

Modelado de la red de distribución multi-item, multiescalón y multiperiodo, a través de un modelo determinístico de optimización matemática, en un contexto de logística de ciudad

Martha Isabel Castiblanco Vanegas y Tania Edith Chacón Uribe

Trabajo de Grado para Optar el título de ingeniero industrial

Director

Javier Eduardo Arias Osorio

Magister en Administración

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Ingeniería Industrial

Bucaramanga

2022

### **Agradecimientos**

Damos gracias a Dios por brindarnos salud, sabiduría, voluntad y la fuerza necesaria para convertirnos en profesionales en el campo que nos apasiona. Damos gracias a nuestros padres y hermanas por ser los principales promotores de nuestros sueños, por siempre confiar y creer en nuestras metas, por acompañarnos en cada paso, por ser esas voces de aliento y motivación cuando no se generaba los resultados esperados. Agradecer a cada profesor que fue participe en la construcción de nuevos conocimientos y generar un visión diferente sobre la vida, en especial al profesor Javier Arias quien nos compartió su conocimiento para guiarnos en este proyecto. Finalmente agradecemos a nuestros amigos por compartir momentos y experiencias inolvidables.

**Tabla de contenido**

Introducción ..... 13

1. Justificación y planteamiento del problema..... 15

2. Objetivos..... 17

2.1 Objetivo general ..... 17

2.2 Objetivos específicos ..... 17

3. metodología ..... 18

3.1 Fase 1: revisión de literatura (cumplimiento al objetivo 1) ..... 18

3.2 Fase 2: identificación de factores (cumplimiento al objetivo 2)..... 20

3.3 Fase 3: diseño, análisis y evaluación cada uno de los modelos (cumplimiento al objetivo 3) 21

3.4 Fase 4: elaboración del artículo publicable (cumplimiento al objetivo 4)..... 23

4. Revisión de la literatura ..... 23

4.1 Análisis Bibliométrico: ..... 23

4.2. Análisis preliminar de la literatura..... 27

5. Marco de referencias..... 35

5.1 Marco de Antecedentes. .... 35

5.2 Marco teórico ..... 39

6. Formulación del modelo matemático..... 47

6.1 Supuestos de la red de distribución..... 47

6.2 Modelo 1 ..... 49

6.2.1 Índices ..... 49

6.2.2 Parámetros..... 49

6.2.3 Variables ..... 50

6.2.4 Función objetivo ..... 51

6.2.5 Restricciones ..... 51

6.3 Modelo 2 ..... 53

6.3.1 Índices ..... 54

6.3.2 Parámetros..... 54

6.3.3 Variables ..... 55

6.3.4 Función objetivo ..... 56

6.3.5 Restricciones ..... 56

6.4 Modelo 3 ..... 58

6.4.1 Índices ..... 59

6.4.2 Parámetros..... 59

6.4.3 Variables ..... 60

6.4.4 Función objetivo ..... 61

6.4.5 Restricciones ..... 61

6.5 Modelo 4 ..... 63

6.5.1 Índices ..... 64

6.5.2 Parámetros..... 65

6.5.3 Variables ..... 66

6.5.4 Función objetivo ..... 67

6.5.5 Restricciones ..... 67

6.6 Modelo 5 ..... 69

6.6.1 Índices ..... 70

6.6.2 Parámetros..... 71

6.6.3 Variables ..... 72

6.6.4 Función objetivo ..... 73

6.3.5 Restricciones ..... 73

6.7 Modelo 6 ..... 75

6.7.1 Índices ..... 76

6.7.2 Parámetros..... 76

6.7.3 Variables ..... 77

6.7.4 Función objetivo ..... 78

6.7.5 Restricciones ..... 78

6.8 Modelo 7 ..... 80

6.8.1 Índices ..... 80

6.8.2 Parámetros..... 80

6.8.3 Variables ..... 81

6.8.4 Función objetivo ..... 83

6.8.5 Restricciones ..... 83

7. Validación del modelo matemático ..... 85

7.1 Resultados de la optimización en GAMS ..... 93

8. Experimentación ..... 102

8.1 Variación de parámetros ..... 102

8. 2 Experimento..... 103

9. Resultados .....	106
10. Conclusiones .....	110
11. Recomendaciones .....	112
Referencias bibliográficas.....	114

**Lista de tablas**

<b>Tabla 1.</b> Cumplimiento de objetivos .....	14
<b>Tabla 2.</b> Ecuaciones de búsqueda planteadas.....	19
<b>Tabla 3.</b> Índices de los modelos .....	103
<b>Tabla 4.</b> Descripción general de los modelos.....	103

**Lista de figuras**

**Figura 1.** Fase 1:Revisión de literatura ..... 20

**Figura 2.** Fase 2: Identificación de factores ..... 21

**Figura 3.** Fase 3: Diseño, análisis y evaluación cada uno de los modelos ..... 22

**Figura 4.** Fase 4: Elaboración del artículo publicable..... 23

**Figura 5.** Cantidad de artículos publicados por año..... 24

**Figura 6.** Relación Palabras claves de los artículos analizados ..... 25

**Figura 7.** Países con mayor cantidad de publicación de artículos..... 26

**Figura 8.** Autores más citados..... 27

**Figura 9.** Red de modelo de transporte ..... 45

**Figura 10** Esquema modelo 1 ..... 49

**Figura 11.** Esquema modelo 2 ..... 54

**Figura 12.** Esquema modelo 3 ..... 59

**Figura 13.** Esquema modelo 4 ..... 64

**Figura 14.** Esquema modelo 5 ..... 70

**Figura 15.** Esquema modelo 6 ..... 75

**Figura 16.** Diagrama de distribución de las unidades ..... 86

**Figura 17.** Prueba de escritorio modelo 7 ..... 88

**Figura 18.** Resultados de Gams producción e inventarios ..... 89

**Figura 19.** Resultados de Gams. unidades enviadas ..... 90

**Figura 20.** Resultados de Gams Unidades perdidas..... 91

**Figura 21.**Resultado de Gams. Activación de pedidos ..... 92

**Figura 22.** Unidades de K producidas en i en el periodo t..... 93

**Figura 23.** Unidades en inventario en el nivel 1 (Izq.) y 2 (Dcha.)..... 95

**Figura 24.** Unidades en inventario en el nivel 3 ..... 96

**Figura 25.** Unidades enviadas de plantas a centros de distribución..... 97

**Figura 26.** Unidades enviadas del centro de distribución a los minoristas ..... 98

**Figura 27.** Plantas que producen en cada t..... 99

**Figura 28.** Centros de distribución que realizan pedido..... 100

**Figura 29.** Minoristas que realizan pedidos en el periodo t. .... 101

**Figura 30.** Centros de distribución localizados ..... 101

**Figura 31.** Función objetivo..... 102

## **Lista de apéndices**

Ver apéndices en carpeta adjunta (apéndices)

Apéndice A. Modelo 1

Apéndice B. Modelo 1.1

Apéndice C. Modelo 2

Apéndice D Modelo 2.1

Apéndice E. Modelo 3

Apéndice F. Modelo 4

Apéndice G. Modelo 5

Apéndice H. Modelo 5.1

Apéndice I. Modelo 6

Apéndice J. Modelo 6.1

Apéndice K. Modelo 6.1.1

Apéndice L. Prueba de escritorio

Apéndice M. Prueba de escritorio modelo 7

Apéndice N. Modelo 7

Apéndice Ñ. Validación del modelo 7

Apéndice O. Artículo publicable

## Resumen

**Título del proyecto:** Modelado de la red de distribución multi-item, multiescalón y multiperiodo, a través de un modelo determinístico de optimización matemática, en un contexto de logística de ciudad.\*

**Autores:** Martha Isabel Castiblanco Vanegas, Tania Edith Chacón Uribe \*\*

**Palabras clave:** Cadena de suministro, Logística de ciudad, Logística de última milla, red de distribución, Tecnología, Inventario.

### Descripción:

El diseño de una red de cadena de suministros permite la interacción de diferentes actores y la gestión de actividades dentro un proceso logístico, teniendo en cuenta decisiones estratégicas, tácticas y operacionales permitiendo a las organizaciones ser eficientes y eficaces en el manejo de recursos, de manera que maximicen utilidades. Por ello en el desarrollo de este proyecto se busca formular y evaluar diferente escenario, a través de optimización matemática, para el problema del diseño de la red de distribución, multi-item, multiescalón y multiperiodo, determinístico, en un contexto de logística de ciudad mediante el uso del lenguaje de programación Gams. En la que por medio de métodos exactos se minimizaran los costos totales de la distribución de última milla, es decir costos de transporte, costos de producción, costos de localización y costos de inventario, donde se tiene en cuenta los tiempos de entrega a la orden en problemas B2B y B2C.

De acuerdo a lo anterior se plantea crear una red de distribución de última milla con diferente escenario en los que se proponen 2 escalones (varias plantas de producción, diversos centros de distribución, clientes finales o minoristas), manejo de inventario y transporte, con múltiples productos y periodos, por medio de iteraciones con instancias de prueba para generar envíos directos de la planta de producción al cliente final, por otra parte, identificando centros de distribución especializados o centros de distribución que manejen todos los productos y a la vez se permitan transbordos laterales, usando diferentes tipos de transporte por ruta que pueden ser bicicletas de carga, drones, vehículos de transporte, con el fin de optimizar las actividades de logística de ciudad por medio de tecnologías avanzadas en áreas urbana, analizando aspectos como el tráfico, la congestión, la seguridad, el cuidado ambiental y el ahorro energético en un marco de economía circular.

---

\* Trabajo de Grado

\*\* Facultad de ingeniería Físico Mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director M.sc. Javier Eduardo Arias Osorio.

## Abstract

**Project Title:** Modeling of the multi-item, multi-scale and multi-period distribution network, through a deterministic mathematical optimization model, in a city logistics context.\*

**Authors:** Martha Isabel Castiblanco Vanegas, Tania Edith Chacón Uribe\*\*

**Keywords:** Supply chain, city logistics, last mile logistics, distribution network, technology, inventory.

## Description:

The design of a supply chain network allows the interaction of different actors and the management of activities within a logistics process, taking into account strategic, tactical and operational decisions that allow organizations to be efficient and effective in the management of resources, so as to maximize profits. That is why in the development of this project we seek to formulate and evaluate different scenarios, through mathematical optimization, for the problem of the design of the distribution network, multi-item, multi-scale and multi-period, deterministic, in a context of city logistics through the use of the programming language Gams. In which by means of exact methods the total costs of the last mile distribution will be minimized, that is to say, transportation costs, production costs, location costs and inventory costs, where the delivery times to the order in B2B and B2C problems are taken into account.

According to the above, it is proposed to create a last mile distribution network with different scenario in which 2 steps are proposed (several production plants, several distribution centers and final customers or retailers), inventory management and transportation, with multiple products and periods, through iterations with test instances to generate direct shipments from the production plant to the final customer, on the other hand, identifying specialized distribution centers or distribution centers that handle all products while allowing lateral transshipments, using different types of transport by route that can be cargo bikes, drones, transport vehicles, in order to optimize city logistics activities through advanced technologies in urban areas, analyzing aspects such as traffic, congestion, safety, environmental care and energy savings in a circular economy framework.

---

\* Degree work

\*\* Faculty of Physical and Mechanical Engineering. School of Industrial and Business Studies. Director M.sc. Javier Eduardo Arias Osorio.

## Introducción

El modelado de las cadenas de suministro tiene como fin la maximización de la rentabilidad y competitividad de las industrias (Benedito et al., 2020). Es por ello que actualmente una empresa u organización ávida en mantenerse competitiva en un mercado cada día más conectado con los consumidores y desempeñándose en un entorno globalizado, tiene que garantizar la eficiencia en la gestión de la red de la cadena de suministro (Supply chain network design - SCND) de tal forma que logre reducir los costos logísticos, de transporte y de inventarios en los diferentes eslabones de la cadena, poniéndose a la vanguardia de las nuevas tecnologías que hacen que estos procesos logísticos sean más rápidos y óptimos. Es en este punto donde la logística de última milla juega un papel importante, pues esta se encarga de hacer llegar el producto al consumidor en el último tramo, cumpliendo una serie de expectativas a sus clientes y a su vez generando utilidad organizacional, ya que el último tramo es donde los costos operacionales aumentan.

De acuerdo con lo anterior se puede afirmar que hoy en día los investigadores y las industrias basados en el contexto de última milla le están dando relevancia a temas como es la logística de ciudad y/o logística urbana. Según Taniguchi, (2014) La logística urbana se define como la optimización total de actividades logísticas y de transporte de las empresas privadas con apoyo de sistemas de información avanzados en la zona urbanas, teniendo en cuenta el entorno del tráfico, la cogestión del mismo, la seguridad del tráfico y el ahorro de energía en el marco de una economía de mercado. Es decir, la logística urbana centra sus esfuerzos en el cuidado ambiental, enfocándose en la sostenibilidad y habitabilidad (Büyüközkan & Mukul, 2019), creando interacción con las tecnologías para crear una logística de ciudad inteligente o hiperconectada. Es por ello por lo que en la actualidad se estudia y se empieza implementar tecnologías de entrega, mediante el uso de Drones, casilleros de paquetes, nuevos vehículos de

entrega y estrategias en diferentes eslabones de la cadena de suministro. Taniguchi, (2014) afirma que los reciente avances en las tecnologías de la información y la comunicación están creando nuevas oportunidades para aplicar soluciones más integradas y dinámicas.

**Tabla 1.**

*Cumplimiento de objetivos*

<b>Objetivo especifico</b>	<b>Cumplimiento</b>
<b>Revisar en literatura científica sobre el diseño de la red de distribución asociado con logística de última milla, logística de ciudad y modelos de negocios tipos Business to Business (B2B) y Business to consumer (B2C).</b>	Capítulo 4
<b>Definir a partir de la revisión de literatura los factores a considerar en los diferentes escenarios de modelación a tratar en el trabajo de investigación.</b>	Capítulo 3
<b>Formular los modelos de cada escenario de modelación, a través del software GAMS, experimentar y analizar con instancias de prueba, el desempeño de los modelos tanto individualmente como en conjunto, cuando sea posible.</b>	Capítulo 6, apéndices A-Ñ
<b>Elaborar un artículo donde se documente los resultados obtenidos en el desarrollo de la investigación.</b>	Apéndice O

*Nota.* Esta Tabla muestra los objetivos que se plantearon en la investigación con el respectivo capitulo y apéndice en el que se da cumplimiento.

## 1. Justificación y planteamiento del problema

La logística es una actividad que siempre está presente dentro de una cadena de suministros, la cual va cambiando y ajustándose de acuerdo con las tendencias y exigencias de los clientes en el mercado y por ello es necesario la identificación de estrategias que permitan mejorar el desempeño de las organizaciones, optimizando costos y tiempos de entrega, entre otros. De una forma más detallada y citando a Escudero J (2019), la logística es una actividad que tiene como finalidad planificar, gestionar y controlar el flujo y almacenamiento de los bienes, servicios e información generada desde el punto de origen al punto de consumo con el objetivo de satisfacer la demanda de los consumidores.

Considerando la evolución en el comercio electrónico, tendencias de consumo y relevancia que ha tomado el cuidado del medio ambiente, surgen aportes como el de Cárdenas, Dewulf, Vanelslander, & Becker, (2017) en término de número de envíos, las estimaciones muestran una participación del 29% en B2B, mientras que B2C representa el 56%, y jalonada esta a su vez por la evolución tecnológica, se ven estos avances como ventajas en el contexto de los negocios, pero así mismo como factores de presión sobre la logística de entrega, especialmente en los espacios urbanos, que se han venido adaptando con el fin de lograr ventaja comparativa a nivel operacional, que es consecuencia de una alineación hacia arriba con la planeación a nivel táctico.

Asociados avances que repercuten en la logística de entrega, obligan a ahondar en dos conceptos más, asociados con ello y que vale la pena mencionar: La logística de última milla que hace referencia al último trayecto de la cadena de distribución hacia el consumidor final, donde si este se ubica en espacios urbanos, se relaciona con el segundo concepto, la logística de ciudad, la cual busca alcanzar la optimización de las actividades de distribución, con el apoyo de tecnologías

avanzadas en áreas urbanas, teniendo en cuenta algunos aspectos como el tráfico, la congestión, la seguridad, cuidado ambiental y ahorro energético en el marco de la economía circular, aprovechando el auge de las nuevas tendencias de los mercados como son las entregas en puntos de recogida de paquetes y uso de buzones inteligentes, mediante soluciones que se adaptan a los requerimientos de los clientes, así como nuevas tendencias en cuanto a los vehículos usados para la entrega como son las bicicletas de carga, sean estas a combustión o no (eléctricas o no), los vehículos autónomos y controlados, sean terrestres o aéreos. Así mismo, estrategias de consolidación de la carga, envíos directos, transbordo lateral entre centros de distribución o especialización de estos, que van a ser relevantes a la hora de analizar los indicadores logísticos de desempeño de la red.

De acuerdo con lo anterior, es que se contempla la importancia de diseñar diferentes escenarios en el diseño de una la red de distribución, que permita el flujo de productos e información entre los proveedores, plantas de fabricación, centros de distribución y actores de la cadena, satisfaciendo las necesidades de los consumidores finales. Donde se formulen, analicen y evalúen escenarios de modelación, a través de la optimización matemática.

## 2. Objetivos

### 2.1 Objetivo General

Formular y evaluar diferentes escenarios de modelación, a través de optimización matemática, para el problema del diseño de la red de distribución, multi-item, multiescalón y multiperiodo, determinístico, en un contexto de logística de ciudad mediante el uso del lenguaje de programación Gams.

### 2.2 Objetivos específicos

- Revisar en literatura científica sobre el diseño de la red de distribución asociado con logística de última milla, logística de ciudad y modelos de negocios tipos Business to Business (B2B) y Business to consumer (B2C).
- Definir a partir de la revisión de literatura los factores a considerar en los diferentes escenarios de modelación a tratar en el trabajo de investigación.
- Formular los modelos de cada escenario de modelación, a través del software GAMS, experimentar y analizar con instancias de prueba, el desempeño de los modelos tanto individualmente como en conjunto, cuando sea posible.
- Elaborar un artículo donde se documente los resultados obtenidos en el desarrollo de la investigación.

### 3. Metodología

Las fases que se llevarán a cabo en el desarrollo de proyecto **2e VP&I&T + L [MI - MP]** son:

#### 3.1 Fase 1: Revisión de literatura (Cumplimiento al objetivo 1)

En esta fase se estudió y analizó la actividad científica entorno a redes de distribución, diseño de la red de la cadena de suministros en un contexto de logística de última milla haciendo énfasis en logística de ciudad, teniendo en cuenta aspectos de planeación estratégica, táctica y operativa en modelos de negocio B2B y B2C. Se inició identificando palabras claves las cuales se usan para la creación de la ecuación de búsqueda, que posteriormente es digitada en los buscadores de SCOPUS y WEB SCIENCE limitando el tiempo de búsqueda de 2015 hasta la actualidad.

Se generan varias ecuaciones de búsqueda, en las que se incluyeron palabras clave como “diseño de la red de la cadena de suministros”, “red de distribución”, “logística de última milla”, “logística de ciudad” y tecnología. Se obtuvieron diferentes resultados como se evidencia en la tabla 1, se identifican resultados bastante dispersos en las últimas ecuaciones entre un buscador y otro, por ello se empezaron a cambiar los operadores booleanos (OR, AND) buscando que los datos sean un poco más homogéneos en cantidad y de esta manera obtener la ecuación con la que se trabajó, ecuación número 1. Luego de haber elegido la ecuación se procede a realizar el análisis bibliométrico en el software **vosviewer**, donde se analizan aspectos que permiten identificar los documentos potenciales para la investigación, por lo que se proceden a descargar y leer título, resúmenes y conclusiones identificando aquellos que tiene una relación al tema tratado y leer todo su contenido.

**Tabla 2.**

*Ecuaciones de búsqueda planteadas*

<b>ECUACIÓN</b>	<b>WEB</b>	<b>SCOPUS</b>
	<b>SCIENCE</b>	
1. (“distribution network” OR “Supply chain network design”) AND (“Last mile logistics” OR “city logistics”)	13	21
2. (“distribution network” OR “Supply chain network design” OR “logistics network”) and (“Last mile logistics” OR “city logistics”)	13	21
3. (“distribution network” OR “Supply chain network design” OR “logistics network”) and (“Last mile logistics” OR “city logistics”) and technol*)	5	3
4. (“distribution network” OR “Supply chain network design” OR “logistics network”) and (“Last mile logistics” OR “city logistics”) and (“B2B model” OR “B2C model” OR “e-commerce”) and technol*)	2	1
5. (((Inventor* AND (Multiechelon OR multi-echelon)) OR “echelon inventory system”) OR “Last mile logistics” OR (“city logistics” OR “urban logistics”) AND NOT (rounotat*)) AND PUBYEAR > 2014	1527	1683

---

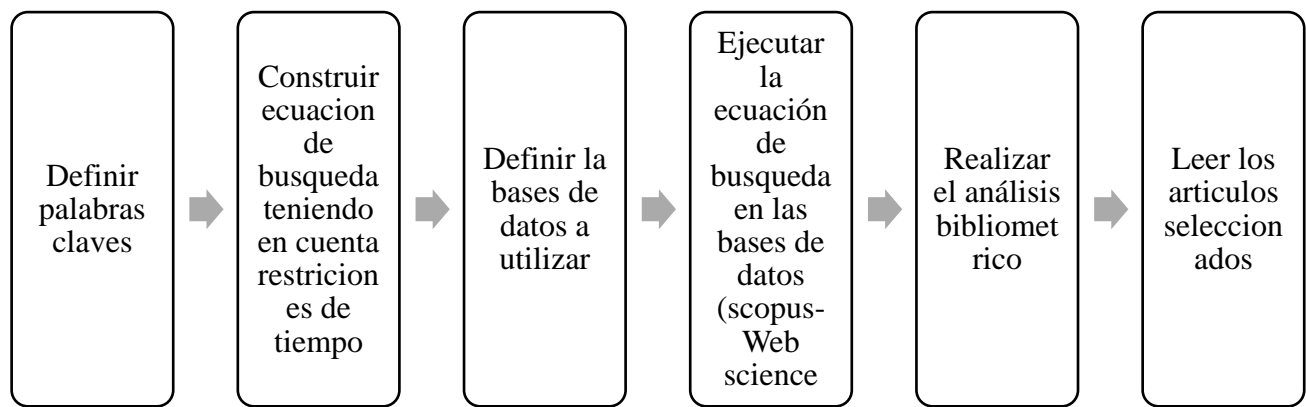
<p>6. (“Supply chain network design” OR “distribution network”) OR “last mile logistics” AND (“urban logistics” OR “city logistics”) AND technol* PUBYEAR &gt; 2014</p>	<p>8578</p>	<p>8</p>
---	-------------	----------

---

*Nota.* Esta tabla muestra las ecuaciones de búsquedas planteadas para realizar la revisión de literatura.

**Figura 1.**

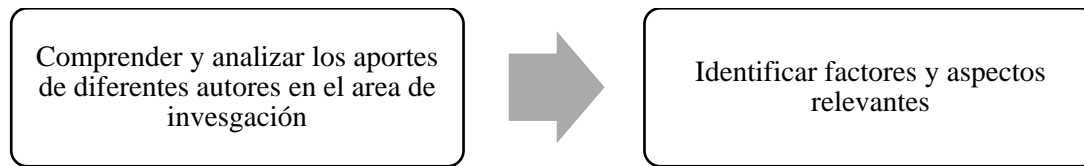
*Fase 1:Revisión de literatura*



*Nota.* La figura representa las actividades que se llevan a cabo en la fase 1

**3.2 Fase 2: Identificación de factores (Cumplimiento al objetivo 2)**

En esta fase se parte de la revisión de la literatura fase 1, en la cual una vez comprendida la fundamentación teórica y los aportes de los diferentes autores al tema se procede a realizar la identificación de factores que permitan la caracterización de los escenarios matemáticos que se van a modelar, definiendo la estructura y condiciones específica de cada modelo.

**Figura 2.** Fase 2: Identificación de factores

*Nota.* La Figura muestra las actividades realizadas en la fase 2.

Los factores que se pudieron identificar en los artículos analizados y que vale la pena analizar en los diferentes escenarios son:

1. Diferentes capacidades en los tres niveles.
2. Envíos directos entre el nivel 1 y el nivel 3.
3. Diferentes modos de trasportes en los eslabones 1 y 2.
4. Transbordos laterales en los centros de distribución.
5. Centros de distribución especializados.
6. Puntos de localización móvil para los centros de distribución
7. Tiempos de entrega.

En varios de estos escenarios se realizan diferentes iteraciones relacionadas con usos de inventarios iniciales y el impacto que tiene que estas cantidades cambien analizando estas variaciones en las funciones objetivo.

### **3.3 Fase 3: Diseño, análisis y evaluación cada uno de los modelos (Cumplimiento al objetivo**

**3)**

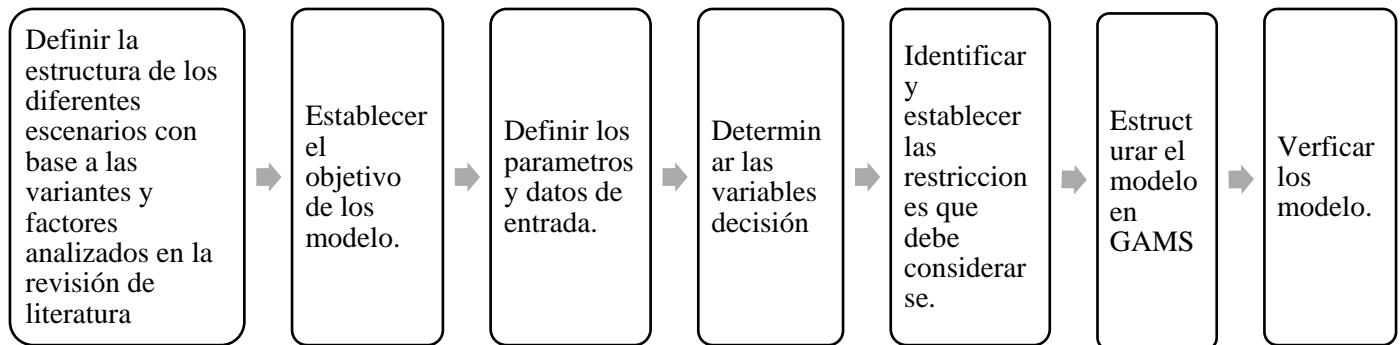
Una vez identificados los factores que se van a analizar, se empieza identificando los aspectos que tomaran relevancia en cada escenario a modelar, teniendo en cuenta que se desea modelar una red de distribución multi-item, multiescalón y multiperiodo, a través de un modelo

determinístico de optimización matemática en un contexto de logística de ciudad, usando métodos exactos y considerando diferentes escenarios en la modelación. En cada modelo, se procede a identificar aspectos como la función objetivo encaminada a la minimización de costos, variables a estudiar, restricciones a las que estará sujeto el modelo.

Se tendrán en cuenta modelos de dos escalones, donde se analizará que sucede si el nivel 2 tiene diferentes capacidades, que pasa si el escalón uno y dos tienen diferentes opciones de transporte por ruta y tiempos de entrega, que sucede si el nivel uno y tres tienen envíos directos, analizar si el nivel dos presenta datos mejores al ser especializado o si por el contrario es óptimo al ser un nivel mixto, con productos de diferentes familias y finalmente si es conveniente que el modelo tenga transbordo lateral en el segundo nivel. Partiendo de estos escenarios se procede a la creación de un modelo matemático que permita identificar dichos factores y donde se puedan validar cada modelo y compararlos entre sí, identificando aquel que genere la solución óptima y si no es así una solución factible.

**Figura 3.**

*Fase 3: Diseño, análisis y evaluación cada uno de los modelos*



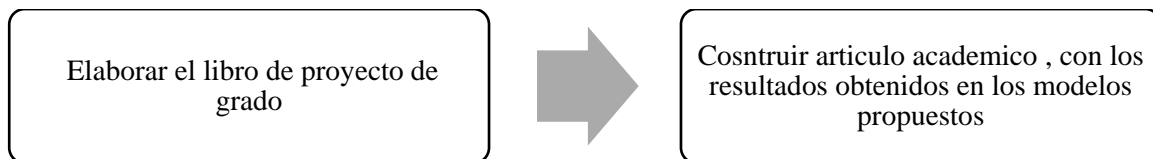
*Nota.* La Figura muestra las actividades realizadas en la fase 3.

### 3.4 Fase 4: Elaboración del artículo publicable (Cumplimiento al objetivo 4)

Esta fase será una fase de recopilación y entrega de resultados de toda la información que se obtuvo en el desarrollo del proyecto titulado “Modelado de la red de distribución multi-item, multiescalón y multiperiodo, a través de un modelo determinístico de optimización matemática, en un contexto de logística de ciudad”

#### Figura 4.

*Fase 4: Elaboración del artículo publicable*



*Nota.* La Figura muestra las actividades realizadas en la fase 4.

## 4. Revisión de la literatura

### 4.1 Análisis Bibliométrico:

La búsqueda se realizó en las bases de datos de Web Science y Scopus utilizando la siguiente ecuación de búsqueda:

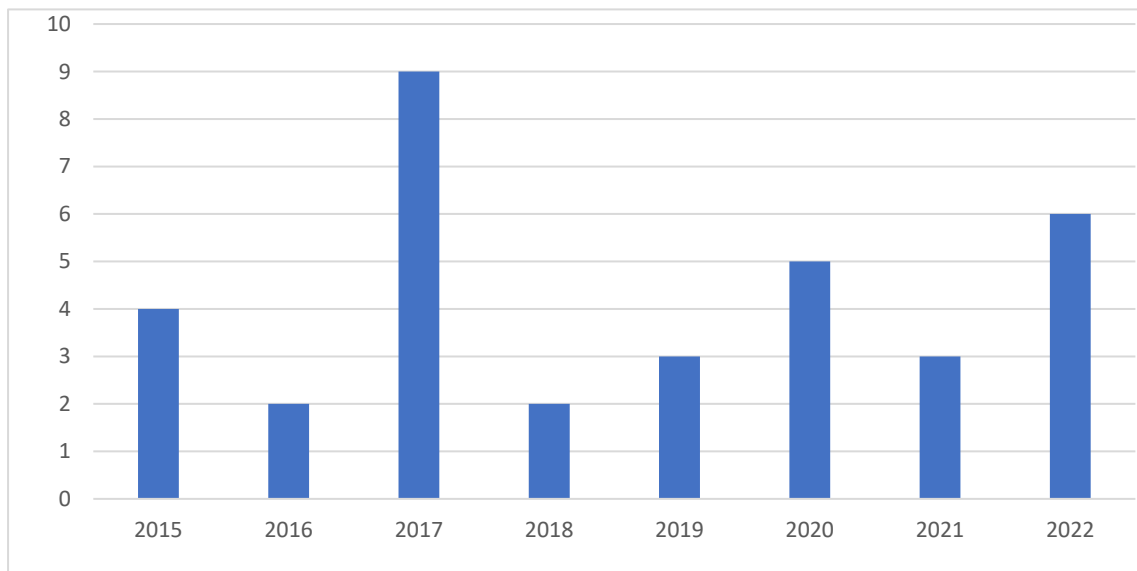
**TITLE-ABS- KEY** (“distribution network” OR “Supply chain network design”) AND (“Last mile logistics” OR “city logistics”).

En la ecuación utilizada se realizó una segmentación de resultados, limitando la búsqueda únicamente a los últimos 7 años (2015-actualidad) de artículos publicados donde se obtuvieron 34 resultados, para realizar el análisis bibliométrico se usó la herramienta Voswiver, obteniendo la información que se presenta a continuación.

La siguiente figura indica la cantidad de artículos publicados por año, mostrando que han existido variaciones de año a año en la publicación de artículos.

**Figura 5.**

*Cantidad de artículos publicados por año*

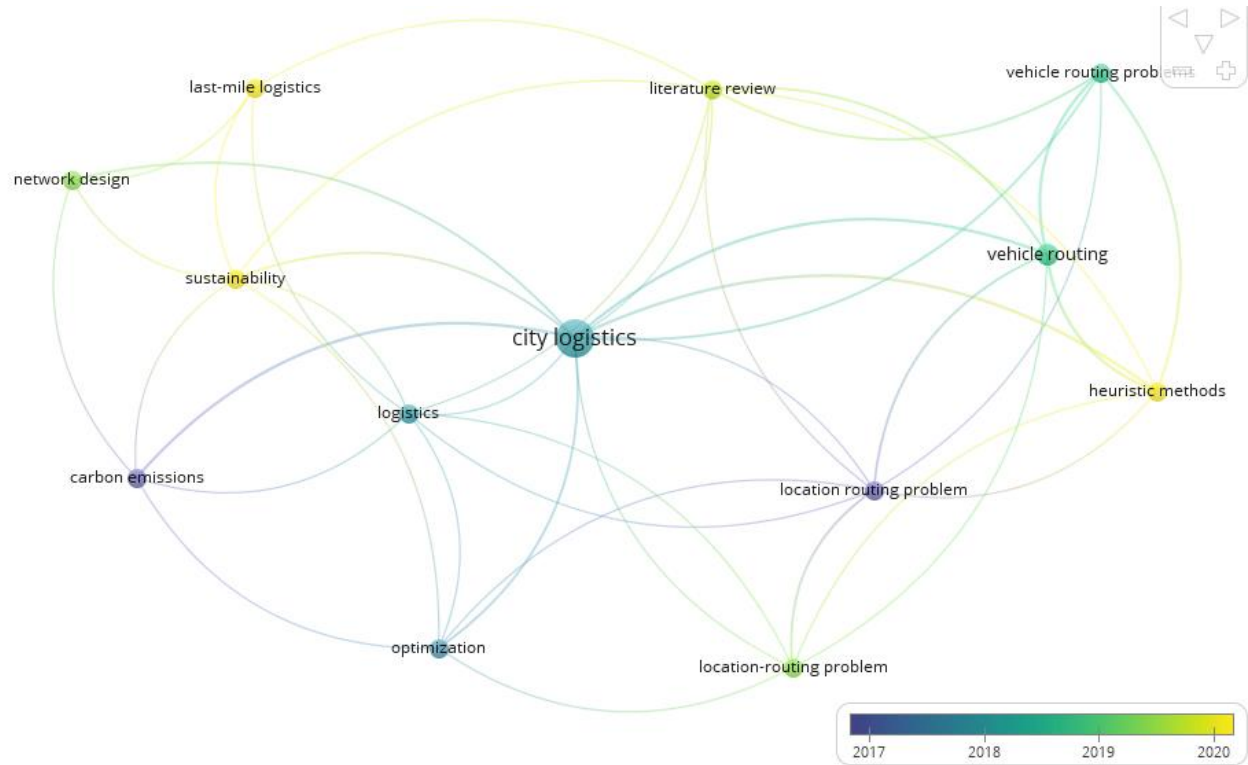


*Nota:* Adaptado de información obtenida de las bases de datos Web Science y Scopus

Dentro de los artículos analizados vemos en la figura 2 que la palabra clave más común es logística de ciudad, identificando este aspecto como relevante dentro de la investigación planteada ya que se evidencia estudios sobre el tema que aportan a la investigación.

**Figura 6.**

*Relación Palabras claves de los artículos analizados*

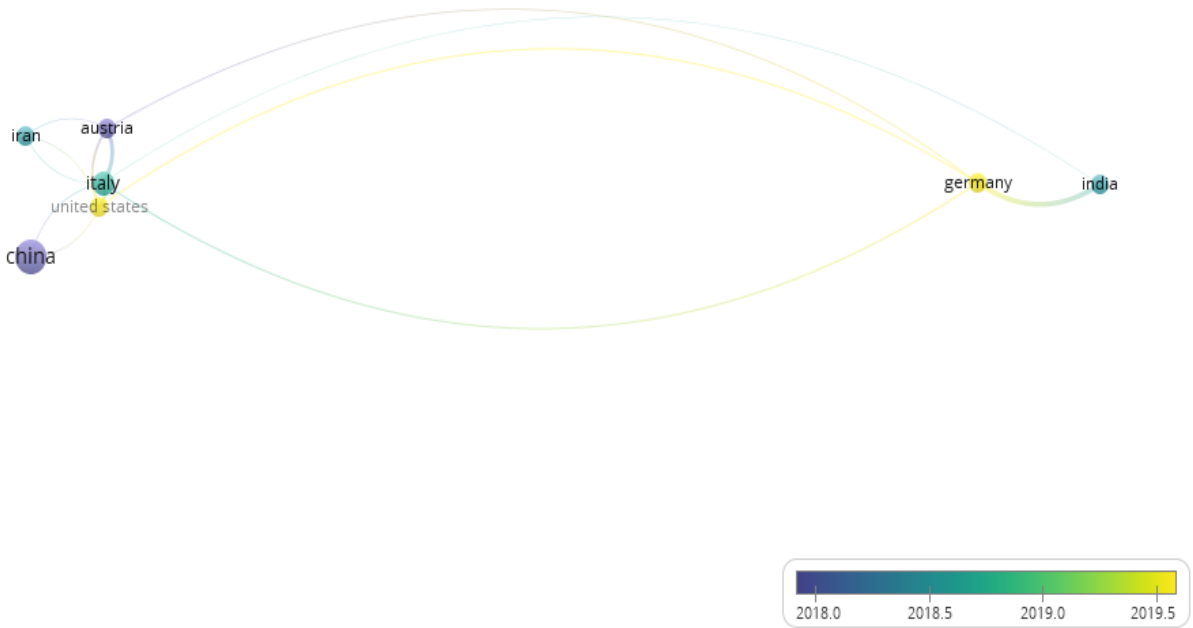


Nota: Tomada de Voswiver

En cuanto a los países se muestra que China es el principal ponente del tema en investigación, sin embargo, como se evidencia en la figura 2 Alemania y Estados Unidos son los países que en los años más recientes han estado publicando sobre el tema.

**Figura 7.**

*Países con mayor cantidad de publicación de artículos*

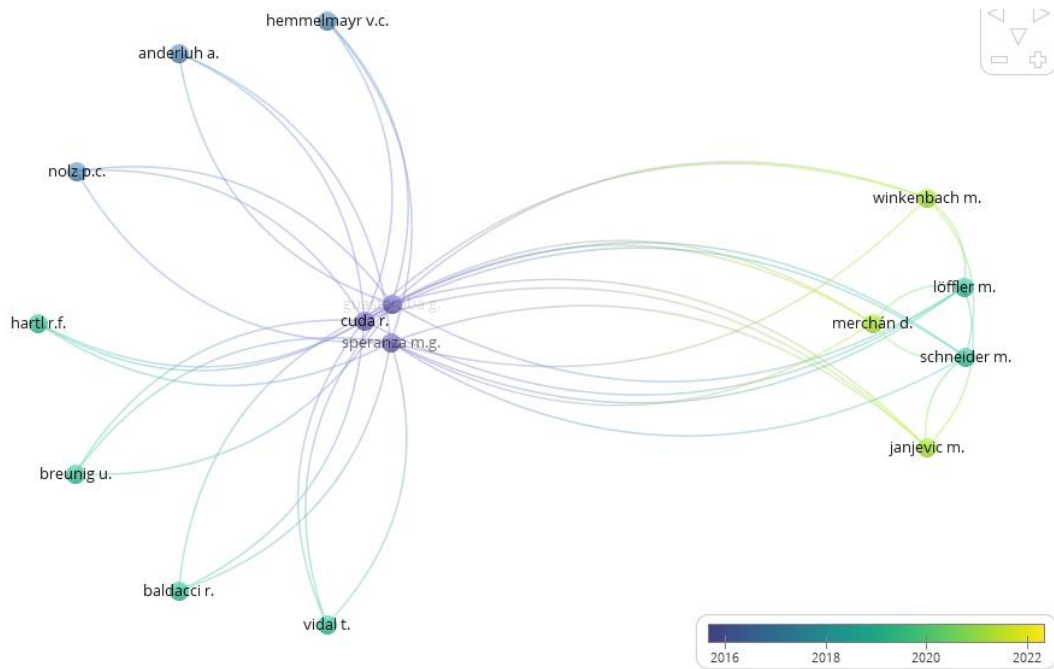


*Nota:* Tomada de Voswiver

En los diferentes articulos se evidencian los aportes de varios autores que han trabajado en el tema de investigacion.En la figura 3 se muestra la citacion entre autores resaltando a Cuda y Speranza como autores con mayor cantidad de citaciones en el estudio.

**Figura 8.**

*Autores más citados*



Nota: Tomada de Voswiver

#### 4.2. Análisis preliminar de la literatura

El diseño de la red de la cadena de suministros para una organización es muy importante, debido a que de manera periódica se está realizando suministros que permiten llevar los productos y bienes a distintos minoristas o clientes. El diseño de la red de la cadena de suministros abarca el proceso de mapeo e identificación de las diferentes opciones de suministro, en las que se evalúan los costos asociados a transporte, logística, inventarios y producción. Aspectos mencionados por Chopra, S., & Peter, M. (2008) al decir que la meta del diseño de la red de la cadena de suministros es maximizar las utilidades de la compañía, al mismo tiempo que satisface las necesidades de los clientes en términos de demanda y capacidad de respuesta.

Con base en lo anterior en el desarrollo de este proyecto se analizarán aspectos relacionados con la cadena de distribución como es el caso de tener varios escalones dentro de la cadena de suministro. Tema que se soporta en la investigación de Cuda et al. (2015) donde define una red de dos escalones como un caso especial de sistemas de escalones múltiples, refiriéndose al primer escalón desde el momento que la carga se entrega en un punto de origen hasta una estación intermedia donde se realizan operaciones de consolidación, almacenamiento, fusión o transbordo. Luego la carga se mueve al segundo escalón que va desde la instalación intermedia hasta el destino final. También define los vehículos de carga del primer escalón como vehículos primarios y los del segundo escalón vehículos secundarios los cuales son ecológicos y más pequeños, dentro de esta investigación de enrutamiento de vehículos se planteó el problema de enrutamiento de vehículos de dos escalones y enrutamiento de camiones y remolques. En los problemas planteados el interés radica en minimizar los costos totales teniendo en cuenta los costos de apertura de las instalaciones, costos de uso de vehículos y costos de ruta.

A la vez la investigación de Sluijk et al., (2022) afirman que en la gestión de la cadena de suministro es necesario la creación de dos escalones puesto que si las instalaciones del nivel intermedio se ubican estratégicamente facilitan la consolidación y transbordo de mercancía. En un sistema de dos escalones se incluyen entregas urgentes, permitiendo la distribución de productos de manera eficiente y generando transporte de carga multimodal. Se debe tener en cuenta aspectos de sostenibilidad mediante la logística urbana, comercio electrónico y entregas a domicilio. El segundo nivel es una ventaja en cuanto a restricciones físicas y legales de vehículos de carga cerca de las ubicaciones de los clientes, ya que permite dividir la red para que los clientes puedan hacer sus recogidas en determinados puntos, facilitar la consolidación de mercancías y la distribución de estas reduciendo tiempos de entrega. La investigación se ejecutó mediante un problema de

enrutamiento de vehículos de dos escalones (2E-VRP) desarrollado mediante un modelo heurístico y exacto. Además, concluyeron que el uso de una red de dos niveles genera costos más bajos particularmente si los depósitos son ubicados fuera del área del cliente y los satélites entre el depósito y el cliente. Sin embargo, hacen énfasis en que los satélites deben estar ubicados estratégicamente puesto que la presencia de zonas prohibidas puede dar lugar a ubicarlos en zonas de baja demanda donde se generan posteriores costos de enrutamiento y transporte.

Por su parte Janjevic et al., (2021) en su investigación hablan de la importancia de definir estratégicamente las decisiones de preparar pedidos teniendo en cuenta los orígenes de flujo y las instalaciones satélites (centros de distribución). Estas últimas se deben encargar de la clasificación, consolidación y carga en vehículos de reparto, teniendo en cuenta transbordos laterales, y en consecuencia definen que las actividades de dichas instalaciones pueden ser de dos tipos, una de transferencia de mercancías y otra de manipulación de mercancías en un diseño de una red de distribución omnicanal de última milla en un escenario integrado en la que se fortalecen los negocios B2C. La logística de última milla relacionada con las entregas en el último trayecto busca ser eficiente y eficaz permitiendo la reducción de tiempos y costos, además de aportar a temas de sostenibilidad ambiental, los cuales hoy en día están tomando relevancia dadas las necesidades de preservación del medio ambiente.

Anderluh et al. (2017) en su investigación expone los efectos secundarios de la creciente urbanización, que afecta la movilidad en las ciudades. Una investigación realizada por la Organización Mundial de la Salud (2013) afirma que para el 2050 más del 70% de la población vivirá en las ciudades, debido al envejecimiento y crecimiento poblacional, generando altos índices de congestión vehicular, contaminación y molestia acústica. El comercio electrónico y los servicios de entrega a domicilios están en auge, en mayor parte gracias a las personas que manejan

horarios laborales extensos que les dificulta realizar las compras minoristas en el sitio. De ahí nace la importancia de mejorar la accesibilidad y la movilidad de los ciudadanos y el transporte de mercancías en las zonas urbanas, por tal motivo se analiza cómo organizar de manera eficiente la distribución de bienes en la ciudad mediante la consolidación de los requisitos de transporte de las diferentes partes interesadas y el uso de diferentes tipos de transporte que sean respetuosos con el medio ambiente en las áreas del centro de la ciudad. Una de las razones para crear estrategias eficientes en logística de última milla es la urbanización como lo describe Kellner.(2021), quien en su estudio identifica la importancia de crear redes de distribución que permitan el abastecimiento de las áreas urbanas dado que se está volviendo un desafío con el empeoramiento de las condiciones del tráfico y la tendencia de una entrega más frecuente de envíos de bajo volumen. Es allí donde investigaciones como la de Büyüközkan & Mukul, (2019) al considerar un problema de decisión multicriterio enfocando las decisiones en logística difusa tomaron relevancia al decir que la logística de última milla debe centrarse en la planificación de la gestión del transporte, la protección del medio ambiente, ahorro energético, la seguridad y la reducción de tráfico a lo que denominaron logística de ciudad, la cual debe apoyarse en el uso de las tecnologías para encontrar la eficiencia. Además Lai et al., (2022) en un análisis realizado en China sobre la importancia de la eficiencia de la logística de ciudad identificaron cinco aspectos que determinan la satisfacción de un cliente los cuales son: tangibilidad, capacidad de respuesta, seguridad, fiabilidad y puntualidad.

Teniendo en cuenta los aspectos que nombran las autores citados anteriormente en relación con logística de ciudad aparece la investigación cualitativa de Dreischerf & Buijs, (2022) , quienes plantean la pregunta *¿Cómo influye la introducción de un centro de consolidación urbana en los procesos logísticos, los costos y los niveles de servicio de los proveedores?* Se define los centros

de distribución urbana como instalaciones ubicadas en áreas suburbanas y del centro de la ciudad donde se pueden consolidar productos de diferentes proveedores ( Aljohani y Thompson, 2020a ). De acuerdo con el estudio se pudo determinar que los centros de consolidación en los procesos logísticos son vistos como un paso más a ejecutar e incurrir en mayor cantidad de tareas. Sin embargo, en empresas que no tiene bien estructurada la cadena de distribución los ven como alternativa para mejorar la eficiencia de entrega generando satisfacción al consumidor final. En términos de costos, los centros de consolidación urbana mostraron no presentar reducción al corto plazo, identificaron que tal vez reduzcan si se eliminaran los depósitos y servicios de transportistas trabajando en una logística integral y compartida. Por su parte en los niveles de servicio usando los centros de consolidación urbana se determinaron dos escenarios. En primer lugar, un centro de consolidación urbana puede ofrecer entregas puerta a puerta mientras que las entregas convencionales se dan en una oficina o almacén es decir el cliente debe desplazarse. En segundo lugar, los centros de consolidación urbana evidencian un aumento en los tiempos de entrega, pues estos para reducir costos esperan a tener pedidos para determinadas zonas y así realizar la entrega. Dreischerf & Buijs analizan que en un futuro los centros de consolidación urbana serán una buena estrategia dentro de la cadena de distribución, debido a que se crearán normativas en pro de mejorar la sostenibilidad, con restricción de acceso de los transportes de carga en áreas urbanas. Debido que en la actualidad se trabaja globalmente en mitigar el impacto en el medio ambiente y promover la unión de esfuerzos en transportes ecológicos.

En la investigación de Melkonyan et al.(2020) destacan la importancia de la logística de ciudad en la industria de alimentos, debido a que es uno de los sectores en el que los clientes van a los puntos de distribución para obtener los productos que requieren, resaltando la importancia de involucrar a los clientes y la sensibilización de los mismos en sostenibilidad ambiental, es muy

común ver que cada cliente va en su vehículo privado a realizar las compras. Siendo este el punto de partida de la investigación donde a partir de decisiones multicriterio entorno a parámetros ambientales, sociales, económicos y tecnológicos se identifican aspectos que impactan la red de distribución buscando en materia ambiental minimizar el impacto, a nivel social maximizar los beneficios y en la parte económica minimizar los costos operativos. A partir de la ponderación de los factores mencionados se esquematizan dos escenarios, entregas descentralizadas con servicios a domicilio y entregas multitudinarias. Se logró determinar que una de las opciones del canal de distribución de alimentos era utilizar estrategias de redes de distribución bajo un concepto de economía compartida, usando métodos como las entregas a domicilios, evidenciando un aumento de consumidores al comenzar la introducción de la estrategia. Sin embargo, se identificó un aumento de costos para el consumidor y una reducción de interacción social que con el pasar del tiempo lleva a que se establezca el aumento de consumidores y se mantenga, gracias a la infraestructura y estrategias de marketing que se ofrezcan. A su vez la empresa debe conocer que al implementar entregas se generara un aumento en costos operativos, incluyendo costo de mantenimiento, gastos de empleados y costos de transporte (vehículos).

Zennaro et al., (2022) en su investigación identifica las principales áreas de estudio en logística relacionados con la implementación del comercio electrónico, los factores e indicadores claves de rendimiento que deben tenerse en cuenta para cada área de investigación logística, con especial atención a los aspectos sostenibles. Para dar solución a lo anterior, se plantea un análisis bibliográfico estructurado y exhaustivo, enfocado en el diseño de redes de cadena de suministro (SCND), logística de salida (OL), logística inversa (RL), almacenamiento (WR), TI y gestión de datos (E-IT). Al implementar el comercio electrónico se favorecen los clientes que quieren comprar rápido sin invertir mucho tiempo de forma más dinámica y con más opciones. Por su parte

las empresas tienen ventajas al llegar a un mercado nuevo, ampliar el existente, recopilando y analizando en tiempo real datos para mapear el comportamiento de los clientes y crear un canal de comunicación directa. A partir del análisis realizado Zennaro afirma que un diseño de red de cadena de suministro, donde se implementa el comercio electrónico debe tener en cuenta la legislación sobre el impacto ambiental, debido a la logística de salida y logística inversa ya que si se omite puede generar altos gastos.

Si bien es cierto, la legislación ha tomado importancia en varias ciudades del mundo como es el caso de China donde se han incluido impuesto de acuerdo con las emisiones de dióxido de carbono con el fin de trabajar en pro de una logística verde. Esto se ve reflejado en la investigación de Yang et al.(2016) la cual estudia cómo controlar las emisiones de carbono desde la parte operativa. Teniendo en cuenta una red de distribución de logística urbana de dos niveles que presentan índices de alta eficiencia de carbono en centros de distribución y rutas. De acuerdo con políticas de impuestos, se modela un problema de programación entera mixta buscando costos operativos mínimos en el que se integra los costos de dicho impuesto. En este estudio se analizan los resultados desde los cambios tácticos que debe tener la estructura de la red y cuáles son los efectos de aportar en la reducción de emisiones, pues plantean que dicha disminución se manifieste en el buen desempeño y eficiencia que permita que el costo de se reduzca. A su vez que los operadores se comprometan y tengan el deseo de aportar con en una economía sostenible. Según Deng et al.(2022) Los vehículos eléctricos son otra alternativa que se está implementando en la logística de ciudad para lograr la neutralidad de emisiones de carbono, pues presentan menor ruido y casi nula emisión, es por ello que la investigación propone métodos de planificación operativa para vehículos eléctricos en la entrega de productos teniendo en cuenta, redes de carreteras y el intercambio de baterías, reduciendo los costos de transporte y energía mediante variables como la

cantidad de vehículos a asignar en una distribución, rutas, puntos de carga y descargue al igual que la identificación de momentos oportunos para hacer los cambios o recargue de baterías.

De acuerdo con lo anterior se han hecho investigaciones que sustentan la importancia de la tecnología en las nuevas tendencias de entrega de productos, las cuales trabajan en busca de la minimización de costos, eficiencia de las cadenas de distribución, satisfacción de clientes y maximización de utilidades. Un ejemplo es el estudio realizado en Milán por Borghetti et al., (2022) quienes identificaron que los drones son una alternativa de transporte útil e innovadora en las entregas. Aportan con la reducción de contaminación acústica, ambiental y congestión vehicular, dado que en la zona de estudio generalmente hacen las entregas en furgonetas. También se analizó el uso de bicicletas, pero vieron que estas demoraban más tiempo en entregar; por ello continuaron el estudio, determinando que a pesar que los drones son una buena alternativa de transporte, por sus avances en movimientos aerodinámicos, aun se necesita de reglamentación para su circulación ya que hay varias restricciones de vuelo en varias zonas. Otro estudio que busca aportar en el cambio de la logística que usa vehículos convencionales es el realizado por Anderluh et al.,(2017) que emplea un algoritmo basado en búsqueda en vecindad usando patrones GRASP (procedimiento de búsqueda adaptativa aleatoria codiciosa) en las que cambia los centros de distribución por puntos móviles que son furgonetas que van desde la fábrica hasta la periferia de la ciudad, a estos puntos estratégicos donde la furgoneta suministra la mercancía a la bicicleta se le llama satélites. Las bicicletas de carga son las responsables de llevar el producto al centro de la ciudad estableciendo eficiencia de tiempos y satisfacción a los clientes mediante la optimización de costos, a su vez recalcan que el cambio requiere de la coordinación de las diferentes partes de la cadena de suministro teniendo como objetivo la óptima y sostenible utilización de los recursos.

## 5. Marco de referencias

### 5.1 Marco de Antecedentes.

En la universidad industrial de Santander se han realizado varios estudios y trabajos de investigación los cuales dan soporte a la presente investigación, puesto que en ellos se han tratados temas de logística, ruteo, manejo de inventarios en escenarios multi-item, multiescalón y cadenas de suministro. A continuación, se hablará de algunos de estos trabajos en los cuales encontramos mayor afinidad con lo planteado en esta investigación.

Avellaneda, J & Estévez R (2019) plantearon un algoritmo Colonia de hormigas para el problema de ruteo de vehículos eléctricos con función de carga parcial y ventanas de tiempo, en el que los vehículos reciben cargas parciales usando ventanas de tiempo y cumpliendo con los requisitos de tiempo de los usuarios, en los que se busca minimizar el costo total, referentes a factores de inversión en compra de vehículos y costos de distancia total recorrida, hallando las rutas factibles con el menor costo posible.

Caballero, j & Aguilar, M (2019) realizaron un modelo de optimización difusa multiobjetivo, multiperiodo para el diseño de una red logística inversa sostenible, en la que partían de la necesidad de las empresas de tener un proceso de distribución y transporte cada día más ecológico y ambientalmente sostenible, situando el problema en una empresa iraní que fabrica jeringas y agujas que son desechadas una vez se usan. Para el desarrollo del modelo se creó la programación matemática en MATLAB mediante un algoritmo genético en la iteración de códigos de dos elementos: un cromosoma y modelos de población matricial que contiene información de la función objetivo, los índices de restricción, minimizando costos, impacto ambiental el cual se cuantifico con base al ciclo de vida del producto y la responsabilidad social medido por el número

de trabajos realizados en la red logística en el horizonte de planeación. Se resalta esta investigación por la importancia que tiene el definir una red de distribución, en la que se deben tener en cuenta aspectos que cada día toman más relevancia, como es el caso de trabajar en pro de la sostenibilidad ambiental en los distintos eslabones de la cadena.

Córdoba. E (2020) en su investigación abordó el problema de gestión de inventarios y ruteo de vehículos de dos escalones considerando transbordo laterales, enfocado a una cadena de suministro de repuestos cuyos integrantes finales (clientes) desarrollan programas de mantenimiento predictivo, lo anterior lo realiza por medio de un modelo de optimización en programación lineal entera mixta, donde el objetivo es minimizar los costos logísticos de transporte e inventario, teniendo en cuenta las restricciones de capacidad tanto en los nodos de la red, como en la flotas de cada escalón, para dar solución al modelo propuesto se hace a través de una metaheurística híbrida compuesta por dos metodologías: Algoritmo genético y búsqueda Tabú y para validar el algoritmo se ejecuta un diseño factorial a partir de nueve instancias de diferente tamaño, se evalúa el comportamiento en función de los costos totales y del recurso computacional consumido. De acuerdo al modelo realizado él concluye que los transbordos laterales no son significativos para modelos donde no se tenga en cuenta costos de transporte variables entre flotas o políticas de inventarios más extensas, sin embargo, se debe tener en cuenta en la cadena de suministro para reducir costos. En el capítulo 9 determina que los factores estudiados del algoritmo híbrido propuestos no son significativos en instancias pequeñas, pero sí para grandes instancias, llegando a la conclusión que los factores sí resultan significativos, ya sea como efecto principal o mediante interacciones entre ellos.

Ponches, C & Tarazona N (2020) en su investigación plantearon un modelo de inventario multiperiodo para una red de distribución multiescalón y multi-item, mediante 4 modelos, todos

se plantearon teniendo en cuenta una red de dos escalones, pero se modificaban factores. En el primero definieron una fábrica, un centro de distribución y un minorista con un solo producto en múltiples periodos; en el segundo una fábrica,  $n$  centros de distribución y  $m$  minoristas bajo un solo producto y múltiples periodos; para el tercero plantearon dos escalones, múltiples periodos, multi-item con una fábrica,  $n$  centros de distribución y  $m$  minoristas, donde los centros de distribución manejan varios productos y el cuarto un modelo multi-item con una fábrica,  $n$  centros de distribución especializados por producto y  $m$  minoristas. Luego de plantear los modelos se empezaron a realizar experimentaciones variando ciertos parámetros de tal manera que se pudiese realizar una comparación entre cada uno de ellos y sus respectivas funciones objetivos, cabe resaltar que la modelación matemática se desarrolló en el software Gams y al modelo base se le realizó validación mediante la tabulación de resultados en Excel. Obtuvieron como resultado que lo mejor es tener centros de distribución multi-item por la posibilidad de configurar pedidos, buscando la solución menos costosa dado que si es de solo un producto se incurre en costos de ventas perdidas (costo de oportunidad).

Jiménez. J & Tarazona. J (2020) en su investigación se enfocan en resolver el problema de ruteo de vehículos con drones en la distribución de última milla y para dar solución a su planteamiento lo hacen por medio de un algoritmo adaptativo de búsqueda de grandes vecinos (ALNS). El problema es dividido en dos partes, la primera consiste en la necesidad de trazar una ruta que optimice el uso de una flota heterogénea que llevara a cabo la repartición de bienes y servicios encaminado a la distribución de última milla; el segundo, en determinar cuál reduce los costos operacionales y cumple con restricciones como el tiempo máximo de la ruta. Luego de dar solución al problema planteado se concluye que el desempeño que obtuvieron en las iteraciones en gran parte se debe a la heurística seleccionada y los parámetros que establecieron en el

algoritmo, de tal manera que el algoritmo ALNS presenta un mejor desempeño cuando se tiene instancias pequeñas, pero no es eficiente en el tiempo computacional empleado para la solución de instancias de gran tamaño, también realizaron pruebas que implicaba la velocidad de vuelo donde se evidencio que la decisión de lanzar un dron tenía influencia en la velocidad del vuelo del dron y la velocidad del viento, ya que estos factores eran determinantes para saber si el dron tenía la capacidad de entregar los paquetes al cliente y llegar al camión antes de que dejará de volar.

Sáenz. E (2020) en su investigación desarrollo un modelo matemático para dar solución al problema de ruteo e inventario con múltiples depósitos (MDIRP), con el propósito de determinar la cantidad optima de productos a entregar a los clientes y establecer las rutas a seguir por los vehículos en cada una de las bodegas, con el fin de minimizar los costos asociado a enrutamiento de inventarios en el cliente y en los almacenes. Para resolver el problema se selecciona una metaheurística del algoritmo genético (AG), donde se establecen el modelo el cual se corre varias veces con diferentes parámetros, llegando a la conclusión que el tamaño de población y número de interacciones tuvieron efectos significativos en los tiempos de corrida; la tendencia indico que cuando se tenía los mayores niveles de tamaño de la población y número de iteraciones los tiempos de corrida se elevan considerablemente, también se evidencio que al determinar el número de iteraciones apropiadas permite encontrar mejores soluciones sin desperdiciar el recurso computacional.

Arias. C ( 2020) en su investigación desarrolla un modelo matemático para dar solución al problema de localización y ruteo de vehículos de dos escalones aplicado a la logística hospitalaria, el cual determina de forma simultánea la localización de las instalaciones ( depósitos primarios y centros de distribución) junto con los planes de ruteo para los dos niveles con el fin de cubrir exitosamente la demanda de los clientes en un horizonte previamente definido, considerando

restricciones de capacidad en las instalaciones y vehículos con el objetivo de minimizar el costo total de la red de logística. Para dar solución al problema planteado Arias divide en tres etapas generales, las cuales reúnen los tres grandes procesos de algoritmo genético como es la creación de la población inicial, la aplicación de los operadores genéticos seleccionados y la presentación de los resultados finales. Arias llega a la conclusión que la implementación de una técnica híbrida con la heurística del vecino más cercano y el método de ahorro, permite acotar el espacio de búsqueda a las mejores áreas factibles del problema, también afirma que el enfoque genético con una codificación bidimensional junto con el procedimiento lógico propuesto, destacando el operador de cruce de sub cadena bidimensional y la mutación por intercambio de cadenas, cuenta con un gran rendimiento antes distintos escenarios.

## **5.2 Marco teórico**

### ***Cadena de suministro***

Consiste en la integración de todas las actividades necesarias para dar cumplimiento a los requerimientos de los clientes ya sea de forma indirecta o directa, donde se necesita el trabajo conjunto de fabricantes, proveedores y todos los actores( transportistas, almacenes, minoristas y los propios clientes) que participan en el proceso y permite que el producto llegue al cliente final(Córdoba, 2020). Según (Wang et al., 2020) la cadena de suministro es la forma organizativa genérica de las redes de producción global, de ahí nace la importancia que las actividades de producción a lo largo de la cadena de suministro sea sostenible, dando importancia al impacto económico, ambiental y social de los productos a lo largo de su ciclo de vida.

### ***Gestión de la cadena de suministro:***

La gestión de la cadena de suministros impacta la organización, planificación y control de la empresa, debido a que está directamente relacionada con mercados, estrategias competitivas y los productos mediante la optimización y eficiencia que presentan las nuevas tendencias y tecnologías. Esta se encarga de la planificación y dirección de todos los procesos dentro de la cadena en la que se tienen en cuenta los flujos de productos y transporte. En inglés Supply Chain Management (SCM) definida por el Council of Supply Chain Management Professionals (2010) como la planificación y gestión de cada una de las actividades que se involucran en el abastecimiento, transformación y todas las actividades de logística. Incluyendo la coordinación y colaboración de proveedores, intermediarios, operadores logístico y clientes.

La gestión de la cadena de suministro es una actividad que debe estar en constante monitoreo debido al entorno cambiante, un ejemplo de esto son las industrias de productos perecederos en la que existen factores críticos que afectan la integridad del producto, según Amani & Sarkodie, (2022) estiman que un 25% de los alimentos se desperdician por actividades propias de la cadena de suministro (almacenamientos, tipos de vehículos, cadenas de frío) y recomiendan la automatización de procesos usando tecnologías novedosas e inteligencia artificial que permitan aumentar productividad mientras reducen costos y gastos, trabajando en un desempeño sostenible como lo indican los objetivos de desarrollo sostenible, de busca mediante el uso de las tecnologías mejorar el sistema de trazabilidad en la cadena.

### ***Logística***

Proceso de planificar, implementar y controlar de forma eficiente, efectiva el flujo y almacenamiento de mercancías, servicios e información relacionada desde el punto de origen hasta el punto de destino con el propósito de satisfacer las necesidades de los clientes.(Herrera, 2021).

Se puede decir que el objetivo de la logística es brindar al cliente la mercancía solicitada en el momento, lugar y tiempo que lo requiere.

### ***Logística de última milla***

Lim et al., (2018) define la logística de última milla como el último tramo de un servicio de entrega de paquetes de una empresa a consumidor (B2C). Tiene lugar desde el punto de penetración del pedido hasta el punto de destino preferido por el destinatario final. Se puede decir que la última milla interconecta al fabricante, mayorista, minorista y el consumidor final, este proceso tiene tres etapas consideradas como: Preparación de pedidos, embalaje y la entrega.

Por su parte Giuffrida et al., (2022) resalta que la logística de última milla para ser eficiente necesita ser heterogénea, es decir tener flotas de vehículos mixta, con diferentes capacidades, donde sus costos también difieren dadas las necesidades de los clientes y se debe recurrir a elementos que permitan cumplir sus expectativas en tiempos, y plazos acordados, invirtiendo en vehículos más ecológicos y rutas dinámicas que permitan reducir los costos operativos, el impacto ambiental y mejore la satisfacción del cliente.

### ***Logística de ciudad***

La logística de ciudad es el proceso de optimización total de las actividades logísticas y de transporte realizado por las empresas en áreas urbanas considerando en ello aspectos relacionados con el tráfico (congestión, contaminación y consumo de energía) dentro de un contexto de economía de mercado (Aceh et al., 2010). La logística de ciudad también se define como un campo donde interactúan diversas disciplinas que tiene como objetivo comprender, estudiar y analizar las empresas u organizaciones en sus esquemas logísticos, actores y acciones de planificación enlazados con los diferentes sistemas de transporte de mercancías en una zona urbana conectados

de manera sinérgica de tal manera que les permita disminuir cualquier problema que se presente (Costa-Salas et al., 2017). Una forma de aumentar la eficiencia en la distribución de mercancías en las zonas urbanas es por medio de la entrega conjunta, la cual permite la consolidación y coordinación de la logística de ciudad, generando el rediseño de la red logística urbana (Zhao et al., 2018).

### ***Red de distribución***

La distribución es procedimiento que se lleva para mover y almacenar un producto, empezando con la etapa del proveedor y finalizando en el cliente. Una red de distribución adecuada garantiza bajos costos con alta capacidad de respuesta en la cadena de suministro, pero en el momento en que no se logre tener una red de distribución adecuada, no se puede garantizar un buen servicio al cliente. La distribución se divide en dos grandes etapas la primera cuando la materia prima va desde el proveedor hasta el fabricante y la segunda etapa en el momento en que está el producto terminado y se mueve desde la fábrica hasta el consumidor final.(Chopra & Meindl, 2013).

### ***Decisiones estratégicas o diseño de la cadena de suministro***

Las decisiones estratégicas es el pilar fundamental de la empresa debido que son el camino para llegar a conseguir los objetivos de la empresa y requieren de grandes recursos económicos para ser implementadas, por esta razón son decisiones que se toman a largo plazo y tienen como objetivo estructurar y diseñar la cadena de suministro, la distribución de los recursos, los procesos que se llevan en cada etapa de la cadena, la ubicación, las capacidades de producción e instalación

y de almacenaje. Aspectos que deben estar alineados con la estrategia competitiva de la compañía. (Chopra & Meindl, 2013).

### ***Decisiones tácticas***

Las decisiones que se toman en la planeación de la cadena de buscan asignar eficientemente los recursos disponibles para alcanzar los objetivos fijados a nivel estratégico, teniendo como objetivo maximizar el valor agregado de la compañía Según Porter, M. E. (2001) el valor se concibe como la suma de beneficios recibidos que el cliente capta menos los costos incurridos por él al adquirir y usar un producto. Así mismo, la cadena de valor de una empresa se considera está conformada por todas esas actividades generadoras de valor agregado y por los márgenes que estas operan. (Aceh et al., 2010).

### ***Decisiones operacionales***

La meta de las operaciones de la cadena de suministro es manejar los pedidos entrantes de los clientes de manera efectiva. Durante esta fase, las compañías distribuyen el inventario o la producción entre cada uno de los pedidos, se coordina los pedidos para que sean entregados en las fechas establecidas, en las rutas y el transporte, generando los itinerarios de entrega de los camiones y originando ordenes de abastecimiento (Aceh et al., 2010).

### ***Optimización matemática***

Es un conjunto de resultados obtenidos a partir de métodos analíticos y numéricos enfocados a seleccionar la mejor alternativa entre todas las soluciones disponibles para el problema. Es decir, un problema de optimización se percibe como un problema de decisión. Está conformada por tres elementos fundamentales los cuales son: Función objetiva, variables y restricciones.

- **Función objetiva.** La función objetivo permite determinar los mejores valores para las variables de decisión. Según Córdoba, (2020) se define como la medida de desempeño ( producen el mínimo o máximo valor según el criterio utilizado) del sistema que se desea optimizar.
- **Variables.** Son las diversas alternativas que se consideran en el planteamiento del modelo y que afectan el resultado de la función objetivo, considerándose elementos claves al caracterizar el diseño y condiciones de funcionamiento del sistema.

Se representan las variables independientes se representarán mediante vectores columna de  $\mathbb{R}^n$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

o vectores fila

$$x^T = (x_1 \dots x_n)$$

- **Restricciones.** Son condiciones a las que están sujetas las variables decisión, mediante ecuaciones e inecuaciones que deben satisfacer las variables independientes para constituir una solución aceptable.

Existen dos tipos de restricciones:

Restricciones de igualdad: Son ecuaciones entre las variables de la forma  $h(x) = h(x_1 \dots x_n) = 0$  donde  $h: A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es una función real de variables reales definida sobre un conjunto A de números reales.

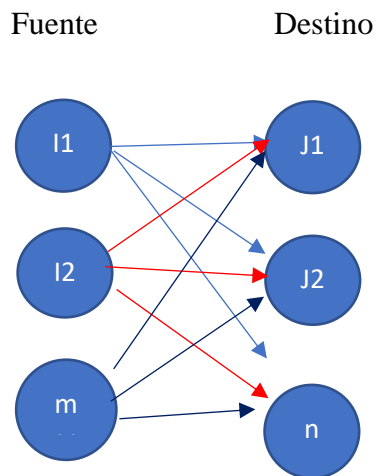
Restricciones de desigualdad: Son inecuaciones entre las variables de la forma  $g(x) = g(x_1 \dots x_n) \leq 0$  donde  $g: A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es una función real de variables reales definida sobre un conjunto A de números reales.

**Modelo de transporte**

Para elaborar un modelo de transporte se requiere de parámetros como: suministros, demandas y costos unitarios sin perder de vista que el objetivo de este modelo es minimizar costos totales de la distribución de mercancías y satisfacer las restricciones de la oferta y la demanda. Los modelos de transporte se pueden representar con una red como se muestra a continuación. (Ariza & Llinás, 2019)

**Figura 9.**

*Red de modelo de transporte*



*Nota:* La figura representa una red de modelo de transporte. Tomado de (Ariza & Llinás, 2019), página 166.

En la imagen se representa una red del modelo de transporte donde hay  $m$  orígenes y  $n$  destinos, cada uno representado por un nodo. Los arcos representan las rutas que unen los orígenes con los destinos, donde  $i$ = Origen,  $j$ =Destino,  $a_i$ = cantidad de demanda en el destino,  $b_j$ = cantidad de oferta,  $x_{ij}$ = cantidad transportada,  $c_{ij}$ = costo de transporte.

### ***Modelo de inventarios***

Los inventarios representan una parte fundamental de las empresas u organizaciones para el correcto funcionamiento, de ahí nace la necesidad de saber el nivel correcto de inventario que se debe tener de tal manera que no se generen costos por tener inventario en exceso y tampoco se generen costos por perder una venta o un cliente. Las empresas cuando no planifica el inventario de acuerdo a la demanda pueden generar pedidos pendientes lo que implica un aumento en los costos totales de producción de toda la cadena de suministro, es aquí donde nace el problema de la predicción de pedido pendientes de inventario, en el cual existe dos modelo, el primero es un modelo de demanda de un bien (por unidad de tiempo), donde la demanda puede ser determinística (se conoce la incertidumbre) o puede ser probabilística (no se conoce la incertidumbre por tal motivo se utiliza la distribución de probabilidades haciendo que el planteamiento del modelo sea más complejo). Todas las empresas que manejan correctamente sus inventarios tienen política de inventarios que consisten en ¿cuánto pedir? y ¿cuándo pedir? (Chiavenato, 2018). Por lo anterior Ntakolia et al., (2021) plantea una canalización de aprendizaje automático para evaluar el rendimiento de modelos de aprendizaje automático conocidos para predecir los pedido pendientes como un problema de clasificación binaria.

De acuerdo a lo anterior también es importante identificar el tipo de producto y el deterioro que sé que puedo ocasionar a causa de factores ambientales( humedad, temperatura) durante el almacenamiento, con el fin de subestimar los costos o sobreestimar las ganancias(Lu et al., 2022). Según Lystad et al. (2006) en la industria alimentaria minorista de lo Estados Unidos, aproximadamente el 15% de los productos se desechan antes de venderse debido al deterioro por almacenamiento.

### ***Modelos de programación lineal entera***

Son aquellos modelos en donde todas sus funciones y restricciones matemáticas son de primer grado, donde se busca planear las actividades con el fin de obtener un resultado óptimo (Frederic & Gerald, 2010).

Cornejo (2005) define un modelo de programación lineal entero como aquel donde las variables son números enteros no negativos.

### ***Modelos de programación lineal entera mixta***

Son modelo en los cuales sólo es necesario que algunas variables sean enteras y el resto continuas, según Frederic & Gerald, (2010) la clasificación incluye modelos que además de tener variables enteras no negativas y variables continuas, tiene también variables binarias.

## **6. Formulación del modelo matemático**

En este numeral se formulan ocho modelos matemáticos siguiendo la metodología planteada, enfatizando en la fase tres. Para llevar a cabo la formulación de los modelos se inicia con la identificación de los supuestos de la red de distribución y posteriormente se plantea cada uno de los modelos evidenciando la evolución entre ellos.

Lo anterior enfocados en logística de ciudad, teniendo en cuenta diversas formas de movilidad (medios de transporte) y el uso de tecnologías que hacen que el proceso de entrega sea más eficiente.

### **6.1 Supuestos de la red de distribución**

Se diseña una cadena de distribución de dos escalones, donde se parte de un modelo base el cual crece hasta llegar al modelo que contempla todos los supuestos presentados a continuación:

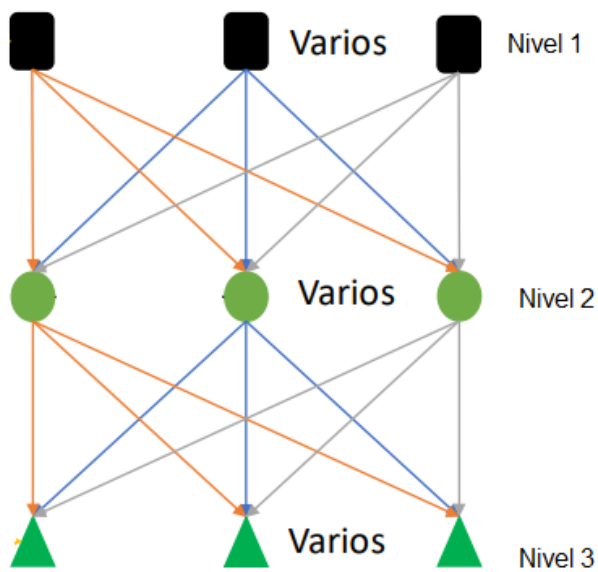
1. El objetivo del modelo es minimizar los costos en total de los tres eslabones de la cadena.
2. Los costos considerados son: Costo de pedir (o de producir en el caso del eslabón 1), costo de enviar, costo de mantener inventario, y costos de localización.
3. El modelo contiene tres niveles, donde en el primer nivel se encuentran varias plantas de fabricación, en el segundo nivel varios centros de distribución y en el tercer nivel varios clientes (minoristas).
4. En los tres niveles se manejan diferentes capacidades de almacenamiento, para el caso del nivel 1 se genera diferentes capacidades de producción.
5. Se plantea envíos directos del nivel 1 al nivel 3, al igual que envíos del nivel 1 al nivel 2 y del nivel 2 al nivel 3.
6. Los centros de distribución (Nivel 2) podrán ser especializados o mixtos.
7. Se considera inventario en los tres niveles.
8. En el nivel dos se consideran un problema de localización en los centros de distribución analizando puntos móviles (Casilleros, bodegas, lockers)
9. Se plantea transbordos entre los centros de distribución (nivel 2).
10. Los costos varían en los diferentes periodos.
11. En cada periodo la demanda del cliente llega al minorista (Nivel 3).
12. La demanda es determinística, conocida y variable en cada periodo.
13. En cada periodo los niveles pueden pedir unidades (o producir en el caso del nivel 1).
14. Las plantas, los centros de distribución y los minoristas tienen depósitos, siendo su capacidad finita y conocida, es diferente para cada uno y varía en el tiempo.

### 6.2 Modelo 1

El modelo 1 está conformado por una red de dos escalones con varias plantas, centros de distribución y minoristas, para múltiples periodos y productos.

**Figura 10**

*Esquema modelo 1*



*Nota. La figura es una representación del diseño de la cadena de distribución del modelo 1*

#### 6.2.1 Índices

i: Plantas (N1) [1...I]

j: Centros de distribución (N2) [1...J]

n: Minoristas (N3) [1...N]

k: Productos [1...k]

t: Numero de periodos [1...T]

#### 6.2.2 Parámetros

CFp<sub>i</sub>: Costo fijo de producción para cada i.

$Cp_{kit}$ : Costo unitario de producir k en cada i en el periodo t.

$C21_{ijkt}$ : Costo de enviar de i a j el producto k en el periodo t.

$C32_{jnkt}$ : Costo de enviar de j a n el producto k en el periodo t.

$C02_{jt}$ : Costo de pedir en cada j en el periodo t.

$C03_{nt}$ : Costo de pedir en cada n en el periodo t.

$CH1_{kit}$ : Costo de almacenamiento por unidad para k en cada i en el periodo t (N1).

$CH2_{kjt}$ : Costo de almacenamiento por unidad para k en cada j en el periodo t (N2).

$CH3_{knt}$ : Costo de almacenamiento por unidad para k en cada n en el periodo t (N3).

$CL_j$ : Costo de localizar cada j.

$D_{knt}$ : Demanda de k por cada n en el periodo t.

$F_{kit}$ : Capacidad de producción de k en cada i en el periodo t.

$E_{kit}$ : Capacidad de almacenamiento de k en cada i (N1) en el periodo t

$G_{kjt}$ : Capacidad de almacenamiento de k en cada j (N2) en el periodo t

$Q_{knt}$ : Capacidad de almacenamiento de k en cada n (N3) en el periodo t

$INV1_{kit}$ : Inventario inicial de k en cada i en el periodo  $t=1$ .

$INV2_{kjt}$ : Inventario inicial de k en cada j en el periodo  $t=1$ .

$INV3_{knt}$ : Inventario inicial de k en cada n en el periodo  $t=1$ .

### **6.2.3 Variables**

$P_{kit}$ : unidades producidas de k en cada i en el periodo t.

$X21_{kijt}$ : Unidades enviadas de k por cada i a cada j en el periodo t.

$X32_{jnkt}$ : Unidades enviadas de k por cada j a cada n en el periodo t.

$I1_{kit}$ : Unidades a mantener de k en cada i en el periodo t.

$I2_{kjt}$ : Unidades a mantener de k en cada j en el periodo t.

$I3_{knt}$ : Unidades a mantener de k en cada n en el periodo t.

$Y1_{kit}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se produce k en cada i en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y2_{kjt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de k en cada j en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y3_{knt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de k en cada n en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y_j$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se localiza j; 0 de lo contrario.

### 6.2.4 Función objetivo

$$\begin{aligned}
 Min Z = & \sum_i \sum_k \sum_t (CP_{kit} * P_{kit} + CH1_{kit} * I1_{kit}) + \sum_i CFP_i * \sum_k \sum_t (y1_{kit}) \\
 & + \sum_j \sum_k \sum_t (CH2_{kjt} * I2_{kjt}) + \sum_j \sum_t CO2_{jt} * \sum_k Y2_{kjt} + \sum_n \sum_k \sum_t (CH3_{knt} \\
 & * I3_{knt}) + \sum_n \sum_t CO3_{nt} * \sum_k Y3_{knt} + \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t (C21_{ijkt} * X21_{ijkt}) \\
 & + \sum_j \sum_n \sum_k \sum_t (C32_{jnkt} * X32_{jnkt}) + \sum_j \sum_t (CL_j * Y_j) \quad (1)
 \end{aligned}$$

### 6.2.5 Restricciones

$$P_{kit} \leq F_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (2)$$

$$P_{kit} \leq M * Y1_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (3)$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} = \sum_j X21_{ijkt} + I1_{kit} \quad \forall_{t \neq T}, \forall_i, \forall_k \quad (4)$$

$$P_{kit} + I_{1kit-1} \leq E_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (5)$$

$$\sum_i X_{21ijkt} \leq M * Y_{2kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (6)$$

$$\sum_i X_{21ijkt} + I_{2kjt-1} = \sum_n X_{32jnkt} + I_{2kj,t} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_{t \neq T} \quad (7)$$

$$\sum_i X_{21ijkt} + I_{2kjt-1} \leq G_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (8)$$

$$\sum_j X_{32jnkt} + I_{3knt-1} = D_{knt} + I_{3kn,t} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_{t \neq T} \quad (9)$$

$$\sum_j X_{32jnkt} + I_{3knt-1} \leq Q_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (10)$$

$$\sum_j X_{32jnkt} \leq MY_{3knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (11)$$

$$\sum_k \sum_i \sum_t X_{21ijkt} \leq MY_j \quad \forall_j \quad (12)$$

$$X_{32jnkt} \geq 0, X_{21ijkt} \geq 0, P_{kit}, I_{1kit}, I_{2kjt}, I_{3knt} \geq 0, Y_{1kit}, Y_{2kjt}, Y_{3knt} \in \{0,1\}, Y_j \in \{0,1\}$$

Este modelo parte del supuesto que los inventarios iniciales son cero, lo que lleva a que en t=1 la demanda deba ser satisfecha en su totalidad por producción en los i, sin embargo, luego se cambia el escenario teniendo 50 unidades de inventario inicial.

La inecuación 2, muestra la restricción de capacidad de producción en las diferentes plantas donde las unidades producidas deben ser menor o igual a la capacidad de producción de cada una de estas. La inecuación 3,6 y 11 son restricciones contiene al lado derecho una variable binaria que identifica si se produce o no para el caso del nivel 1 en las plantas, para el nivel 2 y 3 los centros de distribución y minoristas que van a pedir unidades. La ecuación 4 representa la demanda que tendrá el nivel 1 y que se suplirá mediante las unidades producidas en el periodo más inventarios iniciales (t-1) mostrando los inventarios finales del periodo anterior, estas unidades deben ser iguales a las unidades que se envían al siguiente nivel (N2) en el periodo t más los

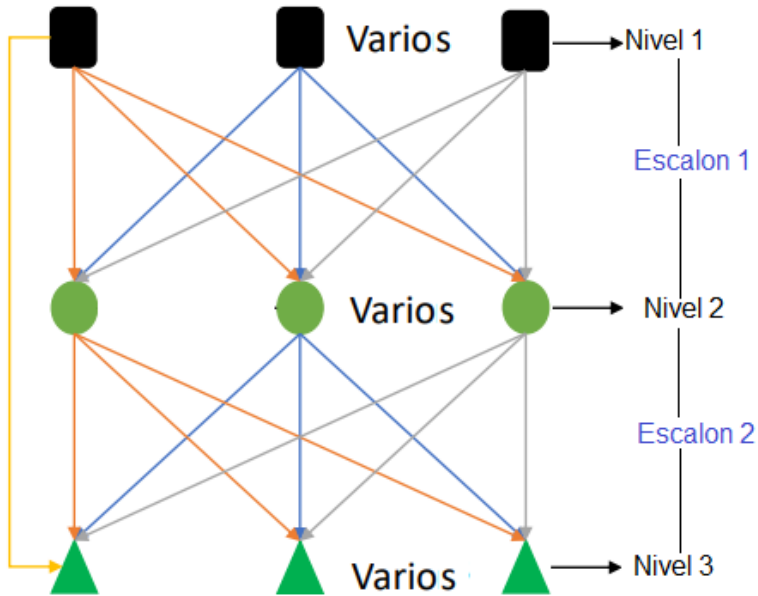
inventarios finales del mismo periodo. La inecuación 5 evidencia la capacidad de almacenamiento del nivel 1, donde la producción más los inventarios iniciales de un periodo  $t$  debe ser menor o igual a la capacidad de almacenamiento de la planta. La ecuación 7 representa la demanda que tiene el nivel 2, al decir que las unidades y los inventarios iniciales de cada centro de distribución (N2) deben ser iguales a las unidades que se envían al nivel 3 más los inventarios finales del periodo  $t$ . La inecuación 8 muestra la capacidad de almacenamiento del nivel 2, a través de la suma entre las unidades recibidas en el periodo  $t$  y el inventario inicial  $(t-1)$  siendo menor o igual a la capacidad que tiene cada centro. La ecuación 9 muestra que la demanda del nivel 3 más los inventarios finales debe ser igual a las unidades recibidas del nivel 2 más los inventarios iniciales. La restricción 10 muestra la capacidad de almacenamiento en el nivel 3 por su parte la inecuación 12 se encarga de identificar aquellas  $j$  que se localizaran.

### **6.3 Modelo 2**

El modelo 2 está conformado por una red de dos escalones con varias plantas, centros de distribución y minoristas, para múltiples periodos y productos en los que se tiene en cuenta envíos directos entre el nivel 1 y el nivel 3.

**Figura 11.**

*Esquema modelo 2*



*Nota.* La figura es una representación del diseño de la cadena de distribución del modelo 2

### 6.3.1 Índices

i: Plantas (N1) [1...I]

j: Centros de distribución (N2) [1...J]

n: Minoristas (N3) [1...N]

k: Productos [1...k]

t: Numero de periodos [1...T]

### 6.3.2 Parámetros

$CFp_i$ : Costo fijo de producción para cada i.

$Cp_{kit}$ : Costo unitario de producir k en cada i en el periodo t.

$C21_{ijkt}$ : Costo de enviar de  $i$  a  $j$  el producto  $k$  en el periodo  $t$ .

$C32_{jnkt}$ : Costo de enviar de  $j$  a  $n$  el producto  $k$  en el periodo  $t$ .

$C31_{inkt}$ : Costo de enviar de  $i$  a  $n$  el producto  $k$  en el periodo  $t$ .

$C02_{jt}$ : Costo de pedir en cada  $j$  en el periodo  $t$ .

$C03_{nt}$ : Costo de pedir en cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$CH1_{kit}$ : Costo de almacenamiento por unidad para  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$  (N1).

$CH2_{kjt}$ : Costo de almacenamiento por unidad para  $k$  en cada  $j$  en el periodo  $t$  (N2).

$CH3_{knt}$ : Costo de almacenamiento por unidad para  $k$  en cada  $n$  en el periodo  $t$  (N3).

$CL_j$ : Costo de localizar cada  $j$ .

$D_{knt}$ : Demanda de  $k$  por cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$F_{kit}$ : Capacidad de producción de  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$ .

$E_{kit}$ : Capacidad de almacenamiento de  $k$  en cada  $i$  (N1) en el periodo  $t$

$G_{kjt}$ : Capacidad de almacenamiento de  $k$  en cada  $j$  (N2) en el periodo  $t$

$Q_{knt}$ : Capacidad de almacenamiento de  $k$  en cada  $n$  (N3) en el periodo  $t$

$INV1_{kit}$ : Inventario inicial de  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t=1$ .

$INV2_{kjt}$ : Inventario inicial de  $k$  en cada  $j$  en el periodo  $t=1$ .

$INV3_{knt}$ : Inventario inicial de  $k$  en cada  $n$  en el periodo  $t=1$ .

### **6.3.3 Variables**

$P_{kit}$ : unidades producidas de  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$ .

$X21_{kijt}$ : Unidades enviadas de  $k$  por cada  $i$  a cada  $j$  en el periodo  $t$ .

$X32_{jnkt}$ : Unidades enviadas de  $k$  por cada  $j$  a cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$X31_{inkt}$ : Unidades enviadas de  $k$  por cada  $i$  a cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$I1_{kit}$ : Unidades a mantener de k en cada i en el periodo t.

$I2_{kjt}$ : Unidades a mantener de k en cada j en el periodo t.

$I3_{knt}$ : Unidades a mantener de k en cada n en el periodo t.

$Y1_{kit}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se produce k en cada i en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y2_{kjt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de k en cada j en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y3_{knt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de k en cada n en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y_j$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se localiza j; 0 de lo contrario.

### 6.3.4 Función objetivo

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_i \sum_k \sum_t (CP_{kit} * P_{kit} + CH1_{kit} * I1_{kit}) + \sum_i CFp_i * \sum_k \sum_t (y1_{kit}) \\
 & + \sum_j \sum_k \sum_t (CH2_{kjt} * I2_{kjt}) + \sum_j \sum_t CO2_{jt} * \sum_k Y2_{kjt} + \sum_n \sum_k \sum_t (CH3_{knt} \\
 & * I3_{knt}) + \sum_n \sum_t CO3_{nt} * \sum_k Y3_{knt} + \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t (C21_{ijkt} * X21_{ijkt}) \\
 & + \sum_i \sum_n \sum_k \sum_t (C31_{inkt} * X31_{inkt}) + \sum_j \sum_n \sum_k \sum_t (C32_{jnkt} * X32_{jnkt}) \\
 & + \sum_j \sum_t (CL_j * Y_j) \quad (1)
 \end{aligned}$$

### 6.3.5 Restricciones

$$P_{kit} \leq F_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (2)$$

$$P_{kit} \leq MY1_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (3)$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} = \sum_j X21_{ijkt} + \sum_n X31_{inkt-1} + I1_{kit} \quad \forall_{t \neq T}, \forall_i, \forall_k \quad (4)$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} \leq E_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (5)$$

$$\sum_i X_{21ijkt} \leq M * Y_{2kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (6)$$

$$\sum_i X_{21ijkt} + I2_{kjt-1} = \sum_n X_{32jnkt} + I2_{kj,t} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_{t \neq T} \quad (7)$$

$$\sum_i X_{21ijkt} + I2_{kjt-1} \leq G_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (8)$$

$$\sum_i X_{31inkt} + \sum_j X_{32jnkt} + I3_{knt-1} = D_{knt} + I3_{kn,t} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_{t \neq T} \quad (9)$$

$$\sum_i X_{31inkt} + \sum_j X_{32jnkt} + I3_{knt-1} \leq Q_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (10)$$

$$\sum_j X_{32jnkt} + \sum_i X_{31inkt} + \leq MY3_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (11)$$

$$\sum_k \sum_i \sum_t X_{21ijkt} \leq M Y_j \quad \forall_j \quad (12)$$

$$X_{31inkt} \geq 0, X_{32jnkt} \geq 0, X_{21ijkt} \geq 0, P_{kit}, I1_{kit}, I2_{kjt}, I3_{knt} \geq 0, Y_{1kit}, Y_{2kjt}, Y_{3knt} \in \{0,1\},$$

$$Y_j \in \{0,1\}$$

Este modelo al igual que el modelo 1 se plantea inicialmente sin inventarios iniciales, pero luego se adicionan unidades en inventario inicial a los tres niveles.

La inecuación 2, muestra la restricción de capacidad de producción donde las unidades producidas deben ser menor o igual a dicha capacidad. La inecuación 3,6 y 11 son restricciones que evidencia las plantas que van a producir para el caso del nivel 1 y los centros de distribución y minoristas que van a pedir unidades en el caso del nivel 2 y 3 mediante variables binarias. La ecuación 4 para el primer nivel representa las unidades producidas en el periodo, más los inventarios iniciales simbolizados como t-1 (inventarios finales del periodo anterior), deben ser iguales a las unidades que se envían al siguiente nivel (N2) y él envió directo a N3 en el periodo t más los inventarios finales del mismo periodo. La inecuación 5 evidencia la capacidad de

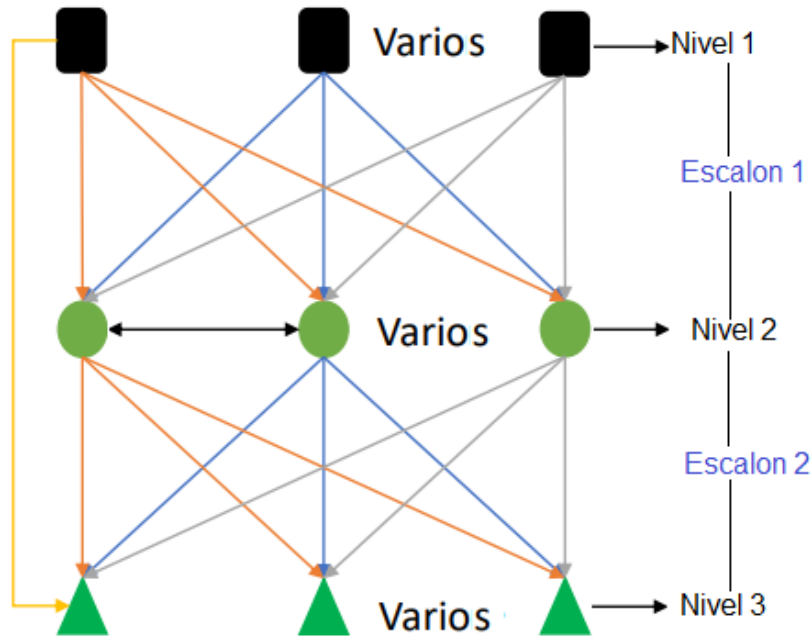
almacenamiento mostrando que la producción más los inventarios iniciales de un periodo  $t$  debe ser menor o igual a la capacidad de almacenamiento de la planta. La ecuación 7 para el nivel 2, representa que la suma de las unidades recibidas y los inventarios iniciales de cada centro de distribución (N2) deben ser iguales a las unidades que se envían al nivel 3 más los inventarios finales del periodo  $t$ . La inecuación 8 muestra la capacidad de almacenamiento del nivel 2 a través de las unidades recibidas en el periodo  $t$  y el inventario inicial ( $t-1$ ) siendo menor o igual a la capacidad que tiene cada centro de distribución. La ecuación 9 muestra que la demanda del nivel tres más los inventarios finales debe ser igual a las unidades recibidas del nivel 2 y los envíos directos del nivel 1 más los inventarios iniciales. La restricción 10 muestra la capacidad de almacenamiento del nivel 3, diciendo que las unidades recibidas del nivel 1 y 2 más los inventarios iniciales del periodo deben ser menores o iguales a la capacidad de cada centro, finalmente la inecuación 12 es la encargada de activar aquella variable binaria que identifica los centros de distribución que se localizaran.

### **6.4 Modelo 3**

El modelo 3 está conformado por una red de dos escalones con varias plantas, centros de distribución y minoristas, para múltiples periodos y productos en los que se tiene en cuenta envíos directos entre el nivel 1 y el nivel 3 y transbordo lateral en el nivel 2.

**Figura 12.**

*Esquema modelo 3*



*Nota.* La figura es una representación del diseño de la cadena de distribución del modelo 3

**6.4.1 Índices**

i: Plantas (N1) [1...I]

j: Centros de distribución (N2) [1...J]

n: Minoristas (N3) [1...N]

k: Productos [1...k]

t: Numero de periodos [1...T]

h: centros de distribución (N2) [1...J]

**6.4.2 Parámetros**

CF<sub>pi</sub>: Costo fijo de producción para cada i.

$CP_{kit}$ : Costo unitario de producir k en cada i en el periodo t.

$C21_{ijkt}$ : Costo de enviar de i a j el producto k en el periodo t.

$C32_{jnkt}$ : Costo de enviar de j a n el producto k en el periodo t.

$C31_{inkt}$ : Costo de enviar de i a n el producto k en el periodo t.

$CT_{hjkt}$ : Costo de transbordar una unidad entre los j del producto k en el periodo t.

$CO2_jt$ : Costo de pedir en cada j en el periodo t.

$CO3_{nt}$ : Costo de pedir en cada n en el periodo t.

$CH1_{kit}$ : Costo de almacenamiento por unidad para k en cada i en el periodo t (N1).

$CH2_{kjt}$ : Costo de almacenamiento por unidad para k en cada j en el periodo t (N2).

$CH3_{knt}$ : Costo de almacenamiento por unidad para k en cada n en el periodo t (N3).

$CL_j$ : Costo de localizar cada j.

$D_{knt}$ : Demanda de k por cada n en el periodo t.

$F_{kit}$ : Capacidad de producción de k en cada i en el periodo t.

$E_{kit}$ : Capacidad de almacenamiento de k en cada i (N1) en el periodo t

$G_{kjt}$ : Capacidad de almacenamiento de k en cada j (N2) en el periodo t

$Q_{knt}$ : Capacidad de almacenamiento de k en cada n (N3) en el periodo t

$INV1_{kit}$ : Inventario inicial de k en cada i en el periodo  $t=1$ .

$INV2_{kjt}$ : Inventario inicial de k en cada j en el periodo  $t=1$ .

$INV3_{knt}$ : Inventario inicial de k en cada n en el periodo  $t=1$ .

### **6.4.3 Variables**

$P_{kit}$ : unidades producidas de k en cada i en el periodo t.

$X21_{kijt}$ : Unidades enviadas de k por cada i a cada j en el periodo t.

$X32_{jnkt}$ : Unidades enviadas de k por cada j a cada n en el periodo t.

$X31_{inkt}$ : Unidades enviadas de k por cada i a cada n en el periodo t.

$Q22_{hjkt}$ : unidades a transbordar entre los j del producto k en el periodo t

$I1_{kit}$ : Unidades a mantener de k en cada i en el periodo t.

$I2_{kjt}$ : Unidades a mantener de k en cada j en el periodo t.

$I3_{knt}$ : Unidades a mantener de k en cada n en el periodo t.

$Y1_{kit}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se produce k en cada i en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y2_{kjt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de k en cada j en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y3_{knt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de k en cada n en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y_j$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se localiza j; 0 de lo contrario.

#### 6.4.4 Función objetivo

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_i \sum_k \sum_t (CP_{kit} * P_{kit} + CH1_{kit} * I1_{kit}) + \sum_i CFp_i * \sum_k \sum_t (y1_{kit}) \\
 & + \sum_j \sum_k \sum_t (CH2_{kjt} * I2_{kjt}) + \sum_j \sum_t CO2_{jt} * \sum_k Y2_{kjt} + \sum_n \sum_k \sum_t (CH3_{knt} \\
 & * I3_{knt}) + \sum_n \sum_t CO3_{nt} * \sum_k Y3_{knt} + \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t (C21_{ijkt} * X21_{ijkt}) \\
 & + \sum_i \sum_n \sum_k \sum_t (C31_{inkt} * X31_{inkt}) + \sum_j \sum_n \sum_k \sum_t (C32_{jnkt} * X32_{jnkt}) \\
 & + \sum_j \sum_t (CL_j * Y_j) + \sum_h \sum_j \sum_k \sum_t (CT_{hjkt} * Q22_{hjkt}) \quad (1)
 \end{aligned}$$

#### 6.4.5 Restricciones

$$P_{kit} \leq F_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (2)$$

$$P_{kit} \leq MY1_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (3)$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} = \sum_j X21_{ijkt} + \sum_n X31_{inkt-1} + I1_{kit} \quad \forall_{t \neq T}, \forall_i, \forall_k \quad (4)$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} \leq E_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (5)$$

$$\sum_i X21_{ijkt} \leq M * Y2_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (6)$$

$$\sum_i X21_{ijkt} + I2_{kjt-1} + \sum_h Q22_{hjkt} = \sum_n X32_{jnkt} + \sum_h Q22_{jhkt} + I2_{kjt} \quad (7)$$

$$\forall_j, \forall_k, \forall_{t \neq T}$$

$$\sum_i X21_{ijkt} + I2_{kjt-1} + \sum_h Q22_{hjkt} \leq G_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (8)$$

$$\sum_i X31_{inkt} + \sum_j X32_{jnkt} + I3_{knt-1} = D_{knt} + I3_{kn,t} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_{t \neq T} \quad (9)$$

$$\sum_i X31_{inkt} + \sum_j X32_{jnkt} + I3_{knt-1} \leq Q_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (10)$$

$$\sum_j X32_{jnkt} + \sum_i X31_{inkt} \leq MY3_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (11)$$

$$\sum_k \sum_i \sum_t X21_{ijkt} \leq M * Y_j \quad \forall_j \quad (12)$$

$$X_{31inkt} \geq 0, X_{32jnkt} \geq 0, X_{21ijkt} \geq 0, Q_{22hjkt}, P_{kit}, I_{1kit}, I_{2kjt}, I_{3knt} \geq 0, Y_{1kit}, Y_{2kjt}, Y_{3knt} \in \{0,1\}, Y_j \in \{0,1\}$$

La inecuación 2, muestra la restricción de capacidad de producción para el nivel 1 donde las unidades producidas deben ser menor o igual a dicha capacidad. La inecuación 3,6 y 11 son restricciones que permiten identificar cuando se activan las plantas que van a producir para el caso del nivel 1 y los centros de distribución y minoristas que van a pedir unidades en el caso del nivel 2 y 3. La ecuación 4 para el nivel 1, representa las unidades producidas en el periodo, más los inventarios iniciales simbolizados como t-1 (inventarios finales del periodo anterior), deben ser

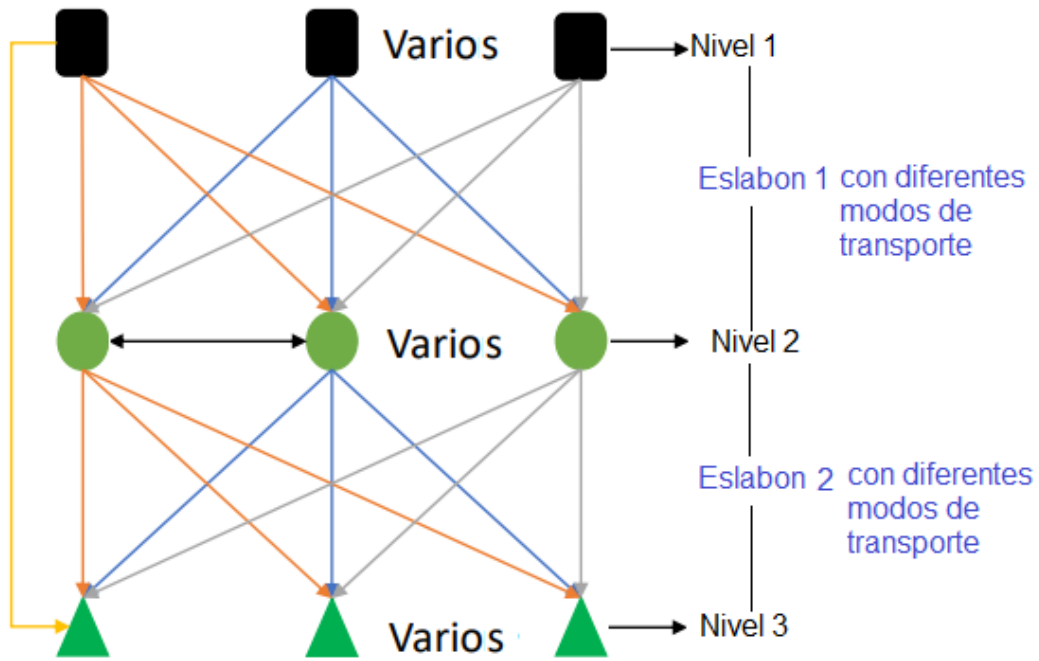
iguales a las unidades que se envían al siguiente nivel (N2) y el envío directo a N3 en el periodo  $t$  más los inventarios finales del mismo periodo. La inecuación 5 evidencia la capacidad de almacenamiento del nivel 1, describiendo que la producción más los inventarios iniciales de un periodo  $t$  debe ser menor o igual a la capacidad de almacenamiento de la planta. La ecuación 7 está dada para el nivel 2, representando las unidades recibidas del nivel 1 más las unidades trasbordadas entre los centros de distribución y los inventarios iniciales (N2) deben ser iguales a las unidades que se envían al nivel tres y las unidades enviadas a otro centro de distribución (transbordo lateral) más los inventarios finales del periodo  $t$ . La inecuación 8 muestra la capacidad de almacenamiento del nivel 2 mediante la suma de las unidades recibidas por transbordo y de los envíos de nivel 1 en el periodo  $t$  y el inventario inicial ( $t-1$ ) debe ser menor o igual a la capacidad que tiene cada centro de distribución. La ecuación 9 muestra que la demanda del nivel 3 más los inventarios finales debe ser igual a las unidades recibidas del nivel 2 y del nivel 1 más los inventarios iniciales. La restricción 10 hace referencia a la capacidad que tiene cada minorista, teniendo en cuenta que la suma de lo que recibe de los niveles 1 y 2 más los inventarios de un periodo deben ser menores o iguales a dicha capacidad. Finalmente, la ecuación 12 permite identificar aquellas  $j$  que se localizaran.

## 6.5 Modelo 4

El modelo 4 está conformado por una red de dos escalones con varias plantas, centros de distribución y minoristas, para múltiples periodos y productos en los que se tiene en cuenta envíos directos entre el nivel 1 y el nivel 3, transbordos laterales en el nivel 2 y modos de transporte en el eslabón 1 y 2.

**Figura 13.**

*Esquema modelo 4*



*Nota.* La figura es una representación del diseño de la cadena de distribución del modelo 4

**6.5.1 Índices**

i: Plantas (N1) [1...I]

j: Centros de distribución (N2) [1...J]

n: Minoristas (N3) [1...N]

k: Productos [1...k]

t: Numero de periodos [1...T]

h: centros de distribución (N2) [1...J]

w: modo de transporte [1,2]

### 6.5.2 Parámetros

$CF_{pi}$ : Costo fijo de producción para cada  $i$ .

$CP_{kit}$ : Costo unitario de producir  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$ .

$C21_{ijwkt}$ : Costo de enviar de  $i$  a  $j$  el producto  $k$  en el transporte  $w$  en el periodo  $t$ .

$C32_{jnwkt}$ : Costo de enviar de  $j$  a  $n$  el producto  $k$  en el transporte  $w$  en el periodo  $t$ .

$C31_{inkt}$ : Costo de enviar de  $i$  a  $n$  el producto  $k$  en el periodo  $t$ .

$CT_{hjk}$ : Costo de transbordar una unidad entre los  $j$  del producto  $k$  en el periodo  $t$ .

$CO2_{jt}$ : Costo de pedir en cada  $j$  en el periodo  $t$ .

$CO3_{nt}$ : Costo de pedir en cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$CH1_{kit}$ : Costo de almacenamiento por unidad para  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$  (N1).

$CH2_{kjt}$ : Costo de almacenamiento por unidad para  $k$  en cada  $j$  en el periodo  $t$  (N2).

$CH3_{knt}$ : Costo de almacenamiento por unidad para  $k$  en cada  $n$  en el periodo  $t$  (N3).

$CL_j$ : Costo de localizar cada  $j$ .

$D_{knt}$ : Demanda de  $k$  por cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$F_{kit}$ : Capacidad de producción de  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$ .

$E_{kit}$ : Capacidad de almacenamiento de  $k$  en cada  $i$  (N1) en el periodo  $t$

$G_{kjt}$ : Capacidad de almacenamiento de  $k$  en cada  $j$  (N2) en el periodo  $t$

$Q_{knt}$ : Capacidad de almacenamiento de  $k$  en cada  $n$  (N3) en el periodo  $t$

$INV1_{kit}$ : Inventario inicial de  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t=1$ .

$INV2_{kjt}$ : Inventario inicial de  $k$  en cada  $j$  en el periodo  $t=1$ .

$INV3_{knt}$ : Inventario inicial de  $k$  en cada  $n$  en el periodo  $t=1$ .

### 6.5.3 Variables

$P_{kit}$ : unidades producidas de  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$ .

$X_{21ijwkt}$ : Unidades enviadas de  $k$  por cada  $i$  a cada  $j$  en el transporte  $w$  en el periodo  $t$ .

$X_{32jnwkt}$ : Unidades enviadas de  $k$  por cada  $j$  a cada  $n$  en el transporte  $w$  en el periodo  $t$ .

$X_{31inkt}$ : Unidades enviadas de  $k$  por cada  $i$  a cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$Q_{22hjkt}$ : unidades a transbordar entre los  $j$  del producto  $k$  en el periodo  $t$

$I_{1kit}$ : Unidades a mantener de  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$ .

$I_{2kjt}$ : Unidades a mantener de  $k$  en cada  $j$  en el periodo  $t$ .

$I_{3knt}$ : Unidades a mantener de  $k$  en cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$Y_{1kit}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se produce  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$ ; 0 de lo contrario.

$Y_{2kjt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de  $k$  en cada  $j$  en el periodo  $t$ ; 0 de lo contrario.

$Y_{3knt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de  $k$  en cada  $n$  en el periodo  $t$ ; 0 de lo contrario.

$Y_j$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se localiza  $j$ ; 0 de lo contrario.

**6.5.4 Función objetivo**

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_i \sum_k \sum_t (CP_{kit} * P_{kit} + CH_{1kit} * I1_{kit}) + \sum_i CFp_i * \sum_k \sum_t (y1_{kit}) \\
 & + \sum_j \sum_k \sum_t (CH2_{kjt} * I2_{kjt}) + \sum_j \sum_t CO2_{jt} * \sum_k Y2_{kjt} + \sum_n \sum_k \sum_t (CH3_{knt} \\
 & * I3_{knt}) + \sum_n \sum_t CO3_{nt} * \sum_k Y3_{knt} + \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t (C21_{ijwkt} * X21_{ijwkt}) \\
 & + \sum_j \sum_n \sum_k \sum_t (C32_{jnwkt} * X32_{jnwkt}) + \sum_i \sum_n \sum_k \sum_t (C31_{inkt} * X31_{inkt}) \\
 & + \sum_j \sum_t (CL_j * Y_j) + \sum_h \sum_j \sum_k \sum_t (CT_{hjkt} * Q22_{hjkt}) \quad (1)
 \end{aligned}$$

**6.5.5 Restricciones**

$$P_{kit} \leq F_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (2)$$

$$P_{kit} \leq MY_{1kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (3)$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} = \sum_j X21_{ijwkt} + \sum_n X31_{inkt-1} + I1_{kit} \quad \forall_{t \neq T}, \forall_i, \forall_k \quad (4)$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} \leq E_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (5)$$

$$\sum_i X21_{ijwkt} \leq M * Y2_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (6)$$

$$\sum_i X21_{ijwkt} + I2_{kjt-1} + \sum_h Q22_{hjkt} = \sum_n X32_{jnwkt} + \sum_h Q22_{jhkt} + I2_{kjt} \quad (7)$$

$$\forall_j, \forall_k, \forall_{t \neq T}$$

$$\sum_i X21_{ijwkt} + I2_{kjt-1} + \sum_h Q22_{hjkt} \leq G_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (8)$$

$$\sum_i X31_{inkt} + \sum_j X32_{jnwkt} + I3_{knt-1} = D_{knt} + I3_{kn,t} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_{t \neq T} \quad (9)$$

$$\sum_i X31_{inkt} + \sum_j X32_{jnwkt} + I3_{knt-1} \leq Q_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (10)$$

$$\sum_j X32_{jnkt} + \sum_i X31_{inkt} \leq MY3_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (11)$$

$$\sum_k \sum_i \sum_t X21_{ijwkt} \leq M * Y_j \quad \forall_j \quad (12)$$

$$X31_{inkt} \geq 0, X32_{jnwkt} \geq 0, X21_{ijwkt} \geq 0, Q22_{hjkt}, P_{kit}, I1_{kit}, I2_{kjt}, I3_{knt} \geq 0,$$

$$Y1_{kit}, Y2_{kjt}, Y3_{knt} \in \{0,1\}, Y_j \in \{0,1\}$$

La inecuación 2 para el nivel 1 muestra la restricción de capacidad de producción donde las unidades producidas deben ser menor o igual a dicha capacidad. La inecuación 3,6 y 11 son restricciones que activan las plantas que van a producir para el caso del nivel 1 y los centros de distribución y minoristas que van a pedir unidades en el caso del nivel 2 y 3. La ecuación 4 representa las unidades producidas en el periodo, más los inventarios iniciales simbolizados como t-1 (inventarios finales del periodo anterior), deben ser iguales a las unidades que se envían al siguiente nivel (N2) en el que existen diferentes modos de transporte y él envió directo a N3 en el periodo t más los inventarios finales del mismo periodo. La inecuación 5 evidencia la capacidad de almacenamiento del nivel 1 en el que la producción más los inventarios iniciales de un periodo t debe ser menor o igual a la capacidad de almacenamiento de la planta. La ecuación 7 satisface las demandad del nivel 2 al decir que las unidades recibidas del nivel 1 por un modo de transporte (drones, carro, bicicletas, etc.) más las unidades trasbordadas entre los centros de distribución y los inventarios iniciales (N2) deben ser iguales a las unidades que se envían al nivel tres usando un modo de transporte y las unidades enviadas a otro centro de distribución (transbordo lateral) más los inventarios finales del periodo t. La inecuación 8 en el nivel 2 muestra que la suma entre las unidades recibidas por transbordo y del nivel 1 en el periodo t y el inventario inicial (t-1) debe ser menor o igual a la capacidad que tiene cada centro de distribución. La ecuación 9 muestra que la

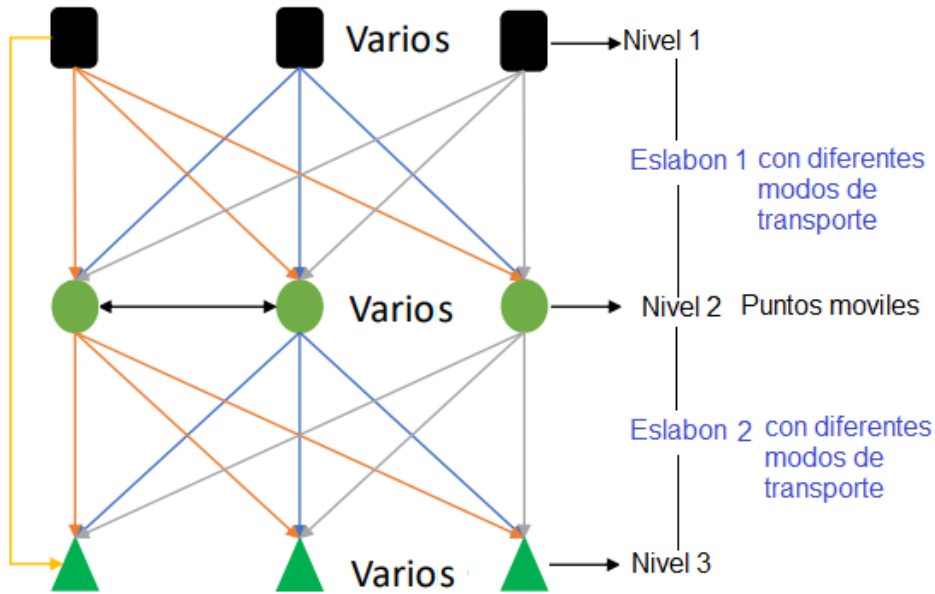
demanda del nivel 3 más los inventarios finales debe ser igual a las unidades recibidas del nivel 2 y el nivel 1 más los inventarios iniciales. La restricción 10 referente a la capacidad de almacenamiento del nivel 3 en la que se evidencia que las unidades recibidas de los niveles 1 y 2 más los inventarios debe ser menor o igual a la capacidad de almacenamiento en un periodo  $t$ . Por su parte la inecuación 12 se encarga de identificar aquellas  $j$  que se localizaran.

## **6.6 Modelo 5**

El modelo 5 está conformado por una red de dos escalones con varias plantas, centros de distribución y minoristas, para múltiples periodos y productos en los que se tiene en cuenta envíos directos entre el nivel 1 y el nivel 3, modos de transporte entre en eslabón 1 y 2, transbordos laterales y puntos móviles de localización de los centros de distribución. Puntos en los que se evidencia que las tendencias en tecnologías y logística de ciudad permiten encontrar ubicaciones que en un determinado periodo está activos y en otros no, con el fin de optimizar costos en almacenamiento y distribución de los productos.

**Figura 14.**

*Esquema modelo 5*



*Nota.* La figura es una representación del diseño de la cadena de distribución del modelo 6.

### 6.6.1 Índices

i: Plantas (N1) [1...I]

j: Centros de distribución (N2) [1...J]

n: Minoristas (N3) [1...N]

k: Productos [1...k]

t: Numero de periodos [1...T]

h: centros de distribución (N2) [1...J]

w: modo de transporte [1,2]

### 6.6.2 Parámetros

$CF_{pi}$ : Costo fijo de producción para cada  $i$ .

$CP_{kit}$ : Costo unitario de producir  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$ .

$C21_{ijwkt}$ : Costo de enviar de  $i$  a  $j$  el producto  $k$  en el transporte  $w$  en el periodo  $t$ .

$C32_{jnwkt}$ : Costo de enviar de  $j$  a  $n$  el producto  $k$  en el transporte  $w$  en el periodo  $t$ .

$C31_{inkt}$ : Costo de enviar de  $i$  a  $n$  el producto  $k$  en el periodo  $t$ .

$CT_{hjk}$ : Costo de transbordar una unidad entre los  $j$  del producto  $k$  en el periodo  $t$ .

$CO2_{jt}$ : Costo de pedir en cada  $j$  en el periodo  $t$ .

$CO3_{nt}$ : Costo de pedir en cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$CH1_{kit}$ : Costo de almacenamiento por unidad para  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$  (N1).

$CH2_{kjt}$ : Costo de almacenamiento por unidad para  $k$  en cada  $j$  en el periodo  $t$  (N2).

$CH3_{knt}$ : Costo de almacenamiento por unidad para  $k$  en cada  $n$  en el periodo  $t$  (N3).

$CL_{jt}$ : Costo de localizar  $j$  en el periodo  $t$ .

$D_{knt}$ : Demanda de  $k$  por cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$F_{kit}$ : Capacidad de producción de  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$ .

$E_{kit}$ : Capacidad de almacenamiento de  $k$  en cada  $i$  (N1) en el periodo  $t$

$G_{kjt}$ : Capacidad de almacenamiento de  $k$  en cada  $j$  (N2) en el periodo  $t$

$Q_{knt}$ : Capacidad de almacenamiento de  $k$  en cada  $n$  (N3) en el periodo  $t$

$INV1_{kit}$ : Inventario inicial de  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t=1$ .

$INV2_{kjt}$ : Inventario inicial de  $k$  en cada  $j$  en el periodo  $t=1$ .

$INV3_{knt}$ : Inventario inicial de  $k$  en cada  $n$  en el periodo  $t=1$ .

### 6.6.3 Variables

$P_{kit}$ : unidades producidas de k en cada i en el periodo t.

$X_{21ijwkt}$ : Unidades enviadas de k por cada i a cada j en el transporte w en el periodo t.

$X_{32jnwkt}$ : Unidades enviadas de k por cada j a cada n en el transporte w en el periodo t.

$X_{31inkt}$ : Unidades enviadas de k por cada i a cada n en el periodo t.

$Q_{22hjkt}$ : unidades a transbordar entre los j del producto k en el periodo t

$I_{1kit}$ : Unidades a mantener de k en cada i en el periodo t.

$I_{2kjt}$ : Unidades a mantener de k en cada j en el periodo t.

$I_{3knt}$ : Unidades a mantener de k en cada n en el periodo t.

$Y_{1kit}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se produce k en cada i en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y_{2kjt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de k en cada j en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y_{3knt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de k en cada n en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y_{jt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se localiza j en el periodo t; 0 de lo contrario.

**6.6.4 Función objetivo**

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_i \sum_k \sum_t (CP_{kit} * P_{kit} + CH1_{kit} * I1_{kit}) + \sum_i CFp_i * \sum_k \sum_t (y1_{kit}) \\
 & + \sum_j \sum_k \sum_t (CH2_{kjt} * I2_{kjt}) + \sum_j \sum_t CO2_{jt} * \sum_k Y2_{kjt} + \sum_n \sum_k \sum_t (CH3_{knt} \\
 & * I3_{knt}) + \sum_n \sum_t CO3_{nt} * \sum_k Y3_{knt} + \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t (C21_{ijwkt} * X21_{ijwkt}) \\
 & + \sum_j \sum_n \sum_k \sum_t (C32_{jnwkt} * X32_{jnwkt}) + \sum_i \sum_n \sum_k \sum_t (C31_{inkt} * X31_{inkt}) \\
 & + \sum_j \sum_t (CL_{jt} * Y_{jt}) + \sum_h \sum_j \sum_k \sum_t (CT_{hjkt} * Q22_{hjkt}) \tag{1}
 \end{aligned}$$

**6.3.5 Restricciones**

$$P_{kit} \leq F_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \tag{2}$$

$$P_{kit} \leq MY1_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \tag{3}$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} = \sum_j X21_{ijwkt} + \sum_n X31_{inkt} + I1_{kit} \quad \forall_{t \neq T}, \forall_i, \forall_k \tag{4}$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} \leq E_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \tag{5}$$

$$\sum_i X21_{ijwkt} + \sum_h Q22_{hjkt} \leq M * Y2_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \tag{6}$$

$$\sum_i X21_{ijwkt} + I2_{kjt-1} + \sum_h Q22_{hjkt} = \sum_n X32_{jnwkt} + \sum_h Q22_{jhkt} + I2_{kj,t} \tag{7}$$

$$\forall_j, \forall_k, \forall_{t \neq T}$$

$$\sum_i X21_{ijwkt} + I2_{kjt-1} + \sum_h Q22_{hjkt} \leq G_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \tag{8}$$

$$\sum_i X31_{inkt} + \sum_j X32_{jnwkt} + I3_{knt-1} = D_{knt} + I3_{kn,t} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_{t \neq T} \tag{9}$$

$$\sum_i X31_{inkt} + \sum_j X32_{jnwkt} + I3_{knt-1} \leq Q_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (10)$$

$$\sum_j X32_{jnkt} + \sum_i X31_{inkt} + \leq MY3_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (11)$$

$$\sum_k \sum_i \sum_t X21_{ijwkt} \leq M * Y_j \quad \forall_j \quad (12)$$

$$X31_{inkt} \geq 0, X32_{jnkt} \geq 0, X21_{ijwkt} \geq 0, Q22_{hjkt}, P_{kit}, I1_{kit}, I2_{kjt}, I3_{knt} \geq 0,$$

$$Y1_{kit}, Y2_{kjt}, Y3_{knt} \in \{0,1\}, Y_j \in \{0,1\}$$

La inecuación 2, muestra la restricción de capacidad de producción donde las unidades producidas deben ser menor o igual a dicha capacidad. La inecuación 3,6 y 11 son restricciones que activan las plantas que van a producir para el caso del nivel 1 y los centros de distribución y minoristas que van a pedir unidades en el caso del nivel 2 y 3. La ecuación 4 representa las unidades producidas en el periodo, más los inventarios iniciales simbolizados como t-1 (inventarios finales del periodo anterior), deben ser iguales a las unidades que se envían al siguiente nivel (N2) en un modo de transporte y él envió directo a N3 en el periodo t más los inventarios finales del mismo periodo. La inecuación 5 evidencia que la producción más los inventarios iniciales de un periodo t debe ser menor o igual a la capacidad de almacenamiento de la planta. La ecuación 7 satisface las demandad del nivel 2 al decir que las unidades recibidas del nivel 1 por un modo de transporte (drones, carro, bicicletas, etc.) más las unidades trasbordadas entre los centros de distribución y los inventarios iniciales (N2) deben ser iguales a las unidades que se envían al nivel tres usando un modo de transporte y las unidades enviadas a otro centro de distribución (transbordo lateral) más los inventarios finales del periodo t. La inecuación 8 en el nivel 2 muestra que la suma entre las unidades recibidas por transbordo y del nivel 1 en el periodo t y el inventario inicial (t-1) debe ser menor o igual a la capacidad que tiene cada centro de distribución. La ecuación 9 muestra que la demanda del nivel 3 más los inventarios finales debe ser igual a las

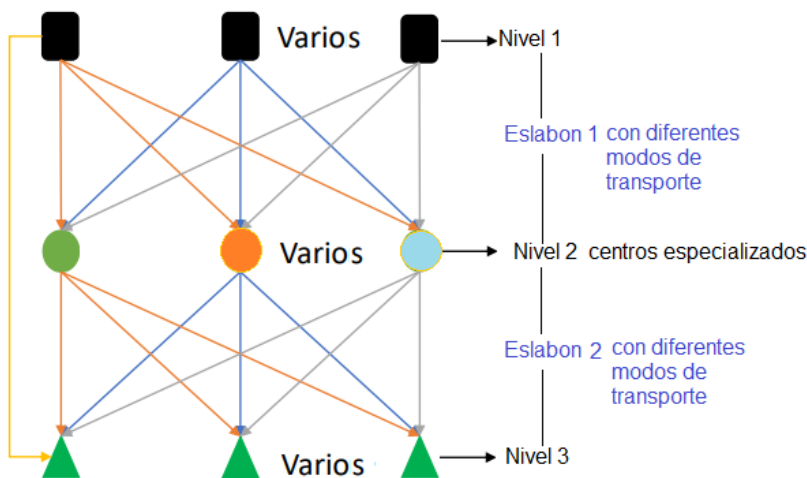
unidades recibidas del nivel 2 y el nivel 1 más los inventarios iniciales. La restricción 10 evidencia la capacidad de almacenamiento en el nivel 3 en la que se dice que las unidades recibidas de los niveles 1 y 2 más los inventarios debe ser menor o igual a la capacidad de almacenamiento de cada minorista. Finalmente, la inecuación 12 se encarga de identificar aquellas  $j$  que se localizaran en el periodo  $t$ , esta restricción define aquellos puntos móviles que pueden variar de un periodo a otro, es decir en un periodo pueden activarse y en otro no dado los costos de funcionamiento que presenten.

**6.7 Modelo 6**

El modelo 6 está conformado por una red de dos escalones con varias plantas, centros de distribución y minoristas, para múltiples periodos. Este modelo tiene la particularidad de mostrar centros de distribución especializados, es decir los centros de distribución no reciben todos los productos.

**Figura 15.**

*Esquema modelo 6*



*Nota.* La figura es una representación del diseño de la cadena de distribución del modelo 7.

### 6.7.1 Índices

i: Plantas (N1) [1...I]

j: Centros de distribución (N2) [1...J]

n: Minoristas (N3) [1...N]

k: Productos [1...k]

t: Numero de periodos [1...T]

### 6.7.2 Parámetros

CFp<sub>i</sub>: Costo fijo de producción para cada i.

Cp<sub>kit</sub>: Costo unitario de producir k en cada i en el periodo t.

C21<sub>ijkt</sub>: Costo de enviar de i a j el producto k en el periodo t.

C32<sub>jnkt</sub>: Costo de enviar de j a n el producto k en el periodo t.

C02<sub>jt</sub>: Costo de pedir en cada j en el periodo t.

C03<sub>nt</sub>: Costo de pedir en cada n en el periodo t.

CH1<sub>kit</sub>: Costo de almacenamiento por unidad para k en cada i en el periodo t (N1).

CH2<sub>kjt</sub>: Costo de almacenamiento por unidad para k en cada j en el periodo t (N2).

CH3<sub>knt</sub>: Costo de almacenamiento por unidad para k en cada n en el periodo t (N3).

CL<sub>j</sub>: Costo de localizar cada j.

D<sub>knt</sub>: Demanda de k por cada n en el periodo t.

F<sub>kit</sub>: Capacidad de producción de k en cada i en el periodo t.

E<sub>kit</sub>: Capacidad de almacenamiento de k en cada i (N1) en el periodo t

G<sub>kjt</sub>: Capacidad de almacenamiento de k en cada j (N2) en el periodo t

Q<sub>knt</sub>: Capacidad de almacenamiento de k en cada n (N3) en el periodo t

INV1<sub>kit</sub>: Inventario inicial de k en cada i en el periodo t=1.

$INV2_{kjt}$ : Inventario inicial de k en cada j en el periodo  $t=1$ .

$INV3_{knt}$ : Inventario inicial de k en cada n en el periodo  $t=1$ .

$S_{jk}$ : productos k que se recibirán en j.

### **6.7.3 Variables**

$P_{kit}$ : unidades producidas de k en cada i en el periodo t.

$X21_{kijt}$ : Unidades enviadas de k por cada i a cada j en el periodo t.

$X32_{jnkt}$ : Unidades enviadas de k por cada j a cada n en el periodo t.

$I1_{kit}$ : Unidades a mantener de k en cada i en el periodo t.

$I2_{kjt}$ : Unidades a mantener de k en cada j en el periodo t.

$I3_{knt}$ : Unidades a mantener de k en cada n en el periodo t.

$Y1_{kit}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se produce k en cada i en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y2_{kjt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de k en cada j en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y3_{knt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de k en cada n en el periodo t; 0 de lo contrario.

$Y_j$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se localiza j; 0 de lo contrario.

**6.7.4 Función objetivo**

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_i \sum_k \sum_t (CP_{kit} * P_{kit} + CH1_{kit} * I1_{kit}) + \sum_i CFp_i * \sum_k \sum_t (y1_{kit}) \\
 & + \sum_j \sum_k \sum_t (CH2_{kjt} * I2_{kjt}) + \sum_j \sum_t CO2_{jt} * \sum_k Y2_{kjt} + \sum_n \sum_k \sum_t (CH3_{knt} \\
 & * I3_{knt}) + \sum_n \sum_t CO3_{nt} * \sum_k Y3_{knt} + \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t (C21_{ijkt} * X21_{ijkt}) \\
 & + \sum_j \sum_n \sum_k \sum_t (C32_{jnkt} * X32_{jnkt}) + \sum_j \sum_t (CL_j * Y_j) \quad (1)
 \end{aligned}$$

**6.7.5 Restricciones**

$$P_{kit} \leq F_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (2)$$

$$P_{kit} \leq MY1_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (3)$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} = \sum_j X21_{ijkt} * S_{jk} + I1_{kit} \quad \forall_{t \neq T}, \forall_i, \forall_k \quad (4)$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} \leq E_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (5)$$

$$\sum_i X21_{ijkt} * S_{jk} \leq M * Y2_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (6)$$

$$(\sum_i X21_{ijkt} + I2_{kjt-1}) * S_{jk} = \sum_n X32_{jnkt} + I2_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_{t \neq T} \quad (7)$$

$$(\sum_i X21_{ijkt} + I2_{kjt-1}) * S_{jk} \leq G_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (8)$$

$$\sum_j X32_{jnkt} + I3_{knt-1} = D_{knt} + I3_{kn,t} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_{t \neq T} \quad (9)$$

$$\sum_j X32_{jnkt} + I3_{knt-1} \leq Q_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (10)$$

$$\sum_j X32_{jnkt} \leq MY3_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (11)$$

$$\sum_k \sum_i \sum_t X21_{ijkt} \leq M * Y_j \quad \forall_j \quad (12)$$

$$X_{32jnkt} \geq 0, X_{21ijkt} \geq 0, P_{kit}, I_{1kit}, I_{2kjt}, I_{3knt} \geq 0, Y_{1kit}, Y_{2kjt}, Y_{3knt} \in \{0,1\}, Y_j \in \{0,1\}$$

Este modelo parte del supuesto que los inventarios iniciales (INV1, INV2, INV3) son de 50 unidades.

La inecuación 2, para el nivel 1 muestra la restricción de capacidad de producción donde las unidades producidas deben ser menor o igual a dicha capacidad. La inecuación 3, 6 y 11 son restricciones que activan las plantas que van a producir para el caso del nivel 1 y los centros de distribución y minoristas que van a pedir unidades en el caso del nivel 2 y 3. La ecuación 4 para el nivel 1, representa las unidades producidas en el periodo más inventarios iniciales simbolizados con t-1 (inventarios finales del periodo anterior), deben ser iguales a las unidades que se envían al siguiente nivel (N2) en el periodo t, este términos se multiplican por  $S_{jk}$ , una matriz que contiene unos y ceros, donde el j que reciba el producto k tendrá valor de 1 en caso contrario será 0, más los inventarios finales del mismo periodo. La inecuación 5 evidencia que la producción más los inventarios iniciales de un periodo t debe ser menor o igual a la capacidad de almacenamiento de la planta. La ecuación 7 representa las unidades recibidas y los inventarios iniciales de cada centro de distribución (N2) siendo iguales a las unidades que se envían al nivel tres más los inventarios finales del periodo t. La inecuación 8 relacionada al nivel 2 muestra la relación entre las unidades recibidas en el periodo t y el inventario inicial (t-1) debe ser menor o igual a la capacidad que tiene cada centro de distribución. La ecuación 9 muestra que la demanda del nivel tres más los inventarios finales debe ser igual a las unidades recibidas del nivel 2 más los inventarios iniciales. La restricción 10 se refiere a la capacidad de almacenamiento que tiene el nivel 3 la inecuación 12 se encarga de identificar aquellas j que se localizan.

## 6.8 Modelo 7

El modelo 8 está conformado por una red de dos escalones con varias plantas, centros de distribución y minoristas, para múltiples periodos. Este modelo tiene en cuenta los tiempos entrega de las unidades, analizando aspectos de tiempo de transporte, tiempo de preparación y tiempo de procesamiento para los tres niveles.

### 6.8.1 Índices

i: Plantas (N1) [1...I]

j: Centros de distribución (N2) [1...J]

n: Minoristas (N3) [1...N]

k: Productos [1...k]

t: Numero de periodos [1...T]

### 6.8.2 Parámetros

CFp<sub>i</sub>: Costo fijo de producción para cada i.

Cp<sub>kit</sub>: Costo unitario de producir k en cada i en el periodo t.

C21<sub>ijkt</sub>: Costo de enviar de i a j el producto k en el periodo t.

C32<sub>jnkt</sub>: Costo de enviar de j a n el producto k en el periodo t.

C02<sub>jt</sub>: Costo de pedir en cada j en el periodo t.

C03<sub>nt</sub>: Costo de pedir en cada n en el periodo t.

CH1<sub>kit</sub>: Costo de almacenamiento por unidad para k en cada i en el periodo t (N1).

CH2<sub>kjt</sub>: Costo de almacenamiento por unidad para k en cada j en el periodo t (N2).

$CH3_{knt}$ : Costo de almacenamiento por unidad para k en cada n en el periodo t (N3).

CPerdida: Costo unitario de perdida en los tres niveles.

$CL_j$ : Costo de localizar cada j.

$D_{knt}$ : Demanda de k por cada n en el periodo t.

$F_{kit}$ : Capacidad de producción de k en cada i en el periodo t.

$E_{kit}$ : Capacidad de almacenamiento de k en cada i (N1) en el periodo t

$G_{kjt}$ : Capacidad de almacenamiento de k en cada j (N2) en el periodo t

$Q_{knt}$ : Capacidad de almacenamiento de k en cada n (N3) en el periodo t

$INV1_{kit}$ : Inventario inicial de k en cada i en el momento  $t=1$ .

$INV2_{kjt}$ : Inventario inicial de k en cada j en el momento  $t=1$ .

$INV3_{knt}$ : Inventario inicial de k en cada n en el momento  $t=1$ .

X tiempo de transporte del producto entre eslabones

S tiempo de preparación del pedido en cada nivel

W tiempo que se tarda en procesar el pedido

M= Número muy grande

### **6.8.3 Variables**

$P_{kit}$ : unidades producidas de k en cada i en el periodo t.

$X21_{kijt}$ : Unidades enviadas de

$k$  por cada  $i$  a cada  $j$  en el periodo  $t$ .

$X32_{jnkt}$ : Unidades enviadas de  $k$  por cada  $j$  a cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$I1_{kit}$ : Unidades a mantener de  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$ .

$I2_{kjt}$ : Unidades a mantener de  $k$  en cada  $j$  en el periodo  $t$ .

$I3_{knt}$ : Unidades a mantener de  $k$  en cada  $n$  en el periodo  $t$ .

$UP1_{kit}$ : unidades perdidas de  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$

$UP2_{kjt}$ : unidades perdidas de  $k$  en cada  $j$  en el periodo  $t$

$UP3_{knt}$ : unidades perdidas de  $k$  en cada  $n$  en el periodo  $t$

$Y1_{kit}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se produce  $k$  en cada  $i$  en el periodo  $t$ ; 0 de lo contrario.

$Y2_{kjt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de  $k$  en cada  $j$  en el periodo  $t$ ; 0 de lo contrario.

$Y3_{knt}$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se realiza pedido de  $k$  en cada  $n$  en el periodo  $t$ ; 0 de lo contrario.

$Y_j$ : Variable binaria toma el valor de 1 sí se localiza  $j$ ; 0 de lo contrario.

**6.8.4 Función objetivo**

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_i \sum_k \sum_t (CP_{kit} * P_{kit} + CH1_{kit} * I1_{kit}) + \sum_i CFp_i * \sum_k \sum_t (y1_{kit}) \\
 & + \sum_j \sum_k \sum_t (CH2_{kjt} * I2_{kjt}) + \sum_j \sum_t CO2_{jt} * \sum_k Y2_{kjt} + \sum_n \sum_k \sum_t (CH3_{knt} \\
 & * I3_{knt}) + \sum_n \sum_t CO3_{nt} * \sum_k Y3_{knt} + \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t (C21_{ijkt} * X21_{ijkt}) \\
 & + \sum_j \sum_n \sum_k \sum_t (C32_{jnkt} * X32_{jnkt}) + \sum_j \sum_t (CL_j * Y_j) \\
 & + \sum_i \sum_j \sum_n \sum_k \sum_t (C_{perdida} * (UP1_{kit} + UP2_{kjt} + UP3_{knt})) \quad (1)
 \end{aligned}$$

**6.8.5 Restricciones**

$$P_{kit} \leq F_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (2)$$

$$P_{kit} \leq M * Y1_{kit-(s+w)} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (3)$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} = \sum_j X21_{ijkt} + I1_{kit} - UP1_{kit} \quad \forall_{t \neq T}, \forall_i, \forall_k \quad (4)$$

$$P_{kit} + I1_{kit-1} \leq E_{kit} \quad \forall_t, \forall_k, \forall_i \quad (5)$$

$$\sum_i X21_{ijkt} \leq M * Y2_{kjt-(s+w)} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (6)$$

$$\sum_i X21_{ijkt-x} + I2_{kjt-1} = \sum_n X32_{jnkt} + I2_{kjt} - UP2_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_{t \neq T} \quad (7)$$

$$\sum_i X21_{ijkt-x} + I2_{kjt-1} \leq G_{kjt} \quad \forall_j, \forall_k, \forall_t \quad (8)$$

$$\sum_j X32_{jnkt-x} + I3_{knt-1} = D_{knt} + I3_{kn,t} - UP3_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_{t \neq T} \quad (9)$$

$$\sum_j X32_{jnkt-x} + I3_{knt-1} \leq Q_{knt} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (10)$$

$$\sum_j X32_{jnkt} \leq M * Y3_{knt-(w+s)} \quad \forall_n, \forall_k, \forall_t \quad (11)$$

$$\sum_k \sum_i \sum_t X_{i21jkt} \leq MY_j \quad \forall_j \quad (12)$$

$$X_{31_{inkt}} \geq 0, X_{32_{jnkt}} \geq 0, X_{21_{ijkt}} \geq 0, Q_{22_{hjkt}}, P_{kit}, I_{1_{kit}}, I_{2_{kjt}}, I_{3_{knt}} \geq 0,$$

$$Y_{1_{kit}}, Y_{2_{kjt}}, Y_{3_{knt}} \in \{0,1\}, Y_j \in \{0,1\}$$

La inecuación 2, para el nivel 1 muestra la restricción de capacidad de producción donde las unidades producidas deben ser menor o igual a dicha capacidad. La ecuación 3 muestra la activación de las plantas al hacer un pedido. La ecuación 4 para el nivel 1, representa las unidades producidas en el periodo más inventarios iniciales simbolizados con t-1 (inventarios finales del periodo anterior), deben ser iguales a las unidades que se envían al siguiente nivel (N2) menos las unidades que se pierden en el periodo t, más los inventarios finales del mismo periodo. La ecuación cinco muestra la capacidad de almacenamiento de la planta. La inecuación 6 muestra el momento en que se debe realizar un pedido en el nivel 2 teniendo en cuenta los tiempos de procesamiento y tiempo de preparación. La ecuación 7 representa las unidades recibidas considerando el tipo de transporte y los inventarios iniciales de cada centro de distribución (N2) siendo iguales a las unidades que se envían al nivel tres más los inventarios finales menos las unidades perdidas en el nivel 2 para cada periodo. La inecuación 8 relacionada al nivel 2 muestra la relación entre las unidades recibidas en el periodo t y el inventario inicial (t-1) debe ser menor o igual a la capacidad que tiene cada centro de distribución. La ecuación 9 muestra que la demanda del nivel tres más los inventarios finales menos las unidades que se pierden en dicho nivel debe ser igual a las unidades recibidas del nivel 2 más los inventarios iniciales. La restricción 10 se refiere a la capacidad de almacenamiento que tiene el nivel 3, la inecuación 11 refleja los clientes que hacen pedido en un determinado periodo, la inecuación 12 se encarga de identificar aquellas j que se localizan.

## 7. Validación del modelo matemático

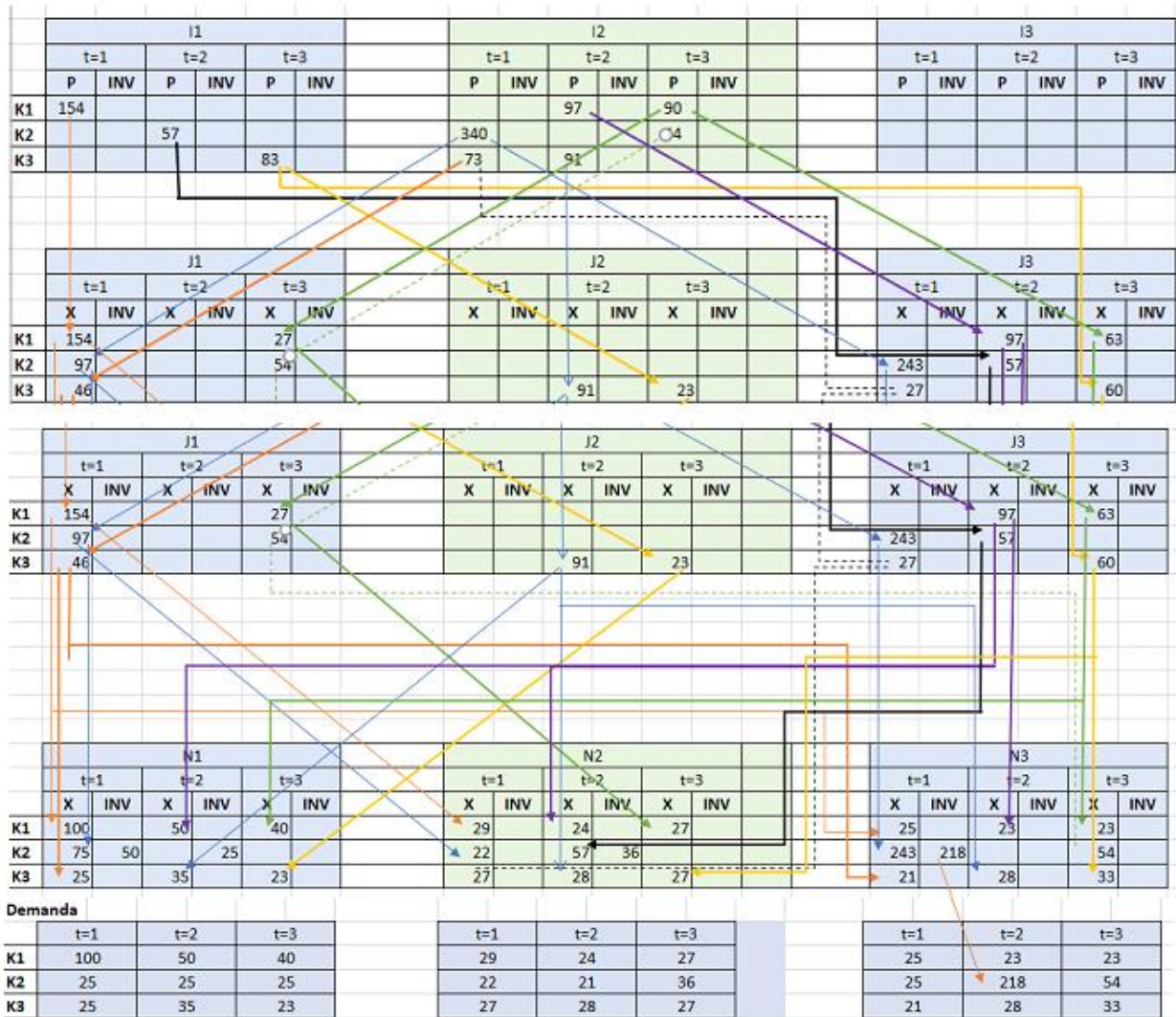
Para validar los modelos matemáticos planteados se realizan pruebas de escritorio con los resultados que arroja Gams, la cual consiste en verificar y validar la consistencia de los modelos y las restricciones planteadas.

De acuerdo con lo mencionado anteriormente se inicia planteando el modelo1, considerando tres plantas de producción, 3 centros de distribución y 3 minoristas (simulando un modelo de negocio B2B); las plantas tienen diferentes capacidades de producción para cada producto ( $K_1, K_2, k_3$ ) en diferentes periodos (semanas, meses, días, horas, etc.) con capacidades de almacenamiento diferentes e inventarios iniciales ( $t=1$ ) iguales a cero en los 3 niveles (plantas, centros de distribución y minoristas), las demandas son conocidas para el nivel 3. Por su parte los costos son variables en el tiempo de acuerdo al producto que se maneja, los costos planteados son: costos de producción para el nivel 1, costo de pedir en los niveles 2 y 3, costos de almacenamiento para los tres niveles, costo de enviar en el eslabón 1 y el eslabón 2. Adicionalmente se maneja un costo de localización para los centros de distribución que realizan pedido en determinado periodo.

A continuación, la figura 16 muestra los resultados que se analizaron en la prueba de escritorio para el primer modelo planteado, se ilustra mediante flechas de diferentes colores el flujo de unidades dentro de la cadena de distribución (ver apéndice L).

**Figura 16.**

*Diagrama de distribución de las unidades*



*Nota.* La grafica muestra cómo se distribuyen las unidades en los diferentes niveles.

A continuación, se hace una descripción para el primer periodo del flujo que tomas las unidades. En el periodo 1 producen dos plantas la I1 y la I2. En la planta I1 se producen 154 unidades del producto K1, enviadas al centro de distribución J1, posteriormente se distribuyen al

nivel 3 donde N1 recibe 100, N2 29 y N3 25. Para I2 en el periodo 1 se produce 340 unidades de K2 y 73 unidades de K3. Las 340 unidades son enviadas 97 al centro de distribución J1 y 243 a J3. Las unidades recibidas por J1 se envían 75 a N1 y 22 a N2. Las 243 unidades de K2 se envían de J3 a N3 en su totalidad. Por su parte las 73 unidades producidas de K3 son enviadas 46 a J1 y 27 a J3. Las unidades que recibe J1 son enviadas 25 unidades a N1 y 21 unidades a N3. Las 27 unidades que recibe J3 son enviadas a N2. Finalmente, todas las unidades que se encuentran en el nivel 3 son las que suplen la demanda como se muestra en la figura 16. De acuerdo a la ecuación 9 del modelo 1 (ver 6.2) las unidades que recibe el nivel 3 más los inventarios iniciales del periodo deben ser iguales a la demanda más los inventarios al final del periodo, como ejemplo se muestra que la demanda del producto K2 ( 25 unidades) para el periodo 1 es cubierta por las 75 unidades que recibió N1 y quedan en inventario final 50 unidades las cuales son utilizadas en  $t=2$  para suplir la demanda generada en ese mismo periodo y quedan nuevamente en inventario final 25 unidades que son las que cubren la demanda de  $t=3$ . Para los demás periodos se realiza el mismo procedimiento.

El funcionamiento de los modelos 1 al 6 tienen la misma dinámica de lo descrito anteriormente en el que se van analizando las diferentes variables que cada modelo de acuerdo a la iteración que se analice. El modelo 7 presenta algunas diferencias puesto que en él se analizan tiempos de entrega, por ello se realizó una prueba de escritorio que se muestra a continuación (ver figura 17) usando el Solver de EXCEL para corroborar la validez del modelo. Se tuvo que crear un modelo más simple, puesto que por la cantidad de parámetros y variables no generaba solución con los 10 periodos. Por las razones mencionadas el modelo se analizó para un solo nodo en cada nivel (1 planta, 1 centro de distribución, 1 minorista) y un solo producto, sin tener en cuenta los costos de localización para el segundo nivel.

Figura 17.

Prueba de escritorio modelo 7

	Periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
CAP1it	Capacidad de producción de la planta	200	150	210	250	250	230	270	250	280	230	
COPIt	Costo de producción	40	50	60	70	60	50	70	80	90	80	
CAP2i	Capacidad de Almacenamiento de en la planta	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	
INV1it	Inventario Inicial	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
COT1itj	Costo de transporte de i a j	9	10	12	15	10	12	9	10	12	15	
CAP3j	Capacidad de Almacenamiento del CD	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	
INV2jt	Inventrio inicial en el CD	80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
COT2itj	Costo de transporte de j a n	10	12	9	10	12	15	10	12	9	10	
CAP3n	Capacidad de Almacenamiento en el almacen	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	
INV3nt	Inventrio inicial en el almacen	150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Dnt	Demanda	100	120	90	150	100	110	130	150	200	190	
COF	Costo de unidades faltantes	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	
COAL	Costo de almacenamiento	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	
CP	Costo de pedir	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
	Periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	costo
Y1it	Si se Pide	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	
	Costo de pedir	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	3
	Capacidad Habilitada	0	0	210	0	250	230	0	0	0	0	
Pit	Unidades Producidas	0	0	180	0	200	190	0	0	0	0	
	Costo de producción	0	0	10800	0	12000	9500	0	0	0	0	32300
	Inventario Inicial	100	100	100	0	0	0	0	0	0	0	
I1it	unidades a guardar	100	100	0	0	0	0	0	0	0	0	
	Costo de inventarios	1500	1500	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
	Unidades perdidas o faltantes	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
UP1it	Costo unidades perdidas o faltantes	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Y2jt	si se pide unidades	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	
	Costo de pedir	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	3
	capacidad de transporte	0	0	9999	0	9999	9999	0	0	0	0	
X21ijt	Unidades a transportar	0	0	280	0	200	190	0	0	0	0	
	Costo de transporte de i a j	0	0	3360	0	2000	2280	0	0	0	0	7640
	Total unidades a manejar	100	100	280	0	200	190	0	0	0	0	
	Unidades recibidas	0	0	0	0	280	0	200	190	0	0	
	Invetario inicial	80	80	80	0	0	0	0	0	0	0	
I2jt	unidades a guardar	80	80	0	0	0	0	0	0	0	0	
	Costos inventarios	1200	1200	0	0	0	0	0	0	0	0	2400
Y3nt	si se piden unidades	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	
	Costo de pedir	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	4
	capacidad de transporte	0	0	9999	0	9999	0	9999	9999	0	0	
X32jnt	Unidades a transportar	0	0	80	0	280	0	200	190	0	0	
	Costo de transporte de j a n	0	0	720	0	3360	0	2000	2280	0	0	8360
UP2it	unidades faltantes	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	Costos unidades faltantes	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Total unidades a manejar	80	80	80	0	280	0	200	190	0	0	
	Unidades recibidas	0	0	0	0	80	0	280	0	200	190	
	Inventario inicial	150	50	0	0	0	0	0	150	0	0	
I3nt	unidades a guardar	50	0	0	0	0	0	150	0	0	0	
	Costos almacenamiento	750	0	0	0	0	0	2250	0	0	0	3000
UP2nt	Unidades Falatantes	0	70	90	150	20	110	0	0	0	0	
	Costo de unidades faltantes	0	7000	9000	15000	2000	11000	0	0	0	0	44000
	Demanda	100	120	90	150	100	110	130	150	200	190	
	Total unidades a manejar	150	50	0	0	80	0	280	150	200	190	
												z
												100710

Nota: Esta figura muestra los resultados que se obtuvieron en la prueba de escritorio realizada en EXCEL para verificar el modelo 7

**Figura 18.**

*Resultados de Gams producción e inventarios*

---- VAR Z				-INF 1.0071E+5	+INF						
---- VAR P Unidades producidas en i en el periodo t								---- VAR I2 Unidades a mantener en j en el periodo t			
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL		
1	.	.	+INF	40.000	1	.	80.000	+INF	15.000		
2	.	.	+INF	50.000	2	.	80.000	+INF	15.000		
3	.	180.000	+INF	60.000	3	.	.	+INF	15.000		
4	.	.	+INF	70.000	4	.	.	+INF	15.000		
5	.	200.000	+INF	60.000	5	.	.	+INF	15.000		
6	.	190.000	+INF	50.000	6	.	.	+INF	15.000		
7	.	.	+INF	70.000	7	.	.	+INF	15.000		
8	.	.	+INF	80.000	8	.	.	+INF	15.000		
9	.	.	+INF	90.000	9	.	.	+INF	15.000		
10	.	.	+INF	80.000	10	.	.	+INF	15.000		
---- VAR I1 Unidades a mantener en i en el periodo t								---- VAR I3 Unidades a mantener k en n en el periodo t			
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL		
1	.	100.000	+INF	15.000	1	.	50.000	+INF	15.000		
2	.	100.000	+INF	15.000	2	.	.	+INF	15.000		
3	.	.	+INF	15.000	3	.	.	+INF	15.000		
4	.	.	+INF	15.000	4	.	.	+INF	15.000		
5	.	.	+INF	15.000	5	.	.	+INF	15.000		
6	.	.	+INF	15.000	6	.	.	+INF	15.000		
7	.	.	+INF	15.000	7	.	150.000	+INF	15.000		
8	.	.	+INF	15.000	8	.	.	+INF	15.000		
9	.	.	+INF	15.000	9	.	.	+INF	15.000		
					10	.	.	+INF	15.000		

*Nota.* esta figura muestra los resultados que se obtuvieron en gamas para la validación del modelo

7, en cuanto a función objetivo, unidades a producir e inventarios de los tres niveles.

**Figura 19.**

*Resultados de Gams. unidades enviadas*

```

---- VAR X21  Unidades enviadas de cada i a  cada j en el periodo t

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
1      .          .          +INF      9.000
2      .          .          +INF      10.000
3      .          280.000    +INF      12.000
4      .          .          +INF      15.000
5      .          200.000    +INF      10.000
6      .          190.000    +INF      12.000
7      .          .          +INF      9.000
8      .          .          +INF      10.000
9      .          .          +INF      12.000
10     .          .          +INF      15.000

---- VAR X32  Unidades enviadas de cada j a  cada n en el periodo t

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
1      .          .          +INF      10.000
2      .          .          +INF      12.000
3      .          80.000    +INF      9.000
4      .          .          +INF      10.000
5      .          280.000    +INF      12.000
6      .          .          +INF      15.000
7      .          200.000    +INF      10.000
8      .          190.000    +INF      12.000
9      .          .          +INF      9.000
10     .          .          +INF      10.000
    
```

*Nota.* Esta figura muestra los resultados que se obtuvieron en Gams para la validación del modelo 7, en cuanto a función objetivo, unidades enviadas entre los diferentes niveles

**Figura 20.**

*Resultados de Gams Unidades perdidas*

---- VAR UP1 Unidades perdidas de cada i en el periodo t					---- VAR UP3 Unidades perdidas de cada n en el periodo				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1	.	.	+INF	100.000	1	.	.	+INF	100.000
2	.	.	+INF	100.000	2	.	70.000	+INF	100.000
3	.	.	+INF	100.000	3	.	90.000	+INF	100.000
4	.	.	+INF	100.000	4	.	150.000	+INF	100.000
5	.	.	+INF	100.000	5	.	20.000	+INF	100.000
6	.	.	+INF	100.000	6	.	110.000	+INF	100.000
7	.	.	+INF	100.000	7	.	.	+INF	100.000
8	.	.	+INF	100.000	8	.	.	+INF	100.000
9	.	.	+INF	100.000	9	.	.	+INF	100.000
10	.	.	+INF	100.000	10	.	.	+INF	100.000

---- VAR UP2 Unidades perdidas de cada j en el periodo				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1	.	.	+INF	100.000
2	.	.	+INF	100.000
3	.	.	+INF	100.000
4	.	.	+INF	100.000
5	.	.	+INF	100.000
6	.	.	+INF	100.000
7	.	.	+INF	100.000
8	.	.	+INF	100.000
9	.	.	+INF	100.000
10	.	.	+INF	100.000

*Nota.* esta figura muestra los resultados que se obtuvieron en gamas para la validación del modelo

7, respecto a unidades perdidas en los tres niveles.

**Figura 21.**

*Resultado de Gams. Activación de pedidos*

```

---- VAR Y1 Variable binaria toma el valor de 1 si se produce en cada i en el p
eriodo t. 0 de lo contrario

      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
1      .        1.000    1.000    1.000
2      .         .        1.000    1.000
3      .        1.000    1.000    1.000
4      .        1.000    1.000    1.000
5      .         .        1.000    1.000
6      .         .        1.000    1.000
7      .         .        1.000    1.000
8      .         .        1.000    1.000
9      .         .        1.000    1.000
10     .         .        1.000    1.000

---- VAR Y2 Variable binaria que toma el valor de 1 si se realiza pedido en j e
n el periodo t 0 de lo contrario

      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
1      .        1.000    1.000    1.000
2      .         .        1.000    1.000
3      .        1.000    1.000    1.000
4      .        1.000    1.000    1.000
5      .         .        1.000    1.000
6      .         .        1.000    1.000
7      .         .        1.000    1.000
8      .         .        1.000    1.000
9      .         .        1.000    1.000
10     .         .        1.000    1.000

---- VAR Y3 Variable binaria que toma el valor de 1 si se realiza pedido en n e
n el periodo t 0 de lo contrario

      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
1      .        1.000    1.000    1.000
2      .         .        1.000    1.000
3      .        1.000    1.000    1.000
4      .         .        1.000    1.000
5      .        1.000    1.000    1.000
6      .        1.000    1.000    1.000
7      .         .        1.000    1.000
8      .         .        1.000    1.000
9      .         .        1.000    1.000
10     .         .        1.000    1.000
    
```

*Nota.* Esta figura muestra los resultados que se obtuvieron en gams para la validación del modelo 7, la activación de los diferentes niveles en cuanto pedidos y producción

### **7.1 Resultados de la optimización en GAMS**

En las figuras que se muestran a continuación se evidencian los resultados obtenidos para el modelo 1 donde se identifican las unidades a producir, los inventarios en cada nivel, las unidades enviadas en los escalones y las variables binarias que evidencian las plantas que producen en determinado  $t$ , al igual que los centros de distribución y minoristas que piden en el mismo. (ver modelos en los anexos).

**Figura 22.**

Unidades de K producidas en i en el periodo t.

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
K1.I1.1	.	154.000	+INF	10.000
K1.I1.2	.	.	+INF	12.000
K1.I1.3	.	.	+INF	20.000
K1.I2.1	.	.	+INF	8.000
K1.I2.2	.	97.000	+INF	10.000
K1.I2.3	.	90.000	+INF	9.000
K1.I3.1	.	.	+INF	10.000
K1.I3.2	.	.	+INF	50.000
K1.I3.3	.	.	+INF	10.000
K2.I1.1	.	.	+INF	30.000
K2.I1.2	.	57.000	+INF	25.000
K2.I1.3	.	.	+INF	40.000
K2.I2.1	.	340.000	+INF	15.000
K2.I2.2	.	.	+INF	45.000
K2.I2.3	.	54.000	+INF	30.000
K2.I3.1	.	.	+INF	15.000
K2.I3.2	.	.	+INF	45.000
K2.I3.3	.	.	+INF	20.000
K3.I1.1	.	.	+INF	30.000
K3.I1.2	.	.	+INF	20.000
K3.I1.3	.	83.000	+INF	9.000
K3.I2.1	.	73.000	+INF	15.000
K3.I2.2	.	91.000	+INF	10.000
K3.I2.3	.	.	+INF	20.000
K3.I3.1	.	.	+INF	10.000
K3.I3.2	.	.	+INF	50.000
K3.I3.3	.	.	+INF	30.000

Nota. La figura representa las unidades del producto k que producen las diferentes plantas en el periodo i.

**Figura 23.**

*Unidades en inventario en el nivel 1 (Izq.) y 2 (Dcha.)*

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
K1.I1.1	.	.	+INF	11.000	K1.J1.1	.	.	+INF	22.000
K1.I1.2	.	.	+INF	5.000	K1.J1.2	.	.	+INF	25.000
K1.I1.3	.	.	+INF	19.000	K1.J1.3	.	.	+INF	12.000
K1.I2.1	.	.	+INF	50.000	K1.J2.1	.	.	+INF	50.000
K1.I2.2	.	.	+INF	80.000	K1.J2.2	.	.	+INF	47.000
K1.I2.3	.	.	+INF	75.000	K1.J2.3	.	.	+INF	25.000
K1.I3.1	.	.	+INF	98.000	K1.J3.1	.	.	+INF	25.000
K1.I3.2	.	.	+INF	32.000	K1.J3.2	.	.	+INF	12.000
K1.I3.3	.	.	+INF	25.000	K1.J3.3	.	.	+INF	85.000
K2.I1.1	.	.	+INF	25.000	K2.J1.1	.	.	+INF	11.000
K2.I1.2	.	.	+INF	25.000	K2.J1.2	.	.	+INF	25.000
K2.I1.3	.	.	+INF	25.000	K2.J1.3	.	.	+INF	25.000
K2.I2.1	.	.	+INF	50.000	K2.J2.1	.	.	+INF	21.000
K2.I2.2	.	.	+INF	35.000	K2.J2.2	.	.	+INF	40.000
K2.I2.3	.	.	+INF	15.000	K2.J2.3	.	.	+INF	88.000
K2.I3.1	.	.	+INF	39.000	K2.J3.1	.	.	+INF	12.000
K2.I3.2	.	.	+INF	25.000	K2.J3.2	.	.	+INF	41.000
K2.I3.3	.	.	+INF	25.000	K2.J3.3	.	.	+INF	35.000
K3.I1.1	.	.	+INF	25.000	K3.J1.1	.	.	+INF	15.000
K3.I1.2	.	.	+INF	25.000	K3.J1.2	.	.	+INF	25.000
K3.I1.3	.	.	+INF	78.000	K3.J1.3	.	.	+INF	25.000
K3.I2.1	.	.	+INF	52.000	K3.J2.1	.	.	+INF	14.000
K3.I2.2	.	.	+INF	25.000	K3.J2.2	.	.	+INF	36.000
K3.I2.3	.	.	+INF	25.000	K3.J2.3	.	.	+INF	85.000
K3.I3.1	.	.	+INF	25.000	K3.J3.1	.	.	+INF	58.000
K3.I3.2	.	.	+INF	47.000	K3.J3.2	.	.	+INF	89.000
K3.I3.3	.	.	+INF	24.000	K3.J3.3	.	.	+INF	14.000

*Nota.* La figura muestra las unidades que se mantienen en inventario en los niveles uno y dos.

**Figura 24.**

*Unidades en inventario en el nivel 3*

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
K1.N1.1	.	.	+INF	10.000
K1.N1.2	.	.	+INF	3.000
K1.N1.3	.	.	+INF	10.000
K1.N2.1	.	.	+INF	60.000
K1.N2.2	.	.	+INF	21.000
K1.N2.3	.	.	+INF	50.000
K1.N3.1	.	.	+INF	22.000
K1.N3.2	.	.	+INF	11.000
K1.N3.3	.	.	+INF	6.000
K2.N1.1	.	50.000	+INF	5.000
K2.N1.2	.	25.000	+INF	4.000
K2.N1.3	.	.	+INF	5.000
K2.N2.1	.	.	+INF	7.000
K2.N2.2	.	36.000	+INF	5.000
K2.N2.3	.	.	+INF	25.000
K2.N3.1	.	218.000	+INF	8.000
K2.N3.2	.	.	+INF	38.000
K2.N3.3	.	.	+INF	15.000
K3.N1.1	.	.	+INF	10.000
K3.N1.2	.	.	+INF	1.000
K3.N1.3	.	.	+INF	51.000
K3.N2.1	.	.	+INF	8.000
K3.N2.2	.	.	+INF	5.000
K3.N2.3	.	.	+INF	11.000
K3.N3.1	.	.	+INF	4.000
K3.N3.2	.	.	+INF	5.000
K3.N3.3	.	.	+INF	8.000

*Nota.* La figura muestra las unidades que se mantienen en inventario en el nivel 3.

**Figura 25.**

*Unidades enviadas de plantas a centros de distribución*

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL				
I1.J1.K1.1	.	154.000	+INF	3.000	I3.J1.K2.1	.	.	+INF 8.000
I1.J1.K1.2	.	.	+INF	4.000	I3.J1.K2.2	.	.	+INF 7.000
I1.J1.K1.3	.	.	+INF	6.000	I3.J1.K2.3	.	.	+INF 8.000
I1.J1.K2.1	.	.	+INF	6.000	I3.J1.K3.1	.	.	+INF 7.000
I1.J1.K2.2	.	.	+INF	2.000	I3.J1.K3.2	.	.	+INF 7.000
I1.J1.K2.3	.	.	+INF	7.000	I3.J1.K3.3	.	.	+INF 4.000
I1.J1.K3.1	.	.	+INF	1.000	I3.J2.K1.1	.	.	+INF 5.000
I1.J1.K3.2	.	.	+INF	9.000	I3.J2.K1.2	.	.	+INF 8.000
I1.J1.K3.3	.	.	+INF	6.000	I3.J2.K1.3	.	.	+INF 5.000
I1.J2.K1.1	.	.	+INF	7.000	I3.J2.K2.1	.	.	+INF 4.000
I1.J2.K1.2	.	.	+INF	2.000	I3.J2.K2.2	.	.	+INF 1.000
I1.J2.K1.3	.	.	+INF	7.000	I3.J2.K2.3	.	.	+INF 6.000
I1.J2.K2.1	.	.	+INF	1.000	I3.J2.K3.1	.	.	+INF 6.000
I1.J2.K2.2	.	.	+INF	1.000	I3.J2.K3.2	.	.	+INF 2.000
I1.J2.K2.3	.	.	+INF	6.000	I3.J2.K3.3	.	.	+INF 6.000
I1.J2.K3.1	.	.	+INF	8.000	I3.J3.K1.1	.	.	+INF 4.000
I1.J2.K3.2	.	.	+INF	6.000	I3.J3.K1.2	.	.	+INF 7.000
I1.J2.K3.3	.	23.000	+INF	6.000	I3.J3.K1.3	.	.	+INF 1.000
I1.J3.K1.1	.	.	+INF	2.000	I3.J3.K2.1	.	.	+INF 3.000
I1.J3.K1.2	.	.	+INF	8.000	I3.J3.K2.2	.	.	+INF 3.000
I1.J3.K1.3	.	.	+INF	5.000	I3.J3.K2.3	.	.	+INF 8.000
I1.J3.K2.1	.	.	+INF	4.000	I3.J3.K3.1	.	.	+INF 3.000
I1.J3.K2.2	.	57.000	+INF	1.000	I3.J3.K3.2	.	.	+INF 4.000
I1.J3.K2.3	.	.	+INF	7.000	I3.J3.K3.3	.	.	+INF 3.000
I1.J3.K3.1	.	.	+INF	6.000				
I1.J3.K3.2	.	.	+INF	7.000				
I1.J3.K3.3	.	60.000	+INF	5.000				
I2.J1.K1.1	.	.	+INF	8.000				
I2.J1.K1.2	.	.	+INF	4.000				
I2.J1.K1.3	.	27.000	+INF	7.000				
I2.J1.K2.1	.	97.000	+INF	3.000				
I2.J1.K2.2	.	.	+INF	8.000				
I2.J1.K2.3	.	54.000	+INF	3.000				
I2.J1.K3.1	.	46.000	+INF	2.000				
I2.J1.K3.2	.	.	+INF	5.000				
I2.J1.K3.3	.	.	+INF	6.000				
I2.J2.K1.1	.	.	+INF	2.000				
I2.J2.K1.2	.	.	+INF	9.000				
I2.J2.K1.3	.	.	+INF	6.000				
I2.J2.K2.1	.	.	+INF	5.000				
I2.J2.K2.2	.	.	+INF	2.000				
I2.J2.K2.3	.	.	+INF	8.000				
I2.J2.K3.1	.	.	+INF	8.000				
I2.J2.K3.2	.	91.000	+INF	1.000				
I2.J2.K3.3	.	.	+INF	3.000				
I2.J3.K1.1	.	.	+INF	7.000				
I2.J3.K1.2	.	97.000	+INF	2.000				
I2.J3.K1.3	.	63.000	+INF	2.000				
I2.J3.K2.1	.	243.000	+INF	3.000				
I2.J3.K2.2	.	.	+INF	4.000				
I2.J3.K2.3	.	.	+INF	6.000				
I2.J3.K3.1	.	27.000	+INF	6.000				
I2.J3.K3.2	.	.	+INF	7.000				
I2.J3.K3.3	.	.	+INF	2.000				
I3.J1.K1.1	.	.	+INF	1.000				
I3.J1.K1.2	.	.	+INF	2.000				
I3.J1.K1.3	.	.	+INF	5.000				

*Nota.* La figura muestra las unidades que se envían desde las plantas a los centros de distribución en un periodo t.

**Figura 26.**

*Unidades enviadas del centro de distribución a los minoristas*

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL					
J1.N1.K1.1	.	100.000	+INF	6.000	J3.N1.K1.1	.	.	+INF	12.000
J1.N1.K1.2	.	.	+INF	4.000	J3.N1.K1.2	.	50.000	+INF	3.000
J1.N1.K1.3	.	.	+INF	2.000	J3.N1.K1.3	.	40.000	+INF	2.000
J1.N1.K2.1	.	75.000	+INF	5.000	J3.N1.K2.1	.	.	+INF	9.000
J1.N1.K2.2	.	.	+INF	3.000	J3.N1.K2.2	.	.	+INF	5.000
J1.N1.K2.3	.	.	+INF	9.000	J3.N1.K2.3	.	.	+INF	4.000
J1.N1.K3.1	.	25.000	+INF	4.000	J3.N1.K3.1	.	.	+INF	5.000
J1.N1.K3.2	.	.	+INF	4.000	J3.N1.K3.2	.	.	+INF	5.000
J1.N1.K3.3	.	.	+INF	11.000	J3.N1.K3.3	.	.	+INF	5.000
J1.N2.K1.1	.	29.000	+INF	1.000	J3.N2.K1.1	.	.	+INF	6.000
J1.N2.K1.2	.	.	+INF	3.000	J3.N2.K1.2	.	24.000	+INF	1.000
J1.N2.K1.3	.	27.000	+INF	1.000	J3.N2.K1.3	.	.	+INF	7.000
J1.N2.K2.1	.	22.000	+INF	6.000	J3.N2.K2.1	.	.	+INF	9.000
J1.N2.K2.2	.	.	+INF	9.000	J3.N2.K2.2	.	57.000	+INF	2.000
J1.N2.K2.3	.	.	+INF	11.000	J3.N2.K2.3	.	.	+INF	4.000
J1.N2.K3.1	.	.	+INF	11.000	J3.N2.K3.1	.	27.000	+INF	5.000
J1.N2.K3.2	.	.	+INF	2.000	J3.N2.K3.2	.	.	+INF	8.000
J1.N2.K3.3	.	.	+INF	12.000	J3.N2.K3.3	.	27.000	+INF	2.000
J1.N3.K1.1	.	25.000	+INF	5.000	J3.N3.K1.1	.	.	+INF	10.000
J1.N3.K1.2	.	.	+INF	7.000	J3.N3.K1.2	.	23.000	+INF	3.000
J1.N3.K1.3	.	.	+INF	9.000	J3.N3.K1.3	.	23.000	+INF	4.000
J1.N3.K2.1	.	.	+INF	11.000	J3.N3.K2.1	.	243.000	+INF	1.000
J1.N3.K2.2	.	.	+INF	2.000	J3.N3.K2.2	.	.	+INF	10.000
J1.N3.K2.3	.	54.000	+INF	5.000	J3.N3.K2.3	.	.	+INF	4.000
J1.N3.K3.1	.	21.000	+INF	9.000	J3.N3.K3.1	.	.	+INF	5.000
J1.N3.K3.2	.	.	+INF	6.000	J3.N3.K3.2	.	.	+INF	5.000
J1.N3.K3.3	.	.	+INF	10.000	J3.N3.K3.3	.	33.000	+INF	2.000
J2.N1.K1.1	.	.	+INF	11.000					
J2.N1.K1.2	.	.	+INF	14.000					
J2.N1.K1.3	.	.	+INF	13.000					
J2.N1.K2.1	.	.	+INF	5.000					
J2.N1.K2.2	.	.	+INF	14.000					
J2.N1.K2.3	.	.	+INF	2.000					
J2.N1.K3.1	.	.	+INF	5.000					
J2.N1.K3.2	.	35.000	+INF	8.000					
J2.N1.K3.3	.	23.000	+INF	2.000					
J2.N2.K1.1	.	.	+INF	15.000					
J2.N2.K1.2	.	.	+INF	3.000					
J2.N2.K1.3	.	.	+INF	7.000					
J2.N2.K2.1	.	.	+INF	4.000					
J2.N2.K2.2	.	.	+INF	7.000					
J2.N2.K2.3	.	.	+INF	4.000					
J2.N2.K3.1	.	.	+INF	5.000					
J2.N2.K3.2	.	28.000	+INF	5.000					
J2.N2.K3.3	.	.	+INF	10.000					
J2.N3.K1.1	.	.	+INF	13.000					
J2.N3.K1.2	.	.	+INF	3.000					
J2.N3.K1.3	.	.	+INF	8.000					
J2.N3.K2.1	.	.	+INF	10.000					
J2.N3.K2.2	.	.	+INF	7.000					
J2.N3.K2.3	.	.	+INF	9.000					
J2.N3.K3.1	.	.	+INF	5.000					
J2.N3.K3.2	.	28.000	+INF	4.000					
J2.N3.K3.3	.	.	+INF	6.000					
J3.N1.K1.1	.	.	+INF	12.000					
J3.N1.K1.2	.	50.000	+INF	3.000					
J3.N1.K1.3	.	40.000	+INF	2.000					

*Nota.* La figura muestra las unidades que se envían desde los centros de distribución a cada minorista en un periodo t.

**Figura 27.**

*Plantas que producen en cada t*

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
K1.I1.1	.	1.000	1.000	100.000
K1.I1.2	.	.	1.000	100.000
K1.I1.3	.	.	1.000	100.000
K1.I2.1	.	.	1.000	300.000
K1.I2.2	.	1.000	1.000	300.000
K1.I2.3	.	1.000	1.000	300.000
K1.I3.1	.	.	1.000	1000.000
K1.I3.2	.	.	1.000	1000.000
K1.I3.3	.	.	1.000	1000.000
K2.I1.1	.	.	1.000	100.000
K2.I1.2	.	1.000	1.000	100.000
K2.I1.3	.	.	1.000	100.000
K2.I2.1	.	1.000	1.000	300.000
K2.I2.2	.	.	1.000	300.000
K2.I2.3	.	1.000	1.000	300.000
K2.I3.1	.	.	1.000	1000.000
K2.I3.2	.	.	1.000	1000.000
K2.I3.3	.	.	1.000	1000.000
K3.I1.1	.	.	1.000	100.000
K3.I1.2	.	.	1.000	100.000
K3.I1.3	.	1.000	1.000	100.000
K3.I2.1	.	1.000	1.000	300.000
K3.I2.2	.	1.000	1.000	300.000
K3.I2.3	.	.	1.000	300.000
K3.I3.1	.	.	1.000	1000.000
K3.I3.2	.	.	1.000	1000.000
K3.I3.3	.	.	1.000	1000.000

*Nota.* La figura muestra las plantas (N1) que se producen determinado producto en un periodo t.

**Figura 28.**

*Centros de distribución que realizan pedido*

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAI
K1.J1.1	.	1.000	1.000	10.000
K1.J1.2	.	.	1.000	20.000
K1.J1.3	.	1.000	1.000	12.000
K1.J2.1	.	.	1.000	10.000
K1.J2.2	.	.	1.000	5.000
K1.J2.3	.	.	1.000	9.000
K1.J3.1	.	.	1.000	9.000
K1.J3.2	.	1.000	1.000	15.000
K1.J3.3	.	1.000	1.000	2.000
K2.J1.1	.	1.000	1.000	10.000
K2.J1.2	.	.	1.000	20.000
K2.J1.3	.	1.000	1.000	12.000
K2.J2.1	.	.	1.000	10.000
K2.J2.2	.	.	1.000	5.000
K2.J2.3	.	.	1.000	9.000
K2.J3.1	.	1.000	1.000	9.000
K2.J3.2	.	1.000	1.000	15.000
K2.J3.3	.	.	1.000	2.000
K3.J1.1	.	1.000	1.000	10.000
K3.J1.2	.	.	1.000	20.000
K3.J1.3	.	.	1.000	12.000
K3.J2.1	.	.	1.000	10.000
K3.J2.2	.	1.000	1.000	5.000
K3.J2.3	.	1.000	1.000	9.000
K3.J3.1	.	1.000	1.000	9.000
K3.J3.2	.	.	1.000	15.000
K3.J3.3	.	1.000	1.000	2.000

*Nota.* La grafica permite identificar los productos que los diferentes centros de distribución solicitan al nivel 1 en un determinado t.

**Figura 29.**

*Minoristas que realizan pedidos en el periodo t.*

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
K1.N1.1	.	1.000	1.000	10.000
K1.N1.2	.	1.000	1.000	12.000
K1.N1.3	.	1.000	1.000	15.000
K1.N2.1	.	1.000	1.000	10.000
K1.N2.2	.	1.000	1.000	5.000
K1.N2.3	.	1.000	1.000	30.000
K1.N3.1	.	1.000	1.000	10.000
K1.N3.2	.	1.000	1.000	11.000
K1.N3.3	.	1.000	1.000	2.000
K2.N1.1	.	1.000	1.000	10.000
K2.N1.2	.	.	1.000	12.000
K2.N1.3	.	.	1.000	15.000
K2.N2.1	.	1.000	1.000	10.000
K2.N2.2	.	1.000	1.000	5.000
K2.N2.3	.	.	1.000	30.000
K2.N3.1	.	1.000	1.000	10.000
K2.N3.2	.	.	1.000	11.000
K2.N3.3	.	1.000	1.000	2.000
K3.N1.1	.	1.000	1.000	10.000
K3.N1.2	.	1.000	1.000	12.000
K3.N1.3	.	1.000	1.000	15.000
K3.N2.1	.	1.000	1.000	10.000
K3.N2.2	.	1.000	1.000	5.000
K3.N2.3	.	1.000	1.000	30.000
K3.N3.1	.	1.000	1.000	10.000
K3.N3.2	.	1.000	1.000	11.000
K3.N3.3	.	1.000	1.000	2.000

*Nota.* La grafica permite identificar los productos que los diferentes minoristas solicitan al nivel 2 en un determinado t.

**Figura 30.**

*Centros de distribución localizados*

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
J1	.	1.0000	1.0000	23.0000
J2	.	1.0000	1.0000	25.0000
J3	.	1.0000	1.0000	11.0000

*Nota.* La grafica permite los centros de distribución que se van a localizar.

**Figura 31.**

*Función objetivo*

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR Z	-INF	25462.000	+INF	.

*Nota.* La grafica permite identificar el valor de la función objetivo para el modelo 1.

**8. Experimentación**

**8.1 Variación de parámetros**

Para los análisis de los modelos se planteó un escenario base el cual consta de tres niveles, estableciendo 3 plantas para el nivel 1, 3 centros de distribución en nivel 2 y 3 minoristas en el nivel 4. A partir del modelo base se plantearon cinco modelos que tienen las siguientes características opcionales:

1. Diferentes capacidades de almacenamiento y producción.
2. Envíos directos entre el nivel 1 y el nivel 3.
3. Diferentes modos de transportes en los eslabones 1 y 2.
4. Transbordos laterales en los centros de distribución (nivel 2).
5. Centros de distribución especializados.
6. Puntos de localización móvil para los centros de distribución
7. Tiempos de entrega.

**8. 2 Experimento**

En este apartado se definen los elementos respectivos a la experimentación de la presente investigación teniendo en cuenta los factores a considerar en los diferentes escenarios de modelación y las instancias de prueba como se muestra a continuación.

**Tabla 3.**

*Índices de los modelos*

<b>Nomenclatura</b>	<b>Descripción</b>	<b>Valor</b>
<b>T</b>	Numero de periodos	3
<b>I</b>	Plantas (N1)	3
<b>J</b>	Centros de distribución (N2)	3
<b>N</b>	Minoristas (N3)	3
<b>K</b>	productos	3

*Nota.* Esta tabla muestra los índices que comparten los modelos y la cantidad de los mismos.

**Tabla 4.**

*Descripción general de los modelos.*

<b>MODELO</b>	<b>DESCRIPCIÓN DEL MODELO</b>	<b>RESULTADO (FUNCIÓN OBJETIVO)</b>
<b>Modelo 1</b>	El modelo uno contiene tres plantas, tres centros de distribución, tres periodos, tres tipos de productos sin inventario inicial.	25462 U.M

---

<b>Modelo 1.1</b>	Contiene tres plantas, tres centros de distribución, tres periodos, tres tipos de productos con inventario inicial de 50 unidades para los tres niveles.	22445 U.M
-------------------	--	-----------

---

<b>Modelo 2</b>	Contiene tres plantas, tres centros de distribución, tres periodos, tres tipos de productos, no tiene inventarios iniciales y se genera envíos directos del primer nivel al tercer nivel.	22706 U.M
-----------------	---	-----------

---

<b>Modelo 2.1</b>	Contiene tres plantas, tres centros de distribución, tres periodos, tres tipos de productos, tiene inventarios iniciales de 50 unidades en los tres niveles y se genera envíos directos del primer nivel al tercer nivel.	21046 U.M
-------------------	---	-----------

---

<b>Modelo 3</b>	Contiene tres plantas, tres centros de distribución, tres periodos, tres tipos de productos, tiene inventarios iniciales de 50 unidades en los tres niveles, se genera envíos directos del primer nivel al tercer nivel y hay transbordo lateral entre los centros de distribución.	20649 U.M
-----------------	---	-----------

---

<b>Modelo 4</b>	Contiene tres plantas, tres centros de distribución, tres periodos, tres tipos de productos, tiene inventarios iniciales de 50 unidades en los tres niveles, se genera envíos directos del primer nivel al tercer nivel, hay transbordo lateral entre los centros de distribución y modo de transporte en los eslabones 1 y 2.	18526 U.M
-----------------	--	-----------

---

---

<b>Modelo 5</b>	Contiene tres plantas, tres centros de distribución, tres periodos, tres tipos de productos, tiene inventarios iniciales de 50 unidades en los tres niveles, se genera envíos directos del primer nivel al tercer nivel, hay transbordo lateral entre los centros de distribución, modo de transporte en los eslabones 1 y 2 y puntos móviles.	18552 U.M
-----------------	--	-----------

---

<b>Modelo 6</b>	Contiene tres plantas, tres centros de distribución, tres periodos, tres tipos de productos, tiene inventarios iniciales de 50 unidades en los tres niveles, centros de distribución especializados (cada centro maneja un solo producto).	22650 U.M
-----------------	--	-----------

---

<b>Modelo 6.1</b>	Contiene tres plantas, tres centros de distribución, tres periodos, tres tipos de productos, tiene inventarios iniciales de 10 unidades en los tres niveles, centros de distribución especializados (cada centro maneja un solo producto).	42162 U.M
-------------------	--	-----------

---

<b>Modelo 6.1.1</b>	Contiene tres plantas, tres centros de distribución, tres periodos, tres tipos de productos, tiene inventarios iniciales de 10 unidades en los tres niveles, centros de distribución especializados (J1 recibe K1, J2 recibe K1, K2, K3 y J3 recibe K2 y K3).	21993 U.M
---------------------	---	-----------

---

<b>Modelo 7</b>	Contiene tres plantas, tres centros de distribución, tres periodos, tres tipos de productos, tiene inventarios iniciales, el cual consta de 10 periodos en el que se analiza los tiempos	162220 U.M
-----------------	--	------------

---

---

de entrega de los productos al considerar topes de transporte, procesamiento y tiempo de preparación.

---

*Nota.* Es esta tabla se refleja a groso modo el contenido de cada modelo junto con la función objetivo con el fin de identificar fácilmente valores y cambios de un modelo a otro.

## 9. Resultados

A continuación, se presentan los resultados experimentales de las instancias previamente descritas, en las que se analiza los cambios en el valor de la función objetivo de acuerdo a los factores que toma cada modelo, cabe resaltar que todos los modelos tienen los mismos valores en los parámetros iniciales, sin embargo, se van aumentando parámetros y variables para identificar y evaluar nuevas características del modelo.

El modelo 1 muestra que al no tener inventarios iniciales las plantas deben producir para satisfacer la demanda de los centros de distribución, los cuales a su vez satisfacen la demanda de los minoristas, quienes son los que reciben e indican las unidades a producir. También se evidencia que no se mantienen inventarios en el nivel 1 ni en el nivel 2, pero si en el nivel 3 para algunos productos y periodos, esto se da debido a que los costos de transporte, almacenamiento y envío de unidades varían de periodo a periodo y para el caso de análisis es más ventajoso almacenar en el nivel 3, lo que indica que en algunos casos es más factible mantener inventarios en este nivel por un periodo que pedir, la circunstancia mencionada se puede dar debido a los cambios en logística de ciudad ejemplo los constantes trancones que obligan a acceder otras rutas o que las unidades se demoren más tiempo en tránsito.

El modelo 1.1 muestra la primera iteración del modelo 1, la cual consiste en agregar inventarios iniciales en los tres niveles, lo que conlleva a que la función objetivo disminuya respecto a la función objetivo del modelo 1, esto se debe a que para el modelo establecido se definieron inventarios iniciales de 50 unidades para todos los productos en los tres niveles, permitiendo que la demanda se satisfaga con los inventarios hasta agotar existencias y generando baja producción. Sin embargo, contrastando dicha situación con disminuir los inventarios se evidencia una mejora en la función objetivo, identificando que las primeras unidades a enviar son las que están en inventario y que se debe producir para ir cumpliendo demandas de periodos posteriores. Esto muestra que en muchos casos lo importante no es tener grandes cantidades de inventario, sino saber gestionarlos, es decir tener una política de inventarios que se ajuste a las capacidades y demandas que posea la organización, teniendo en cuenta las preguntas de ¿Cuánto? ¿Cuándo? Y ¿a quién pedir?

Para el escenario 2 se toma el modelo 1 y se le agregan envíos directos entre los niveles 1 y 3, mostrando una disminución en la función objetivo, dado que las unidades no deben pasar por el nivel 2, evitando costos de almacenamiento y de envío en los eslabones 1 y 2. Lo anterior se da porque los parámetros que se establecieron para él enviaron de 1 a 2 y de 2 a 3 son mayores al envío de 1 a 3 igualmente ocurre con los parámetros de almacenamiento. Cabe resaltar que en logística de ciudad el costo de envío directo puede ser mayor debido a que solo se daría en entregas urgentes lo cual llevaría a utilizar modos de transporte más ágiles como el aéreo.

El modelo 2.1 es una variación del modelo 2 en el que se agregan inventarios iniciales y se refleja una disminución en los costos en la función objetivo, presentándose la misma situación que en el modelo 1.1.

Para modelar 3 se toma el modelo 2.1 y se le agrega transbordos laterales en el nivel 2, es decir los centros de distribución pueden enviarse unidades entre ellos, en la función objetivo se evidencia una reducción de costos, esta situación puede presentarse cuando es más económico (tarifas diferenciales entre los centros de distribución) enviar de una planta a un centro de distribución y posteriormente enviarlo a otro en un periodo  $t$ , que hacer envíos entre las plantas y los centros de distribución, aunque también puede darse por la inmediatez en que se puede entregar el pedido. En cuestión de logística de última milla, se puede reflejar en los costos y tiempos de las unidades en tránsito, además puede darse que los centros de distribución sean cercanos entre sí y esto permita implementar medios de transporte que sean amigables con el medio ambiente y agilicen la entrega de las mercancías. Un ejemplo de ello puede ser el uso de bicicletas en las ciudades congestionadas, donde dichos vehículos son más útiles en los momentos en que se generan congestiones vehiculares.

El modelo 4 es una modificación del modelo 3, ya que se le agrega diferentes modos de transporte (aéreo, fluvial, marítimo), para este caso solo se trabaja con dos modos de transporte ( $W1$  y  $W2$ ) los cuales se asemejan a transporte terrestre que puede ser furgonetas, bicicletas de carga, camionetas, etc. Y transporte fluvial que puedan ser barcos, canoas, etc. La disminución de los costos se debe al modo y medio de transporte que se emplea. Un ejemplo de esto es el usar vehículos que consumen combustibles y tiempo de movilidad (congestión vehicular) los cuales pueden ser remplazados por una bicicleta de carga que son amigable con el medio ambiente y en cuestiones de costos de operación son inferiores a los costos del vehículo. Además, está relacionado con máxima capacidad de los vehículos. En los envíos directos entre nivel 1 y 3, se analizó solo un modo de transporte porque son envíos especiales permitiendo tener tarifas diferentes, un ejemplo de ello es enviar la mercancía en avión.

El modelo 5 es una modificación del modelo 4, en el que se implementa el uso de puntos móviles, lo que implica que en este modelo no se manejen inventarios en diferentes periodos dado que estos puntos asemejan bodegas temporales o casilleros inteligentes que solo se activan para realizar una consolidación o lo conocido como cross docking que ayudan a optimizar el tiempo de almacenaje, haciéndolo inexistente o muy limitado. El proceso hace que la mercancía no se quede en el almacén o que cuando llegue, ésta salga directamente a los clientes.

El modelo 6 es una modificación del modelo 2.1, a este modelo se le agrega centros de distribución especializado, cada centro de distribución solo recibe un producto, lo que hace que la función objetivo aumente con respecto al modelo 2.1, debido a que los centros tienen limitaciones en la recepción de unidades y por ende los minoristas deben hacer pedido a varios centros de distribución para obtener las unidades deseadas por la demanda. El modelo 6.1 es una interacción del modelo 6, en este modelo la función objetivo se aumenta, debido a que los inventarios iniciales se disminuyeron a 10. Por su parte, el modelo 6.1.1 es una interacción del modelo 6.1 en el que se busca identificar el comportamiento que tiene la función objetivo, al hacer que J1 reciba K1, J2 reciba K1, K2, K3 y J3 reciba K2 y K3. El resultado obtenido es una reducción en la función objetivo dada por la variedad de productos, lo que quiere decir que los minoristas tienen más posibilidades de hacer sus pedidos, analizando las alternativas existentes y escogiendo la más factible.

El modelo 7 es un modelo en el que se analizan 10 periodos dado que se busca identificar los tiempos de entrega que tarda un producto, en ser enviado, procesado y preparado, dicho ciclo tarda 8 periodos es decir desde el momento en que el minorista hace el pedido y es nuevamente recibido por el, pasando por los centros de distribución y posteriormente por las plantas.

## 10. Conclusiones

De los modelos planteados se puede concluir es importante tener un equilibrio en los inventarios iniciales, porque al no tenerlos se generan mayor probabilidad de aumentar los costos, ya que todas las unidades solicitadas por la demanda deben ser pedidas a las fábricas. A su vez, se identifica que es viable mantener inventarios en el tercer nivel, esto debido a la proximidad con los clientes e inmediatez con la que se puede entregar la mercancía solicitada evitando clientes insatisfechos. De acuerdo al enfoque que se da a la investigación sobre logística de ciudad, esta puede ser afectada por diversas circunstancias de movilidad y restricciones vehiculares en los centros de los cascos urbanos, lo que determina que es importante tener existencias en almacén. Sin embargo, se debe analizar, dado que altos volúmenes de inventarios que superan la demanda de un periodo generan costos relacionados a mantener las unidades. Para evitar que cualquiera de estas dos circunstancias se presente en una industria es necesario mantener un buen sistema de información el cual permita llevar y gestionar una óptima política de inventarios. Esta misma situación se presenta cuando se hace envíos directos, solo que como lo muestra el modelo si el costo de envío por escalones es más alto que el envío directo se enviará por ese canal. Aclarando que en muchos casos el envío directo suele ser más costoso dado que se manejaría en casos fortuitos y de emergencia, en los que se hace necesario el uso de modos de transporte más ágiles y rápidos como el utilizar transportes aéreos, en el que se busca reducir los tiempos de entrega.

El caso de estudio los transbordos laterales se presentan en pocas ocasiones. Aun así, son importantes en cadenas de distribución como la hospitalaria, en las que la falta de un medicamento se hace sumamente necesaria y estos deben buscar la manera de suplir la carencia de dicho

producto en entidades homólogas, siendo más eficaz al solicitar que otro hospital suministre el producto mientras se da posibilidad de pedirlo al proveedor.

Podemos ver que al utilizar puntos móviles no presentan un cambio significativo en la función objetivo respecto a los puntos fijos, En los dos casos es conveniente ubicar puntos con localización estratégica, teniendo en cuenta la cercanía de los proveedores y a su vez de los clientes, las características de la ubicación de los centros de distribución en los cascos urbanos analizando aspectos como la normativa de movilidad, degradación medioambiental, degradación urbana y congestión. Aspectos que se relacionan con los modos de transporte que se van a emplear, se debe tener claro que dentro de los modos de transporte existes diversos tipos de vehículos que facilitan el movimiento de mercancías de un nivel a otro y para ello se debe identificar aquel que proporciona mejor desempeño dentro de la cadena de distribución y de esta forma hacer uso eficiente y eficaz de ellos. En logística de última milla se deben analizar diversas características como son tiempos de entrega, regulación de movilidad, distancias, cantidades a transportar, etc. Considerando la capacidad del vehículo y la eficiencia del transporte, debido a que por las bajas tasas de llenado en el último tramo de entrega no se hace un uso energético eficiente, siendo este último nivel potencial y susceptible de mejoras.

Por su parte los centros de distribución especializados tienen mayor probabilidad de aumentar los costos, debido a que la demanda debe realizar varios pedidos a diferentes centros de distribución para completar las unidades que necesitan, es decir entre más producto maneje el centro de distribución se optimiza la función objetivo, porque la demanda tiene mayores oportunidades de configurar los pedidos de acuerdo a los campos de elección al tener centros multi-item.

El modelo 7 se identifican los tiempos que tarda un producto en ser procesado, preparado y transportado, semejando un escenario realista de lo que ocurre en la cadena de distribución de una industria, identificando pérdidas por costos de oportunidad por cuestiones de capacidad y gestión de inventarios. Este modelo es una ayuda para las industrias en la toma de decisiones ya que estas se ven obligadas en hacer previsiones de ventas evitando sufrir el efecto látigo, para ello deben establecer la gestión de la cadena de suministro que permita el éxito de una empresa, mediante la distribución sus productos en el menor tiempo posible y bajo los costes mínimos.

## **11. Recomendaciones**

El código y material de programación realizado en GAMS queda a disposición de los estudiantes de la universidad industrial de Santander, investigadores y docentes interesados en profundizar más sobre el tema de última milla enfocado en logística de ciudad, usando estos modelos como base. Los cuales pueden analizar, modificar, comparar e identificar otras características, con el fin de desarrollar nuevos modelos que presenten mayor eficiencia con el principal objetivo de reducir costos de producción, mantenimiento, pedido y transporte de unidades dentro de una red de cadena de suministro.

Teniendo en cuenta que la investigación se enfoca en la configuración de pedidos mediante la reducción de costos, esto podría analizarse en cadenas de suministro con más niveles e ir llevando el modelo a un entorno cada vez más real que permita incentivar el uso y aprendizaje de diferentes softwares por parte de los estudiantes de ingeniería industrial, permitiendo fortalecer las competencias que se necesitan al momento de desarrollar investigaciones de este tipo, a la vez que

se evidencie que la programación permite tener un acercamiento con el entorno real que lleva a mejorar y prototipar situaciones en diversas industrias.

En el desarrollo de los modelos se usó programación lineal entera, que permitió a partir de su enfoque determinístico controlar ciertos factores, sin embargo, esta investigación puede ser usada para modelar diversas situaciones, usando heurísticas que permitan agregar grados de incertidumbre al proceso y con programación un poco más robusta, como es el caso de consolidación de mercados, de compras, de transporte, es decir combinando aspectos que se mencionaron en los diferentes escenarios modelados

### Referencias bibliográficas

- Aceh, kue tradisional khas, Rios, E. D. S., Donato, A. M., & Sprott, D. (2010). Gestión de la Cadena de Suministros Digital. *Interagir: Pensando a Extensão*, 0(15), 1–9. <https://www.golder.com/insights/block-caving-a-viable-alternative/>
- Amani, M. A., & Sarkodie, S. A. (2022). Mitigating spread of contamination in meat supply chain management using deep learning. *Scientific Reports*, 12(1), 1–10. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-08993-5>
- Anderluh, A., Hemmelmayr, V. C., & Nolz, P. C. (2017). Synchronizing vans and cargo bikes in a city distribution network. In *Central European Journal of Operations Research* (Vol. 25, Issue 2). Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/s10100-016-0441-z>
- Ariza, Á. L. G., & Llinás, G. A. G. (2019). Investigación de operaciones. In *Manual práctico de investigación de Operaciones I*. <https://doi.org/10.2307/j.ctvdf0jz0.5>
- Benedito, E., Martínez-Costa, C., & Rubio, S. (2020). Introducing risk considerations into the supply chain network design. *Processes*, 8(6). <https://doi.org/10.3390/PR8060743>
- Borghetti, F., Caballini, C., Carboni, A., Grossato, G., Maja, R., & Barabino, B. (2022). The Use of Drones for Last-Mile Delivery: A Numerical Case Study in Milan, Italy. *Sustainability (Switzerland)*, 14(3), 1–19. <https://doi.org/10.3390/su14031766>
- Büyüközkan, G., & Mukul, E. (2019). Evaluation of smart city logistics solutions with fuzzy MCDM methods. *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 25(9), 1033–1040. <https://doi.org/10.5505/pajes.2019.32956>
- C.Arias. (2020). *Un modelo para la localización y ruteo de vehículos de dos escalones aplicado a*

*la logística hospitalaria (2E-LRP).*

Chiavenato, I. (2018). ADMINISTRACIÓN DE RECURSOS HUMANOS. In *Journal of Materials Processing Technology* (Vol. 1, Issue 1).

<http://dx.doi.org/10.1016/j.cirp.2016.06.001><http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2016.12.055><https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.02.006><https://doi.org/10.1016/j.matlet.2019.04.024><https://doi.org/10.1016/j.matlet.2019.12.7252><http://dx.doi.org/10.1016/j.cirp.2016.06.001>

Chopra, S., & Meindl, P. (2013). Administración de la cadena de suministro. In *Estrategia, planeación y operación*.

Córdoba, E. (2020). *Solución a un modelo de optimización para la gestión de inventario y ruteo de vehículos de dos escalones con transbordos laterales (2E-IRPT) a través de una metaheurística híbrida. 1*, 105–112.

Costa-Salas, Y., Sarache, W., & Überwimmer, M. (2017). Fleet size optimization in the discarded tire collection process. *Research in Transportation Business and Management*, 24(March), 81–89. <https://doi.org/10.1016/j.rtbm.2017.08.001>

Cuda, R., Guastaroba, G., & Speranza, M. G. (2015). A survey on two-echelon routing problems. *Computers and Operations Research*, 55, 185–199. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.06.008>

Deng, Y., Mu, Y., Dong, X., Wang, X., Zhang, T., & Jia, H. (2022). Coordinated operational planning for electric vehicles considering battery swapping and real road networks in logistics delivery service. *Energy Reports*, 8, 1019–1027. <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2021.11.185>

Dreischerf, A. J., & Buijs, P. (2022). How Urban Consolidation Centres affect distribution networks: An empirical investigation from the perspective of suppliers. *Case Studies on*

*Transport Policy*, 10(1), 518–528. <https://doi.org/10.1016/j.cstp.2022.01.012>

E.Sáenz. (2020). *Desarrollo de un modelo matemático para el problema de ruteo e inventario con múltiples depósitos (MDIRP)*.

Frederic, H., & Gerald, L. (2010). *Introducción a la investigación de operaciones* (P. E. R. V & E. C. Z. Gutiérrez (eds.); Novena edi).

Giuffrida, N., Fajardo-calderin, J., Masegosa, A. D., Werner, F., Steudter, M., & Pilla, F. (2022). *Optimization and Machine Learning Applied to Last-Mile Logistics : A Review*.

Herrera, A. (2021). *Caracterización de la logística de aprovisionamiento, transporte y almacenamiento en la cadena de suministro del sector citrícola en el marco del proyecto “Diseño de un laboratorio vivo rural para el fortalecimiento de la competitividad y sostenibilidad d. 6*.

J.Jiménez, J. T. (2020). *Un algoritmo ALNS para el problema de ruteo de vehiculos con drones en la disribución de última milla*. 2507(February), 1–9.

Janjevic, M., Merchán, D., & Winkenbach, M. (2021). Designing multi-tier, multi-service-level, and multi-modal last-mile distribution networks for omni-channel operations. *European Journal of Operational Research*, 294(3), 1059–1077. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.08.043>

Kellner, F. (2021). Exploring the impact of urbanization on consumer goods distribution networks. *Journal of Asian Business and Economic Studies*, 28(2), 101–120. <https://doi.org/10.1108/jabes-12-2019-0127>

Lai, P. L., Jang, H., Fang, M., & Peng, K. (2022). Determinants of customer satisfaction with

- parcel locker services in last-mile logistics. *Asian Journal of Shipping and Logistics*, 38(1), 25–30. <https://doi.org/10.1016/j.ajsl.2021.11.002>
- Lim, S. F. W. T., Jin, X., & Srai, J. S. (2018). Consumer-driven e-commerce: A literature review, design framework, and research agenda on last-mile logistics models. *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, 48(3), 308–332. <https://doi.org/10.1108/IJPDLM-02-2017-0081>
- Lu, C.-J., Gu, M., Lee, T.-S., & Yang, C.-T. (2022). Impact of carbon emission policy combinations on the optimal production-inventory decisions for deteriorating items. *Expert Systems with Applications*, 201(June 2021), 117234. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117234>
- Lystad, E., Ferguson, M., & Alexopoulos, C. (2006). Single stage heuristic for perishable inventory control in two-echelon supply chains. ... *Ph. D. Dissertation, Georgia Institute of ...*, 404. <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Single+Stage+Heuristics+for+Perishable+Inventory+Control+in+Two-Echelon+Supply+Chains#0>
- Melkonyan, A., Gruchmann, T., Lohmar, F., Kamath, V., & Spinler, S. (2020). Sustainability assessment of last-mile logistics and distribution strategies: The case of local food networks. *International Journal of Production Economics*, 228(January), 107746. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2020.107746>
- Ntakolia, C., Kokkotis, C., Karlsson, P., & Moustakidis, S. (2021). *An Explainable Machine Learning Model for Material Backorder Prediction in Inventory Management*.
- Sistemas, D. E. (n.d.). *PROGRAMACIÓN LINEAL*.

- Sluijk, N., Florio, A. M., Kinable, J., Dellaert, N., & Van Woensel, T. (2022). Two-echelon vehicle routing problems: A literature review. *European Journal of Operational Research*, xxx. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.02.022>
- Taniguchi, E. (2014). Concepts of City Logistics for Sustainable and Liveable Cities. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 151, 310–317. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.10.029>
- Wang, H., Pan, C., Wang, Q., & Zhou, P. (2020). Assessing sustainability performance of global supply chains: An input-output modeling approach. *European Journal of Operational Research*, 285(1), 393–404. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.01.057>
- Yang, J., Guo, J., & Ma, S. (2016). Low-carbon city logistics distribution network design with resource deployment. *Journal of Cleaner Production*, 119, 223–228. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2013.11.011>
- Zennaro, I., Finco, S., Calzavara, M., & Persona, A. (2022). Implementing E-Commerce from Logistic Perspective: Literature Review and Methodological Framework. *Sustainability (Switzerland)*, 14(2). <https://doi.org/10.3390/su14020911>
- Zhao, Q., Wang, W., & Souza, R. De. (2018). A heterogeneous fleet two-echelon capacitated location-routing model for joint delivery arising in city logistics. *International Journal of Production Research*, 7543, 1–19. <https://doi.org/10.1080/00207543.2017.1401235>