



1. Solución al Problema de Ruteo de Vehículos de Flota Fija Heterogénea con Restricciones de Carga Bidimensional (2L-HFFVRP) mediante la Metaheurística de Algoritmo Genético.

Solution to the Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem with Two-dimensional Load Restrictions (2L-HFFVRP) using the Genetic Algorithm Metaheuristics.

Ingrith Marcela Mendoza - Mendoza¹, Carlos Ernesto Mendoza - Giménez²

Grupo de investigación Ópalo, Facultad Fisicomecánicas, Universidad Industrial de Santander, Colombia. Correo electrónico: ingrith2175594@correo.uis.edu.co¹, carlos.mendoza9@correo.uis.edu.co²

Recibido: dd mes 2023. Aceptado: dd mes 2023. Versión final: dd mes 2023

Resumen

En el presente trabajo de investigación se plantea la metaheurística de algoritmo genético para abordar el problema de ruteo de vehículos de flota fija heterogénea con restricciones de carga bidimensional (2L-HFFVRP). La particularidad de esta restricción de carga bidimensional radica en la capacidad de rotación de los artículos en un ángulo de 90° y la carga de manera secuencial en el vehículo, lo que representa una variante que no ha sido estudiada del problema clásico de ruteo y tiene una amplia gama de aplicaciones en el campo de la logística. En este problema, cada cliente demanda un conjunto de artículos bidimensionales rectangulares y el objetivo es encontrar las rutas de entrega que minimicen la distancia total recorrida por una flota de vehículos con diferentes capacidades y superficies de carga bidimensional. Para dar solución al problema, se desarrolla un algoritmo genético para abordar el HFFVRP y un algoritmo de primera posición (First-fit) para abordar las restricciones de carga 2L. Como resultado, se crea un prototipo de programa con interfaz de usuario. Para la validación del modelo y algoritmo propuesto, se realizan escenarios e instancias, utilizando los datos reales proporcionados por la Cooperativa de Impresores del Oriente, una empresa del sector papelerero de la ciudad de Bucaramanga, que se encarga de atender al sector de la industria de la comunicación gráfica en la región oriente del país, suministrando materias primas e insumos a sus asociados. Los resultados obtenidos respaldan la efectividad de este enfoque: el modelo propuesto describe correctamente el problema, el algoritmo obtiene buenas soluciones factibles y demuestra su capacidad para resolver problemas a pequeña escala como a gran escala. Además, la heurística de empaquetamiento es una estrategia eficiente en la solución de este tipo de problemas de carga.

Palabras clave: ruteo de vehículos, flota fija heterogénea, carga bidimensional, algoritmo genético.

Abstract

In this research work, a genetic algorithm is proposed to address the problem of routing heterogeneous fixed fleet vehicles with two-dimensional loading constraint (2L-HFFVRP). The particularity of this two-dimensional loading constraint resides in the ability to rotate the items at an angle of 90° and load them sequentially on the vehicle, which represents an unstudied variant of the classic routing problem and has a wide range of applications in logistics. In this problem, each customer demands a set of two-dimensional rectangular items and the objective is to find delivery routes that minimize the total distance traveled by a fleet of vehicles with different capacities and two-dimensional loading

ISSN impreso: 1657 - 4583. ISSN en línea: 2145 – 8456, **CC BY-ND 4.0**

Cómo citar: I. M. Mendoza-Mendoza, Carlos E. Mendoza, “Solución al Problema de Ruteo de Vehículos de Flota Fija Heterogénea con Restricciones de Carga Bidimensional (2L-HFFVRP) mediante la Metaheurística de Algoritmo Genético” *Rev. UIS Ing.*, vol. xx, no. x, pp. xx-xx, año. doi:

surfaces. To solve this problem, a genetic algorithm is developed to address the HFFVRP and a first-fit algorithm to address the bidimensional loading constraints. As a result, a program prototype with a graphical user interface is created. For the validation of the proposed model and algorithm, scenarios and instances are conducted, using the real data provided by the Cooperativa de Impresores del Oriente, a company in the paper sector of the city of Bucaramanga, which is responsible for serving the graphic communication industry in the eastern region of the country, supplying raw materials and inputs to its associates. The results obtained support the effectiveness of this approach: the proposed model correctly describes the problem; the algorithm obtains good feasible solutions and demonstrates its ability to solve small-scale and large-scale problems. Furthermore, the packing heuristic is an efficient strategy in solving this type of loading problems.

Keywords: vehicle routing, heterogeneous fixed fleet, two-dimensional load, genetic algorithm.

1. Introducción

En muchas organizaciones, la logística es esencial para tomar decisiones. Cada sistema productivo necesita una forma eficiente de suministrar productos a clientes, lo que depende en gran medida del uso eficiente de vehículos de entrega. Esto afecta directamente los costos de transporte y tiempos de entrega en la cadena de suministro (Dey et al., 2021).

El problema de ruteo de vehículos (VRP) se considera uno de los factores más importantes tanto en la logística como en los sistemas de transporte de carga. buscando la entrega eficiente de artículos a clientes. Los costos comunes están relacionados con la distancia de viaje y existen diferentes variantes del VRP debido a limitaciones adicionales encontradas en el contexto cotidiano (Braekers et al., 2016). En cuanto a lo que la composición de la flota se refiere, uno de los problemas de ruteo clásicos es el CVRP, el cual considera vehículos con capacidad limitada, mientras que el HFVRP considera vehículos de diferente capacidad (Koç et al., 2016). Se han estudiado diferentes variantes de VRP de flota heterogénea, como el HFVRP con un número ilimitado de vehículos y el HFFVRP con un número limitado. En estas variantes, las demandas de clientes se expresan en peso o volumen, y se debe garantizar que no excedan la capacidad de carga del vehículo. No obstante, existe una variante derivada del contexto cotidiano de las empresas que involucra el transporte de artículos con geometría rectangular, es decir, artículos que no pueden ser apilados ya sea debido a su peso o su fragilidad, como lo pueden llegar a ser los electrodomésticos. En todos estos casos, es necesario considerar restricciones adicionales para reflejar la carga bidimensional del problema, porque la forma en que estos artículos se cargan a los vehículos puede tener una influencia significativa sobre los costos de distribución (Côté et al., 2017). Dado que el problema de ruteo y problema de carga son ambos problemas NP-Hard, combinarlos lleva a un problema de optimización de extrema dificultad.

El problema de ruteo de vehículos con restricciones de carga bidimensional (2L-CVRP) es uno de los primeros que trata de integrar los problemas de carga y el ruteo de

vehículos. En el contexto cotidiano las empresas cuentan con una flota heterogénea de vehículos, lo que les ofrece la flexibilidad necesaria para diseñar un plan de distribución más rentable. El problema de ruteo de vehículos de flota heterogénea con restricciones de carga bidimensional (2L-HFVRP) trata el 2L-CVRP con una flota de vehículos heterogénea e ilimitada. No obstante, dado que la mayoría de las empresas que tienen que entregar mercancías poseen una flota limitada de vehículos debido a las limitaciones de sus recursos, es crucial estudiar los problemas de ruteo que involucran flotas fijas heterogéneas y restricciones de carga. Hasta donde se sabe, no se conoce de investigaciones donde se haya abordado dicha variación del VRP, aunque sea un problema práctico en las empresas de transporte y logística del mundo real.

Mencionado lo anterior, esta investigación se centra en una variante específica del problema de ruteo de vehículos conocido como el problema de ruteo de vehículos de flota fija heterogénea considerando, además, las restricciones que se pueden presentar a la hora de cargar los vehículos por las dimensiones de largo y ancho de los productos (2L-HFFVRP). Dicho estudio va a ser probado con datos reales proporcionados por la empresa Cooperativa de Impresores del Oriente (Coimpresores). Coimpresores es una Empresa del Sector de la Industria de la comunicación gráfica con carácter Cooperativo supervisada por la Superintendencia de Economía solidaria.

La estructura de este documento se organiza como sigue. En la Sección 2 se presenta una revisión de literatura sobre el 2L-CVRP y el 2L-HFVRP. Seguidamente, se define el planteamiento del problema en la Sección 3. En la Sección 4 y 5 se presenta la formulación formal del problema y la formulación del modelo matemático respectivamente. Después, se describen tanto el algoritmo genético, en la Sección 6, como el algoritmo de primera posición en la Sección 7. La Sección 8 presenta el conjunto de instancias y explica los resultados. Por último, en la Sección 9 y 10 se exponen las conclusiones y recomendaciones para futuras investigaciones.

2. Revisión de literatura

En los últimos años, los problemas donde se integra el ruteo de vehículos con los problemas de carga están despertando un interés cada vez mayor, esto debido a su relevancia para los sistemas logísticos de las organizaciones (Côté et al., 2017). Hasta donde se sabe, no existen estudios sobre el 2L-HFFVRP hasta la fecha. Debido a esto, esta revisión de literatura se centrará en las investigaciones previas realizadas acerca del 2L-CVRP y el 2L-HFVRP. Ambos problemas combinan el problema de ruteo de vehículos con restricciones de carga bidimensional, pero se asume una flota de vehículos homogénea y heterogénea ilimitada, respectivamente.

El 2L-CVRP fue introducido por primera vez por Iori et al., 2007. Trataron el problema de ruteo empleando un algoritmo de ramificación y corte (Branch-and-cut) para tratar los aspectos de ruteo del problema anidado con un procedimiento de ramificación y acotamiento (Branch-and-Bound) para garantizar que las cargas a llevar dentro de los vehículos fuesen factibles. Posteriormente, Gendreau et al., 2008, propusieron una metaheurística de búsqueda tabú para el problema de ruteo, y realizaron la verificación de la factibilidad de las cargas a través de heurísticas y de un procedimiento de Branch-and-Bound, considerando la carga como secuencial y sin restricciones en su orientación. Fuellerer et al., 2009, desarrollaron un algoritmo de colonia de hormigas para solucionar el problema de ruteo de vehículos combinado con una heurística para el problema de la carga. Estos autores fueron los primeros que permitieron la rotación de los artículos. Duhamel et al., 2011, propusieron un método que combinaba una metaheurística GRASP (Greedy Adaptive Random Search Procedure) con una búsqueda local evolutiva transformando el problema de cargas en un problema de programación de proyectos. (Duhamel et al., 2011) Wei et al., 2018, propusieron un algoritmo de recocido simulado con un mecanismo de aumento y disminución de la temperatura que utilizan en una heurística basada en espacio abierto para tratar con las restricciones de carga que mejoró la solución de todas las versiones del problema abordadas anteriormente.

Con respecto al 2L-HFVRP, fueron Leung et al., 2013, los primeros en abordar el problema a través de un algoritmo híbrido de recocido simulado con una búsqueda local para dar solución al problema de ruteo y una serie de seis heurísticas para resolver las restricciones de la carga. Dominguez et al., 2016, desarrollaron un algoritmo que combinaba versiones aleatorizadas sesgadas de algunas heurísticas para resolver el problema de carga con orientación y sin orientación de los objetos. La aleatorización sesgada de heurísticas hace referencia al uso de distribuciones de probabilidad sesgadas para inducir un comportamiento aleatorio no simétrico en una heurística (Grasas et al., 2017). Zhang et al., 2018, propusieron un algoritmo de enjambre de abejas con

sistema inmunológico artificial para tratar problemas con cargas secuenciales y no restringidas.

Esta revisión de literatura acerca del problema de ruteo de vehículos de flota heterogénea con restricciones de carga bidimensional evidencia que otros investigadores sólo han resuelto estos problemas considerando una flota ilimitada de vehículos. No obstante, en la práctica, no es un escenario real, ya que las empresas por lo general poseen una flota limitada de vehículos debido a las limitaciones en sus recursos, generalmente económicos.

3. Planteamiento del problema

En el entorno competitivo actual, las empresas deben tomar decisiones estratégicas en el diseño de sus redes de distribución; una correcta gestión de la cadena de suministro en cualquier sector industrial es trascendental, teniendo en cuenta que allí se encuentran asociados los costos logísticos de producción y distribución. La cadena de suministro comienza en la adquisición y procesamiento de las materias primas y finaliza con la distribución a los clientes. Este último es uno de los componentes más importantes para fortalecer la relación con el cliente y mejorar la competitividad de las empresas.

En Colombia, los costos logísticos tuvieron una disminución de 0,9 puntos porcentuales, es decir que, de cada \$100 que facturaron las empresas, destinaban en promedio \$13,50 en 2018 y \$12,60 en 2020, según la última actualización de la Encuesta Nacional Logística (ENL) del Departamento Nacional de Planeación. De igual forma, la encuesta indica que el componente de transporte es el de mayor participación dentro del costo logístico total (Departamento Nacional de Planeación, 2020). En este sentido, se pueden evidenciar los esfuerzos por reducir estos costos asociados. Sin embargo, siguen siendo altos en comparación con otras economías mucho más desarrolladas, en las cuales su reducción ha sido de hasta 4%. Ahora bien, teniendo en cuenta que el sector productivo del país está mayormente centrado en las pequeñas y medianas empresas, cabe resaltar que el 56% cuentan con flota propia de diferente tipología vehicular y limitada (fija), entre ellas el 14,1% utiliza vehículos con capacidades de hasta 4,5 toneladas (Departamento Nacional de Planeación, 2020), resultando ser una oportunidad para utilizar eficientemente esos recursos propios y enriquecer la cadena de suministro.

Optimizar eficientemente las redes logísticas teniendo en cuenta la variable de costo, a menudo, se asocia con la distancia de conducción, la capacidad del vehículo y la forma de empaquetar los productos para alcanzar altos niveles de utilización del vehículo. La flexibilidad que brinda disponer de vehículos con características diferentes, lo que comúnmente se conoce como flota

heterogénea, permite dar solución a problemas reales teniendo en cuenta restricciones por espacio insuficiente debido al tráfico, clientes ubicados en calles estrechas o las limitaciones del peso del vehículo en el núcleo urbano. El problema de ruteo de flota fija heterogénea (HFFVRP) se reduce al clásico problema de ruteo capacitado (CVRP) cuando los vehículos tienen la misma capacidad. En consecuencia, este tipo de problema es un NP-hard.

Por otro lado, ha surgido gran interés por problemas que están presente en muchos escenarios de la vida real relacionados, en este caso, con el transporte de artículos voluminosos y/o delicados que no pueden apilarse ni superponerse, en donde se debe considerar restricciones de embalaje bidimensional (2L); tener en cuenta este tipo de restricciones lo convierte en un problema NP-hard (Dominguez et al., 2016). Además, está directamente relacionado con la utilización eficiente del espacio del vehículo y la cantidad de clientes que se pueden atender. El 2L-HFFVRP es una variante del problema de ruteo de vehículos que tiene en cuenta tanto la flota de vehículos, como la restricción de carga; poco estudiada en la literatura.

Considerando que el problema a abordar es un problema de optimización combinatoria del tipo NP-hard, con dos problemas NP-hard, es necesaria la adopción de una metaheurística para obtener soluciones factibles en una cantidad razonable de tiempo de computación como una forma viable de resolver instancias del 2L-HFFVRP a gran escala (Subramanian et al., 2012).

Esta investigación se plantea a través del Algoritmo Genético como propuesta para dar solución al problema y trabajarlo con datos reales de la Cooperativa de Impresores del Oriente (Coimpresores), una empresa del sector papelerero de la ciudad de Bucaramanga, que se encarga de atender al sector de la industria de la comunicación gráfica en la región oriente del país, suministrando materias primas e insumos a sus asociados. Coimpresores tiene que realizar entregas de acuerdo con los pedidos diarios, para los cuales utilizan dos tipos de estibas en forma rectangular, pero con medidas diferentes y deben ser empaquetados de forma eficiente sobre la superficie del camión para alcanzar altos niveles de utilización del vehículo. En definitiva, se pretende realizar la formulación de un modelo matemático para abordar la problemática planteada; posteriormente, se desarrolla el algoritmo genético en el lenguaje de programación Python para finalmente, validar lo propuesto con instancias de prueba a partir de datos reales.

Por último, al tratarse de un trabajo en modalidad de investigación, se aportará al proceso de generación de conocimiento para la Universidad Industrial de Santander, en pro de dar cumplimiento a una de sus funciones misionales.

4. Definición formal del modelo

Formalmente, el 2L-HFFVRP, basado en notaciones similares utilizadas en la literatura, se puede definir como un grafo dirigido $G = (N, A)$, en donde N es el conjunto de vértices o nodos que contiene n clientes en donde $n \in N = \{0, 1, \dots, n\}$, incluyendo el depósito como un cliente, y la planta (n_0), mientras que $A = \{(i, j) \mid i, j \in N, i \neq j\}$ denota el conjunto de arcos posibles. Cada arco $(i, j) \in A$ posee un costo no negativo asociado a la distancia d_{ij} que equivale a la distancia entre el cliente i y el cliente j . En la planta se encuentra una flota fija de v vehículos heterogéneos, es decir una cantidad limitada de vehículos de características diferentes. Cada vehículo v tiene una capacidad de peso máxima P_v y un espacio de carga bidimensional de longitud L_v y anchura W_v . La demanda de cada cliente i ($i = 1, \dots, n$) se define como un conjunto m_i artículos bidimensionales rectangulares denotado por $E = \{1, \dots, \sum_{i=1}^n m_i\}$ y un peso total P_i conocido. Cada artículo $E_{ia} \in E$ ($a = 1, 2, \dots, m_i$) tiene una longitud L_{ia} , y un ancho W_{ia} .

Los artículos no pueden superponerse. Además, los artículos pueden ser rotados 90° durante el proceso de carga. Por otro lado, la carga de cada vehículo debe permitir una fácil descarga, así pues, que al descargar los artículos de un cliente i , no se desplacen los artículos del cliente j ; es por ello que se considera una restricción de secuencia de descarga, es decir que al visitar un cliente i debe ser posible descargar sus artículos realizando únicamente movimientos paralelos a la longitud del vehículo. De forma implícita, se busca reducir el tiempo de descarga y por ende el tiempo que se demora un vehículo de un cliente a otro, dado que la reorganización de la carga en las instalaciones del cliente puede resultar difícil, lenta o incluso imposible debido al peso y el tamaño de los artículos o a las limitaciones de las carretillas elevadoras.

El objetivo de este problema de ruteo es encontrar el conjunto de rutas que atienden a todos los clientes minimizando el costo y cumpliendo con cada una de las restricciones; considerando un esfuerzo computacional razonable, que permita manejar instancias de gran tamaño y obtener resultados útiles para la distribución en el mundo real, partiendo de los siguientes supuestos:

1. Todo vehículo inicia y termina su recorrido en la planta.
2. Cada cliente debe ser visitado una única vez.
3. Todos los artículos de los clientes asignados a la misma ruta deben cargarse en el vehículo correspondiente, no se permiten entregas fraccionadas.
4. Ningún artículo puede superponerse a otro.

5. Los artículos no pueden exceder la capacidad: longitud y ancho de cada vehículo.
6. La demanda de los productos será considerada en m^2 .

5. Formulación del Modelo Matemático

Se propone un modelo matemático para representar el 2L-HFFVRP. La notación utilizada en el modelo, incluidos índices, parámetros y variables es presentada a continuación:

Tabla 1. Conjunto de índices, parámetros y variables.

Índices	
$i, j, g \in N$ $= \{0, 1, 2, \dots, n\}$	Conjunto de vértices/nodos desde la planta ($n = 0$) hasta los clientes ($n > 0$).
$v \in V = \{1, 2, \dots, v\}$	Conjunto de vehículos.
$e, f \in E$ $= \left\{ 1, \dots, \sum_{i=1}^n m_i \right\}$	Conjunto de artículos demandados por los clientes.
Parámetros	
n	Número de clientes
v	Número de vehículos
d_{ij}	Distancia de cada cliente i a cada cliente j .
P_V	Capacidad de peso de cada vehículo v .
W_v	Ancho de la superficie de carga de cada vehículo v .
L_v	Longitud de la superficie de carga de cada vehículo v .
m_i	Número de artículos demandados por cada cliente i .
P_i	Peso total demandado por cada cliente i .
W_e	Ancho de los artículos

	demandados por el cliente i .
L_e	Longitud de los artículos demandados por el cliente i .
Variables	
z_{ij}^v	Variable binaria que indica si el vehículo v viaja del cliente i al cliente j ($z_{ij}^v = 1$) o no ($z_{ij}^v = 0$).
x_e	Variable que indica la coordenada x de la esquina delantera izquierda del artículo e en la carga del vehículo.
y_e	Variable que indica la coordenada y de la esquina delantera izquierda del artículo e en la carga del vehículo.
Ω_e^v	Variable binaria que indica si el artículo e es transportado por el vehículo v ($\Omega_e^v = 1$) o no ($\Omega_e^v = 0$).
r_e	Variable binaria que indica si el artículo e ha sido rotado ($r_e = 1$) o no ($r_e = 0$).
α_{ef}	Variable binaria que indica si el artículo e es colocado completamente detrás del artículo f ($\alpha_{ef} = 1$) o no ($\alpha_{ef} = 0$).
β_{ef}	Variable binaria que indica si el elemento e es colocado completamente enfrente del artículo f ($\beta_{ef} = 1$) o no ($\beta_{ef} = 0$).
γ_{ef}	Variable binaria que indica si el artículo e es colocado completamente en el lado izquierdo del artículo f ($\gamma_{ef} = 1$) o no ($\gamma_{ef} = 0$).
δ_{ef}	Variable binaria que indica si el artículo e es colocado completamente en el lado

derecho del artículo f ($\delta_{ef} = 1$) o no ($\delta_{ef} = 0$).

Tal como se indicó previamente, el 2L-HFFVRP se compone de dos problemas de optimización combinatoria: el HFFVRP y el 2L-CVRP. En consecuencia, se procederá inicialmente a presentar la formulación propuesta para el modelo matemático del HFFVRP. Posteriormente, se presentará la formulación propuesta para el problema con restricción de carga bidimensional.

La función objetivo se expresa como:

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{v \in V} d_{ij} z_{ij}^v, \quad (1)$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

$$\sum_{j \in N} \sum_{v \in V} z_{ij}^v = 1, \forall i \in N \setminus \{0\}, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{v \in V} z_{ij}^v = 1, \forall j \in N \setminus \{0\}, \quad (3)$$

$$z_{ij}^v + z_{ji}^v \leq 1, \forall i, j \in N \setminus \{0\}, i \neq j, \forall v \in V, \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} z_{0j}^v = \sum_{i \in N \setminus \{0\}} z_{i0}^v, \forall v \in V, \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} z_{ig}^v - \sum_{j \in N} z_{gj}^v = 0, \forall g \in N \setminus \{0\}, \forall v \in V, \quad (6)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} P_i z_{ij}^v \leq P_v, \forall v \in V, \quad (7)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{v \in V} z_{0j}^v \leq V, \quad (8)$$

$$z_{ij}^v \in \{0,1\}, (i,j) \in A, \forall v \in V, \quad (9)$$

Con la función objetivo (1) se busca minimizar la distancia total recorrida por los vehículos al visitar a los clientes. Las restricciones (2) y (3) aseguran que cada cliente sea visitado exactamente una sola vez. La restricción (4) asegura que solo uno de los arcos (i, j) o (j, i) sea recorrido por un vehículo v dado, ayudando a eliminar sub-toures. La restricción (5) asegura que todos los vehículos que parten desde la planta tengan que

regresar a la planta. La restricción (6) indica que todo vehículo que visita a un cliente debe salir de él. La restricción (7) asegura que la capacidad de peso de los vehículos no sea excedida. La restricción (8) asegura que, debido al número fijo de vehículos, el número de rutas no pueda exceder al número de vehículos. La restricción (9) es la restricción del dominio de la variable de decisión.

A continuación, se presenta la formulación propuesta para el problema con restricción de carga de bidimensional no orientada-secuencial:

$$x_e + W_e(1 - r_e) + L_e r_e \leq W_v + W_v(1 - \Omega_e^v), \forall e \in E, \forall v \in V, \quad (10)$$

$$y_e + L_e(1 - r_e) + W_e r_e \leq L_v + L_v(1 - \Omega_e^v), \forall e \in E, \forall v \in V, \quad (11)$$

$$x_e + W_e(1 - r_e) + L_e r_e \leq x_f + W_v(1 - \gamma_{ef}), \forall e, f \in E, e \neq f, \forall v \in V, \quad (12)$$

$$x_f + W_f(1 - r_f) + L_f r_f \leq x_e + W_v(1 - \delta_{ef}), \forall e, f \in E, e \neq f, \forall v \in V, \quad (13)$$

$$y_e + L_e(1 - r_e) + W_e r_e \leq y_f + L_v(1 - \alpha_{ef}), \forall e, f \in E, e \neq f, \forall v \in V, \quad (14)$$

$$y_f + L_f(1 - r_f) + W_f r_f \leq y_e + L_v(1 - \beta_{ef}), \forall e, f \in E, e \neq f, \forall v \in V, \quad (15)$$

$$\alpha_{ef} + \beta_{ef} + \gamma_{ef} + \delta_{ef} \geq S_{ev} + S_{fv} - 1, e, f \in E, p < q, v \in V, \quad (16)$$

$$\Omega_e^v, r_e \in \{0,1\}, \forall e \in E, \forall v \in V, \quad (17)$$

$$\alpha_{ef}, \beta_{ef}, \gamma_{ef}, \delta_{ef} \in \{0,1\}, \forall e, f \in E, \quad (18)$$

$$x_e \in \{0,1, \dots, W_v\}, y_e \in \{0,1, \dots, L_v\}, \forall e \in E, \forall v \in V, \quad (19)$$

Las restricciones (10) y (11) precisan que cada artículo debe ser colocado sobre el espacio de carga. Las restricciones de la (12) a la (15) aseguran que dos artículos cualesquiera que vayan a ser transportados en el mismo vehículo no se superpongan. La restricción (16) garantiza que la verificación de la superposición sea necesaria sólo si un par de artículos son colocados en un mismo vehículo. Las restricciones (17) a la (19) son las restricciones del dominio de cada variable.

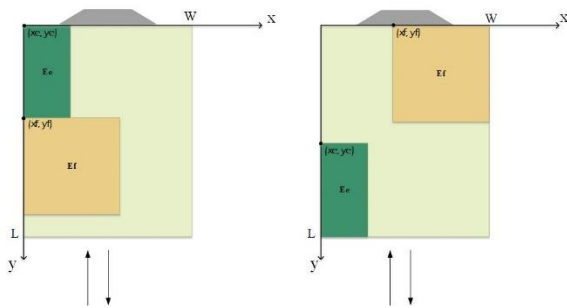
$$y_f + L_f(1 - r_f) + W_f r_f \leq y_e + \left(2 + (\gamma_{ef} + \delta_{ef}) - \left(\sum_{g \in N} z_{gj}^v + \sum_{g \in N} z_{gi}^v \right) \right) L_v,$$

$$i, j \in N \setminus \{0\}, \quad i < j, e \in E, f \in E, \forall v \in V, \quad (20)$$

$$y_e + L_e(1 - r_e) + W_e r_e \leq y_f + \left(2 + (\gamma_{ef} + \delta_{ef}) - \left(\sum_{g \in N} z_{gj}^v + \sum_{g \in N} z_{gi}^v \right) \right) L_v, \quad (21)$$

La restricción (20) previene a los artículos del cliente j de bloquear la descarga de los artículos del cliente i , si el cliente i es visitado antes que al cliente j . Esta restricción verifica si el cliente i es visitado antes que al cliente j . Un ejemplo se ilustra en la **Figura 1. No se encuentra el origen de la referencia.** en donde se observa un artículo e de cliente i y un artículo f del cliente j . Si el cliente i no es visitado antes que el cliente j , el artículo e del cliente i y el artículo f del cliente j tienen coordenadas y sin restricciones. Sin embargo, si el cliente i es visitado antes que al cliente j , hay dos posibilidades: Si el artículo e del cliente i está completamente a la derecha o a la izquierda del artículo f del cliente j , tenemos que $\gamma_{ef} + \delta_{ef} = 1$, y no hay intersección de sus proyecciones en el eje x , es decir que un artículo no bloquea al otro. Por otro lado, si el elemento e no está completamente a la izquierda o a la derecha del elemento f , un elemento está detrás o enfrente del otro, y las restricciones imponen la condición que el elemento e debe estar enfrente del elemento f . La restricción (21) tiene una explicación similar, en el caso que el cliente i sea visitado después que el cliente j .

Figura 1. Posiciones relativas de los artículos de dos clientes.



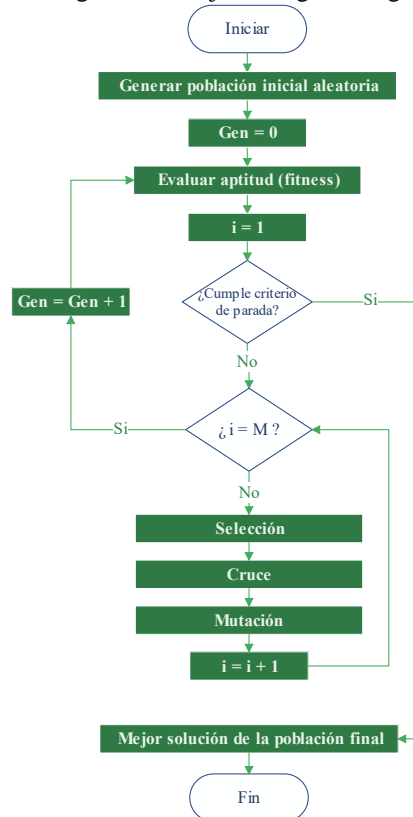
6. Algoritmo genético (GA)

Los Algoritmos Genéticos son metaheurísticas adaptativas, que por lo general se utilizan en problemas búsqueda y optimización de parámetros. Estos algoritmos fueron empleados por primera vez por John Holland, en su libro *Adaptation in "Natural and Artificial Systems"* en 1975. Sin embargo, su uso en aplicaciones

de la vida real se dio varias décadas después, dado al enorme requerimiento de capacidad computacional para ejecutar todas las operaciones en poco tiempo (Glover & Gary, 2003).

Los GA están basados en la teoría de la evolución enunciada por Charles Darwin en 1859, la cual indica que los individuos con mayores probabilidades de dejar descendencia y cuyos genes pasarán a la siguiente generación, son aquellos que mejor se adaptan al entorno y este fenómeno es conocido como la supervivencia del más apto (Reina, D. G., Córdoba, A. T., & del Nozal, 2020). Estas ideas se transfieren a los algoritmos genéticos para realizar una búsqueda estocástica guiada de forma eficiente. Cada solución factible se presenta dando valores a una serie de parámetros llamados genes, que se descomponen en alelos y se codifican mediante una cadena denominada cromosoma; la aptitud de un cromosoma se mide mediante el valor arrojado en la función objetivo, este valor se conoce como valor de bondad, de aptitud o fitness (Gestal et al., 2010). En cada iteración o generación del algoritmo, se producen nuevos individuos mediante la selección, el cruce o la mutación genética dando lugar a nuevas poblaciones; la última generación incluye la mejor o mejores soluciones al problema (Glover & Gary, 2003). A continuación, se muestra el diagrama de flujo para el algoritmo genético y se definen cada una de las etapas de éste:

Figura 2. Diagrama de flujo del algoritmo genético.



Nota. Adaptado de Koza, 2003.

6.1. Generación y Codificación de la Población Inicial

El primer paso para el desarrollo de un algoritmo genético es la generación de la población inicial de cadenas de longitud fija individual. Generalmente la creación de la generación 0 se realiza de forma aleatoria; sin embargo, también existen algoritmos heurísticos constructivos que ayudan con esta tarea. En la medida que una población inicial sea de buena calidad se genera un impacto significativo en la velocidad de convergencia y en la calidad de la solución final del algoritmo (Koza, 2003). Para ello, se requiere una comprensión considerable y detallada del problema, y un buen juicio.

6.2. Evaluación de Aptitud (Fitness)

Como se mencionó anteriormente, la evaluación de aptitud se realiza a cada uno de los individuos a partir de la función objetivo. Se pueden evaluar varias veces en una misma iteración dependiendo de las necesidades del algoritmo. Un individuo se adapta bien al medio si produce un fitness alto, para el caso de maximización; mientras que, para problemas de minimización, el individuo que mejor se adapta es el que arroja un fitness bajo (Reina, D. G., Córdoba, A. T., & del Nozal, 2020). El índice i se refiere a un individuo de una población de tamaño M (Koza, 2003).

6.3. Selección

Es la primera operación que se realiza sobre una población. Para permitir la convergencia hacia soluciones óptimas, los mejores individuos son seleccionados para ser padres en una nueva generación. Un excedente de soluciones descendientes es generado y las mejores son seleccionadas para lograr un progreso hacia la óptima. Este proceso de selección está basado en la selección elitista, que se detalla a continuación:

Selección Elitista: Este método clasifica la población de padres y la población de hijos por separado. En él, el mejor individuo de la población de padres y el peor de la población de hijos son identificados y al momento de crear una nueva población, el mejor individuo de la población de padres, reemplaza al peor individuo de la población de hijos. Sin embargo, se puede llegar a perder información genética relevante que puede llegar a existir en otros individuos de la población de padres. Además, al no identificar y preservar esta información este método es incapaz de encontrar múltiples valores óptimos globales (Soremekun et al., 2001).

6.4. Cruce o Recombinación

Una vez seleccionados los individuos que serán padres, se genera la operación de cruce de sus cromosomas, siguiendo una distribución de probabilidad uniforme denominada P_r , para crear la descendencia. Esta operación produce dos descendientes diferentes a sus dos padres y diferentes entre sí, y está guiada por los resultados de evaluación de aptitud (Koza, 2003), dado que comparten características de los padres, gran parte de la descendencia tienen una mejor aptitud que cada uno de los padres por separado. A continuación, se detallan la técnica de cruce utilizada en la presente investigación (Gestal et al., 2010):

Cruce de 1 punto: Como su nombre lo indica, los cromosomas de los padres se cruzan por un único punto determinado aleatoriamente para producir dos segmentos diferenciados en cada padre, los cuales se recombinan para generar los nuevos individuos. En esta técnica se conserva gran cantidad de información entre padre e hijo.

6.5. Mutación

Conjuntamente con la operación de cruce, se realiza la operación de mutación. La mutación es el operador que asegura la diversidad genética de una población con respecto a la anterior (Katoch et al., 2021). Esto se basa en el cambio aleatorio de algún gen de un individuo. Una vez ocurre el cruce entre dos individuos, uno o ambos de los descendientes mutan con cierta probabilidad P_m . Esta probabilidad es muy baja, por lo regular menor al 1%. Esto se debe a que el valor de la aptitud de un individuo se ve reducido una vez es mutado. Las mutaciones mejor conocidas son el reemplazo aleatorio y la mutación codificada. En el reemplazo aleatorio se altera aleatoriamente un gen de un cromosoma (Gestal et al., 2010). Por el contrario, en la mutación codificada, todos los genes de un cromosoma son tomados y colocados de forma aleatoria y se verifica si el valor de la aptitud del individuo mejora (Katoch et al., 2021).

Aunque no es frecuente, existen aplicaciones de algoritmos genéticos donde no todos los individuos tienen la misma longitud en sus cromosomas. Para estos casos, existen otras mutaciones en donde se puede añadir nuevos genes o eliminar genes ya existentes (Gestal et al., 2010).

7. Algoritmo de primera posición

Este algoritmo evalúa los elementos de manera secuencial. Cada elemento se asigna al contenedor, ubicándolo en las coordenadas más bajas disponibles que permitan su colocación (Dósa & Epstein, 2018).

8. Validación y resultados

El objetivo de la validación es demostrar que el algoritmo genera resultados sólidos para cualquier conjunto coherente de parámetros de entrada, corroborando que estos sean factibles. Esta se lleva a cabo tanto para el algoritmo genético del HFFVRP como para el algoritmo de primera posición del 2L.

Para el algoritmo genético se definieron dos escenarios: el primero consideraba visitar al depósito en la mitad del recorrido, mientras que el escenario dos lo consideraba al inicio y al final del recorrido de una ruta. Cada escenario se conformó por 44 instancias correspondientes a 44 días de los datos históricos obtenidos de la empresa Coimpresores. Como resultado del escenario 1, se obtuvo que la distancia recorrida propuesta, se reducía en promedio 1,7% siendo muy cercana a la distancia real recorrida. Por otro lado, para el escenario 2, se observó una clara mejora en las distancias propuestas en comparación con el escenario 1. Asimismo, se evidenció que, para las rutas con menos de ocho clientes, la opción de visitar al depósito al inicio del recorrido presentaba mayores ahorros en términos de distancia, mientras que para más de ocho clientes la menor distancia era recorrida por la opción de visita del depósito al final del recorrido. Para finalizar esta validación, se realizó una aproximación del consumo promedio de combustible en km/gal al año a precio a nivel nacional al 11 de septiembre de 2023.

Por otro lado, para la validación del algoritmo de primera posición se consideraron dos instancias, una mediante el software de logística SeaRates para comprobar que la cantidad de estibas máxima era la misma y una validación manual con diagramas a escala para evaluar la priorización en el orden de carga y la rotación. De acuerdo con los resultados se pudo evidenciar que: la cantidad de estibas máximas correspondía con los resultados del software y que la priorización del orden de carga por estibas pequeñas variaba la cantidad de estibas máximas en un solo vehículo, pero si se perdía el espacio de una estiba si el orden era priorizado por las estibas grandes. Durante este proceso, se comprobó que efectivamente la búsqueda de la primera posición disponible para ubicar un artículo, se llevaba a cabo desde la esquina superior izquierda hacia la derecha y hacia abajo de la superficie del vehículo. Finalmente, se observó que la orientación de las estibas (rotada o no) no influía en la decisión de la priorización en el orden de carga.

9. Conclusiones

De acuerdo con el análisis bibliométrico y la revisión de literatura realizada, se pudo evidenciar la creciente importancia de abordar los desafíos del ruteo de vehículos con restricciones de carga bidimensional, específicamente el 2L-CVRP y el 2L-HFVRP.

Resaltando también que la mayoría de los estudios previos han pasado por alto la realidad de las empresas, que operan con flota de vehículos limitada debido a restricciones de recursos. Esta brecha entre la teoría y la práctica resalta la necesidad de futuras investigación que aborden este tipo de problemas de ruteo de vehículos. Importancia de desarrollar soluciones más realistas y aplicables considerando las complejidades logísticas del mundo real.

10. Recomendaciones

De acuerdo con los resultados obtenidos en este trabajo de investigación, se identificaron diferentes limitaciones que podrían ampliarse y ser objeto de estudio en futuras investigaciones. Estas limitaciones se deben en gran medida a la escasez de investigaciones previas sobre el problema en cuestión. En consecuencia, este trabajo sienta las bases necesarias para abordar el problema 2L-HFFVRP con la restricción de carga secuencial y no orientada, mediante métodos no exactos. Si se quiere realizar un estudio con resultados significativos, se propone la implementación de instancias más grandes y diversos tipos de artículos.

En el desarrollo de algoritmos genéticos, se propone explorar otros métodos para la generación de la población inicial, teniendo en cuenta que, en esta investigación, la población se generó de manera puramente aleatoria. Además, se recomienda profundizar en los problemas de ruteo de vehículos de flota fija heterogénea. Esto dado a que es un problema más común de lo que puede llegar a parecer.

En el problema de carga, se sugiere la utilización de heurísticas híbridas para su solución. Esta estrategia favorecerá la optimización del espacio de carga de contenedores o vehículos, explorando diferentes enfoques combinados de manera sinérgica para alcanzar soluciones óptimas.

Referencias

- Braekers, K., Ramaekers, K., & Van Nieuwenhuysse, I. (2016). The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers and Industrial Engineering*, 99, 300–313. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.007>
- Côté, J. F., Guastaroba, G., & Speranza, M. G. (2017). The value of integrating loading and routing. *European Journal of Operational Research*, 257(1), 89–105. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.06.072>
- Departamento Nacional de Planeación. (2020). Encuesta Nacional de Logística 2020. *Encuesta Nacional de Logística 2020*, 170.

- Dey, B. K., Bhuniya, S., & Sarkar, B. (2021). Involvement of controllable lead time and variable demand for a smart manufacturing system under a supply chain management. *Expert Systems with Applications*, 184(May), 115464. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115464>
- Dominguez, O., Juan, A. A., Barrios, B., Faulin, J., & Agustin, A. (2016). Using biased randomization for solving the two-dimensional loading vehicle routing problem with heterogeneous fleet. *Annals of Operations Research*, 236(2), 383–404. <https://doi.org/10.1007/s10479-014-1551-4>
- Dósa, G., & Epstein, L. (2018). The tight asymptotic approximation ratio of First Fit for bin packing with cardinality constraints. *Journal of Computer and System Sciences*, 96(2018), 33–49. <https://doi.org/10.1016/j.jcss.2018.03.004>
- Duhamel, C., Lacomme, P., Quilliot, A., & Toussaint, H. (2011). A multi-start evolutionary local search for the two-dimensional loading capacitated vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 38(3), 617–640. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2010.08.017>
- Fuellerer, G., Doerner, K. F., Hartl, R. F., & Iori, M. (2009). Ant colony optimization for the two-dimensional loading vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 36(3), 655–673. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2007.10.021>
- Gendreau, M., Iori, M., Laporte, G., & Martello, S. (2008). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints (Networks (2008) 51 (4-18)). *Networks*, 51(2), 153. <https://doi.org/10.1002/net.20245>
- Gestal, M., Rivero, D., Rabuñal, J. R., Dorado, J., & Pazos, A. (2010). *Introducción a los Algoritmos Genéticos y la Programación Genética This page intentionally left blank.*
- Glover, F., & Gary, A. (2003). Handbook of Metaheuristics. In *International Series in Operations Research & Management Science* (Vol. 21, Issue 3). <https://doi.org/10.2307/3198208>
- Grasas, A., Juan, A. A., Faulin, J., de Armas, J., & Ramalhinho, H. (2017). Biased randomization of heuristics using skewed probability distributions: A survey and some applications. *Computers and Industrial Engineering*, 110, 216–228. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.06.019>
- Iori, M., Salazar Gonzales, J. J., & Vigo, D. (2007). An exact approach for the green vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Computers and Operations Research*, 41(2), 253–264. <https://doi.org/10.1287/trsc.1060.016>
- Katoch, S., Chauhan, S. S., & Kumar, V. (2021). A review on genetic algorithm: past, present, and future. In *Multimedia Tools and Applications* (Vol. 80, Issue 5). *Multimedia Tools and Applications*. <https://doi.org/10.1007/s11042-020-10139-6>
- Koç, Ç., Bektaş, T., Jabali, O., & Laporte, G. (2016). Thirty years of heterogeneous vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, 249(1), 1–21. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.07.020>
- Koza, J. R. (2003). *Genetic Programming: On the Programming of Computers By Means of Natural Selection Complex Adaptive Systems*.
- Leung, S. C. H., Zhang, Z., Zhang, D., Hua, X., & Lim, M. K. (2013). A meta-heuristic algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problems with two-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, 225(2), 199–210. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.09.023>
- Reina, D. G., Córdoba, A. T., & del Nozal, Á. R. (2020). *Algoritmos Genéticos con Python: Un enfoque practico para resolver problemas de ingeniería.*
- Soremekun, G., Gürdal, Z., Haftka, R. T., & Watson, L. T. (2001). Composite laminate design optimization by genetic algorithm with generalized elitist selection. *Computers and Structures*, 79(2), 131–143. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(00\)00125-5](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(00)00125-5)
- Subramanian, A., Penna, P. H. V., Uchoa, E., & Ochi, L. S. (2012). A hybrid algorithm for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, 221(2), 285–295. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.03.016>
- Wei, L., Zhang, Z., Zhang, D., & Leung, S. C. H. (2018). A simulated annealing algorithm for the capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, 265(3), 843–859. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.08.035>
- Zhang, D., Dong, R., Si, Y. W., Ye, F., & Cai, Q. (2018). A hybrid swarm algorithm based on ABC and AIS for 2L-HFCVRP. *Applied Soft Computing Journal*, 64, 468–479. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.12.012>