

**EVALUACIÓN DEL MÉTODO OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL
FRENTE AL OPTIMIZADOR POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS
UNIFICADO EN LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES NO LINEALES**

AUTOR:

KRISTIAN CAMILO BARRETO ROMERO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2014

**EVALUACIÓN DEL MÉTODO OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL
FRENTE AL OPTIMIZADOR POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS
UNIFICADO EN LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES NO LINEALES**

AUTOR:

KRISTIAN CAMILO BARRETO ROMERO

**Trabajo de Grado para optar al título de
INGENIERO ELECTRÓNICO**

Director

CARLOS RODRIGO CORREA CELY, PhD.

Co-director

IVÁN MAURICIO AMAYA CONTRERAS, PhD. (c)

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES**

BUCARAMANGA

2014

AGRADECIMIENTOS

Principalmente a Dios, por poner en mi camino a todas aquellas personas que de alguna u otra forma contribuyeron en la realización de este trabajo. Al gran grupo de investigación CEMOS, Ivan Amaya, Jorge Cruz y el profesor Rodrigo Correa.

DEDICATORIAS

En primer, a lugar a mis padres Hernando y Faride, dos grandes personas que me formaron y me enseñaron el verdadero significado de la humildad y el trabajo, a mi hermanita Leidy, quien estuvo a mi lado siempre y me ayudo cuando se lo pedí, a mi novia Lisseth quien supo entenderme y tolerarme en las peores y mejores situaciones, a mis tíos que desde la distancia encontraron la forma de alentarme y saber que cuento con ellos. A mi abuela Biguis, una gran persona que no me acompaña en vida pero sé que desde muy lejos siempre estuvo conmigo y a toda mi familia.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	14
1. EL TEMA QUE SE ABORDA	15
1.1 Objetivo General	15
1.2 Objetivos Específicos.....	15
2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	16
2.1 Estrategia de solución.....	16
2.2 Optimización por Fuerza Central (CFO)	17
Terminología utilizada en CFO	18
2.3 Optimización por enjambre de partículas unificado (UPSO).....	20
Terminología utilizada en UPSO.....	22
2.3.1 Modificación al algoritmo (Factor de Unificación Modular)	23
2.4 Modelos de dispositivos no lineales utilizados	25
Transistor MOSFET	25
Diodo	26
3. ANÁLISIS Y RESULTADOS.....	27
3.1 Calibración de los algoritmos UPSO y CFO mediante funciones típicas ..	27
Funciones de prueba	27
Calibración UPSO	32
Calibración CFO	44
3.2 Factor de Unificación Modular en UPSO	54
Función de prueba Rosenbrock.....	55
Función de prueba Rastrigin	56
Función de prueba Ackley	58
Función de prueba Schwefel.....	59
3.3 Solución de las ecuaciones que modelan algunos circuitos no lineales de C.C.....	61

Amplificador Serie-Paralelo.....	61
Convertidor Tensión-Corriente.....	64
Amplificador Fuente Común.....	66
Circuito con 2 Diodos.....	68
Amplificador Operacional.....	69
4. CONCLUSIONES.....	73
5. RECOMENDACIONES Y OBSERVACIONES.....	74
BIBLIOGRAFIA.....	75
ANEXOS.....	79

LISTA DE TABLAS

Tabla 2. Especificaciones del hardware usado.....	27
Tabla 3. Parámetros Constantes de UPSO.....	32
Tabla 4. Mejor resultado UPSO para F. Rosenbrock.....	33
Tabla 5. Mejor resultado UPSO para F. Rastrigin.....	36
Tabla 6. Mejor resultado UPSO para F. Ackley.....	38
Tabla 7. Mejor resultado UPSO para F. Schwefel.....	41
Tabla 8. Mejor resultado UPSO para F. Suma de Potencias.....	43
Tabla 9. Parámetros constantes CFO.....	44
Tabla 10. Mejor resultado CFO para F. Rosenbrock.....	45
Tabla 11. Mejor resultado CFO para F. Rastrigin.....	47
Tabla 12. Mejor resultado CFO para F. Ackley.....	49
Tabla 13. Mejor resultado CFO para F. Schwefel.....	51
Tabla 14. Mejor resultado CFO para F. Suma de Potencias.....	53
Tabla 15. Resultado Factor de Unificación Modular para F. Rosenbrock.....	55
Tabla 16. Resultado Factor de Unificación Modular para F. Rastrigin.....	57
Tabla 17. Resultado Factor de Unificación Modular para F. Ackley.....	58
Tabla 18. Resultado Factor de Unificación Modular para F. Schwefel.....	60
Tabla 19. Resultados Amplificador Serie-Paralelo.....	63
Tabla 20. Resultados Convertidor Tensión-Corriente.....	66
Tabla 21. Resultados Amplificador Fuente Común.....	67
Tabla 22. Resultados Circuito 2 Diodos.....	69
Tabla 23. Resultados Amplificador Operacional.....	71

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama de flujo para CFO.	18
Figura 2. Diagrama de flujo para UPSO.	22
Figura 3. Factor de unificación modular.	24
Figura 9. Mejor resultado UPSO para F. Rosenbrock 30 dimensiones.	34
Figura 10. D.E promedio para F. Rosenbrock.	35
Figura 11. Mejor resultado UPSO para F. Rastrigin 30 dimensiones.	36
Figura 12. D.E promedio para F. Rastrigin.	37
Figura 13. Mejor resultado UPSO para F. Ackley 30 dimensiones.	39
Figura 14. D.E Promedio para F. Ackley.	40
Figura 15. Mejor resultado UPSO para F. Schwefel 30 dimensiones.	41
Figura 16. D.E Promedio para F. Schwefel.	42
Figura 17. Mejor resultado UPSO para F. Suma de Potencias 30 dimensiones.	43
Figura 18. Mejor resultado CFO para F. Rosenbrock.	46
Figura 19. Mejor resultado CFO para F. Rastrigin.	48
Figura 20. Mejor resultado CFO para F. Ackley.	50
Figura 21. Mejor resultado CFO para F. Schwefel.	52
Figura 22. Mejor resultado CFO para F. Suma de Potencias.	54
Figura 23. Distancia Euclídea obtenida con F. Rosenbrock.	56
Figura 24. Distancia Euclídea obtenida con F. Rastrigin.	57
Figura 25. Distancia Euclídea obtenida con F. Ackley.	59
Figura 26. Distancia Euclídea obtenida con F. Schwefel.	60
Figura 27. Amplificador Serie-Paralelo.	61
Figura 28. Convertidor Tensión-Corriente.	64
Figura 29. Amplificador Fuente Común.	66
Figura 30. Circuito con 2 Diodos.	68
Figura 31. Amplificador Operacional.	69

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Parámetros Funciones de Prueba.....	79
Anexo B. Resultados de pruebas UPSO y CFO.	80
Anexo C. Historial de mejor resultado obtenido por UPSO.....	98
Anexo D. Distancia Euclídea promedio CFO.	111
Anexo E. Resultados promedios de las mejores pruebas para circuitos no lineales.	113

RESUMEN

TÍTULO

EVALUACIÓN DEL MÉTODO OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL FRENTE AL OPTIMIZADOR POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS UNIFICADO EN LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES NO LINEALES*

AUTOR **

Kristian Camilo Barreto Romero

PALABRAS CLAVE

Optimización por fuerza central, optimización por enjambre de partículas unificado, factor de unificación modular, circuito electrónico C.C no lineal, metaheurística.

DESCRIPCIÓN

Basado en los algoritmos de optimización por fuerza central [1] (CFO) y por enjambre de partículas unificado [2] (UPSO), el presente documento tiene como objetivo exponer los diferentes resultados de la aplicación de estos, en primer lugar a una etapa de calibración que utiliza distintas funciones de prueba típicas de optimización, escogidas por su cantidad de mínimos locales, espacio de búsqueda, mínimos globales severos y su cantidad de dimensiones; en segundo lugar a sistemas de ecuaciones no lineales que describen circuitos electrónicos de corriente continua, entre los cuales se encuentran el amplificador operacional con 13 MOSFET, el amplificador Serie-Paralelo y el convertidor tensión-corriente. También se da solución a circuitos con diodos. Adicionalmente se propone una modificación al factor de unificación utilizado por UPSO, encargado de balancear las propiedades de exploración y explotación, que consiste en un decremento lineal cada cierta cantidad de iteraciones, obteniendo resultados que reducen el número de evaluaciones en la función objetivo, las iteraciones tomadas durante la ejecución y el tiempo de cómputo empleado para la mayoría de los casos. Adicionalmente se recomienda implementar una estrategia diferente de reubicación de partículas errantes para trabajos futuros con el propósito de seguir mejorando los métodos mencionados y su tiempo de ejecución.

* Trabajo de Grado en la Modalidad Investigación.

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Director: Carlos Rodrigo Correa Cely. Codirector: Ivan Amaya Contreras.

ABSTRACT

TITLE

EVALUATION OF CENTRAL FORCE OPTIMIZATION METHOD AGAINST THE UNIFIED PARTICLE SWARM OPTIMIZATION IN SOLVING NONLINEAR EQUATIONS.*

AUTHOR**

Kristian Camilo Barreto Romero

KEYWORDS

Central force optimization, unified particle swarm optimization, Modular unification factor, nonlinear C.C. electronic circuit, metaheuristic.

DESCRIPTION

Based on the algorithms of central force optimization [1] (CFO) and unified particle swarm [2] (UPSO), this document aims to present the different results of the applications of those, firstly, to a calibration stage that uses different functions of typical optimization tests, chosen by its minimum local quantities, search space, severe global standards, and the amount of dimensions; secondly, to non-linear equation systems that describe electronic circuits in direct current, among which it is found the operational amplifier MOSFET, the series-shunt amplifier, and the frequency-to-current converter. Besides this, a solution to circuits with diodes is also provided. Additionally, a modification to the unification factor used by UPSO, is proposed, which is in charge of balancing the exploration and exploitation properties that consist in a linear decrease of every amount of iterations, obtaining results that diminish the number of evaluations in the objective function, the iterations taken during the execution and the working time for the majority of cases. Additionally is recommended implement a different strategy for relocation of wandering particles for future work in order to further improve the above methods and runtime.

* Work Degree Research Mode.

** Faculty of Engineering Physical-Mechanical. School of Engineering Electrical, Electronic and Telecommunications. Director: Carlos Rodrigo Correa Cely. Co-Director: Ivan Amaya Contreras.

INTRODUCCIÓN

Los metaheurísticos son métodos utilizados en el campo de la optimización. Este nombre combina el prefijo “meta” [3] (del griego μετα que significa “después de”) y “heurístico” [3], lo cual implica que son mejoras, o un nivel superior, a la heurística clásica. No obstante, estos no se restringen a ser aplicados a cualquier tipo de problema. El término “metaheurística” fue acuñado por primera vez por el profesor Fred W. Glover en 1986 [4].

Entre los algoritmos desarrollados se pueden mencionar: la Búsqueda Tabú [5] (Tabu Search), el Recocido Simulado [6] (Simulated Annealing) y los Algoritmos Genéticos [7] (Genetic Algorithms). La profundización en el tema, por un gran número de investigadores, ha generado nuevas propuestas como la Optimización por Colonia de Hormigas [8] (Ant Colony Optimization); el Optimizador por Enjambre de Partículas [2] (Particle Swarm Optimization), entre otros.

Asimismo, se puede señalar el Optimizador de Fuerza Central [1], (Central Force Optimization), que toma como marco conceptual la cinemática de la gravitación, que modela el movimiento de las masas bajo la influencia de la gravedad. Otro ejemplo es el Optimizador por Enjambre de Partículas Unificado, (Unified Particle Swarm Optimization) que propone una mejora al PSO tradicional aportando una mayor convergencia en la solución de los problemas al incluir en su estructura una variante local y global.

Dicho lo anterior, se procede con CFO y UPSO como herramientas en la solución de sistemas de ecuaciones no lineales presentes en el campo de la ingeniería electrónica.

En este documento, y luego de abordar un marco teórico (Ver capítulo 2) se procede a una etapa práctica (Ver Capítulo 3) que consta de la implementación y la ejecución de los dos algoritmos, así como de la calibración de cada uno de estos y que permite obtener los parámetros de mejor ejecución. De allí, se contrastan los resultados obtenidos en cada uno mediante el tiempo de cómputo y la calidad de la respuesta, entre otros. Por último, se presentan las conclusiones en el capítulo 4.

1. EL TEMA QUE SE ABORDA¹

En este informe se presenta la solución de ecuaciones no lineales típicamente encontradas en ingeniería electrónica mediante las estrategias de Optimización por Fuerza Central (CFO) y de Optimización por Enjambre de Partículas Unificado (UPSO). Se contrastan los resultados en términos de tiempo de cómputo, número de iteraciones, precisión y exactitud de la respuesta, entre otros. De esta manera se determina cuál es el más eficiente al momento de resolver un sistema de ecuaciones no lineales de este tipo.

A continuación se transcriben los objetivos aprobados para el presente trabajo de grado en la modalidad investigación.

1.1 Objetivo General

Contrastar los resultados generados al resolver un sistema de ecuaciones no lineales con los algoritmos de Optimización por Fuerza Central (CFO) y Optimización por Enjambre de Partículas Unificado (UPSO). (*Ver páginas 27 - 72*)

1.2 Objetivos Específicos

1. Desarrollar los algoritmos de Optimización por Fuerza Central (CFO) y Optimización por Enjambre de Partículas Unificado (UPSO) en la plataforma comercial de MATLAB. (*Ver páginas 17 - 24*).
2. Seleccionar varios sistemas de ecuaciones no lineales de diferente tamaño para ser resueltos con las dos estrategias de optimización mencionadas (*Ver páginas 27 - 32*).
3. Contrastar los resultados obtenidos utilizando como métrica el tiempo de cómputo, el número de iteraciones, la precisión y exactitud de la respuesta, entre otros. (*Ver páginas 27 - 72*).

¹ Corresponde a una contribución intelectual consensuada entre el estudiante Kristian Barreto, con el profesor Rodrigo Correa y el ingeniero Iván Amaya.

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

En esta sección, se establecen los conceptos necesarios para el entendimiento de los métodos de optimización utilizados en este trabajo de grado. Se inicia con el procedimiento para transformar un problema de solución en uno de optimización, y posteriormente se describen las estructuras y funcionamientos de los métodos de optimización CFO y UPSO.

2.1 Estrategia de solución

El procedimiento empleado para la solución de un sistema de ecuaciones por medio de un método de optimización [9], se describe a continuación:

1. Se define un sistema de m ecuaciones y n incógnitas **(1)**, como la representación del modelo matemático de un circuito eléctrico no lineal.

$$\begin{aligned} f_1 &= (x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2 &= (x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ &\vdots \\ f_m &= (x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

2. Para la solución del sistema de ecuaciones **(1)**, se recurre a un método de optimización. La estrategia numérica se basa en la búsqueda del valor mínimo de la función objetivo descrita de la siguiente forma:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m (f_i(x_1, x_2, \dots, x_n))^2 \tag{2}$$

3. Tomando como base lo anterior, se puede utilizar el algoritmo optimizador de fuerza central y el optimizador por enjambre de partículas unificado, para obtener la solución de la función objetivo.

Se describe la estructura básica y funcionamiento del optimizador de fuerza central y el optimizador por enjambre de partículas unificado, a continuación.

2.2 Optimización por Fuerza Central (CFO)

CFO [1], [10] es una búsqueda multidimensional determinística basada en la cinemática gravitacional, que surgió en 2007. En el modelo, un grupo de "sondas" "vuelan" a través del espacio de decisión.

Las ecuaciones se desarrollan para las posiciones y aceleraciones de las sondas utilizando la analogía del movimiento de la partícula en un campo gravitatorio, definido por las leyes de Newton. La ley de gravitación universal describe la interacción gravitatoria entre cuerpos distintos cada uno con masa m_1 y m_2 ; la fuerza entre éstas es representada por la ecuación (3), donde γ es la constante de gravitación universal y r la distancia entre las masas.

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3)$$

Cada cuerpo experimenta una aceleración atribuida a la fuerza de gravedad ejercida por el otro, y descrita por la ecuación (4), donde \bar{r} es el vector unitario que tiene la dirección de esta aceleración, para este caso de m_1 hacia m_2 .

$$\vec{a}_1 = -\gamma \frac{m_2 \bar{r}}{r^2} \quad (4)$$

El vector de posición de una partícula sujeta a aceleración constante durante el intervalo $t + \Delta t$ se describe en la ecuación (5) donde los vectores \vec{R}_0 y \vec{V}_0 son la posición y la velocidad inicial de la partícula respectivamente.

$$\vec{R}(t + \Delta t) = \vec{R}_0 + \vec{V}_0 \Delta t + \frac{1}{2} \vec{a} \Delta t^2 \quad (5)$$

CFO se diseñó para enfrentarse a funciones objetivos multimodales o funciones que presenten discontinuidad. La ecuación que representa las características más importantes de CFO para un espacio multidimensional se puede ver en (6), y la Figura 1 resume el proceso general de CFO.

$$\vec{A}_{j-1}^p = G \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq p}}^{N_p} U(M_{j-1}^k - M_{j-1}^p)(M_{j-1}^k - M_{j-1}^p)^\alpha \frac{(\vec{R}_{j-1}^k - \vec{R}_{j-1}^p)}{\|\vec{R}_{j-1}^k - \vec{R}_{j-1}^p\|^\beta} \quad (6)$$

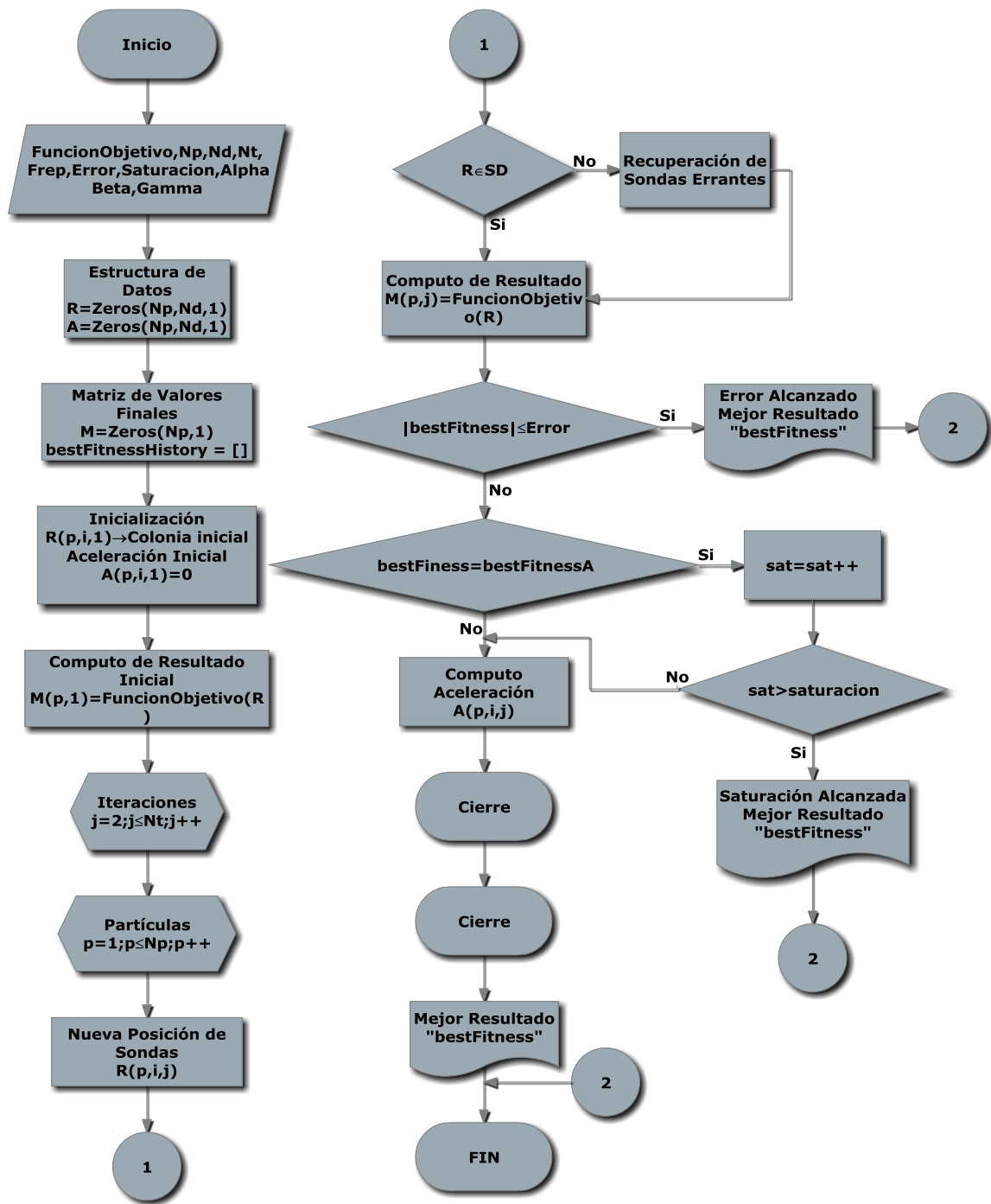


Figura 1. Diagrama de flujo para CFO.

Terminología utilizada en CFO

En este punto se presentan los diferentes términos empleados para la realización de este trabajo, referentes al algoritmo CFO.

Np: Número de sondas o partículas encargadas de la búsqueda del máximo global. Estas se mueven dentro del espacio de decisión de la función objetivo.

Nd: Número de dimensiones asociadas al problema o función objetivo.

Nt: Número total de iteraciones que puede realizar el algoritmo.

Ximin y Ximax: Límites del espacio de decisión o búsqueda de la función objetivo donde se mueven las partículas.

Frep: Factor de reposición para sondas errantes que se encuentran fuera del espacio de decisión.

α y β : Coeficientes propios del algoritmo sin ningún sentido físico.

γ : Constante de gravitación de (4).

Error: Criterio de parada de la ejecución del algoritmo, el cual indica el valor mínimo del mejor resultado obtenido por CFO.

Saturación: Criterio de parada de la ejecución del algoritmo, el cual indica el número máximo de repeticiones en el mejor resultado.

bestFitnessHistory: Contiene los mejores resultados obtenidos por el algoritmo durante su ejecución.

bestPosition y bestFitness: Contienen la posición y el mejor resultado del máximo global encontrado en todas las dimensiones respectivamente.

Neval: Número de veces que el algoritmo evalúa en la función objetivo.

Distancia Euclídea: Representa la distancia euclídea entre el bestPosition encontrado por CFO y el punto teórico donde se encuentra el máximo global de la función objetivo. Se calcula utilizando la ecuación (7).

$$DE = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_d} (v_i^{teórico} - v_i^{prueba})^2} \quad (7)$$

Tiempo: Tiempo en segundos que toma el algoritmo CFO en ejecutar una prueba.

2.3 Optimización por enjambre de partículas unificado (UPSO)

El Optimizador por enjambre de partículas unificado es un método estocástico basado en la interacción social de algunas especies en busca de alimento. Fue propuesto por Parsopoulos y Vrahatis en el 2004 para optimización numérica. Su esquema otorga una alternativa diferente que combina las propiedades de exploración y explotación [2], [11] identificadas como las variantes local y global de PSO [2], respectivamente y sin imponer una carga adicional en términos de evaluaciones en la función objetivo.

Para esto UPSO modifica las dos ecuaciones principales de PSO. La primera donde $G_i(t + 1)$ será la velocidad actual para la i -ésima partícula x_i de la variante global de PSO **(8)** y $L_i(t + 1)$ será la velocidad actual de la variante local de PSO **(9)**,

$$G_{ij}(t + 1) = \chi[v_{ij}(t) + c_1R_1(p_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + c_2R_2(p_{gj}(t) - x_{ij}(t))] \quad \mathbf{(8)}$$

$$L_{ij}(t + 1) = \chi[v_{ij}(t) + c_1R_1(p_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + c_2R_2(p_{lj}(t) - x_{ij}(t))] \quad \mathbf{(9)}$$

donde g denota el índice de la mejor posición en todo el enjambre de la partícula x_{ij} , l el índice de la mejor posición de la partícula en la vecindad, c_1 y c_2 son factores propios del método que representan la confianza propia y del enjambre, t el número de iteración, R_1 y R_2 son variables aleatorias uniformemente distribuidas entre 0 y 1 y χ el factor de constricción.

La segunda ecuación corresponde a la forma con que UPSO unifica las propiedades de explotación y exploración **(10)**.

$$v_{ij}(t + 1) = uG_{ij}(t + 1) + (1 - u)L_{ij}(t + 1) \quad \mathbf{(10)}$$

$$x_{ij}(t + 1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t + 1) \quad \mathbf{(11)}$$

$$i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, n$$

donde N representa el tamaño del enjambre, n la dimensión del problema, u el factor de unificación entre 0 y 1 que controla la combinación de las variantes global y local en la velocidad actual.

De acuerdo con **(10)** y **(11)**, la posición de la partícula es una combinación del mejor resultado global y local, donde el factor de unificación balancea estas dos

direcciones de búsqueda. Sin embargo cuando el factor de unificación es igual a 1 y a 0, el algoritmo trabaja bajo las variantes originales del PSO global y local respectivamente. El esquema utilizado para determinar la vecindad en UPSO, fue la topología de vecindad tipo estrella [2].

UPSO se implementa en la herramienta de computo MathWorks® Matlab® 7.0.4, y se presenta un diagrama de flujo como muestra de ello.

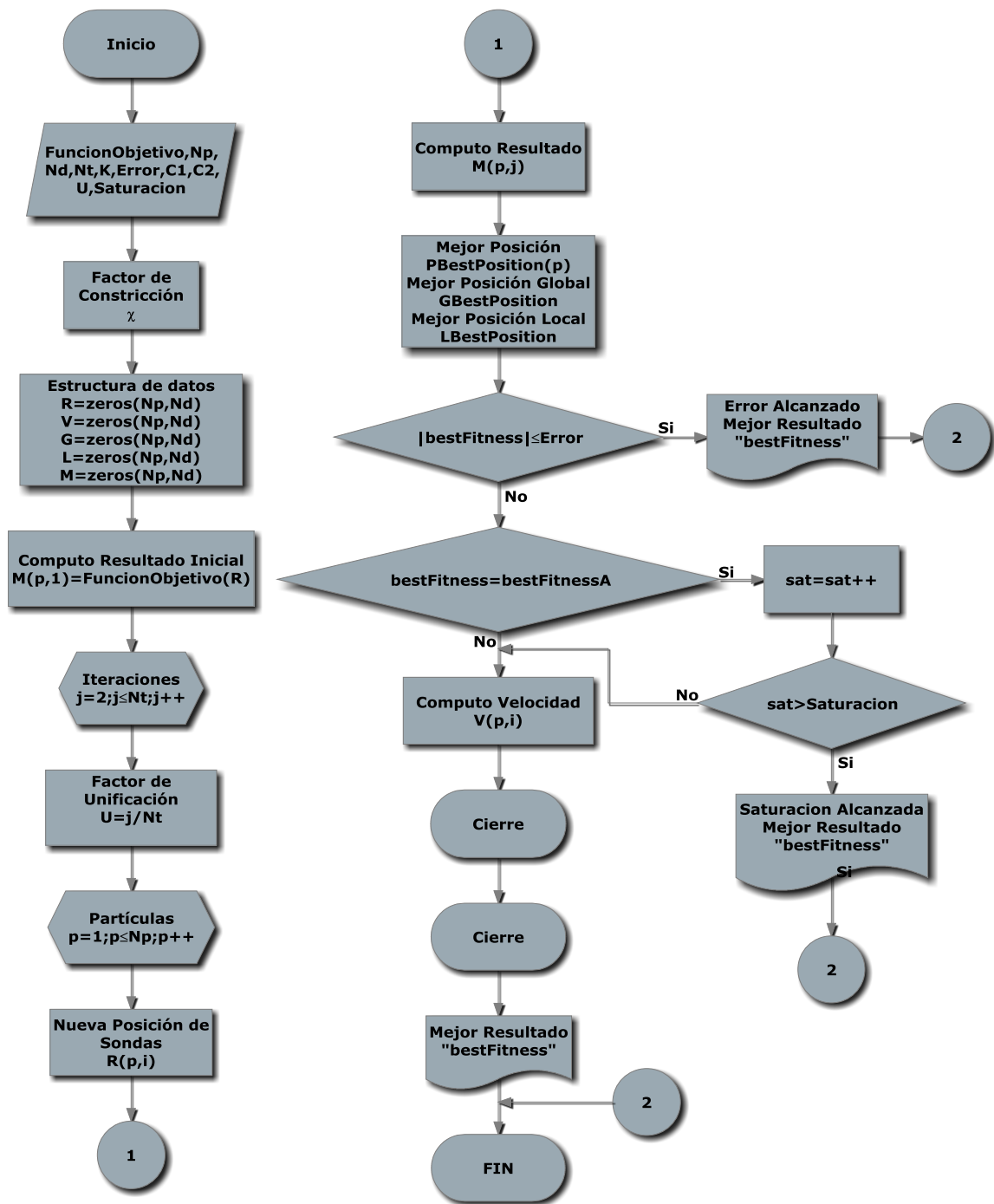


Figura 2. Diagrama de flujo para UPSO.

Terminología utilizada en UPSO.

En este punto se presenta los diferentes términos empleados para la realización de este trabajo, referentes al algoritmo UPSO.

Np: Número de sondas o partículas encargadas de la búsqueda del mínimo global. Estas se mueven dentro del espacio de decisión de la función objetivo.

Nd: Número de dimensiones asociadas al problema o función objetivo.

Nt: Número total de iteraciones que puede realizar el algoritmo.

Ximin y Ximax: Límites del espacio de decisión o búsqueda de la función objetivo donde se mueven las partículas.

K: Partículas por partición asociadas a la topología de vecindad tipo estrella.

c_1 y c_2 : Factores propios del método que representan la confianza propia y del enjambre.

Error: Criterio de parada de la ejecución del algoritmo, el cual indica el valor mínimo del mejor resultado obtenido por UPSO.

Saturación: Criterio de parada de la ejecución del algoritmo, el cual indica el número máximo de repeticiones en el mejor resultado.

bestFitnessHistory: Contiene los mejores resultados obtenidos por el algoritmo durante su ejecución.

bestPosition y bestFitness: Contienen la posición y el mejor resultado del mínimo global encontrado en todas las dimensiones respectivamente.

Neval: Número de veces que el algoritmo evalúa en la función objetivo.

Distancia Euclídea: Representa la distancia euclídea entre el bestPosition encontrado por UPSO y el punto teórico donde se encuentra el mínimo global de la función objetivo, calculada según (7).

Tiempo: Tiempo en segundos que toma el algoritmo CFO en ejecutar una prueba.

2.3.1 Modificación al algoritmo (Factor de Unificación Modular)

Como ya se ha mencionado, existe una obvia dependencia de la dinámica de UPSO con el factor de unificación ya que este controla la relación entre las propiedades de explotación y exploración. Los valores pequeños favorecen la dirección de búsqueda local lo que beneficia la propiedad de explotación mientras que los valores cercanos a 1 favorecen la dirección de búsqueda global y a su vez la propiedad de exploración. Sin embargo la determinación óptima del factor de unificación

dependerá del tipo de función objetivo al que UPSO se esté enfrentando [12]. Este trabajo propone un esquema de factor de unificación modular que consiste en un decremento de u desde un límite superior hasta un límite inferior cada q iteraciones, según (12).

$$u(t) = L_s - t * \left(\frac{L_s - L_i}{q} \right) \quad (12)$$

donde t es la iteración, L_s y L_i son los límites superior e inferior respectivamente, determinados por los resultados de las mejores pruebas de UPSO en cada función de objetivo y q es una fracción escogida del número máximo de iteraciones.

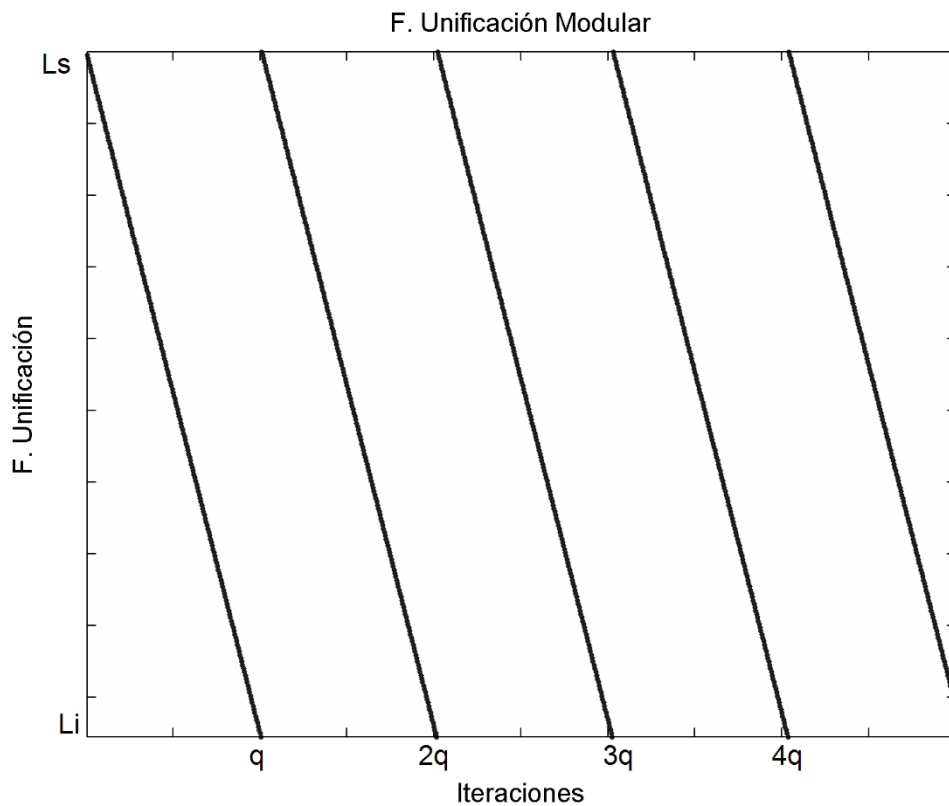


Figura 3. Factor de unificación modular.

En la Figura 3, se ilustra cómo funciona el factor de unificación modular a lo largo de la ejecución de una prueba.

2.4 Modelos de dispositivos no lineales utilizados

En esta sección se presentan los modelos matemáticos utilizados en este trabajo de grado, y que fueron tomados de [13].

Transistor MOSFET

En el modelo de transistor propuesto en [13] se define la corriente de drenador i_d en las regiones de operación de saturación, triodo y corte para el NMOS y PMOS de la siguiente manera:

Tipo NMOS

$$i_D = \begin{cases} \frac{1}{2} K_n \frac{W}{L} (V_{GS} - V_t)^2 (1 + \lambda V_{DS}) & V_{DS} \geq V_{GS} - V_t \text{ y } V_{GS} > V_t \\ K_n \frac{W}{L} ((V_{GS} - V_t)V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2) & V_{DS} < V_{GS} - V_t \text{ y } V_{GS} > V_t \\ 0 & V_{GS} < V_t \end{cases} \quad (13)$$

Tipo PMOS

$$i_D = \begin{cases} \frac{1}{2} K_p \frac{W}{L} (|V_{GS}| - |V_t|)^2 (1 + \lambda |V_{DS}|) & |V_{DS}| \geq |V_{GS}| - |V_t|, |V_{GS}| > |V_t| \\ K_p \frac{W}{L} \left((|V_{GS}| - |V_t|)|V_{DS}| - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right) & |V_{DS}| < |V_{GS}| - |V_t|, |V_{GS}| > |V_t| \\ 0 & |V_{GS}| < |V_t| \end{cases} \quad (14)$$

donde,

$$K_{n,p} = \mu_{n,p} C_{ox} \quad (15)$$

$$V_t = V_{t0} + \gamma \left(\sqrt{|2\phi_F + V_{SB}|} - \sqrt{2\phi_F} \right)$$

i_D : Corriente de drenador.

$K_{n,p}$: Parámetro de transconductancia del proceso.

V_t : Tensión de umbral.

W/L : Longitud y ancho del canal.

λ : Parámetro de la tecnología del proceso, que muestra el efecto de la modulación de la longitud del canal.

ϕ_F : Parámetro físico, suele ser $2\phi_F = 0.6$.

γ : Parámetro del efecto cuerpo.

Diodo

Se utiliza el modelo de diodo propuesto en [13], donde la corriente de drenador se define como:

$$i_D = I_S \left(e^{\frac{v_D}{nV_T}} - 1 \right) \quad (16)$$

v_D : Tensión del diodo.

n : Coeficiente de emisión.

I_S : Corriente de saturación.

V_T : Tensión térmica.

3. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Las especificaciones del ordenador utilizado para realizar las pruebas se muestran en la Tabla 1.

Fabricante	Asus
Modelo	N46VM
Procesador	Intel® Core™ i7 3610QM @ 2,3GHz
RAM	8 GB
Sistema operativo	Microsoft® Windows™ 7 Ultimate 64-bit

Tabla 1. Especificaciones del hardware usado.

El software utilizado para la implementación del algoritmo es la herramienta de computo MathWorks® Matlab® 7.0.4, donde se desarrolló cada uno de los algoritmos y sus correspondientes pruebas.

3.1 Calibración de los algoritmos UPSO y CFO mediante funciones típicas

Funciones de prueba

En esta sección se muestran las pruebas de calibración de los algoritmos UPSO y CFO, para lo cual se han escogido 5 funciones típicas de optimización. Estas representan funciones con una gran cantidad de mínimos locales cerca al mínimo global, mínimos globales localizados en el centro de grandes valles planos, mínimos globales severos y espacios de búsqueda amplios. Los parámetros utilizados para cada función de prueba se encuentran en el Anexo A.

Para UPSO se variaron los parámetros c_1 , c_2 y u [14], en un total de 60 combinaciones, y también se variaron las dimensiones del problema obteniendo un total de 300 pruebas por función. Para CFO se variaron los parámetros α , β y γ [1], teniendo un total de 72 combinaciones, y también se cambió la dimensión del problema obteniendo un total de 360 pruebas por función. A continuación se analizan solo los resultados más relevantes. Sin embargo el total de las pruebas se puede encontrar en el Anexo B y en el archivo adjunto a este documento.

Función de prueba Rosenbrock

También conocida como el valle de Rosenbrock es una función que tiene como característica principal que es unimodal [12], es decir que tiene un solo mínimo global en todo su rango localizado en medio de un valle plano parabólico, lo cual para cualquier algoritmo hace difícil su solución ya que su identificación es difícil. Este tipo de funciones puede poseer hasta n variables dependiendo de la dimensión que se desea. Su forma general se da en la ecuación (17), donde n corresponde al número de dimensiones.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} 100 * (x_i^2 - x_{i+1}^2)^2 + (x_i - 1)^2 \quad (17)$$

En la Figura 4 se encuentra la función de prueba Rosenbrock con $n = 2$.

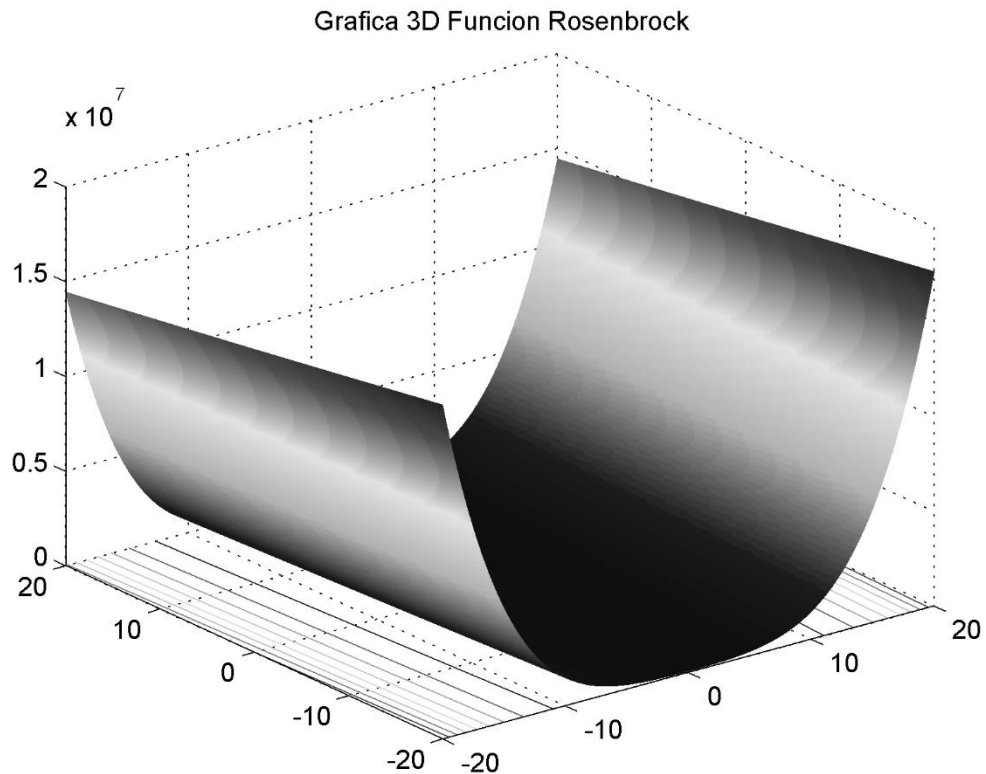


Figura 4. Función de prueba Rosenbrock.

Función de prueba Rastrigin

Es una función multimodal [12] que produce frecuentes mínimos locales alrededor del mínimo global. Dicha característica hace que su solución sea más compleja para el algoritmo ya que lo puede hacer caer en valores erróneos con gran facilidad. Esta función se expresa por la ecuación **(18)**,

$$f(x) = 10 * n + \sum_{i=1}^n x_i^2 - 10 * \cos(2 * \pi * x_i) \quad (18)$$

donde n corresponde al número de dimensiones. En el Anexo A, se encuentran los parámetros de esta función introducidos en los algoritmos.

En la Figura 5 se aprecia la función de prueba Rastrigin para $n = 2$.

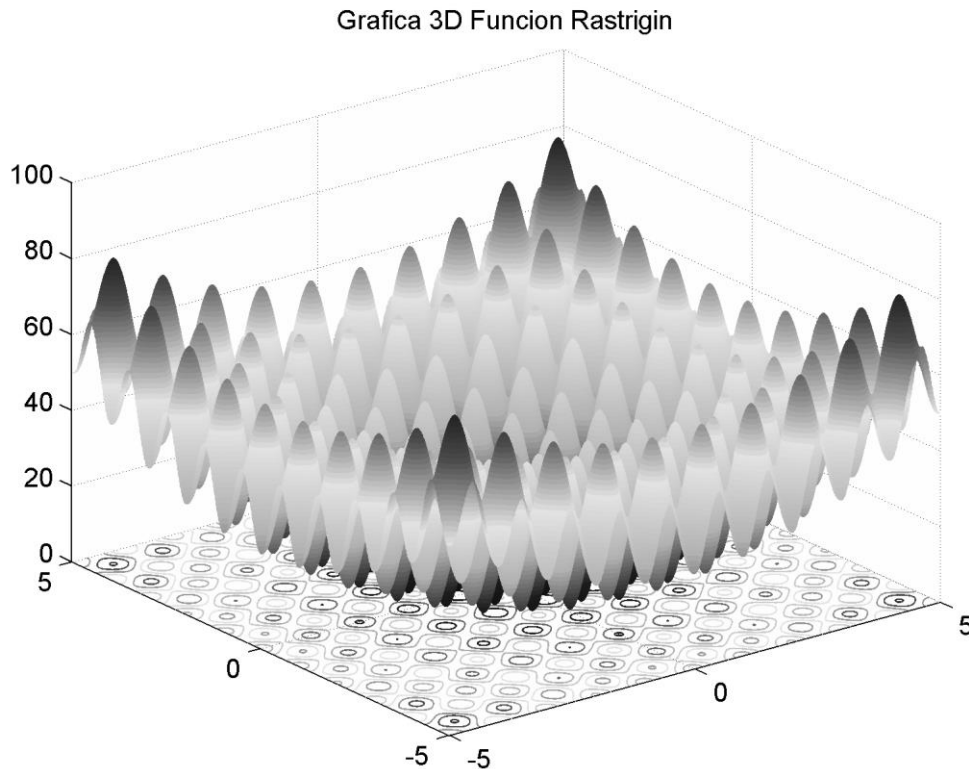


Figura 5. Función de prueba Rastrigin.

Función de Prueba Ackley

Es una función clásica de optimización, es multimodal [12] y presenta una gran cantidad de mínimos locales muy cerca al máximo global. Puede tener una cantidad

ilimitada de dimensiones y posee un espacio de búsqueda amplio, lo cual hace más compleja la búsqueda del mínimo global para el algoritmo ya que sus sondas toman más tiempo en recorrer este espacio. Se define por la ecuación **(19)**,

$$f(x) = 20 + e^1 - 20 * e^{\frac{-1}{5} * \sqrt{1/n * \sum_{i=1}^n x_i^2}} - e^{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2 * \pi * x_i)} \quad (19)$$

donde n corresponde al número de dimensiones.

En la Figura 6 se encuentra la función de prueba Ackley para $n = 2$.

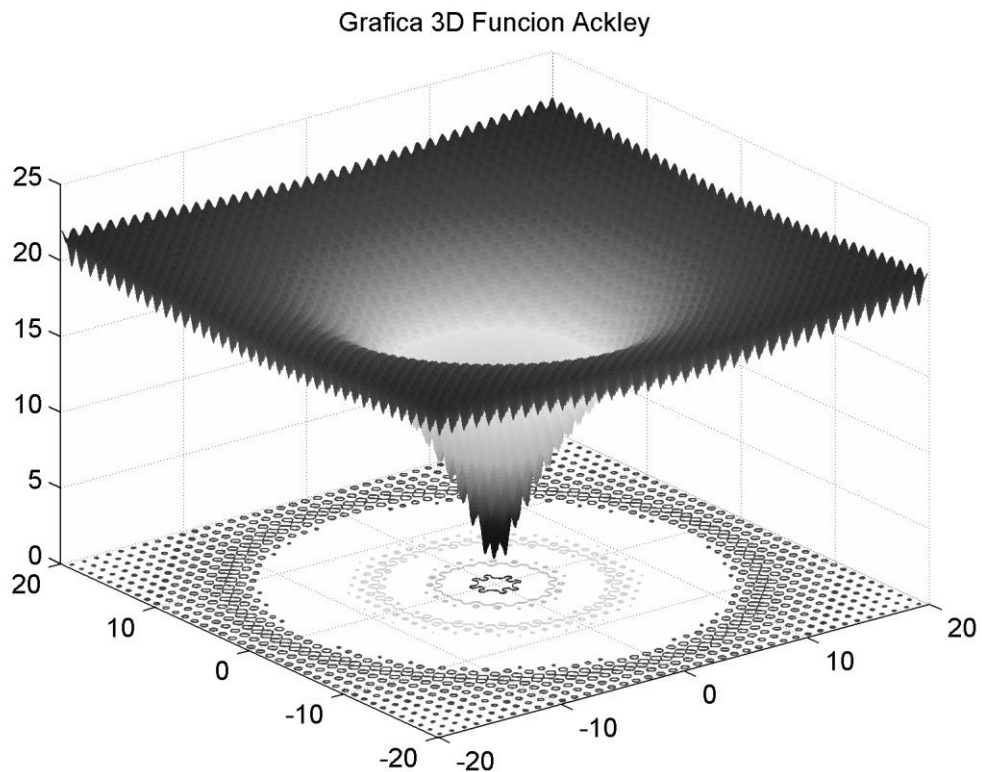


Figura 6. Función de prueba Ackley.

Función de Prueba Schwefel

Es una función bastante compleja ya que esta genera una gran cantidad de mínimos locales. Por esta razón los algoritmos de búsqueda tienden potencialmente a converger en la dirección equivocada. Su espacio de búsqueda es bastante amplio y se define por la ecuación **(20)**,

$$f(x) = \sum_{i=1}^n [-x_i \text{sen}(\sqrt{|x_i|})] \quad (20)$$

donde n corresponde al número de dimensiones.

En la Figura 7 se encuentra la función de prueba Schwefel con $n = 2$.

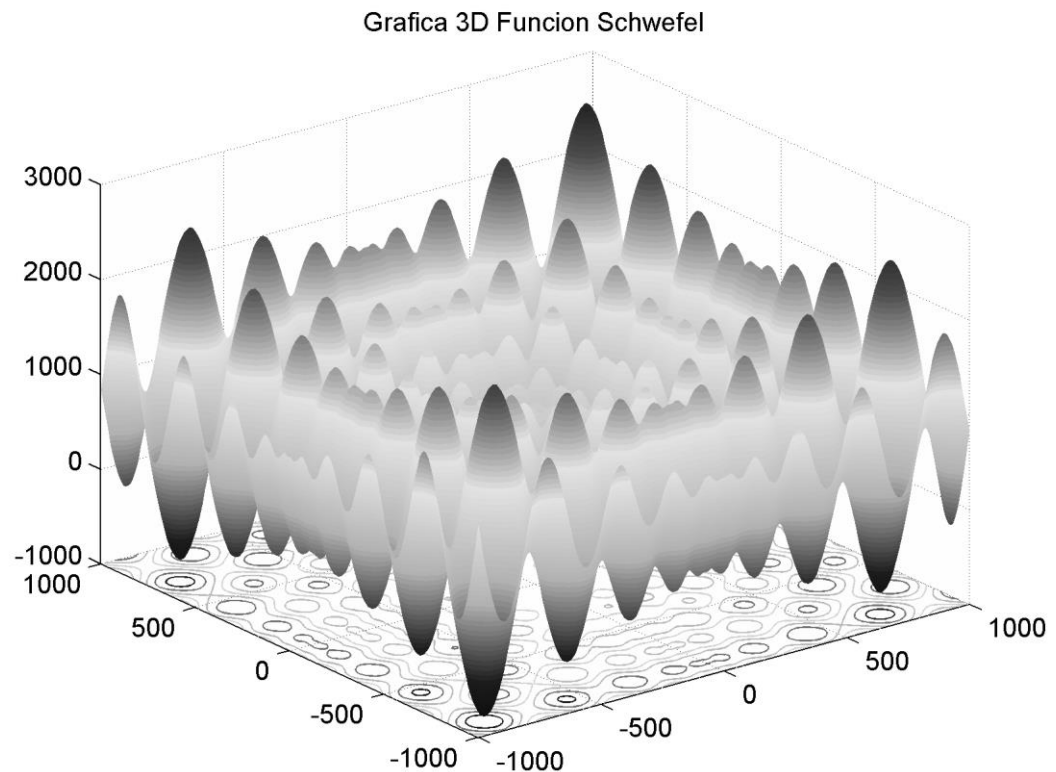


Figura 7. Función de prueba Schwefel.

Función de Prueba Suma de Potencias

Es una función unimodal comúnmente usada ya que para los algoritmos de búsqueda no resulta difícil encontrar su mínimo global. Posee un espacio de búsqueda pequeño y se define por la ecuación (21),

$$f(x) = \sum_{i=1}^n |x_i|^{i+1} \quad (21)$$

donde n corresponde al número de dimensiones.

En la Figura 8 se encuentra la función de prueba Suma de potencias con $n = 2$.

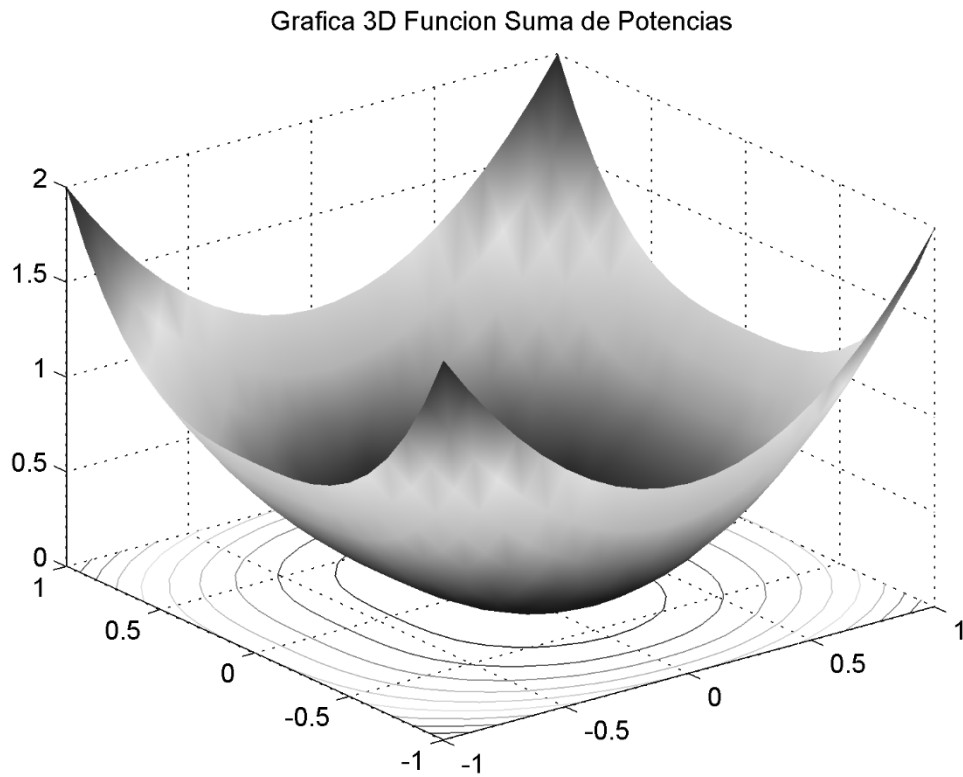


Figura 8. Función de prueba Suma de Potencias.

Calibración UPSO

Para esta sección se consideran los datos más relevantes de las pruebas descritas anteriormente, con lo cual se obtuvieron los parámetros para el mejor funcionamiento del algoritmo frente a cada tipo de función. En la Tabla 2 se indican las variables del algoritmo UPSO que se dejaron constantes en cada prueba según lo indicado en la literatura [2], [14].

Np	Nt	K	Error	Saturación
100	1e8	20	1e-10	5000

Tabla 2. Parámetros Constantes de UPSO.

Debido a que el algoritmo UPSO es un método estocástico [2], en su ejecución se utilizó siempre la misma distribución inicial de partículas para cada función de

prueba, con el objetivo de sentar un punto de comparación más exacto. Esta distribución inicial es creada aleatoriamente según lo dispuesto en la literatura [14].

Resultados función de prueba Rosenbrock

En el caso de la función de prueba Rosenbrock para una cantidad de 30, 15, 10 y 5 dimensiones, el mejor resultado obtenido por el algoritmo UPSO es el expuesto en la Tabla 3.

	$N_d = 30$	$N_d = 15$	$N_d = 10$	$N_d = 5$
C_1	2,05	2,05	2,05	2,05
C_2	2,05	2,05	2,05	2,05
Np	100	100	100	100
Fact. Unificación	0,3	0,3	0,4	0,6
Terminación	1	1	1	1
Neval	1223700	569000	936600	363000
Mejor Resultado	9,92498E-11	9,93097E-11	9,95131E-11	8,87139E-11
Distancia Euclid.	1,84112E-05	1,92121E-05	1,91427E-05	1,59599E-05
Iteraciones	12237	5690	9366	3630
Tiempo[s]	214,3252	54,59571034	66,82287269	15,42869764

Tabla 3. Mejor resultado UPSO para F. Rosenbrock.

Los mejores resultados hallados por el algoritmo a lo largo de su ejecución se pueden ver en la Figura 9, en donde como es esperado, las primeras iteraciones son aquellas en donde el algoritmo tiene su peor respuesta ya que es en este momento cuando las partículas comienzan a desplazarse hacia una mejor posición.

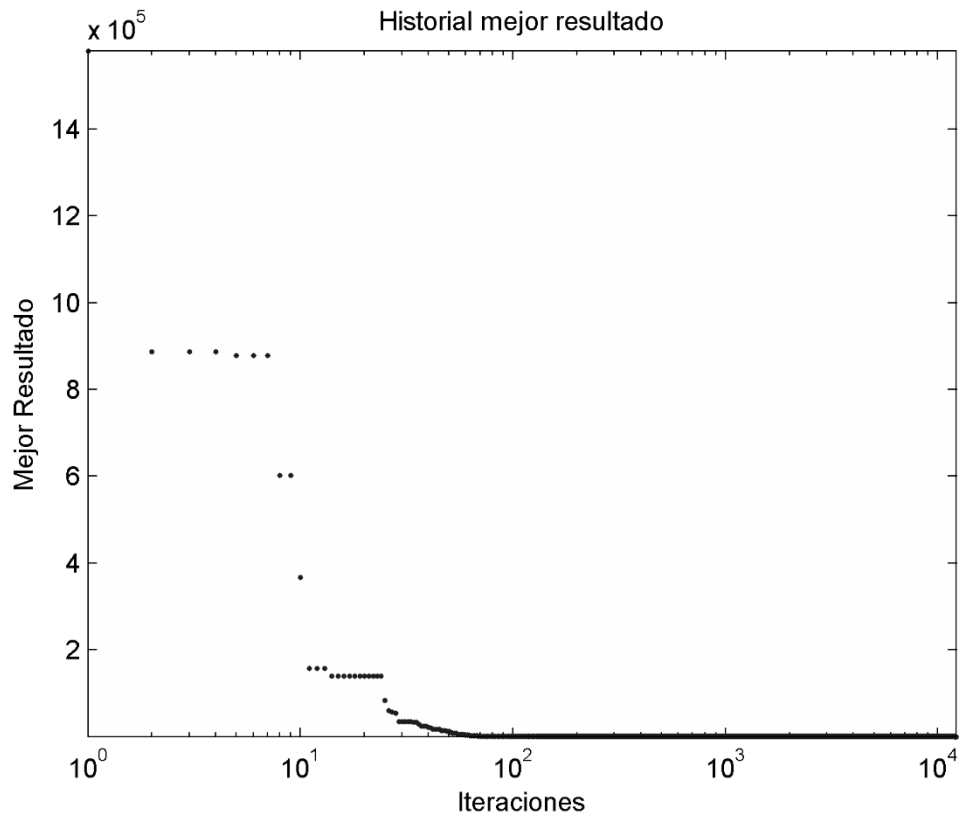


Figura 9. Mejor resultado UPSO para F. Rosenbrock 30 dimensiones.

En la Tabla 3 se observa que el valor de terminación es igual a 1 para todas las dimensiones, lo que quiere decir que el algoritmo terminó su ejecución cuando la respuesta de este se hizo más pequeña que el error esperado. Para esta función es preciso decir que, para todas las dimensiones, UPSO obtuvo un error del orden de $1E-11$.

Para funciones de prueba del tipo Rosenbrock una buena estrategia es tener el factor de unificación de 0.3, lo que quiere decir una mayor explotación del algoritmo y favorecer la dirección de búsqueda local. Notablemente el tiempo y el número de evaluaciones en la función objetivo, se aumenta conforme se aumenta la dimensión del problema, en el mismo sentido la distancia euclídea también aumenta. En la Figura 10 se observa el promedio de la distancia euclídea tomado de todos los resultados obtenidos por UPSO para la función de prueba Rosenbrock, los cuales se encuentran en el Anexo B y en el archivo adjunto a este documento.

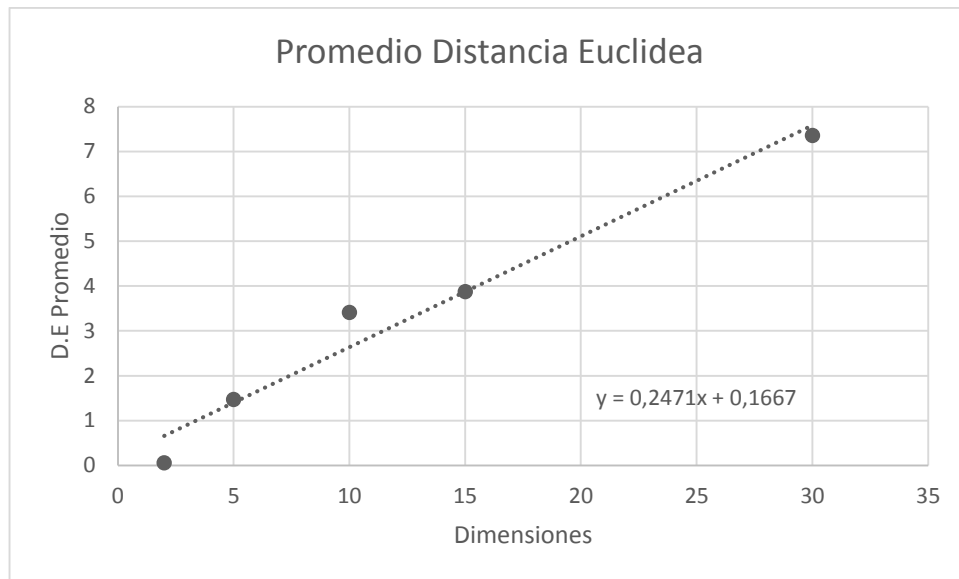


Figura 10. D.E promedio para F. Rosenbrock.

De la figura anterior se puede decir que en promedio la distancia euclídea aumenta conforme la recta $y = 0,247x + 0,1661$, donde y corresponde a la D.E y x al número de dimensiones.

Con las pruebas anteriores, se encuentra que la mejor combinación del algoritmo UPSO para resolver ecuaciones no lineales del tipo Rosenbrock, es cuando C_1 y C_2 son iguales a 2,05 y el factor de unificación favorece la exploración del algoritmo. Con lo anterior se garantiza que el algoritmo convergerá su respuesta a un mejor resultado en el menor tiempo posible.

Resultados función de prueba Rastrigin

En el caso de la función de prueba Rastrigin para 30, 15, 10 y 5 dimensiones, los mejores resultados se muestran en la Tabla 4.

	$N_d = 30$	$N_d = 15$	$N_d = 10$	$N_d = 5$
C_1	2,05	2,05	2,05	3
C_2	2,05	2,05	2,05	1,5
Np	100	100	100	100
Fact. Unificación	0,3	0,7	0,5	0,7
Terminación	2	2	2	1
Neval	653800	520200	526700	428000

Mejor Resultado	23,879002	4,9747952	0,994959	2,77325E-11
Distancia Euclid.	4,874273	2,2247951	0,994958	3,73851E-07
Iteraciones	6538	5202	5267	4280
Tiempo[s]	90,80714057	32,45228178	26,6930765	18,0077418

Tabla 4. Mejor resultado UPSO para F. Rastrigin.

Del resultado anterior se observa que UPSO apenas encontró una solución de orden $1E-11$ con 5 dimensiones, lo cual se debe a que la forma de la función Rastrigin (ver Figura 5) permite que el algoritmo converja fácilmente en direcciones erróneas debido a la gran cantidad de mínimos locales que genera esta función. En la Figura 11 se muestra el historial del mejor resultado obtenido por UPSO para esta prueba.

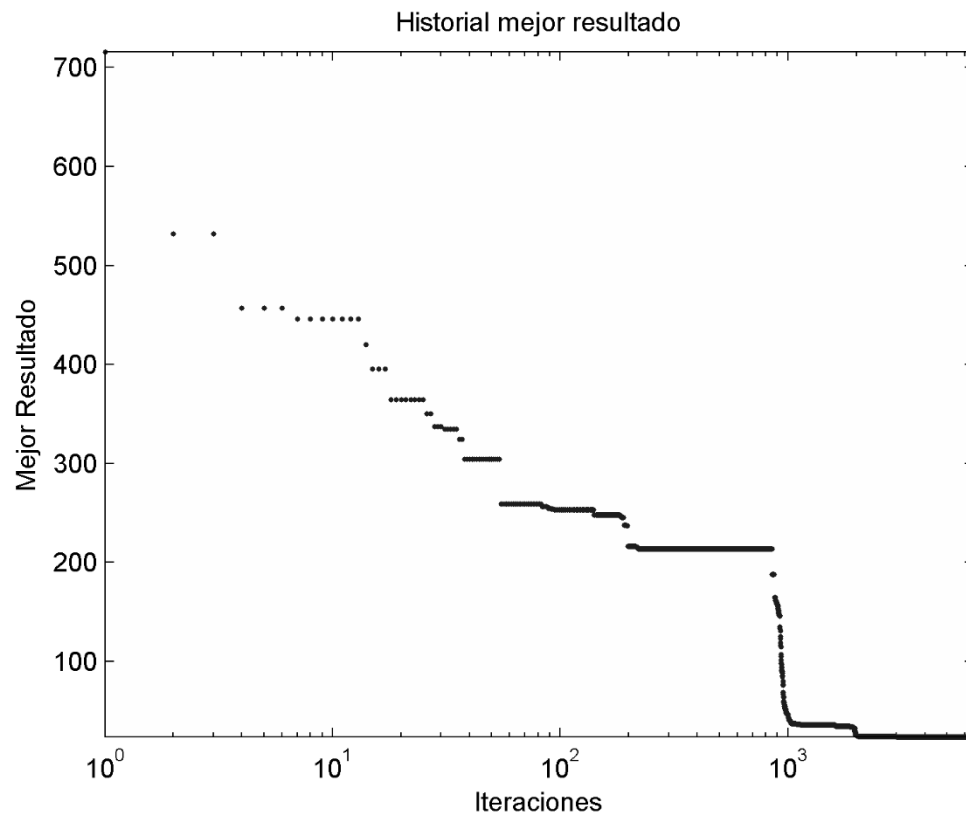


Figura 11. Mejor resultado UPSO para F. Rastrigin 30 dimensiones.

En la figura anterior se observa que el algoritmo trata de encontrar el mejor resultado acercándose cada vez más a 0, sin embargo, la ejecución termina por saturación en el resultado final. Al igual que en la función de prueba Rosenbrock el algoritmo UPSO obtiene sus peores resultados cuando las constantes C_1 y C_2 son iguales a 3

en problemas de 30 dimensiones. El historial de los mejores resultados obtenidos por UPSO para estas dimensiones se pueden observar en el Anexo C.

Aun así el mejor resultado se sigue obteniendo cuando dichas constantes son iguales a 2,05.

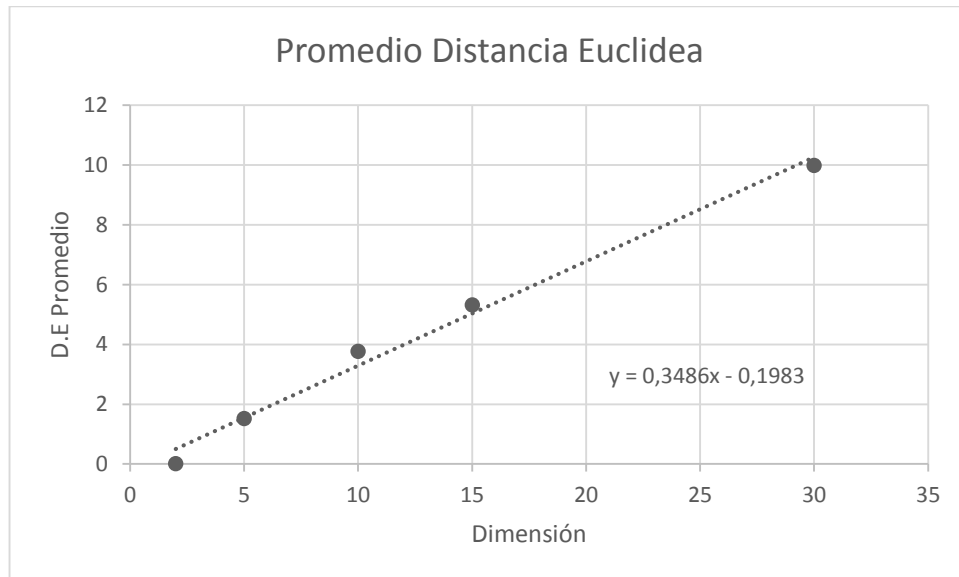


Figura 12. D.E promedio para F. Rastrigin.

En la Figura 12, se observa que la distancia euclídea aumenta conforme se aumenta la dimensión del problema y se puede predecir el promedio de esta según la ecuación $y = 0,3142x + 0,6787$, donde y corresponde a la D.E y x a la dimensión.

Según las pruebas anteriores, cuando el algoritmo UPSO se enfrenta a funciones del tipo Rastrigin es mejor optar por una estrategia donde las constantes C_1 y C_2 sean iguales a 2,05 y un factor de unificación que mescle las propiedades de exploración y explotación con un valor promedio de 0,55.

Resultados función de prueba Ackley

Para el caso de la función de prueba Ackley con 30, 15, 10 y 5 dimensiones, los mejores resultados obtenidos por el algoritmo UPSO se encuentran en la siguiente tabla.

	$N_d = 30$	$N_d = 15$	$N_d = 10$	$N_d = 5$
C_1	2,05	2,05	2,05	3
C_2	2,05	2,05	2,05	1,5

Np	100	100	100	100
Fact. Unificación	0,3	0,2	0,5	0,3
Terminación	1	1	1	1
Neval	144200	131500	36800	9500
Mejor Resultado	9,76223E-11	7,81677E-11	7,39613E-11	3,15987E-11
Distancia Euclid.	1,33670E-10	7,56844E-11	5,84713E-11	1,76634E-11
Iteraciones	1442	1315	368	95
Tiempo[s]	25,88066606	13,1241201	2,67801544	0,45845634

Tabla 5. Mejor resultado UPSO para F. Ackley.

Cuando UPSO se enfrenta a funciones con espacios de búsqueda amplios y una cantidad no tan grande de mínimos locales, se obtiene un buen resultado cuando el factor de unificación favorece la explotación y la dirección de búsqueda global. En la siguiente figura se observa el historial del mejor resultado obtenido en esta prueba para 30 dimensiones.

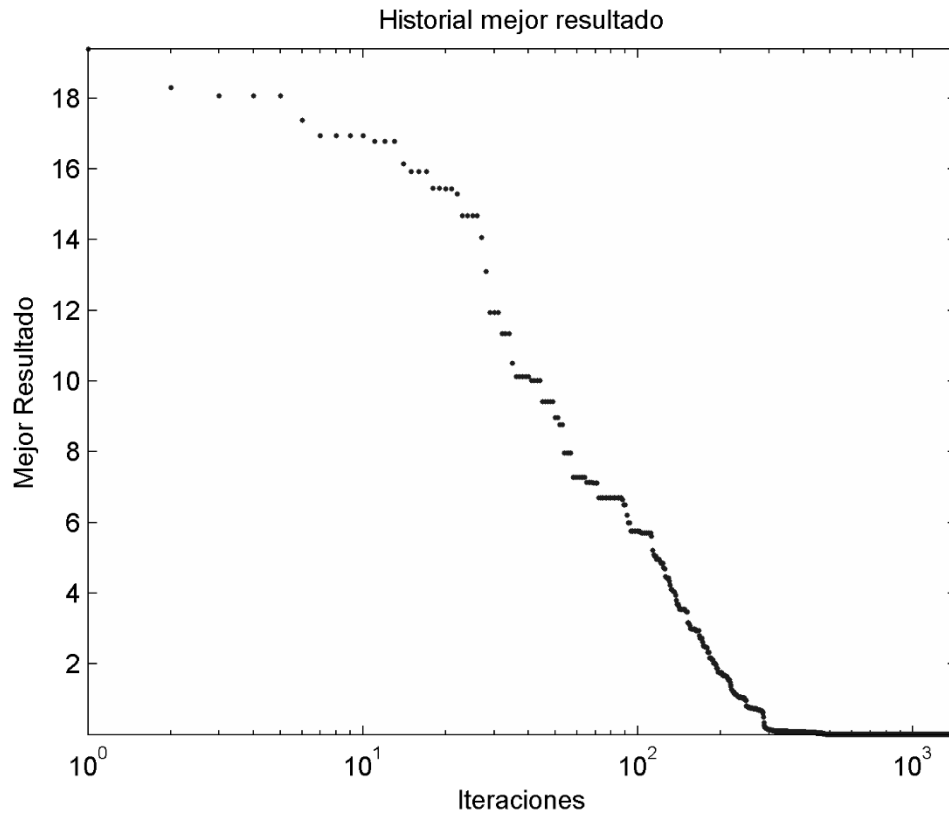


Figura 13. Mejor resultado UPSO para F. Ackley 30 dimensiones.

Nuevamente el peor resultado se obtiene cuando las constantes C_1 y C_2 son iguales a 3 en problemas con una cantidad de 30 dimensiones, adicionalmente la determinación de un buen factor de unificación logra que el algoritmo requiera de una menor cantidad de evaluaciones en la función objetivo y en consecuencia un menor tiempo de computo. En el resultado de la prueba con 10 dimensiones, se observa que el factor de unificación cambio a 0,5, sin embargo las pruebas adyacentes a esta (Ver Anexo B), se obtienen resultados similares para 0,3 y 0,4; de igual manera se obtienen resultados similares para 5 dimensiones con las constantes C_1 y C_2 iguales a 2,05.

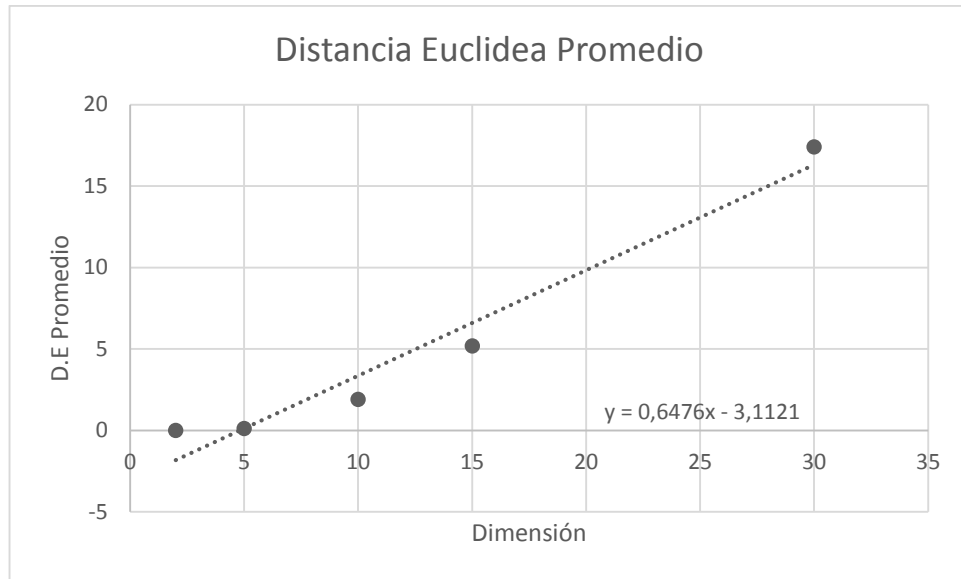


Figura 14. D.E Promedio para F. Ackley.

En la Figura 14, se observa que el comportamiento de la distancia euclídea promedio tiende a ser una recta igual a $y = 0,6476x - 3,1121$, donde y corresponde a la D.E y x a la dimensión, lo cual es un resultado bastante importante si consideramos que el comportamiento de UPSO es estocástico y sus resultados nunca serán iguales aun cuando se realice la misma prueba bajo los mismos parámetros. La mejor estrategia para solucionar la función Ackley es la misma que se sugiere para la función Rosenbrock.

Resultados función de prueba Schwefel

En el caso de la función de prueba Schwefel para una cantidad de 30, 15, 10 y 5 dimensiones, el mejor resultado obtenido por el algoritmo UPSO es el expuesto en la Tabla 6.

	$N_d = 30$	$N_d = 15$	$N_d = 10$	$N_d = 5$
C_1	3	2,05	3	3
C_2	1,5	2,05	1,5	1,5
Np	100	100	100	100
Fact. Unificación	0,3	1	0,9	0,1
Terminación	2	2	2	2
Neval	761100	514300	787300	551400

Mejor Resultado	5075,945068	1910,017185	454,0175482	6,36378E-05
Distancia Euclid.	2305,586402	2371,707246	1045,91132	0,000102857
Iteraciones	7611	5143	7873	5514
Tiempo[s]	118,0448771	51,73110822	45,81652978	19,97297333

Tabla 6. Mejor resultado UPSO para F. Schwefel.

En la siguiente figura se encuentra el historial de los mejores resultados obtenidos por UPSO para esta prueba con una cantidad de 30 dimensiones.

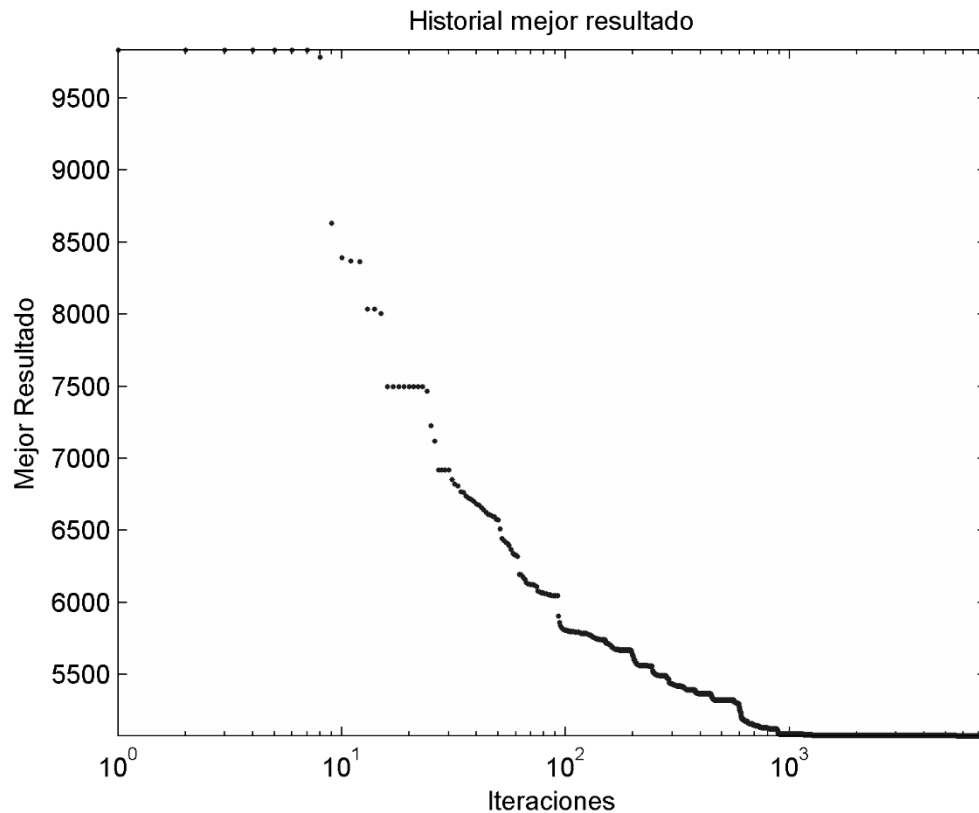


Figura 15. Mejor resultado UPSO para F. Schwefel 30 dimensiones.

Para esta prueba, el resultado obtenido por el algoritmo UPSO no fue el esperado, ya que como se aprecia la precisión de este no es la mejor. Lo anterior indica que esta función de prueba provoca que el algoritmo converja en una dirección de búsqueda errónea debido a que su espacio de decisión es sumamente grande, provocando así, que las sondas se pierdan, saliendo del espacio de búsqueda y no encuentren buenos resultados. La geometría de la función Schwefel sugiere que el factor de unificación que contribuye a conseguir un mejor resultado es aquel que

favorece la propiedad de exploración de UPSO. Es decir, un factor de unificación cercano a 1. El valor de terminación igual a 2, significa que UPSO en la prueba no alcanzó el error esperado y que encontró 5000 veces el mismo resultado final.

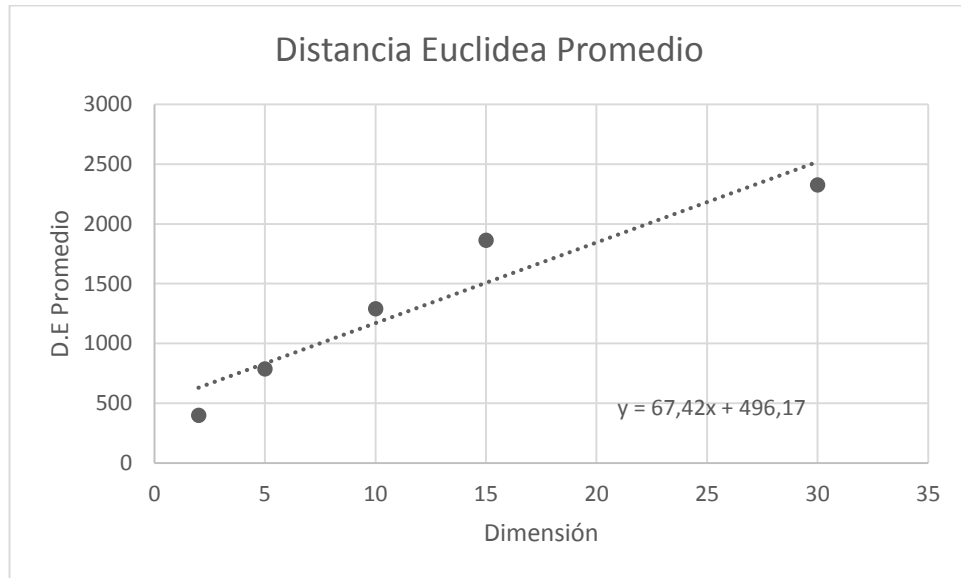


Figura 16. D.E Promedio para F. Schwefel.

Sin duda alguna las funciones de prueba con espacios de decisión tan grandes como el de la función Schwefel, representan un gran reto para el algoritmo UPSO. Para estos casos se sugiere emplear una mejor estrategia de recuperación de sondas errantes.

Resultados función de prueba Suma de Potencias

Para el caso de la función de prueba Suma de Potencias con 30 y 15 dimensiones, los resultados obtenidos por el algoritmo UPSO se encuentran en la siguiente tabla.

	$N_d = 30$	$N_d = 15$
C_1	2,05	2,05
C_2	2,05	2,05
Np	100	100
Fact. Unificación	0,7	0,5
Terminación	1	1

Neval	7300	6500
Mejor Resultado	7,39644E-08	5,57482E-09
Distancia Euclid.	1,088267082	0,416278819
Iteraciones	73	65
Tiempo[s]	1,324487232	0,642156156

Tabla 7. Mejor resultado UPSO para F. Suma de Potencias.

Debido a la geometría de la función de prueba Suma de Potencias, resulta ser sencillo para el algoritmo UPSO encontrar su mínimo global, ya que es unimodal y su espacio de búsqueda es pequeño. El historial de los mejores resultados obtenidos por esta prueba se encuentra en la Figura 17.

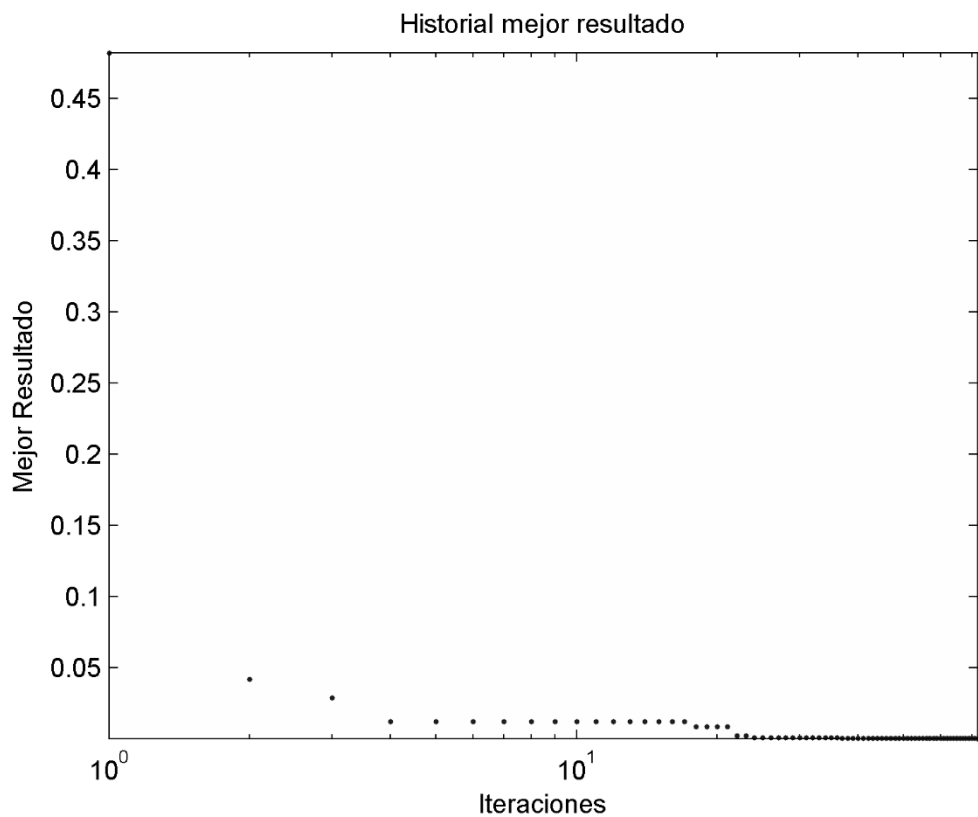


Figura 17. Mejor resultado UPSO para F. Suma de Potencias 30 dimensiones.

En esta prueba se reduce el valor de saturación de 5000 a 1000, lo que indica que este criterio de parada se cumple cuando UPSO obtiene 1000 veces el mismo mejor

resultado que reiteradamente se obtiene cuando C_1 y C_2 son iguales a 2,05, no obstante el factor de unificación para esta prueba no hace una gran diferencia en el mejor resultado. Para esta función de prueba no se analizaron más casos ya que UPSO obtuvo en su mayoría de las pruebas realizadas un resultado menor que el error estipulado, lo anterior se puede observar en el Anexo B.

El algoritmo UPSO es un método estocástico el cual en su ejecución contiene variables de carácter aleatorio [2] que evolucionan con respecto a otras variables, lo cual hace que la predicción de sus resultados sea más difícil. Es por esta razón que cada prueba es el promedio de 3 pruebas hechas bajo las mismas condiciones. Dicho esto y en base a las pruebas anteriores se escogen los valores C_1 y C_2 iguales a 2,05 como aquellos con los que el algoritmo obtuvo sus mejores resultados.

El factor de unificación favorecerá este resultado dependiendo del tipo de función objetivo: función de prueba Rosenbrock con factor de unificación igual a 0,4, función de prueba Rastrigin con factor de unificación igual 0,7, función de prueba Ackley con factor de unificación igual a 0,3, función de prueba Schwefel con un factor de unificación cercano 1 y para la función de prueba Suma de Potencias el factor de unificación no causara gran diferencia en el mejor resultado.

Sin embargo este trabajo de grado aporta un método con el cual se consigue un factor de unificación que provea una mejor mezcla de las características de explotación y exploración del algoritmo UPSO, dicho método se menciona en la siguiente sección.

Calibración CFO

Para esta sección se tomaran en cuenta los datos más relevantes de las pruebas descritas anteriormente, con lo cual se obtendrán los parámetros para el mejor funcionamiento del algoritmo frente a cada tipo de función. En la Tabla 8 se indican las variables del algoritmo CFO que se dejaron constantes en cada prueba según lo indicado en la literatura [1].

Np	Nt	Frep	DeltaRep	Error	Saturación
100	1e8	0,7	0,05	1e-6	2000

Tabla 8. Parámetros constantes CFO.

Aun siendo el algoritmo CFO un método determinístico [1], en su ejecución se utilizó siempre la misma distribución inicial de partículas para cada función de prueba, con el objetivo de sentar un punto de comparación más exacto. Esta distribución inicial

es creada aleatoriamente según lo dispuesto en la literatura [1], [10] y es gracias a esta misma colonia que las pruebas hechas con CFO serán siempre iguales bajo los mismos parámetros de ejecución.

Debido a que el algoritmo CFO es un método que para hallar las raíces de la función objetivo maximiza esta ecuación, es necesario que las funciones de prueba contengan máximos globales, para esto se invierten las funciones de prueba escogidas en el numeral anterior y posteriormente se introducen en el algoritmo.

Resultados función de prueba Rosenbrock

Los resultados obtenidos por el algoritmo CFO para la función Rosenbrock con 30, 15, 10 y 5 dimensiones se pueden observar en la siguiente tabla.

	$N_d = 30$	$N_d = 15$	$N_d = 10$	$N_d = 5$
α	1	3	2	2
β	3	1	1	2
γ	2,5	4	3	4
Np	100	100	100	100
Terminación	2	2	2	2
Neval	201200	201400	201300	201400
Mejor resultado	-47,27023	-1,04901	-0,000475	-0,000651
Distancia Euclid.	5,13958	0,102788	0,002287	0,0044138
Iteraciones	2012	2014	2013	2014
Tiempo [s]	3047,32484	1318,14504	830,362644	390,08836

Tabla 9. Mejor resultado CFO para F. Rosenbrock.

Según la literatura [10] el mejor resultado que pueda obtener CFO, se halla cuando el valor de γ es igual a 4, en esta prueba la Tabla 9 muestra que el mejor resultado se encuentra en γ igual a 2,5, sin embargo el encontrado por CFO no tiene una buena precisión. En esta prueba CFO gasta un promedio de 3047 segundos de tiempo cómputo para el caso con 30 dimensiones, lo cual es causado en primer lugar a que las iteraciones que realiza el algoritmo son de una complejidad mayor debido a su ecuación característica (6).

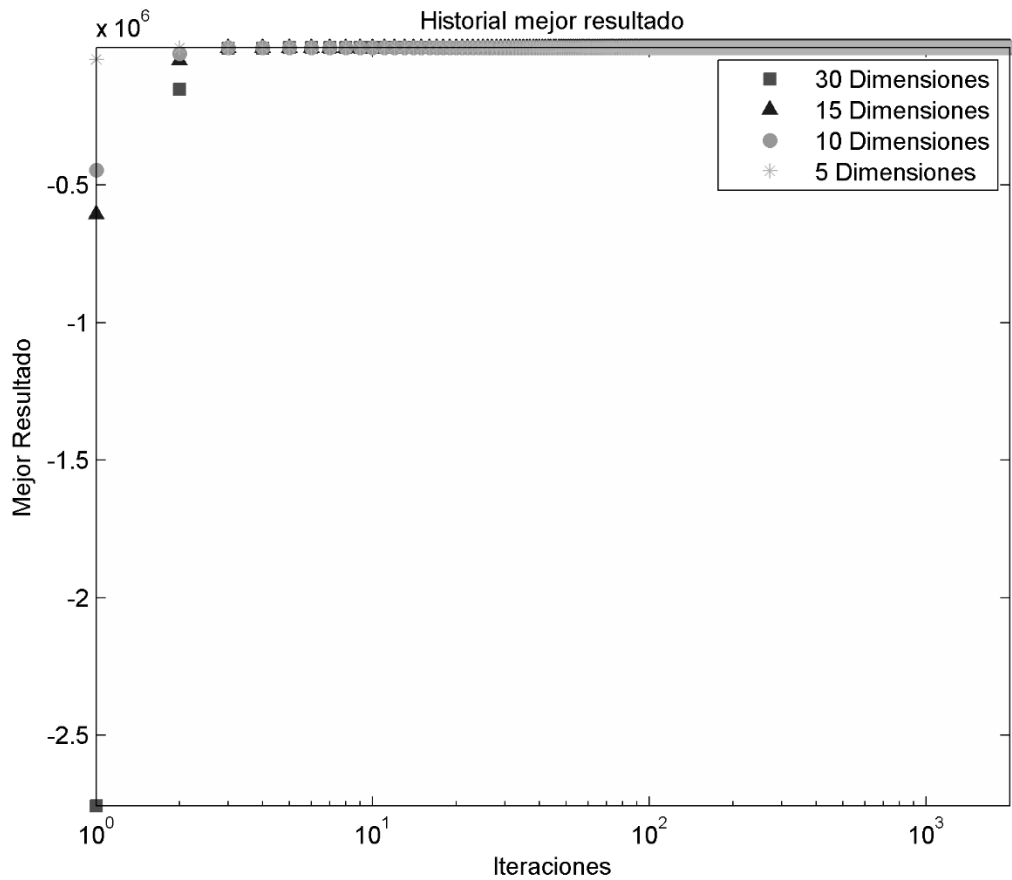


Figura 18. Mejor resultado CFO para F. Rosenbrock.

Como se observa en la Figura 18, el algoritmo obtiene sus mejores resultados en las primeras iteraciones. Según estas pruebas, los coeficientes de α y β que ofrecen un mejor resultado en el momento de resolver ecuaciones no lineales del tipo Rosenbrock son 3 y 1 respectivamente, para el valor de γ , el mejor coeficiente es 4. Lo anterior se determinó observando también los resultados de pruebas con valores similares a estos; expuestos en el Anexo B.

El promedio de la distancia euclídea obtenida por CFO para esta prueba, se puede observar en el Anexo D.

Resultados función de prueba Rastrigin

Los resultados obtenidos por el algoritmo CFO para la función Rastrigin de 30, 15, 10 y 5 dimensiones se muestran en la siguiente tabla.

	$N_d = 30$	$N_d = 15$	$N_d = 10$	$N_d = 5$
α	1	1	1	2
β	2	1	2	3
γ	2	3	4	1,5
Np	100	100	100	100
Terminación	2	2	2	2
Neval	202100	200900	201500	200900
Mejor resultado	-0,003128	-0,075038	-0,003498	-0,007354
Distancia Euclid.	0,003971	0,019449	0,004199	0,006088
Iteraciones	2021	2009	2015	2009
Tiempo [s]	3100,20048	1445,6124	931,33447	445,46701

Tabla 10. Mejor resultado CFO para F. Rastrigin.

A diferencia de UPSO, CFO obtuvo mejores resultados para los casos de 30, 15 y 10 dimensiones, al resolver esta función de prueba con un error de 0,003128, 0,075038 y 0,003498. Para CFO es más fácil resolver funciones multimodales del tipo Rastrigin que para UPSO.

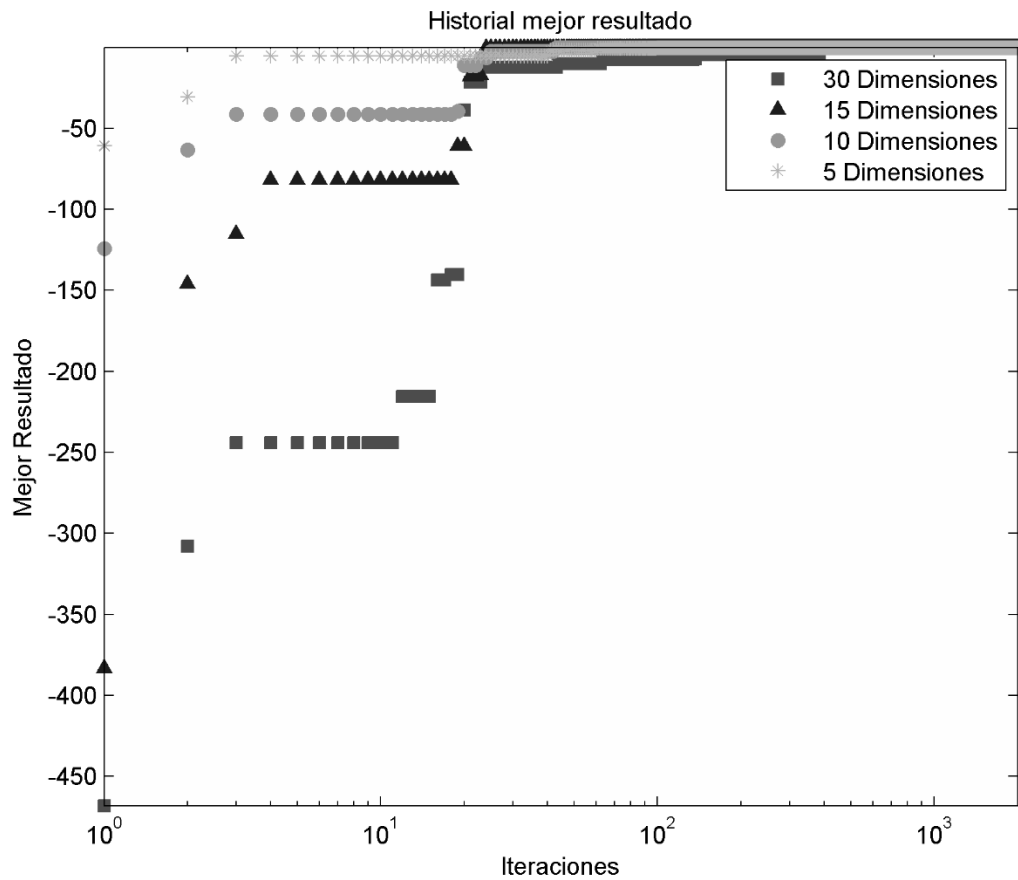


Figura 19. Mejor resultado CFO para F. Rastrigin.

En la Figura 19, se observa que aun cuando se cambia de dimensión en la función objetivo, el algoritmo CFO sigue encontrando su mejor resultado en las primeras iteraciones. Según estas pruebas los coeficientes de α y β que permiten los mejores resultados para funciones del tipo Rastrigin, son 1 y 2 respectivamente. En cuanto al valor de γ , se obtiene que este varía según la dimensión del problema pero generalmente toma un valor promedio de 3.

Resultados función de prueba Ackley

En el caso de la función de prueba Ackley para una cantidad de 30, 15, 10 y 5 dimensiones, los resultados obtenidos por CFO, se muestran en la Tabla 11.

	$N_d = 30$	$N_d = 15$	$N_d = 10$	$N_d = 5$
α	3	1	1	1

β	1	2	2	2
γ	2	3	2	1,5
Np	100	100	100	100
Terminación	2	2	2	2
Neval	202700	210000	205200	202000
Mejor resultado	-4,073068393	-0,072632	-0,044621	-0,029743
Distancia Euclid.	4,27412234	0,058576	0,0311892	0,0152441
Iteraciones	2027	2100	2052	2020
Tiempo [s]	2821,20882	1587,6584	986,6166	452,3322

Tabla 11. Mejor resultado CFO para F. Ackley.

Debido a la forma de la función de prueba Ackley (Ver Figura 6), la distancia euclídea para esta prueba se aumenta en una proporción mucho mayor a la de pruebas realizadas con otras funciones, lo cual se puede apreciar en el Anexo D. El valor de la terminación en esta prueba es igual a 2, lo cual indica que el algoritmo terminó su ejecución por saturación al obtener 2000 veces el mismo resultado.

En la Figura 20, se puede observar el historial del mejor resultado obtenido por CFO para cada una de las pruebas anteriores.

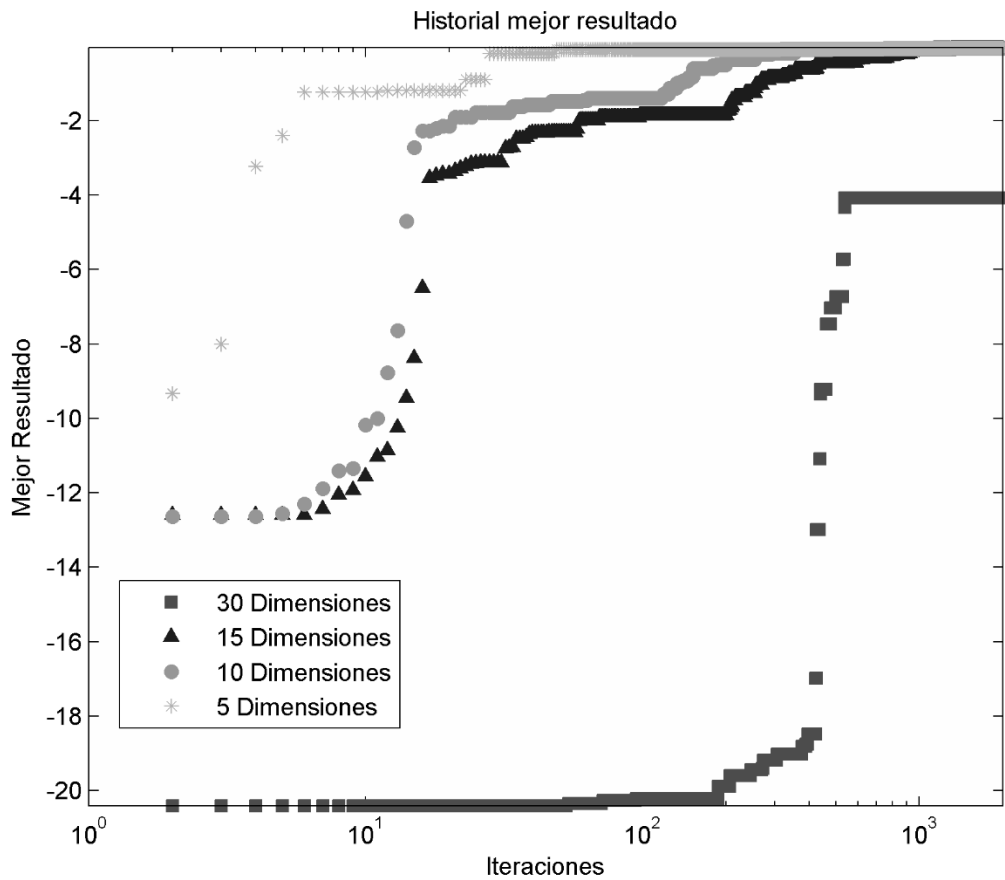


Figura 20. Mejor resultado CFO para F. Ackley.

Según lo anterior, los coeficientes de α y β que permiten CFO obtener los mejores resultados en el momento de enfrentarse a funciones de prueba del tipo Ackley son 1 y 2 respectivamente. El coeficiente de γ puede ser un valor entre 3 y 2.

Resultados función de prueba Schwefel.

Los resultados obtenidos por el algoritmo CFO para la función Schwefel de 30, 15, 10 y 5 dimensiones se muestran en la siguiente tabla.

	$N_d = 30$	$N_d = 15$	$N_d = 10$	$N_d = 5$
α	2	2	2	2
β	3	3	3	3
γ	4,5	4	4	4

Np	100	100	100	100
Terminación	2	2	2	2
Neval	273400	347700	537400	794300
Mejor resultado	-7,915826	-0,000191	-0,000127	-6,3648E-5
Distancia Euclid.	7,921291	0,000441	0,000338	0,000288
Iteraciones	2734	3477	5374	7943
Tiempo [s]	4165,97	2548,62	2405,14	1866,48

Tabla 12. Mejor resultado CFO para F. Schwefel.

En la Tabla 12, se puede observar que los valores de α , β y γ con los que CFO obtiene sus mejores resultados, continúan constantes aun cuando el problema cambia de dimensión. La búsqueda del máximo global en funciones de espacios de búsqueda amplios no son problema para CFO que con respecto a UPSO obtuvo una precisión muchísimo más alta. La gran diferencia entre ambos se puede ver al comparar las gráficas de las distancias euclídeas de ambos. (Ver Anexo D) y la exactitud de las respuestas.

En la siguiente figura, se encuentra el historial de los mejores resultados obtenidos por CFO de las pruebas anteriores.

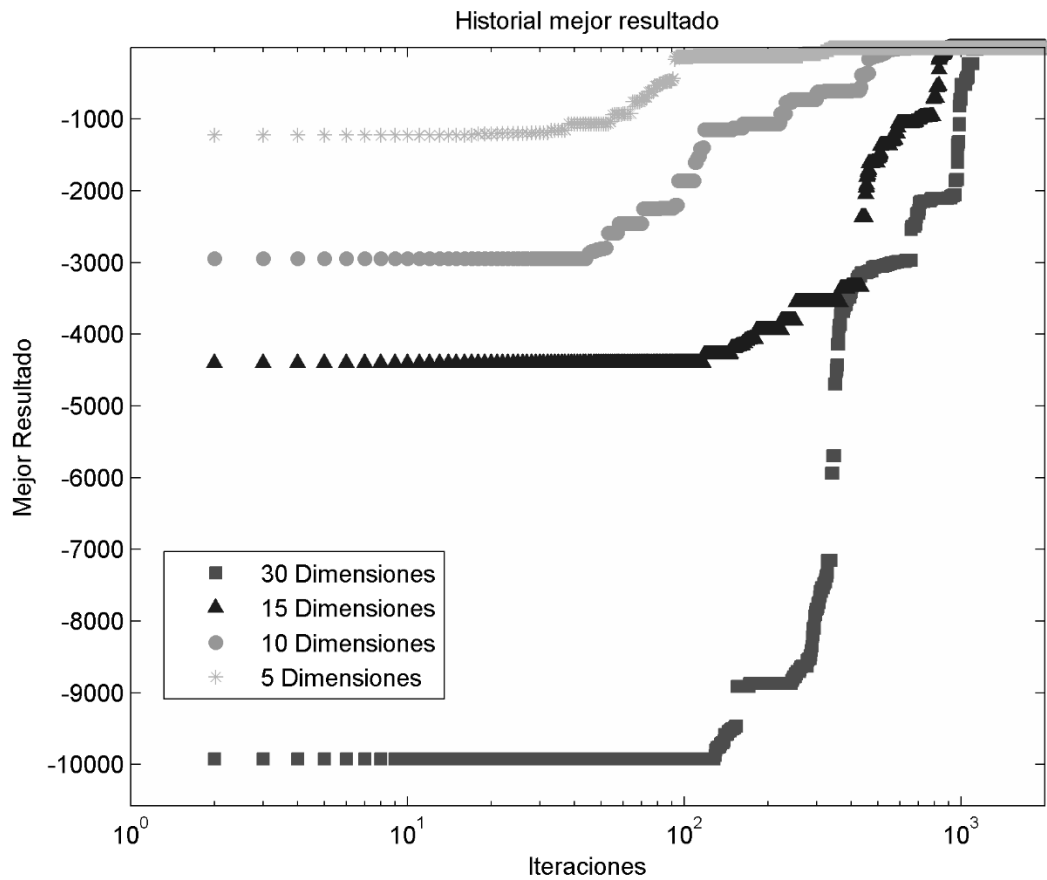


Figura 21. Mejor resultado CFO para F. Schwefel.

Sin duda alguna, la mejor estrategia para resolver funciones multimodales con espacios de búsqueda amplios es tener los coeficientes α , β y γ iguales 2, 3 y 4 respectivamente.

Resultados función de prueba Suma de Potencias

En el caso de la función de prueba Suma de Potencias para una cantidad de 30 y 15 dimensiones, los resultados obtenidos por CFO, se muestran en la Tabla 13.

	$N_d = 30$	$N_d = 15$
α	1	1
β	3	3
γ	4,5	1,5

Np	100	100
Terminación	1	1
Neval	1400	1200
Mejor resultado	-2,00362E-07	-7,58945E-07
Distancia Euclid.	0,537842978	0,32319884
Iteraciones	14	12
Tiempo [s]	18,99201972	7,341206368

Tabla 13. Mejor resultado CFO para F. Suma de Potencias.

En la tabla anterior se observa que el valor de la terminación es igual a 1, lo que indica que el mejor resultado encontrado por CFO para esta prueba es menor que el error estipulado en la Tabla 8 y por esta razón termina la ejecución.

La función Suma de Potencias es de baja dificultad para el algoritmo CFO ya que es unimodal y su espacio de búsqueda es mínimo, por esta razón se analizaran las pruebas para 30 y 15 dimensiones, el resultado para las otras dimensiones se puede observar en el Anexo B.

En la siguiente figura, se encuentra el historial de los mejores resultados obtenidos por CFO de las pruebas anteriores.

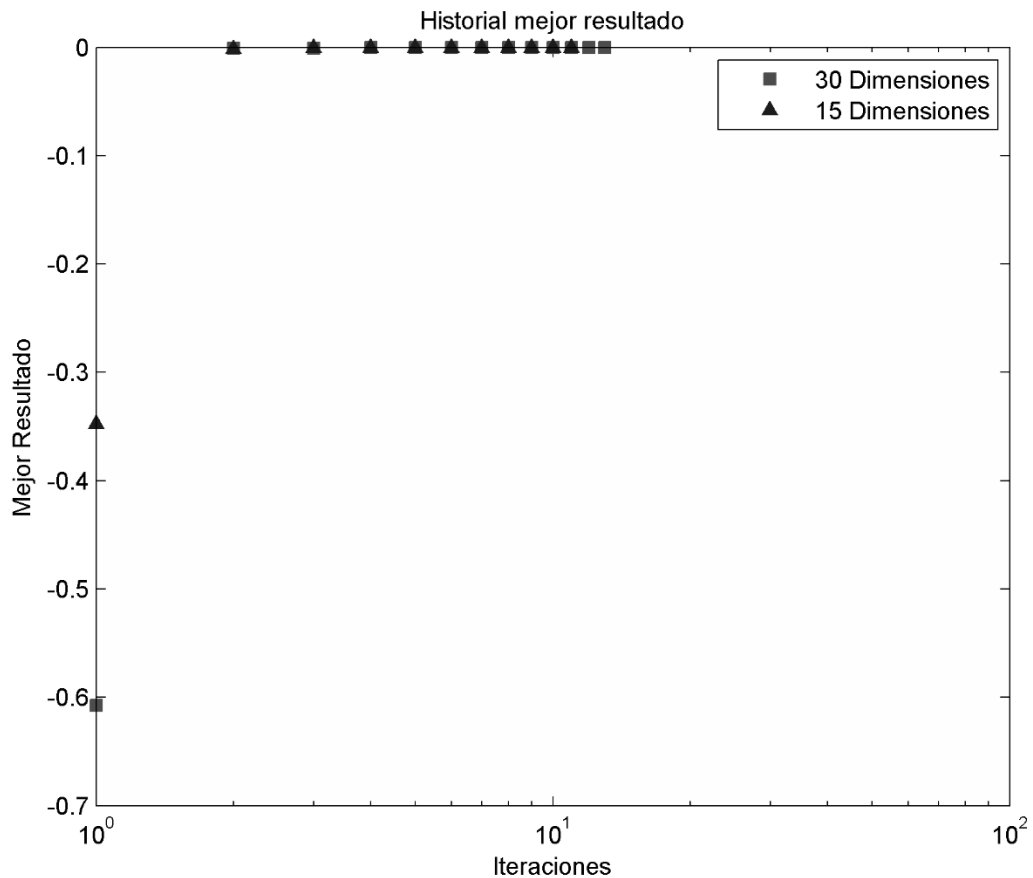


Figura 22. Mejor resultado CFO para F. Suma de Potencias.

Según estas pruebas, los coeficientes de α y β que ofrecen un mejor resultado en el momento de resolver ecuaciones no lineales del tipo Suma de Potencias son 1 y 3 respectivamente, el valor de γ puede estar entre 1,5 y 5 sin afectar considerablemente el resultado.

3.2 Factor de Unificación Modular en UPSO

Como aporte de este trabajo de investigación, se propone un esquema de factor de unificación modular, el cual consiste en un decremento de u desde un límite superior hasta un límite inferior cada q iteraciones, según (12).

L_s Y L_i serán los límites de una ventana de resultados, la cual comprende los valores del factor de unificación donde UPSO ha obtenido su mejor desempeño; haciendo uso de los resultados expuestos en la sección anterior. Para cada función de prueba se realizarán 3 pruebas bajo los mismos parámetros con 30, 15 y 10 dimensiones.

Función de prueba Rosenbrock

Según lo expuesto de la sección anterior, se determina que los mejores resultados de UPSO se obtienen cuando este opera con un factor de unificación entre 0,4 y 0,2, y C_1 , C_2 iguales a 2,05. Lo anterior sugiere que para la solución de funciones del tipo Rosenbrock se obtienen mejores resultados cuando se utiliza una estrategia de búsqueda local. En la siguiente tabla se muestra los resultados obtenidos con factor de unificación modular.

	30 Dimensiones	15 Dimensiones	10 Dimensiones
C_1	2,05	2,05	2,05
C_2	2,05	2,05	2,05
q	1000	500	1000
Np	100	100	100
Fact. Unificación	$L_s = 0,4 \quad L_i = 0,2$	$L_s = 0,4 \quad L_i = 0,2$	$L_s = 0,4 \quad L_i = 0,2$
Terminación	1	1	1
Neval	1140400	687600	668900
Mejor Resultado	9,97307E-11	9,92695E-11	9,99249E-11
Distancia Euclid.	1,87001E-05	1,96459E-05	1,85668E-05
Iteraciones	11404	6876	6689
Tiempo[s]	209,8791007	67,27327287	48,16102218

Tabla 14. Resultado Factor de Unificación Modular para F. Rosenbrock.

Se confirma que la mejor estrategia de solución para resolver ecuaciones del tipo Rosenbrock, es favorecer la propiedad de exploración de UPSO, la cual le permitió converger más rápidamente hacia el mínimo global.

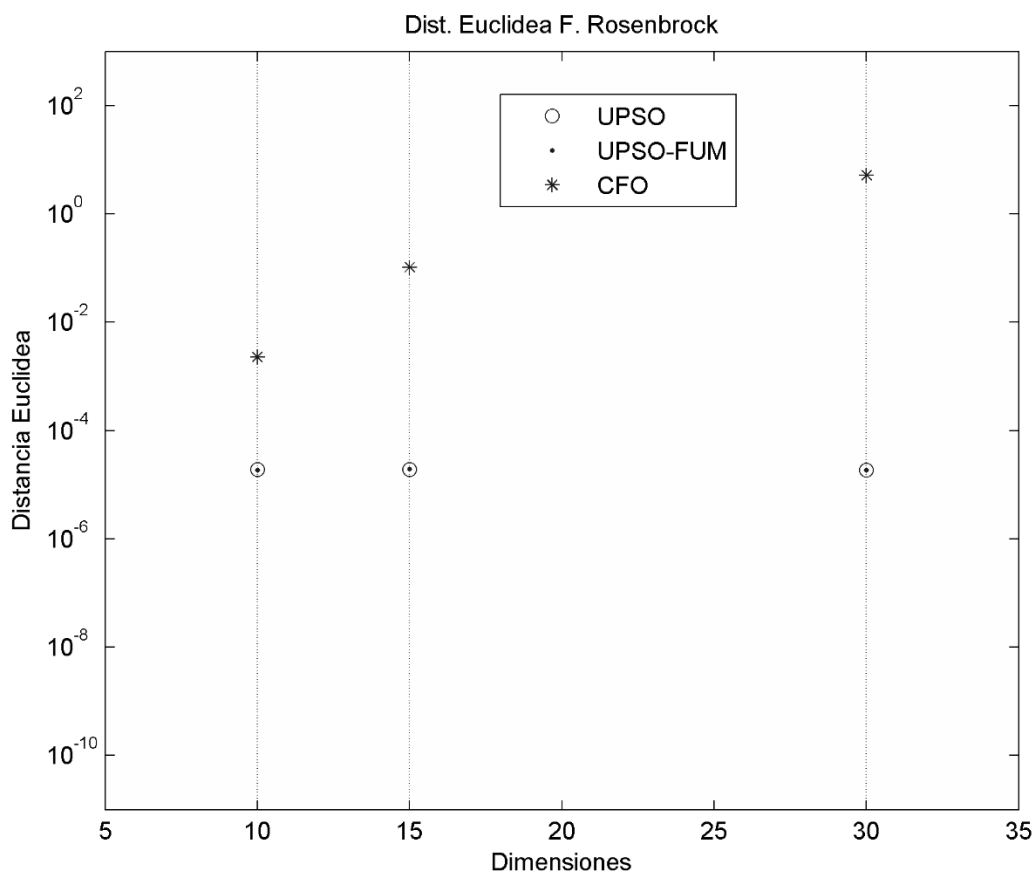


Figura 23. Distancia Euclídea obtenida con F. Rosenbrock.

Función de prueba Rastrigin

En base a los resultados de la sección anterior, se acuerda que los mejores resultados de UPSO se obtienen cuando este opera con un factor de unificación entre 0,7 y 0,3, y C_1, C_2 iguales a 2,05. En la siguiente tabla se muestra los resultados obtenidos con factor de unificación modular.

	30 Dimensiones	15 Dimensiones	10 Dimensiones
C_1	2,05	2,05	2,05
C_2	2,05	2,05	2,05
q	2000	1000	1000
Np	100	100	100
Fact. Unificación	$L_s = 0,7 \quad L_i = 0,3$	$L_s = 0,7 \quad L_i = 0,3$	$L_s = 0,7 \quad L_i = 0,5$

Terminación	2	2	1
Neval	530900	515000	38500
Mejor Resultado	8,954626476	1,989918114	6,63221E-11
Distancia Euclid.	2,984872549	1,407084001	5,78254E-07
Iteraciones	5309	5150	385
Tiempo[s]	60,73590669	32,58082768	2,765144592

Tabla 15. Resultado Factor de Unificación Modular para F. Rastrigin.

Debido a la forma de la función de prueba Rastrigin (Ver Figura 5), es necesario combinar las propiedades de explotación y exploración del algoritmo, para lo cual los límites escogidos satisfacen dicha necesidad.

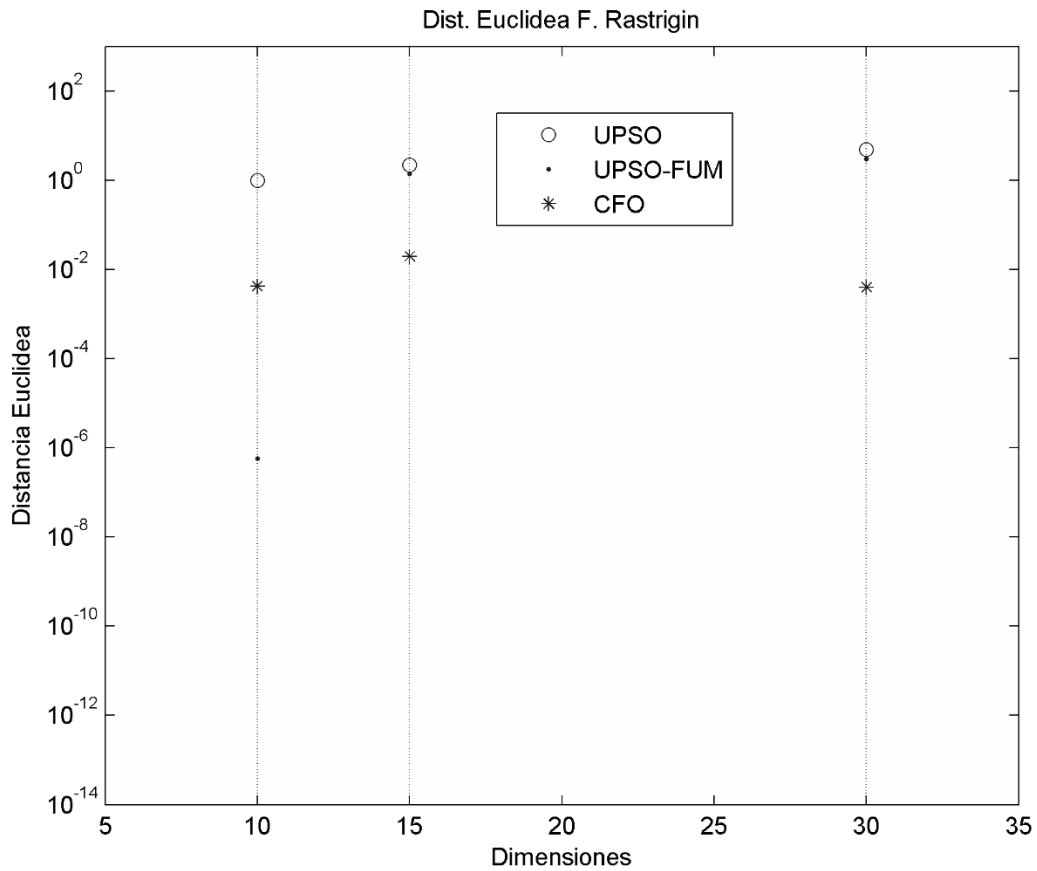


Figura 24. Distancia Euclídea obtenida con F. Rastrigin.

En esta prueba, agregar un factor de unificación modular a UPSO, permitió obtener una respuesta en 10 dimensiones con una precisión de 6,63221E-11, lo cual es notablemente mejor que el resultado obtenido por UPSO sin ninguna modificación, como se observa en la Figura 24.

Función de prueba Ackley

Cuando UPSO se enfrenta a funciones multimodales, sus mejores resultados tienden a favorecer una dirección de búsqueda local al ser obtenidos cuando el factor de unificación es menor que 0,5. Teniendo en cuenta los resultados de la sección anterior, se determinan L_s y L_i iguales a 0,5 y 0,2 respectivamente, con C_1 y C_2 iguales a 2,05. En la siguiente tabla se muestra los resultados obtenidos con factor de unificación modular.

	30 Dimensiones	15 Dimensiones	10 Dimensiones
C_1	2,05	2,05	2,05
C_2	2,05	2,05	2,05
q	2000	2000	2000
Np	100	100	100
Fact. Unificación	$L_s = 0,5 \quad L_i = 0,2$	$L_s = 0,5 \quad L_i = 0,2$	$L_s = 0,5 \quad L_i = 0,2$
Terminación	1	1	1
Neval	47000	28400	32400
Mejor Resultado	9,92957E-11	6,68061E-11	9,14406E-11
Distancia Euclid.	1,35963E-10	6,46837E-11	7,22876E-11
Iteraciones	470	284	324
Tiempo[s]	8,813913391	2,905490874	2,481287906

Tabla 16. Resultado Factor de Unificación Modular para F. Ackley.

Considerando que esta función es similar a la función Rosenbrock, se espera que la estrategia para solucionarla sea una en donde el factor de unificación favorezca la propiedad de exploración de UPSO.

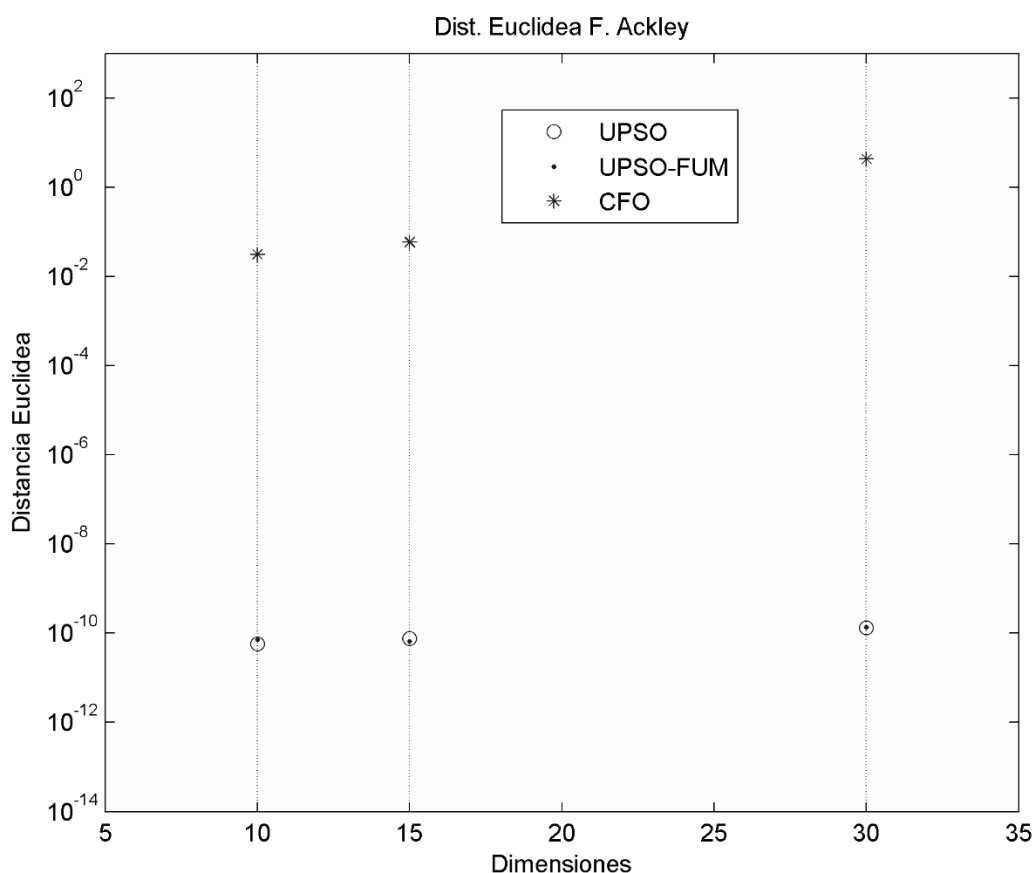


Figura 25. Distancia Euclídea obtenida con F. Ackley.

Función de prueba Schwefel

Según los resultados expuestos anteriormente una buena estrategia de solución para esta función, es tener un factor de unificación que favorezca la propiedad de exploración de UPSO. Respecto a C_1 y C_2 , se determinan como 3 y 1,5.

	30 Dimensiones	15 Dimensiones	10 Dimensiones
C_1	3	3	3
C_2	1,5	1,5	1,5
q	2000	2000	500
Np	100	100	100
Fact. Unificación	$L_s = 0,5$ $L_i = 0,1$	$L_s = 0,4$ $L_i = 0,1$	$L_s = 0,3$ $L_i = 0,1$
Terminación	2	2	2

Neval	680300	957600	755500
Mejor Resultado	5889,217165	2487,315138	355,5556711
Distancia Euclid.	1467,382852	1079,34553	1228,867773
Iteraciones	6803	9576	7555
Tiempo[s]	94,54856845	87,08148005	50,15748412

Tabla 17. Resultado Factor de Unificación Modular para F. Schwefel.

Según los resultados, las funciones multimodales con espacios de búsqueda amplios como lo es la función Schwefel representan un gran reto para el algoritmo UPSO aun cuando se implementa con el factor de unificación modular.

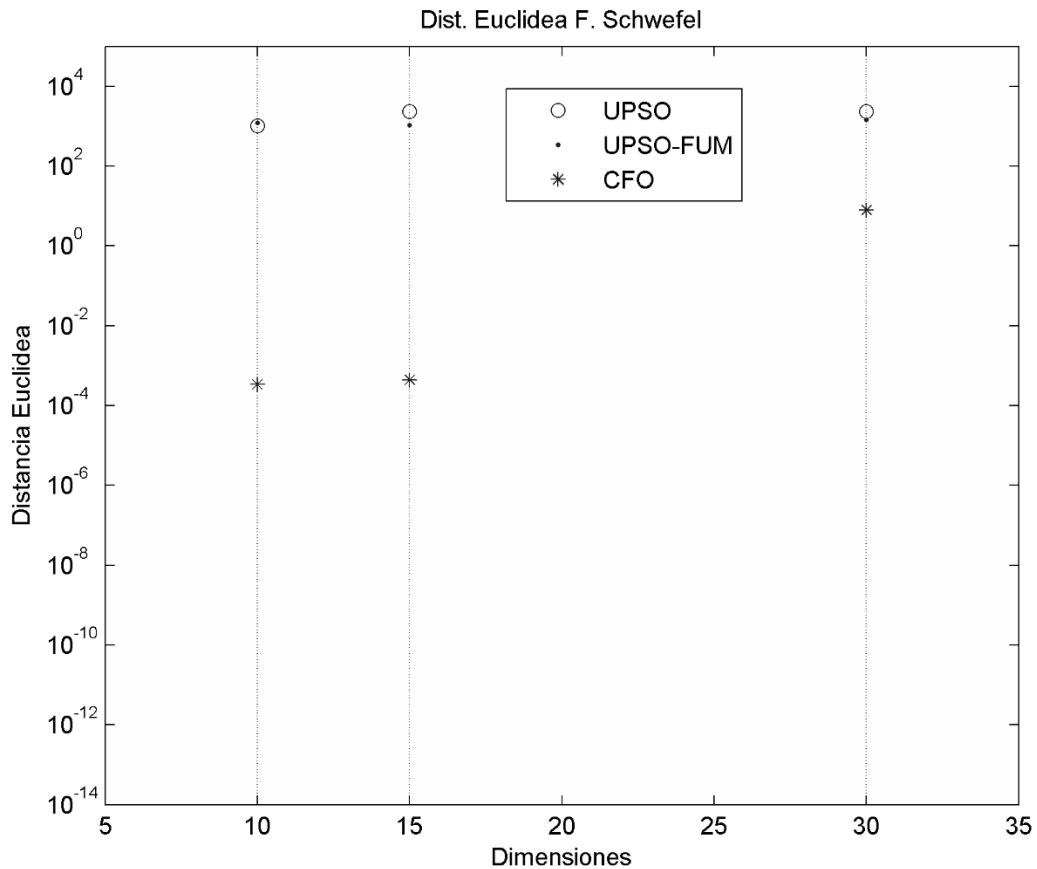


Figura 26. Distancia Euclídea obtenida con F. Schwefel.

La introducción de un factor de unificación modular en UPSO, provee soluciones con una precisión muy similar a la obtenida por UPSO sin ninguna modificación; el tiempo de cómputo y la cantidad de evaluaciones en la función objetivo hacen que esta estrategia tenga su ventaja, adicionalmente, se hace mucho más cómodo la determinación de un factor de unificación constante y la cantidad de pruebas que se tengan que hacer para hallar el más óptimo para la función que se esté resolviendo.

3.3 Solución de las ecuaciones que modelan algunos circuitos no lineales de C.C.

Se expone a modo de ejemplo, el funcionamiento de los algoritmos de optimización antes descritos e implementados en Matlab, en la solución de ecuaciones que modelan algunos circuitos no lineales. El transistor MOSFET utilizado para la simulación en PSpice, corresponde al modelo de nivel 1 expuesto en [15].

Amplificador Serie-Paralelo

Se da solución al circuito de la Figura 27, el cual es un amplificador serie paralelo [13] con un factor de retroalimentación $\beta = 1$. La tecnología utilizada para los transistores tiene: $k_n = 2k_p = 120\mu A/V^2$, $|V_t| = 0.7V$, $\lambda_n = 0,1$ y $\lambda_p = 0,2$. El circuito consta de 2 transistores tipo P (M3 y M2) y 3 transistores tipo N (M1, M2 y M5). La longitud y el ancho de los canales de estos transistores se hace conforme a [13]. La tensión de alimentación del circuito es de -2,5V y 2,5V.

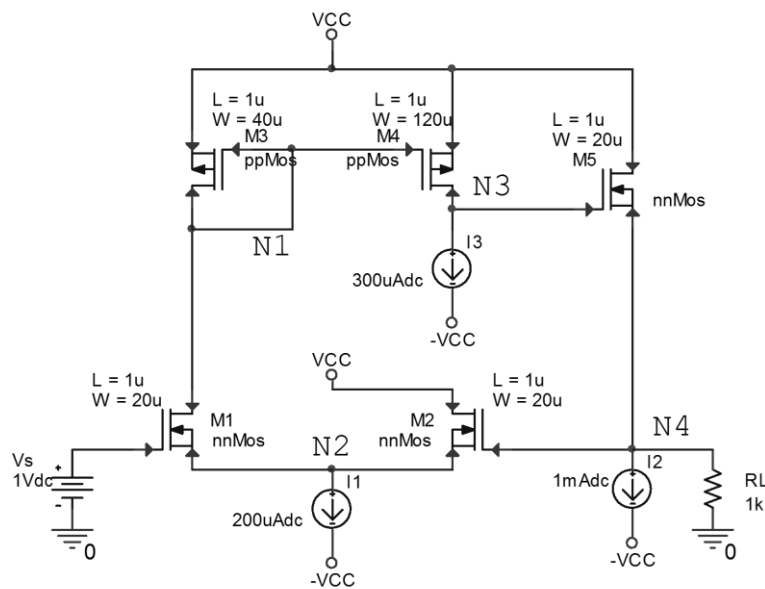


Figura 27. Amplificador Serie-Paralelo.

Para la solución de este modelo se tendrá en cuenta las tensiones de nodos (N_1 , N_2 , N_3 y N_4), las cuales permiten obtener las tensiones drenador-surtidor y drenador-puerta de cada transistor y por consiguiente según las ecuaciones (13) y (14) las corrientes de drenador que pasa por cada transistor del circuito.

Análisis de nodos para N_1 .

$$f_1 = \frac{1}{2}k_p \left(\frac{40}{1}\right) (2,5 - N_1 - V_t)^2 (1 + \lambda_p(2,5 - N_1)) - \frac{1}{2}k_n \left(\frac{20}{1}\right) (1 - N_2 - V_t)^2 (1 + \lambda_n(N_1 - N_2)) \quad (22)$$

Análisis de nodos para N_2 .

$$f_2 = \frac{1}{2}k_n \left(\frac{20}{1}\right) (1 - N_2 - V_t)^2 (1 + \lambda_n(N_1 - N_2)) + \frac{1}{2}k_n \left(\frac{20}{1}\right) (N_4 - N_2 - V_t)^2 (1 + \lambda_n(2,5 - N_2)) - 200\mu \quad (23)$$

Análisis de nodos para N_3 .

$$f_3 = \frac{1}{2}k_p \left(\frac{120}{1}\right) (2,5 - N_1 - V_t)^2 (1 + \lambda_p(2,5 - N_3)) - 300\mu \quad (24)$$

Análisis de nodos para N_4 .

$$f_4 = \frac{1}{2}k_n \left(\frac{20}{1}\right) (N_3 - N_4 - V_t)^2 (1 + \lambda_n(2,5 - N_4)) - 1m - \frac{N_4}{1k} \quad (25)$$

El siguiente paso es transformar el sistema de ecuaciones descrito anteriormente en un problema de optimización, para lo cual f_1 , f_2 , f_3 y f_4 se aplican en la ecuación (2), obteniendo la siguiente función objetivo:

$$\begin{aligned}
f(N_1, N_2, N_3, N_4) &= \left(\frac{1}{2} k_p \left(\frac{40}{1} \right) (2.5 - N_1 - V_t)^2 (1 + \lambda_p (2.5 - N_1)) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} k_n \left(\frac{20}{1} \right) (1 - N_2 - V_t)^2 (1 + \lambda_n (N_1 - N_2)) \right)^2 \\
&\quad + \left(\frac{1}{2} k_n \left(\frac{20}{1} \right) (1 - N_2 - V_t)^2 (1 + \lambda_n (N_1 - N_2)) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} k_n \left(\frac{20}{1} \right) (N_4 - N_2 - V_t)^2 (1 + \lambda_n (2.5 - N_2)) - 200\mu \right)^2 \\
&\quad + \left(\frac{1}{2} k_p \left(\frac{120}{1} \right) (2.5 - N_1 - V_t)^2 (1 + \lambda_p (2.5 - N_3)) - 300\mu \right)^2 \\
&\quad + \left(\frac{1}{2} k_n \left(\frac{20}{1} \right) (N_3 - N_4 - V_t)^2 (1 + \lambda_n (2.5 - N_4)) - 1m - \frac{N_4}{1k} \right)^2
\end{aligned} \tag{26}$$

Una vez realizado este proceso, los resultados obtenidos por los algoritmos se encuentran en la siguiente tabla.

	CFO	UPSO	UPSO-FUM	PSpice
$N_1[V]$	1,878167648264132	1,52006011941596	1,52006010003128	1,5231
$N_2[V]$	0,63773778864817	0,0145855826436382	0,0145856152999039	0,209976
$N_3[V]$	1,264892629162856	2,18309195057291	2,18309196212087	2,0675
$N_4[V]$	1,747691806641715	0,472880463584369	0,472880560458041	0,988086
Error	1,0212323999707e-06	8,801558027499e-21	4,742079411099e-21	3,243513981e-06
Tiempo[s]	96,4482007287577	1,07235593291431	1,02443828271623	3,85

Tabla 18. Resultados Amplificador Serie-Paralelo.

En la Tabla 18, se observa que el algoritmo CFO no obtuvo un buen resultado ya que los valores encontrados dan como resultado un error de 1,021232399970746e-06, que se obtiene al reemplazar N_1 , N_2 , N_3 y N_4 en (26), por otro lado, UPSO obtuvo un error del orden de 1E-21 de igual manera que UPSO con el factor de unificación modular. Sin embargo, los 3 resultados obtuvieron mejor precisión que la solución dada por PSpice. Los parámetros con los que se ejecutaron las pruebas para cada algoritmo y demás resultados se encuentran en el Anexo E.

Convertidor Tensión-Corriente

En la Figura 28 se encuentra el circuito convertidor de tensión corriente [13], que emplea una retroalimentación serie-serie formada por 2 transistores tipo P (M3 y M4) y 3 transistores tipo N (M1, M2 y M5). La tecnología de los MOSFET utilizados emplea: $k_n = 4k_p = 20\mu A/V^2$, $V_{tn} = 0,7V$, $V_{tp} = -0,8$, $\lambda_n = 0,1$, $\lambda_p = 0,2$ y $W/L = 20/0,18$. El circuito se alimenta a 5V y -5V.

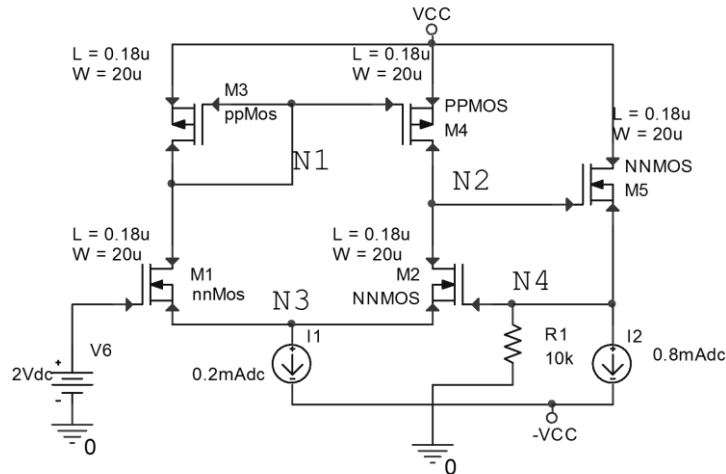


Figura 28. Convertidor Tensión-Corriente.

Para la solución de este modelo se tendrá en cuenta las tensiones de nodos (N_1 , N_2 , N_3 y N_4), las cuales permiten obtener las tensiones drenador-surtidor y drenador-puerta de cada transistor y por consiguiente según las ecuaciones (13) y (14) las corrientes de drenador que pasa por cada transistor del circuito.

Análisis de nodos para N_1 .

$$f_1 = \frac{1}{2}k_p \left(\frac{W}{L}\right) (5 - N_1 - V_{tp})^2 (1 + \lambda_p(5 - N_1)) - \frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (2 - N_3 - V_{tn})^2 (1 + \lambda_n(N_1 - N_3)) \quad (27)$$

Análisis de nodos para N_2 .

$$f_2 = \frac{1}{2}k_p \left(\frac{W}{L}\right) (5 - N_1 - V_{tp})^2 (1 + \lambda_p(5 - N_2)) - \frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (N_4 - N_3 - V_{tn})^2 (1 + \lambda_n(N_2 - N_3)) \quad (28)$$

Análisis de nodos para N_3 .

$$f_3 = \frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (2 - N_3 - V_{tn})^2 (1 + \lambda_n(N_1 - N_3)) + \frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (N_4 - N_3 - V_{tn})^2 (1 + \lambda_n(N_2 - N_3)) - 0,2m \quad (29)$$

Análisis de nodos para N_4 .

$$f_4 = \frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (N_2 - N_4 - V_{tn})^2 (1 + \lambda_n(5 - N_4)) - 0,8m - \frac{N_4}{10k} \quad (30)$$

Luego de obtener las ecuaciones anteriores, se introducen en la ecuación (2), para convertir el problema en uno de optimización:

$$f(N_1, N_2, N_3, N_4) = \left(\frac{1}{2}k_p \left(\frac{W}{L}\right) (5 - N_1 - V_{tp})^2 (1 + \lambda_p(5 - N_1)) - \frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (2 - N_3 - V_{tn})^2 (1 + \lambda_n(N_1 - N_3)) \right)^2 + \left(\frac{1}{2}k_p \left(\frac{W}{L}\right) (5 - N_1 - V_{tp})^2 (1 + \lambda_p(5 - N_2)) - \frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (N_4 - N_3 - V_{tn})^2 (1 + \lambda_n(N_2 - N_3)) \right)^2 + \left(\frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (2 - N_3 - V_{tn})^2 (1 + \lambda_n(N_1 - N_3)) + \frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (N_4 - N_3 - V_{tn})^2 (1 + \lambda_n(N_2 - N_3)) - 0,2m \right)^2 + \left(\frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (N_2 - N_4 - V_{tn})^2 (1 + \lambda_n(5 - N_4)) - 0,8m - \frac{N_4}{10k} \right)^2 \quad (31)$$

A continuación en la Tabla 19 se observan los resultados obtenidos por los algoritmos CFO y UPSO al resolver la ecuación (31).

	CFO	UPSO	UPSO-FUM	PSpice
$N_1[V]$	2,337447715445129	3,59547476656802	3,59547468855884	3,6695
$N_2[V]$	1,198711364081204	3,44632216321671	3,44632187250350	3,5366

Análisis de nodos para N_1 .

$$f_1 = \frac{1}{2}k_p \left(\frac{W}{L}\right) (3 - N_1 - V_{tp})^2 (1 + \lambda_p(3 - N_1)) - 100\mu \quad (32)$$

Análisis de nodos para N_2 .

$$f_2 = \frac{1}{2}k_p \left(\frac{W}{L}\right) (3 - N_1 - V_{tp})^2 (1 + \lambda_p(3 - N_2)) - \frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (0,88 - V_{tp})^2 (1 + \lambda_n(N_2)) \quad (33)$$

Ahora se transforma el sistema de ecuaciones descrito anteriormente en un problema de optimización, para lo cual f_1 y f_2 se aplican en la ecuación (2), obteniendo la siguiente función objetivo:

$$f(N_1, N_2) = \left(\frac{1}{2}k_p \left(\frac{W}{L}\right) (3 - N_1 - V_{tp})^2 (1 + \lambda_p(3 - N_1)) - 100\mu\right)^2 + \left(\frac{1}{2}k_p \left(\frac{W}{L}\right) (3 - N_1 - V_{tp})^2 (1 + \lambda_p(3 - N_2)) - \frac{1}{2}k_n \left(\frac{W}{L}\right) (0,88 - V_{tp})^2 (1 + \lambda_n(N_2))\right)^2 \quad (34)$$

Una vez obtenido la función objetivo, se introduce en los algoritmos consiguiendo los siguientes resultados:

	CFO	UPSO	UPSO-FUM	PSpice
$N_1[V]$	1,871272393483230	1,87411448126126	1,87411467931926	1,8741
$N_2[V]$	1,358248582712772	1,55848076415674	1,55848046339083	1,5585
Error	3,81179978395e-11	8,98501762455e-21	9,265251286658e-22	6,010761031663128e-17
Tiempo[s]	47,4153370214460	0,406013813020007	0,407910225186674	3,01

Tabla 20. Resultados Amplificador Fuente Común.

En esta prueba, se comprueba la superioridad del método UPSO con factor de unificación modular al obtener el menor error que los otros métodos y el tiempo de ejecución más pequeño. Los parámetros bajo los cuales se realizó esta prueba se pueden observar en el Anexo E.

Circuito con 2 Diodos

Se da solución al circuito de la Figura 30, presentado en [13], que consta de dos diodos D_1 y D_2 . Para cada uno, $I_s = 10pA$, $n = 1$ y $V_t = 25,85mV$.

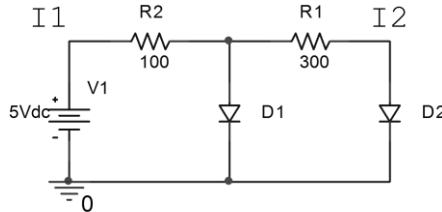


Figura 30. Circuito con 2 Diodos.

Para su solución se tendrán en cuenta las corrientes I_1 e I_2 , y se utiliza la ecuación (16).

Análisis de corrientes para I_1 .

$$f_1 = -5 + 100 \left(I_s \left(e^{\frac{V_{d1}}{nV_t}} - 1 \right) + I_2 \right) + V_{d1} = 0 \quad (35)$$

Análisis de corrientes para I_2 .

$$f_2 = -V_{d1} + 300I_2 + nV_t \ln \left(\frac{I_2}{I_s} + 1 \right) = 0 \quad (36)$$

Con el sistema de ecuaciones anterior, se utiliza la ecuación (2) para obtener la función objetivo a introducir en los algoritmos.

$$f(V_{d1}, I_2) = \left(-5 + 100 \left(I_s \left(e^{\frac{V_{d1}}{nV_t}} - 1 \right) + I_2 \right) + V_{d1} \right)^2 + \left(-V_{d1} + 300I_2 + nV_t \ln \left(\frac{I_2}{I_s} + 1 \right) \right)^2 \quad (37)$$

Obteniendo los siguientes resultados:

	CFO	UPSO	UPSO-FUM	PSpice
$V_{d1}[V]$	0,520297193258116	0,573911735781099	0,573911735780548	0,574226
$I_2[V]$	759,83704997725E-06	403,9066938874E-06	403,9066941255E-06	404,084E-06

Error	15,2747203094	8,08386148357555e-21	7,12430032170509e-21	0,002913397053
Tiempo[s]	39,0323104011737	3,82049588723978	3,53398236738278	2,54

Tabla 21. Resultados Circuito 2 Diodos.

Como se observa en la Tabla 21, el algoritmo CFO obtuvo el peor resultado de toda la prueba, y por otro lado se confirma una gran superioridad de UPSO frente a los resultados obtenidos por PSpice aun cuando éste es por 1 segundo más lento.

Amplificador Operacional

En la Figura 31, se observa el amplificador operacional [13], que consta de 13 transistores de los cuales 7 son tipo N y 6 tipo P. La tecnología utilizada por los MOSFET se indica a continuación: $|V_t| = 1V$, $\mu_n C_{ox} = 2\mu_p C_{ox} = 40\mu A/V^2$ y $|V_A| = 50V$. La longitud y ancho del canal para cada transistor se observan en la misma figura. El circuito se alimenta a una tensión de $-5V$ y $5V$.

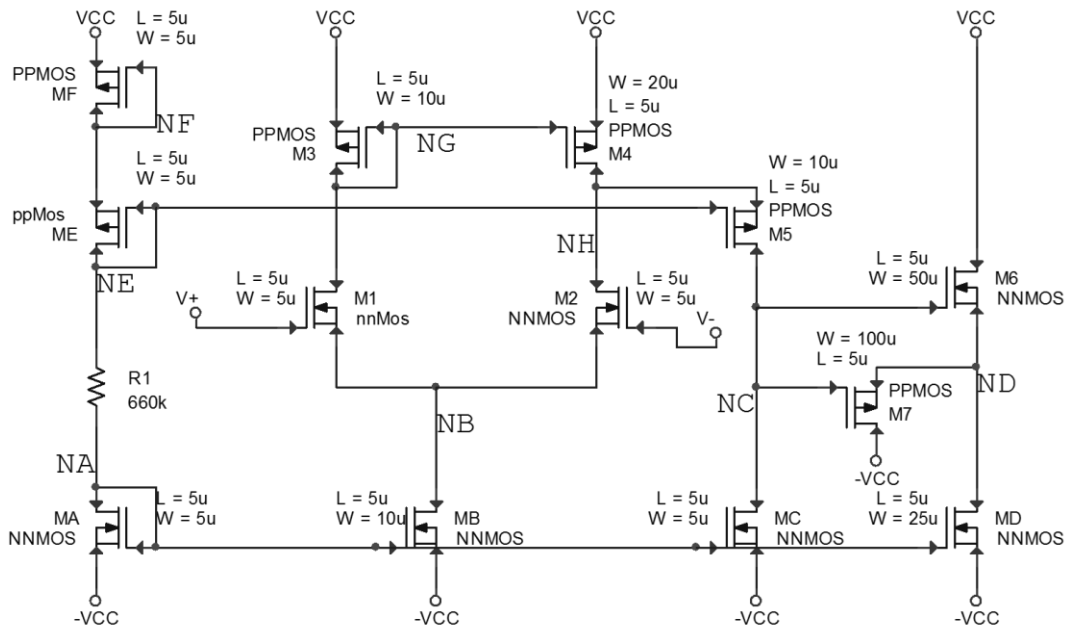


Figura 31. Amplificador Operacional.

Para la solución del circuito de la Figura 31, se tendrán en cuenta las tensiones de nodos $N_A, N_B, N_C, N_D, N_E, N_F, N_G$ y N_H , las cuales se obtienen utilizando las ecuaciones (13) y (14):

Análisis de nodos para N_A .

$$f_A = \frac{N_E - N_A}{660k} - \frac{1}{2}k_n(N_A + 5 - V_{tn})^2(1 + \lambda_n(N_A + 5)) \quad (38)$$

Análisis de nodos para N_B .

$$\begin{aligned} f_B = & \frac{1}{2}k_n(-N_B - V_{tn})^2(1 + \lambda_n(N_G - N_B)) \\ & + \frac{1}{2}k_n(-N_B - V_{tn})^2(1 + \lambda_n(N_H - N_B)) \\ & - \frac{1}{2}k_n(N_A + 5 - V_{tn})^2(1 + \lambda_n(N_B + 5)) \end{aligned} \quad (39)$$

Análisis de nodos para N_C .

$$\begin{aligned} f_C = & \frac{1}{2}k_p(2)(N_H - N_E - V_{tp})^2(1 + \lambda_p(N_H - N_C)) \\ & - \frac{1}{2}k_n(N_A + 5 - V_{tn})^2(1 + \lambda_n(N_C + 5)) \end{aligned} \quad (40)$$

Análisis de nodos para N_D .

$$\begin{aligned} f_D = & \frac{1}{2}k_n(10)(N_C - N_D - V_{tn})^2(1 + \lambda_n(5 - N_D)) \\ & - \frac{1}{2}k_n(5)(N_A + 5 - V_{tn})^2(1 + \lambda_n(N_D + 5)) \end{aligned} \quad (41)$$

Análisis de nodos para N_E .

$$f_E = \frac{1}{2}k_p(2)(N_F - N_E - V_{tp})^2(1 + \lambda_p(N_F - N_E)) + \frac{N_A - N_E}{660k} \quad (42)$$

Análisis de nodos para N_F .

$$\begin{aligned} f_F = & \frac{1}{2}k_p(5 - N_F - V_{tp})^2(1 + \lambda_p(5 - N_F)) \\ & - \frac{1}{2}k_p(N_F - N_E - V_{tp})^2(1 + \lambda_p(N_F - N_E)) \end{aligned} \quad (43)$$

Análisis de nodos para N_G .

$$f_G = \frac{1}{2}k_p(2)(5 - N_G - V_{tp})^2(1 + \lambda_p(5 - N_G)) - \frac{1}{2}k_n(-N_B - V_{tn})^2(1 + \lambda_n(N_G - N_B)) \quad (44)$$

Análisis de nodos para N_H .

$$f_H = \frac{1}{2}k_p(4)(5 - N_G - V_{tp})^2(1 + \lambda_p(5 - N_H)) - \frac{1}{2}k_n(-N_B - V_{tn})^2(1 + \lambda_n(N_H - N_B)) \quad (45)$$

Para la ecuación f_D , se tiene en cuenta que el transistor M7, se encuentra operando en la zona de corte [13] y por consecuencia según (14) su corriente de drenador es igual a 0. Una vez obtenido las ecuaciones anteriores, se utiliza la ecuación (2) con el fin de crear la función objetivo a utilizar en los algoritmos.

$$f(f_A, f_B, f_C, f_D, f_E, f_F, f_G, f_H) = f_A^2 + f_B^2 + f_C^2 + f_D^2 + f_E^2 + f_F^2 + f_G^2 + f_H^2 \quad (46)$$

Al introducir (46) en los algoritmos se obtienen los siguientes resultados.

	CFO	UPSO	UPSO-FUM	PSpice
$N_A[V]$	-4,316427795291709	-3,45958764050473	-3,45955657180472	-3,4098
$N_B[V]$	-0,636729225198973	-1,52052022371039	-1,52053551025734	-1,5830
$N_C[V]$	-3,261469626349990	0,834041709905341	1,09136873280589	51,904m
$N_D[V]$	-4,738928918450950	-0,543774888716299	-0,288788170359761	-1,3553
$N_E[V]$	4,546782740804495	1,31002067704031	1,31006053263738	1,3346
$N_F[V]$	-0,694034801405827	3,15302769777490	3,15304917881821	3,1673
$N_G[V]$	4,615585731036632	3,58682708605229	3,58680298462943	3,3982
$N_H[V]$	2,624144840029929	2,87047187458120	2,87315908222785	2,9367
Error	1,610010876358e-07	9,432438017421e-12	9,430482120928e-12	5,886072807616e-11
Tiempo[s]	192,115361652493	4,55843448275247	4,71902980445983	5,52

Tabla 22. Resultados Amplificador Operacional.

Según la Tabla 22, los tiempos de ejecución más cortos se le deben a los resultados encontrados por UPSO y UPSO-FUM; la solución encontrada por CFO no es la adecuada ya que el lector puede comprobar que estos resultados no cumplen con las condiciones de saturación para algunos transistores, aun cuando esta tiene un error del orden de $1E-07$, adicionalmente en el Anexo E, se confirma que la mejor estrategia para la solución de circuitos electrónicos por parte de UPSO es tener un factor de unificación que beneficie la dirección de búsqueda global y a su vez la propiedad de exploración.

Para los resultados anteriores, tanto UPSO como UPSO-FUM siempre obtuvieron el mejor resultado con un error inferior a $1E-21$ y $1E-12$ para el amplificador operacional, para CFO se estipulo en $1E-20$ y es por esta razón que en el Anexo E ningún resultado de CFO tiene la terminación en 1, ya que éste no logra mejorar el resultado después de las 2 primeras iteraciones.

Para el espacio de búsqueda de las funciones de los circuitos electrónicos descritos anteriormente, se tuvieron en cuenta los voltajes de operación a los que se encuentran.

4. CONCLUSIONES

1. Se cumplieron satisfactoriamente todos los objetivos propuestos para este trabajo de investigación.
2. La precisión alcanzada tanto con UPSO como con UPSO-FUM fue muy similar. Sin embargo, el factor de unificación modular reduce el número de iteraciones y en algunos casos mejora la precisión de la respuesta y el tiempo de ejecución. (Ver Anexo E).
3. CFO siempre obtuvo un resultado con una precisión más baja que los otros métodos. Adicionalmente, y a pesar que la cantidad de evaluaciones de la función objetivo fue mucho menor, el tiempo de cómputo se incrementó en una relación promedio de 1:30 con respecto a UPSO, en el mejor de los casos (Ver Anexo B). Esto se debe a la complejidad de las operaciones que el algoritmo contiene, en comparación con las de UPSO.
4. En el momento de resolver los circuitos electrónicos descritos en el capítulo 3.3, el algoritmo CFO no encontró una mejor respuesta a partir de las primeras 2 iteraciones, por lo cual sus ejecuciones terminaron por saturación, al pasar 500 iteraciones sin ninguna mejora en el resultado.
5. Funciones multimodales de espacios de búsquedas amplios como la función Schwefel, presentan una gran dificultad para UPSO, ya que este consigue un error promedio de 2540,409672 en el mejor de los casos, a comparación de CFO que obtiene 3,959472224. Ambos resultados para 30 dimensiones.
6. Siendo un método estocástico, UPSO mantiene un comportamiento constante frente al cambio de dimensión de la función de prueba, obteniendo los mejores resultados con las mismas constantes C_1 y C_2 ; adicionalmente en el cambio del espacio de búsqueda, UPSO se vuelve inexacto convergiendo en direcciones erróneas como se observa en la Tabla 4 y en la Tabla 6.
7. Con los resultados del capítulo 3.3, se determina que los algoritmos UPSO y UPSO-FUM representan una buena estrategia de optimización en la solución de los circuitos electrónicos no lineales investigados, al obtener ambos la mejor respuesta, en un tiempo promedio entre 15,96% y 86,48% del empleado por PSpice, para el peor y el mejor de los casos, respectivamente. Esto se consiguió con un factor de unificación promedio de 0,7, que beneficia la propiedad de exploración y la dirección de búsqueda global.

5. RECOMENDACIONES Y OBSERVACIONES.

Analizar el comportamiento de UPSO con otras estrategias diferentes de factor de unificación y de reubicación de sondas errantes, que permitan obtener mejores resultados en funciones de espacios amplios.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] FORMATO. R. A, “Central Force Optimization: a New Metaheuristic With Applications in Applied Electromagnetics,” *Prog. Electromagn. Res.*, vol. 77, pp. 425–491, 2007.
- [2] PARSOPOULOS. K. E. and VRAHATIS. M. N, *Particle Swarm Optimization and Intelligence*. IGI Global, 2010.
- [3] R. A. ESPAÑOLA, *Diccionario de la Lengua Española*, 22 Ed. 2001.
- [4] GLOVER. F, “Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence,” *ELSEVIER*, vol. 13, no. 5, pp. 533–549, 1986.
- [5] GLOVER. F, “Tabu Search—Part I,” *ORSA J. Comput.*, vol. 1, no. 3, pp. 190–206, Aug. 1989.
- [6] KIRKPATRICK. S, GELLATT. C. D, and VECCHI. M. P, “Optimization by Simulated Annealing,” *Science*, vol. 220, no. 4598, pp. 671–680, 1983.
- [7] DUVIVER. D, PREUX. P, and TALBI. E.-G, “Genetic Algorithms Applied to the Job-Shop Scheduling Problem,” *ORSA J. Comput.*, p. 4, 2008.
- [8] DORIGO. M and STÜTZLE. T, *Ant Colony Optimization*. 2004, p. 321.
- [9] CORREA. R, AMAYA. I, and JORGE. C, “Real Roots of Nonlinear Systems of Equations Through a Metaheuristic Algorithm,” *Dyna*, pp. 15–23, 2011.
- [10] FORMATO. R. A, “Comparative Results: Group Search Optimizer and Central Force Optimization,” vol. 2, pp. 1–91, Feb. 2010.
- [11] PARSOPOULOS. K. E. and VRAHATIS. M. N, “Unified Particle Swarm Optimization for Solving Constrained Engineering Optimization Problems,” *Springer*, vol. 3612, pp. 582–591, 2005.
- [12] MOLGA. M and SMUTNICKI. C, “Test Functions for Optimization Needs,” *Test*, vol. 3, pp. 1–43, 2005.
- [13] SEDRA. A and SMITH. K, *Circuitos Microelectrónicos*, 5th ed. Mc Graw Hill, 2006, p. 1277.
- [14] PARSOPOULOS. K. E. and VRAHATIS. M. N, “Parameter Selection and Adaptation in Unified Particle Swarm Optimization,” *Math. Comput. Model.*, vol. 46, no. 1–2, pp. 198–213, Jul. 2007.

- [15] SHICHMAN. H and HODGES. D, "Modeling and Simulation of Insulated-Gate Field-Effect Transistor Switching Circuits," IEEE J. Solid-State Circuits, vol. 3, no. 3, pp. 285–289, 1968.

BIBLIOGRAFÍA

- CORREA. R, AMAYA. I, and JORGE. C, "Real Roots of Nonlinear Systems of Equations Through a Metaheuristic Algorithm," *Dyna*, pp. 15–23, 2011.
- DORIGO. M and STÜTZLE. T, *Ant Colony Optimization*. 2004, p. 321.
- DUVIVER. D, PREUX. P, and TALBI. E.-G, "Genetic Algorithms Applied to the Job-Shop Scheduling Problem," *ORSA J. Comput.*, p. 4, 2008.
- FORMATO. R. A, "Central Force Optimization: a New Metaheuristic With Applications in Applied Electromagnetics," *Prog. Electromagn. Res.*, vol. 77, pp. 425–491, 2007.
- FORMATO. R. A, "Comparative Results: Group Search Optimizer and Central Force Optimization," vol. 2, pp. 1–91, Feb. 2010.
- GLOVER. F, "Tabu Search—Part I," *ORSA J. Comput.*, vol. 1, no. 3, pp. 190–206, Aug. 1989.
- GLOVER. F, "Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence," *ELSEVIER*, vol. 13, no. 5, pp. 533–549, 1986.
- KIRKPATRICK. S, GELLATT. C. D, and VECCHI. M. P, "Optimization by Simulated Annealing," *Science*, vol. 220, no. 4598, pp. 671–680, 1983.
- MOLGA. M and SMUTNICKI. C, "Test Functions for Optimization Needs," *Test*, vol. 3, pp. 1–43, 2005.
- PARSOPOULOS. K. E. and VRAHATIS. M. N, "Parameter Selection and Adaptation in Unified Particle Swarm Optimization," *Math. Comput. Model.*, vol. 46, no. 1–2, pp. 198–213, Jul. 2007.
- PARSOPOULOS. K. E. and VRAHATIS. M. N, "Unified Particle Swarm Optimization for Solving Constrained Engineering Optimization Problems," *Springer*, vol. 3612, pp. 582–591, 2005.
- PARSOPOULOS. K. E. and VRAHATIS. M. N, *Particle Swarm Optimization and Intelligence*. IGI Global, 2010.
- R. A. ESPAÑOLA, *Diccionario de la Lengua Española*, 22 Ed. 2001.
- SEDRA. A and SMITH. K, *Circuitos Microelectrónicos*, 5th ed. Mc Graw Hill, 2006, p. 1277.

SHICHMAN. H and HODGES. D, "Modeling and Simulation of Insulated-Gate Field-Effect Transistor Switching Circuits," IEEE J. Solid-State Circuits, vol. 3, no. 3, pp. 285–289, 1968.

ANEXOS

Anexo A. Parámetros Funciones de Prueba.

Función de Prueba	Espacio de búsqueda	Mínimo global	Coordenadas mínimo global
Rosenbrock	$-10 \leq x_i \leq 10$	$f(x_i) = 0$	$[x_i] = 1$
Rastrigin	$-6 \leq x_i \leq 6$	$f(x_i) = 0$	$[x_i] = 0$
Ackley	$-30 \leq x_i \leq 30$	$f(x_i) = 0$	$[x_i] = 0$
Schwefel	$-500 \leq x_i \leq 500$	$f(x_i) = -418.9829n$	$[x_i] = 420.9687$
Sum. De Potencias	$-1 \leq x_i \leq 1$	$f(x_i) = 0$	$[x_i] = 0$

Tabla A 1. Parámetros Funciones de Prueba.

Anexo B. Resultados de pruebas UPSO y CFO.

A continuación se presentan los resultados de las pruebas realizadas con UPSO y CFO para las funciones de prueba descritas en el capítulo 3, para una cantidad de 30 dimensiones. Por motivos de espacio, los resultados para 15, 10, 5 y 2 dimensiones se encuentran el archivo adjunto “Resultados UPSO-CFO”.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	515400	513200	511800	510100	510300	509400	510000	509700	511600	515200
Mejor Resultado	27083,1782	35212,98873	21400,2861	16153,94714	22920,48447	14940,52788	20818,75065	29715,03539	23858,1501	60280,05908
Distancia	10,08754582	10,50050269	8,294859153	8,373146948	8,999006778	8,731430372	9,111831958	9,021488422	8,57145743	9,689171619
Iteraciones	5154	5132	5118	5101	5103	5094	5100	5097	5116	5152
Tiempo	56,2979	55,2932	55,0382	54,1601	55,0959	70,198	55,5618	56,1257	55,447	56,4288

Tabla A 2. UPSO-Función Rosenbrock 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	522100	518400	517600	515000	513400	513200	513400	513800	515900	519200
Mejor Resultado	35890,93074	46429,29363	17358,08953	23130,33358	38845,10636	12382,01667	9134,550729	20122,81461	18918,05912	21951,04896
Distancia	10,54505555	10,35491693	8,838217178	9,49654519	10,899923	7,649899387	7,739720511	9,152369869	7,425742314	8,093495741
Iteraciones	5221	5184	5176	5150	5134	5132	5134	5138	5159	5192
Tiempo	57,3433	56,501	56,5221	56,4134	66,5312	55,5543	57,9587	56,8374	69,3759	58,1025

Tabla A 3. UPSO-Función Rosenbrock 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 2$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	1556900	559400	537300	524000	520900	520600	520200	519900	522800	534900
Mejor Resultado	3357,397799	12244,60128	6252,769058	4552,726011	4123,878479	2505,463519	9160,687937	6652,942885	14015,9891	4902,176129
Distancia	7,646357989	8,347771234	7,323112924	7,224735715	6,582600548	5,981383722	7,810220203	7,662993558	8,398614778	6,286839505
Iteraciones	15569	5594	5373	5240	5209	5206	5202	5199	5228	5349
Tiempo	231,3878	63,7657	59,5207	58,8692	56,8575	56,8057	56,6814	61,1747	58,0106	60,5451

Tabla A 4. UPSO-Función Rosenbrock 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 1,5$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	610800	544300	531000	522500	519500	517100	515700	517300	519500	529800
Mejor Resultado	10108,84037	7185,56716	5830,726107	20916,61161	17058,72462	23884,1485	20580,20409	15322,56835	44011,79156	18334,26366
Distancia	7,735720092	6,746566219	7,055038113	9,272065756	9,454914652	9,09819047	8,677703987	8,468568291	9,935718213	9,935718213
Iteraciones	6108	5443	5310	5225	5195	5171	5157	5173	5195	5298
Tiempo	72,5524	61,235	58,7307	57,3423	56,5852	56,6675	55,6287	56,2078	56,4792	58,7012

Tabla A 5. UPSO-Función Rosenbrock 30 dimensiones, $C_1 = 2$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2
Neval	738800	1810300	785900	658600	649500	1140900	2372400	1223700	1188700	973000
Mejor Resultado	13,45092799	14,48638	77,878466	82,4077766	26,83857349	26,65730766	24,11959823	9,92499E-11	4,521998921	19,0152263
Distancia	3,780404347	3,912514262	3,870283373	4,702913932	5,204469059	5,228216842	4,977381492	1,84113E-05	2,276635915	4,444372378
Iteraciones	7388	18103	7859	6586	6495	11409	23724	12237	11887	9730
Tiempo	128,2125	315,3049	126,394	96,7553	81,6645	177,7832	397,2405	214,3252	206,6334	169,3467

Tabla A 6. UPSO-Función Rosenbrock 30 dimensiones, $C_1 = 2,05$ y $C_2 = 2,05$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	101900	95500	72700	115600	3954000	4280100	264000	102600	132300	3876500
Mejor Resultado	779,4242587	877,0135313	1453,76523	2391,142401	2961,144604	595,173967	1944,935251	3578,029048	2912,934954	327,1797848
Distancia	4,982148302	5,854965347	6,591994814	5,673781368	6,531483545	5,577954895	6,329707227	7,611536012	7,103863995	5,365714408
Iteraciones	1019	955	727	1156	39540	42801	2640	1026	1323	38765
Tiempo	15,8989	13,7991	9,638	18,0486	575,523	633,068	37,5814	14,234	19,489	640,7503

Tabla A 7. UPSO-Función Rosenbrock 30 dimensiones, $C_1 = 1,5$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	521200	600800	540800	548900	527600	608900	604900	552400	567700	679000
Mejor Resultado	201,24052	193,188719	184,968587	180,403265	194,543373	184,721526	195,7803497	189,181665	204,490496	132,683222
Distancia	12,4280438	11,598482	11,79368005	10,6947636	10,4229855	10,8982926	9,785435485	10,7583676	9,35840241	8,6684672
Iteraciones	5212	6008	5408	5489	5276	6089	6049	5524	5677	6790
Tiempo	57,6821175	76,5029488	63,66500794	63,9996073	73,6109136	78,6299544	80,39576089	64,7529195	67,4843578	98,9515511

Tabla A 8. UPSO-Función Rastrigin 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	522200	538500	551600	526900	566000	605300	578500	541500	524400	541300
Mejor Resultado	127,07948	129,458709	151,1623277	126,915618	118,126666	132,969062	113,9683888	152,888161	147,428514	158,759376
Distancia	9,57127116	9,31829194	11,49212257	9,69077518	7,3873689	9,93580454	9,885110394	9,50390678	10,3338797	11,3950731
Iteraciones	5222	5385	5516	5269	5660	6053	5785	5415	5244	5413
Tiempo	57,8687077	60,42835	63,61986236	59,7354766	79,7292912	74,803379	83,62116441	62,544435	58,7560215	63,6173448

Tabla A 9. UPSO-Función Rastrigin 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 2$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	1045300	541300	558100	601700	549600	544200	581600	565500	590500	556600
Mejor Resultado	112,805032	124,444306	155,0872132	118,962357	94,110787	86,4329796	110,8318249	119,917781	128,554213	158,483609
Distancia	10,1568354	10,3661565	12,34896229	10,4501788	8,48516678	8,03051569	9,874383678	10,4817204	10,9766743	12,1998075

Iteraciones	10453	5413	5581	6017	5496	5442	5816	5655	5905	5566
Tiempo	152,66721	63,1291295	67,45606075	76,3903354	72,2602559	64,6762953	75,60016742	72,8551977	80,4855492	69,9119899

Tabla A 10. UPSO-Función Rastrigin 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 1,5$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	581800	539200	528000	522600	519600	534700	517000	520200	522600	527000
Mejor Resultado	168,773421	151,940707	136,2846717	169,914954	203,977138	200,145188	171,2871743	151,061652	176,771825	169,496397
Distancia	12,524593	10,8497569	9,68349294	10,9713647	12,6103801	12,8687229	11,03671725	10,2348639	10,7884337	10,7396379
Iteraciones	5818	5392	5280	5226	5196	5347	5170	5202	5226	5270
Tiempo	69,838632	62,883397	60,29658384	60,2980586	58,9960524	62,4143108	57,30598331	57,7256237	58,3974975	60,6842973

Tabla A 11. UPSO-Función Rastrigin 30 dimensiones, $C_1 = 2$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	549400	539400	563100	574100	577400	592800	653900	653800	684900	859900
Mejor Resultado	96,5107002	60,6923865	55,71761643	37,8083956	37,8084165	37,8083939	29,84875156	23,8790023	69,6469623	53,7275154
Distancia	9,79913933	7,77084563	7,445564447	6,13332272	6,13334891	6,13332044	5,449605559	4,87427578	8,32438008	7,31134818
Iteraciones	5494	5394	5631	5741	5774	5928	6539	6538	6849	8599
Tiempo	85,2665252	71,1063856	70,88927942	69,2642379	70,5955085	72,3284051	90,73104611	90,8071406	119,500716	150,104877

Tabla A 12. UPSO-Función Rastrigin 30 dimensiones, $C_1 = 2,05$ y $C_2 = 2,05$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	41300	32700	43100	29900	28100	68100	60800	67000	302400	628600
Mejor Resultado	155,280233	202,715525	99,29090314	164,433095	95,0646823	122,438862	133,0541328	124,87674	177,442957	71,2251069
Distancia	12,1428304	13,7045928	9,824607478	12,6613313	8,88594347	9,46083693	10,82068224	10,7802696	12,6858018	8,37066544
Iteraciones	413	327	431	299	281	681	608	670	3024	6286
Tiempo	6,94908087	5,41358977	7,225022902	4,88530188	4,87056704	11,0950291	10,04022743	11,0529958	47,8401215	104,480311

Tabla A 13. UPSO-Función Rastrigin 30 dimensiones, $C_1 = 1,5$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	520600	515100	512100	510200	510000	526300	529700	533200	525100	514100
Mejor Resultado	14,38411094	13,7621274	11,8929074	11,4409695	10,5214079	12,3653458	12,3054871	12,97390762	11,5210671	13,1838299
Distancia	31,68499415	29,9214436	21,88269	21,0770436	17,6222652	23,8602177	22,4869653	24,97099902	20,4143223	25,6542055
Iteraciones	5206	5151	5121	5102	5100	5263	5297	5332	5251	5141
Tiempo	59,25518682	60,6471636	66,234278	57,9700294	73,8917086	71,8451744	72,6179118	70,22208781	77,1847149	58,6268853

Tabla A 14. UPSO-Función Ackley 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Neval	522400	518700	514700	516600	524800	526100	524100	516300	518400	527700
Mejor Resultado	11,13741189	12,6915865	12,9325102	11,6132865	11,1529513	11,8131586	12,7258831	11,23656923	11,1680214	12,8940468
Distancia	20,88157857	25,0422622	27,2270414	21,1719505	20,3810217	21,0021838	24,9266908	20,07146713	19,8828717	25,5945389
Iteraciones	5224	5187	5147	5166	5248	5261	5241	5163	5184	5277
Tiempo	60,56657373	62,7544479	59,7477966	63,1954879	76,6037347	61,4813102	71,8059636	70,98033434	74,1769374	76,4754701

Tabla A 15. UPSO-Función Ackley 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 2$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	1211700	539000	527800	522200	520100	518200	522000	519500	527000	529100
Mejor Resultado	6,765672531	8,87981851	8,34732149	10,0641169	9,40745853	8,84161255	10,6515835	9,602359989	11,2055903	11,4851532
Distancia	10,92748108	14,3733354	13,7277795	18,0580089	16,649706	14,3293847	18,8235812	16,28360323	20,7611485	22,3483162
Iteraciones	12117	5390	5278	5222	5201	5182	5220	5195	5270	5291
Tiempo	179,6916496	63,2919734	62,7393899	70,2268561	61,1819506	58,7846269	70,2507019	76,51124332	69,5930861	66,0429256

Tabla A 16. UPSO-Función Ackley 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 1,5$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	577800	537000	527600	520500	517800	516400	516300	516300	517800	522600
Mejor Resultado	12,08534062	10,3323832	10,2725405	13,0412233	11,3700429	11,0070871	11,0587649	9,222434421	11,2747152	14,1346289
Distancia	23,76746898	18,7371694	18,7285195	26,7082153	20,5843156	19,0134752	19,7565679	14,6138688	20,9589775	29,7439287
Iteraciones	5778	5370	5276	5205	5178	5164	5163	5163	5178	5226
Tiempo	70,50716133	63,1161488	61,3006242	60,3689551	60,184594	59,4377166	58,7787792	58,88434601	62,2425294	60,5315373

Tabla A 17. UPSO-Función Ackley 30 dimensiones, $C_1 = 2$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	1	2	2	2	2	2	2	1	1	2
Neval	241700	550600	540300	534900	569100	539900	550400	144200	240000	534300
Mejor Resultado	9,96E-11	1,34042129	2,95789331	2,31684879	2,22011282	3,46113288	1,50174657	9,76E-11	9,8361E-11	15,864962
Distancia	1,36E-10	1,7878462	4,28920433	3,27499848	3,11981111	5,10879865	2,02993763	1,34E-10	1,3469E-10	37,2900513
Iteraciones	2417	5506	5403	5349	5691	5399	5504	1442	2400	5343
Tiempo	42,43301128	71,8370662	64,5133731	62,0600737	67,5823506	72,1555217	75,5792293	25,88066606	42,9683673	98,64241

Tabla A 18. UPSO-Función Ackley 30 dimensiones, $C_1 = 2,05$ y $C_2 = 2,05$.

Fact. Unificacion	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	275800	279400	293200	339600	386700	305000	295300	303600	941900	1350500
Mejor Resultado	7,45350253	9,39638803	9,65952702	12,7913242	6,43091437	8,57287479	9,10733699	5,82214759	5,1543331	7,23583506
Distancia	12,66068329	16,7385961	17,5367797	26,2133218	10,4173932	14,5033959	15,2909048	8,667235124	8,03034102	12,186236
Iteraciones	2758	2794	2932	3396	3867	3050	2953	3036	9419	13505
Tiempo	39,15122415	33,6023924	36,5052462	47,1906068	53,3005229	38,085027	36,0067129	37,2975368	142,657852	218,613145

Tabla A 19. UPSO-Función Ackley 30 dimensiones, $C_1 = 1,5$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	4055800	1499600	650500	662100	696400	652600	670300	612400	634000	601100
Mejor Resultado	6614,5007	7854,37452	7116,59306	7221,67587	7096,37802	6540,11148	6986,6048	7210,51929	6338,92471	5857,54288
Distancia	2375,64402	2018,50384	2418,3697	2280,57495	2611,46516	2333,63025	2473,81943	2180,20557	2267,28395	2057,70176
Iteraciones	40558	14996	6505	6621	6964	6526	6703	6124	6340	6011
Tiempo	676,517204	221,031625	82,3356398	88,7054154	91,5549585	85,747874	88,6661607	76,9883149	81,2414917	74,3965326

Tabla A 20. UPSO-Función Schwefel 30 dimensiones, $C_1 = 1,5$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	500800	500700	501200	501000	501000	500700	500500	501900	504000	518100
Mejor Resultado	7890,62211	7535,51559	7541,24716	8312,59812	8302,70593	8646,4365	8420,24156	7385,4185	6517,2245	6152,67988
Distancia	2812,01538	2508,19808	2649,57089	2523,62188	1881,95454	2767,02489	2504,46046	2166,67303	2672,63843	2546,92327
Iteraciones	5008	5007	5012	5010	5010	5007	5005	5019	5040	5181
Tiempo	87,5482429	87,4392826	87,3751922	89,6387972	86,9810179	87,8573975	87,2312653	89,4853266	88,6318643	92,8256642

Tabla A 21. UPSO-Función Schwefel 30 dimensiones, $C_1 = 2,05$ y $C_2 = 2,05$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	570900	563800	563300	500400	576200	570900	530500	535600	560100	603700
Mejor Resultado	5852,34898	6432,24458	6680,1811	8555,96515	7043,44531	6536,20715	5890,82779	5601,87438	5758,97385	5712,07987
Distancia	2104,29744	2203,03511	2280,90581	2151,69021	2528,02652	2438,41557	2209,48329	2159,34414	2399,26088	2249,53186
Iteraciones	5709	5638	5633	5004	5762	5709	5305	5356	5601	6037
Tiempo	68,3517278	66,7941442	67,0021945	88,3291059	69,1049261	68,7077362	60,846246	61,7022562	67,100268	75,3558361

Tabla A 22. UPSO-Función Schwefel 30 dimensiones, $C_1 = 2$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	764000	919900	761100	719800	723400	769300	723700	684300	734300	1789200
Mejor Resultado	6001,8975	6104,46031	5075,94507	6104,09781	6286,24229	6023,14603	6192,03441	6428,68814	5114,01958	5802,99034
Distancia	2251,68715	2249,42479	2305,5864	2294,80779	2316,10829	2294,32635	2155,89721	2367,59074	2036,7063	2390,47436
Iteraciones	7640	9199	7611	7198	7234	7693	7237	6843	7343	17892
Tiempo	138,22129	155,126031	118,044877	111,528937	113,089765	120,457481	110,516279	93,6082053	103,267671	286,081039

Tabla A 23. UPSO-Función Schwefel 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 1,5$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	719200	700200	687900	732500	643800	653300	602700	666900	573900	577100
Mejor Resultado	6374,49457	5688,54995	5851,12436	6386,05158	6915,55542	6612,14284	5598,87799	6146,13217	5457,91676	6211,09828

Distancia	2332,44796	2468,92945	2330,67979	2242,96701	2260,18848	2164,61774	2323,19915	2203,24994	2305,54692	2620,67291
Iteraciones	7192	7002	6879	7325	6438	6533	6027	6669	5739	5771
Tiempo	107,526107	102,300551	106,600021	123,241128	100,798793	102,665715	87,3174903	95,3157559	71,7362607	69,9237105

Tabla A 24. UPSO-Función Schwefel 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 2$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	634900	630200	629700	611700	615600	580600	589100	568900	558400	539100
Mejor Resultado	6229,97168	6878,48409	6277,4933	5939,05452	7153,41122	7230,70103	6249,5145	6225,55983	6141,20381	6558,17329
Distancia	2175,06	2059,92825	2384,60125	2351,05943	2362,5469	2177,78948	2285,47987	2271,75083	2470,04385	2271,86384
Iteraciones	6349	6302	6297	6117	6156	5806	5891	5689	5584	5391
Tiempo	92,4242147	101,387681	95,0611105	93,0238758	94,726543	83,8317604	85,9897325	71,9879668	71,5399848	62,638886

Tabla A 25. UPSO-Función Schwefel 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	1	0	1	1	0	0	2	2	2	1
Neval	5200	5000000	6600	3600	5000000	5000000	285300	130400	126600	4100
Mejor Resultado	9,93E-08	4,46E-07	9,96E-08	9,35E-08	2,30E-06	2,97E-06	8,48E-07	5,34E-07	2,01E-07	8,32E-08
Distancia	1,39891991	1,26300204	1,24503931	1,25476987	1,59283582	1,59711495	1,50967814	1,44357265	1,5086775	1,25927227
Iteraciones	52	50000	66	36	50000	50000	2853	1304	1266	41
Tiempo	1,09217166	820,557859	1,26452405	0,67247175	801,344865	846,277725	45,7316491	17,0167249	16,2769295	0,73738579

Tabla A 26. UPSO-Función S. de Potencias 30 dimensiones, $C_1 = 1,5$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Neval	62000	56500	21600	7200	6700	9700	7300	10100	17400	21900
Mejor Resultado	1,00E-07	9,97E-08	8,81E-08	8,64E-08	9,37E-08	9,57E-08	7,40E-08	9,13E-08	9,94E-08	9,70E-08
Distancia	1,1473279	1,24528385	1,0652088	1,26342008	1,29329233	1,08664623	1,08826708	1,46476414	1,31066372	1,25016295
Iteraciones	620	565	216	72	67	97	73	101	174	219
Tiempo	11,5528265	10,455899	3,96380808	1,3311208	1,2617222	1,76740733	1,32448723	1,85313149	3,16856037	4,02899343

Tabla A 27. UPSO-Función S. de Potencias 30 dimensiones, $C_1 = 2,05$ y $C_2 = 2,05$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0
Neval	141400	119400	117800	116200	117600	121600	128200	149700	5000000	5000000
Mejor Resultado	3,57E-05	9,10E-06	9,69E-06	1,53E-05	2,32E-05	2,00E-05	4,61E-05	7,52E-05	1,80E-05	3,29E-05
Distancia	1,40361185	1,14430966	1,55572437	1,49111045	1,57435506	1,63866631	1,63513029	1,61314905	1,66460704	1,75846436
Iteraciones	1414	1194	1178	1162	1176	1216	1282	1497	50000	50000
Tiempo	19,1322792	16,25699	14,8621577	14,4332504	14,7529796	15,472316	16,7935561	19,7814201	733,0498	782,60249

Tabla A 28. UPSO-Función S. de Potencias 30 dimensiones, $C_1 = 2$ y $C_2 = 3$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	231400	124200	123000	119500	120300	122100	124900	211900	266400	943300
Mejor Resultado	7,96E-06	1,69E-06	4,53E-06	1,37E-06	1,50E-07	1,76E-05	3,70E-06	1,88E-06	1,12E-06	1,47E-06
Distancia	0,9838344	1,30771882	1,21989775	1,27578633	1,04463547	1,5863755	1,28027465	1,33223299	1,29980302	1,4077022
Iteraciones	2314	1242	1230	1195	1203	1221	1249	2119	2664	9433
Tiempo	35,5523566	16,0522257	15,7976466	15,0645334	15,3704211	15,6420205	16,0567905	31,2323437	40,6585317	155,94238

Tabla A 29. UPSO-Función S. de Potencias 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 1,5$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	719200	700200	687900	732500	643800	653300	602700	666900	573900	577100
Mejor Resultado	6374,49457	5688,54995	5851,12436	6386,05158	6915,55542	6612,14284	5598,87799	6146,13217	5457,91676	6211,09828
Distancia	2332,44796	2468,92945	2330,67979	2242,96701	2260,18848	2164,61774	2323,19915	2203,24994	2305,54692	2620,67291
Iteraciones	7192	7002	6879	7325	6438	6533	6027	6669	5739	5771
Tiempo	107,526107	102,300551	106,600021	123,241128	100,798793	102,665715	87,3174903	95,3157559	71,7362607	69,9237105

Tabla A 30. UPSO-Función S. de Potencias 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 2$.

Fact. Unificacion	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	115300	113800	110800	110400	110200	110200	111000	112800	114200	114200
Mejor Resultado	1,16E-05	5,53E-05	0,0002441	4,24E-05	4,08E-06	0,00021432	4,55E-05	0,00012055	0,00040281	0,00074679
Distancia	1,09872285	1,18200816	1,3192152	1,3637797	1,0690693	1,40248363	1,43439657	1,55055918	1,69734845	1,74273625
Iteraciones	1153	1138	1108	1104	1102	1102	1110	1128	1142	1142
Tiempo	14,4624839	17,0397715	13,6966214	13,6116973	13,3932825	13,3901594	13,565294	14,2958963	14,103072	14,1031506

Tabla A 31. UPSO-Función S. de Potencias 30 dimensiones, $C_1 = 3$ y $C_2 = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201100	201000	201000	200900	200900	201200	201100	201100
Mejor resultado	-54,8869376	-55,4153574	-64,4746356	-67,3891436	-52,1304993	-68,8584149	-54,2959535	-51,6301467
Distancia Euclid.	5,22303861	5,17778355	5,42887306	5,19459756	5,22978045	5,23842795	5,25783993	5,25008612
Iteraciones	2011	2010	2010	2009	2009	2012	2011	2011
Tiempo [s]	3061,69373	3066,74207	3051,34866	3080,11169	3084,43966	2974,24403	2967,95962	2992,38547

Tabla A 32. CFO-Función Rosenbrock $\alpha = 1$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201000	200900	201100	201200	201000	201100	201100	200900

Mejor resultado	-51,3448749	-58,1775072	-53,9129605	-59,6437821	-67,4961477	-63,9831737	-68,3550883	-47,9260342
Distancia Euclid.	5,21930069	5,28223196	5,22027615	5,19121321	5,19040549	5,23382194	5,23839943	5,2622077
Iteraciones	2010	2009	2011	2012	2010	2011	2011	2009
Tiempo [s]	3077,05796	2996,84252	2988,20866	2967,95415	2970,77173	2970,97622	2968,90208	2970,32416

Tabla A 33. CFO-Función Rosenbrock $\alpha = 1$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201000	201200	201200	201200	200900	201300	201200	201100
Mejor resultado	-56,2930907	-68,0854974	-47,2702319	-64,9206113	-67,5793774	-54,5057886	-61,0643868	-70,7188189
Distancia Euclid.	5,24046665	5,19011134	5,13957954	5,42022257	5,19011114	5,19636047	5,09056927	5,28673553
Iteraciones	2010	2012	2012	2012	2009	2013	2012	2011
Tiempo [s]	3039,34317	3050,1545	3047,32489	3047,77898	3044,65776	3051,01268	3049,47558	3050,61207

Tabla A 34. CFO-Función Rosenbrock $\alpha = 1$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	1,5	3	3,5	4	4,5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200900	200800	200900	200900	200800	200800	200800	200800
Mejor resultado	-52,2308587	-68,0855376	-66,7670374	-52,2308587	-68,0855376	-68,0855376	-68,0855376	-68,0855376
Distancia Euclid.	5,16704673	5,19011112	5,19011919	5,16704673	5,19011112	5,19011112	5,19011112	5,19011112
Iteraciones	2009	2008	2009	2009	2008	2008	2008	2008
Tiempo [s]	2972,38349	3029,76045	3090,10619	2972,38349	3078,79452	3076,24033	3099,6012	3093,0291

Tabla A 35. CFO-Función Rosenbrock $\alpha = 2$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200900	200800	200800	200800	200800	200800	200800	200800
Mejor resultado	-65,4510407	-66,7688991	-66,7688991	-66,7688991	-66,7688991	-66,7688991	-66,7688991	-66,7688991
Distancia Euclid.	5,09166192	5,14111796	5,14111796	5,14111796	5,14111796	5,14111796	5,14111796	5,14111796
Iteraciones	2009	2008	2008	2008	2008	2008	2008	2008
Tiempo [s]	3150,10764	3106,20392	3098,04287	3107,18572	3098,95768	3100,16439	3082,77831	3081,07689

Tabla A 36. CFO-Función Rosenbrock $\alpha = 2$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200800	200900	200900	200900	200900	200900	201000	200900
Mejor resultado	-67,5793789	-67,577395	-67,5775439	-67,577395	-56,8693028	-67,5770015	-53,1902328	-67,5769049

Distancia Euclid.	5,19011112	5,1901179	5,19011307	5,1901179	5,18955127	5,19011675	5,17414393	5,19011956
Iteraciones	2008	2009	2009	2009	2009	2009	2010	2009
Tiempo [s]	3163,94025	3162,98931	3159,56082	3165,35899	3159,26807	3169,66986	3163,84897	3130,05636

Tabla A 37. CFO-Función Rosenbrock $\alpha = 2$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200900	200900	200900	200900	201000	201000	201000	201000
Mejor resultado	-48,9494338	-49,531499	-53,2884585	-60,0361909	-52,9489494	-51,5327518	-50,3032414	-49,2609059
Distancia Euclid.	5,19778871	5,19092792	5,18747415	5,18743421	5,17434649	5,17290322	5,17166277	5,17062528
Iteraciones	2009	2009	2009	2009	2010	2010	2010	2010
Tiempo [s]	3005,06867	3004,94413	3008,34049	3005,55675	3008,0686	3007,69109	3007,78577	3029,14029

Tabla A 38. CFO-Función Rosenbrock $\alpha = 3$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201000	201000	201000	201100	201000	201000	201000	201000
Mejor resultado	-50,6484448	-51,4488613	-56,2747938	-58,0482643	-65,135271	-61,6804154	-56,0975932	-47,9062033
Distancia Euclid.	5,24421484	5,23792367	5,23560558	5,45916778	5,46521393	5,46203068	5,45690871	5,4494118
Iteraciones	2010	2010	2010	2011	2010	2010	2010	2010
Tiempo [s]	3058,59897	3123,59062	3120,51276	3123,91034	3127,89205	3125,58424	3119,38065	3123,56724

Tabla A 39. CFO-Función Rosenbrock $\alpha = 3$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201000	201000	200900	200900	200900	200900	200900	200900
Mejor resultado	-59,9200436	-58,5083573	-59,6634134	-59,0873639	-59,0392214	-59,5023812	-60,4627842	-61,9095615
Distancia Euclid.	5,1804838	5,17881688	5,30413923	5,29985763	5,29617077	5,29307789	5,29058131	5,28868081
Iteraciones	2010	2010	2009	2009	2009	2009	2009	2009
Tiempo [s]	3200,37288	3200,99983	3190,13409	3190,48068	3220,9917	3206,17971	3270,21518	3266,95894

Tabla A 40. CFO-Función Rosenbrock $\alpha = 3$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201000	201000	201200	201100	201100	201000	201000	201200
Mejor resultado	-12,440205	-0,23269946	-23,1907014	-24,7029565	-12,3463166	-18,6868852	-25,7045588	-18,4019426
Distancia Euclid.	2,99130942	0,03425026	0,99841702	0,38683641	0,26192005	0,31942683	0,38230925	0,30619781

Iteraciones	2010	2010	2012	2011	2011	2010	2010	2012
Tiempo [s]	3085,27881	3093,47541	2680,52622	3015,47701	3007,93652	2953,27328	2972,27077	2323,79223

Tabla A 41. CFO-Función Rastrigin $\alpha = 1$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	202800	202100	201800	202100	201800	201600	201800	201200
Mejor resultado	-1,05049631	-0,00312789	-0,23439242	-0,94823929	-1,36116396	-0,02961108	-1,83832938	-1,14820052
Distancia Euclid.	0,07282664	0,00397068	0,0343806	0,06917892	0,08291464	0,01221712	0,09635523	0,07610469
Iteraciones	2028	2021	2018	2021	2018	2016	2018	2012
Tiempo [s]	3010,83809	3100,20048	3021,67358	3208,61264	3001,39371	2997,76625	3003,25452	2994,03991

Tabla A 42. CFO-Función Rastrigin $\alpha = 1$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	202900	204000	202500	202600	203000	201600	202300	201600
Mejor resultado	-58,4136113	-38,8057197	-49,4834462	-60,4062247	-22,1966284	-9,2163312	-12,2183899	-30,2855985
Distancia Euclid.	2,97920014	3,41177432	4,58227338	4,92137272	3,45642746	0,94822091	0,87923321	3,74620559
Iteraciones	2029	2040	2025	2026	2030	2016	2023	2016
Tiempo [s]	3089,83891	3111,23928	3088,84823	3090,61264	3098,56232	3076,30719	3082,33435	3145,14073

Tabla A 43. CFO-Función Rastrigin $\alpha = 1$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201700	201000	201000	200800	200800	200700	201200	201200
Mejor resultado	-15,9546358	-32,0520173	-2,4130753	-14,3027728	-49,3720422	-43,4982694	-37,8680695	-29,8651832
Distancia Euclid.	3,8102612	5,44017156	0,1105247	1,88220425	6,38767531	6,184005	3,17401961	5,45853653
Iteraciones	2017	2010	2010	2008	2008	2007	2012	2012
Tiempo [s]	3054,08773	1856,50633	3074,38623	3046,75409	1335,94994	2140,89714	2925,62285	2106,41096

Tabla A 44. CFO-Función Rastrigin $\alpha = 2$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201500	201400	201500	201300	201100	201300	201100	201000
Mejor resultado	-8,76377753	-9,44946273	-31,2911525	-31,8167385	-30,331627	-0,26646544	-28,9083212	-23,805371
Distancia Euclid.	0,21074691	0,22262187	5,39136064	5,48225012	3,56034044	0,03665175	0,38939591	2,03673592
Iteraciones	2015	2014	2015	2013	2011	2013	2011	2010

Tiempo [s]	3097,8059	3008,4227	2904,41086	1642,71882	2602,2793	2924,71394	2909,29009	2951,31493
------------	-----------	-----------	------------	------------	-----------	------------	------------	------------

Tabla A 45. CFO-Función Rastrigin $\alpha = 2$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201200	201200	201100	201200	200900	201100	201000	200900
Mejor resultado	-33,141102	-24,6486632	-1,10171025	-25,5608627	-26,0184296	-26,2806254	-20,0531346	-11,4846445
Distancia Euclid.	5,32054118	4,12420491	0,07454424	4,65872868	0,36479297	0,60595435	0,32490526	0,24888707
Iteraciones	2012	2012	2011	2012	2009	2011	2010	2009
Tiempo [s]	3069,56579	3075,15191	3077,1118	3073,83831	3071,21303	3075,22293	3074,92721	3070,21019

Tabla A 46. CFO-Función Rastrigin $\alpha = 2$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200800	200800	200800	200800	200800	200800	200800	200800
Mejor resultado	-33,1411493	-33,1411493	-33,1411493	-33,1411493	-33,1411493	-33,1411493	-33,1411492	-33,1411493
Distancia Euclid.	5,32054025	5,32054025	5,32054025	5,32054025	5,32054025	5,32054025	5,32054025	5,32054025
Iteraciones	2008	2008	2008	2008	2008	2008	2008	2008
Tiempo [s]	3027,69849	3027,06543	3028,70354	3024,32201	3028,3806	3023,60741	3025,06832	3020,73828

Tabla A 47. CFO-Función Rastrigin $\alpha = 3$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	3
Np	100	100	100	100	100	100	100	2
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	5
Neval	200800	200800	200800	200800	200800	200800	200800	200800
Mejor resultado	-33,1411486	-33,1411493	-33,1411476	-33,1411493	-33,1411493	-33,1411485	-33,1411486	-33,1411486
Distancia Euclid.	5,32054026	5,32054025	5,32054028	5,32054025	5,32054025	5,32054026	5,32054026	5,32054026
Iteraciones	2008	2008	2008	2008	2008	2008	2008	2008
Tiempo [s]	3023,76778	3022,4307	3023,3104	3023,25304	3025,64659	3019,71278	3021,3998	3010,5768

Tabla A 48. CFO-Función Rastrigin $\alpha = 3$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201200	201400	201200	201200	201200	201100	201200	201100
Mejor resultado	-17,5659372	-6,28560127	-28,2431089	-7,78318974	-10,2124125	-24,4721845	-16,5460426	-23,7480247
Distancia Euclid.	0,29901564	0,17853381	5,28827926	1,0340591	0,22752534	0,35381516	0,82466853	2,4734144
Iteraciones	2012	2014	2012	2012	2012	2011	2012	2011
Tiempo [s]	3008,65294	3073,29988	2468,69195	3042,96142	3051,15076	3082,48107	3072,37847	3056,61005

Tabla A 49. CFO-Función Rastrigin $\alpha = 3$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201500	201000	200700	203200	200500	201400	214700	204200
Mejor resultado	-6,86560021	-6,32028856	-7,90360992	-6,61992905	-6,91206222	-7,23489585	-8,0388571	-8,14530089
Distancia Euclid.	8,42732519	7,84795871	10,063642	8,26370461	8,69579924	8,66434669	10,7345035	11,2100001
Iteraciones	2015	2010	2007	2032	2005	2014	2147	2042
Tiempo [s]	2985,46565	2966,2767	2959,68134	2997,44666	2983,25181	2969,02281	3169,89992	3011,48298

Tabla A 50. CFO-Función Ackley $\alpha = 1$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200
Mejor resultado	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567
Distancia Euclid.	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928
Iteraciones	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002
Tiempo [s]	2952,65864	2954,07362	2953,01063	2956,14791	2961,99505	2980,86965	2954,74963	2951,66241

Tabla A 51. CFO-Función Ackley $\alpha = 1$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200
Mejor resultado	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567
Distancia Euclid.	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928
Iteraciones	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002
Tiempo [s]	3039,80212	3038,13291	3038,03627	3038,06449	3036,58121	3036,95152	3033,9554	3032,08653

Tabla A 52. CFO-Función Ackley $\alpha = 1$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	201900	201000	201200	201400	201000	201000	200800	201300
Mejor resultado	-6,71691821	-5,98007179	-7,72384406	-6,17684454	-6,96466163	-6,92588392	-8,3824654	-7,68824415
Distancia Euclid.	8,50953998	7,30307321	9,86433999	6,99505109	8,72076947	8,35004001	11,1330595	9,83065911
Iteraciones	2019	2010	2012	2014	2010	2010	2008	2013
Tiempo [s]	2869,13131	2857,4914	2343,66536	2874,99523	2954,15791	2887,67368	2530,37086	2964,2529

Tabla A 53. CFO-Función Ackley $\alpha = 2$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200
Mejor resultado	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567
Distancia Euclid.	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928
Iteraciones	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002
Tiempo [s]	2962,13972	2951,80967	2949,74272	2950,36422	2950,50836	3057,32275	3061,54347	2987,69865

Tabla A 54. CFO-Función Ackley $\alpha = 2$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200
Mejor resultado	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567
Distancia Euclid.	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928
Iteraciones	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002
Tiempo [s]	3031,1844	3029,71106	3035,55954	3032,8714	3034,65588	3032,69933	3033,85173	3032,72835

Tabla A 55. CFO-Función Ackley $\alpha = 2$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200300	202700	203500	201900	201900	202000	200900	201800
Mejor resultado	-20,3233107	-4,07306839	-4,6326042	-5,56225987	-4,7975085	-6,68304373	-6,79862831	-4,76540251
Distancia Euclid.	77,8630055	4,27412236	5,44524997	5,64617695	5,57360591	11,0801363	8,18305525	6,0499019
Iteraciones	2003	2027	2035	2019	2019	2020	2009	2018
Tiempo [s]	3000,50105	2821,20883	3049,9462	2344,55056	2924,90071	3026,82475	3040,82575	2908,66667

Tabla A 56. CFO-Función Ackley $\alpha = 3$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200
Mejor resultado	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567
Distancia Euclid.	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928
Iteraciones	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002
Tiempo [s]	2996,62921	2995,59583	3037,5085	3003,0483	3038,77295	3085,99852	3007,37516	2996,08387

Tabla A 57. CFO-Función Ackley $\alpha = 3$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
----------	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---

Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200	200200
Mejor resultado	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567	-20,404567
Distancia Euclid.	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928	74,7651928
Iteraciones	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002	2002
Tiempo [s]	3078,09028	3078,2755	3075,44008	3104,85144	3110,15896	3076,66299	3079,02695	3078,01605

Tabla A 58. CFO-Función Ackley $\alpha = 3$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	103600	102700	102200	102900	102500	101800	102200	103600
Mejor resultado	-2410,92426	-4898,78139	-3287,11487	-3190,60261	-1263,92239	-2879,39151	-3402,85216	-291,181981
Distancia Euclid.	1512,28981	2191,67412	1907,56354	1743,4945	1476,79927	1458,79248	1774,58811	195,33176
Iteraciones	1036	1027	1022	1029	1025	1018	1022	1036
Tiempo [s]	1586,11452	1569,08709	1562,92519	1573,56392	1556,63932	1551,73069	1560,68075	1556,9771

Tabla A 59. CFO-Función Schwefel $\alpha = 1$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	100200	100200	100200	100200	100200	130200	100200	100200
Mejor resultado	-10574,4539	-10574,4539	-10574,4539	-10574,4539	-10574,4539	-9776,12686	-10574,4539	-10574,4539
Distancia Euclid.	2391,40712	2391,40712	2391,40712	2391,40712	2391,40712	2543,00816	2391,40712	2391,40712
Iteraciones	1002	1002	1002	1002	1002	1302	1002	1002
Tiempo [s]	1530,24874	1524,44363	1524,72891	1521,0416	1520,59758	1981,1744	1522,97087	1525,76047

Tabla A 60. CFO-Función Schwefel $\alpha = 1$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	100200	100200	100200	100200	100200	100200	100200	100200
Mejor resultado	-10574,4539	-10574,4539	-10574,4539	-10574,4539	-10574,4539	-10574,4539	-10574,4539	-10574,4539
Distancia Euclid.	2391,40712	2391,40712	2391,40712	2391,40712	2391,40712	2391,40712	2391,40712	2391,40712
Iteraciones	1002	1002	1002	1002	1002	1002	1002	1002
Tiempo [s]	1565,71537	1562,03492	1569,63026	1562,87549	1521,5489	1520,48582	1521,10247	1524,29003

Tabla A 61. CFO-Función Schwefel $\alpha = 1$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100

Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	101000	101200	101300	100500	101300	100700	101800	101200
Mejor resultado	-4751,13641	-5866,13054	-4568,99696	-6408,0868	-5625,88672	-5886,53446	-2064,07289	-2818,56282
Distancia Euclid.	1740,67322	2226,42599	741,199392	1576,94963	3353,14272	3031,75451	971,022421	1039,45118
Iteraciones	1010	1012	1013	1005	1013	1007	1018	1012
Tiempo [s]	1106,21043	1269,92165	765,035053	687,106592	724,530028	706,08021	1191,96552	798,402995

Tabla A 62. CFO-Función Schwefel $\alpha = 2$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	104900	102300	102800	102300	102600	102500	101900	102000
Mejor resultado	-2153,62957	-1675,42266	-1502,86131	-2948,61562	-1241,05466	-838,114002	-3283,89843	-1093,74951
Distancia Euclid.	910,485085	504,073567	610,649435	1761,39233	996,591223	841,665979	775,208508	846,876729
Iteraciones	1049	1023	1028	1023	1026	1025	1019	1020
Tiempo [s]	1081,38615	1253,33838	1522,6795	1517,6359	1107,61716	1332,96796	1320,23593	1424,74943

Tabla A 63. CFO-Función Schwefel $\alpha = 2$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	104300	113500	127400	163800	200900	112600	273400	169300
Mejor resultado	-3847,04572	-4779,28977	-3337,98682	-1763,24446	-1560,03103	-3476,11852	-7,91581655	-2069,73928
Distancia Euclid.	2180,79979	2744,24449	3029,22933	905,50369	2608,94067	2833,76364	7,92129134	2461,86888
Iteraciones	1043	1135	1274	1638	2009	1126	2734	1693
Tiempo [s]	1582,75599	1764,89545	2006,04091	2575,08675	3118,26138	1712,9864	4165,97952	2573,80985

Tabla A 64. CFO-Función Schwefel $\alpha = 2$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	101400	100900	101200	101800	101700	101800	101400	101100
Mejor resultado	-4046,93825	-5866,13039	-5676,08677	-2514,45217	-3352,37212	-3879,27812	-3209,02093	-4760,27046
Distancia Euclid.	903,058342	2226,42594	1436,78582	1370,96992	1683,02014	1443,95854	593,495471	1371,59056
Iteraciones	1014	1009	1012	1018	1017	1018	1014	1011
Tiempo [s]	1455,98285	1507,07672	898,70373	1238,79493	1219,83057	798,850613	1257,37331	1506,53317

Tabla A 65. CFO-Función Schwefel $\alpha = 3$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2

Neval	101000	101200	101300	101400	101400	100700	100900	101200
Mejor resultado	-6140,9338	-4637,43239	-4348,19356	-5243,88462	-4273,51842	-7423,14014	-5990,19058	-5646,89857
Distancia Euclid.	3453,24218	1620,93141	922,906884	1908,00129	1454,4337	1924,60623	3282,71717	2130,05843
Iteraciones	1010	1012	1013	1014	1014	1007	1009	1012
Tiempo [s]	700,147808	746,657029	938,358974	1112,08305	813,077233	804,767734	934,309959	1170,2334

Tabla A 66. CFO-Función Schwefel $\alpha = 3$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	102000	101500	104500	102700	104600	101600	102900	102000
Mejor resultado	-1646,92796	-3491,54307	-1817,68599	-2828,80519	-2225,30589	-1109,82423	-1432,1374	-1381,69985
Distancia Euclid.	561,044024	1708,90183	570,710421	682,519341	498,716586	1398,08626	529,297464	1008,61329
Iteraciones	1020	1015	1045	1027	1046	1016	1029	1020
Tiempo [s]	1562,71611	1554,7074	1029,40088	1300,1358	1385,12343	1166,98169	922,712374	988,23719

Tabla A 67. CFO-Función Schwefel $\alpha = 3$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	100500	100700	100500	100700	100700	100700	100700	101100
Mejor resultado	-5,32E-05	-6,91E-05	-2,05E-05	-4,23E-06	-1,64E-05	-1,51E-05	-1,18E-05	-1,52E-05
Distancia Euclid.	0,52975961	0,43254866	0,39178083	0,46223717	0,38966148	0,36249413	0,35726334	0,33315697
Iteraciones	1005	1007	1005	1007	1007	1007	1007	1011
Tiempo [s]	1521,03147	1532,6788	1547,18344	1537,92998	1544,08261	1538,50797	1545,3734	1556,96191

Tabla A 68. CFO-Función S. de Potencias $\alpha = 1$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	1	1	1	1	1	1	1	1
Neval	2700	2600	6000	6100	3100	3900	3300	3600
Mejor resultado	-7,99E-07	-8,84E-07	-9,48E-07	-9,40E-07	-9,52E-07	-9,72E-07	-9,40E-07	-8,69E-07
Distancia Euclid.	0,52959147	0,54222077	0,53006765	0,52235557	0,56998402	0,55532667	0,60964931	0,50770002
Iteraciones	27	26	60	61	31	39	33	36
Tiempo [s]	38,5163695	36,144973	89,0391089	88,8824234	43,5254966	55,7797735	48,0636486	52,7222405

Tabla A 69. CFO-Función S. de Potencias $\alpha = 1$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	1	1	1	1	1	1	1	1
Neval	900	1000	500	3500	3400	2100	1400	2100

Mejor resultado	-9,30E-07	-4,68E-07	-3,80E-07	-8,58E-07	-8,99E-07	-8,08E-07	-2,00E-07	-8,18E-07
Distancia Euclid.	0,32073238	0,34449762	0,4337401	0,46137191	0,59133121	0,58807765	0,53784298	0,53641274
Iteraciones	9	10	5	35	34	21	14	21
Tiempo [s]	11,1253409	12,7168613	4,78202251	52,0229645	50,6725467	30,007452	18,9920197	29,9886092

Tabla A 70. CFO-Función S. de Potencias $\alpha = 1$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	100700	100500	100600	100600	100400	100500	100500	100500
Mejor resultado	-0,00099077	-0,00121564	-2,29E-05	-0,00017615	-0,00010421	-0,00066252	-0,00075733	-8,31E-05
Distancia Euclid.	0,42452422	0,38883247	0,31159751	0,6531419	0,51957014	0,6320812	0,63379192	0,37272891
Iteraciones	1007	1005	1006	1006	1004	1005	1005	1005
Tiempo [s]	1537,43104	1519,83573	1529,21452	1533,46963	1526,17118	1539,26173	1533,23628	1522,82641

Tabla A 71. CFO-Función S. de Potencias $\alpha = 2$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	100400	100500	100500	100500	100400	100400	100600	100600
Mejor resultado	-8,63E-05	-1,35E-05	-9,86E-05	-0,00034203	-0,00021542	-0,00071397	-0,00049836	-8,60E-05
Distancia Euclid.	0,4625351	0,4139861	0,44162152	0,51447278	0,72328856	0,38984722	0,47121712	0,38839897
Iteraciones	1004	1005	1005	1005	1004	1004	1006	1006
Tiempo [s]	1527,73827	1524,37443	1530,67107	1530,73758	1524,90641	1529,81055	1523,78911	1534,6023

Tabla A 72. CFO-Función S. de Potencias $\alpha = 2$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	1	1	2	1	1	1	1
Neval	100400	199200	417600	100300	65100	119300	125600	14400
Mejor resultado	-0,00023591	-1,00E-05	-1,00E-05	-0,00029681	-1,00E-05	-9,98E-06	-9,99E-06	-9,43E-06
Distancia Euclid.	0,82937171	0,4517877	0,46830431	0,7615306	0,51454111	0,47481156	0,54181523	0,48481611
Iteraciones	1004	1992	4176	1003	651	1193	1256	144
Tiempo [s]	1543,69857	3065,47382	6588,41214	1611,01249	1038,14471	1909,33029	1995,28073	227,732456

Tabla A 73. CFO-Función S. de Potencias $\alpha = 2$ y $\beta = 3$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	1	2	2	2	2	2
Neval	100500	100400	500	100400	100400	100500	100500	100400
Mejor resultado	-0,00013856	-0,00040053	-6,60E-06	-0,00056428	-0,0024541	-0,00094776	-0,00217056	-0,00076708

Distancia Euclid.	0,34563867	0,85539293	0,37803427	0,39763473	0,48986625	0,40862893	0,36033954	0,54821576
Iteraciones	1005	1004	5	1004	1004	1005	1005	1004
Tiempo [s]	1767,00633	1604,03362	4,87980723	1598,7919	1568,26496	1567,21963	1571,78452	1577,24989

Tabla A 74. CFO-Función S. de Potencias $\alpha = 3$ y $\beta = 1$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	2	2
Neval	100400	100400	100500	100500	100500	100500	100400	100400
Mejor resultado	-6,61E-05	-0,00085822	-0,00053029	-0,00045993	-0,00067318	-3,57E-05	-0,00269909	-0,00099764
Distancia Euclid.	0,49405377	0,57457426	0,54649413	0,55502266	0,66961821	0,39788451	0,69876481	0,90525296
Iteraciones	1004	1004	1005	1005	1005	1005	1004	1004
Tiempo [s]	1580,95827	1572,83803	1568,2341	1566,02908	1571,14313	1567,32458	1568,61882	1571,46376

Tabla A 75. CFO-Función S. de Potencias $\alpha = 3$ y $\beta = 2$.

γ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Np	100	100	100	100	100	100	100	100
Terminacion	2	2	2	2	2	2	1	2
Neval	100400	100400	100400	100400	100400	100400	400	100400
Mejor resultado	-0,0002976	-0,00150441	-0,00110356	-0,00022363	-0,00026445	-0,00035255	-9,96E-06	-0,0003965
Distancia Euclid.	0,57414181	0,49668389	0,57186576	0,6373996	0,67372252	0,57556166	0,61266958	0,5458666
Iteraciones	1004	1004	1004	1004	1004	1004	4	1004
Tiempo [s]	1607,35678	1604,31591	1590,71118	1551,28787	1549,66989	1550,60075	3,12807979	1550,84127

Tabla A 76. CFO-Función S. de Potencias $\alpha = 3$ y $\beta = 3$.

Anexo C. Historial de mejor resultado obtenido por UPSO

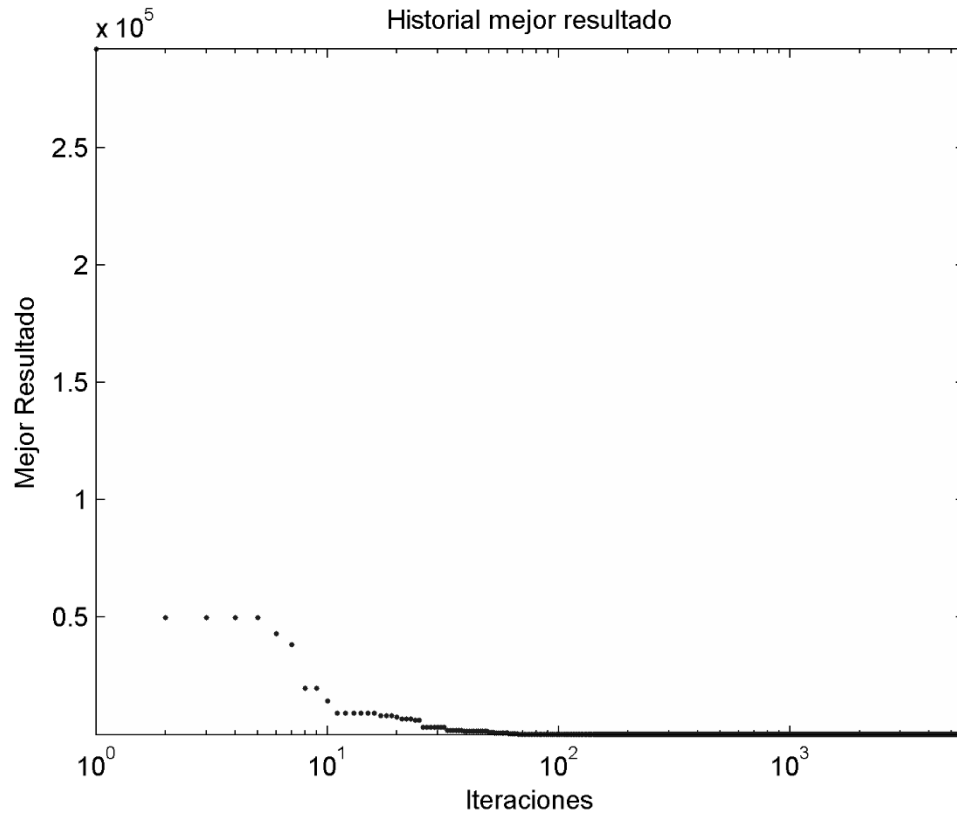


Figura A 1. Mejor resultado UPSO para F. Rosenbrock 15 dimensiones.

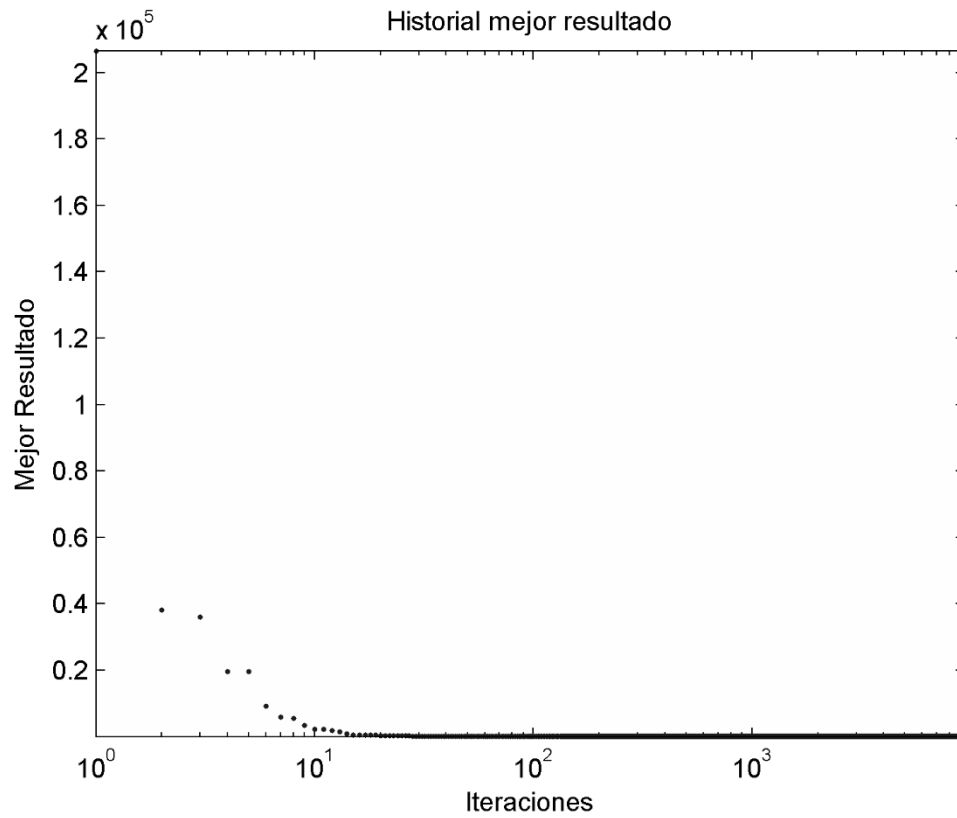


Figura A 2. Mejor resultado UPSO para F. Rosenbrock 10 dimensiones.

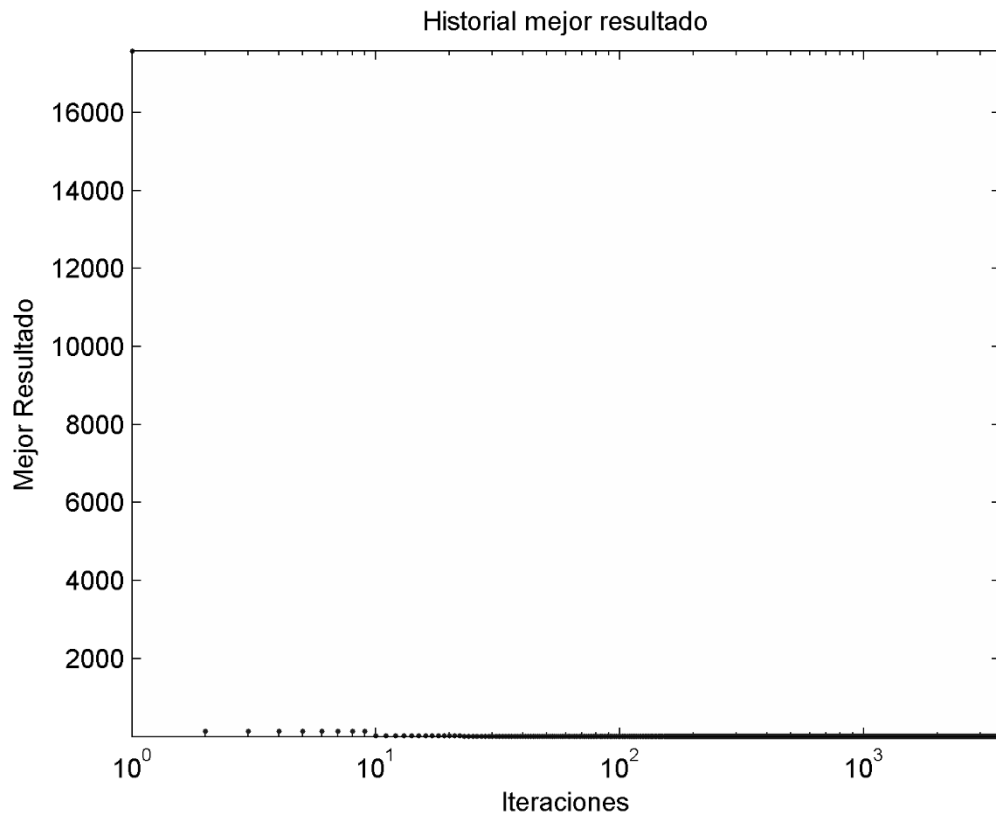


Figura A 3. Mejor resultado UPSO para F. Rosenbrock 5 dimensiones.

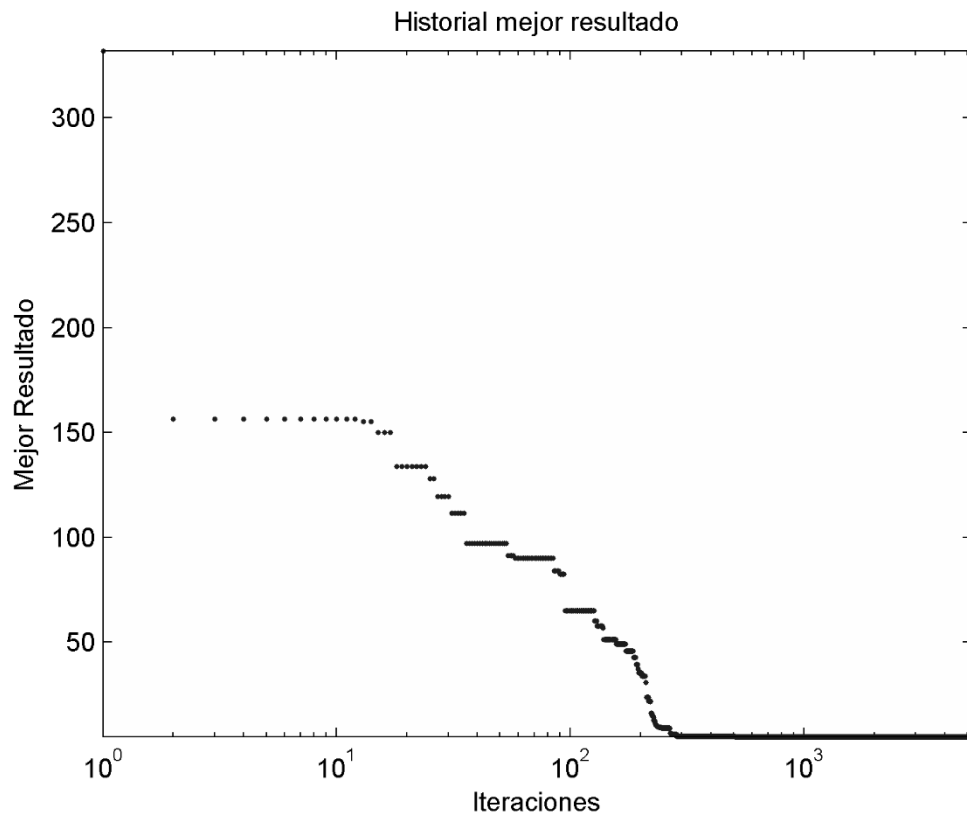
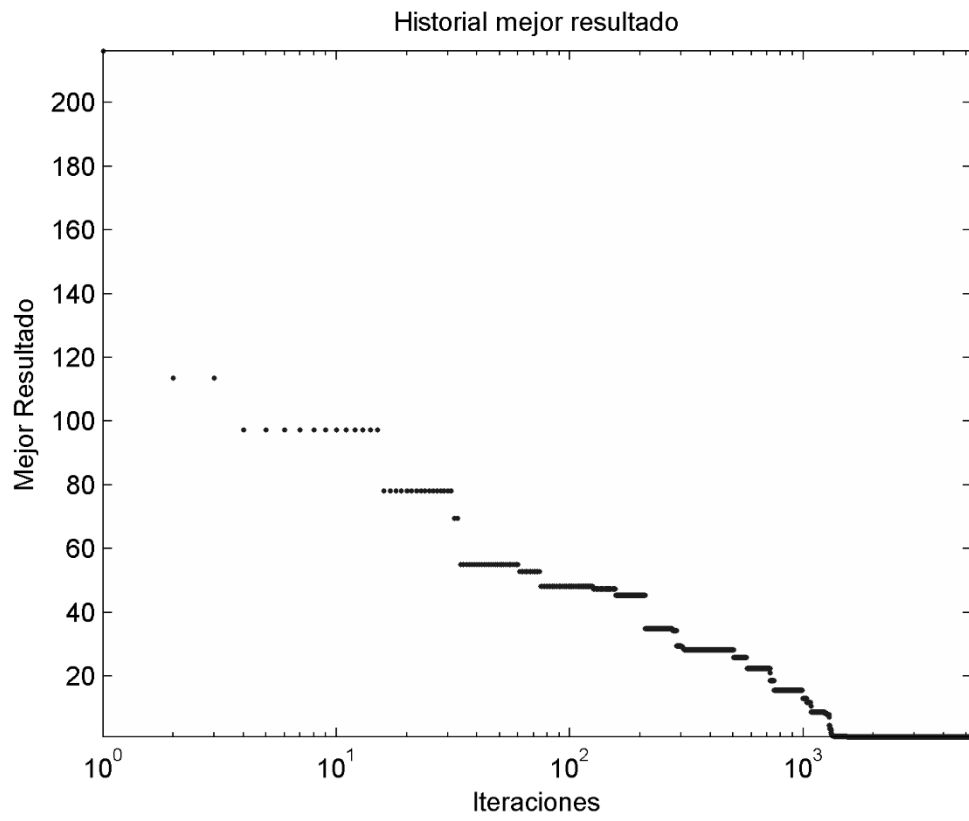


Figura A 4. Mejor resultado UPSO para F. Rastrigin 15 dimensiones.



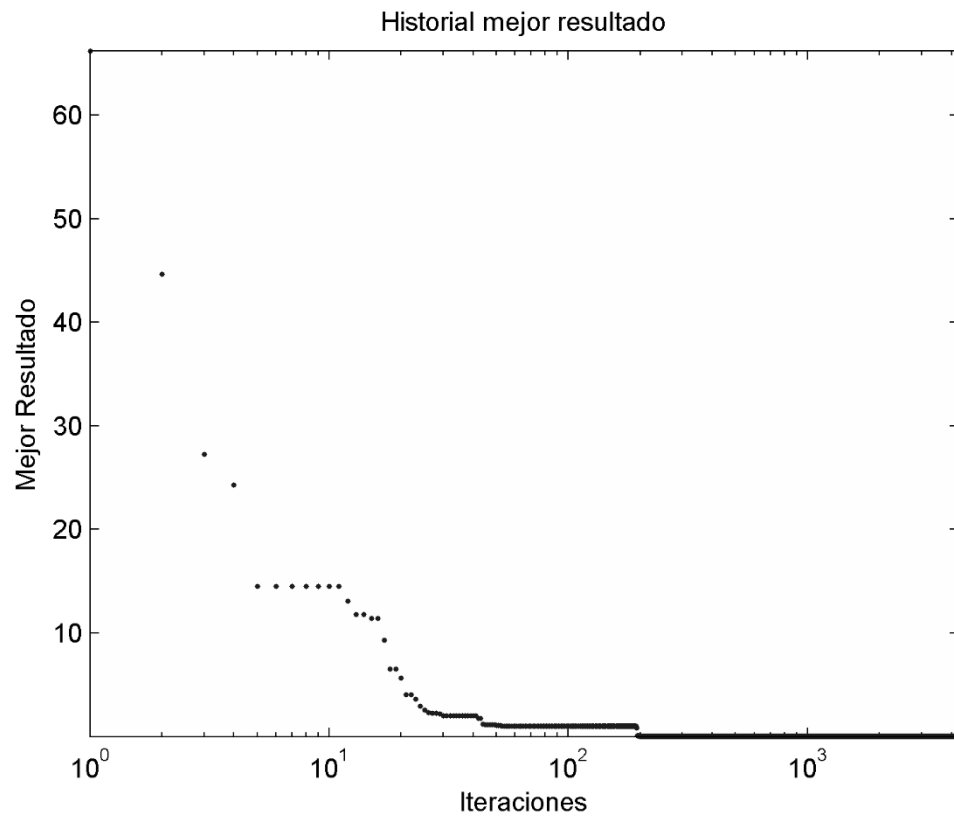
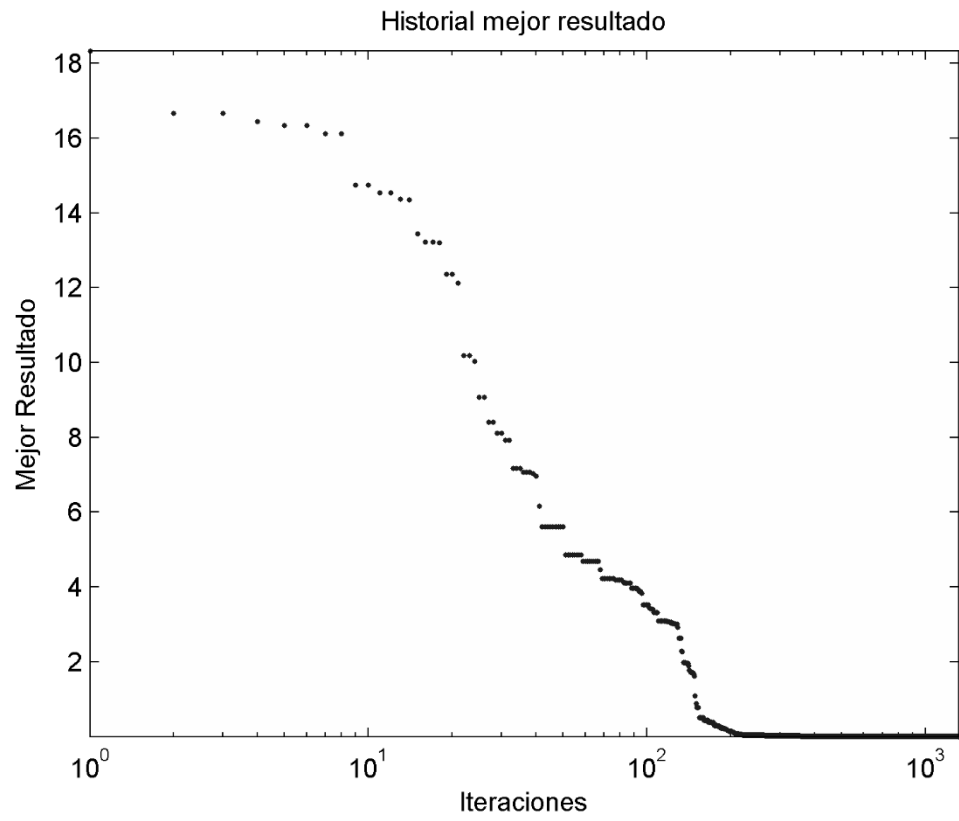


Figura A 6. Mejor resultado UPSO para F. Rastrigin 5 dimensiones.



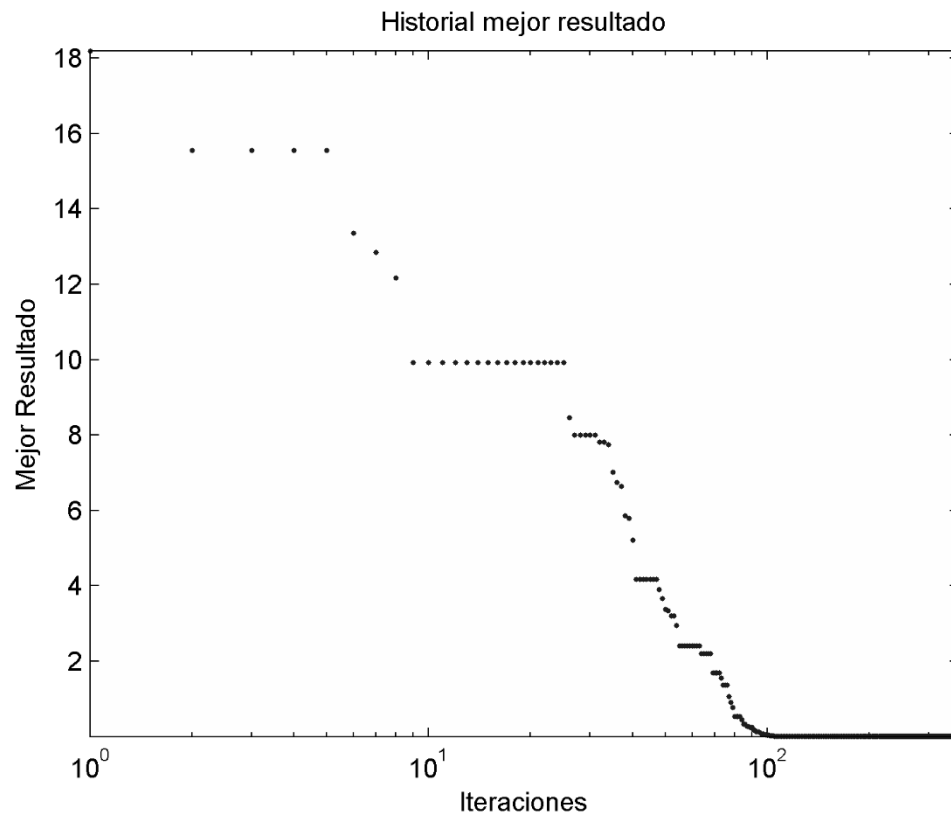


Figura A 8. Mejor resultado UPSO para F. Ackley 10 dimensiones.

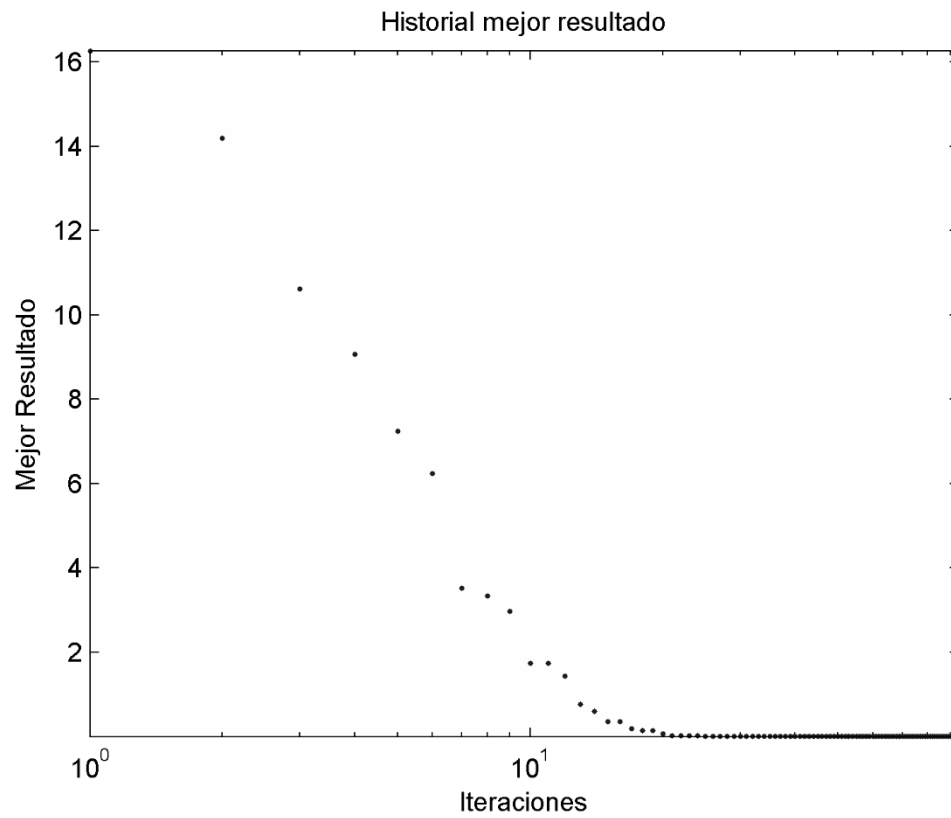


Figura A 9. Mejor resultado UPSO para F. Ackley 5 dimensiones.

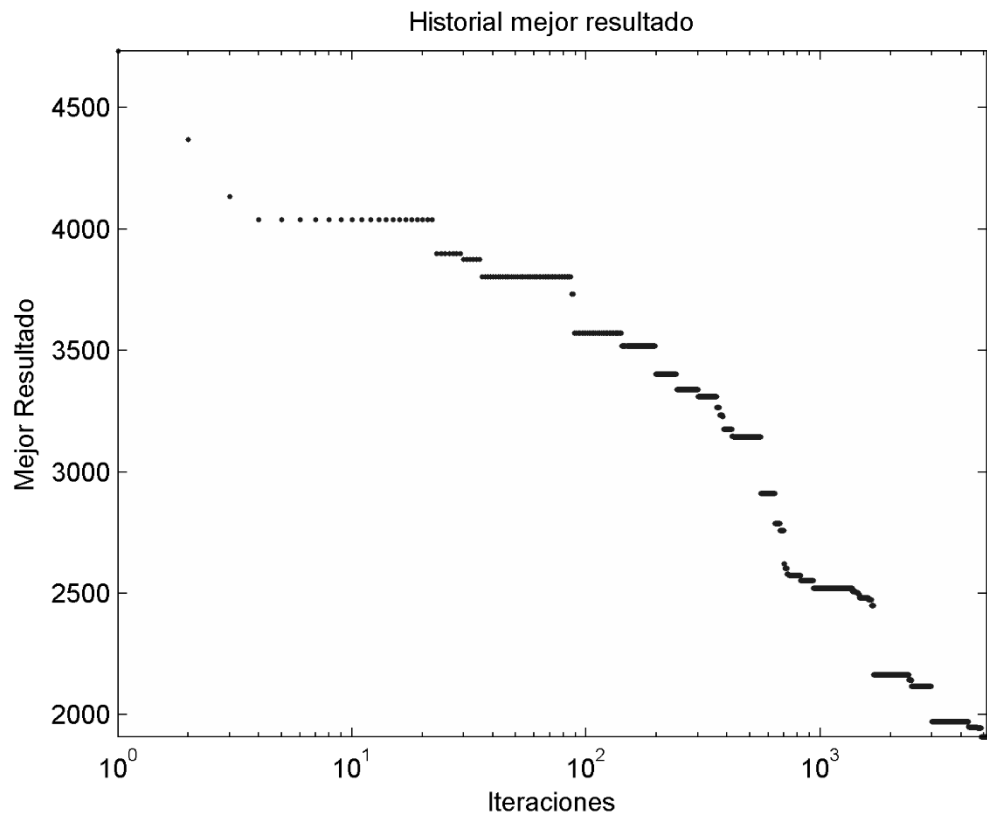
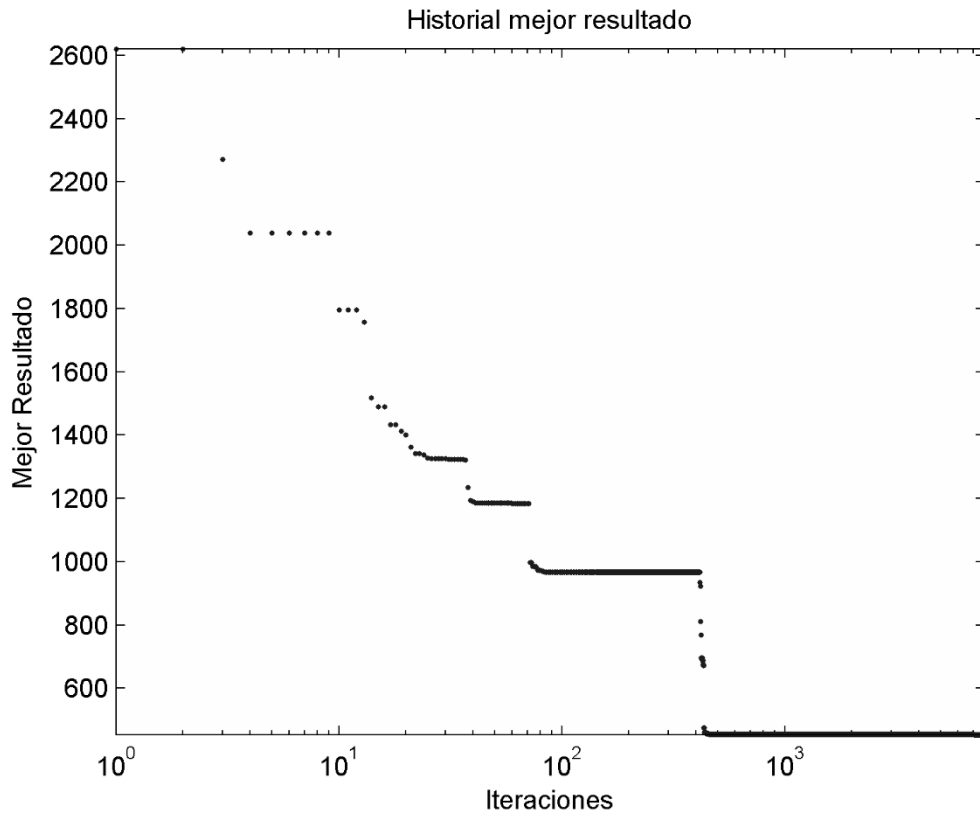


Figura A 10. Mejor resultado UPSO para F. Schwefel 15 dimensiones.



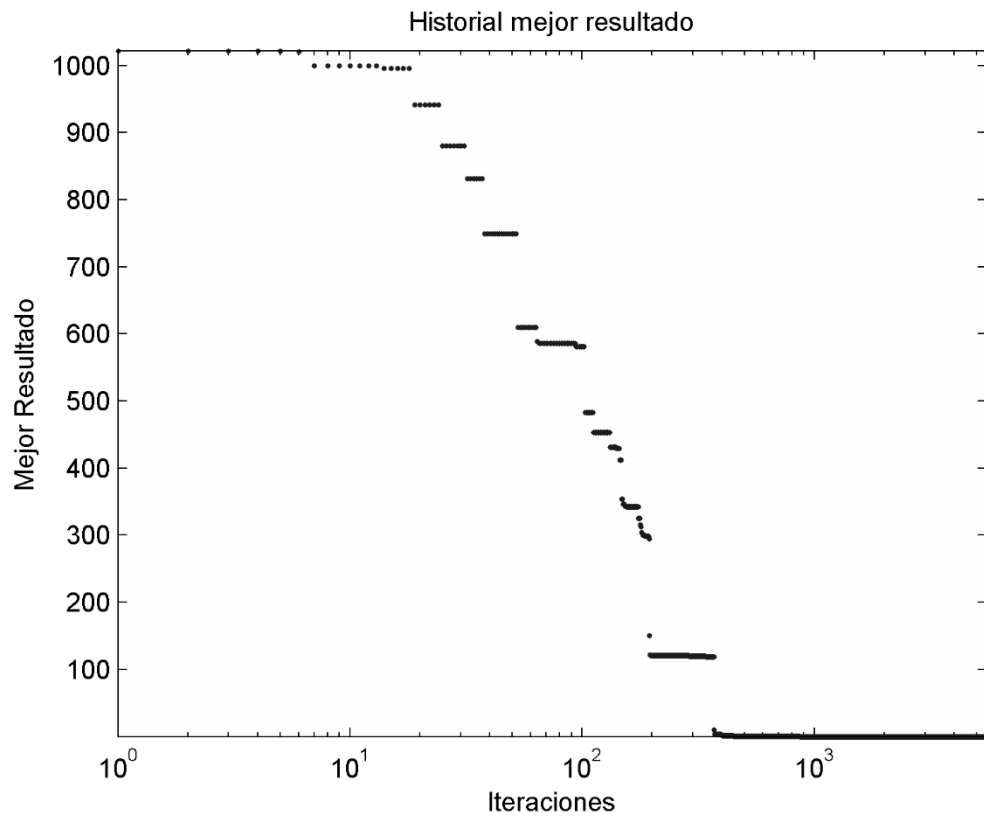


Figura A 12. Mejor resultado UPSO para F. Schwefel 5 dimensiones.

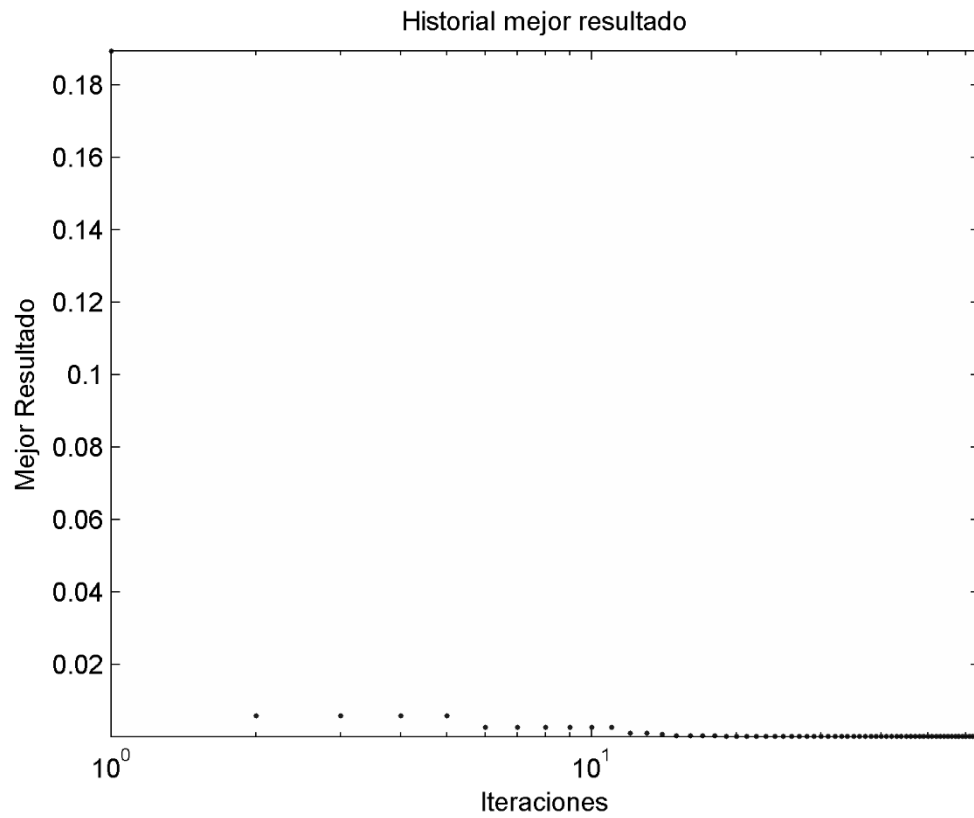


Figura A 13. Mejor resultado UPSO para F. Suma de Potencias 15 dimensiones.

Anexo D. Distancia Euclídea promedio CFO.

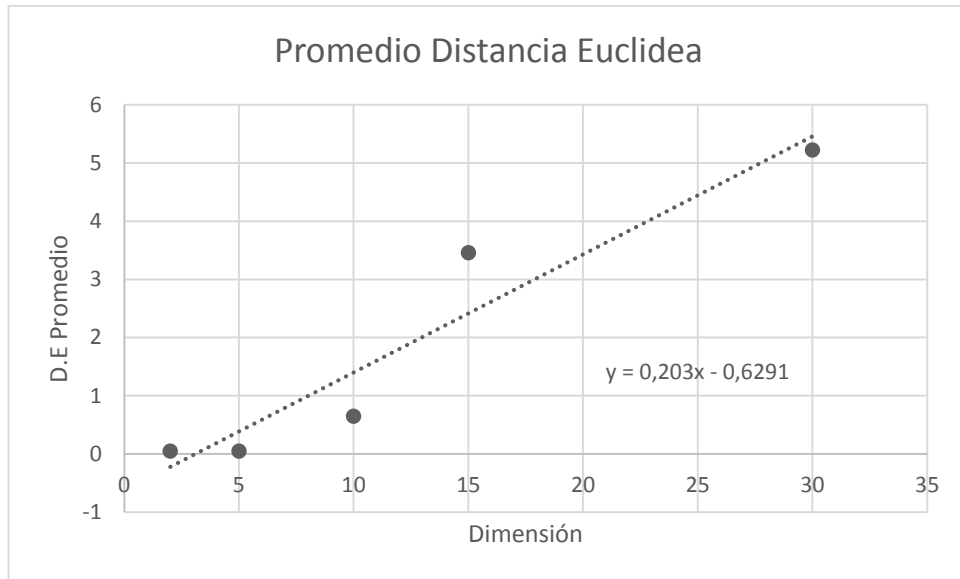


Figura A 14. D.E Promedio para F. Rosenbrock.

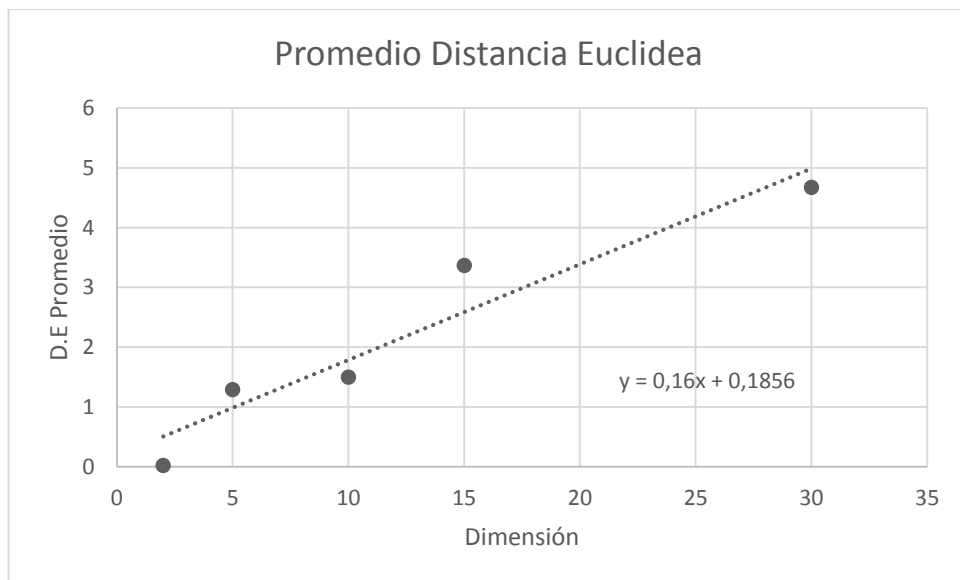


Figura A 15. D.E Promedio para F. Rastrigin.

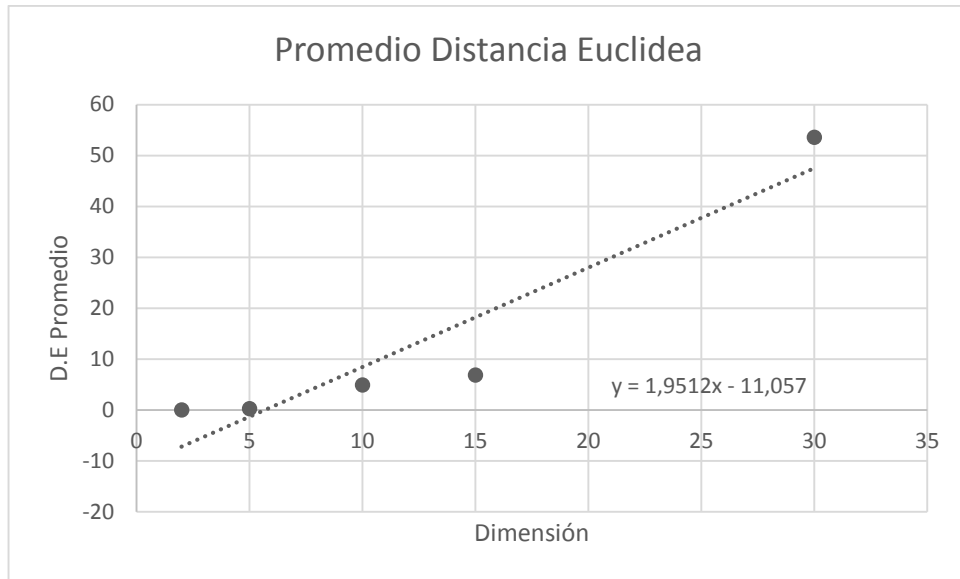


Figura A 16. D.E Promedio para F. Ackley.

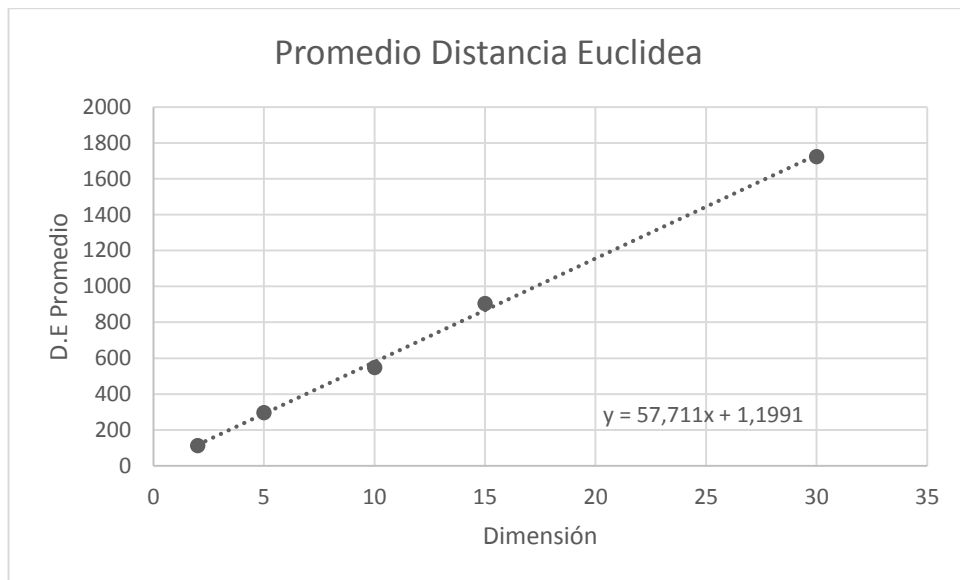


Figura A 17. D.E Promedio para F. Schwefel.

Anexo E. Resultados promedios de las mejores pruebas para circuitos no lineales.

α	2
β	3
γ	4
Np	100
Terminación	2
Neval	50200
Mejor resultado	-1,0212E-06
Distancia Euclid.	1,23677466
Iteraciones	502
Tiempo[s]	96,4482007287577

Tabla A 77. Resultado CFO Amplificador Serie-Paralelo.

	UPSO	UPSO-FUM
C_1	2,05	2,05
C_2	2,05	2,05
Np	100	100
Fact. Unificación	0,6	$L_s = 0,9 \quad L_i = 0,7$
Terminación	1	1
Neval	28000	27300
Mejor Resultado	8,80155802749878e-21	4,74207941109982e-21
Distancia Euclid.	0,563014120479430	0,563014111272103
Iteraciones	280	273
Tiempo[s]	1,07235593291431	1,02443828271623

Tabla A 78. Resultado UPSO y UPSO-FUM Amplificador Serie-Paralelo.

α	2
----------	---

β	3
γ	4
Np	100
Terminación	2
Neval	50200
Mejor resultado	-1,26052E-06
Distancia Euclid.	2,911617018
Iteraciones	502
Tiempo[s]	94,1328233695094

Tabla A 79. Resultado CFO Convertidor Tensión-Corriente.

	UPSO	UPSO-FUM
C_1	2,05	2,05
C_2	2,05	2,05
Np	100	100
Fact. Unificación	0,7	$L_s = 0,9 \quad L_i = 0,7$
Terminación	1	1
Neval	36200	36800
Mejor Resultado	8,59768839073813e-21	8,28395580034599e-21
Distancia Euclid.	0,149123580836572	0,149123990697018
Iteraciones	362	368
Tiempo[s]	1,36464079276276	1,39391559582593

Tabla A 80. Resultado UPSO y UPSO-FUM Convertidor Tensión-Corriente.

α	2
β	3
γ	4

Np	100
Terminación	2
Neval	50200
Mejor resultado	3,811799783954528e-11
Distancia Euclid.	0,200271379593184
Iteraciones	502
Tiempo[s]	47,4153370214460

Tabla A 81. Resultado CFO Amplificador Fuente Común.

	UPSO	UPSO-FUM
C_1	2,05	2,05
C_2	2,05	2,05
Np	100	100
Fact. Unificación	0,7	$L_s = 0,9 \quad L_i = 0,7$
Terminación	1	1
Neval	15500	15900
Mejor Resultado	8,98501762454725e-21	9,26525128665782e-22
Distancia Euclid.	2,40774706657956e-05	2,44368883407807e-05
Iteraciones	155	159
Tiempo[s]	0,406013813020007	0,407910225186674

Tabla A 82. Resultado UPSO y UPSO-FUM Amplificador Fuente Común.

α	2
β	3
γ	4
Np	100
Terminación	2

Neval	52500
Mejor resultado	-15,274720309492604
Distancia Euclid.	0,054406561689232
Iteraciones	525
Tiempo[s]	39,0323104011737

Tabla A 83. Resultado CFO Circuito 2 Diodos.

	UPSO	UPSO-FUM
C_1	2,05	2,05
C_2	2,05	2,05
Np	100	100
Fact. Unificación	0,7	$L_s = 0,9 \quad L_i = 0,7$
Terminación	1	1
Neval	40000	36400
Mejor Resultado	8,08386148357555e-21	7,12430032170509e-21
Distancia Euclid.	0,000314264268918127	0,000314264269469107
Iteraciones	400	364
Tiempo[s]	3,82049588723978	3,53398236738278

Tabla A 84. Resultados UPSO y UPSO-FUM Circuito 2 Diodos.

α	2
β	3
γ	4
Np	100
Terminación	2
Neval	50200
Mejor resultado	-1,610010876357891e-07

Distancia Euclid.	7,138104435985287
Iteraciones	502
Tiempo[s]	192,115361652493

Tabla A 85. Resultado CFO Amplificador Operacional.

	UPSO	UPSO-FUM
C_1	2,05	2,05
C_2	2,05	2,05
Np	100	100
Fact. Unificación	0,8	$L_s = 0,9 \quad L_i = 0,7$
Terminación	2	2
Neval	76200	76200
Mejor Resultado	9,43243801742100e-12	9,43048212092828e-12
Distancia Euclid.	1,14781057627522	1,50490057739095
Iteraciones	762	762
Tiempo[s]	4,55843448275247	4,71902980445983

Tabla A 86. Resultado UPSO y UPSO-FUM Amplificador Operacional.