

**ELABORACION DE NOTAS DE CLASE DE LA ASIGNATURA DISEÑO
DE ESTRUCTURAS EN ACERO**

Miguel Antonio Peralta Hernández



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Escuela de Ingeniería civil

Bucaramanga

2006

**ELABORACION DE NOTAS DE CLASE DE LA ASIGNATURA DISEÑO DE
ESTRUCTURAS EN ACERO**

Miguel Antonio Peralta Hernández

**Trabajo de grado para optar por el título de
Ingeniero civil**

**Director:
Dalton Moreno Girardot
ing. Civil MSc.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
Escuela de Ingeniería civil
Bucaramanga
2006**

Dedicatoria

*Principalmente a Dios,
Por su bondad y generosidad conmigo
A mis padres José Agustín y Rosalbina
A mis hermanos,
Luz Angela, Nancy, Milena, Carlos, Juan, Mirio y Camilo
Por su apoyo a lo largo de este camino*

*A mi princesa Diana Carolina,
Por su compañía, cariño, amistad y respeto,
Por permitirme soñar un gran futuro con ella,
Y por hacer que cada día me sienta vivo.*

*Un agradecimiento muy especial al
Ingeniero Dalton Moreno Girardot
Por brindarme la oportunidad de aprender de su gran experiencia
Y además por su apoyo incondicional
Como amigo y como ser humano*

AGRADECIMIENTOS

A mi director de grado y maestro **I.C. MSc. Dalton Moreno Giradot** por su acertada dirección, apoyo en todo lo que estuvo a su alcance, su calidad humana y sus valiosas orientaciones.

A todo el cuerpo de profesores de la escuela de ingeniería civil de la UIS quienes con su buena voluntad para educar, sembraron en mi la afición por compartir conocimiento

RESUMEN

TITULO:

ELABORACION DE NOTAS DE CLASE DE LA ASIGNATURA DISEÑO DE ESTRUCTURAS EN ACERO.*

AUTOR:

Miguel Antonio Peralta Hernández **

PALABRAS CLAVES:

Estructuras en acero, metodología de diseño LRFD. Notas de clase.

DESCRIPCION:

El presente documento contiene notas de clase para la asignatura Diseño de estructuras Metálicas, dictada en el pensum de ingeniería civil de la Universidad Industrial de Santander en octavo nivel, estas notas se presentan lo mas sencillas posibles, con el objetivo de su fácil comprensión.

El método de diseño utilizado es el recomendado por la norma sismorresistente vigente NSR-98 llamado método de diseño con factores de carga y de resistencia (LRFD), las unidades trabajadas aquí pertenecen al Sistema internacional de medidas (S.I.) bajo estas condiciones las notas se dividen en siete temas principales, con sus respectivos ejemplos de esta forma su orden temático es: conceptos preliminares, diseño a tensión, conexiones, diseño a compresión, diseño a flexión, Diseño por cortante y efectos combinados. El documento contiene en su parte ulterior una serie de anexos para la ayuda de diseño que se espera le sea útil tanto al estudiante como al profesional.

Para la comprensión de todos los temas expuestos en el presente documento es necesario que el estudiante, cumpla con otras actividades sugeridas en la parte de la introducción solo así se llegara a la comprensión del diseño de estructuras en acero.

* Proyecto de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas, Escuela de ingeniería Civil, Director:
MORENO GIRARDOT, Dalton.

ABSTRACT

TITLE:

MAKING CLASS NOTES OF THE DESIGN OF STEEL STRUCTURES SUBJECT.*

AUTHOR:

Miguel Antonio Peralta Hernández **

KEY WORDS:

Steel Structures, methodology of design LRFD, Class notes.

FRAMEWORK:

The present document contains class notes for the design of steel structures subject, teaching at the Civil Engineering Curriculum of the Universidad Industrial de Santander to fourth year, this notes are presented in the very simple form, with the objective of their easy comprehension.

The method of design applied is that one suggested for the seismicresistent norm in force, NSR-98, also called method of design with load and resistance factors (LRFD), the units used here belongs to the International Measure System (S.I.) Under this conditions the notes are classified in seven main themes, with its respectives examples. According to this, that order is: Preliminar concepts, design by tension, connexions, design by compression, design by flexion, design by cutting and mixed effects. The document contains in the last section a set of attached for the design help expected, both for students so well the professional.

For the understanding of all themes exposed in the document is required that the student carry out with another activities suggested on the Introduction. Only running this way the people can understand the design of steel structures.

* Project of degree.

** Physics-Mechanics Engineering Faculty, Civil Engineering School, Director:
MORENO GIRARDOT, Dalton.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCION	12
1. CONCEPTOS PRELIMINARES	13
1.1 Métodos de Diseño	13
1.2 Clasificación de perfiles de acero	15
1.3 Aceros Estructurales	16
2. DISEÑO DE ELEMENTOS A TENSIÓN	18
2.1 Tipos de miembros a tensión	18
2.2 Criterios de diseño	18
2.3 Propiedades geométricas de la sección	20
2.3.1 Área bruta (A_g)	20
2.3.2 Área neta (A_n)	21
2.3.3 Área neta efectiva (A_e)	22
2.4 Procedimiento para revisión de elementos sometidos a tensión axial pura	25
2.5 Ejemplos	29
3. CONEXIONES	45
3.1 Pernos	45
3.1.1 Generalidades	45
3.1.2 Conexión tipo aplastamiento	47
3.1.3 Conexión tipo deslizamiento crítico	48
3.2 Conexiones soldadas	52
3.2.1 Soldaduras acanaladas	53
3.2.2 Soldadura de filete	54
3.2.3 Resistencia de diseño	57
4. MIEMBROS A COMPRESION	60
4.1 Estado límite por pandeo flector	60
4.2 Estado límite por pandeo flexo-torsor	63
4.3 Secciones compuestas sometidas a compresión	67
4.4 Longitud efectiva	84
5. FLEXION	100
5.1 Fundamentacion LFRD para la flexión de elementos de acero	100
5.1.1 Articulaciones plásticas, modulo plástico y momento plástico	100
5.1.2 Longitud de arrostramiento	101
5.1.3 Coeficiente de gradiente de Momento C_b	102

5.2 Comportamiento nominal de las vigas en función de la longitud de soporte lateral l_b	104
5.2.1 Estado limite de fluencia	105
5.2.2 Pandeo lateral con torsión	106
5.3 Ejemplos	112
6. DISEÑO POR CORTE	122
7. DISEÑO PARA FUERZAS COMBINADAS	125
8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	137
BIBLIOGRAFIA	138
ANEXOS	139

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1.1 Ilustración de miembros y elementos	15
Figura 1.2. Elementos atiesados y no atiesados	16
Figura 2.1 Ejemplo para grandes deformaciones	19
Figura 2.3. Área bruta en perfil C	21
Figura 2.2 Área bruta para ángulos	20
Figura 2.4. Esquemización de gramiles y pasos en un ángulo	22
Figura 2.5. Calculo de área neta efectiva, caso 1	22
Figura 2.6 Calculo de área neta efectiva, caso 2	23
Figura 2.7 Calculo de área neta efectiva, caso 3.a	23
Figura 2.8 Calculo de área neta efectiva, caso 3.b	24
Figura 2.9 Calculo de área neta efectiva, caso 3.c	24
Figura 2.10. Determinación área neta a lo largo de una trayectoria zig-zag	26
Figura 2.11. Posibles modos de falla por bloque cortante	27
Figura 2.12. Área de falla a tensión y cortante	27
Figura 2.13 Vista sección transversal, perfil, planta para el ejemplo 1.	29
Figura 2.14 Esquema general del ejemplo 2.	32
Figura 2.15 Medidas en mm de la platina en el ejemplo 2	32
Figura 2.16 Medidas en mm del perfil C, ejemplo 2	34
Figura 2.17 Bloque cortante del ejemplo 3, medidas en mm.	35
Figura 2.18 Medidas en mm de la platina junto con el esquema de bloque cortante para ejemplo 4	36
Figura 2.19 Medidas de perfil L en mm, usado en el ejemplo 5	38
Figura 2.20 Posibles líneas de falla por bloque cortante para el perfil del ejemplo 5	38
Figura 2.21 Medidas en mm de perfil L de acuerdo al ejemplo 6	40
Figura 2.22 Excentricidades en mm en el perfil del ejemplo 6	40
Figura 2.23 Geometría y medidas en mm para el perfil del ejemplo 7	41
Figura 2.24 Esquema de líneas de falla del ejemplo 7.	42
Figura 2.25 bloque cortante del ejemplo 7.	43
Figura 3.1 Forma de las juntas	45
Figura 3.2 Esquema de conexión tipo aplastamiento	47
Figura 3.3 Conexión tipo deslizamiento crítico	48
Figura 3.4 Esquema del ejemplo 1	49
Figura 3.5 Esquema del ejemplo 3	51
Figura 3.6 Detalle de soldaduras en acanaladas	53
Figura 3.7 Detalles frecuentes de soldadura de penetración completa con electrodos recubiertos	54
Figura 3.8 Detalles para soldadura de filete	55
Figura 3.9 Longitud mínima efectiva de la soldadura tipo filete	56
Figura 3.10 Dimensiones de soldadura tipo filete intermitente	56

Figura 3.11 Detalles de una junta traslapada.	57
Figura 3.12 Símbolos para soldaduras	59
Figura 4.1 Grafica F_{cr} versus λ_c	60
Figura 4.2 Columna con apoyos articulados	61
Figura 4.3 Valores de n y k en columnas articuladas	
Figura 4.4 Formas de pandeo longitudinal de miembros de acero.	62
Figura 4.5 secciones compuestas sometidas a compresión	68
Figura 4.6 Detalles para el 1 ^{er} ejemplo	69
Figura 4.7 Fuerzas externas en la cercha	72
Figura 4.8 Fuerzas internas en la cercha	72
Figura 4.9 Nomograma para estructuras arriostradas al desplazamiento lateral en su plano	85
Figura 4.10 Nomograma para estructuras no arriostradas al desplazamiento lateral en su plano	86
Figura 4.11 Nomograma para el ejemplo 3° de compresión	88
Figura 4.12 Casos estudiados en el 4° ejemplo de compresión	90
Figura 5.1 Formación de una articulación plástica	100
Figura 5.2 Momento plástico de una sección rectangular	100
Figura 5.3 Arrostramiento de una viga	102
Figura 5.4 Valor de C_b	102
Figura 5.5 Valores recomendados de C_b	103
Figura 5.6 Elementos sometidos a flexión	104
Figura 5.7 Grafica M_n vs L_b	105
Figura 5.8 Geometría del ejemplo	112
Figura 5.9 Diagramas de fuerzas, cortante y momentos	112
Figura 5.10 Esfuerzos en la sección transversal	113
Figura 5.11 Geometría del ejemplo2	114
Figura 5.12 Grafica M_n vs L_b	115
Figura 5.13 Diagramas de fuerzas, cortante y momentos del ejemplo 2	116
Figura 5.14 Grafica M_n vs λ_f para el patín del ejemplo 2	117
Figura 5.15 Fuerzas externas, diagrama de cortante y momentos para el ejemplo 3	119
Figura 6.1 Esfuerzos de cortante que se presentan en una viga tipo W	123
Figura 6.2 Definición de variables para perfiles tipo C	124
Figura 7.1 Efectos combinados	125
Figura 7.2 Figura 2. Grafico de la ecuación $\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) \leq 1.0$	126
Figura 7.3 Grafico de la ecuación $\frac{P_u}{2\phi P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) \leq 1.0$	127

INTRODUCCION

El presente texto busca ayudar al estudiante en el desarrollo de competencias fijadas para la asignatura “Diseño de estructuras metálicas”, brindando una guía didáctica para el estudiante, de manera que este comprenda los conceptos a la par con la clase y simultáneamente desarrolle otras actividades extraclase para un mejor entendimiento del diseño en acero, algunas de estas actividades extraclase recomendadas para el estudiante son:

- Dedicación de dos horas adicionales a una hora de clase recibida para asimilar los temas vistos
- Lectura de un libro de estructuras metálicas
- Por lo menos una salida técnica a una obra donde se observen procesos constructivos en estructuras metálicas.
- Proyecto de diseño de una estructura en acero, revisando los elementos a todas las solicitaciones vistas en el curso.

El texto esta dividido en siete capítulos y una serie de anexos empezando con diseño a tensión y terminando con diseño por combinación de efectos, en todos los capítulos se presenta un marco teórico y a continuación se dan ejemplos para que el estudiante los discuta con el docente. En algunos casos se proponen ejercicios extraclase; en la sección de anexos se dan graficas y tablas para ayuda en el diseño al estudiante y al profesional.

Los ejemplos fueron tomados de textos y de los diferentes docentes que trabajan en la escuela de ingeniería civil en el área del diseño estructural.



1. CONCEPTOS PRELIMINARES

1.1 Métodos de Diseño

A continuación se presenta un resumen de un libro de diseño de estructuras de acero (Valencia, 1997)³:

Para el diseño de estructuras metálicas existen dos métodos de diseño, esfuerzos admisibles y LRFD (Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings).

Donde en el diseño de esfuerzos admisibles solamente la resistencia es dividida por un factor de seguridad, F.S., para obtener los esfuerzos permisibles, F; esto es:

$$F_{adm} = \frac{F_{lim}}{F.S.}$$

Donde F_{lim} es un esfuerzo que corresponde al límite de utilidad, tal como el esfuerzo de fluencia, F_y ; un esfuerzo crítico de pandeo, F_{cr} ; el esfuerzo último de tensión, F_u ; o a un rango de esfuerzos, F_{sr} (en el caso de la fatiga). El esfuerzo actuante real que no debe exceder el permisible, se determina, con las cargas de trabajo, empleando el análisis elástico.

En general el proceso de obtención de un factor de seguridad se desprende de la definición de la misma de éste, la cual puede resumirse como la relación de la resistencia R con los efectos debidos a las cargas Q; esto es,

$$F.S. = \frac{R}{Q}$$

Las incertidumbres existentes en el momento de la falla, en las propiedades del material y en la manufactura, afectan la resistencia, mientras que las incertidumbres en las condiciones de carga y en el comportamiento afectan la magnitud de la carga más alta factible. Estas incertidumbres causan variaciones de los valores probables con respecto a los calculados, de tal manera que el valor más bajo de la resistencia posible es $Q = Q + \Delta Q$, donde ΔR y ΔQ son las desviaciones máximas probables entre los valores reales y los calculados. Para evitar la falla, R debe ser mayor o igual que Q, esto es:

³ VALENCIA CLEMENT, Gabriel. Estructuras de Acero – Diseño con factores de carga y de resistencia. Santafé de Bogotá: Escuela Colombiana de Ingeniería, 1997. p 31-57.



$$R - \Delta R \geq Q + \Delta Q$$

O bien:

$$R \left(1 - \frac{\Delta R}{R} \right) \geq Q \left(1 + \frac{\Delta Q}{Q} \right)$$

El mínimo factor de seguridad será, entonces:

$$F.S. = \frac{R}{Q} = \frac{1 + \Delta Q / Q}{1 - \Delta R / R}$$

Si por ejemplo se supone que las variaciones máximas ΔR y ΔQ son del 25% de los valores calculados R y Q, el factor de seguridad mínimo es:

$$F.S. = \frac{1 + 0.25}{1 - 0.25} = 1.67$$

Mientras para el método de diseño con factores de carga y de resistencia (LRFD), es una aproximación con más fundamento probabilístico al diseño de las estructuras de acero para edificaciones, que el diseño por esfuerzos permisibles. Envuelve consideraciones explícitas de estados límites, múltiples factores de carga y factores de resistencia y una determinación probabilística implícita de la confiabilidad. La designación LRFD (Diseño con factores de carga y resistencia) refleja el concepto de factorizar tanto las cargas como las resistencias.

El criterio fundamental de este diseño con factores de carga y de resistencia queda expresado en la siguiente formulación:

$$\sum_{i=1}^i \gamma_i Q_i \leq \phi \cdot R_n$$

Donde:

\sum = Sumatoria para los diferentes tipos de carga

i = Tipo de carga: carga muerta, viva, etc.

Q_i = Efecto nominal de la carga.



γ_i = Factor de carga correspondiente a Q_i

$\sum \gamma_i Q$ = Resistencia requerida

R_n = Resistencia nominal

ϕ = Factor de resistencia correspondiente a R_n .

$\phi.R_n$ = Resistencia de diseño.

El término de la izquierda de la formula, representa la resistencia que se requiere, la cual se calcula por análisis estructural basado en las cargas supuestas; el termino de la derecha representa la capacidad estructural limite suministrada por los elementos y miembros seleccionados.

Un estado límite es una condición que representa un desenlace estructural de utilidad. Los estados límite pueden ser dictados por los requisitos funcionales, como por ejemplo, las deflexiones máximas pueden ser conceptuales, tales como la articulación plástica o la formación de un mecanismo, o pueden representar un colapso real de una parte o de la totalidad de la estructura, tal como una fractura o una inestabilidad.

El método LRFD, seguido en este texto esta compuesto por los estados límites de servicio y los estados límites de resistencia, las especificaciones se desarrollan en mayor proporción para este ultimo considerando la seguridad pública.

1.2 Clasificación de perfiles de acero

Elemento: En su sección transversal solo tiene un ancho y un espesor.

Miembros: Están constituidos por elementos.

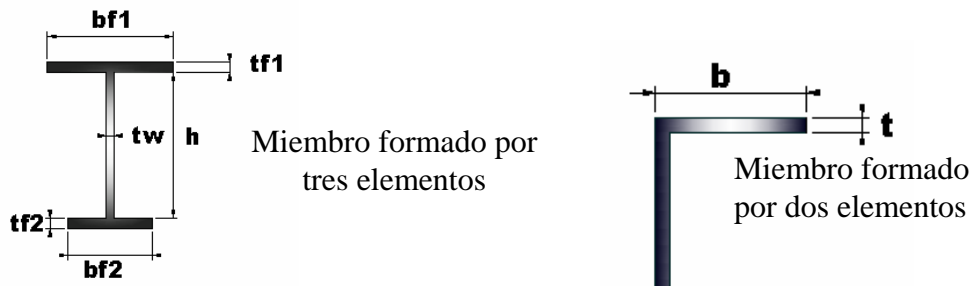


Figura 1.1 Ilustración de miembros y elementos



Elementos no atiesados: Soportados por un borde paralelo a la dirección de la fuerzas de compresión

Elementos atiesados: Soportados a lo largo de dos bordes paralelos a la dirección de la fuerza de compresión.

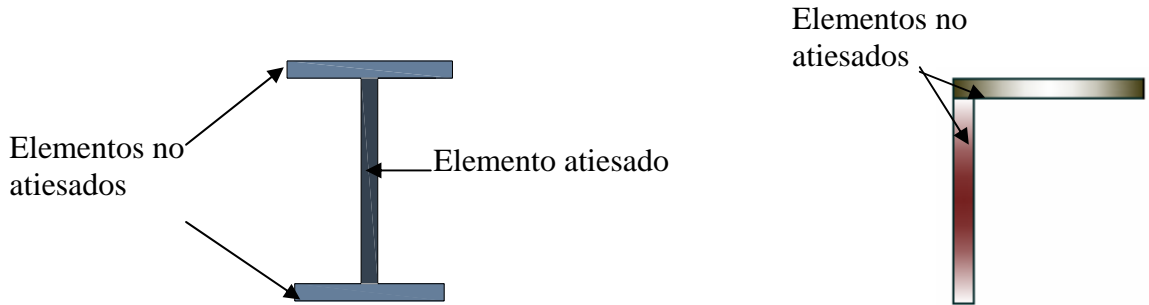


Figura 1.2. Elementos atiesados y no atiesados

Según su relación ancho-espesor: (NSR-98, tabla F.2-1.)

Perfiles compactos: Para que un perfil se considere compacto, las aletas deben estar conectadas continuamente al alma y la relación ancho-espesor de los elementos a compresión no debe exceder los valores limite " λ_p ".

Perfiles no compactos: Son aquellos miembros donde la relación-ancho espesor esta en el rango $\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r$.

Perfiles esbeltos: Son aquellos cuya relación ancho-espesor supera el valor λ_r .

1.3 Aceros Estructurales:

De acuerdo a la American Society of Testing Materials ASMT los aceros estructurales se clasifican:

- Aceros generales (A-36)
- Aceros estructurales de carbono (A-529)
- -b.1 Bajo contenido de carbono (<0.15 %)
- -b.2 Dulce al carbono (0.15 – 0.29 %)
- -b.3 Medio al carbono (0.30 – 0.59 %)
- -b.4 Alto contenido de carbono (0.6 – 1.7 %)
- Aceros estructurales de alta resistencia y baja aleación (M_o , V y C_r), (A-441 y A-572) aleación al 5 %.



- Aceros estructurales de alta resistencia y baja aleación, resistentes a la corrosión atmosférica (A-242, A-588).
- Acero templado y revenido (A-514).

Designación ASTM	Acero	Formas	Usos	Fy min Mpa	Fu min tensión Mpa
A-36	Al carbono	Perfiles, barras y placas	Puentes, edificios estructurales en general. Atornillados, remachados y soldados	250 e < 8" 220 e > 8"	400 -550
A-529	Al carbono	Perfiles y placas e < 1/2"	Igual al A-36	290	414-586
A-441	Al magnesio, vanadio de alta resistencia y baja aleación	Perfiles, placas y barras e < 8"	Igual al A-36 Tanques	276-345	413-483
A-572	Alta resistencia y baja aleación	Perfiles, placas y barras e < 6"	Construcciones atornilladas, remaches. No en puentes soldados cuando Fy > 55 ksi	290-448	414-552
A-242	Alta resistencia, baja aleación y resistente a la corrosión atmosférica	Perfiles, placas y barras e < 4"	Construcciones soldadas, atornillada, técnica especial de soldadura	290-345	434-483
A-514	Templados y revenidos	Placas e < 4"	Construcciones soldada especialmente. No se usa si se requiere gran ductilidad	620-690	690-1034

Tabla 1.1. Tipos de acero estructural

A más resistencia de acero menor soldabilidad y más frágil, debido a su alto contenido de carbono.

2. DISEÑO DE ELEMENTOS A TENSION

2.1 Tipos de miembros a tensión:

a. Torones y Cables

Cable: Miembro flexible a tensión que consiste de uno o más grupos de alambres.

Torón: Esta formado por alambres dispuestos en forma helicoidal alrededor de un alambre central.

Cables se han utilizado como soporte de:

- Puentes suspendidos
- Miembros de concreto preesforzado
- Cubiertas de claros grandes
- Torres contraventeadas

b. Platinas o barras de conexión con pasador.

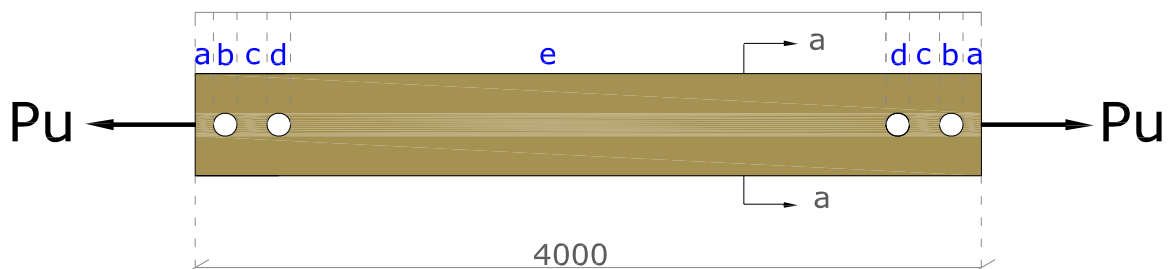
c. Perfiles estructurales y miembros fabricados

2.2 Criterios de diseño

En este capítulo las fuerzas de tensión generalmente estáticas, aplicadas en el eje centroidal de miembros prismáticos metálicos presentan comportamientos límites que conducen a dos criterios de diseño: grandes deformaciones por carga axial de tensión y rotura.

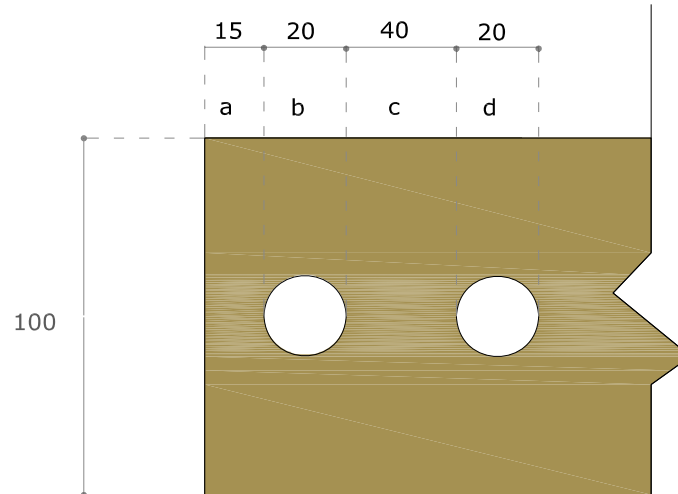
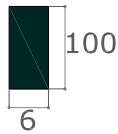
Ejemplo:

Con este ejemplo se muestra la problemática relacionada con el estado límite para grandes deformaciones. Hallar el alargamiento de la platina para $P_u=150$ KN.





Seccion a-a



Nota: Medidas en mm.

Figura 2.1 Ejemplo para grandes deformaciones

Aceros A-36

$$F_y = 250 \text{ Mpa}$$

$$F_u = 410 \text{ Mpa} \quad \text{Perforación para cálculo de sección perforada (tramos } b-d) = 20 \text{ mm}$$

$$P_u = 150 \text{ KN} \quad A: \text{ En la tabla 2.1 es el área de la sección transversal de cada tramo}$$

$$\phi_{perno} = 5/8''$$

Perforación para cálculo de sección perforada (tramos b-d)=20 mm.

Tramo	a	b	c	d	e
Cantidad De tramos	2	2	2	2	1
L (mm)	15	20	40	20	3810
P_u (N)	0	75000	75000	150000	150000
A (mm ²)	600	480	600	480	600
σ (Mpa)	0	156	125	312	250
$\Delta = \frac{PL}{AE}$ (mm)	0	0.016	0.025	Fuera del rango elástico	Fuera del rango elástico
ϵL (mm)				0.948	0.02*L=76.2 mm

Tabla 2.1 Ejemplo 2.1

Nota: Valor de ϵ observado de la grafica esfuerzo σ (Mpa) versus deformación unitaria.

$$\Delta_{total} = 76.2 + 2 * (0.016 + 0.025 + 0.948) = 78.178 \text{ mm}$$

Analicemos, si la deformación total es aceptable $\Delta_{total} = 78.178 \text{ mm}$ es decir 7.8 cm, este un alargamiento muy grande para un miembro de 4 metros ($78/4000 \approx 2\%$), lo que puede conducir a cambios significativos en la geometría de la estructura y por consiguiente a las condiciones de carga y estabilidad de la misma. Por otra parte de los 78 mm de alargamiento total, 76 mm (97.5%) corresponden a fluencia en el área bruta de la sección en el tramo **e**, estableciéndose para tramos largos la fluencia como estado límite en la sección bruta determinada por control de alargamiento y no por resistencia del acero. Al contrario de la anterior situación en las secciones perforadas (**b,d**) sobrepasar la fluencia no implica alargamientos críticos para el miembro estructural infiriendo a que el esfuerzo último de tensión F_u se acepta como estado límite a tensión en zonas perforadas.

Para tensión se toman cuatro controles en el miembro prismático:

- Fluencia de la sección bruta
- Fractura de la sección neta
- Falla del bloque de cortante
- Esbeltez.: ($\frac{Kl}{r} \leq 300$ ó $\frac{Kl}{r} \leq 500$ en varillas redondas).

2.3 Propiedades geométricas de la sección:

2.3.1 Área bruta (A_g): El área total o área bruta " A_g " de un miembro en cualquier punto es la suma de los productos de los espesores por el ancho total de cada elemento medida perpendicularmente al eje del miembro.

En el caso de ángulos, el ancho total es la suma de los lados del ángulo menos el espesor

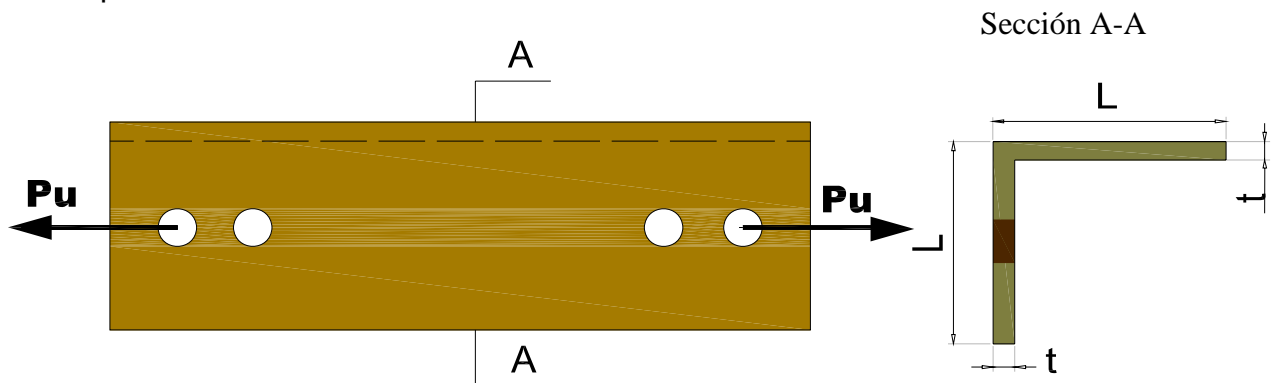
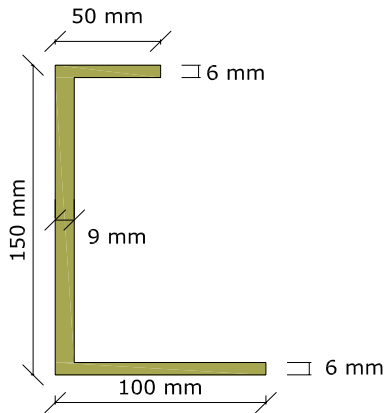


Figura 2.2 Área bruta para ángulos

$$A_g = [2L - t] t$$

Ejemplo sección en C



$$A_g = 50 * 6 + (150 - 2 * 6) * 9 + 100 * 6 = 2142 \text{ mm}^2$$

Figura 2.3. Área bruta en perfil C

2.3.2 Área neta (A_n)

Para el cálculo del área neta en secciones perforadas, se tiene presente la sustracción de la dimensión de perforación estándar dada en la tabla F.2.9. más 2mm, esto multiplicado por el espesor del elemento.

Para cadenas de huecos que se extiendan a través de un elemento en sentido diagonal o en zig-zag, el ancho neto se obtendrá reduciendo del ancho total de la suma de los diámetros de todas las perforaciones circulares o alargadas, según se estipula en F.2.10.3.2, en la cadena y sumando por cada gramil la cantidad $s^2 / 4g$.

En donde:

s = paso. Distancia longitudinal centro a centro de los huecos consecutivos, mm

g = gramil. Distancia transversal centro a centro entre las hileras de sujetadores, mm.

Como ayuda de diseño, a continuación se presenta la tabla siguiente para los gramiles usuales de ángulos, tomada de la AISC.

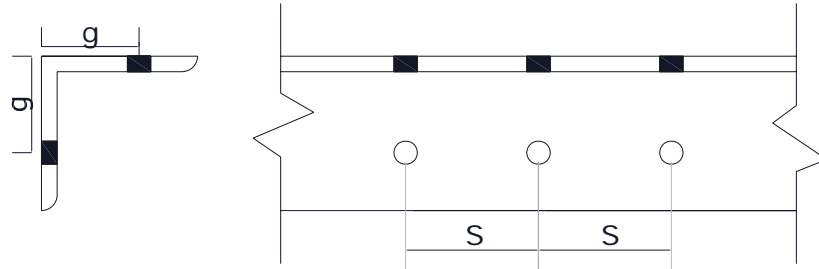


Figura 2.4. Esquematación de gramiles y pasos en un ángulo

Aleta (mm)	100	88	75	63	50	38	35	30	25
g (mm)	63	50	44	34	28	22	22	19	15

Tabla 2.2 Gramiles típicos para ángulos⁴

2.3.4 Área neta efectiva (A_e)

Se presentan tres casos para la definición de área neta:

- 1) Cuando la carga se transmite directamente a todos y cada uno de los elementos transversales por medio de sujetadores o soldaduras, $A_e = A_n$

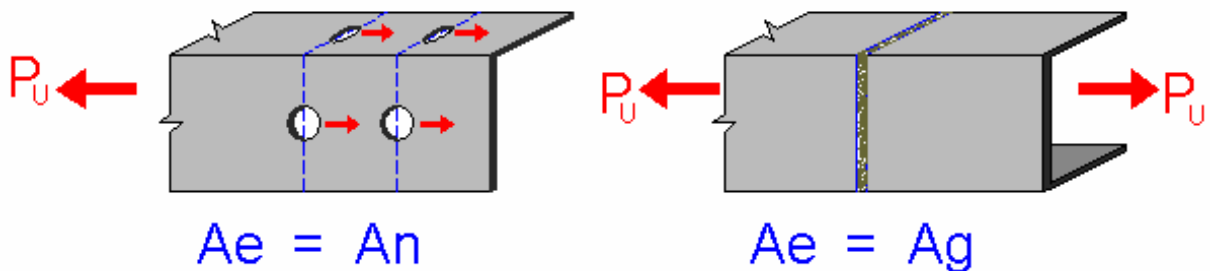
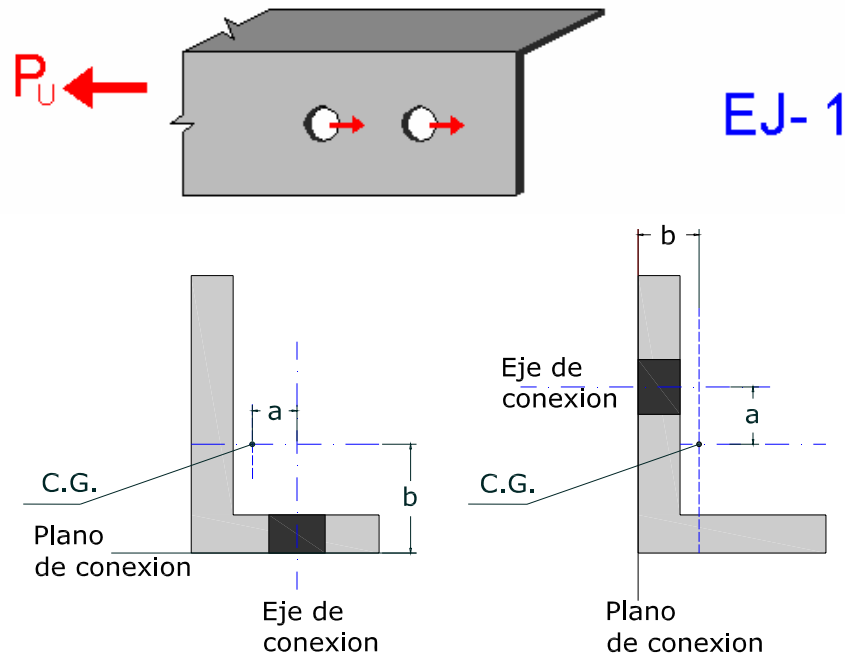


Figura 2.5. Cálculo de área neta efectiva, caso 1

⁴ DIACO. Manual de diseño de estructuras de acero. Santafé de Bogotá : FEDESTRUCTURAS 1996. p 26



- 2) Cuando la carga se transmite por medio de pernos o remaches a través de algunos, pero no todos los elementos de la sección transversal del perfil, $A_e = UA_n$

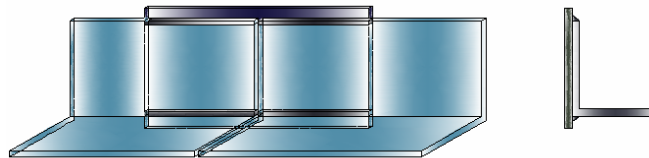


Cuál conexión es mas eficiente ?

Figura 2.6 Calculo de área neta efectiva, caso 2

En la figura 2.6 **a** y **b** representa el viaje promedio de los esfuerzos que vienen de la sección bruta y al acercarse a la conexión se concentran en ella dirigiéndose a los conectores.

- 3) Cuando la carga se transmite por medio de soldaduras a través de algunos pero no todos los elementos de la sección transversal del perfil, $A_e = UA$
 Donde A, se define:
a) cuando la carga a tensión se transmite únicamente mediante soldaduras longitudinales o cualquier miembro que no sea una platina o mediante la combinación de soldaduras longitudinales y transversales: $A_e = A_g$



$$A = A_g$$



Figura 2.7 Calculo de área neta efectiva, caso 3.a

- b) Cuando la carga a tensión se transmite únicamente mediante soldaduras transversales:

A = Área de los elementos conectados directamente.

$U = 1.0$

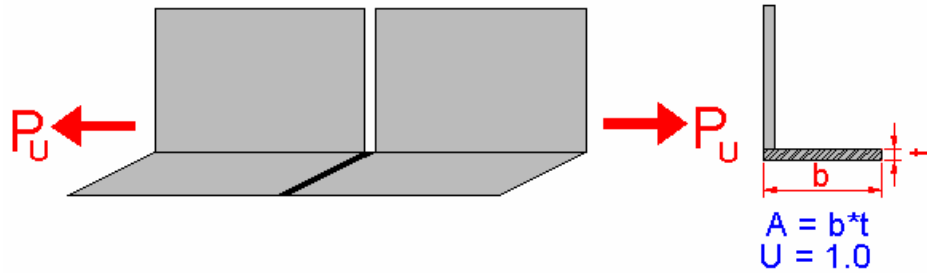


Figura 2.8 Calculo de área neta efectiva, caso 3.b

- c) Cuando la carga a tensión se transmite a una platina por medio de soldaduras longitudinales a lo largo de ambos bordes en los extremos de la misma, la longitud de la soldadura no debe ser inferior al ancho de la platina y: $l > w$

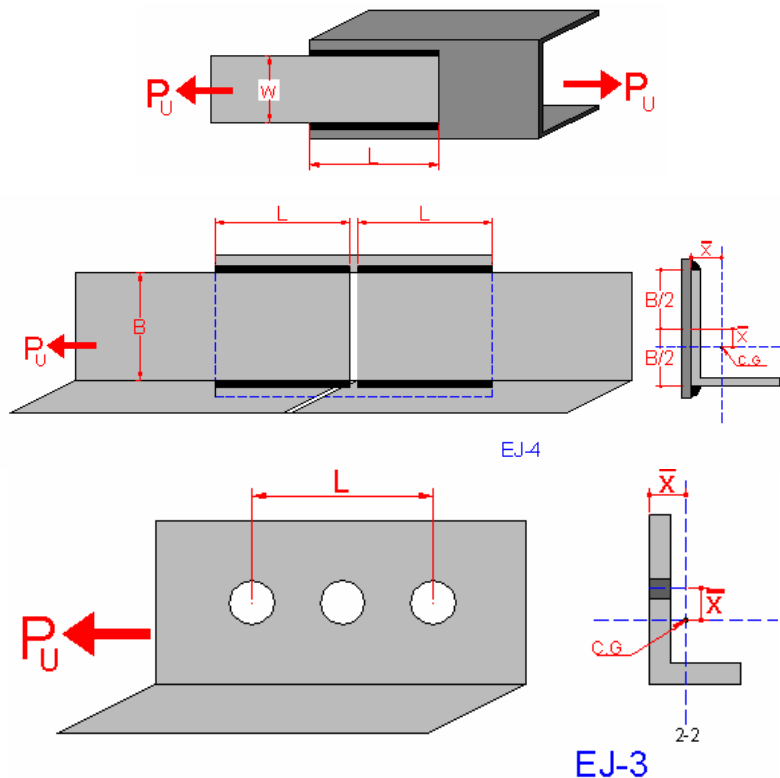




Figura 2.9 Calculo de área neta efectiva, caso 3.c

$A = \text{área de la platina}$

$$l \geq 2w \quad U = 1.0$$

$$2w > l \geq 1.5w \quad U = 0.87$$

$$1.5w > l \geq w \quad U = 0.75$$

$A_n = \text{Área neta del perfil}$

$U = \text{coeficiente de reducción}$

$$U = 1 - \frac{\bar{x}}{L} \leq 0.9, \text{ ó como se definió en b) y c)}$$

$\bar{x} = \text{excentricidad de la conexión, mm.}$

$L = \text{longitud de la conexión en la dirección de la carga, mm.}$

2.4 Procedimiento para revisión de elementos sometidos a tensión axial pura

Para la revisión de un miembro dado sometido a tensión axial pura se recomienda el siguiente procedimiento:

1. Se determina el valor de P_u con base en el análisis estructural.
2. Determinar la resistencia a la tensión ($\phi_t P_n$) debida al estado limite de fluencia del área bruta:

$$\phi_t P_n = \phi_t A_g * F_y$$

Donde $\phi_t = 0.9$ para el estado limite de fluencia.

3. Conocidos los diámetros de los pernos que atraviesan el elemento estructural (d_{perno}), determinar el diámetro para descuento de área según la tabla 2.3.

Diámetro del Perno mm (pulgadas)	Diámetro Estándar mm	Diámetro Para cálculo de área neta
12.7 (1/2")	14	16
15.9 (5/8")	18	20
19.1 (3/4")	21	23
22.2 (7/8")	24	26
25.4 (1")	27	29
28.6 ($\geq 1 \frac{1}{8}$ ")	d+3	d+5

Tabla 2.3 Diámetro de perno, estándar y diámetro de descuento para área neta



4. Determinar el área neta crítica de la sección transversal, para hallarla se deben contemplar todas las posibles trayectorias de fracturas. Básicamente existen dos casos para el calculo de área neta crítica:

a) Cuando el área transversal únicamente tiene una sola línea de pernos, o si existen varias líneas de ellos estos deben ser paralelos tanto longitudinalmente como transversalmente. El área neta crítica se calcula como:

$$A_n = A_g - \sum d_{\text{hueco}} t$$

Donde d_{hueco} corresponde al diámetro estándar más 2 mm. Según NSR-98. F.2.2.2.

b) Cuando las líneas de pernos son alternadas tomando formas de zig-zag algunas trayectorias de fractura para el cálculo de área neta se obtiene:

$$A_n = A_g - \sum d_{\text{hueco}} t + \sum \left(\frac{s^2}{4g} \right)$$

Donde s, t, g son distancias medidas en milímetros [mm].

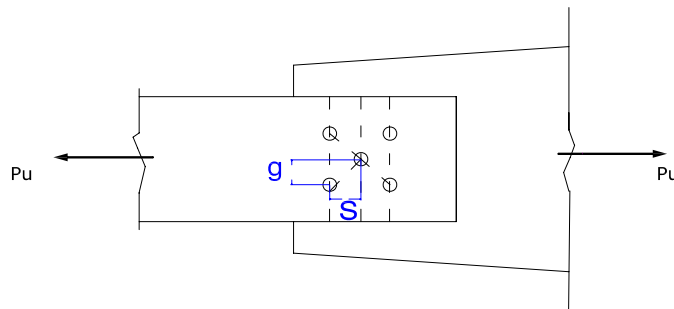


Figura 2.10. Determinación área neta a lo largo de una trayectoria zig-zag

5. Determinar la resistencia a tensión debido al estado limite de fractura del área neta.

$$\phi_t P_n = \phi_t A_e F_u$$

Donde $\phi_t = 0.75$ para el estado límite de fractura y A_e corresponde al área neta efectiva determinada de la siguiente forma:

a) El área neta efectiva A_e es igual al área neta crítica A_n obtenida según el procedimiento seguido en el numeral anterior si la carga se transmite a través de todos los elementos de la sección transversal (alma y aletas) por medio de los conectores o soldaduras.



- b) El área neta efectiva A_e es igual al área neta crítica A_n multiplicada por un coeficiente de reducción cuando la carga se transmite por medio de pernos, remaches o soldaduras a través de algunos pero no todos los elementos de la sección transversal del perfil utilizado. $A_e = UA_n$

Donde:

A_n = Área neta de la sección transversal del elemento $[mm^2]$

U = Coeficiente de reducción = $1 - \bar{x} / L \leq 0.9$

\bar{x} = Excentricidad en la conexión $[mm^2]$

L = Longitud de la conexión en la dirección de la carga $[mm^2]$

6. Determinar los posibles modos de falla por bloque cortante en el elemento.

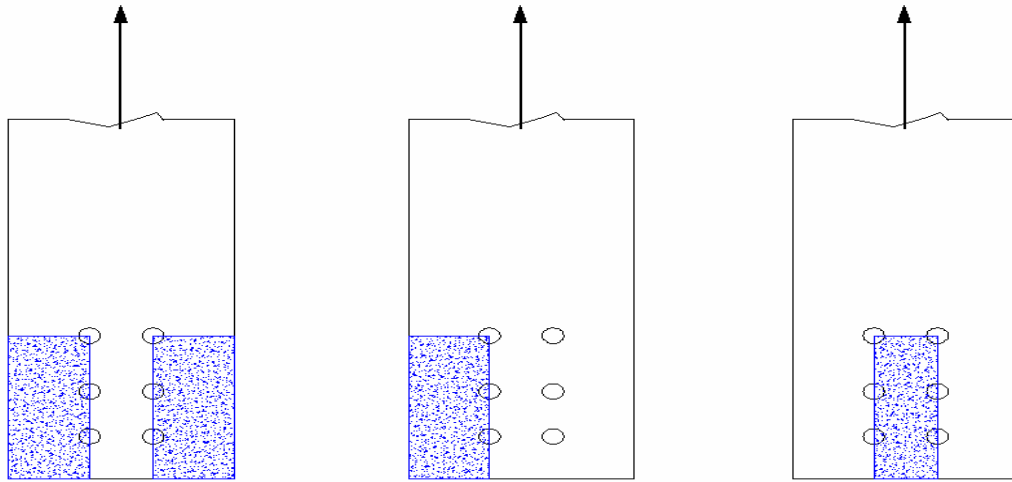


Figura 2.11. Posibles modos de falla por bloque cortante.

7. Determinar el área bruta de tensión (A_{gt}), el área bruta a cortante (A_{gv}), el área neta a tensión (A_{nt}) y el área neta a cortante (A_{nv}). Las áreas netas para cortante y tensión se calculan suponiendo que la trayectoria de fractura es recta de centro a centro de los huecos, y los planos de cortante y tensión son perpendiculares.

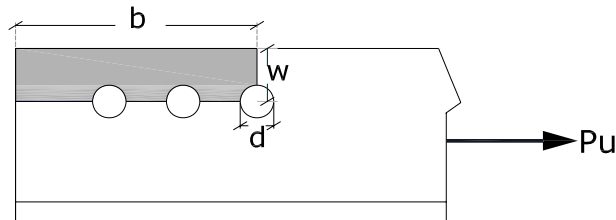


Figura 2.12. Área de falla a tensión y cortante



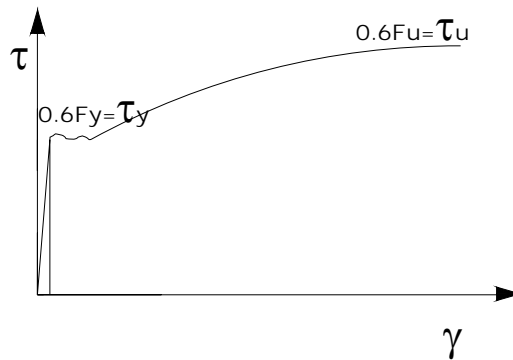
$$A_{gt} = W * t$$

$$A_{gv} = b * t$$

$$A_{nt} = [w * t] - [d / 2 * t]$$

$$A_{nv} = [b * t] - [2.5 * d * t]$$

8. Calcular $A_{nt} F_u$ y $A_{nv} \tau_u$ donde $\tau_u = 0.6 * F_u$



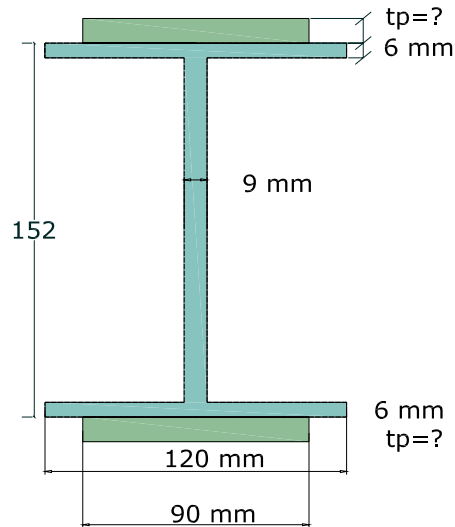
$$\text{Si } A_{nv} \tau_u > A_{nt} F_u \quad \phi_t P_n = 0.75(0.6A_{nv} F_u + A_{gt} F_y)$$

$$\text{Si } A_{nv} \tau_u < A_{nt} F_u \quad \phi_t P_n = 0.75(A_{nt} F_u + 0.6A_{gv} F_y)$$

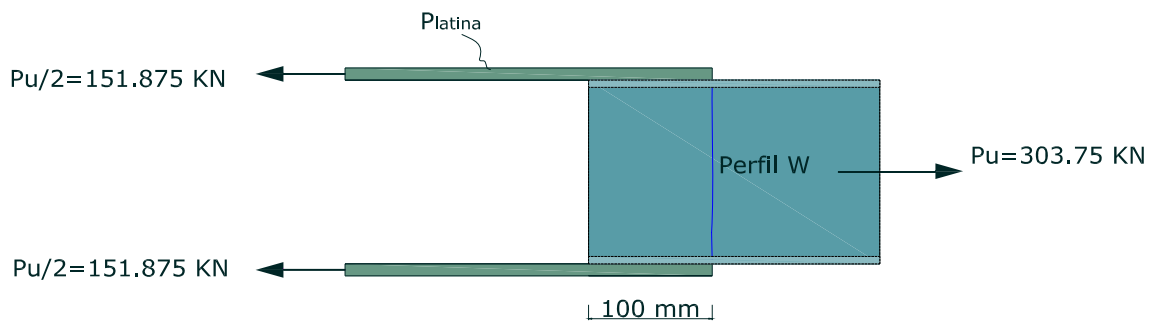
9. Determinar el menor valor de $\phi_t P_n$ de los obtenidos en los numerales 2, 4 y 8 y compararlo con el valor P_u , ya conocido del análisis estructural. Si $P_u \geq \phi_t P_n$ se debe reforzar el elemento.

2.5 Ejemplos

1. Evaluar el espesor requerido de las platinas para que soporten un 50% de la carga máxima (P_u) que puede aplicarse al perfil W, todo en acero A-36.



Vista perfil



Vista planta

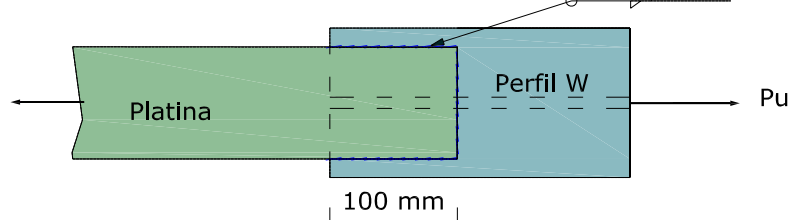


Figura 2.13 Vista sección transversal, perfil, planta para el ejemplo 1.



1) *Falla por fluencia del perfil I*

$$Acero A_{36} = F_y = 250 \text{ Mpa}$$

$$F_U = 420 \text{ Mpa}$$

$$A_g = 2 * 120 * 6 + 140 * 9 = 2700 \text{ mm}^2$$

$$P_u \leq \phi F_y A_g = 0.9 * F_y * A_g = 0.9 * 250 \text{ Mpa} * 2700 \text{ mm}^2 = 607500 \text{ N} = 607.5 \text{ KN}$$

2) *Falla por rotura del perfil I :*

$$P_u \leq \phi P_n = \phi * F_U * U * A_n = 0.75 * 400 \text{ Mpa} * 0.7927 * 2700 \text{ mm}^2 = 642090 \text{ N} = 642.09 \text{ KN}$$

$$A_n = A_g = 2700 \text{ mm}^2$$

\bar{x} Tomado para media I, es decir:

$$\bar{x} = \frac{\sum A * x}{\sum A} = \frac{120 * 6 * 3 + 70 * 9 * (35 + 6)}{1350} = 20.73 \text{ mm}$$

$$U = 1 - \frac{\bar{x}}{L} = 1 - \frac{20.73}{100} = 0.7927$$

3) *Bloque Cortante :*

$$A_{gt} = 2 * 90 * 6 + 140 * 9 = 2340 \text{ mm}^2$$

$$A_{nt} = A_{gt} \text{ Porque la conexion soldada no tiene perforaciones}$$

$$A_{gv} = 2 * 2 * 100 * 6 = 2400 \text{ mm}^2$$

$$A_{nv} = A_{gv}$$

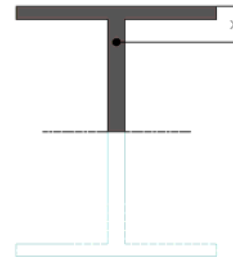
$$F_U A_{nt} = 400 \text{ Mpa} * 2340 \text{ mm}^2 = 936000 \text{ N} = 936 \text{ KN}$$

$$0.6 F_U A_{nv} = 0.6 * (400) * (2400) = 576000 \text{ N} = 576 \text{ KN} \quad F_u A_{nt} \geq 0.6 * F_U A_{nv}$$

$$P_u \leq 0.75 * [F_U A_{nt} + 0.6 F_y A_{gv}] = 0.75 * [936 + 0.6 * 250 * 0.24] = 972 \text{ KN}$$

El 50% de la carga máxima que se puede aplicar es :

$$P = 303.75 \text{ KN}$$





Diseño de la platina:

1) *Por fluencia :*

$$151875 N = \phi * A_g * f_y = 0.9 * (250)(90 * t_p)$$

$$\Rightarrow t_p = 7.5 \text{ mm}$$

2) *Por rotura :*

$$P_u = 151875 N \leq \phi P_n = 0.75 * F_u * U * A_n$$

$$0.75 * 400 \text{ Mpa} * 1 * (90 \text{ mm}^2 * t_p)$$

$$\Rightarrow t_p \geq 5.625 \text{ mm}$$

3) *Bloque Cor tan te* \Rightarrow *no se aplica por que no existe*

$$\text{Re spuesta : } t_p \geq 7.5 \text{ mm} \quad \text{En el comercio : } \left\{ \begin{array}{l} t_p = \frac{5''}{16} = 7.9378 \text{ mm} \\ t_p = 8 \text{ mm} \end{array} \right.$$

Calculo de la longitud de conexion teniendo en cuenta la eficiencia :

$$0.7 = U = 1 - \frac{\bar{x}}{L} \Rightarrow \bar{x} = 76 \text{ mm} \Rightarrow L = \frac{76}{1-0.7} = 253 \text{ mm}$$

$$L_c = 260 \text{ mm}$$



2. Evaluar la carga de diseño que soporta la conexión mostrada.

- a) Por estado limite de deformación ϕP_n
- b) Por estado limite de rotura.

Perfil C

$A = 2470.96 \text{ mm}^2$

$d = 152.4 \text{ mm}$

$t_w = 11.10 \text{ mm}$

$b_f = 54.79 \text{ mm}$

$t_f = 8.71 \text{ mm}$

$\bar{X} = 13.06 \text{ mm}$

Acero A-36

$f_y = 250 \text{ Mpa}$

$F_u = 420 \text{ Mpa}$

Diametro de pernos = $\phi_p = 12.7 \text{ mm}$

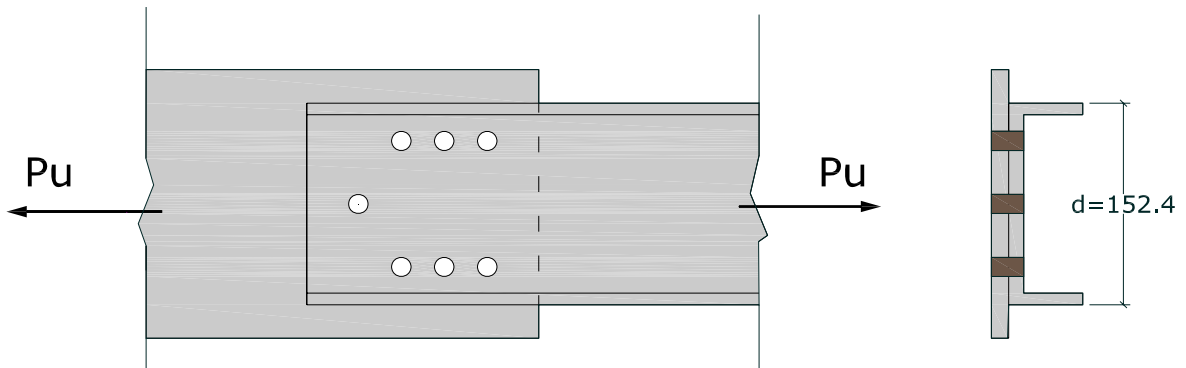


Figura 2.14

Esquema general del ejemplo 2.

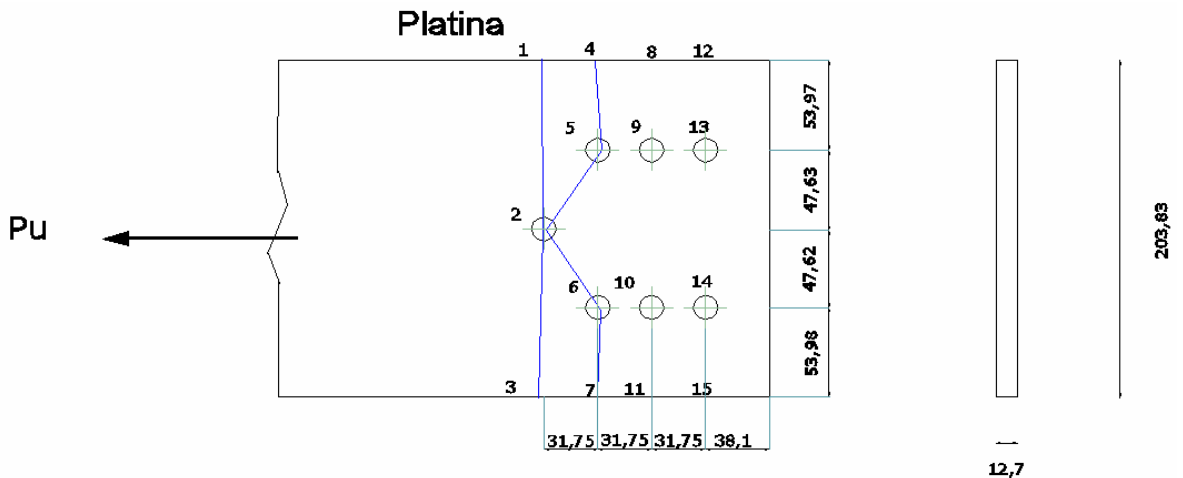


Figura 2.15 Medidas en mm de la platina en el ejemplo 2



Para la platina:

a) Grandes deformaciones:

$$\phi P_n = \phi F_y A_g = (0.9) * (250) * (12.7) * (203.2) = 580.644 \text{ KN}$$

b) Rotura:

$$\phi P_n = \left[L_o - n(\phi_{es\ tan\ dar} + 2 \text{ mm}) + \frac{\sum S^2}{4g} \right] * t * \phi * F_u = \phi F_u * A_e$$

$$A_e = U * A_n = (1) A_n = A_n \quad FC = \text{factor de carga}$$

FC Linea de falla $A_e = A_n$

$$1 \quad 1-2-3 \quad [203.2 - 1(14 + 2) + 0] * 12.7 = 2377.44 \text{ mm}^2$$

$$\phi P_n = 0.75 * 420 \text{ Mpa} * 2377.44 \text{ mm}^2 = 748893 \text{ N} \Rightarrow P_u = \phi P_n / FC = 748.893 \text{ KN}$$

$$\frac{6}{7} \quad 4-5-6-7 \quad [203.2 - 2(14 + 2) + 0] * 12.7 = 2174.24 \text{ mm}^2$$

$$\phi P_n = 0.75 * 420 \text{ Mpa} * 2174.24 \text{ mm}^2 = 684885 \text{ N} \Rightarrow P_u = \phi P_n / FC = 799.033 \text{ KN}$$

$$1 \quad 1-2-6-7 \quad \left[203.2 - 2(14 + 2) + \frac{31.75^2}{4 * 47.625} \right] * 12.7 = 2241.44 \text{ mm}^2$$

$$\phi P_n = 0.75 * 420 \text{ Mpa} * 2241.44 \text{ mm}^2 = 706054 \text{ N} \Rightarrow P_u = \phi P_n / FC = 706.054 \text{ KN}$$

$$1 \quad 4-5-2-6-7 \quad \left[203.2 - 3(14 + 2) + \frac{2 * 31.75^2}{4 * 47.625} \right] * 12.7 = 2105.45 \text{ mm}^2$$

$$\phi P_n = 0.75 * 420 \text{ Mpa} * 2105.45 \text{ mm}^2 = 663216 \text{ N} \Rightarrow P_u = \phi P_n / FC = 663.216 \text{ KN}$$

$$\frac{5}{7} \quad 4-5-10-11 \quad \left[203.2 - 2(14 + 2) + \frac{31.75^2}{4 * 2 * 47.625} \right] * 12.7 = 2207.84 \text{ mm}^2$$

$$\phi P_n = 0.75 * 420 \text{ Mpa} * 2207.84 \text{ mm}^2 = 695470 \text{ N} \Rightarrow P_u = \phi P_n / FC = 973.657 \text{ KN}$$

Para el perfil C:

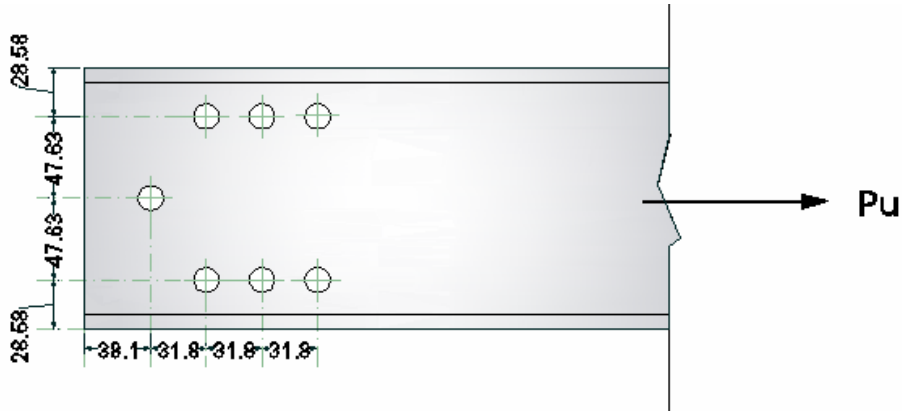


Figura 2.16 Medidas en mm del perfil C, ejemplo 2

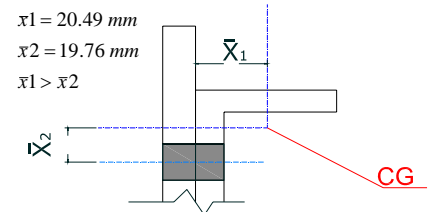
a) Deformación por fluencia del area neta:

$$P_u \leq \phi P_n = \phi * f_y * A_g = 0.9 * 250 * 2470.967 \text{ mm}^2 = 555967 \text{ N} = 555.967 \text{ KN}$$

b) Rotura:

$$P_u \leq \phi P_n = \phi * F_u * A_e = 0.75 * 420 \text{ Mpa} * U * A_n$$

$$U = 1 - \frac{\bar{x}_1}{L} = 1 - \frac{20.49}{95.25} = 0.784 \leq 0.9$$



$$A_n = [L_o - n (\phi_{\text{estandar}} + 2 \text{ mm})] t$$

$$A_n = \left[2 * \left(54.79 - \frac{11.10}{2} \right) 8.71 + (152.4 - 8.71) 11.10 - 3 (14 + 2) 11.10 \right]$$

$$A_n = 1919.92 \text{ mm}^2$$

$$P_u = 0.75 * 420 \text{ Mpa} * 0.784 * 1919.92 \text{ mm}^2 = 474143 \text{ N} = 474.143 \text{ KN}$$

$$Rta = P_u < 474.143 \text{ KN}$$

En el caso de que existan dos excentricidades para una conexión decir (\bar{x}_1, \bar{x}_2) se tomará para retraso de cortante la mayor de ellas.

3. Determinar la resistencia por bloque de cortante para la conexión final del ángulo mostrado.

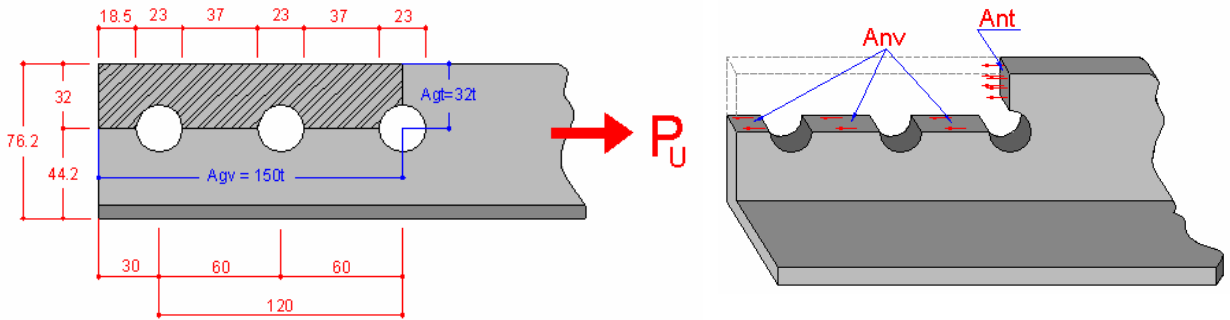


Figura 2.17 Bloque cortante del ejemplo 3, medidas en mm.

ACERO A572 GR 50

1 \angle 3" \times 1/4 \approx 76.2 \times 6.35

Áreas en mm^2

$$F_y = 350 \text{ MPa}$$

$$A_{nt} = 20.5 \times 6.35 = 130$$

$$F_U = 455 \text{ MPa}$$

$$A_{nv} = (150 - 2.5 \times 23) \times t = 92.5 \times 6.35 = 587$$

$$A_g = 930 \text{ mm}^2$$

$$A_{gv} = 150 \times 6.35 = 953$$

$$\phi_{\text{tornillo}} = \frac{3}{4}'' = 19.1 \text{ mm}$$

$$A_{gt} = 32 \times 6.35 = 203$$

$$\phi_{\text{para descuento de area}} = 23 \text{ mm}$$

$$\bar{x} = 21.3 \text{ mm}$$

$$F_U A_{nt} \geq 0.6 F_y A_{nv}$$

$$\phi R_n = 0.75 [160251 + 350 \times 203]$$

$$455 \times 130 \geq 0.6 \times 455 \times 587$$

$$\phi R_n = 0.75 [160251 + 71050]$$

$$59150 \geq 160251 \quad (\text{NO})$$

$$\phi R_n = 173476 \text{ N}$$

$$\phi R_n = 173.5 \text{ KN}$$

Por lo tanto $P_U \leq 173.5 \text{ KN}$

4. Hallar la carga que resiste antes de que falle el miembro sometido a tensión axial:

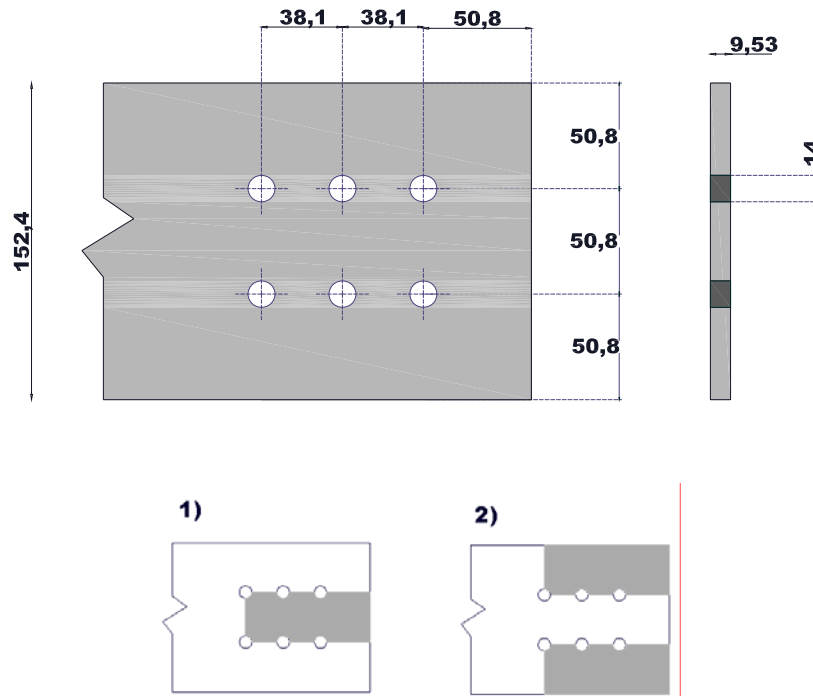


Figura 2.18 Medidas en mm de la platina junto con el esquema de bloque cortante para ejemplo 4

Tipos de falla:

1. Fluencia o grandes deformaciones $\phi P_n = \phi F_y A_g$
2. Rotura $\phi P_n = \phi F_u A_e = \phi F_u A_n U$
3. Esbeltez $l / r \leq 300$
4. Bloque cortante (falla tensión +falla cortante)
 $\phi_{es\ tan\ dar} = 14\ mm$

Por fluencia:

$$P_u \leq \phi P_n = \phi F_y A_g = 0.9 * 250 * (152.4 * 9.525) = 326.612\ KN$$

Por rotura:

$$P_u \leq \phi P_n = \phi F_u * U * A_n = 0.75 * 420 * 1 * [152.4 - 2(14 + 2)] * 9.525 = 361.245\ KN$$



Para bloque cortante:

$$1) A_{gt} = 50.8 * 9.525 = 483.87 \text{mm}^2$$

$$A_{nt} = 50.8 * 9.525 - 1(14 + 2) * 9.525 = 331.47 \text{mm}^2$$

$$A_{gv} = 2 * 127 * 9.525 = 2419.35 \text{mm}^2$$

$$A_{nv} = 2 * 127 * 9.525 - 2 * 2.5 * (14 + 2) * 9.525 = 1657.35 \text{mm}^2$$

$$2) A_{gt} = (50.8 + 50.8) * 9.525 = 967.74 \text{mm}^2$$

$$A_{nt} = (50.8 + 50.8) * 9.525 - 1(14 + 2) * 9.525 = 815.34 \text{mm}^2$$

$$A_{gv} = 2 * 127 * 9.525 = 2419.35 \text{mm}^2$$

$$A_{nv} = 2 * 127 * 9.525 - 2 * 2.5 * (14 + 2) * 9.525 = 1657.35 \text{mm}^2$$

$$\phi A_{nt} F_u = 0.75 * 331.47 \text{mm}^2 * 420 \text{Mpa} = 104.413 \text{KN}$$

$$\phi [0.6 * F_u] A_{nv} = 0.75 * 0.6 * 420 \text{Mpa} * 1657.35 \text{mm}^2 = 313.239 \text{KN}$$

De esta forma $A_{nv} \tau_u > A_{nt} F_u \Rightarrow \phi_t P_n = 0.75 (0.6 A_{nv} F_u + A_{gt} F_y)$

$$\phi P_n = 0.75 [0.6 * 1657.35 \text{mm}^2 * 420 \text{Mpa} + 483.87 \text{mm}^2 * 250 \text{Mpa}] = 403.964 \text{KN}$$

Así $P_u \leq \phi P_n = 326.612 \text{KN}$ fallando por fluencia.

5. Determinar la capacidad resistente a la tensión del perfil L mostrado

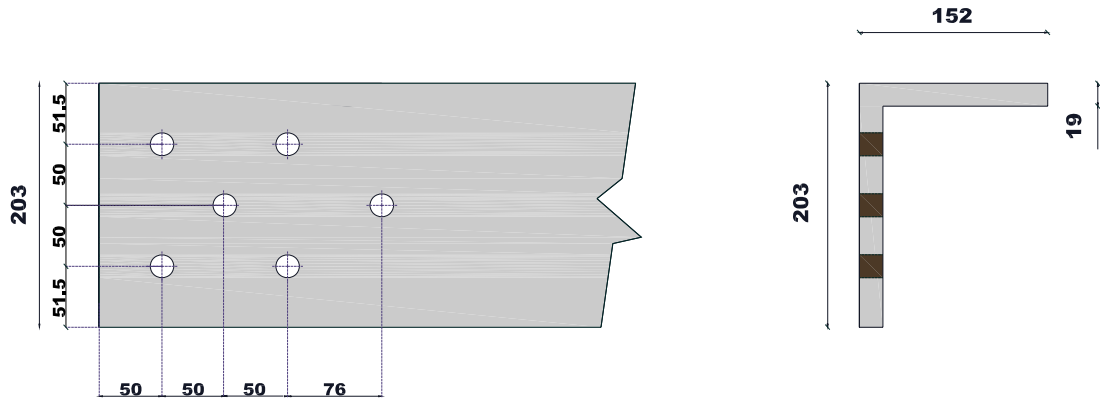


Figura 2.19 Medidas de perfil L en mm, usado en el ejemplo 5

$$A_g = 6384 \text{ mm}^2$$

$$\bar{x} = 39.583$$

$$\phi_{\text{tornillo}} = 3/4" = 19.05 \text{ mm}$$

Acero : A - 36

$$F_y = 250 \text{ Mpa}$$

$$F_u = 420 \text{ Mpa}$$

1) Fluencia :

$$\phi P_n = \phi F_y A_g = 0.9 * 250 \text{ Mpa} * 6384 \text{ mm}^2 = 1436.4 \text{ KN}$$

2) Rotura :

$$\phi F_u A_e$$

$$A_n = \sum L_i t_i - \sum \phi * t_i + \sum \frac{s^2}{4g} t_i \rightarrow \text{Formula general}$$

$$\text{falla } 1-2-3 \quad A_n = [203 \text{ mm} + 152 \text{ mm} - 19] 19 - (21 + 2 \text{ mm}) * 19 = 5947 \text{ mm}^2$$



$$\text{falla } 1-2-6-7 \quad A_n = [203 + 152 - 19] * 19 - 2 * (23) * 19 + \frac{5776}{4 * 50} * 19$$

$$A_n = 6058.72 \text{ mm}^2$$

$$\text{falla } 4-5-2-6-7 \quad A_n = [203 + 152 - 19] * 19 - 3 * (23) * 19 + \frac{2 * 5776}{4 * 50} * 19$$

$$A_n = 6170.44 \text{ mm}^2$$

$$P_u = \phi F_u U A_e = 0.75 * 420 \text{ Mpa} * 0.775 * 5947 \text{ mm}^2 = 1451811 \text{ N} = 1451.811 \text{ KN}$$

$$U = 1 - \bar{x} / L \Rightarrow 1 - 39.583 \text{ mm} / 176 \text{ mm} = 0.775$$

3) Bloque Cor tan te

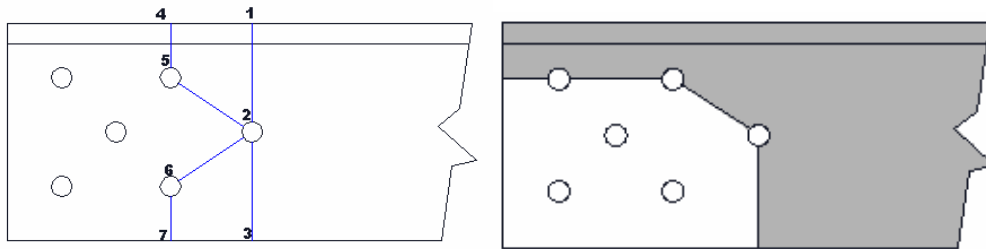


Figura 2.20 Posibles líneas de falla por bloque cortante para el perfil del ejemplo 5

$$A_{gt} = [101.5 \text{ mm} + 50 \text{ mm}] * 19 \text{ mm} = 2878.5 \text{ mm}^2$$

$$A_{nt} = \left[101.5 - 0.5 * 23 + \left(\left(\sqrt{76^2 + 50^2} \right) \text{ mm}^2 - 23 \right) * 2 / \sqrt{76^2 + 50^2} \right] * 19 \text{ mm} = 1738.392 \text{ mm}^2$$

$$A_{gv} = [152 \text{ mm} + 76 \text{ mm}] * 19 \text{ mm} = 4332 \text{ mm}^2$$

$$A_{nv} = \left[152 \text{ mm} - 1.5 * 23 + \left(\left(\sqrt{76^2 + 50^2} \right) - 23 \right) * 3 / \sqrt{76^2 + 50^2} \right] * 19 \text{ mm} = 2275.089 \text{ mm}^2$$

$$\text{Rotura tension : } F_u * A_{nt} = 730.124 \text{ KN}$$

$$\text{Rotura cor tan te : } 0.6 * F_u * A_{nv} = 573.322 \text{ KN}$$

Como : $F_u * A_{nt} > 0.6 * F_u * A_{nv}$, entonces ocurre falla por rotura a tensión y fluencia a cortante.

$$\phi P_n = 0.75 * [F_u * A_{nt} + 0.6 * F_y * A_{gv}]$$

$$\phi P_n = 0.75 * [420 * 1738.392 + 0.6 * 250 * 4332] = 1034943 \text{ N} = 1034.943 \text{ KN}$$

Luego $P_u = 1034.943 \text{ KN}$

6. Diseñar un miembro angular a tensión de acero A-36 que tiene una longitud de 4000 mm y que soporta una carga muerta de trabajo de 50 KN y una carga de trabajo de 70 KN. El miembro esta articulado en un extremo y se va a conectar mediante una conexión emperrada.

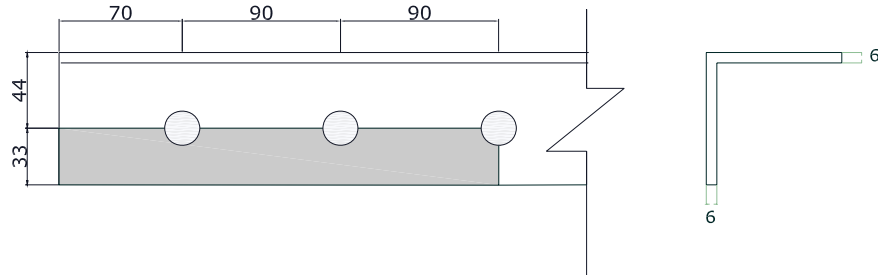


Figura 2.21 Medidas en mm de perfil L de acuerdo al ejemplo 6

Aplicando las combinaciones F.3-1 y F.3-2 se tiene que:

$$1.4D = 1.4 * 50 = 70 \text{ KN}$$

$1.2D + 1.6L = 1.2 * 50 + 1.6 * 70 = 172 \text{ KN}$ Supongamos que el miembro se conecta solo por un lado con pernos de $7/8" = 22.2 \text{ mm}$ (por lo menos tres en cada hilera) tal como se muestra y que tendrá un perno en una sección transversal cualquiera.

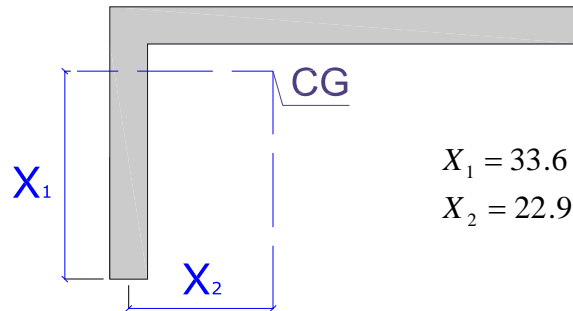
Escogiendo un Angulo de 75mmx6.0mm del manual de diseño diaco:

$$\text{Area} = 872 \text{ mm}^2$$

1) Por fluencia:

$$\phi P_n = \phi F_y A_g = 0.9 * 250 \text{ Mpa} * 872 \text{ mm}^2 = 196200 \text{ N} = 196.2 \text{ KN}$$

2) Por Rotura:



$$X_1 = 33.6$$

$$X_2 = 22.9$$

Figura 2.22 Excentricidades en mm en el perfil del ejemplo 6

$$U = 1 - \frac{\bar{X}}{L} = 1 - \frac{33.6}{180} = 0.813$$

$$\phi P_n = \phi F_u U A_e = 0.75 * 400 \text{ Mpa} * 0.813 * (872 - (26 * 6)) \text{ mm}^2 = 174.632 \text{ N} = 174.632 \text{ KN}$$



3) Por bloque cortante:

- Fractura por tensión y fluencia por cortante:

$$P_n = \phi(F_u A_{nt} + 0.6F_y A_{gv})$$

$$0.75 * (400 * 6(33 - 0.5 * 26)) + 0.6 * 250 * (70 + 2 * 90) * 6 = 204750 N = 204.75 KN$$

- Fractura por cortante y fluencia por tensión:

$$P_n = \phi(F_y A_{gt} + 0.6 * F_u * A_{nv})$$

$$P_n = 0.75 * (250 * 33 * 6 + 0.6 * 400 * (250 - 2.5 * 26) * 6.0) = 236925 N = 236.925 KN$$

Como se ve el Angulo de 75 x 6 mm. Cumple con todos los criterios.

7. Encontrar La resistencia de diseño (ϕP_n) a tensión de dos placas de sección 19*300 unidas con 13 pernos de acero A325 y las placas es ASTM A22

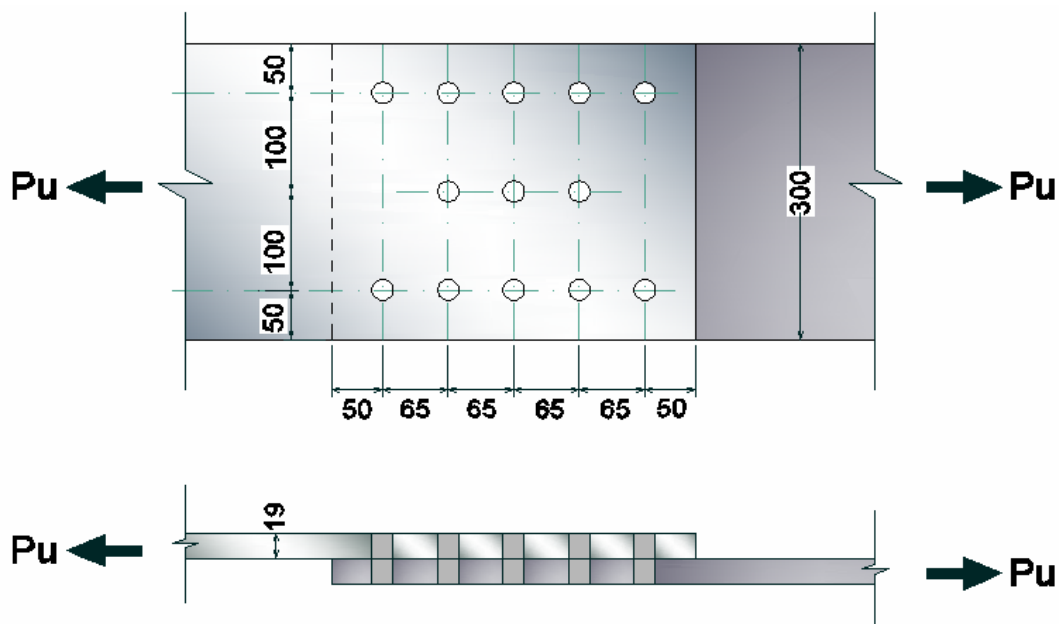


Figura 2.23 Geometría y medidas en mm para el perfil del ejemplo 7

CADA PLACA ACERO ASTM A242

$$F_y = 42 \text{ Ksi} = 290 \text{ MPa}$$

$$F_u = 63 \text{ Ksi} = 435 \text{ MPa}$$

$$A_g = 19 * 300 = 5700 \text{ mm}^2$$

1.) Fluencia en área bruta

$$P_u \leq \phi_t P_n \quad \phi_t = 0.90$$



$$P_n = A_g * F_y = 5700 * 290 = 1653 \text{ kN} = 1653 \text{ KN}$$

$$\phi_t * P_n = 0.9 * 1653 = 1487.7 \text{ KN}$$

2.) Fractura en el área neta

$$P_u \leq \phi_t P_n; \phi_t = 0.75; P_n = A_e * F_u \text{ Para patina } A_e = A_n$$

$$\phi = 22.2$$

$$\phi = 24+2$$

$$\phi = 26 \text{ mm}$$

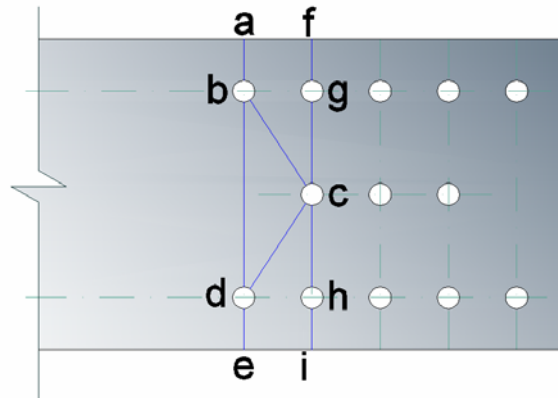


Figura 2.24 Esquema de líneas de falla del ejemplo 7

$$A_n (\text{abde}) = (300 - 2 * 26) * 19 = 4712 \text{ mm}^2$$

$$A_n (\text{abcde}) = \left(300 - 3 * 26 + \frac{2 * 65^2}{4 * 100} \right) * 19 = 4619 \text{ mm}^2$$

Gobierna $A_n = 4619 \text{ mm}^2$. Esta área neta atiende toda la fuerza P_u correspondiente a 13 pernos; si hallamos el área correspondiente por perno tendríamos.

$$a = \frac{4619}{13p} = \frac{355.3}{1p}$$

Ahora podemos estudiar la línea **fgchi**:

$$A_n (\text{fgchi}) = (300 - 3 * 26) * 19 = 4218 \text{ mm}^2$$

Esta área resiste la carga de 11 pernos, ya que los pernos b, d ya tomaron cada uno $\frac{1}{13}$ de $P_u \therefore a = \frac{4218}{11p} = \frac{383.5}{1p}$; y no es crítica

Si consideramos el mismo cálculo anterior pero más bien fuerza (representada por pernos) por unidad de área tenemos: para 13 pernos $f = \frac{13p}{4619} = \frac{1p}{355.3 \text{ mm}^2}$

Para 11 pernos $f = \frac{11p}{4218} = \frac{1p}{383.5 \text{ mm}^2}$, resultando crítica el área neta **abcde** para 13 pernos $\therefore A_e = A_n = 4619 \text{ mm}^2$



3.) BLOQUE DE CORTANTE Es el desprendimiento de un trozo en la conexión del miembro y que no atraviesa la sección transversal para el caso del ejemplo, corresponde

a) desprendimiento del pedazo **edhjklm** para el DLC (diagrama del cuerpo libre) del cuerpo desprendido (fig. 2.25.b) el bloque de cortante se compone de dos secciones una a esfuerzos de tensión f_t , y otra a esfuerzos cortantes f_v . En la figura 2.25.c están sombreadas las áreas netas a tensión A_{nt} y las áreas netas a cortante A_{nv}

El código especifica una falla simultánea de rotura en área neta y de fluencia en un área bruta esto se debe a que es poco probable que ambas secciones entren simultáneamente en fluencia y luego en fractura

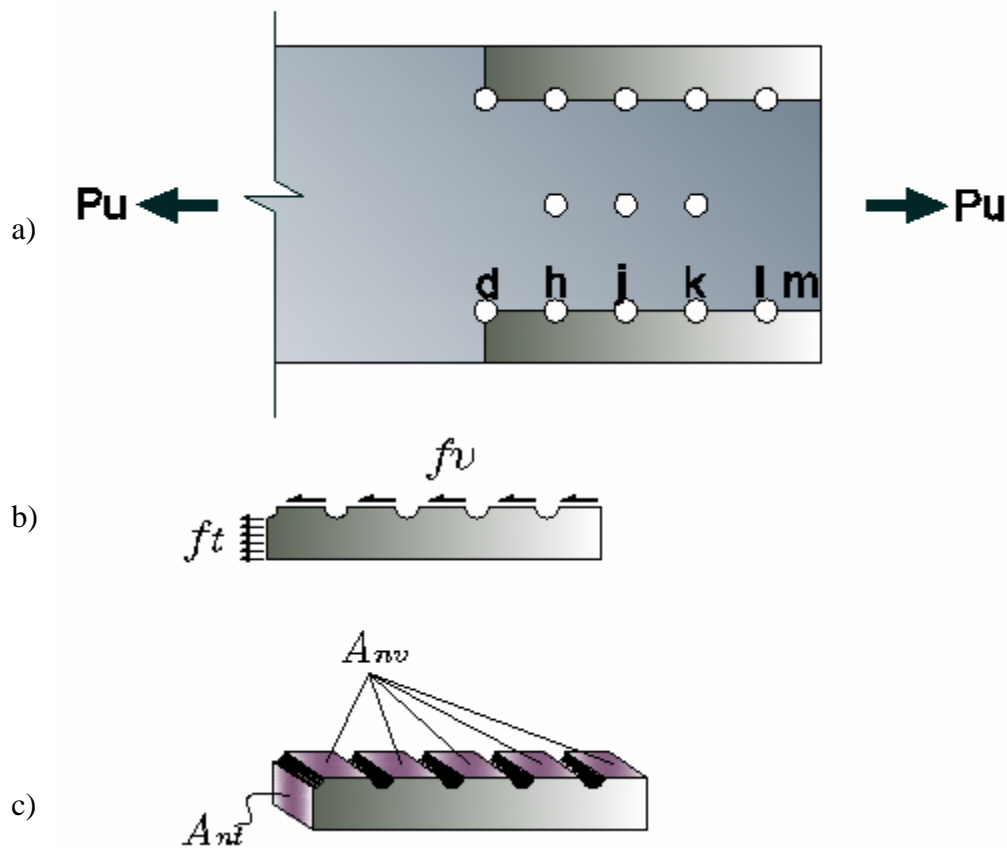


Figura 2.25 bloque cortante del ejemplo 7

Calculo de áreas netas y áreas brutas

$$A_{gt} = 50 \cdot 19 = 950 \text{ mm}^2$$

$$A_{nt} = (50 - 0.5 \cdot 26) \cdot 19 = 703 \text{ mm}^2$$

$$A_{gv} = 310 \cdot 19 = 5890 \text{ mm}^2$$

$$A_{nv} = (310 - 4.5 \cdot 26) \cdot 19 = 3667 \text{ mm}^2$$



F.2.10.4.3

$$F_u A_{nt} \geq 0.6 F_u A_{nv} \left\{ \begin{array}{l} \text{si } \phi R_n = \phi [0.60 F_y A_{gv} + F_u A_{nt}] \quad (F.2-65) \\ \text{no } \phi R_n = \phi [0.60 F_u A_{nv} + F_y A_{gt}] \quad (F.2-66) \end{array} \right\}$$

Donde

$$\phi = 0.75$$

$$F_u A_{nt} = 435 \cdot 703 = 305.8 \text{E}3 \text{N} = 305.8 \text{ KN}$$

$$0.6 F_u A_{nv} = 0.6 \cdot 435 \cdot 3667 = 957.1 \text{E}3 \text{N} = 957.1 \text{ KN}$$

$$\therefore \text{ec. (F.2-66)} \quad \phi R_n = 0.75 \cdot [957.1 \text{E}3 + 290 \cdot 950]$$

$$\phi R_n = 0.75 [957.1 \text{E}3 + 275.5 \text{E}3] = 924.5 \text{ KN}$$

El anterior valor es para uno de los dos bloques de cortante para ambos bloques tenemos

$$\phi P_n = 2 \cdot 924.5 = 1849.0 \text{ KN}$$

A esta resistencia de diseño habría que sumar la resistencia de los tres pernos centrales que están por fuera de los dos bloques de cortante y que están trabajando en el momento de la falla de los dos bloques.

4) CONCLUSION: La resistencia de diseño esta controlada por la FLUENCIA EN EL AREA BRUTA

$$P_u \leq 1487.7 \text{ KN}$$

3. CONEXIONES

3.1 Pernos

3.1.1 Generalidades: En las estructuras metálicas se logra economía con uniones apernadas, mientras las soldaduras vienen a ser la parte final del ensamblaje en campo, las conexiones de pernos pueden ser utilizadas en cualquier momento de la construcción de la estructura.

Los pernos utilizados están disponibles en tres diferentes denominaciones:

PERNOS	DENOMINACION	CONEXION	AJUSTE DE PERNOS
Ordinarios	A 307	Aplastamiento	Normal
Alta Resistencia	A 325	Aplastamiento y	Normal
	A 490	Deslizamiento crítico	Total

Forma de la junta:

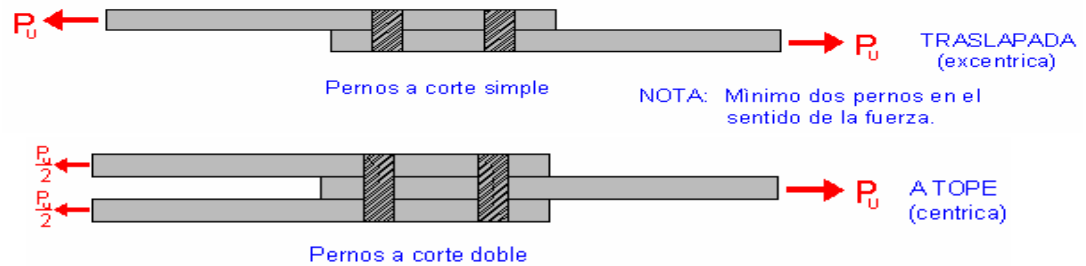


Figura 3.1 Forma de las juntas

Dimensiones nominales de perforaciones:

Diámetro del perno mm (Pulgada).	Dimensiones de perforaciones (mm)			
	Estándar (Diámetro)	Agrandadas (Diámetro)	Ranuras cortas (ancho × largo)	Ranuras largas (ancho × largo)
12.7 (1/2")	14	16	14 × 18	14 × 35
15.9 (5/8")	18	20	18 × 22	18 × 40
19.1 (3/4")	21	24	21 × 26	21 × 45
22.2 (7/8")	24	28	24 × 30	24 × 55
25.4 (1")	27	32	27 × 34	27 × 60
28.6 (≥ 1 1/8")	d+3	d+8	(d+3) × (d+10)	(d+3) × (2.5d)

Tabla 3.1 Diámetros de las variadas perforaciones en función del diámetro del perno⁵

⁵ ASOCIACION COLOMBIANA DE INGENIERIA SISMICA. Normas colombianas de diseño y construcción Sismo Resistente, Tomo 3. Santafé de Bogota, 1998. p F-49



Separación y distancia a bordes:

Según F.2.10.3.3 a F.2.10.3.5:

Separación mínima - La distancia entre centros de perforaciones de conectores estándares, agrandadas o ranuradas no podrá ser menor a $2\frac{2}{3}$ veces el diámetro nominal del conector; se prefiere una distancia de **3d**.

Distancia mínima al borde - La distancia del centro de una perforación estándar a cualquier borde de la parte conectada no será inferior al valor de la tabla 3.2 ni al requerido en F.2.10.3.10.

Diámetro nominal Del perno o remache mm (pulgada)	En bordes cortados con cizalla	En bordes laminados de platinas, perfiles o barras y bordes cortados con soplete (c)
12.7 (1/2")	22	19
15.9 (5/8")	29	22
19.1 (3/4")	32	25
22.2 (7/8")	38	29
25.4 (1")	44	32
28.6 (1 1/8")	51	38
31.8 (1 1/4")	57	41
31.8 ($\geq 1\ 1/4"$)	1.75 x diámetro	1.25 x diámetro

Tabla 3.2 Distancia mínima al borde, mm (Centro de la perforación estándar al borde de la parte conectada)⁶

Distancia al borde y espaciamientos máximos - La distancia máxima del Centro de cualquier perno o remache al borde más próximo de las partes en contacto será igual a 12 veces el espesor de la parte conectada en consideración pero sin exceder de 150 mm. El espaciamiento longitudinal de conectores de elementos en contacto continuo consistentes en una placa y un perfil o en dos placas será:

- a)** Para miembros pintados o sin pintar que no estén sometidos a corrosión, el espaciamiento no será mayor de 24 veces el espesor de la placa más delgada ni 300 mm.
- b)** Para miembros de acero sin pintar sometidos a la corrosión atmosférica, el espaciamiento no será mayor de 14 veces el espesor de la placa más delgada ni 175 mm.

⁶ASOCIACION COLOMBIANA DE INGENIERIA SISMICA. Normas colombianas de diseño y construcción Sismo Resistente, Tomo 3. Santafé de Bogota, 1998. p F-50

3.1.2 Conexión tipo aplastamiento

Es una conexión por:

- Corte de los pernos y
- Aplastamiento en el material de la parte conectada

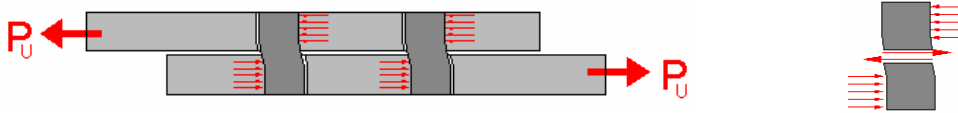


Figura 3.2 Esquema de conexión tipo aplastamiento

$$P_U \leq n\phi R_n$$

$$R_n = F_n \cdot A_b ; F_n = F_V \text{ En corte}$$

F_V : Ver tabla 3.3

Descripción de los sujetadores	Resistencia a la tensión		Corte en conexiones tipo aplastamiento F_V	
	Coefficiente de resistencia ϕ	Resistencia nominal MPa	Coefficiente de resistencia ϕ	Resistencia nominal MPa
Pernos A307	0.75	310	0.75	165
Pernos A325 cuando hay roscas en los planos de corte.		620		330
Pernos A325 cuando no hay roscas en los planos de corte.		620		415
Pernos NTC 4028 (ASTM A490), cuando hay roscas los planos de corte.		780		415
Pernos NTC 4028 (ASTM A490), cuando no hay roscas los planos de corte.		780		520
Partes roscadas que cumplan con los requisitos de F.2.1.3, cuando hay roscas en los planos de corte.		0.75F_U		0.40F_U
Partes roscadas que cumplan con los requisitos de F.2.1.3, cuando no hay roscas en los planos de corte.		0.75F_U		0.50F_U
Remaches grado 1, colocados en caliente NTC 4033 (ASTM A502).		310		170
Remaches grado 2 y 3, colocados en caliente NTC 4033 (ASTM A502).		415		225

Tabla 3.3 Resistencia de diseño en sujetadores⁷

⁷ ASOCIACION COLOMBIANA DE INGENIERIA SISMICA. Normas Colombianas de diseño y construcción sismorresistente, Tomo 3. Santafé de Bogotá, 1998. p F-50



Además ver F.2.10.3.7

- APLASTAMIENTO EN AGUJEROS DE PERNOS:
 VER (F.2.10.3.10 COMPLETO)

Si la deformación alrededor del agujero del perno es una consideración del diseño:

$$\phi R_n$$

$$\phi = 0.75$$

$$R_n = 2.4dtF_u$$

3.1.3 Conexión tipo deslizamiento crítico.

Físicamente es una conexión por fricción entre las superficies en contacto. Por comodidad para el cálculo de su resistencia se representa como una conexión de resistencia por corte en los pernos.

Es una conexión para cumplir una función de servicio, evitando el golpeteo entre las superficies en contacto por vibración. Como es una combinación de servicio se realiza para combinaciones de carga sin mayorar

- CORTE EN EL PERNO: F.2.10.3.8

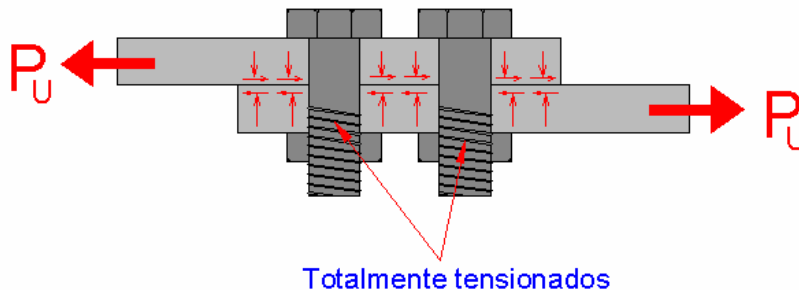


Figura 3.3 Conexión tipo deslizamiento crítico

$$\phi R_n = F_v A_b$$

$$\phi R_n = \begin{cases} \phi = 1.0 & \text{Para huecos estándar, agrandados de ranura corta y de ranura larga perpendiculares a la línea de acción de la fuerza.} \\ \phi = 0.85 & \text{Para huecos de ranura larga paralelos a la línea de acción de la fuerza} \end{cases}$$

T Tipo de perno	Esfuerzo cortante nominal (Mpa)		
	Perforaciones estándar	Perforaciones agrandadas y de ranura corta	Perforaciones de ranura larga
ASTM A325	117	103	83
NTC 4028 (ASTM A490)	145	124	103

Notas:

- (a) Por cada plano de corte

Tabla 3.4 Esfuerzo nominal en juntas de deslizamiento crítico con pernos de alta resistencia, Mpa⁸

- **Las conexiones por deslizamiento crítico se deben revisar por aplastamiento.**

Ejemplo 1:

Se conectan dos ángulos A-36 , 100 x 6 mm con tres pernos A-572 y platina A-36, 200 x 100 x 9.5mm. Verificar la conexión por aplastamiento.

F_u ángulos = 455 Mpa

F_u platina = 410 Mpa

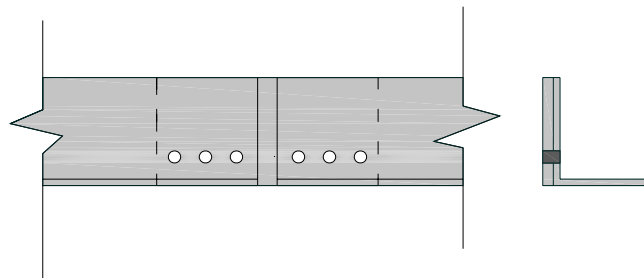


Figura 3.4 Esquema del ejemplo 1

Solución:

Se tiene dos condiciones de resistencia:

- 1) Corte en pernos

$$R_n = F_u * A_b \quad (1 \text{ perno})$$

$$R_n = 165 \text{ Mpa} * 2.85 \text{ mm}^2 = 47 \text{ KN}$$

⁸ ASOCIACION COLOMBIANA DE INGENIERIA SISMICA. Normas Colombianas de diseño y construcción sismorresistente, Tomo 3. Santafé de Bogota, 1998. p F-52



Para los tres pernos: $\phi Rn = 3 * 0.75 * 47 = 105.8 \text{ KN}$

2) Aplastamiento y materiales (en la aleta y platina de unión)

2.1 Aplastamiento en la aleta del ángulo:

Un contacto:

$$Rn = 2.4 * dt * Fu$$

$$Rn = 2.4 * 19 * 6mm * 455Mpa = 124.5 \text{ KN}$$

Para los tres contactos:

$$\phi Rn = 0.75 * 3 * 124.5 = 280.8 \text{ KN}$$

2.2 Aplastamiento en la platina

$$\phi Rn = 0.75 * 2.4 * 3 * 19 * 9.5 * 410 = 399.6 \text{ KN}$$

Ejemplo 2:

Para una conexión por deslizamiento crítico, se conectan dos ángulos A-36 con tres pernos $d=7/8"$ A-325, colocados en perforaciones estándar. Hallar la carga que puede soportar la conexión.

Solución:

1. Deslizamiento Crítico:

$$\phi Rn = \phi n * Fv * Av \Rightarrow 1.0 * 3 * 117 \text{ Mpa} * 387.95 \text{ mm}^2$$

$$\phi Rn = 136.169 \text{ KN}$$

2. Verificar la conexión por aplastamiento:

Corte en pernos:

$$Rn = Fu * Ab \text{ (Para un perno)}$$

$$Rn = 330 \text{ Mpa} * 387.95 \text{ mm}^2 = 128.022 \text{ KN}$$

Para tres pernos:

$$\phi Rn = 288.051 \text{ KN}$$

3. Aplastamiento

- Aplastamiento en la aleta del ángulo.

Para un contacto: $Rn = 2.4 * d * t * Fu$

$$Rn = 2.4 * 22.2 \text{ mm} * 6 \text{ mm} * 455 \text{ Mpa} = 145 \text{ KN}$$

Para los tres contactos:



$$\phi R_n = 0.75 * 3 * 145 \text{ Mpa} = 327 \text{ KN}$$

- Aplastamiento en la platina

$$\phi R_n = 0.75 * 3 * 2.4 * 22.2 \text{ mm} * 9.5 \text{ mm} * 410 \text{ Mpa} = 467 \text{ KN}$$

Ejemplo 3:

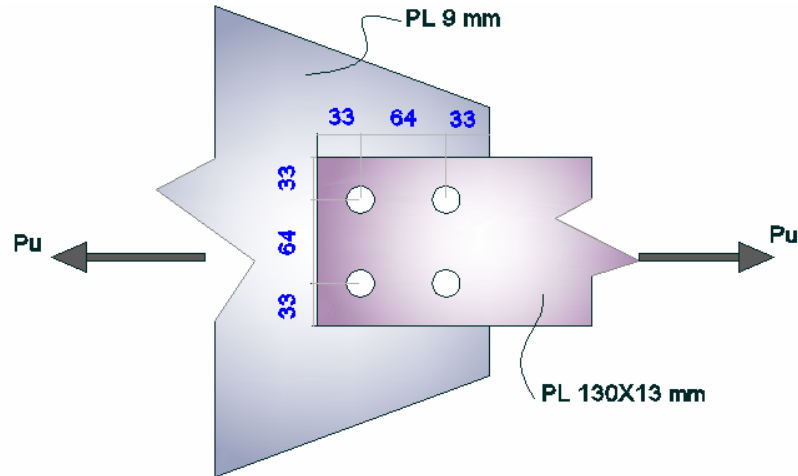


Figura 3.5 Esquema del ejemplo 3

Para la conexión mostrada revisar:

- La resistencia a cortante
- Separación entre tornillos
- Distancia al borde de la conexión
- El aplastamiento

$$P_u = 289 \text{ KN}$$

Acero A - 36

$$F_u = 455 \text{ Mpa}$$

tornillos A - 307 ; $\phi = 3/4" = 19.05 \text{ mm}$

- Resistencia a cortante:

$$P_u = 289 \text{ KN} \leq \phi R_n = n * \phi * F_v * A_b$$

$$= 4 * 0.75 * 165 * \frac{\pi}{4} * (19.05 \text{ mm})^2 = 141.09 \text{ KN} < 289 \text{ Klb}$$

Luego la conexión falla por cortante

De la tabla 3.3 se observa F_v :

A - 307 165 Mpa

A - 490 520 Mpa



A – 325 415 Mpa

Se cambia a tornillos A-325:

$$P_u = 289 \text{ KN} \leq \phi R_n = n * \phi * F_v * A_b$$

$$= 4 * 0.75 * 415 \text{ Mpa} * \frac{\pi}{4} * (19.05 \text{ mm})^2 = 354.853 \text{ KN} > 289 \text{ KN} \quad \text{Cumple por cortante}$$

Separación entre tornillos:

$$s \geq 2 \frac{2}{3} d \quad s > 2 \frac{2}{3} * 19.05 \text{ mm} = 50.80 \text{ mm} \quad 64 \text{ mm} > 50.8 \text{ mm} \quad \text{Cumple !}$$

$$s \text{ preferible} \geq 3d \quad s > 3 * 19.05 = 57.15 \text{ mm} \quad 64 > 57.15 \text{ mm}$$

Distancia al borde de la conexión:

De la tabla 3.2 (Abertura con cizalla)

$$L_{e \text{ real}} = 33 \geq L_{e \text{ min}} = 32 \text{ mm} \quad \text{Cumple !}$$

Resistencia al aplastamiento:

$$\phi R_n = \phi * 2.4 * F_u * d * t \quad \text{Si:}$$

$$\begin{cases} Le > 1.5d \\ s \geq 3d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 33 \text{ mm} > 28.58 \text{ mm} \\ 33 \geq 32 \end{cases} \quad \text{Cumple !}$$

$$\phi R_n = \phi * 2.4 * F_u * d * t$$

Para un contacto:

$$R_n = 2.4 * 19.05 \text{ mm} * 9 \text{ mm} * 455 \text{ Mpa} = 187.2 \text{ KN}$$

Para los cuatro contactos:

$$\phi R_n = 4 * 0.75 * 187.2 \text{ KN} = 561.67 > 289 \text{ KN} \quad \text{Cumple !}$$

3.2 Conexiones soldadas

Las soldaduras unen dos o más miembros metálicos, por medio de otro metal fundido de forma satisfactoria sin pérdida de sus capacidades físicas y químicas.

Ellas tienen ventajas como:

- ✓ Es económica
- ✓ Tiene mayor zona de aplicación que el remachado
- ✓ Da continuidad a la estructura
- ✓ Ofrece estructuras más rígidas



- ✓ Facilidad de realizar cambios en el diseño
- ✓ Es silenciosa
- ✓ Menos precauciones de seguridad
- ✓ Se usan menos piezas, ahorrándose tiempo.

La soldadura puede ser usada para prefabricar los componentes de las estructuras en los talleres de fabricación o se pueden emplear directamente en los sitios de obra donde es indispensable una buena ventilación.

En la NSR-98 sección F.2.10.2 se describe toda la normatividad para soldadura. Se puede aplicar el código de la AWS (Código de la Sociedad Americana de Soldadura) excepto el capítulo 10 (Estructuras tubulares)

3.2.1 Soldaduras acanaladas

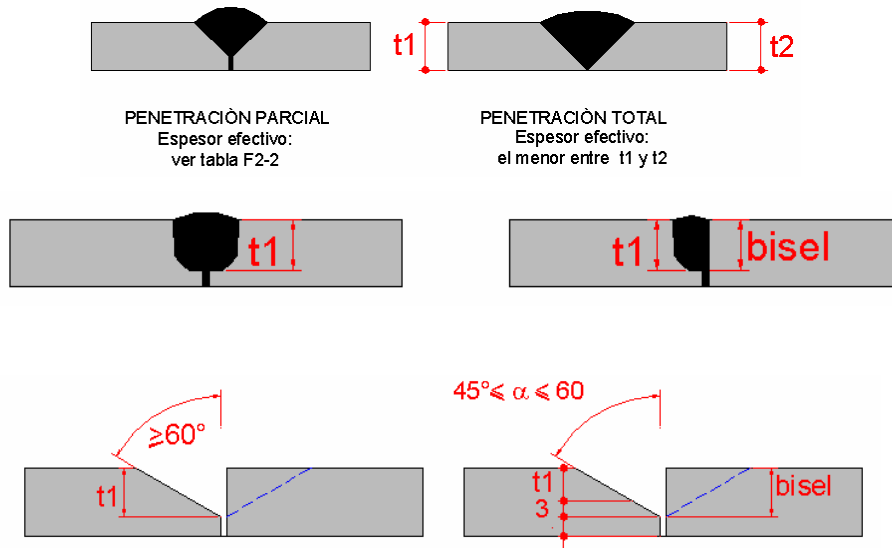


Figura 3.6 Detalle de soldaduras en acanaladas

Proceso de soldadura	Posición de soldadura	Incluido el ángulo de la raíz de la garganta	Espesor efectivo de la garganta
Arco metálico con electrodo protegido o arco sumergido.	Todas	Juntas en U o J	Profundidad del bisel.
Arco metálico con gas.		Junta en media V o en $V \geq 60^\circ$	
Arco con fundente en el núcleo.		Junta en media V o en $45 \leq V < 60^\circ$	Profundidad del bisel menos 3 mm.

Tabla 3.5 Espesor efectivo de la garganta de soldaduras acanaladas de penetración parcial.⁹

⁹ ASOCIACION COLOMBIANA DE INGENIERIA SISMICA. Normas Colombianas de diseño y construcción sismorresistente, Tomo 3. Santafé de Bogotá, 1998. p F-42.

Tipo de soldadura	Radio de la barra (R) o dobléz	Espesor efectivo de garganta
Garganta convexa en media V	Todos	5/16 R
Garganta convexa en V	Todos	1/2 R*

*Utilícese 3/8R para soldadura por arco con gas (excepto en el proceso de transferencia por cortocircuito) cuando $R \geq 25\text{mm}$.

Tabla 3.6 Espesor efectivo en gargantas convexas de soldaduras acanaladas.¹⁰

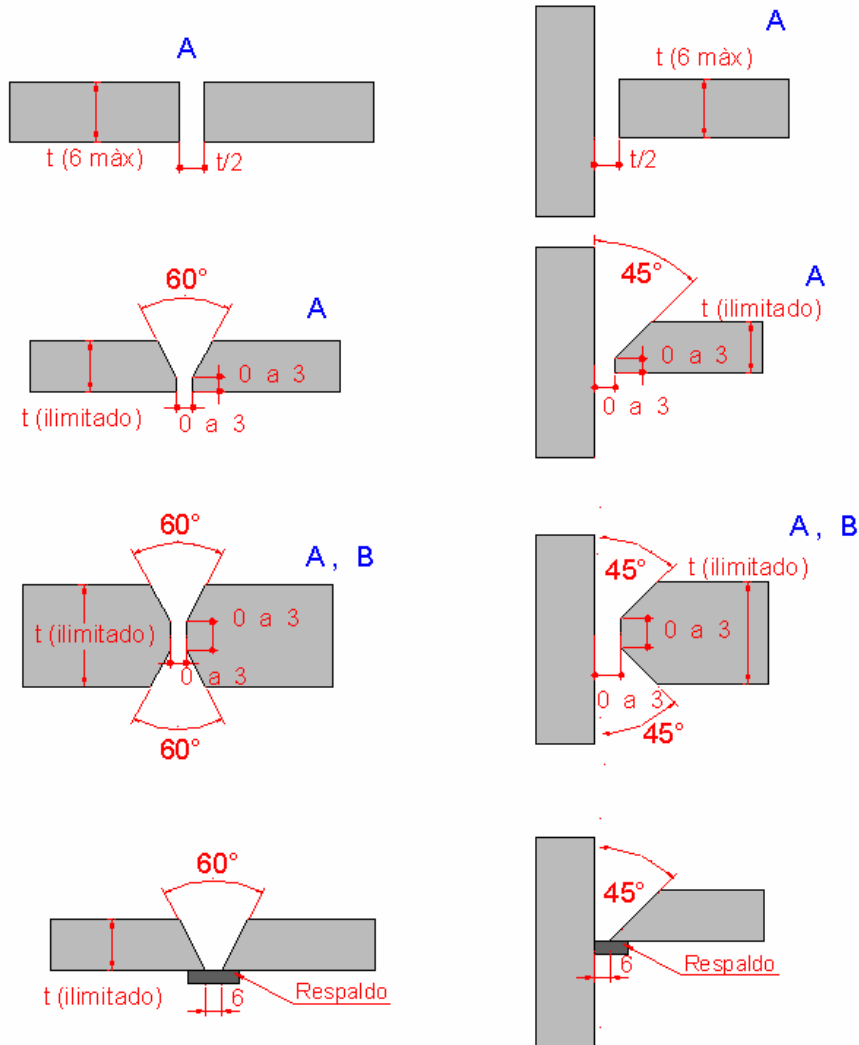


Figura 3.7 Detalles frecuentes de soldadura de penetración completa con electrodos recubiertos
Notas: A) Limpiar la raíz antes de soldar el segundo lado.
 B) Preferiblemente, t será mayor de 15 mm

¹⁰ ASOCIACION COLOMBIANA DE INGENIERIA SISMICA. Normas Colombianas de diseño y construcción sismorresistente, Tomo 3. Santafé de Bogotá, 1998. p F-43.

3.2.2 Soldadura de filete (F.2.10.2.2)

Área efectiva

P.A.P. : Proceso de soldadura por arco protegido.

P.A.S. : Proceso de soldadura por arco sumergido.

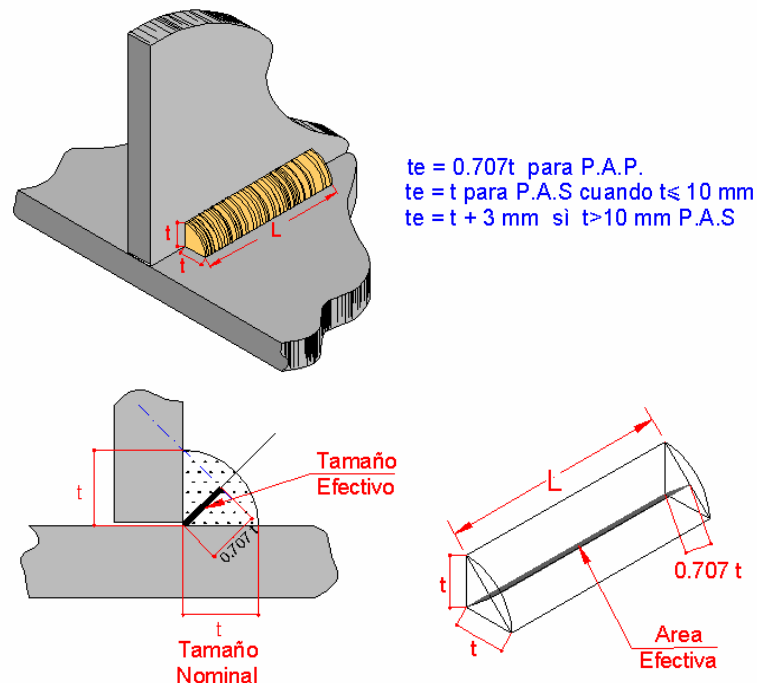


Figura 3.8 Detalles para soldadura de filete

Tamaño efectivo de soldadura:

$$\therefore Ae = 0.707 \times t \times L$$

- **Limitaciones**

$$t_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} \text{resistencia} \\ \text{Tamaño Ver tabla 3.7} \end{array} \right\}$$

Espesor del material de la parte más gruesa a unir (mm)	Mínimo tamaño de la soldadura de filete* (mm)
Hasta 7 (1/4") inclusive	3
de 7 a 13 (1/4"-1/2")	5
de 13 a 19 (1/2"-3/4")	6
mayor de 19 (3/4")	8

Notas: Dimensión del lado de soldaduras de filete. Debe aplicarse en una sola pasada.
 Véase F.2.10.2.2 literal (b) para el tamaño máximo de las soldaduras de filete.

Tabla 3.7 Mínimo tamaño de soldadura de filete¹¹

- Si $t_{\text{perfil}} < 6 \text{ mm} \rightarrow t \leq t_{\text{perfil}}$
- Si $t_{\text{perfil}} \geq 6 \text{ mm} \rightarrow t \leq t_{\text{perfil}} - 2 \text{ mm}$, excepto...
- Aleta con alma: Solo el requerido por resistencia. No aplica tabla 3.7.
- $L_e \geq 4t$
- Si $L < 4t \Rightarrow t = \frac{L}{4}$ para resistencia.

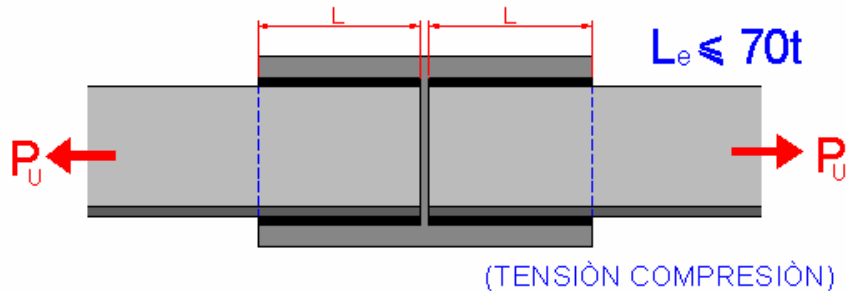


Figura 3.9 Longitud mínima efectiva de la soldadura tipo filete

Se puede suponer distribución uniforme de esfuerzo a lo largo de la soldadura.

- Soldadura de filete intermitente:

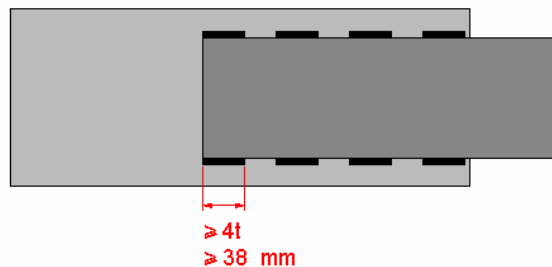


Figura 3.10 Dimensiones de soldadura tipo filete intermitente

- Juntas traslapadas:
 P_u (TRACCIÓN O COMPRESIÓN).

¹¹ ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE INGENIERIA SISMICA. Normas Colombianas de diseño y construcción sismorresistente, Tomo 3. Santafé de Bogota, 1998. p F-44

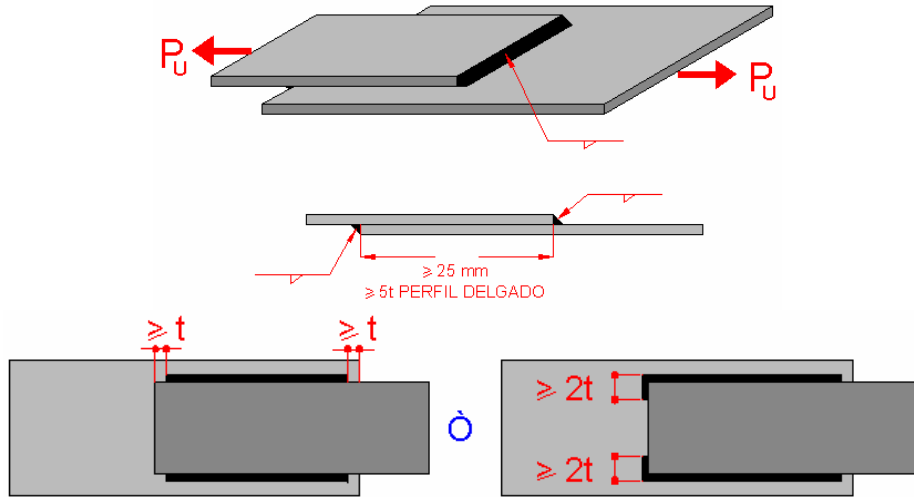


Figura 3.11 Detalles de una junta traslapada.

3.2.3 Resistencia de diseño (F.2.10.2.4)

La resistencia de diseño de las soldaduras será el menor valor entre $\phi F_{BM}A_{BM}$ y $\phi F_w A_w$, según sea aplicable. Los valores de ϕ , F_{BM} , F_w y sus limitaciones se dan en la tabla 3.8 en donde:

F_{BM} = resistencia nominal del material base, MPa

F_w = resistencia nominal del electrodo de soldadura, MPa

A_{BM} = área de la sección transversal del material base, mm²

A_w = área efectiva de la sección transversal de la soldadura, mm²

ϕ = coeficiente de resistencia

Tipo de soldadura y esfuerzo (a)	Material	Coficiente de resistencia nominal	Resistencia nominal de la soldadura F_{BM} o F_w	Nivel requerido (b, c)
Soldaduras acanaladas de penetración total				
Tensión normal al área efectiva	Base	0.90	F_y	Se debe usar soldadura "compatible"
Compresión normal al área efectiva	Base	0.90	F_y	Se puede utilizar soldadura con nivel de resistencia igual o menor al de la soldadura compatible
Tensión o compresión paralela al eje de la soldadura				
Cortante sobre el área efectiva	Base Electrodo	0.90 0.80	$0.60F_y$ $0.60F_{EXX}$	
Soldaduras acanaladas de penetración parcial				
Compresión normal al área efectiva.	Base	0.90	F_y	Se puede utilizar soldadura con nivel de resistencia igual o menor al de la soldadura compatible
Tensión o compresión paralela al eje de la				



soldadura (d).				
Cortante paralelo al eje de soldadura	Base Electrodo	0.75	(e) $0.60F_{EXX}$	
Tensión normal al área Efectiva.	Base Electrodo	0.90 0.80	F_y $0.60F_{EXX}$	
Soldaduras de filete.				
Cortante sobre el área Efectiva.	Base Electrodo	0.75	(f) $0.60F_{EXX}$	Se puede utilizar nivel de resistencia igual o menor al de la soldadura compatible.
Tensión o compresión paralelas al eje de soldadura (d)	Base	0.90	F_y	
Soldaduras de tapón o de ranura				
Cortante paralelo a las superficies de contacto (sobre el área efectiva)	Base Electrodo	0.75	(e) $0.60F_{EXX}$	Se puede utilizar con soldadura con nivel de resistencia igual o menor que el de la soldadura compatible.

Tabla 3.8 Resistencia de diseño de soldaduras¹²

Ejemplo:

Dos platinas de 6 mm de espesor, acero A-36 se conectan para desarrollar resistencia a tensión. Se usa para cada interfase un filete de soldadura continuo E70. ¿Qué espesor de soldadura usar?

Capacidad a tensión de la platina por 1mm de longitud:

$$\phi P_n = 0.9 * (1mm * 6mm) * 248Mpa = 1339N$$

Como son dos

soldaduras: $\phi P_n / 2 = 670N \text{ c/u}$

$$A_e = (0.707t) * 1$$

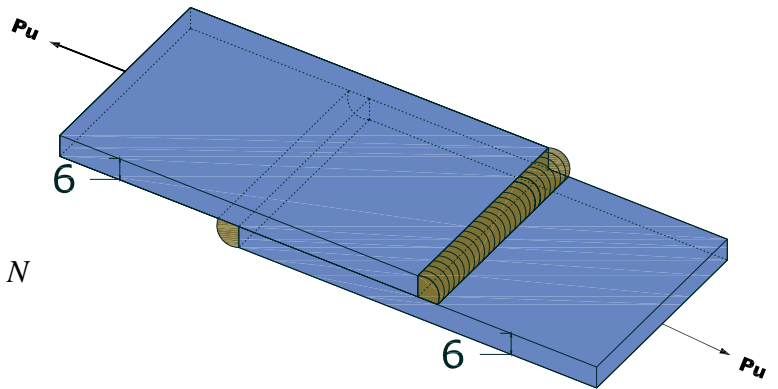
$$\frac{\phi P_n}{2} \text{ por cada soldadura :}$$

$$0.75 * (0.6 * 483) * 0.707t * 1 = 153.7t \text{ N}$$

$$\therefore 153.7t = 670 \Rightarrow t = 4.36 \text{ mm}$$

Se tomará $t=5\text{mm}$

$$\text{Verificándose: } \begin{cases} t_{\min} = 3\text{mm} \\ t_{\max} = 6\text{mm} \end{cases} \text{ Cumple !}$$



¹² ASOCIACION COLOMBIANA DE INGENIERIA SISMICA. Normas Colombianas de diseño y construcción sismorresistente, Tomo 3. Santafé de Bogota, 1998. p F-46



Figura 3.12 Símbolos para soldaduras

SIMBOLOS BASICOS EN SOLDADURAS									
Parte posterior	Filete	Tapon o ranura	Cuadrado	V	Bisel	U	J	Ensachamiento V	Ensanchamiento de bisel
SIMBOLOS DE SOLDADURA ADICIONALES									
Respaldo	Espaciado	Soldar en todo alrededor	Soldadura en campo	Contorno		Otros simbolos suplementarios de soldadura en AWS A2.4-79			
				Al mismo nivel	Convexo				
UBICACIÓN ESTANDAR DE ELEMENTOS EN UN SIMBOLO DE SOLDADURA									
<p>Acabado → F</p> <p>Contorno → A</p> <p>Abertura en la raiz, profundidad del relleno en muescas y tapones → R</p> <p>Garganta eficaz → T</p> <p>Profundidad o tamaño en pulgadas → S(E)</p> <p>Especificación, proceso o otra referencia → S(E)</p> <p>Cola (omitida cuando la referencia no es usada) → S(E)</p> <p>Línea de referencia → S(E)</p> <p>Símbolo básico o referencia de detalle → S(E)</p> <p>Ranura del ángulo o ángulo incluido para soldaduras de tapón → L @ P</p> <p>Longitud de la soldadura en pulgadas → L</p> <p>Espaciamiento de la soldadura en pulgadas → P</p> <p>Símbolo para soldadura en campo → L @ P</p> <p>Símbolo para soldar en todo alrededor → L @ P</p> <p>La flecha conecta la línea de referencia al lado cercano de la junta.</p> <p>Use un quiebre como en A o B para significar que la flecha señala al elemento de la junta que debe prepararse con algún tipo de bisel</p>									



4. MIEMBROS A COMPRESION

Se aplica a miembros prismáticos solicitados por compresión axial a lo largo del eje longitudinal.

Los estados límites de resistencia para elementos sometidos a compresión axial pura están controlados en general por la fluencia a la compresión o por el pandeo de la sección. El pandeo a compresión depende a su vez de factores como la esbeltez del elemento (L/r), las condiciones de restricción en los extremos que definen el coeficiente de longitud efectiva (k), las imperfecciones iniciales, la excentricidad y la variabilidad de la carga, y la resistencia a la fluencia y variabilidad de esfuerzos residuales en la sección.

4.1 Estado límite por pandeo flector

La resistencia de diseño en el área bruta de la sección transversal está gobernada por la esbeltez del miembro, que determina el esfuerzo crítico promedio F_{cr} que resiste la sección transversal.

Las siguientes expresiones se aplican a miembros con sección compacta y a miembros con sección no compacta.

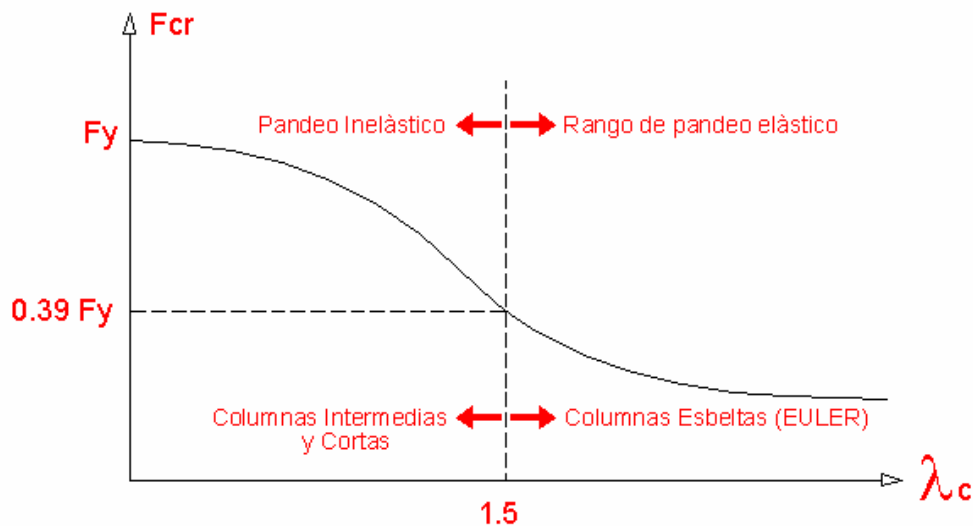


Figura 4.1 Grafica F_{cr} versus λ_c

Resistencia de diseño ϕP_n

$\phi_c = 0.85$ Es el coeficiente o factor de reducción de capacidad

$P_n = F_{cr} \cdot A_g$ Es la resistencia nominal

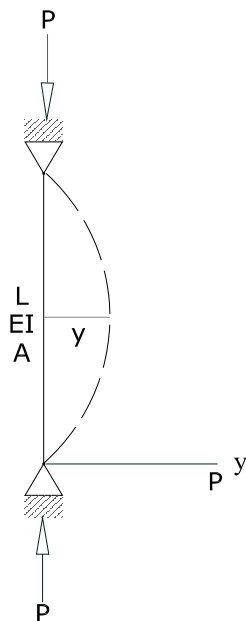
La influencia de la esbeltez λ_c se puede observar en la figura 4.1, donde se encuentra que existen dos tipos de respuestas de pandeo flector por compresión.

Las columnas cortas e intermedias con $\lambda_c < 1.5$ se pandean cuando varias fibras de la sección han llegado a la fluencia. Si la esbeltez de la columna se reduce y tiende a cero el valor del F_{cr} tiende a F_y y la sección tiende a desarrollar su capacidad plástica

$$F_y A_g$$

Las columnas largas o esbeltas se pandean con todas las fibras de la sección en rango elástico. La expresión que determina el valor de F_{cr} fue desarrollada en el siglo XVIII por Euler y es plenamente vigente hoy en día.

Esta expresión se deducirá en columnas con apoyos articulados, área constante y recta, la carga se aplica en el centroide de la sección el material es isotropico y homogéneo de esta forma se tiene:



$$M_{ext} = P \cdot y$$

$$M_{int} = \frac{EI}{R}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{-d^2 y / dz^2}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]^{3/2}}$$

Aproximadamente 0
 en columnas
 estructurales

Figura 4.2 Columna con apoyos articulados

$$\frac{1}{r} = -d^2 y / dz^2 ; M_{ext} = M_{int} \Rightarrow P \cdot y = -EI \cdot d^2 y / dz^2 \Rightarrow EI \cdot y'' + P \cdot y = 0$$

$$\left. \begin{aligned} y'' + \left(\frac{P}{EI}\right) \cdot y &= 0 \\ y'' + a^2 y &= 0 \end{aligned} \right\} \frac{P}{EI} = a^2 \quad y = A \cdot \cos(a \cdot z) + B \cdot \sin(a \cdot z)$$



Condiciones de borde:

$$\left. \begin{array}{l} Z = 0 \\ y = 0 \end{array} \right\} 0 = A \cdot \cos(0) + B \cdot \text{sen}(0) \Rightarrow A = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} Z = L \\ y = 0 \end{array} \right\} 0 = B \cdot \text{sen}(a \cdot L) \quad B \neq 0 \Rightarrow \text{sen}(a \cdot L) = 0 \Rightarrow aL = n \cdot \pi ; \text{ Donde } n \text{ es cualquier entero}$$

$$a^2 L^2 = n^2 \pi^2 \Rightarrow \frac{P}{EI} L^2 = n^2 \pi^2 \Rightarrow P = \frac{EIn^2 \pi^2}{L^2}$$

$n = 1/k$ Así k se llama coeficiente relativo; $k = 1/n$

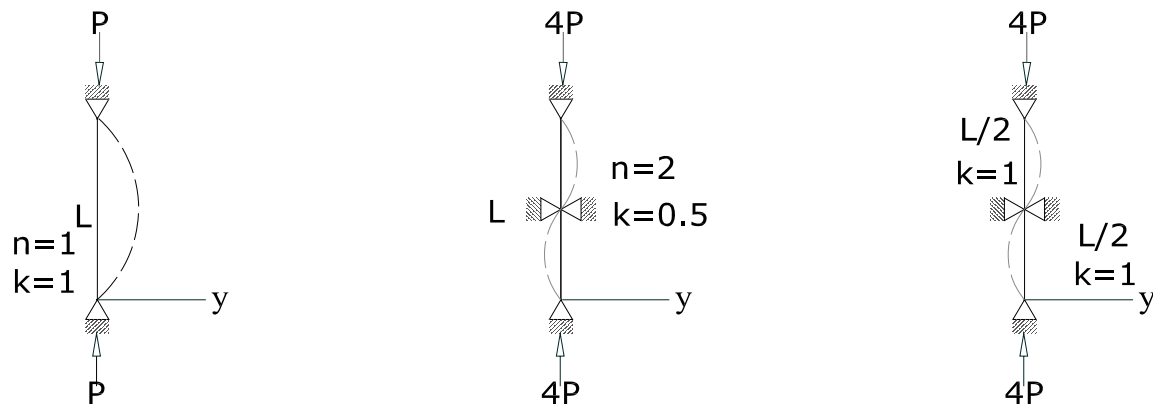


Figura 4.3 Valores de n y k en columnas articuladas

De acuerdo con el comportamiento antes descrito existen dos expresiones para determinar F_{cr} :

a) Para columnas con pandeo flector en rango inelástico

$$\lambda_c < 1.5$$

$$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y$$

Esta es una fórmula empírica obtenida de ajustar el resultado de ensayos de columnas cortas e intermedias.

b) Para columnas con pandeo flector en rango elástico

$$\lambda_c > 1.5$$

$$F_{cr} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) \cdot F_y$$



Corresponde a un modo de expresión de la fórmula deducida analíticamente por Euler, a la cual se le aplica un factor de reducción propio, 0.877

Comentarios:

El valor del parámetro seleccionado para medir la esbeltez λ_c es:

$$\lambda_c = \frac{Kl}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$$
 Donde es conveniente aclarar que l es la longitud no arriostrada del miembro. Es decir, l no es la longitud del miembro, sino la longitud entre impedimentos físicos contra el pandeo flector, alrededor del eje de la sección con respecto al cual se está estudiando el pandeo.

Para cada eje principal de la sección y de acuerdo a las condiciones diseñadas de arrostramiento en la longitud del miembro se calcula $\frac{Kl}{r}$, y se toma como valor para el cálculo de λ_c el mayor valor de $\frac{Kl}{r}$.

Para el caso de ángulos es necesario estudiar los valores de esbeltez alrededor de los ejes x, y, z .

En el caso de cerchas y también de vigas y correas en celosía sucede con frecuencia que la longitud l entre arrostramientos para el conjunto puede ser varias veces mayor que la longitud del miembro individual a compresión, especialmente para el pandeo que es perpendicular al plano vertical del miembro.

4.2 Estado límite por pandeo flexo-torsor

La forma de pandeo de las secciones transversales depende de sus propiedades geométricas, como se ilustra en la figura 4.4:

En general si:

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} \Rightarrow \left(\frac{KL}{r}\right)_e = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{F_e}}$$

$$\lambda_e = \frac{KL}{\pi r} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)_e}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \sqrt{\frac{F_y}{E} \left(\frac{\left(\frac{KL}{r}\right)_e}{\pi}\right)^2} = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}}$$

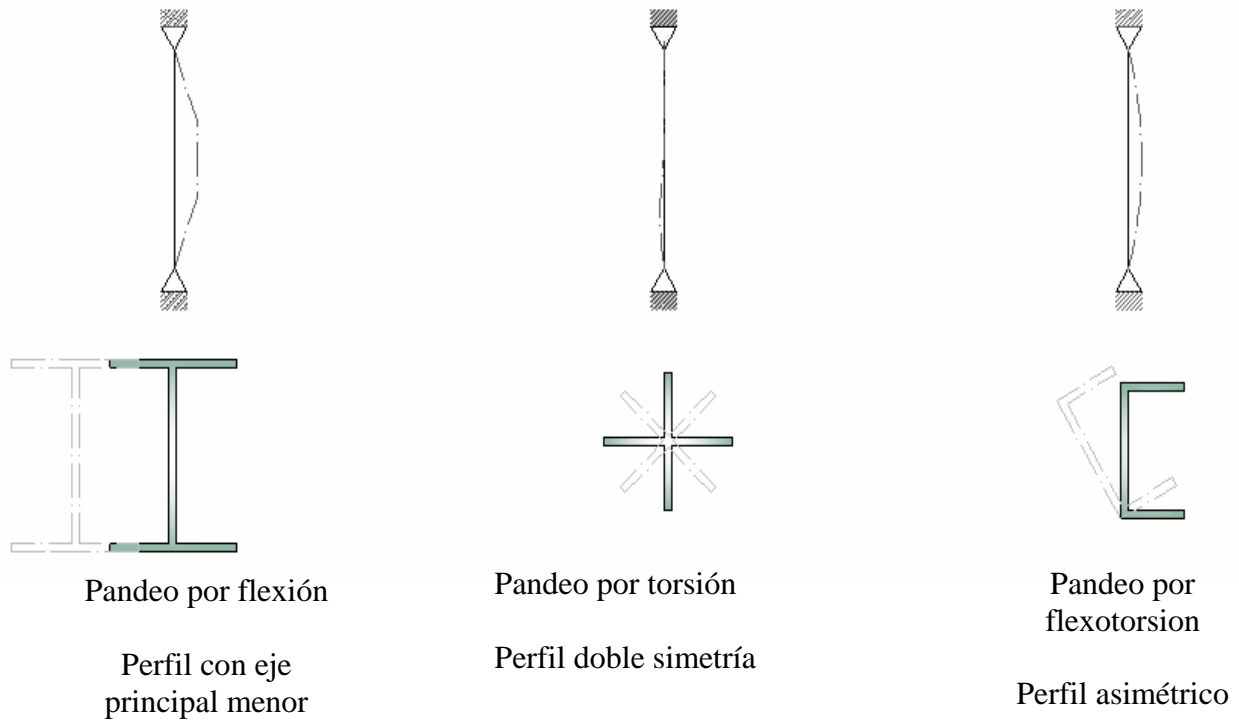


Figura 4.4 Formas de pandeo longitudinal de miembros de acero.

Para perfiles con doble simetría (Pandeo Torsional):

$$F_e = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L)^2} + GJ \right] + \frac{1}{I_x + I_y}$$

Para perfiles con un eje de simetría (Pandeo flexo-torsor):

$$F_e = \frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey} F_{ez} H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right]$$

Para perfiles sin ningún eje de simetría (pandeo flexo-torsor):

$$(F_e - F_{ex})(F_e - F_{ey})(F_e - F_{ez}) - F_e^2 (F_e - F_{ey}) \left(\frac{X_o}{r_o} \right)^2 - F_e^2 (F_e - F_{ex}) \left(\frac{Y_o}{r_o} \right)^2 = 0$$

Donde:

C_w = Constante de alabeo

K_z = Factor de longitud efectiva de pandeo torsional

G = Modulo de rigidez (0.385E)



$$J = \text{Constante de torsión} \left(\sum \frac{1}{3} at^3 \right)$$

$$F_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_x L}{r_x} \right)^2} \quad F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_y L}{r_y} \right)^2}$$

$$F_{ez} = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L)^2} + GJ \right] \frac{1}{Ar_0^2}$$

$$H = 1 - \frac{X_0^2 + Y_0^2}{r_0^2} \quad (X_0^2, Y_0^2): \text{Centro de cortante.}$$

La siguiente expresión se aplica a miembros en forma de Te o compuestos por dos ángulos cuyas secciones son no compactas.

$$\text{Resistencia de diseño} = \phi_c \cdot P_n$$

$\phi_c = 0.85$ Es el factor de reducción o capacidad

$P_n = F_{crft} A_g$ Es la resistencia nominal

$$F_{crft} = \frac{F_{cry} + F_{crz}}{2H} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{cry} F_{crz} H}{(F_{cry} + F_{crz})^2}} \right]$$

$$F_{cry} = Fe$$

$$F_{crz} = \frac{GJ}{Ar_0^2} \quad \text{Con} \quad \frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L)^2} \rightarrow 0$$

Comentarios:

El significado y cada una de las expresiones anteriores se pueden consultar en el título F.2 de la NSR-98.

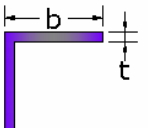
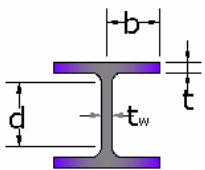
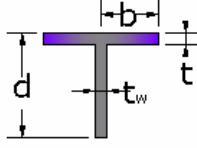
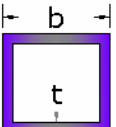
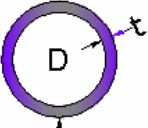
El esfuerzo crítico por pandeo flexotorsor (F_{crft}) se obtiene como un promedio ajustado de la suma de los esfuerzos críticos nominales de resistencia del pandeo flector (F_{cry}) y del pandeo torsor (F_{crz}), donde y es el eje de simetría de la sección transversal y z es el eje longitudinal del miembro.

El hecho que este pandeo flexotorsor se estudie para secciones Te y doble ángulo indica que para secciones con simetría doble y circulares compactas o no compactas no se requiere estudiar este pandeo.

Las secciones te y de ángulos dobles por no tener alma no se les pueden aplicar la clasificación de compactas, por consiguiente son no compactas o esbeltas.

Secciones esbeltas

De acuerdo a F.2.2.5 PANDEO LOCAL las secciones de los miembros estructurales se deben clasificar como compactas, no compactas o esbeltas. Cuando la relación ancho-espesor b/t para uno o más elementos de la sección transversal excede el valor de λ_r de la tabla 4.1 el perfil se clasificará como esbelto.

Elemento	Fy (ksi)	Fy (Mpa)
	$\frac{b}{t} \leq \frac{76}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{b}{t} \leq \frac{200}{\sqrt{F_y}}$
	$\frac{b}{t} \leq \frac{95}{\sqrt{F_y}}$ (aleta)	$\frac{b}{t} \leq \frac{250}{\sqrt{F_y}}$ (aleta)
	$\frac{h}{t_w} \leq \frac{645}{\sqrt{F_y}}$ (alma)	$\frac{h}{t_w} \leq \frac{1700}{\sqrt{F_y}}$ (alma)
	$\frac{b}{t} \leq \frac{95}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{b}{t} \leq \frac{250}{\sqrt{F_y}}$
	$\frac{d}{t_w} \leq \frac{120}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{d}{t_w} \leq \frac{335}{\sqrt{F_y}}$
	$\frac{b}{t} \leq \frac{238}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{b}{t} \leq \frac{625}{\sqrt{F_y}}$
	$\frac{D}{t_w} \leq \frac{3300}{F_y}$	$\frac{D}{t_w} \leq \frac{22000}{F_y}$

Relación ancho espesor de diferentes secciones

Para miembros con sección esbelta las especificaciones de diseño a compresión serán las F.2.1.14 y F.2.15, donde se introduce un término Q que reduce la resistencia de diseño de estos miembros en compresión. Esto es racional ya que las secciones esbeltas presentan una mayor inestabilidad local o mejor pandeo local que se refiere al pandeo de los elementos en la sección transversal, y no al pandeo longitudinal del elemento que puede ser flector o flexo-torsor.



4.3 Secciones compuestas sometidas a compresión

Los elementos ensamblados son aquellos construidos con base en perfiles laminados dispuestos longitudinalmente y unidos transversalmente por medio de una celosía hecha con perfiles más livianos, con platinas o con varillas.

El efecto de cortante en este tipo de elementos es importante ya que genera una serie de deformaciones adicionales que hacen que la carga crítica de pandeo sea menor al de una sección sólida con el mismo valor de área transversal. Se debe revisar que los componentes individuales estén espaciados entre sí con un intervalo “a” de tal manera que su esbeltez ka/r no exceda el 75% de la esbeltez del miembro ensamblado, kL/r .

En elementos ensamblados no se evalúa explícitamente la carga de pandeo sino que se estima una relación de esbeltez equivalente $(kL/r)_m$ con base en la deformación relativa de los componentes del elemento.

Para conectores apretados “suavemente”:

$$\left(\frac{kL}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{kL}{r}\right)_o^2 + \left(\frac{a}{r_i}\right)^2}$$

Para conexiones con soldadura o con pernos apretados al máximo:

$$\left(\frac{kL}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{kL}{r}\right)_o^2 + 0.82\left(\frac{a}{r_{ib}}\right)^2 \left(\frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2}\right)}$$

Donde:

$$\alpha = \frac{h}{2r_{ib}}$$

$(kL/r)_o$: es la relación de esbeltez de la columna ensamblada que actúa como Unidad.

$(kL/r)_m$: es la relación de esbeltez de la columna ensamblada

a : Distancia entre conectores.

a/r_i : Es la mayor relación de esbeltez de los componentes individuales

a/r_{ib} : Es la mayor relación de esbeltez de un componente individual respecto a su centroide respecto a un eje paralelo al eje de pandeo.

r_i : Radio de giro mínimo de un componente individual

h : Distancia entre los centroides de los elementos perpendicular al eje de pandeo del elemento ensamblado.

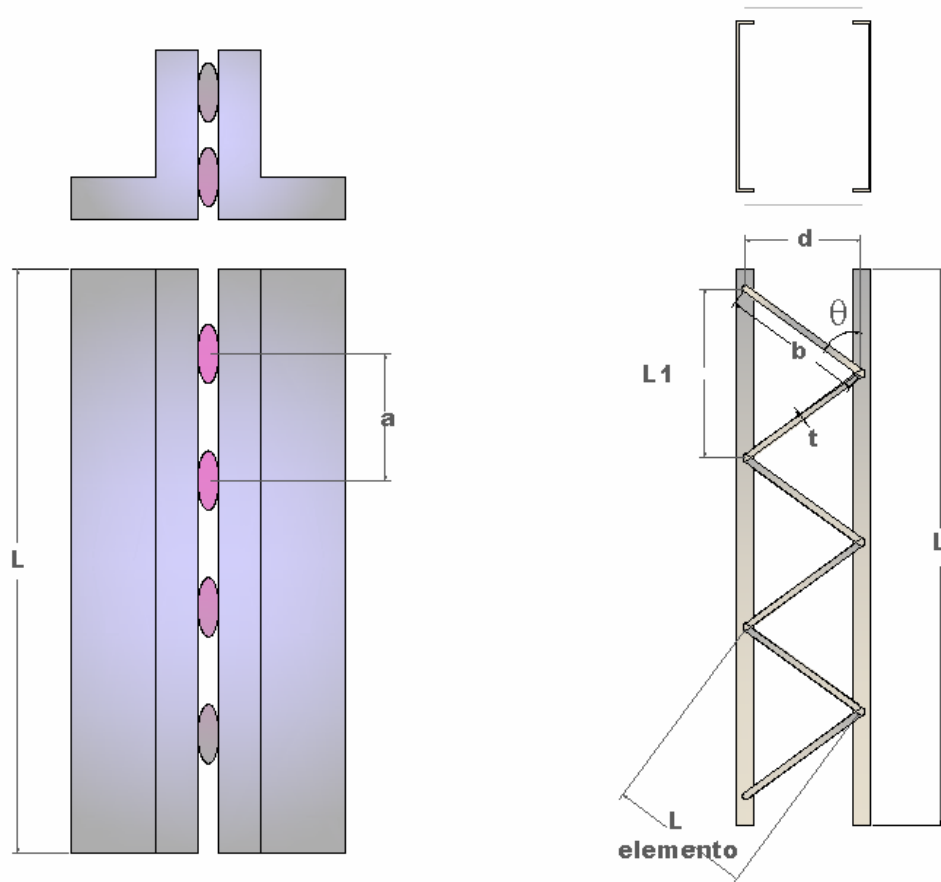


Figura 4.5 secciones compuestas sometidas a compresión

r_z = radio de giro menor

$$\left(\frac{a}{r_z}\right)_{\text{ELEMENTO}} < \frac{3}{4} \left(\frac{kL}{r}\right)_{\text{SECCION COMPUESTA}}$$

$d > 15 pu \lg \Rightarrow$ Usar celocia doble o simple si se coloca angulos

$$t \leq \frac{1}{50} d \quad \left(\frac{L1}{r}\right)_{\text{componente individual}} < \left(\frac{KL}{r}\right)_{\text{miembro compuesto}}$$

$$V_{\text{celocia}} = 0.02(\phi_c Pn)_{\text{Miembro compuesto}} \quad \left(\frac{l}{r}\right)_{\text{individual}} \leq 140 \Rightarrow \text{Usar celocia simple}$$

$$140 < \left(\frac{l}{r}\right)_{\text{individual}} \leq 200 \Rightarrow \text{usar celocia doble}$$

Por lo tanto el procedimiento a seguir para la revisión de elementos a compresión ensamblados es el siguiente:

1. Calcular (kL/r_i) , λ_c , F_{CR} , ϕP_n
2. Verificar que $\phi P_n \geq P_u$
3. Verificar que la esbeltez de cada uno de los componentes individuales sea menor que $0.75(kL/r)$
4. Verificar la capacidad del miembro utilizando $(kL/r)_m$
5. La fuerza cortante debe ser menor o igual a $0.02 P_n$
6. La esbeltez $L/r \leq 140$

Ejemplos:

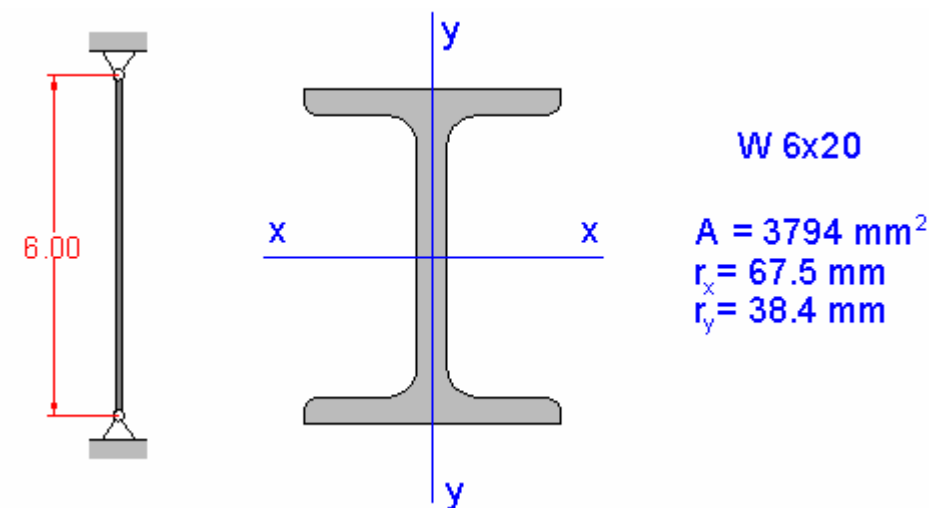


Figura 4.6 Detalles para el 1^{er} ejemplo

1. Diseñar una columna articulada en los extremos, con una longitud de 6.0m, usando un perfil W fabricado con acero ASTM A-36 ($F_y = 253 \text{ MPa}$), para que resista una carga muerta, D, de 100 KN, y una carga viva, L, de 150 KN. No considerar las cargas de viento ni sismo.

Carga axial factorizada:

$$P_{U1} = 1.4D = 140 \text{ KN}$$

$$P_{U2} = 1.2D + 1.6L = 360 \text{ KN}$$

Evidentemente, en este caso P_{U2} es desfavorable.

1. Se supondrá cumple los requisitos que garantizan la inexistencia de pandeo local.



2. Relaciones de esbeltez:

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_y = \frac{1.0 \times 6000}{38.4} = 156$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_x = \frac{1.0 \times 6000}{67.5} = 89$$

3. $\left(\frac{Kl}{r}\right) = 156 < 200$; *bièn*

4. $\lambda_c = \frac{156}{\pi} \sqrt{\frac{253}{2.04 \times 10^5}} = 1.75$ Rango elástico

5. $F_{cr} = \frac{0.877 \times 253}{1.75^2} = 72.3 \text{ MPa}$

6. $\phi P_n = \frac{(0.85 \times 3794 \times 72.3)}{1000} = 233.160 \text{ KN} < 360 \text{ KN}$ El perfil no sirve.

Sea **W 8x28**: A= 5310 mm²
 ry = 41.1 mm
 rx = 87.7 mm

Repitiendo los pasos 1 a 6 se llega a: $\phi P_n = 374 \text{ KN} > 360 \text{ KN}$



EJEMPLO DE DISEÑO DE CUBIERTA METALICA

Diseñar el cordón superior de una cercha que pertenece a una cubierta con las siguientes características.

La separación entre cerchas es de 6.00 m.

La separación entre correas es de 2.30 m.

Para este ejemplo no incluiremos cargas de viento.

1. Análisis de carga:

Cubierta en teja A.C. No. 8

Correas Metálicas separadas 2.3 m

Cerchas en celosía de ángulo doble

Carga muerta (D) y carga viva (L)

Teja de Asbesto Cemento: $D = 0.18 \frac{KN}{m^2}$
 $L_r = 0.35 \frac{KN}{m^2}$

- **Para la correa:**

Teja $= 0.414 \frac{KN}{m}$ $D_{teja} = 2.30 \times 0.18$
 $= 0.100 \frac{KN}{m}$ $Peso \text{ propio correa}$

Carga Muerta $D = 0.414 + 0.100 = 0.514 \frac{KN}{m}$

Carga Viva $L_r = 0.777 \frac{KN}{m}$

- **Para la cercha:** podemos suponer peso propio de $\approx 20Kgf / m = 0.2 \frac{KN}{m}$

- **Carga por nodo de cercha central:** considerando todo el peso en el cordón superior:

$$D = 0.514 \times 6 + 0.2 \times 2.2 = 3.53 \text{ KN}$$

$$L = 0.777 \times 6 = 4.66 \text{ KN}$$

Vamos a realizar el ejemplo para la combinación de cargas gravitatorias:

Para LRFD

$$P_u = 1.2D + 1.6L$$

$$P_u = 1.2 \times 3.53 + 1.6 \times 4.66$$

$$P_u = 11.69 \text{ KN}$$

Carga aplicada sobre cada nodo de la cercha

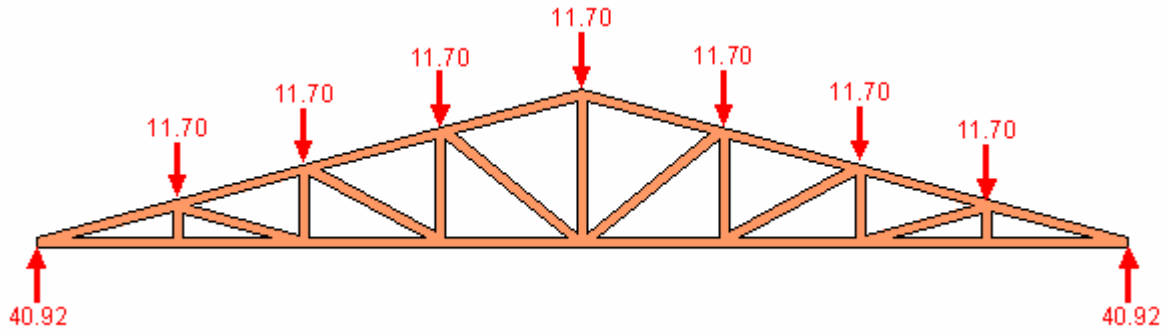


Figura 4.7 Fuerzas externas en la cercha

Nota: todas las fuerzas en KN.

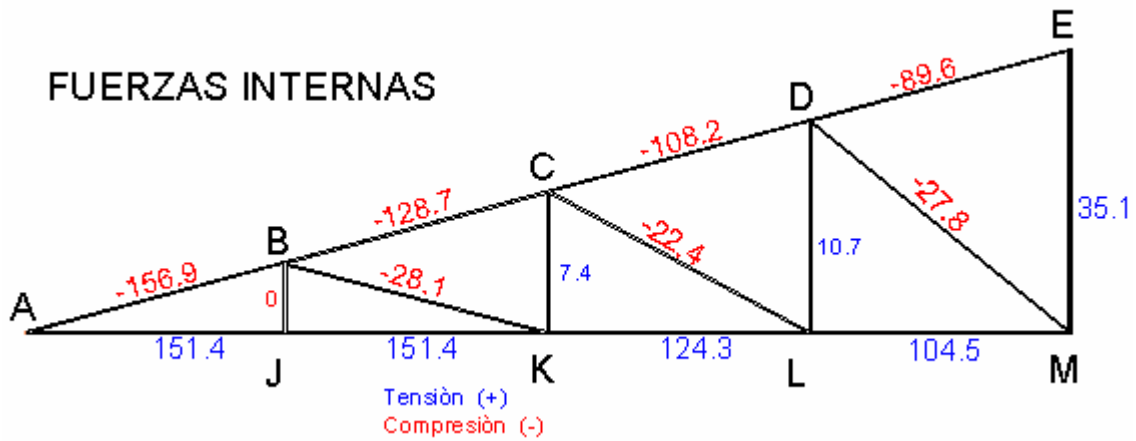


Figura 4.8 Fuerzas internas en la cercha

DISEÑO DEL CORDÓN SUPERIOR:

LRFD.

Utilizando arrostramientos laterales entre cerchas cada dos tramos es decir $L/4$



Tramos AB y BC:

Sea $b' = 200\text{ mm}$ para el ancho de la cercha.

Probamos con 2 \angle 63x6.0; las propiedades para 1 \angle 63x6.0 son:

$$A_g = 727\text{ mm}^2$$

$$r_z = 12\text{ mm}$$

$$I_x = I_y = 265 \times 10^3\text{ mm}^4$$

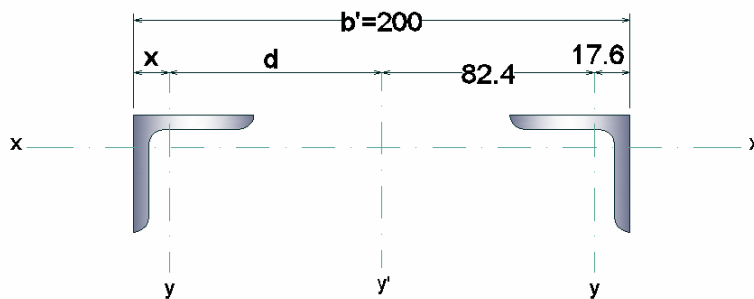
$$F_y = 252\text{ MPa}$$

$$r_x = r_y = 19.1\text{ mm}$$

$$E = 200.000\text{ MPa}$$

$$x = y = 17.6\text{ mm}$$

$$a = 575\text{ mm}$$



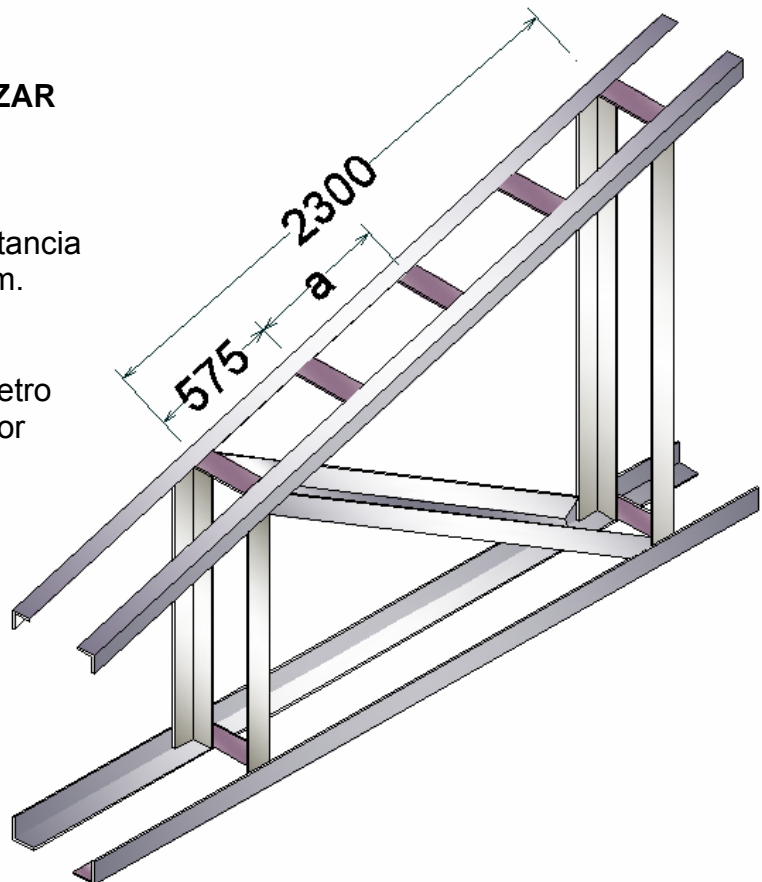
TRAMO DE CERCHA A ANALIZAR

Arriotramiento cada $L/4$ de la distancia entre correas, es decir $a=575\text{ mm}$.

El objetivo es disminuir el parámetro de esbeltez con respecto al menor radio de giro (r_z).

El conjunto completo de cercha esta arriestrado cada dos espacios entre correas

$$L_{y'} = 4600\text{ mm}$$





a) PANDEO FLECTOR (F.2.5.2):

$$L_z = a = 575mm \quad \left(\frac{Kl}{r}\right)_z = \frac{a}{r_i} = \frac{575}{12} = 47.9$$

$$r_z = r_i = 12mm$$

$$L_y = 575mm \quad \left(\frac{Kl}{r}\right)_y = \frac{575}{19.1} = 30.1$$

$$r_y = 19.1mm$$

$$L_z = 2300mm \quad \left(\frac{Kl}{r}\right)_x = \frac{2300}{19.1} = 120.4 \quad \text{Para el individual y el conjunto.}$$

$$r_x = 19.1mm$$

Ahora para el conjunto, alrededor del eje y'

$$L_{y'} = 4600mm$$

$$r_{y'} = \sqrt{\frac{Ad^2 + I_y}{A}} = \sqrt{d^2 + r_y^2} = \sqrt{82.4^2 + 19.1^2} = 84.6mm$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{y'} = \frac{1.0 \times 4600}{84.6} = 54.37$$

Pero esta modalidad de pandeo alrededor del eje y' produce esfuerzos cortantes en los conectores que unen los dos ángulos. Se requiere calcular un:

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{y'm} = \sqrt{\left(\frac{Kl}{r}\right)_{y'}^2 + \left(\frac{a}{r_i}\right)^2} = \sqrt{54.37^2 + 47.9^2} = 72.5$$

Con este resultado se justifica estudiar la opción de utilizar un sólo eje de arrostramiento lateral entre cerchas en $L/2$.

$$L_{y'} = 9200mm \quad \left(\frac{Kl}{r}\right)_{y'} = \frac{9200}{84.6} = 108.7 \quad \text{Y,}$$

$$r_{y'} = 84.6mm$$



$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{y'm} = \sqrt{108.7^2 + 47.9^2} = 118.8 \quad \text{por consiguiente gobierna el}$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_x = 120.4 \quad \text{De mayor esbeltez}$$

Verificar $\frac{a}{r_i} \leq \left(\frac{3}{4}\right) \times 120.4 \Rightarrow 47.9 < 90.3$ si;

Calculo de la resistencia de diseño: ϕP_n

$$\lambda_c = \frac{Kl}{\pi r} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{120.4}{\pi} \sqrt{\frac{351}{200000}} = 1.6055 ; \quad \lambda_c > 1.5$$

$$\therefore F_{cr} = \frac{0.877}{\lambda_c^2} F_y = 0.34 \times F_y = 0.34 \times 351 = 119.42 \text{MPa}$$

$$\phi P_n = \phi F_{cr} A_g = 0.85 \times 119.42 \times 2 \times 727 \times 10^{-3} = 147.59 \text{KN}$$

b) RESISTENCIA DE DISEÑO A COMPRESION POR PANDEO FLEXO-TORSOR. PARA MIEMBROS EN FORMA DE T Y ANGULOS DOBLES (F.2.5.3)

Vamos a hacerlo para 2 \angle 63x6.0 $x = y = 17.6 \text{mm}$ $r_x = r_y = 19.1 \text{mm}$

$$\phi P_n ; \quad \phi = 0.85 ; \quad \phi P_n = \phi A_g F_{cft}$$

$$F_{cft} = \left[\frac{F_{cry} + F_{crz}}{2H} \right] \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{cry} \cdot F_{crz} \cdot H}{(F_{cry} + F_{crz})^2}} \right] \quad (F.2-21)$$

$$F_{crz} = \frac{GJ}{A\bar{r}_o^2} \quad \bar{r}_o^2 = \bar{x}_o^2 + \bar{y}_o^2 + \frac{I_x + I_y}{A} \quad H = 1 - \frac{\bar{x}_o^2 + \bar{y}_o^2}{\bar{r}_o^2}$$

$$G = 0.40 \times E = 0.40 \times 200000 = 80000 \text{MPa} \quad J = \frac{\sum b't^3}{3} = \frac{2 \times (63-3) \times 6^3}{3} = 8640 \text{mm}^4$$

$$A = A_g = 727 \text{mm}^2 \quad \bar{r}_o^2 = 0 + 14.3^2 + 2 \times 19.1^2 = 934 \text{mm}^2 \quad H = 1 - \frac{14.3^2}{934} = 0.781$$

$$F_{crz} = \frac{80000 \times 8640}{727 \times 934} = 1017.9 \text{MPa}$$



Para el cálculo del F_{cry} :

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{y'm} = 118.8$$

$$\lambda_c = \frac{118.8}{\pi} \sqrt{\frac{351}{200000}} = 1.5842; \quad \lambda_c > 1.5$$

$$\therefore F_{cr} = \frac{0.877}{\lambda_c^2} F_y = 0.349 \times F_y = 0.349 \times 351 = 122.6 \text{ MPa}$$

$$F_{crft} = \left[\frac{122.6 + 1017.9}{2 \times 0.781} \right] \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 122.6 \times 1017.9 \times 0.781}{(122.6 + 1017.9)^2}} \right] = 730.1 \times 0.184 = 134.3 \text{ MPa}$$

$$\phi P_n = \phi F_{cr} A_g = 0.85 \times 134.3 \times 2 \times 727 \times 10^{-3} = 166 \text{ KN}$$

Sigue controlando el pandeo flector con $\phi P_n = 147.59 \text{ KN}$

Ahora observamos un avance del estudio de otros perfiles:

TABLA F.2.14

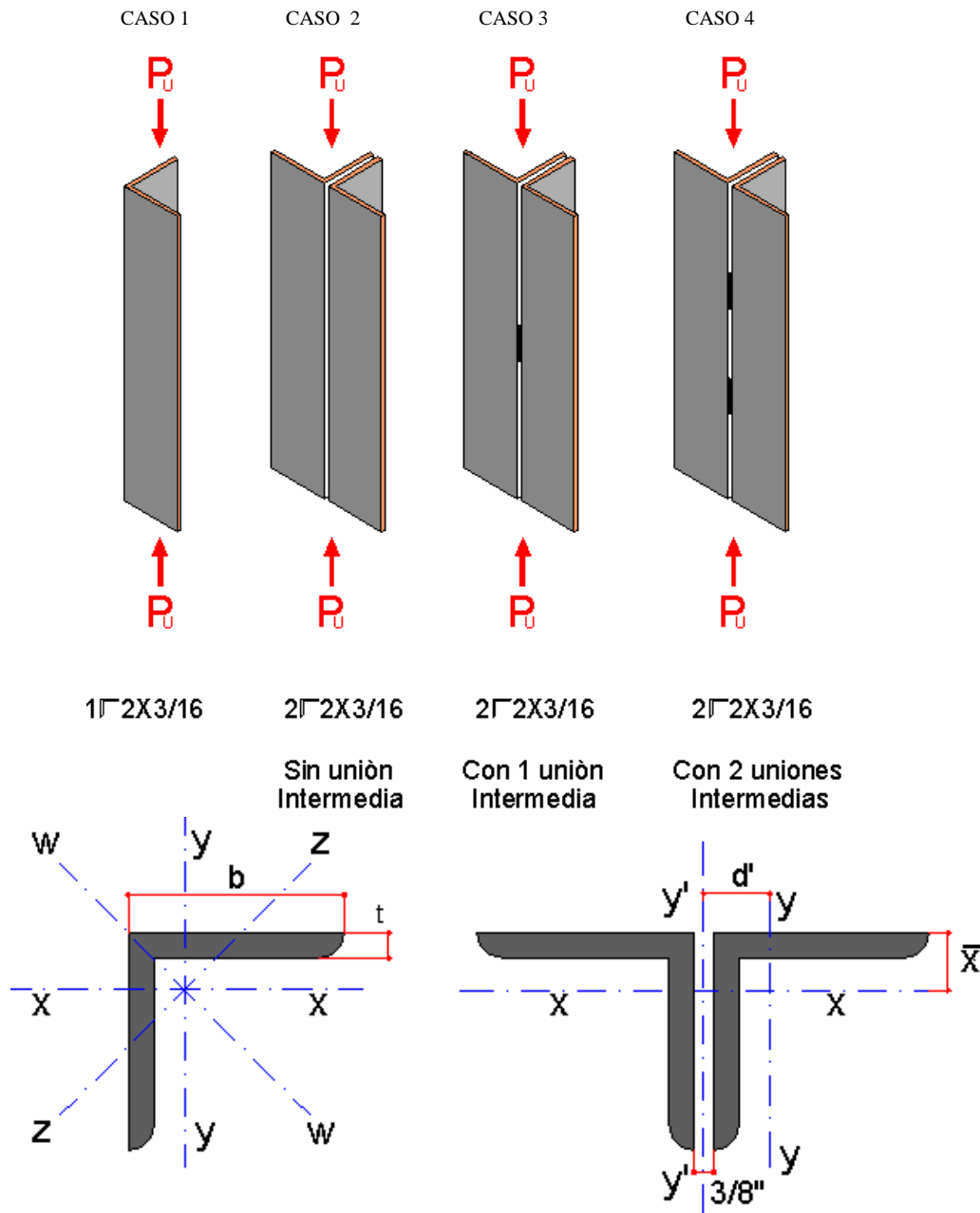
$$Q_s = 1.34 - 0.0017 \frac{b}{t} \sqrt{F_y} \quad (F.2.14)$$

ϕP_n (KN) a compresión para $L_x = 2300 \text{ mm}$; gobierna $\left(\frac{L}{r}\right)_x$

PERFIL	$\frac{b}{t} < \lambda_r$		ϕP_n	Q_s	λ_c	$\lambda_c \sqrt{Q_s}$	ϕP_n
2L 63*4.5	14.0 10.7	Esbelto		0.894	1.5974	1.5103	111.6
2L 63*6.0	10.5 10.7	Si	147.6	1.0			
2L 63*9.0	7.00 10.7	Si	208.4	1.0			
2L 75*6.0	12.5 10.7	Esbelto		0.942	1.3393	1.2998	241.6

Se utilizará un sólo eje de arrojamiento lateral en el plano vertical de la línea de cumbrera.

2. Hallar la resistencia de diseño ϕP_n de una barra de 1500mm de longitud, acero ASTM A-36, articulada en sus extremos y armada de cuatro formas diferentes como se muestra en la figura anexa (Adaptación de un ejemplo de un libro (Valencia, 1997)¹³



¹³ VALENCIA CLEMENT, Gabriel. Estructuras de Acero – Diseño con factores de carga y de resistencia. Santafé de Bogotá: Escuela Colombiana de Ingeniería, 1997.



Figura 4. Casos a analizar en el ejemplo 2 de compresión.

Pandeo local:

La relación ancho espesor $b/t = 50.8/4.76 = 10.7 < 12.5 = 75/\sqrt{F_y}$, entonces cumple!

Como la relación b/t es menor que el límite permitido, no hay pandeo local de las aletas. La sección se denomina “sección compacta”.

CASO 1.

Para ángulos sencillos, si hay pandeo local, como ocurre en este caso y se puede garantizar que la carga está aplicada en el centroide, lo cual en la práctica resulta difícil, para evaluar la resistencia de diseño se utilizan las ecuaciones generales:

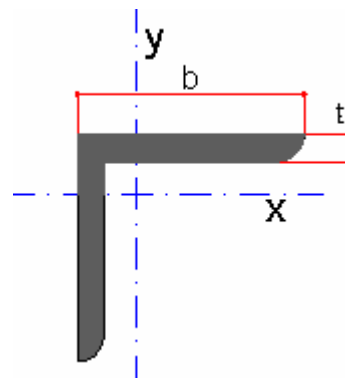
$$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y \qquad F_{cr} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) \cdot F_y$$

Cuando la carga presenta excentricidad, la capacidad del perfil se puede ver seriamente disminuida. Por otra parte si la sección es compacta (cumple relaciones ancho/espesor), como también es el caso en estudio, normalmente no se presenta pandeo flexotorsional, salvo en piezas de corta longitud, y aun en este caso el error al no considerar este tipo de falla no es significativo; por esta razón, contrariamente a lo que recomiendan varias normas, AISC-LRFD estima que no es necesario comprobar esta posibilidad (se insiste; si la sección es compacta).

Teniendo en cuenta lo anterior, el perfil se diseña como una columna típica:

Propiedades  geométricas de: 1 2x3/16

- $A = 461mm^2$
- $r_x = 15.7mm$
- $r_y = 15.7mm$
- $r_z = 10.0mm$
- $r_w = 19.77mm$
- $x = y = 14.5mm$
- $x_0 = y_0 = 14.5 - 2.4 = 12.1$





$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_x = \left(\frac{Kl}{r}\right)_y = \frac{1.0 \times 1500}{15.7} = 95.5 \quad \lambda = 150$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_z = \frac{1.0 \times 1500}{10} = 150$$

$$\lambda_c = \frac{Kl}{\pi r} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{150}{\pi} \sqrt{\frac{252}{200000}} = 1.69 \quad ; \quad F_{cr} = \frac{0.877 \times F_y}{\lambda_c^2} = \frac{0.877 \times 252}{1.69^2} = 77.37 \text{ MPa}$$

$$\phi P_n = 0.85 A_g F_{cr} = 0.85 \times 4.61 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 77370 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} = 30.32 \text{ KN}$$

Se calculó la resistencia de diseño con $\phi = 0.85$, tal como lo especifica la NSR-98 en (F.2.5.2).

Con el fin de ilustrar la aplicación de las ecuaciones de pandeo flexotorsional, se procederá a comprobar el estado límite correspondiente, anotando de nuevo que, si el perfil cumple con las relaciones ancho/espesor límites, este tipo de falla no se presenta, tal como se verá a continuación:

Las propiedades torsionales del \square 2"x3/16 son:

$$r_0 = 27.94 \text{ mm}$$

$$H = 0.628$$

$$C_w = 682 \times 10^3 \text{ mm}^6$$

$$J = 3662 \text{ mm}^4$$

Como el perfil presenta un sólo eje de simetría, w (ortogonal a z); por lo tanto, el esfuerzo crítico elástico se halla empleado en la siguiente ecuación:

$$F_e = \left[\frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \right] \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey} \cdot F_{ez} \cdot H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right] \quad (F.2-110)$$

La siguiente ecuación se aplica para la resistencia de columnas doblemente simétricas con elementos de lámina delgada, columnas con simetría simple y asimétrica para los estados límites de pandeo por flexo-torsión y torsional.

De la NSR-98 (F.2-116)



$$F_{ez} = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z l)^2} + GJ \right] \frac{1}{Ar_0^2} = \left[\frac{\pi^2 \times 200000 \times 6.82 \times 10^3}{1 \times 1500^2} + 78500 \times 3662 \right] \frac{1}{461 \times 27.94^2} = 798.8 MPa$$

Para F_{ey} en este caso se calcula con respecto al eje de simetría, w : con $r_w = 19.77mm$ y $l = 1500mm$

$$F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_y l}{r_w} \right)^2} = \frac{\pi^2 \times 200000}{\left(\frac{1500}{19.77} \right)^2} = 342.89 MPa \text{ y reemplazando en la ecuación (F.2-110),}$$

tenemos:

$$F_e = \frac{342.89 + 798.8}{2 \times 0.628} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 342.89 \times 798.8 \times 0.628}{(342.89 + 798.8)^2}} \right] = 284.4 MPa;$$

Entonces: $\lambda_{ey} = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} = \sqrt{\frac{252}{284.4}} = 0.9413$ donde Q , el factor de reducción por pandeo

local vale 1.0, dado que la sección es compacta, es decir que satisface las relaciones de ancho/espesor λ_e de F.2.2.5.1

Entonces el esfuerzo crítico nominal F_{cr} se determina así:

a) Para $\lambda_e \sqrt{Q} \leq 1.5$:

$$F_{cr} = Q \left(0.658^{Q \lambda_e^2} \right) F_y$$

b) Para $\lambda_e \sqrt{Q} > 1.5$:

$$F_{cr} = \left(\frac{0.877}{\lambda_e^2} \right) F_y$$

Para nuestro caso $\lambda_e \sqrt{Q} = 0.94 < 1.5$ entonces:

$$F_{cr} = 1.0 \times \left(0.658^{0.94^2} \right) \times 252 = 173.91 MPa.$$

Este esfuerzo es mayor que el correspondiente al pandeo lateral con respecto al eje z , $F_{cr} = 77.37 MPa$, luego no se presenta pandeo torsional, con lo cual concluimos que los perfiles angulares cargados axialmente no suelen fallar por flexo-torsión si son compactos, tal como se planteó al iniciar el análisis.



CASO 2.

Dado que los dos perfiles están desligados, la resistencia de diseño, ϕP_n será el doble de la hallada en el primer caso.

$$\phi P_n = 2 \times 30.32 = 60.63 \text{ KN}$$

CASO 3.

Para el pandeo con respecto a x , los ángulos se desplazan paralelamente, por lo cual la resistencia de diseño no se ve afectada por la deformación de los elementos que los unen (comúnmente denominados separadores); sin embargo para el análisis de pandeo con respecto al eje y sí debe considerarse este fenómeno, y por lo tanto deben aplicarse las especificaciones enunciadas en la norma NSR-98 para miembros ensamblados, esto es, debe evaluarse la carga crítica de pandeo por flexión con $\left(\frac{Kl}{r_m}\right)$ de donde se deduce que el numero de separadores que se coloque sí tiene incidencia en la carga de falla de la columna, contrariamente a lo que se había considerado hasta ahora.

Para secciones T, así como para ángulos dobles, adicionalmente al estado límite de pandeo por flexión, el diseño de estos perfiles puede resultar gobernado por el estado límite de pandeo flexotorsional, para lo cual deben comprobarse las ecuaciones de pandeo flexotorsional. Siguiendo ésta especificación se analiza la columna formada por dos perfiles angulares espalda con espalda:

Propiedades de 2  2x 3/16.

$$\begin{aligned} A_g &= 922 \text{ mm}^2 & x &= y = 14.5 \text{ mm} \\ r_x &= r_y = 15.7 \text{ mm} & r_0 &= 31.8 \text{ mm} \\ r_z &= 10.0 \text{ mm} & J &= 2 \times 3660 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

El radio $r'_x = r_x = 15.7 \text{ mm}$.

$$r'_y = \sqrt{\frac{I'_y}{A_g}}, \text{ siendo } I'_y = I_0 + Ad'^2 \text{ donde } d' = \bar{x} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{8} \times 25.4\right) = 14.5 + 4.8 = 19.26 \text{ mm}$$

entonces $r'_y = 24.85 \text{ mm}$

Si evaluamos:



$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_x = \frac{1500}{15.7} = 95.5$$

Para $\left(\frac{Kl}{r}\right)_y$ se requiere que $\frac{a}{r_z} \leq \frac{3}{4}\left(\frac{Kl}{r}\right)$; si hay 1 separador, $\frac{a}{r_z} = 75$ que es mayor de $\frac{3}{4} \times 95.5 = 71.625$, luego se requieren al menos 2 separadores, por lo tanto, a la luz de la especificación no deben usarse 2 2x3/16 con un sólo separador.

CASO 4.

Con dos separadores:

$$\frac{a}{r_{ib}} = \left(\frac{L/3}{r_y}\right) = \frac{500}{15.7} = 31.9 < 71.625 = 0.75 \times 95.5$$

$\alpha = \frac{h}{2r_{ib}}$ con $h = a$ la distancia entre centroides y $r_{ib} =$ al radio de giro de un elemento con respecto a un eje paralelo al de pandeo. $\alpha = \frac{2d'}{2r_{ib}} = \frac{2 \times 19.26}{2 \times 15.7} = 1.23$

$\left(\frac{Kl}{r}\right)_0 = \left(\frac{Kl}{r}\right)_y = \frac{1500}{24.8} = 60.5$ Según el código para conectores intermedios que están soldados o pernos completamente tensionados:

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{Kl}{r}\right)_0^2 + 0.82 \frac{\alpha^2}{(1 + \alpha^2)} \left(\frac{a}{r_{ib}}\right)^2} = \sqrt{60.5^2 + 0.82 \left(\frac{1.23^2}{1 + 1.23^2}\right) \left(\frac{500}{15.7}\right)^2} = 64.5$$

Por lo tanto la falla con respecto a x : $\left(\frac{Kl}{r}\right) = 95.5$ entonces $\lambda = 1.08$, de donde

$$F_{cr} = 154.66 \text{ MPa}$$

$$\phi P_n = 0.85 \times 922 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \times 154660 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} = 121.2 \text{ KN}$$



Y analizando la falla con respecto a y y donde $\left(\frac{Kl}{r}\right)_m = 64.5$ entonces $\lambda = 0.73$, y

$$F_{cr} = 201.62 \text{ MPa}$$

$$\phi P_n = 0.85 \times 922 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \times 201620 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} = 158.01 \text{ KN}$$

Por pandeo flexotorsional:

$$F_{crft} = \left[\frac{F_{cry} + F_{crz}}{2H} \right] \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{cry} \cdot F_{crz} \cdot H}{(F_{cry} + F_{crz})^2}} \right] \quad (F.2-21)$$

$$\left(\frac{Kl}{r_y}\right) = 64.5, \text{ de donde } \lambda = 0.73 \text{ y por consiguiente } F_{cry} = 201.62 \text{ MPa}$$

$$F_{crz} = \frac{GJ}{Ar_0^2} = \frac{78500 \times 7320}{922 \times 31.8^2} = 616.3 \text{ MPa} \text{ y reemplazando en la ecuación (F.2-21) tenemos:}$$

$$F_{crft} = \left(\frac{201.62 + 616.3}{2 \times 0.855} \right) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 201.62 \times 616.3 \times 0.855}{(201.62 + 616.3)^2}} \right] = 189.43 \text{ MPa}$$

$$\text{Luego } \phi P_n = 0.85 \times 922 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \times 189430 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} = 148.45 \text{ KN}$$

En conclusión para 2 ángulos 2x3/16, A-36, con dos separadores, ofrecen las siguientes resistencias de diseño:

Falla con respecto a x , donde $\phi P_n = 121.2 \text{ KN}$ y con respecto a y , $\phi P_n = 148.45 \text{ KN}$ (prima el estado límite de pandeo flexotorsional sobre el pandeo con respecto a y)

¿Por qué no se comprobó el pandeo con $\left(\frac{Kl}{r_z}\right)$?

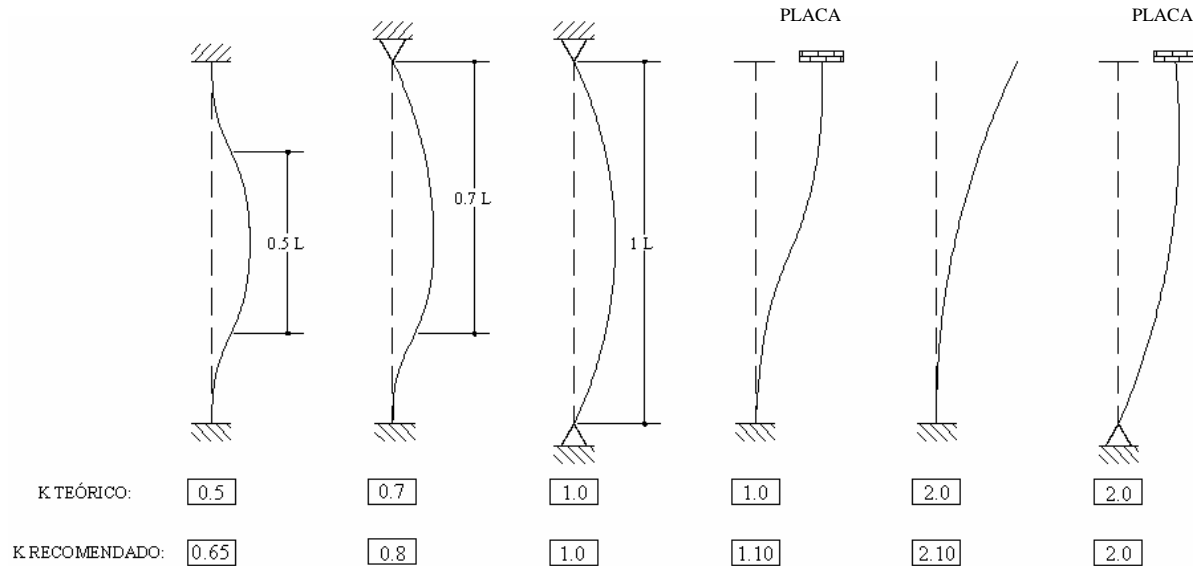
EJERCICIO

REALIZAR EL EJERCICIO ANTERIOR PERO CON TRES SEPARACIONES.

LEER (F-2-5) DE LA NSR-98 COMPLETO.

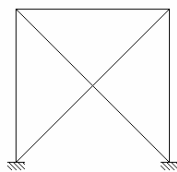
4.4 Longitud efectiva

El factor de longitud efectiva (k) varía entre 0 e infinito, dependiendo de las condiciones de apoyo. En la práctica el menor k posible es 0.5 y el mayor es infinito.

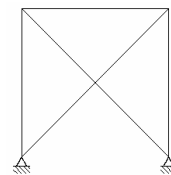


1. Casos típicos del coeficiente de longitud efectiva “K”

- **Pórticos con desplazamiento lateral impedido ($0.5 \leq k \leq 1.0$)**

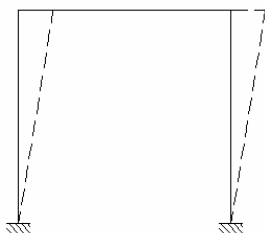


Columnas con coeficiente de longitud efectiva K :
 $0.5 \leq K \leq 0.7$

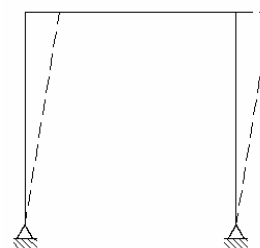


Columnas con coeficiente de longitud efectiva K :
 $0.7 \leq K \leq 1.0$

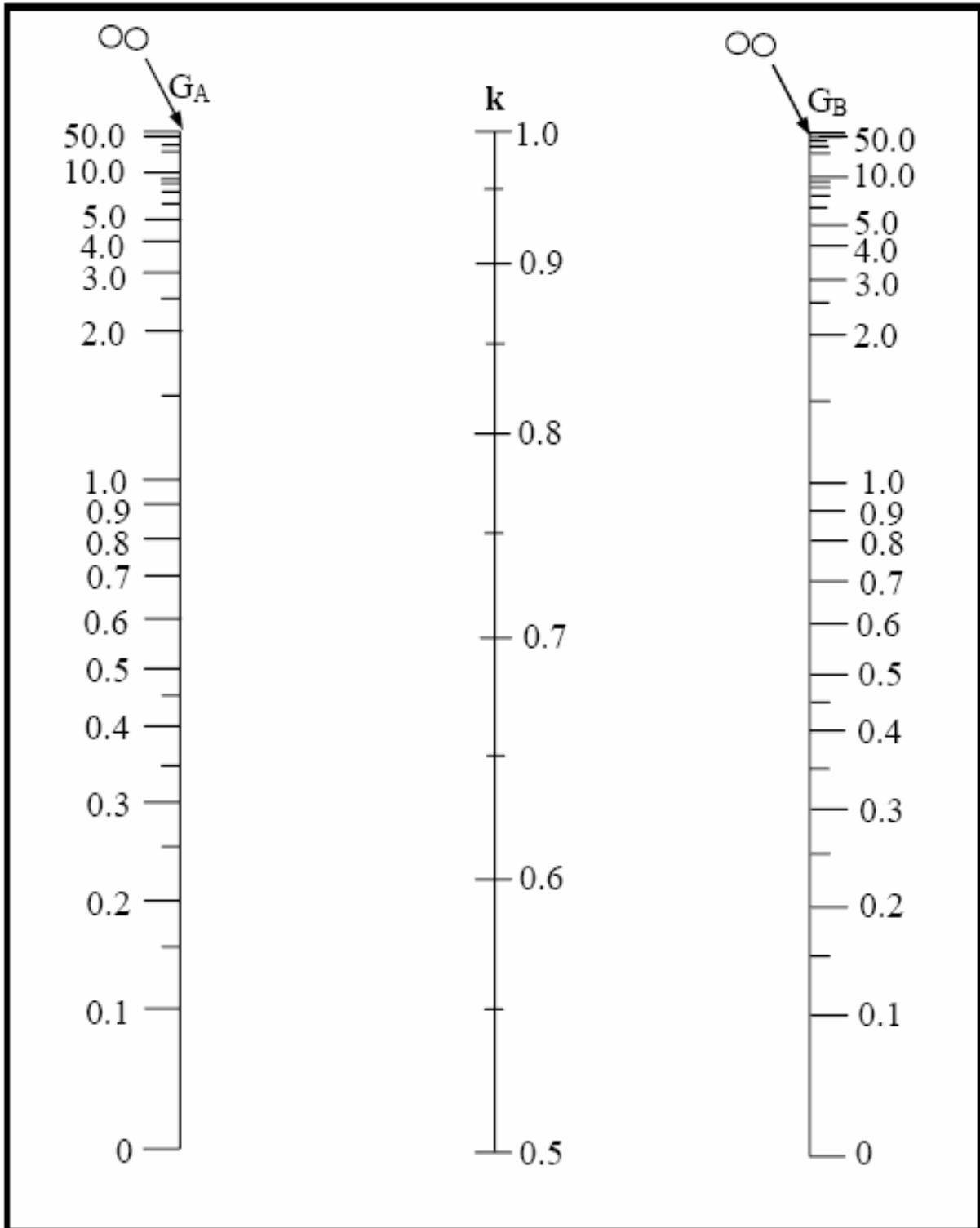
- **Pórticos con desplazamiento lateral permitido ($1.0 \leq k \leq \infty$)**



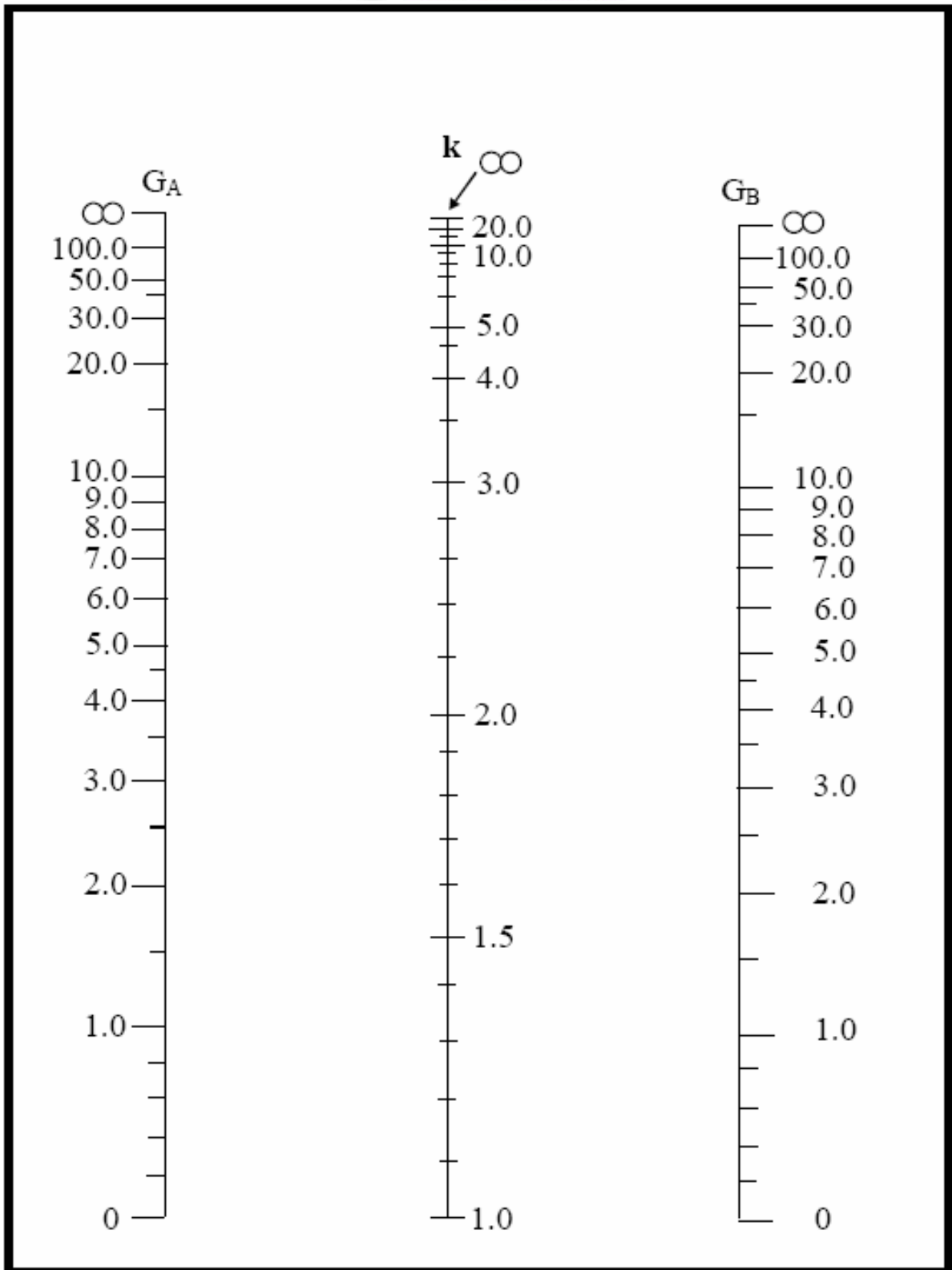
Columnas con coeficiente de longitud efectiva K :
 $1.0 \leq K \leq 2.0$



Columnas con coeficiente de longitud efectiva K :
 $2.0 \leq K \leq \infty$



Nomograma para estructuras arriostradas al desplazamiento lateral en su plano



Nomograma para estructuras no arriostradas al desplazamiento lateral en su plano

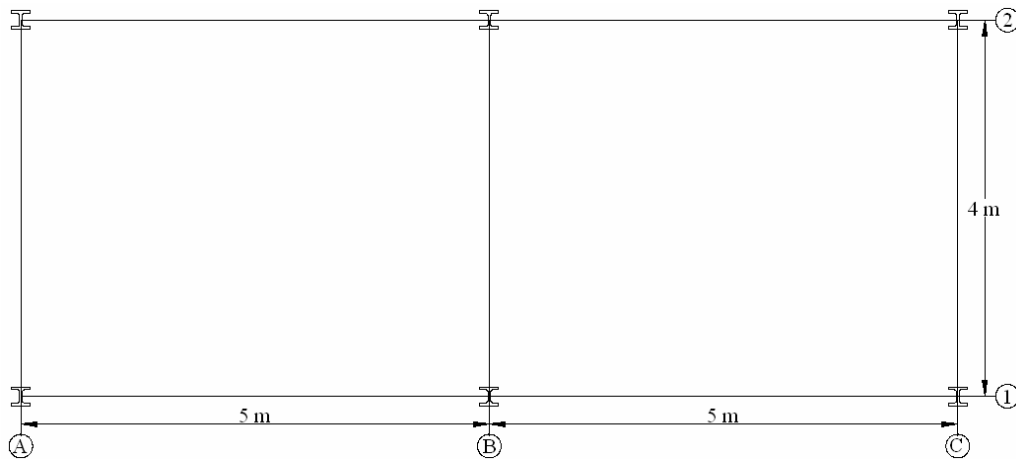


Ejemplo 3.

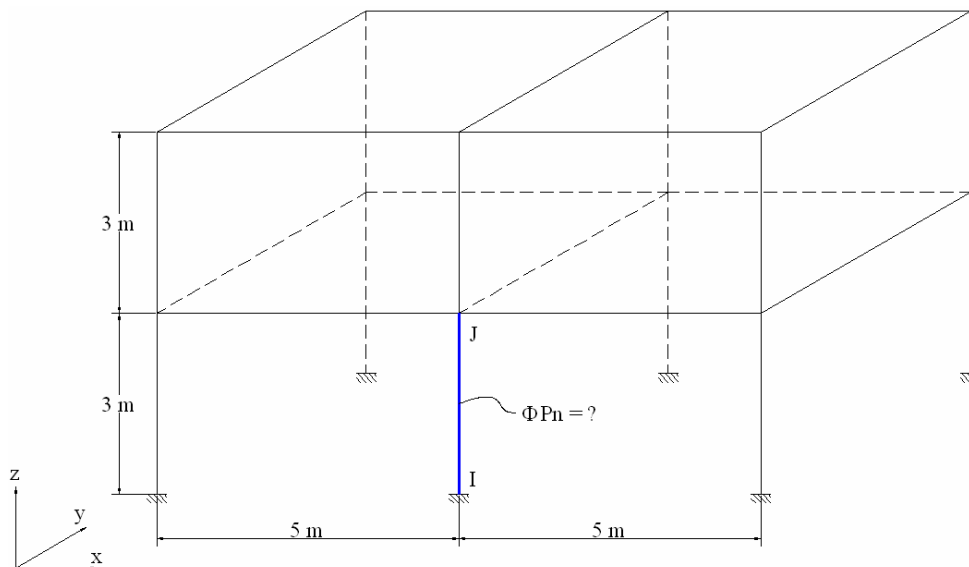
Calcular la resistencia de diseño por pandeo flector que desarrolla la columna j-i mostrada en la figura.

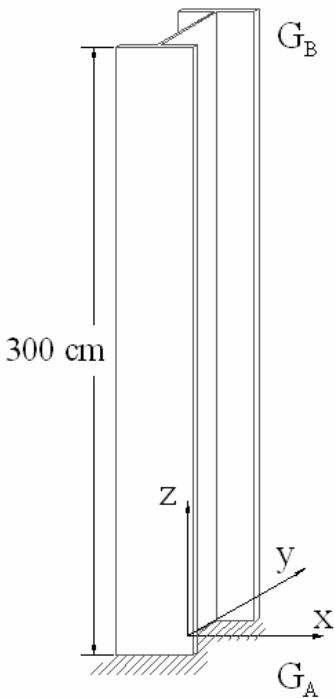
$F_y = 350 \text{ MPa}$

- VIGAS IPE 240 $\left\{ \begin{array}{l} I_{xx} = 3890 \text{ cm}^4 \\ I_{yy} = 284 \text{ cm}^4 \end{array} \right.$
- COLUMNAS HEB 200 $\left\{ \begin{array}{l} A_g = 78.1 \text{ cm}^2 \\ I_{xx} = 5700 \text{ cm}^4 \\ I_{yy} = 2000 \text{ cm}^4 \\ r_x = 8.54 \text{ cm} \\ r_y = 5.07 \text{ cm} \end{array} \right.$



Estructura con desplazamiento lateral permitido





- Se calculan los valores de G en las direcciones x y y , tanto para el nodo de la parte superior (G_B) como para el de la parte inferior (G_A):

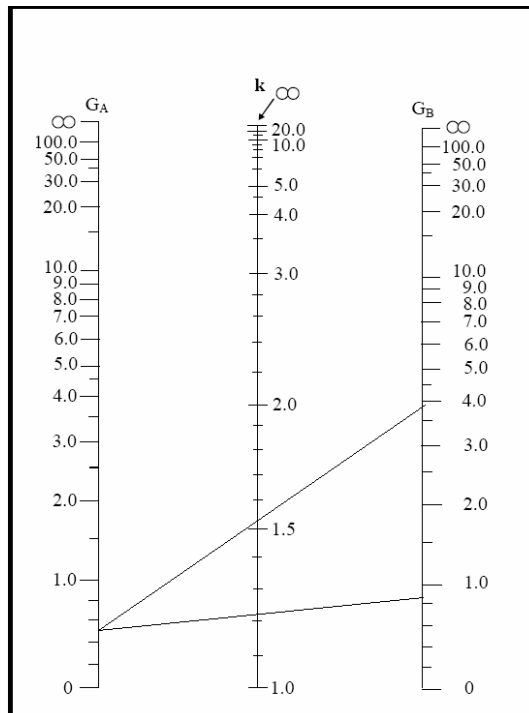
$$G = \frac{\sum (EI/L)_{COLUMNS}}{\sum (EI/L)_{VIGAS}}$$

- **EN EL EJE X:**

$G_{AX} = \frac{\infty}{\infty} \cong 0 \rightarrow 0.5$ Para conexiones rígidas entre columnas y cimentación, teóricamente G tiende a cero, pero se recomienda usar un valor de 1.0; en este caso se tomará un valor intermedio de 0.5.

$$G_{BX} = \frac{\left(\frac{E * 5700}{300}\right) + \left(\frac{E * 5700}{300}\right)}{\left(\frac{E * 3890}{400}\right)} = 3.91$$

Como existe desplazamiento lateral, del Nomograma con desplazamiento lateral Permitido se obtiene el coeficiente de longitud efectiva k de la siguiente forma:



Nomograma para el ejemplo 3° de compresión



Del Nomograma se obtiene el valor de longitud efectiva para la columna en la dirección x,

$$K_x = 1.53$$

- **EN EL EJE Y:**

$$G_{AY} = \frac{\infty}{\infty} \cong 0 \rightarrow 0.5$$

$$G_{BY} = \frac{\left(\frac{E * 2000}{300}\right) + \left(\frac{E * 2000}{300}\right)}{2 * \left(\frac{E * 3890}{500}\right)} = 0.856$$

Del Nomograma resulta $K_y = 1.22$

- Calculando las relaciones de esbeltez para x y y:

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_x = \frac{1.53 * 300}{8.54} = 53.75$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_y = \frac{1.22 * 300}{5.07} = 72.19 \rightarrow \text{En y se presenta la mayor esbeltez, luego es el caso crítico a evaluar.}$$

- Calculando la resistencia de diseño:

$$\phi P_n = \phi * F_{cr} * A_g \quad \phi = 0.85$$

$$\lambda_c = \frac{Kl}{\pi r} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{72.19}{\pi} \sqrt{\frac{350}{200000}} = 0.9613 < 1.5$$

$$\text{Como } \lambda_c < 1.5 \quad F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y$$

$$F_{cr} = (0.658^{0.9613^2}) 350 = 237.73 \text{ MPa}$$



$$\phi P_n = 0.85 \times 237.73 \times 7810 = 1578231 \text{ N} = 1578.2 \text{ KN}$$

4 ° Ejemplo

Calcular la resistencia de diseño por pandeo flector para cada uno de los siguientes casos:

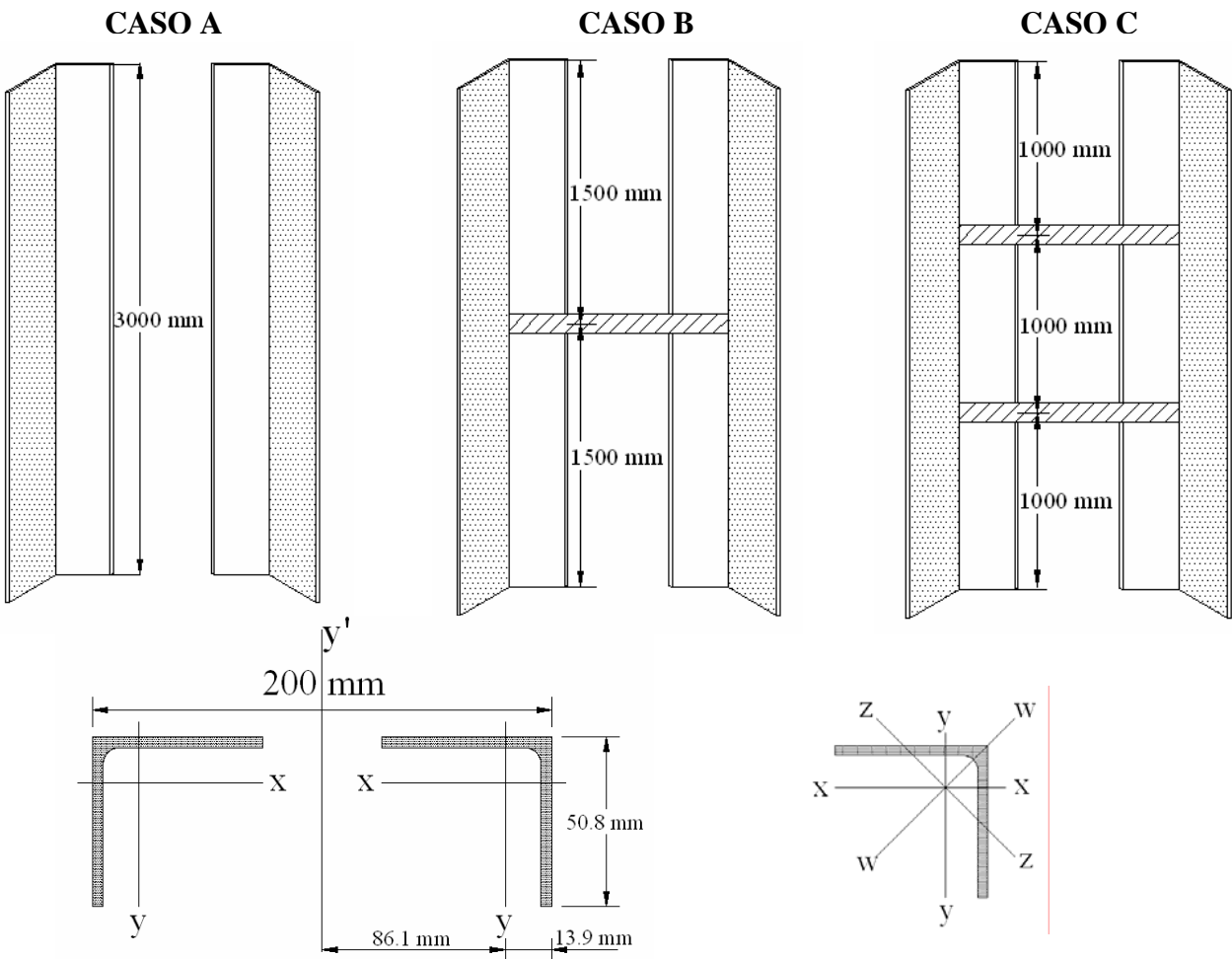
2 Ángulos de $2 \times \frac{1}{8}$ ACASA La columna es articulada en ambos extremos ($K=1.0$)

$$A_g = 309 \text{ mm}^2 \quad F_y = 350 \text{ MPa}$$

$$r_x = r_y = 16 \text{ mm} \quad r_z = 10.1 \text{ mm}$$

$$I_x = I_y = 7.91 \text{E}4 \text{ mm}^4$$

$$\phi P_n = ?$$



Casos estudiados en el 4° ejemplo de compresión

- **CASO A:** Los ángulos son independientes. Calculando las relaciones de esbeltez tenemos :

$$\left(\frac{Kl}{r} \right)_w$$



Dado que el eje más fuerte es el w-w no es necesario chequear la relación de esbeltez en dicha dirección.

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{x,y} = \frac{1.0 * 3000}{16} = 187.5 < 200 \text{ (Cumple)}$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_z = \frac{1.0 * 3000}{10.1} = 297 < 200 \text{ (NO CUMPLE)} \rightarrow \text{Eje de pandeo}$$

Este caso no se acepta por esbeltez en el eje z.

- **CASO B:** Los ángulos forman un conjunto.

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{z\text{ ind}} = \frac{1.0 * 1500}{10.1} = 148.51 < 200 \text{ (OK)}$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{x\text{ ind}} = \left(\frac{Kl}{r}\right)_{x\text{ conjunto}} = \frac{1.0 * 3000}{16} = 187.5 < 200 \text{ (OK)}$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{y\text{ ind}} = \frac{1.0 * 3000}{16} = 187.5 < 200 \text{ (OK)}$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{y'\text{ conjunto}} = \frac{1.0 * 3000}{r_{y'}}$$

$$I_{y'} = 2I_y + 2A \times d^2 = 2 \times 7.91E4 + 2 \times 309 \times 86.1^2 = 4739563.78$$

$$r_{y'} = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{4739563.78}{2 \times 309}} = 87.57 \text{ mm} \rightarrow \left(\frac{Kl}{r}\right)_{y'\text{ conjunto}} = \frac{1.0 * 3000}{87.57} = 34.26 < 200 \text{ (OK)}$$

Cuando existen miembros ensamblados y la modalidad de pandeo implica deformaciones relativas que producen fuerzas de corte en los conectores de los perfiles individuales como en este caso, es necesario reemplazar la relación de esbeltez, por una relación modificada $(Kl/r)_m$ que se determina como (ver NSR-98 F.2.5.4):

- Para conectores intermedios constituidos por pernos ajustados :



$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{Kl}{r}\right)_o^2 + \left(\frac{a}{r_i}\right)^2}$$

Donde:

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_o = \text{relación de esbeltez del miembro ensamblado actuando como una unidad.}$$

a/r_i = la mayor relación de esbeltez de los componentes individuales.

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{Y' \text{ mod if}} = \sqrt{\left(\frac{Kl}{r}\right)_o^2 + \left(\frac{a}{r_i}\right)^2} = \sqrt{34.26^2 + \left(\frac{1500}{10.1}\right)^2} = 148.63 < 200 \text{ (OK)}$$

Rige el diseño para este caso la esbeltez de 187.5. Calculando la resistencia de diseño:

$$\phi P_n = \phi \times F_{cr} \times A_g \quad \phi = 0.85$$

$$\lambda_c = \frac{Kl}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{187.5}{\pi} \sqrt{\frac{350}{200000}} = 2.50 > 1.5$$

$$\text{Como } \lambda_c > 1.5 \quad F_{cr} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right) F_y$$

$$F_{cr} = \left(\frac{0.877}{2.50^2}\right) \times 350 = 49.24 \text{ MPa}$$

$$\phi P_n = 0.85 \times 49.24 \times 2 \times 309 = 25866.29 \text{ N} = 25.87 \text{ KN}$$

- **CASO C:** Los ángulos forman un conjunto.

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{Z \text{ ind}} = \frac{1.0 \times 1000}{10.1} = 99 < 200 \text{ (OK)}$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{X \text{ ind}} = \left(\frac{Kl}{r}\right)_{X \text{ conjunto}} = \frac{1.0 \times 3000}{16} = 187.5 < 200 \text{ (OK)}$$



$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{Yind} = \frac{1.0 * 1000}{16} = 187.5 < 200 (OK)$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{Y'conjunto} = \frac{1.0 * 3000}{r_{Y'}}$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{Y'conjunto} = \frac{1.0 * 3000}{87.57} = 34.26 < 200 (OK)$$

$$I_{Y'} = 2I_y + 2A \times d^2 = 2 \times 7.91E4 + 2 \times 309 \times 86.1^2 = 4739563.78$$

$$r_{Y'} = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{4739563.78}{2 \times 309}} = 87.57 \text{ mm} \rightarrow$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{Y'modif} = \sqrt{\left(\frac{Kl}{r}\right)_o^2 + \left(\frac{a}{r_i}\right)^2} = \sqrt{34.26^2 + \left(\frac{1000}{10.1}\right)^2} = 104.77 < 200 (OK)$$

Nuevamente rige el diseño en x con una esbeltez de 187.5.

- Calculando la resistencia de diseño:

$$\phi P_n = \phi \times F_{cr} \times A_g \quad \phi = 0.85$$

$$\lambda_c = \frac{Kl}{\pi r} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{187.5}{\pi} \sqrt{\frac{350}{200000}} = 2.50 > 1.5$$



5° Ejemplo:

(Pandeo Flexotoror, tomado de apuntes de clase de un profesor de la UIS. y convertido a unidades S.I).

Determinar si un puntal de Angulo doble 2L 76,2 x 50, 6x 635mm separados 9.525 mm espalda con espalda en el lado más largo, fabricados en acero 4.36, $F_y = 250 \text{ Mpa}$, soporta una carga muerta de 22.24 KN y carga viva de 44.48 KN

Para cada L :

$$\bar{x} = 12.52mm$$

$$\bar{y} = 25.22mm$$

$$J = 10822.29mm^4$$

$$E = 200000Mpa$$

$$f_y = 250Mpa$$

$$G = 77000$$

$$A = 767.74mm^2$$

$$J_{x'x'} = 453692.25mm^4$$

$$J_{y'y'} = 163162.75mm^4$$

Sección compuesta:

2 L 76.2x 50.6x 6.35 mm

$$A = 1535.48mm^2$$

$$r_x = 24.31mm$$

$$r_y = 22.62mm$$

$$D_z = 11.049mm$$

$$D_u = 1.2PD + 1.6PL = 1.2X 22.24 + 1.6X 44.48 = 97.86KN \leq \phi P_n$$

$$L = 2.44m$$

$$g = 9.525mm$$



Chequeo de esbeltez

$$\frac{kl}{r_x} = \frac{1 \times 2440 \text{ mm}}{24.31} = 100.37 < 200$$

$$\frac{kl}{r_y} = \frac{1 \times 2440 \text{ mm}}{22.62} = 107.87 < 200$$

$$I_{xx} = \sum (Ix'x' + Ady^2) \phi = 2 [453692.25 + 767.74(0)^2] = 907384.5 \text{ mm}^4$$

$$I_{yy} = \sum (Iy'y' + Adx^2) = 2 \left[163162.75 + 767.74 \left(12.52 + \frac{9.525}{2} \right)^2 \right] = 784950.05$$

$$r_x = \sqrt{\frac{J_{xx}}{A}} = \sqrt{\frac{90734.5}{1535.48}} = 24.31 \text{ mm}$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_{yy}}{A}} = \sqrt{\frac{784950.05}{1535.48}} = 22.62 \text{ mm}$$

$$\left(\frac{a}{r_z} \right)_{\text{miembro}} \leq 0.75 \left(\frac{KL}{r_y} \right)_{\text{seccion Compuesta}} \quad r_z = \text{radio de giro menor}$$

$$r_z = 11.049 \text{ mm}$$

$$a \leq 0.75 M_z \left(\frac{KL}{r_y} \right) = 0.75 * (11.049) * (107.82)$$

$$a \leq 893.88 \text{ mm} \cong 0.9 \text{ m}$$

$$L = 2.44 \text{ m}$$

$$a = \frac{1}{3} = 0.813 \text{ m} \leq 0.9 \text{ m}$$

Los ángulos se apretan con platinas separado cada 0.81 metros mediante tornillos tensionados, de esta forma se tiene:

$$\left(\frac{KL}{r} \right)_m = \sqrt{\left(\frac{KL}{r} \right)_0^2 + 0.82 \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \left(\frac{a}{r_b} \right)^2} = \sqrt{107.87^2 + 0.82 \frac{1.084^2}{1 + 1084^2} \left(\frac{810}{15.54} \right)^2} = 114.076$$

$$\alpha = \frac{h}{2r_{ib}} = \frac{2 * 11.049 + 9.525}{2 * 14.58} = 1.084$$

$$r_{ib} = r_y = 14.58 \text{ mm} = \sqrt{\frac{Iy'y'}{A}} = \sqrt{\frac{163162.75 \text{ mm}^4}{767.74 \text{ mm}^2}} = 14.58 \text{ mm}$$

$h = 2\bar{x} + g =$ Centro a centro de distancia perpendicular al eje de pandeo



$$h = 2 * 12.52 + 9.525 = 34.57 \text{ mm}$$

$$\lambda_c = \left(\frac{KL}{r} \right)_m \frac{\tau}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{z}} = \frac{114.076x}{\pi} \sqrt{\frac{250}{200000}} = 1.29 < 1.5$$

$$F_{c_r} = 0.658^{1.292} * 250 = 124.58 \text{ Mpa}$$

$$\phi P_n = 0.85 * 1535.48 * 124.58 \text{ Map} = 162.597 \text{ KN} > 97.86 \text{ KN}$$

Para:

$$\frac{KL}{r_x} = 100.37$$

$$\lambda_c = \frac{100.37}{\pi} \sqrt{\frac{250}{200000}} = 1.13 < 1.5$$

$$F_{c_{rx}} = 0.658^{1.132} * 250 = 146.50 \text{ Mpa}$$

$$\phi P_{n_x} = 0.85 * 1535.48 * 146.50 = 191203 \text{ N} = 191.203 \text{ KN}$$

Pandeo flexo torsor

$$F_{cr} f_t = \frac{F_{cry} + F_{crz}}{2H} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{cry} F_{crz} H}{(F_{cry} + F_{crz})^2}} \right]$$

$$F_{cry} = 124.58 \text{ Mpa}$$

$$F_{crz} = \frac{GJ}{Ar_0^2} = \frac{70000 * 21644.58}{1535.48 * 39.87^2} = 682.815 \text{ Mpa}$$

$$G = 0.385 * E = 70000$$

$$A = 1535.48$$

$$J = 2 * \frac{1}{3} (76.2 + 50.6) * 6.35^3 = 21644.58 \text{ mm}^4$$

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{0^2 + 22.05^2 + 24.31^2 + 22.631^2}$$

$$r_0 = 39.87 \text{ mm}$$

$$y_0 = \bar{y} - \frac{t}{2} = 25.22 - 3.175 = 22.047 \text{ mm} \quad H = 1 - \frac{x_0^2 + y_0^2}{M_0^2} = 1 - \frac{0^2 + 22.05^2}{39.87^2} = 0.6942$$



$$F_{crft} = \frac{124.58 + 682.815}{2 \times 0.6942} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 * 124.58 * 682.815 * 0.6942}{(124.58 + 682.815)^2}} \right]$$

$$F_{crft} = 117.16 \text{ Mpa}$$

$$\phi P_{nft} = 0.85 * 1535.48 * 117.16 = 152.911 \text{ KN} > 97.86 \text{ Cumple}$$

Chequeo pandeo local

$$\frac{b}{t} = \frac{76.2}{6.35} = 12 \leq \frac{200}{\sqrt{F_y}} = \frac{200}{\sqrt{250}} = 12.65 \Rightarrow \text{Cumple}$$

6° Ejemplo:

(Tomado de apuntes de clase de un profesor de la UIS. y convertido a unidades S.I)

Calcular la resistencia de diseño a compresión de un perfil W, la longitud efectiva es 6.1 m respecto al eje **x**; 3.048 m respecto al eje **y**, y 3.048 m respecto al eje **z**, considere acero A -36 $f_y = 250 \text{ Mpa}$

Perfil W :

$$A = 12322.56 \text{ mm}^2$$

$$r_x = 65.532 \text{ mm}$$

$$r_y = 68.58 \text{ mm}$$

$$C_w = 14709.65 \text{ mm}^4$$

$$J = 3038489.41 \text{ mm}^4$$

$$r_o = 101.346 \text{ mm}$$

$$P_u < 1.2P_D + 1.6P_L \leq \phi_c P_n$$

Respecto al eje x (pandeo flexo-torsor)

$$\phi_c P_n = \phi_c A_g F_{cr}$$

$$F_{cr} = 0.658 \chi e^2 F_x \text{ Con } \lambda e \leq 1.5$$



$$\lambda_e = \sqrt{\frac{f_y}{F_e}}$$

$$F_e = \frac{F_{ex} + F_{ez}}{2H} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ex}F_{ez}H}{(F_{ez} + F_{ex})^2}} \right]$$

$$F_{ex} = \frac{\pi E}{\left(\frac{K_x L_x}{r_x} \right)^2}$$

$$F_{ez} = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] \frac{1}{4\bar{r}_0^2}$$

Respecto al eje y (pandeo flexión)

$$\phi_c P_{ny} = \phi_c A_y F_{cry}$$

$$F_{cry} = 0.658 \lambda^2 F_y$$

$$\lambda = \frac{K_y L_y}{r_y \pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

$$\frac{K_x L_x}{r_x} = \frac{6100mm}{65.58} = 93.08 \leq 200 \text{ Cumple!}$$

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{3048mm}{68.58} = 44.44 \leq 200 \text{ Cumple!}$$

Para el eje x:

$$F_{ez} = \frac{\pi^2 \times 200000}{(93.08)^2} = 227.83 Mpa$$

$$F_{ez} = \left[\frac{\pi^2 \times 200000 * 14709}{(3048)^2} + 77000 * 3038489.41 \right] \frac{1}{12322.56 \times 101.35^2}$$

$$x_0 = 0$$

$$F_{ez} = 1854.5 Mpa \quad y_0 = \bar{y} - \frac{H}{2}$$

$$y_0 = 51.308 - \frac{30.48}{2} = 36.068 \quad r_0 = \sqrt{0^2 + 36.068^2 + 65.532^2 + 68.58^2}$$



$$r_0 = 101.346mm \quad H = 1 - \frac{0.02 + 36.07^2}{101.346^2} = 0.873$$

$$F_e = \frac{227.83 + 1854.5}{2 * 0.873} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 * 227.83 * 1854.5 * 0.873}{(227.83 + 1854.5)^2}} \right]$$

$$F_e = 223.84Mpa$$

$$\lambda_e = \sqrt{\frac{250}{223.84}} = 1.057 \leq 1.5$$

$$F_{cr_x} = 0.658^{1.0572} * 250 = 156.65Mpa$$

$$\phi P_{nx} = \phi_c A_g F_{cr} = 0.85 * 12322.56mm^2 * 156.65 = 1640.75KN$$

Receptor al eje y:

$$\frac{44.44}{\pi} \sqrt{\frac{250}{200000}} = 0.5 \leq 1.5 \quad 0.658^{0.52} * 250 = 225.15Mpa$$

$$\phi P_n = 0.85 * 12322.56 * 225.15 = 2358269N = 2358.269 KN$$

Respuesta: $P_u \leq 1640.75KN$

5. FLEXION

5.1 Fundamentación LFRD para la flexión de elementos de acero

5.1.1 Articulaciones plásticas, modulo plástico y momento plástico

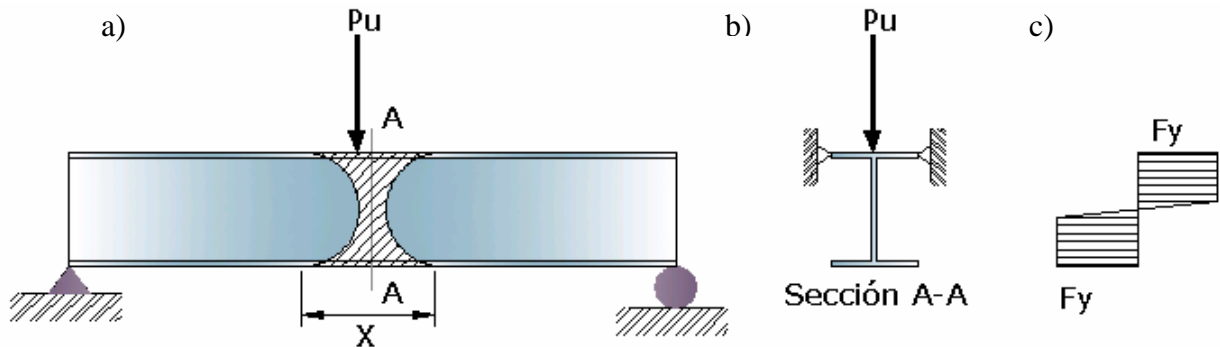


Figura 5.1 Formación de una articulación plástica

En la viga mostrada, ver figura 5.1 se aplica una carga P_u en el centro de luz (la sección esta impedida de desplazarse lateralmente), la carga va creciendo lentamente hasta que las fibras extremas de la sección A-A alcanzan un esfuerzo F_y , la carga continua incrementándose y la fibras extremas empiezan a fluir, otras interiores van alcanzando F_y hasta acercarse al eje neutro, quedando en la sección A-A algunas fibras con esfuerzo menor a F_y , figura 5.1c cuando esto ocurre se ha formado una articulación plástica en la sección. En las secciones inmediatas a la sección a la sección A-A se presenta también una fluencia como se muestra en el área sombreada de la figura 5.1a Para un perfil W, como la mostrada figura 5.1c, el valor de la distancia x es aproximadamente $1/8$ de la luz.

Para efectos de cálculo, sin incurrir en un error mayor, se puede considerar el siguiente diagrama de esfuerzos cuando se ha alcanzado una articulación plástica en una viga de sección rectangular.

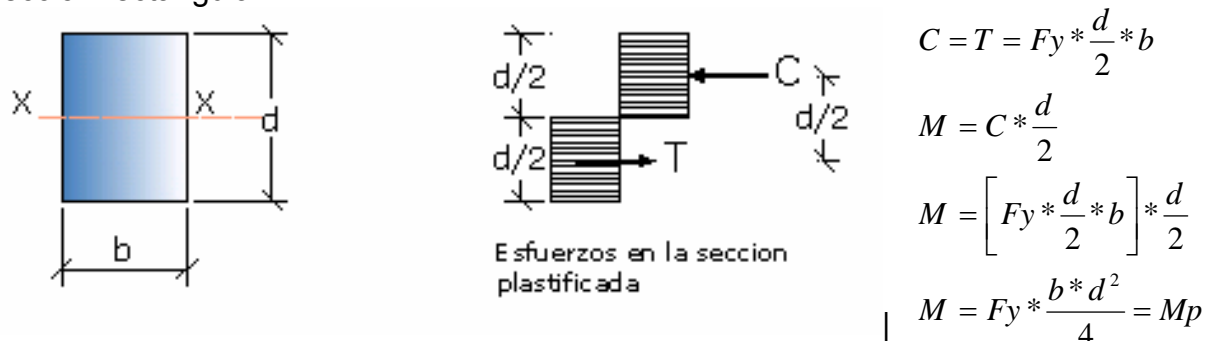


Figura 5.2 Momento plástico de una sección rectangular



Al calcular el momento resistente alcanzado obtenemos el momento plástico llamado M_p , igual a:

$$M_p = \frac{b * d^2}{4} * F_y$$

El factor que acompaña F_y es decir $[b * d^2 / 4]$ se conoce como el módulo plástico de la sección y se denota con la letra Z , en este caso fue calculado el momento respecto al eje x , por lo tanto el módulo es entonces Z_x .

El módulo plástico es igual también a la suma del momento estático de las áreas de tensión y compresión respecto al eje neutro, definido en la siguiente expresión:

$$Z = \int_{A_c} y * dA + \int_{A_t} y * dA$$

Donde A_c y A_t son las áreas de compresión y tensión respectivamente.

Como todas las fibras tienen el mismo F_y en la condición plástica, las áreas arriba y abajo del eje neutro deben ser iguales.

Para el caso de perfiles W , se puede emplear la siguiente ecuación con suficiente aproximación para el cálculo de Z_x :

$$Z_x = (A - t_w * d) * \frac{(d - t_f)}{2} + \frac{t_w * d^2}{4}$$

Donde:

A = Área total de la sección

t_w = Espesor del alma

t_f = espesor de la aleta

d = altura total de la viga

5.1.2 Longitud de arriostramiento

Se define la longitud de arriostramiento L_b como la distancia entre apoyos o soportes que impiden el desplazamiento lateral de la viga, en algunos textos esta definida como la longitud sin soporte lateral.

En una viga que soporta cargas verticales y esta sometida a flexión, el patín superior de la viga esta sometido a compresión y este una vez alcanza un esfuerzo F_y se desplazara lateralmente, desplazamiento que reducirá la capacidad de carga que puede llegar a soportar la viga comparada con otra igual que no se pudiera deformar.

Es importante tener en cuenta que mientras menor sea el valor de L_b mejor será el comportamiento de una viga para soportar cargas mayores y alcanzar un comportamiento plástico.

En una viga cuyo patín superior está embebido en una placa de concreto perteneciente al piso de un edificio, se dice que tiene un arriostramiento continuo y L_b se puede considerar como cero. El arriostramiento también se logra al colocar viguetas transversales apuntalando los patines de las vigas de carga.

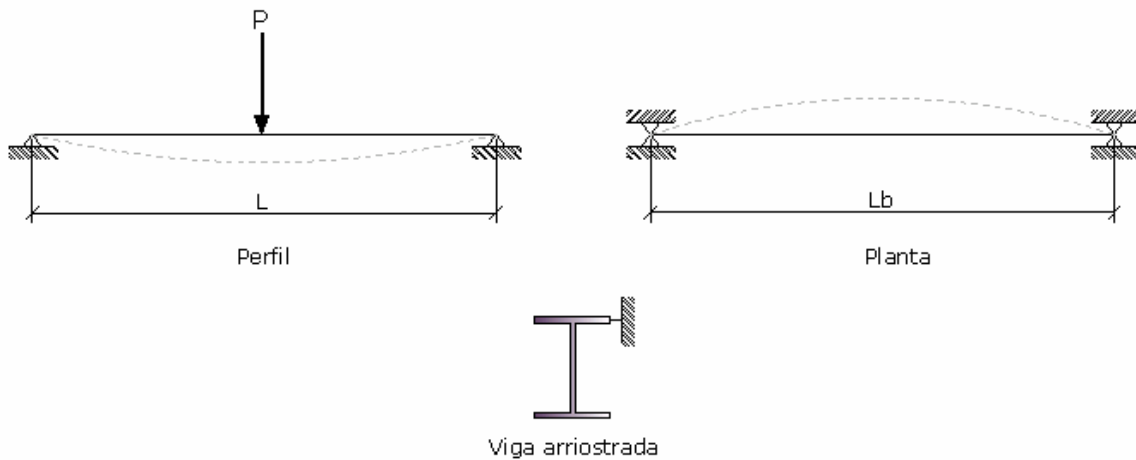


Figura 5.3 Arrostramiento de una viga

No se debe confundir la longitud entre apoyos o claro de la viga con la longitud l_b , sin embargo se aprovecha colocar soportes laterales donde hay columnas o muros de apoyo. Siempre que sea posible se deben colocar arriostramientos intermedios dentro de la luz de una viga, así l_b será siempre menor a L .

La longitud l_b es el parámetro más importante que clasifica el comportamiento elástico, inelástico o plástico de una viga, como se verá más adelante.

5.1.3 Coeficiente de gradiente de Momento C_b

El pandeo lateral de una viga es afectado en forma significativa por las restricciones en los apoyos y las condiciones de carga del miembro. Observando las figuras 5.4(a) y 5.4(b) que se presentan a continuación, se aprecia en la figura 5.4(a) que el patín superior de la viga soporta compresión en toda su longitud, mientras que en la figura 5.4(b) la longitud de la aleta a compresión es menor. Lo anterior muestra una condición más desfavorable en el caso (a) respecto a la condición (b). El coeficiente C_b aplicado a las vigas es un coeficiente similar al coeficiente K que afecta la longitud de las columnas, debido a las condiciones de los apoyos.

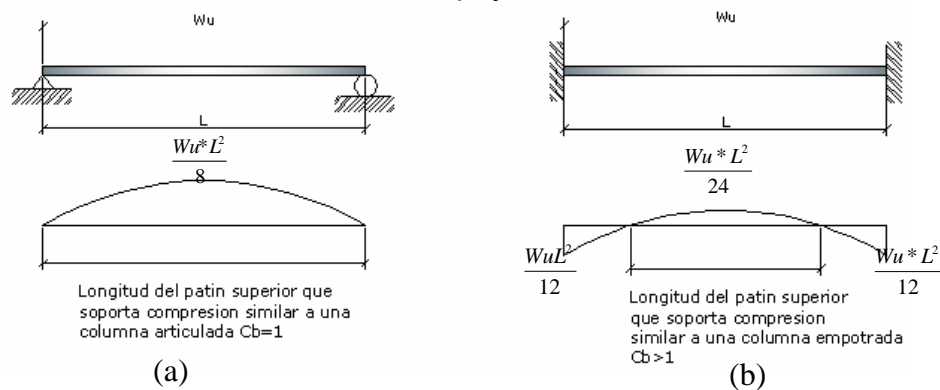


Figura 5.4 Valor de C_b



Para la viga simplemente apoyada y con carga uniforme como se ilustra en la figura 5.4a el valor de C_b se toma igual a 1.0 y para la viga como en el caso de la figura 5.4b C_b toma un valor mayor a 1.0.

Para las condiciones de empotramiento en los extremos o de continuidad se debe asumir un valor C_b mayor a 1.0, lo cual indica que la viga puede soportar una carga mayor.

A continuación se presentan varios casos con diferentes tipos de carga y apoyos con los correspondientes valores de C_b .

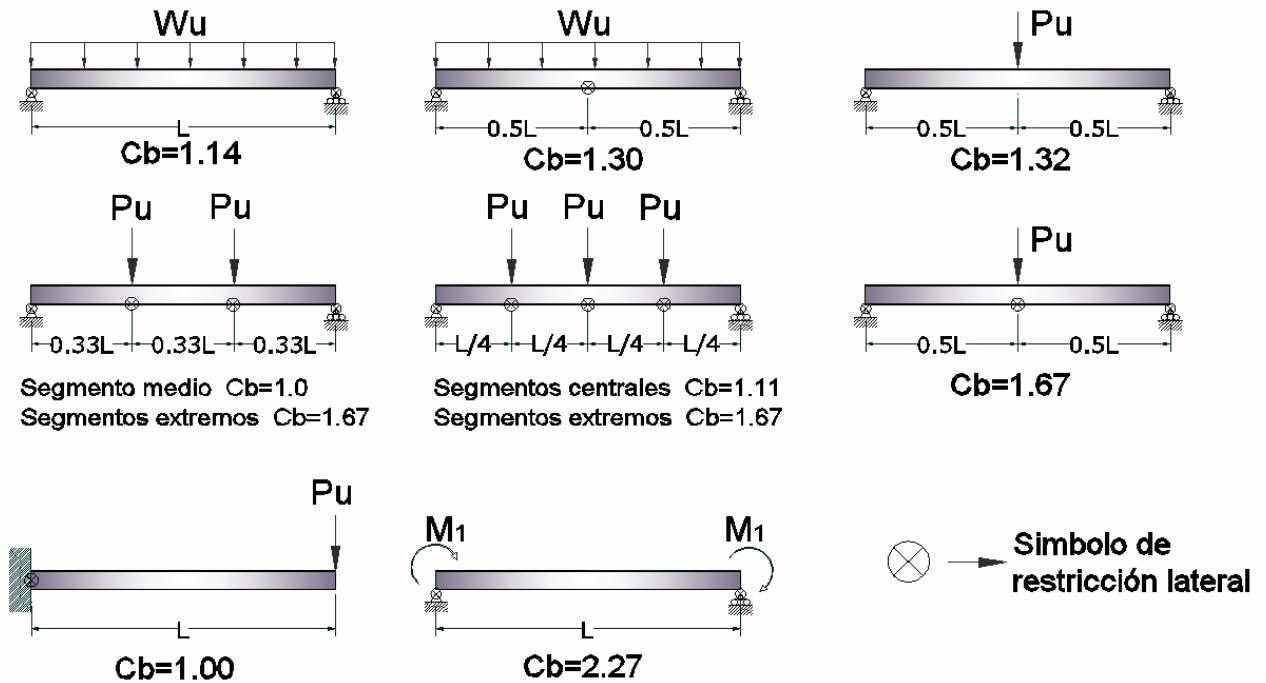


Figura 5.5 Valores recomendados de C_b

Cuando no encontramos nuestra condición de cargas coincidente con algunas de la tabla, se podrá utilizar la siguiente expresión:

$$C_b = \frac{12.5 * M_{m\acute{a}x}}{2.5 * M_{m\acute{a}x} + 3 * M_A + 4 * M_B + 3 * M_C}$$

Donde $M_{m\acute{a}x}$ es el momento mayor (positivo o negativo) que actúa sobre la viga, M_A , M_B , y M_C son los momentos que deben soportar la viga a $1/4$, $1/2$ y $3/4$ de la luz respectivamente, los valores se toman en valor absoluto.

Cuando no se tiene certeza de la condiciones de apoyo, se puede tomar conservadoramente un valor de $C_b = 1.0$ como valor mínimo. Cuando se tengan condiciones más favorables resulta más económico calcular las secciones de viga con el valor de C_b correspondiente a esas condiciones.



No se encontró en forma clara un valor de C_b máximo a utilizar, sin embargo para una ecuación de deducción de C_b propuesta por Salvadori (1955) limitaba dicho valor a no mayor de 2.3.

5.2 Comportamiento nominal de las vigas en función de la longitud de soporte lateral l_b

El pandeo de las vigas se evita colocando un arriostramiento transversal en el sitio donde es inminente el pandeo, con esta restricción la viga solo se podrá seguir reflejando verticalmente soportando así una carga mayor.

Una viga desarrolla una buena capacidad de soportar carga y tener un comportamiento plástico si tiene un arriostramiento continuo o si la separación entre apoyos transversales es pequeña. Dicha capacidad de la viga irá disminuyendo en la medida en que vaya a aumentando la separación entre los arriostramientos, es decir a medida que aumenta la distancia L_b definida anteriormente.

Con base en el anterior comportamiento, se han clasificado las siguientes capacidades resistentes (momentos de pandeo) de la vigas de acuerdo con la distancia L_b .

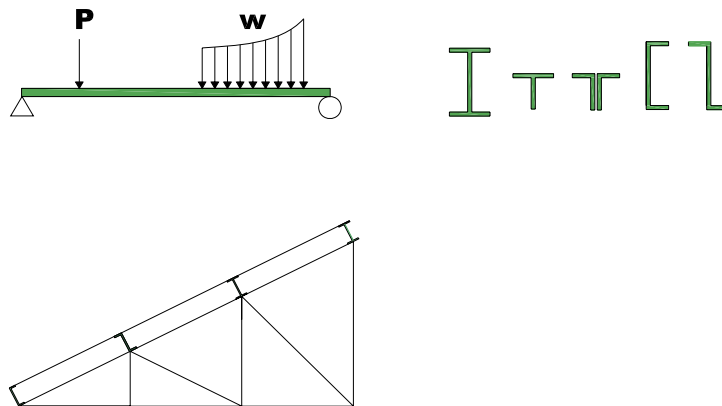


Figura 5.6 Elementos sometidos a flexión

Existen cuatro estados límites para determinar la resistencia de diseño a flexión $\phi_b M_n$:
Los dos primeros estados considerados en F.2.6.1 son el estado límite de fluencia y el estado límite de pandeo lateral por torsión. Estos estados están relacionados con la longitud de arriostramiento lateral L_b , definida como la longitud entre puntos que estén arriostrados contra el desplazamiento lateral de la aleta a compresión o contra el giro de la sección transversal.



Para cada perfil estructural es posible realizar una representación grafica como la siguiente para determinar su resistencia nominal a flexión M_n :

Con la ayuda de la gráfica podemos presentar dos estados límites a flexión relacionados con la longitud de arrostramiento lateral L_b .

La longitud limite sin arriostrar para aprovechar la capacidad plástica total a flexión, L_p , se determinará dependiendo del tipo de sección de la siguiente manera:

- Para perfiles en I incluyendo secciones híbridas y canales, con flexión con respecto a su eje mayor:

$$L_p = \frac{790r_y}{\sqrt{F_{yf}}} \quad ; \text{ En unidades de MPa y mm (F.2-29)}$$

Para barras rectangulares y vigas en cajón:

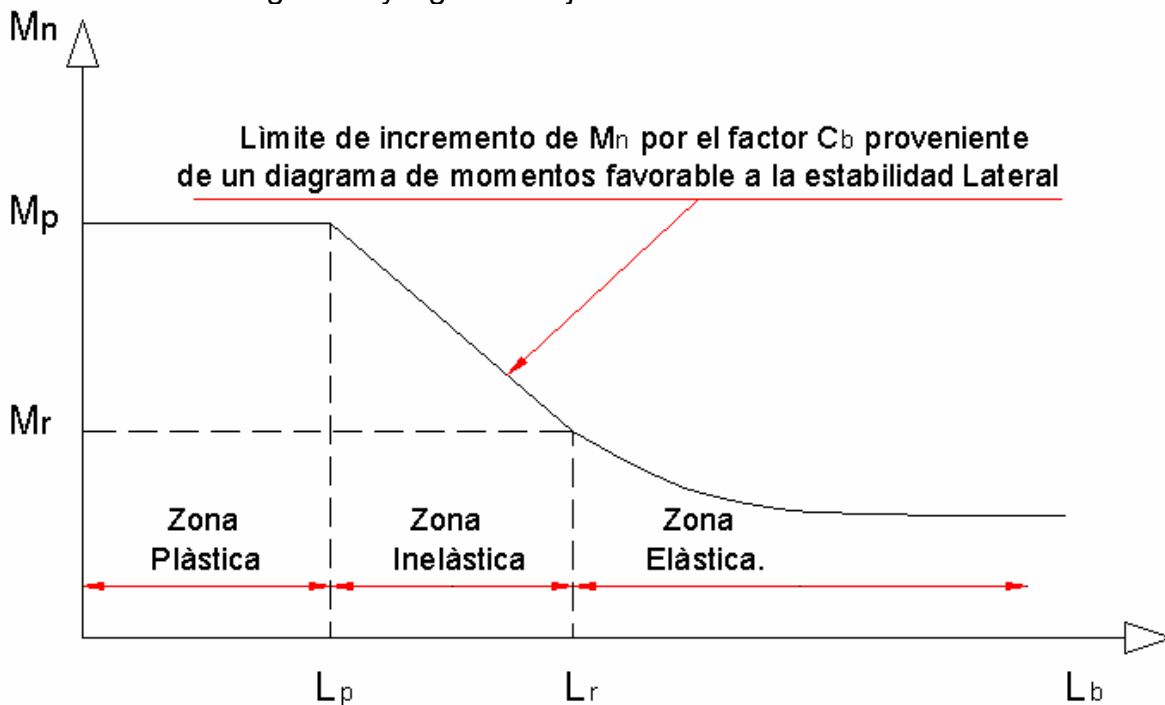


Figura 5.7 Grafica M_n vs L_b

$$L_p = \frac{26000r_y}{M_p} \sqrt{JA} \quad ; \text{ En unidades de MPa y mm}$$

5.2.1 Estado limite de fluencia: Cuando $L_b < L_p$ la resistencia de diseño $\phi_b M_n$ con $\phi_b = 0.90$ que es el coeficiente o factor de reducción de capacidad.

$M_n = M_p = F_y Z \leq 1.5 M_y$ Donde M_p es momento plástico de las sección y Z es el modulo plástico de la sección.



$M_y = F_y S$ Donde M_y es el momento elástico de la sección y S es el modulo elástico de la sección. Se requiere que las longitudes no excedan a L_p .

Para perfiles cuadrados o circulares donde $r_x = r_y$, y para miembros solicitados por flexión con respecto a su eje menor solo se aplica el estado límite de fluencia, ya que a igual o mayor rigidez del eje lateral, esta actúa como arriostramiento a lo largo del miembro, y en estos casos no existe ni se requiere cálculos de L_p y L_r .

5.2.2 Pandeo lateral con torsión: Cuando $L_b > L_p$ la resistencia de diseño $\phi_b M_n$ con $\phi_b = 0.90$ que es el coeficiente o factor de reducción de capacidad.

M_n = Resistencia nominal a flexión, que se determina según el tipo de perfil y según la localización del mayor L_b se encuentre en la zona inelástica ($L_b < L_r$) o en la zona elástica ($L_b > L_r$).

ZONA INELASTICA, $L_b < L_r$, para perfiles con doble simetría y canales:

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left[\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right] \right] \leq M_p \quad \text{(F.2-27)}$$

Esta ecuación representa la línea recta inclinada entre M_p y M_r .

C_b Es factor de incremento relacionado con la favorabilidad mayor o menor del diagrama de momentos para la estabilidad lateral de la columna.

$$C_b = \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad \text{En donde:}$$

M_{\max} = Valor absoluto del momento máximo en el segmento sin arriostrar, N-mm.

M_A = Valor absoluto del momento en el punto del primer cuarto del segmento sin arriostrar, N-mm

M_B = Valor absoluto del momento en el punto medio del segmento de la viga sin arriostrar, N-mm

M_C = Valor absoluto del momento en el punto del tercer cuarto del segmento de la viga sin arriostrar, N-mm

La determinación de M_r, L_p, L_r se puede consultar en F.2.6.1.2 de la NSR-98

ZONA ELÁSTICA, $L_b > L_r$, para perfiles con doble simetría y canales:



$$M_n = M_{cr} < M_p \quad \therefore M_{cr} = C_b \left(\frac{\pi}{L_b} \right) \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w} \text{ Para perfiles I, C}$$

$$M_{cr} = \frac{400000 C_b \sqrt{JA}}{\frac{L_b}{r_y}} \text{ Para perfiles rectangulares llenos y huecos.}$$

PANDEO LATERAL CON TORSION: para perfiles en **T** y ángulos dobles.
Para estos perfiles no existe L_p , L_r y el valor de M_n es:

$$M_n = M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{EI_y GJ}}{L_b} \left[B + \sqrt{1 + B^2} \right] \text{ En donde: } M_n \leq 1.5 M_y \text{ cuando las aletas están a tracción y } M_n \leq 1.0 M_y \text{ cuando las aletas están a compresión.}$$

$$B = \pm 2.3 \frac{d}{L_b} \sqrt{\frac{I_y}{J}} \text{ El signo (+) para cuando las aletas están en tracción y (-) para cuando están a compresión.}$$

Se permite hacer un análisis plástico de las estructuras cuando L_b de la aleta a compresión adyacente a los sitios de formación de las rotulas plásticas no exceda el valor de L_{pd} .

Para los estados limites de pandeo local de la aleta y pandeo local del alma, de acuerdo con F.2.16.1

$$\text{Para } \lambda \leq \lambda_p \Rightarrow M_n = M_p$$

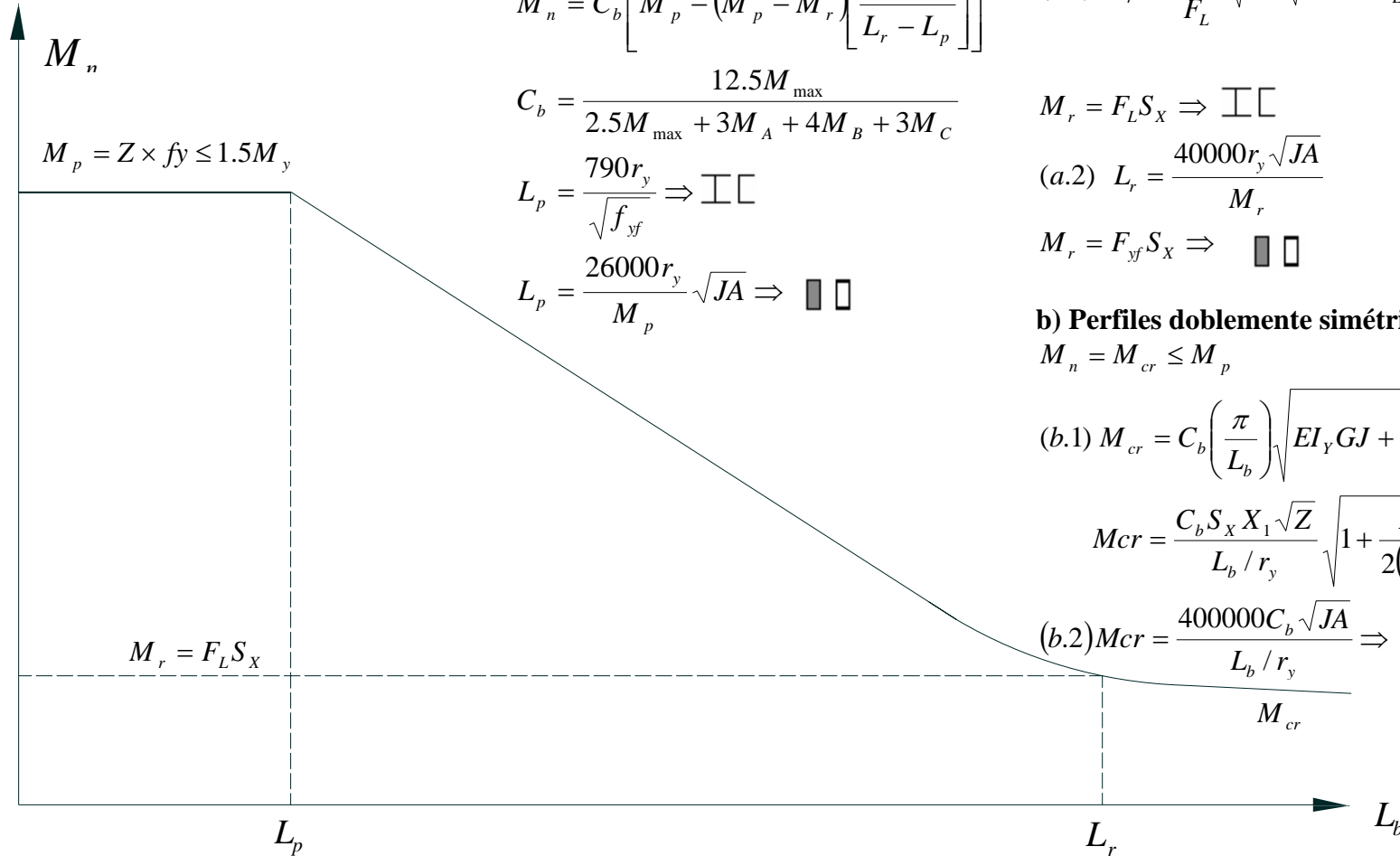
Para el estado limite de pandeo lateral por torsión $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ o sea en secciones no compactas

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right] \leq M_p$$

Para $\lambda > \lambda_r$:

Para los estados limites de pandeo lateral por torsión y de pandeo local de la aleta $M_n = M_{cr} = SF_{cr} \leq M_p$

En la tabla 5.1 se plantean las expresiones para $M_r, F_{cr}, \lambda, \lambda_p, \lambda_r$.



$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left[\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right] \right]$$

$$C_b = \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C}$$

$$L_p = \frac{790r_y}{\sqrt{f_{yf}}} \Rightarrow \text{I I}$$

$$L_p = \frac{26000r_y}{M_p} \sqrt{JA} \Rightarrow \text{II II}$$

a) Perfiles doblemente simétricos y canales con $L_b \leq L_r$

$$(a.1) L_r = \frac{r_y X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X^2 F_L^2}} \quad \left[\begin{array}{l} X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} \\ X_2 = \left[4 \left(\frac{C_w}{I_y} \right) \right] \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 \end{array} \right]$$

$$M_r = F_L S_x \Rightarrow \text{I I}$$

$$(a.2) L_r = \frac{40000r_y \sqrt{JA}}{M_r}$$

$$M_r = F_{yf} S_x \Rightarrow \text{II II}$$

b) Perfiles doblemente simétricos y canales $L_b > L_r$

$$M_n = M_{cr} \leq M_p$$

$$(b.1) M_{cr} = C_b \left(\frac{\pi}{L_b} \right) \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w}$$

$$M_{cr} = \frac{C_b S_x X_1 \sqrt{Z}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X^2}{2(L_b / r_y)^2}} \Rightarrow \text{I I}$$

$$(b.2) M_{cr} = \frac{400000 C_b \sqrt{JA}}{L_b / r_y} \Rightarrow \text{II II}$$

M_{cr}

c) Tes y ángulos dobles

$$M_n = M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{EI_y GJ}}{L_b} [B + \sqrt{1 + B^2}]$$

$$M_n \leq 1.5M_y \text{ (aletas en traccion)}$$

$$M_n \leq 1.0M_y \text{ (aletas en compresion)}$$

d) Longitud sin arriostramiento análisis plástico

$$(d.1) L_{pd} = \frac{24800 + 15200(M_1 / M_2)}{F_y} r_y \Rightarrow \text{I}$$

$$(d.2) L_{pd} = \frac{34500 + 20700(M_1 / M_2)}{F_y} r_y \geq \frac{20700}{F_y} \Rightarrow \text{II II} \quad J = \frac{2b^2 h^2 (t_1 t_2)}{ht_2 + bt_1}$$

$$C_w = \frac{I_y \cdot h^2}{4}$$

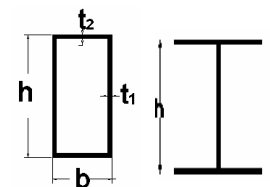


Tabla 5.1 Parámetros nominales de resistencia

Perfil	Momento plástico M_p	Estado Limite de pandeo	Momento limite Por pandeo M_r	Esfuerzo critico F_{cr}	Parámetros esbeltez			Limitaciones
					λ	λ_p	λ_r	
Canales y vigas I, de simetría doble o sencilla (incluyendo vigas híbridas) con flexión respecto al eje mayor)	$F_y Z_x$ (b)	PLT Miembros doblemente simétricos y canales	$F_L S_x$	$\frac{C_b X_1 \sqrt{2}}{\lambda} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X_2}{2\lambda^2}}$	$\frac{L_b}{r_y}$	$\frac{790}{\sqrt{F_{yf}}}$	(c,d)	Aplicable para miembros en I si $\frac{h}{t_w} \leq \lambda_r$; Cuado: $\frac{h}{t_w} > \lambda_r$ Véase F.2.17
		PLT Miembros con una sola simetría	$F S_{xc} \leq F_{yf} S_{xt}$	(e)	$\frac{L_b}{r_{yc}}$	$\frac{790}{\sqrt{F_{yf}}}$	Valor de λ para el cual $M_{cr}(C_b=1) = M_r$	
		PLP	$F_L S_x$	(F)	$\frac{b}{t}$	$\frac{170}{\sqrt{F_{yf}}}$	(g)	
		PLA	$R_e F_{yf} S_x$	No se aplica	$\frac{h}{t_w}$	$\frac{1700}{\sqrt{F_{yf}}}$	λ_r tal como lo define F.2.2.5.1 y F.2.14.1	
Canales y vigas en I de simetría doble o sencilla con flexión respecto al eje menor	$F_y Z_x$	PLP	$F_y S_y$	Lo mismo que para el eje mayor				
Perfiles simétricos macizos, excepto barras rectangulares, con flexión con respecto al eje mayor	$F_y Z_x$	No se aplica						
Barras rectangulares con flexión con respecto al eje mayor	$F_y Z_x$	PLT	$F_y S_x$	$\frac{400000 C_b \sqrt{JA}}{\lambda S_x}$	$\frac{L_b}{r_y}$	$\frac{26000 \sqrt{JA}}{M_p}$	$\frac{400000 \sqrt{JA}}{M_r}$	
Secciones cajón simétricas cargadas en un plano de simetría	$F_y Z_x$	PLT	$F_{yf} S_{eff}$	$\frac{400000 C_b \sqrt{JA}}{\lambda S_x}$	$\frac{L_b}{r_y}$	$\frac{26000 \sqrt{JA}}{M_p}$	$\frac{400000 \sqrt{JA}}{M_r}$	Aplicable si: $\frac{h_c}{t_w} \leq \frac{2550}{\sqrt{F_{yf}}}$



		PLP	$F_L S_{eff}$	$\frac{S_{eff}}{S_x} F_y$	$\frac{b}{t}$	$\frac{500}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{625}{\sqrt{F_y}}$	
		PLA	Lo mismo que para perfiles I					
Tubos circulares	$F_y Z$	PLT	No se aplica					
		PLT	$M_n = \left[\frac{4100}{D/t} + F_y \right] * S$	$\frac{66000}{D/t}$	$\frac{D}{t}$	$\frac{14000}{F_y}$	$\frac{62000}{F_y}$	$\frac{D}{t} < \frac{90000}{F_y}$
		PLA	No se aplica					

Notas:

PLT Sólo aplica para flexión respecto al eje fuerte del elemento

(a) Se excluyen ángulos dobles y tees

(b) Calculado de la distribución de esfuerzos completamente plásticos para secciones híbridas

$$(c) X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{EGJA/2} \quad X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} (S_x / GJ)^2$$

$$(d) \lambda_r = \frac{X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 F_L^2}}$$

$$(e) F_{cr} = \frac{M_{cr}}{S_{xc}} \quad \text{donde} \quad M_{cr} = \frac{393000 C_b}{L_b} \sqrt{I_y J (B_1 + \sqrt{1 + B_2 + B_1^2})} \leq M_p$$

En donde:

$$B_1 = 2.25 \left[2 \left(I_{yc} / I_y \right) - 1 \right] (h / L_b) \sqrt{I_y / J}$$

$$B_2 = 25 \left[I - \left(I_{yc} / I_y \right) \right] \left(I_{yc} / J \right) (h / L_b)^2$$

$$C_b = 1.0 \quad \text{Si:} \quad \frac{I_{yc}}{I_y} < 0.1 \quad \text{ó} \quad \frac{I_{yc}}{I_y} > 0.9$$

$$(f) F_{cr} = \frac{137900}{\lambda^2} \quad \text{para perfiles laminados}$$

$$F_{cr} = \frac{126730 k_c}{\lambda^2} \quad \text{Para perfiles soldados}$$



En donde:

$$k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} \text{ y } 0.35 \leq K_c \leq 0.763$$

(g) $\lambda_r = \frac{370}{\sqrt{F_L}}$ para perfiles laminados

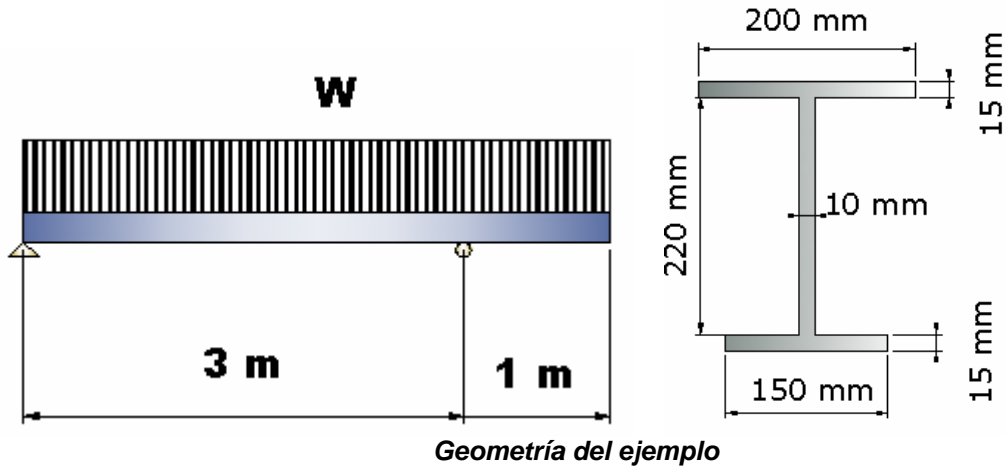
$$\lambda_r = \frac{425}{\sqrt{F_L/k_c}} \text{ Para perfiles soldados}$$

(h) Ecuación para ser utilizada en lugar de la ecuación $M_n = M_{cr} = S F_{cr} \leq M_p$

(i) S_{eff} es el modulo de sección efectivo, para la sección con un patín a compresión b_e , definido en el numeral F.2.14.1.4.

5.3 Ejemplos:

1. Evaluar el momento elástico (M_y) y el plástico (M_p) de la sección mostrada; para la viga que soporta una carga muerta de 10KN/m y una carga viva de 15KN/m. La viga esta totalmente arriostrada lateralmente a lo largo de su longitud.



$$M_u \leq \phi M_n \quad M_n = M_p = F_y * Z \leq 1.5 * M_y = 1.5 * F_y * S \quad \frac{Z}{S} \leq 1.5$$

a) evaluación de M_u :

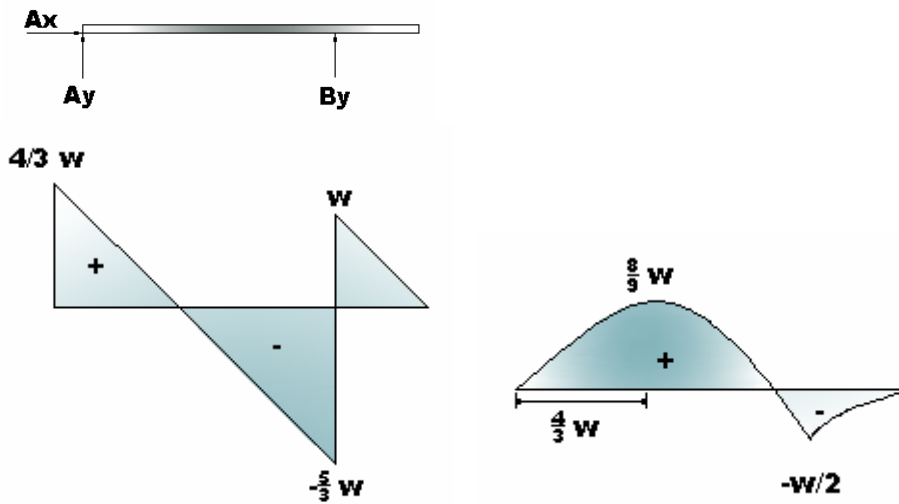
$$\sum F_x = 0 = A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 = A_y + B_y = 4 * w$$

$$\sum M_a = 0 = B_y * 3 - 4 * w^2$$

$$B_y = \frac{8}{3} w$$

$$A_y = 4 * w - B_y = \frac{4}{3} w$$



Diagramas de fuerzas, cortante y momentos



$$M_{m\acute{a}x}(-) = 1/2w * 1 = w/2$$

$$M_{m\acute{a}x}(+) = 8/9w$$

Carga	W	Mmáx(+)	Mmáx(-)
Muerta	10KN / m	80/9KN - m	- 5KN - m
Viva	15KN / m	120/9KN - m	- 7.5KN - m
Mu	36KN / m	32KN - m	-18KN - m

b) Momento resistente

$$S = \frac{I}{c} = \frac{219.89 \times 10^6 \text{ mm}^4}{136.83 \text{ mm}} = 1.61 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$c = \bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{(200)(15)(242.5) + (10)(220)(125) + (150)(15)(7.5)}{(200)(15) + (10)(220) + (150)(15)} = 136.83 \text{ mm}$$

$$I_{xx} = \sum (I + Ad^2) = \frac{1}{12} [200 * 15^3 + 10 * 220^3 + 150 * 15^3] + 200 * (15) * (242.5 - \bar{y})^2 + 10 * 220 * (125 - \bar{y})^2 + (150) * (15) * (7.5 - \bar{y})^2 = 80.41 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$C_1 = 250 - \bar{y} = 113.17 \text{ mm}$$

$$C_2 = \bar{y} = 136.83 \text{ mm}$$

$$My = Fy * S = \left(252 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}} \right) \left(1.61 \times 10^6 \text{ mm}^3 * \frac{\text{m}}{\text{mm}^3} \right)$$

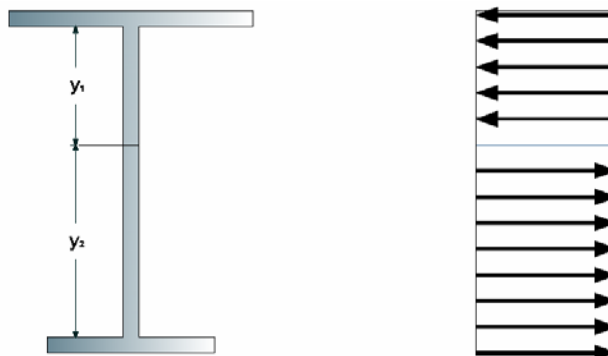
$$My = 147.58 \times 10^3 \text{ N - m}$$

$$1.5 * My = 1.5 * 147.6 \text{ KN * m} = 221.38 \text{ KN - m}$$

$$A_{compresion} = A_{tension} = \frac{Ag}{2} = \frac{7450}{2} = 3725 \text{ mm}^2$$

$$3725 = (200)(15) + (10)(y_1) \Rightarrow y_1 = 72.5 \text{ mm}$$

$$y_2 = 220 - y_1 = 200 - 72.5 = 147.5 \text{ mm}$$



Esfuerzos en la sección transversal



$$Z = \frac{A_g}{2} (a_1 + a_2)$$

$$a_1 = \frac{200 * 15 * 80 + 10 * 72.5 * \frac{72.5}{2}}{200 * 15 + 10 * 72.5} = 71.48 \text{ mm}$$

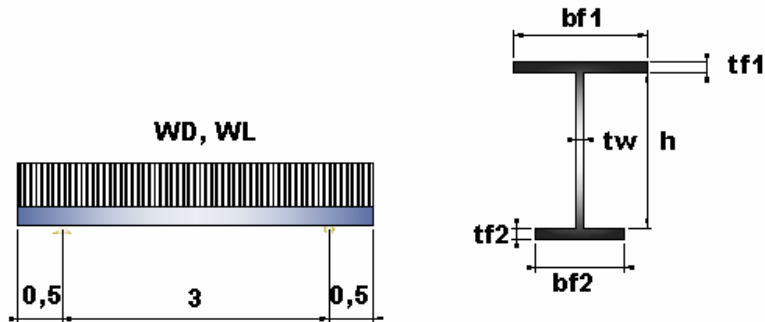
$$Z = 723812.5 \text{ mm}^3$$

$$a_2 = \frac{150 * 15 * (147.5 + 7.5) + \left(10 * 147.5 * \frac{147.5}{2}\right)}{150 * 15 + 10 * 147.5} = 122.83 \text{ mm}$$

$$M_p = F_y * Z = \left(252 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right) * (723812.5 \times 10^9 \text{ m}^3) = 182.4 \text{ KN.m} \leq 1.5 * M_y = 221.38 \text{ KN.m}$$

$$\phi M_n = 0.9 * 182.4 = 164.16 \text{ KN.m} \geq M_{\text{máx}} = M_u = 32 \text{ KN.m} \quad \text{Cumple}$$

2. Determinar el momento resistente de diseño de la siguiente sección transversal y verifique si la viga soporta la carga mostrada. La viga esta totalmente soportada lateralmente verificar pandeo local del alma y del patín.



Geometría del ejemplo2

$$W_D = \text{Carga muerta} = 7 \text{ KN/m} \quad \text{Acero A-36} \quad (F_y = 36 \text{ Ksi} = 252 \text{ Mpa})$$

$$W_L = \text{Carga viva} = 20 \text{ KN/m}$$

$$b_{f1} = 150 \text{ mm}$$

$$t_{f1} = 12 \text{ mm}$$

$$h = 175 \text{ mm}$$

$$t_w = 9 \text{ mm}$$

$$b_{f2} = 100 \text{ mm}$$

$$t_{f2} = 12 \text{ mm}$$

$$\phi M_n = ?$$

$$M_u \leq \phi M_n$$

$$M_u = 1.2 M_D + 1.6 M_L$$

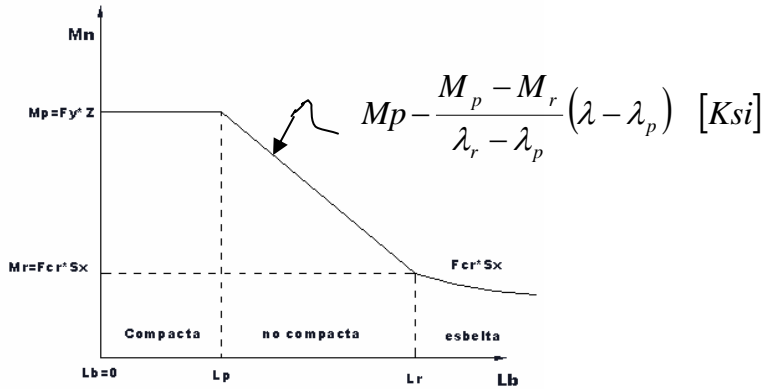


$$\phi M_n = \phi M_p \leq \phi(1.5 M_y)$$

$$M_p = F_y * Z$$

$$M_y = F_y * S_x$$

Pandeo del alma y patín: (PLA y PLP)



Grafica Mn vs Lb

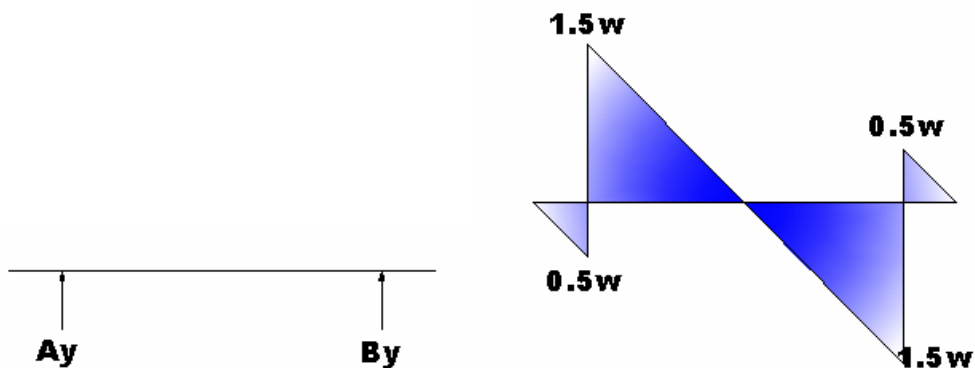
Sección Laminada en I: $\lambda_{pf} = \frac{65}{\sqrt{F_y(Ksi)}} \leq \lambda_f = \frac{bf}{2t_f} \leq \lambda_{rf} = \frac{141}{\sqrt{F_y - 10}}$

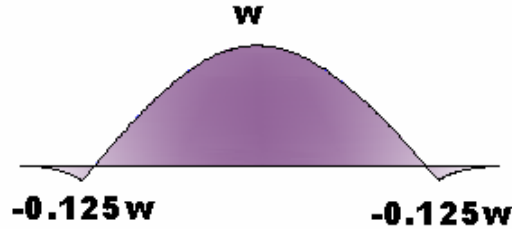
$$\lambda_{pw} = \frac{640}{\sqrt{F_y}} \leq \lambda_w = \frac{h}{t_w} \leq \lambda_{rw} = \frac{970}{\sqrt{F_y}}$$

$$F_{cry} = F_y - 10 \quad [Ksi]$$

$$F_{cr} = \frac{20000}{\lambda^2} \quad [Ksi] \quad (\text{Patin})$$

$$F_{cr} = F_y \quad [Ksi] \quad (\text{Alma})$$





Diagramas de fuerzas, cortante y momentos del ejemplo 2

$$Mu = 1.2 * 7 + 1.6 * 20 = 40.4 \text{ KN.m}$$

Evaluando centroide de la sección:

$$\bar{y} = \frac{\sum A_y}{\sum A} = \frac{150 * 12 * 193 + 9 * 175 * 99.5 + 100 * 12 * 6}{4575} = 111.75 \text{ mm}$$

$$I = \sum (\bar{I} + Ad^2) = \frac{1}{12} [150 * 12^3 + 9 * 175^3 + 100 * 12^3] + \left[\begin{array}{l} 150 * 12 * (193 - 111.75)^2 + \\ (9 * 175) * (99.5 - 111.75)^2 + \\ (100 * 12) * (6 - 111.75)^2 \end{array} \right]$$

$$I = 2.95 \times 10^7 \text{ mm}^4 \quad S_x = \frac{I_{xx}}{c} = \frac{2.95 \times 10^7}{111.75} = 264826 \text{ mm}^3 \text{ (módulo de sección elástico)}$$

$$M_y = F_y S_x = \left(252 \times 10^3 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} \right) * (264826 \times 10^{-9} \text{ m}^3) = 66.73 \text{ KN.m} \text{ Momento elástico}$$

$$1.5M_y = 1.5 * (66.73) = 100 \text{ KN.m}$$

$$M_p = F_{\text{COMPRESION}} (a_1 + a_2) = F_{\text{TENSION}} (a_1 + a_2) \quad \text{Momento plástico}$$

$$F_c = F_T \Rightarrow A_c F_y = A_T F_y \Rightarrow A_c = A_T = \frac{A_g}{2} \quad M_p = F_y \frac{A_g}{2} (a_1 + a_2) = F_y * Z$$

$$A_c = \frac{A_g}{2} = \frac{4575}{2} = (100 * 12) + (\bar{y}_p - 12) * 9 \Rightarrow \bar{y}_p = \left[\frac{4575}{2} - 100 * 12 \right] * \frac{1}{9} + 12$$

$$\bar{y}_p = 132.83 \text{ mm} \quad \frac{\sum A_y}{\sum A} = \frac{150 * 12 * 60.17 + 9 * \frac{54.17^2}{2}}{2287.5} = 53.12 \text{ mm}$$



$$\frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{100 * 12 * 126.83 + 9 * \frac{120.83^2}{2}}{2287.5} = 95.25 \text{ mm}$$

$$a = a_1 + a_2 = 88.49 + 148.37$$

$$Z = \frac{A}{2} * a = 2287.5 * (88.49 + 148.37) = 339396 \text{ mm}^3$$

$$M_p = F_y * Z = \left(252 \times 10^3 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \right) (339396 \times 10^{-9} \text{ m}^3) = 85.52 \text{ KN.m}$$

$$M_p \leq 1.5 M_y \Rightarrow 85.52 \leq 100 \text{ Cumple}$$

Fluencia plástica

$$\phi M_n = \phi M_p = 0.9 * 85.52 = 76.62$$

La sección es satisfactoria para soportar la carga indicada en el estado límite de fluencia plástica.

Pandeo lateral torsional:

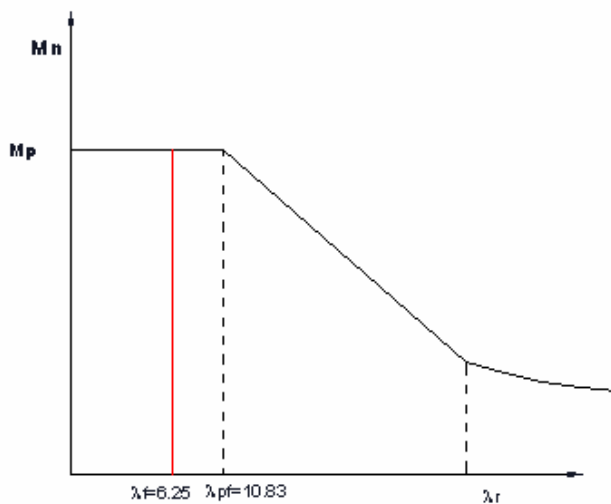
$$M_u = 40.4 \text{ KN.m} \leq \phi M_n \text{ Se cumple De esta manera no hay P.L.T.}$$

Pandeos locales:

1. Pandeo local del patín

$$\lambda_f = \frac{bf}{2tf} = \frac{150}{2 * 12} = 6.25$$

$$\lambda_{pf} = \frac{65}{\sqrt{F_y}} = \frac{65}{\sqrt{36}} = 10.83$$



Grafica M_n vs λ_f para el patín del ejemplo 2

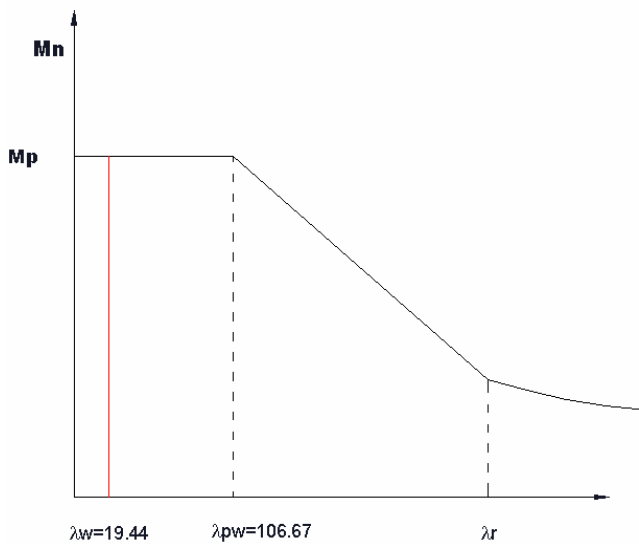
$$\phi M_n = \phi M_p = 76.96 \text{ KN.m}$$

$M_u \leq \phi M_p \Rightarrow$ La sección soporta el estado límite de pandeo local del patín

2. Pandeo local del alma

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w} = \frac{175}{9} = 19.44 \qquad \lambda_{pf} = \frac{640}{\sqrt{F_y}} = \frac{640}{\sqrt{36}} = 106.67$$

$$\lambda_w \leq \lambda_{pf} \Rightarrow \phi M_n = 76.96 \text{ KN.m} > M_u$$



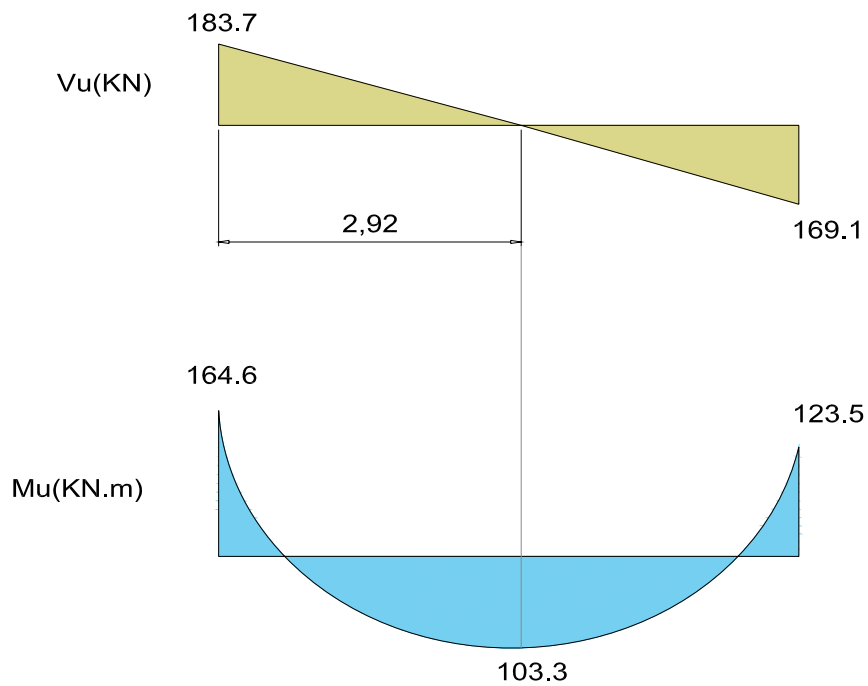
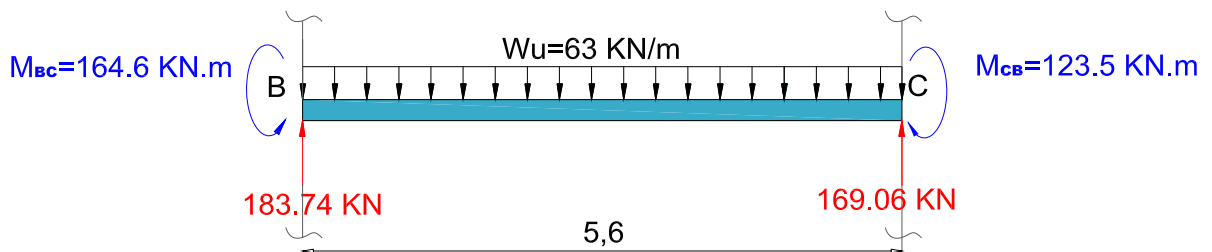
Grafica M_n vs λ para el alma del ejemplo 2

La sección no falla por PLA.

Respuesta: La sección es satisfactoria para soportar las cargas bajo las condiciones indicadas.

Ejemplo de revisión de resistencia de diseño a flexión:

3. Encuentre una viga W de acero A₃₆ que hace parte de un portico y que tiene las siguientes solicitaciones:



Fuerzas externas, diagrama de cortante y momentos para el ejemplo 3



Probar 10*39:

$$A: 11.5 \text{ in}^2 = 7419 \text{ mm}^2$$

$$d = 9.92 \text{ in} = 252 \text{ mm}$$

$$t_w = 0.315 \text{ in} = 8 \text{ mm}$$

$$b_f = 7.985 \text{ in} = 202.8 \text{ mm}$$

$$t_f = 0.530 \text{ in} = 13.5 \text{ mm}$$

$$T = 7.625 \text{ in} = 193.7 \text{ mm}$$

$$\frac{b_f}{2t_f} = 7.5 \quad \lambda_p = \frac{170}{\sqrt{F_y}} = 10.7 \quad \text{Aleta compacta}$$

$$\frac{h}{t_w} = 25 \quad \lambda_p = \frac{1700}{\sqrt{F_y}} = 107 \quad \text{Alma compacta}$$

$$X_1 = 22330 \text{ MPa}$$

$$X_2 = 26.53 / \text{MPa}^2 * 10^{-6}$$

$$I_x = 209 \text{ in}^4 = 87E6 \text{ mm}^4 \quad S_x = 42.1 \text{ in}^3 = 0.69E6 \text{ mm}^3 \quad r_x = 4.27 \text{ in} = 108.5 \text{ mm}$$

$$I_y = 45 \text{ in}^4 = 18.73E6 \text{ mm}^4 \quad S_y = 11.3 \text{ in}^3 = 0.185E6 \text{ mm}^3 \quad r_y = 1.98 \text{ in} = 50.3 \text{ mm}$$

$$Z_x = 46.8 \text{ in}^3 = 0.767E6 \text{ mm}^3 \quad Z_y = 17.2 \text{ in}^3 = 0.28E6 \text{ mm}^3$$

Determinación de: $L_b = 5600 \text{ mm}$

$$L_p = \frac{790}{\sqrt{F_{yf}}} = \frac{790 * 50.3}{\sqrt{253}} = 2498 \text{ mm}$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 F_L^2}} \quad ; \quad F_L = F_{yf} - F_r = 253 - 70 = 183 \text{ Mpa}$$

$$L_r = \frac{50.3 * 22330}{183} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 26.53E-6 * 183^2}} = 9457 \text{ mm}$$

Tenemos L_b entre L_p y L_r \Rightarrow se requiere calcular M_p y M_r :

$$M_p = F_y * Z_x = 253 * 0.767 = 194.05 \text{ KN} * m$$

$$M_r = F_L * S_x = 183 * 0.690 = 126.27 \text{ KN} * m$$

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left[\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right] \right] \leq M_p \quad ; \quad \text{Si } C_b = 1.0$$

$$M_n = 194.05 - (194.05 - 126.27) * \left[\frac{5600 - 2498}{9457 - 2498} \right]$$



$$M_n = 194.05 - (67.78) * 0.445 = 163.88 \text{ KN.m}$$

$$\phi M_n = 0.9 * 163.88 = 147.5 \text{ KN.m}$$

$M_u \leq \phi M_n$ No se cumple, es conveniente estudiar C_b

$$C_b = \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} ; \quad M_u(x) = -164.6 - \frac{63x^2}{2} + 183.74x$$

$$M_A(x = 1.4) = +30.9$$

$$M_B(x = 2.8) = +102.91$$

$$M_C(x = 4.2) = +51.5 \quad \text{Se tomaron valores absolutos.}$$

$$C_b = \frac{12.5 * 164.6}{2.5 * 164.6 + 3 * 30.9 + 4 * 102.91 + 3 * 51.5} = 1.92$$

$$\therefore M_n = C_b * 163.88 = 1.92 * 163.88 = 314.6 \text{ Pero; } M_n \leq M_p \Rightarrow M_n = 194.0 \text{ KN.m}$$

$$\phi M_n = 0.9 * 194.0 = 174.6 \text{ KN.m}$$

$$\phi M_n \geq M_u \Rightarrow 174.6 > 164.6: \text{ Si sirve}$$

Revisión Del cortante:

$$V_u = 187.7 \text{ KN}$$

$$\frac{h}{t_w} = 25 \quad ; \quad \frac{1100}{\sqrt{F_{yw}}} = \frac{1100}{\sqrt{253}} = 69$$

$$\frac{h}{t_w} = 25 < \frac{1100}{\sqrt{F_{yw}}} \Rightarrow V_n = 0.6 * F_{yw} A_v \quad ; \quad A_v = d t_w$$

$$A_v = 252 * 8 = 2016 \text{ mm}^2 \Rightarrow V_n = 0.6 * 253 * 2116 E - 3$$

$$V_n = 306.0 \text{ KN} \Rightarrow \phi V_n = 0.9 * 306 = 275.4 \text{ KN} > V_u \text{ Cumple}$$



6. DISEÑO POR CORTE

La resistencia a cortante esta dada por la siguiente expresión:

$$V_u \leq \phi V_n$$

$$\text{Con } \phi = 0.90$$

Véase (F.2.6.2)

Área del alma: $A_w = d * t$

Resistencia de diseño: ϕV_n ; $\phi = 0.90$

- Si $\frac{h}{t_w} \leq 1100 / \sqrt{F_{yw}} = 69.9 (A_{-36})$ ó $59.2 (GR_{-50})$

$$V_n = 0.6 * F_{yw} * A_w$$

- $\frac{1100}{\sqrt{F_{yw}}} \leq \frac{h}{t_w} \leq \frac{1375}{\sqrt{F_{yw}}}$

$$V_n = 0.6 * F_{yw} * A_w \left[\frac{1100 / \sqrt{F_{yw}}}{h / t_w} \right]$$

- $\frac{1375}{\sqrt{F_{yw}}} \leq \frac{h}{t_w} \leq 260$

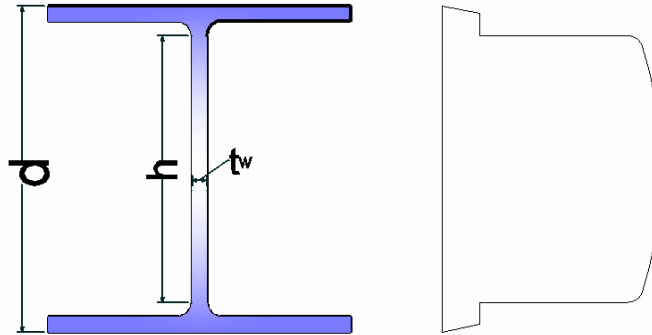
$$V_n = \frac{905000 A_w}{(h / t_w)^2}$$

En general el esfuerzo de corte no es un problema predominante en los perfiles tipo W, por que las almas de dichos perfiles laminados son en su mayoría capaces de soportar grandes fuerzas cortantes.

Sin embargo se pueden presentar problemas de altos cortantes como en los siguientes casos:

- Cuando se colocan grandes cargas concentradas cerca de los apoyos.
- Cuando las almas de una viga y de una columna se encuentran en el mismo plano y están rígidamente conectadas.
- Cuando las almas tienen agujeros para el caso de ductos o la viga esta desatinada para conectarla con otra viga o columna.
- Vigas muy cortas o de alma muy delgada.

La figura siguiente presenta la variación de un esfuerzo cortante para un perfil W, observándose que la fuerza cortante de la sección W la resiste principalmente el alma, los pequeños aportes de las aletas no se consideran.



Esfuerzos de cortante que se presentan en una viga tipo W

En un elemento sometido a flexión en donde las fibras del patín alcanzaran el esfuerzo de fluencia, están no tendrán capacidad para resistir los esfuerzos cortantes, esfuerzo que deberá soportar el alma. Al incrementar aun mas el momento las fibras del alma entraran en fluencia y se vera reducida el área del alma para resistir esfuerzo cortante.

El código americano del LRFD, opto por reducir el esfuerzo nominal y que sea resistido por el área total del alma (A_w) en vez de reducir el área de esta, aunque en los cálculos matemáticos no se aprecia la diferencia.

Las ecuaciones planteadas para los perfiles W o I son aplicables a los perfiles tipo C, sin embargo para estos perfiles se debe tener en cuenta lo siguiente.

- La carga debe estar en el plano paralelo al alma que pasa por el centro de cortante de la sección, de lo contrario debe estar restringida contra el torcimiento en los puntos de aplicación de la carga y en los apoyos.
- La relación ancho/espesor de la aleta en compresión esta definida como:
 $\lambda = b_f / t_f$ Siendo b_f el ancho total de la aleta.

Las constantes C_w y J se encuentran en el manual AISC-LRFD o se pueden calcular mediante las siguientes expresiones:

$$C_w = \frac{h^2 * I_y}{4} * \left[I - \frac{c * (e - c)}{4 * r_x^2} \right]$$

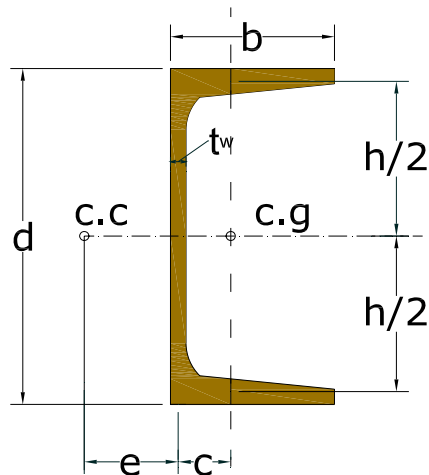
$$J = \frac{1}{3} * (2 * bt_f^3 + ht_w^3)$$

e es la distancia entre el eje del alma y el centro de cortante y se define como:

$$e = \frac{ch^2}{4r_x^2}$$

c es la distancia entre el centro de gravedad y el eje del alma, normalmente se encuentra en los manuales.

La figura siguiente ilustra los valores de c y e de las ecuaciones anteriores.



Definición de variables para perfiles tipo C

7. DISEÑO PARA FUERZAS COMBINADAS

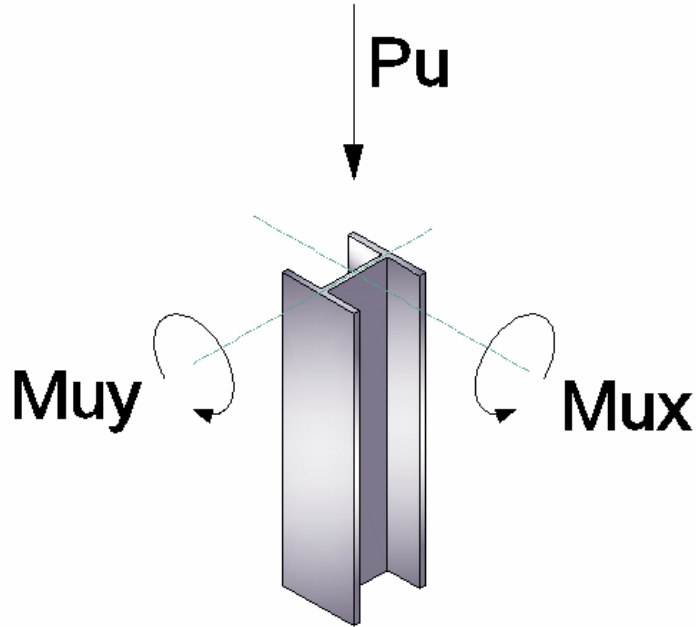


Figura 7.1 Efectos combinados

Se aplica a miembros con simetría doble o sencilla
Las siguientes ecuaciones representan el límite para el diseño de miembros solicitados simultáneamente flexión y fuerza axial.

a) Miembros solicitados por flexión y tensión

Se presentan dos situaciones determinadas por nivel de carga axial para un nivel de carga axial de tensión importante

Si $\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2$ La ecuación de interacción es

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left[\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right] \leq 1.0 \text{ (F.2.46)}$$

Si $\frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2$ La ecuación de interacción es

$$\frac{P_u}{2\phi P_n} + \left[\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right] \leq 1.0 \text{ (F.2.47)}$$

Donde $\phi = \phi_t$ es el coeficiente de reducción de capacidad para tensión

b) Miembros solicitados por flexión y compresión

Se utilizan las mismas ecuaciones F.2.46 y F.2.47 donde la carga axial es de compresión y $\phi = \phi_c$ es el coeficiente de reducción de capacidad para compresión

Comentarios

Para cada ecuación todos los numeradores corresponden a las acciones o solicitaciones de las cargas de acuerdo a cada combinación de carga, y todos los denominadores corresponden a la resistencia de diseño de la sección del miembro solicitado.

La ecuación de interacción se estudia para valores de flexión y fuerza axial simultaneas en una sección definida de la longitud del miembro y cuyas acciones son provenientes de una misma combinación de carga. Es decir, no se puede tomar el P_u de una sección y los M_u de otra, y tampoco se puede tomar para un mismo punto del eje longitudinal valores de P_u Y M_{ux} o M_{uy} tomados de diferentes combinaciones de carga.

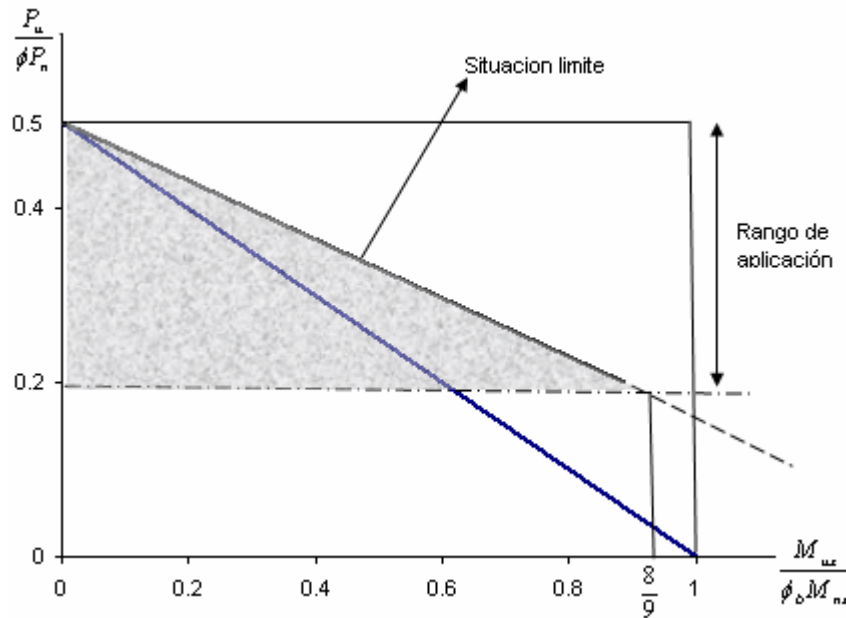


Figura 2. Grafico de la ecuación $\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) \leq 1.0$

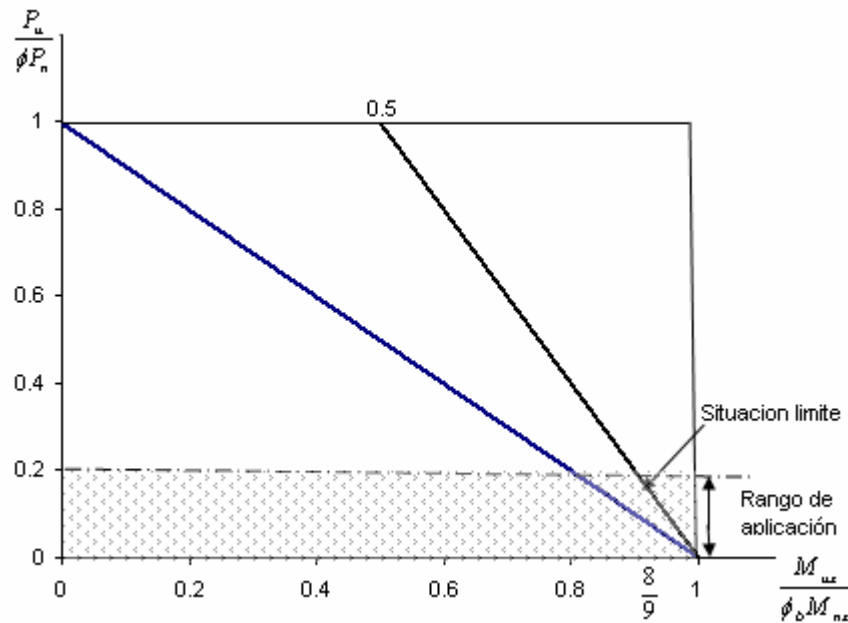


Figura 3. Grafico de la ecuación $\frac{P_u}{2\phi P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) \leq 1.0$

Las graficas de las figuras 2 y 3 representan las ecuaciones de interacción entre fuerza axial y flexión alrededor del eje x. Esta interacción es lineal y se representa con la interacción completa incluyendo la flexión alrededor del eje y la grafica seria un plano.

La resistencia de estas vigas-columnas sujetas a una flexión biaxial no es suficientemente conocida para permitir una representación menos conservativa que el plano descrito por las ecuaciones LRFD. Los trabajos hasta la fecha indican claramente que esta superficie es convexa.

El artículo F.2.8.2 se representa estados límites "LRFD" la resistencias del diseño en forma de esfuerzos resistentes para solicitaciones combinadas de torsión y / o fuerza axial y / o flexión y/ o corte. Este artículo es útil para miembros asimétricos u otros miembros donde La NSR-98 no especifique el cálculo de M_n , como es el caso de la viga de celosía cuando quieran estudiar como vigas no como cerchas.

Ejemplo: Se tiene un miembro con las siguientes solicitaciones y cargas nominales:



$$P_u = 50 \text{ KN}$$

$$M_{ux} = 70 \text{ KN.m}$$

$$M_{uy} = 30 \text{ KN.m}$$

$$\phi P_n = 120 \text{ KN}$$

$$\phi M_{nx} = 175 \text{ KN.m}$$

$$\phi M_{ny} = 80 \text{ KN.m}$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} = \frac{50}{120} = 0.42 \geq 0.2 \text{ Cumple!} \Rightarrow 0.42 + \frac{8}{9}[0.40 + 0.37] \leq 1.0$$

$$1.1 \leq 1.0$$

No se cumple
cambiar la sección



FLEXIÓN Y FUERZA AXIAL

Miembros con Simetría doble o sencilla:

Caso a. Dominio de la Compresión

Para:
$$\frac{Pu}{\phi * Pn} \geq 0.2$$

Entonces:
$$\frac{Pu}{\phi * Pn} + \frac{8}{9} \left[\frac{M_{ux}}{\phi_b * M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b * M_{ny}} \right] \leq 1.0$$

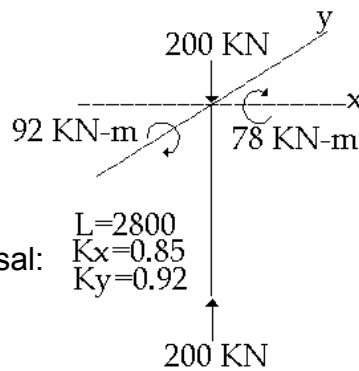
Caso b. Dominio de la Flexión

Para
$$\frac{Pu}{\phi * Pn} < 0.2$$

Entonces:
$$\frac{Pu}{2 * \phi * Pn} + \frac{M_{ux}}{\phi_b * M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b * M_{ny}} \leq 1.0$$

Ejemplo:

Evalúe si la columna ij es apta:



Sección Transversal:
 $t = 6.35 \text{ mm}$
 $f_y = 350 \text{ MPa}$

Desarrollo

Encontramos:

$$\lambda_c = \frac{k * l}{\pi * r} * \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{0.92 * 2800}{\pi * 59.2} * \sqrt{\frac{350}{2E5}}$$

Tomamos el k mayor pues el más esbelto es el caso mas critico



Aplicamos: $\lambda_c = 0.579 < 1.5$

sabiendo que: $F_{cr} = 0.658^{\lambda_c^2} * f_y = 0.87 * f_y$
 $\phi * P_n = \phi * F_{cr} * A_g$

El valor de A_g se toma de la tabla de propiedades geométricas de la sección transversal

$$\phi * P_n = 0.85 * 0.87 * 350 * 3606 = 932000 N$$

Identificamos el caso:

$$\frac{P_u}{\phi * P_n} = 0.215 \geq 0.2 \quad \text{Caso a}$$

Calculando los momentos:

$$0.9 * M_p = 0.9 * f_y * Z = 0.9 * 350 * 195.5 E3 \quad Z \text{ en tablas}$$

Siendo:

$$\phi_b * M_{nx} = \phi_b * M_{ny} \Rightarrow \phi_b * M_{nx} = 0.9 * M_p = 61.58 KN - m$$

Entonces:

$$0.21 + \frac{8}{9} \left[\frac{78}{61.58} + \frac{92}{61.58} \right] = 2.66 \geq 1.0$$

CONCLUSIÓN: La sección no es apta

Una solución para esto es cambiar las dimensiones de la sección.

	$t = 9 \text{ mm}$	$\lambda_c = 0.3376$
	$f_y = 350 \text{ mpa}$	$F_{cr} = 0.953 * f_y$
		$\phi P_n = 2484 \text{ KN}$

Sabemos $r_x = r_y$, dado que la sección es cuadrada.

Entonces: $\frac{P_u}{\phi * P_n} = 0.081 < 0.2 \quad \text{Caso b}$

Encontramos:

$$0.9 * M_p = 0.9 * f_y * z = 0.9 * 350 * 815 E3$$

$$\phi_b * M_{nx} = 0.9 * M_p = 256.7 KN - m$$

Aplicando la ecuación del caso:

$$\frac{0.08}{2} + \frac{78}{256.7} + \frac{92}{256.7} = 0.7 \leq 1.0 \quad \text{OK!} \quad \text{Sección Apta}$$

Se pueden efectuar diferentes cambios en la sección siempre y cuando se revise para cada caso si las nuevas dimensiones cumplen los requerimientos.

DISEÑO DE CORREA

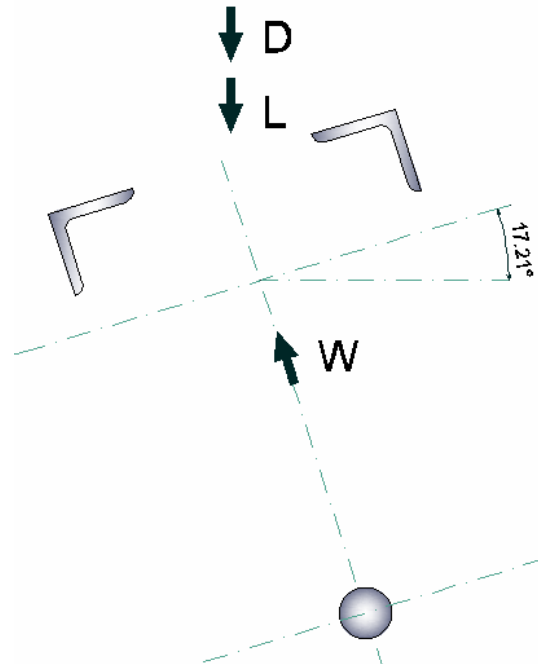
EJEMPLO DE DISEÑO DE CORREA A FLEJO-COMPRESION

Diseñar una correa en ángulo y varilla con una luz de 5.8m y cuyas cargas se presentan a continuación. Las cerchas donde están apoyadas las correas tienen una inclinación de 17.21°

$$D = 0.3 \frac{kN}{m} \downarrow$$

$$L = 0.564 \frac{kN}{m} \downarrow$$

$$W_{sot} = -0.149 \frac{kN}{m}$$



Para diseñar la correa, se analizaron las distintas combinaciones de carga y se escogió la mayor, que resulta ser la carga envolvente para los diferentes combos, es decir, la envolvente de carga.

Al descomponer las cargas en los ejes normal y tangencial de la correa tenemos:

$$D_N = 0.3 \frac{kN}{m} * \cos 17.21 = 0.287 \frac{kN}{m}$$

$$D_T = 0.3 \frac{kN}{m} * \text{sen} 17.21 = 0.089 \frac{kN}{m}$$

$$L_N = 0.564 \frac{kN}{m} * \cos 17.21 = 0.539 \frac{kN}{m}$$

$$L_T = 0.564 \frac{kN}{m} * \text{sen} 17.21 = 0.287 \frac{kN}{m}$$

$$W_N = -0.149 \frac{kN}{m}$$

La combinación de carga a utilizar es $W = 1.2D + 1.6L + 0.8W_{sota}$

Reemplazando los respectivos valores para los ejes normal y tangencial tenemos el valor de la carga distribuida sobre la correa en los ejes Tangencial y Normal a ella:

Carga distribuida en el eje Normal:

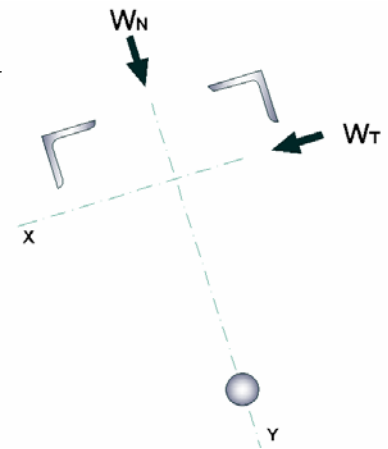
$$W_N = (1.2D_N + 1.6L_N + 0.8 * W_N) \frac{kN}{m}$$

$$W_N = (1.2 * 0.287 + 1.6 * 0.539 + 0.8 * (-0.149)) \frac{kN}{m} = 1.088 \frac{kN}{m}$$

Carga distribuida en el eje Tangencial:

$$W_T = (1.2D_T + 1.6L_T) \frac{kN}{m}$$

$$W_T = (1.2 * 0.089 + 1.6 * 0.167) \frac{kN}{m} = 0.374 \frac{kN}{m}$$



Con estos valores procedemos a diseñar la correa:

Utilizamos un ángulo 1" * 1/8" y una varilla de 1/2" cuyas propiedades son:



	Área (mm ²)	X (mm)	I (mm ⁴)	r _z (mm)	Diámetro (mm)
Angulo 1*1/8	148	7.6	8300	5	
Varilla 1/2			1276.98		12.7

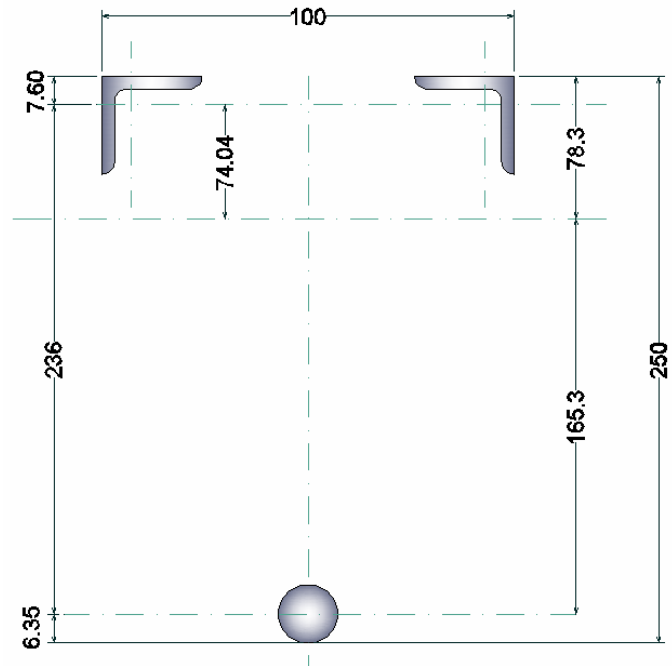
Procedimiento

1. Momentos máximos:

$$M_{ux} = \frac{wl^2}{8} = \frac{(1.088)(5.8)^2}{8} = 4.58 \text{ KN} - m$$

$$M_{uy} = \frac{wl^2}{8} = \frac{(0.374)(5.8)^2}{8} = 1.57 \text{ KN} - m$$

2. Calculo de Centroides:



Utilizando la Metodología de los Esfuerzos:

$$\bar{y} = \frac{\sum \text{Areas} * \text{distancia}}{\sum \text{Areas}} = \frac{2(148)(236.05) + 127 * 0}{(2 * 148 + 127)} = 165.31 \text{ mm}$$



Por lo tanto, tenemos los valores de Cy' y Cx' :

$Cy' = 50mm$ (Dado que la separación total entre ángulos es de 100mm).

$$Cx' = hT - \frac{\text{diametro varilla}}{2} - \bar{y} = 250 - \frac{12.7}{2} - 165.31 = 78.34mm$$

3. encontrando momentos de Inercia:

Para el eje x' :

$$Ix' = \sum I + \sum A * d^2 = 2 * I_{\text{ángulo}} + I_{\text{carilla}} + 2 * A_{\text{ángulo}} * d^2 + A_{\text{varilla}} * d^2$$

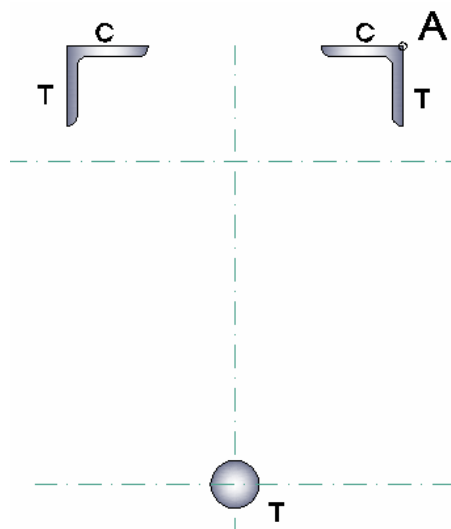
$$Ix' = 2 * 8300 + 1276.98 + 2 * 148 * (78.34 - 6.35)^2 + 127 * 165.31 = 4960853.66mm^4$$

Para el eje y' :

$$Iy' = \sum I + \sum A * d^2 = 2 * I_{\text{ángulo}} + I_{\text{carilla}} + 2 * A_{\text{ángulo}} * d^2$$

$$Iy' = 2 * 8300 + 1276.98 + 2 * 148 * (50 - 7.6)^2 = 550013.942mm^4$$

4. Encontrando el esfuerzo en la fibra más alejada del centroide (en el punto A-ver sección transversal)





Con el fin de optimizar los materiales le daremos arrojamiento lateral a las correas, así el momento último en y' queda de la siguiente forma:

$$M_{ux'} = \frac{wl^2}{8} = \frac{(0.374)(5.8/2)^2}{8} = 0.393 \text{ KN} - \text{m}$$

$$f_{cu/A} = \frac{M_{ux'} * C_{x'}}{I_{x'}} + \frac{M_{uy'} * C_{y'}}{I_{y'}} = \frac{(4.58E6)(78.34)}{4960853.66} + \frac{(1.57E6)(50)}{550013.942} = 107.99 \text{ MPa}$$

Hallamos la rigidez total del sistema, tenemos:

$$r_{y'} = \sqrt{\frac{I_{y'}}{\sum Areas}} = \sqrt{\frac{550013.942}{(2*148)+127}} = 36.07 \text{ mm}$$

$$r_{x'} = \sqrt{\frac{I_{x'}}{\sum Areas}} = \sqrt{\frac{4960853.66}{(2*148)+127}} = 108.336 \text{ mm}$$

$$\left(\frac{kl}{r}\right)_{y'} = \frac{1*2900 \text{ mm}}{36.07 \text{ mm}} = 80.39$$

$$\left(\frac{kl}{r}\right)_{x'} = \frac{1*5800 \text{ mm}}{108.336 \text{ mm}} = 55.54$$

$$\left(\frac{kl}{r}\right)_{ind} = \frac{1*300 \text{ mm}}{5 \text{ mm}} = 60$$

Observando los valores obtenidos vemos que la esbeltez del sistema es 80.39, con este valor procedemos a hallar la resistencia correspondiente:



$$\lambda_c = \frac{kl}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{80.39}{\pi} \sqrt{\frac{252}{200000}} = 0.91 < 1.5 \quad F.2 - 20$$

$$F_{cr} = 0.658^{\lambda_c^2} * F_y = 0.658^{0.91^2} * 252 = 178.41 \text{Mpa} \quad F.2 - 18$$

$$\Phi F_{cr} = 0.85 * 178.41 \text{Mpa} = 151.65 \text{Mpa}$$

Comparando los valores de ΦF_{cr} , con $F_{cu/A}$ vemos que el primero es mayor que el segundo de tal manera que la resistencia del ángulo soporta la sollicitación.



8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se realizó una guía para la asignatura diseño de estructuras de acero, esta tiene como objetivo introducir al estudiante en la ella con nociones básicas e inducirlo a la búsqueda de la profundización del conocimiento, es decir el estudiante no se debe remitir solamente a este texto sino a todas las fuentes posibles al alcance de él, siendo el más básico este.

Otro aporte importante son las ilustraciones brindadas por la presente fuente, ya que las figuras y tablas son importantes en una clase de manera que el estudiante perciba de una mejor manera el problema y lo pueda relacionar con futuros retos en el área del diseño estructural.



BIBLIOGRAFIA

- Apuntes de clase Diseño de Estructuras metálicas del ingeniero Dalton Moreno Girardot y ejercicios de otros profesores de Diseño de estructuras metálicas de la escuela de ingeniería civil de la UIS..
- Valencia Clement, DISEÑO DE ESTRCTURAS DE ACERO.
- Jack C. McCormac., DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO. Método LRFD Editorial Alfaomega.
- Asociación Colombiana de Ingeniería Civil Sísmica. Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistencia NSR – 98.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. DETAILING FOR STEEL CONSTRUCTION. CHICAGO, ILLIONOIS, 1983.
- ENGLEKIRK ROBERT. Steel structures controlling behavior through desing. New York. 1994.





ANEXOS

EJEMPLO DE DISEÑO DE CORREAS EMPLEANDO PERFILES TIPO C DE ACESCO

TOMADO DEL MANUAL DE DISEÑO DE PERFILES ESTRUCTURALES EN ACETRO DE LAMINA DELGADA

Se desea diseñar una correa simplemente apoyada sobre muros de 20 cm. de espesor, para sostener una cubierta arquitectónica. La separación de las correas para este tipo de cubierta es de 1.70m. y se quiere utilizar una pendiente del 35%. Se tienen cargas de viento de 25 Kg./m² en succión.

1. Datos iniciales:

Luz: 6.00 metros
Separación entre correas 1.70
Pendiente 35%

2. Evaluación de cargas:

Carga muerta:

Cubierta Arquitectónica TZA-0.73 (cal 30)	3.22 Kg/m ² (Aprox.)
Perfiles	3.00 Kg/m ² (Supuesto)

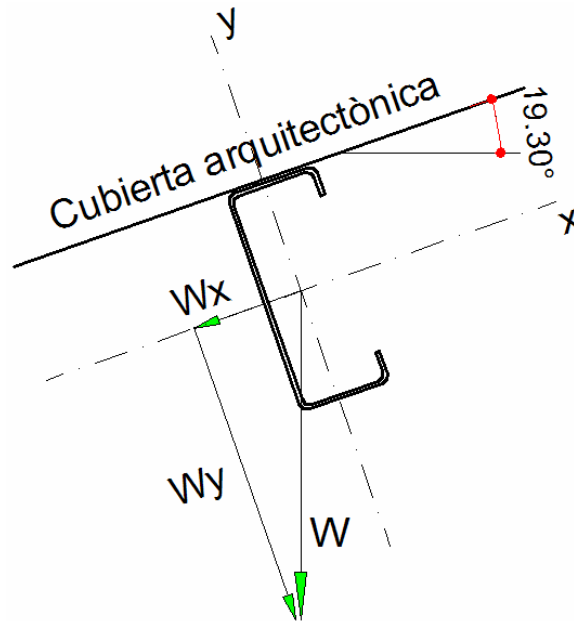
Carga viva:

Mínima según Código	35.00 Kg/m ²
---------------------	-------------------------

Carga de viento:

Compresión:	25.00 Kg/m ²
Succión	30.00 Kg/m ²

De acuerdo con el porcentaje de pendiente se tiene un ángulo de 19.3° (pend=35%).



3. Combinaciones de carga:

- $(1.4 \times 6.22) \times \cos(19.3) \times 1.70 = 13.97 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 6.22) + (0.5 \times 35.0)\} \times \cos(19.3) \times 1.70 = 40.05 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 6.22) + (1.6 \times 35.0)\} \times \cos(19.3) + (0.8 \times 25.0) \times 1.70 = 124.59 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 6.22) + (0.5 \times 35.0)\} \times \cos(19.3) + (1.3 \times 25.0) \times 1.70 = 95.30 \text{ Kg/m}$
- $(1.2 \times 6.22) \times \cos(19.3) \times 1.70 = 11.97 \text{ Kg/m}$
- $\{(0.9 \times 6.22) \times \cos(19.3) - (1.3 \times 30.0)\} \times 1.70 = -57.32 \text{ Kg/m}$

La carga de diseño corresponde a la combinación 3. $W_y = 124.59 \text{ Kg/m}$.

El momento alrededor del eje X esta dado por:

$$M_x = \frac{W_y L^2}{8} = \frac{124.59 \times 6^2}{8} = 560.65 \text{ Kg-m}$$

En dirección del eje X:

- $(1.4 \times 6.22) \times \sin(19.3) \times 1.70 = 4.89 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 6.22) + (0.5 \times 35.0)\} \times \sin(19.3) \times 1.70 = 14.03 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 6.22) + (1.6 \times 35.0)\} \times \sin(19.3) \times 1.70 = 31.72 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 6.22) + (0.5 \times 35.0)\} \times \sin(19.3) \times 1.70 = 14.03 \text{ Kg/m}$
- $(1.2 \times 6.22) \times \sin(19.3) \times 1.70 = 4.19 \text{ Kg/m}$



$$\bullet (0.9 \times 6.22) \times \sin(19.3) \times 1.70 = 3.14 \text{ Kg/m}$$

La carga de diseño corresponde a la combinación 3. $W_x = 31.72 \text{ Kg/m}$.
El momento alrededor del Eje Y está dado por:

$$M_y = \frac{W_x L^2}{8} = \frac{31.72 \times 6^2}{8} = 142.74 \text{ Kg-m}$$

Para cumplir tan solo el momento alrededor del eje X, es necesario utilizar un perfil C 220X80X3.0mm (tabla 29 manual de diseño de perfiles estructurales en acero de lamina delgada, $L_b = 6.0m$) y probablemente las ecuaciones de interacción aumenten esta especificación. Para obtener una sección de perfil con un mejor diseño se colocan templetas a L/3, esto genera un momento distinto alrededor del eje Y y una nueva longitud arriostrada para el eje X ($L_b = 2.0m$).

$$M_y = \frac{W_x L^2}{8} = \frac{31.72 \times 2^2}{8} = 12.69 \text{ Kg-m}$$

Para un perfil PHR 160x60x2.0mm

De la tabla 1:

$$I_x = 2343414 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 296234 \text{ mm}^4$$

De la tabla 19:

$$L_b = 2.00m$$

$$\phi M_{nx} = 714 \text{ Kg-f} - m$$

De la tabla 19a

$$L_b = 2.00m$$

$$\phi M_{ny} = 212 \text{ Kg-f} - m$$

De la tabla 40

$$\phi V_n = 4507 \text{ Kg-f}$$

De la tabla 43, con una longitud de apoyo de 200mm y cargas opuestas espaciadas $> 1.5 h$: $\phi P_n = 2340 \text{ Kg-f}$

Verificación flexión biaxial:



$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} = \frac{560.65}{714} + \frac{12.69}{212} = 0.85 \leq 1.0 \quad \text{ok}$$

Verificación cortante:

$$V_u = \frac{124.59 \times 6}{2} = 373.77 \text{ Kg} \leq \phi V_n = 4570 \text{ Kg} \quad \text{ok}$$

Verificación Flexo- Cortante:

$$\left(\frac{M_u}{\phi M_n} \right)^2 + \left(\frac{V_u}{\phi V_n} \right)^2 \leq 1.0$$

No es aplicable en este caso porque el cortante en el centro de la luz es cero.

Verificación Arrugamiento del alma

$$P_u = 373.77 \text{ Kg} \leq \phi P_n = 2340 \text{ Kg} \quad \text{ok}$$

Verificación Flexo-Arrugamiento

$$1.07 \times \left(\frac{P_u}{\phi P_n} \right) + \left(\frac{M_u}{\phi M_{nx}} \right) \leq 1.42$$

No es aplicable porque el momento del apoyo es cero.



Deflexiones

Para el cálculo de deflexiones en dirección Y se utiliza la carga viva sin mayorar:

$$\delta y_{teo} = \frac{5}{384} \times \frac{W_y \times L^4}{E \times I} = 0.01302$$

$$\delta y_{teo} = \frac{[35 \times 1.7 \times \cos(19.3)] \times 6^4}{20.4 \times 10^9 \times 23.43 \times 10^{-7}} = 1.982 \times 10^{-2} m = 19.82 mm$$

$$\delta y_{adm} = \frac{L}{270} = \frac{6000 mm}{270} = 22.22 mm > \delta y_{teo} \quad ok$$

Para el cálculo de deflexiones en dirección X se utiliza la carga total sin mayorar:

$$\delta x_{teo} = \frac{5}{384} \times \frac{W_x \times L^4}{E \times I} = 0.01302 \times \frac{[41.22 \times 1.7 \times \sin(19.3)] \times 2^4}{20.4 \times 10^9 \times 2.96 \times 10^{-7}} = 7.99 \times 10^{-4} m \cong 0.80 mm$$

$$\delta x_{adm} = \frac{L}{270} = \frac{2}{270} = 7.41 \times 10^{-3} m = 7.41 mm > \delta x_{teo} \quad ok$$

Resultado:

El perfil PHR-160X80X60-2.0 mm Sencillo, con templetes a L/3 cumple con cada una de las condiciones exigidas.

2. Ejemplo de diseño de correas- Luz continua

Se desea diseñar una correa para tres luces de 5.0m apoyada sobre muros de 20cm. De espesor, para sostener una Cubierta Canaleta. Por diseño arquitectónico se requieren correas cada 4.7m y una pendiente del 30%. Se tienen cargas de viento de 15 Kg/m² en compresión y 20 Kg/m² en succión.

1. Datos iniciales:

Luz 5.0m
Separación entre correas 4.7m
Pendiente de 30%

2. Evaluación de cargas:

Carga muerta:

Cubierta Arquitectónica TZC-0.90 (cal 24)	6.76 Kg/m ² (Aprox.)
Perfiles	4.00 Kg/m ² (Supuesto)

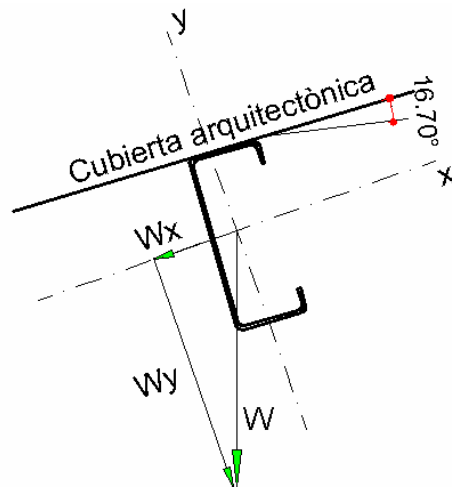
Carga viva:

Mínima según Código	35.00 Kg/m ²
---------------------	-------------------------

Carga de viento:

Compresión:	15.00 Kg/m ²
Succión	20.00 Kg/m ²

De acuerdo con el porcentaje de pendiente se tiene un ángulo de 16.7°
(pend=30%).



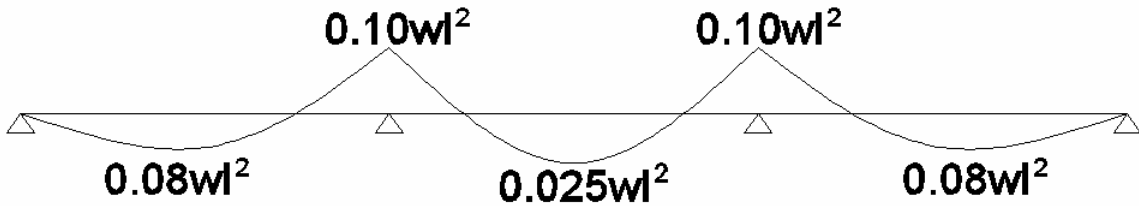


3. *Combinaciones de carga:*

- $(1.4 \times 10.76) \times \cos(16.7) \times 4.7 = 67.81 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 10.76) + (0.5 \times 35.0)\} \times \cos(16.7) \times 4.70 = 136.91 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 10.76) + (1.4 \times 35.0)\} \times \cos(16.7) + (0.8 \times 15.0) \times 4.70 = 335.11 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 10.76) + (0.5 \times 35.0)\} \times \cos(16.7) + (1.3 \times 15.0) \times 4.70 = 228.56 \text{ Kg/m}$
- $(1.2 \times 10.76) \times \cos(16.7) = 58.13 \text{ Kg/m}$
- $\{(0.9 \times 10.76) \times \cos(16.7) - (1.3 \times 20.0)\} \times 4.70 = -78.6 \text{ Kg/m}$

La carga de diseño corresponde a la combinación 3. $W_y = 335.11 \text{ Kg/m}$.

El diagrama de momentos alrededor del eje X se presenta a continuación:



$$M_x = 0.1 \times W_y \times L^2 = 0.1 \times 335.11 \times 5.0^2 = 837.78 \text{ Kg.m}$$

En dirección del eje X:

- $(1.4 \times 10.76) \times \sin(16.7) \times 4.70 = 20.35 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 10.76) + (0.5 \times 35.0)\} \times \sin(16.7) \times 4.70 = 41.07 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 10.76) + (1.4 \times 35.0)\} \times \sin(16.7) \times 4.70 = 83.62 \text{ Kg/m}$
- $\{(1.2 \times 10.76) + (0.5 \times 35.0)\} \times \sin(16.7) \times 4.70 = 41.07 \text{ Kg/m}$
- $(1.2 \times 10.76) \times \sin(16.7) \times 4.70 = 17.44 \text{ Kg/m}$
- $(0.9 \times 10.76) \times \sin(16.7) \times 4.70 = 13.08 \text{ Kg/m}$

La carga de diseño corresponde a la combinación 3. $W_x = 83.62 \text{ Kg/m}$.

Colocando templetas a $L/3$ se tiene



$$M_y = \frac{W_y L^2}{10} = \frac{83.62 \times 1.66^2}{10} = 23.23 \text{ Kg.m}$$

Para un perfil PHR 220x80 – 2,5 mm Sencillo

De la tabla 1:

$$I_x = 7333024 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 804923 \text{ mm}^4$$

De la tabla 29:

$$L_b = 1.70 \text{ m}$$

$$\phi M_{nx} = 1694 \text{ Kg.f} - \text{m}$$

De la tabla 30

$$L_b = 5.00 \text{ m}$$

$$\phi M_{ny} = 398 \text{ Kg.f} - \text{m}$$

De la tabla 40

$$\phi V_n = 6826 \text{ Kg.f}$$

De la tabla 41 con una longitud de apoyo de 200mm y cargas opuestas espaciadas >1.5 h: $\phi P_{n\text{Externo}} = 1706 \text{ Kg.f}$

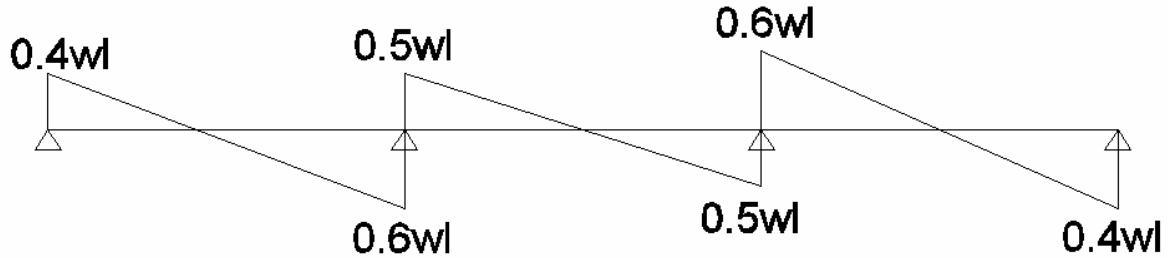
De la tabla 42 con una longitud de apoyo de 200mm y cargas opuestas espaciadas >1.5 h: $\phi P_{n\text{Interno}} = 3176 \text{ Kg.f}$

Verificación flexión biaxial:

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} = \frac{837.78}{1694} + \frac{23.23}{398} = 0.55 \leq 1.0 \quad \text{ok}$$

Verificación cortante:

El diagrama de cortante se muestra a continuación:



$$V_u = 0.6 \times W \times L = 0.6 \times 335.11 \times 5 = 1005.33 \text{Kg} \leq \phi V_n = 6826 \text{Kgf} \quad \text{Cumple}$$

Verificación Flexo- Cortante:

$$\left(\frac{M_u}{\phi M_n} \right)^2 + \left(\frac{V_u}{\phi V_n} \right)^2 = \left(\frac{837.78}{1694} \right)^2 + \left(\frac{1005.34}{6826} \right)^2 = 0.2666 \leq 1.00 \quad \text{Cumple}$$

Verificación Arrugamiento del alma

Apoyo Externo

$$P_u = 0.4 \times W \times L = 0.4 \times 335.11 \times 5.0 = 670.22 \text{Kg} \leq \phi P_{n \text{ Externo}} = 1706 \text{Kgf} \quad \text{Cumple}$$

Apoyo Interno

$$P_u = 1.1 \times W \times L = 1.1 \times 335.11 \times 5.0 = 1843.1 \text{Kg} \leq \phi P_{n \text{ Interno}} = 3176 \text{Kgf} \quad \text{Cumple}$$

El comportamiento de la correa incluso mejora por la presencia del porta correas, pernos o por soldadura. Normalmente este soporte evita el arrugamiento del alma y hace necesario chequear otra clase de fallas relacionadas con el tipo de unión.



Verificación Flexo-Arrugamiento

$$1.07 \times \left(\frac{P_u}{\phi P_n} \right) + \left(\frac{M_u}{\phi M_{nx}} \right) = 1.07 \times \left(\frac{1005.34}{3176} \right) + \left(\frac{837.78}{1694} \right) = 0.833 \leq 1.42 \quad \text{Cumple}$$

Deflexiones

Para el cálculo de deflexiones en dirección Y se utiliza la carga viva sin mayorar:

$$\delta y_{teo} = \frac{5}{384} \times \frac{W_y \times L^4}{E \times I} = 0.01302$$
$$\delta y_{teo} = \frac{[35 \times 1.7 \times \cos(16.7)] \times 5^4}{20.4 \times 10^9 \times 73.33 \times 10^{-7}} = 8.57 \times 10^{-3} m = 8.57 mm$$

$$\delta y_{teo} = \frac{L}{270} = \frac{5}{270} = 1.85 \times 10^{-2} m = 18.50 mm > \delta_{teo} \quad \text{Cumple}$$

Para el cálculo de deflexiones en dirección X se utiliza la carga total sin mayorar:

$$\delta x_{teo} = \frac{5}{384} \times \frac{W_x \times L^4}{E \times I} = 0.01302 \times \frac{[45.76 \times 4.7 \times \text{sen}(16.7)] \times 1.66^4}{20.4 \times 10^9 \times 8.05 \times 10^{-7}} = 4.28 \times 10^{-4} m = 0.43 mm$$

$$\delta x_{adm} = \frac{L}{270} = \frac{1.66}{270} = 6.15 \times 10^{-3} m = 6.15 mm > \delta_{teo} \quad \text{Cumple}$$

Resultado:

El perfil PHR-305X80X1.9 mm Sencillo, con templetes a L/3 cumple con cada una de las condiciones exigidas.