

**CARACTERIZACIÓN DEL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO
DE NIÑAS DE 5° DE PRIMARIA DESPUÉS DE UN
PROCESO DE ENSEÑANZA BASADO EN EL
DESARROLLO POR PROYECTOS**

**PRESENTADO POR:
HNA. LUZ ELENA LOOCKARTT FONTALVO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESPECIALIZACION EN EDUCACION MATEMATICA
BUCARAMANGA
2008**

**CARACTERIZACIÓN DEL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO
DE NIÑAS DE 5° DE PRIMARIA DESPUÉS DE UN
PROCESO DE ENSEÑANZA BASADO EN EL
DESARROLLO POR PROYECTOS**

**PRESENTADO POR:
HNA. LUZ ELENA LOOCKARTT FONTALVO**

**DIRECTOR:
Ph.D. GABRIEL YÁÑEZ CANAL**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA
2008**

*A todas las alumnas
que recibirán el fruto de este trabajo
con el animo, de que su desempeño en la sociedad
sea más eficiente y con una mejor calidad para beneficio de
la sociedad y de sus propias vidas.*

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mis sinceros agradecimientos a las personas que hicieron posible la viabilidad de mi proyecto:

- ❖ A Jesús Divino Maestro, fuente de la vida y el saber, quien ha hecho de la ciencia camino de perfeccionamiento e investigación para que el hombre avance.
- ❖ Al profesor GABRIEL YAÑEZ CANAL por compartir conmigo su saber y orientarme a gustar y sacar partido al área de matemática con estilo y agrado.
- ❖ A mis compañeros y compañeras de trabajo, especialmente a los del área de matemáticas de mi institución, que me acompañaron en este caminar matemático hasta llegar a la meta final.
- ❖ Y muy especialmente a las hermanas de mi comunidad religiosa por su aporte, estímulos y apoyo que tuve en todo momento, brindándome espacios, tiempo y cariño en ese compartir diario llegando, así, a la aprobación definitiva de manera muy satisfactoria.

INDICE

	Pág.
Presentación	10
1. ENSEÑANZA DE LA ESTADISTICA: UNA NECESIDAD EN LA ESCUELA	11
2. PENSAMIENTO ESTADISTICO	14
3. ENSEÑANZA DE LA ESTADISTICA MEDIANTE PROYECTOS: EL POR QUE DE LA PROPUESTA	20
4. EL DESARROLLO DE LOS PROYECTOS	27
4.1 Comprar y comparar	27
4.2 Consumo de energía de mi hogar	34
4.3 Recolección de la información	37
5. APORTES DE LOS PROYECTOS	42
5.1 Comprensión de los datos desde su contexto	42
5.2 El promedio: una medida de gran complejidad	46
5.3 El diagrama de barras	51
CONCLUSIONES	59
1. REFERENCIAS	63

RESUMEN

TITULO: CARACTERIZACIÓN DEL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO DE NIÑAS DE QUINTO GRADO DE PRIMARIA DESPUÉS DE UN PROCESO DE ENSEÑANZA BASADO EN EL DESARROLLO DE PROYECTOS*.

AUTOR: HNA LUZ ELENA LOOCKARTT FONTALVO**

PALABRAS CLAVES: Caracterización del pensamiento estadístico, Desarrollo de proyectos, comprar y comparar, consumo de energía.

DESCRIPCIÓN:

La realización del presente trabajo tiene como base principal la caracterización del pensamiento estadístico de las niñas de quinto grado a través de dos proyectos: “Comprar y comparar” y “El consumo de energía de mi hogar”. Pedagógicamente el trabajo de proyectos hace que las estudiantes sean parte activa dentro de un proceso de enseñanza- aprendizaje, realizando mayor aprehensión al utilizar elementos que les son conocidos porque hacen parte de su cotidianidad; es el caso de: “El recibo de luz” “Precios de la canasta familiar”. Esto les permite un aprendizaje significativo y de trascendencia para su vida, porque entienden de manera más real y práctica a través de razonamientos lógicos acordes a su edad, y hace que se genere el desarrollo de los proyectos.

Enseñar estadística a estudiantes de quinto grado de primaria. Sí, es posible y se demuestra que cuando asimilan estos conceptos, pueden interpretar gráficos a través de barras y manejarlos en la cotidianidad, realizando procesos de análisis de manera más rápida y con mayor gusto, que si fuera teoría, pues, el momento histórico en el cual ellas se están desarrollando, es más visual y tecnológico, por tanto, hacen mejor contextualización de la temática.

Manejar la información estadística, hacen que las estudiantes adquieran una nueva forma de trabajar en clase, en casa y en áreas diferentes a la matemática. De tal manera que le permite crear hábitos de visión transversal, de orden, secuencia, lectura y comprensión gráfica, comparación e investigación, reforzando directa o indirectamente un pensamiento sistematizado, crítico, aleatorio y lógico que le acompañará en las actividades de su vida.

* Trabajo de investigación

** Facultad de Ciencias- Escuela de Matemáticas – Especialización en Educación Matemática
Orientador GABRIEL YAÑEZ CANAL

SUMMARY

TITLE: Characterization of the statistical thinicing in fifth grade girls of education primary after a teaching process based on the project developing*.

AUTHOR: Hermana Luz Elena Looockartt Fontalvo**

KEY WORDS: Characterization of the statistical thinking, Project developing, buying, comparing, energy consumption.

DESCRIPTION:

The completion of this work is the main base characterization of statistical thinking of fifth grade girls through two projects. "Buying and comparing" and home Energy consumption.

Pedagogically, work projects make students get active within a teaching-learning process making a greater apprehension using elements that are known because they are part of their everyday life. For instance, the electricity bill receipt or the Prices of basic food (fruits, vegetables, cereals, meat, etc.) These allow students to have a meaning and transcendent learning for their lives because they can understand using a more real and practical way through logical thinking according to their age making to produce the developing of projects.

Teaching statistics to fifth grade students it is very possible and it is shown when they assimilate these concepts. They can also interpret graphics through bars and handle them in everyday life. Moreover, doing analysis processes faster and with a greater pleasant way than with the theory because the historic moment they are being developed is more visual and technological. Therefore, students make a better process of the topics.

Handling statistical information make students to acquire a new way of working in class, at home and in different Mathematic areas. So, students can create habits of a interdisciplinary vision, sequence, reading, graphic comprehension, comparison and research reinforcing directly or indirectly a critical systematic thinking, aleatory and logical that will take part in your life activities.

* Trabajo de investigación

** Facultad de Ciencias-Escuela de Matemáticas-Especialización en Educación Matemática.Orientador GABRIEL YAÑEZ CANAL

PRESENTACIÓN

Indiscutiblemente la estadística ha jugado un gran papel en el desarrollo de la sociedad moderna, tanto como generadora de conocimiento -a través del análisis de datos- como en el desarrollo de habilidades para interpretar la información que permanentemente la misma sociedad nos ofrece. Razones más que válidas para incluir su estudio en el currículo escolar, e iniciarlo desde los primeros grados de escolaridad. En este contexto, surge la pregunta ¿cómo hacerlo?

Para responderla, es necesario recurrir a la esencia del pensamiento estadístico, con el ánimo de poder caracterizarlo teniendo en cuenta que la Estadística es básicamente una actividad aplicada, que se basa en datos con los cuales se opera para seleccionar, manipular y extraer información. Estas consideraciones elementales nos conducen a pensar que a la hora de enseñar estadística se deben plantear preguntas, recoger datos, representarlos en alguna forma, operar con ellos y obtener respuestas. Pero en lugar de trabajar conceptos y técnicas descontextualizadas, son varios los autores –con los que concuerdo-, que proponen que la mejor forma de introducir la estadística en nuestro programa curricular, es mediante el *trabajo con proyectos*, planteando a la clase un problema práctico que contextualice el aprendizaje, que sea de interés para las estudiantes y que requieran la estadística para resolverlo.

Mediante el desarrollo de proyectos estadísticos se pretende que el estudiante realice los mismos pasos que los estadísticos siguen para el desarrollo de sus investigaciones: formulen preguntas, definan los datos que se deben recolectar, hagan análisis de los mismos y finalmente obtengan conclusiones relacionadas con la pregunta planteada.

Por esto, la pretensión de este trabajo es dar respuesta a la pregunta que indaga por el efecto que tiene la implementación de una metodología por proyectos estadísticos con niños de quinto grado de primaria, respondiendo específicamente a la pregunta: **¿Qué características tiene el pensamiento estadístico de los niños de 5º grado, inmersos en un proceso de enseñanza basado en el desarrollo de proyectos?**

La propuesta es de carácter explorativo descriptivo, desarrollada con una población de 48 niñas del grado 5-01 del Instituto Gabriela Mistral de Bucaramanga, a través de un proceso de enseñanza basado en proyectos.

Los proyectos realizados fueron “Comprar y comparar” y “El consumo de energía de mi hogar”, en los cuales las estudiantes participaron activamente en la elaboración de cuestionarios y toma de datos, construcción de tablas de frecuencia simples y cruzadas, representación de datos, interpretación de tablas y gráficos, elaboración de observaciones y conclusiones a partir del análisis de las mismas, valorando la utilidad de la estadística en la toma de decisiones frente al ahorro a la hora de comprar y las medidas necesarias para disminuir costos del servicio de energía eléctrica.

Una de las razones que me llevó a realizar esta propuesta mediante el desarrollo de proyectos de Estadística es el sentirme más fortalecida en los conocimientos que me brindó la Universidad en la especialidad en matemáticas, y el observar que en el colegio donde laboro, los docentes de primaria no incluimos en el programa de matemáticas la enseñanza de temas estadísticos debido a la poca formación en matemáticas de la mayoría de nosotros, retrasando el necesario proceso de desarrollo de los niños en esta tan especial forma de pensar. También he podido observar que cuando se incluye su enseñanza, las actividades planeadas no corresponden a temas de interés de los educandos, ya que en la mayoría de los casos nos limitamos simplemente a repetir actividades sugeridas de los textos, pero sin que ellos comprendan el por qué de lo que hacen, limitando la incorporación de conceptos y procedimientos estadísticos en su cotidianidad.

Este informe consta de cinco capítulos:

CAPÍTULO 1. ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA: UNA NECESIDAD EN LA ESCUELA, en la cual se resaltan las diversas propuestas tanto de autoridades educativas como de especialistas en educación estadística sobre la necesidad de incluir su enseñanza en el currículo escolar.

CAPÍTULO 2. EL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO, en el que expongo un breve marco teórico relacionado con la definición dada por algunos autores sobre pensamiento estadístico, sus elementos y de las recomendaciones dadas para desarrollarlo.

CAPÍTULO 3. ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA MEDIANTE PROYECTOS: EL POR QUÉ DE LA PROPUESTA, en el que se exponen las recomendaciones dadas por diversos autores que apuntan a la propuesta de proyectos estadísticos para implementar la estadística en la escuela.

CAPÍTULO 4. EL DESARROLLO DE LOS PROYECTOS, donde se especifican los proyectos estadísticos a realizar, con las guías respectivas y la metodología empleada en su aplicación.

CAPÍTULO 5. EL APOORTE DE LOS PROYECTOS, donde tras el análisis de los resultados de la implementación de los proyectos, se describen las categorías:

1. La comprensión de los datos desde su contexto: Una posibilidad para inferir
2. El promedio: una medida de gran complejidad
3. El diagrama de barras: oportunidades y dificultades

Y donde se realiza la caracterización del pensamiento estadístico de las estudiantes participantes.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES halladas tras el desarrollo de la propuesta.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAPÍTULO 1

ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA: UNA NECESIDAD EN LA ESCUELA

La enseñanza de la estadística en todos los niveles educativos es hoy una realidad y una necesidad mundial. El interés por su enseñanza se debe en gran medida al reconocimiento de su utilidad en la vida cotidiana y en casi todas las profesiones: es habitual que las personas recibamos información estadística en notas de farándula (audiencia de programas televisivos, por ejemplo), reportajes periodísticos sobre economía e investigaciones de orden social, información en internet, encuestas a nivel nacional e internacional (principalmente en época de elecciones o momentos relevantes de la política), resultados de censos de población, índice de precios al consumidor, variación del comportamiento del dólar, el bolívar o el euro, de los precios del petróleo y el café, por ejemplo; necesitándose así ciudadanos competentes en el manejo e interpretación de la información estadística.

Godino, Batanero y Cañizares (1987) afirman que para formar ciudadanos competentes estadísticamente es necesario incluir su enseñanza desde los primeros grados de escolaridad, incorporando tanto conceptos estadísticos básicos como interpretación de gráficos sencillos y promedios a través de:

- Actitud crítica ante la información y mensajes transmitidos de forma gráfica.
- Valoración de la expresividad del lenguaje gráfico como forma de representar muchos datos.
- Sensibilidad y gusto por las cualidades estéticas de los gráficos observados o elaborados.

Así mismo, Batanero (2001) afirma que la posibilidad de tener buenos científicos, administradores y políticos en un país obedece en gran medida a la ayuda que preste la escuela a los estudiantes en cuanto a *“evitar errores en su razonamiento y toma de decisiones en situación de incertidumbre”*. Es decir, la escuela tiene la gran responsabilidad de formar a estos ciudadanos competentes en el manejo e interpretación de información estadística, por esto el interés en la mayoría de países de incluir su estudio desde los primeros grados de escolaridad.

En los Principios y Estándares Curriculares del Nacional Council of Teachers of Mathematic (NCTM, 2000) se recogen los siguientes objetivos para los niveles de 3º a 5º de primaria:

- Diseñar investigaciones para contestar una pregunta y considerar como los métodos de recogida de datos afectan al conjunto de datos.
- Recoger datos de observación, encuestas y experimentos.

- Representar datos en tablas, gráficos de línea, puntos, y barras.
- Reconocer las diferencias al representar datos numéricos y categóricos.
- Usar las medidas de posición central, particularmente la mediana y comprender que es lo que cada una indica sobre el conjunto de datos.
- Comparar distintas representaciones de los mismos datos y evaluar qué aspectos importantes del conjunto de datos se muestran mejor con cada una de ellas.
- Proporcionar y justificar conclusiones y predicciones basadas en los datos y diseñar estudios para mejorar las predicciones y conclusiones.

Proponiendo que para estos grados los niños deben ser capaces de:

1. Ver el conjunto de datos como un todo, describir su forma y usar las características estadísticas, como el rango y las medidas de tendencia central para comparar conjuntos de datos.
2. Considerar que los datos son muestras recogidas de poblaciones mayores y llevar a cabo investigaciones y proyectos, considerando el ciclo: formular preguntas, recoger datos, representarlos.
3. Analizar si sus datos proporcionan la información necesaria para responder sus preguntas. Podrían recoger datos o usar otros disponibles en la escuela o en la ciudad, por ejemplo, del censo o sobre el tiempo u otros disponibles. La experiencia con una variedad de gráficos les permitirá comprender los valores en los ejes horizontal y vertical, la utilidad de las escalas y cómo representar el cero en un gráfico.

De igual forma, en los estándares curriculares propuestos en Colombia por el Ministerio de Educación Nacional MEN (Lineamientos Curriculares de Matemáticas, 1998), se plantea desarrollar el pensamiento aleatorio y sistemas de datos mediante el estudio de “situaciones susceptibles de análisis a través de recolección sistemática y organizada de datos, ordenación y presentación de la información, gráficos y su interpretación, métodos estadísticos de análisis, nociones de probabilidad, relación de la aleatoriedad con el azar y noción del azar, ejemplos en situaciones reales, tendencias, predicciones y conjeturas” (pág. 43). En particular, el MEN propone en relación al desarrollo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos que los estudiantes al terminar el grado quinto estarán en capacidad de

1. Representar datos usando tablas y gráficos (pictogramas, gráficos de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
2. Comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
3. Interpretar información presentada en tablas y gráficos (pictogramas, gráficos de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
4. Conjeturar y poner a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
5. Describir la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y compararlos con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos.

6. Usar e interpretar la media (o promedio) y la mediana y comparar lo que indican.
7. Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.

Y aunque la inclusión de contenidos de estadística –en particular la recolección y tratamiento de la información- es un hecho en el currículo colombiano, su estudio muchas veces se ignora o se reduce a unas pocas pinceladas de estadística descriptiva y probabilidad, con un tratamiento de repetición de ejemplos de los textos escolares y en la ejercitación de técnicas y procedimientos poco interesantes para el alumnado. Esta situación puede tener varias explicaciones: en primer lugar, su estudio normalmente se asigna a una última unidad que por cuestiones del tiempo escolar muchas veces no se alcanza a desarrollar, en segundo lugar, los docentes de matemáticas solemos dar prioridad al desarrollo de temarios de aritmética o álgebra y por último, la poca formación de los docentes en estadística, quienes no nos sentimos seguros de los conocimientos estadísticos y menos aún de la metodología adecuada para abordar estos tópicos en el aula de clase. Pero esta situación está cambiando, ya que los docentes nos hemos interesado en la formación y en el propiciar en el aula actividades interesantes con las cuales desarrollar estos temarios.

Al iniciar el estudio de la estadística desde los primeros grados de escolaridad se pretende que los estudiantes logren una mayor comprensión del mundo actual repleto de información estadística. Salcedo (2005) afirma que existen muchas críticas a la metodología utilizada en la enseñanza de la estadística orientada hacia la solución de ejercicios -centrados en la realización de cálculos- cuyos datos a veces resultan poco significativos por su escasa relación con la realidad y el contexto del estudiante, y con la cual se descuidan valiosos elementos de tipo conceptual y que esta forma de enseñar poco o nada favorece la comprensión de las grandes ideas estadísticas y que lo adecuado es desarrollar el *Pensamiento Estadístico* (Statistical Thinking).

Para los docentes de matemáticas es bastante común leer en los planes curriculares la necesidad de *desarrollar el pensamiento estadístico*, pero creo que aún no tenemos claro el cómo desarrollarlo y menos aún qué es el pensamiento estadístico. Trato de dar respuesta a estos cuestionamientos en el próximo capítulo.

CAPÍTULO 2

PENSAMIENTO ESTADÍSTICO

El deseo de desarrollar en los estudiantes un “pensamiento estadístico” ha generado diversos estudios en el área de la educación estadística. No obstante, existe poca literatura respecto al significado de pensamiento estadístico.

Wild y Pfannkuch (1999) señalan que el término pensamiento estadístico es como la personificación estadística del “sentido común”, que “lo sabemos cuando lo vemos” o quizás más exactamente, que su ausencia es a menudo bastante obvia. Es decir, que en lugar de ser un concepto claramente precisado y entendido, es más “como una mantra que evoca las cosas entendidas a un nivel vago, intuitivo, y poco examinado” (Wild y Pfannkuch, 1999, pág. 223).

Snee (1990, pág. 118) citado por Wild y Pfannkuch (1999), define el pensamiento estadístico como el proceso del pensamiento que permite identificar, caracterizar, cuantificar y controlar la variación que está omnipresente en el mundo actual.

Para Garfield y Chance (2000) citado por Salcedo (2005), es la forma como las personas discurren frente a las ideas estadísticas y les dan sentido a la información estadística.

Para Rocha (2005) es una habilidad que les permite a las personas realizar juicios usando criterios apoyados en el análisis de datos bajo un contexto determinado.

Elementos del pensamiento estadístico

A partir de la literatura existente sobre el pensamiento estadístico, la propia experiencia y la entrevista a estudiantes de estadística y a estadísticos, Wild y Pfannkuch (1999) identifican cuatro elementos o dimensiones importantes de la rica complejidad del pensamiento estadístico: el ciclo investigativo, tipos de pensamiento, el ciclo interrogativo y las disposiciones (o actitudes).

1. El ciclo investigativo. Se refiere a la manera como la persona actúa y piensa durante la investigación estadística. Se siguen los pasos formales que un estadístico realiza durante el desarrollo de una investigación estadística. No se diferencia mucho de otras propuestas de estructuración del proceso de resolución de problemas estadísticos.

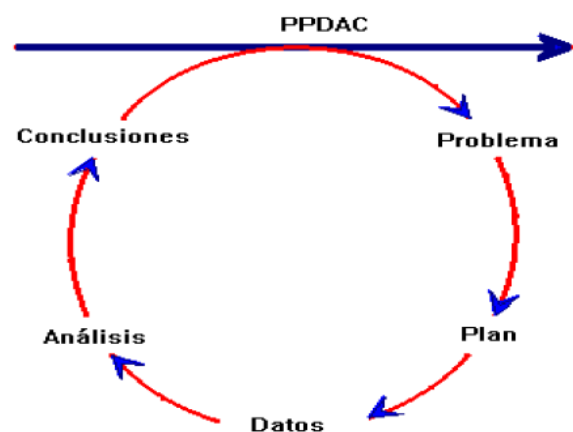


Fig. 1 Proceso PPDAC

Un ciclo de PPDAC (formulación de un **problema**, **planificación**, recolección de **datos**, interpretación y **análisis**, extracción de **conclusiones**) se preocupa por resumir y resolver un problema estadístico conectándolo con un problema "real" más grande. Se parte del ciclo estadístico: Formulación del *problema*, diseño del *plan*, recolección de *datos*, *análisis* de datos, y extracción de *conclusiones*.

2. Tipos de pensamiento. Para los autores estos tipos de pensamiento son los cimientos en que los que descansa el pensamiento estadístico, son los aspectos importantes que deben pensarse al trabajar en problemas de estadística. Consideran unos tipos de pensamiento generales como el estratégico, la búsqueda de explicaciones, la modelización y la aplicación de técnicas y otros inherentes a la actividad estadística: reconocimiento de la necesidad de datos, la transnumeración (cambiar las representaciones para mejorar la comprensión), la consideración de la variación, el razonamiento con modelos estadísticos y la integración de la estadística y el contexto.

Entre los tipos de pensamiento que se utilizan en el contexto estadístico general están:

- a. *Pensamiento estratégico*: los autores llaman así al propósito de elegir lo qué haremos (favorecer el futuro) y cómo lo haremos. Se incluyen aspectos como: el planear cómo abordar una tarea, la división de tareas en "pequeñas tareas", estipular plazos para la realización de las tareas, la división del trabajo y la anticipación a problemas y el planear cómo evitarlos. Una parte importante del pensamiento estratégico es tener conciencia de las limitaciones (tales como prejuicios, pocas habilidades de comunicación, falta de perseverancia o confianza, tiempo, dinero y equipo, etc.) que deben considerarse en la planeación.
- b. *Modelación*: la construcción de modelos y su utilización para comprender y predecir el comportamiento del mundo que nos interesa estudiar es una forma general del pensamiento. Todos los modelos son simplificaciones de la realidad y están basados en informaciones reales del contexto.
- c. *Aplicando Técnicas*: una técnica básica utilizada en la resolución de problemas es el usar la experiencia vivida con problemas "similares", es decir encontrar la forma de ubicar un nuevo problema dentro de un problema que ya ha sido resuelto antes.

Con el uso de estadísticas, primero *reconocemos* los elementos de nuestro contexto, operando sin un *modelo*, y así ubicamos e *interpretamos* los resultados en otro contexto.

Entre los tipos de pensamiento propios a la actividad estadística están:

- a. *Reconocer la necesidad de datos*: al resolver un problema es fundamental reconocer que las experiencias personales y la evidencia anecdótica no son suficientes y nos pueden llevar a tomar decisiones erradas. Muchas de las situaciones cotidianas sólo pueden comprenderse desde el análisis de datos recopilados intencionadamente para tener evidencia empírica.

b. *Transnumeración*: término acuñado por los autores y definido como “las transformaciones numéricas hechas para facilitar la comprensión”.

La transnumeración ocurre cuando encontramos maneras de obtener datos (a través de medidas o clasificaciones) que capturan los elementos significativos del sistema real; cuando hacemos una descripción cuantitativa del sistema real; cuando se cambian los resúmenes estadísticos a formas que se relacionan más directamente al problema del sistema real. Está presente en todo análisis estadístico de datos y se ocurre cada vez que cambiamos nuestra forma de mirar esos datos con la esperanza de encontrarles nuevo significado.

Batanero (pág. 7, 2002) afirma que puede haber tres clases de transnumeración:

1. “A partir de la medida que “captura” las cualidades o características del mundo real,
2. al pasar de los datos brutos a una representación tabular o gráfica que permita extraer sentido de los mismos.
3. al comunicar este significado que surge de los datos, en forma que sea comprensible a otros”.

c. *Consideración de la Variación*: la variación y la manera como se le tome en cuenta, es lo que hace que una actividad sea estadística. Las primeras afirmaciones relacionadas con la “variación” son: la variación es omnipresente (la variabilidad afecta todos los aspectos de vida y todo lo que observamos), la variación puede tener consecuencias prácticas serias y las estadísticas nos dan los medios para entender un mundo rodeado por la variación. La estadística modela la variación con el propósito de hacer predicciones, buscar explicaciones y causas de la misma y aprender del contexto.

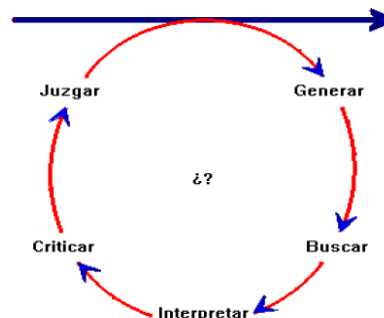
d. *Razonamiento con modelos estadísticos*: todo razonamiento usa modelos. La principal contribución de la estadística para el pensamiento ha sido el desarrollo de métodos para el diseño y análisis de estudios, a partir de modelos matemáticos. Actualmente hay necesidad de extender el alcance de los modelos estadísticos.

e. *Integración de la estadística y el contexto*: el conocimiento estadístico, el conocimiento del contexto y la información que proviene de los datos son necesarios para que se produzca el pensamiento estadístico. El pensamiento en sí es la síntesis de estos elementos, que se realiza para producir implicaciones, conceptos y conjeturas. Uno no puede lograr el pensamiento estadístico sin un poco de conocimiento del contexto.

3. El ciclo interrogativo. Hace referencia a la actitud crítica presente en diferentes momentos del proceso investigativo.

Este ciclo involucra la generación de ideas, la búsqueda de alternativas e interpretaciones y la crítica y valoración de los resultados. El ciclo se aplica en los niveles macro, pero también en los niveles muy detallados del pensamiento porque el ciclo interrogativo es recurrente

Fig. 2 Ciclo Interrogativo



El análisis detallado de las entrevistas llevó a los autores a afirmar que “el pensador” está siempre en estados interrogativos mientras está resolviendo los problemas estadísticos.

Generar: Las posibilidades individuales y/o grupales de generación de ideas. La generación de posibilidades de solución puede surgir del contexto, de los datos o del conocimiento estadístico y puede aplicarse al problema presente, o puede registrarse para la investigación futura.

Buscar: Luego de la generación de ideas se sigue la búsqueda de información. Dicha búsqueda puede ser interna (la persona piensa "yo sé algo sobre esto", excavando en sus recuerdos) o externa (obtener información e ideas de las fuentes ajenas al individuo al grupo).

Interpretar: Refiriéndose a la toma de decisiones y procesos realizados con la información encontrada. Este proceso aplica a todos la información encontrada, incluso a las gráficas, resúmenes y otros productos del análisis estadístico.

Leer/ver/oír → traducir → resumir internamente → comparar → conectar
"Conectar" en este proceso se refiere al enlace de las nuevas ideas e información con nuestros modelos mentales existentes, agrandando dichos modelos para abarcar estas relaciones mutuas.

Criticar: En esta etapa se contrapesa el conocimiento del contexto, el conocimiento estadístico contra las restricciones encontradas en la etapa anterior. Los autores encontraron que algunos de los estudiantes entrevistados luego de la conexión de la información se apresuraban a “juzgar” (emitir juicios) obviando esta fase.

Juzgar: Este el punto final de la decisión crítica. Lo que guardamos, desechamos, ignoramos, lo que continuamos dudando, lo que creemos. Emitimos juicios a aspectos como la fiabilidad de la información, la utilidad de las ideas, la viabilidad de los planes diseñados, la conformidad de los dos contextos (real y estadístico), la necesidad de más investigación, etc.

4. Disposiciones o actitudes: Elemento concerniente a las cualidades y actitudes personales que se asumen cuando se enfrentan problemas y que afectan e intervienen en los modos de pensamiento estadístico. La naturaleza de estas disposiciones emergió de las entrevistas de los estadísticos y se reconocieron posteriormente en el trabajo en los estudiantes. Algunos de ellos son: escepticismo, imaginación, curiosidad y expectación, apertura, franqueza, propensión a buscar un significado más profundo, lógico y perseverante. Estos elementos son genéricos, pero parecen importantes en el contexto de la solución de problemas estadísticos.

En resumen, muchos aspectos identificados por los autores relacionan que las habilidades que resuelven un problema general son aplicadas al contexto estadístico, emergiendo entonces que el pensamiento estadístico **es la integración de la comprensión del problema real y el estadístico.**

Wild y Pfannkuch (1999) señalan que diversos autores utilizan indistintamente los términos “pensamiento estadístico” y “razonamiento estadístico”. Al respecto Salcedo (2005) plantea algunas diferencias:

Razonamiento Estadístico	<i>Manera como las personas argumentan sobre las ideas estadísticas y el sentido que le dan a la información estadística</i>	<i>Implica interconectar conceptos o combinar ideas, significa entender -y explicar- los procesos estadísticos e interpretar completamente sus resultados</i>
Pensamiento Estadístico	<i>Implica la comprensión del por qué y de cómo se realizan las investigaciones estadísticas. Gal (2002)</i>	<i>Incluye reconocer y comprender el proceso investigativo completo, entendiendo cómo se utilizan los modelos, cómo se producen los datos, y reconociendo el cómo, cuándo, y por qué los instrumentos deductivos existentes se pueden utilizar, y generar conclusiones a partir del entender y utilizar el contexto de un problema.</i>

Si acogemos las definiciones anteriores, el pensamiento estadístico resulta no ser un concepto complicado o extraño a nuestra cotidianidad. Pero no nos será posible el desarrollo del pensamiento estadístico en nuestros estudiantes si no tenemos en cuenta sus elementos al formular las actividades curriculares.

¿Cómo formar estudiantes que piensen estadísticamente? Considero que para posibilitar el desarrollo del pensamiento estadístico, la metodología a emplear en su enseñanza debe ser muy diferente a la tradicional, donde se enfatiza en el cálculo de algoritmos y en la replicación en el tablero de ejercicios del libro texto. Creo que ésta debe ser enseñada de manera activa y constructiva, en donde los estudiantes elaboren y lleven a cabo pequeñas investigaciones estadísticas (desde la formulación de la pregunta hasta la generación de conclusiones) a través de proyectos de aula sobre temas de su interés.

Al desarrollar los contenidos de clase mediante proyectos de aula, no sólo conectamos los contenidos de la matemática escolar con la realidad, dotando de sentido y significado el aprendizaje sino que posibilitamos la interdisciplinariedad entre las diferentes áreas del currículo. Además, al desarrollar un proyecto de aula podemos trabajar diversos contenidos, contrario a lo que pasa con los problemas y ejercicios “tradicionales” de clase donde nos concentramos en un sólo concepto o propiedad.

Además de ayudar a los estudiantes a aprender estadística, los proyectos contribuyen con el incremento de las capacidades de innovación, creatividad y actitud crítica. Y al participar en la planeación, recolección de información, presentación e interpretación de resultados, los estudiantes pueden también generar ideas y discusiones, dar soluciones a diversas situaciones, extraer conclusiones con mejores argumentos.

Para obtener un mejor aprovechamiento de la enseñanza de la estadística, es recomendable que los proyectos a realizar se desarrollen desde contextos

específicos -ceranos al estudiante- y con datos reales y es esta propuesta la que ampliaré en detalle en el próximo capítulo: ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA MEDIANTE PROYECTOS.

CAPÍTULO 3

ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA MEDIANTE PROYECTOS: EL POR QUÉ DE LA PROPUESTA

La estadística es hoy una parte de la educación general deseable para los ciudadanos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios de comunicación; en nuestro país, con la reciente formulación de los estándares curriculares, se ha incluido la estadística en los planes y programas académicos de las instituciones educativas en cada uno de los grados escolares.

Las razones que justifican la enseñanza de la estadística en la escuela son, entre otras:

- ✚ La utilidad para la vida del joven luego de la escuela, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema.
- ✚ Ayuda a comprender diversos temas del currículo, en áreas –cómo física, biología, química, historia o economía- en las que con frecuencia aparecen gráficos o conceptos estadísticos.
- ✚ La educación estadística promueve la formación de personas con un espíritu crítico, un razonamiento diferente y complementario a la matemática en el que se relacionan habilidades como la comunicación y la resolución de problemas
- ✚ Y como la estadística básica no requiere de complejos procedimientos matemáticos y si posibilita muchas aplicaciones, es una buena oportunidad para mostrar a los estudiantes la utilidad de la matemática en la solución de para problemas reales.

Son varios los autores que reclaman su enseñanza desde la escuela, al respecto Holmes (1980) señala que:

- La Estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos. Para orientarse en el mundo actual, ligado por las telecomunicaciones e interdependiente social, económica y políticamente, es preciso interpretar una amplia gama de información sobre los temas más variados.
- Es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan conocimientos básicos del tema. La estadística es indispensable en el estudio

de fenómenos complejos, en los que hay que comenzar por definir el objeto de estudio y las variables relevantes, tomar datos de las mismas, interpretarlos y analizarlos.

- Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva.

Así mismo, Batanero (2001) considera que los principales fines de la enseñanza de la Estadística en la escuela son:

- Que los estudiantes lleguen a comprender y apreciar el papel de la estadística en la sociedad, conociendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que la estadística ha contribuido a su desarrollo.
- Que los estudiantes lleguen a comprender y a valorar el método estadístico, esto es, la clase de preguntas que un uso inteligente de la estadística puede responder, las formas básicas de razonamiento estadístico, su potencia y sus limitaciones.

Están claras las ventajas de la inclusión de su enseñanza en el currículo, pero ¿cómo hacerlo? Los estándares curriculares para el área de Matemáticas formulados por el (MEN) plantea, entre otras metodologías, el partir de *situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo de las matemáticas*¹ para desarrollar procesos, situaciones y actividades contextualizadas.

En relación con la estadística el MEN recomienda la necesidad de abordar su enseñanza desde contextos significativos, en donde “[...] la presencia de problemas abiertos con cierta carga de indeterminación, permitan exponer argumentos estadísticos, encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones”. Requiriendo entonces el planteamiento de actividades en los que permitamos a los estudiantes:

“Explorar e interpretar los datos, relacionarlos con otros, conjeturar, buscar configuraciones cualitativas, tendencias, oscilaciones, tipos de crecimiento, buscar correlaciones, distinguir correlación de causalidad, calcular correlaciones y su significación, hacer inferencias cualitativas, diseños, pruebas de hipótesis, reinterpretar los datos, criticarlos, leer entre líneas, hacer simulaciones, saber que hay riesgos en las decisiones basadas en inferencias” (MEN, 1998, pág. 48).

El MEN enfatiza también que actualmente no es tan importante que los estudiantes memoricen fórmulas y sean habilidosos en el cálculo de algunos valores, como sí lo es el que desarrollen el pensamiento aleatorio, el cual permitirá entre otras cosas, “interpretar, analizar y utilizar los resultados que se publiquen en periódicos y revistas, que se presenten en la televisión o que aparezcan en

¹ Situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos (MEN).

pantalla o en hojas impresas como productos de los distintos programas de análisis de datos” (MEN, 2003, pág. 65).

De igual forma, diversas teorías de aprendizaje de las matemáticas resaltan el papel de la resolución de problemas, de la participación activa del estudiante en la construcción del conocimiento y de la necesidad de partir desde el contexto y la cotidianidad para potenciar la mayor comprensión. Por ejemplo, Ausubel (2000) menciona que para que el aprendizaje sea significativo los docentes debemos:

- Fundamentar el desarrollo de los contenidos curriculares en situaciones y contextos próximos a la vida del estudiante, de manera que el conocimiento no sólo se muestre como verdadero sino también útil y agradable.
- Tener en cuenta los conocimientos que el estudiante ya posee (pre saberes), así como, las actitudes y procedimientos, y cómo van a interactuar con la nueva información proporcionada. Se requiere que la nueva información sea asimilada e integrada a los conocimientos previos, para su comprensión, adquiriendo así, nuevos significados o conceptos.
- Pero no sólo debemos relacionar los nuevos conocimientos con los contenidos previos de que dispone el estudiante, sino también, buscar el sentido y utilidad de estos - captando su interés- para que se esfuerce por comprenderlos.

Por lo tanto, para que las situaciones de enseñanza programadas favorezcan un aprendizaje significativo, estas deberían plantearse desde la realización de proyectos de aula –fundamentados en aspectos de la vida cotidiana de los estudiantes–, permitiendo el trabajo con datos reales, abordando problemas de su interés y de la cotidianidad. Al respecto Vasco, citado por el MEN, afirma que “[...] la búsqueda de respuestas a preguntas que sobre el mundo físico se hacen los niños resulta ser una actividad rica y llena de sentido si se hace a través de recolección y análisis de datos. Decidir la pertinencia de la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener las respuestas lleva a nuevas hipótesis y a exploraciones muy enriquecedoras para los estudiantes. Estas actividades permiten además encontrar relaciones con otras áreas del currículo y poner en práctica conocimientos sobre los números, las mediciones, la estimación y estrategias de resolución de problemas[...]

 (MEN, 1998, pág.43)

Mediante la elaboración de proyectos estadísticos en el aula desarrollamos los contenidos estadísticos en un contexto cercano al estudiante. Con estos proyectos permitimos que los estudiantes elijan un temario de su interés, se propongan metas y objetivos, planteen estrategias para la obtención de datos, realicen encuestas, recojan, analicen e interpreten información.

Batanero y Díaz (2005) recomiendan la implementación de proyectos estadísticos en el aula “[...] en lugar de introducir los conceptos y técnicas descontextualizadas, o aplicadas únicamente a problemas tipo, difíciles de encontrar en la vida real: se trata de presentar las diferentes fases de una

investigación estadística: planteamiento de un problema, decisión sobre los datos a recoger, recolección y análisis de datos y extracción de conclusiones sobre el problema planteado” (pág. 6). Estas autoras resaltan también que la ejecución de proyectos aumentan la motivación de los estudiantes, ya que la solución de ejercicios descontextualizados en donde se pide al estudiante, por ejemplo, calcular la media o la mediana de un conjunto de datos tomados de cualquier texto vuelve molesto y aburrido su aprendizaje.

Holmes (1997), citado por Batanero y Díaz (2005), sugiere que si los estudiantes trabajan la estadística por medio de proyectos se consiguen varias cosas positivas:

- ✓ Los proyectos permiten contextualizar la estadística y hacerla más relevante. Si los datos surgen de un problema, son datos con significado y tienen que ser interpretados.
- ✓ Los proyectos refuerzan el interés, sobre todo si es el estudiante el que elige el tema. El estudiante quiere resolver el problema -no es impuesto por el profesor.
- ✓ Se aprende mejor qué son los datos reales, y se introducen ideas que no aparecen con los “datos inventados por el profesor”: precisión, variabilidad, fiabilidad, posibilidad de medición, sesgo.

Batanero (1999) afirma que mientras los ejercicios propuestos en los libros de texto se centran en los conocimientos técnicos, la realización de un proyecto estadístico hace que los estudiantes adquieran también conocimientos estratégicos y que estos contribuyen además en el desarrollo de la competencia comunicativa (ya que el estudiante debe expresarse de forma oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas), fomentan la autonomía, la perseverancia, la iniciativa y la reflexión crítica (al planear estrategias, asumir retos y tomar de decisiones).

Al trabajar con una situación real en la cual los estudiantes deban, entre otras cosas, recoger información, hacer consultas para añadir información a la base de datos construida, manipular los datos, construir y/o interpretar gráficos, predecir comportamientos, hallar regularidades, y tomar decisiones según el análisis realizado, los estudiantes pueden entender y valorar más el trabajo realizado por los centros especializados en información estadística como el DANE y las empresas encuestadoras, y si entienden la importancia que tiene en un estudio la información fiable, se mostrarán más dispuestos a colaborar cuando se les solicite su participación y respuesta en encuestas de opinión y censos de población.

Godino y Batanero (2001) recomiendan que para el desarrollo del pensamiento estadístico de los estudiantes se deban seguir las siguientes orientaciones:

1. Involucrar a los estudiantes en el desarrollo de proyectos sencillos y atractivos, en los que ellos deban recoger sus propios datos (a partir de la observación, encuestas y mediciones). Los proyectos se crean para introducir en la clase una filosofía exploratoria y participativa.

2. Concienciar a los estudiantes de la necesidad de encontrar muchos datos, ya que con un solo dato no se pueden contestar varias preguntas.
3. Concienciar a los estudiantes de las tendencias y la variabilidad en los datos y cómo estas pueden usarse para responder preguntas sobre los mismos o para hacer comparaciones con los mismos.
4. Visualizar gradualmente que los datos recogidos son una *muestra* de una *población* más amplia y de cuáles deben ser las condiciones a cumplir para que los datos de la muestra puedan representar los datos de toda la población.
5. Alentar a los estudiantes a representar sus datos en tablas y gráficas, cuidando las cualidades estéticas y matemáticas de las gráficas de modo que los datos queden correctamente representados en ellos y advertir de la facilidad con que una gráfica puede ser engañosa.

Al implementar en la clase de matemáticas proyectos estadísticos (imaginados como verdaderas investigaciones asequibles al nivel y limitaciones del estudiante) posibilitamos el que el estudiante siga los pasos formales que un estadístico realiza durante el desarrollo de una investigación, es decir, estamos involucrando los elementos del ciclo investigativo -propuesto por Wild y Pfannkuch.

Godino y Batanero también proponen varios proyectos estadísticos a realizar tanto en primaria como en secundaria. Tras revisar y analizar algunas de estos proyectos podemos formular algunas etapas claves en su realización:

Formulación del proyecto a realizar:

El primer paso en la planeación de un proyecto de estadística debe ser el pensar en cómo poner en contacto a los estudiantes con sistemas de datos reales y de su interés; los temarios podrían ser tan variados como: resultados deportivos de sus equipos favoritos, gasto promedio en las onces de sus compañeros de clase, nivel de sintonía de sus programas preferidos, precios de algunos productos cotidianos en la compra familiar, estado de nutrición y crecimiento de su grupo escolar, edad promedio del inicio de la vida sexual de los jóvenes y el uso de métodos anticonceptivos, el cobro de los servicios públicos según consumo y estrato, etc. Acordado el proyecto a realizar se formularán algunas preguntas claves que deberán ser respondidas al recoger y analizar la información.

Diseño de la encuesta:

Luego del planteamiento de los posibles proyectos, se organiza al grupo en pequeños subgrupos, quienes una vez hayan seleccionado el trabajo que desean hacer, deben documentarse sobre el tema antes de elaborar las preguntas.

Se requiere que los estudiantes conozcan el tema que van a abordar y que planteen posibles variables de estudio como ejercicio de análisis y motivación respecto al tema. Conocidas estas variables los estudiantes pasan a la formulación de las preguntas del cuestionario o encuesta con la cual van a recoger la información.

Recolección de la información

Dependiendo del proyecto elegido los estudiantes pueden recolectar la información en el aula de clase (encuestando a sus propios compañeros, por ejemplo) fuera del aula (encuestando a estudiantes de otros grados, o revisando información de periódicos o del internet) y si es necesario, salir de la institución, acompañados del docente o de sus padres, para recolectar la información en sitios diversos de su ciudad. No es necesario que todas las encuestas o mediciones se hagan en la hora de clase de matemáticas, ya que podríamos retrasar la programación y desarrollo de otros temarios del área; en los recreos es un buen momento para hacerlas, o en las horas contrarias al horario de clase.

En todo caso hay que dar algunas pautas claves para la aplicación de las encuestas, como el de la amabilidad con el encuestado y el dar toda la información sobre los fines de la misma. Y si es posible hablar con los encargados para los permisos y autorización para dichas encuestas.

Ampliación de la información

Para tener disposición de todos los datos recogidos por los diferentes grupos, cada grupo puede hacerse a una fotocopia de la información recogida por los demás grupos. Luego, en un solo documento se unifica la información, para lo cual se puede elegir un secretario en cada grupo, el cual transcribe la información que de manera ordenada le leen el resto de los compañeros de grupo.

Elaboración de gráficos

Dentro de los gráficos estadísticos más comúnmente utilizados tenemos los diagramas de barras y el gráfico de sectores (o diagrama circular), por lo cual es recomendable que los estudiantes elaboren al menos uno de ellos para el manejo de la información encontrada en la toma de datos. Estos gráficos serán de gran utilidad al hacer un primer análisis de los datos.

Cálculo de parámetros

Podemos comenzar formulando diversas preguntas a los estudiantes y ver con esto la necesidad de realizar algunos cálculos, de encontrar algunas medidas (como el promedio, o la moda). Cálculos que realizados desde el contexto del problema a tratar tienen real significado para los estudiantes, y facilita la interpretación de los mismos en la lectura de futura información estadística. Se puede pedir a los estudiantes consultar el cómo hacer el cálculo de dichas medidas o ser explicadas mediante una guía de apoyo o por el docente en clase.

Análisis de la información

En esta etapa los estudiantes deben encontrar respuesta a las preguntas formuladas al comienzo del proyecto y posiblemente tendrán que comparar los resultados de unas variables con respecto a otras (por ejemplo, comparación de precios según supermercados o plazas o según marcas, o según estrato socioeconómico, comparación de alturas contra pesos, consumo del servicio público y cantidad de integrantes de la familia, edad de inicio de la vida sexual

según género y otras). Con las medidas encontradas en la etapa anterior, podrán hacer dicha comparación y luego formular sus conjeturas y conclusiones.

Conclusiones y respuesta a las preguntas del proyecto

Al finalizar el proyecto se espera que los estudiantes hayan mejorado su capacidad para hacer conjeturas, extraer conclusiones de los datos, interpretar las medidas de tendencia central o de dispersión desde el contexto de donde surgen los datos y responder así a las preguntas formuladas, con argumentos claros y válidos generados según el análisis hecho. Estas respuestas y conclusiones pueden irse haciendo paralelamente al proyecto, no es necesario que éste finalice para dar las respuestas.

Al plantear un proyecto estadístico lo deseable sería que los propios estudiantes eligieran el tema en el que quisieran trabajar y elaboraran sus propios proyectos en pequeños grupos. Pensando en ello y teniendo en cuenta algunos de los temarios curriculares propuestos para las matemáticas de quinto grado (entre ellos el porcentaje) presenté a los estudiantes diversas propuestas de “investigaciones” a realizar (votaciones escolares, precios de los alimentos según plazas de mercado, preferencias deportivas, lectura de los recibos de servicio público, entre otras) acordamos desarrollar dos de ellos que serán presentados en el próximo capítulo.

CAPÍTULO 4

EL DESARROLLO DE LOS PROYECTOS

Teniendo en cuenta la edad de las estudiantes (10 y 11 años), la realidad socioeconómica de sus familias y las pretensiones de las estudiantes por ayudar a la economía familiar, se acordó en clase la realización de dos “pequeñas investigaciones” o proyectos estadísticos los cuales titulamos “*COMPRAR Y COMPARAR*” y “*CONSUMO DE ENERGÍA DE MI HOGAR*”.

“COMPRAR Y COMPARAR”

El proyecto comenzó con algunas conversaciones con las estudiantes sobre los gastos habituales de sus familias: mercado, vestido, colegio, pago de servicios públicos, arriendo.

Algunas niñas contaron que acompañaban a su mamá a la plaza los fines de semana, otras que ellas hacían normalmente los “mandados” de la tienda y por eso sabían algunos precios de los mercados, sin embargo, desconocían los costos del arriendo y de los servicios públicos, que muchas veces preocupaban a sus papás. Algunas dijeron que en el pago de servicios se podían estar debiendo hasta dos meses, tras los cuales si no se cancelaban llegaban a cortar el agua, la luz o el teléfono.

En general, las estudiantes dijeron que sus papás no les hablaban mucho de cuánto debían y si estaban al día o no en sus obligaciones, aunque si se quejaban de los altos costos y de la falta de dinero.

¿Qué podemos hacer nosotros para ayudar? La respuesta a este interrogante fue el punto de partida. Analizamos varias posibilidades y acordamos que en relación a los gastos de alimentación, que en primer lugar íbamos a ayudar indicando el lugar o lugares dónde más barato salía comprar (plazas de mercado, tiendas o supermercados) y que haríamos también un seguimiento a los consumos de los servicios de luz y agua, para luego implementar un plan de ahorro.

Una vez hecho esto, se propuso a las estudiantes hacer un estudio relacionado con los costos de los alimentos más comunes en la canasta familiar.

Formamos grupos de 4 estudiantes y escogimos los lugares en los que iban a aplicar sus encuestas.

Para decidir sobre cuáles productos indagar, se les propuso a las estudiantes que con la ayuda de sus padres elaboraran una lista de 12 o 15 productos básicos del

mercado, cuyo costo representara una parte importante del presupuesto familiar, indicando para cada producto la cantidad consumida semanalmente.

Luego de acordar sobre cuáles productos pedir información y cuáles plazas de mercado visitar (Central, La Concordia y Guarán, lugares donde normalmente hacían mercado sus padres), diseñamos el modelo de encuesta, las cuales fueron multiplicadas para ser después aplicadas (acordando algunas fechas para las salidas y solicitar a los padres las respectivas autorizaciones). El formato de la encuesta se presenta a continuación.

En este proyecto el concepto de promedio o media aritmética es de gran utilidad para poder comparar los resultados de las diversas plazas de mercado, unificando el dato de cada plaza, por esto consideré la necesidad de una guía para explicar a las estudiantes el procedimiento para calcular esta medida. Incluí también la presentación de las gráficas de barras múltiples.

INSTITUTO GABRIELA MISTRAL MISIONERAS DEL DIVINO MAESTRO

NOMBRE DE LA ESTUDIANTE: _____
GRADO: _____ FECHA: _____

¿QUÉ QUEREMOS?

El propósito de este proyecto es realizar un análisis de los precios de algunos productos de la canasta familiar, estableciendo una comparación entre los precios que se dan dentro de un mismo lugar (plaza de mercado) y de éstos con respecto a otro.

¡Vamos a comprar y a comparar!

En Bucaramanga encontramos varias plazas de mercado, entre ellas destacan la Plaza Central, la Plaza Guarín y la Plaza de la Concordia. Vamos a visitar tres puestos de venta en estas plazas y analizar los costos de algunos productos básicos de nuestra canasta familiar. Para no crear molestias en los vendedores llamaremos a los puestos A, B y C. Por ahora deja la casilla Promedio en blanco. Ya en clase hablaremos de este dato.

1. Registra los valores de la libra de carne de res según clase y puesto de venta.

PLAZA DE MERCADO	PUESTO	CHATAS	POSTA DE PIERNA	SOBREBARRIGA	CENTRO DE BRAZO	MURILLO	COSTILLA
CENTRAL	A						
	B						
	C						
	PROMEDIO						
GUARÍN	A						
	B						
	C						
	PROMEDIO						
LA CONCORDIA	A						
	B						
	C						
	PROMEDIO						

2. Continuemos preguntando por los precios de los productos de la canasta familiar. ¡Ahora vamos a indagar por la frutas! También preguntaremos por el precio de una libra, en tres puestos diferentes en cada plaza.

¿Cuál es el precio de nuestras frutas preferidas?

PLAZA DE MERCADO	PUESTO	DURAZNO	GUAYABA	LULO	UVA QUEEN	UVA CRIOLLA
CENTRAL	A					
	B					
	C					
	PROMEDIO					
GUARÍN	A					
	B					
	C					
	PROMEDIO					
LA CONCORDIA	A					
	B					
	C					
	PROMEDIO					



3. Las verduras, granos y tubérculos también ocupan un lugar importante en nuestras compras. Vamos a preguntar por sus precios por libra.

PLAZA DE MERCADO	PUESTO	ZANAHORIA	HABICHUELA	ARVEJA DESGRANADA	YUCA	PAPA
CENTRAL	A					
	B					
	C					
	PROMEDIO					
GUARÍN	A					
	B					
	C					
	PROMEDIO					
LA CONCORDIA	A					
	B					
	C					
	PROMEDIO					



4. Los cereales también son necesarios incluirlos en nuestra dieta diaria.

PLAZA DE MERCADO	PUESTO	ARROZ	AVENA	HARINA DE TRIGO	CUCHUCO DE CEBADA
CENTRAL	A				
	B				
	C				
	PROMEDIO				
GUARÍN	A				
	B				
	C				
	PROMEDIO				
LA CONCORDIA	A				
	B				
	C				
	PROMEDIO				

**INSTITUTO GABRIELA MISTRAL
MISIONERAS DEL DIVINO MAESTRO**



NOMBRE DE LA ESTUDIANTE: _____
GRADO: _____ FECHA: _____

¿QUÉ QUEREMOS?

El propósito de este proyecto es realizar un análisis de los precios de algunos productos de la canasta familiar, estableciendo una comparación entre los precios que se dan dentro de un mismo lugar (plaza de mercado) y de éstos con respecto a otro.

¡Vamos a comprar y a comparar!

Con la ayuda de los datos registrados en nuestra visita a las plazas de mercado responde:

1. Dentro de una misma plaza de mercado ¿varían muchos los precios de un mismo producto?
2. ¿A qué crees que se debe este hecho?
3. Para comparar con facilidad los precios de los productos entre las diferentes plazas de mercado vamos a utilizar una medida estadística llamada promedio.

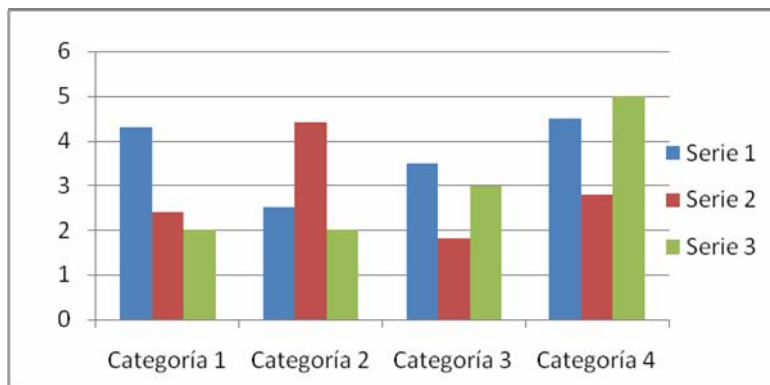


El promedio se establece realizando la suma de todos los datos y dividiendo el resultado entre el número de datos que se obtengan.

Con ayuda de los datos registrados por puesto y plaza de mercado, encuentra el promedio de precios de cada uno de los productos. Deja consignados cada uno de los procedimientos.

4. De acuerdo a los datos obtenidos en el numeral anterior construye un gráfico de barras correspondiente a:
 - a. Precio de libra de carne según su clase en cada plaza de mercado.
 - b. Precio de libra de fruta en cada plaza de mercado.
 - c. Precio de libra de verduras, tubérculos y granos por plaza de mercado.
 - d. Precio de libra de cada cereal por plaza de mercado.
5. Para comparar lo barato o caro que resulta comprar un producto determinado en una plaza de mercado u otra debemos comparar tres gráficas de barras. Esta comparación se puede mejorar si ubicamos en una misma gráfica los precios

según producto y plaza de mercado. Observa el siguiente ejemplo y realiza tus propias gráficas con la información registrada en cada plaza de mercado.



6. Con la información arrojada por cada gráfica podemos comparar los precios de los productos según plaza de mercado y elegir así la que más conviene a nuestra familia.
Realiza dicha comparación y cuenta a tus compañeras a cuál plaza de mercado irías y por qué.
7. Reúne la información de las tres plazas de mercado y encuentra el promedio del precio por libra de cada uno de los productos consultados. Presenta estos datos de forma ordenada en una tabla estadística.
8. En Colombia existe un Departamento especial que se encarga de recoger y registrar las estadísticas más importantes para el país, llamado DANE.
 - a. Consulta el significado de estas siglas.
 - b. Averigua la dirección de la página web de este organismo, entra a su página y observa algunas de las informaciones que maneja.
 - c. El DANE pone a disposición de la comunidad los precios de diversos productos según ciudad. Compara los precios que se presentan para la ciudad de Bucaramanga con los promedios hallados en el numeral anterior.
 - d. ¿Qué tanto difieren estos resultados con los tuyos? ¿Cómo explicarías la diferencia?

“CONSUMO DE ENERGÍA DE MI HOGAR”

Este segundo proyecto fue realizado luego de finalizar el anterior, y se esperaba por lo tanto el manejo del concepto de promedio y bastante facilidad en la lectura de gráficos de barras.

Para su realización se pidió a las estudiantes ir guardando los recibos del pago del servicio de luz de al menos 6 meses (últimos meses del 2007 y primeros meses del 2008) para aprender a leer la información que dichos recibos nos brindan, corroborar el promedio que brinda la empresa Electrificadora de Santander, calcular el precio del kilovatio/hora, calcular el consumo de energía personal (según el número de habitantes de la casa), comparar precios según estrato socioeconómico y conocer entonces el concepto de subsidio y de contribución o impuesto (averiguando luego su valor), pensando en la posibilidad de generar un plan de ahorro según hogar.

Para el proyecto planteé inicialmente algunos interrogantes:

- ✚ ¿Cuál es el consumo mensual de energía eléctrica en tu casa? ¿Es igual para todos los meses?
- ✚ ¿Cómo afecta el estrato socioeconómico dicho consumo?
- ✚ ¿Podríamos saber cuál es el consumo promedio en tu familia?
- ✚ ¿Cuáles creen ustedes son los artículos que más consumen energía en una hogar? ¿Con quién podemos conseguir esta información?

Luego de recolectados los recibos de luz, cada grupo de 4 estudiantes revisó las diversas informaciones que da la empresa, teniendo a mano uno de los recibos de su hogar. Revisamos:

Información básica: Nombre del arrendatario, dirección de la casa, teléfono.

Información técnica del servicio: clase de usuario, estrato/nivel, tarifa.

Información de tarifas: Precio de Kwh.

Evolución de consumo: Gráfico de barras según consumo mensual (6 meses) y promedio.

Información de medidores: Tipo, lectura actual, lectura anterior, consumo.

Liquidación servicio de energía eléctrica: concepto, valor mes, saldo. Lectura de subsidio, contribución e interés por mes. Total del servicio.

Liquidación otros conceptos.

Valor ESSA: total consumido, atrasos, días facturados, periodo de facturación.

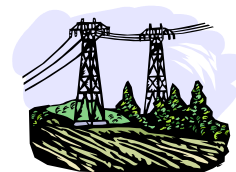
Fecha de pago y de suspensión.

Cobro liquidación oficial del impuesto de alumbrado público según conforme al acuerdo municipal vigente: Base gravable, tarifa, valor mes, saldo. Valor total.

Valor total a pagar.

La guía para este proyecto se presenta a continuación.

**INSTITUTO GABRIELA MISTRAL
MISIONERAS DEL DIVINO MAESTRO**



NOMBRE DE LA ESTUDIANTE: _____
GRADO: _____ FECHA: _____

Consumo de Energía de mi Hogar

Responde los siguientes interrogantes.

1. ¿Cuál es el consumo mensual de energía eléctrica en tu casa? ¿Es igual todos los meses?
2. ¿Cuál es tu consumo personal de energía?
3. ¿Cuál es el costo de este consumo?
4. ¿Cómo afecta el estrato socioeconómico el total a pagar por el consumo de energía?

Con base en los recibos de la luz en tu casa de los últimos seis meses, responde las anteriores preguntas.

A continuación aparecen dos tablas que te pueden ayudar a registrar la información que necesitas para responder estas preguntas y otras más:

FORMATO DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

5. A continuación debes escribir los datos concernientes a tu familia:

FAMILIA	NÚMERO DE LA INTEGRANTES	ESTRATO SOCIOECONÓMICO

Año	2007	2007	2007	2007	2008	2008	Promedio
Mes	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero	
Consumo por kW/h							
Costo por kW/h							
Total valor a pagar							
Consumo individual							

No olvides dejar consignados cada uno de los cálculos hechos.

6. Teniendo en cuenta que los registros realizados corresponden a los últimos seis meses de consumo, encuentra un solo valor que pueda representar esta información para cada uno de los siguientes aspectos:

- a. kW/h
- b. Costo por kW/h
- c. Total a pagar
- d. Consumo individual en kW/h.
- e. Aporte individual en pesos.

Explica la forma y las razones por las cuales creas que estos datos son buenos representantes de lo ocurrido en los últimos seis meses de consumo.

7. Ahora compartan la información con el resto de las compañeras de curso y sepárenla según el estrato socioeconómico. Con base en esta información responde para cada uno de los estratos hallados:
 - a. Consumo promedio de kW/h
 - b. Costo promedio por kW/h
 - c. Promedio del total a cancelar por servicio de energía eléctrica
8. Con base en los datos registrados, responde:
 - a. ¿Cuál es el estrato que registró mayor consumo de energía?
 - b. ¿Cuál es el estrato que registró menor consumo de energía?
 - c. ¿A qué crees que se debe esta diferencia?
 - d. ¿El estrato que más consume energía es el que más dinero debe pagar por dicho consumo?
 - e. ¿Cómo contribuyen los estratos más altos al subsidio otorgado a los estratos más bajos?

Nuevamente argumenta tus respuestas mostrando las operaciones que realizaste y las que respaldan tu decisión.

9. ¿A qué conclusiones puedes llegar después de realizad esta actividad?

LOS PROYECTOS: RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

En el desarrollo de estos proyectos fue importante tanto la participación individual de cada estudiante, como el trabajo, discusión y acuerdos de cada grupo. El trabajo en pequeños grupos posibilitó el intercambio de ideas, la discusión de diversos puntos de vista y la llegada a acuerdos sobre los procedimientos a realizar y la interpretación de los valores arrojados por dichos procedimientos.

Recolección de la información.

La información para el proyecto “Comprar y Comparar” fue recogida en tres plazas de mercado de la ciudad mediante cuestionarios que las estudiantes diligenciaron al entrevistar a los vendedores de diferentes puestos. Acompañadas de algunas madres de familia, repartimos los sectores a trabajar en cada plaza de mercado (Foto1) para que las niñas no repitieran puestos de venta (e información).



Foto 1. En las puertas de la Plaza La Concordia repartiendo los sectores a visitar

Ya adentro, a entrevistar y diligenciar las encuestas (Ver fotos 2 a 10):



Foto 2. Puesto de verduras Plaza Central



Foto 3. Puesto de verduras Plaza Guarín La Concordia



Foto 4. Puesto de verduras Plaza



Foto 5. Puesto de verduras Plaza La Concordia



Foto 6. Puesto de frutas Plaza La Concordia



Foto 7. Puesto de abarrotes Plaza Central



Foto 8. Puesto de frutas Plaza Central



Foto 9. Puesto de Carne Plaza Guarín



Foto 10. Puesto de Carne Plaza Central

La información del proyecto “Consumo de energía de mi hogar” se obtuvo de la lectura recibos de luz (los facturados los últimos seis meses) del hogar de cada estudiante, los cuales fueron compartidos luego entre cada grupo.

La lectura de estos recibos (foto 11) generó varias polémicas: la falta de una explicación clara frente a las tarifas de consumo, el cobro del impuesto del alumbrado público (que según ellas era bastante alto dado que muchas veces sus cuadras permanecían a oscuras por la ausencia de éste), los subsidios y las contribuciones según estrato, entre otras.



Foto 11. Lectura de los recibos de luz

Al revisar los costos por alumbrado público y observar en la casilla referente al **COBRO LIQUIDACIÓN OFICIAL DEL IMPUESTO DE ALUMBRADO PÚBLICO CONFORME AL ACUERDO MUNICIPAL VIGENTE** tres cantidades allí registradas Base gravable (correspondiente al valor por consumo de energía sin subsidio o contribución), valor del mes (en pesos) y tarifa 10,00%. Surgiendo entonces algunos interrogantes respecto a esta cifra porcentual, ¿qué significaba?, ¿cuándo se utilizaba?, ¿cómo se calculaba? Recordando que sus papás hablaban también del impuesto del carro, del impuesto predial y del IVA. Hablamos entonces de los impuestos, su significado y los usos que podía hacer el las empresas del Estado con los dineros recogidos.

Hubo necesidad de explicar todo lo referenciado al porcentaje, su significado y la forma de calcularlo.

Reconocida ya la información brindada por la factura, empezaron a diligenciar la



tabla de datos según mes (foto 12), registrando: consumo por Kw/h, costo por Kw/h, total a pagar y cálculo del consumo personal (según el número de habitantes de la vivienda). Y luego comparando la información de los recibos de sus compañeras terminaron de contestar cada una de las preguntas de la guía de trabajo. Luego de recolectar la información en las diferentes plazas de mercado y registrar la de los recibos del servicio de energía eléctrica, las estudiantes llenaron las tablas de doble entrada,

Foto 12. Diligenciamiento del cuestionario

hicieron e interpretaron los diagramas de barras y se pasó a la socialización de cada grupo, exigiendo a las estudiantes la argumentación en sus respuestas y en sus procedimientos para así llegar a la solución de los interrogantes planteados al comienzo de los proyectos.

Al socializar los resultados encontrados por cada grupo y dar respuesta a los interrogantes hechos, las estudiantes compartieron y evaluaron la experiencia: lo positivo, lo negativo, las dificultades encontradas y lo interesante de cada proyecto. Estas socializaciones y el diario de clase en el que fui registrando diversos aspectos de esta actividad generaron las siguientes categorías en relación al pensamiento estadístico:

1. La comprensión de los datos desde su contexto: Una posibilidad para inferir.
2. El promedio: una medida de gran complejidad
3. El diagrama de barras: oportunidades y dificultades

Las cuales describo en detalle en el próximo capítulo, concluyendo luego en la explicación de las categorías de pensamiento estadístico del grupo de estudiantes.

CAPÍTULO 5

EL APOORTE DE LOS PROYECTOS

1. LA COMPRENSIÓN DE LOS DATOS DESDE SU CONTEXTO: UNA POSIBILIDAD PARA INFERIR

El interés del planteamiento de proyectos estadísticos no es solamente para desarrollar los temarios y procesos recomendados por las autoridades educativas, sino para posibilitar que las estudiantes estén preparadas para afrontar situaciones de su cotidianidad, donde deban trabajar con datos y gráficas y tomar decisiones importantes. Varios estudios (entre ellos NCTM, 2000; Batanero, Estepa y Godino, 1992; Burrill y Camden, 2006) concluyen que el uso de datos recogidos de la vida real posibilita *“la lectura más allá de los datos”* con la que los estudiantes pueden hacer predicciones o inferencias de los mismos.

Al analizar la lectura de la factura del servicio de luz, con calculadora en mano, las niñas decidieron confirmar el valor a pagar multiplicando el total de Kw/h consumidos con el precio del Kw/h mostrado por la misma factura y notaron que efectivamente unos estratos no sólo pagaban a menor precio el Kw/h sino que pagaban menos de lo que les correspondía según su consumo.

Andrea (de pie en la foto 13) inquieta por las comparaciones hechas entre su grupo, decidió ir a otros grupos y comparar con sus recibos y en particular observó que la factura con menor valor por KW/h consumido era el estrato uno:

“No entiendo ¿por qué ellos pagan menos? A mí me parece una injusticia” Andrea



Foto 13. Andrea visitando otros grupos de trabajo

Iniciando así una controversia por los subsidios. Los diferentes grupos compararon estos subsidios y observaron que los estratos más altos no tenían subsidio, sino que se les hacía un cobro más: una contribución activa

Después de varias comparaciones y discusiones (foto 14) las niñas concluyeron que no era el gobierno el que aportaba los subsidios para los estratos bajos, sino que eran los estratos más altos los que subsidiaban a los estratos bajos.

Y Andrea seguía bastante inquieta: Según la comparación de los recibos, parecía que a los estratos altos les cobraban aún más de lo correspondiente a los subsidios, ya que por ejemplo:

“En mi recibo el aporte es de \$9248, sin embargo en los recibos de estrato uno que yo miré el mayor subsidio es de \$8048. De todos modos nos están cobrando más”

Entonces Jenny, otra de sus compañeras le respondió

“si miras más recibos parece ser que el subsidio y las contribuciones no son fijos, sino que también dependen del consumo de la familia, y además en Colombia hay más pobres que ricos y es bueno que nos ayudemos así”.



Foto 14. Discusión alrededor de los subsidios y contribuciones.

Aproveché el aporte de Jenny e invité a las estudiantes a leer varios de sus recibos y revisar si los aportes por subsidio (o contribuciones para los estratos altos) eran fijos mes a mes o si variaban. Revisados estos notaron la variación de ellos, haciendo notar entonces que dichos subsidios o aportes dependían, además del estrato, del consumo de energía y que dicho subsidio era una variación porcentual, al igual que lo pagado por servicio de alumbrado (discutido anteriormente). Entonces algunas estudiantes decidieron ensayar con diferentes valores porcentuales hasta llegar a aquel que coincidiera con lo registrado en los recibos y motivaron a otras compañeras a realizar otros ensayos. Esta actividad duró varios minutos y no encontramos un valor que se cumpliera siempre.



Foto 15. Ensayando diferentes valores porcentuales.

A las niñas les quedó entonces la inquietud de averiguar cual era el porcentaje a cancelar para cada estrato. Y que tan representativo era según el consumo de cada hogar, en especial el subsidio para los estratos bajos, y si lo aportado por los estratos altos correspondía exactamente con los subsidios dados a los estratos más bajos, o si parte del dinero se destinaba a otra cosa, o si el estado o las empresas de electricidad también aportaban a dichos subsidios.

¿Cómo averiguarlo? María Fernanda planteó llamar a la ESSA (Electrificadora de Santander S.A.) y pedir información al respecto o averiguar en internet buscando la página web de la ESSA, pero a las compañeras no les entusiasmó mucho esta última propuesta, ya que anteriormente quisimos comparar los resultados de los precios encontrados en las tres plazas de mercado de los productos de la canasta familiar con los precios otorgados por el DANE y la lectura y comprensión de sus documentos fue bastante difícil para ellas, por el uso de los porcentajes (muchos con cantidades decimales), y de gráficas no tan fáciles de interpretar, por lo cual nos fue imposible comparar con nuestros resultados.

Las dudas respecto al porcentaje de los subsidios y contribuciones quedaron aclaradas en la siguiente clase. Con ayuda de sus padres algunas niñas encontraron dichos porcentajes en los mismos recibos del servicio de luz.

Revisamos nuevamente los recibos (foto 16), buscando dicha información y encontramos variaciones no sólo entre los estratos, sino entre los meses en un mismo estrato (aunque muy pequeñas en este caso).



Foto 16. Revisando nuevamente los recibos

Pedí entonces calcular dichos porcentajes y verificar la información dada en los recibos, y oh sorpresa, no coincidían. Y tras varios ensayos notamos entonces que el subsidio o contribución se calcula no sobre el costo total del recibo, sino sobre el valor registrado por sólo consumo de energía eléctrica (es decir sin el costo por alumbrado público).

Aclarada esta situación, seguimos dando respuesta a los interrogantes planteados al comienzo de la actividad del consumo de energía, se inquirió por cuál era el estrato que más kW/h consumía y si era éste el que más costosa tenía su factura, y a qué causas creían que se debía esto, María Fernanda argumentó que:

“Según los recibos que tenemos el que más consume es el estrato cinco, y el que menos consume es el estrato dos. Yo pienso que ese consumo depende de los aparatos que tengan en la casa, los de estrato cinco tienen más plata y pueden tener más de un televisor y también equipo o

computador, en cambio los de estratos bajos no tienen esto. Pero también creo que eso depende también del número de personas que viven en la casa, a mayor número de personas mayor consumo de energía. Entonces el cobro depende bastante del estrato, porque miramos y las familias de estrato cinco son quienes menos integrantes tienen, en cambio las de estrato uno son numerosas”

María Fernanda concluyó:

“El cobro de la energía depende mucho del estrato. El precio del Kw/h no es igual para todos. Los estratos más altos pagan mayor costo por esto”

Al realizar la división según el número de integrantes de cada familia (operación propuesta por ellas mismas), las estudiantes notaron que el consumo individual era considerable y que muchas veces ellas eran quienes más luz consumían, ya que cuando no estaban estudiando tenían encendidos más de un aparato eléctrico al mismo tiempo (televisor, grabadora y/o computador), que duraban hasta bien tarde con el televisor encendido y las luces de la casa también y que muchas veces ponían a cargar los celulares toda la noche, y sabían que sólo se necesitaba una o dos horas para cargarlos. Sintetizando entonces que

- o Debían ser más cuidadosas con el encendido de estos aparatos, prender solo el que se necesita y durante el tiempo que se requiere, para economizar el consumo.
- o De ahora en adelante valoraremos más el bolsillo de nuestros papás. Ya sabemos que la energía no es barata.
- o El valor de la factura depende de la responsabilidad en el manejo de la luz de los integrantes de la familia.
- o Que desde ahora ayudarían a su familia a tomar conciencia del ahorro de luz.
- o Si cada persona regulara su consumo y fuera consiente de los costos (incrementados por el despilfarro) surgiría la necesidad de ahorrar energía pues cada uno contribuiría a disminuir estos costos.
- o Además es necesario que siempre revisemos con detalle la factura recibida, para verificar que el cobro realizado es el que realmente corresponde.

En cuanto al proyecto “A COMPRAR Y COMPARAR”, las estudiantes discutieron, entre otros, los siguientes aspectos:

- o En general las niñas desconocían de los gastos y de la forma como los padres de familia distribuían el dinero para poder cubrir todo lo relacionado con alimentación, arriendo, servicios...
- o Al acercarse a la realidad de los precios de los alimentos percibían que los gastos que tienen no van acordes con el dinero que ganan. Muchos papás hacen reales milagros para que el dinero les alcance; viven del sistema del fiado o hacen pequeños préstamos.

- o Comentaron entonces de la inestabilidad laboral de sus papás, haciendo notar que quienes tienen un trabajo fijo -aunque su sueldo sea bajo- están en mejores condiciones económicas con respecto a quien vive del trabajo informal, o está desempleado.
- o Al ir al mercado de plaza y conocer los precios se dieron cuenta que es más económico ir a estos lugares que hacerlo en las tiendas o en los supermercados. En las tiendas “se repagan” los alimentos por el mecanismo de “fiado”. En los supermercados existe calidad, buen servicio, atención, orden y aseo, pero se paga extra por ello.
- o La actividad hizo que dedujeran que los productos en cosecha se abaratan. Luego, *“es posible alimentarse de una forma más o menos adecuada y barata, si la persona no se enfoca en el gusto o capricho, si no en lo que está en cosecha”*. Palabras de Jenny.
- o Consideraron importante que antes de comprar es necesario comparar precios; no comprar en el primer lugar que encuentren.
- o En las plazas de mercado existen alimentos no tan costosos pero que no se adquieren por falta conocimiento sobre aspectos nutritivos y las formas de preparación.

El ir a las diferentes plazas –y entrevistar a los vendedores- y al leer y releer las facturas de luz, a las niñas les ayudó a reconocer la importancia de la labor estadística, lo dispendioso de la actividad de recolección y análisis de la información; se comentó que el proceso de elaboración de las estadísticas económicas y la realización de los censos era bastante complicado, que en el censo realizado hace menos de dos años ellas pensaron que eso era muy sencillo, pero que entrevistar a la gente no siempre era fácil (ya sea por la ubicación de las casas o fincas y por el malgenio de algunos de los entrevistados).

2. EL PROMEDIO: UNA MEDIDA DE GRAN COMPLEJIDAD

Para que el promedio o media aritmética tenga sentido para el estudiante, no se puede basar su enseñanza en el cálculo de un simple algoritmo. Hay que contextualizarla e interpretar los datos que se obtienen de dichos cálculos.

El algoritmo para hallar la media aritmética simple es bastante sencillo, y al ser explicado mediante la segunda guía de la plaza de mercado, se observó que las estudiantes calcularon con facilidad los promedios tanto de los precios de los diversos productos como el de los consumos (en kW/h y en pesos) de las facturas de la energía eléctrica. Algunos de estos cálculos se muestran en las Fig. 6 a 9.

Central

$$\begin{array}{r} 3200 \\ + 3200 \\ \hline 3500 \\ \hline 9900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9900 \overline{) 3} \\ 09 \\ \hline 000 \\ \hline 3300 \end{array}$$

Fig. 6

Consumo Individual

$$\begin{array}{r} 1367 \overline{) 7} \\ 66 \\ \hline 37 \\ \hline 2 \\ \hline 195 \end{array}$$

Fig. 7

Consumo x Kw

$$\begin{array}{r} 242 \\ 188 \\ 240 + \\ 180 \\ 243 \\ 274 \\ \hline 1367 \end{array}$$

Fig.8

Consumo x Kw/Hr.	242	188	240	180	243	274	= 1367 ÷ 7	195
Costo x Kw/Hr.	279.22	279.11	277.10	277.32	279.49	279.03	= 167.127	
Total valor a pagar	62,125	47,029	60,746	44,509	62,384	71,013	= 347,806 ÷ 7 =	49.686

Fig. 9

Pero, el realizar los cálculos y no encontrar que la media coincidiera con uno de los valores tomados en las plazas de mercado, generó un poco de discusión (frente a si había quedado bien o no) en las estudiantes. Al pedir volver a hacer los cálculos y verificar su validez hice notar a las niñas que el valor del promedio no tiene por qué ser uno de los valores de los datos observados, como lo muestra la Fig. 10.

Central

$$\begin{array}{r} 3200 \\ + 3200 \\ \hline 3500 \\ \hline 9900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9900 \overline{) 3} \\ 09 \\ \hline 000 \\ \hline 3300 \end{array}$$

Fig. 10 Cálculo del promedio de libra de carne de murillo

En la socialización de los resultados de los proyectos, pude observar que la el significado del promedio no fue de fácil comprensión para todas las niñas, aunque hicieran -en su mayoría- el cálculo correcto. Subrayo las siguientes dificultades observadas en las niñas en relación al significado y cálculo del promedio:

1. Las estudiantes no observaron que el promedio no puede ser mayor al máximo valor tomado por los datos o menor al mínimo valor: Este error fue generado al efectuar incorrectamente los algoritmos de adición o división.

Aunque esta cualidad se había revisado al presentar los valores de los precios de los alimentos de las diversas plazas de mercado, donde se insistió en que observaran lo “parecido” o “cercano” de este valor con los datos registrados.

Sin embargo, al desarrollar la guía de la energía eléctrica, varias estudiantes hicieron mal la sumatoria o dividieron por un número mayor o menor al número de datos por lo que el promedio obtenido fue errado, y no compararon dicho valor con los datos registrados, sin percatarse de lo diferente de estos. Este error podría deberse al poco énfasis que hacemos los docentes al releer las respuestas encontradas a los problemas, preguntándonos si tienen o no sentido. A veces hacemos mucho énfasis en la operatoria, pero no en la revisión y lógica de las respuestas encontradas. Ver Fig. 11, 12 y 13.

Consumo x Kw/Hr.	129	111	120	116	122	118	= 719. ^x	= 143. [÷]
Costo x Kw/Hr.	281.35	28.35	280.49	277.95	284.92	283.05	= 1688.11 ^x	33762

Fig. 11 Errores al dividir por un número menor al número de datos.

719	5
21	143
19	
4	

Fig. 12 División bien hecha. Error al dividir entre 5 y no 6 datos.

Consumo x Kw/Hr.	184	169	157	198	144	148	= 1000 ÷ 4 = 250
Costo x Kw/Hr.	251.34	248.89	252.34	255.76	253.81	253.73	= 1615.87
Total valor a pagar	46.246	42062	39617	50640	36548	37552	= 252665 ÷ 4 = 63.166

Fig. 13 Error al dividir entre 4 y no 6 (número total de datos)

2. *El promedio puede ser un número alejado de la realidad.* Aunque se discutió en una clase el que los valores del promedio podrían dar muy diferentes a los datos recogidos, las niñas discutieron su utilidad en situaciones de la vida real (ver Fig. 14 y 15). En clase surgieron argumentos como “el precio de la libra de posta de brazo no puede ser \$3333,33, ya que los peseros no tienen vueltos para eso, ellos cobran \$3300 o \$3400 o lo más cerquita sería \$3350, pero los peseros no cobran así” (Palabras de Jessica Fernanda).

Argumentándose también que la media no es un valor muy preciso, sino un dato aproximado o que se puede aproximar.

Promedio de chotas. en las 3 Plazas.		
6000 +	17433	3
5933	24	5811
5500	03	
17433	03	
	0	
Promedio de posta de pizarra		
5833 +	16966	3
5800	19	5655
5333	16	
16966	16	
	1	
Promedio de sobabarriga.		
4663 +	15.029	3
5600	0029	5009

Fig. 14 Promedios de la libra de carne en la Plaza Central

Uva criolla en la plaza central		
2000	5000	3
1300	20	1666
+1500	20	
5000	20	

Fig. 15. Precio de libra de uva criolla en la Plaza Central.

Por resultados como estos el promedio no fue siempre muy aceptado como un valor representativo de los datos registrados. Las niñas discutieron sus resultados y utilizaron su experiencia de la vida real para juzgar si el promedio era o no razonable. Tornándose importante sólo como dato de comparación *“para poder comparar cuál es la plaza más barata, pero algunos de esos datos no dicen mucho”*. Esta apreciación fue reforzada al comparar los valores del promedio del consumo de la luz emitidos por la electrificadora con los obtenidos en nuestros cálculos y notar que en ningún recibo se daban cifras decimales, registrando solo los valores enteros.

Ante este tipo de situaciones, Batanero (2001) afirma que “ayudar a los niños y jóvenes a comprender progresivamente las ideas estocásticas fundamentales no es una tarea sencilla, puesto que es necesario adaptar estas ideas a sus capacidades cognitivas y diseñar situaciones didácticas que propicien el aprendizaje significativo”.

Concordia

$$\begin{array}{r} 2000 \\ + 2000 \\ \hline 2000 \\ \hline 6000 \end{array}$$

dia.

$$\begin{array}{r} 800 \\ + 800 \\ \hline 800 \\ \hline 2400 \end{array}$$

Concordia

$$\begin{array}{r} 2400 \overline{) 3} \\ 000 \overline{) 800} \end{array}$$

Fig. 17 Promedio Precio Uva Queen y Uva criolla en la Plaza Guarín

Y aunque no representa dificultad, encontré que las estudiantes realizaron innecesarios algoritmos, es decir, no se detecta a simple vista la regularidad del valor del promedio al trabajar con datos (aunque hayan obtenido varios ejemplos en los que el promedio coincide con el dato repetido) Ejemplos en las Fig. 16 y 17).

Fig. 16 Promedio de productos Plaza La Concordia

$$\begin{array}{r} 4000 \quad 12000 \overline{) 3} \\ 4000 \quad 0000 \overline{) 4000} \\ \hline 4000 \\ \hline 12000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2000 \quad 6000 \overline{) 3} \\ 2000 \quad 0000 \overline{) 2000} \\ \hline + 2000 \\ \hline 6000 \end{array}$$

3. EL DIAGRAMA DE BARRAS: OPORTUNIDADES Y DIFICULTADES

Las gráficas estadísticas son un recurso importante en la presentación de la información y en el análisis de datos; poseen un fuerte poder de comunicación, por eso los estudios estadísticos los utilizan frecuentemente para presentar sus resultados al público, ya que no necesita conocimientos previos de estadística para interpretar la información que ofrecen.

Los medios de comunicación hacen uso constante de ellos -en especial del diagrama de barras y los gráficos de sectores- y comúnmente es lo primero que leemos en una información que adjunte un gráfico. Encontramos tablas y gráficas en la prensa, la televisión, el comercio, así como en distintas áreas curriculares, por lo tanto, la destreza en la lectura crítica de datos es una necesidad en nuestra sociedad actual, y al respecto Batanero (1999) afirma que *"deberíamos fomentar en los alumnos un sentido gráfico que les haga ser críticos frente a los posibles gráficos tendenciosos que con frecuencia encontramos en los medios de comunicación"*.

Para posibilitar el ciclo investigativo (elemento del pensamiento estadístico) la interpretación de gráficas estadísticas es un elemento de gran relevancia, ya que las estudiantes pueden establecer relaciones dentro de los datos e inferir información fundamental para las conclusiones del proyecto.

En relación a las habilidades de los estudiantes frente a la interpretación de las gráficas, varios autores hacen valiosos aportes. Por ejemplo Curcio (1989) refiere cuatro niveles distintos de comprensión de los gráficos, que pueden aplicarse a las tablas y gráficos estadísticos:

- a. *"LEER LOS DATOS"*: en este nivel no se realiza interpretación de la información contenida en la gráfica, solo se efectúa una *lectura literal del gráfico*.
- b. *"LEER DENTRO DE LOS DATOS"*: nivel que incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico; aquí se requiere el uso de algunos conceptos y destrezas matemáticas y desarrollar habilidades de comparación de cantidades.
- c. *"LEER MÁS ALLÁ DE LOS DATOS"*: en este nivel se requiere que la persona realice deducciones y predicciones a partir de los datos (sobre informaciones que no se muestran directamente en el gráfico)
- d. *"LEER DETRÁS DE LOS DATOS"*: nivel que implica el valorar la fiabilidad y completitud de los datos.

Referencia además tres componentes esenciales para la comprensión de las gráficas, traducción de una tabla a una gráfica (o viceversa) o a otra gráfica, interpretación e interpolación/extrapolación:

- *Traducción de una tabla a una gráfica (o viceversa) o a otra gráfica*, donde se requiere de un cambio en la forma de comunicar la información, e interpretación descriptiva de la gráfica.

- *Interpretación*, que involucra la reorganización del material, la separación de los elementos más o menos importantes y la búsqueda de relaciones entre elementos concretos de la gráfica.
- *Interpolación/extrapolación*, que requiere de ampliar la interpretación, identificando tendencias de los datos.

Wainer (1992) propone tres niveles de comprensión, clasificando el tipo de preguntas que se pueden plantear a raíz de la gráfica:

Nivel elemental. Enfocado en extraer los datos de la gráfica. Las preguntas están relacionadas únicamente con la extracción de datos directamente del gráfico.

Nivel intermedio. Caracterizado por la interpolación y el encontrar relaciones entre los datos. Las preguntas se relacionan con la apreciación de tendencias basándose en una parte de los datos.

Nivel superior. Que requiere la extrapolación de los datos y el análisis de las relaciones implícitas en la gráfica. Las preguntas se hacen acerca de la estructura profunda de los datos presentados en su totalidad, normalmente comparando tendencias y viendo agrupaciones.

Estos niveles corresponden a los planteados por Curcio como “leer los datos”, “leer dentro de los datos” y “leer más allá de los datos” respectivamente.

Wild y Pfannkuc (1999) sugieren que el contexto de los datos influye en la interpretación de las gráficas. Los estudiantes pueden ser “productores de datos” (caso del proyecto Comprar y Comparar) y tener que interpretar sus propios datos e informar sus resultados, o pueden ser simples “lectores” de gráficas presentes en situaciones cotidianas, en donde se ven e interpretan las gráficas (por ejemplo mirando la televisión, leyendo el periódico, mirando anuncios den vallas, internet, información de facturas, etc.) como en nuestro segundo proyecto.

Como en años anteriores las estudiantes no habían tenido ningún acercamiento a la estadística y el gráfico de sectores incluye el manejo de la proporcionalidad (temarios aún no estudiados en el curso) decidí que el gráfico que iríamos a analizar (en los recibos de la energía eléctrica) y a elaborar (en los precios de los alimentos por plaza de mercado) fuesen los diagramas de barras.

El objetivo principal era que las estudiantes aprendieran a leer e interpretar la información que brindan estos gráficos. Inicialmente las gráficas se hicieron manualmente, luego se elaboraron en computador, introduciendo la información en el programa Excel.

Aunque nunca habían elaborado estos diagramas, su exposición continua a ellos en la cotidianidad mediante los medios de comunicación, facilitó su construcción. Incluso fue relativamente fácil la construcción y lectura de diagramas múltiples (diferenciando por color el lugar de donde surgen los datos).

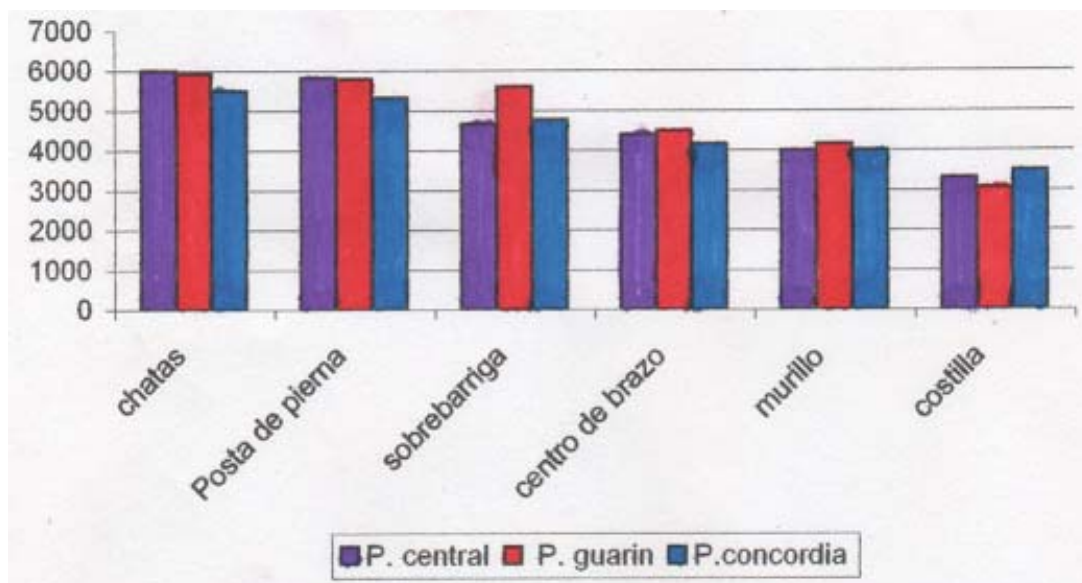


Fig. 3. Diagrama de barras múltiple. Precios de libra de carne según clase y plaza de mercado.

“La forma de leer estas gráficas es comparando el tamaño de las barras. En el caso de necesitar varias comparaciones usamos colores diferentes, como aquí (Fig. 3), con las tres Plazas de Mercado”.

Explicación de Andrea al socializar sus gráficas.

En esta otra gráfica (Fig. 4), el grupo de María Fernanda propuso la diferencia de colores no por plazas de mercado, sino por clase de carne.

Este modelo propuesto por el grupo facilita comparar precios de la libra de carne según su clase dentro de una misma plaza.

Fig. 4. Diagrama de barras múltiple. Precios de libra de carne según clase y plaza de mercado



Al sacar conclusiones según la información brindada por las gráficas, este grupo argumentó:

“Definitivamente, la plaza de mercado dónde sale más barato comprar es la de La Concordia. Y dónde es más caro es la plaza Guarín. Normalmente mi mamá va a la plaza Central y yo la acompaño, ahora le voy a decir que vayamos a la Concordia, que incluso nos queda más cerca”

María Fernanda.

Yo iría a la plaza de mercado la concordia porque haya los productos son mas baratos

Respuesta de Carolina.

Dar respuesta a la pregunta de cuál era la plaza más económica no era tarea fácil, ya que entre las plazas Central y La Concordia habían productos en dónde una de ellas era más económica y otros donde no. Una estrategia posible era hallar el costo de un mercado familiar donde se consideran todos, o gran parte de los productos consultados, y a partir de allí decidir cuál plaza era la más económica. Esperé que alguno de los grupos planteara esta estrategia, pero todos se apoyaron en la comparación de las gráficas, contabilizando en cuantas de ellas era más barata una plaza respecto a la otra, sin ver que las diferencias de altura podían ser variables. Situación que muestra que las estudiantes alcanzaron el primer nivel de los planteados por Curcio (leer los datos), hicieron comparaciones entre las alturas de las barras, pero tuvieron dificultades con los otros niveles, pues no plantearon cálculos aritméticos que validaran sus conclusiones. Al respecto, este autor referencia en su estudio que las principales dificultades de los estudiantes en la comprensión de las gráficas aparecen en los niveles superiores ("leer dentro de los datos", "leer más allá de los datos" y "leer detrás de los datos"), y que estas dificultades disminuyen con la edad.

En la realización de estos proyectos pude observar que al leer las gráficas, las estudiantes asocian con facilidad la altura de la barra y la característica relacionada (por ejemplo precio por libra), posibilitando entre otras cosas, la comparación entre las plazas de mercado. Sin embargo, se construyeron unas gráficas en el proyecto “Comprar y Comparar” que destaco, por la elección poco adecuada de las escalas de representación al no realizar suficientes divisiones en las escalas de uno de los ejes (Fig. 5).



Fig. 5. Diagrama de barras: Precio de la libra de carne según plaza de mercado.

Al socializar estas gráficas, las demás estudiantes se inquietaron por la altura de las barras, que era un poco diferente a las realizadas por ellas. Hice notar que la diferencia se debía a la escala utilizada, y que aunque los valores escritos en los ejes no mostraban grandes diferencias, la altura de las barras hacía pensar que “por ejemplo el precio de la libra de chatas en la Plaza Guarín era el doble del precio de la misma carne en la Plaza de la Concordia”.

Indicando que esta situación se presentaba a veces en las gráficas emitidas por algunos medios de comunicación o empresas encargadas de la realización de encuestas de opinión, donde se mostraban resultados de audiencia de programadoras, o sondeo de opinión en una campaña electoral, en las cuales se manipulaban las gráficas para dar una información no cierta, siendo entonces necesario hacer una lectura más allá de la altura de las barras y comparar las escalas utilizadas.

La confianza en las gráficas estadísticas puede generar toma de decisiones erróneas al basarnos sólo en ellas, sin realizar otro tipo de inspección de los datos. Por ejemplo, en las gráficas relacionadas con el posible comportamiento de elecciones cercanas, se construyen diagramas de barras con notables diferencias de altura (aunque no sea en los porcentajes de aceptación) y un lector que observe solamente las alturas podría pensar que su voto no haría la diferencia y elegir no votar, o incluso cambiar de candidato para no sentirse luego “quemado” (perdedor en las elecciones).

Al respecto Batanero y Díaz opinan que “[...] es importante concienciar a los alumnos de que un gráfico mal construido proporciona una información engañosa” Y plantea entonces que una posible actividad que ayude a los estudiantes en dicha construcción podría ser el “buscar ejemplos en la prensa de tablas estadísticas o gráficos que presenten errores de construcción o que induzcan a obtener conclusiones equivocadas y posteriormente elaborar una lista de los principales tipos de errores detectados”

Al revisar las facturas del servicio de energía eléctrica, las estudiantes destacaron que aunque se encontraran diferencias (de 10 a 20 kw/h) en el consumo de un mes con respecto al otro, las alturas de las barras no eran muy diferentes, por las escalas utilizadas, sin embargo fueron muy críticas con la barra referenciada al promedio, ya que en todos los recibos de luz revisados se dibujaba más baja que todos los valores mensuales (incluso comparada con consumos mensuales menores al promedio).

Al preguntar a las niñas de la razón de esta situación, la mayoría de las niñas argumentaron que las gráficas las hacían mal, y que *“los de la luz piensan que nadie se pone a mirar eso y entonces como que no les importa que no estén bien”* (palabras de Andrea).

Jessica Fernanda dio una respuesta que me causó gran impresión: *“eso es una trampa de los de la electrificadora para que los papás se asusten del consumo del mes ya que es más grande que ese promedio, y terminan regañándonos por consumir mucha luz”*, explicación que consiguió varias seguidoras.

Sin contradecir los argumentos de las niñas, hice que observaran con mayor detenimiento las gráficas y reparar en el hecho de que la barra correspondiente al promedio, no estaba en la misma línea que las demás, y que por tanto podía tener una escala diferente. Validé sin embargo sus observaciones, ya que esta situación podía llevar a pensar a las personas en argumentos muy similares a los dados por ellas.

Para finalizar el análisis de la información arrojada por los dos proyectos, revisando las actividades realizadas por cada grupo, las discusiones generadas en clase y los argumentos de las estudiantes al defender sus posiciones y conclusiones, así como las dificultades detectadas en el proceso y la socialización, planteo la siguiente categorización del pensamiento estadístico de las estudiantes (según la clasificación dada por Wild y Pfannkuch):

- a. **Reconocimiento de la necesidad de los datos:** al tratar de dar respuesta a las preguntas formuladas al inicio de cada proyecto, las estudiantes tuvieron necesidad de trabajar con los datos recogidos. Sin embargo el trabajo con un concepto como el promedio tuvo sus dificultades y ellas tendieron a discutir la representatividad de este valor dando argumentos a partir de su propia experiencia o la propia base del conocimiento contextual, al explicar por ejemplo, que en la vida real es mejor no tomar estos datos tal cual sino “redondearlos para que tengan sentido”, o sea “*es preferible decir que el promedio de la libra de chatas es de \$5800 y no \$5811, porque en ninguna plaza te cobran ese valor*”. Sin embargo la realización del proyecto desde la formulación de interrogantes y la realización de encuestas para dar respuesta a ellos permitió el que las estudiantes reconocieran la utilidad de esta información, así como la acción de las personas encargadas de elaborar las estadísticas que a diario escuchan, las cuales están relacionadas con datos del mundo real.
- b. **Transnumeración:** Considero que este pensamiento se dio, aunque en un nivel bastante elemental. Al socializar los resultados del primero proyecto, las niñas tuvieron la necesidad de explicar a sus compañeras el cómo leer las gráficas, haciendo comprensible para las demás las conclusiones halladas a partir de la comparación de alturas, por ejemplo. Así mismo en el segundo proyecto fueron capaces de llevar a una sencilla tabla (y trabajar con los valores de ella) los datos del consumo de luz mensual que el recibo de la electrificadora mostraba en gráficas de barras. Como no se hicieron otro tipo de gráficas no puedo evaluar este tipo de transnumeración.
- c. **Consideración de la Variación.** Al hacer las encuestas, las niñas notaron que los precios de los alimentos, según puestos de venta de una misma plaza, poco cambiaban y al pedirles explicación del porqué de esta situación, ellas dieron argumentos como que “*esa era una estrategia de los vendedores de la plaza, para cobrar lo que quisieran, poniéndose todos de*

acuerdo” (conclusiones de uno de los grupos); también notaron que habían precios de alimentos que variaban considerablemente entre una plaza de mercado y otra, y que al hacer los mandados en la tienda del barrio, algunos de los tenderos cobraban todavía mucho más.

Sin embargo, en las etapas del proyecto donde las estudiantes tuvieron que comparar gráficas múltiples y decidir entonces a cual plaza acudir (por su economía), la atención no se centró en la comparación de la variación entre los precios de los alimentos no sólo según plaza, sino según su clase, hallando conclusiones basadas en datos sueltos. Considero que el reconocimiento de la importancia de dicha variación se hubiese dado si las niñas plantearan la posibilidad de mirar los costos de un mercado común en cada plaza, estrategia que no fue planteada.

- d. **Razonamiento con modelos estadísticos:** Las tablas de doble entrada, las gráficas de barra y el promedio como dato de centralización fueron los modelos estadísticos utilizados en los proyectos.

Observé que al no enfatizar la enseñanza de la estadística en la mecanización de gráficas sin un sentido diferente al cumplimiento del programa curricular sino porque dicha construcción facilitaba dar respuesta a una situación cotidiana e integrada a un proceso investigativo -y en donde no sólo se construyeron sino que se leyeron e interpretaron- facilitó su comprensión y su utilización al defender sus posiciones basadas en ellas.

Así mismo, como la primera actividad del proyecto fue la recolección de información y el diligenciamiento de tablas con dichos datos, la lectura y diligenciamiento de otras se torna bastante fácil y común.

Pero, si en lugar de haber planteado una guía en la que se explicaba el algoritmo para calcular el promedio, hubiera esperado que las estudiantes plantearan esta estrategia para definir la plaza de mercado más económica (con los datos que poseían), tal vez la comprensión del concepto, su utilidad y su aceptación como medida representativa hubiese sido mejor.

- e. **Integración de la estadística y el contexto:** El enfoque de la enseñanza de la estadística mediante pequeños proyectos facilita el desarrollo de las habilidades involucradas en el desarrollo de una investigación estadística: recolectar datos, construir tablas y gráficas, calcular algunos parámetros, interpretar y analizar los resultados encontrados y a partir de ellos tomar decisiones y extraer conclusiones. El conocimiento contextual sobre los datos (tomados por las mismas niñas) brindaron la oportunidad de que los estudiantes pudieran trabajar con ellos con bastante desenvolvimiento, interpretar la información brindada en las gráficas y dar respuesta a diferentes cuestionamientos hechos al iniciar los proyectos. Incluso, el reconocimiento del contexto de los datos generó las dudas anteriormente planteadas, sobre la representatividad y sentido de algunos promedios calculados.

Si no contemplamos la enseñanza de la estadística desde la vida cotidiana y pensando en la vida cotidiana, no posibilitaremos la formación de ciudadanos competentes en el manejo e interpretación de información estadística. Al proponer y desarrollar con las estudiantes los proyectos estadísticos considero que he tratado de dar cumplimiento a la petición hecha por la educación estadística. Presento en el próximo capítulo las conclusiones que he extraído con la enseñanza de la estadística mediante la realización de proyectos de aula.

Capítulo 6

CONCLUSIONES

Entre la comunidad educativa y la comunidad de los estadísticos existe una solicitud cada vez más fuerte por fomentar una enseñanza que posibilite desarrollar el pensamiento estadístico de los estudiantes mencionando que la forma tradicional de enfocar la enseñanza en técnicas y procedimientos no ha producido dicho desarrollo. Se sugiere, entonces, la necesidad de enfocar esta enseñanza en metodologías que impliquen actividades donde los estudiantes se involucren en todo el proceso de una investigación estadística para resolver un problema, trabajando con datos reales (ojalá de un contexto conocido) a través de proyectos estadísticos.

Gal (2002), citado por Salcedo (2005), enuncia que el *pensamiento estadístico* implica la comprensión del por qué y de cómo se realizan las investigaciones estadísticas incluyendo entonces el reconocimiento y comprensión de todo el ciclo investigativo o ciclo PPDAC: (formulación de un **problema**, **planificación**, recolección de **datos**, interpretación y **análisis**, extracción de **conclusiones**), desde el planteamiento de la pregunta de investigación hasta utilizar el contexto de un problema para emitir conclusiones. Resaltándose así el papel de los proyectos de clase, haciendo particular énfasis en que los estudiantes realicen correctas interpretaciones y evalúen de forma crítica los resultados generados. De esta forma se espera que el estudiante se convierta en un “consumidor” inteligente de la información estadística que a diario recibe.

Esperaba que al plantear esta metodología -que involucra a las estudiantes en un ciclo investigativo- se desarrollara el pensamiento estadístico, en el que las estudiantes

- a. reconozcan la necesidad de los datos,
- b. desarrollen una mayor comprensión de las gráficas al cambiar la representación de los datos (transnumeración),
- c. acepten la presencia de la variación en todo lo que nos rodea,
- d. utilicen y razonen sobre modelos estadísticos e
- e. integren la estadística a su contexto, a su mundo.

Al respecto pude observar que aunque algunos de estos elementos fueron alcanzados en un nivel bastante elemental, en general las estudiantes:

- a. Tomaron conciencia del papel e importancia de los datos en una investigación estadística: de la necesidad de recolectar una muestra de ellos y su representatividad para la toma de decisiones, la utilidad de

resumirlos (mediante tablas o gráficas) para analizarlos y la variabilidad de los mismos en el mundo real.

- b. Desarrollaron algunas habilidades para la interpretación de tablas y gráficas, aspectos importantes en los dos proyectos desarrollados. Curcio planteó cuatro niveles de comprensión, de los cuales considero las niñas alcanzaron muy bien al primero de ellos (leer los datos), relacionando los datos con las alturas en los diagramas de barra y con los promedios obtenidos. En referencia a los niveles superiores se encontraron algunas fortalezas:

- i. El segundo nivel “leer entre los datos” que incluye la interpretación e integración de los datos en la gráfica, se alcanzó en un nivel básico, en el logro de comparaciones entre cantidades (por ejemplo, el precio más económico, la plaza más costosa, la carne de carne más barata), pero en el cálculo y comprensión de un concepto matemático como el promedio se detectaron varias dificultades.
- ii. Se puede decir también que el tercer nivel “lectura más allá de los datos” fue alcanzado por varias estudiantes, por ejemplo, al analizar los diagramas de barras de los consumos de energía encontraron que los cobros correspondientes a los consumos de los meses de diciembre y enero eran los más altos (y algunos bastante altos) relacionándolos con los meses de vacaciones escolares donde el televisor y el computador permanecían casi todo el día encendidos y hasta altas horas de la noche, y que en diciembre las casas se engalanan con luces navideñas. Pero observaciones más profundas requeridas en este nivel no se hicieron.

- c. Reconocieron los procesos involucrados en una investigación estadística (ciclo PPDC): planteamiento del problema y los interrogantes que se quieren responder; planificación de la investigación; trabajo con los datos (recolección, organización y análisis), toma de decisiones y formulación de conclusiones.

- d. Calcularon promedios y dieron significado a su valor. Sin embargo, este estadístico fue difícil para las estudiantes, no por el algoritmo sino por su significado:

- ii. Las niñas usaron su experiencia y conocimiento de la cotidianidad para juzgar si un promedio es útil o no, dependiendo de si era razonable, de si tenía sentido.
- iii. Opinaron que este dato no es un valor preciso, sino una aproximación, un redondeo que puede tomar un valor cualquiera.

Es decir, que el conocer un algoritmo y calcularlo de manera correcta no implica necesariamente la comprensión real de los conceptos involucrados, aspecto que a veces solemos confundir los docentes.

- e. Y en relación a las situaciones cotidianas, considero que al recolectar la información por ellas mismas (desplazándose a diferentes lugares, dejando la timidez e interrogar a extraños, planeando estrategias de desplazamiento, diligenciando formatos), leer, organizar y analizar dicha información entender comportamientos y extraer conclusiones, las

estudiantes adquirieron habilidades para poder analizar e interpretar información cotidiana: rating de sintonía, estadísticas deportivas o de otro orden, comportamiento de los precios de alimentos y están más preparadas para enfrentar situaciones reales que les impliquen trabajar con datos y tomar decisiones importantes.

En el estudio realizado por Wild y Pfannkuch (1999), además de categorizar los anteriores pensamientos los autores plantean que un elemento importante del pensamiento estadístico es el llamado ciclo interrogativo, el cual hace referencia precisamente a esa actitud crítica manifiesta en cada momento de ese proceso investigativo, actitud que se evidenció en todo el proceso: desde el significado de los valores y términos usados en los recibos del servicio de luz hasta el por qué de los subsidios y contribuciones, su cálculo, utilidad y hasta la justicia en su aplicación; aparecieron muchos por qué (algunos no tan fáciles de explicar) y muchos argumentos a favor o en contra de dichas explicaciones; al indagar por sus razonamientos entre ellas se plantearon cuestionamientos que no solo generaron controversia sino también algunas ideas interesantes. Se preguntaron por la sensatez y lógica de los resultados obtenidos en los promedios, por el cómo varían los costos de los alimentos según estén en cosecha o no, y cómo los costos de los combustibles y las inundaciones por el invierno llevaban al alza.

Y para finalizar, la realización de estos proyectos tienen varias e interesantes características como:

- ✓ Con ellos las estudiantes no sólo aprendieron conceptos y procedimientos estadísticos, sino que desarrollaron habilidades para comunicarse estadísticamente, para defender con argumentos (válidos o no en su momento) sus conclusiones de forma escrita y oral (en la socialización con sus compañeras)
- ✓ Está orientado a la acción, pues busca que los estudiantes contribuyan al uso racional de los servicios públicos y por ende la disminución de los costos familiares, asumiendo su responsabilidad en el apagar los bombillos de habitaciones no ocupadas y el no usar simultáneamente electrodomésticos mientras se estudia; preguntar en varios sitios y comparar precios antes de hacer una compra, por ejemplo.
- ✓ Al plantear situaciones problema en nuestras clases normales, es costumbre de los docentes, el proponer siempre situaciones con única solución y única estrategia de solución, olvidando que las situaciones de la vida diaria pueden tener más de una solución (o incluso no tenerla) y diversos caminos de solución. Al desarrollar esta propuesta se posibilita el reconocimiento de la existencia de diferentes caminos al tratar de resolver un problema, el desarrollo de estrategias, el reconocimiento de soluciones en la vida real. Considero importante resaltar que hay aspectos del conocimiento en los cuales las alumnas abordaron caminos diferentes y creativos al ir tras la solución de problemas,

comprobaron que se pueden hallar múltiples formas para resolver una situación dada. El hecho se hizo evidente en los análisis y las estrategias que propusieron para ayudar al presupuesto familiar. De esta forma estamos potenciando las capacidades de innovación, creatividad, recursividad, imaginación, cuestionamiento, generación de ideas y actitud crítica de las estudiantes.

- ✓ Trabajar en equipo, comprometiéndose en una actividad que beneficia al grupo, siendo más tolerante y receptiva ante las limitaciones o críticas de sus compañeras, compartiendo conocimiento, explicando a quien le cuesta entender, defendiendo sus ideas de manera respetuosa y sintiendo que su labor enriquece al grupo, que su opinión es importante, que sus cuestionamientos no sólo pueden generar polémica sino aclarar dudas, mostrar nuevos caminos o solucionar problemas.

- ✓ El rol del profesor cambia. Es común que al explicar un temario no escuchemos las voces de nuestros estudiantes, sus interrogantes, sus cuestionamientos, sus planteamientos y sus estrategias. Nosotros estamos acostumbrados a ser los dadores de información y conocimiento sin dejar (y obligar) al estudiante a pensar. En esta situación caí al darles (antes que se presentaran los problemas) las estrategias de solución en lo referente al promedio y a la construcción de los diagramas de barras múltiples, y estoy segura que esta fue una de las causas de la no comprensión clara del concepto y utilidad del promedio. Es necesario dejar actuar más a nuestros estudiantes y ser orientadores en el proceso de aprendizaje.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ausubel, D. (2000). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognoscitiva*. Barcelona: Piados.

Batanero, C. y Díaz, C. (2005). *El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística*. I Congresso de Estatística e Investigação Operacional da Galiza e Norte de Portugal Guimarães, Portugal. Recuperado el 14 de Marzo de 2008 de <http://www.ugr.es/~batanero/didactica%20de%20la%20estadistica.htm>

Batanero, C. y Godino, J. (2001). *Análisis de datos y su didáctica*. Recuperado el 23 de Noviembre de 2007 de <http://www.ugr.es/local/batanero>

Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística . **Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística**, Buenos Aires. Conferencia inaugural. Recuperado el 21 de Marzo de 2008 de [http://www.epiinfo.com.ar/\(sr\)Psi-La%20cultura%20estadistica.pdf](http://www.epiinfo.com.ar/(sr)Psi-La%20cultura%20estadistica.pdf)

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística* (Statistics education). Recuperado el 23 de Octubre de 2007 de <http://www.ugr.es/local/batanero>.

Batanero, C. (1999). Taller sobre analisis exploratorio de datos en la enseñanza secundaria . **Actas de la Conferencia Internacional "Experiências e Expectativas do Ensino de Estatística - Desafios para o Século XXI"** . Florianópolis, Santa Catarina, Brasil - 20 a 23 de Setembro de 1999.

Batanero, C. (1999). ¿Por qué y cómo enseñar Estadística? Recuperado el 12 de Febrero de 2008 de http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig6/estadisticas_batanero.pdf

Burrill, G., y Camden (Eds.) (2006). *Curricular development in statistics education: International Association for Statistical Education 2004 Roundtable*. Voorburg, the Netherlands: International Statistical Institute. Recuperado el 18 de Diciembre de 2007 de <http://www.stat.auckland.ac.nz/iase/publications.php>

Curcio, F.R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expresses in graphs. *Journal for research in mathematics education*, 22, 3-29.

Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70 (1), 1-25.

Godino, J. D., **Batanero**, C. y **Cañizares**, M. J. (1987). **Azar** y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares. Madrid: Síntesis

Holmes, P. (1980). *Teaching Statistics 11 -16*. Sloug: Foulsham Educational

MEN, Serie Lineamiento Curriculares Matemáticas, Santafé de Bogotá, 1998

MEN, Serie Estándares Curriculares, Matemáticas, Santafé de Bogotá, 2003

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA. Recuperado 23 de Noviembre de 2007 de <http://standards.nctm.org/>

Salcedo, A. (2005). Cultura, Razonamiento y Pensamiento Estadístico. HIPÓTESIS ALTERNATIVA Boletín de IASE para España, México y Venezuela. Abril 2005. Vol 6 N° 1 Recuperado el 2 de Marzo de 2008 de <http://www.ucv.ve/hipotesis/Data/Hipotesis%20alternativa%20N10.pdf>.

Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, 21(1), 14-23.

Wild, C. J., y Pfannkuch, M. (1 999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 221-265. Recuperado el 2 de Abril 2008 de <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/isr/99.Wild.Pfannkuch.pdf>