) y en la medida que el transitorio desaparece, esta función de detalle también decrece. Esto se debe a que en este nivel, los coeficientes de detalle contienen la información de las frecuencias más altas de la señal, de acuerdo con la respuesta en frecuencia del filtro utilizado en este nivel y con el principio de análisis multi-resolución explicado.

Figura 34. Función de aproximación y funciones de detalle hasta el cuarto nivel utilizando la ondeleta *Daubechies4* para un transitorio simulado (Figura 28).

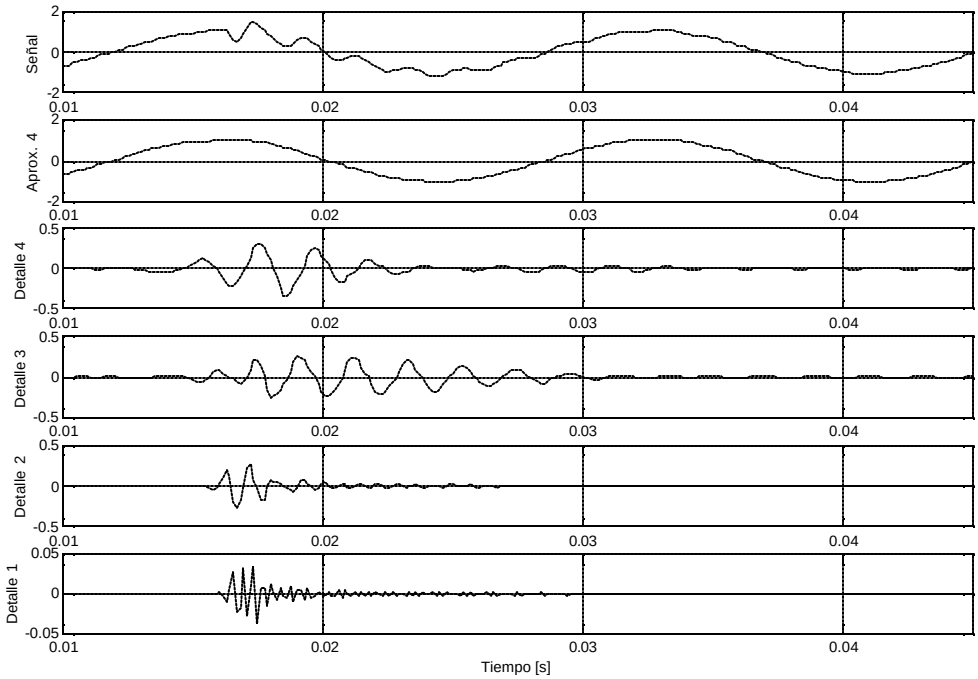
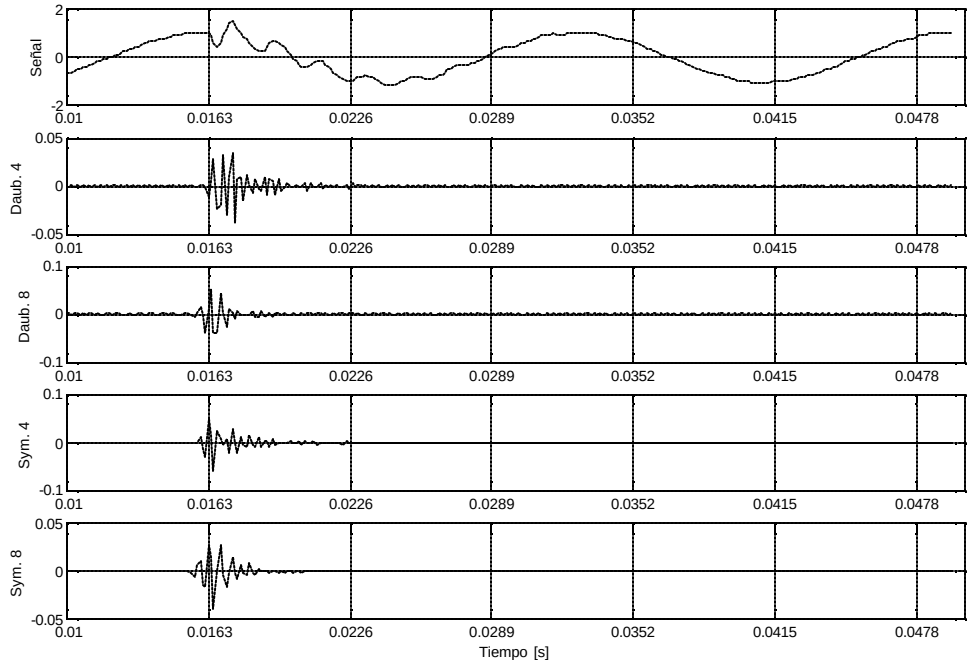


Figura 35. Función de detalle en el nivel 1 para un transitorio simulado utilizando las ondeletas *Daubechies4, Daubechies8, Symlet4* y *Symlet8.*



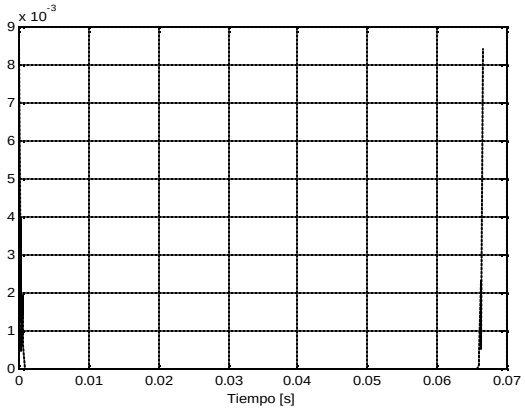
En la Figura 35 se muestran las funciones de detalle en el primer nivel de descomposición para el transitorio simulado utilizando las funciones ondeleta *Daubechies4*, *Daubechies8*, *Symlet4* y *Symlet8*. Se puede apreciar que la ondeleta *Daubechies4* realiza la mejor localización en el tiempo del evento y asimismo que las ondeletas de orden 4 realizan una mejor localización del transitorio que las ondeletas de orden 8. Esto de se debe a que las ondeletas de cuarto orden tienen menor soporte compacto, lo cual permite que localicen cambios bruscos con mayor precisión. Asimismo se puede advertir que la característica de simetría de la ondeleta *Symelet* no favorece la detección del transitorio, comparada con la ondeleta *Daubechies*, ya que la forma de onda del transitorio no presenta una simetría notable.

Como se puede apreciar en las Figuras 34 y 35 las funciones de detalles presentan cambios de signo, por lo tanto, para la detección del evento es conveniente utilizar el valor absoluto o el cuadrado de la función de detalle en el nivel 1 y determinar un umbral de detección para establecer el inicio del transitorio. Este umbral puede establecerse tomando como patrón la función de detalle cuando la señal no presenta ningún tipo de perturbación o se encuentra en estado estacionario. Además, este umbral debe considerar la existencia de ruido en la medición. [Hong-Tzer & Chiung-Chou, 00] presentan un esquema para reducir el efecto del ruido, especialmente el de alta frecuencia, que puede afectar la detección y localización de perturbaciones en el sistema de potencia. Partiendo de que la Transformada *Wavelet* del ruido blanco *gaussiano* es equivalente al mismo ruido, proponen la eliminación del efecto del ruido mediante umbrales que se adaptan de acuerdo con el ruido previo.

En la Figura 36 se encuentra el valor absoluto de la función de detalle para el primer nivel de descomposición de una señal sinusoidal de frecuencia 60 [Hz] con amplitud 1 p.u utilizando la ondeleta *Daubechies4* y tomando una frecuencia de muestreo de 128 muestras por ciclo de 60 [Hz]. La función presenta dos picos en los extremos que se deben al cambio de pendiente debido a que se han analizado una cantidad finita de muestras. El valor máximo de la función es 3,97E-3; si no se consideran los picos en los extremos (provocados por la discontinuidad en los datos de entrada) el valor máximo de la función es 2,2E-6. La energía de esta función de detalle es el 6,37E-5 % de la energía de

la señal analizada. Estos datos indican que en el primer nivel de detalle no hay información de la señal sinusoidal de 60 [Hz]. Esto se debe a que el filtro pasa-altas utilizado para obtener los coeficientes de detalle, $d_{1,k}$, (ver Figuras 31 y 32), para la frecuencia de muestreo utilizada, realiza una atenuación de 140 [dB] a la frecuencia de 60 [Hz]. De hecho, este filtro pasa-altas provoca una atenuación mayor de 60 [dB] para las frecuencias menores de 280 [Hz] considerando una frecuencia de muestreo de 128 muestras por ciclo. Por lo tanto, los armónicos de la señal con frecuencias menores a 280 [Hz] serán atenuados más de mil veces y su información no se encontrará en la función de detalle del primer nivel de descomposición. Las frecuencias mayores a 280 [Hz] se encuentran en la región de transición y en la región de paso del filtro pasa-altas utilizado para obtener los coeficientes de detalle en el primer nivel de descomposición. En consecuencia, la respuesta en frecuencia del filtro pasa-altas determina la localización en frecuencia de la información de la función de detalle del primer nivel de descomposición, y por consiguiente, la selección de la frecuencia de muestreo establece tal localización.

Figura 36. Función de detalle en el nivel 1 de descomposición para una señal sinusoidal utilizando la ondeleta *Daubechies4.*

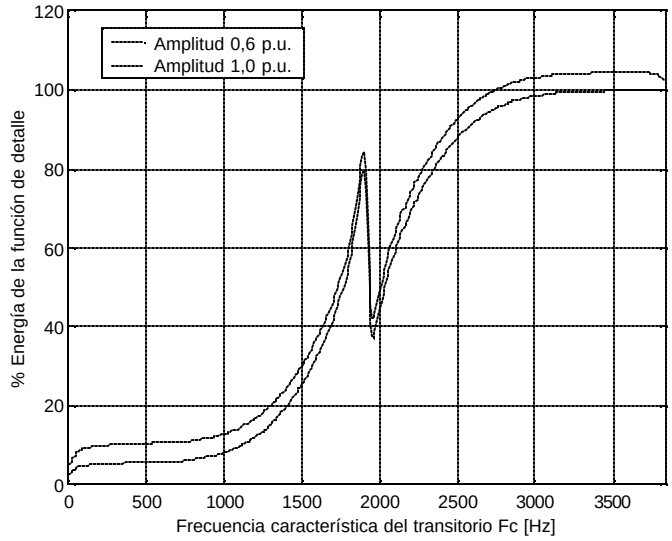


Debido a que la función de detalle de la Figura 36 es prácticamente plana, es posible utilizar como umbral de detección un parámetro independiente de la forma de la función de detalle. La energía de la función es entonces un parámetro apropiado para determinar si en el conjunto de muestras analizadas se ha presentado un evento tipo transitorio, es decir, un evento caracterizado por componentes de alta frecuencia.

Como se ha mostrado anteriormente, un transitorio oscilatorio causado por conexión de condensadores puede ser sintetizado utilizando la Ecuación (85). En la Figura 37 se

presenta la relación entre la frecuencia (f_C) del transitorio y el porcentaje de energía de la función de detalle del primer nivel de descomposición con respecto a la energía del transitorio. Se sintetizaron dos transitorios, uno con amplitud 0,6 p.u y otro con amplitud 1,0 p.u; para ambos transitorios se consideró una constante de tiempo de 0,3/60 [s] y se tomaron muestras a razón de 128 [muestras/ciclo de 60 Hz]. Se puede observar como en la medida que la frecuencia del transitorio aumenta, el porcentaje de energía de la función de detalle también aumenta debido a que el transitorio se localiza mejor en el rango de frecuencias que corresponde para la función de detalle del primer nivel de descomposición.

Figura 37. Porcentaje de energía de la función de detalle de nivel 1 con respecto a la energía de un transitorio sintetizado utilizando la ondeleta *Daubechies4.*



En la Figura 37 se puede observar que hay una variación brusca en el porcentaje de energía de la función de detalle, esta variación se presenta en las cercanías de la frecuencia de ganancia -3 [dB] del filtro pasa-altas (1 920 [Hz] para una frecuencia de muestreo de 128*60 [Hz]), además el porcentaje de energía puede superar el 100% debido a que la ganancia del filtro es mayor que 1 para las altas frecuencias.

Por consiguiente, a partir de la Figura 37 se puede advertir como los transitorios con frecuencias superiores a la frecuencia con ganancia -3 [dB], localizan más del 40% de su energía en la función de detalle del primer nivel de descomposición utilizando la función ondeleta *Daubechies4*. A partir de las características presentadas en la Figura 37 es

posible determinar un umbral de detección basado en la energía de la función de detalle del primer nivel, teniendo en cuenta la amplitud y la frecuencia de los transitorios que se desean detectar a partir de esta función de detalle.

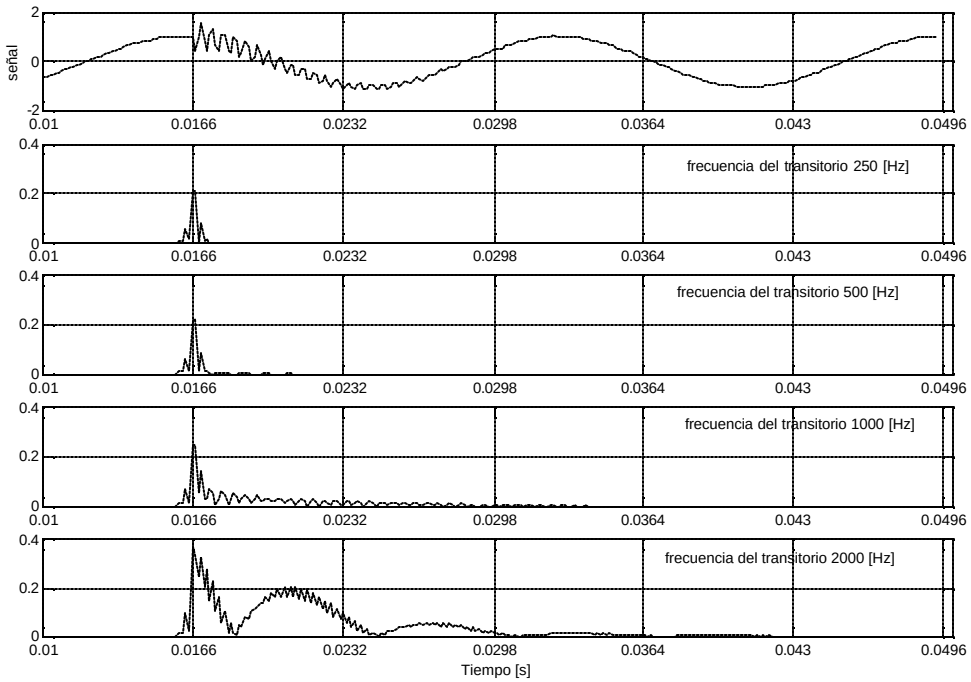
No obstante, es necesario anotar que otras perturbaciones caracterizadas por componentes de alta frecuencia, como los huecos de tensión, también podrían localizar su energía en este nivel de detalle, por lo tanto es necesario establecer estrategias de identificación del evento. En todo caso, el punto a resaltar es que la presencia de huecos de tensión no interfiere en el proceso de detección de los transitorios utilizando la transformada *Wavelet.* [Gaouda et al, 99] presentan un esquema de identificación de eventos a partir de la transformada *Wavelet* basado en que la energía de los eventos se distribuye en los niveles de descomposición con patrones característicos diferentes, lo cual permite identificar el evento.

En la Figura 38 se presentan las características de localización en el tiempo de transitorios oscilatorios (con amplitud 0,6 p.u y constante de tiempo 0,3/60 [s]) a partir de la función de detalle del primer nivel de descomposición utilizando la ondeleta *Daubechies4*. Se muestra la magnitud de la función de detalle para diferentes frecuencias del transitorio y la forma de onda de la señal con un transitorio de 2 000 [Hz] para indicar el inicio del evento. Se encuentra que el transitorio se puede localizar en el tiempo a partir del valor máximo de la función de detalle.

Para recapitular, el algoritmo de transformada *Wavelet* discreta (el cual implica un análisis multi-resolución) permite detectar y localizar, en el tiempo, transitorios oscilatorios como los causados por la conexión de bancos de condensadores, gracias a que puede localizar en frecuencia la información del transitorio. No obstante, los resultados dependen del tipo de función ondeleta utilizada. La selección de esta función, es un compromiso entre sus características de soporte compacto (para localizar información en el tiempo) y las características de la respuesta en frecuencia de los filtros asociados a la función ondeleta (para localizar información en frecuencia). Para una ondeleta con un soporte compacto dado, la localización en frecuencia de la información de eventos transitorios depende de las características espectrales de la señal analizada en estado estacionario y de la frecuencia de muestreo utilizada. A partir de la función de detalles del primer nivel de

descomposición (la cual requiere el mínimo de procesamiento para ser obtenida) es posible detectar transitorios oscilatorios utilizando un umbral para un parámetro que no depende de la forma de función de detalle como la energía de esta función. Este umbral depende de la atenuación que realiza el filtro pasa-altas sobre las componentes de frecuencia de la señal analizada en estado estacionario; de las características de amplitud y frecuencia del transitorio que se desea detectar; y del nivel de ruido en la medición. Adicionalmente, es posible localizar en el tiempo un transitorio oscilatorio mediante el valor máximo del valor absoluto de la función de detalle del primer nivel de descomposición. En este capítulo se han mostrado las características de detección y localización de transitorios oscilatorios de la ondeleta *Daubechies4.* Por consiguiente, se han estudiado las consideraciones necesarias para seleccionar una función ondeleta que presente un buen desempeño en la localización de información tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia.

Figura 38. Localización de transitorios sintetizados a partir de la función de detalle de nivel 1 utilizando la ondeleta *Daubechies4.*



5. RECOMENDACIONES PARA UN SISTEMA DE MONITORIZACIÓN

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en los capítulos anteriores, en este capítulo se presentan algunas recomendaciones para la implementación de los algoritmos estudiados en un sistema de monitorización de la calidad de la energía eléctrica.

Un sistema de monitorización de la calidad de la energía eléctrica se compone de:

1. Equipos monitores.
2. Sistema de comunicación.
3. Sistema de procesamiento y almacenamiento de información.

Los equipos monitores pueden tener diferentes capacidades de procesamiento, almacenamiento y comunicación. Dado que un sistema de monitorización continua de la calidad de la energía eléctrica para un sistema de distribución puede implicar una alta inversión de dinero y elevadas capacidades de procesamiento; es necesario aprovechar al máximo las capacidades de procesamiento in situ de los monitores existentes y de los que se deban adquirir. En [Hart et al, 00] se propone, por ejemplo, aprovechar los procesadores de los relés de protección para establecer un sistema base para la monitorización y utilizar equipos especializados para monitorizar cargas importantes y problemas particulares relacionados con la calidad de la energía eléctrica.

Para los equipos monitores existentes, es necesario considerar las posibles fuentes de error y establecer la validez de sus estimaciones. Dado que generalmente, estos equipos se basan en los algoritmos de la transformada discreta de Fourier (DFT) y de acumulación discreta para estimar valor eficaz; es necesario tener en cuenta:

1. La frecuencia de muestreo. Para determinar el tipo de eventos que se pueden monitorizar adecuadamente.
2. El algoritmo de seguimiento de la frecuencia (si está implementado). Para determinar el máximo deslizamiento que afecta los algoritmos de estimación.
3. La cantidad de muestras (longitud de la ventana) que utiliza para la estimación.
4. El tipo de ventana que utiliza (rectangular, *Hanning*,…). Junto con el numeral anterior, permite determinar las características de atenuación y la exactitud con la

que se podría estimar un determinado armónico. Es conveniente satisfacer la normativa y las recomendaciones internacionales [IEC 6 1000-4-7, 91], [IEEE 519, 92].

5. Otras características especiales de procesamiento como filtrado pasa-bajas adicional, métodos de promediado de datos, diezmado de datos y actualización de la medición. Estas características pueden determinar aumento o disminución de los porcentajes de error en las estimaciones.

Para el diseño de un equipo monitor en el cual se implementen los algoritmos de procesamiento analizados en los capítulos anteriores se recomienda tener en cuenta algunas consideraciones para flexibilizar la configuración de los algoritmos y optimizar su desempeño:

Existen dos tendencias en el diseño de equipos monitores, una consiste en el desarrollo de equipos dedicados basados en procesadores de señales digitales DSPs [Ananth & Morcos, 99]; y de otra parte se propone el desarrollo de equipos monitores basados en tarjetas de adquisición acopladas a computadores convencionales o de tipo industrial [Chen et al, 00]. La selección de una u otra tendencia está determinada por la relación beneficio-costo. No obstante, dado que todos los algoritmos de procesamiento estudiados se pueden implementar a partir de operaciones de multiplicación y suma, es recomendable diseñar sistemas basados en DSPs ya que su arquitectura está optimizada para realizar estas dos operaciones numéricas, en tanto que los procesadores de los computadores convencionales están optimizados para realizar operaciones de tipo lógico relacional. Además, los sistemas basados en DSPs son sistemas dedicados que pueden resultar con un costo menor al de los computadores convencionales.

Si se implementa el algoritmo de acumulación discreta de las muestras para estimar el valor eficaz de la señal es recomendable permitir:

1. Configurar la cantidad de muestras utilizadas para la estimación. Un ciclo, medio ciclo,…
2. Determinar cada cuántas muestras se actualiza la medición. Muestra a muestra, cada medio ciclo, ciclo a ciclo,…

3. Seleccionar diferentes filtros adicionales pasa-bajas. Filtros de diferentes clases y con diversas frecuencias de corte.
4. Establecer umbrales para la detección de cambios en el valor eficaz.

Para la estimación de las componentes de frecuencia mediante el algoritmo DFT en tiempo real es aconsejable que el monitor permita configurar:

1. Las frecuencias que se desean estimar. Si, por ejemplo, sólo se quieren estimar algunos armónicos se pueden implementar algoritmos DFT ajustados para las frecuencias seleccionadas en lugar de un algoritmo FFT que estime todas las frecuencias posibles.
2. El origen de tiempo variable o fijo. Aunque las magnitudes estimadas son iguales los ángulos de fase tienen referencias diferentes.
3. La cantidad de muestras (longitud de la ventana) utilizadas para calcular la DFT. Estas cantidad determina la resolución en frecuencia y por lo tanto la cantidad de componentes de frecuencia que se pueden estimar.
4. El tipo de ventana a utilizar. Esto determina la longitud mínima y máxima de la ventana para garantizar una atenuación y una exactitud adecuadas para la estimación de componentes de frecuencia.
5. Los tiempos de medición real, el tiempo de observación y el tipo de promediado de datos (promediado de la señal o promediado de los resultados de la DFT; no obstante se ha mostrado que este último es un mejor método).
6. Cada cuántas muestras se realizará el cálculo de las componentes de frecuencia. Muestra a muestra, cada medio ciclo, cada ciclo,…
7. Umbrales para detectar cambios en las magnitudes estimadas.

El orden (*N*) del algoritmo de filtrado *Kalman* determina cuántos armónicos se pueden calcular. Por cada armónico que se desee estimar se deben utilizar dos filtros IIR, los cuales se implementan mediante dos ecuaciones en diferencias de orden *2N*. Los coeficientes de estas ecuaciones son obtenidos previamente y dependen del modelo de señal, del modelo de medición y de sus respectivas incertidumbres. Por lo tanto, para la implementación del algoritmo de filtrado *Kalman* se recomienda habilitar la configuración de:

1. El orden del filtro (N).

2. Los armónicos que se desean estimar. Esto determina cuántas ecuaciones en diferencia deben ser solucionadas. Se deben resolver simultáneamente dos ecuaciones por cada armónico.
3. Los coeficientes de las ecuaciones en diferencias.
4. Umbrales de detección u otro tipo de procesamiento adicional para la detección como el cálculo de la primera diferencia en la amplitud para detectar cambios rápidos.

La transformada *Wavelet* puede implementarse mediante procesos de filtrado FIR y diezmado, dependiendo del tipo de función ondeleta utilizada (no todas la ondeletas tienen un filtro FIR asociado). Este algoritmo se ha estudiado para detectar eventos de alta frecuencia en el primer nivel de descomposición, no obstante pueden estimarse otros niveles de descomposición. El proceso de detección consiste en tomar una cantidad de muestras de la señal estimar la función de detalle del primer nivel de descomposición calcular su energía y comparar este valor con un umbral predeterminado. Teniendo en cuenta esto, es necesario que la implementación de este algoritmo permita que el usuario configure:

1. Los coeficientes de los filtros FIR pasa-bajas y pasa-altas necesarios para cada nivel de descomposición. Estos coeficientes dependen de la secuencia de doble escala de cada función ondeleta.
2. La cantidad de muestras que son procesadas por el algoritmo (debe ser potencia entera de 2, 2^N). Esto establece el nivel máximo de descomposición posible (N en este caso).
3. Los niveles de descomposición que se desean estimar. Para estimar cada nivel se debe estimar el anterior. Por lo tanto, el primer nivel es el que requiere menor número de operaciones.

Adicionalmente, si en un equipo monitor se configura la monitorización de eventos en estado estacionario y de eventos transitorios. Cuando se detecte un evento transitorio es necesario señalar (*flagging*) estos datos para que no sean tenidos en cuenta en la estimación de los eventos de estado estacionario [IEC 61000-4-30, 03].

6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este capítulo se recopilan los principales resultados de los diferentes capítulos y se agregan algunas conclusiones generales; además, se proponen algunos temas para continuar con este trabajo.

6.1 CONCLUSIONES

Se ha realizado un análisis de los algoritmos de acumulación de las muestras de la señal para estimar su valor eficaz, de la transformada discreta de *Fourier,* del proceso de filtrado *Kalman* y de la transformada *Wavelet*. Este análisis se conforma de un estudio de las fuentes de error en tales algoritmos, principalmente el deslizamiento de frecuencia, y de sus alcances en la estimación de eventos en estado estacionario como las variaciones del perfil de tensión y los armónicos; y en la detección de eventos transitorios como los huecos de tensión y los transitorios de tipo oscilatorio.

El deslizamiento de frecuencia afecta la estimación del valor eficaz de una señal bien sea utilizando un método de integración de la señal continua o utilizando un método de acumulación de las muestras de la señal. El deslizamiento de frecuencia causa que se presenten oscilaciones en el valor eficaz estimado que lo desvían del valor eficaz verdadero. Estas oscilaciones dependen de la magnitud del deslizamiento, de los niveles de armónicos que contiene la señal y de la duración del intervalo de tiempo sobre el cual se estima el valor eficaz; el cual, determina el tiempo de respuesta del algoritmo.

La aproximación del valor eficaz mediante las muestras, aumenta los errores en la estimación cuando existe deslizamiento de frecuencia. Adicionalmente, estos errores pueden ser mayores si la frecuencia de muestreo no es mayor a cuatro veces el ancho de banda de la señal. No obstante, los errores se pueden disminuir aumentando la cantidad de muestras utilizadas para la estimación y/o implementando un filtrado adicional pasa-bajas, con el correspondiente aumento en el tiempo de respuesta del algoritmo, quedando manifiesta la relación inversa entre la exactitud y la velocidad de respuesta del algoritmo de estimación.

El error en la estimación de la magnitud de los armónicos es afectado por el deslizamiento de frecuencia. Este error aumenta con el orden del armónico y varía con el número de ciclos adquiridos para calcular la DFT, así como, con la ventana de ponderación utilizada. Cuando existe deslizamiento de frecuencia, la longitud máxima de la ventana se limita por la exactitud requerida en la estimación de la magnitud de las componentes armónicas y por el armónico de mayor orden que se desee estimar. Si los equipos de medición de armónicos no realizan sincronización de frecuencia, para garantizar una exactitud del 5% en la estimación del la magnitud de los armónicos (hasta el armónico 40), se hace necesario procesar la DFT ciclo a ciclo, dado el deslizamiento máximo permitido en el sistema eléctrico colombiano ($\delta = \pm 3{,}3*10^{-3}$).

Además, se han establecido las longitudes mínimas y máximas de las ventanas de ponderación rectangular, *Hanning*, *Hamming*, *Blackman* y *Bartlett* para garantizar los requisitos de exactitud y atenuación establecidos en las recomendaciones de normas internacionales hasta el amónico 40, considerando diferentes valores de deslizamiento de frecuencia. De esta forma, se establecen rangos para la selección de la longitud de la ventanas, la cual debe ser seleccionada de acuerdo con las características del fenómeno electromagnético que se desea monitorizar.

El método de procesamiento de los datos utilizando la DFT se debe escoger teniendo en cuenta el tipo de monitorización a realizar y la capacidad computacional del equipo de medida. Específicamente, un método en el que se promedian de los resultados de la DFT presentará menores porcentajes de error que un método que considere promediar las muestras de la señal antes de calcular la DFT.

El algoritmo de filtrado *Kalman* tiene un desempeño apropiado en el seguimiento de la amplitud de la tensión cuando se presentan huecos de tensión rectangulares; no obstante es necesario utilizar un algoritmo de seguimiento de la frecuencia, ya que el deslizamiento de frecuencia lo afecta considerablemente. Si se considera que la incertidumbre en el modelo es superior para el fundamental que para los demás armónicos, es posible utilizar un filtro de orden mayor que uno, con un buen desempeño en el seguimiento de la amplitud de la tensión. De esta forma, el orden del filtro se puede seleccionar para cubrir el ancho de banda efectivo de la señal de tensión (normalmente hasta el 9º armónico),

eliminando así el efecto de los armónicos más representativos en la estimación del fundamental; y la respuesta en frecuencia del filtro para las frecuencias que restan hasta la mitad de la frecuencia de muestreo pueden ser aprovechadas para la detección rápida de cambios bruscos, lo cual está acorde con la premisa que a mayor número de muestras tomadas por ciclo se puede realizar un mejor seguimiento de los cambios bruscos.

La selección de los parámetros del filtro *Kalman* (orden, incertidumbre del modelo, incertidumbre en la medición y estado inicial) para utilizarlo en la estimación de señales eléctricas, precisa sin embargo, que estén acorde con las características del sistema eléctrico en el cual están presentes las señales, para esto se requerirá entonces del estudio de mediciones de las señales que realmente se presentan en el sistema o en el entorno electromagnético particular.

El algoritmo de transformada *Wavelet* discreta (el cual implica un análisis multi-resolución) permite detectar y localizar, en el tiempo, transitorios oscilatorios como los causados por la conexión de bancos de condensadores, gracias a que puede localizar en frecuencia la información del transitorio. No obstante, los resultados dependen del tipo de función ondeleta utilizada. La selección de esta función, es un compromiso entre sus características de soporte compacto (para localizar información en el tiempo) y las características de la respuesta en frecuencia de los filtros asociados a la función ondeleta (para localizar información en frecuencia). Para una ondeleta con un soporte compacto dado, la localización en frecuencia de la información de eventos transitorios depende de las características espectrales de la señal analizada en estado estacionario y de la frecuencia de muestreo utilizada.

A partir de la función de detalles del primer nivel de descomposición de la transformada *Wavelet* (la cual requiere el mínimo de procesamiento para ser obtenida) es posible detectar transitorios oscilatorios utilizando un umbral para un parámetro que no depende de la forma de función de detalle como la energía de esta función. Este umbral depende de la atenuación que realiza el filtro pasa-altas sobre las componentes de frecuencia de la señal analizada en estado estacionario; de las características de amplitud y frecuencia del transitorio que se desea detectar; y del nivel de ruido en la medición.

Adicionalmente, es posible localizar en el tiempo un transitorio oscilatorio mediante el valor máximo del valor absoluto de la función de detalle del primer nivel de descomposición. Se han ilustrado las características de detección y localización de transitorios oscilatorios de la ondeleta *Daubechies4;* así como las consideraciones necesarias para seleccionar una función ondeleta que presente un buen desempeño en la localización de información tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia.

En general las características espectrales de los fenómenos electromagnéticos relacionados con la calidad del servicio afectan el desempeño de las técnicas de procesamiento utilizadas en la monitorización de la calidad del servicio. Por lo tanto, conociendo las características de la respuesta en frecuencia de los diferentes algoritmos es posible ajustar adecuadamente las diferentes técnicas de procesamiento, así como la frecuencia de muestreo necesaria para monitorizar los eventos relacionados con la calidad del servicio.

Las técnicas de procesamiento de señales de acumulación discreta para estimación del valor eficaz, de transformada discreta de *Fourier* (DFT) y de filtrado *Kalman* involucran procesos de filtrado pasa-bajas altamente selectivos, razón por la cual el deslizamiento de frecuencia los puede afectar considerablemente. Entre tanto, la transformada *Wavelet,* involucra procesos de filtrado pasa-bajas y pasa-altas con características de selectividad menos exigentes; por esta razón, el deslizamiento de frecuencia en las componentes de frecuencia en estado estacionario no afecta considerablemente los resultados de la transformada, no obstante, luego de una adecuada selección de la función ondeleta.

6.2 TRABAJOS FUTUROS

El estudio realizado de las técnicas de procesamiento se ha desarrollado utilizando señales sintetizadas mediante modelos matemáticos y también con algunas señales obtenidas de simulación de eventos. Es conveniente implementar los algoritmos estudiados en un monitor de la calidad de la energía eléctrica para estudiar en entornos electromagnéticos con señales reales el desempeño de tales algoritmos así como el de las propuestas realizadas en este trabajo. Esto permitirá también acoplar las técnicas de

procesamiento con esquemas de identificación, caracterización y clasificación automática de eventos en tiempo real.

Para la estimación de otras componentes de frecuencia diferentes a los armónicos es necesario utilizar ventanas de ponderación con longitud mayor a un ciclo. Para esto es necesario sincronizar de la frecuencia de muestreo; por lo tanto es necesario estudiar algoritmos y estrategias para realizar seguimiento de la frecuencia del sistema, los cuales pueden estar basados en la DFT o en el algoritmo de filtrado *Kalman* entre otros. Asimismo, el estudio de otras ventanas de ponderación puede ampliar las posibilidades para mejorar el desempeño del algoritmo DFT en la estimación de componentes de frecuencia.

El algoritmo de filtrado *Kalman* con la propuesta de modificación de la incertidumbre del modelo para el primer armónico, presenta mejores características en la detección de eventos con componentes de alta frecuencia como los huecos de tensión. Es posible entonces también estudiar el desempeño de este tipo de filtro en la detección de eventos como los transitorios oscilatorios y de tipo impulso e incluso en la identificación y clasificación de los mismos.

Dada la rapidez de respuesta del filtro *Kalman* en el seguimiento de la amplitud de la componente fundamental, este algoritmo puede obtener buenos resultados en equipos de mitigación o de protección para la calidad del servicio. Además, en los sistemas de protección que utilizan este algoritmo es posible estudiar si modificar la matriz de incertidumbre en el modelo, como se ha realizado en este trabajo, presenta también mejores resultados, dado que el modelo de señal utilizado en estos sistemas es diferente del modelo empleado para el seguimiento de los armónicos.

En este trabajo se ha estudiado la transformada *Wavelet* y se han establecido las consideraciones necesarias para utilizar esta transformada en la monitorización de transitorios oscilatorios con una frecuencia de muestreo de 7 680 [Hz]. Es importante determinar las posibilidades y la necesidad de otras familias de ondeletas y de otras frecuencias de muestreo en la detección de eventos transitorios como los causados por la

conexión de bancos de condensadores, conexión de líneas, descargas atmosféricas y considerando los efectos de las ondas viajeras.

Para la detección y localización de eventos transitorios se ha considerado la función de detalle del primer nivel de descomposición de la transformada *Wavelet*; no obstante, la información de los demás niveles de descomposición puede contener información valiosa para la identificación, caracterización y clasificación de los eventos, por tal motivo este resulta ser un tema de potencial interés como futuro desarrollo. Además, debido a que en este nivel de descomposición se localizan las frecuencias altas, puede ser afectado considerablemente por el ruido existente durante la medición, por consiguiente el estudio de esquemas para atenuar la incidencia del ruido (*de-noising*) es recomendado.

A partir de este estudio de los algoritmos de procesamiento de señal más utilizados en la actualidad en los sistemas eléctricos, es viable abordar otros algoritmos de procesamiento para determinar sus limitaciones y alcances en la monitorización de la calidad de la energía eléctrica. Asimismo, como desarrollo a futuro es conveniente estudiar los algoritmos utilizados en la evaluación de la calidad del servicio, especialmente los algoritmos de clasificación como los basados en técnicas de inteligencia artificial, clasificadores *Bayesianos*, procesos ocultos de *Markov*, algoritmos basados en reglas heurísticas, etc.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[IEEE 1159, 95] IEEE Standards coordinating committee 22 on power quality, USA. "*IEEE Std 1159-1995: IEEE Recommended practice for monitoring electric power quality*", IEEE Standards boards,1995.

[NTC 5000, 02] Norma Técnica Colombiana 5000: "*Calidad de la potencia eléctrica (CPE). Definiciones y términos fundamentales*", Instituto Colombiano de Normas Técnicas (ICONTEC), 2002.

[NTC-IEC 61000-1-1, 00] Norma Técnica Colombiana – IEC 61000-1-1: "*Compatibilidad electromagnética. Parte I: Generalidades. Sección I: Aplicación e interpretación de definiciones y términos fundamentales*", Instituto Colombiano de Normas Técnicas (ICONTEC), 2000.

[IEEE 519, 92] IEEE Std. 519. "*Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems*". 100 p., New York, U.S.A, 1992.

[Kezunovic & Liao, 00] Mladen Kezunovic and Yuan Liao, "*A Novel Software Implementation Concept for Power Quality Study*". Available in: http://eent1.tamu.edu/people/bkezunov.html, 2000.

[IEC 6 1000-4-7, 91] COMISIÓN ELECTROTÉCNICA INTERNACIONAL. IEC 61 000-4-7. "*Compatibilidad Electromagnética (EMC)-Parte 4: Técnicas de ensayo y medida. Sección 7: Guía general relativa a las medidas de armónicos e interarmónicos, así como a los aparatos de medida, aplicable a las redes de alimentación y a los aparatos conectados a éstas"*. 32 p., Ginebra, Suiza, 1991.

[Rodríguez & Uribe, 03] Rodríguez, Juan; Uribe, Olga. "*Propuesta de Norma Técnica Colombiana de Medición de Armónicos*".Tesis de grado. Dirigida por Gabriel Ordóñez Plata. Pp. 184, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga 2003.

[Bollen, 00] Bollen, Math., "*Understanding power quality problems*", IEEE press, New York, 2000.

[Flores, 02] Flores, Rafael A., "*State of art in the classification of power quality events, an overview*", 10th International Conference in Harmonics and Quality of Power, Brazil, Oct 2002. Available in: http://www.s2.chalmers.se/research/signal/index.php?user=flores.

[Oppenheim & Shafer, 00] Oppenheim, Alan y Schafer, Ronald. "*Tratamiento de señales en tiempo discreto*". Segunda edición, Pp. 904, *Prentice Hall*, Madrid, 2000.

[Ordóñez, 93] Ordóñez Plata, Gabriel. "*Medición digital de magnitudes eléctricas mediante la transformada discreta de Fourier, algoritmos de adaptación de la frecuencia de muestreo*", Pp. 248, Tesis doctoral, Universidad Pontificia Comillas, España, 1993.

[Styvaktakis, 02] Styvaktakis, Emmanouil., "*Automating power quality analysis*", Thesis for the degree of Doctor of Philosophy, Chalmers University of Technology, Sweden, 2002.

[Chui, 97] Chui, C. K., "*Wavelets: a mathematical tool for signal analysis*", SIAM, Philadelphia, 1997. Pp. 210.

[Arrillaga et al, 00] J. Arrillaga, N.R. Watson, S. Chen, "*Power quality assessment*", John Wiley & Sons Ltd, 2000.

[Hart et al, 00] D.G. Hart, W. Peterson, D. Uy, J. Schneider, D. Novosel & R. Wright, "*Tapping protective relays for power quality information*", IEEE Computer Applications in Power, Jan. 2000, pages 45 – 49.

[Chen et al, 00] S. Chen, C.L. Zhang & Y.Z. Liu, "*A multi-Channel monitoring system for system-wide power quality measurements*", conference on power system technology, proceedings, 2000, pages: 953 –958, Vol.2, © IEEE.

[Daponte et al, 00] P. Daponte, M. Di Penta & G. Mercurio, "*TRANSIENTMETER: a distributed measurement system for power quality monitoring*", Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power, IEEE proceedings, 2000, Vol. 3, pages 1017 – 1022.

[Bellanger, 94] Bellanger M. "*Digital Processing of Signals: theory and practice*". Segunda edición, *John Wiley & Sons*, 1994. Pp. 388.

[Proakis & Manolakis, 98] Proakis, J. G. y Manolakis, D. G. "*Tratamiento digital de señales*". Tercera edición, Pp. 1048, *Prentice Hall*, Madrid, 1998.

[Duarte & Ordóñez, 02] Duarte, César & Ordóñez, Gabriel. "*Errores en la estimación digital de magnitudes eléctricas utilizando el algoritmo de Transformada Discreta de Fourier (DFT)*". VII Simposio de tratamiento de señales, imágenes y visión artificial. Pp. 138-144. Bucaramanga, 2002.

[Girgis et Al, 91] Girgis, A. A; Chang, W. b; Makram, E.B. "*A digital recursive measurement scheme for on-line tracking of power system harmonics*". Power Delivery, IEEE Transactions. July 1991. Volume: 6 3, page(s): 1153-1160.

[Dash et al, 99] Dash, P. K. ; Pradhan, A.K. ; Pansa, G. "*Frequency estimation of distorted power system signals using extender complex Kalman Filter*". Power Delivery, IEEE Transactions. July 1999. Volume: 143, page(s): 761-766.

[Haili & Girgis, 96] Haili Ma, Girgis, A.A. "*Identification and tracking of harmonic sources in a power system using a Kalman Filter*". Power Delivery, IEEE Transactions on. July 1996. Volume: 11 3, page(s): 1659-1665.

[Beides & heydt, 91] Beides, H.M.; Heydt, G.T. "*Dynamic state estimation of power system harmonics using Kalman filter methodology*". Power Delivery, IEEE Transactions on. October 1991. Volume: 6, Issue: 4, page(s): 1663-1670.

[Girgis & Brown, 81] Girgis, A. A; Brown, R. G. "*Application of Kalman filtering in computer relaying*". IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, PAS-100: No. 7, 3387-3397 (July 1981).

[Brown, 83] Brown, Robert G. "*Introduction to random signal analysis and Kalman* filtering". John Wiley & Sons, 1983. Pp. 347.

[Wang, 99] Wang, Liancheng. "*Frequency responses of phasor-based microprocessor relaying algorithms*", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, no. 1, pp. 98-105, January 1999.

[Franklin et al, 90] Franklin, Gene F.; Powell, J. David ; Workman, Michael L. *"Digital control of dynamics systems*". Segunda edición, Pp. 837, *Addison-Wesley*, 1990.

[Dash et al, 00] Dash, P.K.; Pradhan, A.K.; Panda, G.; Jena, R.K.; Panda, S.K. *"On-line tracking of time varying harmonics using an integrated extended complex Kalman filter and Fourier linear combiner*". IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2000. Vol: 3, 23-27 Jan. 2000. Page(s): 1575 -1580.

[Kamwa et al, 96] Kamwa, I.; Grondin, R. ; Mcnabb, D. *"On-line tracking of changing harmonics in stressed power systems : application to Hydro-Québec network*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, No. 4, October 1996. Page(s): 2020-2027.

[Styvaktakis et al, 01] Styvaktakis, E.; Gu, I.Y.H.; Bollen, M.H.J. "*Voltage dip detection and power system transients*". IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, 2001, Volume: 1, 15-19 July 2001. Page(s): 683 -688.

[IEC 61000-4-30, 03] INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. IEC 61 000-4-30. *"Electromagnetic compatibility (EMC)-Part 4-30: Testing and measurements techniques - Power quality measurements methods"*. 89 p., Geneve, Switzerland, 2003.

[Zheng et al, 99] Zheng, Tongxin; Makran, Elham; Girgis, Adly. *"Power system transient and harmonic studies using wavelet transform*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, N^{o} 4, October 1999.

[Heydt & Galli, 97] Heydt, Gerald; Galli, A. *"Transient power quality problems analyzed using wavelets*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 12, No 2, April 1997.

[Huang et al, 99] Huang, Shyh; Hsieh, Cheng; Huang, Ching. "*Application of Morlet wavelets to supervise power system disturbances*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, N^{o} 1, January 1999.

[Karimi et al, 00] Karimi, Masoud; Mokthari, Hossein; Iravani, Reza. "*Wavelet based on line disturbance detection for power quality applications*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 17,No. 1, January 2002.

[Xiangxun, 02] Xiangxun, Cheng. "*Wavelet based detection, localization, quantification and classification of short duration power quality disturbances*". IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2002, Vol. 2, 2002.

[Gaouda et al, 99] Gaouda, A.; Salama, M.; Sultan, M.; Chikhani, A. "*Power quality detection and classification using Wavelet multi resolution signal decomposition*", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 4, October 1999.

[Santoso & Hoffman, 96] Santoso, Surya; Hoffman, Peter. "*Power quality assessment via Wavelet transform analysis*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, No. 2, April 1996.

[Chung et al, 02] Chung, Jaehak; Powers, Edward; Grady, Mack; Bhatt, Siddharth. "*Power disturbance classifier using a rule-based method and Wavelet packet-based hidden Markov model*". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17, No. 1, January 2002.

[Brito et al, 98] Brito, N.; Souza, B.; Pires, F. "*Daubechies Wavelets in quality of electrical power*". 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power ICHQP'98. IEEE. October, 1998.

[Terence & Elangovan, 99] Terence, E.; Elangovan, S. "*Applications of Symlet for denoising and load forecasting*". IEEE Proceedings of Workshop on Signal Processing. 14-16, pag(s) 165-169. June, 1999.

[Hong-Tzer & Chiung-Chou, 00] Hong-Tzer Yang & Chiung-Chou Liao, *"A de-noising scheme for enhancing wavelet-based power quality monitoring system"*, IEEE Transactions on Power Delivery. July 2000, Vol. 15 3, pages 864 – 869.

[Ananth & Morcos, 99] L. Ananth & M.M. Morcos, "*A power quality monitoring system: a case study in DSP-based solutions for electric power industry*", IEEE Power Engineering Review, July 1999, Vol. 19 7, pages 47 – 50.

BIBLIOGRAFÍA

[Amaya & Castillo, 99] *"Equipo móvil para medición de armónicos en media tensión (13,8 kV). Diseño, construcción y pruebas*", proyecto de grado (Ingeniería Eléctrica), UIS, 1999.

[Ananth & Morcos, 99] L. Ananth & M.M. Morcos, "*A power quality monitoring system: a case study in DSP-based solutions for electric power industry*", IEEE Power Engineering Review, July 1999, Vol. 19 7, pages 47 – 50.

[Arrillaga et al, 00] J. Arrillaga, N.R. Watson, S. Chen, "*Power quality assessment*", John Wiley & Sons Ltd, 2000.

[Beides & heydt, 91] Beides, H.M.; Heydt, G.T. "*Dynamic state estimation of power system harmonics using Kalman filter methodology*". Power Delivery, IEEE Transactions on. October 1991. Volume: 6, Issue: 4, page(s): 1663-1670.

[Bellanger, 94] Bellanger M. "*Digital Processing of Signals: theory and practice*". Segunda edición, *John Wiley & Sons*, 1994. Pp. 388.

[Bezerra, 01] U.H. Bezerra, A.L.S. Castro, A.R.G. Castro, J.N. Garcés & M.N.A. Moscoso, "*Integrating a power quality monitoring system in a distribution control center*", IEEE Porto Power Tech Conference, Portugal, Septiembre 2001.

[Bollen, 00] Bollen, Math., "*Understanding power quality problems*", IEEE press, New York, 2000.

[Brito et al, 98] Brito, N.; Souza, B.; Pires, F. "*Daubechies Wavelets in quality of electrical power*". 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power ICHQP'98. IEEE. October, 1998.

[Brown, 83] Brown, Robert G. "*Introduction to random signal analysis and Kalman* filtering". John Wiley & Sons, 1983. Pp. 347.

[Chen et al, 00] S. Chen, C.L. Zhang & Y.Z. Liu, "*A multi-Channel monitoring system for system-wide power quality measurements*", conference on power system technology, proceedings, 2000, pages: 953 –958, Vol.2, © IEEE.

[Chui, 97] Chui, C. K., "*Wavelets: a mathematical tool for signal analysis*", SIAM, Philadelphia, 1997. Pp. 210.

[Chung et al, 02] Chung, Jaehak; Powers, Edward; Grady, Mack; Bhatt, Siddharth. "*Power disturbance classifier using a rule-based method and Wavelet packet-based hidden Markov model*". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17, No. 1, January 2002.

[Daniels, 91] R.F. Daniels, "*Power quality monitoring using neural networks*", Proceedings of the first International Forum on Applications of Neural Networks to Power Systems, IEEE, 1991, pages 195 – 197.

[Daponte et al, 00] P. Daponte, M. Di Penta & G. Mercurio, "*TRANSIENTMETER: a distributed measurement system for power quality monitoring*", Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power, IEEE proceedings, 2000, Vol. 3, pages 1017 – 1022.

[Dash et al, 99] Dash, P. K. ; Pradhan, A.K. ; Pansa, G. "*Frequency estimation of distorted power system signals using extender complex Kalman Filter*". Power Delivery, IEEE Transactions. July 1999. Volume: 143, page(s): 761-766.

[Dash et al, 00] Dash, P.K.; Pradhan, A.K.; Panda, G.; Jena, R.K.; Panda, S.K. "*On-line tracking of time varying harmonics using an integrated extended complex Kalman filter and Fourier linear combiner*". IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2000. Vol: 3, 23-27 Jan. 2000. Page(s): 1575 -1580.

[Duarte & Ordóñez, 02] Duarte, César & Ordóñez, Gabriel. "*Errores en la estimación digital de magnitudes eléctricas utilizando el algoritmo de Transformada Discreta de Fourier (DFT)*". VII Simposio de tratamiento de señales, imágenes y visión artificial. Pp. 138-144. Bucaramanga, 2002.

[Duarte et al, 03] Duarte, César; Ordóñez, Gabriel; Rodríguez, Juan; Uribe, Olga. "*Estimación de armónicos en sistemas de energía eléctrica utilizando la Transformada Discreta de Fourier (DFT)*". II Simposio Internacional sobre la Calidad de la Energía Eléctrica. Bogotá, 2003.

[Duarte & Ordóñez, 03] Duarte, César & Ordóñez, Gabriel. "*Algoritmos para la estimación de eventos de estado estacionario en sistemas de energía eléctrica*". VIII Simposio de tratamiento de señales, imágenes y visión artificial. Pp. 20. Medellín, 2003.

[Flores, 02] Flores, Rafael A., "*State of art in the classification of power quality events, an overview*", 10th International Conference in Harmonics and Quality of Power, Brazil, Oct 2002. Available in: http://www.s2.chalmers.se/research/signal/index.php?user=flores.

[Franklin et al, 90] Franklin, Gene F.; Powell, J. David ; Workman, Michael L. "*Digital control of dynamics systems*". Segunda edición, Pp. 837, *Addison-Wesley*, 1990.

[Gaouda et al, 99] Gaouda, A.; Salama, M.; Sultan, M.; Chikhani, A. "*Power quality detection and classification using Wavelet multi resolution signal decomposition*", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 4, October 1999.

[García, 00] García Quintero, Edwin., "*Armónicos: Aplicación de la Transformada Wavelet para el análisis de transitorios electromagnéticos*", proyecto de grado (Ingeniería Eléctrica), UIS, 2000.

[Girgis & Brown, 81] Girgis, A. A; Brown, R. G. "*Application of Kalman filtering in computer relaying*". IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, PAS-100: No. 7, 3387-3397 (July 1981).

[Girgis et Al, 91] Girgis, A. A; Chang, W. b; Makram, E.B. "*A digital recursive measurement scheme for on-line tracking of power system harmonics*". Power Delivery, IEEE Transactions. July 1991. Volume: 6 3, page(s): 1153-1160.

[Gómez & Pérez, 97] Gómez Suárez, Patricia & Pérez Rueda, Edwin. "*Método de medición de armónicos en sistemas de distribución*", proyecto de grado (Ingeniería eléctrica), UIS, 1997.

[Guillot, 01] D. Guillot, "*Power quality monitoring*", CIRED 2001, 18-21 June 2001, conference publication No. 482 © IEE 2001.

[Haili & Girgis, 96] Haili Ma, Girgis, A.A. "*Identification and tracking of harmonic sources in a power system using a Kalman Filter*". Power Delivery, IEEE Transactions on. July 1996. Volume: 11 3, page(s): 1659-1665.

[Hart et al, 00] D.G. Hart, W. Peterson, D. Uy, J. Schneider, D. Novosel & R. Wright, "*Tapping protective relays for power quality information*", IEEE Computer Applications in Power, Jan. 2000, pages 45 – 49.

[Heydt & Galli, 97] Heydt, Gerald; Galli, A. "*Transient power quality problems analyzed using wavelets*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 12, No 2, April 1997.

[Hong-Tzer & Chiung-Chou, 00] Hong-Tzer Yang & Chiung-Chou Liao, "*A de-noising scheme for enhancing wavelet-based power quality monitoring system*", IEEE Transactions on Power Delivery. July 2000, Vol. 15 3, pages 864 – 869.

[Huang et al, 99] Huang, Shyh; Hsieh, cheng; Huang, Ching. "*Application of Morlet wavelets to supervise power system disturbances*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, N^{o} 1, January 1999.

[IEC 6 1000-4-7, 91] COMISIÓN ELECTROTÉCNICA INTERNACIONAL. IEC 61 000-4-7. "*Compatibilidad Electromagnética (EMC)-Parte 4: Técnicas de ensayo y medida. Sección 7: Guía general relativa a las medidas de armónicos e interarmónicos, asÍ como a los aparatos de medida, aplicable a las redes de alimentación y a los aparatos conectados a éstas"*. 32 p., Ginebra, Suiza, 1991.

[IEC 61000-4-11, 94] COMISIÓN ELECTROTÉCNICA INTERNACIONAL. IEC 61 000-4-11. "*Compatibilidad Electromagnética (EMC)-Parte 4: Técnicas de ensayo y medida. Sección 11: Ensayos de inmunidad a los huecos de tensión, interrupciones breves y variaciones de tensión"*. 19 p., Ginebra, Suiza, 1994.

[IEC 61000-4-30, 03] INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. IEC 61 000-4-30. "*Electromagnetic compatibility (EMC)-Part 4-30: Testing and measurements techniques- Power quality measurements methods"*. 89 p., Geneve, Switzerland, 2003.

[IEEE 1159, 95] IEEE Standards coordinating committee 22 on power quality, USA. "*IEEE Std 1159-1995: IEEE Recommended practice for monitoring electric power quality*", IEEE Standards boards,1995.

[IEEE 519, 92] IEEE Std. 519. "*Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems*". 100 p., New York, U.S.A, 1992.

[Kamwa et al, 96] Kamwa, I.; Grondin, R. ; Mcnabb, D. "*On-line tracking of changing harmonics in stressed power systems : application to Hydro-Québec network*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, No. 4, October 1996. Page(s): 2020-2027.

[Karimi et al, 00] Karimi, Masoud; Mokthari, Hossein; Iravani, Reza. "*Wavelet based on line disturbance detection for power quality applications*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 17,No. 1, January 2002.

[Kezunovic & Liao, 00] Mladen Kezunovic and Yuan Liao, "*A Novel Software Implementation Concept for Power Quality Study*". Available in: http://eent1.tamu.edu/people/bkezunov.html, 2000.

[Lakshmikanth & Morcos, 01] A. Lakshmikanth & M.M Morcos, "*A power quality monitoring system: a case study in DSP-based solutions for power electronics*", IEEE Tranasactions on Instrumentation and Measurement, June 2001, Vol. 50 3, pages 724 – 731

[NTC 5000, 02] Norma Técnica Colombiana 5000: "*Calidad de la potencia eléctrica (CPE). Definiciones y términos fundamentales*", Instituto Colombiano de Normas Técnicas (ICONTEC), 2002.

[NTC-IEC 61000-1-1, 00] Norma Técnica Colombiana – IEC 61000-1-1: "*Compatibilidad electromagnética. Parte I: Generalidades. Sección I: Aplicación e interpretación de definiciones y términos fundamentales*", Instituto Colombiano de Normas Técnicas (ICONTEC), 2000.

[Oppenheim & Schafer, 00] Oppenheim, Alan y Schafer, Ronald. "*Tratamiento de señales en tiempo discreto*". Segunda edición, Pp. 904, *Prentice Hall*, Madrid, 2000.

[Ordóñez, 93] Ordóñez Plata, Gabriel. "*Medición digital de magnitudes eléctricas mediante la transformada discreta de Fourier, algoritmos de adaptación de la frecuencia de muestreo*", Pp. 248, Tesis doctoral, Universidad Pontificia Comillas, España, 1993.

[Proakis & Manolakis, 98] Proakis, J. G. y Manolakis, D. G. "*Tratamiento digital de señales*". Tercera edición, Pp. 1048, *Prentice Hall*, Madrid, 1998.

[Rash, 98] Rash, A. "*Power quality and harmonics in the supply network: a look at common practices and standards*", IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference, Vol. 2, Págs. 1219–1223, 1998.

[Rodríguez & Uribe, 03] Rodríguez, Juan; Uribe, Olga. "*Propuesta de Norma Técnica Colombiana de Medición de Armónicos*".Tesis de grado. Dirigida por Gabriel Ordóñez Plata. Pp. 184, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga 2003.

[Santoso & Hoffman, 96] Santoso, Surya; Hoffman, Peter. "*Power quality assessment via Wavelet transform analysis*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, No. 2, April 1996.

[Stones, 00] Stones, J. "An independent view of power quality monitoring", IEE Seminar on power quality, 2000.

[Styvaktakis et al, 01] Styvaktakis, E.; Gu, I.Y.H.; Bollen, M.H.J. "*Voltage dip detection and power system transients*". IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, 2001, Volume: 1, 15-19 July 2001. Page(s): 683 -688.

[Styvaktakis, 02] Styvaktakis, Emmanouil., "*Automating power quality analysis*", Thesis for the degree of Doctor of Philosophy, Chalmers University of Technology, Sweden, 2002.

[Terence & Elangovan, 99] Terence, E.; Elangovan, S. "*Applications of Symlet for denoising and load forecasting*". IEEE Proceedings of Workshop on Signal Processing. 14-16, pag(s) 165-169. June, 1999.

[Wang, 99] Wang, Liancheng. "*Frequency responses of phasor-based microprocessor relaying algorithms*", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, no. 1, pp. 98-105, January 1999.

[Xiangxun, 02] Xiangxun, Cheng. "*Wavelet based detection, localization, quantification and classification of short duration power quality disturbances*". IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2002, Vol. 2, 2002.

[Zheng et al, 99] Zheng, Tongxin; Makran, Elham; Girgis, Adly. "*Power system transient and harmonic studies using wavelet transform*". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, N^{o} 4, October 1999.

ANEXO A. ECUACIONES DE LAS VENTANAS DE PONDERACIÓN

Las ecuaciones de las ventanas de ponderación son las siguientes:

Ventana rectangular:

$$v_R[n] = 1 \qquad para \quad 0 \le n \le L-1 \tag{87}$$

Ventana *Hanning*:

$$v_{HN}[n] = 0{,}5 - 0{,}5Cos\left(\frac{2p\ n}{L-1}\right) \qquad para \quad 0 \le n \le L-1 \tag{88}$$

Ventana *Hamming*:

$$v_{HM}[n] = 0{,}54 - 0{,}46Cos\left(\frac{2p\ n}{L-1}\right) \qquad para \quad 0 \le n \le L-1 \tag{89}$$

Ventana *Bartlett* (triangular):

$$v_{BR}[n] = \begin{cases} \dfrac{2n}{L-1} & para \ \ 0 \le n \le \dfrac{L-1}{2} \\ 2 - \dfrac{2n}{L-1} & para \ \dfrac{L-1}{2} < n \le L-1 \end{cases} \tag{90}$$

Ventana *Blackman*:

$$v_{BK}[n] = 0{,}42 - 0{,}5Cos\left(\frac{2p\ n}{L-1}\right) + 0{,}08Cos\left(\frac{4p\ n}{L-1}\right) \qquad para\ 0 \le n \le L-1 \tag{91}$$

La transformada de *Fourier* de cada una de las ventanas de ponderación mencionadas corresponde a:

Ventana rectangular:

$$V_R\left(e^{jw}\right) = \frac{Sen\left(wL/2\right)}{Sen\left(w/2\right)} e^{-j\frac{w(L-1)}{2}} \tag{92}$$

Ventana *Hanning*:

$$V_{HN}\left(e^{jw}\right)=\frac{1}{2}V_R\left(e^{jw}\right)-\frac{1}{4}\left[V_R\left(e^{j\left(w-\frac{2p}{L-1}\right)}\right)+V_R\left(e^{j\left(w+\frac{2p}{L-1}\right)}\right)\right] \tag{93}$$

Ventana *Hamming*:

$$V_{HM}\left(e^{jw}\right)=0{,}54V_R\left(e^{jw}\right)-0{,}23\left[V_R\left(e^{j\left(w-\frac{2p}{L-1}\right)}\right)+V_R\left(e^{j\left(w+\frac{2p}{L-1}\right)}\right)\right] \tag{94}$$

Ventana *Bartlett* (triangular):

$$V_{BR}\left(e^{jw}\right)=\frac{2}{L-1}\left(\frac{Sen\left(\frac{w(L-1)}{4}\right)}{Sen(w/2)}\right)^2 e^{-j\frac{w(L-1)}{2}} \quad para\ L\ impar \geq 5$$

$$V_{BR}\left(e^{jw}\right)=\frac{2}{L-1}\left(\frac{Sen\left(\frac{wL}{4}\right)}{Sen(w/2)}\right)\left(\frac{Sen\left(\frac{w(L-2)}{4}\right)}{Sen(w/2)}\right)e^{-j\frac{w(L-1)}{2}} \quad para\ L\ par \geq 4 \tag{95}$$

Ventana *Blackman*:

$$V_{BK}\left(e^{jw}\right)=0{,}42V_R\left(e^{jw}\right)-\frac{1}{4}\left[V_R\left(e^{j\left(w-\frac{2p}{L-1}\right)}\right)+V_R\left(e^{j\left(w+\frac{2p}{L-1}\right)}\right)\right]+\frac{1}{25}\left[V_R\left(e^{j\left(w-\frac{4p}{L-1}\right)}\right)+V_R\left(e^{j\left(w+\frac{4p}{L-1}\right)}\right)\right] \tag{96}$$

Las transformadas de *Fourier* de las ventanas *Hanning, Hamming* y *Blackman* corresponden a los espectros de modulaciones de amplitud de la ventana rectangular. La ventana *Bartlett* (triangular), se puede interpretar como la convolución de dos ventanas rectangulares; por lo tanto, su transformada de *Fourier* tiene forma *sinc* al cuadrado. Para utilizar estas ventanas en la estimación de componentes de frecuencia con el algoritmo DFT en tiempo real, es necesario normalizarlas de tal forma que su transformada de *Fourier* sea uno (1) para la frecuencia cero. Es decir, se requiere dividir la ventana por la sumatoria de todas las muestras de la ventana.

ANEXO B. ECUACIONES DE LA GANANCIA DE *KALMAN* Y DE LA COVARIANZA DEL ERROR

El error en el estado estimado sin considerar la medición se define como:

$$e[n] = x[n] - \hat{x}[n] \tag{97}$$

La matriz de covarianza asociada a este error es:

$$P[n] = E\{e[n]e^T[n]\} = E\{(x[n] - \hat{x}[n])(x[n] - \hat{x}[n])^T\} \tag{98}$$

Donde *E{a}* representa el valor esperado de *a.*

La estimación del estado se corrige con una medición del error de la siguiente forma:

$$\overset{+}{x}[n] = \hat{x}[n] + K[n]\left(z[n] - H[n]\hat{x}[n]\right) \tag{99}$$

Donde *K[n]* es la ganancia de *Kalman*.

La covarianza del error asociado a la estimación corregida será entonces:

$$\begin{aligned}
&\overset{+}{P}[n] = E\{\overset{+}{e}[n]\overset{+}{e}^T[n]\} = E\{(x[n] - \overset{+}{x}[n])(x[n] - \overset{+}{x}[n])^T\} \\
&\overset{+}{P}[n] = E\{[(x[n] - \hat{x}[n]) - K[n](H[n]x[n] + v[n] - H[n]\hat{x}[n])] \\
&\qquad [(x[n] - \hat{x}[n]) - K[n](H[n]x[n] + v[n] - H[n]\hat{x}[n])]^T\}
\end{aligned} \tag{100}$$

Ahora, realizando la operación de valor esperado (*E{}*) y teniendo en cuenta que el error en la estimación sin considerar la medición ($x[n] - \hat{x}[n]$) no está correlacionado con el ruido de la medición *v[n]*, se tiene que:

$$\overset{+}{P}[n] = \left(I - K[n]H[n]\right)P[n]\left(I - K[n]H[n]\right)^T + K[n]R[n]K^T[n] \tag{101}$$

Donde *R[n]* es la matriz de covarianza del ruido de la medición *v[n]*.

La ecuación anterior es una ecuación general que permite actualizar la covarianza del error para cualquier valor de ganancia de *Kalman* sea éste óptimo o no.

El problema de optimización consiste, entonces, en minimizar los términos de la diagonal principal de la matriz $\overset{+}{P}[n]$, ya que estos términos corresponden a la varianza de los errores en la estimación de los elementos del vector de estado.

Para llevar a cabo la optimización se empleará el método de completar el cuadrado. En adelante no se indicará la dependencia del tiempo de las variables para evitar notación innecesaria. Por lo tanto, la Ecuación (101) se rescribe de la siguiente forma:

$$\overset{+}{P} = (I - KH)P(I - KH)^T + KRK^T \tag{102}$$

Esta ecuación se puede expandir como sigue:

$$\overset{+}{P} = P - KHP - PH^T K^T + K(HPH^T + R)K^T \tag{103}$$

De la ecuación anterior se puede notar que existe una dependencia cuadrática con respecto a *K*. Considerando que el término (KPH^T+R) es simétrico y definido positivo, y que se puede expresar como:

$$SS^T \equiv HPH^T + R \tag{104}$$

La Ecuación (103) se puede escribir así:

$$\overset{+}{P} = P - KHP - PH^T K^T + KSS^T \tag{105}$$

Nótese que el término SS^T no depende de *K*.

Ahora se completa el cuadrado para escribir la siguiente ecuación:

$$\overset{+}{P} = P + (KS - A)(KS - A)^T - AA^T \tag{106}$$

En la ecuación anterior la matriz *A* no depende de *K*. Si tal ecuación se compara término a término con la Ecuación (105), se concluye que la siguiente igualdad debe cumplirse:

$$KSA^T + AS^T K^T = KHP + PH^T K^T \tag{107}$$

Se puede ahora verificar que si:

$$A = PH^T (S^T)^{-1} \tag{108}$$

entonces la Ecuación (107) se satisface y la Ecuación (106) es equivalente a la Ecuación (105).

El término central de la Ecuación (106) es el único que depende de *K* y como es el producto de una matriz por su transpuesta; se puede asegurar que los elementos de la diagonal principal de este término serán no negativos. Por lo tanto, para minimizar $\overset{+}{P}[n]$ en la Ecuación (106), el término central debe ser cero. Consecuentemente, se debe calcular *K* de la siguiente ecuación:

$$KS = A \tag{109}$$

Reemplazando la Ecuación (108), se obtiene que:

$$K = PH^T\left(SS^T\right)^{-1} \tag{110}$$

Reemplazando la Ecuación (104) y considerando nuevamente la dependencia del tiempo, se tiene finalmente que la ganancia de *Kalman* se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$K[n] = P[n]H[n]^T\left(H[n]P[n]H^T[n] + R[n]\right)^{-1} \tag{111}$$

Ahora la matriz de covarianza del error asociado con la estimación óptima puede ser calculada reemplazando la ganancia de *Kalman* en la Ecuación (103) para obtener:

$$\begin{aligned}\overset{+}{P}[n] &= P[n] - P[n]H^T[n]\left(H[n]P[n]H^T[n] + R[n]\right)^{-1}H[n]P[n] \\ \overset{+}{P}[n] &= P[n] - K[n]\left(H[n]P[n]H^T[n] + R[n]\right)K^T[n] \\ \overset{+}{P}[n] &= \left(I - K[n]H[n]\right)P[n]\end{aligned} \tag{112}$$

La ecuación anterior es válida solamente para la ganancia de *Kalman* óptima dada en la Ecuación (111).

Una vez corregida la estimación del vector de estados utilizando el vector de señales medidas (*z[n]*), se puede estimar el siguiente estado despreciando la señal de ruido *w[n]* ya que ésta tiene valor medio cero y no está correlacionada con sus valores anteriores.

$$\hat{x}[n+1] = f[n]\overset{+}{x}[n] \tag{113}$$

El error de esta estimación se puede expresar así:

$$e[n+1] = x[n+1] - \hat{x}[n+1]$$
$$e[n+1] = (f[n]x[n] + w[n]) - f[n]\overset{+}{x}[n] \quad (114)$$
$$e[n+1] = f[n]\overset{+}{e}[n] + w[n]$$

Como *w[n]* y $e^{+}[n]$ no están correlacionados, entonces la covarianza del error en la estimación proyectada con la Ecuación (113) se puede escribir como sigue:

$$P[n+1] = E\{e[n+1]e^{T}[n+1]\}$$
$$P[n+1] = E\{(f[n]\overset{+}{e}[n] + w[n])(f[n]\overset{+}{e}[n] + w[n])^{T}\} \quad (115)$$
$$P[n+1] = f[n]\overset{+}{P}[n]f^{T}[n] + Q[n]$$

Donde *Q[n]* es la matriz de covarianza de la señal de ruido blanco *w[n]*.

Ahora se cuentan con las cantidades necesarias en el tiempo *n+1* para asimilar la medición de la señal realizada en este mismo tiempo. Finalmente las Ecuaciones (99), (111), (112), (113) y (115) conforman las ecuaciones del algoritmo recursivo de filtrado *Kalman*.

ANEXO C. IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB DEL ALGORITMO DE FILTRADO *KALMAN*

```
close all
clear all
%Datos de entrada

f=60;                %frecuencia nominal de la señal
fs=128*f;            %frecuencia de muestreo
z=cos(2*pi*f*(0:639)/fs);     %señal de entrada (5 Ciclos)
tsim=length(z);      %tiempo de simulación
N=20;                %Máximo orden de armónico (Orden del filtro)
zq2=0.4;             %Covarianza del ruido
zv2=1e-5;            %Covarianza del ruido de medición

%Generación de matrices
%Matriz de covarianza del ruido
q=zq2*eye(2*N);
n=1:N;
%Matriz de transición
mt=zeros(2*N);
argumento=n*2*pi*f/fs;
valor1=cos(argumento);
valor2=sin(argumento);
for indice=1:N;
   posicion=2*indice-1;
   mt(posicion,posicion)=valor1(indice);
   mt(posicion+1,posicion+1)=valor1(indice);
   mt(posicion+1,posicion)=valor2(indice);
   mt(posicion,posicion+1)=-valor2(indice);
end
indice=[];
%Matriz de medición (H)
h=rem(1:2*N,2);
%Estado inicial
x=zeros(2*N,1);
x(1,1)=0.0;
x(2,1)=0.0;
%Covarianza inicial del error (P)
p=q;

%Filtrado kalman
for indice=1:tsim;
   k=p*h.'*(h*p*h.'+zv2)^(-1);%Ganancia de kalman
   myk(:,:,indice)=k;         %arreglo para almancenar las k
   x=x+k*(z(indice)-h*x);     %Corrección del estado con la medicion
   p=(eye(2*N)-k*h)*p;        %Covarianza del error del estado corregido
   %amplitud del fundamental
   fundamental(1,indice)=sqrt(x(1,1)^2+x(2,1)^2);
   %Covarianza de los estados del fundamental
   covarianza(indice,1:2)=[p(1,1) p(2,2)];
```

```
   %Covarianza de la medicion z[n]
   zcovarianza(indice)=h*p*h.';
   %Estimacion del siguiente estado
   for indice1=1:N
      posicion=2*indice1-1;
      x(posicion:(posicion+1))=mt(posicion:(posicion+1),…
      posicion:(posicion+1))*x(posicion:(posicion+1));
   end
   p=mt*p*mt.'+q;    %Cov. del error del siguiente estado estimado
end

%resultados
plot(fundamental)
title('amplitud del fundamental');
figure
plot(covarianza)
title('covarianza del error de los estados');
```