

**CONSIDERACIONES PARA EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE
OPTIMIZACIÓN DEL AISLAMIENTO DE LA RADIACIÓN SOLAR A PARTIR
DEL RECUBIERTO VEGETAL DE LA ENVOLVENTE DE VIVIENDAS DE
INTERÉS SOCIAL.**

**NESTOR ALEJANDRO BALAGUERA CASTRO
FABIO ANDRÉS HERNÁNDEZ MUÑOZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2013

**CONSIDERACIONES PARA EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE
OPTIMIZACIÓN DEL AISLAMIENTO DE LA RADIACIÓN SOLAR A PARTIR
DEL RECUBIERTO VEGETAL DE LA ENVOLVENTE DE VIVIENDAS DE
INTERÉS SOCIAL.**

**NESTOR ALEJANDRO BALAGUERA CASTRO
FABIO ANDRÉS HERNÁNDEZ MUÑOZ**

**Trabajo de grado para optar por el título de
Ingeniero Electricista**

**Director
GERMAN ALFONSO OSMA PINTO
Ingeniero Electricista - Ingeniero Industrial**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2013

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	15
1. VIVIENDAS DE INTERÉS SOCIAL Y USO RACIONAL DE LA ENERGÍA (URE) EN COLOMBIA	16
1.1 EL EFECTO DE LA ISLA DE CALOR.....	17
1.2 POTENCIAL DE APLICACIÓN DE LOS TECHOS VERDES A LAS VIVIENDAS DE INTERÉS SOCIAL.....	19
1.3 DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN.....	19
2. TECHOS VERDES: ESTADO DEL ARTE	21
2.1 CONOCIMIENTOS PREVIOS.....	22
2.2 MODELOS EXPERIMENTALES.....	23
2.3 MODELOS COMPUTACIONALES.....	25
2.4 MODELOS MATEMÁTICOS.....	25
2.5 BASE TEÓRICA DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS PRESENTADOS	27
3. GENERALIDADES DE LAS CUBIERTAS VEGETALES.....	29
3.1 CAPA VEGETAL	30
3.2 SUSTRATO	32
3.3 CAPAS ABIÓTICAS	34
3.4 INTERCAMBIOS DE CALOR Y DE ENERGÍA.....	36
3.4.1 Transferencia de calor por radiación.....	36
3.4.2 Transferencia de calor por conducción.....	39
3.4.3 Transferencia de calor por convección.....	41
3.4.4 Calor sensible y latente	42

4.	MODELADO POR ADMITANCIAS.....	45
4.1	ANALOGÍA TERMOELÉCTRICA.....	45
4.2	NODOS DE TEMPERATURA	48
4.3	FUENTES DE ENERGÍA.....	49
4.3.1	Fuentes de corriente independiente.....	50
4.3.2	Fuentes de tensión independiente	54
4.3.3	Fuentes de corriente dependiente.....	56
4.4	ELEMENTOS PASIVOS.....	58
4.4.1	Admitancia a la conducción	59
4.4.2	Admitancia a la convección	62
4.4.3	Admitancia a la transferencia de calor sensible	64
4.4.4	Admitancia al calor latente.....	68
4.4.5	Modelado de capacitancias	73
4.5	EXPRESIONES MATEMÁTICAS DEL MODELO	81
5.	CONSIDERACIONES PARA LA OPTIMIZACIÓN DEL PROBLEMA DE AISLAMIENTO TÉRMICO	83
5.1	FUNCIÓN OBJETIVO.....	84
5.2	RESTRICCIONES.....	85
5.2.1	Costos de construcción y mantenimiento.....	85
5.2.2	Confort térmico	89
5.2.3	Aplicación a edificaciones existentes.....	89
6.	CONCLUSIONES Y RESULTADOS.....	90
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	91

ÍNDICE DE TABLAS

		<i>Pág.</i>
Tabla 1.	Materiales recomendados para la construcción de las VIS	98
Tabla 2.	Enfoques del valor de la corriente por transferencia de radiación	103
Tabla 3.	Valores de presión para el cambio de variable de temperatura por medio de la constante psicrométrica	105

ÍNDICE DE FIGURAS

	<i>Pág.</i>
Figura 1. Efecto de isla de calor en el día	18
Figura 2. Efecto de isla de calor en la noche	18
Figura 3. Techos de común construcción en las grandes ciudades. Bucaramanga, Colombia.	21
Figura 4. Tipos de <i>Sedum</i> usados para la investigación	24
Figura 5. Capas de un techo verde, incluyendo las abióticas	29
Figura 6. Efecto de la absorción y la reflectividad de las plantas	31
Figura 7. Diferencias entre el flujo de calor de un techo verde con el sustrato seco, húmedo y techo con placa desnudo	34
Figura 8. Intensidad de flujo en función de la longitud de onda de la radiación	37
Figura 9. Temperatura del agua en función de la energía	43
Figura 10. Ejemplo de placa isotérmica	46
Figura 11. Techo verde del Edificio de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander	51
Figura 12. Incidencia de la radiación solar en un techo verde	53
Figura 13. Nodos de temperatura con sus fuentes de corriente independiente	54
Figura 14. Fuente independiente de tensión que representa la temperatura ambiente	55
Figura 15. Integración de las fuentes dependientes al circuito	57
Figura 16. Planteamiento de las admitancias por conducción	60
Figura 17. Integración de las resistencias por conducción al circuito modelo	61

Figura 18.	Integración de la admitancia a la convección al circuito modelo	63
Figura 19.	Integración de las admitancias por calor sensible al circuito modelo	67
Figura 20.	Integración de las admitancias al calor latente al circuito modelo	72
Figura 21.	Modelado de la capacitancia y de la admitancia a la conducción para el sustrato	76
Figura 22.	Modelado de la capacitancia y la admitancia a la conducción para cada capa abiótica	78
Figura 23.	Cambio de equivalencias para las capacitancias y admitancias a la conducción	79
Figura 24.	Integración de las equivalencias para las capacitancias y admitancias a la conducción al circuito modelo	80
Figura 25.	Irrigación casera por mangueras y botellas plásticas	88
Figura B1.	Integración de las admitancias por radiación al circuito modelo	101
Figura B2.	Valores de la radiación total por la ecuación de Stefan-Boltzmann y la aproximación de serie de Taylor	102
Figura C1.	Relación lineal entre la presión de vapor (Pa) y la temperatura (K) para encontrar una constante psicrométrica aproximada	105
Figura C2.	Relación lineal entre la temperatura (K) y la presión de vapor (Pa) para encontrar una constante psicrométrica aproximada	106

ÍNDICE DE ANEXOS

	<i>Pág.</i>
Anexo A. Materiales recomendados para la construcción de las VIS	98
Anexo B. Aproximación lineal a la transferencia de calor por radiación emitida	99
Anexo C. Aproximación a la constante psicrométrica	104
Anexo D. Nomenclatura utilizada	108

RESUMEN

TITULO: CONSIDERACIONES PARA EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DEL AISLAMIENTO DE LA RADIACIÓN SOLAR A PARTIR DEL RECUBIERTO VEGETAL DE LA ENVOLVENTE DE VIVIENDAS DE INTERÉS SOCIAL

AUTORES: BALAGUERA CASTRO NESTOR ALEJANDRO**
HERNÁNDEZ MUÑOZ FABIO ANDRÉS**

PALABRAS CLAVES: Techos Verdes, Aislamiento térmico, Viviendas de interés social, Recubiertas vegetales, modelado por admitancias, analogía termoeléctrica.

DESCRIPCIÓN:

La finalidad de éste trabajo es presentar en forma clara y técnica algunas consideraciones pilares para el problema del aislamiento térmico en viviendas de interés social a partir de techos verdes; recordando que la principal ventaja que presentan estos recubiertos en la envolvente de las edificaciones es que parte de la energía que proviene de la radiación solar que impacta a la estructura, es empleada en cambio de estado del agua presente en las distintas capas del techo verde y de esta manera, se reduce la energía en forma de calor transmitida hacia el interior de las viviendas.

La primera parte del trabajo de grado recopila información pertinente de varias publicaciones científicas en bases de datos (p.e. SCOPUS, IEEE y ELSEVIER) y de esta forma presentar diversos modelos matemáticos para los techos verdes y con base en esto, abordar una analogía entre el fenómeno térmico y el fenómeno eléctrico conocida como analogía termoeléctrica.

Luego, basados en los modelos matemáticos recopilados y en la analogía termoeléctrica, se presenta un modelo circuital definido como modelado por admitancias que permite representar los elementos físicos y fenómenos térmicos como elementos y fenómenos eléctricos, para de esta manera, facilitar un estudio del flujo de calor en los techos verdes mediante técnicas para la solución de circuitos eléctricos.

* Proyecto de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones

ABSTRACT

TITLE: PROPOSAL CONSIDERATIONS FOR THE OPTIMIZATION OF SOLAR RADIATION ISOLATION A PART FROM THE USE OF GREEN ROOFS IN LOW-INCOME HOUSING.*

AUTHORS: BALAGUERA CASTRO NESTOR ALEJANDRO**
HERNÁNDEZ MUÑOZ FABIO ANDRÉS**

KEY WORDS: Green roof, thermal isolation, low-income housing, admittance model, thermal-electrical analogy.

DESCRIPCIÓN:

The goal of this work is to present in a clear and technical way some key considerations for the problem of thermal isolation in low-income housing resulting from green roofs, keeping in mind that the principal advantage of green roofs is that the interior of the structure remains cooler due to the roofing material having water within the layers which absorbs the energy via phase transformation.

The initial work will be background research of various relevant scientific publications in databases (i.e. SCOPUS, IEEE y ELSEVIER). This research will be used to form diverse mathematical models for green roofs and construct an analogy between thermal characteristics and electrical characteristics known as a thermal-electric analogy.

Subsequently, based on the background research, the mathematical models and the thermo-electric analogy, a circuital model, specifically an admittance model, will be presented. This model represents the thermal characteristics as electrical characteristics and therefore will allow the calculation of the thermal flow between layers and ultimately the thermal flow that reaches the interior.

* Research degree work

** Department of Physical-Mechanical Engineerings. School of Electrical, Electronic and Telecommunications Engineering

Advisor: German Alfonso Osma Pinto, Eng.

INTRODUCCIÓN

La radiación solar que impacta sobre la envolvente de las edificaciones es la principal fuente de calor en la misma. La gran mayoría de este calor pasa hacia el interior de la edificación debido a la transferencia de calor por conducción y de esta manera, la temperatura del recinto se eleva y dificulta una sensación de confort para los ocupantes [7,39].

Los materiales regularmente empleados en las envolventes de las edificaciones tienen propiedades desfavorables para un efectivo aislamiento térmico como baja reflectividad y alta absorción; por lo que se busca la implementación de algún mecanismo que ofrezca mayor resistencia al flujo de calor y que además de esto facilite la disipación de calor mediante mecanismos alternos [18,53].

En los techos verdes la vegetación y el medio que permite su crecimiento (sustrato) tienen la propiedad de disipar calor a partir de la evapo-transpiración, al usar la energía de radiación que alcanza la edificación para cambiar la fase del agua presente en la cubierta vegetal de líquido a gaseoso [19,34].

Además de la evidente mejora en el aislamiento térmico de la edificación, los techos verdes también proveen una eficiente y sostenible estrategia para tratar varios problemas ambientales asociados con la urbanización a un costo económico aceptable. Estos incluyen la reducción de la descarga de agua de las edificaciones en condición de lluvias, disminución del concreto expuesto a radiación solar en los cascos urbanos, reducción del consumo de energía y extensión de la vida útil de la envolvente estructural de las edificaciones [23,36], [29].

Las cubiertas vegetales son una técnica pasiva de enfriamiento que impide el impacto directo de la radiación solar sobre la envolvente de la edificación; como su nombre lo indica, están conformados por una capa de vegetación y una serie de capas que permiten el crecimiento de las plantas. Estas capas están compuestas por un sustrato liviano puesto sobre una capa de drenaje y una membrana impermeable que protege la estructura de la edificación [38,39].

1. VIVIENDAS DE INTERÉS SOCIAL Y USO RACIONAL DE LA ENERGÍA (URE) EN COLOMBIA

La vivienda de interés social (VIS) es aquella vivienda dirigida a las familias que devengan menos de cuatro salarios mínimos mensuales legales vigentes (SMMLV); cuenta con un subsidio de vivienda otorgado por las cajas de compensación familiar y el gobierno nacional. El valor máximo de la VIS es de 135 SMMLV, es decir, \$ 79 582 500¹ [10].

De acuerdo con el artículo 3º del Decreto 2501 de 2007, los Ministerios de Ambiente, Vivienda y Desarrollo Territorial y Minas y Energía establecen los parámetros técnicos en relación con el uso eficiente y racional de energía, a ser aplicados en el diseño y la construcción de las VIS que reciban subsidios del Presupuesto Nacional.

Con la expedición del Reglamento Técnico de Instalaciones Eléctricas – RETIE y el Reglamento Técnico de Iluminación y Alumbrado Público – RETILAP, se dispone de requisitos básicos en materia de pérdidas de energía en las instalaciones eléctricas, así como de sistemas eficientes de iluminación y de confort térmico [3].

¹El SMMLV para el año 2013 es de \$ 589 500 COP.

El aislamiento térmico de una VIS se ve afectado por los materiales de construcción y su inercia térmica, que se define como el tiempo que se tarda en fluir el calor desde o hacia el interior de la edificación, de ahí que, en edificaciones de clima frío se recomienda el uso de materiales con alta inercia térmica; mientras que en aquellas viviendas en clima cálido y húmedo, se recomiendan materiales ligeros y de poca capacidad térmica [18].

En [18] se presenta información sobre materiales recomendados para la construcción de las VIS en diferentes climas, la Tabla A1 se muestra en el anexo A.

1.1 EL EFECTO DE LA ISLA DE CALOR

Debido a la expansión constante a escala global de la urbanización, cada vez hay más demanda de espacio para la construcción de edificaciones, por lo que el uso de las cubiertas vegetales ha surgido como una solución práctica para disminuir el impacto ambiental sobre las zonas construidas; puesto que en varios lugares, incluido el norte de Europa, se considera que la vegetación es vital para reducir la temperatura del aire en toda la ciudad [21,29]; tal aumento es conocido con el efecto de isla de calor [21].

Este fenómeno se produce principalmente por la gran cantidad de concreto y pavimento de las ciudades y su alta absorción de calor, también por el aumento poblacional y de vehículos, que elevan la temperatura media en los centros urbanos como se ve en la Figura1.

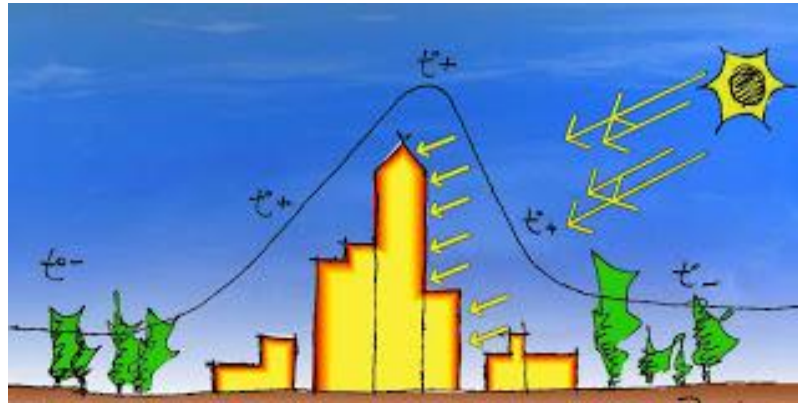


Figura1. Efecto de isla de calor en el día [48].

Esta elevación de temperatura se mantiene incluso en la noche, cuando el concreto libera el calor absorbido durante el día, como se ve en la Figura 2.

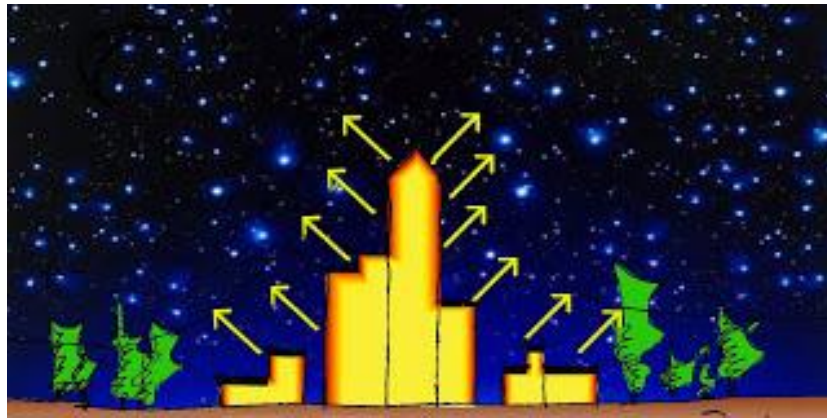


Figura2. Efecto de isla de calor en la noche [48].

Las zonas verdes como los parques naturales o los techos verdes, son de gran ayuda para prevenir este efecto, evitando la absorción del calor y ayudando a expulsarlo mediante la fotosíntesis y la evapo-transpiración² [52].

²Se define la evapo-transpiración como la pérdida de humedad de una superficie por evaporación directa junto con la pérdida de agua por transpiración de la vegetación [25].

1.2 POTENCIAL DE APLICACIÓN DE LOS TECHOS VERDES A LAS VIVIENDAS DE INTERÉS SOCIAL

Una alternativa para mejorar el confort térmico de las VIS desde el punto de vista constructivo son los techos verdes, siendo una propuesta innovadora, eficiente, estética y amigable con el ambiente.

Sin embargo, desde una perspectiva financiera la implementación de cubiertas vegetales en las VIS supone un costo promedio de \$300000 COP por metro cuadrado³, además de que se debe tener en cuenta que la implementación de un techo verde en una VIS ya construida, supondría unas modificaciones estructurales poco prácticas; razón por la cual se considera sólo viable para VIS a construirse.

Para evaluar parte de la viabilidad técnica y financiera de la implementación de cubiertas vegetales a las VIS, se busca ofrecer en este trabajo de grado un enfoque de análisis desde el área de la ingeniería eléctrica.

1.3 DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Las zonas residenciales de las ciudades se ven estratificadas según los ingresos de sus habitantes [15]. Para el problema del aislamiento térmico en las viviendas, la aplicación de techos verdes puede ser muy accesible para los estratos con ingresos altos, pero se considera un costo considerable para los bajos estratos.

Por esto, en este trabajo de grado se establecen consideraciones técnicas que permiten abordar una posterior optimización del aislamiento térmico y reducción

³Este costo podría disminuir si se aplica esta tecnología de manera intensiva [4]

de los costos de aplicación de una cubierta vegetal; así, esta herramienta podría ser viable en las zonas residenciales sin importar su estrato.

Para el desarrollo de estas consideraciones se recopiló información técnica de diferentes bases de datos con publicaciones científicas que exponen el comportamiento térmico de las cubiertas vegetales mediante modelos matemáticos.

Seguido a esta revisión se propuso un circuito eléctrico análogo al comportamiento térmico de una cubierta vegetal mediante el modelado por el método de admitancias. Para esto se hace necesario abordar el balance energético e identificar las variables involucradas en éste, como la radiación solar, humedad, temperatura, entre otros, que tendrán cabida en el circuito propuesto.

En este trabajo de investigación se presentan generalidades de las cubiertas vegetales y su comportamiento térmico, también se revisó la analogía termoeléctrica que es base para el modelado por admitancias para finalmente proponer las consideraciones pertinentes para la posterior optimización.

2. TECHOS VERDES: ESTADO DEL ARTE

Los techos en las grandes ciudades está compuesto por una placa de concreto o por tejas de barro, asbesto o zinc como estrategias de seguridad y protección ante lluvias y radiación solar directa [18].

La Figura 3 muestra una zona aleatoria de la ciudad de Bucaramanga (Colombia), en donde se ven 3 tipos comunes de techos: tejas de asbesto, de barro y la placa desnuda



Figura 3. Techos de común construcción en las grandes ciudades. Bucaramanga, Colombia.

Estos techos son térmicamente ineficientes ya que tienen un coeficiente de absorción elevado, lo que ocasiona un aumento de la temperatura del recinto interior tanto en el periodo diurno como nocturno. [4]; esto se debe a sus bajos coeficien-

tes de reflectividad y a que solo existe transferencia de calor por convección (ver sección 3.4.3) [11].

Un techo verde posee también estas características de reflectividad y convección; sin embargo, su efectividad térmica se debe a las pérdidas de calor por fotosíntesis y evapo-transpiración de las plantas y del sustrato [11], además de la transferencia de calor sensible (ver sección 3.4.4).

2.1 CONOCIMIENTOS PREVIOS

Cuando se habla de techos verdes se piensa que es una alternativa de tipo ecológico al gran crecimiento de las ciudades que consiste en construir “jardines” estéticamente agradables, que sirven para renovar las zonas verdes que se pierden por la constante construcción de edificaciones y que además combaten la contaminación. Aunque esto sea cierto, comúnmente se ignoran otras problemáticas que los techos verdes ayudan a mejorar.

Las cubiertas vegetales a nivel general son poco conocidas, pero en ámbitos técnicos, industriales y académicos son considerados como una herramienta para mantener una temperatura estable en una edificación aunque no se sepa cómo es su funcionamiento.

Todos estos conceptos se verán corregidos y profundizados en este documento permitiendo una mejor percepción de esta herramienta.

2.2 MODELOS EXPERIMENTALES

Para definir el funcionamiento que presenta un techo verde se han consultado publicaciones técnicas de diferentes bases de datos, tales como *IEEE* y *ELSEVIER* donde se describen las generalidades y comportamientos térmicos para lograr un entendimiento previo a la descripción de las consideraciones para un posterior trabajo de investigación en optimización.

El primer campo de consulta fueron aquellas publicaciones en donde se expusieran las medidas tomadas a los diferentes techos, se planteara una hipótesis y se corroborara a partir de nuevas mediciones. Se prefirieron aquellas publicaciones cuyos estudios se realizaron en entornos tropicales, aunque esto no significa que se rechazaron las que no cumplían con este requisito.

En [39] se realizó una investigación del comportamiento térmico en una edificación cuya envolvente estaba compuesta por un techo metálico con paneles solares, unas tejas cerámicas y un techo verde. Se tomaron temperaturas de las capas superficiales a diferentes horas del día, en donde se comprobó que el techo verde tenía la menor de las tres y aunque existiera un sistema de paneles solares en el techo metálico, esta temperatura se mantenía a la par con las tejas cerámicas.

En cuanto a las mediciones de flujo de calor hacia el recinto, el techo verde siempre mostró un valor positivo para las temperaturas bajas, es decir, mantenía un flujo de calor hacia el recinto para evitar pérdidas de temperatura.

Este techo también mostró flujos negativos para los picos de temperatura, lo que demuestra que el techo verde evacúa el flujo de calor evitando el recalentamiento del recinto, mientras que los otros tipos de techo mantenían un perfil proporcional a la temperatura ambiente, calentando del recinto cuando la temperatura aumentaba y enfriándolo en el caso contrario, lo que concluye la efectividad térmica del

techo verde comparándolo con otros sistemas de aislamiento; incluso, contra una alternativa “verde”.

En [12] se muestra la diferencia en el aislamiento de tres diferentes especies de vegetación como se muestra en la Figura 4. El *Sedum* es el tipo de vegetación comúnmente usado en las cubiertas vegetales (ver sección 3.1), con tres diferentes tipos de sustrato; logrando así, 9 combinaciones de techo verde que fueron estudiadas para analizar su eficiencia térmica.



Figura 4. Tipos de *Sedum* usados para la investigación en [12]

Este estudio concluye que no toda la vegetación usada en las cubiertas vegetales tiene el mismo efecto; por lo tanto, demuestra que existen alternativas de elección para una posterior optimización.

Y de manera final, en [29] se estudia la importancia de las capas abióticas en el techo verde y en la transferencia de calor del mismo, mediante el diseño de un experimento en donde se tienen tres muestras a analizar.

La primera incluye sólo el sustrato, la segunda involucra una capa de drenaje y la tercera le agrega una capa de fibra silicato para comparar las eficiencias térmicas de varios techos verdes.

En este estudio se demuestra la necesidad de una capa drenaje para evitar la saturación de agua en el sustrato y además que se puede utilizar una capa abiótica extra para aumentar la retención de agua y por consiguiente las pérdidas de calor por evapo-transpiración entre otros fenómenos térmicos aunque esto involucre más costos de construcción.

2.3 MODELOS COMPUTACIONALES

El segundo caso consultado se refiere a aquellas investigaciones que representan un modelado matemático elaborado, experimentación, toma de muestras y monitoreo continuo, involucrando programación computacional para recopilar y analizar toda esta información. Entre las herramientas utilizadas para estos estudios se encuentran plataformas computacionales como *Energy-plus* [11,16,41] y *Building-Desing* [8,26,40] e instrumentación de medida y monitoreo.

2.4 MODELOS MATEMÁTICOS

Los modelos matemáticos propuestos por los diferentes investigadores son el caso más importante de consulta, ya que de éstos parte el trabajo de este documento. Como resultado de esta revisión, se establecieron los modelos mostrados en las publicaciones [19,41] como base para este proyecto de grado; esto debido a las características técnicas de los modelos presentados.

En estas publicaciones se propone que el flujo de calor en un techo verde se divide para el sustrato y para la vegetación con modelos independientes, éstos flujos a su vez se dividen en flujo por radiación, por calor latente y por calor sensible, tal como se muestra en la expresión (1) para la parte vegetal y en la expresión (2) para el sustrato⁴.

$$(\rho c_p)_p d_p F \frac{dT_p}{dt} = R_{n,p} + H_p + L_p \quad (1)$$

En donde el lado izquierdo de la expresión (1) indica que se acumula el calor y se eleva la temperatura de las plantas y del aire a su alrededor que posteriormente será transmitido al sustrato; la parte derecha de la expresión muestra la sumatoria de los flujos por radiación, calor sensible y latente respectivamente [19].

$$(\rho c_p)_{s,\omega_g} \frac{\partial T_p}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} (R_{n,s} + H_s + L_s) \quad (2)$$

El lado izquierdo de la expresión (2) indica que el calor también es acumulado en el sustrato y en la parte derecha se realiza una derivada parcial con respecto a la profundidad del mismo ya que los flujos sólo afectan la capa superior del sustrato, elevando su temperatura superficial [19]

Estos modelos presentan los flujos de calor en las plantas y el sustrato, pero no aclaran sobre los demás componentes en un techo verde.

En [12] se propone que el flujo de calor debe ser tomado según su método de transferencia, es decir, si el flujo de calor se da por radiación, convección o conducción (ver sección 3.4); así, se tomaría en cuenta las pérdidas de calor que no corresponden al techo verde (características físicas del recinto) y que el flujo de calor es conducido hacia el interior de la edificación.

⁴Estas expresiones son las encontradas en [19], las expresiones de [41] son equivalentes pero están propuestas de diferente manera.

La propuesta de radiación de este autor se torna más sencilla y se presenta de la siguiente manera:

$$R = \alpha A(G_{ND} + G_d + G_r) - \sigma EA(T_s^4 - T_a^4) \quad (3)$$

En donde se tiene en cuenta que la transferencia por radiación se divide en radiación solar (primer componente de la expresión) y radiación emitida por ley de Stefan-Boltzmann (segundo componente de la expresión, ver sección 3.4.1). También que la radiación solar depende de la absorción α y del área vegetal y se divide en una componente normal directa G_{ND} , una difusa G_d y una reflejada G_r .

Finalmente en [12] se propone que el calor transmitido hacia el recinto es la diferencia entre el calor ganado por radiación y el calor perdido por convección:

$$q_{conducción} = q_{radiación} - q_{convección} \quad (4)$$

2.5 BASE TEÓRICA DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS PRESENTADOS

A continuación se presentan aportes teóricos o asunciones base para los modelos matemáticos ya expuestos:

- Flujos de calor netos al determinar el área expuesta en la cubierta vegetal [12]
- El techo verde debe ser analizado en régimen permanente y la inercia térmica del sustrato es despreciable [45].
- El aire entre las hojas de las plantas se considera uniforme y en proporciones constantes [41].

- La vegetación multicapa tiene características de radiación semitransparentes para ciertas longitudes de onda [22].
- La fotosíntesis tiene un efecto significativo y además se puede hallar la temperatura de las hojas [20].
- La temperatura no es uniforme en el techo verde, también existen campos de humedad a través de las hojas de las plantas [2].
- El aire entre la vegetación es térmicamente renovable [5].
- Modelado de los flujos de calor a través de las capas abióticas [30].
- La humedad y el balance del agua en los techos tropicales tienen un efecto significativo [28].

3. GENERALIDADES DE LAS CUBIERTAS VEGETALES

Una cubierta verde está constituida por un conjunto de capas, tales como el sustrato y la vegetación, además de las capas abióticas (Capa de drenaje, barrera contra raíces y membrana impermeabilizante), tal como se ve en la Figura 5.

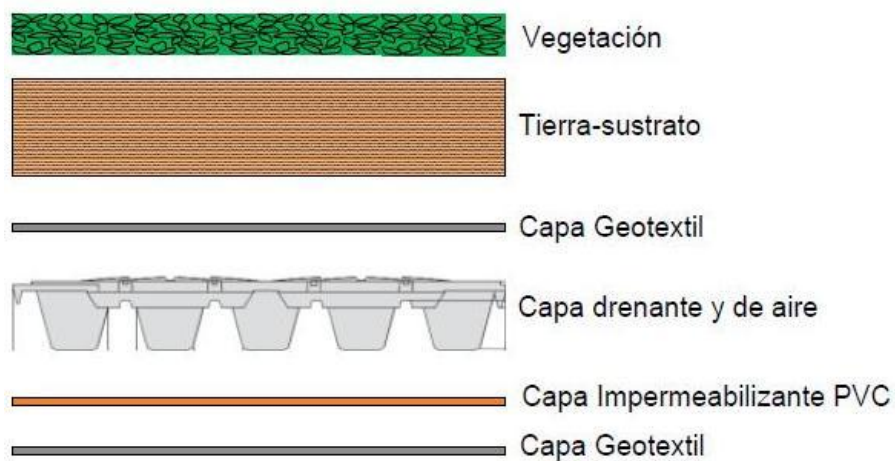


Figura 5. Capas de un techo verde, incluyendo las abióticas [38].

La capa de vegetación corresponde a la parte viva del techo verde, donde se encuentran las plantas que realizan parte del intercambio de calor con el entorno [42]; también es la parte visible; por lo tanto, una capa vegetal con buen mantenimiento se considera estéticamente agradable, dándole valor adicional al techo verde.

El sustrato determina la vida útil de la cubierta vegetal; debe ser liviano y nutritivo para un buen crecimiento de la capa vegetal, además de que también tiene un papel significativo en la transferencia de calor [19].

Finalmente, se encuentran las capas abióticas que protegen la construcción de aquellos efectos adversos como la penetración de raíces a la placa o la degradación de la misma por exceso de humedad [38].

3.1 CAPA VEGETAL

El *Sedum* es el género de planta más utilizado en la construcción de techos verdes, ya que brindan buena sombra al sustrato, no requieren mucho mantenimiento y se adaptan a periodos de sequía por su capacidad de almacenamiento de agua en sus hojas debido a su naturaleza carnosa [6].

Actualmente, se están realizando estudios para el uso de plantas perennes del género *Stachys* logrando avances significativos para los picos de temperatura que se pueden presentar; por ejemplo, en el medio día [6].

Las hojas de las plantas del género *Sedum* proporcionan un buen aislamiento térmico y por esto muestra altos coeficientes de transmitancia τ_s y reflectividad ρ_s y por consiguiente un bajo coeficiente de absorción μ , ya que

$$\mu = (1 - \tau_s - \rho_s) \tag{5}$$

Estos coeficientes miden la cantidad de radiación solar (φ_s) que transmite o deja seguir la planta, la que refleja y la que absorbe, respectivamente como se ve en la Figura 6.

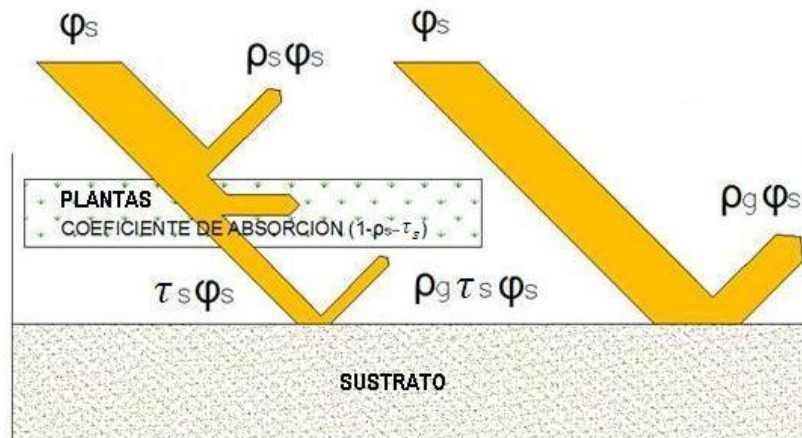


Figura 6. Efecto de la absorción y la reflectividad de las plantas [19].

El techo verde tiene ciertas características para el análisis térmico, entre ellas el dimensionamiento espacial, las propiedades necesarias para la transferencia de calor por radiación y las resistencias propias de las plantas.

En las características de dimensionamiento espacial se encuentra la cobertura vegetal fraccionada, que se define como la relación entre el área vegetal y el área total del techo verde. También está el índice de área foliar (*Leaf Area Index LAI*), que se utiliza para caracterizar la vegetación y se define como el tamaño de área de hoja verde por área de terreno [19], además es diferente para cada planta, para cada sistema y aplicación.

Para medir la transferencia de calor por radiación, todos los materiales tienen ciertas propiedades específicas, entre ellas la emisividad, que se define como la relación entre la habilidad de las plantas para irradiar energía térmica y la habilidad de irradiar que si éstas fueran un cuerpo negro. Se encuentra también el albedo⁵, que

⁵El albedo es una medida de la tendencia de una superficie a reflejar radiación incidente, se expresa en porcentaje. La reflectividad es un coeficiente que representa la razón entre la radiación reflejada e incidente de un material, se expresa con valores entre 0 y 1 y es una propiedad direccional [35].

es el porcentaje de radiación solar que la superficie de las hojas reflejan con respecto a la radiación incidente [19,41].

Por último, se encuentran las resistencias propias de cada planta, éstas son la resistencia aerodinámica y la resistencia estomática; la primera es la resistencia al cambio de humedad de la capa formada en la superficie de la hoja; y la segunda es la resistencia a la difusión de vapor desde las estomas a la atmósfera [41].

3.2 SUSTRATO

Si bien es cierto que la vegetación ayuda a la disipación de calor, es el tipo de sustrato y su profundidad lo que determina en mayor grado el nivel de aislamiento térmico [42].

La capa vegetal ayuda en la disipación de calor mediante la transpiración del agua a través de los estomas [1,47]. Sin embargo, un sustrato a alta temperatura puede decrecer el rendimiento de las plantas para disipar calor ya que se cierran los estomas y la superficie de las hojas también aumenta su temperatura lo que reduce la pérdida de agua [31].

La tierra normal usada en jardines comunes y corrientes presenta características diferentes a las requeridas por los sustratos para cubiertas verdes. La tierra natural tiene una permeabilidad muy limitada, permite una reducida retención de agua, tiene un peso muy elevado, propiedades físico-químicas no adecuadas para el uso en cubiertas; además, en la tierra normal pueden proliferar maleza y gérmenes fitopatógenos que aumentan el riesgo de enfermedades en las plantas seleccionadas para la cubierta ajardinada [54].

En lugar de tierra normal, se utilizan sustratos especialmente formulados para complementar la vegetación de la cubierta ecológica. Estos sustratos poseen las características naturales que proporcionaría una capa rocosa en el suelo normal, además de ser aptos para subsistir en las cubiertas en situaciones extremas (fuertes vientos, cambios bruscos de temperatura, total exposición solar, etc.) [54].

Las características principales del sustrato son la capacidad de calor específico y la conductividad térmica, ya que la mayor parte de transferencia de calor, se da por conducción a través de éste, la cual depende de la humedad y se asume uniforme en toda el área, para la realización de análisis de tipo unidimensionales [16]. Al igual que la vegetación, también se han definido para el sustrato características para la transferencia de calor por radiación, y resistencias a la transferencia especializada de calor latente y sensible [19].

La humedad del sustrato depende de las condiciones meteorológicas, como las lluvias o sequías y de la irrigación [53]; y es de vital importancia en el proceso de evapo-transpiración, que previene que el calor sea transmitido hacia el edificio y también funciona como un enfriador pasivo que incluso remueve el calor del edificio [11]; ya que este proceso representa casi el 60% de las pérdidas de calor [20].

Según un estudio realizado en [32] se muestra que la pérdida de calor por evapo-transpiración de un techo con el sustrato húmedo puede ser más del doble que la de un techo con el sustrato seco, también se puede ver que con el sustrato húmedo el recinto pierde calor (-0.4%) mientras que con el sustrato húmedo, el recinto gana calor (1.8%) con respecto a la radiación solar incidente, tal como se muestra en la Figura 7.

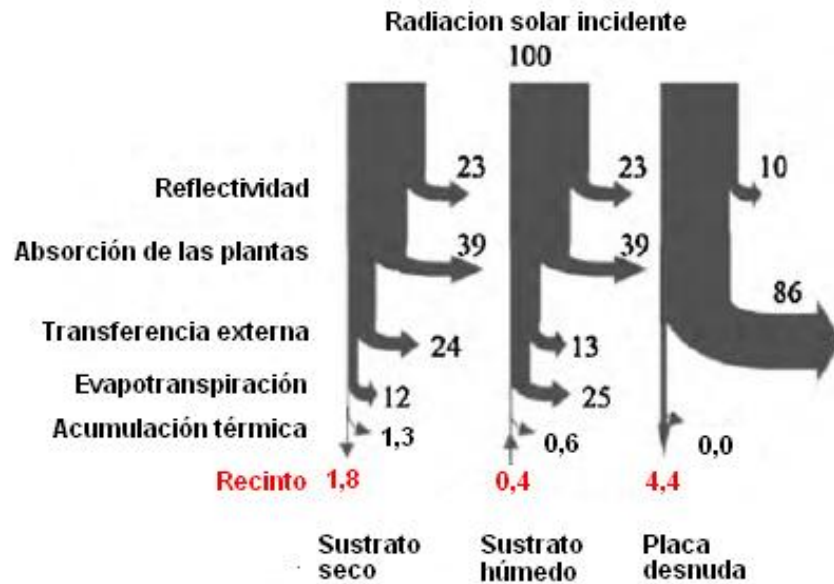


Figura 7, Diferencias entre el flujo de calor de un techo verde con el sustrato seco, húmedo y techo con placa desnudo [32].

3.3 CAPAS ABIÓTICAS

Ya que el techo verde contiene vegetación y humedad que son perjudiciales para la estructura, se utilizan capas abióticas para separar el sustrato del techo verde y la placa de la edificación. Se encuentran tres tipos de capas de tipo abiótico, la capa drenaje, anti raíz e impermeabilización [29].

La capa de drenaje es la encargada de evacuar el agua que fluye cuando el sustrato está saturado; la estructura de esta capa⁶ garantiza un volumen constante de aire que por su baja conductividad térmica ayuda al aislamiento térmico [27].

⁶La capa está formada por concavidades donde se almacena el agua y es protegida por una capa geotextil para evitar formaciones de lodo al contacto con el sustrato que pueden dañarla.

Uno de los factores esenciales para el éxito de un techo verde es el equilibrio en la acumulación de agua en el sustrato y la capa de drenaje, como también lo es asegurar una perfecta evacuación del agua sobrante.

Por esta razón, es muy recomendable que la cubierta tenga al menos un 2 % de pendiente para favorecer la evacuación del agua sobrante y evitar la formación de charcos [54].

Las plantas, como seres vivos, necesitan agua y oxígeno para su correcto desarrollo; un contacto prolongado del sustrato con el agua produce asfixia radicular y la muerte de la vegetación.

La capa anti raíz tiene como función evitar que las raíces de las plantas dañen la capa impermeabilizante, generalmente es una función incluida en la capa de drenaje.

Finalmente, se encuentra la capa impermeabilizante, que impide el paso del agua a la capa de concreto. Está compuesta de una tela de PVC o de una solución asfáltica que se aplica en forma líquida sobre una tela[38].

Debido a las múltiples capas que conforman la cubierta vegetal, la temperatura presente en la parte superior de la placa es menor a la que presenta un techo desnudo ya que, según la Figura 6, el techo desnudo solo disipa calor por transferencia externa, es decir, por convección y conducción, ya sea de día o de noche [29].

3.4 INTERCAMBIOS DE CALOR Y DE ENERGÍA

El intercambio energético de un techo con cubierta vegetal, es decir, la transferencia de calor entre el techo verde y el ambiente, se da por calor sensible y latente, que pueden ser transferidos por convección, conducción y radiación [41]. Existe una parte de esta energía que queda almacenada en forma calor, que se evidencia en la temperatura de los diferentes elementos que realizan estas transferencias.

La capacidad para liberar esta energía almacenada se conoce como inercia térmica, un valor de inercia alto es característico en las edificaciones de hormigón, y esta es la principal causa del efecto de isla de calor en las grandes ciudades [50].

3.4.1 Transferencia de calor por radiación

La radiación electromagnética abarca una amplia gama de longitudes de onda que componen el espectro electromagnético, éstas varían desde menos de $10^{-10}\mu m$ para los rayos cósmicos, hasta más de $10^{10}\mu m$ para las ondas de energía eléctrica [13].

La tierra recibe la radiación electromagnética emitida por el Sol, que se conoce como radiación solar y es la principal fuente de energía que calienta la superficie del planeta. Esta radiación se divide en el espectro de onda corta (UV) y de onda larga (visible e infrarroja), que pueden ser directas, reflejadas o difusas [12].

La mayor parte de esta radiación solar cae en la banda de $0,3\mu m$ a $3\mu m$ que contiene radiación UV, visible e infrarroja. En la Figura 8 se muestra la intensidad de

radiación electromagnética que proviene del sol y aquella que pasa el filtro de la atmósfera, según su longitud de onda.

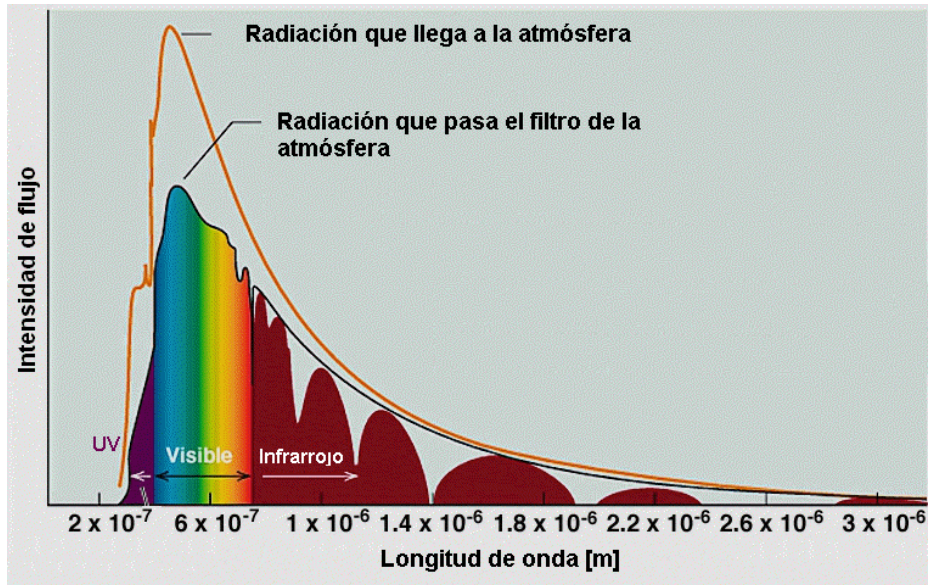


Figura 8. Intensidad de flujo en función de la longitud de onda de la radiación [17].

Alrededor del 12% de la radiación proveniente del Sol se encuentra en el intervalo ultravioleta, estos rayos deben evitarse ya que causan serios daños a los humanos y a otros organismos vivientes; por fortuna, la capa de ozono de la atmósfera de la Tierra actúa como una cubierta protectora y absorbe la mayor parte de esta radiación, aunque la radiación que continúa su curso a la superficie terrestre es suficiente para causar quemaduras y llega a ser la principal causa de cáncer de piel [13].

Las diferentes longitudes de onda de la radiación solar tienen diferentes efectos sobre los techos verdes y aunque todas son portadoras de energía, sólo la infrarroja se considera portadora de calor [8].

La radiación UV inhibe los procesos de crecimiento de casi todas las plantas [9] además de tener efectos germicidas [51]. La radiación visible tiene gran influencia en las plantas, ya que es la radiación requerida para realizar el proceso de fotosíntesis [51]; finalmente, la radiación infrarroja tiene un efecto de coordinación en las plantas, ya que éstas pueden “leer” esta radiación para poner en marcha procesos hormonales que condicionan sus distintos momentos fenológicos [24].

La constante solar es el flujo de energía solar en forma de radiación por unidad de área que incide sobre las capas superiores de la atmósfera terrestre, también llamado irradiancia solar, este valor comúnmente es de $1\ 353\ W/m^2$. La potencia emisiva del Sol equivale a la de un cuerpo negro a unos $5\ 762K$, aunque sus distribuciones espectrales difieren ligeramente [26].

Cuando la radiación solar pasa a través de la atmósfera de la Tierra, una parte de la energía es dispersada por moléculas de gas y aerosoles, mientras que otra parte es absorbida por moléculas de gas de agua y dióxido de carbono. Por lo tanto, la radiación solar que incide sobre la superficie de la Tierra consiste tanto en una componente directa como en una componente difusa de radiación dispersada [35].

El tipo de radiación electromagnética que resulta pertinente para la transferencia de calor, es la radiación térmica, emitida como resultado de las transiciones energéticas (colisiones, movimientos y uniones) de las moléculas, los átomos y los electrones de una sustancia [51].

La radiación térmica es emitida en forma continua por toda la materia cuya temperatura se encuentre arriba del cero absoluto. Se define como las ondas cuyas longitudes abarcan desde $0,1\ \mu m$ hasta los $100\ \mu m$; por lo tanto, la radiación térmica

incluye toda la radiación visible e infrarroja, así como parte de la radiación ultravioleta [33].

El intercambio de calor por radiación térmica se calcula entre diferentes cuerpos por medio de la ley de Stefan Boltzmann [19].

$$R = \varepsilon \sigma T^4 \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (6)$$

Donde el coeficiente de Stefan-Boltzmann tiene un valor de

$$\sigma = 5.67 * 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 * K^4} \right] \quad (7)$$

Esta radiación transmitida cae en el espectro infrarrojo o de onda larga entre la vegetación y el ambiente. La transmisión de radiación visible sólo se da por aquellos elementos por encima de los 800 K [13], en este caso el Sol Finalmente, aquella radiación de onda corta (UV y visible) que no es transmitida ni reflejada, es absorbida por la parte vegetal del techo.

3.4.2 Transferencia de calor por conducción

La conducción es la transferencia de energía de las partículas “más energéticas” de una sustancia hacia las adyacentes “menos energéticas” como resultado de interacciones entre esas partículas [35]. En cuanto al techo verde la conducción es el principal factor que afecta la temperatura del sustrato y el flujo de calor que alcanza el recinto [29].

La velocidad de la conducción de calor a través de un medio depende de la configuración geométrica de éste, su espesor y el material del que este hecho, así como la diferencia de temperatura a través de éste [13].

Esta velocidad de conducción de calor a través de una capa plana es proporcional a la diferencia de temperatura de sus extremos y el área de transferencia de calor, pero es inversamente proporcional al espesor de esa capa; por lo tanto, se puede modelar de la siguiente manera [44]:

$$\dot{Q}_{cond} = -k * A \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} [W] \quad (8)$$

La constante k de esta ecuación se refiere a la conductividad térmica, una medida de la capacidad del material para conducir calor. También existe el producto de la densidad por el calor específico, llamado capacidad calorífica, que representa la capacidad de almacenamiento de calor de un material por unidad de volumen [13,35].

$$C_c = \rho * c_p \left[\frac{J}{m^3 * K} \right] \quad (9)$$

Un elemento que almacena calor, aumenta su temperatura, lo que modificaría las temperaturas bases de la transferencia de calor por conducción. Una vez este calor se haya transferido, la temperatura de este elemento disminuirá [33].

La razón entre el calor conducido por el material y el calor almacenado por unidad de volumen, se conoce como la difusividad térmica, entre mayor sea este valor, más rápida es la propagación del calor hacia el medio. Un valor pequeño de la difusividad térmica significa que, en su mayor parte, el calor es absorbido por el material y una pequeña cantidad de este calor será conducido [13].

$$D_t = \frac{k}{\rho c_p} \left[\frac{m^2}{s} \right] \quad (10)$$

Los elementos de una cubierta vegetal tienen su respectiva conductividad térmica y capacidad calorífica por lo cual, tendrán transferencia de calor por conducción y almacenarán energía en forma de temperatura que afectará la velocidad de ésta transferencia.

3.4.3 Transferencia de calor por convección

La convección constituye un mecanismo de transferencia de calor a través de un fluido como el aire, en presencia de un movimiento masivo de éste [13].

El movimiento del fluido mejora la transferencia de calor, ya que pone en contacto porciones a diferente temperatura de ese fluido, promoviendo la transferencia por conducción en un gran número de sitios. Por lo tanto, la velocidad de la transferencia de calor a través de un fluido puede ser más alta por convección que por conducción. De hecho, entre más alta es la velocidad del fluido mayor es la velocidad de la transferencia de calor [13].

La experiencia muestra que la transferencia de calor por convección depende de la velocidad del fluido y de propiedades físicas como la viscosidad dinámica, conductividad térmica, densidad y calor específico del fluido. También depende de la configuración geométrica y aspereza de la superficie sólida en contacto, además del tipo de flujo del fluido, ya sea laminar o turbulento [35].

A pesar de la complejidad de la convección, se observa que la velocidad de transferencia de calor por este mecanismo es proporcional a la diferencia de temperatu-

ra y se expresa de manera conveniente por la ley de enfriamiento de Newton, utilizando un coeficiente de convección h , como:

$$\dot{Q}_{conv} = hA(T_1 - T_2) [W] \quad (11)$$

Para el caso de los techos verdes el fluido en convección es el aire, que atraviesa las cubiertas vegetales a baja velocidad⁷, dada la poca altura de su implementación. Esta transferencia de calor es muy influyente en las placas desnudas y las tabletas de concreto, ya que tienen un coeficiente de convección apropiado para ésta.

3.4.4 Calor sensible y latente

El calor sensible es aquel que recibe un cuerpo provocando el aumento de su temperatura, sin afectar su estructura molecular, es decir, sin afectar su estado [44].

Como lo dice su nombre, el calor sensible, se puede percibir, ya que un aumento de temperatura, hace que se sienta en efecto “más caliente”, o por el contrario una disminución de la temperatura se percibe como “más fría” [49].

En los techos verdes se da un aumento de temperatura en las diferentes capas que lo componen, es decir que la energía en forma de calor que llega a cada una de las capas es considerada como calor sensible.

El término latente, quiere decir escondido, ya que es una energía que no se percibe. El calor latente es el requerido para que las sustancias cambien de estado,

⁷Velocidades típicas menores a un metro por segundo (1 m/s)

esto quiere decir que este calor afecta la estructura molecular del material y no significa un cambio de temperatura [14].

El efecto del calor latente en los techos verdes es el cambio de fase que sufre el agua presente en el sustrato y en las plantas, donde se transforma el calor proveniente de la radiación a calor latente necesario para este cambio de fase.

En la Figura 9 se muestra gráficamente el cambio de temperatura presente en el agua cuando es calentada.

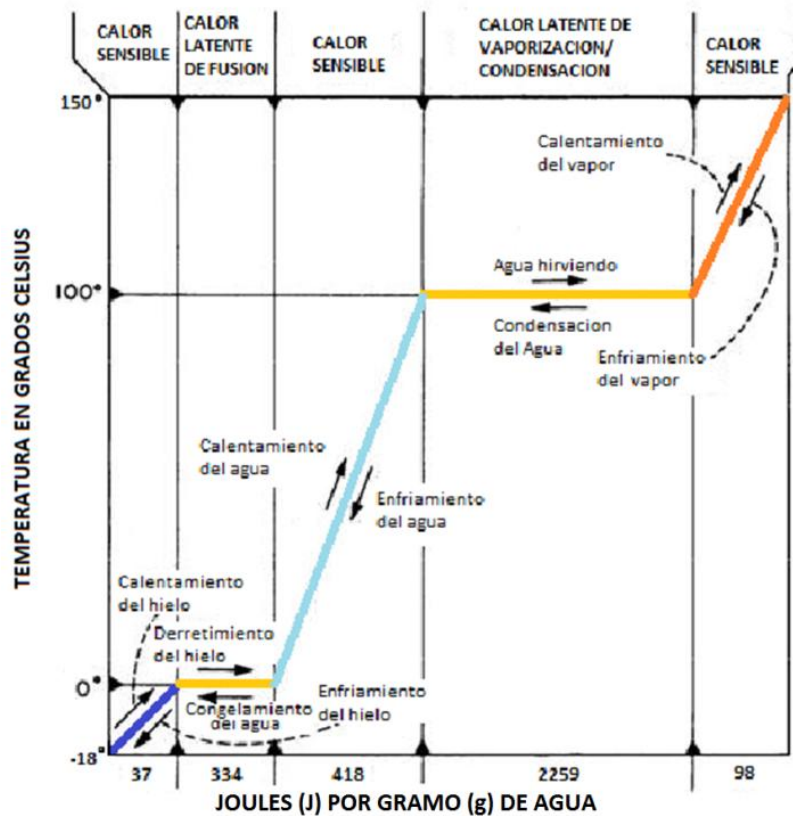


Figura 9. Temperatura del agua en función de la energía [14].

Cuando el agua está ganando temperatura según pasa el tiempo, se dice que se le aplica calor sensible; por el contrario, cuando no se presenta aumento de temperatura, pero si existe un cambio de estado, quiere decir que la energía que se proporciona al agua es utilizada para darle movimiento a sus moléculas y cambiar sus propiedades físicas [49].

La mayoría de componentes del techo verde presentan un aumento de temperatura, correspondiente a calor sensible, a razón de su calor específico que se define como la cantidad de calor necesaria para aumentar un grado centígrado a una unidad de masa [44].

El agua de un techo verde es el único elemento que se ve afectado por el calor latente, mediante la evapo-transpiración. El agua necesita de 4,1868 Jules⁸ para elevar un gramo de su masa en un grado Celsius y de 334,4 Jules para cambiar un gramo de su masa de estado sólido a líquido y 2259 Jules para cambiar un gramo de su masa de estado líquido a gaseoso como se ve en la Figura 9 [13].

⁸Una caloría es equivalente a 4,1868 Julios

4. MODELADO POR ADMITANCIAS

Para plantear el modelo de un techo verde usando elementos desarrollados en la teoría de circuitos como son las admitancias y los capacitores, es necesario definir una analogía entre el fenómeno térmico y el fenómeno eléctrico y será llamado analogía termoeléctrica.

4.1 ANALOGÍA TERMOELÉCTRICA

Para plantear una analogía termoeléctrica se debe tener en cuenta ciertas características de la transferencia de calor. El análisis debe realizarse en un estado estable, es decir, que no hay cambio de temperatura en el material con respecto al tiempo en ningún punto. En otras palabras, la velocidad de la transferencia de calor a través de la pared debe ser constante [13].

Este régimen permanente se plantea para simplificar el estudio de la transferencia de calor, ya que la formulación de los problemas para la determinación de la distribución de temperatura unidimensional en una pared en régimen transitorio, conduce a una ecuación diferencial en derivadas parciales, la cual se puede resolver utilizando técnicas matemáticas avanzadas. Sin embargo, estos métodos como soluciones computacionales intensivas son complejas y su implementación es demorada [13].

Otro punto es la asunción que las superficies en contacto, es decir, la placa del techo y las capas de la cubierta vegetal, son isotérmicas. Esto quiere decir que las

temperaturas en las dimensiones de anchura y longitud, son casi las mismas, tal como se muestra en la Figura 10.

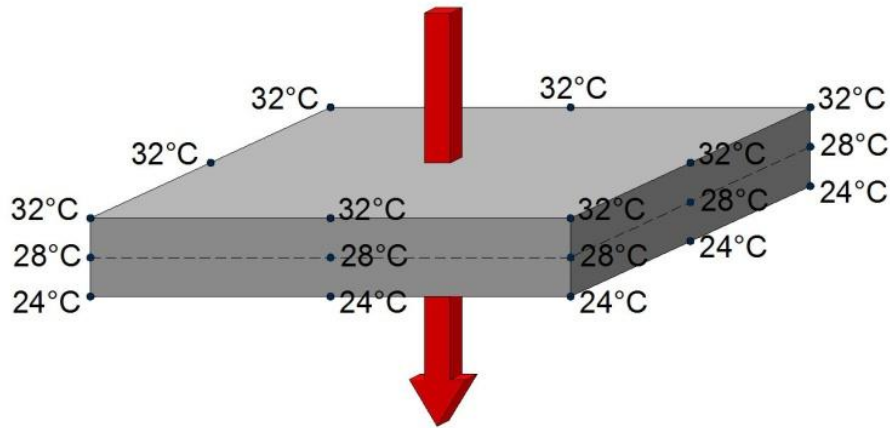


Figura 10. Ejemplo de placa isotérmica [13].

Por lo tanto, no habrá transferencia de calor a través de la pared de la parte izquierda a la derecha, o de la parte más profunda a la más cercana, pero se tendrá una diferencia considerable en las partes altas y bajas de la placa, es decir, entre el interior y el exterior del techo [35].

Si se considera una placa plana de espesor L y conductividad térmica promedio k . Las dos superficies de la placa se mantienen a temperaturas constantes T_1 y T_2 y una conducción unidimensional a través de x , se puede expresar la ley de Fourier de la conducción como:

$$\dot{Q}_{cond} = -kA * \frac{dT}{dx} [W] \quad (12)$$

Donde, como ya se había expuesto antes, \dot{Q}_{cond} es constante y el área A de la pared también, por tanto:

$$\dot{Q}_{cond} = kA * \frac{T_1 - T_2}{l} [W] \quad (13)$$

Se declara una resistencia térmica R_{pared} , dependiente de la geometría y de las propiedades térmicas del medio de la siguiente manera:

$$R_{pared} = \frac{l}{kA} \left[\frac{^{\circ}C}{W} \right] \quad (14)$$

Lo cual presenta una analogía a la relación para el flujo de corriente eléctrica I para una diferencia de potencial V en los extremos de una resistencia R_e :

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{T_1 - T_2}{R_{pared}} [W] \quad (15)$$

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R_e} [A] \quad (16)$$

Por lo tanto, la analogía termoeléctrica tiene las siguientes correspondencias: La velocidad de transferencia de calor (flujo de calor) a través de una capa, corresponde a la corriente eléctrica, la resistencia térmica a la resistencia eléctrica y la diferencia de temperatura a la diferencia de tensión entre dos puntos. En cuanto a la convección y la radiación también aplica de manera análoga, esto se estudiará más adelante en la sección 4.3 [13].

Para el estudio en techos verdes a partir de un modelado por admitancias se debe tener en cuenta que ya no se estaría estudiando un sistema en estado estacionario, tal como se propone en la analogía termoeléctrica, ya que para un buen análisis de flujo de calor se deben estudiar cambios en la temperatura con respecto al tiempo; lo que implicaría un estudio en estado transitorio.

Haciendo entonces uso de la analogía termoeléctrica y considerando características que se mencionaran más adelante en este capítulo, se propone el modelado

por admitancias de un techo verde, lo que haría factible su análisis como un circuito eléctrico.

La analogía termoeléctrica tiene como objetivo permitir la descripción de los tipos de transferencia de calor a partir de principios de circuitos eléctricos, por lo que se hace referencia a unas resistencias térmicas para cada tipo de transferencia y a unos nodos que representan la temperatura, suficientes para explicar los fenómenos de la transferencia de calor [35].

En el modelado por admitancias, aparte del uso de estas características, se incluye también el uso de diferentes fuentes y almacenadores de energía.

Se sabe que todos los materiales poseen la capacidad de almacenar energía en forma de calor lo cual se evidencia en un aumento de temperatura debido a su capacidad térmica específica; entonces, tomando cada elemento que compone el techo verde, como un almacenador de energía, se podría plantear una analogía con los capacitores eléctricos, ya que estos también almacenan energía en forma eléctrica y se expresa en un cambio de tensión.

Por lo tanto, se pueden utilizar las herramientas que brindan los análisis de circuitos eléctricos para los estudios transitorios de tipo térmico, a esto se propone el uso de capacitores análogos.

4.2 NODOS DE TEMPERATURA

Existe una propiedad de los techos verdes llamada cobertura vegetal fraccionada que oscila entre 0 y 1 para una cubierta sin vegetación y para un techo completamente cubierto por plantas, respectivamente [19,41].

Teniendo en cuenta que un valor ideal de la unidad para este parámetro no se encuentra en la práctica, se propone considerar un circuito eléctrico con varios nodos donde tengan incidencia los diferentes tipos de transferencia de calor (radiación, convección o conducción) y los elementos a mencionar en este capítulo. Esta consideración define una diferencia de temperatura entre capas, y de forma análoga una diferencia de tensión entre nodos de un circuito eléctrico.

Se tendrán ramales de fuentes de energía entrando a la parte vegetal, y a la parte descubierta del techo verde, creando dos puntos de temperatura diferentes.

Por lo tanto, al estudiar este sistema completo con varias ramas y fuentes, estos nodos de temperatura adquieren más importancia, ya que definen también una ubicación espacial, además de una configuración de transferencia de calor.

Es importante aclarar que el nodo vegetal, se refiere a las plantas como tal y al aire entre éstas, ya que el proceso de evapo-transpiración libera calor en forma de vapor a los alrededores de la planta cambiando la temperatura del aire que la rodea [46].

El circuito propuesto termina en un nodo que será llamado nodo del recinto, el cual representa la temperatura interna de la edificación, todo esto se verá reflejado en el contenido del capítulo.

4.3 FUENTES DE ENERGÍA

En la analogía termoeléctrica no se usan fuentes ya que no existe elemento que proporcione energía de manera continua; sin embargo, existen puntos a diferente

temperatura donde la transferencia de calor inicia su recorrido. Estos nodos de temperatura pueden ser naturales como el ambiente [12] o artificiales como hornos o refrigeradores que transforman la energía y se percibe en un aumento o disminución de temperatura [35].

Para el modelado por admitancias estudiado en este trabajo, se aprovechan los valores constantes y los parámetros fijos que brindan la temperatura ambiente y la radiación solar para realizar el modelado de los puntos de temperatura que rigen la analogía termoeléctrica como fuentes de energía continua.

4.3.1 Fuentes de corriente independiente

El aumento de temperatura por radiación se da durante las horas de Sol y se puede asumir que las cubiertas vegetales reciben esta energía de manera continua con variaciones en relación a la constante solar que es independiente al modelado por admitancias como tal.

Esta constante solar se refiere a la radiación solar incidente, dada en unidades de velocidad de transferencia de calor en relación con el área afectada, es decir $[W/m^2]$ [12,19].

El techo verde consta de tres diferentes partes descubiertas a la radiación solar, las plantas, el sustrato descubierto y unas tabletas de concreto diseñadas para el paso de personas a través de la cubierta vegetal, tal como se muestra en la Figura 11.



Figura 11. Techo verde del Edificio de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander.

La radiación solar se puede modelar como una fuente de corriente independiente unida al nodo de la temperatura de las plantas, con un valor dado por la multiplicación de la incidencia solar total φ_s por el área vegetal expuesta a esta radiación que se da del producto entre el área total del techo verde A_{por} por la cobertura vegetal fraccionada σ_f , también multiplicada por la parte de esta radiación solar que no es transmitida (τ_s) ni reflejada (ρ_s), es decir la que absorbe la vegetación ($1 - \tau_s - \rho_s$); y finalmente por aquella radiación que es transmitida por las plantas pero devuelta por la reflectividad del sustrato ρ_g como $(1 + \tau_s \rho_g)$ [19,41]:

$$I_p = A\sigma_f(1 - \tau_s - \rho_s)(1 + \tau_s\rho_g)\varphi_s[W] \quad (17)$$

En cuanto al nodo de temperatura del sustrato, se trabaja de la misma manera, con la diferencia de que se toman en cuenta las partes del techo verde cubiertas por la capa vegetal $A\sigma_f$ y la radiación transmitida de las plantas $\tau_s\varphi_s$, esto para el primer componente de radiación. El segundo componente está conformado por la multiplicación de la componente solar, las partes no cubiertas por vegetación de la cubierta vegetal $A(1 - \sigma_f)$ y la absorción del suelo $(1 - \rho_g)$ ya que éste no tiene transmitancia [19,41].

$$I_s = A\sigma_f(1 - \rho_g)\tau_s\varphi_s + A(1 - \sigma_f)(1 - \rho_g)\varphi_s[W] \quad (18)$$

Al factorizar se obtiene

$$I_s = A[(1 - \rho_g)(1 - \sigma_f(1 - \tau_s))\varphi_s][W] \quad (19)$$

Y finalmente, se tienen en cuenta las tabletas de concreto con su área propia, las cuales reciben la radiación solar de forma directa y sólo se ve afectada por la radiación que no refleja, es decir, la que absorbe $(1 - \rho_t)$.

$$I_r = A_{desc} * \varphi_s * (1 - \rho_t) [W] \quad (20)$$

En las diferentes construcciones las tabletas de concreto se colocan en diferentes posiciones, a veces están encima de sustrato no sembrado, o encima de las capas abióticas, incluso en contacto directo con la placa; lo que significaría la conexión de este nodo por medio de una resistencia de conducción al nodo correspondiente, como se verá en la sección 4.4.1. Para este trabajo se considerarán en contacto con las capas abióticas tal como se muestra en la Figura 12.

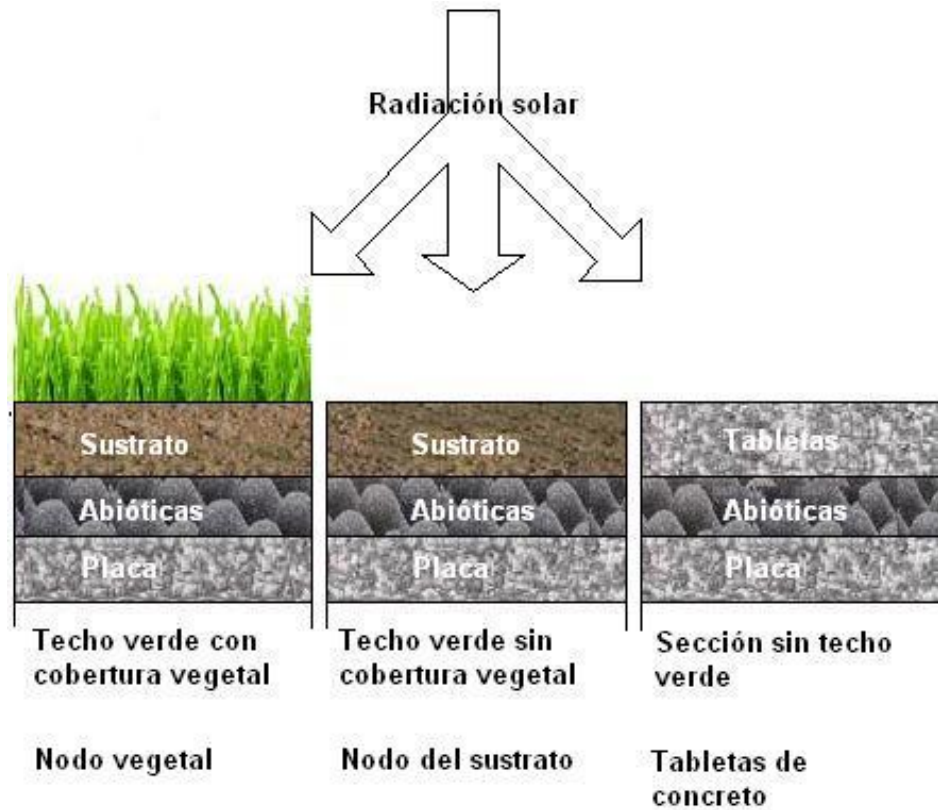


Figura 12. Incidencia de la radiación solar en un techo verde.

Por lo tanto, se tienen tres fuentes independientes de corriente que representan la incidencia de radiación solar y se inicia a modelar el circuito que representará la cubierta vegetal, donde se definen tres nodos diferentes los cuales tienen conectada su respectiva fuente independiente de corriente, tal como se muestra en la Figura 13.



Figura 13. Nodos de temperatura con sus fuentes de corriente independiente.

Cabe aclarar que durante la noche, la constante solar se hace cero, anulando las fuentes. Ya que se está aplicando el análisis de circuitos eléctricos, una fuente de corriente anulada equivale a un circuito abierto, eliminando todo aporte de calor por radiación solar.

4.3.2 Fuentes de tensión independiente

La temperatura ambiente en el modelo se podría integrar como un nodo para realizar los procesos de transferencia de calor, pero no se quiere que esta temperatura se vea afectada por los procesos internos del circuito, ya que se supone que un solo techo verde no tiene la capacidad de cambiar la temperatura ambiente; por eso, se le da independencia y continuidad, tal como se muestra en la Figura 14, donde la fuente de tensión independiente conectada al nodo de temperatura ambiente será la base para modelar los diferentes tipos de transferencia de calor.

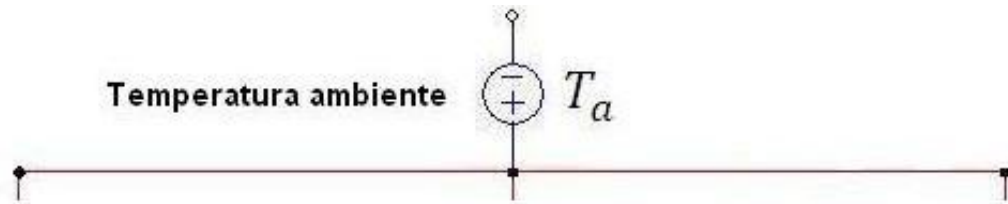


Figura 14. Fuente independiente de tensión que representa la temperatura ambiente.

Es importante aclarar que las fuentes en el análisis de circuitos eléctricos, pueden actuar como elementos activos y pasivos, dependiendo de la dirección de la corriente, en este caso de velocidad de transferencia de calor. Si existe un potencial mayor (análogamente una temperatura mayor) que cause un flujo de corriente desde el techo verde hacia el ambiente sería aceptable.

Los cambios de temperatura que se dan en las cubiertas vegetales, también se dan por transferencia de calor latente, es decir por cambios en la presión de vapor de agua, que depende exclusivamente de los cambios de temperatura en los medios, en este caso en el ambiente y en la capa vegetal; por lo tanto, se utiliza una constante termodinámica psicrométrica⁹, que no es más que un análisis de las tablas termodinámicas para el agua, donde se representa esta presión de vapor como una temperatura.

Una vez constituida como tal se puede agregar al circuito como una fuente, de la misma manera que se agregó la fuente independiente que representa la temperatura ambiente [19].

⁹ Esta constante es la pendiente de la recta que representa la aproximación lineal de las tablas termodinámicas del vapor de agua, tal como se muestra en el anexo C

4.3.3 Fuentes de corriente dependiente

Los intercambios de calor por radiación no dependen exclusivamente del Sol, ya que todo elemento que esté a una temperatura mayor que el cero absoluto emite radiación de onda larga.

En este caso se considerará el firmamento, como objeto emisor de esta radiación cuya temperatura será denominada T_{sky} y es diferente a la temperatura ambiente. Se calcula midiendo la radiación de onda larga en la horizontal y tomando el firmamento como un cuerpo negro que emite esta radiación a cierta temperatura:

$$T_{sky} = \left(\frac{\varphi_{sky}}{\sigma} \right)^{1/4} [K] \quad (21)$$

Se puede considerar una fuente continua ya que el firmamento siempre estará a una temperatura mayor al cero absoluto; por lo tanto, siempre emitirá radiación, lo mismo que hará la cubierta vegetal y el sustrato. La dependencia está implícita en las temperaturas que tengan estos medios pero elevados a la cuarta potencia de la siguiente manera[12,19,41]:

$$I_{Rp} = A\sigma_f \left(\varepsilon_f \sigma (T_{sky}^4 - T_p^4) \right) [W] \quad (22)$$

De la misma manera aplica para el sustrato descubierto:

$$I_{Rs} = A(1 - \sigma_f) \left(\varepsilon_g \sigma (T_{sky}^4 - T_s^4) \right) [W] \quad (23)$$

Y para las tabletas de concreto:

$$I_{Rt} = A_{desc} \left(\varepsilon_t \sigma (T_{sky}^4 - T_t^4) \right) [W] \quad (24)$$

De esta manera se complementa el circuito ya mostrado anteriormente, ya que solo aplica para las partes del techo verde descubiertas tal como se muestra en la Figura 15.

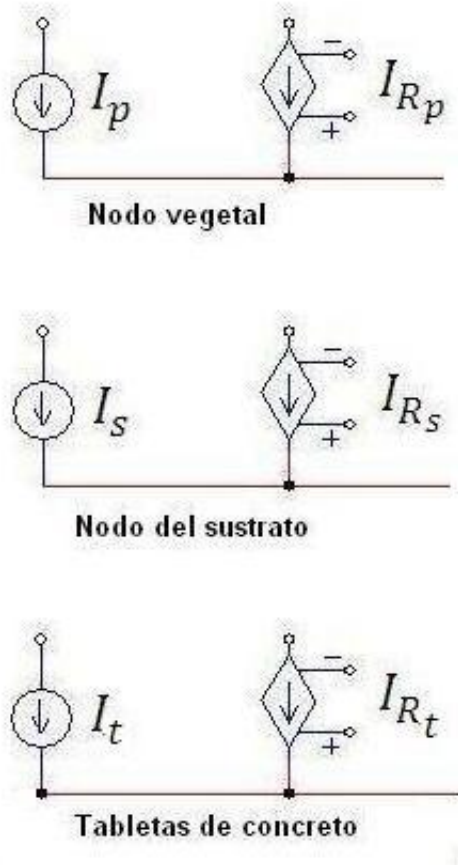


Figura 15. Integración de las fuentes dependientes al circuito.

En cuanto al análisis de circuitos eléctricos, se sabe que al incluir estas fuentes dependientes en el estudio el sistema pierde la condición de linealidad, ya que se trabaja con parámetros del sistema a la cuarta potencia; para solucionar esto se

propone una aproximación lineal utilizando los primeros coeficientes de las series de Taylor mostrada en el anexo B.

También se sabe que el valor de una fuente dependiente puede ser negativo o positivo, según el sentido de su dependencia, en este caso si la temperatura de la cubierta vegetal, es mayor a la temperatura ambiente, entonces esta fuente de corriente tendrá un signo negativo, lo que cambiará su sentido, haciendo que la transferencia de calor sea desde las plantas hacia el entorno.

4.4 ELEMENTOS PASIVOS

Los elementos pasivos completan el modelado por admitancias, siendo éstos la base de todo el sistema; cada material, transferencia o proceso se representa por uno de éstos.

Para este trabajo se estudia el sistema de transferencia de calor del techo verde como admitancias y capacitancias que limitan el paso del calor y lo almacenan, respectivamente.

Siendo el objeto de estudio de este trabajo las resistencias térmicas, serán éstas las consideradas como elementos pasivos.

4.4.1 Admitancia a la conducción

Como ya se había explicado antes, se utiliza la expresión (12), derivada de la ley de Fourier, para declarar la analogía termoeléctrica, para la transferencia de calor por conducción:

$$\dot{Q}_{cond} = kA * \frac{T_1 - T_2}{l} [W] \quad (25)$$

Que se reacomoda de la siguiente manera considerando la analogía termoeléctrica:

$$\dot{Q}_{cond} = Y_{cond}(T_1 - T_2) [W] \quad (26)$$

Donde queda la admitancia por conducción en dependencia de las características espaciales del sistema y de las propiedades térmicas del material [13,35]:

$$Y_{cond} = \frac{kA}{l} \left[\frac{W}{K} \right] \quad (27)$$

En los techos verdes, los elementos que presentan transferencia de calor por conducción son el sustrato, las tabletas de concreto, las capas abióticas y la placa del techo; y como estas capas están superpuestas, se puede considerar un sistema en serie como se ve en la Figura 16.

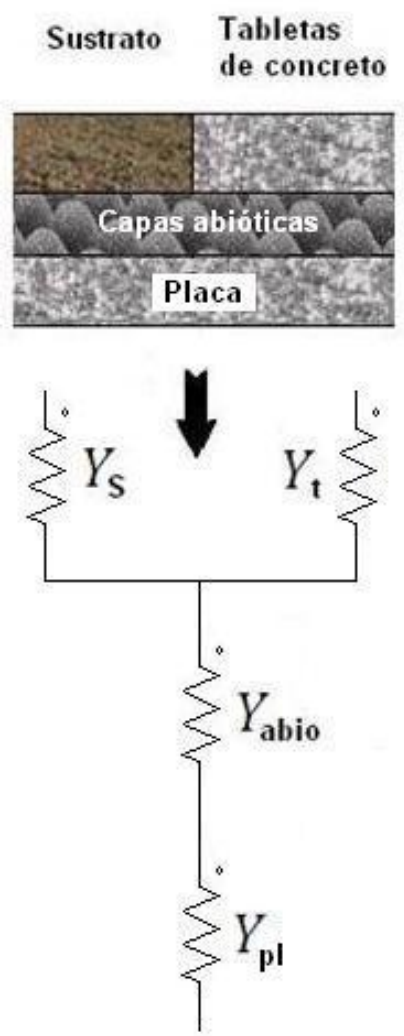


Figura 16. Planteamiento de las admittancias por conducción.

En donde la admittancia a la conducción de las capas abióticas es la suma de sus componentes y de la cantidad de agua y de aire presentes en la capa drenaje (ver sección 4.4.5).

$$\frac{1}{Y_{abio}} = \frac{1}{Y_{drenaje}} + \frac{1}{Y_{antiraíz}} + \frac{1}{Y_{imperme}} \left[\frac{W}{K} \right] \quad (28)$$

En donde:

$$\frac{1}{Y_{drenaje}} = \frac{1}{Y_{agua}} + \frac{1}{Y_{aire}} + \frac{1}{Y_{capa}} \left[\frac{W}{K} \right] \quad (29)$$

Estas admitancias unen dos de los tres nodos mencionados anteriormente con el nodo de la temperatura interna del recinto según como se muestra en la Figura 17.

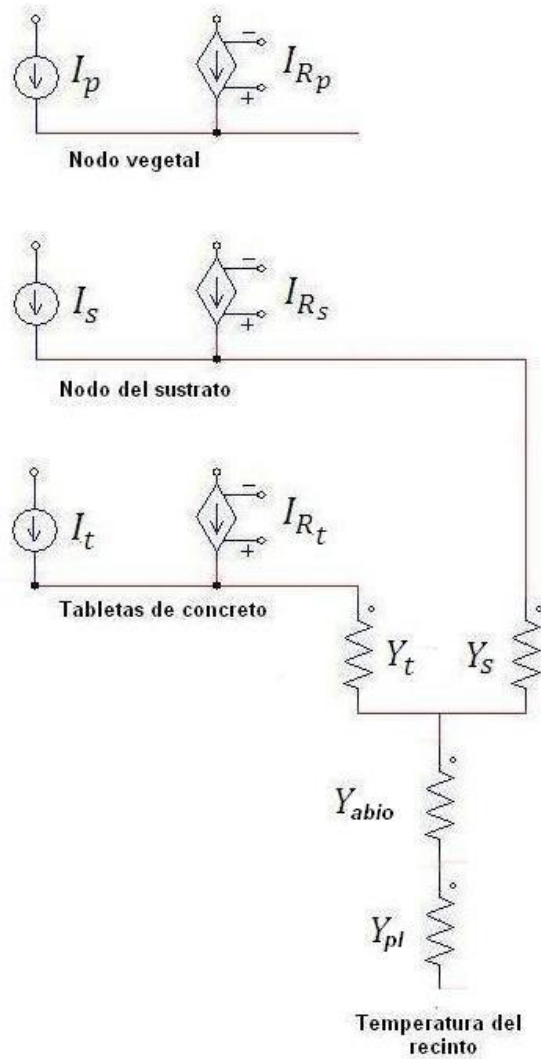


Figura 17. Integración de las resistencias por conducción al circuito modelo.

Las plantas también transfieren calor por medio de la conducción pero es complicado de modelar. En la sección 4.4.3 se modela la admitancia al calor sensible, que une el nodo de las plantas con el nodo del sustrato.

4.4.2 Admitancia a la convección

Para un análisis de la transferencia de calor por convección se considera una superficie sólida de área A a una temperatura T_s y un fluido cuya temperatura en un punto suficientemente lejano de la superficie es T_a , con un coeficiente de transferencia de calor por convección h_c .

La ley de Newton del enfriamiento para la velocidad de transferencia de calor por convección:

$$\dot{Q}_{conv} = h_c A (T_1 - T_2) [W] \quad (30)$$

Que se puede reacomodar de la siguiente manera, teniendo en cuenta la analogía termoeléctrica:

$$\dot{Q}_{conv} = Y_{conv} (T_1 - T_2) [W] \quad (31)$$

Donde la admitancia a la convección de la superficie se da siempre que sea razonable la suposición de que h_c es constante y uniforme, tal como el caso de las tabletas de concreto de los techos verdes de los techos verdes[13,35]:

$$Y_{conv} = h_c A \left[\frac{W}{K} \right] \quad (32)$$

Por lo tanto, en el circuito se agrega esta resistencia entre la fuente de temperatura ambiente y el nodo de las tabletas como se muestra en la Figura 18.

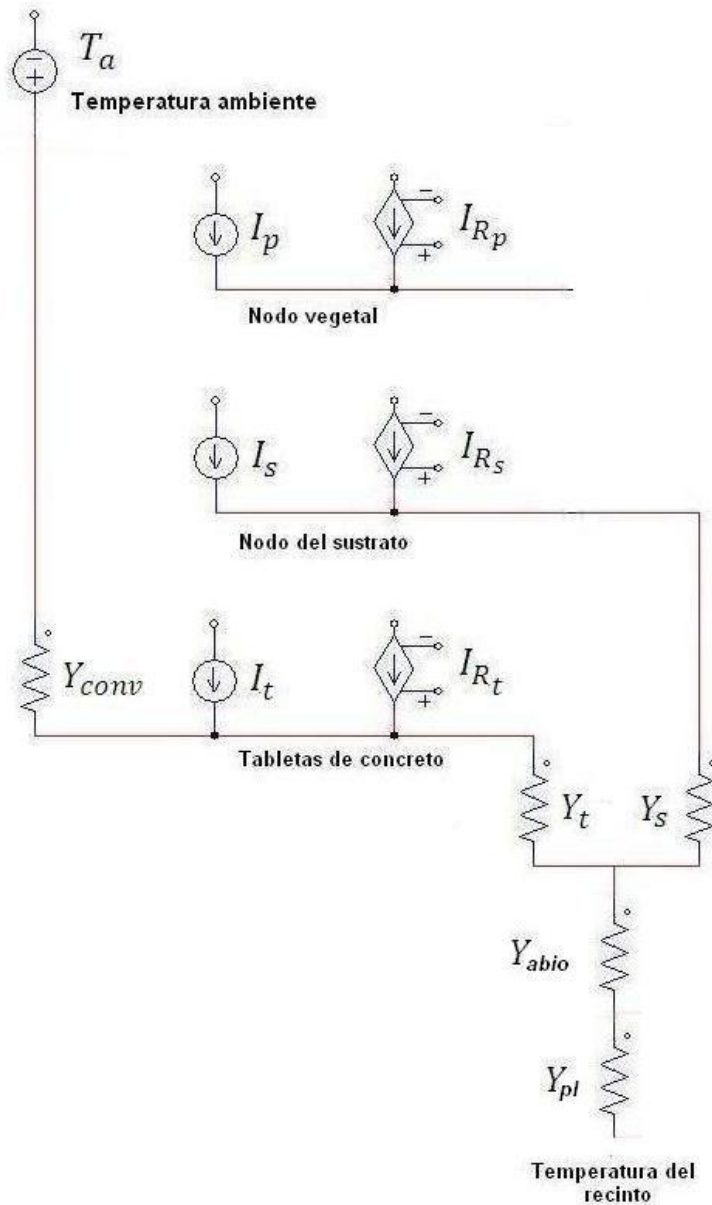


Figura 18. Integración de la admitancia a la convección al circuito modelo.

4.4.3 Admitancia a la transferencia de calor sensible

Se sabe que el calor puede ser de flujo sensible o latente, donde se explica el cambio de temperatura y los cambios de estado, respectivamente. También se sabe que la transferencia de calor se da sólo por tres métodos, conocidos como radiación, conducción y convección.

Cuando se refiere a las plantas es muy complicado realizar un estudio de transferencia de calor por conducción, ya que la geometría de las plantas siempre es diferente, además de que no se puede considerar una constante de conductividad térmica uniforme.

De igual manera para un estudio de transferencia de calor por convección no se puede definir un coeficiente convectivo constante que permita hacer el análisis pertinente.

Por eso se define una transferencia de calor sensible, donde se explica el cambio de temperatura uniendo los dos métodos de transferencia en conflicto, citando las ecuación y variables presentadas en [19].

$$H_p = F * A \frac{(\rho c_p)_{af}}{r_a} * (T_a - T_p) [W] \quad (33)$$

En la expresión (33) se nota un parecido razonable a la analogía termoeléctrica donde se muestra una admitancia multiplicando una diferencia de temperatura, entonces se puede definir esta admitancia como:

$$Y_{H_p} = F * A_p \frac{(\rho c_p)_{af}}{r_a} \left[\frac{W}{K} \right] \quad (34)$$

Donde r_a es la resistencia aerodinámica dependiente de la velocidad del viento entre las hojas v de la capa vegetal según el modelo de perfiles de viento logarítmicos mostrado en [19].

$$r_a = \frac{\ln\left(\frac{h_p - d_o}{z_{om}}\right)}{\kappa^2 * v} \left[\frac{s}{m} \right] \quad (35)$$

En donde h_p es la altura de las plantas, z_{om} es la longitud de rugosidad que representa la altura a la cual la velocidad del viento es teóricamente cero para un perfil de viento logarítmico y se calcula empíricamente a partir de la altura de las plantas según [41]:

$$Z_{om} = 0,131 * h_p^{0,997} \quad (36)$$

El valor de d_o se refiere a la altura de desplazamiento calculada según [41] de manera empírica y a partir de la altura de las plantas como:

$$d_o = 0,701 * h_p^{0,979} \quad (37)$$

Y κ se refiere a la constante de Von Kármán que describe los perfiles de velocidad logarítmica de un fluido turbulento [13].

$$\kappa = 0.41 \quad (38)$$

También existe un intercambio de calor entre las hojas de la plantas y el sustrato, que presenta las mismas dificultades de medición para su cálculo por convección y conducción; por lo tanto, también se estima una transferencia de calor sensible definida en [19].

$$H_s = A_s * \frac{(\rho c_p)_{ag}}{r_a} * (T_p - T_s) [W] \quad (39)$$

Al aplicar la analogía termoeléctrica se define la admitancia al flujo de calor sensible como

$$Y_{H_s} = A_s * \frac{(\rho c_p)_{ag}}{r_a} \left[\frac{W}{K} \right] \quad (40)$$

En donde $(\rho c_p)_{af}$ y $(\rho c_p)_{ag}$ son las capacidades térmicas específicas combinadas del aire/vegetación y del aire/sustrato, respectivamente, que también se aplican a la transferencia de calor latente y se calculan como la media geométrica entre las capacidades térmicas específicas relacionadas como se muestra en las expresiones (41) y (42).

$$(\rho c_p)_{af} = \sqrt{(\rho c_p)_a * (\rho c_p)_f} \quad (41)$$

$$(\rho c_p)_{ag} = \sqrt{(\rho c_p)_a * (\rho c_p)_g} \quad (42)$$

Se ha mostrado el proceso para realizar el modelado de las admitancias asociadas al calor sensible a partir de los flujos correspondientes, estos flujos se dan entre el ambiente y la vegetación, y entre esta vegetación y el sustrato; por esto, estas admitancias conectan los respectivos nodos según muestra la Figura 19.

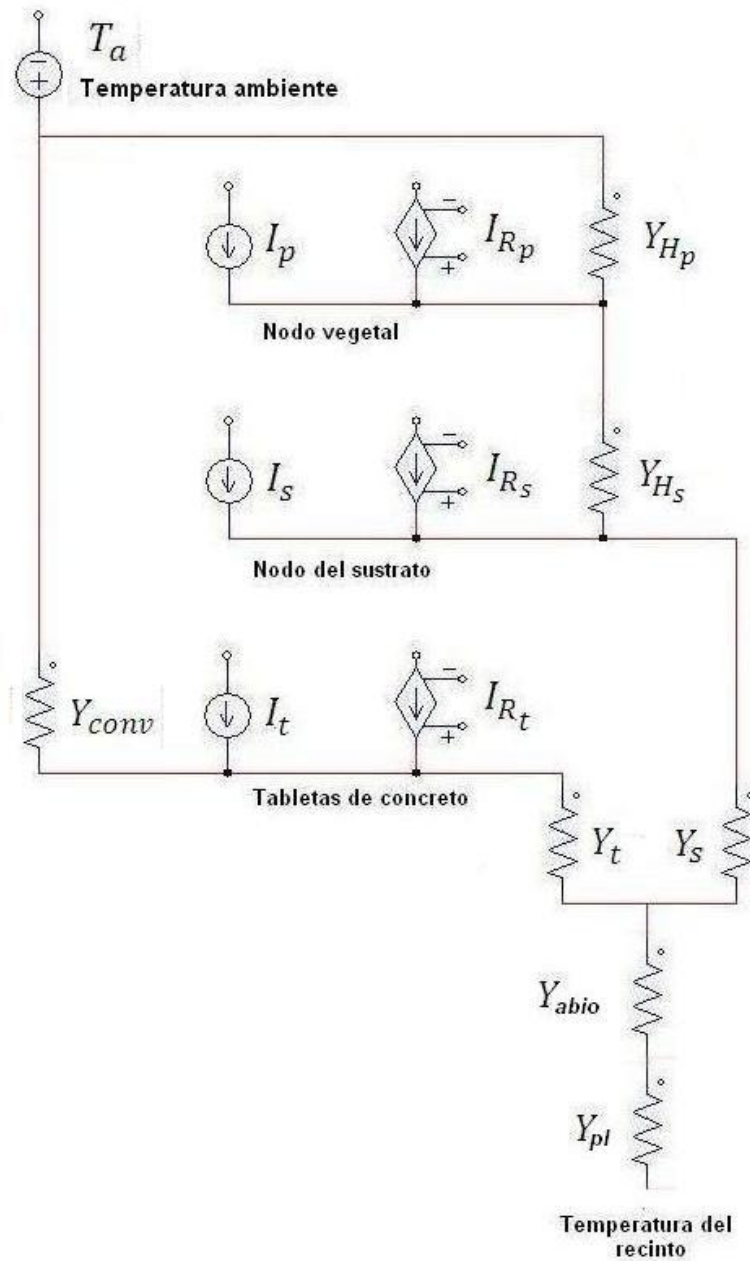


Figura 19. Integración de las admittancias por calor sensible al circuito modelo

4.4.4 Admitancia al calor latente

Como ya se comentó en el numeral anterior, el calor latente es aquel que afecta la estructura molecular de la materia, es decir, provoca un cambio de fase del objeto en cuestión.

En un techo verde el agua se encuentra en un cambio constante de estado, se puede encontrar como humedad en el sustrato o como vapor de agua entre las hojas que realizan sus procesos de fotosíntesis, respiración y transpiración.

Estos procesos toman buena parte del calor que entra a la cubierta vegetal que luego es usado para realizar el cambio de estado del agua líquida a vapor de agua y así se evita que este calor llegue a la placa.

La transferencia de calor latente tiene como principal factor, la diferencia de presiones de vapor. La expresión (43) parte de lo propuesto en [19].

$$L_p = F * A \frac{(\rho c_p)_{af}}{(r_a + r_e)} * \frac{(p_{v_a} - p_{v_{p,sat}})}{\gamma} [W] \quad (43)$$

Si se tiene en cuenta que como ya se explicó antes, el flujo de calor latente L_f depende de la temperatura de los medios y una constante termodinámica psicrométrica cuyos valores para el vapor de agua se encuentran en el anexo C, se puede concluir que

$$\frac{(p_{v_a} - p_{v_{p,sat}})}{\gamma} = (T_a - T_p) \quad (44)$$

Donde se llega nuevamente a la analogía termoeléctrica, definiendo una admitancia al flujo de calor latente como

$$Y_{Lp} = F * A_p \frac{(\rho c_p)_{af}}{(r_a + r_e)} \left[\frac{W}{K} \right] \quad (45)$$

Donde r_e es la resistencia estomática de la parte vegetal que impide el paso del vapor de agua desde las estomas hacia la atmósfera y depende de varios factores multiplicadores empíricos en función de diferentes factores según [19]:

La radiación solar

$$f_1(\varphi_s) = 1 + e^{-0,034 * (\varphi_s - 3,5)} \quad (46)$$

La temperatura de las plantas

$$f_2(T_p) = \frac{e^{0,3 * (T_p - 273,15) + 258}}{e^{0,3 * (T_p - 273,15) + 27}} \quad (47)$$

El contenido volumétrico de agua en el suelo

$$f_3(\omega_g) = \frac{\omega_g^{sat}}{\omega_g} \quad (48)$$

Las presiones de vapor

$$f_4(P_{vfsat} - P_v) = 4 * 10^{-3} + e^{-0,73 * \frac{0,622 * 10^3}{P_{atm}} * (P_{vfsat} - P_v)} \quad (49)$$

Obteniendo la ecuación donde la resistencia estomática mínima, un valor propio de cada planta cambia, es el valor base de la resistencia estomática según se plantea en [19,41].

$$r_e = \frac{r_{emin}}{F} * f_1(\varphi_s) * f_2(T_p) * f_3(\omega_g) * f_4(P_{vfsat} - P_v) \quad (50)$$

Al realizar este cálculo, se encuentran dependencias de los valores de las presiones de vapor y la temperatura de las plantas con el valor de la resistencia estomática a la transferencia de vapor; ya que estos parámetros son desconocidos y se buscan encontrar por medio del modelo, se tomará una expresión reducida para este cálculo como:

$$r_e = \frac{r_{e\min}}{F} * f_1(\varphi_s) * f_3(\omega_g) \quad (51)$$

Esta admitancia define el intercambio de calor latente entre el ambiente y las plantas por medio de la transpiración, ya que se estima que el 90% del agua que ingresa a la planta por las raíces se pierde en forma de vapor [46].

En cuanto al sustrato también existe una transferencia de calor latente, pero ésta depende de la cantidad de agua presente en el mismo expresada por una resistencia a la transferencia de vapor y se define según [19].

$$L_s = A_s * \frac{(\rho c_p)_{ag}}{(r_a + r_{sub})} * \frac{(p_{va} - p_{vsat})}{\gamma} [W] \quad (52)$$

Aquí se aplica el mismo concepto de la constante termodinámica psicrométrica para aplicar la analogía termoeléctrica y se puede obtener:

$$Y_{L_s} = A_s \frac{(\rho c_p)_{ag}}{(r_a + r_{sub})} \left[\frac{W}{K} \right] \quad (53)$$

Donde r_{sub} , la resistencia a la transferencia de vapor del sustrato depende del contenido de agua en el mismo y se define a manera empírica como en [45].

$$r_{sub} = 34,5 \left(\frac{\omega_g}{\omega_g^{sat}} \right)^{3,3} \left[\frac{s}{m} \right] \quad (54)$$

Esta admitancia está ubicada entre los nodos del ambiente y el sustrato, ya que éste último tiene la capacidad de almacenar agua que se pierde en forma de vapor para cumplir con el ciclo hidrológico [34].

Finalmente, se agregan estas dos admitancias al circuito modelo junto a unos amplificadores operacionales que representa la constante psicrométrica y el cambio de variable del nodo de temperatura a una presión de vapor, como se muestra en la Figura 20.

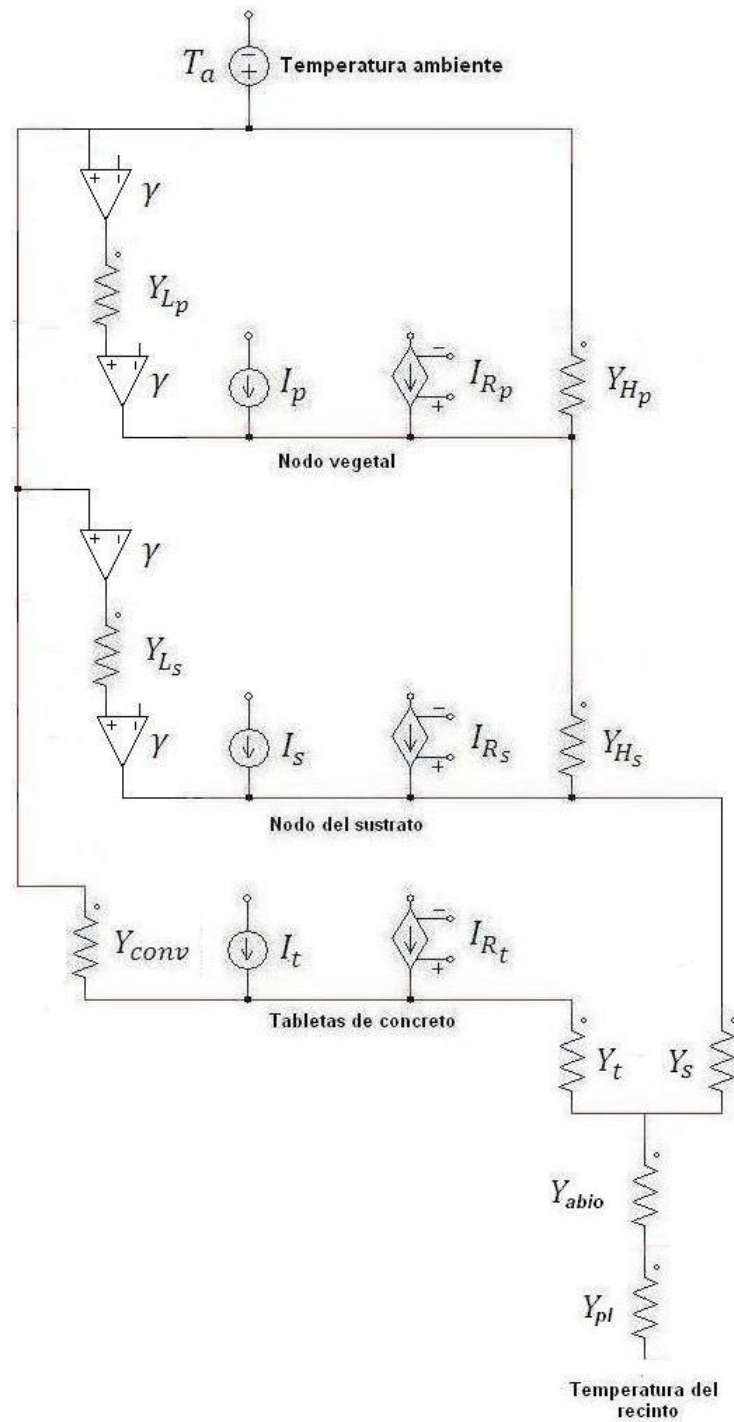


Figura 20. Integración de las admitancias al calor latente al circuito modelo.

4.4.5 Modelado de capacitancias

Como se mencionó en la sección 4.1, la analogía termoeléctrica se trabaja en régimen estacionario, haciendo que el uso de capacitancias para un sistema eléctrico de corriente continua, análogo al aislamiento, térmico sea despreciable.

Por esto, aprovechando las herramientas y facilidades que brinda el estudio de circuitos eléctricos para los estados transitorios, se agregarán capacitancias conectadas a tierra y al mismo nodo de las resistencias que representen transferencias de calor por conducción a través de una masa que pueda almacenar calor y que se evidencia por el aumento de temperatura [35].

Para realizar el modelado de estas capacitancias se consideraran los materiales a una temperatura uniforme en toda su longitud, esto para aplicar los conceptos de un sistema concentrado [13] y que el análisis térmico no se complique innecesariamente.

Para tener una visualización de esto, asuma un cuerpo sólido y concentrado de masa m , longitud l , área superficial A , volumen V , densidad ρ , calor específico c_p , a una temperatura inicial T_i , colocado en un medio a temperatura T_∞ y se lleva a cabo una transferencia de calor entre el medio y el cuerpo [13].

Durante un intervalo diferencial de tiempo dt el cuerpo sólido eleva su temperatura en una cantidad diferencial dT ; por tanto, un balance energético para el sólido se puede expresar como la transferencia de calor hacia el cuerpo en un instante de tiempo es igual al aumento de energía del cuerpo durante ese instante, es decir [13]

$$\dot{Q} * dt = Q \tag{55}$$

Donde Q se define como el calor aportado al sistema y se describe por

$$Q = m * c_p * \Delta T [J] \quad (56)$$

Sabiendo esto y dado que

$$m = \rho V = \rho * A * l [kg] \quad (57)$$

Y reacomodando las expresiones anteriores se tiene que

$$\dot{Q} = A * l * \rho c_p * \frac{dT}{dt} [W] \quad (58)$$

Al recordar las bases de la analogía termoeléctrica, se sabe que la velocidad de transferencia de calor y la temperatura son análogas a la corriente i y a la tensión eléctrica V , respectivamente. Al compararla con la ecuación de una capacitancia eléctrica se encuentran bastantes similitudes:

$$i_c = C * \frac{dV}{dt} [A] \quad (59)$$

Se obtiene entonces que el valor de la capacitancia térmica análoga depende de la geometría del sólido y de su capacidad calorífica.

$$C = A * l * \rho c_p \left[\frac{J}{\text{°C}} \right] \quad (60)$$

Este modelado debe ser validado, ya que se basa en observación y análisis matemático de las expresiones obtenidas en la bibliografía técnica y no de experimentación. Se propone que este tema sea abordado en un posterior trabajo de grado.

Las plantas de un techo verde se modelarán con la capacitancia propuesta en [19] ya que tienen una ganancia de temperatura significativa.

$$C_p = (\rho c_p)_p d_p F \left[\frac{J}{K} \right] \quad (61)$$

Cabe resaltar que la planta buscar regular esta temperatura por medio de la transpiración, es decir, por medio de la pérdida de calor latente [34,46].

Para el modelado de la capacitancia del sustrato se tendrá en cuenta que para que éste sirva como medio de crecimiento de las plantas debe estar compuesto por un suelo rico en nutrientes y por agua; entonces, se considerarán como dos elementos aparte diferentes como se muestra en la Figura 21, para permitir el modelado como un estudio de capacitores con diferente dieléctrico, además de sus respectivas admitancias por conducción.

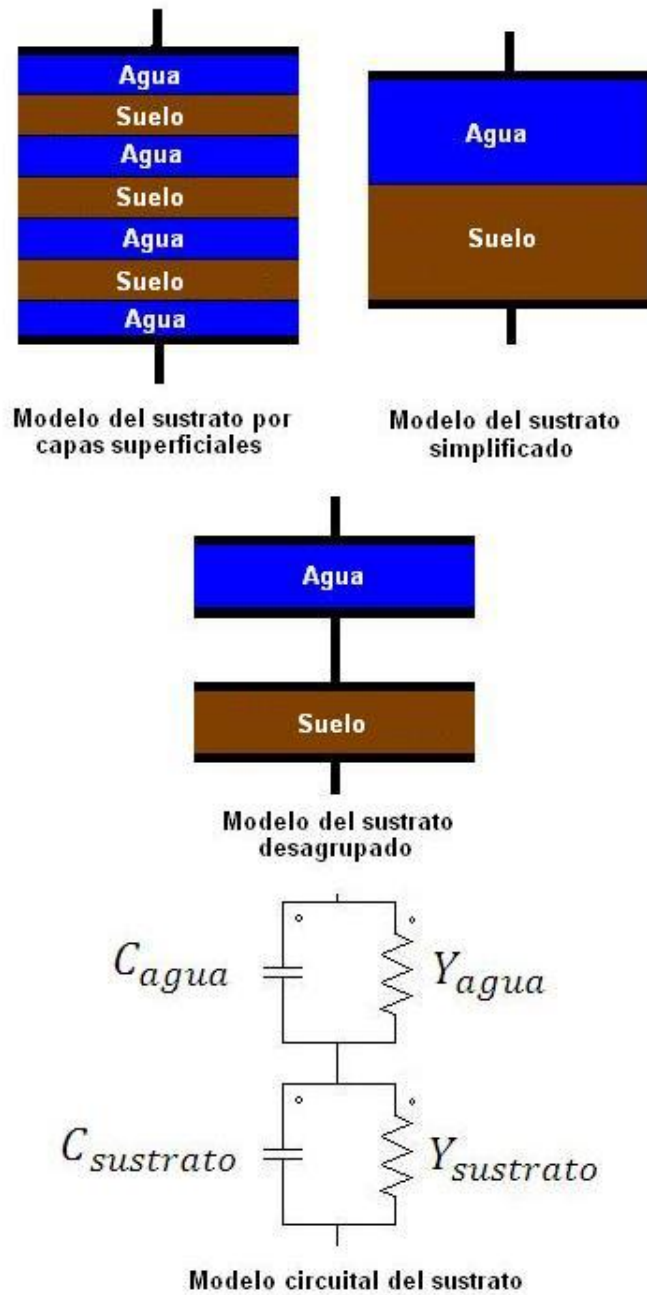


Figura 21. Modelado de la capacitancia y de la admitancia a la conducción para el sustrato.

Las capas abióticas, las tabletas de concreto y la placa almacenan calor en forma de temperatura; por lo tanto, se modela según las admitancias a la conducción propuestas anteriormente.

Teniendo en cuenta que la capa drenaje contiene agua y aire en diferentes proporciones, al igual que el sustrato, el valor de la capacitancia varía, ya que si la capa está llena de agua no existe componente de aire y viceversa, esto se desarrolla en la Figura 22 para la cual

$$C_i = A * l(\rho c_p)_i \left[\frac{J}{\text{°C}} \right] \quad (62)$$

$$Y_i = \frac{k_i * A}{l} \left[\frac{W}{\text{°C}} \right] \quad (63)$$

En donde C_i y Y_i son respectivamente la capacitancia y la admitancia a la conducción para la capa i .

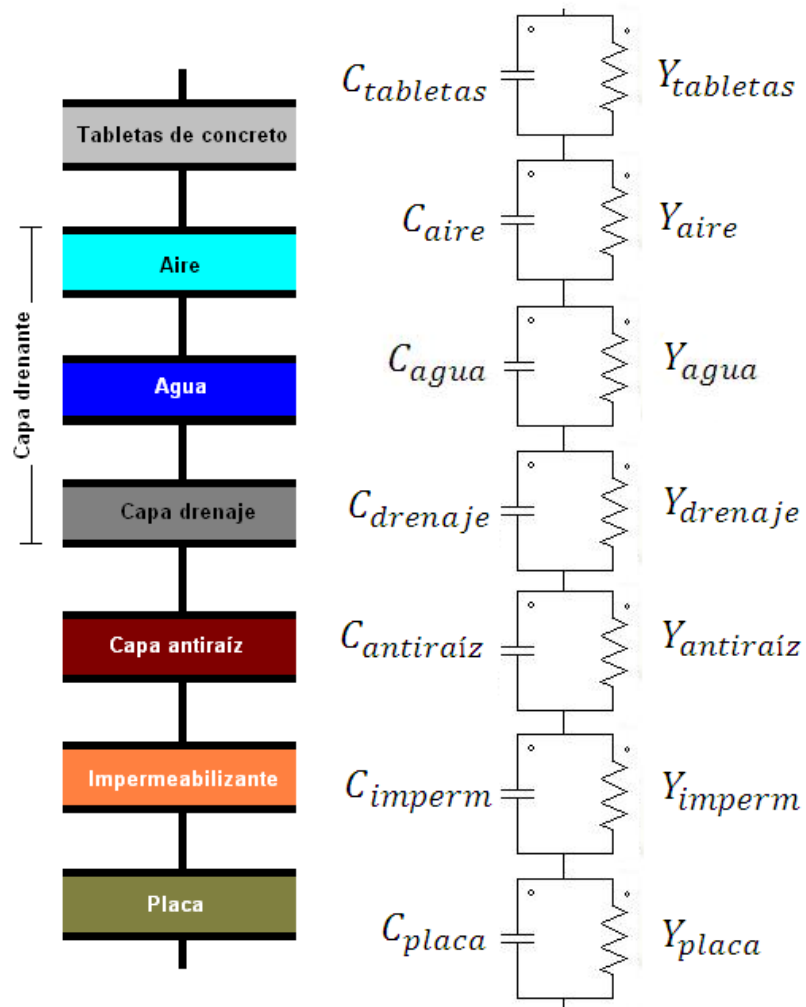


Figura 22. Modelado de la capacitancia y la admitancia a la conducción para cada capa abiótica

También se deben cambiar las admitancias a la conducción ya propuestas, tal como se muestra en la Figura 23.

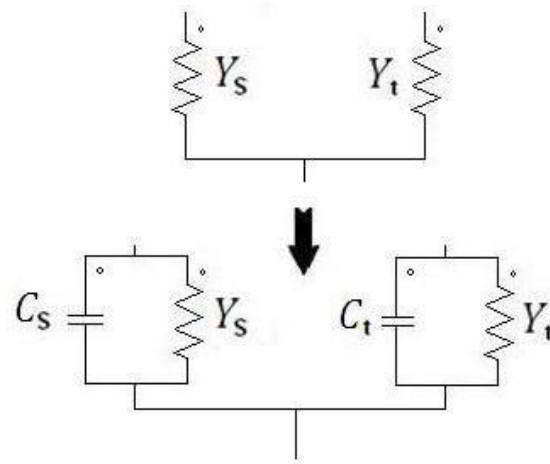


Figura 23. Cambio de equivalencias para las capacitancias y admitancias a la conducción.

Así se obtiene finalmente el circuito modelo análogo a la transferencia de calor en una cubierta vegetal como se muestra en la Figura 24.

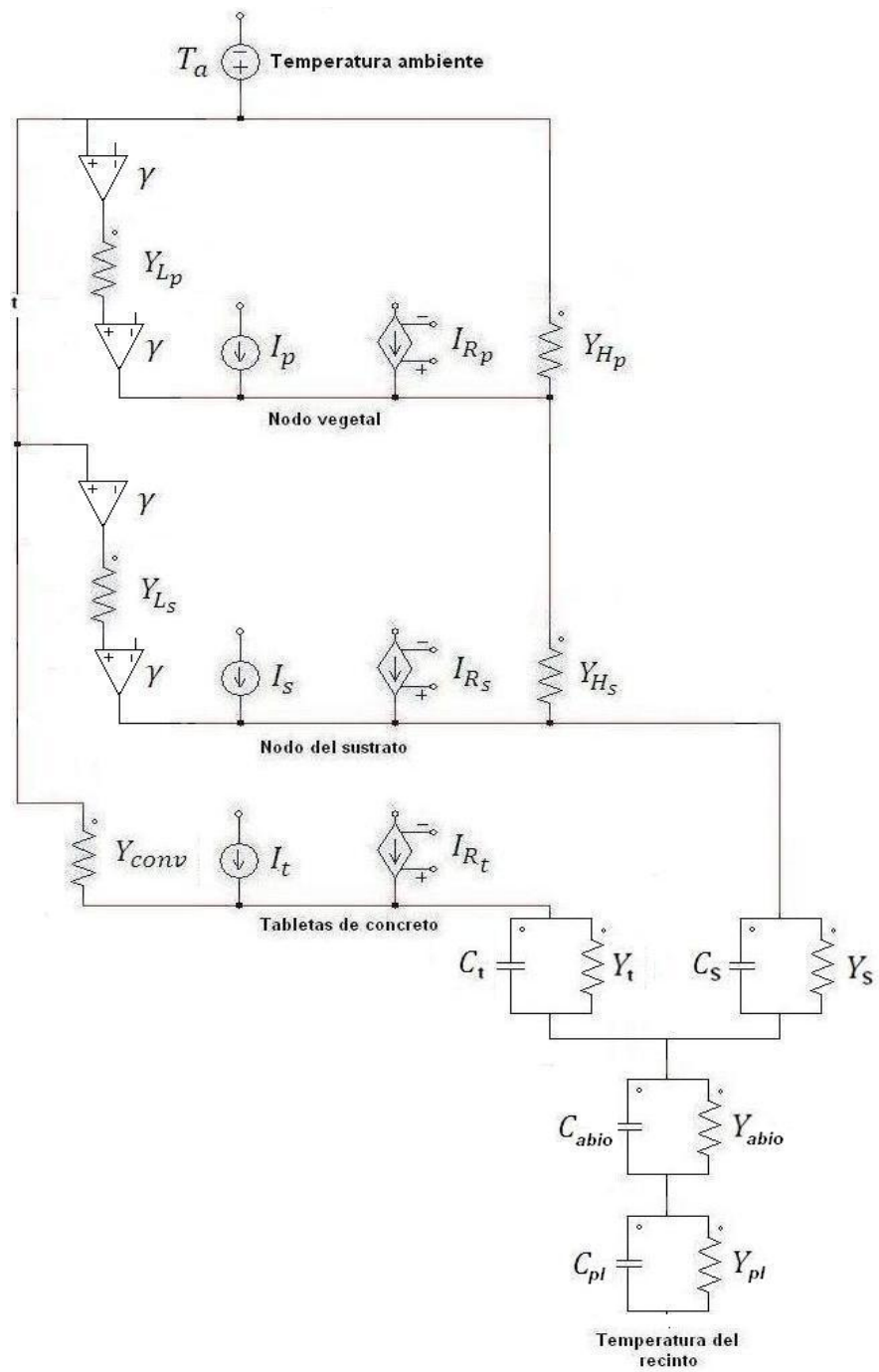


Figura 24. Integración de las equivalencias para las capacitancias y admitancias a la conducción al circuito modelo.

4.5 EXPRESIONES MATEMÁTICAS DEL MODELO

El modelo presentado muestra al flujo de calor como una corriente eléctrica que recorre el circuito y llega al nodo del recinto, produciendo la elevación de la temperatura interna.

La corriente por conducción a través de las capas abióticas y el sustrato, depende de las temperaturas de los nodos del sustrato y del recinto y se puede modelar como:

$$I_{cond1} = I_{H_s} + I_{R_s} + I_s + I_{L_s} = Y_{e1}(T_s - T_r) \quad (64)$$

Y a través de las tabletas de concreto como:

$$I_{cond2} = I_{R_t} + I_t + I_{conv} = Y_{e2}(T_t - T_r) \quad (65)$$

La velocidad de flujo de calor sensible del sustrato que depende de la temperatura de su capa superficial y la temperatura entre las hojas de la capa vegetal multiplicado por su admitancia característica, también es una sumatoria de corrientes como se muestra en la expresión (66):

$$I_{H_s} = I_p + I_{R_p} + I_{H_p} + I_{L_p} = Y_{H_p}(T_p - T_s) \quad (66)$$

La transferencia de calor latente, se da por diferencia de presiones de vapor; por lo tanto, la temperatura de estas capas debe ser transformada en una presión de vapor por medio de una constante termodinámica psicrométrica. Así, la velocidad de transferencia de calor latente en las plantas y en el sustrato se modela, respectivamente como:

$$I_{L_p} = Y_{L_p}(T_a - T_p) = Y_{L_p} \frac{(p_{v_a} - p_{v_{f,sat}})}{\gamma} \quad (67)$$

$$I_{L_s} = Y_{L_s}(T_a - T_s) = Y_{L_s} \frac{(p_{v_a} - p_{v_{s,sat}})}{\gamma} \quad (68)$$

En cuanto a la transferencia de calor sensible en las plantas y por convección en las paredes y techos desnudos, se puede definir, respectivamente como:

$$I_{H_p} = Y_{H_p}(T_a - T_p) \quad (69)$$

$$I_{conv} = Y_{conv}(T_a - T_t) \quad (70)$$

Finalmente, la energía absorbida en forma de aumento de temperatura por los diferentes componentes del techo verde, se libera en forma de corriente análoga al flujo de calor cuando existe un cambio de temperatura en las superficies del material. En este caso existen capacitancias uniendo los nodos del sustrato y las tabletas de concreto con el nodo del recinto, por lo que se obtienen las siguientes expresiones:

$$I_{C_{e1}} = C_{e1} * \frac{d}{dt}(T_s - T_r) \quad (71)$$

$$I_{C_{e2}} = C_{e2} * \frac{d}{dt}(T_t - T_r) \quad (72)$$

5. CONSIDERACIONES PARA LA OPTIMIZACIÓN DEL PROBLEMA DE AISLAMIENTO TÉRMICO

Los techos verdes presentan una innovadora solución al problema del aislamiento térmico en las edificaciones y grandes ciudades donde se presenta el efecto isla de calor [27]. Aunque esta propuesta puede significar un ahorro a futuro en cuanto a consumo energético, los significativos costos de inversión reducen su aplicabilidad. Con esta optimización, estos costos se podrían disminuir y simultáneamente lograr un aislamiento térmico eficiente para unas condiciones físicas, climáticas y financieras determinadas.

Por esto se presenta un conflicto entre la eficiencia térmica de un techo verde y su costo de inversión y mantenimiento. Por ello es de interés analizar desde el enfoque de la optimización, los temas de aislamiento térmico y análisis financiero lo que desemboca en un problema multi-objetivo.

El proceso de optimización multi-objetivo consiste en obtener una solución a al menos dos problemas simultáneos, superando los conflictos entre los propósitos buscados [43].

Para trabajar estos objetivos se describe el funcionamiento de los techos verdes mediante el modelado por admitancias, para poner a consideración sus componentes buscando buenos resultados de aislamiento a menores precios.

Siendo las viviendas de interés social el objetivo de este trabajo, se busca una aplicación de las cubiertas vegetales con un óptimo aislamiento térmico y al menor precio posible.

5.1 FUNCIÓN OBJETIVO

La función objetivo es aquella expresión que contiene las variables que tienen incidencia en los objetivos buscados [43].

Esta función se puede maximizar o minimizar; en este caso se buscaría minimizar el flujo de calor hacia el recinto, según un presupuesto dado. Para esto se pueden variar los componentes del techo verde, tales como el área a construir, el tipo de planta y de sustrato, la irrigación y la profundidad del sustrato, entre otros.

A partir del modelado por admitancias se obtiene la función correspondiente del flujo de calor que ingresa al recinto. Esta función está representada por las corrientes que entran a los nodos, es decir, depende la ley de corrientes de Kirchhoff. Esta ley dice que la sumatoria de corrientes que entran a un nodo, es igual a la sumatoria de corrientes que salen; por lo tanto, se podría definir la función objetivo teniendo en cuenta que las “corrientes que entran” son aquellas que afectan el techo verde y la “corriente que sale” es la del recinto:

$$I_{recinto} = \sum I_{Techo\ verde} \quad (73)$$

Según el circuito modelo se conoce que:

$$\sum I_{Techo\ verde} = I_{cond1} + I_{cond2} + I_{C_{e1}} + I_{C_{e2}} \quad (74)$$

Una vez planteada la función objetivo se procede a realizar el modelo donde se consideran parámetros independientes aquellos que no pueden ser cambiados para lograr los objetivos propuestos, entre éstas se encuentran la radiación solar incidente y la temperatura ambiente.

5.2 RESTRICCIONES

Las restricciones son condiciones explícitas que tienen como consecuencia la reducción del dominio de las soluciones de la función objetivo, es decir, la limitan a un rango de valores para cumplir con los diferentes objetivos propuestos. Para este caso se proponen restricciones a partir de los costos de construcción y mantenimiento.

5.2.1 Costos de construcción y mantenimiento

La cubierta vegetal debe tener suficiente extensión y tamaño para lograr un buen aislamiento térmico, además de un cuidado intensivo al momento de la aplicación y un mantenimiento constante; por lo tanto, los costos considerados son de dos tipos, los de inversión y los de operación y mantenimiento.

Los costos de inversión son los más significativos y su restricción se describe como una sumatoria de los diferentes costos involucrados para la construcción o adaptación del techo verde, tales como la compra de las plantas o la adaptación de la estructura, entre otros, que no podrá exceder un valor de referencia, es decir, el presupuesto de la obra.

$$\sum C_{\$} < \text{Presupuesto} \quad (75)$$

Para la definición de los elementos de esta sumatoria de restricción se tienen en cuenta los siguientes costos:

- Impermeabilización de la placa y capas abióticas
- Sustrato

- Plantas
- Irrigación

Se sabe que un buen mantenimiento se debe realizar periódicamente; para esto, se visualiza el horizonte de vida útil de la cubierta vegetal. El mantenimiento se supone decreciente a medida que pasan los periodos de tiempo, que suelen ser de tipo trimestrales, semestrales y finalmente anuales, hasta que el techo verde llegue a ser auto sostenible. Para estos costos por mantenimiento también se busca un valor mínimo, por lo que se tiene la segunda restricción

$$C_M * t = \text{mínimo} \quad (76)$$

A continuación se describirá como cada costo propuesto en la restricción tiene dependencia en las variables que permiten la optimización del techo verde, mayormente áreas, longitudes y densidades.

Costos por impermeabilización de la placa y capas abióticas

Estos costos sólo dependen del área de construcción y del costo unitario de las capas abióticas

$$C_{abio} = \alpha_{abio} * A_{abio} [\text{\$}] \quad (77)$$

Costos del sustrato

Los costos por compra del sustrato dependen del costo unitario del mismo y del volumen a comprar.

$$C_s = \alpha_s * A_s * l_s [\text{\$}] \quad (78)$$

Costos de las plantas

Las plantas de la cubierta vegetal son compradas por unidad y cada una es sembrada en un área de sustrato especificada, es decir, estos costos dependen del área a sembrar, el precio unitario de las plantas y un factor que representa el número de plantas que pueden ser sembradas en un metro cuadrado de sustrato.

$$C_p = \alpha_p * \theta_p * A_p [\$] \quad (79)$$

Costos por irrigación

Además de la compra de las plantas, para su sembrado y puesta en marcha es necesaria una gran cantidad de agua que llega a ser significativa para el presupuesto. La cantidad de agua necesaria para la puesta en marcha de un techo verde depende del tamaño del mismo, es decir de su área y también de un factor que muestra cuánta agua es necesaria para la aplicación de un metro cuadrado de cubierta vegetal.

$$C_I = \alpha_I * \theta_I * A_p [\$] \quad (80)$$

Los costos que representaría un sistema de irrigación constante pueden ser depreciados si ésta irrigación se realiza manualmente, además de tener en cuenta las temporadas de lluvias. Sin embargo, se muestran en la Figura 25, dos sistemas de irrigación por goteo, de sencilla aplicación a partir de mangueras y botellas de plástico.



Figura25.Irrigación casera por mangueras y botellas plásticas [37].

Se proponen estos métodos aunque no se descarta la posibilidad de incluir sistemas automáticos de irrigación

Costos por operación y mantenimiento

Estos costos incluyen abonado, podado, riego, control de plagas, control de reproducción de las plantas y limpieza de los canales de desagüe, drenaje y sumideros.

Esto quiere decir que los costos por mantenimiento, son de mano de obra, que en viviendas de interés social, pueden ser llevados por los mismos ocupantes; por lo tanto, estos costos se limitarán a materias primas de mantenimiento, tales como el agua, el abono o los instrumentos de limpieza y poda, cuyo costo unitario depende de la extensión del techo, es decir, del área.

$$C_M = \alpha_M * A_T \left[\frac{\$}{t} \right] \quad (81)$$

5.2.2 Confort térmico

El confort térmico consiste en producir una sensación térmica agradable al usuario, que se puede expresar a partir del control de la temperatura de al menos la habitación directamente debajo de la cubierta vegetal aunque también se espera una reducción significativa en las habitaciones aledañas.

Para expresar esta necesidad como una función restricción se propone que la temperatura en el recinto sea menor a la temperatura ambiente más una tolerancia que puede variar dependiendo de las características físicas del recinto y su capacidad para mantener un confort térmico independiente a la cubierta vegetal

$$T_r < T_a + Tolerancia [^{\circ}C] \quad (82)$$

5.2.3 Aplicación a edificaciones existentes

Los costos de cimientos son para construcciones proyectadas; para la aplicación a edificaciones ya levantadas, este costo se transforma en un estudio de viabilidad donde el peso que podría soportar ésta edificación se convierte en un valor restricción el cual no puede ser excedido, es decir

$$P_T = A_s * l_s * (\rho_s + \omega_s * \rho_{\omega}) + A_p * \beta_p + A_{abio} * \beta_{abio} \leq \text{Peso límite [kg]} \quad (83)$$

También es importante aclarar que no todas las construcciones de cubiertas vegetales son iguales, es necesario tener en cuenta las dependencias de la zona en donde se desarrolle tales como las temporadas de lluvias y de sequia o la velocidad promedio del viento.

6. CONCLUSIONES Y RESULTADOS

En este documento se ha propuesto un modelo de estudio para las cubiertas vegetales, después de una revisión de artículos en bases de datos de publicaciones científicas, destacando cada uno de sus componentes y su comportamiento energético. También se han propuesto unas consideraciones para lograr un aislamiento térmico eficiente a un costo reducido, mediante la optimización multi-objetivo del modelado por admitancias.

Todas las variables se han expresado de la manera más general posible para abarcar la mayoría de escenarios donde este modelo pueda ser aplicado, aunque en este proyecto se presentan valores tipo para realizar las diferentes simulaciones, se deja al investigador que aborde el modelo, la búsqueda de los valores referentes a su contexto y a su elección de componentes para la optimización.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] H. Akbari, M. Pomerantz, H. Taha, Cool surfaces and shade trees to reduce energy use and improve air quality in urban areas, *Sol Energy*. 70:295e310 (2001).

- [2] E. Alexandri, P. Jones, Developing a one-dimensional heat and mass transfer algorithm for describing the effect of green roofs on the built environment: Comparison with experimental results, *Building and Environment*. 42 (2007) 2835–2849.

- [3] Asociacion Colombiana de Ingeniería Sísmica, FOREC, Manual de construccion, evaluacion y rehabilitacion sismo resistente de viviendas de mampostería, 2001.

- [4] H.A. Aziz, Z. Ismail, S. Alam, Design Guideline For Sustainable Green Roof System, (2011) 198–203.

- [5] E.P.D. Barrio, Analysis of the green roofs cooling potential in buildings, *Energy & Buildings*. (1998) 179–193.

- [6] T. Blanusa, M.M. Vaz Monteiro, F. Fantozzi, E. Vysini, Y. Li, R.W.F. Cameron, Alternatives to Sedum on green roofs: Can broad leaf perennial plants offer better “cooling service”?, *Building and Environment*. 59 (2013) 99–106.

- [7] D.E. Bowler, L. Buyung-Ali, T.M. Knight, A.S. Pullin, Urban greening to cool towns and cities: A systematic review of the empirical evidence, *Landscape Urban Plann*. 97:147e55. (2010).

- [8] C. Britto Correa, Análisis de la viabilidad y comportamiento energético de la cubierta plana ecológica, Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, 2001.
- [9] L. Carrasco Rios, Efecto de la radiación electromagnética UV-B en las plantas, (2009).
- [10] M. Castañeda, L. Guana Romero, La vivienda de interés social sigue creciendo en Bogotá, Metro Cuadrado. (2012).
- [11] H.F. Castleton, V. Stovin, S.B.M. Beck, J.B. Davison, Green roofs ; building energy savings and the potential for retrofit, Energy & Buildings. 42 (2010) 1582–1591.
- [12] S. Celik, S. Morgan, W.A. Retzlaff, Energy Conservation Analysis of Various Green Roof Systems, (2010) 10–13.
- [13] Y. Çengel, Un acercamiento práctico a la Transferencia de Calor, McGraw-Hill, Reno, 2003.
- [14] Y. Çengel, M.A. Boles, Termodinámica, McGraw-Hill, 2008.
- [15] DANE, Estratificación socio económica en Colombia, (2013). Consultado de https://www.dane.gov.co/index.php?option=com_content&view=article&id=354&Itemid=114 el 28/02/2013.

- [16] Deardorff J. W., Efficient prediction of ground surface temperature and moisture, with inclusion of a layer of vegetation., *Journal of Geophysical Research* 83. (1978) 1889–1903.
- [17] Dept. of Physics and Astronomy, The electromagnetic spectrum, University of Tennessee. (n.d.). Consultado de <http://physics.stackexchange.com/questions/48399/is-there-something-special-in-the-visible-part-of-electromagnetic-spectrum> el 04/02/2013.
- [18] C.A. Diaz Reyes, J.A. Ramirez Luna, Los materiales en la construcción de vivienda de interés social - Ministerio de ambiente, vivienda y desarrollo territorial, Aincol (textos). (2011) 47. Consultado de http://www.minambiente.gov.co/documentos/guias_vivienda_dt/110811_guia_asis_tec_vis_2.pdf el 05/02/2013.
- [19] R. Djedjig, S. Ouldboukhitine, R. Belarbi, E. Bozonnet, Development and validation of a coupled heat and mass transfer model for green roofs, *International Communications in Heat and Mass Transfer*. (2012).
- [20] C. Feng, Q. Meng, Y. Zhang, Theoretical and experimental analysis of the energy balance of extensive green roofs, (2010).
- [21] S.E. Gill, J.F. Handley, A.R. Ennos, S. Pauleit, Adapting cities for climate change: the role of green infrastructure, *Built Environ*. 33:115e33. (2007).
- [22] H. He, C.Y. Jim, Simulation of thermodynamic transmission in green roof ecosystem, *Ecological Modelling*. 221 (2010) 2949–2958.

- [23] Y.J. Huang, H. Akbari, A.A. Taha, H. Rosenfeld, The potential of vegetation in reducing summer cooling loads in residential buildings, *J Appl Meteorol.* 26:1103e16 (1987).
- [24] J.J. Ibañez, *La planta y sus nutrientes*, (2007). Consultado de <http://www.madrimasd.org/blogs/universo/2007/02/01/58506> el 12/02/2013.
- [25] M.E. Jensen, R.D. Burman, R.G. Allen, *Evapotranspiration and Irrigation Water Requirements*, Committee on Irrigation Water Requirements of the Irrigation and Drainage Division of the American Society of Civil Engineers, *Manuals and Reports on Engineering Practice*. (n.d.).
- [26] C.Y. Jim, H. He, Estimating heat flux transmission of vertical greenery ecosystem, *Ecological Engineering*. 37 (2011) 1112–1122.
- [27] C.Y. Jim, L.L.H. Peng, Weather effect on thermal and energy performance of an extensive tropical green roof, *Urban Forestry & Urban Greening*. 11 (2012) 73–85.
- [28] C.Y. Jim, L.L.H. Peng, Substrate moisture effect on water balance and thermal regime of a tropical extensive green roof, *Ecological Engineering*. 47 (2012) 9–23.
- [29] C.Y. Jim, S.W. Tsang, Modeling the heat diffusion process in the abiotic layers of green roofs, *Energy & Buildings*. 43 (2011) 1341–1350.
- [30] C.Y. Jim, S.W. Tsang, Biophysical properties and thermal performance of an intensive green roof, *Building and Environment*. 46 (2011) 1263–1274.

- [31] H.G. Jones, *Plants and microclimate*, Cambridge University Press. (1992). .
- [32] R.M. Lazzarin, F. Castellotti, F. Busato, Experimental measurements and numerical modelling of a green roof, *Energy and Buildings*. 37 (2005) 1260–1267.
- [33] I. Martinez, *Termodinámica básica y aplicada*, Dossat S.A., Madrid, 1992.
- [34] M.S. McKenney, N.J. Rosenberg, Sensitivity of some potential evapotranspiration estimation methods to climate change., *Agricultural and Forest Meteorology*. 64 (n.d.) 81–110.
- [35] A. Mills, *Tranferencia de calor*, McGraw-Hill (1997).
- [36] O. Once, S. Celik, W. Retzlaff, S. Morgan, Thermal Evaluation of Green Roof Systems Containing Bottom Ash Growth Media, (2012) 1–5.
- [37] C. Orlada, Riego por goteo solar, (2012). Consultado de <http://uncaminoalautosuficiencia.blogspot.com/2012/09/riego-por-goteo-solar-el.html> el 27/01/2013.
- [38] G.A. Osma Pinto, *Uso racional de la energía a partir del diseño de aplicaciones sostenibles en el edificio eléctrica II de la Universidad Industrial de Santander*, Universidad Industrial de Santander, 2011.
- [39] S. Parizotto, R. Lamberts, Investigation of green roof thermal performance in temperate climate : A case study of an experimental building in Florianópolis city , Southern Brazil, *Energy & Buildings*. 43 (2011) 1712–1722.

- [40] U.S.E. Protection, A. Programs, Reducing Urban Heat Islands : Compendium of Strategies Green Roofs, (n.d.).
- [41] D.J. Sailor, A green roof model for building energy simulation programs, 40 (2008) 1466–1478.
- [42] D.J. Sailor, D. Hutchinson, L. Bokovoy, Thermal property measurements for ecoroof soils common in the western U.S., Energy & Buildings. 44:1246e51 (2008).
- [43] Y. Sawaragi, H. Nakayama, T. Tanino, Theory of multiobjective optimization, Mathematics in Science and Engineering. 176 (1985).
- [44] R. Serway, Física para ciencias e ingeniería, McGraw-Hill, 2008.
- [45] P.C. Tabares-Velasco, J. Srebric, A heat transfer model for assessment of plant based roofing systems in summer conditions, Building and Environment. (2012) 310–323.
- [46] L. Taiz, E. Zeiger, Plant Physiology, Sinauer Associates, Inc., Sunderland, MA., 2002.
- [47] T. Takakura, S. Kitade, E. Goto, Cooling effect of greenery cover over a building, Energy Buildings. 31:1e6. (2000).
- [48] R. Tapia, Arquitectura, efecto isla de calor, (2009). Consultado de <http://tici9rtapia.blogspot.com/2009/08/el-efecto-isla-de-calor-urbana-que-es.html> el 27/01/2013.

- [49] P.E. Tippens, Física: Conceptos y Aplicaciones, McGraw-Hill, 1988.
- [50] S.W. Tsang, C.Y. Jim, Theoretical evaluation of thermal and energy performance of tropical green roofs, *Energy*. 36 (2011) 3590–3598.
- [51] Urbano, Villalobos, Efecto de la radiación sobre las plantas, (2002). Consultado de <http://ocw.upm.es/ingenieria-agroforestal/climatologia-aplicada-a-la-ingenieria-y-medioambiente/contenidos/tema-3/EFECTO-DE-LA-RADIACION-SOBRE-LAS-PLANTAS.pdf> el 10/02/2013.
- [52] S. Wypych, A. Bokwa, El clima en las ciudades., Jagiellonian University. (2003). Consultado de http://www.atmosphere.mpg.de/enid/2__Clima_Urbano/_Efecto_isla_de_calor_3x6.html el 22/01/2013.
- [53] Z. Yajun, Application of Green Roof Techniques in Beijing , China, Beijing University of Civil Engineering and Architecture. (2010).
- [54] ZinCo, Lifes on roofs - ZinCo International, (2013). Consultado de <http://www.zinco-cubiertas-ecologicas.es/index.php> el 12/03/2013.

ANEXO A. MATERIALES RECOMENDADOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LAS VIS

Actividades de construcción	Clima frío 12,0 °C – 17,5 °C		Clima Templado 17,5 °C– 24,0°C	
	Tradicional	Convencional	Tradicional	Convencional
Muros	Adobe	Unidades de mampostería	Esterilla de guadua con barro	Unidades de mampostería
	Tapia pisada	Pañetes	Adobe	Pañetes
Cubierta	Estructura en madera	Teja de fibrocemento	Estructura en madera	Teja de fibrocemento
	Teja de barro	Teja de barro	Teja de zinc	Teja de barro
Pisos	Madera	Alfombra	Madera	Alfombra
		Madera		Madera
		Vinilo		Vinilo, pisos cerámicos
Ventanas	Madera con basculantes verticales	Aluminio	Madera con basculantes verticales de mediana abertura	Aluminio
		Vidrio		Vidrio
		Angulo		Angulo
Actividades de construcción	Clima cálido seco > 24,0°C		Clima cálido húmedo > 24,0°C	
	Tradicional	Convencional	Tradicional	Convencional
Muros	Esterilla de guadua con barro	Unidades de mampostería huecas	Muros en madera y guadua	Unidades de mampostería hueca
		Pañetes		Madera
	Adobe	Divisiones en materiales ligeros		Bahareque encementado
Cubierta	Estructura en madera	Teja de barro	Fibras naturales	Teja de zinc
		Teja de fibrocemento		Teja de fibrocemento
		Teja de zinc		
Pisos	Baldosín	Vinilo	Baldosín	Baldosín de cemento
		Baldosín de cemento		Tableta cerámica
		Tableta cerámica		
Ventanas	Madera con basculantes verticales	Calados	Calados	Madera
		Madera		Calados
		Lamina		
		Anjeo		Anjeo
<p>TRADICIONAL: Es aquella vivienda que está construida con materiales propios de la región y cuyo proceso constructivo ha sido transmitido de generación en generación</p>				
<p>CONVENCIONAL: Es aquella vivienda construida con sistemas constructivos artesanales mejorados que utiliza materiales modernos o industrializados.</p>				

Tabla A.1. Materiales recomendados para la construcción de las VIS. Adaptada de

ANEXO B. APROXIMACIÓN LINEAL A LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN EMITIDA

Los intercambios de calor por radiación pueden ser significativos; dependen de la emisividad de la superficie ε , el área A y la constante de Stefan-Boltzmann σ ; multiplicadas por la diferencia de la cuarta potencia de las temperaturas absolutas en cuestión, tal como expuso en la sección 3.4.1 mediante la expresión (6) y en la sección 4.3.3 en las expresiones (22), (23) y (24).

Pero para cumplir con el principio de la analogía termoeléctrica, esta ecuación se puede reducir con un coeficiente de transferencia de calor por radiación

$$\dot{Q}_{rad} = h_{rad}A(T_s - T_a) = Y_{rad}(T_s - T_a)[W] \quad (B1)$$

Esta admitancia a la transferencia de calor por radiación se puede aproximar por medio de la serie de Taylor para un valor dado, que se define como:

$$f(x) = f(a) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x - a)^n \quad (B2)$$

En donde $f^{(n)}(a)$ denota la n -ésima derivada de la función f evaluada en el punto a . Al aplicar estos conceptos a las expresiones de transferencia de calor por radiación de Stefan-Boltzmann para las plantas según la expresión (22):

$$I_{R_p} = A\sigma_f \left(\varepsilon_f \sigma (T_{sky}^4 - T_p^4) \right) [W] \quad (22)$$

Para $n = 1$ y $a = T_{sky}$, se tiene que:

$$I_{R_p} = A\sigma_f \left(\varepsilon_f \sigma (-4T_{sky}^3) \right) (T_p - T_{sky}) \quad (B3)$$

$$I_{R_p} = A\sigma_f \left(\varepsilon_f \sigma (4T_{sky}^3) \right) (T_{sky} - T_p) = Y_{R_p} (T_s - T_a) [W] \quad (B4)$$

En donde se aprecia claramente la relación con la analogía termoeléctrica y se obtiene la admitancia térmica de las plantas a la transferencia de calor por radiación, que tiene una gran dependencia de la temperatura absoluta en Kelvin [13].

$$Y_{R_p} = A\sigma_f \left(\varepsilon_f \sigma (4T_{sky}^3) \right) \left[\frac{W}{K} \right] \quad (B5)$$

Y de igual manera para el sustrato y las tabletas de concreto:

$$Y_{R_s} = A(1 - \sigma_f) \left(\varepsilon_g \sigma (4T_{sky}^3) \right) \left[\frac{W}{K} \right] \quad (B6)$$

$$Y_{R_t} = A_{desc} \left(\varepsilon_t \sigma (4T_{sky}^3) \right) \left[\frac{W}{K} \right] \quad (B7)$$

Estas admitancias son propuestas para reemplazar las fuentes dependientes de corriente de los tres nodos expuestos; por lo tanto, se modela una versión diferente del circuito modelo, donde la transferencia de calor por radiación es dada por admitancias y la temperatura del firmamento se convierte en una nueva variable dentro del circuito que se modelará como una fuente independiente de tensión tal como se muestra en la Figura B1.

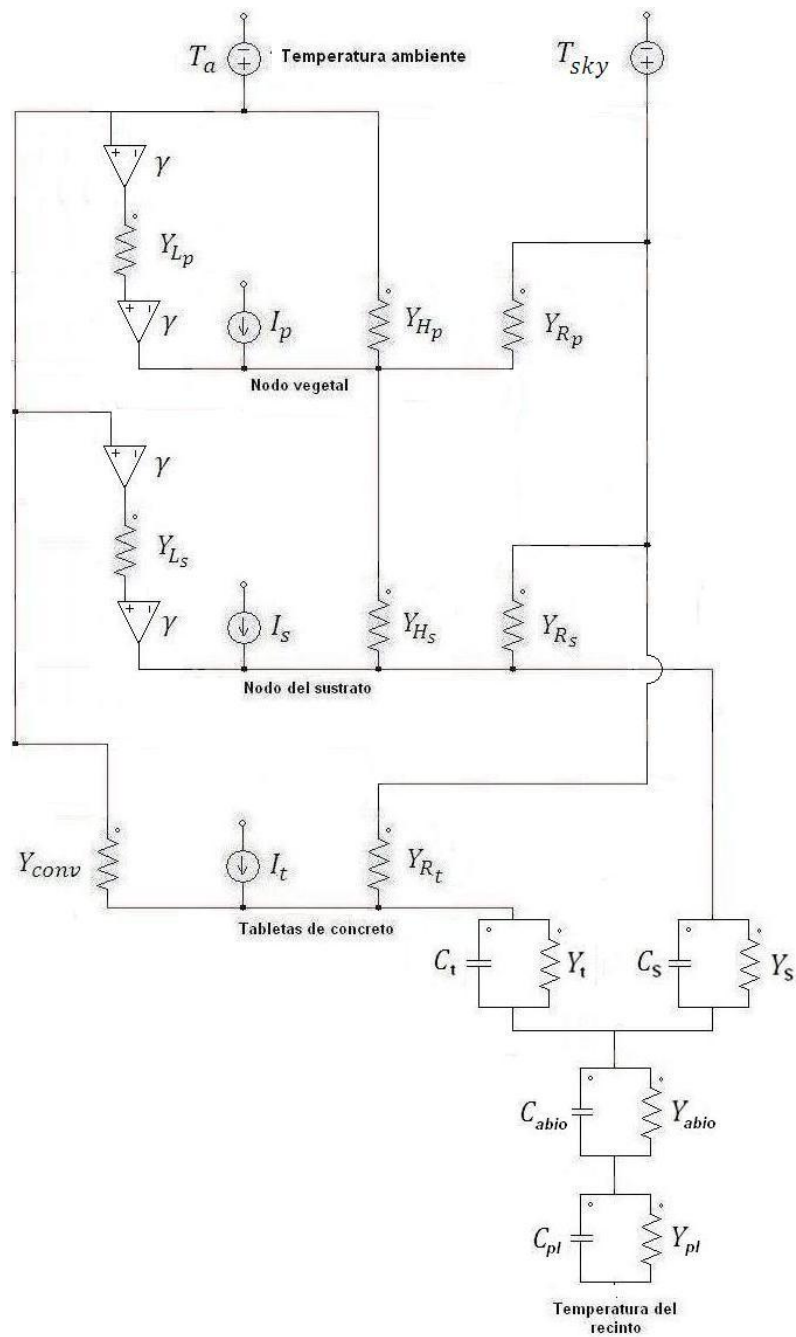


Figura B1. Integración de las admitancias por radiación al circuito modelo

Si la transferencia de calor por radiación se trabaja como una fuente de corriente dependiente se tiene un cálculo efectivo e instantáneo pero el circuito pierde linealidad; por el contrario, si se toma como una admitancia, el circuito es lineal pero los coeficientes de transferencia de calor por radiación son aproximaciones que pueden ser válidas según la interpretación de la Figura B2, en donde se muestra un ejemplo generalizado para la aproximación por series de Taylor.

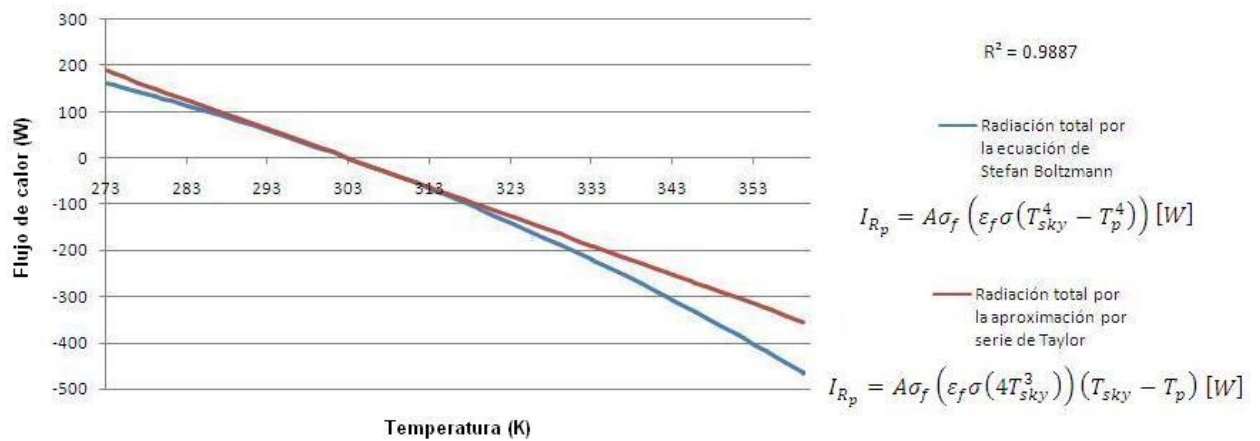


Figura B2. Valores de la radiación total por la ecuación de Stefan-Boltzmann y la aproximación de serie de Taylor para un intervalo entre 273 K y 360 K y para una temperatura del firmamento de 303 K.

La diferencia entre los dos modelos formulados está en los valores de I_{R_p} , I_{R_s} y I_{R_t} , ya que el primer modelo propone valores calculados a partir de la ley de Stefan-Boltzmann y el segundo modelo plantea que la transferencia de calor por radiación se da por una diferencia de temperatura y una admitancia térmica dependiente de un coeficiente de transferencia; por lo tanto, éstos valores se calcularían según lo muestra la Tabla 2.

	Enfoque Fuente dependiente	Enfoque Admitancia
I_{R_p}	$A\sigma_f\varepsilon_f\sigma(T_a^4 - T_p^4)$	$Y_{R_p}(T_a - T_p)$
I_{R_s}	$A(1 - \sigma_f)\varepsilon_g\sigma(T_a^4 - T_s^4)$	$Y_{R_s}(T_a - T_s)$
I_{R_t}	$A\varepsilon_t\sigma(T_a^4 - T_t^4)$	$Y_{R_t}(T_a - T_t)$

Tabla 2. Enfoques del valor de la corriente por transferencia de radiación.

ANEXO C. APROXIMACIÓN A LA CONSTANTE PSICROMÉTRICA

La diferencia de potencial análoga necesaria para calcular el flujo de calor en las plantas o el sustrato por medio de la transferencia de calor latente en el modelado por admitancias, está definida por las presiones de vapor presentes en la capa superficial del elemento y el aire. Estas presiones de vapor se pueden obtener a partir de la temperatura de estos elementos mediante una transformación lineal de la siguiente manera:

Propiedades termodinámicas del vapor de agua húmedo											
Presión		Temperatura		Presión		Temperatura		Presión		Temperatura	
(bar)	(Pa)	(°C)	(K)	(bar)	(Pa)	(°C)	(K)	(bar)	(Pa)	(°C)	(K)
0,0061	610	0	273,15	0,0475	4750	32	305,15	0,2184	21840	62	335,15
0,0061	610	1	274,15	0,05	5000	33	306,15	0,2391	23910	64	337,15
0,007	700	2	275,15	0,0532	5320	34	307,15	0,25	25000	65	338,15
0,0081	810	4	277,15	0,0594	5940	36	309,15	0,2615	26150	66	339,15
0,0094	940	6	279,15	0,0662	6620	38	311,15	0,2856	28560	68	341,15
0,01	1000	7	280,15	0,0737	7370	40	313,15	0,3	30000	69,13	342,28
0,0107	1070	8	281,15	0,075	7500	40,32	313,47	0,3116	31160	70	343,15
0,0123	1230	10	283,15	0,0819	8190	42	315,15	0,3396	33960	72	345,15
0,014	1400	12	285,15	0,091	9100	44	317,15	0,35	35000	72,71	345,86
0,016	1600	14	287,15	0,1	10000	45,83	318,98	0,3696	36960	74	347,15
0,0182	1820	16	289,15	0,1008	10080	46	319,15	0,4	40000	75,89	349,04
0,0206	2060	18	291,15	0,1116	11160	48	321,15	0,4019	40190	76	349,15
0,0234	2340	20	293,15	0,1233	12330	50	323,15	0,4365	43650	78	351,15
0,025	2500	21	294,15	0,1361	13610	52	325,15	0,4736	47360	80	353,15
0,0264	2640	22	295,15	0,15	15000	54	327,15	0,5	50000	81,35	354,5
0,0298	2980	24	297,15	0,1651	16510	56	329,15	0,5133	51330	82	355,15
0,0336	3360	26	299,15	0,1815	18150	58	331,15	0,5573	55730	84	357,15
0,0378	3780	28	301,15	0,1992	19920	60	333,15	0,6	60000	85,95	359,1
0,0424	4240	30	303,15	0,2	20000	60,09	333,24	0,6011	60110	86	359,15

Tabla 3. Valores de presión para el cambio de variable de temperatura por medio de la constante psicrométrica [14]

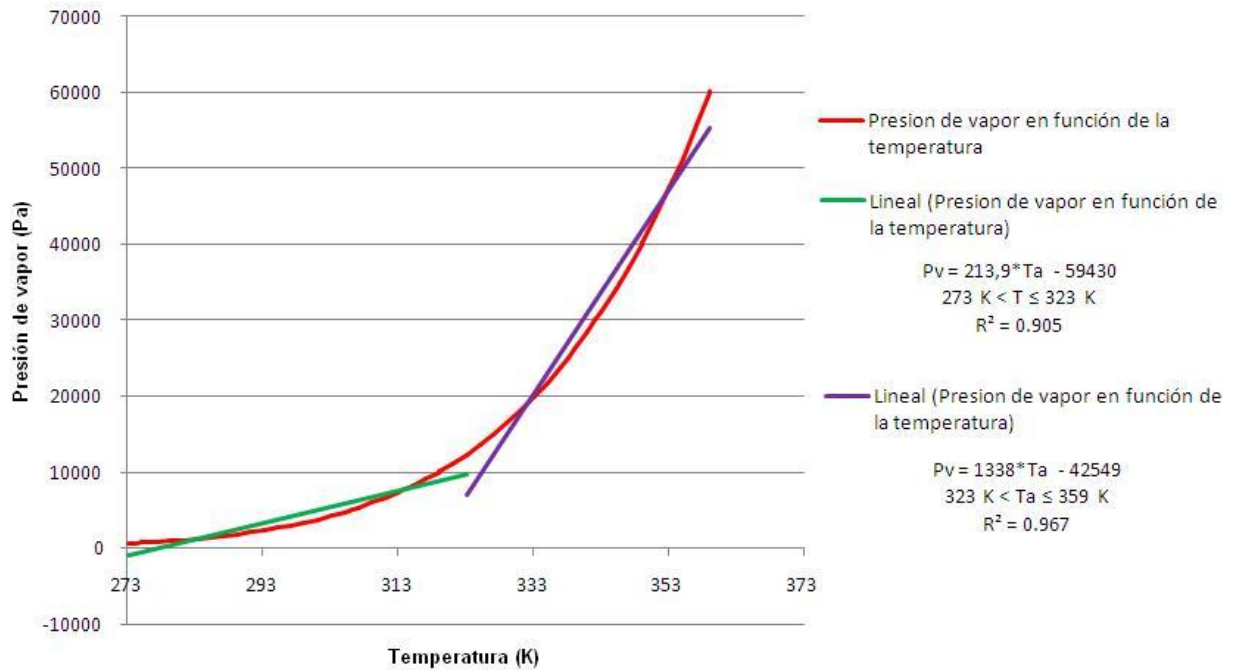


Figura C1. Relación lineal entre la presión de vapor (Pa) y la temperatura (K) para encontrar una constante psicrométrica aproximada

En donde a partir de una temperatura dada, se puede obtener la presión de vapor correspondiente aplicándola a la función lineal correspondiente a los intervalos propuestos en donde se encuentra esta temperatura.

Una vez obtenida esta presión de vapor es necesario volver al dominio de la temperatura, ya que el trabajo con el modelado de admitancias se realiza con tensiones análogas al voltaje; por lo tanto, se propone nuevamente la aplicación de una transformación lineal por intervalos:

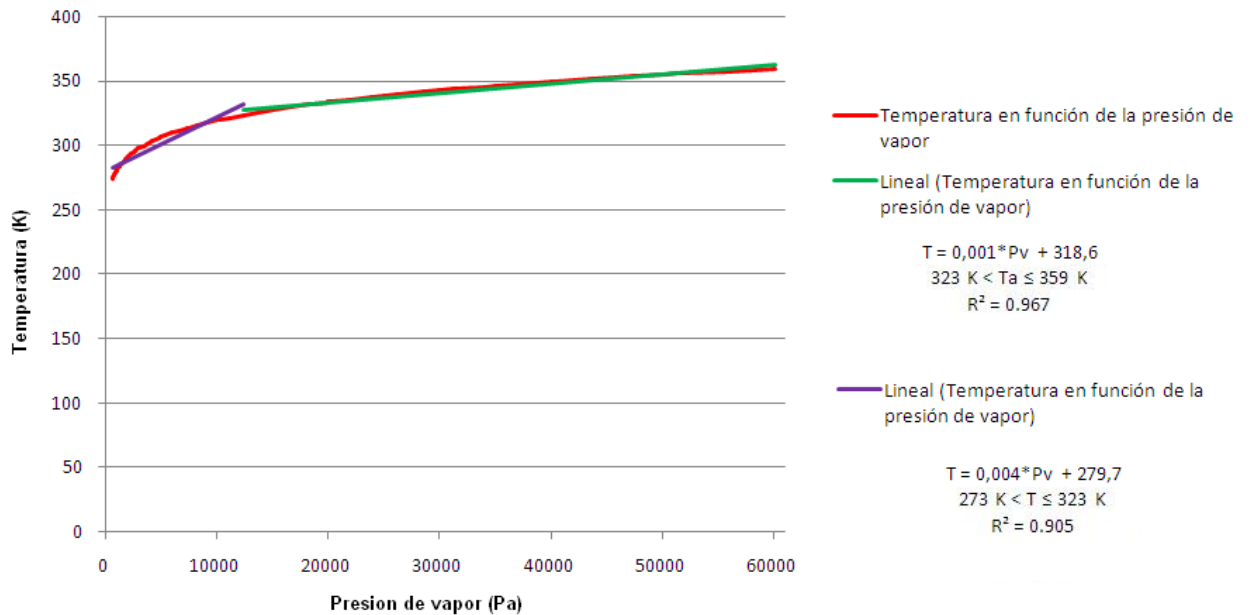


Figura C2. Relación lineal entre la temperatura (K) y la presión de vapor (Pa) para encontrar una constante psicrométrica aproximada

Finalmente para describir la constante psicrométrica de la expresión (43) se utilizan las aproximaciones lineales anteriormente propuestas de la siguiente manera:

$$L_p = FA \frac{(\rho c_p)_{af} (p_{v_a} - p_{v_p,sat})}{(r_a + r_e) \gamma} = FA \frac{(\rho c_p)_{af}}{(r_a + r_e)} (T_1 - T_2) [W] \quad (43)$$

$$(T_a - T_e) * P_1 = (p_{v_a} - p_{v_p,sat}) \quad (C1)$$

$$(p_{v_a} - P_{v_b}) * P_2 = (T_1 - T_2) \quad (C2)$$

En donde P_1 y P_2 son las pendientes de estas aproximaciones, T_a es la temperatura del aire y T_e es la temperatura del elemento:

Por lo tanto para obtener las temperaturas a utilizar en el modelado por admitancias del flujo de calor latente, se multiplican las temperaturas del aire y la del elemento a estudiar (plantas o sustrato) por las pendientes de las dos aproximaciones lineales propuestos:

$$(T_a - T_e) * P_1 * P_2 = (T_1 - T_2) \quad (C3)$$

Y finalmente se define la constante psicrométrica como el inverso de la multiplicación de las pendientes para cada intervalo como:

$$\gamma = \frac{1}{P_1 * P_2} \quad (C4)$$

$$\gamma = 1,168 \text{ Para } 273 \text{ K} < T \leq 323 \text{ K} \quad (C5)$$

$$\gamma = 0,747 \text{ Para } T > 323 \text{ K} \quad (C6)$$

ANEXO D. NOMENCLATURA UTILIZADA

A	Área expuesta [m^2]
C	Capacitancia análoga a la capacidad térmica de almacenamiento de calor $\left[\frac{J}{^{\circ}C}\right]$
$C_{\$}$	Costos [\\$]
F	Índice de área foliar [-]
H	Flujo de calor sensible [W]
h_c	Coeficiente de convección $\left[\frac{W}{^{\circ}C*m}\right]$
h_r	Coeficiente de radiación $\left[\frac{W}{^{\circ}C*m}\right]$
I	Flujo de corriente análoga a la velocidad de flujo de calor [A]
○ I_p	Flujo por radiación solar directa a las plantas [A]
○ I_s	Flujo por radiación solar directa al sustrato [A]
○ I_R	Flujo por transferencia de calor por radiación [A]
○ I_{conv}	Flujo por transferencia de calor por convección [A]
○ I_{cond}	Flujo por transferencia de calor por conducción [A]
○ I_H	Flujo por transferencia de calor sensible [A]
○ I_L	Flujo por transferencia de calor latente [A]
k	Conductividad térmica $\left[\frac{W}{^{\circ}C*m}\right]$
L	Flujo de calor latente [W]
l	Grosor de la capa [m]

- $P_{v_{sat}}$ Presión de vapor saturada [Pa]
- P_{v_a} Presión de vapor del aire [Pa]
- \dot{Q} Velocidad de transferencia de calor [W]
- R Resistencia térmica $\left[\frac{^{\circ}C}{W} \right]$
- r_a Resistencia aerodinámica a la transferencia de calor sensible $\left[\frac{s}{m} \right]$
- r_s Resistencia estomática a la transferencia de vapor $\left[\frac{s}{m} \right]$
- P_T Peso total del techo verde [kg]
- T Temperatura [$^{\circ}C$]
- t Tiempo [trimestres, semestres, años]
- v Velocidad del viento $\left[\frac{m}{s} \right]$
- Y Admitancia térmica análoga $\left[\frac{W}{^{\circ}C} \right]$
- Y_{cond} Admitancia térmica a la conducción $\left[\frac{W}{^{\circ}C} \right]$
 - Y_e Admitancia térmica equivalente $\left[\frac{W}{^{\circ}C} \right]$
 - Y_{conv} Admitancia térmica a la convección $\left[\frac{W}{^{\circ}C} \right]$
 - Y_R Admitancia térmica a la radiación $\left[\frac{W}{^{\circ}C} \right]$
 - Y_H Admitancia térmica al calor sensible $\left[\frac{W}{^{\circ}C} \right]$
 - Y_L Admitancia térmica al calor latente $\left[\frac{W}{^{\circ}C} \right]$

Letras griegas

α	Costos unitarios $\left[\frac{\$}{Unidad}\right]$
β	Densidad laminar $\left[\frac{kg}{m^2}\right]$
γ	Constante psicrométrica termodinámica $\left[\frac{Pa}{^{\circ}C}\right]$
ε	Emisividad [-]
σ	Constante de Stefan-Boltzman $\left[\frac{W}{m^2 * K^4}\right]$
σ_f	Cobertura vegetal fraccionada [-]
ρc_p	Capacidad térmica específica $\left[\frac{J}{m^3 * ^{\circ}C}\right]$
θ	Factor de proporción de unidades por metro cuadrado $\left[\frac{Unidad}{m^2}\right]$
μ	Coeficiente de absorción de las plantas [-]
ρ	Densidad volumétrica $\left[\frac{kg}{m^2}\right]$
ρ_s	Reflectividad de onda corta de la hoja [-]
ρ_g	Reflectividad de onda corta del suelo [-]
τ_s	Transmitancia de onda corta de la hoja [-]
φ_s	Radiación solar directa $\left[\frac{W}{m^2}\right]$
ω_g	Contenido volumétrico de agua en un volumen de suelo dado [-]
ω_g^{sat}	Contenido volumétrico saturado de agua en un volumen de suelo dado [-]

Subíndices

abio Capas abióticas

a Ambiente

p Planta

pl Placa

r Recinto

s Sustrato

t Tabletas de concreto