

**DISEÑO DE UN ALGORITMO ALEATORIO PARA LA
OPTIMIZACIÓN DE UN SISTEMA DE CAPTURA
COMPRESIVO DE IMÁGENES ESPECTRALES
USANDO ANÁLISIS MATRICIAL**

CAMILO NORIEGA WANDURRAGA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA

2015

DISEÑO DE UN ALGORITMO ALEATORIO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE UN SISTEMA DE CAPTURA COMPRESIVO DE IMÁGENES ESPECTRALES USANDO ANÁLISIS MATRICIAL

CAMILO NORIEGA WANDURRAGA

Trabajo de investigación para optar al título de:
Ingeniero de Sistemas

Director:

Ph.D. HENRY ARGUELLO FUENTES

Codirectora:

Ph.D.(estudiante). YURI HERCILIA MEJÍA MELGAREJO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA
2015

A mi madre, por su infinito amor y por convencerme de que el único límite de un hombre es su mente.

A mi padre, por cultivar en mí la curiosidad y asombro del mundo.

A mis hermanos, que siempre estarán para apoyarme en mis proyectos y metas. Mis logros cobran sentido gracias a ellos.

A Valentina, mi novia, por acompañarme siempre en mi camino y por ser mi guía en los momentos más oscuros.

A todas aquellas personas que han acompañado este recorrido ayudándome en mi crecimiento personal, en especial a todos mis amigos de la UIS.

Agradecimientos

El autor expresa su agradecimiento:

Al profesor Henry Arguello Fuentes, por la confianza depositada a lo largo de la elaboración de este proyecto, por sus consejos y enseñanzas como muestra de su gran labor como docente.

A mi codirectora Yuri Mejía, a quien respeto y admiro, por alentarme a superar mis metas y trazar nuevas, compartiendo conmigo no solo su conocimiento sino su valiosa amistad.

Al grupo de investigación en procesamiento de señales de alta dimensión, HDSP, por recibirme y mostrarme el emocionante mundo de la investigación, permitiéndome compartirlo con seres humanos maravillosos. Especial mención a mis compañeros, mis amigos, David, Miguel y Oscar por acompañarme en este trayecto, haciendo de esta experiencia una de las más enriquecedoras de mi vida.

Índice general

INTRODUCCIÓN	17
1. CONCEPTOS BÁSICOS	19
1.1. IMÁGENES ESPECTRALES	19
1.1.1. Sistemas de adquisición tradicionales de imágenes espectrales	19
1.2. MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES	22
1.2.1. Dispersión	23
1.2.2. Incoherencia	25
1.2.3. Fundamentos para la reconstrucción	25
1.3. ELEMENTOS ÓPTICOS DE MODULACIÓN PARA ARQUITECTURAS CSI	26
1.3.1. Aperturas codificadas	26
1.3.2. Dispositivo digital de microespejos	28
1.3.3. Arreglos de filtros multiespectrales (MSFA)	28
2. SISTEMAS DE ADQUISICIÓN COMPRESIVA DE IMÁGENES ESPECTRALES	30
2.1. SISTEMA DE MODULACIÓN ESPACIAL ALEATORIA	30

2.2. SISTEMA BASADO EN SENSORES CON ARREGLOS DE FILTROS ÓPTICOS	31
2.3. SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE IMÁGENES ESPECTRALES BASADO EN APERTURAS CODIFICADAS (CASSI)	33
3. DISEÑO DE LA MATRIZ DE MEDICIÓN	37
3.1. PARÁMETROS DE DISEÑO	38
3.2. ALGORITMO PARA LA HOMOGENEIZACIÓN DE LA MATRIZ H . . .	39
3.3. HOMOGENEIZACIÓN DE LA MATRIZ H EN EL SISTEMA DE MODULACIÓN ESPACIAL ALEATORIA	44
3.4. HOMOGENEIZACIÓN DE LA MATRIZ H EN EL SISTEMA BASADO EN SENSORES MSFA	45
3.5. HOMOGENEIZACIÓN DE LA MATRIZ H EN EL CASSI	47
4. SIMULACIONES Y RESULTADOS	52
4.1. SISTEMA DE MODULACIÓN ESPACIAL ALEATORIA	52
4.1.1. Diseño experimental	52
4.1.2. Resultados	53
4.2. SISTEMA BASADO EN SENSORES MSFA	56
4.2.1. Diseño experimental	56
4.2.2. Resultados	59
4.3. CASSI	62

4.3.1. Diseño experimental	62
4.3.2. Resultados	64
5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	68
5.1. CONCLUSIONES	68
5.2. TRABAJO FUTURO	70
REFERENCIAS	71
BIBLIOGRAFÍA	76

Índice de tablas

4.1. PSNR promedio y su desviación estándar tras diez pruebas con el sistema el sistema de modulación espacial aleatoria a una imagen de 64×64 dispersa al 5% usando matrices de medición con $Q = 5, 10, 20$ y 30 homogeneizadas y no homogeneizadas.	57
4.2. PSNR promedio y su desviación estándar tras diez pruebas con el sistema el sistema de modulación espacial aleatoria a una imagen de 128×128 dispersa al 5% usando matrices de medición con $Q = 5, 10, 20$ y 30 homogeneizadas y no homogeneizadas.	58
4.3. PSNR promedio y su desviación estándar tras diez pruebas con el sistema el sistema basado en sensores MSFA a imágenes de 64×64 dispersas al 5% y resolución espectral de 5, 6, 7 y 8 bandas usando matrices de medición no homogeneizadas y homogeneizadas con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$	63
4.4. PSNR promedio y su desviación estándar tras diez pruebas con el sistema el sistema basado en sensores MSFA a imágenes de 128×128 dispersas al 5% y resolución espectral de 5, 6, 7 y 8 bandas usando matrices de medición no homogeneizadas y homogeneizadas con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$	63
4.5. PSNR promedio y su desviación estándar tras diez pruebas para cada tipo de apertura y para 3, 4, 8 y 12 captaciones con el CASSI.	67

Índice de figuras

1.1. Composición de una imagen espectral.	20
1.2. Técnicas de adquisición de imágenes espectrales.	21
1.3. Dispersificación de una imagen.	24
1.4. Muestreo compresivo estándar.	24
1.5. Ejemplo de una apertura codificada binaria aleatoria.	27
1.6. Ejemplo de una apertura codificada de color.	27
1.7. Ejemplo de un dispositivo digital de microespejos.	28
1.8. Ejemplo de un sensor basado en un arreglo de filtros multiespectrales.	29
2.1. Matriz H del sistema de modulación espacial aleatoria.	31
2.2. Fenómeno de muestreo del sistema basado en sensores MSFA.	32
2.3. Matriz H del sistema basado en sensores MSFA.	33
2.4. Elementos ópticos presentes en CASSI.	34
2.5. Matriz de medición del CASSI.	36
3.1. Problema de muestreo en CSI.	38
3.2. Diagrama de flujo del trabajo realizado en cada arquitectura.	43

3.3. El problema de muestreo en el sistema de modulación espacial aleatoria por el diseño estocástico de \mathbf{H}	44
3.4. Matriz \mathbf{H} homogeneizada del sistema de modulación espacial aleatoria.	45
3.5. El problema de muestreo en el sistema basado en sensores MSFA por el diseño aleatorio de los arreglos de filtros multiespectrales. . . .	46
3.6. Matriz \mathbf{H} homogeneizada del sistema basado en sensores MSFA. . .	47
3.7. El problema de muestreo en CASSI por las aperturas codificadas aleatorias.	48
3.8. Construcción de las matrices \mathbf{W} para \mathbf{H} del CASSI.	50
3.9. Matriz \mathbf{H} homogeneizada del CASSI con $M_y = 1$	51
4.1. Imagen original de pruebas para el sistema de modulación espacial aleatoria.	53
4.2. PSNR promedio conseguido con \mathbf{H} no homogeneizada y \mathbf{H} homogeneizada con $Q = 5$ contra el porcentaje de medidas cuya entrada son las imágenes dispersas al 5% de dimensiones 64×64 y 128×128 . . .	54
4.3. PSNR promedio conseguido con \mathbf{H} no homogeneizada y \mathbf{H} homogeneizada con $Q = 5$ y el 40% de las medidas contra la dispersión de las imágenes de dimensiones 64×64 y 128×128	54
4.4. PSNR promedio conseguido con \mathbf{H} no homogeneizada y \mathbf{H} homogeneizada con el 40% de las medidas contra Q cuya entrada son las imágenes dispersas al 5% de dimensiones 64×64 y 128×128	55
4.5. Comparación entre un corte de la imagen de la figura 4.7 de dimensiones 64×64 dispersado al 10% y sus reconstrucciones usando \mathbf{H} con $Q = 5$, comprimiendo al 40% los datos, homogeneizada y con no homogeneizada.	55

4.6. Comparación entre un corte de la imagen de la figura 4.7 de dimensiones 128×128 dispersado al 5% y sus reconstrucciones usando H con $Q = 5$, comprimiendo al 40% los datos, homogeneizada y con no homogeneizada.	56
4.7. Cubo de datos original de pruebas para el sistema basado en sensores MSFA.	59
4.8. PSNR promedio conseguido con H no homogeneizada y H homogeneizada con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$ contra el número de bandas espectrales cuya entrada son las imágenes dispersas al 5% de dimensiones 64×64 y 128×128	60
4.9. PSNR promedio conseguido con H no homogeneizada y H homogeneizada con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$ contra el porcentaje de dispersión cuya entrada son las imágenes con 8 bandas espectrales de dimensiones 64×64 y 128×128	61
4.10. Comparación entre un corte del cubo de datos de la figura 4.7 de dimensiones $64 \times 64 \times 8$ dispersado al 5% y sus reconstrucciones usando H homogeneizada con $M_y = 0,8$ y con H no homogeneizada.	61
4.11. Comparación entre un corte del cubo de datos de la figura 4.7 de dimensiones $128 \times 128 \times 5$ dispersado al 5% y sus reconstrucciones usando H homogeneizada con $M_y = 0,8$ y con H no homogeneizada.	62
4.12. Representación en formato RGB del cubo de datos original de pruebas para CASSI.	64
4.13. Comparación del cubo de datos ampliado y cortado original y los cubos de datos reconstruidos tras tomar 4 captaciones.	65
4.14. Comparación del cubo de datos ampliado y cortado original y los cubos de datos reconstruidos tras tomar 8 captaciones.	65

4.15. PSNR promedio de la reconstrucción del cubo de datos de $256 \times 256 \times$ 16 usando las tres aperturas codificadas.	66
--	----

Resumen

TITULO: DISEÑO DE UN ALGORITMO ALEATORIO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE UN SISTEMA DE CAPTURA COMPRESIVO DE IMÁGENES ESPECTRALES USANDO ANÁLISIS MATRICIAL¹

AUTOR: CAMILO NORIEGA WANDURRAGA²

PALABRAS CLAVE: Imágenes espectrales, muestreo compresivo, algoritmos aleatorios, homogeneización de la matriz de medición.

Los sistemas de muestreo compresivo usan una matriz de detectores para medir proyecciones codificadas de una escena espectral tridimensional. Un algoritmo de reconstrucción basado en la teoría de muestreo compresivo utiliza las proyecciones para obtener la reconstrucción de la escena tridimensional. La teoría de muestreo compresivo se basa en dos principios: dispersión e incoherencia. Alta incoherencia presente en el sistema conduce a imágenes reconstruidas de mayor calidad. Las proyecciones codificadas en los sistemas de muestreo compresivo se producen debido a la modulación causada por elementos ópticos como dispositivos digitales de microespejos o arreglos de filtros multispectrales. Los sistemas de muestreo compresivo pueden modelarse como transformaciones lineales. La matriz de transformación representa los efectos físicos que la modulación óptica del sistema tiene sobre la escena. La matriz de transformación también es llamada matriz de medición. Las matrices de muestreo modulan espacioespectralmente la luz de la escena. La calidad de las imágenes reconstruidas depende del diseño de las matrices de medición. Un algoritmo que diseña las matrices de medición aleatoriamente, mantiene la incoherencia entre la matriz de muestreo y la base de representación. Sin embargo, los diseños completamente aleatorios de las matrices de muestreo, pueden provocar que la información de algunos voxeles sea medida más de una vez, o no sea medida. En este trabajo se presenta un algoritmo aleatorio para el diseño de matrices de medición que homogeneiza parámetros definidos de diseño. La homogeneización se consigue nivelando los parámetros seleccionados de la matriz, como el promedio de los elementos de paso por columna, y el promedio de elementos de paso por fila. Se usan tres sistemas de muestreo compresivo para evaluar el método de homogeneización. Las simulaciones muestran una mejora de hasta 6 dB del PSNR de las imágenes reconstruidas usando matrices de muestreo homogeneizadas, en comparación con matrices no homogeneizadas.

¹Trabajo de Investigación

²Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática. Director, Henry Arguello Fuentes. Codirectora, Yuri Hercilia Mejía Melgarejo.

Abstract

TITLE: RANDOM ALGORITHM FOR COMPRESSIVE SENSING SPECTRAL IMAGING SYSTEM BY MATRIX ANALYSIS ¹

AUTHOR: CAMILO NORIEGA WANDURRAGA ²

KEYWORDS: Spectral imaging, compressive sensing imaging, random algorithms, measurement matrix homogenization.

Compressive spectral imaging systems (CSI) use a focal plane array (FPA) to measure two-dimensional (2D) coded projections of a three-dimensional (3D) spatio-spectral scene. A reconstruction algorithm based on compressive sensing theory exploits the projections to retrieve the underlying 3D scene. Compressive sensing relies on two principles: sparsity and incoherence. Higher incoherence drives to better reconstructed image quality. The coded projections in CSI systems are produced by modulation optical elements like coded apertures or multispectral filter arrays. The CSI systems can be modeled as a linear transformation. The transformation matrix represents the physical effects of the modulation optical element and the prism on the scene. The transformation matrix is also called the measurement matrix. The measurement matrices modulate spatially and spectrally the light from the scene. The reconstruction image quality is highly dependent on the design of measurement matrices. An algorithm that randomly designs the measurement matrices maintains the incoherence between the sensing matrix and the representation base. However, a completely random design of a measurement matrix, may cause that the voxel information be sensed more than once, or not be sensed. This work presents a random algorithm for the design of measurement matrices by homogenizing defined parameters. The homogenization is achieved by leveling the selected parameters of the matrix, like the average of unblocking elements per column and the average of unblocking elements per row. Three CSI systems have been used to test the homogenization method. Simulations show improvement up to 6 dB in reconstruction PSNR by using the measurement matrices designs compared with traditional random measurement matrices.

¹Research Work

²School of Physical-Mechanical Engineering. Department of Systems Engineering and Informatics. Advisor, Henry Arguello Fuentes. Co-advisor, Yuri Hercilia Mejía Melgarejo.

INTRODUCCIÓN

Las imágenes espectrales son un conjunto de imágenes bidimensionales que contienen la información de una escena a lo largo del espectro electromagnético. Las principales aplicaciones de las imágenes espectrales se desarrollan en áreas como astrofísica [1], agricultura [2], teledetección ambiental [3], detección de objetos [4], procesamiento de imágenes biomédicas [5], microscopia, entre otras. Para dichas aplicaciones es decisivo obtener imágenes espectrales con la máxima calidad posible.

Las imágenes espectrales demandan gran capacidad de memoria tanto para su adquisición como para su procesamiento. Una alternativa para disminuir los requerimientos de memoria en el manejo de imágenes espectrales es el muestreo compresivo de imágenes (CSI del inglés *compressive spectral imaging*). El proceso de muestreo compresivo de imágenes espectrales mide proyecciones codificadas 2D de una escena empleando instrumentos ópticos de modulación, dispersión y captación de luz. Para recuperar la información de la imagen espectral desde las proyecciones codificadas se usa un algoritmo fundamentado en las normas ℓ_1 y ℓ_2 . Es posible recuperar esta información con alta fidelidad gracias a dos principios en los que se basa el CSI: dispersión e incoherencia. Entre más alta sea la incoherencia mayor será la calidad de las imágenes reconstruidas.

Algunos espectrómetros que realizan el CSI lo hacen tomando las proyecciones de la escena mediante el uso de elementos ópticos de modulación. Algunos de estos elementos ópticos de modulación pueden ser aperturas codificadas [6, 7], dispositivos digitales de microespejos [8] o arreglos de filtros multispectrales [9]. Los elementos ópticos de modulación tradicionales, llamados también elementos ópticos de modulación binaria, tienen como función bloquear o permitir el paso de la luz a través de un patrón conocido, de esta forma, una ‘sombra’ codificada se proyecta sobre el plano del detector. La calidad de la imagen reconstruida es altamente dependiente del diseño de los patrones de estos elementos. Un algoritmo que diseñe los patrones de los elementos ópticos de modulación aleatoriamente consigue que

la incoherencia entre la matriz de muestreo y la base de representación de la señal sea alta.

Recientes investigaciones cambiaron el paradigma de muestreo reemplazando los elementos de modulación binaria por modulación de color. Los elementos de modulación de color captan más información debido a que, como su nombre sugiere, modulan espacial y espectralmente la escena. Las modulación de color permiten el paso de determinadas longitudes de onda en cada pixel del detector. Aunque el diseño de los patrones de modulación codificadas actuales, tanto binarios como de color, es completamente aleatorio, el método de muestreo que usa modulación de color logra que la calidad de la imagen reconstruida supere la del método tradicional.

Los sistemas de captura compresiva se pueden modelar matemáticamente como $y = Hf$ donde f es la escena, H es la matriz de medición que representa los efectos del sistema en la escena (incluyendo la modulación) y y corresponde a las medidas. Este modelo posibilita crear un simulador del sistema y permite además el diseño del patrón de modulación partiendo de la estructura de la matriz de medición.

En este proyecto se propone un algoritmo aleatorio que permita el diseño óptimo de la matriz de medición del sistema. Para comprobar la efectividad del algoritmo, se aplica en tres casos de muestreo compresivo: en primer lugar, en una modulación espacial aleatoria para imágenes, segundo, en el sistema de sensores basados en arreglos de filtros multiespectrales (sistema MSFA) y en el sistema de adquisición de imágenes espectrales basado en aperturas codificadas (CASSI). En todos los casos, con la homogeneización de las matrices se obtiene mejor calidad en la reconstrucción de la imagen medido con la relación señal a ruido de pico (PSNR). Las matrices diseñadas superan a las aleatorias desde 1 dB hasta 6 dB.

Capítulo 1

CONCEPTOS BÁSICOS

1.1. IMÁGENES ESPECTRALES

Las imágenes espectrales (HSI, de su sigla en inglés) se definen como imágenes espaciales en diferentes longitudes de onda, es decir, contienen la información dada por la interacción entre la radiación electromagnética y la escena. Estas imágenes se denominan cubos de datos o hipercubos, ya que contienen dos dimensiones espaciales y la dimensión espectral. Así, las HSI guardan información del espectro electromagnético de cada píxel en la imagen como se muestra en la figura 1.1.

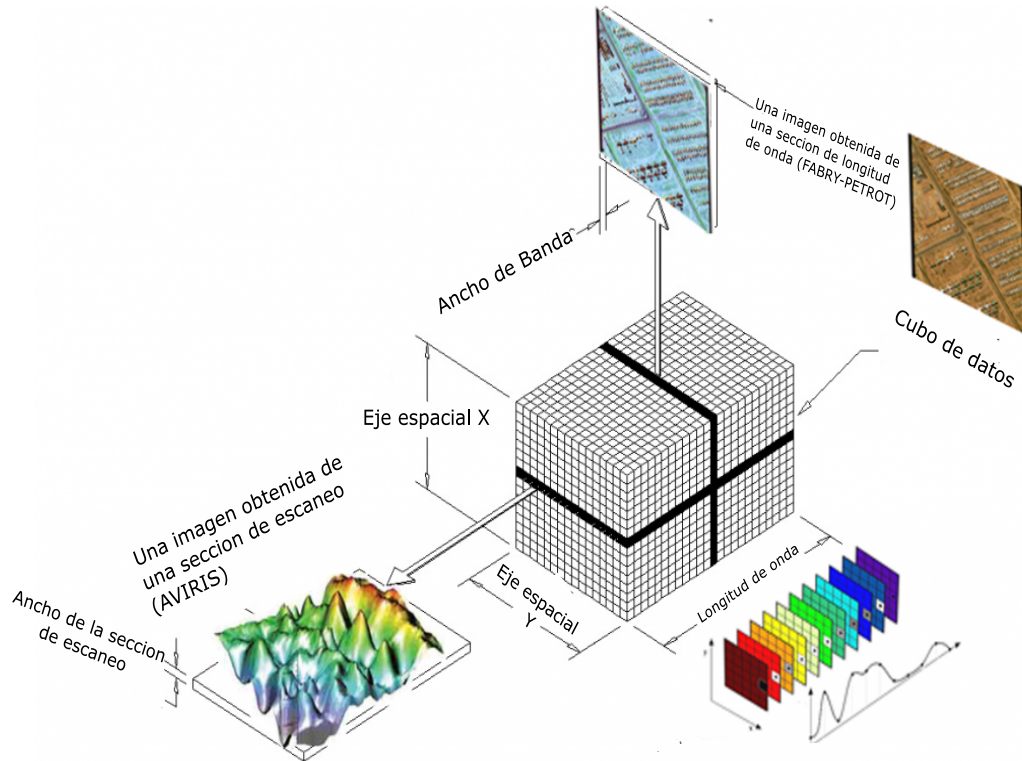
Las HSI permiten la detección, clasificación o identificación de objetos y características a partir de sus firmas espectrales [10]. Gracias a esto, las HSI han sido usadas en diversas aplicaciones como muestreo remoto [11, 12], geología y agricultura [13, 14], industria alimenticia [15], procesamiento de imágenes biomédicas y análisis no invasivo de tejido para la detección de cáncer [2, 16].

Matemáticamente, las imágenes espectrales se definen como $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times M \times L}$ donde N y M representan las dimensiones espaciales y L es la profundidad espectral del cubo de datos.

1.1.1. Sistemas de adquisición tradicionales de imágenes espectrales

Existen diversas tecnologías de espectroscopia utilizadas para la adquisición de datos espectrales, los espectrómetros de barrido pueden captar información de la escena bien sea por píxeles o por franjas, y los sistemas estáticos, de filtrado rotato-

Figura 1.1: Composición de una imagen espectral.



[17]

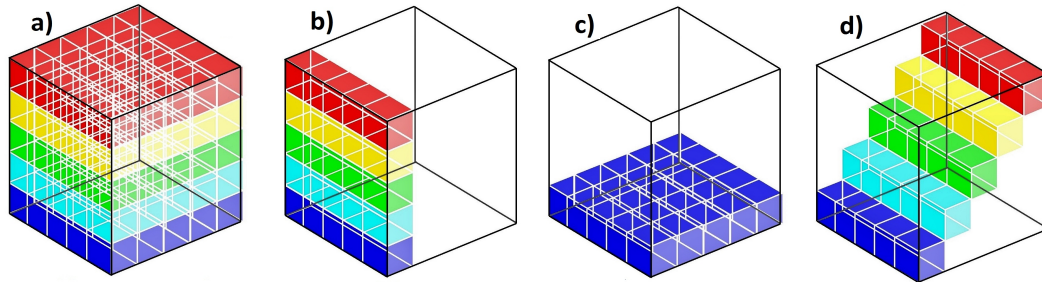
rios y cámaras tipo *snap shot*, captan la información en forma de imágenes espectrales en un intervalo de longitudes de onda. El proceso de adquisición se realiza hasta que se tiene el cubo de datos completo de la escena.

Dado que el cubo de datos es tridimensional y detector es bidimensional, las técnicas clásicas de adquisición se basan en escanear capas bidimensionales del cubo de datos, (véase Fig. 1.2). Los métodos más comunes para la adquisición de HSI (Fig. 1.2.a) son el barrido espacial (Fig. 1.2.b), el barrido espectral (Fig. 1.2.c) y el barrido espacio-espectral (Fig. 1.2.d).

Espectrómetros de barrido por pixel (*whiskbroom scanners*)

Los espectrómetros de barrido por pixel son por lo general sensores ópticos o electromecánicos que cubren el campo visual gracias al movimiento angular de un espejo de barrido mecánico, que recorre cada franja de extremo a extremo, y al movimiento mecánico rotacional de la plataforma del sensor. Estas franjas son ad-

Figura 1.2: Técnicas de adquisición de imágenes espectrales. El cubo de datos espectral (a). Los métodos más comunes para la captura de HSI son el barrido espacial (b), el barrido espectral (c) y el barrido espacio-espectral (d).



quiridas usando un sistema de escaneo *across-track* y la imagen se forma a medida que la plataforma del sensor se mueve hacia adelante [18].

Entre las ventajas del principio de escaneo de barrido por pixel para espectrómetros se encuentran una mayor uniformidad espectral, dado que todos los píxeles son medidos con la misma línea de detectores, permitiendo que el diseño óptico se adapte a un mayor tamaño en los píxeles. El proceso de calibración es mucho más sencillo que en otros sistemas, pues el sistema se compone de detectores individuales. Adicionalmente, esta tecnología cuenta con calibración en vuelo, con puntos de referencia ubicados al principio de cada línea de escaneo.

Las desventajas principales de este diseño son la presencia de un sistema de escaneo mecánico, el corto tiempo de integración y la geometría en la formación de la imagen, la cual depende de la velocidad de escaneo, la organización de los espejos ópticos y el movimiento ortogonal de la plataforma [19, 20, 21].

Espectrómetros de barrido por franjas (*Pushbroom scanners*)

En general, un espectrómetro de barrido por franjas no usa componentes mecánicos para la adquisición de los datos. La formación de la imagen está basada únicamente en el movimiento del sensor. Un espectrómetro de barrido por franjas es un sistema óptico que adquiere una serie de muestras unidimensionales ortogonales a la plataforma de vuelo, a lo largo de una dimensión espacial construida por el movimiento de la plataforma. La componente espectral se construye dispersando la radiación en un detector de área. En la construcción del cubo de datos la dimensión

espacial x y la espectral λ se adquieren simultáneamente, mientras que la dimensión espacial y se obtiene con el movimiento del detector.

Los espectrómetros de barrido por franjas permiten un mayor tiempo de integración para cada detector individual, adicionalmente, existen distintas relaciones geométricas fijas entre los píxeles en una línea de escaneo. Dado que los sensores de área son usados como planos focales, la calibración uniforme de la respuesta del detector es crítica [14, 22, 23, 24].

1.2. MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES

El muestreo compresivo de imágenes (CSI, de su sigla en inglés) es una teoría para adquirir y reconstruir una señal de manera eficiente mediante la búsqueda de la solución dispersa a un sistema indeterminado de ecuaciones lineales [25, 26]. A diferencia del proceso de reconstrucción de señales tradicional, la teoría de muestreo compresivo permite que las señales dispersas o compresibles sean reconstruidas con menos muestras.

El proceso de reconstrucción tradicional se fundamenta en el teorema de Nyquist, que establece que una señal periódica continua puede reconstruirse si tienen un ancho de banda limitado y la tasa de muestreo es superior o igual al doble de dicho ancho de banda, una tasa de muestreo inferior llevará a la pérdida de información [27]. Diferentes aplicaciones de adquisición de señales como imágenes requieren algoritmos de compresión para las muestras debido a que sus requerimientos para cumplir el criterio de Nyquist son elevados y se dificulta su almacenamiento. En contraste, CSI integra tanto el muestreo como la compresión en un solo proceso que reduce los costos de almacenamiento y los esfuerzos relacionados con el incremento de la tasa de muestreo necesaria con métodos tradicionales.

El procedimiento de muestreo compresivo consiste en tomar una señal f de orden n y reducirla a una señal y de orden m , con $m \ll n$, para ello se aplica una transformación lineal $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ tal que

$$y = Hf, \tag{1.1}$$

donde $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ es la matriz de transformación, también llamada matriz de medición o base de muestreo, y \mathbf{f} es la vectorización de la señal original. Para la reconstrucción de \mathbf{f} a partir de \mathbf{y} , se sabe que existen infinitas soluciones para la ecuación 1.1, porque la dimensionalidad de \mathbf{y} es mucho menor que la de \mathbf{f} . En otras palabras, hay menos ecuaciones que incógnitas.

El CSI se sostiene sobre dos conceptos principales: la dispersión, característica de la escena de interés, y la incoherencia, que da forma a la estructura de medición [28].

1.2.1. Dispersión

La dispersión establece que la mayor parte de la energía de una señal está concentrada en un porcentaje reducido de sus componentes, en otras palabras, se dice que una imagen es dispersa si la mayoría de sus elementos están cerca o son iguales a cero [28].

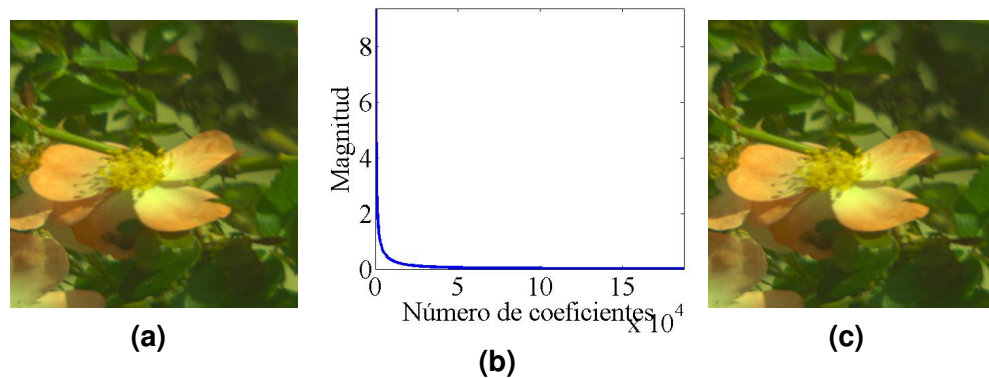
CSI explota el principio de que la mayoría de las señales naturales pueden expresarse en una base adecuada con un número pequeño de coeficientes. La dispersión es un requisito clave para la aplicación de la teoría de CSI. En la práctica pocas señales son completamente dispersas, sin embargo, es posible encontrar una representación dispersa en otros dominios como Wavelet, Fourier o DCT. Matemáticamente, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ puede expresarse como

$$\mathbf{f} = \Psi \mathbf{x}, \quad (1.2)$$

donde $\Psi \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una base de representación que puede expresarse como el producto Kronecker de dos bases $\Psi = \mathbf{V} \otimes \Psi^{2D}$ y \mathbf{x} es el vector de coeficientes en el dominio Ψ . En este caso se dice que \mathbf{x} es K -dispersa si $K \ll n$ de sus elementos son diferentes de cero. Dicho de otro modo, \mathbf{x} es dispersa si puede representarse como una combinación lineal de K vectores de la base de representación [29]. Ahora si $K = m$, es posible reconstruir \mathbf{f} a partir de su transformación de la ecuación (1.2). En algunos casos la representación \mathbf{x} no es completamente dispersa, sin embargo la mayoría de de sus componentes son valores muy pequeños que pueden

despreciarse sin obtener pérdidas considerables de la señal. La figura 1.3 presenta un ejemplo de este comportamiento llamado dispersificación de una imagen.

Figura 1.3: Dispersificación de una imagen. (a) Imagen original, (b) coeficientes de (a) en una base de representación Ψ obtenida como el producto kronecker de la base Wavelet en 2D como base Ψ^{2D} y la DCT como base \mathbf{V} ; (c) la imagen reconstruida usando el 5% de los coeficientes más significativos, el 95% restante fue convertido a cero.

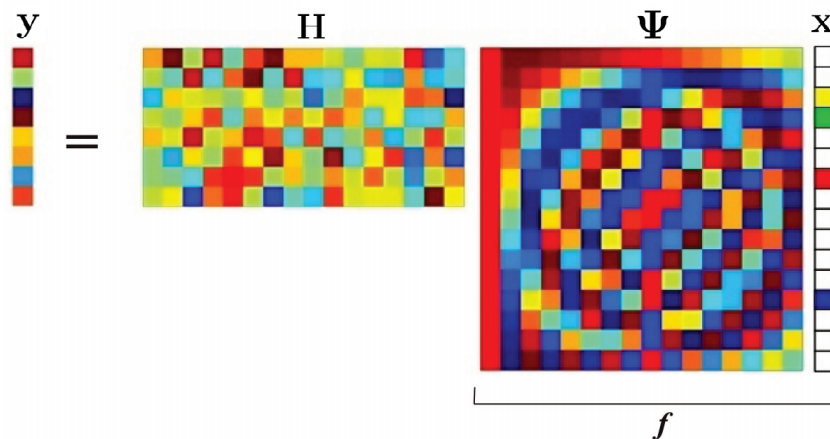


De acuerdo con las ecuaciones (1.1) y (1.2) se tiene que

$$y = \mathbf{H}f = \mathbf{H}\Psi x = \mathbf{A}x, \quad (1.3)$$

donde $\mathbf{A} = \mathbf{H}\Psi$. La figura 1.4 muestra la representación gráfica de la ecuación 1.3.

Figura 1.4: Muestreo compresivo estándar. y es el vector de medidas, \mathbf{H} es la matriz de medición, f es la señal original, Ψ es la base de representación dispersa y x es el vector de coeficientes dispersos.



1.2.2. Incoherencia

Es necesario contar con mayor información para lograr resolver el sistema indeterminado (1.3). CSI ofrece más información si se satisface que la base de muestreo \mathbf{H} y la base de representación Ψ sean incoherentes entre sí, en otras palabras, que la señal a ser reconstruida, con una representación dispersa en alguna base Ψ , no debe ser dispersa en el dominio en el que se haya adquirido, permitiendo mayor compresión.

La coherencia mide la mayor correlación entre los elementos de \mathbf{H} y de Ψ . Si \mathbf{H} y Ψ contienen elementos correlacionados, la coherencia es alta, de lo contrario es baja. La coherencia entre la matriz de medición y la base de representación se expresa como

$$\mu(\mathbf{H}, \Psi) = \sqrt{n} \cdot \max_{1 \leq k, j \leq n} |\langle \varphi_k, \psi_j \rangle|. \quad (1.4)$$

Algunas bases incoherentes entre sí son noiselets y wavelets. Otros ejemplos importantes son las matrices aleatorias, como las creadas mediante la distribución de Bernoulli, las cuales son incoherentes con cualquier base de representación fija Ψ . Tal es el caso de una base ortonormal uniforme aleatoria que tiene coherencia entre \mathbf{H} y Ψ de aproximadamente $\sqrt{2 \log n}$ [28, 30].

Cada medición recoge información de todos los componentes de la imagen. Para garantizar que matriz de medición no dañe la información relevante de la señal comprensible por la reducción de dimensionalidad (de f a y), el CSI requiere que la condición de incoherencia se dé, de esta forma la energía de la señal se distribuye por todo el dominio de detección preservando la información [28, 31].

1.2.3. Fundamentos para la reconstrucción

El muestreo compresivo de imágenes utiliza algoritmos de optimización convexa para reconstruir la señal a partir del conjunto de mediciones y . Un enfoque básico en esta clase de reconstrucciones es la utilización de las normas ℓ_1 y ℓ_2 en un problema

de minimización tal que

$$\mathbf{f} = \Psi(\arg \min_x \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \tau\|\mathbf{x}\|_1), \quad (1.5)$$

donde τ es una constante de regularización [6, 28].

Para la reconstrucción de imágenes espectrales se requieren algoritmos de rápida convergencia que resuelvan el problema de la ecuación (1.1), en este trabajo se presentan los resultados obtenidos usando el algoritmo GPSR [32, 33].

1.3. ELEMENTOS ÓPTICOS DE MODULACIÓN PARA ARQUITECTURAS CSI

En el capítulo siguiente se mostrarán algunas arquitecturas que aplican la teoría de CSI para captaciones de imágenes espectrales. Todas requieren de algún elemento óptico que codifique la luz antes de captar las proyecciones en el detector.

1.3.1. Aperturas codificadas

Una apertura codificada es una cuadrilla que modula las proyecciones de una fuente antes de llegar al detector, es decir, bloquea el paso de algunas longitudes de onda de la luz en determinados puntos del espacio. La mayor cantidad de aplicaciones de las aperturas codificadas se dan para arquitecturas de compresión de imágenes hiperespectrales [34, 35]. A continuación se presentan las aperturas codificadas tradicionales.

Apertura codificada aleatoria binaria

Las aperturas binarias se constituyen de elementos de bloqueo o paso de todas las longitudes de onda de la luz. Los elementos de paso de las aperturas aleatorias binarias se encuentran aleatoriamente distribuidos en la cuadrilla [35]. Los elemen-

tos de paso sobre el total de elementos definen el porcentaje de transmitancia. La transmitancia óptima depende del sistema de adquisición [36].

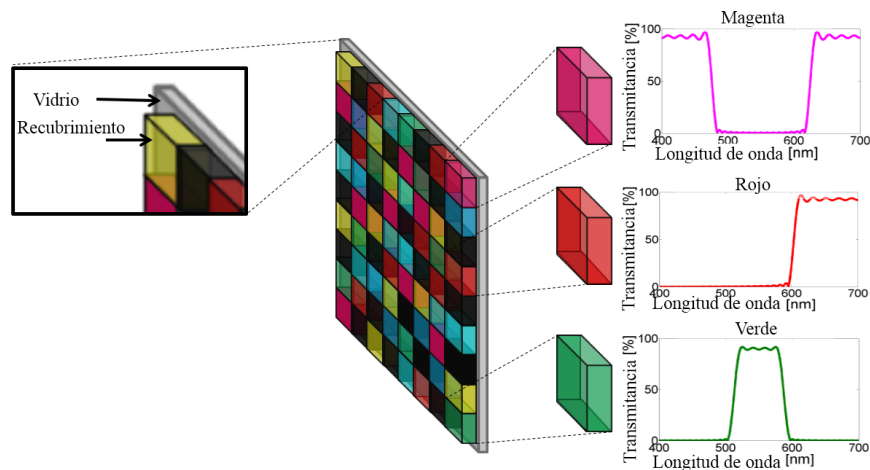
Figura 1.5: Ejemplo de una apertura codificada binaria aleatoria de dimensiones 16×16 del 50 % de transmitancia.



Apertura codificada aleatoria de color

Las aperturas codificadas de color, a diferencia de las aperturas codificadas binarias, se componen de elementos que modulan la luz espectralmente, es decir permiten el paso de algunas longitudes de onda de la luz. Las aperturas de color han sido usadas en aplicaciones como visión artificial [37], estimación multienfoque y en profundidad [38, 39]. La figura 1.6 ilustra una apertura codificada cuyos elementos de modulación son filtros pasa-bajo, pasa-alto, pasa-banda o de bloqueo y se encuentran dispuestos aleatoriamente [40].

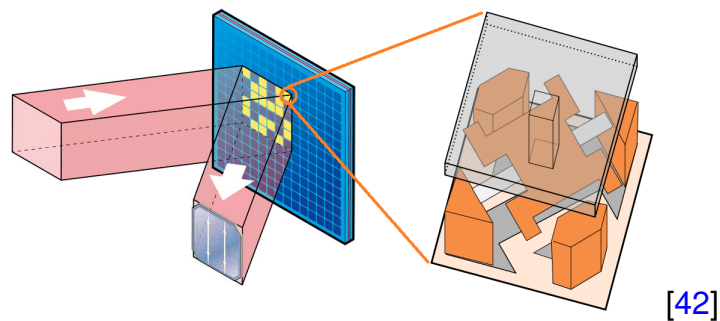
Figura 1.6: Ejemplo de una apertura codificada de color. Cada pixel en la apertura codificada es uno de muchos filtros ópticos posibles cuya respuesta espectral se puede seleccionar.



1.3.2. Dispositivo digital de microespejos

Los dispositivos digitales de microespejos (DMD de su sigla en inglés) son moduladores de luz micromecánicos usados para variar su estructura en cada captación. La figura 1.7 muestra un DMD, el cual es un equipo óptico que contiene miles de espejos microscópicos ubicados en una matriz rectangular. Los espejos pueden ser girados 10 grados o -10 grados, lo que equivale a decir que cambian de estado de a activado o a desactivado. El estado activado refleja la luz proveniente en la dirección del sensor de captura, y el estado desactivado en otra dirección fuera de la ruta de muestreado, generando un pixel oscuro en el sensor. Es así como el DMD modula la intensidad lumínica, por medio de la programación de sus microespejos [41].

Figura 1.7: Ejemplo de un dispositivo digital de microespejos.



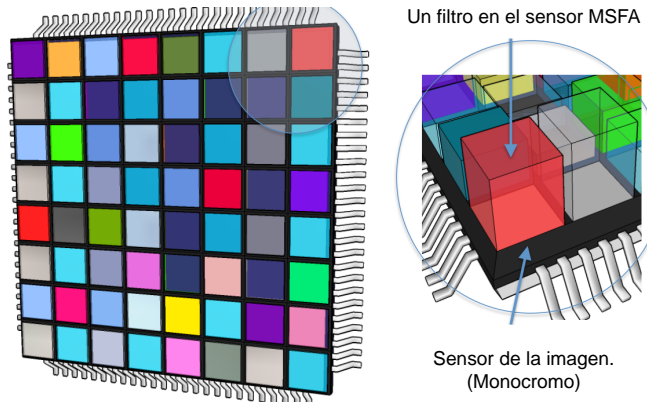
1.3.3. Arreglos de filtros multiespectrales (MSFA)

Actualmente, las tecnologías de recubrimientos ópticos han permitido la miniaturización y optimización en el diseño de estos elementos, permitiendo la creación de arreglos de filtros ópticos multiespectrales, con diseños y manufactura tradicionales. La técnica de recubrimientos ópticos combina técnicas de diseño de películas ópticas con procedimientos de microlitografía. Este proceso permite la precisión a escala microscópica en los patrones ópticos los recubrimientos dicróicos en sustratos simples [43]. Un filtro dicróico es un filtro de color de alta precisión usado para permitir el paso selectivo de la luz en un pequeño rango de longitudes de onda, mientras que refleja las demás longitudes [9].

La figura 1.8 muestra la representación de un sensor basado en un arreglo de

filtros multispectrales que es un sensor monocromo cubierto con un MSFA. Cada pixel en el sensor solo mide algunos componentes espectrales en una posición espacial específica.

Figura 1.8: Ejemplo de un sensor basado en un arreglo de filtros multispectrales.



Capítulo 2

SISTEMAS DE ADQUISICIÓN COMPRESIVA DE IMÁGENES ESPECTRALES

2.1. SISTEMA DE MODULACIÓN ESPACIAL ALEATORIA

Para comprimir los datos, el muestreo compresivo calcula productos internos (también denominados medidas) entre vectores conocidos y datos originales. Existen diversas estrategias para realizar muestreo compresivo en problemas de imágenes espectrales. Una de las posibilidades es realizar muestreo compresivo en el dominio espacial por medio de productos internos con las imágenes de las bandas [44, 45, 46]. En esta primera parte del trabajo se propone realizar muestreo compresivo con matrices cuyas entradas son tipo Bernoulli. Específicamente, se usan diferentes matrices de compresión $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m \times N \cdot M}$ para cada imagen de dimensiones $N \times M$, donde m es el número de medidas realizadas a la imagen. Las medidas se relacionan con las dimensiones espaciales de la imagen a través del porcentaje de medidas que se obtiene dividiendo m por el producto de N y M .

Sea $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{N^2}$ un vector tal que $\|\mathbf{q}\|_{\ell_0} = Q$, $Q \in \mathbb{N}$ constante, con $q_i \in \{0, 1\}$ para toda $i = 0, 1, \dots, N^2 - 1$ cuyos elementos se encuentran aleatoriamente distribuidos. Partiendo de esto, se define una matriz \mathbf{H} como

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_0^T \\ \mathbf{q}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{q}_{m-1}^T \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

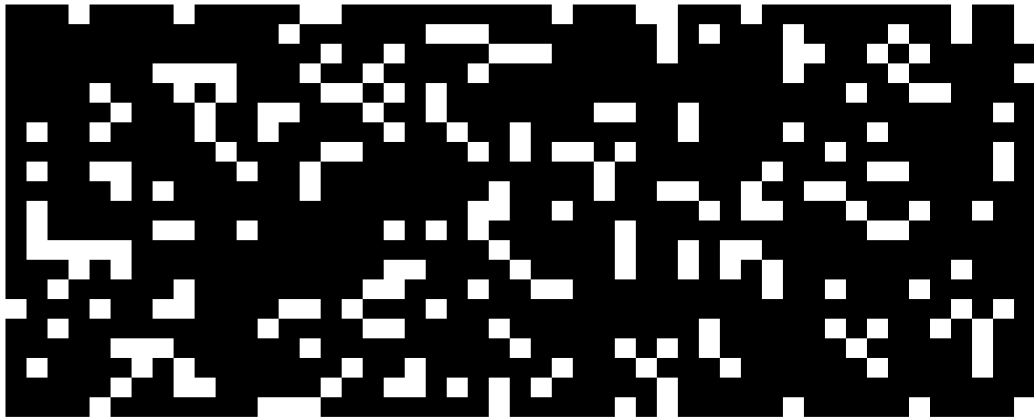
El sistema de modulación espacial aleatoria, como su nombre lo indica, modula espacialmente la escena bidimensional y luego integra esta modulación en una sola medida. Matemáticamente, el sistema puede modelarse como

$$y = \mathbf{H}f, \quad (2.2)$$

donde f es la vectorización de la imagen y \mathbf{H} es tomada como la definida en la ecuación (2.1).

La figura 2.1 muestra la estructura de la matriz \mathbf{H} .

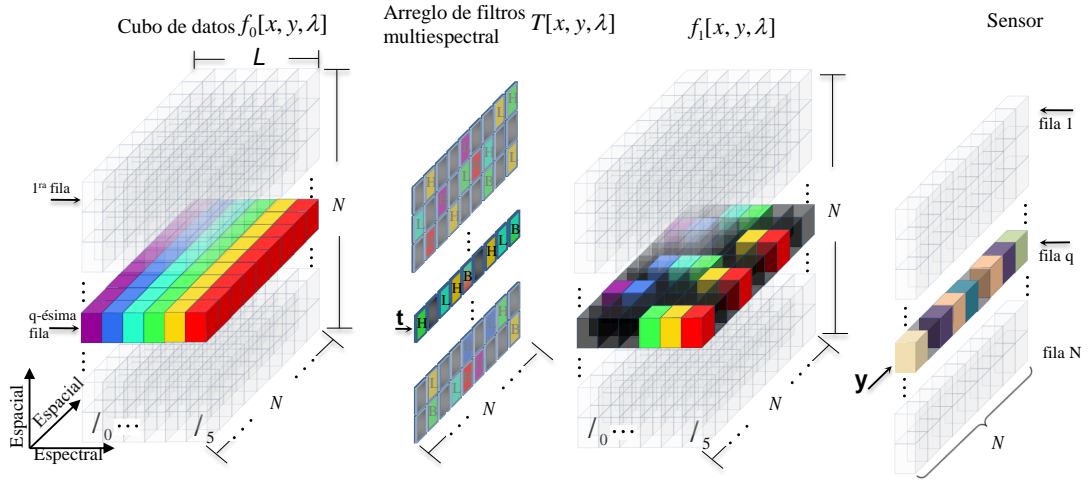
Figura 2.1: Matriz \mathbf{H} del sistema de modulación espacial aleatoria. Se muestra una matriz \mathbf{H} donde $N = 4$, $M = 7$, $Q = 10$ y el porcentaje de las medidas es del 40%. Los cuadros blancos representan los unos (elementos de paso), los negros, los ceros (elementos de bloqueo).



2.2. SISTEMA BASADO EN SENSORES CON ARREGLOS DE FILTROS ÓPTICOS

El funcionamiento del sistema basado en sensores MSFA se muestra en la figura (2.2) con $L = 6$ bandas espectrales y se explica siguiendo la j -ésima fila. Primero, el MSFA $T[x, y, \lambda]$ modula el cubo de datos $f_0[x, y, \lambda]$, resultando en el campo codificado $f_1[x, y, \lambda]$ donde $[x, y]$ son las coordenadas espaciales y λ es la longitud de la onda. Finalmente el cubo de datos codificado impacta en el sensor. El arreglo de los filtros multispectrales está unido al detector luego solo es posible realizar una captación.

Figura 2.2: Representación del fenómeno de muestreo del sistema basado en sensores MSFA. La j –ésima fila del cubo de datos es codificada por una fila del MSFA.



Cada pixel del sensor es una medida discretizada. La fuente $f_0[x, y, \lambda]$ puede escribirse de forma indexada como \mathcal{F}_{ijk} donde i y j son las coordenadas espaciales, y k determina el k –ésimo plano espectral. Sea $T[x, y, \lambda] \in \{0, 1\}$ la discretización del MSFA. Así, la medida discretizada dada por el sensor MSFA puede expresarse como

$$Y_{ij} = \sum_{k=0}^{L-1} \mathcal{F}_{ijk} T_{ijk} + \omega_{ij}, \quad (2.3)$$

donde Y_{ij} es la intensidad en la posición (i, j) del detector, $i, j = 0, 1, \dots, N - 1$, y la dimensión del detector es $N \times N$. $\mathcal{F} \in \mathbb{R}^{N \times N \times L}$ es el cubo de datos espectral, y ω_{ij} es el ruido del sistema de muestreo.

Es posible reescribir la ecuación (2.3) en notación matricial como

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \boldsymbol{\omega}, \quad (2.4)$$

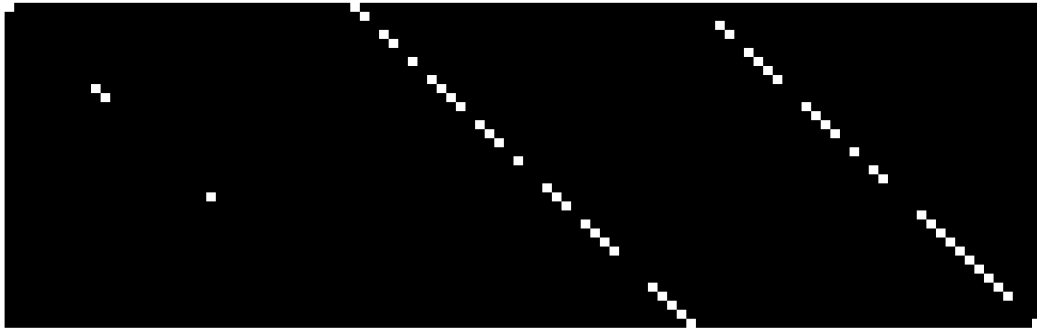
donde $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{N^2}$ es la representación vectorial de $Y_{i,j}$, $\mathbf{f} = \text{vec}([f_0, \dots, f_{L-1}])$ es la representación vectorial del cubo de datos \mathcal{F} donde f_k es la vectorización de la k –ésima banda espectral.

La salida y en la ec. (2.4) se expande a

$$y = \overbrace{\left[\text{diag}(t_0) | \text{diag}(t_1) | \dots | \text{diag}(t_{L-1}) \right]}^{\mathbf{H}} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{L-1} \end{bmatrix} + \omega, \quad (2.5)$$

donde t_k es la vectorización de la k -ésima banda espectral del arreglo de filtros multiespectrales, $\text{diag}(t_k)$ es una matriz diagonal cuyas entradas son t_k , más específicamente $(t_k)_i = T_{\lfloor \frac{i}{N} \rfloor, i - \lfloor \frac{i}{N} \rfloor N, k}$ para $i = 0, \dots, N^2 - 1$. La figura 2.3 presenta una matriz \mathbf{H} basada en un MSFA aleatorio para $N = 6$ y $L = 3$.

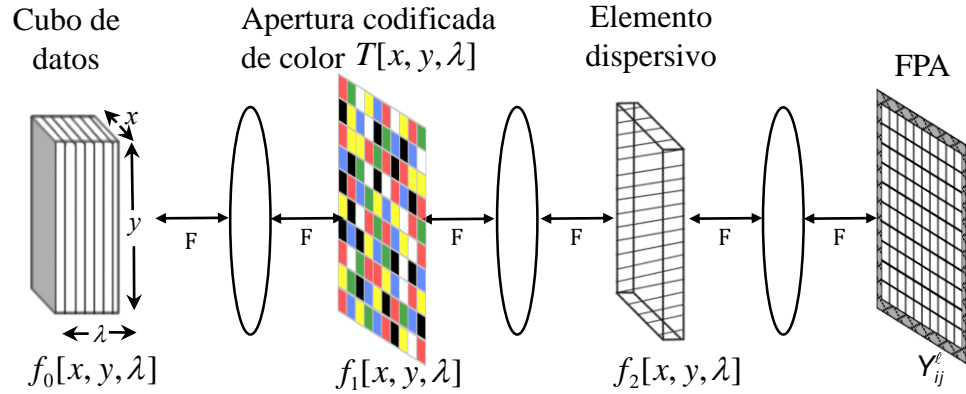
Figura 2.3: Matriz \mathbf{H} del sistema basado en sensores MSFA. Se muestra una matriz \mathbf{H} donde $N = 6$ y $L = 3$.



2.3. SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE IMÁGENES ESPECTRALES BASADO EN APERTURAS CODIFICADAS (CASSI)

El sistema CASSI (del inglés *Coded Aperture Snapshot Spectral Imager*) es una de las arquitecturas ópticas que ha hecho posible implementar el CSI para la adquisición de imágenes espectrales. La figura 2.4 muestra los elementos ópticos principales que componen el sistema: una apertura codificada, un elemento dispersivo como un prisma y una matriz de detectores (FPA, por su sigla en inglés) [35, 47]. Cada pixel de la apertura codificada de color tiene un filtro pasa banda.

Figura 2.4: Elementos ópticos presentes en CASSI. La apertura codificada de color $T[x, y, \lambda]$ reemplaza la apertura tradicional binaria.



El fenómeno físico de muestreo se describe como sigue: el cubo de datos discreto $f_0[x, y, \lambda]$, donde $[x, y]$ son las coordenadas espaciales y λ es la longitud de onda, se codifica espacial y espectralmente por la apertura $T[x, y, \lambda]$, el resultado de esto es el campo $f_1[x, y, \lambda]$ que luego se dispersa espectralmente por el prisma y genera el campo $f_2[x, y, \lambda]$, finalmente $f_2[x, y, \lambda]$ incide sobre la matriz de detectores realizando la medida comprimida [35, 47].

El cubo de datos $f_0[x, y, \lambda]$ puede escribirse de forma indexada como \mathcal{F}_{ijk} donde i y j son las coordenadas espaciales, y k determina el k -ésimo plano espectral. Sea $T^\ell[x, y, \lambda]$ la ℓ -ésima apertura codificada usada en la medida ℓ -ésima. La indexación de $T^\ell[x, y, \lambda]$ es $T_{ijk}^\ell \in \{0, 1\}$, donde 0 representa los elementos de bloqueo de la luz y 1 los elementos de paso de la luz. T_{ijk}^ℓ es una estructura tridimensional mientras que la apertura codificada binaria es bidimensional. La ℓ -ésima medida indexada, también llamada captación, se puede expresar como

$$Y_{ij}^\ell = \sum_{k=0}^{L-1} \mathcal{F}_{i(j+k)k} T_{i(j+k)k}^\ell + \omega_{ij}, \quad (2.6)$$

donde Y_{ij}^ℓ es la intensidad en la posición (i, j) del detector en la ℓ -ésima medida cuyas dimensiones son $N \times (N+L-1)$. \mathcal{F} es un cubo de datos espectral de $N \times N \times L$, y ω_{ij} es el ruido del sistemas de muestreo.

Es posible reescribir la ecuación (2.6) en notación matricial como

$$\mathbf{y}^\ell = \mathbf{H}^\ell \mathbf{f} + \boldsymbol{\omega}, \quad (2.7)$$

donde $\mathbf{y}^\ell \in \mathbb{R}^V$ es la representación vectorial de $Y_{i,j}^\ell$ con $V = N(N + L - 1)$, y \mathbf{f} es la representación vectorial del cubo de datos dado por $\mathbf{f} = \text{vec}([\mathbf{f}_0, \dots, \mathbf{f}_{L-1}])$, \mathbf{f}_k es la vectorización de la k -ésima banda espectral. \mathbf{f}_k y \mathbf{y}^ℓ se ordenan lexicográficamente [40].

Un expansión para \mathbf{y}^ℓ en la ec. (2.7) es

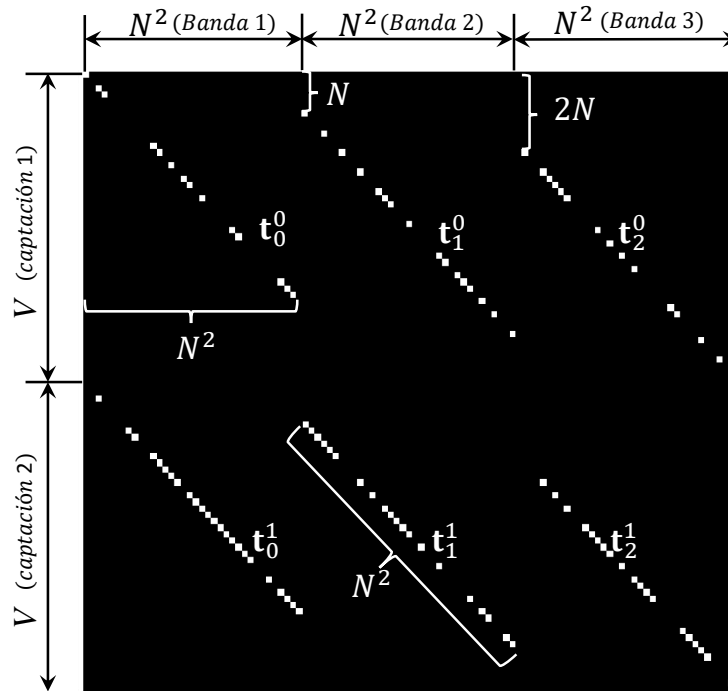
$$\mathbf{y}^\ell = \overbrace{\begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{t}_0^\ell) & \mathbf{0}_{N(1) \times N^2} & \dots & \mathbf{0}_{N(L-1) \times N^2} \\ & \text{diag}(\mathbf{t}_1^\ell) & \dots & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0}_{N(L-1) \times N^2} & \mathbf{0}_{N(L-2) \times N^2} & \dots & \text{diag}(\mathbf{t}_{L-1}^\ell) \end{bmatrix}}^{\mathbf{H}^\ell} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_0 \\ \mathbf{f}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{L-1} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\omega}, \quad (2.8)$$

donde \mathbf{t}_k^ℓ es la vectorización de la k -ésima banda de la apertura codificada de color, matemáticamente $(\mathbf{t}_k^\ell)_j = T_{(j-rN)rk}^\ell$ para $j = 0, \dots, N^2 - 1$ y $r = \lfloor \frac{j}{N} \rfloor$, y donde $\text{diag}(\mathbf{t}_k^\ell)$ es una matriz diagonal con dimensiones $N^2 \times N^2$ cuyas entradas son los vectores \mathbf{t}_k^ℓ .

El conjunto de las K captaciones se integra como $\mathbf{y} = [(\mathbf{y}^0)^T, \dots, (\mathbf{y}^{K-1})^T]^T$. Alternativamente, en CASSI las proyecciones se expresan como $\mathbf{y} = \mathbf{H}\Psi\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ donde $\mathbf{A} = \mathbf{H}\Psi$, y \mathbf{x} es la representación S -dispersa de \mathbf{f} en la base Ψ . El cubo de datos se reconstruye resolviendo el problema de optimización $\tilde{\mathbf{f}} = \Psi(\underset{\mathbf{x}}{\text{argmin}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\Psi\mathbf{x}\|_2 + \tau \|\mathbf{x}\|_1)$ donde τ es la constante de regularización y $\mathbf{H} = [(\mathbf{H}^0)^T, \dots, (\mathbf{H}^{K-1})^T]^T$ [34].

La figura 2.5 muestra una matriz \mathbf{H} para el CASSI con una apertura codificada de color aleatoria con $K = 2$, $N = 6$, y $L = 3$. Cada fila representa el efecto de la modulación del código de apertura y la dispersión del prisma en cada banda espectral del cubo de datos. Cada columna representa las veces que un voxel, en una banda específica, es muestreado.

Figura 2.5: La matriz \mathbf{H} del CASSI se presenta con $N = 6$, $K = 2$, y $L = 3$, con $V = N(N+L-1) = 48$.



Capítulo 3

DISEÑO DE LA MATRIZ DE MEDICIÓN

La ecuación (1.1) representa al proceso de medición lineal como el cálculo de m productos internos entre \mathbf{f} y la colección de vectores $\{\mathbf{h}_j\}_{j=1}^m$, que son las filas de \mathbf{H} , dados por

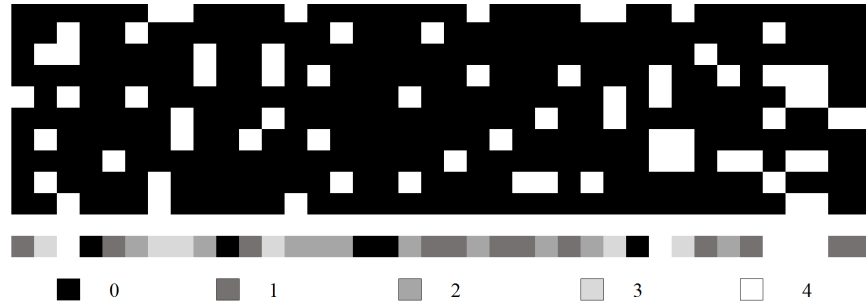
$$y_j = \langle \mathbf{h}_j, \mathbf{f} \rangle, \quad (3.1)$$

donde el conjunto de proyecciones y_j conforman el vector $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, de esta forma, y_j es la combinación lineal de algunos elementos de la señal \mathbf{f} . En ejemplo de un sistema que permita aleatoriamente el paso o el bloqueo de los elementos de la señal y los integre puede llevar a que algunos elementos de la señal no sean muestreados o a que, por el contrario, sean muestreados múltiples veces aumentando la correlación entre los vectores $\{\mathbf{h}_j\}_{j=1}^m$ disminuyendo la incoherencia y finalmente reduciendo la calidad de las reconstrucciones.

La figura 3.1 presenta una matriz \mathbf{H} compuesta de ceros y unos (cuadros negros y blancos respectivamente) con $n = 38$ y $m = 10$ donde cada vector \mathbf{h}_j con $j \in \{1, \dots, m\}$ selecciona aleatoriamente los elementos de paso. El color negro indica que el elemento no se mide y el color blanco representa el número más alto de la suma de elementos de paso, en este caso cuatro veces. En la figura se observa, por ejemplo, que el cuarto elemento de la señal no se muestrea mientras que el tercer elemento se mide cuatro veces.

La aleatoriedad permite obtener condiciones casi óptimas en el número de medidas en términos de la dispersión que permite recuperar los vectores dispersos minimizando la norma ℓ_1 . Para este fin las matrices más usadas son la Gaussiana y la de Bernoulli dado que sus entradas son independientes estocásticamente. Sin embargo, las aplicaciones frecuentemente no permiten matrices de medición completamente aleatorias debido a que se imponen restricciones físicas en el proceso de muestreo reduciendo la aleatoriedad que se puede usar, la estructura por diagonales en la figura (3.7) del sistema CASSI es ejemplo de ello [48].

Figura 3.1: Problema de muestreo en CSI. Se presenta una matriz de medición aleatoria con $n = 38$ y $m = 10$. La barra bajo la matriz indica la cantidad de veces que un elemento de la señal se muestrea, cuya convención de colores se explica en los cuadrados inferiores.



Como se mostrará a continuación, la contribución principal de este trabajo es homogeneizar los elementos de paso en H i.e. minimizar la desviación estándar a cero del promedio de elementos de paso por columna, garantizando homogeneidad en el proceso de muestreo de todos los voxeles. Luego, minimizar la desviación estándar del promedio de los elementos de paso por fila.

3.1. PARÁMETROS DE DISEÑO

En este trabajo se presenta el diseño de la matriz de medición (H) para sistemas cuya H sea binaria. El diseño propuesto de H se fundamenta en la homogeneización de parámetros estadísticos que cumplen con los siguientes criterios de diseño:

- Permitir aleatoriedad en el diseño de H . Para mantener la incoherencia es necesario garantizar aleatoriedad en el diseño, de esta forma conseguir calidad de las reconstrucciones comparables con la calidad de las reconstrucciones conseguidas por aperturas codificadas completamente estocásticas.
- Estabilidad de los parámetros, es decir, que la desviación estándar de la calidad de las reconstrucciones logradas por las diferentes aperturas codificadas diseñadas sea menor a 0.5 dB.

3.2. ALGORITMO PARA LA HOMOGENEIZACIÓN DE LA MATRIZ \mathbf{H}

Los parámetros a homogeneizar son el promedio de elementos de paso por columna (M_y) y el promedio de los elementos de paso por fila (M_x). El proceso de homogeneización consiste en reducir la desviación estándar del promedio de los elementos de paso por columna a cero y luego minimizar la desviación estándar del promedio de los elementos de paso por fila.

Sea $\mathbf{c} = [c_0, \dots, c_{n-1}]$ un vector tal que

$$c_j = \sum_{i=0}^{m-1} H_{ij}, \quad (3.2)$$

donde H_{ij} es el elemento de \mathbf{H} ubicado en la i -ésima fila y en la j -ésima columna con $j = 0, \dots, n-1$. Así, el promedio de elementos de paso por columna se define como

$$M_y = \frac{\sum_{j=0}^{n-1} (c_j)}{n}. \quad (3.3)$$

M_y también se puede interpretar como el promedio de veces que un elemento de la señal se muestra al finalizar las K captaciones. El propósito es que todos los elementos sean muestrados equivalentemente.

Al igual que las columnas, el promedio de elementos de paso por fila se define de manera análoga. Sea $\mathbf{d} = [d_0, \dots, d_{m-1}]$ un vector tal que

$$d_i = \sum_{j=0}^{n-1} H_{ij}, \quad (3.4)$$

donde $i = 0, \dots, m-1$. Sea el promedio de los elementos de paso por fila definido como

$$M_x = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} (d_i)}{m}. \quad (3.5)$$

La homogeneización de la matriz representativa \mathbf{H} se resuelve usando un algoritmo aleatorio. El algoritmo recibe por parámetros la matriz \mathbf{H} y el total de elementos

de paso por columna que se desean M_y .

El funcionamiento del algoritmo depende de la estructura de \mathbf{H} determinada por la arquitectura de muestreo, dado que por esta estructura el algoritmo reduce el problema de la homogeneización de \mathbf{H} a matrices auxiliares $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{X \times Y}$ con $X \leq m$ y $Y \leq n$ que se componen únicamente de los elementos que modulan la escena que se pueden modificar en el sistema como las aperturas codificadas o los dispositivos digitales de microespejos. Los elementos que componen \mathbf{W} son los que se interrelacionan en \mathbf{H} , es decir, los elementos que se ubican en la misma fila o en la misma columna de la matriz \mathbf{H} . Al finalizar, si M_y es entero el algoritmo consigue que $c_j = M_y$ para todo $j \in \{0, \dots, n-1\}$. Así, la desviación estándar del promedio de los elementos de paso por columna es

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} (c_j - M_y)^2} = 0. \quad (3.6)$$

La función *HomogeneizaciónW*, presentada por el algoritmo 1, homogeneiza las matrices \mathbf{W} convirtiéndose en la subrutina más importante del algoritmo principal. El algoritmo 1 recibe \mathbf{W} y el número deseado de elementos de paso por columna (M_y). El M_y deseado es siempre el mismo para cada una de las iteraciones donde se crea una matriz \mathbf{W} . El algoritmo homogeneiza el promedio de elementos de paso por columna y luego requiere calcular el promedio por fila para homogeneizarlo. El promedio de elementos de paso por fila se calcula de nuevo con cada llamada a la función *HomogeneizaciónW* y se hace de la siguiente forma

$$M_x = \frac{M_y Y}{X}. \quad (3.7)$$

Algoritmo 1 HomogeneizaciónW

Entrada: \mathbf{W} , M_y **Salida:** \mathbf{W} $Y \leftarrow \text{numeroColumnas}(\mathbf{W})$ **para** $j = 0$ **hasta** $Y - 1$ **hacer** $m \leftarrow \sum_{i=0}^{X-1} \mathbf{W}_{ij}$ $S \leftarrow M_y - m$ $\mathbf{W} \leftarrow \text{ubicarCerosUnosColAleatorio}(\mathbf{W}, j, S)$ **fin para** $M_x \leftarrow \left\lfloor \frac{M_y \cdot Y}{X} \right\rfloor$ $P_x \leftarrow M_y \cdot Y - M_x \cdot X$ $I \leftarrow \text{ceros}(X)$ $I \leftarrow \text{ubicarCerosUnosColAleatorio}(I, 1, P_x)$ **para** $i = 0$ **hasta** $X - 1$ **hacer** $m \leftarrow \sum_{j=0}^{Y-1} \mathbf{W}_{ij}$ $Q \leftarrow M_x + I(i) - m$ **si** $Q < 0$ **entonces****para** $k = 1$ **hasta** $|Q|$ **hacer** $\mathbf{W} \leftarrow \text{reubicarUnosColFilAleatorio}(\mathbf{W}, i, M_x, I)$ **fin para****fin si****fin para**

Sin embargo, la ecuación (3.7) no garantiza una salida entera, siendo esta salida necesaria pues los elementos de paso están o no en una fila. Por esta razón, para reducir la desviación estándar del promedio de los elementos de paso por fila para cada matriz \mathbf{W} el algoritmo toma la parte entera de M_x para garantizar que cada fila tenga esta cantidad de elementos, luego

$$\lfloor M_x \rfloor = \left\lfloor \frac{M_y Y}{X} \right\rfloor. \quad (3.8)$$

No obstante es indispensable garantizar que el promedio M_x no cambie al calculado en la ec. (3.7) para que M_y no se vea afectado, luego es necesario que algunas filas tengan un elemento de paso extra. El total del filas que tendrán el elemento extra se

calcula como sigue

$$P_x = M_y Y - \lfloor M_x \rfloor X. \quad (3.9)$$

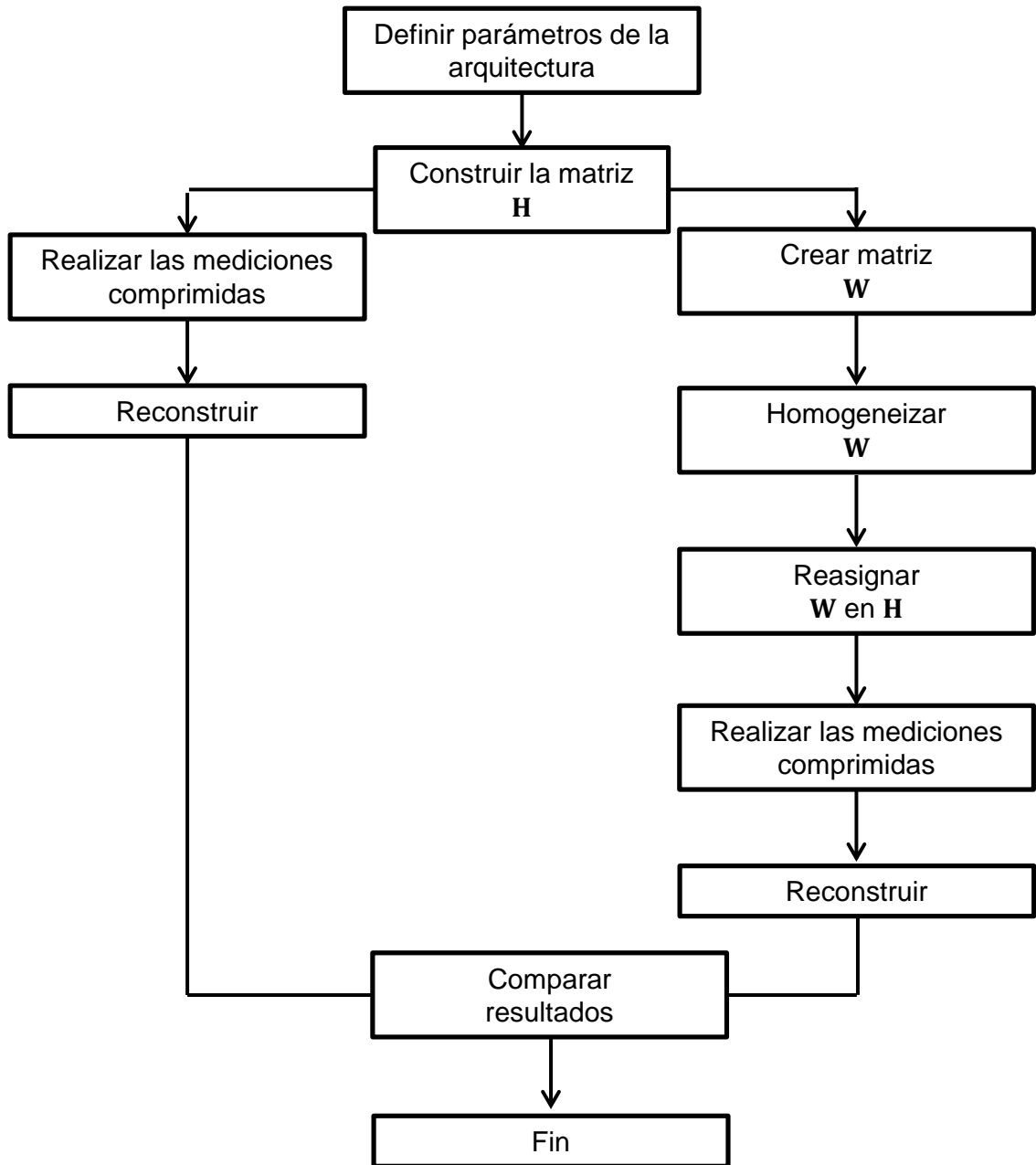
El algoritmo 1 tiene estas consideraciones en cuenta.

Las funciones con las que cuenta el algoritmo 1 son: La función *ubicarCerosUnosColAleatorio*, la cual consigue que en la j -ésima columna haya exactamente M_y elementos de paso, para esto edita los elementos de dicha columna cambiando aleatoriamente $|S|$ elementos de bloqueo por elementos de paso en caso que S sea negativo, o cambiando aleatoriamente S elementos de paso por elementos de bloqueo en caso que S sea positivo; La función *ceros*, la cual crea un vector de ceros de tamaño K , y la función *reubicarUnosColFilAleatorio*, que selecciona aleatoriamente un elemento de paso de la i -ésima fila y lo convierte a elemento de bloqueo, luego reubica el elemento de paso aleatoriamente en la misma columna de donde se convirtió, solo siendo restringido su ubicación para las filas donde $Q > 0$, con Q como función de I y M_y .

El algoritmo 1 regresa la matriz \mathbf{W} homogeneizada. Todas las columnas de \mathbf{W} tienen el mismo número de elementos de paso. El total de elementos de paso en cada fila difiere entre cada una de ellas 0 o 1. Finalmente, el algoritmo principal inserta los nuevos valores de la matriz \mathbf{W} en su posición original de \mathbf{H} .

En la figura 3.2 se presenta un diagrama de flujo del trabajo realizado a cada arquitectura estudiada.

Figura 3.2: Diagrama de flujo del trabajo realizado en cada arquitectura.



3.3. HOMOGENEIZACIÓN DE LA MATRIZ H EN EL SISTEMA DE MODULACIÓN ESPACIAL ALEATORIA

La figura 3.3 presenta el problema de muestreo en el sistema de modulación espacial aleatoria por el diseño estocástico de H . Se muestra la matriz H de la figura 2.1. La barra de la derecha representa la suma de los elementos de paso por fila. La barra inferior representa la suma de los elementos de paso por columna. El color negro representa que la suma de los elementos de paso es cero y el blanco representa el número más alto de la suma de elementos de paso.

Figura 3.3: El problema de muestreo en el sistema de modulación espacial aleatoria por el diseño estocástico de H . La barra de la derecha representa la suma de los elementos de paso por fila. La barra inferior representa la suma de los elementos de paso por columna. El color negro representa que la suma de los elementos de paso es cero y el blanco representa el número más alto de la suma de elementos de paso.



Se requieren dos consideraciones sobre la matriz de medición antes de homogeneizarla: La primera es que H no tiene una estructura determinada como en el CASSI o en el sistema basado en sensores MSFA, luego cualquier elemento de H puede ser modificado. La segunda esta dada por la definición de H para este sistema, dado que ya se tiene que las filas están homogeneizadas con un valor Q fijo, luego solo resta homogeneizar por columnas, sin embargo el modelo planteado dice que primero se homogeneiza por columnas, donde si es necesario se agregan o quitan elementos de paso, y luego por filas, donde ya no se pueden agregar elementos de paso, solo moverlos. De la primera consideración se podría pensar que

la matriz W es igual a la matriz H , sin embargo, por la segunda consideración se sabe que Q no puede variar en ninguna fila, así, para conservar el valor Q , la matriz W que entrará al algoritmo 1 será H^T con $M_y = Q$. H^T y $M_y = Q$ como entradas a la subrutina *Homogeneización* W garantizan que todas las columnas tengan Q elementos de paso. Después de la homogeneización de W , la reasignación se da de W^T en H .

La figura 3.4 presenta la homogeneización de la matriz H mostrada en la figura 3.3. Los tonos grises en la barra inferior muestran que H ha sido homogeneizada.

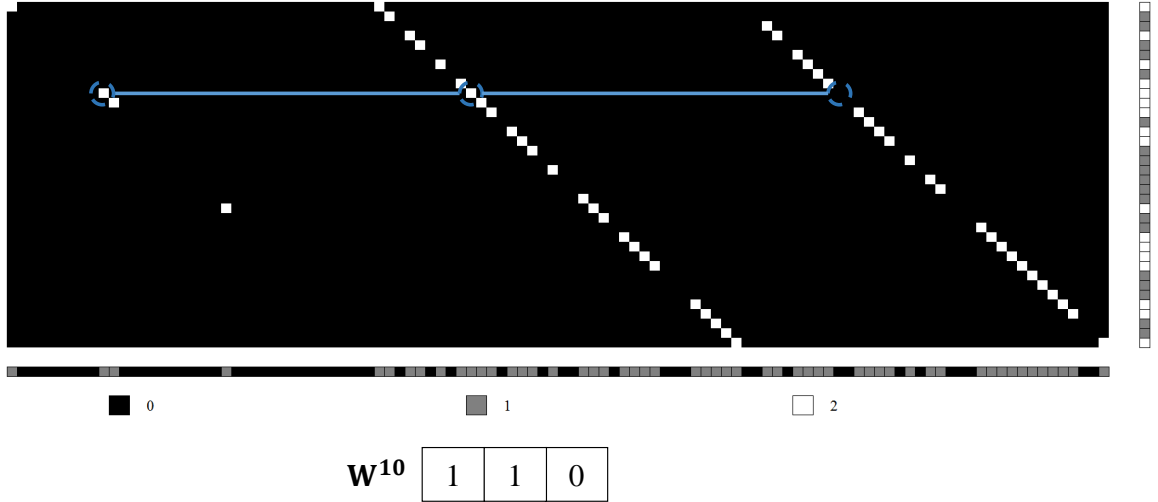
Figura 3.4: Matriz H homogeneizada del sistema de modulación espacial aleatoria basada en la H de la Fig. 3.3. Los tonos grises en la barra inferior muestran que H ha sido homogeneizada.



3.4. HOMOGENEIZACIÓN DE LA MATRIZ H EN EL SISTEMA BASADO EN SENSORES MSFA

La figura 3.5 muestra el problema de muestreo en el sistema basado en sensores MSFA por el diseño aleatorio de los arreglos de filtros multiespectrales. Se muestra la matriz H de la figura 2.3. Los cuadrados en la parte inferior de la figura presentan la convención de colores respecto al valor de la suma de los elementos de paso tanto por columna como por fila.

Figura 3.5: El problema de muestreo en el sistema basado en sensores MSFA por el diseño aleatorio de los arreglos de filtros multiespectrales. Se presenta un ejemplo de matriz \mathbf{W}^i para $i = 10$. Los cuadrados inferiores presentan la convención de color para las barras.



La estructura de la matriz \mathbf{H} , a diferencia de la matriz de medición del sistema de modulación espacial aleatoria, tiene una estructura que depende del sistema de adquisición donde los elementos que pueden ser modificados se representan por las diagonales en cada banda espectral. Lo anterior lleva a que para homogeneizar la matriz \mathbf{H} sea necesario que el algoritmo principal haga N^2 iteraciones, donde en la iteración i –ésima con $i = 0, \dots, N^2 - 1$ el algoritmo cree una matriz $\mathbf{W}^i \in \mathbb{R}^{1 \times L}$ que será la matriz homogeneizada por la subrutina *HomogeneizaciónH*.

La construcción de la matriz \mathbf{W}^i está dada por

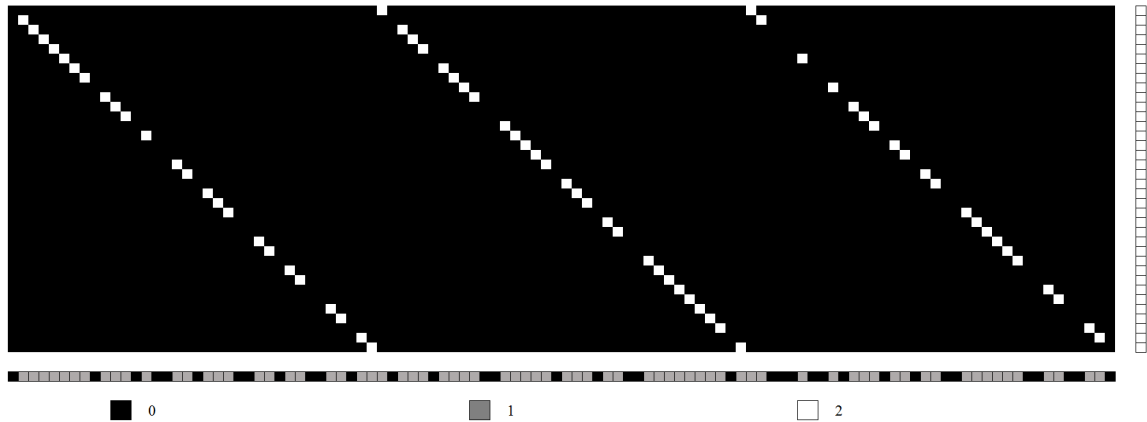
$$\mathbf{W}^i = [(\mathbf{t}_0)_i, (\mathbf{t}_1)_i, \dots, (\mathbf{t}_{L-1})_i]. \quad (3.10)$$

En la figura 3.5 se presenta un ejemplo de una matriz \mathbf{W}^i para $i = 10$.

Dado que todas las matrices \mathbf{W}^i tienen dimensiones $1 \times L$, no es posible usar un M_y mayor que uno. $M_y = 1$ implicaría se daría paso a todos los elementos de la señal y por tanto no habría modulación luego es necesario que $M_y < 1$, sin embargo, como $T[x, y, \lambda] \in \{0, 1\}$ no es posible dejar pasar una porción del elemento. Entonces, para homogeneizar la matriz \mathbf{H} es necesario que el algoritmo 1 reciba \mathbf{W}^{iT} y la media de los elementos por columna (M'_y) dada por $M'_y = \lceil M_y \cdot L \rceil$. Al finalizar el algoritmo 1, la reasignación se da de \mathbf{W}^{iT} en \mathbf{H} . Así, al igual que en el sistema anterior, la suma de los elementos por fila será constante.

La figura 3.6 muestra la homogeneización de la matriz \mathbf{H} mostrada en la figura 3.5 con $M_y = 0,6$. El color blanco en la barra derecha indica que \mathbf{H} ha sido homogeneizada.

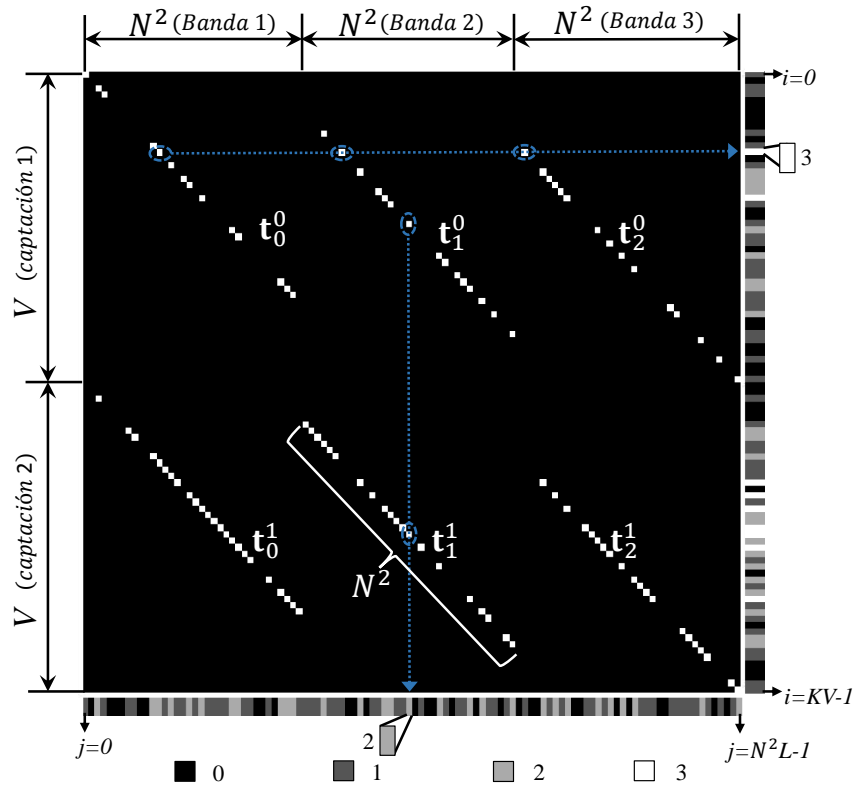
Figura 3.6: Matriz \mathbf{H} homogeneizada del sistema basado en sensores MSFA basada en la \mathbf{H} de la Fig. 3.5 con $M_y = 0,6$. El color blanco en la barra derecha indica que \mathbf{H} ha sido homogeneizada.



3.5. HOMOGENEIZACIÓN DE LA MATRIZ \mathbf{H} EN EL CAS- SI

La figura 3.7 presenta el problema de muestreo en CASSI por las aperturas codificadas aleatorias.

Figura 3.7: El problema de muestreo en CASSI por las aperturas codificadas aleatorias. Se muestra una matriz \mathbf{H} donde $N = 6$, $K = 2$, y $L = 3$.



El corrimiento de las diagonales en \mathbf{H} representa el efecto del prisma sobre las bandas espectrales en la arquitectura CASSI, esto permite que en \mathbf{H} se diferencien tres zonas. Las zonas se determinan de acuerdo a la primera captación. La primera zona va desde la primera fila de \mathbf{H} hasta la fila anterior al comienzo de la diagonal que representa la $L - \text{ésima}$ banda espectral. La segunda zona comienza con la fila inicial de la diagonal en la $L - \text{ésima}$ banda espectral y termina con la última fila de la diagonal en la primera banda. La última zona comprende desde la fila posterior al final de la segunda zona y termina con el último elemento de la $L - \text{ésima}$ banda espectral. La ventaja que proporcionan las zonas es que permiten reducir el problema de homogeneizar $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{K \cdot V \times N^2 \cdot L}$ a matrices auxiliares \mathbf{W}^i con $i = 0, \dots, V - 1$ de dimensión, en el peor caso, $K \times L$.

El algoritmo principal que soluciona el problema de la homogeneización para el CASSI distingue cada zona, siendo cada una de ellas un caso diferente a considerar, pues las zonas determinan la dimensión y los elementos que componen a la matriz

\mathbf{W}^i . La construcción de la matriz \mathbf{W}^i en cada una de las V iteraciones por el algoritmo principal se presenta a continuación, es necesario aclarar que las dimensiones de las imágenes espectrales consideradas cumplen que $N > L$:

- Caso 1: para $0 \leq i < N(L - 1)$

$$\mathbf{W}^i = \left[\begin{array}{c|c|c} (\mathbf{t}_0^0)_i & (\mathbf{t}_1^0)_{i-N} & \cdots & (\mathbf{t}_{s_i}^0)_{i-s_i N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (\mathbf{t}_0^{K-1})_i & (\mathbf{t}_1^{K-1})_{i-N} & \cdots & (\mathbf{t}_{s_i}^{K-1})_{i-s_i N} \end{array} \right].$$

- Caso 2: para $N(L - 1) \leq i < N^2$

$$\mathbf{W}^i = \left[\begin{array}{c|c|c} (\mathbf{t}_0^0)_i & (\mathbf{t}_1^0)_{i-N} & \cdots & (\mathbf{t}_{L-1}^0)_{i-(L-1)N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (\mathbf{t}_0^{K-1})_i & (\mathbf{t}_1^{K-1})_{i-N} & \cdots & (\mathbf{t}_{L-1}^{K-1})_{i-(L-1)N} \end{array} \right].$$

- Caso 3: para $N^2 \leq i < V$

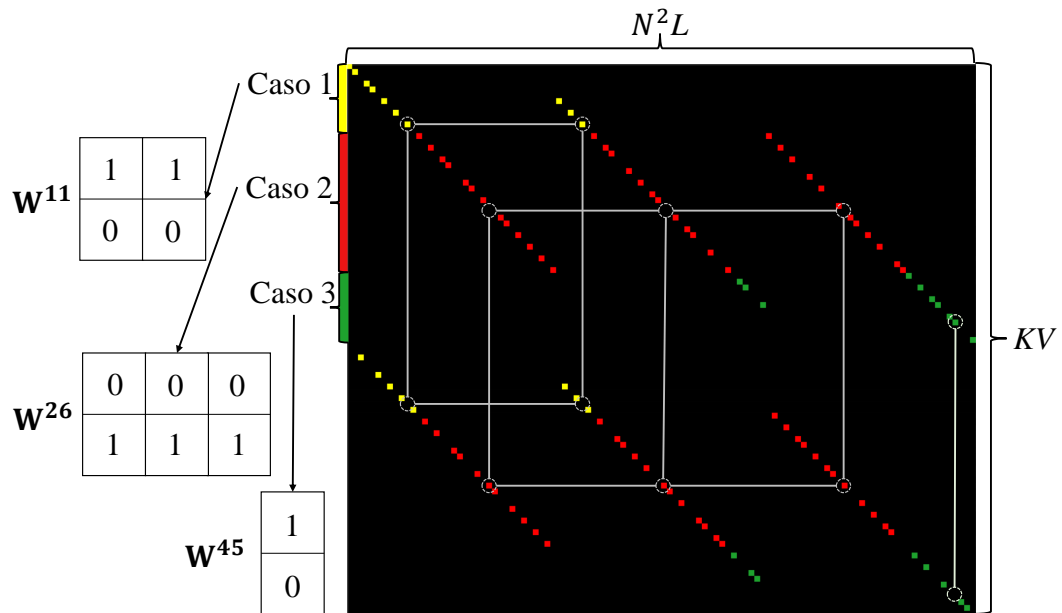
$$\mathbf{W}^i = \left[\begin{array}{c|c|c} (\mathbf{t}_{g_i}^0)_{i-g_i N} & (\mathbf{t}_{g_i+1}^0)_{i-(g_i+1)N} & \cdots & (\mathbf{t}_{L-1}^0)_{i-(L-1)N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (\mathbf{t}_{g_i}^{K-1})_{i-g_i N} & (\mathbf{t}_{g_i+1}^{K-1})_{i-(g_i+1)N} & \cdots & (\mathbf{t}_{L-1}^{K-1})_{i-(L-1)N} \end{array} \right],$$

donde $s_i = \lfloor i/N \rfloor$, $s_i \in \{0, \dots, L-1\}$ y $g_i = s_i - N + 1$. Si $i - s_i N < 0$ o $i - (g_i + k)N < 0$, con $k = 0, \dots, L-1$, entonces tal columna no existe en \mathbf{W}^i . Lo anterior deja ver que la matriz \mathbf{W}^i tiene un total de columnas variable dependiente de la fila i , así $\mathbf{W}^i \in \mathbb{R}^{K \times Y_i}$ con $Y_i \in \{1, \dots, L\}$.

La figura 3.8 muestra donde se ubica cada caso. La matriz \mathbf{H} presentada en la figura 3.8 es otro ejemplo para $N = 6$, $K = 2$, y $L = 3$. Visualmente, una matriz \mathbf{W}^i se construye tomando los elementos de la diagonal en la matriz $\text{diag}(\mathbf{t}_k^\ell)$ que están en la misma columna y fila de \mathbf{H} de acuerdo al caso. En particular, la figura

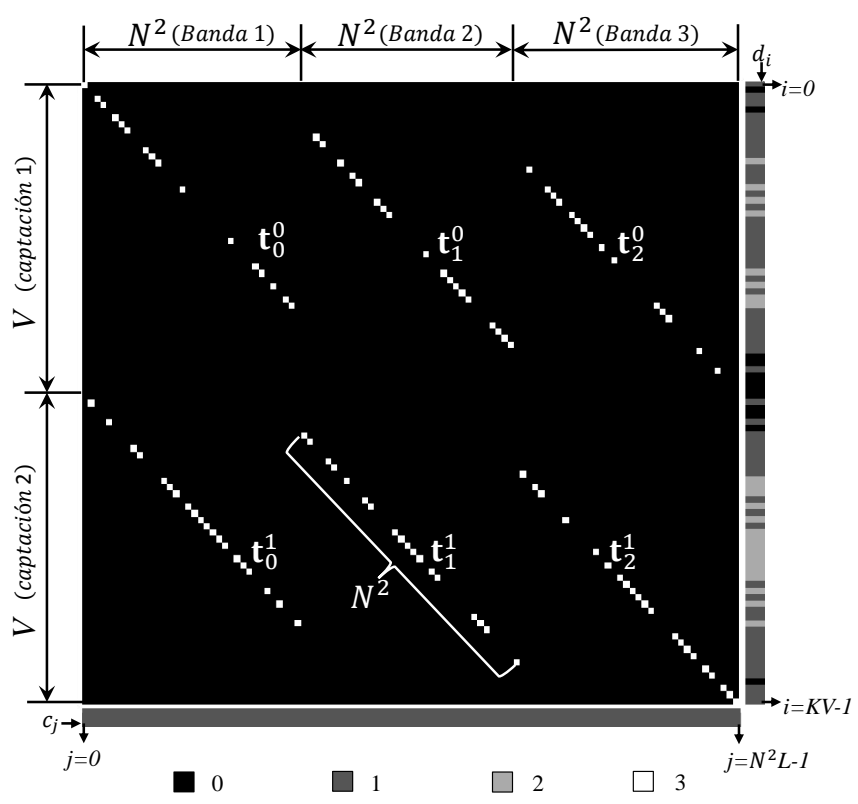
3.8 presenta las matrices \mathbf{W}^i para $i = 11$ (caso 1), 26 (caso 2) y 45 (caso 3) donde se muestra como el número de columnas de cada \mathbf{W}^i cambia en los casos 1 y 3, pero en el caso 2 es constante con L columnas. El número de filas es K para todas las iteraciones.

Figura 3.8: Construcción de las matrices \mathbf{W} en cada zona para \mathbf{H} del CASSI. \mathbf{W}^i se construye tomando los elementos de la diagonal en la matriz $\text{diag}(t_k^\ell)$ que están en la misma columna y fila de \mathbf{H} . Se presentan tres matrices \mathbf{W}^i , cada una representa a un caso diferente.



La figura 3.9 muestra la homogeneización de la matriz \mathbf{H} presentada en la figura 3.7 usando el algoritmo con $M_y = 1$. El color gris oscuro en la barra inferior indica que \mathbf{H} ha sido homogeneizada con solo un elemento de paso por columna. De esta forma, la matriz \mathbf{H} homogeneizada tiene $\sigma_c = 0$.

Figura 3.9: Matriz \mathbf{H} homogeneizada del CASSI basada en la \mathbf{H} de la Fig. 3.7 con $M_y = 1$. El color gris oscuro uniforme en \mathbf{H} muestra que la matriz ha sido homogeneizada con solo un elemento de paso por columna.



Capítulo 4

SIMULACIONES Y RESULTADOS

En general, para recuperar los cubos de datos se usó el algoritmo de reconstrucción de medidas comprimidas GPSR [32]. La simulación del modelo y los algoritmos de reconstrucción tiene precisión aritmética de 64 bits. La base de representación 2D Ψ^{2D} usada fue la base 2D-*Wavelet Symmlet 8*. La base del eje espectral \mathbf{V} usada fue la transformada DCT-1D. Las simulaciones fueron realizadas en una arquitectura de escritorio con procesador Intel Core i7 3.60GHz, 32GB de RAM y usando Matlab R2015. Todas las simulaciones de los experimentos se comparan con la relación señal a ruido de pico (PSNR).

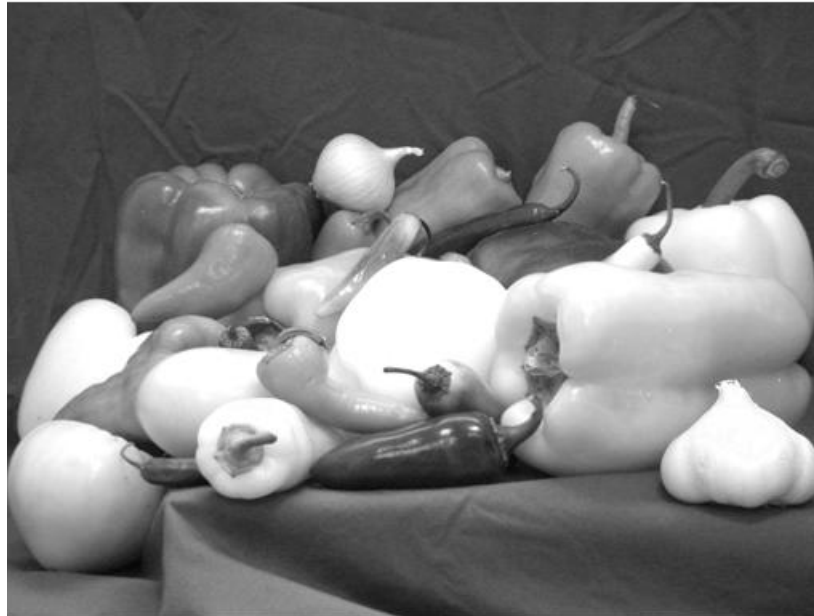
4.1. SISTEMA DE MODULACIÓN ESPACIAL ALEATORIA

4.1.1. Diseño experimental

La imagen usada para las pruebas se muestra en la figura 4.1. La imagen *peppers*, de dimensión 384×512 , hace parte de la base de datos de Matlab.

Se tomaron dos recortes de la imagen original uno de 64×64 pixeles y el otro de 128×128 pixeles. Cada recorte se dispersificó utilizando el 5%, 10% y 20% de los coeficientes de representación antes de ingresar al sistema. Cada una de las reconstrucciones mencionadas ingresaron al sistema con una matriz \mathbf{H} con $Q = 5, 10, 20$ y 30 , y para cada Q se realizaron pruebas con \mathbf{H} homogeneizada y no homogeneizada. Se realizaron diez simulaciones con matrices \mathbf{H} homogeneizadas y no homogeneizadas con cada $Q = 5, 10, 20$ y 30 para cada una de las reconstrucciones mencionadas.

Figura 4.1: Imagen original de pruebas para el sistema de modulación espacial aleatoria. Dimensiones 384×512 .



[49]

4.1.2. Resultados

La figura 4.2 presenta el PSNR promedio conseguido con \mathbf{H} no homogeneizada y \mathbf{H} homogeneizada con $Q = 5$ contra porcentaje de medidas cuya entrada son las imágenes dispersas al 5% de dimensiones (a) 64×64 y (b) 128×128 . Se observa que entre más medidas se tomen se obtiene mejor calidad de la reconstrucción, sin embargo se pierde el objetivo principal del muestreo compresivo, se observa que con pocas medidas se consigue una mejora más pronunciada de la calidad de la reconstrucción usando matrices homogeneizadas que puede ser de hasta 3.3 dB de diferencia.

La figura 4.3 muestra el PSNR promedio conseguido con \mathbf{H} no homogeneizada y \mathbf{H} homogeneizada con $Q = 5$ y el 40% de la medidas contra la dispersión de las imágenes de dimensiones (a) 64×64 y (b) 128×128 . La figura 4.4 muestra el PSNR promedio conseguido con \mathbf{H} no homogeneizada y \mathbf{H} homogeneizada con el 40% de las medidas contra Q cuya entrada son las imágenes dispersas al 5% de dimensiones (a) 64×64 y (b) 128×128 . En esta gráfica, con $Q = 5$ la matriz homogeneizada consigue una mejora de hasta 5.6 dB.

Figura 4.2: PSNR promedio conseguido con H no homogeneizada y H homogeneizada con $Q = 5$ contra el porcentaje de medidas cuya entrada son las imágenes dispersas al 5 % de dimensiones (a) 64×64 y (b) 128×128 .

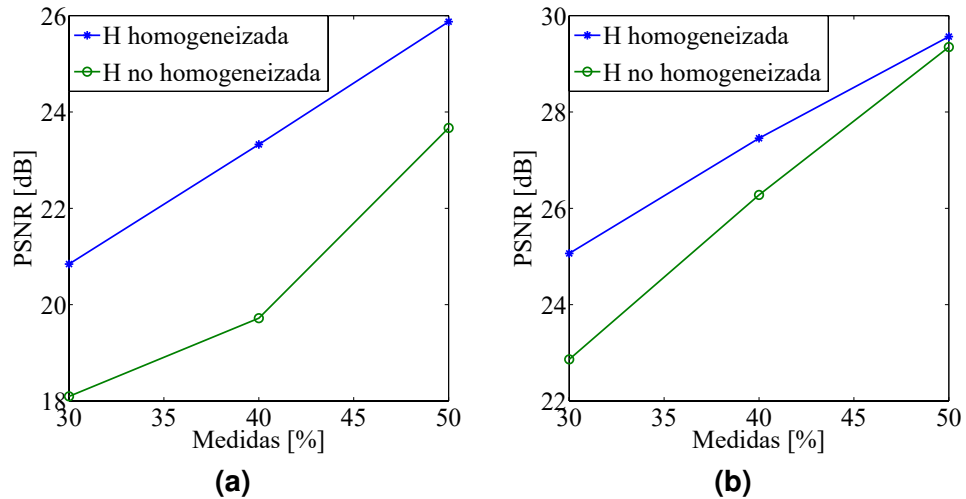
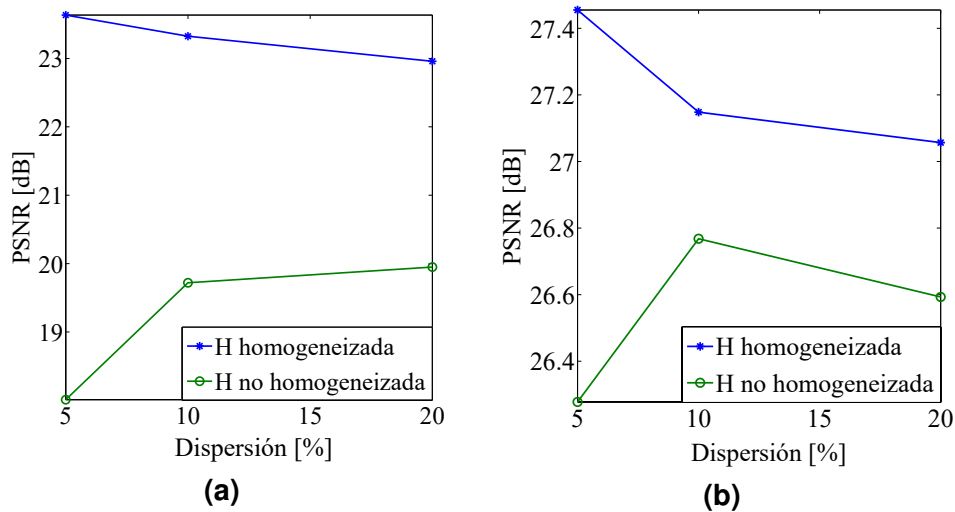
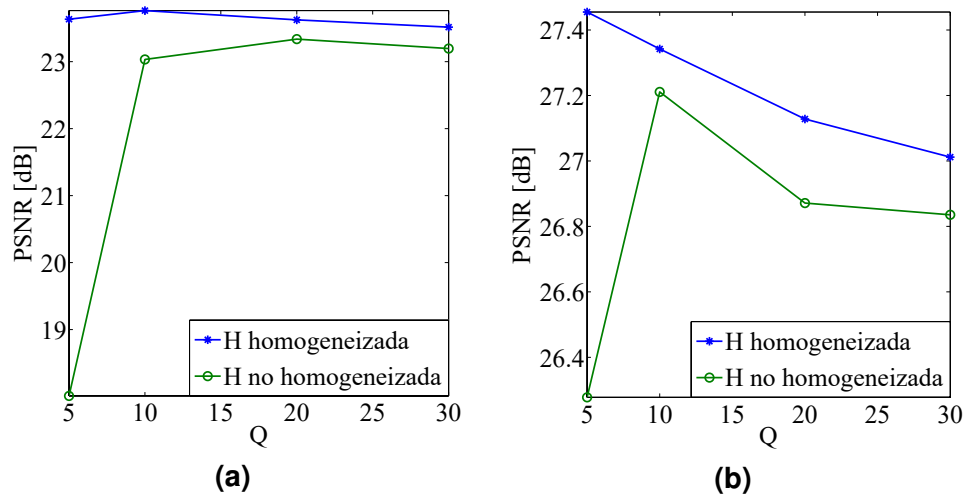


Figura 4.3: PSNR promedio conseguido con H no homogeneizada y H homogeneizada con $Q = 5$ y el 40 % de la medidas contra la dispersión de las imágenes de dimensiones (a) 64×64 y (b) 128×128 .



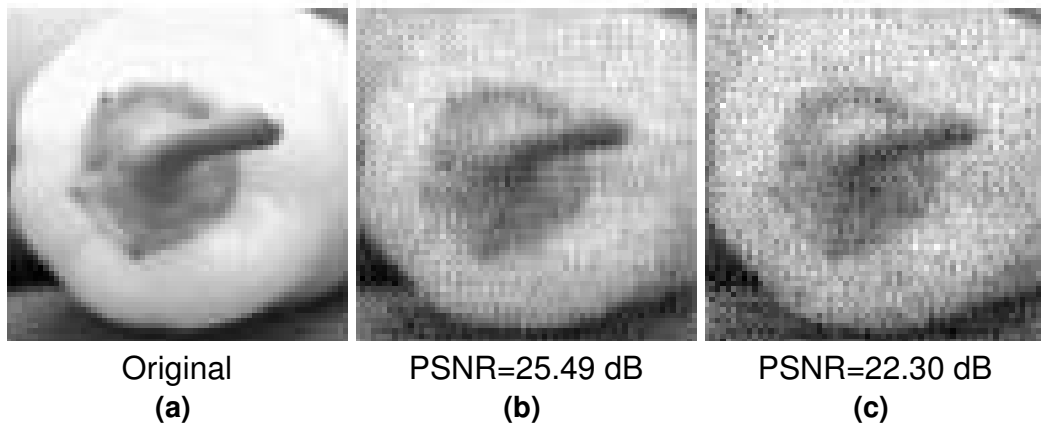
La figura 4.5 muestra una comparación entre un corte del cubo de datos de la figura 4.7 de dimensiones 64×64 dispersado al 10 % y sus reconstrucciones usando H con $Q = 5$, comprimiendo al 40 % los datos, homogeneizada y con no homogeneizada. La figura 4.6 hace la comparación con un corte del cubo de datos de dimensiones 128×128 dispersado al 5 % y sus reconstrucciones usando H con $Q = 5$, comprimiendo al 40 % los datos, homogeneizada y con no homogeneizada. En las dos figuras mencionadas se aprecia que la reconstrucción lograda con las matrices

Figura 4.4: PSNR promedio conseguido con H no homogeneizada y H homogeneizada con el 40% de las medidas contra Q cuya entrada son las imágenes dispersas al 5% de dimensiones (a) 64×64 y (b) 128×128 .



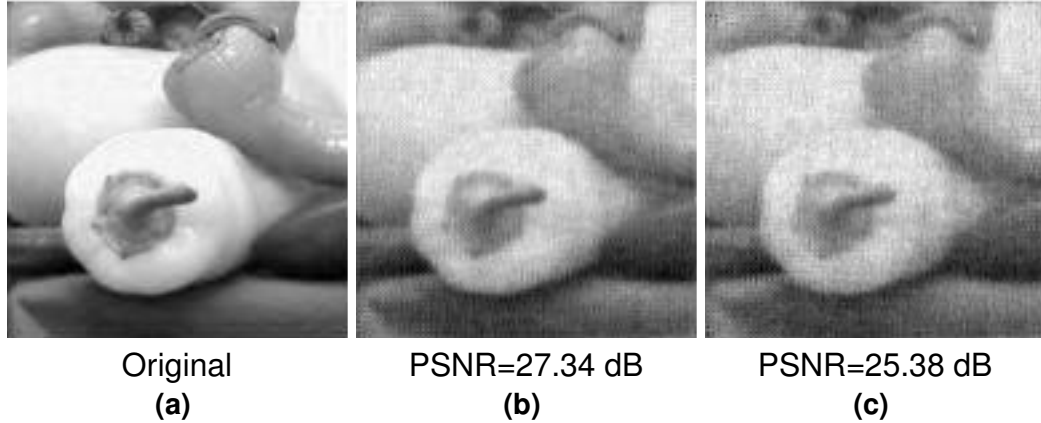
homogeneizadas tienen mayor calidad medida con PSNR que con el otro método.

Figura 4.5: Comparación entre un corte del cubo de datos de la figura 4.7 de dimensiones 64×64 dispersado al 10% y sus reconstrucciones usando H con $Q = 5$, comprimiendo al 40% los datos, homogeneizada y con no homogeneizada. (a) Imagen original. Reconstrucciones por (b) H homogeneizada y (c) H no homogeneizada.



Las tablas 4.1 y 4.2 resumen los resultados de diez conjuntos de experimentos a una imagen de 64×64 dispersa al 5% usando matrices de medición con $Q = 5, 10, 20$ y 30 homogeneizadas y no homogeneizadas. Las tablas 4.1 y 4.2 presentan el PSNR promedio de la calidad de la imagen reconstruida y su desviación estándar. Se observa que para todas las pruebas realizadas la desviación estándar conseguida con las matrices homogeneizadas no supera el valor de 0.5 dB, sin embargo, las

Figura 4.6: Comparación entre un corte del cubo de datos de la figura 4.7 de dimensiones 128×128 dispersado al 5% y sus reconstrucciones usando \mathbf{H} con $Q = 5$, comprimiendo al 40% los datos, homogeneizada y con no homogeneizada. (a) Imagen original. Reconstrucciones por (b) \mathbf{H} homogeneizada y (c) \mathbf{H} no homogeneizada.



matrices no homogeneizadas son poco estables pues algunas desviaciones alcanzan el valor de 0.9 dB.

4.2. SISTEMA BASADO EN SENSORES MSFA

4.2.1. Diseño experimental

La imagen espectral usada para las pruebas se muestra en la figura 4.7. La imagen, de dimensiones $755 \times 467 \times 31$, fue adquirida con una cámara digital monocromática de escaneo progresivo (Pulnix TM-1010, Pulnix America Inc., Sunnyvale, CA, USA) con un arreglo CCD de 1024×1024 píxeles y precisión de 10 bits. El rango de longitudes de onda de 410nm-720nm fue muestreado a intervalos de 10nm.

Se tomaron dos recortes de la imagen original uno de dimensiones espaciales de 64×64 y el otro de 128×128 . Cada recorte se dispersificó utilizando el 5%, 10%

Tabla 4.1: PSNR promedio y su desviación estándar tras diez pruebas a una imagen de 64×64 dispersa al 5% usando matrices de medición con $Q = 5, 10, 20$ y 30 homogeneizadas y no homogeneizadas. PSNR de la reconstrucción en dB..

		$Q = 5$	$Q = 10$	$Q = 20$	$Q = 30$
Medidas 30 % H no homogeneizada	Promedio	17.8427	19.2722	20.9617	20.8486
	Desviación estándar	0.77079	0.67489	0.47666	0.24938
Medidas 30 % H homogeneizada	Promedio	20.8532	21.2772	21.4562	21.3211
	Desviación estándar	0.291	0.17377	0.21775	0.24922
Medidas 40 % H no homogeneizada	Promedio	18.0092	23.0328	23.3366	23.1962
	Desviación estándar	0.46264	0.48582	0.27972	0.16931
Medidas 40 % H homogeneizada	Promedio	23.6341	23.7621	23.6242	23.5151
	Desviación estándar	0.23401	0.32966	0.21972	0.26225
Medidas 50 % H no homogeneizada	Promedio	25.0327	25.8335	25.6636	25.5548
	Desviación estándar	0.7198	0.19412	0.33558	0.24028
Medidas 50 % H homogeneizada	Promedio	26.4197	26.3316	25.9360	25.7009
	Desviación estándar	0.25836	0.2447	0.24153	0.21761

Tabla 4.2: PSNR promedio y su desviación estándar tras diez pruebas a una imagen de 128×128 dispersa al 5% usando matrices de medición con $Q = 5, 10, 20$ y 30 homogeneizadas y no homogeneizadas. PSNR de la reconstrucción en dB.

		$Q = 5$	$Q = 10$	$Q = 20$	$Q = 30$
Medidas 30 % H no homogeneizada	Promedio	22.8637	24.6822	24.8735	24.7582
	Desviación estándar	0.96952	0.21966	0.13079	0.12387
Medidas 30 % H homogeneizada	Promedio	25.0633	25.1189	25.0313	24.8817
	Desviación estándar	0.16718	0.14442	0.1641	0.1376
Medidas 40 % H no homogeneizada	Promedio	26.2778	27.2110	26.8714	26.8353
	Desviación estándar	0.70704	0.10792	0.23095	0.17466
Medidas 40 % H homogeneizada	Promedio	27.4551	27.3421	27.1281	27.0118
	Desviación estándar	0.097121	0.14218	0.14247	0.17063
Medidas 50 % H no homogeneizada	Promedio	29.3473	29.2180	28.8464	28.7100
	Desviación estándar	0.12627	0.16893	0.081754	0.10764
Medidas 50 % H homogeneizada	Promedio	29.5651	29.3597	28.9015	28.8695
	Desviación estándar	0.060202	0.063562	0.099108	0.20313

Figura 4.7: Representación en formato RGB del cubo de datos original de pruebas para el sistema basado en MSFA. Dimensiones $755 \times 467 \times 31$.



y 20% de los coeficientes para 5, 6, 7 y 8 bandas espectrales antes de ingresar al sistema. Cada una de las reconstrucciones mencionadas ingresaron al sistema con una matriz \mathbf{H} homogeneizada con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$, estos resultados se compararon con una \mathbf{H} derivada de un arreglo de filtros multiespectrales aleatorio. Se realizaron diez simulaciones para cada \mathbf{H} mencionada aplicada a cada una de las reconstrucciones.

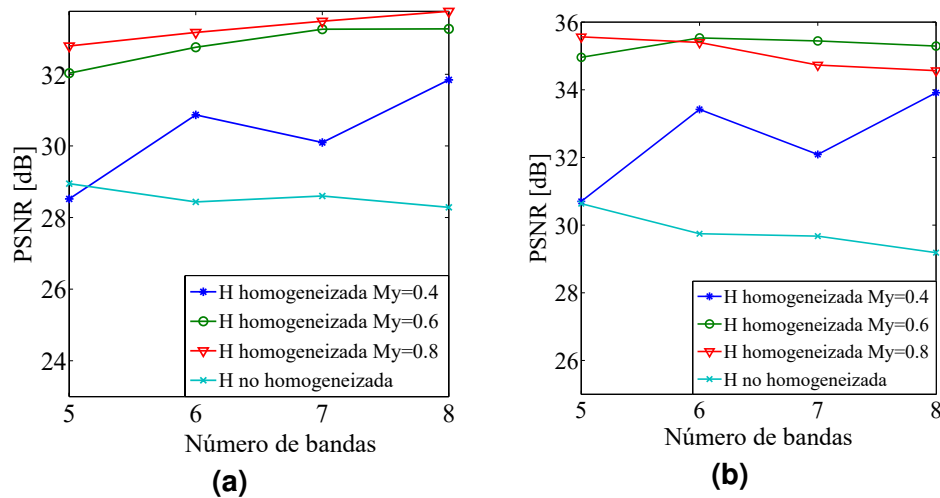
4.2.2. Resultados

La figura 4.8 muestra el PSNR promedio conseguido con \mathbf{H} no homogeneizada y \mathbf{H} homogeneizada con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$ contra número de bandas espectrales cuya entrada son las imágenes dispersas al 5% de dimensiones (a) 64×64 y (b) 128×128 . Mientras que la resolución espectral se incrementa, la calidad de las reconstrucciones presenta una tendencia de decremento usando las matrices no homogeneizadas, sin embargo, bajo las mismas condiciones la calidad de las reconstrucciones presenta una tendencia de aumento usando las matrices homogeneizadas con los tres valores de M_y dados. La figura 4.8 muestra que homogeneizar con $M_y = 0,6$ y $M_y = 0,8$ presenta una mejora en la calidad de las reconstrucciones

de hasta 6 dB.

La figura 4.9 presenta el PSNR promedio conseguido con \mathbf{H} no homogeneizada y \mathbf{H} homogeneizada con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$ contra el porcentaje de dispersión cuya entrada son las imágenes con 8 bandas espectrales de dimensiones (a) 64×64 y (b) 128×128 . Se observa que entre mayor es la dispersión menor es la diferencia del PSNR entre la calidad de las reconstrucciones obtenidas usando matrices homogeneizadas y las no homogeneizadas, sin embargo las matrices homogeneizadas consiguen mejor PSNR en todos los casos.

Figura 4.8: PSNR promedio conseguido con \mathbf{H} no homogeneizada y \mathbf{H} homogeneizada con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$ contra número de bandas espectrales cuya entrada son las imágenes dispersas al 5% de dimensiones (a) 64×64 y (b) 128×128 .



La figura 4.10 muestra una comparación entre un corte del cubo de datos de la figura 4.7 de dimensiones $64 \times 64 \times 5$ dispersado al 5% y sus reconstrucciones usando \mathbf{H} homogeneizada con $M_y = 0,8$ y con \mathbf{H} no homogeneizada. El cambio en el color por su representación en formato RGB se dio debido a que esta representación se hizo con 5 bandas espectrales mientras que la original se hizo con las 31 bandas. La figura 4.11 hace la comparación entre un corte del cubo de datos de dimensiones $128 \times 128 \times 5$ dispersado al 5% y sus reconstrucciones usando \mathbf{H} homogeneizada con $M_y = 0,8$ y con \mathbf{H} no homogeneizada. El cambio de color se dio por las mismas razones expuestas. En las dos figuras mencionadas se aprecia que la reconstrucción lograda con las matrices homogeneizadas tienen mayor calidad medida con PSNR que con el método aleatorio.

Figura 4.9: PSNR promedio conseguido con \mathbf{H} no homogeneizada y \mathbf{H} homogeneizada con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$ contra el porcentaje de dispersión cuya entrada son las imágenes con 8 bandas espectrales de dimensiones (a) 64×64 y (b) 128×128 .

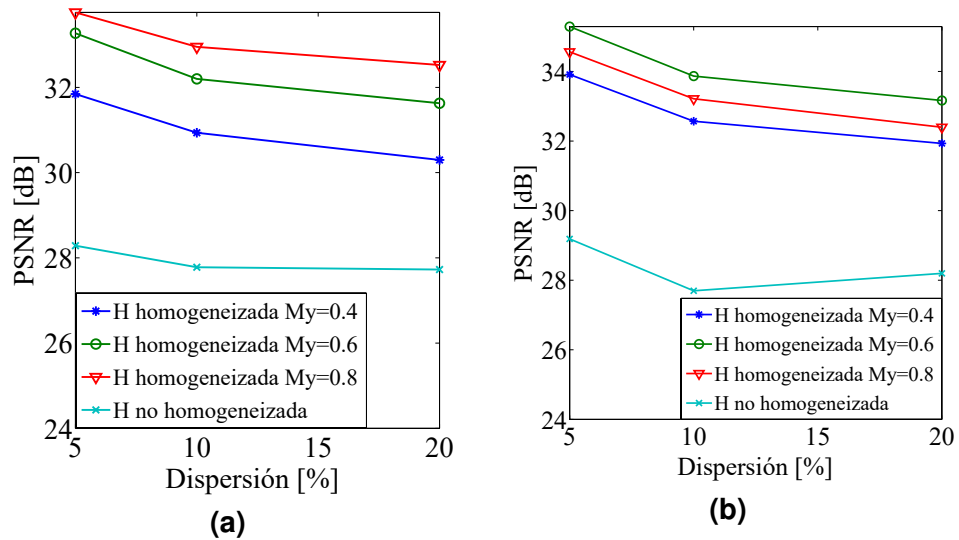
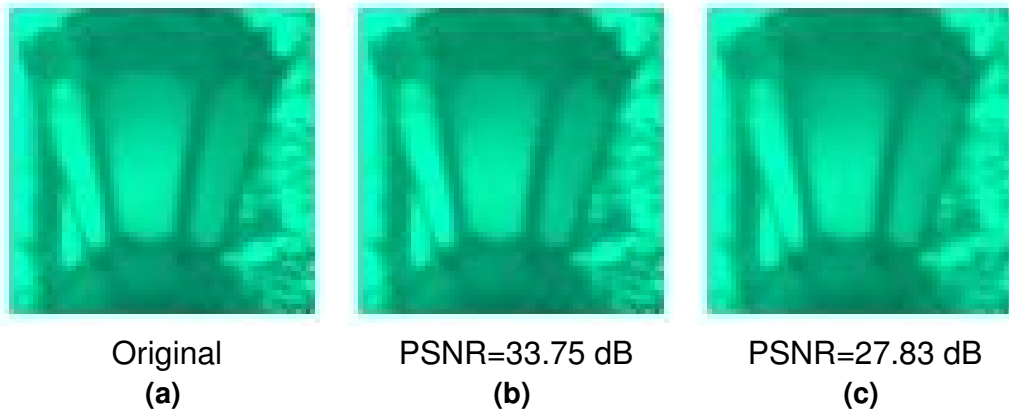
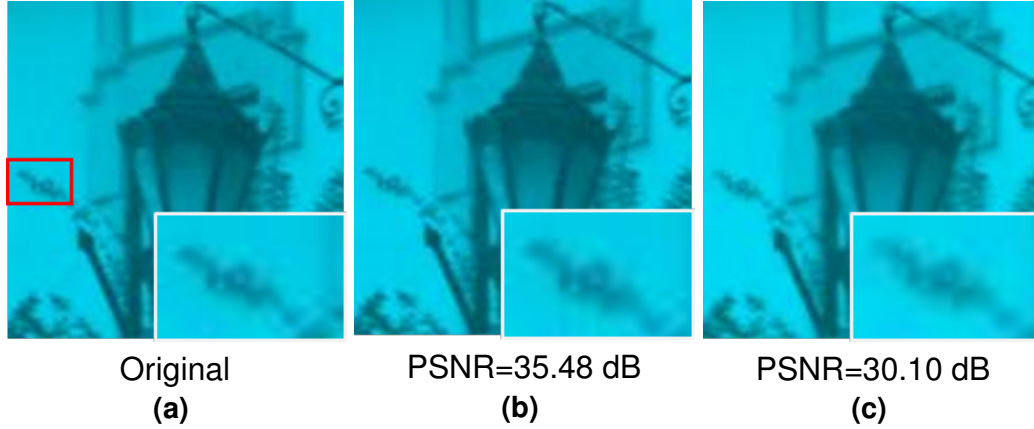


Figura 4.10: Comparación entre un corte del cubo de datos de la figura 4.7 de dimensiones $64 \times 64 \times 5$ dispersado al 5% y sus reconstrucciones usando \mathbf{H} homogeneizada con $M_y = 0,8$ y con \mathbf{H} no homogeneizada. (a) Cubo de datos original. Reconstrucciones por (b) \mathbf{H} homogeneizada con $M_y = 0,8$ y (c) \mathbf{H} no homogeneizada.



Las tablas 4.3 y 4.4 resumen los resultados de diez conjuntos de experimentos a imágenes de 64×64 dispersas al 5% y resolución espectral de 5, 6, 7 y 8 bandas usando matrices de medición no homogeneizadas y homogeneizadas con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$. Las tablas 4.3 y 4.4 presentan el PSNR promedio de la calidad de la imagen reconstruida y su desviación estándar. Se observa que para todas las pruebas realizadas la desviación estándar conseguida con las matrices homogeneizadas no supera el valor de 0.5 dB. Aunque el PSNR logrado con las matrices no homogenei-

Figura 4.11: Comparación entre un corte del cubo de datos de la figura 4.7 de dimensiones $128 \times 128 \times 5$ dispersado al 5% y sus reconstrucciones usando \mathbf{H} homogeneizada con $M_y = 0,8$ y con \mathbf{H} no homogeneizada. (a) Cubo de datos original. Reconstrucciones por (b) \mathbf{H} homogeneizada con $M_y = 0,8$ y (c) \mathbf{H} no homogeneizada.



zadas superan al método propuesto cuando la resolución espectral de la imagen es de 5 bandas y cuando $M_y = 0,4$, en todas las pruebas restantes el PSNR obtenido usando las matrices homogeneizadas supera al menos 1.5 dB al método tradicional.

4.3. CASSI

4.3.1. Diseño experimental

Para verificar el diseño de las aperturas de color derivadas de \mathbf{H} para el CASSI, se simula el conjunto de medidas comprimidas usando el modelo de la ec. (2.6). Estas medidas se construyen usando cubo de datos espectral de pruebas adquirido por un monocromador que separa las longitudes de onda cada 1nm, un filtro pasa banda (con ventana de transmisión de 450-670nm), y una cámara CCD AVT Marlin F033B, tamaño del pixel de $9.9\mu\text{m}$, y precisión del pixel de 14 bits. El cubo de datos

Tabla 4.3: PSNR promedio y su desviación estándar tras diez pruebas a imágenes de 64×64 dispersas al 5% y resolución espectral de 5, 6, 7 y 8 bandas usando matrices de medición no homogeneizadas y homogeneizadas con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$. PSNR de la reconstrucción en dB.

		Homogeizada			No Homogeneizada
		$M_y = 0,4$	$M_y = 0,6$	$M_y = 0,8$	
5 bandas	Promedio	28.5198	32.033	32.792	28.9463
	Desviación estándar	0.1955	0.1779	0.0637	0.3789
6 bandas	Promedio	30.8673	32.7551	33.1706	28.4362
	Desviación estándar	0.2373	0.2952	0.0392	0.3695
7 bandas	Promedio	30.0957	33.2602	33.4822	28.6014
	Desviación estándar	0.4514	0.2008	0.0178	0.2697
8 bandas	Promedio	31.8448	33.2701	33.7603	28.2864
	Desviación estándar	0.2649	0.4077	0.0059	0.2883

Tabla 4.4: PSNR promedio y su desviación estándar tras diez pruebas a imágenes de 128×128 dispersas al 5% y resolución espectral de 5, 6, 7 y 8 bandas usando matrices de medición no homogeneizadas y homogeneizadas con $M_y = 0,4, 0,6$ y $0,8$. PSNR de la reconstrucción en dB.

		Homogeizada			No Homogeneizada
		$M_y = 0,4$	$M_y = 0,6$	$M_y = 0,8$	
5 bandas	Promedio	30.7002	34.9590	35.5641	30.6348
	Desviación estándar	0.2186	0.1900	0.0451	0.2504
6 bandas	Promedio	33.4197	35.5329	35.3973	29.7452
	Desviación estándar	0.2071	0.0698	0.0410	0.1264
7 bandas	Promedio	32.0873	35.4426	34.7299	29.6748
	Desviación estándar	0.2382	0.0711	0.0836	0.1454
8 bandas	Promedio	33.9125	35.2917	34.5654	29.1865
	Desviación estándar	0.1829	0.1435	0.0768	0.2838

de pruebas \mathcal{F} tiene una resolución espacial de 256×256 píxeles y $L = 16$ bandas espectrales en el rango 461nm a 596nm.

El algoritmo 1 se usa para homogeneizar la matriz de medición \mathbf{H} con $M_y = 1$. El conjunto de las aperturas codificadas de color, derivado de la matriz \mathbf{H} homogeneizada, se usa para la captación de las medidas en el CASSI y en el proceso correspondiente de reconstrucción. Los resultados del desempeño del conjunto de las aperturas codificadas homogeneizadas se comparan con conjuntos de aperturas codificadas de color aleatorias que tienen la misma transmitancia que las homogeneizadas, y con conjuntos de aperturas codificadas binarias de transmitancia 50%. La calidad de la reconstrucción tras usar las tres clases de aperturas se compara para 3, 4, 8 y 12 captaciones. Se realizaron 10 experimentos para cada tipo de filtro realizando 3, 4, 8 y 12 captaciones.

4.3.2. Resultados

Figura 4.12: Cubo de datos original de pruebas para CASSI. Dimensiones $256 \times 256 \times 16$.



La figura 4.12 presenta el cubo de datos original. Las figuras 4.13 y 4.14 muestran las reconstrucciones ampliadas y cortadas como serían vistas por la cámara a color Stingray F-033C CCD. La figura 4.13b muestra la reconstrucción ampliada y cortada del cubo de datos cuando se han tomado 4 captaciones usando la apertura codificada homogeneizada, la figura 4.13c usando la apertura codificada de color aleatoria y la figura 4.13d usando la apertura codificada binaria. La figura 4.14 presenta las reconstrucciones ampliadas y cortadas tras tomar 8 captaciones. En ambas, figura 4.13 and figura 4.14, se aprecia que la reconstrucción lograda con las

Figura 4.13: Comparación del cubo de datos ampliado y cortado original y los cubos de datos reconstruidos tras tomar 4 captaciones. (a) Cubo de datos original. Reconstrucciones por (b) una apertura codificada homogeneizada, (c) una apertura codificada de color aleatoria y (d) una apertura codificada binaria.

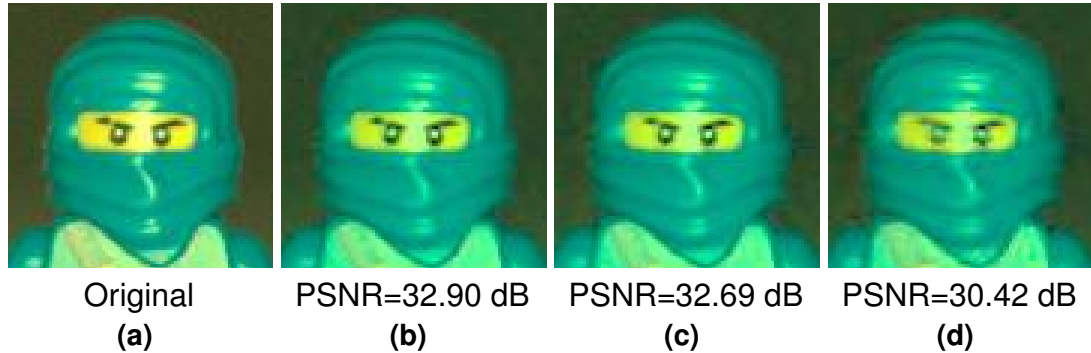
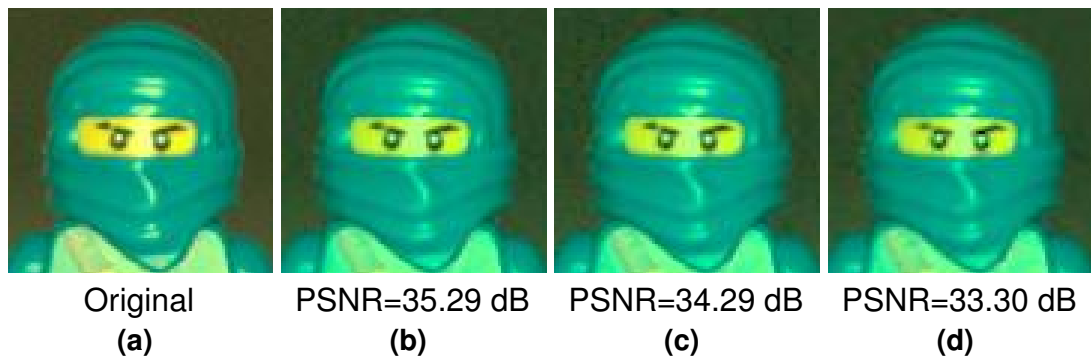


Figura 4.14: Comparación del cubo de datos ampliado y cortado original y los cubos de datos reconstruidos tras tomar 8 captaciones. (a) Cubo de datos original. Reconstrucciones por (b) una apertura codificada homogeneizada, (c) una apertura codificada de color aleatoria y (d) una apertura codificada binaria.

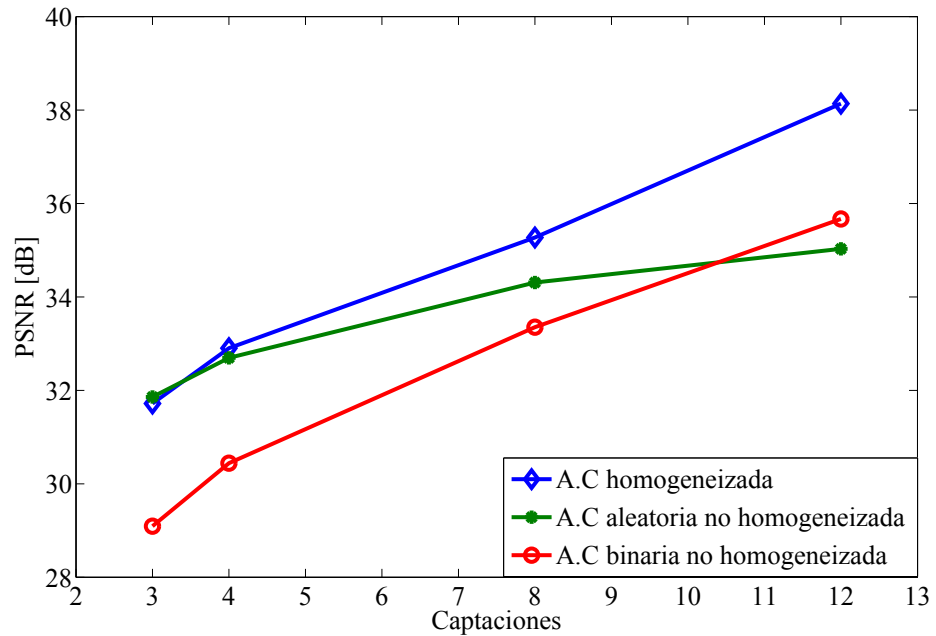


aperturas codificadas homogeneizadas tienen mayor calidad medida con PSNR que con los otros dos métodos.

La figura 4.15 presenta el PSNR promedio alcanzado por los tres métodos para 3, 4, 8 y 12 captaciones. Por ejemplo, se puede observar que para 12 captaciones, la calidad de la reconstrucción obtenida usando las aperturas homogeneizadas es hasta 2.62 dB y hasta 3.10 dB más alta que la calidad de la reconstrucción obtenida usando aperturas binarias y las aperturas aleatorias de color, respectivamente.

La tabla 4.5 resume los resultados de los diez conjuntos de experimentos para cada tipo de apertura y para 3, 4, 8 y 12 captaciones. La tabla presenta el PSNR

Figura 4.15: PSNR promedio de la reconstrucción del cubo de datos de $256 \times 256 \times 16$ usando aperturas codificadas homogeneizadas, aperturas codificadas de color aleatorias y aperturas codificadas binarias.



promedio de la calidad de la imagen reconstruida y su desviación estándar para las diferentes aperturas codificadas. La evaluación del PSNR para 4 o más captaciones muestra que las aperturas codificadas homogeneizadas tienen PSNR más alto que las otras dos aperturas.

Tabla 4.5: PSNR promedio y su desviación estándar tras diez pruebas para cada de tipo de apertura y para 3, 4, 8 y 12 captaciones. PSNR de la reconstrucción en dB.

Número de captaciones		3	4	8	12
A.C binaria no homogeneizada	Promedio	29.09	30.44	33.35	35.67
	Desviación estándar	0.07	0.03	0.04	0.14
A.C aleatoria de color no homogeneizada	Promedio	31.86	32.70	34.31	35.03
	Desviación estándar	0.03	0.01	0.02	0.01
A.C homogeneizada	Promedio	31.72	32.90	35.27	38.14
	Desviación estándar	0.04	0.02	0.01	0.01

Capítulo 5

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

5.1. CONCLUSIONES

En este trabajo se propone un algoritmo aleatorio para el diseño de la matriz de medición de un sistema de captura compresivo. El algoritmo propuesto minimiza la desviación estándar del promedio de elementos de paso por columna y el promedio de elementos de paso por fila sin pérdida de la aleatoriedad en el diseño. La desviación del promedio de elementos de paso llega a cero bien sea del promedio por fila o por columna, esto depende del sistema de muestreo usado. El algoritmo cumple que las matrices homogeneizadas que se obtienen, consiguen que la desviación estándar de la calidad de las reconstrucciones sea estable, es decir, sea inferior a 0.5 dB.

Para el sistema de modulación espacial aleatoria, tanto las H homogeneizadas como las no homogeneizadas incrementan la calidad de las reconstrucciones cuando aumentan las medidas. El PSNR obtenido con las matrices no homogeneizadas se acerca al PSNR obtenido con las homogeneizadas cuando las medidas aumentan, sin embargo se pierde el objetivo del muestreo compresivo. Usando pocas medidas las matrices homogeneizadas consiguen hasta 3.3 dB más que el conseguido por las matrices no homogeneizadas.

En el sistema de modulación espacial aleatoria, si la cantidad de elementos de paso por fila es baja, en concreto para $Q = 5$, la diferencia en la calidad de la reconstrucción usando matrices homogeneizadas contra no homogeneizadas es más pronunciada, siendo esta de hasta 5.6 dB.

En el sistema de modulación espacial aleatoria, la configuración que mostró la diferencia de PSNR más alto entre el obtenido por las matrices homogeneizadas y

las no homogeneizadas fue usando imágenes con dispersificación del 5 %, tomando 40 % de las medidas y con $Q = 5$ con 5.6 dB de diferencia. Finalmente, sin importar qué parámetro se varía, la calidad de la reconstrucción es más alta con la matriz de medición homogeneizada que con la no homogeneizada.

Para el sistema basado en sensores MSFA, mientras que la resolución espectral se incrementa, la calidad de las reconstrucciones presenta una tendencia de decremento usando las matrices no homogeneizadas, sin embargo, bajo las mismas condiciones la calidad de las reconstrucciones presenta una tendencia de aumento usando las matrices homogeneizadas.

En el sistema basado en sensores MSFA, entre mayor es la dispersión, menor es la diferencia del PSNR entre la calidad de las reconstrucciones obtenidas usando matrices homogeneizadas y las no homogeneizadas, sin embargo las matrices homogeneizadas consiguen siempre mejor PSNR.

En el sistema basado en sensores MSFA, la configuración que mostró la diferencia de PSNR más alto entre el obtenido por las matrices homogeneizadas y las no homogeneizadas fue usando imágenes con dispersificación del 10 % y 8 bandas espectrales, tomando $M_y = 0,6$ con 6.1 dB de diferencia. Finalmente, cuando el promedio de elementos es 0.6 o 0.8, no importa que otros parámetros se cambien, el PSNR obtenido con matrices homogeneizadas con este promedio es siempre superior al PSNR obtenido con matrices no homogeneizadas, PSNR superior de hasta 6 dB.

Para el sistema CASSI, tres captaciones hacen que el diseño de las aperturas codificadas sea menos efectivo para obtener mejor calidad en las reconstrucciones que las aperturas aleatorias, sin embargo, cuatro o más captaciones hacen que las aperturas homogeneizadas consigan calidad de las reconstrucciones más alta que con las aperturas no diseñadas. Por ejemplo, el PSNR promedio relacionado con las aperturas homogeneizadas ha sido hasta 2.62 dB más alto comparado con el PSNR relacionado con las aperturas binarias, y hasta 3.10 dB más alto que el relacionado con las aperturas codificadas aleatorias de color. El PSNR se incrementa rápidamente para las aperturas homogeneizadas con el incremento en el número de captaciones.

5.2. TRABAJO FUTURO

A corto plazo se prevee desarrollar medidas teóricas de incoherencia que demuestren la efectividad de la homogeneización en las matrices de medición.

REFERENCIAS

- [1] Marcus Borengasser, William Hungate, and Russel Watkins. *Hyperspectral Remote Sensing: Principles and Applications*. CRC Press.
- [2] Alexey Castrodad, Zhengming Xing, John Greer, Edward Bosch, Lawrence Carin, and Guillermo Sapiro. Discriminative sparse representations in hyperspectral imagery. In *Image Processing (ICIP), 2010 17th IEEE International Conference on*, pages 1313–1316. IEEE.
- [3] F. Melgani and L. Bruzzone. Classification of hyperspectral remote sensing images with support vector machines. 42(8):1778–1790.
- [4] E. Underwood. Mapping nonnative plants using hyperspectral imagery. 86(2):150–161.
- [5] David T. Dicker, Jeremy Lerner, Pat Van Belle, 4th DuPont Guerry, Meenhard Herlyn, David E. Elder, and Wafik S. El-Deiry. Differentiation of normal skin and melanoma using high resolution hyperspectral imaging.
- [6] Gonzalo R. Arce, David J. Brady, Lawrence Carin, Henry Arguello, and David S. Kittle. Compressive coded aperture spectral imaging: An introduction. 31(1):105–115.
- [7] Xing Lin, Yebin Liu, Jiamin Wu, and Qionghai Dai. Spatial-spectral encoded compressive hyperspectral imaging. 33(6):1–11.
- [8] Hoover Fabian Rueda Chacon, Cesar Augusto Vargas García, and Henry Arguello Fuentes. Single-pixel optical sensing architecture for compressive hyperspectral imaging. 0(73):134–143.
- [9] Yuri Mejia, Fernando Rojas, and Henry Arguello. Macropixel compressive sensing reconstruction of spectral images sensed by multispectral filter array-based sensors. pages 158–163.

-
- [10] A. Ramirez, H. Arguello, G.R. Arce, and B.M. Sadler. Spectral image classification from optimal coded-aperture compressive measurements. 52(6):3299–3309.
- [11] Dimitris Manolakis, David Marden, and Gary A. Shaw. Hyperspectral image processing for automatic target detection applications. 14.
- [12] S. Bernabe, S. Lopez, A. Plaza, and R. Sarmiento. GPU implementation of an automatic target detection and classification algorithm for hyperspectral image analysis. 10(2):221–225.
- [13] H. Cetin, J.T. Pafford, and T.G. Mueller. Precision agriculture using hyperspectral remote sensing and GIS. In *Proceedings of 2nd International Conference on Recent Advances in Space Technologies, 2005. RAST 2005*, pages 70–77.
- [14] J.G.P.W. Clevers and L. Kooistra. Using hyperspectral remote sensing data for retrieving canopy chlorophyll and nitrogen content. 5(2):574–583.
- [15] Di Wu and Da-Wen Sun. Advanced applications of hyperspectral imaging technology for food quality and safety analysis and assessment: A review — part II: Applications. 19:15–28.
- [16] H. Akbari, Yukio Kosugi, K. Kojima, and N. Tanaka. Hyperspectral imaging and diagnosis of intestinal ischemia. In *30th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, 2008. EMBS 2008*, pages 1238–1241.
- [17] Bodkin Design \& Engineering. Hyperspectral imaging information.
- [18] Michael E. Schaepman. Imaging spectrometers. In *The SAGE Handbook of Remote Sensing*, pages 166–178. SAGE Publications.
- [19] Robert O Green, Michael L Eastwood, Charles M Sarture, Thomas G Chrien, Mikael Aronsson, Bruce J Chippendale, Jessica A Faust, Betina E Pavri, Christopher J Chovit, Manuel Solis, Martin R Olah, and Orlesa Williams. Imaging spectroscopy and the airborne visible/infrared imaging spectrometer (AVIRIS). 65(3):227–248.

-
- [20] Sheng-Huei Chang, Mark J. Westfield, Frank Lehmann, Dieter Oertel, and Rudolf Richter. 79-channel airborne imaging spectrometer. volume 1937, pages 164–172.
- [21] V.V. Salomonson, W. Barnes, P.W. Maymon, H.E. Montgomery, and H. Ostrow. MODIS: advanced facility instrument for studies of the earth as a system. 27(2):145–153.
- [22] F. Blechinger B. Kunkel. ROSIS imaging spectrometer and its potential for ocean parameter measurements (airborne and space-borne). 12(4):753–761.
- [23] J. Fuchs M. Menenti. SPECTRA - surface processes and ecosystem changes through response analysis.
- [24] D. A. Hill G. A. Borstad. Use of the compact airborne spectrographic imager (casi): Laboratory examples. pages 2081 – 2084.
- [25] M.A. Davenport, P.T. Boufounos, M.B. Wakin, and R.G. Baraniuk. Signal processing with compressive measurements. 4(2):445–460.
- [26] S. Qaisar, R.M. Bilal, W. Iqbal, M. Naureen, and Sungyoung Lee. Compressive sensing: From theory to applications, a survey. 15(5):443–456.
- [27] H.J. Landau. Sampling, data transmission, and the nyquist rate. 55(10):1701–1706.
- [28] E.J. Candès and M.B. Wakin. An introduction to compressive sampling. 25(2):21–30.
- [29] E.J. Candès and T. Tao. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies? 52(12):5406–5425.
- [30] Yonina C. Eldar and Gitta Kutyniok. *Compressed Sensing: Theory and Applications*. Cambridge University Press.
- [31] E.J. Candès, J. Romberg, and T. Tao. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. 52(2):489–509.

-
- [32] Mário A T Figueiredo, Robert D. Nowak, and Stephen J. Wright. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 1(4):586–597, 2007.
- [33] David Donoho. Compressed sensing.
- [34] H. Arguello and G.R. Arce. Rank minimization code aperture design for spectrally selective compressive imaging. 22(3):941–954, 2013.
- [35] Henry Arguello, Hoover Rueda, Yuehao Wu, Dennis W. Prather, and Gonzalo R. Arce. Higher-order computational model for coded aperture spectral imaging. 52(10):D12.
- [36] Diana Fernanda Galvis-Carreño, Yuri Hercilia Mejía-Melgarejo, and Henry Arguello-Fuentes. Efficient reconstruction of raman spectroscopy imaging based on compressive sensing. 81(188):116–124.
- [37] René Berlich, Andreas Brückner, Robert Leitel, and et al. Multi-aperture, micro-optical system for close-up imaging. In *Current Developments in Lens Design and Optical Engineering XV*, pages Paper 91920E, 8.
- [38] Sangjin Kim, Eunsung Lee, M.H. Hayes, and Joonki Paik. Multifocusing and depth estimation using a color shift model-based computational camera. 21(9):4152–4166.
- [39] Yosuke Bando, Bing-Yu Chen, and Tomoyuki Nishita. Extracting depth and matte using a color-filtered aperture. In *ACM SIGGRAPH Asia 2008 Papers*, SIGGRAPH Asia '08, pages 134:1–134:9. ACM.
- [40] Henry Arguello and Gonzalo R. Arce. Colored coded aperture design by concentration of measure in compressive spectral imaging. 23(4):1896–1908.
- [41] Jeffrey B. Sampell. Digital micromirror device and its application to projection displays. 12(6):3242–3246.
- [42] Simon Hall. Detecting defects in solar cells.
- [43] J. D. Barrie, K. A. Aitchison, G. S. Rossano, and M. H. Abraham. Patterning of multilayer dielectric optical coatings for multispectral CCDs. 270(1):6–9.

-
- [44] Chengbo Li, Ting Sun, K.F. Kelly, and Yin Zhang. A compressive sensing and unmixing scheme for hyperspectral data processing. 21(3):1200–1210.
- [45] M. Golbabaee, S. Arberet, and P. Vandergheynst. Compressive source separation: Theory and methods for hyperspectral imaging. 22(12):5096–5110.
- [46] Gabriel Martin, Jose M. Bioucas-Dias, and Antonio Plaza. HYCA: A new technique for hyperspectral compressive sensing. 53(5):2819–2831.
- [47] Ashwin A. Wagadarikar, Renu John, Rebecca Willett, and David Brady. Single disperser design for coded aperture snapshot spectral imaging. 47(10):B44.
- [48] Holger Rauhut. *Compressive Sensing and Structured Random Matrices*, volume 9. Walter de Gruyter.
- [49] Image overlay using transparency » steve on image processing.
- [50] David H. Foster, Kinjiro Amano, Sérgio M. C. Nascimento, and Michael J. Foster. Frequency of metamerism in natural scenes. 23(10):2359.

BIBLIOGRAFÍA

Arce, Gonzalo R., D. J. Brady, L. Carin, H. Arguello, and D. S. Kittle

2014 Compressive Coded Aperture Spectral Imaging: An Introduction. *IEEE Signal Processing Magazine* 31(1): 105–115.

Arguello, Henry, and GyR. Arce

2013 Rank Minimization Code Aperture Design for Spectrally Selective Compressive Imaging. *IEEE Transactions on Image Processing* 22(3): 941–954.

Arguello, Henry, and Gonzalo R. Arce

2014 Colored Coded Aperture Design by Concentration of Measure in Compressive Spectral Imaging. *IEEE Transactions on Image Processing* 23(4): 1896–1908.

Candès, E.J., and M.B. Wakin

2008 An Introduction To Compressive Sampling. *IEEE Signal Processing Magazine* 25(2): 21–30.

Chacon, Hoover, F. Rueda, C. A. Vargas G, and H. Arguello

2014 Single-Pixel Optical Sensing Architecture for Compressive Hyperspectral Imaging. *Revista Facultad de Ingeniería* 0(73): 134–143.

Davenport, M.A., P.T. Boufounos, M.B. Wakin, and R.G. Baraniuk

2010 Signal Processing With Compressive Measurements. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing* 4(2): 445–460.

Dicker, David T., Jeremy Lerner, Pat Van Belle, et al.

2006 Differentiation of Normal Skin and Melanoma Using High Resolution Hyperspectral Imaging. *Cancer Biology & Therapy*. World.

Green, Robert O, Michael L Eastwood, Charles M Sarture, et al.

1998 Imaging Spectroscopy and the Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer (AVIRIS). *Remote Sensing of Environment* 65(3): 227–248.

Martin, Gabriel, Jose M. Bioucas-Dias, and Antonio Plaza

2015 HYCA: A New Technique for Hyperspectral Compressive Sensing. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 53(5): 2819–2831.

Meja, Yuri, Fernando Rojas, and Henry Arguello

2015 Macropixel Compressive Sensing Reconstruction of Spectral Images Sensed by Multispectral Filter Array-Based Sensors. In Pp. 158–163.

Qaisar, S., R.M. Bilal, W. Iqbal, M. Naureen, and Sungyoung Lee

2013 Compressive Sensing: From Theory to Applications, a Survey. *Journal of Communications and Networks* 15(5): 443–456.

Ramirez, A., H. Arguello, G.R. Arce, and B.M. Sadler

2014 Spectral Image Classification From Optimal Coded-Aperture Compressive Measurements. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 52(6): 3299–3309.

Rauhut, Holger

2010 *Compressive Sensing and Structured Random Matrices*, vol.9. Walter de Gruyter. October 15, 2015.