

SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES QUE DESCRIBEN EL MODELO
MATEMÁTICO DE UN CIRCUITO ELECTRÓNICO COMPUESTO DE
ELEMENTOS NO LINEALES MEDIANTE EL OPTIMIZADOR DE FUERZA
CENTRAL

AUTORES:

FRANCISCO JAVIER RAMÍREZ SERRANO

OSCAR FABIAN ROA GARCIA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA
Y TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA

2012

SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES QUE DESCRIBEN EL MODELO
MATEMÁTICO DE UN CIRCUITO ELECTRÓNICO COMPUESTO DE
ELEMENTOS NO LINEALES MEDIANTE EL OPTIMIZADOR DE FUERZA
CENTRAL

FRANCISCO JAVIER RAMÍREZ SERRANO

OSCAR FABIAN ROA GARCIA

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO ELECTRÓNICO

PhD. CARLOS RODRIGO CORREA CELY

DIRECTOR TRABAJO DE GRADO

PhD(c) IVAN MAURICIO AMAYA

DIRECTOR TRABAJO DE GRADO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA
Y TELECOMUNICACIONES

BUCARAMANGA

2012

TABLA DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN.....	16
2	DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE GRADO.....	18
2.1	OBJETIVO GENERAL.....	18
2.2	OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	18
3	FUNDAMENTOS TEORICOS	20
3.1	TERMINOLOGÍA.....	20
3.1.1	VARIABLES PRINCIPALES PARA EJECUCIÓN DEL PROGRAMA.....	20
3.1.2	VARIABLES PRINCIPALES DE ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	20
3.2	OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL (CFO)	21
3.3	FUNCIÓN OBJETIVO.....	24
3.4	PASOS PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO CFO.....	24
3.5	SERIES DE TAYLOR.....	26
4	EVALUACION DEL ALGORITMO A TRAVES DE EJEMPLOS ILUSTRATIVOS CON FUNCIONES ESTÁNDAR	29
4.1	FUNCIÓN DE PRUEBA UNO.....	30
4.2	FUNCIÓN DE JONG	33
4.3	FUNCIÓN DEL VALLE ROSENBROCK	35
4.4	FUNCIÓN DE RASTRIGIN	39
4.5	FUNCIÓN DE SCHWEFEL.....	43
4.6	FUNCIÓN DE GRIEWANGK.....	49
	FUNCIÓN SUMA DE POTENCIAS	51
5	APLICACIÓN EN CIRCUITOS ELECTRÓNICOS NO LINEALES EN CORRIENTE CONTINUA.....	53
5.1	CIRCUITO DE PRUEBA UNO.....	54
5.2	SUMATORIA DE EXPONENCIALES	60
5.3	FUENTE DE CORRIENTE WIDLAR (MOSFET).....	64
5.4	CIRCUITO DE PRUEBA DOS.....	66
6	LINEALIZACION A TRAVÉS DE SERIES DE TAYLOR.....	72
6.1	LINEALIZACION CIRCUITO DE PRUEBA UNO	72
6.2	LINEALIZACION FUENTE DE CORRIENTE WIDLAR	73

7	CONTRASTE DE RESULTADOS.....	75
8	CONCLUSIONES.....	78
9	RECOMENDACIONES.....	80
10	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	81
11	ANEXOS	84

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Fenómeno de reposición	23
Figura 2. Pasos para la implementación del algoritmo	25
Figura 3. Función $f(x)$	26
Figura 4. Función de prueba 1	30
Figura 5. Simulación del ejemplo 4.1	32
Figura 6. Función de Jong	33
Figura 7. Simulación del ejemplo 4.2	35
Figura 8. Valle de Rosenbrock.....	36
Figura 9. Simulación del ejemplo 4.3	38
Figura 10. Distancia entre las coordenadas X Y y el punto óptimo	38
Figura 11. Función de Rastrigin	39
Figura 12. Simulación del ejemplo 4.4	42
Figura 13. Fitness Vs número de iteraciones	43
Figura 14. Función de Schwefel.....	44
Figura 15. Simulación del ejemplo 4.5	46
Figura 16. Representación de 100 pruebas del ejemplo 4.5	47
Figura 17. Acercamiento región A de la figura 16	47
Figura 18. Acercamiento región B de la figura 16	48
Figura 19. Acercamiento región C de la figura 16	48
Figura 20. Función de Griewangk	49
Figura 21. Simulación del ejemplo 4.6	50
Figura 22. Función suma de potencias	51
Figura 23. Simulación del ejemplo 4.7	52
Figura 24. Comportamiento implementado a la constante gravitacional	54
Figura 25. Circuito de prueba uno. Tomado de [10]	54
Figura 26. Función objetivo Circuito de prueba uno	56
Figura 27. Ejecución del algoritmo circuito de prueba uno	58
Figura 28. Mapeo circuito de prueba uno.....	58
Figura 29. Exponencial de segundo orden.....	60
Figura 30. Variación en el mapeo inicial sumatoria de exponenciales.....	61
Figura 31. Coordenadas X-Y con mapeo de 500 sumatoria de exponenciales	62
Figura 32. Fuente de corriente Widlar	65
Figura 33. Circuito de prueba dos	67
Figura 34. Lazos adicionales del circuito de prueba dos	69
Figura 35. Representación gráfica en dos dimensiones circuito de prueba dos	71

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Trabajos de grado 2011-2012.....	14
Tabla 2. Parámetros Generales capítulo 4.....	29
Tabla 3. Resultados en algoritmo del ejemplo 4.1.....	31
Tabla 4. Resultados adicionales del ejemplo 4.1.....	32
Tabla 5. Resultados en algoritmo del ejemplo 4.2.....	34
Tabla 6. Resultados en algoritmo del ejemplo 4.3.....	37
Tabla 7. Resultados en algoritmo ejemplo 4.4.....	41
Tabla 8. Resultados en el algoritmo del ejemplo 4.5.....	45
Tabla 9. Resultados adicionales del ejemplo 4.5.....	46
Tabla 10. Resultados del algoritmo del ejemplo 4.6.....	50
Tabla 11. Resultados del algoritmo del ejemplo 4.7.....	52
Tabla 12. Parámetros generales capítulo 5.....	53
Tabla 13. Parámetros generales circuito de prueba uno.....	55
Tabla 14. Solución del algoritmo circuito de prueba uno.....	57
Tabla 15. Solución con el algoritmo modificado circuito de prueba uno.....	59
Tabla 16. Valores promedios, Exponencial de segundo orden.....	61
Tabla 17. Resultado del algoritmo sumatoria de exponenciales tercer orden.....	63
Tabla 18. Parámetros generales circuito Widlar.....	65
Tabla 19. Solución del algoritmo Fuente de corriente Widlar.....	66
Tabla 20. Parámetros generales circuito de prueba dos.....	67
Tabla 21. Solución del circuito de prueba dos.....	68
Tabla 22. Resultados del algoritmo. Un lazo adicional circuito de prueba dos.....	70
Tabla 23. Solución del circuito de prueba uno linealizado.....	72
Tabla 24. Solución del algoritmo aplicado al circuito Widlar linealizado: mejor BF.....	73
Tabla 25. Contraste de resultados: función de prueba Jong.....	76
Tabla 26. Contraste de resultados: Circuito de Prueba Uno.....	76
Tabla 27. Contraste de resultados: Circuito de Prueba Uno Linealizado.....	76
Tabla 28. Contraste de resultados: Circuito de prueba dos.....	77
Tabla 29. Circuito de prueba dos un lazo adicional.....	84
Tabla 30. Circuito de prueba dos cinco lazos adicionales.....	84
Tabla 31. Circuito de prueba dos diez lazos adicionales.....	85
Tabla 32. Resultados circuito de prueba uno.....	86
Tabla 33. Resultados fuente de corriente Widlar.....	87
Tabla 34. Circuito de prueba uno, linealización de segundo orden.....	88
Tabla 35. Función de Jong.....	89
Tabla 36. Circuito de prueba uno CFO1.....	89
Tabla 37. Circuito de prueba uno CFO2.....	90
Tabla 38. Circuito de prueba uno CFOFORM.....	90
Tabla 39. Circuito de prueba uno linealizado CFO1.....	90
Tabla 40. Circuito de prueba uno linealizado CFO2.....	91
Tabla 41. Circuito de prueba uno linealizado CFOFORM.....	91
Tabla 42. Circuito prueba dos CFO1.....	91
Tabla 43. Circuito de prueba dos CFO2.....	92
Tabla 44. Circuito de prueba dos CFOFORM.....	92

ANEXOS

ANEXO A. RESULTADOS NO LINEALES.....	84
ANEXO B. RESULTADOS LINEALES.....	86
ANEXO C. CONTRASTE DE RESULTADOS.....	89

RESUMEN

TÍTULO: SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES QUE DESCRIBEN EL MODELO MATEMÁTICO DE UN CIRCUITO ELECTRÓNICO COMPUESTO DE ELEMENTOS NO LINEALES MEDIANTE EL OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL.

AUTORES: FRANCISCO JAVIER RAMÍREZ SERRANO Y OSCAR FABIAN ROA GARCÍA.

PALABRAS CLAVES: determinístico, metaheurístico, no lineal, optimizador de fuerza central, Series de Taylor.

CONTENIDO: Utilizar estrategias para enfrentar situaciones reales de ingeniería es una tarea que se ha desarrollado durante los últimos años. En este documento, se propone utilizar un algoritmo metaheurístico determinístico, conocido como Optimizador De Fuerza Central (CFO), para solucionar algunos problemas de matemática e ingeniería electrónica.

En el presente proyecto se abordó la solución del modelo matemático de un circuito electrónico de componentes no lineales de corriente directa (DC) mediante CFO, basándose en el teorema de raíces reales. Como primera instancia se ejecutó el algoritmo en funciones de prueba estándar, para demostrar su efectividad. Luego, se seleccionaron diferentes topologías de circuitos, empezando por un modelo sencillo e incrementando su dificultad. Adicionalmente, se linealizaron los circuitos mediante series de Taylor, y se compararon los resultados. Como última instancia se contrastaron las diferentes versiones del algoritmo (por ejemplo, en cuanto a tiempo de cómputo y distancia respecto al punto solución). Lo anterior con el fin de verificar la eficiencia de la estrategia numérica.

Los resultados de esta investigación demostraron que las implementaciones realizadas al algoritmo original (Formato) presentaron resultados exitosos para funciones estándar y circuitos de segundo orden, pero no para los demás, por lo que se recomienda profundizar la investigación en las áreas críticas de falla mencionadas a lo largo del documento.

¹ Proyecto de grado.

¹ Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director: Carlos Rodrigo Correa. Co director: Iván Mauricio Amaya.

ABSTRACT

TITLE: SOLUTION OF THE EQUATIONS THAT DESCRIBE THE MATHEMATICAL MODEL OF AN ELECTRONIC CIRCUIT COMPOSED OF ELEMENTS NONLINEAR THROUGH CENTRAL FORCE OPTIMIZATION.

AUTHORS: FRANCISCO JAVIER RAMIREZ SERRANO AND OSCAR FABIAN ROA GARCIA.

KEY WORDS: deterministic, metaheuristic, nonlinear, central force optimization, Taylor series.

CONTENTS: Using strategies to face real-life engineering situations is a task that has been carried out over the last years. In this document, the use of a deterministic metaheuristic algorithm, known as Central Force Optimization (CFO), to solve some problems of mathematics and electrical engineering, is proposed.

In this project, the solution of the mathematical model of an electronic circuit with nonlinear components operating in direct current (DC) through CFO and the theorem of real roots was boarded. As a first instance, the performance of the algorithm was verified with some standard test functions. Then, different circuit topologies were selected, starting with a simple model and increasing their difficulty. Additionally, the circuits were linearized using Taylor series, and results were compared. Finally, the data of the different versions of the algorithm (e.g. computing time and distance to the solution) was contrasted. All of the previously mentioned, striving to verify and validate the efficiency of this numeric strategy.

The results of this research demonstrated that the modifications proposed to the original algorithm (i.e. the one proposed by Formato in 2007) yielded good results for standard test functions and for circuits with up to two unknowns. However, for bigger systems CFO (i.e. all of the tested versions) was unable to provide an accurate answer, so it is recommended to carry out a deeper research in the critical fail sources described during this document.

¹ Undergraduate thesis.

¹ Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Advisor: Carlos Rodrigo Correa. Co-advisor: Iván Mauricio Amaya.

GRUPO CEMOS

Línea de trabajo: Modelado y Optimización

La línea de modelado y optimización del grupo CEMOS se encuentra orientada hacia la evaluación de los más importantes algoritmos de optimización y fundamentalmente los basados en la inteligencia artificial y la heurística. Los siguientes son los trabajos de grado que a la fecha tienen como objetivo fortalecer esta línea, dándosele un énfasis a su aplicación en la ingeniería electrónica y eléctrica.

Tabla 1. Trabajos de grado 2011-2012

SOLUCION DEL MODELO MATEMATICO DE UN CIRCUITO ELECTRONICO COMPUESTO DE ELEMENTOS NO LINEALES MEDIANTE EL OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL	ROA, O; RAMIREZ, F
EVALUACION DEL METODO OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL FRENTE AL OPTIMIZADOR POR ENJAMBRE DE PARTICULAS UNIFICADO EN LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES NO LINEALES	BARRERO, K; NAVARRO, O
ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN CIRCUITO ELECTRONICO NO LINEAL MEDIANTE LA SOLUCION DE SU MODELO CON HARMONY SEARCH	IRASLADINO, O; GONZALES, S
APLICACION DEL METODO DE OPTIMIZACION POR FUERZA CENTRAL (CFO) AL DISEÑO DE UN ABSORBEDOR ELECTROMAGNÉTICO ÓPTIMO	BAYONA, C; GONZALEZ, J
ALGORITMO HIBRIDO DEL SIMPLEX CON EL OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL (CFO)	GARCIA, J
PROPUESTA DE ESTRATEGIA PARA LA OBTENCION DE LOS PARAMETROS DEL ALGORITMO DE OPTIMIZACION POR FUERZA CENTRAL (CFO)	BUITRAGO, J
SOLUCION DE UN SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEAL UTILIZANDO LA ESTRATEGIA BASADA EN EL ALGORITMO HARMONY SEARCH	GALEANO, Y
IMPLEMENTACION DEL ALGORITMO DE BUSQUEDA GRAVITACIONAL (GSA) PARA EL DISEÑO DE UN ABSORBEDOR ELECTROMAGNÉTICO ÓPTIMO	MIRANDA, A; RUIZ, J
SOLUCION DEL MODELO MATEMATICO DE UN CIRCUITO NO LINEAL EN DC, A TRAVES DE UNA ESTRATEGIA DE OPTIMIZACION	CRUZ, J
USO DEL HIBRIDO UPSO CON EL SIMPLEX PARA OPTIMIZACION DE FUNCIONES CON RESTRICCIONES EN PROBLEMAS DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA	CAÑON, E
INTELIGENCIA COMPUTACIONAL INSPIRADA EN LA CUÁNTICA, APLICADA AL DISEÑO DE COMPENSADORES	HERNANDEZ, M; CORREDOR, D
OPTIMIZACION PARETO MEDIANTE EL METODO DE ENJAMBRE DE PARTICULAS UNIFICADO EN PROBLEMAS DE INGENIERIA ELECTRÓNICA	QUIROZ, M;
IDENTIFICACION DE PARAMETROS DE UN MOTOR SINCRONO DE IMAN PERMANENTE MEDIANTE EL ALGORITMO DE LA	RUTTO, A

ESPIRAL	
EL METODO DE COLONIA ARTIFICIAL DE ABEJAS Y EL CRITERIO DE MINIMA ENTROPIA PARA EL DISEÑO OPTIMO DE UN DISIPADOR DE CALOR	ÁVILA, J
IDENTIFICACION DE SISTEMAS NO LINEALES MEDIANTE EL METODO DE OPTIMIZACION DE GOTA DE AGUA INTELIGENTE	CARVAJAL, L; DAVILA, D
POTENCIAL APLICACION DEL ALGORITMO DE GOTAS DE AGUA INTELIGENTES (GAI-IWD) EN INGENIERIA ELECTRONICA	ARIAS, J
CONTRASTACION DE LOS METODOS DE ENJAMBRE DE PARTICULAS UNIFICADO FRENTE AL METODO COLONIA ARTIFICIAL DE ABEJAS, EN LA IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS	PETRO, E; FUENTES, R.
EVALUACION Y COMPARACION ENTRE EL METODO NEWTON RAPHSON Y CENTRAL FORCE OPTIMIZATION PARA EL ANALISIS DE FLUJO DE CARGAS DE UN SISTEMA DE POTENCIA	VALDERRAMA, M
EVALUACION Y COMPARACION ENTRE LOS METODOS NEWTON RAPHSON Y ARTIFICIAL BEE COLONY (ABC) PARA EL ANALISIS DEL FLUJO DE CARGA DE UN SISTEMA DE POTENCIA	CELIS, J; RINCÓN, F
EVALUACION Y COMPARACION ENTRE LOS METODOS UPSO Y NEWTON-RAPHSON PARA EL ANALISIS DE FLUJO DE CARGA EN UN SISTEMA DE POTENCIA	PINZÓN, C; ARDILA, E
DISEÑO DE UN ABSORBEDOR ELECTROMAGNETICO MULTICAPA MEDIANTE EL METODO DE LA ESPIRAL	ORTIZ, R; GARCIA, E
SOLUCION DE LAS ECUACIONES QUE MODELAN UN CIRCUITO NO LINEAL DE CORRIENTE DIRECTA MEDIANTE EL METODO DE ESPIRAL	PORTILLA, J

1 INTRODUCCIÓN

En la actualidad, e incluso desde mucho antes, han existido problemas cuya solución va más allá de un método tradicional, debido a su alto nivel de complejidad. Sin importar el área de trabajo, o la ciencia, en que se aplique, siempre existirán preguntas relacionadas con optimización, tales como: “¿Cuál es el camino más corto entre varios puntos?, ¿Cuál es el mejor enrutamiento de un paquete de datos en internet?, ¿Cuál es la secuencia óptima de proceso de trabajos en una cadena de producción?”. Estos problemas tienen ciertas características, como lo son un sin número de condiciones o agrupaciones de variables que a su vez deben cumplir ciertas restricciones sin importar el área de aplicación. Debido a esto se crearon algoritmos probabilísticos de optimización de propósito general, los cuales son conocidos como algoritmos metaheurísticos, haciendo referencia, en la literatura, a la definición de estar basados en procesos iterativos que guían una heurística subordinada combinando de forma inteligente distintos conceptos para explorar y explotar adecuadamente el espacio de búsqueda.

Existen diferentes algoritmos con esas características, como lo son *evolutionary algorithms* (EA), *particle swarm optimization* (PSO), *artificial immune systems* (AIS), y *ant colony optimization* (ACO). Estos funcionan de manera eficiente y con una alta precisión para la resolución de una gran variedad de problemas [1].

Los avances tecnológicos que se han desarrollado en el campo de la creación de algoritmos inteligentes, han traído consigo el *central force optimization* (CFO), un nuevo algoritmo metaheurístico propuesto y desarrollado en los últimos años, y que se destaca por tener un comportamiento determinístico. Esto desencadena una nueva área de investigación, la cual está ligada a la solución de problemas de ingeniería usando métodos de optimización.

En el presente proyecto se estudia la solución del modelo matemático de un circuito electrónico de componentes no lineales de corriente directa (DC) utilizando

CFO, basándose en el teorema de raíces reales, que corresponde al objetivo del proyecto, como se muestra en el capítulo 2. En aras de facilitar la interpretación de los resultados y el funcionamiento global del algoritmo, en el capítulo 3 se sintetizan las bases teóricas. En el capítulo 4 se verifica el correcto funcionamiento del algoritmo con funciones de prueba estándar. Posteriormente, el capítulo 5 muestra los resultados de solucionar las ecuaciones que describen el modelo de un circuito de componentes no lineales en DC, donde no se encontraron resultados satisfactorios. Por tanto, se utilizaron series de Taylor de primero y segundo orden para disminuir la complejidad del modelo matemático, lo que tampoco arrojó resultados satisfactorios, como se muestra en el capítulo 6.

Es importante resaltar que a lo largo de la investigación se generaron diferentes versiones del algoritmo, buscando mejorar las respuestas obtenidas. Por consiguiente, el capítulo 7 contrasta estos resultados respecto a los obtenidos con el algoritmo creado por Formato. Finalmente, en el capítulo 8 y 9 se presentan las conclusiones y recomendaciones, respectivamente.

2 DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE GRADO

ESTE INFORME DE INVESTIGACIÓN SE REALIZA CON EL FIN DE RECOPIRAR EL PROCESO SEGUIDO, Y LOS RESULTADOS ALCANZADOS, EN EL DESARROLLO DEL PRESENTE TRABAJO DE GRADO. ASÍ MISMO, SE EVIDENCIA QUE TODOS LOS OBJETIVOS PRESENTADOS EN EL PLAN DE TRABAJO DE GRADO, Y ENUNCIADOS EN LAS SIGUIENTES SUBSECCIONES, SE CUMPLIERON A CABALIDAD.

2.1 OBJETIVO GENERAL

SOLUCIONAR EL SISTEMA DE ECUACIONES QUE DESCRIBE EL MODELO MATEMÁTICO DE UN CIRCUITO ELECTRÓNICO DE COMPONENTES NO LINEALES EN CORRIENTE DIRECTA, AL TRANSFORMARLO EN UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN PARA APLICAR EL OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL.

2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

EL CUMPLIMIENTO DEL OBJETIVO GENERAL DEL TRABAJO DE GRADO COMPRENDE:

1. IMPLEMENTAR EL ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN POR FUERZA CENTRAL PARA SOLUCIONAR EL SISTEMA DE ECUACIONES QUE DESCRIBE EL MODELO DE UN CIRCUITO ELECTRÓNICO ESPECÍFICO (VER CAPITULO 5).
2. LINEALIZAR EL CIRCUITO SELECCIONADO A TRAVÉS DE SERIES DE TAYLOR ALREDEDOR DE UN PUNTO DE OPERACIÓN (VER CAPITULO 6).
3. COMPARAR LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON EL OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL Y CON LA LINEALIZACIÓN DE LAS

ECUACIONES QUE DESCRIBEN EL MODELO MATEMÁTICO DE LOS COMPONENTES DEL CIRCUITO (VER CAPITULO 7).

3 FUNDAMENTOS TEORICOS

3.1 TERMINOLOGÍA

En esta sección se presenta de manera sistemática la terminología que se empleará en este informe de investigación.

3.1.1 VARIABLES PRINCIPALES PARA EJECUCIÓN DEL PROGRAMA

Np: número de sondas de búsqueda.

Nd: número de dimensiones del problema.

Nt: pasos de tiempo o número de iteraciones del algoritmo.

Alpha y Beta: constantes del algoritmo que no tienen un equivalente físico [4].

Factor de reposición (Frep): es un valor en el intervalo de 0 a 1, ajustable por el programador, que permite a las partículas ubicadas por fuera del espacio de decisión, retornar a éste por medio de las ecuaciones (7) y (8).

Fmin: es el valor teórico del mejor fitness. Este parámetro se tendrá en cuenta para ciertas funciones de prueba, especialmente para aquellas que no poseen su mínimo o máximo en cero. Por defecto, esta variable es cero.

3.1.2 VARIABLES PRINCIPALES DE ANÁLISIS DE RESULTADOS

Tiempo de cómputo: es el tiempo que demora el algoritmo en generar una respuesta

BF: mejor fitness obtenido al finalizar la prueba.

BPN: número de la mejor partícula.

BST: mejor pasó de tiempo.

LS: último paso de tiempo.

Posición: son las coordenadas de la sonda que representan el mejor fitness.

Distancia X Y: es la distancia que hay entre las coordenadas X Y teóricas y las que representan el mejor fitness.

Convergencia: es uno de los criterios de parada del algoritmo y es el encargado de generar una salida cuando se logra una tolerancia menor a la definida por el usuario.

Saturación: es uno de los criterios de parada del algoritmo y es el encargado de generar una salida cuando la respuesta no mejora después de un cierto número de iteraciones consecutivas.

3.2 OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL (CFO)

CFO es una metaheurística basada en la ley de atracción gravitacional, propuesta por Formato en 2007 [4]. Ésta describe la interacción entre dos masas m_1, m_2 , y está dada por la ecuación (1) [1], [5].

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1)$$

La fuerza central es la presente entre los centros de masa de dos cuerpos, donde r corresponde a la distancia entre ellos, y γ es la constante gravitacional. Dichos cuerpos poseen dos parámetros importantes, que son la aceleración y la posición. La primera viene dada por la expresión (2), donde \hat{r} es el vector unitario y r es la trayectoria de puntos entre las masas. La segunda, está dada por la expresión (3), donde \vec{R}_0 es el vector posición y \vec{V}_0 es el vector velocidad, que dependen del tiempo t y $\vec{R}(t + \Delta t)$ es la nueva posición en el siguiente intervalo de tiempo. Esta representa la posición en coordenadas actuales, que están referidas en el espacio de decisión. Esto significa que el valor de la posición debe pertenecer a ese intervalo.

$$\vec{a}_1 = -\gamma \frac{m_2 \hat{r}}{r^2} \quad (2)$$

$$\vec{R}(t + \Delta t) = \vec{R}_0 + \vec{V}_0 \Delta t + \frac{1}{2} \vec{a} \Delta t^2 \quad (3)$$

En un sistema de coordenadas cartesianas tridimensional, el vector posición toma la forma $\vec{R} = X_i + Y_j + Z_{\hat{k}}$ donde $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ son los vectores unitarios a lo largo de los planos X, Y, Z respectivamente [1], [3], [5].

CFO está diseñado para encontrar el máximo global de la función objetivo en un espacio determinado, conocido como espacio de decisión, el cual está dado por la expresión (4), donde $i = 1, \dots, N_d$ son las dimensiones del problema y X es la variable de decisión.

$$X_i^{min} \leq X_i \leq X_i^{max} \quad (4)$$

Es importante mencionar que la función objetivo puede ser multimodal y de topología desconocida. Incluso, puede presentar restricciones de discontinuidad, ante las cuales CFO funciona sin problema alguno. Las ecuaciones (4)-(8) representan las expresiones características de CFO para un problema con N_d dimensiones [3], [7].

$$\alpha_{j-1}^p = G \sum_{k=1, k \neq p}^{N_p} U(F) \cdot F^\alpha \cdot \frac{(R_{j-1}^k - R_{j-1}^p)}{\left| (R_{j-1}^k - R_{j-1}^p) \right|^\beta} \quad (5)$$

$$F = M_{j-1}^k - M_{j-1}^p \quad (6)$$

El vector de aceleración mostrado en la ecuación (5) depende de la posición actual. G es la constante gravitacional, N_p es el número de sondas, p es la sonda actual, α y β son constantes mayores que cero, para garantizar la convergencia del algoritmo. Sin embargo, se ha demostrado que si se encuentran entre 1 y 3, se

obtienen buenos resultados. M_j^k es el valor de la función objetivo evaluada en la posición de la sonda k (conocido como “fitness”), j es el paso actual de tiempo y U es el escalón unitario que depende de la ecuación (6), para que el algoritmo se comporte de manera atractiva y no repulsiva [8].

En ciertas ocasiones alguna sonda sale del espacio de decisión. Para lidiar con este tipo de situaciones, el algoritmo posee dos ecuaciones de control, (7) y (8).

$$R(p, i, j) = X_{min}(i) + F_{rep} \quad (7)$$

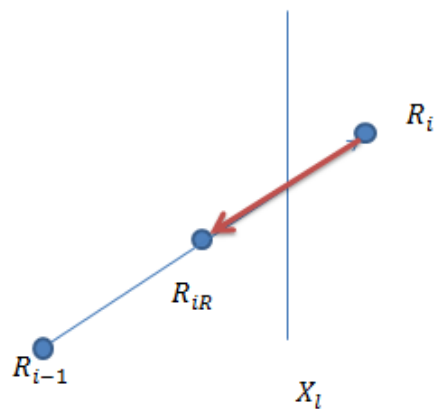
$$* (R(p, i, j - 1) - X_{min}(i))$$

$$R(p, i, j) = X_{max}(i) - F_{rep} \quad (8)$$

$$* (X_{min}(i) - R(p, i, j - 1))$$

La primera reorganiza las dimensiones de las sondas que están por debajo de su valor mínimo, mientras que la segunda reorganiza las que han superado su valor máximo. En estas ecuaciones, i se refiere a la dimensión actual, j es el paso actual de tiempo, p es el número de sonda actual, y F_{rep} es el factor de reposición. Para ilustrar esto, se muestra, en la Figura 1, una sonda que intenta abandonar la región de búsqueda válida, y que es reingresada. R_i es la posición actual, R_{iR} es la sonda reposicionada y X_l es el límite del espacio de decisión [1].

Figura 1. Fenómeno de reposición



Para el criterio de parada se considera la distancia promedio normalizada entre la sonda con el mejor *fitness* P_x y las demás sondas en cada paso de tiempo, conocida como “ D_{avg} ” y dada por la ecuación (9), donde L corresponde a la distancia normalizada entre la diferencia de los límites (10). Cuando (9) presenta un comportamiento oscilatorio entre un rango de tolerancia escogido por el programador del algoritmo, o cuando la función objetivo después de cierto número de iteraciones tiende a un mismo valor, el algoritmo converge.

$$D_{avg} = \frac{1}{L(N_p - 1)} \sum_{p=1}^{N_p} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_d} (x_i^{p,j} - x_i^{p_x,j})^2} \quad (9)$$

$$L = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_d} (x_i^{max} - x_i^{min})^2} \quad (10)$$

3.3 FUNCIÓN OBJETIVO

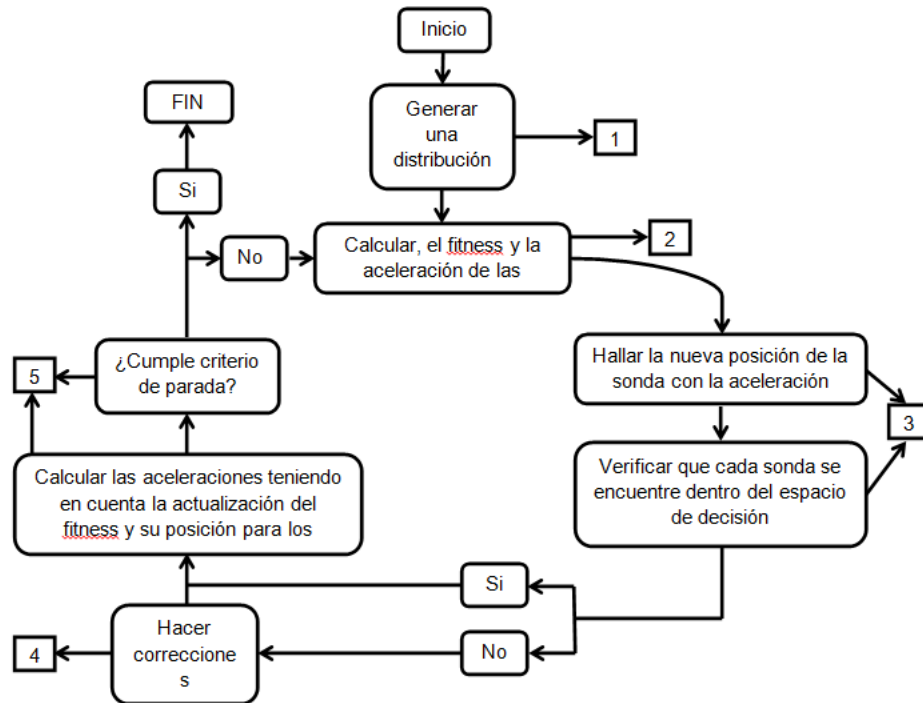
Como su nombre lo indica, es la función que representa el sistema objeto de la optimización. Para este caso, se toma como la sumatoria de cada una de las ecuaciones que modelan el problema, al cuadrado, de la forma mostrada en (11). De esta manera existe una relación entre el método de optimización y la solución, donde el mínimo de esta función es también la solución del sistema de ecuaciones, como lo demuestran algunas de las publicaciones al interior del grupo de investigación (CEMOS) [10], [11]. Una explicación detallada del teorema se puede encontrar en [12].

$$f(x) = (Ecuacion\ 1)^2 + (Ecuacion\ 2)^2 + \dots + (Ecuacion\ N)^2 = 0 \quad (11)$$

3.4 PASOS PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO CFO

La Figura 2 muestra un diagrama detallado acerca de los pasos que se siguieron para la implementación del algoritmo CFO. Cabe resaltar que la información del diagrama fue subdividida en itérales del 1-5 para una mejor interpretación del lector.

Figura 2. Pasos para la implementación del algoritmo



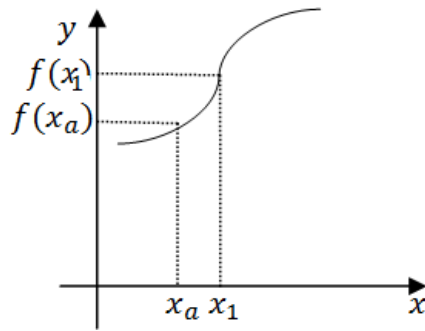
1. Para generar la distribución inicial se debe tener en cuenta el comportamiento determinístico, lo que implica que ésta considere ciertas características, como lo es el espacio de decisión y el problema que se busca solucionar. Sin embargo, investigaciones anteriores han demostrado que una distribución aleatoria produce resultados diferentes pero igual de importantes, por lo que se toma esta dinámica para la implementación del algoritmo [9].
2. Seguidamente se calcula el fitness y la aceleración de la sonda en la primera iteración.

3. Luego de esto, se calcula la nueva posición de la sonda y se evalúa si se encuentra dentro del espacio de decisión.
4. En caso negativo, CFO utiliza su factor de reposición (ecuaciones (7) y (8)) para retornar la sonda errante.
5. En cualquier caso, se calcula la nueva aceleración y el fitness con base en la nueva posición, hasta que cumpla un criterio de parada. Si esto se cumple, el algoritmo sale y genera los resultados correspondientes. Si no, continúa su proceso hasta cumplirlo.

3.5 SERIES DE TAYLOR

La serie de Taylor establece que cualquier función (Figura 3), preferiblemente suave, puede aproximarse por medio de un polinomio [13]. Para comprender este método, se debe construir el polinomio término a término.

Figura 3. Función $f(x)$



Entiéndase que,

$$f(x_a) \cong f(x_1). \quad (12)$$

Esto se debe a que los valores x_1 y x_a son próximos entre sí. La ecuación (12) es una aproximación de un comportamiento constante en la función. Sin embargo, si la misma presenta un cambio en ese intervalo, es necesario agregar más términos a la expresión, para que se adapte de mejor manera a la curvatura. De manera general la ecuación para series de Taylor está dada por (13).

$$f(x_1) = P_N(x_1) + E_N(x_1) \quad (13)$$

Se considera la expresión $P_N(x_1)$ como la aproximación de $f(x_1)$

$$f(x_1) \approx P_N(x_1) = \sum_{k=0}^N \frac{f^k(x_a)}{k!} (x_1 - x_a)^k, \quad (14)$$

Donde, $k!$ es el factorial de k y $f^k(x_a)$ corresponde a la k -ésima derivada de f evaluada en el punto x_a . El polinomio aproximado de Taylor comprende un término de error de truncamiento que viene dado por la ecuación (15), y se debe al acortamiento aplicado a la ecuación (14), donde, $c = c(x)$ es un valor aleatorio comprendido entre x_1 y x_a . N Indica el residuo de la aproximación del n -ésimo orden. El hecho de evaluar en $f^{(N+1)}(c)$, lleva a despreciar el error y a utilizar la solución aproximada [15] [14]:

$$E_N(x_1) = \frac{f^{(N+1)}(c)}{(N+1)!} (x_1 - x_a)^{N+1} \quad (15)$$

En el caso de querer simplificar el análisis de un circuito, por medio de una linealización con series de Taylor, se puede considerar:

Linealización por componentes: se debe tener en cuenta que un circuito puede estar compuesto por elementos no lineales. Para esto se usa series de Taylor en

cada elemento de forma individual. Un ejemplo de éste, es el diodo, cuyo modelo se encuentra dado por la ecuación (16), donde I es la intensidad de corriente que atraviesa el diodo, I_s es la corriente de saturación, V_D es la tensión vista entre los terminales del diodo y V_T es el voltaje térmico [16]. Aplicando series de Taylor a la ecuación (16), con respecto a V_D alrededor de un valor constante X_a , se obtiene la ecuación (17).

$$f(V_D) = I = I_s(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1) \quad (16)$$

$$f(V_D) \approx e^{\frac{X_a}{V_T}} + \frac{e^{\frac{X_a}{V_T}}(V_D - X_a)}{V_T} \quad (17)$$

4 EVALUACION DEL ALGORITMO A TRAVES DE EJEMPLOS ILUSTRATIVOS CON FUNCIONES ESTÁNDAR

En esta sección se desarrollan siete ejemplos ilustrativos para demostrar la efectividad del método de optimización CFO. Para las pruebas se utiliza Matlab, un equipo de cómputo y una serie de parámetros generales que se muestran en la Tabla 2

Tabla 2. Parámetros Generales capítulo 4

Equipo de computo		Parámetros del algoritmo			
Procesador	Intel® Core™ i5 M460 2.53Ghz	Número de pruebas	10	Frep	0.9
Memoria RAM	4Gb	Np	100	Xmax	[5 5]
Alimentación	Conectado a la red eléctrica	Nd	2	Xmin	[-5 -5]
Plan de energía	Alto rendimiento	Nt	1000	Convergencia	1E-05
		Alpha y Beta	2	G inicial	2
				Fmin	0

Para el caso especial de G, este tendrá un valor inicial de 2 hasta 0.2 en pasos de tiempo de 0.2. También se considera una disminución progresiva de ese valor multiplicada por 0.8 hasta encontrar una salida por convergencia o saturación. También se ejecutarán pruebas adicionales para corroboración en condiciones diferentes, solo en aquellas funciones que no posean su mínimo o máximo en cero.

Para la selección del mejor resultado se tienen en cuenta dos criterios, el BF y el tiempo de cómputo. En dado caso que BF sea igual en más de una prueba, el desempate se hará por velocidad de respuesta o tiempo de cómputo. En las tablas

de resultados, un valor de S en la columna de salida significa salida por saturación, mientras que C representa salida por convergencia.

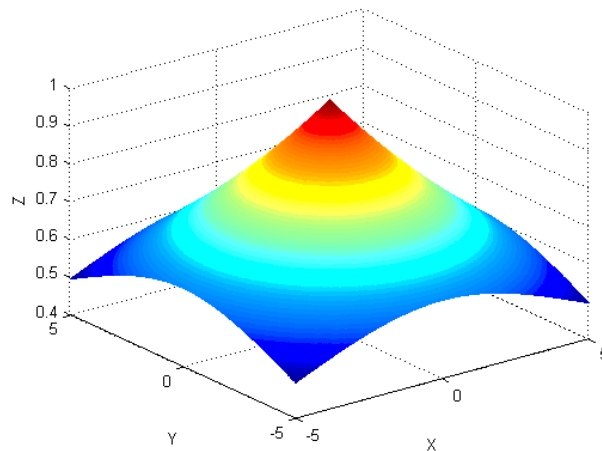
4.1 FUNCIÓN DE PRUEBA UNO

Esta función se caracteriza por ser continua y unimodal. Su expresión general está dada por la ecuación:

$$f(x, y) = e^{-0.1 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}} \quad (18)$$

El área de solución o espacio de búsqueda está definido en el rango $-5 \leq [x, y] \leq 5$. Su máximo global es $f(x, y) = 1$, el cual se obtiene en $[x, y] = 0$, como se muestra en la Figura 4 [17].

Figura 4. Función de prueba 1



Solución del algoritmo

La Tabla 3 resume los resultados obtenidos, donde se observa que el algoritmo, en un tiempo promedio de 87.6 [s], encuentra el máximo de la función, pero presenta una salida por saturación. Esto se debe a que $F_{min}=0$, cuando en realidad el máximo se encuentra en 1.

Tabla 3. Resultados en algoritmo del ejemplo 4.1

Función de prueba 1	Z=exp(-0.1*sqrt(x.^2+y.^2))							
Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	BPN	BTS	LS	Salida	Posición	
							X	Y
1	78.034298	1	90	603	603	S	4.9872e-04	8.8369e-06
2	80.611145	0.9998	94	585	585	S	7.601e-06	-0.0016
3	85.799992	1	100	675	675	S	3.4951e-10	1.7599e-10
4	85.971019	1	90	659	659	S	-5.9569e-10	1.2635e-09
5	88.691272	1	96	679	679	S	-1.0285e-09	1.6136e-10
6	86.498707	1	100	686	686	S	2.0693e-10	1.0846e-10
7	89.542672	1	100	682	682	S	-2.7203e-10	-3.5203e-11
8	91.585719	1	94	680	680	S	-2.3092e-10	-3.9791e-11
9	98.102803	1	99	679	679	S	9.7520e-10	-7.5659e-10
10	91.140685	1	97	686	686	S	5.0720e-10	5.3140e-10
Promedio	87.597831	Distancia X Y	4.9880e-04					

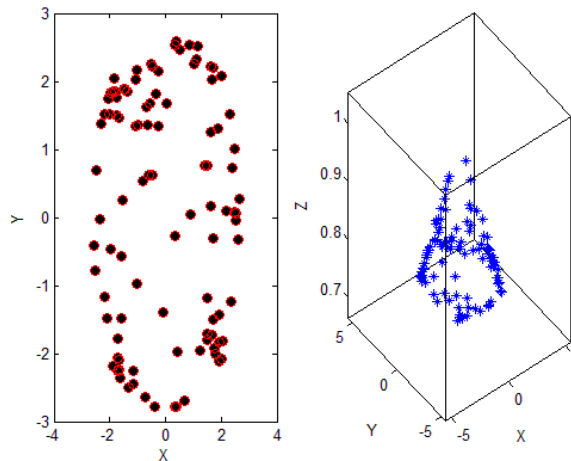
En la Tabla 4 se resumen los resultados de tres pruebas adicionales, donde se ajustó el valor de Fmin, al adecuado. Esto dio como resultado que el algoritmo converge de manera eficiente y en un tiempo promedio de 41.9 [s], lo que reduce en un factor aproximado de 0.5 el tiempo de cómputo. Cabe resaltar que la modificación que se hizo en Fmin es válida, ya que es una función de prueba, porque se quería verificar la importancia de este factor, así como su influencia en la respuesta, pues ésta permite una salida por convergencia, llegando incluso a mejorar la distancia al punto solución.

Tabla 4. Resultados adicionales del ejemplo 4.1

Función	$Z=\exp(-0.1*\sqrt{x.^2+y.^2})$							
Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	BPN	BTS	LS	Salida	Posición	
							X	Y
1	43.291531	1	34	321	321	C	7.4206e-05	-5.5374e-05
2	38.677684	1	47	281	281	C	8.2735e-05	-3.7812e-05
3	43.751115	1	100	321	321	C	-2.8983e-06	3.7537e-05
Promedio	41.906777	Distancia X,Y	9.0966e-05					

En la Figura 5 se observa un instante de tiempo, en el que las sondas se van ajustando al punto solución y tomando la forma de la función, en 2D y 3D respectivamente. Para una verificación final, se remplazará de manera analítica los valores correspondientes a las coordenadas X e Y que se obtuvieron del algoritmo en la expresión matemática, como se muestra en (19). Lo anterior para concluir que el código está funcionando de manera correcta.

Figura 5. Simulación del ejemplo 4.1



$$f(4.9872e - 04, 8.8369e - 06) = e^{-0.1 \sqrt{4.9872e - 04^2 + 8.8369e - 06^2}} = 1 \quad (19)$$

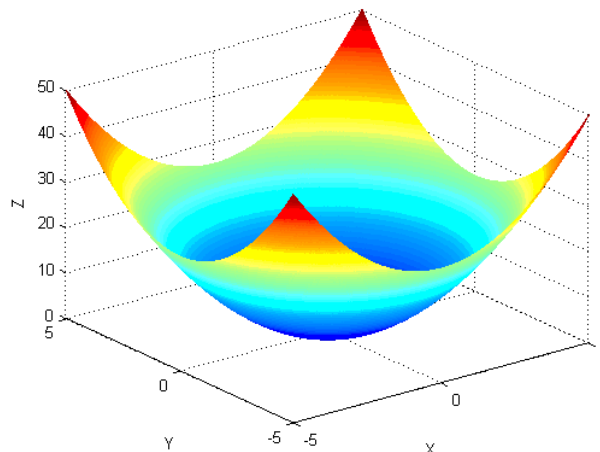
4.2 FUNCIÓN DE JONG

Esta función también es conocida como la primera función de Jong y se caracteriza por ser continua y unimodal. Su expresión general está dada por la ecuación (20):

$$f(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 ; X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (20)$$

El área de solución o espacio de búsqueda está definido en el rango $-5.12 \leq x_i \leq 5.12$, $i=1, \dots, n$. Su mínimo global es $f(x) = 0$, el cual se obtiene en $x_i = 0, \forall i$. Como ejemplo se analizará el caso en dos dimensiones, i.e. $f(x, y) = x^2 + y^2$, que se muestra en la Figura 6. Por cuestiones de convergencia es necesario invertir este tipo de función debido a que CFO es un algoritmo de optimización que encuentra el máximo de la función, i.e. $f_{obj} = -f_{prueba}$ [17].

Figura 6. Función de Jong



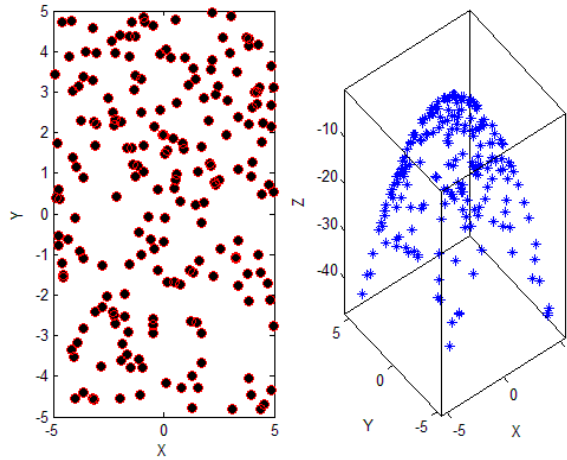
La Tabla 5 resume los resultados obtenidos, donde se observa que el algoritmo converge a la respuesta en un tiempo promedio de 21.6 [s], con un BF en el orden de los micros. En este caso no es necesario variar el valor de Fmin, ni hacer pruebas adicionales ya que la función posee su mínimo en cero. También se señala en la tabla la mejor respuesta, tomando como criterio la aproximación de la sonda.

Solución en el algoritmo:

Tabla 5. Resultados en algoritmo del ejemplo 4.2

Función de Jong	$Z=-(x.^2+y.^2)$							
Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	BPN	BT S	LS	Salida	Posición	
							X	Y
1	7.352435	-5.1287E-07	25	50	50	C	-3.8630E-04	6.2741E-04
2	7.182068	-5.4034E-06	44	46	46	C	0.0023	-3.1278E-04
3	26.480409	-5.1395E-07	3	201	201	C	6.6727E-04	-2.6209E-04
4	34.335965	-1.0035E-06	16	221	221	C	7.2329E-04	6.9308E-04
5	27.529612	-8.2330E-06	63	201	201	C	5.2951E-04	-0.0028
6	33.155393	-9.0729E-06	7	201	201	C	4.1304E-05	-0.0030
7	3.339893	-9.4466E-06	30	21	21	C	-9.0409E-04	-0.0029
8	29.724973	-6.7102E-06	97	201	201	C	0.0016	-0.0020
9	29.529686	-6.0574E-06	10	201	201	C	4.3995E-04	0.0024
10	29.261644	-1.1244E-06	71	201	201	C	-6.0862E-04	8.6832E-04
Promedio	21.611969	Distancia X Y	7.1689e-04					

Figura 7. Simulación del ejemplo 4.2



En la Figura 7 se observa el comportamiento de las sondas en 2D y 3D, respectivamente. Una vez más se hará la verificación analítica, originando la ecuación (21). Debido a que se están tomando solo 4 decimales, o formato corto de Matlab, la respuesta sufre un error de truncamiento.

$$\begin{aligned}
 & f(6.6727e - 04, -2.6209e - 04) \\
 &= (6.6727e - 04)^2 + (-2.6209e - 04)^2 \quad (21) \\
 &= 5.1394E - 07
 \end{aligned}$$

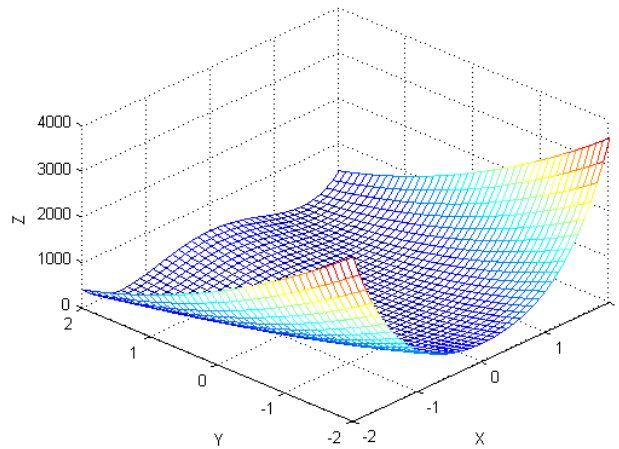
4.3 FUNCIÓN DEL VALLE ROSENBROCK

Esta función también es conocida como la segunda función de Jong o de banano. Es de uso clásico en los problemas de optimización debido a que su óptimo se encuentra en un valle estrecho a lo largo de la función. Su expresión general está dada por la ecuación (22). El área de solución o espacio de búsqueda está definido en el rango $-2.048 \leq x_i \leq 2.048$, $i=1, \dots, n$. Su mínimo global se establece dentro de un largo y estrecho valle parabólico donde $f(x) = 0$, el cual se obtiene en $x_i = 1, \forall i$. Como ejemplo se analizará el caso en dos dimensiones, i.e. $f(x, y) = 100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2$, que se muestra en la Figura 8. Debido a que esta función tiene mínimos, se debe invertir para que haya convergencia de CFO,

puesto que es un algoritmo de optimización que encuentra el máximo de la función [17].

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2] \quad (22)$$

Figura 8. Valle de Rosenbrock



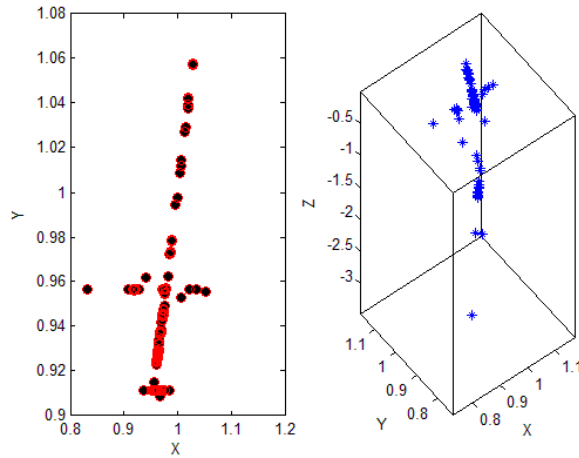
Solución en el algoritmo:

Tabla 6. Resultados en algoritmo del ejemplo 4.3

Rosenbrock		$z=-((1-x).^2+100.*(y-x.^2).^2);$						
Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	BPN	BTS	LS	Salida	Posición	
							X	Y
1	56.550018	-2.9988E-004	41	482	482	S	0.9827	0.9656
2	69.007447	-3.3048E-005	34	577	577	S	0.9943	0.9885
3	22.806306	-5.5227E-006	31	167	167	C	0.9979	0.9958
4	22.454364	-9.7436E-006	13	165	165	C	0.9971	0.9941
5	25.191961	-6.0492E-006	12	186	186	C	0.9976	0.9953
6	60.070562	-9.8402E-005	91	540	540	S	0.9901	0.9802
7	65.122724	-1.1804E-004	95	578	578	S	0.9784	0.9784
8	59.244026	-6.6826E-005	100	576	576	S	0.9919	0.9837
9	58.281196	-1.0803E-004	15	565	565	S	0.9896	0.9793
10	37.346684	-9.2420E-006	62	261	261	C	0.9970	0.9939
Promedio	47.667529	Distancia X Y	0.0210					

La Tabla 6 resume los resultados obtenidos, donde se observa que el algoritmo converge a la respuesta en un tiempo promedio de 47.7[s] con un BF promedio en el orden de los micros. También se señala en la tabla la mejor respuesta, tomando como criterio la aproximación de la sonda.

Figura 9. Simulación del ejemplo 4.3

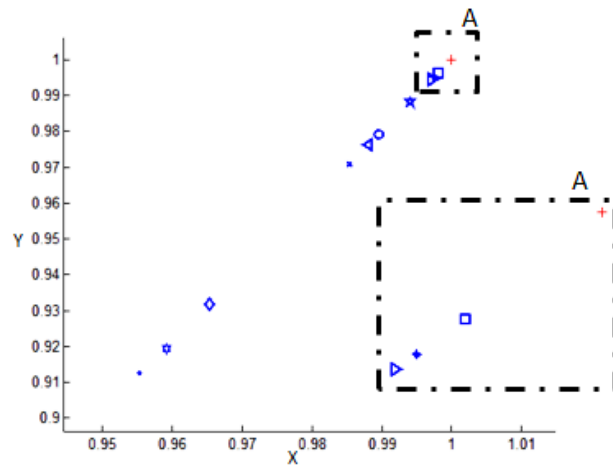


En la Figura 9 se observa el comportamiento de las sondas en 2D y 3D respectivamente. El punto donde se concentran la mayor cantidad de sondas generalmente es la solución, y tiene como coordenadas $X=0.9971$ y $Y=0.9941$. Al evaluar en la ecuación (23) se obtiene como resultado un valor cercano a cero, lo que concuerda con el mínimo de la Figura 8, dando validez al método.

$$\begin{aligned}
 &f(0.9971, 0.9941) \\
 &= 100(0.9941 - 0.9971^2)^2 \\
 &+ (1 - 0.9971)^2 = 8.41e^{-6}
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

La Figura 10 representa los valores de X y Y en cada prueba. Se utilizaron diferentes tipos de marcadores para resaltar la pareja de valores que más se aproxima al punto solución (marcador rojo). A su vez, éste es el valor del mejor fitness.

Figura 10. Distancia entre las coordenadas X Y y el punto óptimo



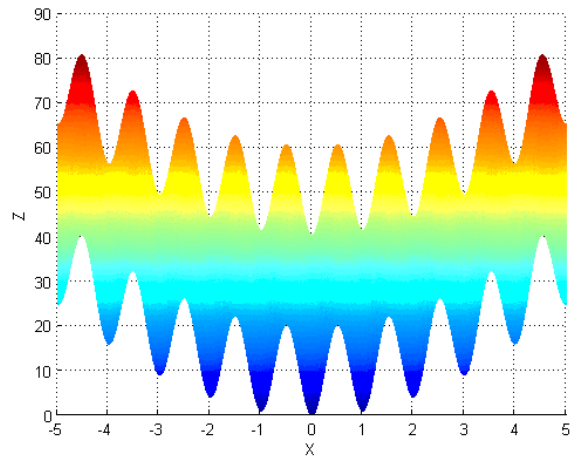
4.4 FUNCIÓN DE RASTRIGIN

La función de Rastrigin se basa en la función de Jong, pero a diferencia de este, se adiciona un coseno modulado con el fin de generar mínimos locales periódicos. Esto genera una función de prueba altamente multimodal. Su expresión general está dada por la ecuación (24).

$$f(x) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)] \quad (24)$$

El área de solución o espacio de búsqueda está definido en el hipercubo $-5.12 \leq x_i \leq 5.12$, $i=1, \dots, n$. Su mínimo global es $f(x) = 0$, el cual se obtiene en $x_i = 0$, $\forall i$. Como ejemplo se analiza el caso en dos dimensiones, i.e. $f(x, y) = 20 + [(x^2 - 10 \cos(2\pi x))] + [y^2 - 10 \cos(2\pi y)]$, que se muestra en la Figura 11. Nuevamente, por cuestiones de convergencia es necesario invertir este tipo de función debido a que CFO es un algoritmo de optimización que encuentra el máximo de la función [17].

Figura 11. Función de Rastrigin



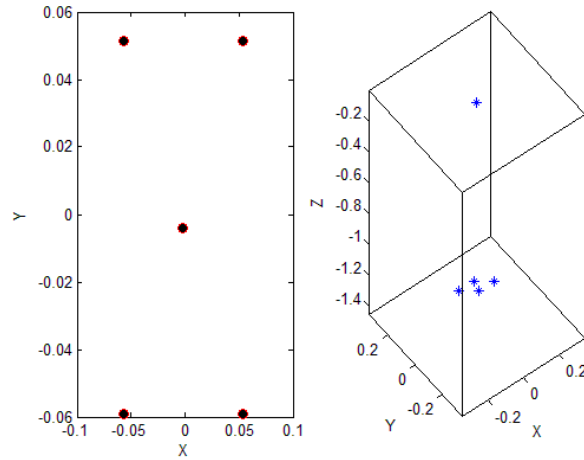
Solución en el algoritmo:

Tabla 7. Resultados en algoritmo ejemplo 4.4

Rastrigin		$z=-(10^2+(x.^2-10*\cos(2*pi.*x))+(y.^2-10*\cos(2*pi*y)))$						
Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	BPN	BTS	LS	Salida	Posición	
							X	Y
1	14.352430	-1.7923E-006	72	102	102	C	-9.3034E-005	-1.9460E-005
2	18.493504	-1.0001E-006	69	131	131	C	5.5528E-005	-4.4247E-005
3	14.294179	-4.1911E-007	81	102	102	C	1.7358E-005	4.2559E-005
4	8.745924	-6.0220E-006	67	62	62	C	1.7832E-006	1.7421E-004
5	14.719811	-4.7063E-006	65	102	102	C	2.3857E-005	-1.5216E-004
6	17.152370	-4.4564E-006	55	122	122	C	1.4865E-004	1.9085E-005
7	11.563683	-1.4374E-006	62	82	82	C	7.4597E-005	4.0994E-005
8	11.729094	-9.6007E-008	77	82	82	C	2.4542E-006	-2.1861E-005
9	11.503683	-2.5750E-007	50	82	82	C	-2.0553E-006	3.5968E-005
10	14.604629	-8.8333E-007	62	102	102	C	6.6206E-006	-6.6397E-005
Promedio	13.715931	Distancia X Y	2.1998E-005					

La Tabla 7 resume los resultados obtenidos, donde se observa que el algoritmo converge a la respuesta en un tiempo promedio de 13.71[s] con una aproximación del orden de los micros. También se señala en la tabla la mejor respuesta, tomando como criterio la aproximación de la sonda.

Figura 12. Simulación del ejemplo 4.4



En la Figura 12 se observa el comportamiento de las sondas en 2D y 3D respectivamente. Los valores de las coordenadas correspondientes para verificación son: $X = 2.4542e - 006$ y $Y = -2.1861e - 005$. Al evaluar en la función, ecuación (25), se obtiene un valor cercano a cero, lo que concuerda con el mínimo de la Figura 11, dando validez al método.

$$\begin{aligned}
 & f(2.4542e - 006, -2.1861e - 005) \\
 & = 20 \\
 & + [(2.4542e - 006)^2 \\
 & - 10 \cos(2\pi(-2.4542e - 006))] + \quad (25)
 \end{aligned}$$

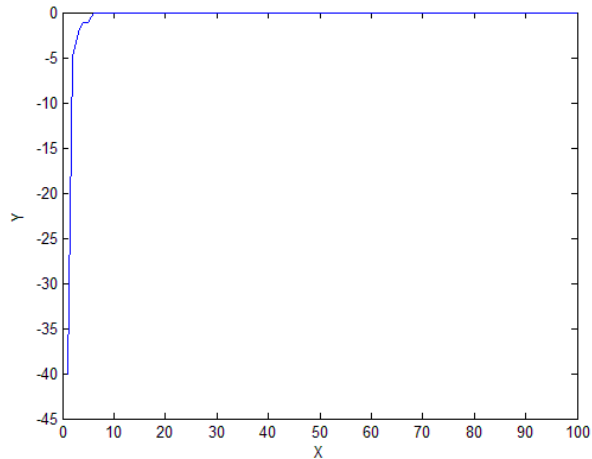
$$-2.1861e - 005^2 - 10 \cos(2\pi(-2.1861e - 005))] = 9.6007e^{-08}$$

Al ejecutar nuevamente el algoritmo se obtiene la

Figura 13. Esta representa la variación del fitness a través del número de iteraciones. Se observa como la función se aproxima a la respuesta en un incremento progresivo hasta que se estabiliza, ya sea porque converge en el

intervalo de respuesta o porque se mantiene sin variación después de un número de iteraciones determinado.

Figura 13. Fitness Vs número de iteraciones

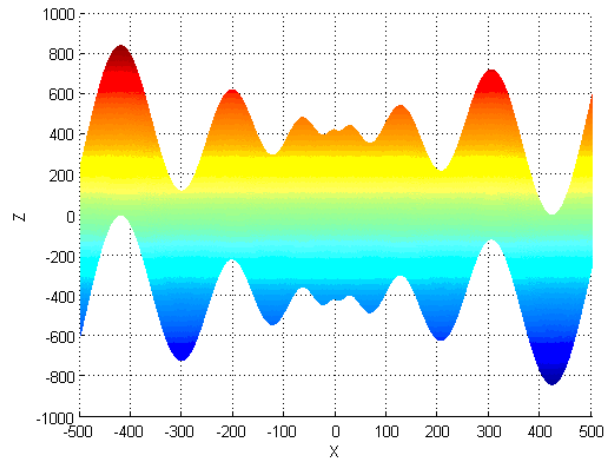


4.5 FUNCIÓN DE SCHWEFEL

La función de Schwefel es una función engañosa, ya que su mínimo global es geoméricamente distante de los mínimos locales, lo que hace que el algoritmo sea propenso a converger en la dirección incorrecta. Su expresión general se encuentra dada por la ecuación (26). El área de solución o espacio de búsqueda está definido en el hipercubo $-500 \leq x_i \leq 500$, $i=1, \dots, n$. Su mínimo global es $f(x) = -418.9829 * n$, el cual se obtiene en $x_i = 421, \forall i$. Como ejemplo se analizará el caso en dos dimensiones, i.e. $f(x, y) = -x \sin(\sqrt{|x|}) - y \sin(\sqrt{|y|})$, que se muestra en la Figura 14 Debido a que esta función tiene mínimos, se debe invertir para que haya convergencia del CFO, puesto que es un algoritmo de optimización que encuentra el máximo de la función [17].

$$f(x) = \sum_{i=1}^n [-x_i^2 \sin(\sqrt{|x_i|})] \quad (26)$$

Figura 14. Función de Schwefel



Solución en el algoritmo:

Para esta prueba el espacio de decisión fue modificado entre los límites [-500 - 500] hasta [500 500], con una convergencia de 1×10^{-2} . Los demás parámetros se mantienen como fueron establecidos. La Tabla 8. resume los resultados obtenidos, donde se observa que el algoritmo, en un tiempo promedio de 79 [s], encuentra el mínimo de la función, pero presenta una salida por saturación. Como se había explicado antes, esto se debe a que $F_{min}=0$, cuando en realidad el máximo de la función objetivo se encuentra en 837.9660.

Tabla 8. Resultados en el algoritmo del ejemplo 4.5

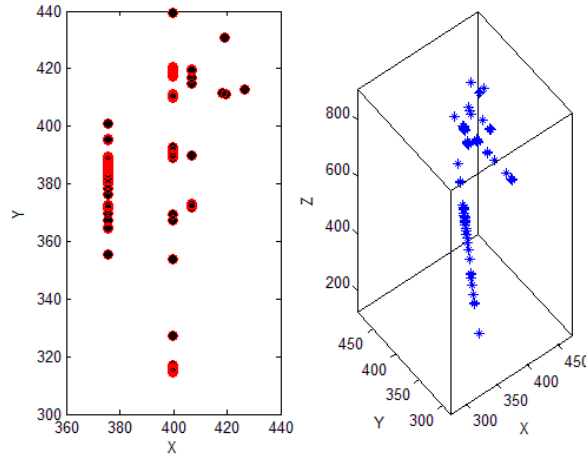
Schwefel		$z=-(-x.\sin(\sqrt{\text{abs}(x)})-y.\sin(\sqrt{\text{abs}(y)}))$						
Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	BPN	BTS	LS	Salida	Posición	
							X	Y
1	74.527248	837.9657	75	637	637	S	420.9432	420.9714
2	82.624985	837.9658	98	623	623	S	420.9687	420.9687
3	91.253613	837.9658	77	636	636	S	420.9625	420.9688
4	76.055301	837.9658	100	636	636	S	420.9687	420.9687
5	85.879249	837.9658	100	645	645	S	420.9687	420.9687
6	64.795935	837.8141	74	435	435	S	421.0707	419.8764
7	87.549063	837.9658	100	647	647	S	420.9687	420.9687
8	89.004206	837.9658	94	637	637	S	420.9687	420.9687
9	46.651823	836.7597	26	456	456	S	419.2375	418.4050
10	92.087235	837.9652	99	638	638	S	420.9012	420.9688
Promedio	79.04286	Distancia X Y	0.0443					

En la tabla 9. se resumen los resultados de tres pruebas adicionales donde se ajustó el valor de Fmin, al adecuado. Esto dio como resultado que el algoritmo converge de manera eficiente y en un tiempo promedio de 35.26 [s], lo que reduce el tiempo de cómputo a un valor aproximado del 40%. También se observa que el algoritmo fue engañado en una ocasión encontrando un mínimo local, lo que se debe al comportamiento multimodal de función. No hay forma de evitar que el algoritmo sea engañado, pero se estima como resultado que el tiempo de computo sin la prueba fallida hubiese sido reducido en un factor de 85% aproximadamente.

Tabla 9. Resultados adicionales del ejemplo 4.5

Función	$z=-(-x.\sin(\sqrt{\text{abs}(x)})-y.\sin(\sqrt{\text{abs}(y)}))$							
Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	BPN	BTS	LS	Salida	Posición	
							X	Y
1	81.210125	719.5274	100	650	650	S	420.9687	-302.5249
2	12.587286	837.9651	54	92	92	C	420.8974	420.9439
3	11.978950	837.9580	59	85	85	C	421.1906	421.0814
Promedio	35.258787	Distancia X Y	0.0122					

Figura 15. Simulación del ejemplo 4.5



En la Figura 15 se observa el comportamiento de las sondas en 2D y 3D respectivamente. La coordenada donde se concentra la mayor cantidad de sondas es $X = 420.9687$ e $Y = 420.9687$, que al evaluarlas en la ecuación (26) da como resultado un valor cercano a -837.9660 , lo que concuerda con el mínimo de la función de la Figura 14, dando validez al método.

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= -(420.9687)\sin\left(\sqrt{|420.9687|}\right) \\
 &= -420.9687\sin\left(\sqrt{|420.9687|}\right) \\
 &= -837.9658
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

En la Figura 16 se observan los resultados de 100 pruebas utilizando la función del ejemplo 4.5. Como se había mencionado anteriormente, la función es multimodal y presenta varios mínimos locales. Para demostrar que el algoritmo es engañado con este tipo de función, se decidió graficar el espacio de decisión resaltando el mínimo global y los mínimos locales más representativos. Esto permite apreciar que las pruebas se agrupan en tres regiones A, B y C.

Figura 16. Representación de 100 pruebas del ejemplo 4.5

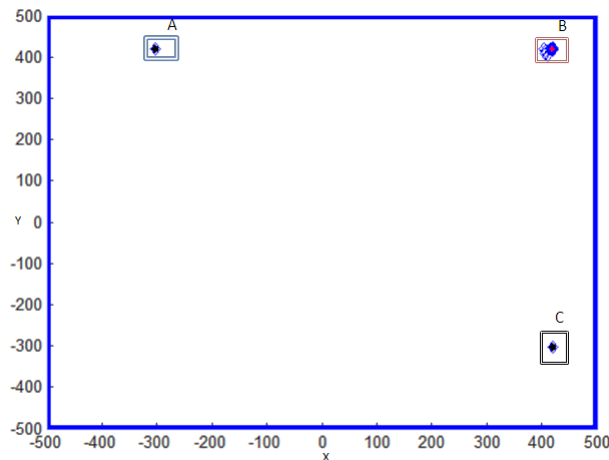
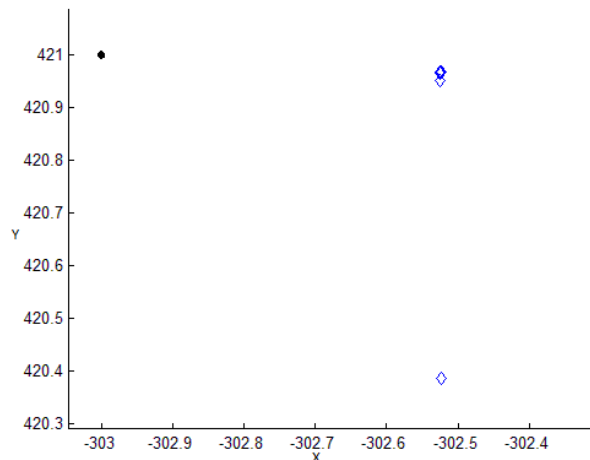
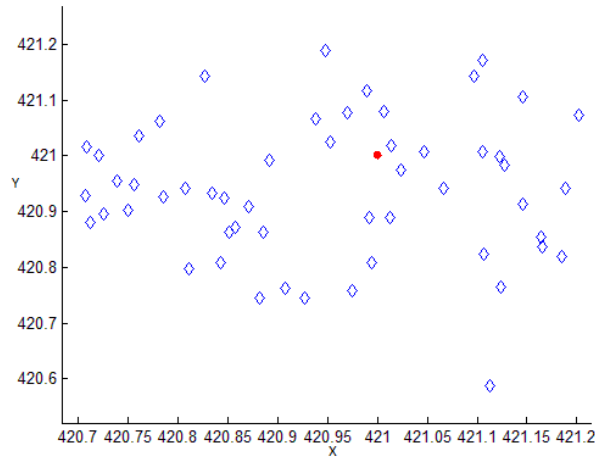


Figura 17. Acercamiento región A de la figura 16



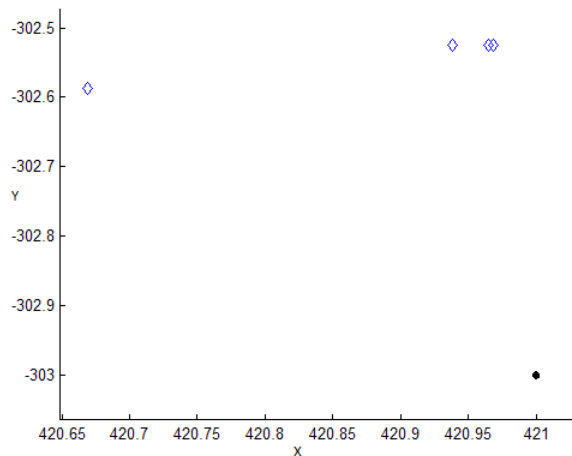
La Figura 17 representa la región A, que contiene el primer mínimo local (marcador negro), ubicado en las coordenadas (-303,421). Se observa como las pruebas erróneas tienden a acercarse a dicho punto.

Figura 18. Acercamiento región B de la figura 16



La Figura 18 representa la región B, que contiene el mínimo global (marcador rojo), ubicado en las coordenadas (421,421). Se observa como un gran número de pruebas tienden a acercarse a dicho punto, por lo que se puede decir que esta metaheurística funciona bien bajo condiciones de prueba engañosas, aunque no posee un 100% de efectividad.

Figura 19. Acercamiento región C de la figura 16



La Figura 19 representa la región C, que contiene el segundo mínimo local (marcador negro), ubicado en las coordenadas (421,-303). Se observa como las pruebas erróneas tienden a acercarse a dicho punto.

En los ejemplos anteriores se han mostrado diferentes tipos de análisis. Con el ánimo de evitar ser repetitivo, para las siguientes funciones de prueba solamente se muestran los resultados obtenidos.

4.6 FUNCIÓN DE GRIEWANGK

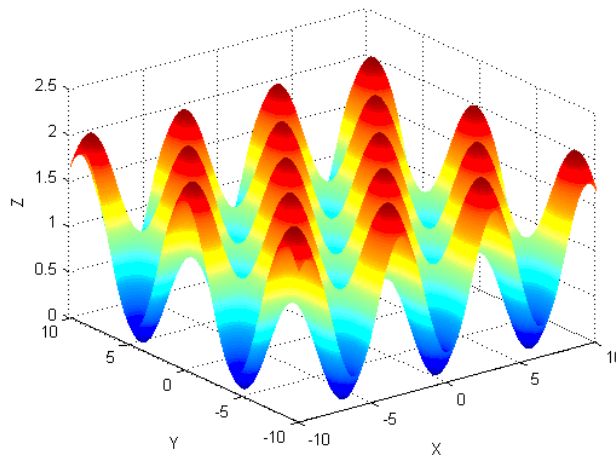
Esta función es similar a la de Rastrigin, debido a que tiene muchos mínimos distribuidos regularmente. Su expresión general está dada por la ecuación (28).

$$f(x) = 1/4000 \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1 \quad (28)$$

El área de solución o espacio de búsqueda está definido en el hipercubo $-600 \leq x_i \leq 600$, $i=1, \dots, n$. Su mínimo global es $f(x) = 0$, el cual se obtiene en $x_i = 0, \forall i$.

Como ejemplo se muestra el caso en dos dimensiones, i.e. $f(x, y) = \frac{x^2+y^2}{4000} - \cos(x)\cos\left(\frac{y}{\sqrt{2}}\right) + 1$, al realizar un zoom se observa la Figura 20. Por cuestiones de convergencia es necesario invertir este tipo de función debido a que CFO es un algoritmo de optimización que encuentra el máximo de la función [17].

Figura 20. Función de Griewangk

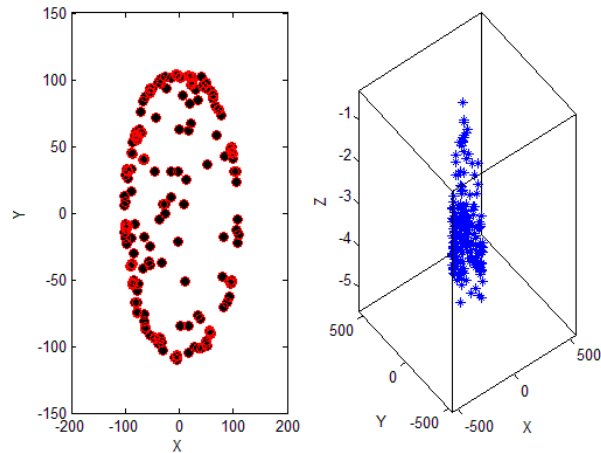


Solución en el algoritmo:

Tabla 10. Resultados del algoritmo del ejemplo 4.6

Griewangk		$z=-((x.^2+y.^2)/4000-\cos(x).\cos(y/\sqrt{2}))+1$						
Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	BPN	BTS	LS	Salida	Posición	
							X	Y
1	82.059440	-0.1778	98	656	656	S	25.1321	-8.9007
2	87.174508	-0.0074	18	654	654	S	3.1400	4.4384
3	86.934712	-2.0943e-005	99	672	672	S	-0.0037	0.0075
4	65.157021	-0.0907	100	540	540	S	-12.2393	0.0347
5	83.642265	-0.0331	46	666	666	S	-9.4198	4.2838
6	60.735017	-0.0176	63	480	480	S	3.0689	-4.2630
7	65.119223	-0.2016	73	473	473	S	21.6833	4.0699
8	85.242155	-0.0503	100	659	659	S	-12.4747	-0.1703
9	84.540591	-0.2443	64	659	659	S	-21.9927	-22.2172
10	87.566757	-0.0791	95	662	662	S	0.0037	17.7270
Promedio	78.817169	Distancia X Y	8.3630E-03					

Figura 21. Simulación del ejemplo 4.6



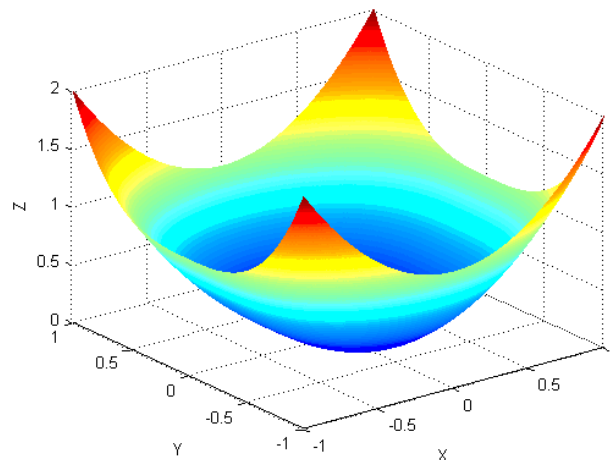
FUNCIÓN SUMA DE POTENCIAS

La función posee una forma unimodal y su expresión general está dada por la ecuación (29).

$$f(x) = \sum_{i=1}^n |x_i|^{i+1} \quad (29)$$

El área de solución o espacio de búsqueda está definido en el hipercubo $-1 \leq x_i \leq 1$, $i=1, \dots, n$. Su mínimo global es $f(x) = 0$, el cual se obtiene en $x_i = 0, \forall i$. Como ejemplo se analizará el caso en dos dimensiones, i.e. $f(x, y) = |x|^2 + |y|^3$, que se muestra en la Figura 22. Por cuestiones de convergencia es necesario invertir este tipo de función debido a que CFO es un algoritmo de optimización que encuentra el máximo de la función [17].

Figura 22 Función suma de potencias

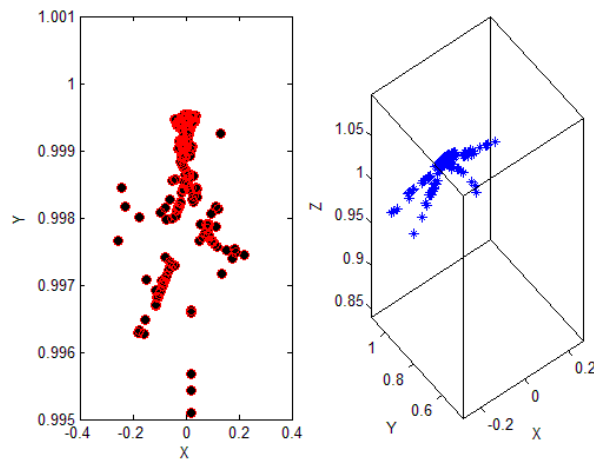


Solución en el algoritmo:

Tabla 11. Resultados del algoritmo del ejemplo 4.7

Suma de potencias		$z=-(\text{abs}(x))^2+(\text{abs}(y))^3$						
Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	BPN	BTS	LS	Salida	Posición	
							X	Y
1	17.334750	-5.8215E-006	75	121	121	C	-0.0024	4.0146E-004
2	13.979235	-6.4223E-006	10	101	101	C	-0.0024	0.0081
3	19.508563	-5.3325E-006	9	141	141	C	0.0023	0.0010
4	3.557055	-7.1309E-006	64	26	26	C	-0.0027	-3.840E-004
5	16.711986	-6.8939E-006	24	121	121	C	6.9619E-004	-0.0186
6	4.536424	-6.0368E-006	68	33	33	C	-0.0024	0.0056
7	0.638490	-5.7981E-006	43	5	5	C	0.0022	0.0097
8	17.047020	-9.6611E-007	80	121	121	C	5.9479E-005	0.0099
9	30.531890	-9.8012E-006	9	221	221	C	2.7507E-004	0.0213
10	22.228970	-2.7369E-006	5	161	161	C	-0.0014	0.0092
Promedio	16.159544	Distancia X Y	9.9001e-3					

Figura 23. Simulación del ejemplo 4.7



5 APLICACIÓN EN CIRCUITOS ELECTRÓNICOS NO LINEALES EN CORRIENTE CONTINUA

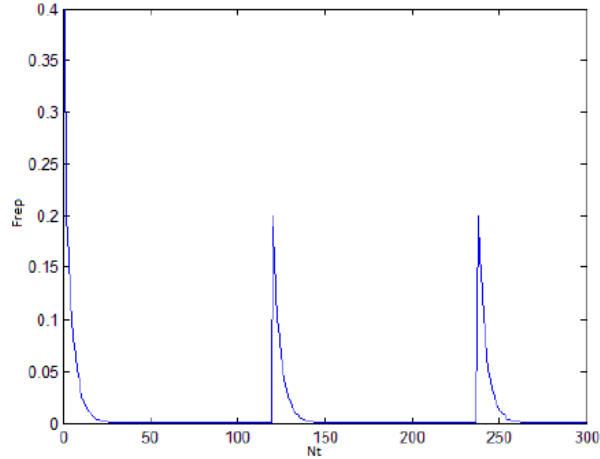
En esta sección se aplica el algoritmo a circuitos con componentes no lineales, donde se investigará que tan efectivo es éste para diferentes topologías. Para las pruebas se utiliza Matlab, un equipo de cómputo que se modificó con respecto al del capítulo anterior debido al alto consumo de recursos por parte del algoritmo y una serie de parámetros generales que se muestran en la Tabla 12

Tabla 12. Parámetros generales capítulo 5

Equipo de computo		Parámetros del algoritmo	
Procesador	Intel® Core™ i7 3.4 Ghz	Número de pruebas	10
Memoria RAM	8Gb	Alpha y Beta	2
Alimentación	Conectado a la red eléctrica	Frep inicial	0.9
Plan de energía	Alto rendimiento	G inicial	2
		Fmin	0

Para el caso especial de Frep y G, estos tendrán un valor inicial de 0.9 y 2 respectivamente, que se reducirán hasta 0.2 en pasos de 0.2. Adicionalmente, presentan una disminución progresiva de ese valor multiplicada por 0.8 hasta encontrar una salida por convergencia o saturación, y un Fmin=0, como se muestra en la Figura 24 para el caso de G. (se recuerda al lector que el valor de la constante gravitacional es $6.67384e-11$, por consiguiente cada vez que ésta se encuentre por debajo de dicho valor, retorna a 0.2)

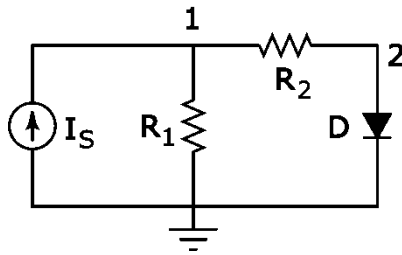
Figura 24. Comportamiento implementado a la constante gravitacional



5.1 CIRCUITO DE PRUEBA UNO

La Figura 25 muestra un circuito sencillo, el cual posee un componente no lineal, diodo D1, con las siguientes especificaciones: $I_{sat} = 1 \times 10^{-15}$, $V_t = 25.875 \times 10^{-3}$ donde I_{sat} y V_t corresponde a la corriente de saturación del diodo y al voltaje térmico, respectivamente. Las ecuaciones que describen el modelo se muestran en (30).

Figura 25. Circuito de prueba uno. Tomado de [10]



$$\mathbf{0} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) * V_1 - \frac{1}{R_2} * V_2 - I_s$$

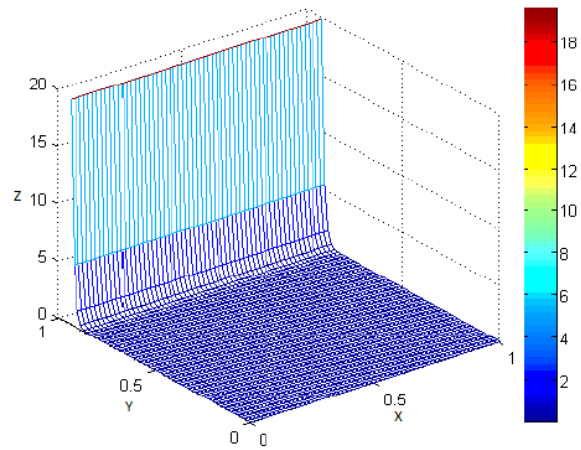
$$\mathbf{0} = -\frac{1}{R_2} * V_1 + \left(\frac{1}{R_2}\right) * V_2 + I_{sat} * (e^{\frac{V_2}{V_t}} - 1) \quad (30)$$

Tabla 13. Parámetros generales circuito de prueba uno

I_s	0.1 [A]
R_1	100 [Ω]
R_2	10x10³ [Ω]
I_{sat}	1x10⁻¹⁵ [A]
V_t	.025875 [V]

Una vez se ha ingresado el circuito a CFO y se ha generado un espacio de búsqueda entre 0 y 20, se observa que el algoritmo presenta errores. Al graficar la función objetivo (Figura 26), se observa que posee una zona plana, la cual engaña al algoritmo, de forma similar a cuando se poseen varios puntos solución (función de prueba de Schwefel).

Figura 26. Función objetivo Circuito de prueba uno



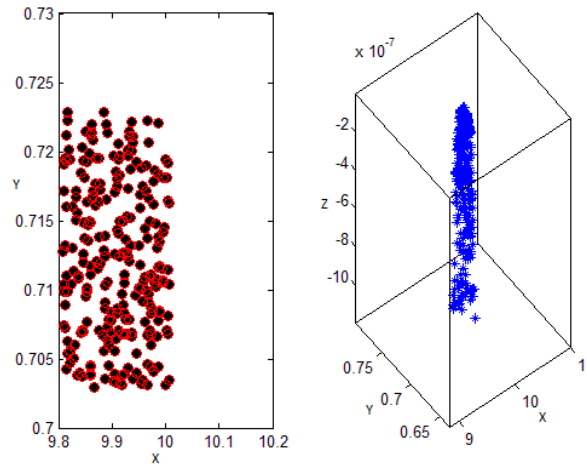
Debido a que el algoritmo es incapaz de encontrar la solución en su forma estándar, se decidió implementar algunas modificaciones. Como primera medida se estableció que una distribución aleatoria uniforme a lo largo de todo el espacio de decisión se podía remplazar por una distribución normal (campana de Gauss), con el fin de enfocar la búsqueda en el centro del espacio de decisión. La Tabla 14 muestra los resultados de 10 pruebas realizadas con la primera modificación y se observa que la mejora no genera los resultados esperados [18].

Tabla 14. Solución del algoritmo circuito de prueba uno

Circuito de prueba uno				
Prueba	BF	Salida	Posición	
			X	Y
1	-2.1570e-05	S	9.4549	0.6370
2	-3.3444e-06	S	9.7484	0.1519
3	-5.5268e-05	S	9.1734	0.3231
4	-2.2260e-09	S	9.9054	0.7116
5	-3.5834e-06	S	9.7419	0.3945
6	-4.2644e-06	S	9.7209	0.0629
7	-1.1881e-05	S	0.9700	0.0610
8	-8.9333e-07	S	9.9044	0.4531
9	-3.8297e-10	S	9.8077	0.7139
10	-2.9891e-06	S	9.7615	0.5564
Promedio BF	-1.3399e-05	Valor solución(X,Y)	9.9080	0.71278

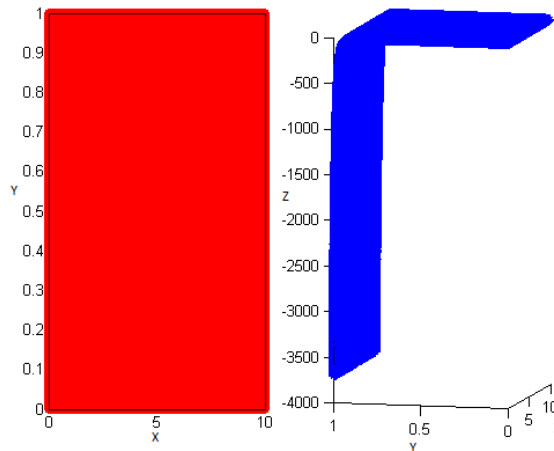
Como siguiente medida se creó un grupo de sondas que se encargara de mapear toda la función objetivo, esto tiene como fin realizar dos procedimientos, el primero es identificar el valor candidato que representa el mejor fitness, esto se logra distribuyendo las partículas uniformemente y de manera aleatoria a través de toda la superficie y evaluando la función. Como segundo procedimiento se cambia el tamaño del espacio de búsqueda, esto se logra tomando la coordenada mencionada y generando alrededor de esta un delta. Por consiguiente este nuevo espacio de decisión será el punto de partida del algoritmo, en la Figura 27 se aprecia como el espacio de búsqueda es modificado una vez termina el mapeo.

Figura 27. Ejecución del algoritmo circuito de prueba uno



La Figura 28 muestra como las partículas toman la forma de la función. Este cambio es significativo cuando la función es multimodal, ya que permite seleccionar el área ideal de búsqueda para el algoritmo, evitando que existan sondas errantes. Sin embargo, posee una desventaja considerable, entre más detallado sea el mapeo más recursos computacionales requiere, volviendo el algoritmo lento pero preciso.

Figura 28. Mapeo circuito de prueba uno



Para mejorar el alto consumo de recursos por parte del algoritmo, se implementó una última modificación, la cual consiste en eliminar los históricos generados por el programa.

Método de ejecución: una vez obtenida la información necesaria generada por el mapeo, se elimina la variable encargada de este procedimiento. Luego, se analiza que no es necesario almacenar todo los elementos del arreglo posición y aceleración ya que solo son indispensables el actual y el anterior, por lo que los demás valores son eliminados.

La Tabla 15 muestra los resultados obtenidos con la versión final del algoritmo (todas las modificaciones implementadas). Se observa que, en dos ocasiones, BF toma el valor de 0, lo que significa que la solución encontrada es exacta. Al tomar 15 decimales, se encuentra que las coordenadas son $x=9.908047345079332$ y $y= 0.712781853012352$.

Tabla 15. Solución con el algoritmo modificado circuito de prueba uno

Circuito de prueba uno				
Prueba	BF	Salida	Posición	
			X	Y
1	-3.2559e-13	S	9.9080	0.71277
2	-1.1716e-14	S	9.9080	0.71277
3	-1.1732e-12	S	9.9080	0.71275
4	-2.5737e-13	S	9.9080	0.71277
5	0	C	9.9080	0.71278
6	-1.5023e-14	S	9.9080	0.71279
7	0	C	9.9080	0.71278
8	-2.8812e-13	S	9.9080	0.71280
9	-4.3512e-13	S	9.9080	0.71280
10	-3.3055e-13	S	9.9080	0.71277
Promedio BF	-2.8367e-13	Valor solución(X,Y)	9.9080	0.71278

Para complemento de este capítulo, fue necesario añadir una función de prueba adicional, donde se analizará el comportamiento particular presentado en los circuitos, con el fin de facilitar el entendimiento por parte del lector.

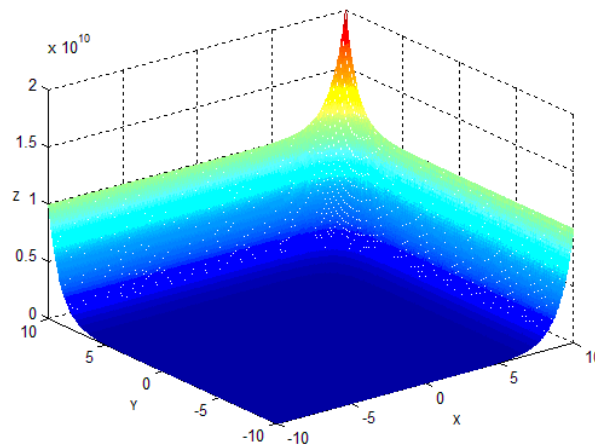
5.2 SUMATORIA DE EXPONENCIALES

La función posee una región plana, y su expresión general está dada por la ecuación (31)

$$f(x) = \sum_{i=1}^n e^{x_i^2} \quad (31)$$

El área de solución o espacio de búsqueda está definido para $-10 \leq x_i \leq 10$, $i=1, \dots, n$. Su mínimo global es $f(x) = n \times 2.06115362243856e - 09$, el cual se obtiene en $x_i = -10, \forall i$. Como primer ejemplo de esta función, se toma la expresión para dos dimensiones, i.e $f(x, y) = e^{x^2} + e^{y^2}$ que se muestra en la Figura 29. Para obtener su convergencia es necesario invertir la función debido a que se CFO es un algoritmo que halla el máximo de la función.

Figura 29. Exponencial de segundo orden



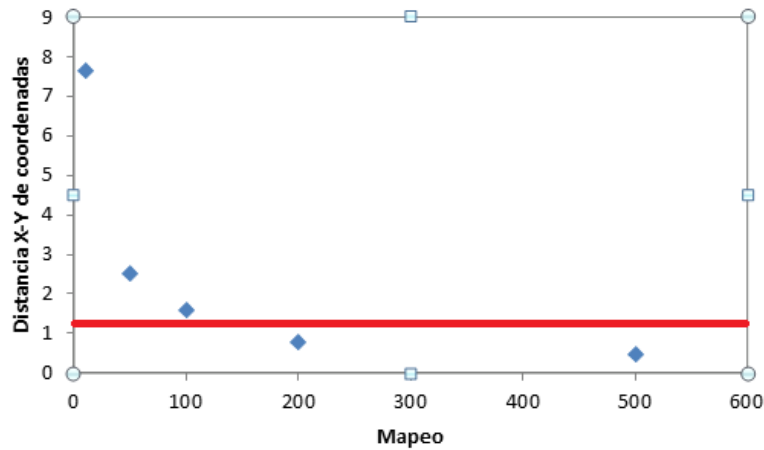
En la Tabla 16 se observan los valores promedios hallados con y sin mapeo. Se evidencia la mejora obtenida con las variaciones implementadas, dado que se encuentra mucho más cerca del punto solución.

Tabla 16. Valores promedios, Exponencial de segundo orden

Variable	X	Y	Distancia X-Y
Sin Mapeo	-9.3412	-8.9227	1.2627
Mapeo	-10.086	-10.080	0.1174
Teórico	-10	-10	0

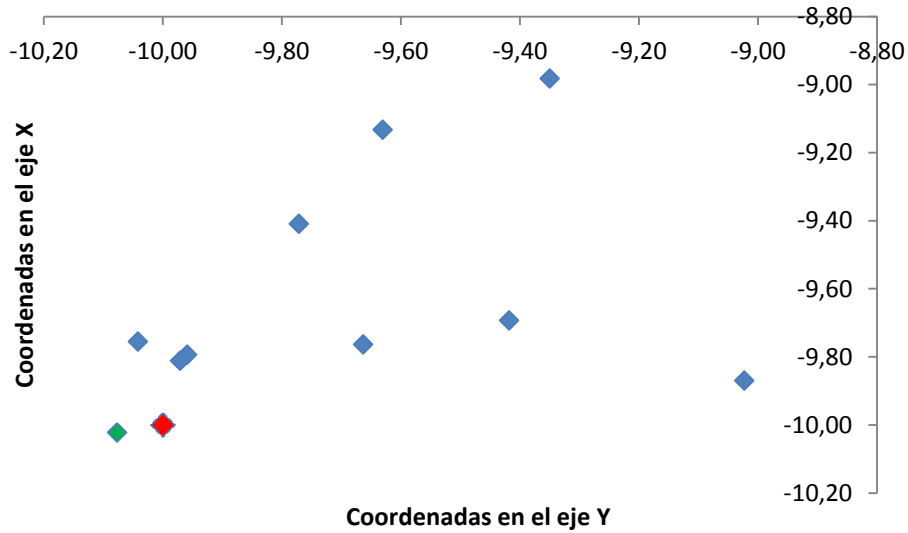
En la Figura 30 se realizó una variación en el mapeo, para determinar la magnitud mínima a la cual se logra obtener resultados óptimos, demostrando que entre más refinado sea el mapeo, mayor será la exactitud en la solución. A partir de 200 partículas se logra obtener una distancia de 0.7895, que es menor a la obtenida sin aplicar esta condición (línea roja).

Figura 30. Variación en el mapeo inicial sumatoria de exponenciales



La Figura 31 representa las coordenadas X-Y con un mapeo inicial de 500 sondas. Se observa como éstas se ubican alrededor de la solución teórica (marcador rojo). La sonda con mejor posición está a una distancia 0.080 del valor teórico (marcador verde) y el promedio de las distancias de las sondas con respecto al valor teórico es 0.48753, lo que evidencia que las variaciones implementadas entregan mejores resultados

Figura 31. Coordenadas X-Y con mapeo de 500 sumatoria de exponenciales



Como ejemplo, y expandiendo un poco más el contexto, se analizará el caso en tres dimensiones, i.e. $f(x, y, z) = e^{x^2} + e^{y^2} + e^{z^2}$. En este caso, se utilizaron 2828 sondas, para conservar el mismo número de partículas por dimensión, en aras de obtener resultados comparativos. Se recuerda al lector que por cuestiones de convergencia es necesario invertir este tipo de función, debido a que CFO es un algoritmo de optimización que encuentra el máximo de la función objetivo.

En este caso particular se calculó la distancia promedio en vez de la distancia a la mejor sonda para resultados comparativos. En la Tabla 17 se observa que la distancia promedio X Y, es mayor con respecto a la presentada en la Tabla 16 (con mapeo), esto se debe al déficit que posee el algoritmo. Por consiguiente se concluye que, a medida que incrementa el número de dimensiones o complejidad el sistema de ecuaciones, este pierde exactitud.

Solución de sumatoria de exponenciales de tercer orden:

Tabla 17. Resultado del algoritmo sumatoria de exponenciales tercer orden

Suma de potencias		$z=-(\exp(x^2)+\exp(y^2)+\exp(z^2))$					
Prueba	BF	BPN	BTS	Salida	Posición		
					X	Y	Z
1	-7.1583e-09	1293	2	S	-10.0201	-10.0241	-9.7777
2	-38.6557e-09	25	961	S	-8.7559	-9.5094	-9.3007
3	-7.4051e-09	82	961	S	-9.6763	-10.0899	-10.0829
4	-12.3735e-09	13	961	S	-9.9881	-9.5931	-9.4991
5	-7.6169e-09	103	961	S	-10.0701	-9.8964	-9.7661
6	-12.2958e-09	222	921	S	-9.5280	-9.9749	-9.5740
7	-6.0027e-09	235	2	S	-10.0882	-9.9854	-9.9781
8	-11.7307e-09	365	901	S	-10.0190	-9.4383	-9.7485
9	-14.3661e-09	501	901	S	-9.9838	-9.2294	-9.8816
10	-9.4015e-09	287	921	S	-9.9280	-9.9397	-9.5882
Promedio	-12.7010e-09	Distancia Promedio X Y		0.4213			

Cabe resaltar que para resolver un problema en particular, se requiere de un exhaustivo ajuste del algoritmo, esto en parte se debe a la forma plana de la función objetivo. Por consiguiente, los parámetros influyentes en la exactitud son: el número de partículas de mapeo, el número de partículas por dimensión y el tamaño de los arreglos.

Influencia de los parámetros en la exactitud del algoritmo

G: este valor está ligado con la exactitud y velocidad de las sondas, si mayor es el valor de G más rápido las sondas encuentran un punto solución, pero su precisión con respecto al punto solución es más inexacta y viceversa.

Frep: este valor está ligado a la recuperación de sondas, si mayor es el valor de Frep, la sonda en cuestión retorna al espacio de decisión más lejana de su

posición anterior en su misma trayectoria y viceversa. Para mayor entendimiento véase Figura 1.

Número de partículas en el mapeo: este parámetro no debe ser muy grande, porque no tendría sentido implementar el CFO cuando el mapeo encuentra la solución. En caso contrario, el mapeo puede identificar una zona de búsqueda incorrecta, por lo que la solución encontrada por CFO va a distar mucho de la teórica (ver Figura 30).

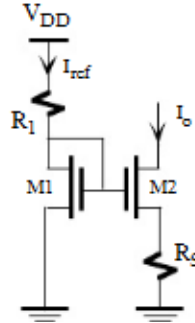
Número de sondas por dimensión: a diferencia del parámetro anterior, este debe ser muy grande, para que las sondas exploren perfectamente el espacio de decisión de manera minuciosa. En caso contrario la solución encontrada no será correcta.

Se recuerda al lector que a mayor mapeo, número de partículas, pasos de tiempo y otros parámetros relacionados con el algoritmo, producen que el consumo de recursos computacionales sea muy elevado para nuestro equipo de cómputo, por lo que se recomienda buscar alternativas que permitan dividir el algoritmo en bloques más pequeños, los cuales puedan ser ejecutados secuencialmente o, idealmente, de forma paralela.

5.3 FUENTE DE CORRIENTE WIDLAR (MOSFET)

Retornando a circuitos, la Figura 32 representa el circuito básico de una fuente de corriente Widlar. Se observa que los transistores, M_1 y M_2 , no poseen la misma corriente, debido a que la diferencia de potencial compuerta surtidor no es igual. Las ecuaciones que representan este circuito se expresan en (32).

Figura 32. Fuente de corriente Widlar



$$0 = -I_0 + 0.5 * \left(\frac{k_n}{w * l} \right) * (V_{GS2} - V_T)^2 \quad (32)$$

$$0 = -V_{GS1} + V_{GS2} + I_0 * R_s$$

Tabla 18. Parámetros generales circuito Widlar

I_{ref}	$100 \times 10^{-6} [A]$
R_s	$1 \times 10^3 [\Omega]$
V_t	$0.7 [V]$
$K_n * \left(\frac{w}{l} \right)$	$19.4 \times 10^{-3} [A/V^2]$
V_{GS1}	$0.8015 [V]$

Solución del algoritmo:

En la Tabla 19 se observa el resultado del circuito para condiciones de saturación en 2 dimensiones, logrando una distancia promedio X Y de 0.5300×10^{-3} , donde X corresponde a la tensión V_{GS2} y Y corresponde a la corriente I_0 respectivamente.

Tabla 19. Solución del algoritmo Fuente de corriente Widlar

Fuente de corriente Widlar				
(-Vgs1+Vgs2+I0*R1)^2+ (-I0+0.5*kn*WI*(Vgs2-VT)^2)^2=0				
Prueba	BF	Salida	Posición	
			X [mA]	Y[V]
1	-6.4624e-011	S	7.5934e-01	4.2195e-05
2	-3.8631e-011	S	7.6018e-01	4.1350e-05
3	-1.3067e-012	S	7.6353e-01	3.8006e-05
4	-2.7706e-011	S	7.6062e-01	4.0912e-05
5	-7.7926e-012	S	7.6427e-01	3.7270e-05
6	-1.1238e-011	S	7.6150e-01	4.0037e-05
7	-1.7634e-011	S	7.6111e-01	4.0424e-05
8	-1.4531e-010	S	7.5746e-01	4.4077e-05
9	-1.4938e-011	S	7.6126e-01	4.0271e-05
10	-4.5971e-012	S	7.6398e-01	3.7558e-05
Promedio BF	-3.3378e-11	Valor solución(X,Y)	7.6300e-1	3.8499e-5

5.4 CIRCUITO DE PRUEBA DOS

A partir de esta sección, se analizarán casos en más de 2 dimensiones. Por ende, la ecuación del diodo y el mosfet estarán inmersas en los circuitos, por lo que no se considerarán dentro de las ecuaciones generales que representan el modelo del circuito. En dado caso de que se requiera aplicar un proceso de repetitividad, estas se muestran en las ecuaciones (33) y (34), respectivamente.

$$I_D = I_{sat} * (e^{\frac{V_D}{n*V_t}} - 1) \tag{33}$$

$$I_M = 0.5 * \left(\frac{k_n}{w * l} \right) * (V_{GS} - V_T)^2 \quad (34)$$

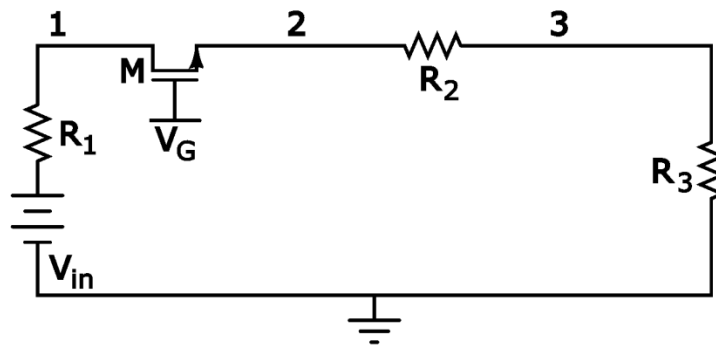
El circuito de la Figura 33 está compuesto por un elemento no lineal, y con mayor número de incógnitas. Los parámetros generales se observan en la Tabla 20.

Tabla 20. Parámetros generales circuito de prueba dos

V_{in}	5[V]
V_G	5[V]
R_1	10[Ω]
R_2	0.1[Ω]
R_3	500×10^3 [Ω]
$\left(\frac{k_n}{w * l} \right)$	450×10^{-6} [A/V ²]

Las ecuaciones generales que describen este circuito se muestran en (35)

Figura 33. Circuito de prueba dos



$$\begin{aligned}
 f1 &= \frac{V_{in}}{R_1} - \frac{V(1)}{R_1} - I_M = 0 \\
 f2 &= I_M - \frac{V(2)}{R_2} + \frac{V(3)}{R_2} = 0 \\
 f3 &= \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) * V(3) - \frac{V(2)}{R_2} = 0
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

En la Tabla 21 se observan los resultados teóricos y experimentales para el circuito de prueba dos, se obtuvo soluciones erróneas con respecto al teórico. Esto se debe al aumento en la complejidad del sistema de ecuaciones que representan el modelo del circuito (caso similar a la sumatoria de exponenciales en 3 dimensiones). A diferencia del circuito de prueba uno y del Widlar, éste posee tres ecuaciones con tres incógnitas, dificultando su solución con el algoritmo.

Tabla 21. Solución del circuito de prueba dos

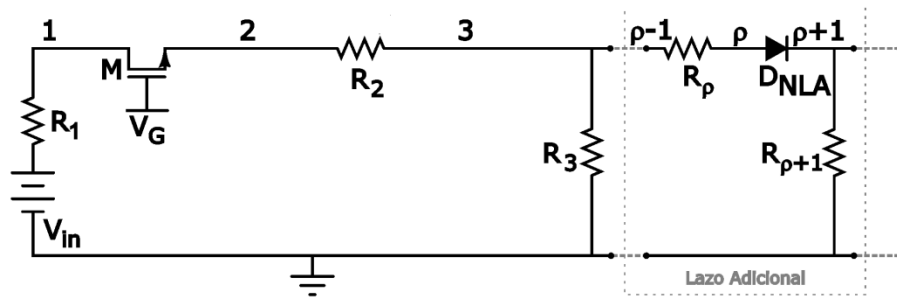
loop=0	V1	V2	V3	Función evaluada
TEÓRICO	4.9999	3.3670	3.3670	-6.7340E-06
CFO	V1	V2	V3	BF
PRUEBA 1	4.9947	2.1309	2.1309	-11.987E-06
PRUEBA 2	5.0134	4.0289	4.0289	-178.48E-06
PRUEBA 3	4.9866	4.1216	4.1216	-185.89E-06
PRUEBA 4	5.0060	3.7452	3.7452	-2.4740E-06
PROMEDIO	5.0002	3.5067	3.5067	-94.708E-06

Caso especial del circuito de prueba dos

Este circuito tiene la particularidad de adicionar n lazos de carga conectados en cascada a la resistencia de carga R_3 , que disminuyen de manera proporcional la caída de voltaje en la salida, e incrementa el sistema de ecuaciones y la complejidad del circuito (Figura 34). Cabe resaltar que al adicionar un lazo, la resistencia $R_{\rho+1}$ se convierte en la nueva resistencia de carga. Los parámetros del diodo para este circuito son $I_{sat} = 1 \times 10^{-6} [A]$ y $\frac{1}{n \cdot V_t} = 40 [V^{-1}]$

diodo para este circuito son $I_{sat} = 1 \times 10^{-6} [A]$ y $\frac{1}{n \cdot V_t} = 40 [V^{-1}]$

Figura 34. Lazos adicionales del circuito de prueba dos



Para cada modificación del esquema, es necesario ajustar el modelo matemático, lo que se logra con las ecuaciones complementarias dadas en (36). Se consideran dos ecuaciones adicionales con las tensiones de nodo v_p y v_{p+1} como nuevas incógnitas. El índice ρ es igual al doble del número de lazos adicionales (NLA) más uno, es decir $\rho = 2 * (1 + NLA)$. Como ejemplo se puede tomar el caso del circuito original, con un lazo adicional en paralelo a la carga, por lo que $\rho = 4$, y $f_{\rho-1}$, en (36), contendrá como término la ecuación anterior del nodo $\rho - 1$, $f_{\rho-1}^{anterior}$. Cualquier modificación en el sistema original debe ser coherente con la función objetivo El valor del parámetro que se adiciona para este circuito es: $R_{\rho+1} = 500 * 10^3 [\Omega]$.

$$f_{\rho-1} = f_{\rho-1}^{anterior} + \frac{1}{R_{\rho}} v_{\rho-1} - \frac{1}{R_{\rho}} v_{\rho} = 0$$

$$f_{\rho} = \frac{1}{R_{\rho}} v_{\rho} - \frac{1}{R_{\rho}} v_{\rho-1} - i_{D_{NLA}}(v_{\rho} - v_{\rho+1}) = 0 \quad (36)$$

$$f_{\rho+1} = i_{D_{NLA}}(v_{\rho} - v_{\rho+1}) + \frac{1}{R_{\rho+1}} v_{\rho+1} = 0$$

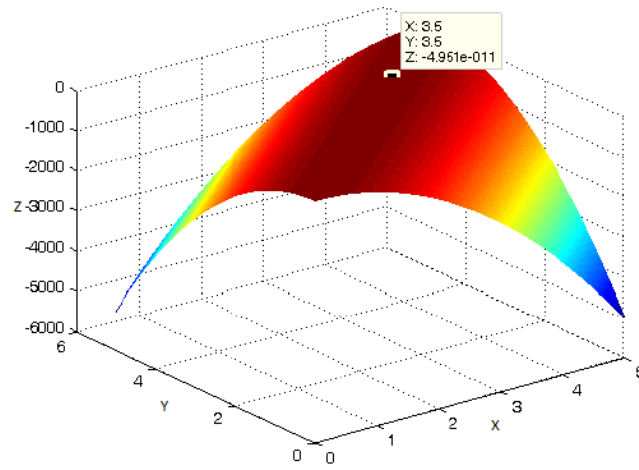
Dado que CFO no se desempeñó adecuadamente para la topología sencilla del circuito de prueba dos, se decidió ejecutar cuatro pruebas con 1, 5 y 10 lazos adicionales. En aras de evitar extender el documento en gran medida, el lector interesado puede consultar los resultados en el ANEXO A. Sin embargo, y a manera de ejemplo, en la Tabla 22 se muestran los resultados promedio para el primer caso. Se observa que los datos no son los esperados, hecho que se debe al comportamiento antes mencionado (zonas planas en la función objetivo).

Tabla 22. Resultados del algoritmo. Un lazo adicional circuito de prueba dos

loop=1	V1	V2	V3	V4	V5	BF
Teórico	4.9999	3.3039	3.3039	3.3038	3.2435	
Promedio	4.9552	2.0265	2.0265	2.0447	2.6645	-0,004375

La Figura 35 es una ilustración de tipo ejemplo, tomando solo dos dimensiones y el fitness para encaminar al lector de la existencia de este tipo de zonas en este circuito.

Figura 35. Representación gráfica en dos dimensiones circuito de prueba dos



6 LINEALIZACION A TRAVÉS DE SERIES DE TAYLOR

Como se demostró en el capítulo anterior, CFO presentó fallas para solucionar el modelo matemático de los circuitos utilizados, ya sean sencillos o de mayor complejidad. Por ende, en esta sección se muestran los resultados obtenidos luego de linealizar las componentes no lineales presentadas en los circuitos, a través de series de Taylor.

6.1 LINEALIZACION CIRCUITO DE PRUEBA UNO

Las ecuaciones que representan el modelo del circuito de prueba uno se observan en (30). La componente exponencial de la corriente del diodo, $e^{\frac{V_{do}}{V_t}}$, fue linealizada alrededor de 3 puntos diferentes, a saber: 0 (por simplicidad), 0.7 (por ser la tensión teórica del diodo) y 1 por ser un valor que supera la dicha tensión. En aras de evitar extender nuevamente el documento en gran medida, el lector interesado puede consultar los resultados para 0 y 1 en el ANEXO B. Sin embargo, y a manera de ejemplo, en la Tabla 23 se muestran los resultados para 0.7.

Tabla 23. Solución del circuito de prueba uno linealizado

Para a=0.7		circuito de prueba uno		
Prueba	BF	Salida	Posición	
			X	Y
1	-9.0614E-11	S	9.9081	0.71608
2	-1.9824E-14	S	9.9081	0.71652
3	-1.2501E-12	S	9.9081	0.71646
4	-3.5252E-13	S	9.9081	0.71651
5	-9.0614E-11	S	9.9081	0.71608
Teórico			9.9080	0.71278

Contrastando resultados con la Tabla 15, se observa que se pierde la exactitud obtenida con el modelo no lineal. Sin embargo los resultados no son considerados

erróneos, pero cabe resaltar que fue necesario utilizar el valor teórico de la tensión del diodo para que la respuesta fuera considerablemente buena. Para los demás resultados se observa que la respuesta ya no concuerda con la solución, demostrando, para este caso, que linealizar no es una alternativa confiable.

6.2 LINEALIZACION FUENTE DE CORRIENTE WIDLAR

Las ecuaciones que representan el modelo de la fuente de corriente Widlar se observan en (32), la componente cuadrática de la corriente del mosfet $(V_{GS} - V_T)^2$ fue linealizada alrededor de 3 puntos diferentes que serán evaluados en la serie, estos son: 0 (nuevamente por simplicidad), 0.7 (para que el mosfet cumpla la condición de saturación) y 1 por ser un valor que supera dicha tensión. Como se mencionó anteriormente, el lector interesado puede consultar los resultados para 0, 0.7 y 1 en el ANEXO B Sin embargo, y a manera de ejemplo, en la Tabla 24 se muestran los mejores resultados obtenidos para diferentes puntos de análisis.

Tabla 24. Solución del algoritmo aplicado al circuito Widlar linealizado: mejor BF

Punto de prueba	BF	Posición	
		X	Y
0	-2.3642E-05	0.70244	9.9023E-05
0.7	-2.0830E-10	0.78710	1.4433E-05
1	-7.6811E-08	0.80226	-7.2075E-07
Teórico		7.6300e-1	3.8499e-5

Contrastando con la Tabla 19. Solución del algoritmo Fuente de corriente Widlar, se observa que linealizar el circuito Widlar con diferentes puntos de análisis, es ineficiente. Esto se debe a que ninguna respuesta arroja un buen resultado en comparación con el modelo no lineal.

Como ejemplo adicional, se llevó la no linealidad del circuito Widlar al modelo de segundo orden de la Serie de Taylor. Dichas pruebas se condensan en el ANEXO B, donde se muestra que no arrojó resultados favorables. Por tanto, se demuestra

que la linealización por series de Taylor no es eficiente, pues evita que CFO encuentre la solución apropiada (se recuerda al lector que el algoritmo solucionó satisfactoriamente el sistema sin linealizar). Por ende se determina que no conviene aplicarla a los circuitos de mayor complejidad (e.g. circuito de prueba dos).

7 CONTRASTE DE RESULTADOS

Cabe resaltar al lector que en el capítulo 6 se llegó a la conclusión que linealizar por series de Taylor genera resultados poco confiables. Por ende, se enfocará este estudio en contrastar los resultados obtenidos con los distintos tipos de algoritmos que se ejecutaron a través de toda la investigación. Para que el lector tenga una mayor claridad de los datos, se hacen las siguientes anotaciones:

CFO1: Es el algoritmo que se utilizó en el capítulo cuatro con las funciones de prueba estándar.

CFO2: Es el algoritmo mejorado, que realiza mapeo previo a la ejecución del CFO. Este se implementa a partir del capítulo 5.

CFOFORM: Es el algoritmo original de Richard A. Formato (Versión libre) [19].

Se realizaron tres pruebas, manteniendo los parámetros de ejecución del algoritmo iguales para cada una de las versiones. Con el objetivo de no expandir el documento y saturar al lector con información, se condensaron los promedios de dichas pruebas, desde la Tabla 25 hasta la Tabla 28 abarcando a groso modo lo realizado en la investigación. Sin embargo, y si se desea entrar en detalle, se invita al lector a remitirse al ANEXO C : CONTRASTE DE RESULTADOS

En las tablas mencionadas se demuestra que las modificaciones implementadas en CFO2 dan como resultado una mejora considerable en la exactitud al punto solución. Sin embargo, y como se mencionó anteriormente, el algoritmo posee un déficit con las formas planas de la función objetivo y pierde precisión de manera considerable cuando se incrementa el orden del sistema.

El tiempo de cómputo es otra variable de análisis importante. Por ejemplo, al contrastar la versión propuesta en esta investigación con la de Formato, se observa que el tiempo incrementa más de seis veces, como se evidencia en la

Tabla 25. Por lo tanto, el sacrificio de tiempo por precisión es considerado poco relevante ya que lo importante es la solución de dicho problema.

Tabla 25. Contraste de resultados: función de prueba Jong

Función de prueba Jong				
		Posición		
	Tiempo	X	Y	Distancia x y
CFO1	31.6736567	4.3137E-04	-1.7023E-03	1.76E-03
CFO2	508.000262	1.1177E-20	-6.8941E-21	1.31E-20
CFOFORM	83.1587000	7.1610E-05	5.2000E-07	7.16E-05
Teórico		0	0	

Tabla 26. Contraste de resultados: Circuito de Prueba Uno

Circuito de Prueba Uno				
		Posición		
	Tiempo	X	Y	Distancia x y
CFO1	2157.609407	9.8821	0.4916	0.2227
CFO2	491.317659	9.8821	0.7128	0.0000
CFOFORM	70.578267	9.9135	0.7098	0.0064
Teórico		9.8821	0.7128	

Tabla 27. Contraste de resultados: Circuito de Prueba Uno Linealizado

Circuito de Prueba Uno lineal				
		Posición		
	Tiempo	X	Y	Distancia x y
CFO1	2504.194237	6.0614	0.9741	3.8555
CFO2	641.383470	9.5393	0.9741	0.3641
CFOFORM	71.326867	6.7215	0.9741	3.1972
Teórico		9.8821	0.7128	

Tabla 28. Contraste de resultados: Circuito de prueba dos

Circuito de prueba dos					
		Posición			
	Tiempo	X	Y	Z	Distancia x y
CFO1	5064.51270	2.6793	0.9741	2.2414	3.5183
CFO2	902.615743	4.9680	2.5865	2.5893	1.1023
CFOFORM	143.757345	3.0000	3.0000	3.0000	2.0662
Teórico		4.9999	3.3670	3.3670	

8 CONCLUSIONES

1. Se cumplieron todos los objetivos propuestos en el plan satisfactoriamente.
2. Se implementó de manera satisfactoria un algoritmo capaz de encontrar el máximo de una función objetivo, y de solucionar un sistema de ecuaciones no lineales. Luego de aplicarlo al sistema de ecuaciones que describen el modelo matemático de un circuito electrónico de componentes no lineales en DC, se encontró que no funciona satisfactoriamente para más de dos incógnitas. Esto se debe a la presencia de regiones planas alrededor del punto solución (se recuerda al lector que en el punto solución, $f(x) = 0$), por lo que las sondas tienden a detenerse, incrementando el tiempo de cómputo y hallando una respuesta por saturación que se encuentra muy alejada de la teórica (Ver Capítulos 4 y 5).
3. Las ecuaciones que representan el modelo matemático de los circuitos seleccionados en el capítulo 5, se linealizaron mediante series de Taylor, tomando como referencia tres puntos de operación, alrededor de la solución, para tratar de facilitar la convergencia de los resultados. Adicionalmente, se aplicaron las series de Taylor de segundo orden, buscando mejorar la aproximación del modelo. Sin embargo, en ninguno de estos casos se obtuvo un resultado aceptable, debido a que no se logra eliminar en su totalidad el comportamiento plano alrededor del punto solución, y esto conlleva a resultados imprecisos por parte del algoritmo (Ver Capítulo 6).
4. Al comparar los resultados obtenidos con CFO y con la linealización de las ecuaciones que describen el modelo matemático de las componentes del circuito, se demostró que la segunda no representa una alternativa viable, pues evita que CFO encuentre resultados precisos, incluso para un sistema de segundo orden, en el que CFO encontró la solución. (Ver Capítulo 6).

5. Se realizó un estudio comparativo entre las diferentes versiones del algoritmo generadas a lo largo de la investigación, y la versión original de Richard A. Formato. Estas fueron aplicadas a un grupo seleccionado de funciones objetivo, que abarcó desde el capítulo 4 hasta el capítulo 6, considerando como variables de análisis la distancia al punto solución y el tiempo de cómputo. Se encontró que CFO2 (versión propuesta en este documento, que incluye todas las modificaciones que se menciona en el Capítulo 5) alcanza una mayor precisión y exactitud, pero demanda mayor tiempo de cómputo (Ver Capítulo 7).
6. Debido a lo mencionado anteriormente, se concluye que CFO no es una estrategia recomendable para la solución del modelo matemático de un circuito electrónico compuesto de elementos no lineales (diodos y/o transistores) con comportamientos similares a los analizados a lo largo de esta investigación (exponenciales y/o regiones planas alrededor de la solución).

9 RECOMENDACIONES

Se recomienda, en investigaciones futuras, analizar el comportamiento de otras metaheurísticas, adoptando la estrategia de optimización para la solución de ecuaciones que describan el modelo matemático de un circuito electrónico compuesto de elementos no lineales, debido a que CFO no presenta buenos resultados para regiones planas.

10 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] R. C. Green, L. Wang, M. Alam, and R. A. Formato, "Central Force Optimization on a GPU: A case study in high performance metaheuristics using multiple topologies," in *Evolutionary Computation (CEC), 2011 IEEE Congress on*, 2011, no. 2, pp. 550–557.
- [2] R. A. Formato, "On the Utility of Directional Information for Repositioning Errant Probes in Central Force Optimization," *Cornell Unirvesity Library*, pp. 1–17, May 2010.
- [3] R. A. Formato, "Central force optimization : A new deterministic gradient-like optimization metaheuristic," *Opsearch*, vol. 46, no. 1, pp. 25–51.
- [4] R. A. Formato, "Central Force Optimization : A New Metaheuristic With Applications In Applied," *Most*, pp. 425–491, 2007.
- [5] R. A. "Central force optimization: a new metaheuristic with applications in applied," *Progress In Electromagnetics Research*, pp. 425–491, 2007.
- [6] R. A. Formato, "Central Force Optimization Applied to the PBM Suite of Antenna Benchmarks," *Cornell Unirvesity Library*, vol. 425, pp. 405–425, Feb. 2010.
- [7] R. A. Formato, "Parameter-Free Deterministic Global Search with Central Force Optimization," *Cornell Unirvesity Library*, no. 1, pp. 1–63, Mar. 2010.
- [8] R. A. Formato, "Comparative Results: Group Search Optimizer and Central Force Optimization," *Compute*, vol. 2010, no. February 2010, pp. 1–91, Feb. 2010.

- [9] R. A. Formato, "Central Force Optimization with variable initial probes and adaptive decision space," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 217, no. 21, pp. 8866–8872, Jul. 2011.
- [10] I. Amaya, J. Cruz, and R. Correa, "Solution of the Mathematical Model of a Nonlinear Direct Current Circuit Using Particle Swarm Optimization," *Revista Dyna*, vol. 79, no. 172, pp. 77–84, 2011.
- [11] I. Amaya, J. Cruz, and R. Correa, "Application of the central force deterministic algorithm in the design of an optimum Golinski's speed reducer," *Revista EIA (Submitted)*, 2011.
- [12] I. Amaya, J. Cruz, and R. Correa, "Real Roots of Nonlinear Systems of Equations Through a Metaheuristic Algorithm," *Revista Dyna*, vol. 78, no. 170, pp. 15–23, 2011.
- [13] A. Balfour and W. T. Beveridge, *Análisis numérico básico con Fortran*, 1st ed. 1978, p. 270.
- [14] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical methods for engineers*, 5th ed. 2005, p. 926.
- [15] J. H. Mathews and kurtis D. Fink, *Métodos numéricos con MATLAB*, 3rd ed. 2000, p. 721.
- [16] M. H. Rashid, *Electrónica de potencia, Circuitos, dispositivos y aplicaciones*, 2nd ed. 1993, p. 721.
- [17] M. Molga and C. Smutnicki, "Test functions for optimization needs," no. c, pp. 1–43, 2005.
- [18] Oscar Roa. Francisco Ramírez. Iván Amaya. Rodrigo Correa., "Solution of Nonlinear Circuits with the Central Force Optimization Algorithm," p. 6, 2012.

- [19] Hamed-abdy, "CFOTool: an Octave / MATLAB toolbox for Central Force Optimization (CFO)." [Online]. Available: <https://launchpad.net/cfotool>.

11 ANEXOS

11.1 ANEXO A: RESULTADOS NO LINEALES

Tabla 29. Circuito de prueba dos un lazo adicional

loop=1	V1	V2	V3	V4	V5	
TEORICO	4.9999	3.3039	3.3039	3.3038	3.2435	
CFO	V1	V2	V3	V4	V5	BF
PRUEBA 1	4.9495	2.0627	2.0626	2.0505	4.2090	-0.0027
PRUEBA 2	4.9400	0.2637	0.2635	0.2455	0.4662	-0.0015
PRUEBA 3	4.9855	4.6944	4.6945	4.7177	4.8153	-0.0010
PRUEBA 4	4.9458	1.0851	1.0854	1.1650	1.1674	-0.0123
PROMEDIO	4.9552	2.0265	2.0265	2.0447	2.6645	-0.0043

Tabla 30. Circuito de prueba dos cinco lazos adicionales

loop=5	TEORICO	CFO	PRUEBA 1	PRUEBA 2	PRUEBA 3	PRUEBA 4	PROMEDIO
V1	4.9999	V1	4.2918	3.7125	4.9961	3.7634	4.1910
V2	3.3062	V2	1.5331	1.0536	0.8340	1.8170	1.3094
V3	3.3062	V3	1.5285	1.0525	0.8313	1.8213	1.3084
V4	3.3061	V4	0.6147	0.8464	0.3162	2.6862	1.1159
V5	3.2390	V5	0.5016	1.5458	0.3292	2.7891	1.2914
V6	3.2390	V6	0.5815	1.1786	0.9798	2.1570	1.2242
V7	3.2330	V7	1.1239	1.2319	2.0652	3.0942	1.8788
V8	3.2330	V8	0.4496	0.7853	1.4878	2.4858	1.3021
V9	3.1661	V9	0.8880	1.4919	2.5712	2.9516	1.9757
V10	3.1661	V10	0.5175	1.3592	1.7426	2.6066	1.5565
V11	3.1630	V11	2.6374	1.9399	2.6881	2.5486	2.4535
V12	3.1629	V12	2.8312	1.6959	2.5580	2.6825	2.4419
V13	3.0964	V13	3.0799	4.6929	4.5870	4.4325	4.1981
BF			-3.0015	-2.5034	-3.3090	-4.4532	-3.3167

Tabla 31. Circuito de prueba dos diez lazos adicionales.

loop=10	TEORICO	CFO	PRUEBA 1	PRUEBA 2	PRUEBA 3	PRUEBA 4	PROMEDIO
V1	4.9999	V1	4.9778	4.9760	4.9627	4.9778	4.9736
V2	3.3603	V2	4.0606	1.6568	1.7263	4.0606	2.8761
V3	3.3603	V3	4.0605	1.6569	1.7262	4.0665	2.8775
V4	3.3603	V4	4.0320	1.6838	1.7041	4.0320	2.8630
V5	3.3485	V5	4.2057	4.5433	4.2991	4.2057	4.3135
V6	3.3485	V6	2.3861	0.8841	0.7328	2.3861	1.5973
V7	3.2884	V7	0.5370	2.3965	4.0904	0.5370	1.8902
V8	3.2884	V8	1.1739	1.4409	3.7268	1.1739	1.8789
V9	3.2786	V9	1.4282	2.8872	0.9417	1.4282	1.6713
V10	3.2786	V10	4.9628	1.6045	3.3779	4.9628	3.7270
V11	3.2191	V11	2.1647	3.4089	0.3846	2.1647	2.0307
V12	3.2191	V12	1.8770	3.8621	1.9118	1.8770	2.3820
V13	3.2115	V13	0.1740	0.4750	2.4832	0.1740	0.8266
V14	3.2115	V14	4.6264	1.5100	0.3021	4.6264	2.7662
V15	3.1526	V15	3.9964	1.8912	2.5722	3.9964	3.1141
V16	3.1526	V16	3.8608	1.2843	0.5604	3.8608	2.3916
V17	3.1473	V17	2.9600	0.9433	4.0406	2.9600	2.7260
V18	3.1472	V18	4.2866	1.4906	0.1536	4.2866	2.5544
V19	3.0886	V19	2.4109	0.4520	3.8234	2.4109	2.2743
V20	3.0886	V20	0.5235	0.2880	2.9791	0.5235	1.0785
V21	3.0859	V21	0.8122	4.1218	2.8535	0.8122	2.1499
V22	3.0858	V22	1.8802	1.6427	2.2888	1.8802	1.9230
V23	3.0275	V23	0.8442	1.0263	0.8186	0.8442	0.8833
BF			-0.0017	-0.0016	-0.0015	-0.0017	-0.0016

11.2 ANEXO B: RESULTADOS LINEALES

Tabla 32. Resultados circuito de prueba uno

Para a=0		circuito de prueba uno		
Prueba	BF	Salida	Posición	
			X	Y
1	-7.9441E-07	S	9.9100	0.9988
2	-7.9273E-07	S	9.9101	1.0070
3	-7.9256E-07	S	9.9191	1.0080
4	-7.9319E-07	S	9.9101	1.0044
5	-7.9307E-07	S	9.9101	1.0100
Para a=1		circuito de prueba uno		
Prueba	BF	Salida	Posición	
			X	Y
1	-5.9360E-06	S	9.66940	0.97413
2	-3.4993E-08	S	9.92920	0.97413
3	-1.7951E-05	S	9.49110	0.97413
4	-1.4532E-05	S	9.53320	0.97413
5	-1.2449E-08	S	9.92170	0.97413

Tabla 33. Resultados fuente de corriente Widlar

Para a=0		Widlar		
Prueba	BF	Salida	Posición	
			X	Y
1	-2.3640E-05	S	0.70044	1.0103E-04
2	-2.3870E-05	S	0.70059	1.0008E-04
3	-2.3662E-05	S	0.70070	1.0076E-04
4	-2.3656E-05	S	0.70075	1.0072E-04
5	-2.3642E-05	S	0.70244	9.9023E-05
Para a=0.7		Widlar		
Prueba	BF	Salida	Posición	
			X	Y
1	-2.6800E-10	S	0.78516	1.6371E-05
2	-2.3323E-12	S	0.80001	1.5272E-06
3	-3.0808E-10	S	0.78398	1.7552E-05
4	-1,1555E-10	S	0.79079	1.0749E-05
5	-20830E-10	S	0.78710	1.4433E-05
Para a=1		Widlar		
Prueba	BF	Salida	Posición	
			X	Y
1	-7.6811E-08	S	0.80226	-7.2075E-07
2	-7.8745E-08	S	0.80175	-2.1249E-07
3	-8.8257E-08	S	0.79933	2.2020E-06
4	-1.0616E-07	S	0.79512	6.4117E-06
5	-7.8079E-08	S	0.80192	-3.8681E-07

Tabla 34. Circuito de prueba uno, linealización de segundo orden

Prueba en 0	BF	Salida	Posición	
			X	Y
1	-7.9416E-07	S	9.9100	0.9988
2	-7.9273E-07	S	9.9101	1.0070
3	-7.9256E-07	S	9.9101	1.0080
4	-7.9319E-07	S	9.9101	1.0044
5	-7.9307E-07	S	9.9101	1.0100
Prueba en 0.7	BF	Salida	Posición	
			X	Y
1	-8.7275E-12	S	9.9081	0.7132
2	-2.1774E-11	S	9.9081	0.7133
3	-2.7721E-13	S	9.9073	0.6346
4	-4.3162E-14	S	9.9081	0.7131
5	-3.9514E-13	S	9.9073	0.6348
Prueba en 1	BF	Salida	Posición	
			X	Y
1	-9.2591E+02	S	9.9792	0.9741
2	-9.2591E+02	S	9.9806	0.9741
3	-9.2591E+02	S	1.0140	0.9741
4	-9.2591E+02	S	9.9797	0.9741
5	-9.9481E+02	S	9.9487	0.9741

11.3 ANEXO C : CONTRASTE DE RESULTADOS

Tabla 35. Función de Jong

CFO1		X	Y	ts
Mapeo	200000	7.2329E-04	6.9308E-04	34.335965
		5.2951E-04	-2.8000E-03	27.529612
		4.1304E-05	-3.0000E-03	33.155393
		4.3137E-04	-1.7023E-03	31.673656
CFO2		X	Y	Ts
Np	200	-5.6242E-21	8.5435E-21	501.046173
Nt	10000	1.8028E-21	-4.9279E-21	523.186461
C	1.00E-200	3.7351E-20	-2.4298E-20	499.768153
S	1200	1.1177E-20	-6.8941E-21	508.000262
CFOFORM		X	Y	ts
		7.161E-05	5.20E-07	83.1587

Tabla 36. Circuito de prueba uno CFO1

Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	Salida	Posición		Np	300
				X	Y	Nt	10000
1	1949.498766	-9.2216E-07	C	9.8934	0.3563	S	10000
2	2274.904957	-9.0223E-07	C	9.9040	0.4059	C	1.00E-20
3	2248.424497	-3.5623E-07	C	9.8490	0.7126	Mapeo	2000000
Promedio	2157.609407	Promedio		9.8821	0.4916		
		Distancia BF		0.0590			
		Distancia Promedio		0.2227			

Tabla 37. Circuito de prueba uno CFO2

Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	Salida	Posición		
				X	Y	
1	389.888657	-2.8972E-22	C	9.9080	0.7128	
2	677.528430	-1.0863E-14	S	9.9080	0.7128	
3	406.535890	-4.1489E-22	C	9.9080	0.7128	
Promedio	491.317659	Promedio		9.9080	0.7128	
				Distancia BF		0.0000
				Distancia Promedio		0.0000

Tabla 38. Circuito de prueba uno CFOFORM

Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	Salida	Posición		
				X	Y	
1	68.328700	-4.7165E-08	S	9.9135	0.70610	
2	72.092300	-4.7165E-04	S	9.9135	0.71610	
3	71.313800	-4.7165E-08	S	9.9135	0.70610	
Promedio	70.578267	Promedio		9.9135	0.70943	
				Distancia BF		0.0087
				Distancia Promedio		0.0064

Tabla 39. Circuito de prueba uno linealizado CFO1

Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	Salida	Posición		
				X	Y	
1	2524.465454	-1.0000E-03	C	6.7556	0.9741	
2	2447.365778	-2.1000E-03	C	5.4141	0.9741	
3	2540.751478	-1.5000E-03	C	6.0145	0.9741	
Promedio	2504.194237	Promedio		6.0614	0.9741	
				Distancia BF		3.1632
				Distancia Promedio		3.8555

Tabla 40. Circuito de prueba uno linealizado CFO2

Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	Salida	Posición		
				X	Y	
1	674.332583	-3.5086E-08	S	9.9292	0.9741	
2	597.877601	-1.7655E-05	S	9.4946	0.9741	
3	651.940225	-1.4068E-05	S	9.5393	0.9741	
Promedio	641.383470	Promedio		9.6544	0.9741	
				Distancia BF		0.2622
				Distancia Promedio		0.3642

Tabla 41. Circuito de prueba uno linealizado CFOFORM

Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	Salida	Posición		
				X	Y	
1	71.226600	-1.0000E-03	S	6.7215	0,9741	
2	71.952700	-1.0000E-03	S	6.7215	0.9741	
3	70.801300	-1.0000E-03	S	6.7215	0.9741	
Promedio	71.326867	Promedio		6.7215	0.9741	
				Distancia BF		3.1972
				Distancia Promedio		3.1972

Tabla 42. Circuito prueba dos CFO1

Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	Salida	Posición			Np	300
				X	Y	Z		
1	5473.899189	-5.5000E-03	C	2.5813	0.9741	2.1217	S	10000
2	4980.597780	-5.2000E-03	C	2.7931	0.9741	2.0886	C	100E-20
3	4739.041340	-5.4000E-03	C	2.6635	0.9741	2.5139	Mapeo	2000000
Promedio	5064.512770	Promedio		2.6793	0.9741	2.2414		
				Distancia BF			3.4972	
				Distancia Promedio			3.5183	

Tabla 43. Circuito de prueba dos CFO2

Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	Salida	Posición		
				X	Y	Z
1	1009.025271	-5.8786E-06	C	4.9770	4.5410	4.5490
2	600.202890	-3.8014E-05	S	4.9447	2.2793	2.2795
3	1098.619069	-2.6681E-06	S	4.9822	0.9393	0.9393
Promedio	902.615743	Promedio		4.9680	2.5865	2.5893
Distancia BF				3.4333		
Distancia Promedio				1.1023		

Tabla 44. Circuito de prueba dos CFOFORM

Prueba	Tiempo de computo (s)	BF	Salida	Posición		
				X	Y	Z
1	141.957200	-4.0000E-03	S	3.0000	3.0000	3.0000
2	143.626900	-4.0000E-03	S	3.0000	3.0000	3.0000
3	145.687934	-4.0000E-03	S	3.0000	3.0000	3.0000
Promedio	143.757345	Promedio		3.0000	3.0000	3.0000
Distancia BF				2.0662		
Distancia Promedio				2.0662		