

**CARACTERIZACIÓN DE LA SEÑAL ELECTROCARDIOGRÁFICAS (ECG)  
POR MEDIO DE LA TRANSFORMADA DE WAVELET**

**NESTOR ALFONSO AMAYA BALLESTEROS**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICOMECAÑICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA  
BUCARAMANGA, 2004.**

**CARACTERIZACIÓN DE LA SEÑAL ELECTROCARDIOGRÁFICAS (ECG)  
POR MEDIO DE LA TRANSFORMADA DE WAVELET**

**NESTOR ALFONSO AMAYA BALLESTEROS**

**Tesis de grado presentado como requisito parcial para obtener el título  
de Ingeniero de Sistemas y Computación.**

**Director: Alfonso Mendoza Castellanos.**

**Título académico**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICOMECAÑICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA  
BUCARAMANGA, 2004.**

## **AGRADECIMIENTOS**

- A** **ALFONSO MENDOZA B.S., D.E.A.**, Profesor de la escuela de ingeniería de Sistemas de la Universidad Industrial de Santander por su inmenso apoyo y colaboración logística en la realización de esta investigación.
  
- A** **GERARDO GRANADOS ACUÑA ING.**, Coordinador de la Sala de Base de Datos e Internet de la Biblioteca de la Universidad Industrial de Santander por su colaboración en la búsqueda de información para la elaboración de este proyecto.
  
- A** Todos aquellos que de una u otra forma contribuyeron al logro de mis objetivos durante este largo proceso de formación.

## DEDICATORIA

A **DIOS** todopoderoso

A mi Madre por su gran amor y motivación

A mi hermano **Juan Carlos** por ser un verdadero hermano

A mi hija **Katherin** quien es mi mayor tesoro y da sentido a mi vida

A **Nelly** por su incondicional amor

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
<b>Figura 1-1</b> Estructura del Corazón.	4
<b>Figura 1-2.</b> Sistema de estimulación y conducción del corazón.	9
<b>Figura 1-3.</b> Tiempos de duración del impulso cardiaco.	13
<b>Figura 1-4.</b> Fases sistólica-diastólica y caracterización del ciclo cardíaco.	24
<b>Figura 1-5.</b> Fases del Potencial de acción transmembrana.	24
<b>Figura 1-6.</b> Movimientos electro-iónicos a través de la membrana celular.	26
<b>Figura 1-7.</b> Zonas eléctricas del corazón.	28
<b>Figura 1-8.</b> Vectores que conforman la despolarización auricular y ventricular.	29
<b>Figura 1.9</b> Secuencia de la activación ventricular.	31
<b>Figura 1.10</b> Representación de la activación ventricular en el ECG.	31
<b>Figura 1-11.</b> Ondas, Segmentos e intervalos de la señal ECG.	34
<b>Figura 1.12</b> Representación Normal de la Onda P.	35
<b>Figura 1.13</b> Representación Normal del Intervalo PR.	35
<b>Figura 1.14</b> Representación del Complejo QRS.	36
<b>Figura 1.15</b> Representación de los diferentes QRS Normales y Anormales	37
<b>Figura 1.16</b> Tiempo de aparición de la deflexión intrinsecoide.	37
<b>Figura 1.17</b> Representación del segmento ST.	38
<b>Figura 1.18</b> Representación de la Onda T.	38

<b>Figura 1.19</b> Representación de Intervalo QT.	39
<b>Figura 1.20</b> Representación de la Onda U.	40
<b>Figura 1-21.</b> Derivaciones Bipolares.	42
<b>Figura 1-22.</b> Derivaciones Unipolares	43
<b>Figura 1-23.</b> Localización de las derivaciones precordiales.	44
<b>Figura 1.24</b> Posición de los electrodos para la toma de las derivaciones precordiales.	45
<b>Figura 1.25</b> Representación del ECG en cada derivación precordial	46
<b>Figura 1.26</b> Eje de las derivaciones Bipolares.	48
<b>Figura 1.27</b> Eje de las derivaciones Unipolares.	48
<b>Figura 1.28</b> Sistema Hexaxial.	48
<b>Figura 1.29</b> Calculo del eje.	49
<b>Figura 1.30</b> Calculo de un eje a $+30^{\circ}$ .	50
<b>Figura 1.31</b> Calculo de un eje a $+90^{\circ}$ .	50
<b>Figura 1.32</b> Calculo de un eje Indefinido	51
<b>Figura 1-33.</b> Electrocardiograma Normal.	52
<b>Figura 2.1</b> Señales de 3 Hz y 50 Hz	66
<b>Figura 2.2</b> Transformada de Fourier.	67
<b>Figura 2-3</b> Señal estacionaria.	68
<b>Figura 2-4</b> Transformada de Fourier de la Señal estacionaria	69
<b>Figura 2-5</b> Señal no estacionaria.	69
<b>Figura 2-6</b> Transformada de Fourier de la Señal no estacionaria	70

<b>Figura 2-7</b> Representación frecuencia-tiempo de la TW.	74
<b>Figura 2-8</b> Señal no estacionaria.	75
<b>Figura 2-9</b> Transformada de Wavelet de la señal no estacionaria.	76
<b>Figura 2-10</b> Representación de la “función ventana” aplicada a una señal	80
<b>Figura 2-11</b> Señal no estacionaria de 300,200,100 y 50 Hz y su STFT.	81
<b>Figura 2-12</b> Representación tiempo–frecuencia–amplitud señal anterior.	82
<b>Figura 2-13</b> Señal no estacionaria compuesta por altas y bajas frecuencias	85
<b>Figura 2-14</b> Distribución espacial de Fourier y Wavelet	86
<b>Figura 2-15</b> Función a diferentes escalas.	88
<b>Figura 3-1.</b> Algoritmo No sintactico.	101
<b>Figura 3.2</b> Filtro Pasa alto y su inversa; y filtro pasa Bajo y su inversa.	104
<b>Figura 3.3</b> Esquema del Proceso de Multirresolución (MRA).	104
<b>Figura 3.4</b> Proceso de Multirresolución de la señal (ECG).	105
<b>Figura 3.5</b> Segunda escala de la señal (ECG) en el proceso (MRA).	107
<b>Figura 3-6</b> Tercera escala de la señal (ECG) en el proceso (MRA).	108
<b>Figura 3-7</b> Módulo de seguridad.	112
<b>Figura 3-8</b> Modulo de Procesamiento de la Señal.	113
<b>Figura 3-9</b> Datos de la caracterización de la Señal.	114
<b>Figura 3-10</b> Toma de datos de la Historia clínica.	115
<b>Figura 3-11</b> Toma de datos los procedimientos de un paciente.	116
<b>Figura 3-12</b> Toma de datos del Paciente.	117

## CONTENIDO

	Pág.
<b>INTRODUCCIÓN</b>	
<b>1. FUNDAMENTOS DE FISIOLÓGÍA Y ELECTROFISIOLOGÍA DEL CORAZÓN.</b>	<b>4</b>
<b>1.1 FISIOLÓGIA DEL CORAZON.</b>	<b>4</b>
1.1.1 El miocardio como sincitio.	5
1.1.2 Potenciales de acción en el miocardio:	6
1.1.3 Periodo refractario del músculo cardiaco:	7
1.1.4 Duración de la Contracción:	7
1.1.5 Estimulación rítmica del Corazón.	8
1.1.6 Sistema especializado de estimulación y conducción.	9
1.1.6.1 Nudo Sinusal.	9
1.1.6.2 Transmisión del impulso cardiaco por las aurículas.	12
1.1.6.3 Nudo A-V y retraso en la conducción del estímulo de las aurículas a los ventrículos.	13
1.1.6.4 Transmisión en el sistema de Purkinje.	15
1.1.6.5 Trasmisión del estímulo cardiaco en el músculo ventricular	16
<b>1.1.7 CONTROL DE LA EXCITACIÓN Y DE LA CONDUCCIÓN EN EL CORAZÓN.</b>	<b>18</b>

<b>1.1.7.1 El nudo sinusal como marcapasos cardiaco.</b>	<b>18</b>
<b>1.1.7.2 Papel del sistema de Purkinje en la contracción sincrónica del miocardio ventricular.</b>	<b>19</b>
<b>1.1.7.3 Control del ritmo cardiaco: nervios simpáticos Y parasimpáticos.</b>	<b>20</b>
<b>1.2 ELECTROFISIOLOGÍA DEL CORAZÓN.</b>	<b>23</b>
<b>1.2.1 Etapas de la Despolarización y Repolarización en la membrana celular del corazón.</b>	<b>25</b>
<b>1.2.2 Teoría del dipolo.</b>	<b>28</b>
<b>1.2.3 Secuencia de la activación ventricular</b>	<b>30</b>
<b>1.2.4 Automatismo Y Sistema Especifico De Conducción</b>	<b>31</b>
<b>1.2.5 Terminología electrocardiográfica habitual.</b>	<b>33</b>
<b>1.2.6 Ondas, segmentos e intervalos de la señal ECG.</b>	<b>34</b>
<b>1.2.6.1 ONDA P.</b>	<b>35</b>
<b>1.2.6.2 INTERVALO PR.</b>	<b>35</b>
<b>1.2.6.3 COMPLEJO QRS.</b>	<b>36</b>
<b>1.2.6.4 SEGMENTO ST.</b>	<b>38</b>
<b>1.2.6.5 ONDA T.</b>	<b>38</b>
<b>1.2.6.6 INTERVALO QT.</b>	<b>39</b>
<b>1.2.6.7 ONDA U.</b>	<b>40</b>

<b>1.2.7</b>	<b>Tiempos, voltajes y medidas de las ondas normales en el ECG.</b>	<b>40</b>
<b>1.2.8</b>	<b>Derivaciones Electrocardiográficas.</b>	<b>41</b>
<b>1.2.8.1.</b>	<b>DERVACIONES BIPOLARES DE MIEMBROS.</b>	<b>42</b>
<b>1.2.8.2</b>	<b>DERVACIONES MONOPOLARES DE MIEMBROS.</b>	<b>43</b>
<b>1.2.8.3</b>	<b>Derivaciones del Plano Horizontal (derivaciones precordiales)</b>	<b>44</b>
<b>1.2.9</b>	<b>EL EJE ELECTRICO.</b>	<b>47</b>
<b>1.2.9.1</b>	<b>ÂQRS. Construcción del sistema hexaxial</b>	<b>47</b>
<b>1.2.9.2</b>	<b>ÂQRS. Cálculo del eje</b>	<b>49</b>
<b>1.2.9.3</b>	<b>Ejemplo para el cálculo del Eje.</b>	<b>50</b>
<b>1.2.9.3.1</b>	<b>ÂQRS de +30°</b>	<b>50</b>
<b>1.2.9.3.2</b>	<b>ÂQRS de +90°</b>	<b>50</b>
<b>1.2.9.3.3</b>	<b>ÂQRS Indefinido.</b>	<b>51</b>
<b>1.2.10</b>	<b>El electrocardiograma (ECG) Normal</b>	<b>51</b>
<b>1.2.11</b>	<b>Rutina de interpretación.</b>	<b>52</b>
<b>1.2.12</b>	<b>Aspectos a considerar en la interpretación del ECG.</b>	<b>53</b>
<b>1.2.12.1</b>	<b>FRECUENCIA CARDIACA</b>	<b>53</b>
<b>1.2.12.2</b>	<b>EJE ELECTRICO (AQRS).</b>	<b>53</b>
<b>1.2.12.3</b>	<b>ONDA P.</b>	<b>53</b>
<b>1.2.12.4</b>	<b>INTERVALO Y SEGMENTO PR.</b>	<b>53</b>
<b>1.2.12.5</b>	<b>COMPLEJO QRS.</b>	<b>54</b>
<b>1.2.12.6</b>	<b>INTERVALO QT.</b>	<b>55</b>
<b>1.2.12.7</b>	<b>ONDA T Y SEGMENTO ST.</b>	<b>55</b>

1.2.12.8 ONDA U.	56
2. TEORIA DE WAVELET	56
2.1 BREVE HISTORIA DE LA TEORIA DE WAVELET.	56
2.2 INTRODUCCIÓN A LAS WAVELETS.	64
2.3 LA TRANSFORMADA DE WAVELET	72
2.4 TEORIA MATEMÁTICA DE FOURIER Y WAVELET	77
2.4.1 TRANSFORMADA CORTA DE FOURIER EN EL TIEMPO (STFT)	79
2.4.2 EL ANALISIS DE MULTIRESOLUCION.	84
2.4.3 LA TRANSFORMADA DE WAVELET CONTINUA.	85
2.5 ENFOQUE MATEMÁTICO DE LA TRANSFORMADA WAVELET	90
2.5.1 LA TRANSFORMADA CONTINUA DE WAVELET	90
2.5.2 LA TRANSFORMADA DISCRETA DE WAVELET	94
2.5.3 UNA MADRE WAVELET	96
2.5.4 ALGORITMO RAPIDO DE WAVELET	98
3. SISTEMA DE TRATAMIENTO DE SEÑALES ELECTROCARDIOGRÁFICA – SYSEKG	100
3.1 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.	100
3.2 ALGORITMO DEL APLICATIVO.	102
3.3 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROGRAMA SYSEKG.	111
CONCLUSIONES	
BIBLIOGRAFÍA	

**Title:**

**CHARACTERIZATION THE ECG SIGNAL USING WAVELET TRANSFORM\***

**Author:**

**NESTOR ALFONSO AMAYA BALLESTEROS\*\***

**Index Terms:**

**WAVELET TRANSFORM, FOURIER TRANSFORM, ELECTROCARDIOGRAPHY ( ECG), MULTIREOLUTION (MRA), ZERO-CROSSINGS, DETECTION OF THE QRS COMPLEX.**

**Abstract:**

The automatic detection of ECG waves is important to cardiac disease diagnostics. A good performance of an automatic ECG analysing system depends heavily upon the accurate and reliable detection of the QRS complex, as well as the T and P waves. An algorithm based on Wavelet Transforms (WT's) has been developed for detecting ECG characteristics point; once the QRS complex has been identified, a more detailed examination of ECG signal, including the heard rate, the ST, PR and QT segments, can be performed.

With the multiscale feature of WT's, the complex QRS can be distinguished from high P or T waves, noise, baseline drift, and artefacts.

Multiresolution representations are very effective for analysing the information content of ECG signals. We show that the difference of information between the approximation of a signal at the resolutions  $2^{(j+1)}$  and  $2^{(j)}$  can be extracted by decomposing this signal on a Wavelet by dilating and translating a unique functions smoothing. It is computed with a cascade algorithm based on convolutions with spline filters.

The zeros-crossing of a wavelet Transform define a representation which is well adapted for resolving pattern recognition problem and provide the locations of the signal sharp variation points at different scale.

By Using this method, the detection rate of QRS complex is above 99.8% for the BIOPAC of signals and the P and T waves can also be detected, even with serious baseline drift noise.

\* Thesis Degree.

\*\* Engineering School Systems and Informatics. Systems Engineering. Mendoza Castellanos, Alfonso.

**Titulo:**  
**CARACTERIZACIÓN DE LA SEÑAL ELECTROCARDIOGRAFICA (ECG) POR MEDIO DE LA TRANSFORMADA DE WAVELET\***

**Autor:**  
**NESTOR ALFONSO AMAYA BALLESTEROS\*\***

**Palabras Claves:**  
**TRANSFORMADA DE WAVELET (WT), TRANSFORMADA DE FOURIER (FT), ELECTROCARDIOGRAMA ( ECG), MULTIRESOLUCION (MRA), ZERO-CROSSINGS, DETECCION DEL COMPLEJO QRS.**

**Resumen:**

La detección automática de las ondas ECG es importante para el diagnóstico de enfermedades cardíacas. Una buena realización de un sistema automático para el análisis de señales ECG depende sumamente en la detección precisa y confiable del complejo QRS, así como en la detección de las ondas P y T. Un algoritmo basado en la Transformada de Wavelet ha sido desarrollado para la detección de los puntos característicos de una señal ECG. Una vez el complejo QRS ha sido identificado, un examen más detallado de la señal, incluyendo la frecuencia cardíaca, los segmentos ST, PR y QT, pueden ser encontrados. Con la característica de Multiescala de la TW, el complejo QRS puede ser diferenciado de las ondas P altas u ondas T, del ruido, de la corriente de base o ruido generado por aparatos.

El proceso de Multiresolución es muy efectivo para analizar la información contenida en las señales ECG. Podemos observar la diferencia de información entre la aproximación de la señal en la resolución  $2^{(j+1)}$  y  $2^j$  que pueden ser extraídas descomponiendo la señal en una Wavelet por dilatación o traslación de una sola función base. La señal es computada en un algoritmo en cascada por convolución con filtros Spline.

Los cambios bruscos de la Transformada de Wavelet dan una buena representación de la señal la cual es adaptada para resolver problemas de reconocimiento de patrones, y provee la localización de la variación de los puntos picudos de la señal a diferentes escalas.

Usando este método, la tasa de detección de los complejos QRS es de 99.8% en señales capturadas con el BIOPAC y la onda P y T pueden ser detectadas aun con serios ruidos de la corriente base.

\* Tesis de Grado.

\*\*Escuela de Ingeniería de sistemas e Informática, Ingeniería de Sistemas, Mendoza Castellanos, Alfonso.

## INTRODUCCIÓN

La detección automática de las ondas y segmentos de la señal electrocardiográficas (ECG) son muy importante para el análisis y diagnóstico de las personas que presentan alguna anomalía cardiaca. Una buena detección depende de la mayor aproximación que se logre obtener del complejo QRS, del inicio y final la onda T y la onda P; así como de los segmentos PR, ST y QT.

Todos estos valores obtenidos son de vital importancia desde el punto de vista médico, puesto que cada uno de ellos posee su propio significado y la variación tanto en longitud como en amplitud en cada una de las ondas y segmentos representan la presencia de anomalías cardiacas.

La caracterización de una señal ECG se logra inicialmente localizando el pico más alto de la señal, el cual corresponde a la onda R. Dando paso a localizar el complejo QRS. Después de localizado el complejo QRS se obtienen los valores inicios y finales de las ondas T y P, además se pueden obtener otros datos importantes para el análisis de la señal ECG como son los intervalos o segmentos PR, ST y QT, y en algunos casos la localización de la onda U en algunos pacientes, la cual aparece después de la onda T dentro del ciclo cardiaco.

En la detección del complejo QRS se han utilizado anteriormente algunos métodos los cuales se han dividido en tres métodos:

**Método Sintáctico:** Estos algoritmos consumen mucho tiempo aún con el

uso de algoritmos eficientes, debido a la necesidad de diagramas de inferencia para cada clase paterna. Dentro de este grupo se pueden nombrar la aplicación del modelo oculto de Markov .

**2. Método No sintáctico:** Este método es el más aplicable para la detección del complejo QRS. Generalmente se utilizan filtro. Primero se filtra la señal pasándola por un filtro paso alto y luego un pasa bajos (filtro pasa banda) con lo cual buscan suprimir las onda T y P además del ruido (aunque no todo). Luego la señal es pasada a través de una transformación lineal (Derivada, cuadrado, longitud, etc) para realzar el complejo y finalmente con la aplicación de reglas determinar donde está presente el complejo QRS en la señal.

Estas técnicas sufren principalmente dos problemas :

2.1 La banda de frecuencia de la señal del complejo QRS es diferente para sujetos diferentes y aún para diferentes latidos del mismo sujeto.

2.2 La banda de frecuencia del ruido se solapa con el complejo QRS.

La detección de la onda P es difícil con estos métodos por que se solapa con el ruido al ser muy pequeña. Un método utilizado para su detección implementado por Jenkins, era utilizando un electrodo esofageal para obtener una gran amplitud de la onda P (este método no era muy implementado por la incomodidad del electrodo esofageal).

**3. Método Híbrido:** El cual es una combinación de los dos métodos anteriores.

Una utilización elaborada fue la mezcla del método sintáctico y el método oculto de Markov .

Gritzali propuso un método de esta clase para la detección de la onda T y la onda P por la transformada de longitud pero este no era muy robusto.

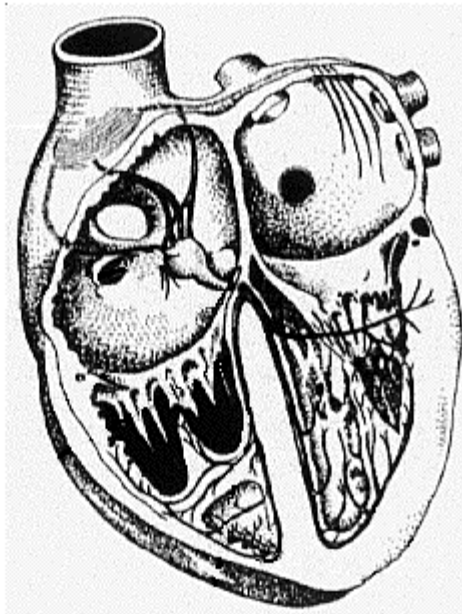
La aplicación de la transformada de Wavelet (WT), es una herramienta matemática que al igual que la transformada de Fourier (FT), busca la representación de señales complejas en el espacio de tiempo-frecuencia para su interpretación y análisis. La transformada de Wavelet nace como una alternativa en el campo donde la transformada de Fourier no es eficiente, así la transformada de wavelet es excelente en el procesamiento de señales no estacionarias, es decir señales no repetitivas en el tiempo. Lo anterior es posible gracias al uso de ventanas dilatadoras (filtros pasa altos y pasa bajos elaborados en base a una señal inicial denominada madre Wavelet), las cuales se pueden dilatar en el tiempo.

La transformada de Wavelet la cual posee una propiedad muy importante relacionada con el uso de ventanas dilatadoras genera un proceso denominado "proceso de multiresolución", el cual muestra la señal filtrada a diferentes frecuencias, de las cuales se puede obtener una buena perspectiva de la señal. Todas las propiedades de la transformada de Wavelet son excelentes en el procesamiento, compresión y descompresión, filtraje y eliminación de ruido en señales e imágenes entre otros.

# 1. FUNDAMENTOS DE FISIOLÓGÍA Y ELECTROFISIOLÓGÍA DEL CORAZÓN.

## 1.1 FISIOLÓGIA DEL CORAZON.

**Figura 1-1** Estructura del Corazón.



El Corazón está formado por dos bombas separadas entre sí, un Corazón derecho que bombea sangre a los pulmones, y un Corazón izquierdo que bombea sangre a los órganos periféricos. A su vez, cada uno de estos dos corazones es una bomba pulsátil compuesta de dos cavidades, una aurícula y un ventrículo. La aurícula funciona principalmente como una débil bomba cebadora del ventrículo, que ayuda a mover la sangre al interior del ventrículo. El ventrículo a su vez proporciona la fuerza que impulsa la sangre a través, de los pulmones o para la circulación periférica.

En el Corazón, ciertos mecanismos especiales determinan el ritmo y transmiten los potenciales de acción por todo el músculo cardíaco, para causar el latido rítmico del Corazón.

El Corazón está compuesto por tres tipos de músculos: El músculo auricular, el músculo ventricular, y las fibras musculares excitadoras y conductoras especializadas. Los tipos de músculo auricular y ventricular se contraen de igual manera que el músculo esquelético, con la diferencia de que la duración de la contracción es mucho mayor en los músculos auricular y ventricular. Por otra parte las fibras excitadoras especializadas se contraen solo débilmente debido a que contienen pocas fibrillas contráctiles; en lugar de ello, muestran un ritmo y diversas velocidades de conducción, proporcionando un sistema de estimulación cardíaca.

### **1.1.1 El miocardio como sincitio.**

Las áreas oscuras que atraviesan el músculo cardíaco se denominan *discos intercalares*; se trata realmente de membranas celulares que separan entre sí a las células musculares cardíacas. Es decir, las fibras musculares cardíacas están compuestas por muchas células individuales conectadas en serie entre sí. Sin embargo, la resistencia eléctrica que ejercen los discos intercalares es tan solo de 1/400 la resistencia que opone la membrana externa de la fibra muscular cardíaca, debido a que las membranas celulares se fusionan unas con otras de manera que forman uniones permeables, que permiten una difusión relativamente libre de los iones. Por tanto desde el punto de vista funcional, los iones se mueven con facilidad a lo largo de los ejes longitudinales de las fibras musculares cardíacas, de forma que los potenciales de acción viajan de una célula miocárdica a la siguiente, a través de los discos intercalares, con escasos obstáculos. Por tanto, el músculo cardíaco es un sincitio de muchas células miocárdicas, en el que las células cardíacas están interconectadas de tal forma que cuando se excita una de estas células, el potencial de acción se extiende a todas ellas, saltando de

una célula a la otra, así como a través de las interconexiones del entrelazado.

El Corazón en realidad se compone de dos sincitios: el sincitio auricular, que constituye las paredes de las dos aurículas y el sincitio ventricular que constituye las paredes de los dos ventrículos. Las aurículas están separadas de los ventrículos por el tejido fibroso que rodea las aberturas valvulares que existen entre las aurículas y los ventrículos. Normalmente los potenciales de acción solo pueden ser conducidos del sincitio auricular al sincitio ventricular a través de un sistema de Conducción especializado, *el haz auriculoventricular (A-V)*, un haz de fibras de conducción de varios milímetros de diámetro. Esta división de masa muscular cardíaca en dos sincitios funcionales permite que las aurículas se contraigan un poco antes que los ventrículos, lo cual tiene importancia para la efectividad de la bomba cardíaca.

### **1.1.2 Potenciales de acción en el miocardio:**

El potencial de membrana de reposo del miocardio normal es de -85 a -95 milivoltios y de -90 a -100 milivoltios en las fibras especializadas de conducción o fibras de Purkinje. El potencial de acción registrado en el músculo ventricular es de 105 milivoltios, lo que significa que el potencial de membrana se eleva desde su valor normal muy negativo hasta un valor discretamente positivo de +20 milivoltios aproximadamente. La parte positiva se denomina potencial de inversión. La membrana permanece despolarizada durante 0.2 segundos aproximadamente en el músculo auricular, y 0.3 segundos aproximadamente en el músculo ventricular, haciendo una meseta; y que va seguida por una terminación de la misma por una rápida repolarización. La presencia de esta meseta del potencial de acción hace que la contracción del músculo cardíaco dure de 3 a 15 veces más que la del músculo esquelético.

La velocidad de conducción del potencial de acción en las fibras musculares auriculares y ventriculares es de 0.3 a 0.5 m/s, aproximadamente 1/250 la velocidad de las fibras nerviosas, y un 1/10 la velocidad que se registra en las fibras del músculo esquelético. La velocidad de conducción en el sistema especializado de conducción (las fibras de Purkinje) varía entre 0.02 y 4 m/s en diferentes partes del sistema, lo que permite una conducción rápida del estímulo por el Corazón.

### **1.1.3 Periodo refractario del músculo cardiaco:**

El miocardio, como todos los tejidos excitables, es refractario a una nueva estimulación durante el potencial de acción. Por lo tanto, el periodo refractario del corazón, es el intervalo de tiempo en el cual un impulso cardiaco normal no puede volver a excitar a una parte ya excitada del músculo cardiaco. El periodo refractario normal del ventrículo es de 0.25 a 0.3 segundos, lo que viene a ser la duración del potencial de acción. Existe un *periodo refractario relativo* adicional de 0.05 segundos aproximadamente, en el cual es más difícil excitar el músculo que en condiciones normales, pero no obstante puede ser excitado por la extrasístole ventricular precoz. El periodo refractario del músculo auricular es mucho más corto que el de los ventrículos (0.15 segundos aproximadamente), y el periodo refractario relativo es de 0.03 segundos. Por lo tanto la contracción rítmica de las aurículas puede ser más rápida que la de los ventrículos.

### **1.1.4 Duración de la Contracción:**

El músculo cardiaco comienza a contraerse pocos milisegundos después del comienzo del potencial de acción continua haciéndolo hasta pocos milisegundos después de la terminación del potencial de acción. Por tanto, la duración de la duración del miocardio es en gran medida función de la duración del potencial de acción: unos 0.2 segundos en el miocardio auricular y 0.3 segundos en el ventricular.

Cuando se incrementa la duración de la frecuencia cardiaca se acorta la duración de cada ciclo cardiaco, que incluye tanto la fase de contracción como la fase de relajación. La duración del potencial de acción y del periodo de contracción (sístole) también disminuye, pero en un porcentaje menor que la fase de relajación (diástole). Una frecuencia cardiaca normal de 72 latidos por minuto, el periodo de contracción dura aproximadamente el 40 por ciento de todo el ciclo. Una frecuencia cardiaca tres veces superior a la normal, este periodo dura aproximadamente el 65 por ciento de todo el ciclo, lo que significa que el corazón que late a una frecuencia muy elevada a veces no permanece relajado el tiempo suficiente como para permitir el llenado completo de las cavidades cardiacas antes de la siguiente contracción.

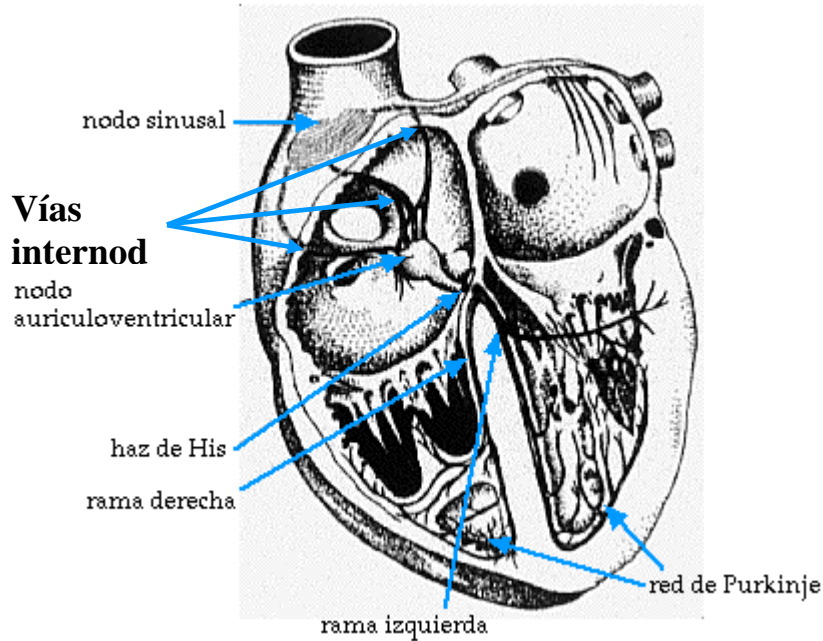
#### **1.1.5 Estimulación rítmica del Corazón.**

El Corazón es un sistema especializado en la generación rítmica de impulsos que causan la contracción rítmica del miocardio y conduce estos impulsos con rapidez por todo el corazón. Cuando este sistema funciona normalmente, las aurículas se contraen aproximadamente un sexto de segundo antes que los ventrículos, lo que permite el llenado suplementario de los ventrículos antes de que bombeen la sangre a los pulmones y la circulación periférica. Otro aspecto importante de este sistema es que permite que todas las partes de los ventrículos se contraigan casi simultáneamente, lo que resulta esencial para la generación efectiva de presión en las cavidades ventriculares.

Este sistema rítmico y de conducción del corazón es susceptible de lesión por cardiopatías, especialmente por la isquemia de los tejidos cardiacos debida a un flujo coronario escaso. A menudo, la consecuencia es la aparición de un ritmo cardiaco anormal a una consecuencia anómala de contracción de las cavidades cardiacas, y la eficacia del bombeo cardiaco resulta con frecuencia gravemente afectada, incluso hasta el punto de causar la muerte.

### 1.1.6 Sistema especializado de estimulación y conducción del Corazón.

Figura 1-2. Sistema de estimulación y conducción del corazón.



La figura 1-2 muestra el sistema especializado de estimulación y conducción del corazón que controla las condiciones cardíacas. En la figura podemos apreciar el *nudo sinusal* (también denominado *sinoauricular* o *nudo S-A*), en el cual se genera el impulso rítmico normal; las vías internodales que conduce el impulso desde el nudo sinusal hasta el auriculoventricular (A-V); El nudo A-V, en el cual el impulso procedente de las aurículas se demora antes de pasar a los ventrículos; el haz A-V, que conduce el impulso de las aurículas a los ventrículos; y las ramas derecha e izquierda de las fibras de Purkinje, que conducen el estímulo cardíaco a todas las partes de los ventrículos.

#### 1.1.6.1 Nudo Sinusal.

El nudo sinusal es una tira pequeña, aplanada y elipsoide de músculo especializado de unos 3 mm de ancho, 15 mm de largo y 1 mm de espesor;

está situado en la pared inmediatamente por debajo y algo lateral respecto a la desembocadura de la vena cava superior. Las fibras de este nudo carecen casi por completo de filamentos contráctiles y miden cada una de 3 a 5 micras de diámetro, lo que contrasta con el diámetro de 10 a 15 micras de las fibras del músculo auricular de alrededor. Las fibras del nudo sinusal se conectan directamente con las fibras de la aurícula, de forma que cualquier potencial de acción que comienza en el nudo sinusal se propaga inmediatamente a las aurículas.

Muchas fibras cardíacas tienen la capacidad de auto excitación, un proceso que puede causar una descarga y contracción rítmica automática. Esto es especialmente cierto en el caso de las fibras del sistema especializado de conducción del corazón; la porción de este sistema que muestra la mayor capacidad de auto excitación es la formada por las fibras del nudo sinusal. Por esta razón, el nudo sinusal habitualmente controla el latido del corazón. Recordemos que en el miocardio existen tres tipos de canales iónicos de las membranas que desempeñan papeles importantes en la génesis de los cambios de voltaje de potencial de acción. Los cuales son:

1. *Los canales rápidos de sodio.*
2. *Los canales lentos de calcio-sodio.*
3. *Los canales de potasio.*

La apertura de los canales rápidos de sodio durante unas pocas diezmilésimas de segundo es responsable del rápido comienzo del potencial de acción (en forma de punta) que se observa en el músculo ventricular, debido a la rápida penetración de los iones positivos de sodio al interior de la fibra. Después la meseta del potencial de acción está causada fundamentalmente por la apertura más lenta de los canales lentos de calcio y sodio, que dura unas pocas décimas de segundo. Finalmente la apertura de los canales de potasio y la difusión de grandes cantidades de iones positivos de potasio al exterior de la fibra devuelven el potencial de la membrana al potencial de reposo. Pero existe una diferencia en el funcionamiento de estos

canales en la fibra del nudo sinusal debido a la negatividad mucho menor del potencial de reposo (solo -55 milivoltios). A este grado de negatividad los canales rápidos de sodio se han inactivado, lo que significa que se han bloqueado. La causa de ello es que en cualquier momento en que el potencial de membrana es menos negativo que unos -60 milivoltios durante mas de unos pocos milisegundos, las puertas de in activación del lado interno de la membrana que cierra los canales rápidos de sodio se cierran y quedan así. Por tanto solo pueden abrirse los canales lentos de calcio y sodio (es decir pueden activarse) y causar así el potencial de acción. Como consecuencia el potencial de acción se desarrolla más lentamente que el del músculo ventricular, y se recupera también con un descenso lento del potencial en vez de la recuperación brusca que ocurre en la fibra ventricular. Debido a la elevada concentración de sodio que existe en el líquido extracelular, así como a la carga negativa del interior de las fibras del nudo sinusal en reposo, los iones positivos de sodio del exterior de las fibras normalmente tienen tendencia a filtrarse al interior. Por tanto, el flujo de iones de sodio de carga positiva causa un aumento del potencial de membrana, así el potencial de reposo va aumentando gradualmente entre cada dos latidos. Cuando alcanza un voltaje umbral de -40 milivoltios, los canales de calcio y sodio se activan, determinando la entrada rápida de calcio y sodio, lo que causa el potencial de acción. Luego es básicamente la permeabilidad intrínseca de las fibras de nudo sinusal al sodio la que causa su auto excitación. Los canales de calcio y sodio se inactivan de 100 a 150 milisegundos de abrirse, además aproximadamente al mismo tiempo, aumenta mucho el número de canales de potasio que se abren. Por tanto cesa la penetración de calcio y sodio, a la vez que grandes cantidades de potasio salen de la fibra, terminando así el potencial de acción, a demás los canales de potasio permanecen abiertos unas pocas décimas de segundos más, llevando un gran exceso de cargas positivas de potasio al exterior de la célula, lo que causa temporalmente un exceso de negatividad en el interior

de la fibra; esto se denomina *hiperpolarización*. Esta hiperpolarización lleva inicialmente al potencial de reposo de la membrana de -55 a -60 milivoltios en el momento de la terminación del potencial de acción. Después de terminado el potencial de acción, comienza a cerrarse progresivamente mas y más canales de potasio. Ahora la filtración al interior de iones de sodio supera al flujo de iones de potasio al exterior, lo que hace que de nuevo se vaya desplazando hacia arriba el potencial de reposo, que alcanza finalmente el nivel de umbral de descarga del potencial a unos -40 milivoltios. Posteriormente se repite de nuevo la totalidad del proceso: auto excitación, recuperación del potencial de acción, hiperpolarización al final del potencial de acción, y deslizamiento del potencial de reposo hasta el umbral, con reexcitación para comenzar un nuevo ciclo.

#### **1.1.6.2 Transmisión del impulso cardiaco por las aurículas.**

La terminación de las fibras del nudo sinusal se fusiona con las fibras del músculo auricular de alrededor, y de los potenciales de acción que se originan en el nudo sinusal salen hacia las fibras. De esta manera el potencial de acción se disemina por toda la masa muscular auricular y finalmente, por el nudo A-V. La velocidad de conducción en el músculo auricular es de unos 0.3 m/s. La conducción es más rápida en varios pequeños fascículos del músculo auricular. Uno de ellos, denominado *fascículo interauricular anterior*, el cual discurre por las paredes anteriores de las aurículas hacia la aurícula izquierda, y conduce el estímulo cardiaco aproximadamente a 1 m/s. Además existen otros tres pequeños fascículos incurvados en las paredes auriculares que terminan en el nudo A-V, y que también conducen el estímulo a alta velocidad. Estos tres haces se muestran en la figura 1-2, y se denominan respectivamente *vía internodal anterior, media y posterior*. La causa de la mayor velocidad de conducción en estos haces es la presencia de cierto número de fibras especializadas de

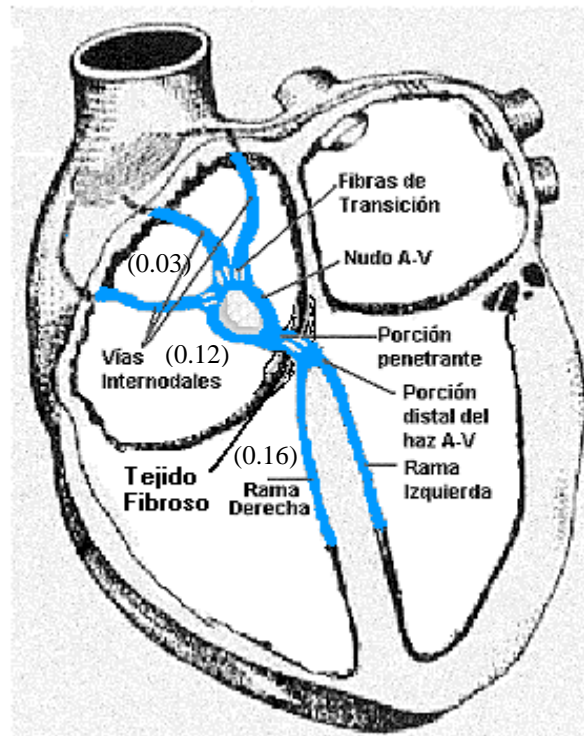
conducción mezcladas con el músculo auricular. Estas fibras son similares a las fibras de conducción rápidas de Purkinje de los ventrículos.

### 1.1.6.3 Nudo A-V y retraso en la conducción del estímulo de las aurículas a los ventrículos.

El sistema de conducción está organizado de forma que el estímulo cardiaco no pase de las aurículas a los ventrículos con demasiada rapidez; este retraso deja tiempo para que las aurículas vacíen su contenido a los ventrículos antes de que comience la contracción ventricular. Son primordialmente el nudo A-V y las fibras de conducción adyacentes quienes retrasan esta propagación del estímulo cardiaco de las aurículas a los ventrículos.

El nudo A-V está localizado en la porción posterior del tabique de la aurícula derecha, inmediatamente por detrás de la válvula tricúspide y contigua a la desembocadura del seno coronario, como se muestra en la figura 1-3.

**Figura 1-3.** Tiempos de duración del impulso cardiaco.



La figura 1-3, muestra en forma de diagrama las diferentes partes del nudo y las conexiones de las vías de conducción internodales auriculares con el haz de A-V. También podemos observar los tiempos de duración en fracciones de segundos aproximados que transcurren entre la génesis del estímulo en el nudo sinusal y su aparición en diferentes puntos del sistema del nudo A-V.

Obsérvese que el impulso, tras viajar por las vías internodales, desde el nudo sinusal hasta el nudo A-V tiene un tiempo de duración aproximado de 0.03 segundos. Después existe un retraso de 0.09 segundos en el mismo nudo A-V antes de que el estímulo se adentre en *la porción penetrante de haz A-V*, por donde pasa a los ventrículos. En este haz penetrante A-V es donde se produce un retraso final de 0.04 segundos; el cual está compuesto por múltiples fascículos pequeños que atraviesan el tejido fibroso que separa las aurículas de los ventrículos.

Por tanto, el retraso total en el nudo A-V y en el haz A-V es de aproximadamente 0.13 segundos, además del retraso inicial de la conducción de 0.03 segundos entre el nudo sinusal y el nudo A-V, lo cual da un retraso total de 0.16 segundos. Aproximadamente una cuarta parte del lapso de tiempo transcurre en las *fibras de transición*, que son las diminutas fibras que conectan las fibras de las vías internodales auriculares con el nudo A-V (ver figura 1-3).

La velocidad de conducción en estas fibras esta entre 0.02 m/s a 0.05 m/s (aproximadamente 1/12 de la velocidad del miocardio normal), lo que retrasa mucho la entrada del estímulo en el nudo A-V. Tras entrar en el nudo la velocidad de conducción es bastante baja de solo 0.05 m/s, aproximadamente 1/8 de la velocidad de conducción del miocardio normal. Esta velocidad de conducción es también aproximadamente la correspondiente a la porción penetrante del haz A-V.

La causa de que la velocidad de conducción sea lenta en las fibras transicionales, nodales y penetrantes del haz A-V, es en parte el que sus

tamaños son considerablemente menores que las fibras musculares auriculares normales. Sin embargo casi toda la lentitud de la conducción se debe a otros dos factores por completo muy diferentes: Primero, todas estas fibras tiene potenciales de reposo de membrana mucho menos negativo que el potencial de reposo del resto de miocardio. Segundo, existen pocas uniones entre las células sucesivas musculares de la vía; por tanto existe una elevada resistencia a la conducción de los iones estimuladores de una célula a la siguiente. Luego al ser bajo el voltaje que mueve los iones y siendo elevada la resistencia al movimiento de los mismos, es fácil comprender por qué es lenta la estimulación de las células.

#### **1.1.6.4 Transmisión en el sistema de Purkinje.**

Las Fibras de Purkinje se dirigen a los ventrículos desde el nudo A-V a través del haz A-V. Excepto en su porción inicial (en la zona en que atraviesan la barrera fibrosa A-V), estas fibras tienen características funcionales en buena medida opuesta a las de las fibras A-V nodales. Son fibras muy grandes, incluso mayores que las fibras musculares ventriculares normales, y transmiten potenciales de acción a una velocidad entre 1.5 m/s a 4.0 m/s, velocidad superior en unas 6 veces a la del músculo cardiaco habitual y 150 veces mayor que la de algunas fibras A-V de transmisión. Esto permite que la transmisión del estímulo por todo el sistema ventricular sea casi inmediata.

Se cree que la causa de la rapidez de transmisión de los potenciales de acción en las fibras de Purkinje es, el alto nivel de permeabilidad de las uniones laxas de los discos intercalares situados entre las sucesivas células cardíacas que constituyen las fibras de Purkinje. Por tanto los iones pasan con facilidad de una célula a la siguiente, favoreciendo la velocidad de transmisión. Las fibras de Purkinje tienen también pocas microfibrillas, lo que significa que apenas se contraen en el transcurso de la transmisión del estímulo.

Una Característica del haz A-V es su incapacidad (salvo en situaciones patológicas) de conducir potenciales de acción retrógradamente desde los ventrículos a las aurículas. Esto evita que los impulsos cardiacos vuelvan a entrar por esta vía de los ventrículos a las aurículas, permitiendo solo la conducción anterógrada.

Además debe recordarse que el haz A-V es el único lugar donde no existe una separación entre las aurículas y los ventrículos por una barrera fibrosa continua, una porción de la cual se muestra en la figura 1-3. Esta barrera actúa como un aislante que evita que el estímulo cardiaco entre las aurículas y los ventrículos pase por otra ruta que no sea la conducción anterógrada por el propio haz A-V. (En raros casos existe un puente muscular anormal en la barrera fibrosa en lugar diferente del haz A-V. En estas condiciones el estímulo cardiaco puede reingresar en las aurículas desde los ventrículos y causar una grave arritmia).

Tras atravesar el tejido fibroso situado entre el músculo auricular y ventricular, la porción distal del haz A-V se dirige hacia abajo, en el seno del tabique interventricular a lo largo de unos 5 a 15 milímetros, hacia la punta del corazón.

Después el haz se divide en las *ramas derecha e izquierda* situadas bajo el endocardio en las caras correspondientes del tabique. Cada rama se extiende hacia abajo hacia la punta del ventrículo, dividiéndose en ramas pequeñas que rodean a cada cavidad ventricular y giran hacia la base del corazón. Las fibras terminales de Purkinje penetran aproximadamente un tercio del espesor de la masa muscular, y se ponen en contacto con las fibras miocárdicas.

Desde el momento en que el estímulo cardiaco penetra en las ramas del haz en el tabique ventricular hasta que alcanza las terminaciones de las fibras de Purkinje, el tiempo total transcurrido es de tan solo 0.03 segundos por término medio; por tanto una vez que el estímulo cardiaco entra en el sistema

de Purkinje, se disemina casi inmediatamente a la totalidad de la superficie endocárdica del músculo ventricular.

#### **1.1.6.5 Trasmisión del estímulo cardiaco en el músculo ventricular**

Una vez que el estímulo alcanza las terminaciones de las fibras de Purkinje, este se transmite por la masa muscular ventricular, por las propias fibras miocárdicas ventriculares. La velocidad de transmisión es ahora de tan solo de 0.3 m/s a 0.5 m/s, un sexto de la velocidad en las fibras de Purkinje. El músculo cardiaco envuelve al corazón en una doble espiral con tabiques fibrosos entre las capas en espiral; por tanto el estímulo cardiaco no viaja necesariamente de forma directa hacia la superficie del corazón, sino que se dirige en ángulo hacia la superficie siguiendo las direcciones de las espirales. Debido a esto la transmisión desde la superficie endocárdica hasta la epicárdica consume 0.03 segundos más, aproximadamente el mismo tiempo consumido para la transmisión por toda la porción ventricular del sistema de Purkinje. Por tanto el tiempo total de la transmisión del estímulo cardiaco desde las ramas iniciales del haz hasta la última fibra miocárdica ventricular en el corazón normal es aproximadamente de 0.06 segundos.

Resumiendo la transmisión del estímulo cardiaco en el corazón, desde el origen del estímulo en el nudo sinusal y su aparición en cada punto respectivamente del corazón, podemos observar que, el impulso se propaga con velocidad moderada por las aurículas, pero se atrasa mas de 0.1 segundos en la región del nudo A-V antes de aparecer en el haz A-V septal. Una vez que ha entrado en este haz, se disemina rápidamente por las fibras de Purkinje a toda la superficie endocárdica de los ventrículos. Después el impulso se propaga de nuevo lentamente por el miocardio ventricular hasta la superficie epicárdica.

## **1.1.7 CONTROL DE LA EXCITACIÓN Y DE LA CONDUCCIÓN EN EL CORAZÓN.**

### **1.1.7.1 El nudo sinusal como marcapasos cardiaco.**

En un corazón normal el estímulo nace en el nudo sinusal. Las fibras del nudo A-V, cuando no son estimuladas desde el exterior, se descargan a una frecuencia rítmica intrínseca de 40 a 60 veces por minuto, y las fibras de Purkinje lo hacen a una frecuencia entre 15 y 40 veces por minuto. Estas frecuencias contrastan con la frecuencia normal de 70 a 80 veces por minuto del nudo sinusal.

Luego la frecuencia del nudo sinusal es considerablemente superior que la del nudo A-V o la de las fibras de Purkinje, por lo tanto cada vez que se descarga el nudo sinusal, su estímulo es conducido tanto al nudo A-V como a las fibras de Purkinje, descargando sus membranas excitables. Después, estos tejidos al igual que el nudo sinusal, se recuperan del potencial de acción y se hiperpolarizan casi al mismo tiempo. Pero el nudo sinusal pierde su hiperpolarización y se vuelve a descargar con mucha mayor rapidez que los otros dos. Por tanto, el nudo sinusal emite un nuevo estímulo antes de que el nudo A-V o las fibras de Purkinje puedan alcanzar su propio umbral de auto excitación. El nuevo impulso del nudo sinusal vuelve a descargar tanto al nudo A-V como a las fibras e Purkinje. Este proceso sigue y sigue, de forma que el nudo sinusal siempre excita a estos otros tejidos potencialmente auto excitables antes de que la auto excitación se produzca.

Por lo tanto, el nudo sinusal controla el latido del corazón debido a que su tasa de descarga rítmica es más rápida que la de cualquier otra parte del corazón. Luego el nudo sinusal es el *marcapasos* normal del corazón.

Ocasionalmente, en alguna otra parte del corazón se produce una tasa de descarga rítmica más rápida que la del nudo sinusal. Por ejemplo, esto ocurre con frecuencia en el nudo A-V o en las fibras de Purkinje cuando uno

de ellos funciona anormalmente. En estos casos el marcapasos del corazón se desplaza del nudo sinusal al nudo A-V o a las fibras de Purkinje excitadas. Un marcapasos en un lugar diferente del nudo sinusal se denomina *marcapasos ectópico*. Un marcapasos ectópico hace que la secuencia de contracción de las diferentes partes del corazón sea anormal, y puede hacer que el bombeo cardíaco se debilite mucho.

Otra causa del desplazamiento del marcapasos es un bloqueo de la transmisión de los estímulos desde el nudo sinusal a otras partes del corazón. El nuevo marcapasos aparece más frecuentemente en el nudo A-V o en la porción penetrante del haz A-V, en el camino a los ventrículos.

Cuando se produce un bloqueo A-V (es decir, cuando el estímulo cardíaco no-pasa de las aurículas a los ventrículos por el sistema del nudo A-V y de las ramas), las aurículas continúan latiendo al ritmo normal del nudo sinusal, mientras que en el sistema de Purkinje ventricular se dispara un nuevo marcapasos y hace que los ventrículos latan a una frecuencia entre 15 y 40 latidos por minuto. Tras un bloqueo repentino, el sistema de Purkinje no comienza a emitir impulsos rítmicos hasta que han transcurrido de 5 a 30 segundos debido a que antes del bloqueo las fibras de Purkinje estaban suprimidas. Durante esos 5 a 30 segundos, los ventrículos no bombean sangre, y la persona sufre un síncope pasados los primeros 4 ó 5 segundos debido a la falta de flujo sanguíneo cerebral. Este retraso de la puesta en marcha del latido se denomina *síndrome de Stokes Adams*. Si el retraso dura mucho tiempo puede producir la muerte.

#### **1.1.7.2 Papel del sistema de Purkinje en la contracción sincrónica del miocardio ventricular.**

El estímulo cardíaco alcanza todas las partes de los ventrículos en un lapso muy corto de tiempo, y en condiciones normales solo transcurren 0.06 segundos entre la excitación de la primera fibra muscular ventricular y la

última. Esto hace que todas las porciones del miocardio ventricular de ambos ventrículos comiencen a contraerse casi a la vez. El bombeo efectivo por las dos cavidades ventriculares requiere este tipo de contracción sincronizada. Si el estímulo cardíaco viajará lentamente por el músculo ventricular, buena parte de la masa ventricular se contraería antes que el resto, cuyo caso el efecto global de bombeo disminuiría notablemente. De hecho, en algunos tipos de afecciones cardíacas, existe este tipo de propagación lenta, y la eficacia del bombeo ventricular disminuye quizás un 20 o 30 por ciento.

### **1.1.7.3 Control del ritmo cardíaco: nervios simpáticos y parasimpáticos.**

El corazón es innervado tanto por los nervios simpáticos como parasimpáticos. Los nervios parasimpáticos (vagos) se dirigen principalmente al nudo sinusal y A-V, y en menor medida al músculo ventricular. Por otra parte, los nervios simpáticos se distribuyen por todas las partes del corazón, con una extensa representación en el miocardio ventricular así como en todas las áreas restantes.

La estimulación de los nervios parasimpáticos del corazón (los vagos) hace que se libere la hormona *acetilcolina* en las terminaciones vagales. Esta hormona ejerce dos efectos principales sobre el corazón. Primero, disminuye la frecuencia del ritmo del nudo sinusal y, segundo, disminuye la excitabilidad de las fibras de la unión A-V entre la musculatura auricular y el nudo A-V, volviendo lenta la transmisión del estímulo cardíaco a los ventrículos. Una estimulación vagal entre leve y moderada bajará la tasa de bombeo cardíaco hasta cifras que son la mitad de lo normal. Pero una estimulación intensa de los vagos puede detener la excitación rítmica del nudo sinusal o bloquear la transmisión del estímulo cardíaco por la unión A-V. En cualquiera de los casos deja de transmitirse estímulos a los ventrículos. Los ventrículos dejan de latir habitualmente entre 5 a 20 segundos, pero después en algún lugar de las fibras de Purkinje, habitualmente la porción del tabique del haz A-V,

desarrolla un ritmo autónomo y hace que el ventrículo se contraiga a una frecuencia entre 15 y 40 latidos por minuto. Este fenómeno se denomina *Escape Ventricular*.

La acetilcolina liberada por las terminaciones vagales aumenta llamativamente la permeabilidad al potasio de las membranas de las fibras, lo que permite un rápido escape de potasio fuera de las fibras de conducción. Esto causa un aumento de la negatividad en el interior de las fibras, efecto denominado *hiperpolarización*, lo que hace que el tejido sea mucho menos excitable.

En el nudo sinusal el estado de hiperpolarización hace descender el potencial de “reposo” de las fibras del nudo sinusal a un nivel considerablemente más negativo que el valor normal, entre  $-65$  y  $-75$  milivoltios en vez de los  $-55$  o  $60$  milivoltios normales. Por tanto, el desplazamiento del potencial de membrana causado por el escape de sodio requiere más tiempo para alcanzar el potencial de umbral de excitación. Esto hace que se vuelva muy lento el ritmo de estas fibras nodales. Y si la estimulación vagal es suficientemente enérgica, es posible detener la auto excitación rítmica de este nudo.

En el nudo A-V, el estado de hiperpolarización hace difícil que en las diminutas fibras de la unión, donde solo pueden generar pequeñas corrientes durante el potencial de acción, exciten las fibras nodales. Por lo tanto disminuye el factor de seguridad de la transmisión del estímulo cardíaco a través de las fibras de la unión, a las fibras nodales. Un descenso moderado se limita a volver lenta la conducción del impulso, pero una disminución del factor de seguridad por debajo de la unidad (que significa que el potencial de acción de una fibra es tan bajo que no puede causar un potencial de acción en la siguiente porción de la fibra) bloquea la conducción.

La estimulación simpática causa en el corazón efectos esencialmente opuestos a los de la estimulación vagal: primero, aumenta la tasa de descarga del nudo sinusal; segundo, aumenta la tasa de conducción así como la excitabilidad de todas las partes del corazón; tercero, aumenta notablemente la fuerza de contracción de todo el miocardio, tanto auricular como ventricular.

En resumen de lo anterior, la estimulación simpática aumenta la actividad del corazón en conjunto. La estimulación máxima puede triplicar casi la frecuencia del latido y aumentar hasta el doble la fuerza de contracción cardíaca.

La estimulación de los nervios simpáticos libera la hormona *noradrenalina* en las terminales nerviosas simpáticas. Existen dudas acerca del mecanismo preciso por el cual esta hormona actúa sobre las fibras miocárdicas, pero se cree que aumenta la permeabilidad de la membrana de la fibra al sodio y al calcio. En el nudo sinusal un aumento a la permeabilidad al sodio hace que el potencial de reposo sea más positivo, y que el desplazamiento hacia arriba del potencial de membrana hasta el nivel de umbral sea más rápido; ambos efectos aceleran la iniciación de la auto excitación y, por lo tanto aumenta la frecuencia cardíaca.

En el nudo A-V, el aumento de la permeabilidad al sodio hace más fácil que el potencial de acción excite a la parte siguiente de las fibras de conducción, disminuyendo así el tiempo de conducción de las aurículas a los ventrículos. El aumento de la permeabilidad a los iones de calcio es por lo menos parcialmente responsable del aumento de la fuerza de contracción del miocardio bajo los efectos de la estimulación simpática, debido a que los iones de calcio desempeñan un importante papel en el desencadenamiento del proceso contráctil de las miofibrillas.

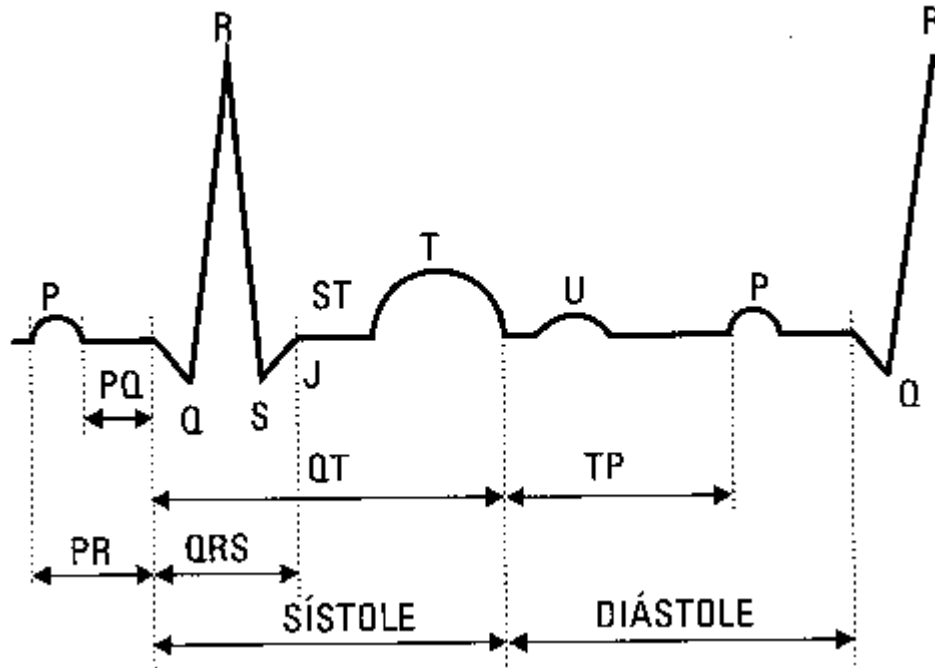
## 1.2 ELECTROFISIOLOGÍA DEL CORAZÓN.

El corazón normal posee una rica variedad celular con propiedades anatómicas y fisiológicas bien diferenciadas, que a grandes rasgos pueden ser divididas en:

- Células de actividad automática (eléctricas).
- Células de actividad contráctil (de trabajo).
- Tejido conectivo (de entramado).
- Vasos.

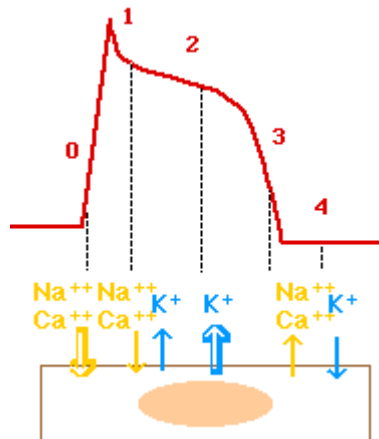
Todas las células cardíacas excepto las que configuran el tejido conectivo tienen como característica común, la propiedad de generar corrientes eléctricas de muy bajo voltaje como consecuencia de los desplazamientos iónicos debidos fundamentalmente al  $K^+$  (iones de Potasio) y al  $Na^+$  (iones de Sodio), y en menor medida al  $Cl$  (Cloro) y al  $Ca^{++}$  (iones de Calcio), y que continuamente se están produciendo. Estas corrientes iónicas producen un flujo continuo bidireccional a través de la membrana celular, generando potenciales eléctricos cuya representación gráfica recogida en la superficie del cuerpo, no es otra cosa que lo que conocemos con el nombre de electrocardiograma (**figura 1-4**). Si se colocan unos electrodos sobre la piel a lado y lado del corazón se pueden registrar los potenciales eléctricos generados por las corrientes que generan el impulso cardiaco del corazón, corrientes que se propagan difusamente por todas partes hasta llegar a la superficie del cuerpo, por lo cual se pueden obtener lecturas de estas corrientes por medio de electrodos sensibles a los cambios de potencial eléctrico.

**Figura 1-4.** Fases sistólica y diastólica y caracterización del ciclo cardíaco.



La estimulación de una célula muscular aumenta la permeabilidad de su membrana produciendo una serie de cambios iónicos a través de la misma. El registro de este fenómeno se corresponde con una curva que se denomina **potencial de acción transmembrana (PAT)** y que consta de las siguientes partes y fases: Figura 1-5.

**Figura 1-5.** Fases del Potencial de acción transmembrana.



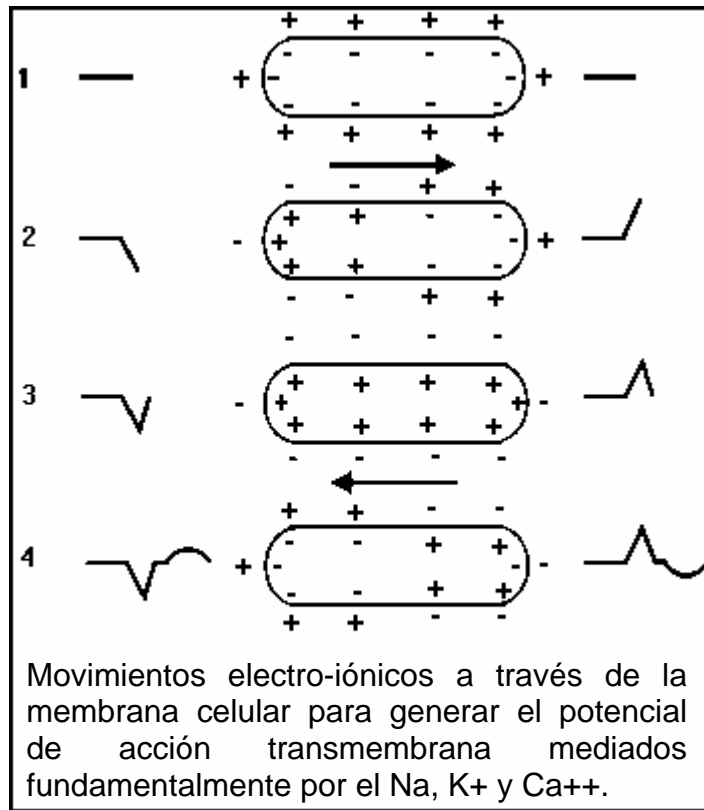
Las células de actividad automática, muestran un potencial diastólico de reposo que al activarse estimulan y desencadenan la contracción de las células de actividad contráctil produciéndose la fase sistólica del ciclo cardiaco, para cuya dinámica es imprescindible un perfecto estado del tejido conectivo que le sirve de entramado, y de un adecuado aporte de energía (substratos y oxígeno) que le llega a través de los vasos. Las células de actividad automática tienen mayor facilidad para la despolarización que las de actividad contráctil, por eso aquellas se localizan en los centros marcapasos habituales (nódulo sinusal, nódulo aurículo-ventricular y sistema de Purkinje).

Todo el proceso que pone en marcha el PAT se debe a los cambios que continuamente se están produciendo en la membrana celular, cuya energía es suministrada por biofosfatos que transforman el ATP en ADP y fósforo por medio de la ATPasa. Este transporte iónico activo, necesita de una energía equivalente a la que se desarrolla en el curso de la contracción miocárdica.

El PAT se genera por el movimiento de iones  $K^+$  desde el interior de la célula hacia el espacio extracelular, mientras que los iones  $Na^+$  se movilizan en sentido contrario, es decir desde el exterior de la célula hasta el interior, despolarizándola (**figura 1.6**). Otros iones como el  $Ca^{++}$  y el  $Cl$  tienen también un papel destacado en la electro génesis. Este flujo de iones a través de la membrana celular promueve un potencial eléctrico registrable en forma de curva cuyas características se pueden a analizar y estudiar:

### **1.2.1 Etapas de la Despolarización y Repolarización en la membrana celular del corazón.**

**Figura 1-6.** Movimientos electro-iónicos a través de la membrana celular.



**FASE 0:** Al inicio, la membrana celular se encuentra en estado de reposo. En el interior de la célula predominan los iones K<sup>+</sup> mientras que el exterior está ocupado por los iones Na<sup>+</sup>. Esto genera una diferencia de tensión a ambos lados de la membrana cuya resistencia viene a ser de 1000 Ohm/cm<sup>2</sup>, produciéndose un acumulo de cargas negativas en el interior y de positivas en el exterior. La curva de corriente, instantes antes de la activación transcurre por la isoelectrica. Esta fase 0 recibe el nombre de despolarización.

El impulso de excitación generado a partir del centro marcapasos (nódulo sinusal) se difunde rápidamente por todo el corazón, produciendo una caída en la resistencia de la membrana celular desde 1000 Ohm a 100 Ohm provocando cambios súbitos en la permeabilidad iónica de forma que el Na<sup>+</sup>

y el  $\text{Ca}^{++}$  penetran en la célula mientras que el  $\text{K}^+$  inicia su salida. El cambio de cargas generado a uno y otro lado de la membrana celular origina un potencial positivo, cuyo valor se sitúa en torno a +30 mV.

Estos intercambios rápidos de iones, se producen a través de unos canales específicos para cada ión existentes en todas las membranas celulares, y cuya integridad es básica para la normalidad de todo el proceso electrogenético.

Durante esta fase ningún extraestímulo será capaz de activar un nuevo PAT (período refractario absoluto).

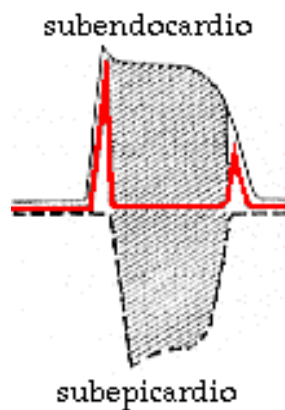
**FASE I:** Es también conocida como fase de **repolarización lenta**. En ella todavía persiste la entrada de iones  $\text{Na}^+$  y  $\text{Ca}^{++}$  a través de otro tipo de canales de flujo mas lento, mientras que el  $\text{K}^+$  sale del interior celular.

**FASE II:** Desde un punto de vista iónico se caracteriza por la salida masiva de  $\text{K}^+$  al exterior, lo que genera un declive en el PAT de forma paulatina, aumentando progresivamente también la permeabilidad de la membrana para el  $\text{Na}^+$ . Esta fase conocida también como "sístole eléctrica " tiene su representación en el ECG de superficie a través del complejo QRS.

**FASE III:** Persiste en esta fase como en la II el intercambio iónico en el mismo sentido, pero desde un punto de vista eléctrico la capa externa celular comienza a cargarse positivamente mientras que la interna se rodea de cargas negativas. Esta fase de repolarización eléctrica se identifica en el ECG como el segmento ST y la onda T, y en ella un extraestímulo potente podría provocar la aparición de un nuevo PAT (período refractario relativo). Esta "vulnerabilidad" del miocárdico a generar un PAT depende directamente de las concentraciones de  $\text{K}^+$ , de forma que a menor concentración (hipopotasemia) mayor vulnerabilidad.

**FASE IV:** En esta fase también conocida como de "**potencial de reposo**" ó fase diastólica eléctrica, se produce la salida del  $\text{Na}^+$  y la penetración del  $\text{K}^+$ , a través de un mecanismo activo conocido como " bomba iónica " restableciéndose el equilibrio inicial, con lo cual el PAT alcanza su valor de reposo de -90 mV. En el ECG de superficie este período se corresponde con el tiempo que media entre T y un nuevo QRS.

**Figura 1-7.** Zonas eléctricas del corazón.



Podemos definir dos zonas desde un punto de vista eléctrico: el subepicardio y el subendocardio. Ambas están separadas por lo que se denomina endocardio eléctrico. Figura 1-7.

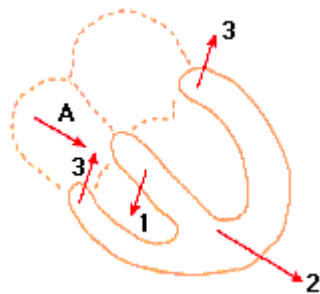
La zona subendocárdica es la primera que se despolariza y la última que se repolariza, y de esta manera el PAT del subendocardio se inicia antes y finaliza más tarde que el PAT del subepicardio. El ECG (Electrocardiograma) de superficie es la resultante de las dos curvas.

### **1.2.2 Teoría del dipolo.**

La secuencia ininterrumpida que hemos analizado en las 4 fases del PAT, genera unas diferencias de potencial entre el espacio extracelular y el intracelular produciendo la característica curva monofásica . Sin embargo, al

producirse esta despolarización celular en un frente de onda progresivo como si de una oleada se tratara, las diferencias eléctricas que se generan entre sectores miocárdicos activados y los que están por activar, provoca la aparición de un vector de despolarización común, como consecuencia del dipolo creado, es decir; existe un vector con dos polos (positivo en cabeza y negativo en cola) que discurre a través de las vías comunes de despolarización a través del medio conductor que no es otro que el miocardio. El gran vector del miocardio es la resultante de los millones de vectores instantáneos que cada fibra miocárdica genera (figura 1-8).

**Figura 1-8.** Vectores que conforman la despolarización auricular y ventricular.



El ciclo cardíaco puede representarse de forma simple con los siguientes vectores que aparecen de forma sucesiva en el tiempo:

- Un vector que corresponde a la activación auricular (**A**).
- Un vector que corresponde a la activación septal y que tiene una dirección principal de izquierda a derecha (**1**).
- Un vector que inicialmente corresponde a la activación coincidente de los dos ventrículos y posteriormente a la activación de las regiones central y apical del ventrículo izquierdo -ya estando el ventrículo derecho despolarizado- (**2**).

- Un vector que corresponde la activación basal y posterior del ventrículo izquierdo y del septo (3).
- Un vector (no representado) que corresponde a la repolarización ventricular.

Al encontrarse el corazón íntimamente conexas a todo el organismo, la corriente eléctrica generada a través de este dipolo puede ser recogida en cualquier punto periférico del organismo, dando lugar al electrocardiograma.

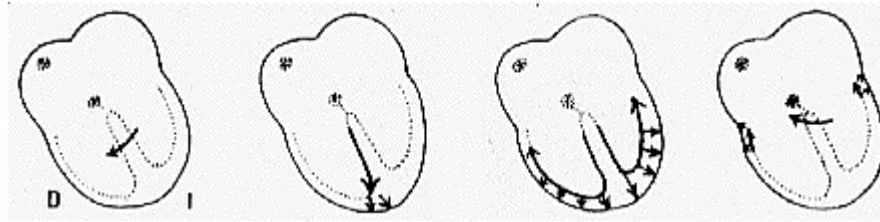
Si en el punto periférico del organismo desde donde el gran vector de despolarización es observado éste se aleja, se registrará una deflexión negativa, mientras que por el contrario ésta será positiva, si el gran vector se aproxima al punto explorador. De un modo experimental ha podido demostrarse que la ausencia de homogeneidad entre el tejido miocárdico y las demás estructuras corporales, no modifica de modo sensible la representación electrocardiográfica, con lo cual podemos tener la absoluta certeza de que el ECG de superficie es una representación auténtica, y no interferida, de los procesos bioeléctricos cardíacos.

La **magnitud**, la **dirección**, y la **polaridad** de este vector variando continuamente a lo largo de la duración del estímulo, dando como resultado final, un vector principal que en la práctica coincide con el eje longitudinal anatómico del corazón, y que tendrá una importancia decisiva en el análisis electrocardiográfico de superficie.

### **1.2.3 Secuencia de la activación ventricular**

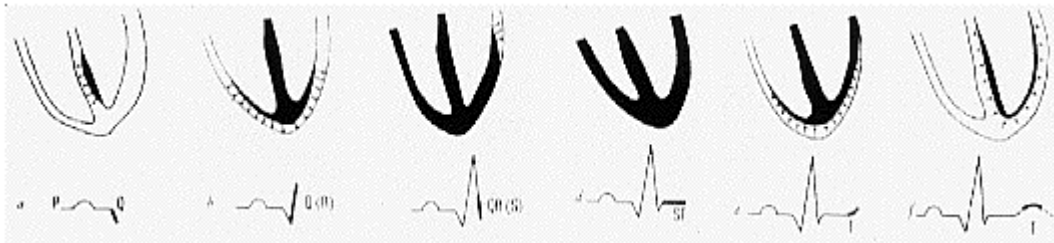
La activación inicial de los ventrículos tiene lugar a nivel del tabique interventricular y se produce de izquierda a derecha, acto seguido se activa la región anterior del tabique y la mayor parte de ambos ventrículos. Las regiones posterobasales izquierdas, el cono de la arteria pulmonar y la parte más alta del tabique interventricular son las últimas regiones en activarse

**Figura 1.9** Secuencia de la activación ventricular.



Cada una de estas zonas tiene su correspondencia en el ECG.

**Figura 1.10** Representación de la activación ventricular en el ECG.



#### 1.2.4 Automatismo Y Sistema Especifico De Conducción

En el corazón normal , el impulso eléctrico que actúa de espoleta en la contracción cardiaca, se genera en un pequeño grupo celular específico conocido como nódulo sinusal (N-S), y que se localiza en la parte superior de la aurícula derecha junto a la desembocadura de la vena cava superior. La razón electrofisiológica por la que este grupo celular es el principal marcapasos del corazón, deriva de la facultad que el N-S tiene para producir mas que ningún otro centro, un mayor número de despolarizaciones por minuto (60-90 cxm). La actividad del sistema vegetativo (simpático y parasimpático) sobre el nódulo sinusal es importante, lo cual determina un decisivo comando del sistema nervioso autónomo sobre el automatismo cardíaco.

El estímulo se expande por todo el miocardio auricular, lo que se corresponde con la primera inscripción gráfica del ECG y que recibe en nombre de onda P. Posteriormente dicho estímulo alcanza la unión atrio-ventricular (A-V) a través de 3 tractos interatriales principales. La unión A-V está a su vez conformada por tejido especializado para el automatismo (nodo AV) y para la conducción (haz de His). Desde este punto surgen dos ramas; izquierda y derecha respectivamente, desde donde el estímulo eléctrico se distribuye por ambos ventrículos a través del sistema específico de Purkinje.

La **rama izquierda** a poco de nacer se divide en **dos hemirramas**, una que discurre pegada a la pared anterior y otra sobre la pared posterior. La **rama derecha** posee un trayecto mas largo que la izquierda y además no se ramifica tan precozmente.

Una vez que el estímulo ha alcanzado el nodo A-V sufre un retraso fisiológico entre 120 y 220 milisegundos (intervalo PR del ECG) para posteriormente despolarizar ambos ventrículos a través de la red de Purkinje en un tiempo que varía entre 60 y 100 milisegundos. La despolarización ventricular, denominada comúnmente QRS, se reconoce en el ECG como la inscripción de mayor voltaje, que aparece tras el segmento PQ ó PR.

Todas las fases que componen la estimulación cardiaca global, están marcadas por unos tiempos de inscripción y unas características morfológicas que serán decisivas en el análisis electrocardiográfico de conjunto. Analizaremos brevemente cada una de ellas:

Para mantener íntegro el sistema de automatismo y conducción, los vasos coronarios aportan una rica irrigación a todos los elementos. La coronaria derecha es la responsable de la irrigación del nódulo sinusal en un 70% de los casos, y en un 90% de casos de la irrigación del nodo A-V, el fascículo de His y de la casi totalidad de la rama derecha. La rama izquierda irriga en un

30% y un 10% el N-S y el nodo A-V respectivamente y la rama izquierda de conducción. La isquemia miocárdica es la principal responsable de la mayoría de los trastornos electrocardiográficos que afectan al sistema automático y de conducción del corazón.

### **1.2.5 Terminología electrocardiográfica habitual.**

La terminología habitual de las ondas electrocardiográficas suele ser :

**Onda P:** Primera onda del ciclo electrocardiográfico.

**Segmento PR:** Isoeléctrica entre final de P y inicio de QRS.

**Onda Q:** Primera deflexión negativa del complejo QRS

**Onda R:** Primera deflexión positiva del QRS.

**Onda S:** Primera deflexión negativa que sigue a la onda R

**Onda R':** Deflexión positiva que aparece tras la onda S.

**Onda S':** Deflexión negativa que sigue a la onda R'.

**Complejo QS:** Deflexión totalmente negativa.

**Segmento ST:** Deflexión positiva, negativa ó isoeleétrica que une QRS con la onda T.

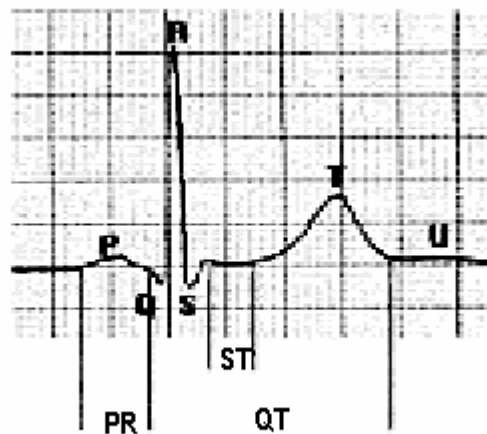
**Onda T:** Deflexión positiva ó negativa que se inscribe lentamente tras el segmento ST.

**Onda U:** Pequeña deflexión positiva que se inscribe tras T.

### 1.2.6 Ondas, segmentos e intervalos de la señal ECG.

El electrocardiograma normal (figura 1-11), está formado por una onda **P**, un complejo **QRS**, y una onda **T**. Es frecuente que el complejo **QRS** tenga tres ondas separadas, la onda **Q**, la onda **R** y la onda **S**, aunque no siempre ocurre así.

**Figura 1-11.** Ondas, Segmentos e intervalos de la señal ECG.



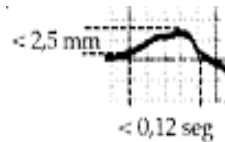
La onda **P** se debe a los potenciales eléctricos generados cuando las aurículas se despolarizan antes de cada contracción. El complejo **QRS** se debe a los potenciales que se generan cuando los ventrículos se despolarizan antes de contraerse, es decir, conforme la onda de despolarización se extiende a través de los ventrículos. Por consiguiente la onda P como los elementos integrantes del complejo QRS son *ondas de despolarización*.

La onda **T** se debe a los potenciales que se generan cuando los ventrículos se recuperan de su estado de despolarización. Este proceso se produce normalmente en el músculo ventricular de 0.25

segundos a 0.35 segundos después de la despolarización, y se conoce como *onda de repolarización*. (Ver figura 1-11.)

### 1.2.6.1 ONDA P.

**Figura 1.12** Representación Normal de la Onda P.

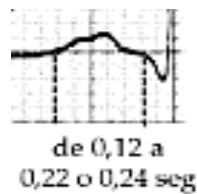


En condiciones de ritmo sinusal normal (figura 1-12), y al ser irreconocible en el ECG convencional la actividad del N-S, la primera inscripción corresponde a la **onda P**, la cual representa la despolarización de ambas aurículas. La duración de dicha onda suele ser inferior a 120 milisegundos y su voltaje no excede de 2,5 mV. En el plano frontal su eje eléctrico coincide con el de QRS variando entre  $+40^\circ$  y  $+60^\circ$ . En casos de crecimiento de las cavidades auriculares, la onda P aumenta su voltaje y su duración y modifica su eje eléctrico.

La repolarización auricular sólo suele observarse en el ECG convencional en muy raras ocasiones, generalmente en casos de graves trastornos de la conducción inter-atrial ó en infartos auriculares extensos.

### 1.2.6.2 INTERVALO PR.

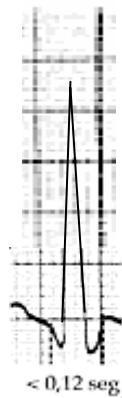
**Figura 1.13** Representación Normal del Intervalo PR.



Al final de la onda P se inscribe un período de inactividad eléctrica (intervalo PR) correspondiente al retraso fisiológico que sufre el estímulo en el nodo AV y cuya duración varía entre 120 y 240 milisegundos. Alargamientos de este segmento indican trastornos en la conducción AV (bloqueos AV) mientras que acortamientos inferiores a 120 milisegundos, son típicos de síndromes de conducción AV acelerada (Wolf -Parkinson -White y Lown-Ganong-Levine)

### 1.2.6.3 COMPLEJO QRS.

**Figura 1.14** Representación del Complejo QRS.



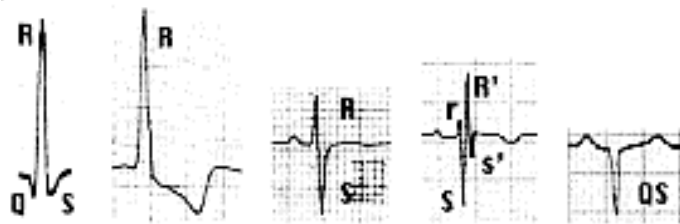
Es la expresión electrocardiográfica de la despolarización de ambos ventrículos, siendo la inflexión de más amplio voltaje. Su duración varía entre 60 y 120 milisegundos siendo menor en el recién nacido y mayor en los ancianos. Su eje (AQRS) en el plano frontal varía ampliamente con la edad, aceptándose como normales oscilaciones desde  $+120^{\circ}$  en el recién nacido, hasta  $-10^{\circ}$  en el anciano. En promedio en el adulto joven el AQRS oscila entre  $+40^{\circ}$  y  $+60^{\circ}$ .

Desviaciones exageradas del AQRS ó incrementos excesivos de voltaje indican dilatación e hipertrofia de las cavidades ventriculares, mientras que

aumentos en la duración del QRS son típicos de trastornos de la conducción intraventricular (bloqueos de rama).

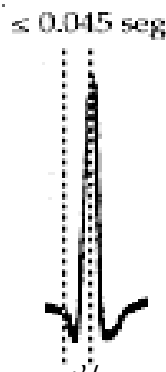
El complejo QRS puede presentar diversas morfologías. Éstas se pueden describir llamando a la primera onda negativa **onda Q**, a la primera onda positiva **onda R** y a la onda negativa que la siga **onda S**. Se utilizan mayúsculas o minúsculas en función del tamaño de dichas ondas, Si se registran dos onda R o S se utiliza el apóstrofe para diferenciarlas, llamándolas R' o S'. Cuando se registra una sola onda negativa se denomina **complejo QS** (Ver figura 1.15).

**Figura 1.15** Representación de los diferentes QRS Normales y Anormales.



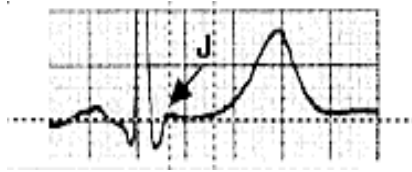
Otro parámetro que se mide al analizar el QRS es el **tiempo de aparición de la deflexión intrinsecoide** (figura 1-16.), que es el que transcurre desde el inicio del QRS hasta el momento en que la onda R cambia de dirección. Tiene una duración normal  $<0.045$  seg. Este parámetro se utiliza en el diagnóstico de la hipertrofia ventricular izquierda, en la dilatación ventricular izquierda y en el hemibloqueo anterior.

**Figura 1.16** Tiempo de aparición de la deflexión intrinsecoide.



#### 1.2.6.4 SEGMENTO ST.

**Figura 1.17** Representación del segmento ST.



El **segmento ST** que refleja la fase 2 del potencial de acción transmembrana, transcurre desde el final del QRS (punto J) hasta el inicio de la onda T. La amplitud del ST se mide por el desplazamiento que sufre el punto J desde la línea isoelectrica . Desde un punto de vista clínico, desviaciones positivas ó negativas del ST que excedan de 1-2 mm, medidos a 60-80 milisegundos del punto J pueden ser en la mayoría de las ocasiones claros indicadores de trastornos isquémicos del miocardio.

#### 1.2.6.5 ONDA T

**Figura 1.18** Representación de la Onda T.



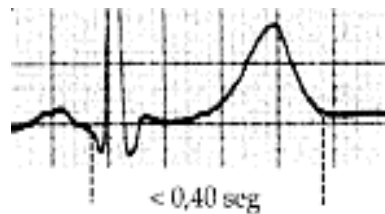
Se corresponde con la repolarización ventricular y aparece al final del segmento ST. Su polaridad suele ser positiva en todas las derivaciones excepto en aVR y V1, y ocasionalmente en D3. La amplitud de la onda T es bastante variable de unas a otras derivaciones, aunque nunca debe exceder de 0.6 mV (6 mm). En recién nacidos y niños pequeños la onda T suele estar

invertida de V1 a V3/V4 tendiendo a la positividad con la madurez anatómica y fisiológica. Por lo general la rama ascendente de la T suele ser de inscripción lenta mientras que la descendente busca la isoelectrica de forma rápida (asimetría).

Las Ondas T de alto voltaje y ramas asimétricas se observan en la hipertonía vagal, mientras que la inversión simétrica de la onda T sobretodo en derivaciones precordiales izquierdas, suele ser bastante características de isquemia miocárdica, y de estados de sobrecarga mecánica de los ventrículos.

#### 1.2.6.6 INTERVALO QT.

**Figura 1.19** Representación de Intervalo QT.



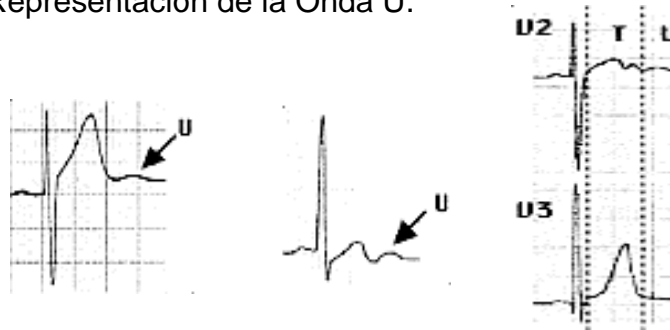
Comprende desde el inicio de Q hasta el final T, y representa la despolarización y repolarización ventricular. Aunque su duración queda muy condicionada por la frecuencia cardiaca (Tabla II), suele situarse entre 300 y 440 milisegundos. La fórmula para el cálculo del QT corregido se calcula en función del QT medido dividido por la raíz cuadrada del intervalo R-R: **QTc= QT medido/ raíz cuadrada de R-R**

Con estos cálculos quedó establecido que el QTc no debería exceder en ningún caso de 425 milisegundo. Alargamientos del QT suelen observarse en la isquemia miocárdica, trastornos electrolíticos, intoxicación por determinadas drogas, ó en síndromes complejos como el de Romano-Ward ó

en el de Jerwell y Lange-Nielsen en donde la presencia y severidad de arritmias ventriculares es notable.

### 1.2.6.7 ONDA U

**Figura 1.20** Representación de la Onda U.



Suele ser una deflexión de tan bajo voltaje que es irreconocible en la mayoría de las ocasiones. Se inscribe detrás de la onda T y sigue su misma polaridad, variando su amplitud entre 0,3 y 2 mm. Es más fácilmente visible en derivaciones V2-V4. Su presencia suele estar vinculada a trastornos de tipo hidroelectrolíticos, acción de determinadas drogas, y más raramente a la isquemia.

A veces el segundo componente de un onda T bimodal puede ser confundido con una onda U. Sobre todo si estamos registrando un solo canal a la vez. La comparación con otra derivación nos ayudará a identificar las ondas. Esto será muy fácil si podemos registrar más de un canal al mismo tiempo

### 1.2.7 Tiempos, voltajes y medidas de las ondas normales en el ECG.

#### **ONDA P:**

- Duración:.....< 120 milisegundos.
- Amplitud:.....< 2,5 mm

### **SEGMENTO PR:**

- Duración:.....120-240 milisegundos.

### **COMPLEJO QRS:**

- Duración:.....60-120 milisegundos.
- Amplitud.....(< 25mm en V5)

### **SEGMENTO ST:**

- Amplitud a 80 milisegundos de J.....< (- 1mm)

### **ONDA T:**

- Amplitud.....< 6 mm

### **INTERVALO QT:**

- Duración:.....300-400 milisegundos.

### **ONDA U:**

- Amplitud:.....0.3-2 mm

Vea **Anexo 1**, la tabla de Correlación entre frecuencia cardiaca, intervalo QT, y segmento PR.

### **1.2.8 Derivaciones Electrocardiográficas**

Aunque la actividad eléctrica generada por el corazón es posible recogerla desde cualquier punto de la superficie corporal, en la práctica el registro electrocardiográfico se hace desde 12 derivaciones standards que han sido

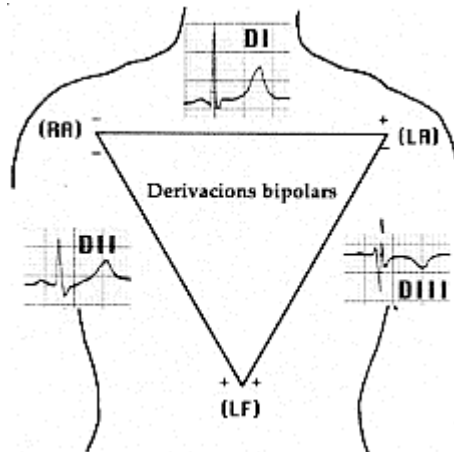
sistematizadas y universalmente aceptadas. Por grupos pueden ser divididas en tres apartados:

- Tres Derivaciones bipolares de miembros de Einthoven.
- Tres Derivaciones monopolares de miembros de Goldberger.
- Seis Derivaciones unipolares torácicas de Wilson.

**1.2.8.1. DERIVACIONES BIPOLARES DE MIEMBROS:** Recogen las diferencias de voltaje en el plano frontal entre las extremidades. Según se puede observar en la **figura 1.21** entre las 3 extremidades exploradas (brazo derecho, izquierdo, y pierna izquierda) se configura un triángulo denominado triángulo de Einthoven en cuyo centro quedaría idealmente ubicado el corazón.

- D1: Brazo derecho (negativo) y brazo izquierdo (positivo).
- D2: Brazo derecho (negativo) y pierna izquierda (positivo).
- D3: Brazo izquierdo (negativo) y pierna izquierda (positivo).

**Figura 1-21.** Derivaciones Bipolares.



**1.2.8.2 DERIVACIONES MONOPOLARES DE MIEMBROS:** Se obtienen conectando las tres Unipolares a un punto denominado “central terminal” que a efectos prácticos se considera que tiene un potencial cero y sirve como electrodo indiferente o de referencia. Esto permite que al colocar el electrodo explorador en la Unipolares superior derecha, la Unipolares superior izquierda o la Unipolares inferior izquierda, se puedan registrar los potenciales eléctricos en dicha Unipolares. La letra “V” identifica a la Unipolares monopolar y las letras “R”, “L” y “F” a las Unipolares respectivas. Si se desconecta de la central terminal la Unipolares en la que estamos realizando el registro, se obtiene un aumento de la Unipolar y por este motivo se denomina a estas Unipolares aVR, aVL y aVF, como se muestra en la figura 1-22.

De acuerdo a la ley de Einthoven:

$$D2 = D1 + D3.$$

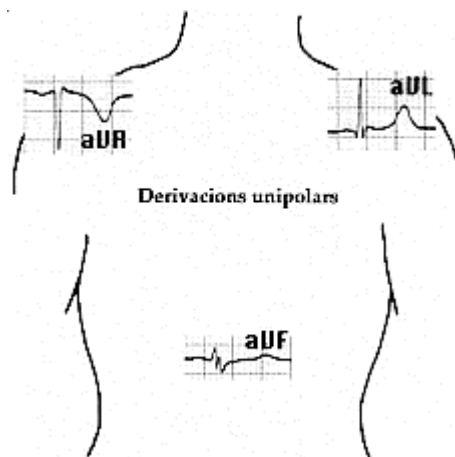
$$aVR + aVL + aVF = 0$$

aVR: Potencial del brazo derecho (*Right*)

aVL: Potencial del brazo izquierdo (*Left*)

aVF: Potencial de la pierna izquierda (*Foot*)

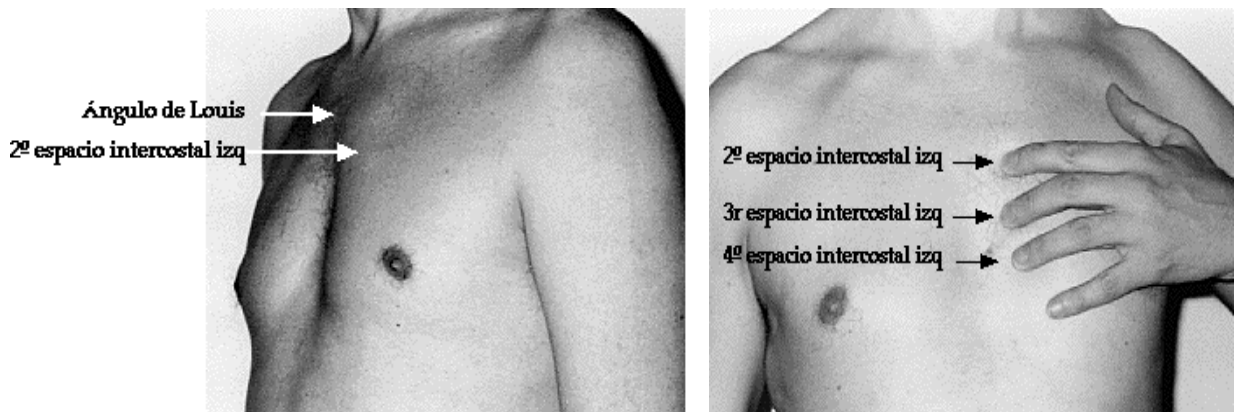
**Figura 1-22.** Derivaciones Unipolares.



### 1.2.8.3 Derivaciones del Plano Horizontal (derivaciones precordiales)

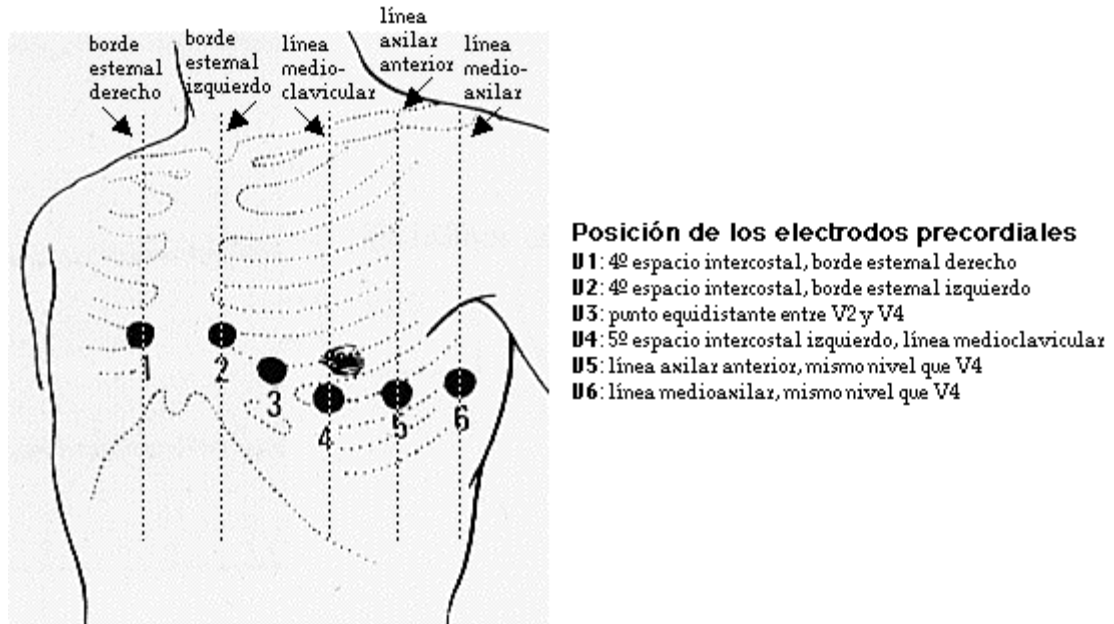
Éstas son las derivaciones que se colocan de forma errónea con más frecuencia. Para no cometer errores y así obtener trazados válidos, hay que localizar el Ángulo de Louis (el que forma el manubrio esternal con el cuerpo del esternón) palpando al paciente. Acto seguido, y siempre palpando, localizaremos el segundo espacio intercostal izquierdo, que es el primer espacio intercostal que se encuentra por debajo del Ángulo de Louis. Ver figura 1-23.

**Figura 1-23.** Localización de las derivaciones precordiales.



Seguiremos palpando y localizaremos el 4º espacio intercostal izquierdo y en el borde esternal del 4º espacio intercostal izquierdo colocaremos V2, después colocaremos V1 en el borde esternal del 4º espacio intercostal derecho. V4 se coloca (también palpando) en el 5º espacio intercostal izquierdo en la línea medioclavicular. Una vez colocado V4, situaremos V3 en el punto equidistante entre V2 y V4. V5 se sitúa en la línea axilar anterior al mismo nivel que V4, y V6 en la línea medioaxilar al mismo nivel que V4.

**Figura 1.24** Posición de los electrodos para la toma de las derivaciones precordiales.



Convencionalmente se ha determinado que los colores de los electrodos electrocardiográficos se correspondan con un miembro específico, y así:

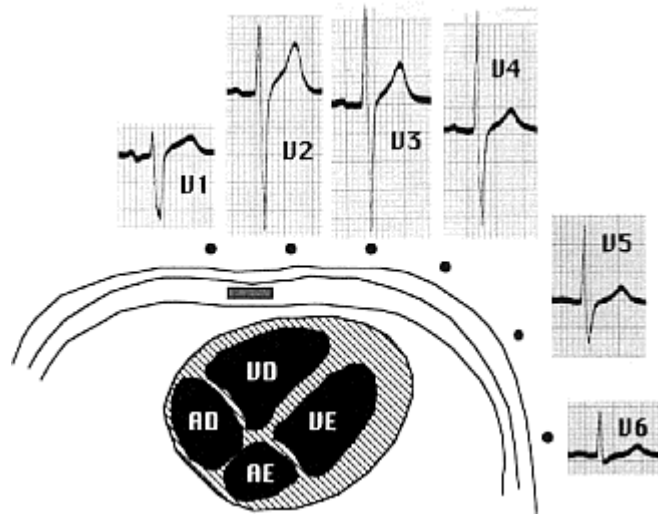
**Amarillo:** Brazo izquierdo; **Rojo:** Brazo derecho; **Verde:** Pierna izquierda.  
**Negro:** Pierna derecha.

Para las derivaciones precordiales los colores desde V1 a V6 son: rojo, amarillo, verde, marrón, negro y violeta

Las derivaciones precordiales unipolares del plano horizontal (V1 a V6) registran todos los sucesos del ciclo cardíaco desde un punto de vista de cada una de las derivaciones. Así debido a la proximidad de un electrodo precordial a una determinada zona cardíaca, los potenciales eléctricos que se generen en el miocardio subyacente estarán aumentados, mientras que

aquellos potenciales que se originen en zonas más distales serán de menor magnitud.

**Figura 1.25** Representación del ECG en cada derivación precordial.



**V1** y **V2** encaran la cara derecha del tabique interventricular.

**V3** y **V4** encaran al tabique interventricular.

**V5** y **V6** encaran la cara izquierda del tabique interventricular.

Al desplazar el electrodo de la posición V1 a la posición V6, los complejos epicárdicos del ventrículo derecho (V1 y V2) se transforman progresivamente en complejos epicárdicos del ventrículo izquierdo (V5 y V6). la zona de transición se registra en V3 y V4.

**Es imprescindible situar los electrodos de forma precisa según las indicaciones anatómicas indicadas en la página anterior (recordemos que hay que palpar al o la paciente). Esto nos permitirá realizar una interpretación electrocardiográfica sin errores, que a veces pueden ser graves.**

### 1.2.9 EL EJE ELECTRICO

El vector resultante de la suma de todos los vectores instantáneos, tiene una dirección especial en cada una de las derivaciones pudiendo ser determinado en cada caso. De hecho el electrocardiograma no es sino la representación gráfica del voltaje del gran vector de despolarización.

A grandes rasgos, tres son los vectores que pueden ser determinados desde un ECG de superficie.

**a.- Vector auricular:** Sigue una disposición parecida al gran vector del QRS, orientándose en promedio entre  $+40^{\circ}$  y  $+60^{\circ}$  aunque desviaciones desde  $+120^{\circ}$  a  $-10^{\circ}$  no pueden considerarse como anormales. La deflexión de la onda P en las distintas derivaciones es básica para su determinación.

**b.- Vector de despolarización ventricular:** Está compuesto por 3 componentes : el  $1^{\circ}$  correspondiente al septum interventricular, el  $2^{\circ}$ , resultante de las fuerzas contrapuestas entre la masa ventricular derecha e izquierda, y el  $3^{\circ}$  correspondiente a las porciones póstero-basales de los ventrículos. Al ser secuencial en el tiempo la aparición de estos tres componentes, obtendremos consecuentemente en el Electrocardiograma las ondas QRS, correspondiendo Q al  $1^{\circ}$  vector septal, R al gran vector de los ventrículos, y S a los vectores de las porciones basales.

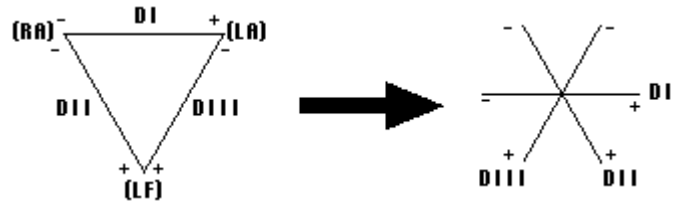
**c.- Vector de repolarización ventricular:** Corresponde a las fuerzas de recuperación ventricular, identificándose con la inscripción de la onda T. Desde un punto de vista clínico tiene un interés restringido. Ver figura 1-8.

#### 1.2.9.1 ÂQRS. Construcción del sistema hexaxial

El cálculo del eje del complejo QRS (ÂQRS) se realiza sobre un sistema hexaxial. Éste lo obtendremos desplazando los eje de las derivaciones

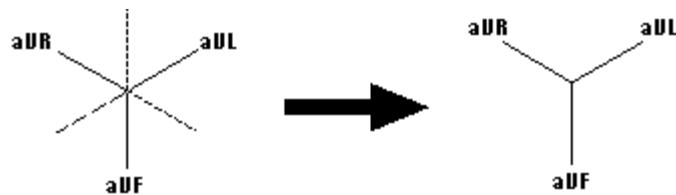
bipolares al centro del triángulo que formaban previamente (donde teóricamente está situado el corazón).

**Figura 1.26** Eje de las derivaciones Bipolares.



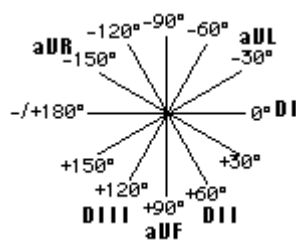
Después uniremos las derivaciones unipolares con este centro imaginario, y prolongaremos esta línea.

**Figura 1.27** Eje de las derivaciones Unipolares.



Uniendo esto dos sistemas referenciales, construiremos el llamado Sistema Hexaxial; sobre el que situaremos el eje del QRS, que determina cual es la dirección principal que toma la activación eléctrica del corazón (expresándolo de una forma simple).

**Figura 1.28** Sistema Hexaxial.



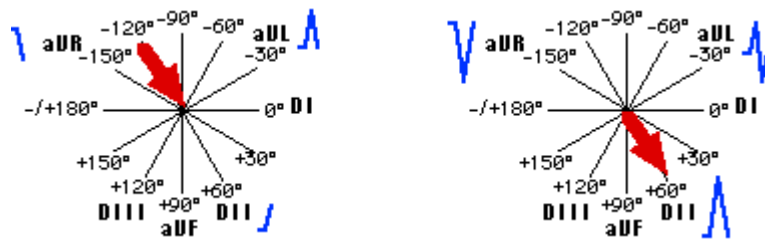
### 1.2.9.2 ÂQRS. Cálculo del eje

Existen diversos métodos para calcular el eje del complejo QRS sobre un sistema hexaxial. El que propongo sólo utiliza dos parámetros (quizás tres).

Primero hay que localizar cual es la derivación del plano frontal que registra un complejo QRS isodifásico (es decir un complejo con una onda positiva y una onda negativa - o viceversa - de magnitudes similares). Esta derivación nos dirá cual es su perpendicular y sobre ésta estará situado el vector que representa la dirección principal de la activación ventricular. Para saber hacia cual de las dos posibles direcciones se dirige este vector, miraremos si esta derivación registra una onda predominantemente positiva o negativa. Si es positiva el vector se dirige hacia ella y si es negativa se aleja.

Observemos los siguientes gráficos (para hacerlo más comprensible se ha descompuesto el proceso en dos secuencias):

**Figura 1.29** Calculo del eje.

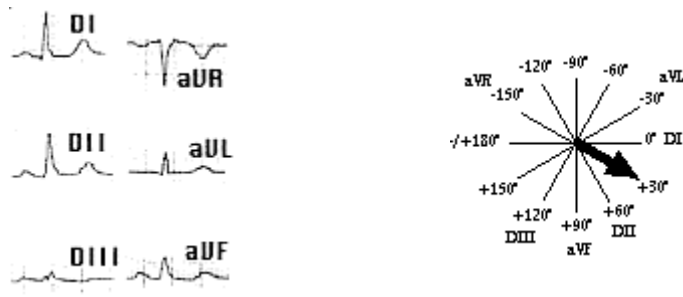


Se trata de un ÂQRS de 60°. La derivación que registra un complejo isodifásico es aVL y por lo tanto el vector que representa la dirección principal de la activación ventricular (ÂQRS) se encuentra sobre la perpendicular a aVL que es DII. Una vez hemos llegado a este punto sólo tenemos dos posibilidades +60° o -120°. Dado que DII registra una onda predominantemente positiva (totalmente positiva en este caso), el vector esta encarando a DII y por lo tanto el valor del ÂQRS es de +60°.

### 1.2.9.3 Ejemplo para el cálculo del Eje.

#### 1.2.9.3.1 ÂQRS de +30°

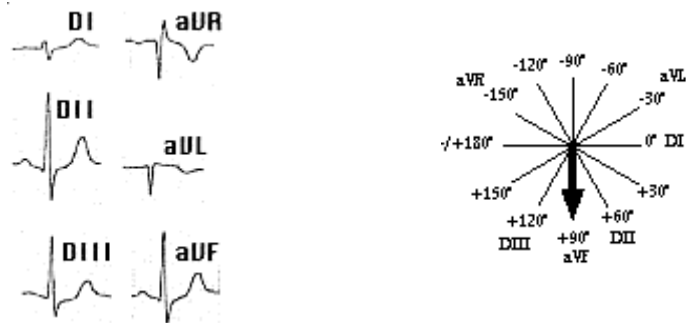
Figura 1.30 Calculo de un eje a +30°.



La derivación que registra un complejo QRS isodifásico es DIII. Su perpendicular se sitúa sobre aVR. Esta derivación registra un complejo QRS predominantemente negativo, por lo tanto el ÂQRS en este caso es de +30°.

#### 1.2.9.3.2 ÂQRS de +90°

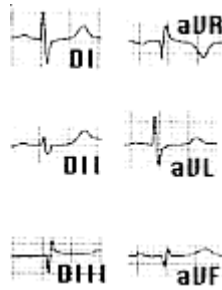
Figura 1.31 Calculo de un eje a +90.



La derivación que registra un complejo QRS isodifásico es DI. Su perpendicular se sitúa sobre aVF. Esta derivación registra un complejo QRS predominantemente positivo, por lo tanto el ÂQRS en este caso es de +90°.

### 1.2.9.3.3 ÂQRS Indefinido.

Figura 1.32 Calculo de un eje Indefinido.



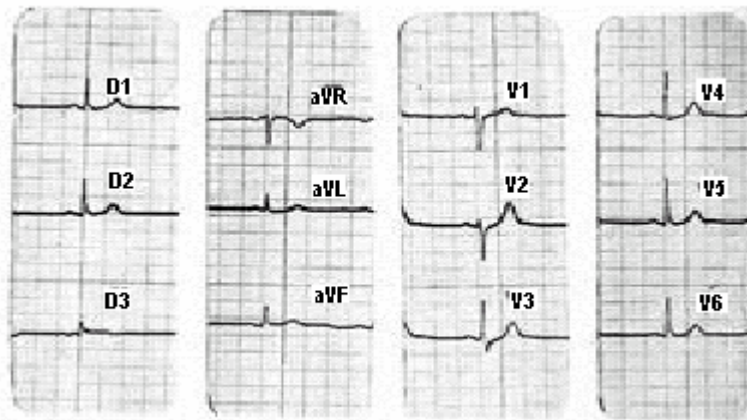
En este caso todos los complejos son isodifásicos y no podemos calcular el eje. De hecho el eje es perpendicular al plano frontal.

### 1.2.10 El electrocardiograma (ECG) Normal

Los patrones electrocardiográficos de normalidad quedaron establecidos hace tiempo, y hoy en día, con unos conocimientos adecuados, son pocas las dudas diagnósticas que debe plantearnos un ECG. El propio Einthoven asignó una denominación a cada onda del ECG a medida que se éstas se iban inscribiendo, y así quedó establecido denominar **P** a la primera onda, y **Q, R, S, T** y **U** a las sucesivas. Entre ondas, existen intervalos, segmentos, y puntos de referencia de un gran interés diagnóstico. Estos son; el intervalo **PR**, el punto **J**, el segmento **ST**, y el intervalo **QT** principalmente.

Dentro de los que se considera un patrón electrocardiográfico normal, existen amplias variaciones, en lo que se refiere a frecuencia cardiaca, duración del PR, eje eléctrico, disposición de las ondas de repolarización ventricular entre otras. En general un ECG normal, deberá en todo caso parecerse al de la (figura 1-33).

**Figura 1-33.** Electrocardiograma Normal.



El anterior es un trazado electrocardiográfico de 12 derivaciones cuyas características lo sitúan dentro de los límites normales, tanto para el eje de QRS como para voltajes de ondas e intervalos entre ellas.

#### **1.2.11 Rutina de interpretación.**

Es muy importante a la hora de enfrentarse a un ECG seguir una rutina invariable de observación para una correcta interpretación. Si así lo hacemos, difícil será errar en el diagnóstico final. Los pasos obligados a seguir frente a cualquier trazado son los siguientes:

- Determinar la frecuencia cardiaca.
- Diagnosticar el tipo de ritmo.
- Calcular el AQRS en el plano frontal.
- Medir intervalo PR y/o PP.
- Estudio de la onda.
- Estudio del QRS.
- Análisis del segmento ST y onda T.
- Medida del QTc en varias derivaciones y promediarlo.
- Verificar la presencia de onda U.

## **1.2.12 Aspectos a considerar en la interpretación del ECG.**

**1.2.12.1 FRECUENCIA CARDIACA:** La frecuencia cardiaca (FC) de reposo varía entre 60 y 100 cpm, pero FC ligeramente superiores ó inferiores a estos valores suelen ser detectadas con a menudo, siendo mas altas en niños y sujetos en estado de ansiedad, y mas bajas en ancianos y deportistas entrenados. Es bastante habitual en jóvenes observar en el curso del registro una arritmia sinusal casi siempre de tipo respiratorio, y en la que los RR casi nunca superan el 50% en exceso del valor previo.

**1.2.12.2 EJE ELECTRICO (AQRS):** Lo mismo que la FC el AQRS puede variar ampliamente desde valores de  $+120^\circ$  en niños hasta  $-10^\circ$  en adultos y ancianos. Por lo común un AQRS medio normal se sitúa entre  $+40^\circ$  y  $+60^\circ$  medido en el plano frontal.

**1.2.12.3 ONDA P:** Ya dijimos que representaba la sístole eléctrica y mecánica de ambas aurículas. Su vector máximo se dirige desde arriba a abajo, de derecha a izquierda y de atrás hacia adelante. Habitualmente suele ser redondeada, de ramas simétricas, de bajo voltaje en relación al QRS y onda T, y por lo común monofásica, aunque no es excepcional encontrarla con dos componente difásicos (positivo/negativa) en D1, aVL, y a veces en D3 y aVF. Para su estudio, las derivaciones D2, y V1-V2 aportan la mejor perspectiva.

Anomalías de la onda P nos pueden informar acerca de trastornos de la conducción interatrial y de crecimiento y dilatación de las cavidades auriculares. Trastornos en su cadencia, son característicos de enfermedad del nódulo sinusal.

**1.2.12.4 INTERVALO Y SEGMENTO PR:** Este período representa el tiempo transcurrido desde el inicio de la activación auricular hasta el inicio de despolarización ventricular. Varía entre 0.12 y 0.20 segundos. Períodos mas

cortos son típicos del síndrome de conducción acelerada, y los mas largos son típicos de trastornos de la conducción AV de diverso grado.

Para una correcta medición debe tomarse el inicio en el principio de la onda P y el final en el comienzo de la onda Q ó de R si aquella no existiese. El trazado del segmento PR debe superponerse a la línea isoeleétrica.

**1.2.12.5 COMPLEJO QRS:** Representa la despolarización ventricular (sístole eléctrica). Los valores para el AQRS ya han quedado previamente establecidos, y se habla de "corazón vertical" cuando el AQRS se sitúa mas allá de 90° y de "corazón horizontal" cuando el AQRS está desplazado mas allá de los 0°. Su duración normal oscila entre 0.06 y 0.10 seg. Valores superiores indican trastornos de la conducción intraventricular (bloqueos de rama).

La onda Q es generalmente estrecha (inferior a 0.04 seg) y poco profunda (alrededor de 1-2 mm). No obstante en vagotónicos y en corazón muy verticalizados pueden observarse ondas Q de mayor voltaje en D1, y aVL no necesariamente patológicas. La onda Q patológica, se considera que está fuertemente vinculada a la necrosis miocárdica.

La onda R en sujetos sin cardiopatía, puede tener un voltaje que a veces no supera los 6-8 mm y ocasionalmente puede llegar a 25 mm (V5). Es interesante medir el tiempo de deflexión intrinsecoide (TDI) que es el período que media entre zenit y el nadir de R, es decir, desde el principio al final de R.

En V5 el TDI no debe superar los 0.045 seg. Alargamientos del TDI sugieren trastornos de la conducción intraventricular, y crecimientos ventriculares. La onda S, se inscribe tras la onda R, y no siempre está presente. En precordiales derechas representa el alejamiento del gran vector de ventrículo

izquierdo, mientras que en V5 y V6 son la resultante de los terceros vectores de las porciones cardíacas póstero-basales.

**1.2.12.6 INTERVALO QT:** Es la expresión eléctrica de toda la sístole ventricular. Comprende desde el principio de la onda Q ó R hasta el final de T. Conviene por tanto buscar aquellas derivaciones en las que la onda Q y la onda T sean bien patentes. Ya dijimos en el primer capítulo, que el QT variaba con arreglo a la FC, de modo que a mas FC menor valor de QT y viceversa. Sugerimos recordar o repasar las fórmulas correctoras del QT.

Algunas enfermedades (síndrome de Romano-Ward, y el de Jerwell-Lange-Nielsen), así como drogas (digital, quinidina, antiarrítmicos del grupo I, derivados tricíclicos) y determinados trastornos electrolíticos ( en especial la hipocalcemia ) modifican sustancialmente los valores del QT, predisponiendo el corazón a arritmias ventriculares ocasionalmente severas.

**1.2.12.7 ONDA T Y SEGMENTO ST:** El segmento ST se mide desde el final de QRS (punto J) hasta el inicio de la onda T. Suele estar nivelado con la línea isoeléctrica, aunque en condiciones normales tiende a supradesnivelarse con la bradicardia y la vagotonía, y a infradesnivelarse con la taquicardia. Desplazamientos positivos superiores a 2 mm ó inferiores a 1 mm en relación a la línea isoeléctrica, suelen estar provocados por trastornos isquémicos miocárdicos.

La onda T, representa la repolarización ventricular, y al contrario que la despolarización suele ser de inscripción mucho mas lenta y de ramas asimétricas, siendo mas lenta la rama ascendente que la descendente. La onda T es positiva en D1, D2, aVL, aVF, y de V3 a V6, mientras que suele ser negativa o aplanada en las otras derivaciones. Ondas T negativas desde V1 a V4 suelen observarse con frecuencia en mujeres de mediana edad sin cardiopatía.

**1.2.12.8 ONDA U:** Es una inscripción de pequeño voltaje y de significado incierto, que cuando aparece lo hace tras la onda T, en las derivaciones V4 y V5, siguiendo la misma polaridad que la onda T que le antecede. Algunos autores han querido ver su significado en la repolarización del sistema de Purkinje. La hipercalcemia, la hipokaliemia, la acción de la digital y la quinidina, y la bradicardia favorecen su presencia.

## **2. TEORIA DE WAVELET**

### **2.1 BREVE HISTORIA DE LA TEORIA DE WAVELET.**

Durante los últimos 20 años las Wavelets han tenido un gran desarrollo, las cuales han tomado gran importancia dentro de los diferentes campos.

Los orígenes de las Wavelet no son muy claros, por esto se dice que su origen viene de diferentes campos de aplicación de las herramientas matemáticas al procesamiento de señales.

Uno de los posibles orígenes de las Wavelet data de la siguiente manera:

En 1970 J. Morlet Un ingeniero geofísico de la compañía petrolera Francesa "Elf Aquitaine", aparece con una alternativa para la transformada corta de tiempo de Fourier. El procedimiento estándar de la transformada de Fourier consiste en pasar primero la señal a través de una ventana y luego se calculan los coeficientes de Fourier. La cantidad a tomar del producto interno de la señal con la ventana de funciones de Fourier depende de dos parámetros, la localización de la ventana y el rango de la frecuencia de los coeficientes.

La señal que Morlet buscaba analizar consistía de diferentes rasgos en tiempo y frecuencia la cual él buscaba entender, pero los componentes de las altas frecuencias tenían un corto espacio de tiempo en comparación de

sus bajas frecuencias. A demás para ganar resolución en tiempo para las altas frecuencias transitorias, él podía escoger un ancho de banda para la transformada corta de tiempo de Fourier. Por otro lado Morlet buscaba una buena resolución para los componentes de baja frecuencia y que llamó transformada corta de tiempo de Fourier para banda angosta.

Para llevar a cabo los dos fines de una transformada simple, Morlet viene con la idea de generar las funciones en varios caminos: El toma una onda de cosenos y la pasa a través de una ventana (Una función Gaussiana con su ancho ajustado de modo que los picos cerrados sean centrados a la mitad de su amplitud) y la función Gaussiana es comprimida en tiempo para obtener una función de altas frecuencias o extendida en el tiempo para obtener una función de bajas frecuencias. A demás para investigar que sucede a diferentes tiempos esa función es cambiada en el tiempo. Esta transformada de funciones depende luego de dos parámetros: su localización en el tiempo y el grado de dilatación o escala.

Morlet luego tomaría el producto interno de la señal que quería analizar (una señal Sísmica) con todas esas transformada de funciones. Eso fue una gran diferencia, entre la Transformada de Funciones comparada con la Transformada estándar de Fourier.

En el trabajo de Morlet las funciones de alta frecuencia fueron muy angostas mientras que las de baja frecuencia no lo son. Muchos cambios existen en la transformada de funciones, la cual Morlet denominó como transformada de Wavelet.

Luego Morlet buscó ayuda para darle una base matemática a su transformada y acude con A. Grossmann, un físico teórico que ha trabajado mucho en mecánica cuántica, Grossmann observa que un problema similar sucede en sus investigaciones y que la Transformada de Fourier fija rasgos locales de la función.

Grossmann reconoce en la transformada de Morlet algo similar a los formalismos de estado coherente, una técnica que él ha usado provechosamente en mecánica cuántica. Grossman construye una fórmula de inversión exacta para la transformada de la integral de Morlet y explora en varias aplicaciones.

Después de lo anterior vino un gran desarrollo de sobre esta nueva herramienta.

En Spring(1985), Y. Meyer, un matemático puro de la escuela politécnica de París oye sobre el trabajo de Grossmann y Moret . Cuando Meyer lee los documentos, los analiza y reconstruye la fórmula, él descubre una fórmula que A. Calderón ha introducido en el análisis de armónicos en 1960. "El análisis de Armónicos" es una disciplina en matemática pura que creció separada del análisis de Fourier. En los diferentes campos del análisis de armónicos, algunos importantes campos conciernen al estudio de las singularidades, operadores integrales con singularidades de Kernel (tal como la Transformada de Hibert), integrales de singularidad osciladora, etc... Una de las raíces de este campo es la teoría de Littlewood-Paley, desarrollada en 1930, la cual usa dyadic (en bloques de escala por factores de dos) reagrupando la transformada de Fourier de una función en un orden que se pueda repartir caracterizando más efectivamente las singularidades de la función. Esta reagrupación por escala es un espectro de fondo del papel que muestra las escalas en la transformada de Wavelet.

Similarmente la fórmula de Calderón es diseñada para ser herramienta en el análisis de ciertos operadores integrales con la singularidad integral de Kernels, usada en diferentes escalas, de una manera similar a la transformada de Wavelet de Grossmann y Morlet. Después de todo una singularidad es realmente una manifestación extremadamente localizada de altas frecuencias, así esta no sea sorprendente, esto es lo que las Wavelet

aprovechan, para su localización cada vez más precisa como el incremento de la frecuencia, el cual es muy apropiado.

Meyer un prominente experto en estos campos reconoce esos enlaces con el análisis de armónicos; siendo él muy entusiasta sobre todas las nuevas áreas de aplicación para el conocimiento del análisis de armónicos, así como también intrigado por la diferente interpretación que Grossmann y Morlet dan a la fórmula de Calderón.

Meyer entró en contacto con ellos y esto marcó el comienzo de una interacción entre el análisis de armónicos puros y los investigadores aplicados, beneficiando ambas comunidades.

Meyer fue intrigado especialmente por las series Wavelet; ellas sistemáticamente usan familias redundantes de Wavelet debido a una subliminal creencia que la redundancia era inevitable para obtener una buena localización de Tiempo - Frecuencia (como es el caso de la Transformada de Gabor). (Series similares fueron en efecto desarrolladas a la vez por los analistas de armónicos M. Frazier y B. Jawerth también independientemente del desarrollo de las series de Wavelet). Después de haber identificado este mensaje subliminal, Meyer reflexiona sobre la búsqueda de una raíz para esta creencia.

Pocos meses después él no encontró la raíz de lo que buscaba, pero sí realizó una excelente construcción de una base Wavelet ortonormal con excelentes propiedades de localización en tiempo - Frecuencia. Con P.G. Lemarié, Él pronto generalizó esta construcción para N dimensiones. (Luego resultó que J.O. Stromberg, otro analista de armónicos, construyó una base Wavelet ortonormal diferente pocos años antes, pero su importancia no fue tomada en cuenta a tiempo).

Pocos meses después Lemarié y G. Battle aparecen independientemente y con técnicas diferentes, con construcciones de bases Wavelet que consisten de funciones Spline, con mejor decadencia (exponencial) que las Wavelet de

Meyer, con el precio de alguna pérdida de regularidad. ( $C^k$  en vez de  $C^\infty$ ). (Leamairé un estudiante de Meyer, es una analista de armónicos; Battle, sin embargo es un físico matemático, muy interesado en el campo de la teoría cuántica. Junto con P. Federbush han construido una elaborada maquinaria, la cual viene técnicamente mucho más simple, después de descubrir una suave y bien localizada base Wavelet. La construcción de Battle fue inspirada por el grupo de técnicas de renormalización, una herramienta usada en el campo de la teoría cuántica, que envuelve el estudio e fenómenos a diferentes escalas). Esas construcciones fueron muy ingeniosas.

En el verano de 1986, S. Mallat, luego de graduarse en Penn, tomo un descanso para ir de vacaciones. Allí se encontró un amigo de estudio, quien es un estudiante graduado de Meyer y quien le menciona sobre las nuevas bases de Wavelet. Mallat se interesó mucho sobre este campo al reconocer diferentes aspectos semejantes a algunos trabajos que él realizaba. El campo de especialización de Mallat era la visión por computador y el análisis de imágenes, este conocimiento común sobre los rasgos burdos en una imagen son objetos de grandes escalas, considerando que los rasgos de finas escalas deben ser estudiados más localmente. (Esto falla cuando se toman texturas donde los rasgos de finas escalas pueden tener una gran longitud de correlación). Este principio es la base de la representación espacio - escala de A. Witkin y esto inspiró la construcción Piramidal del Laplaciano de P. Burt and E. Adelson. Así la filosofía de la descomposición de las Wavelet, donde se usa una función corta para los rasgos de finas escalas y una más amplia para los rasgos burdos. En la teoría de Visión, un camino para la representación de multiescala es separar las diferentes escalas paso por paso. En el esquema de la pirámide Laplaciana, por ejemplo usted computa una versión borrosa de una figura y extrae la original, la diferencia dada es un diseño de los rasgos de las finas escalas los cuales son separados en pequeños pedazos elementales. Los pasos sucesivos del

decrecimiento espacial son resoluciones obtenidas representadas por el procedimiento en la figura borrosa.

Mallat regresa a Penn y concibe una estructura de pasos similares para las expansiones de Wavelet, en que todos los términos corresponden a una escala en la descomposición Wavelet de una función, desde luego él dio la diferencia entre dos acercamientos consecutivos.

Mallat oye que Meyer visitaría Chicago, fue a su encuentro a quien le mostró todo su trabajo sobre el "análisis de Multiresolución", con un trabajo en el cual explicaba con detalles la construcción de bases Wavelet y la forma tan fácil como se realizaba para la construcción de bases ortonormales de Wavelet. (En 1992, Lemarié y P. Auscher proveen que si las bases Wavelet tienen alguna decencia luego las Wavelets tienen alguna razonable propiedades de localización de Tiempo - Frecuencia estos pasos son necesarios para un proceso de multiresolución.) Más importante aún, el análisis de multiresolución llevó a un simple y recursivo algoritmo de filtro para computar la descomposición wavelet de una función de aproximación desde las más finas escalas. El filtro que corresponde a las bases de Meyer o de Battle - Lemarié son infinitos y pueden ser truncados para implementación directa. (Aunque otras implementaciones, por medio de la transformada rápida de Fourier y multiplicación en el dominio de Fourier, también trabajan con truncación. Por otro lado Stromberg fácilmente se dio cuenta que estas bases corresponden a filtros IIR realizados con la racional transformada Z, así que esta implementación puede ser hecha con truncación).

Esto llevó a la pregunta de cómo obtener bases Wavelet para el cual tal truncación no fuera necesario. La respuesta fue un trabajo hacia atrás: En vez de derivar los filtros de una base Wavelet, construir primero un par de filtros FIR apropiados y luego investigar si ellos corresponden a una base Wavelet ortonormal.

Este fue el punto de partida para la construcción a comienzo de 1987 de una base Wavelet ortonormal de soporte compacto. (Una completa caracterización del par de filtros que da origen a una base Wavelet ortonormal está dada por A. Cohen y W. Lawton pocos años después).

Ingenieros eléctricos, como analistas de armónicos se han ido acostumbrando a la idea de agrupar las frecuencias con un ancho de banda proporcional a la frecuencia en esa banda. Este es un ancho de banda relativo constante o denominado filtro constante Q. Una forma para obtener tal división es un trabajo realizado iterativamente; primero el rango completo de frecuencia (de una función de banda limitada) es dividido en dos aplicando dos filtro un pasa alto y un pasa bajos, luego las bajas frecuencias pueden ser divididas de nuevo de la misma forma y así sucesivamente. Donde las diferentes componentes que resultan de este proceso tienen diferente ancho de banda y ellos corresponden a la diferencia de tasa de muestreo de Nyquist, un camino fácil para obtener la versión muestreada correctamente de todos los componentes, es retener solo la mitad de los componentes de salida muestreados en todos los pasos filtrados. Porque los filtros usados no son perfectos, tal muestreo crítico da origen a señal suave que puede conducir a un inaceptable artefacto para la reconstrucción si los filtros no son diseñados cuidadosamente.

En los años de 1970 A. Croisier, D. Esteban, y C. Galland descubrieron un procedimiento para diseñar una cancelación exacta de la curva suave: Filtro espejo cuadrado (QMF) aquí nació. Luego 10 años después, en 1983 M. Smith y T. Barnwell e independientemente F. Mintzner, descubren el par QMF- semejante que da una exacta reconstrucción. (M. Vetterli hace algo similar poco después). Esos pares de cuadratura del filtro conjugado (CQF) fueron exactamente los tipos de pares de filtros, que los investigadores, en la investigación de bases Wavelet ortonormal redescubrirían pocos años después, desde un ángulo completamente diferente. (Las propiedades

matemáticas que fueron respuesta de las bases Wavelet, tales como la suavidad, también se hicieron para diferentes contradicciones de diseño).

En efecto, en el tiempo del desarrollo de las Wavelet, también se es consciente del desarrollo de los CQF, Smith y Barnwell y sus estudiantes se han movido sobre una construcción más complicada que diseñaron muchos más filtros simultáneamente, más bien una estructura con dos canales a cada división, como se describió arriba. Para muchas aplicaciones prácticas en ingeniería eléctrica que ellos tuvieron en mente, estos pasos conducen al mejor desempeño. (Aún con la estructura de árbol, Smith y Barnwell típicamente dividirían todas las ramificaciones, todas las veces, en vez de partir solo las bandas de bajas frecuencias).

La fácil implementación de descomposición en bases Wavelet no era por lo tanto nada nuevo para los ingenieros eléctricos, y los resultados que se proveerían alrededor de las wavelets ocasionaría sorpresa y algún resentimiento en la comunidad de filtros de sub bandas. Al final la mutua conciencia de las Wavelet y las comunidades de filtros de sub banda no obstante benefició a ambos.

Los investigadores de Wavelet se beneficiaron de los trabajos y los conocimientos de Vetterli y sus estudiantes, o de P.P.Vaydyanathan y sus colaboradores.

Por otro lado, los diferentes puntos de vista de la teoría de Wavelet los cuales enfatizan en la localización de tiempo o espacio tal como la localización de frecuencia, en el cual los filtros tradicionales fueron exclusivamente más enfocados, condujo al desarrollo de enfoques y las aplicaciones arraigadas en el conocimiento matemático de las bases Wavelet y sus propiedades de aproximación, que no estarán seguidas naturalmente de solo de algoritmos de filtros de sub bandas.

La teoría de aproximación se interesó en las Wavelet, con lo cual dejaron las teorías anteriores gracias a las ventajas del análisis de multiresolución. Muchos de los conocimientos del análisis de armónicos fueron escritos por

Meyer en la forma de desigualdades que establecieron correspondencias entre lisura y/o propiedades de decaimiento de una función y como bien esta puede ser aproximada por las expansiones de Wavelet en varias normas.

Los rasgos importantes matemáticamente hablando de todas esas desigualdades, son que ellas usan solo el valor absoluto de los coeficientes de la Wavelet y no sus signos (Para coeficientes reales) o fases (en caso de complejas). En las matemáticas las Wavelet proveen bases incondicionales para gran cantidad de clases o funciones espaciales; este concepto es de interés tanto para analistas de armónicos como para los teóricos de la aproximación. Esas propiedades matemáticas surgen para ser importantes desde el punto de vista de las aplicaciones, también como se muestra en el trabajo de W. Dahmen(análisis de numérico), R. Coifman (más recientemente en aproximación lineal) y D. Donoho(estadística) y sus respectivos colaboradores. Para muchas aplicaciones matemáticas, esto es útil por tener Wavelet que son funciones Spline. En ese caso corresponden al análisis de multiresolución del anidado espacio Spline.

Los costos de desarrollo toman lugar además en redundantes representaciones de las Wavelet y además se buscan aplicaciones en otros campos. Las bases Wavelets ortonormales también dan origen a los paquetes de bases Wavelet; esto es notable ya que su construcción fue inspirada viendo la descomposición Wavelet como una secuencia de filtros. Las bases Wavelet no necesitan ser ortonormal; se realizó un trabajo de generalización con dos bases duales de Wavelet (Wavelet biortonormal) el cual son muchas veces preferidas en las aplicaciones.

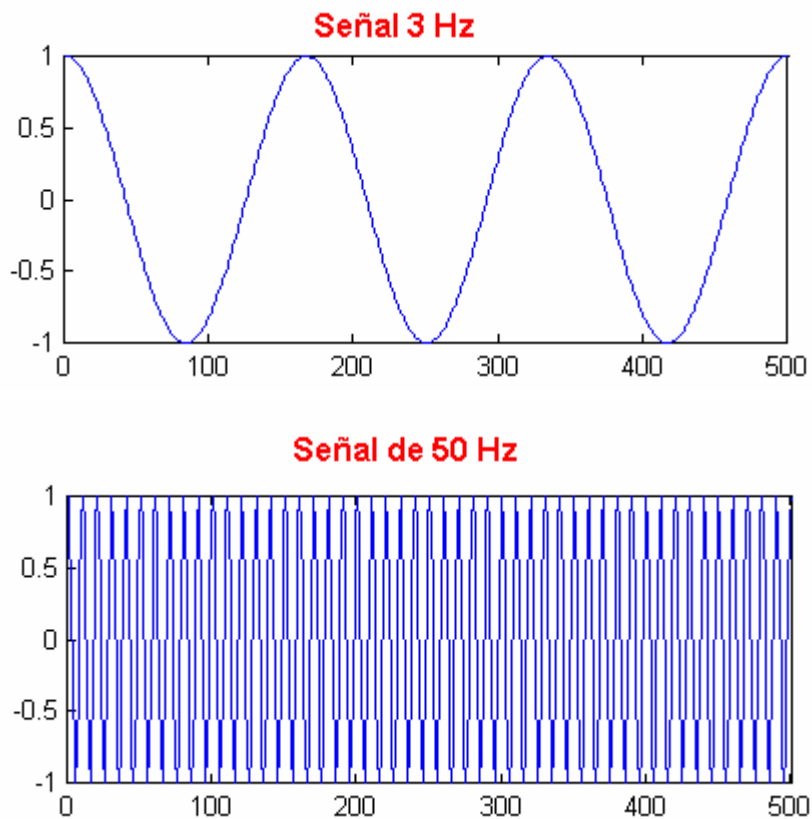
## 2.2 INTRODUCCIÓN A LAS WAVELETS

La mayoría de las señales en la práctica, son representadas en el plano TIEMPO - DOMINIO. Que es, cualquier señal que se puede medir, considerándose esta una función de tiempo. En otras palabras, cuando nosotros tramamos la señal uno de los ejes es el tiempo ( variable independiente), y el otro (variable dependiente) es comúnmente la amplitud. Cuando nosotros dibujamos la señal en el plano tiempo - dominio, nosotros obtenemos una representación de la señal en función del tiempo y la amplitud. Esta representación no es siempre la mejor representación de la señal para la mayoría de las señales que se procesan en aplicaciones muy relacionadas. En muchos casos, la información más distinguida se oculta en el contenido de frecuencia de la señal. EL ESPECTRO de frecuencia de una señal es básicamente los componentes de frecuencia ( componentes espectrales) de esa señal. El espectro de frecuencia de una señal muestra qué las frecuencias existen en la señal.

Intuitivamente, sabemos que la frecuencia es algo que cambia de acuerdo a una rata de cambio en función de algo. Si algo ( una variable matemática o física, sería técnicamente el término correcto) si cambia rápidamente, decimos que es de frecuencia alta, pero si esta variable no cambia rápidamente, decimos que es de frecuencia baja. Si esta variable no cambia en todo su intervalo, entonces nosotros decimos que tiene frecuencia cero.

La frecuencia se mide en ciclos/segundo, o con un nombre más común, en "Hertz". Por ejemplo la corriente eléctrica que nosotros usamos en nuestra vida diaria es de 60 Hz. Esto significa que si usted trata de dibujar la corriente eléctrica, será una onda de seno que pasa 60 veces por el mismo punto en un segundo. Ahora, veamos las figuras siguientes. La primera es una onda seno de 3 Hz, la segunda es de 50 Hz.

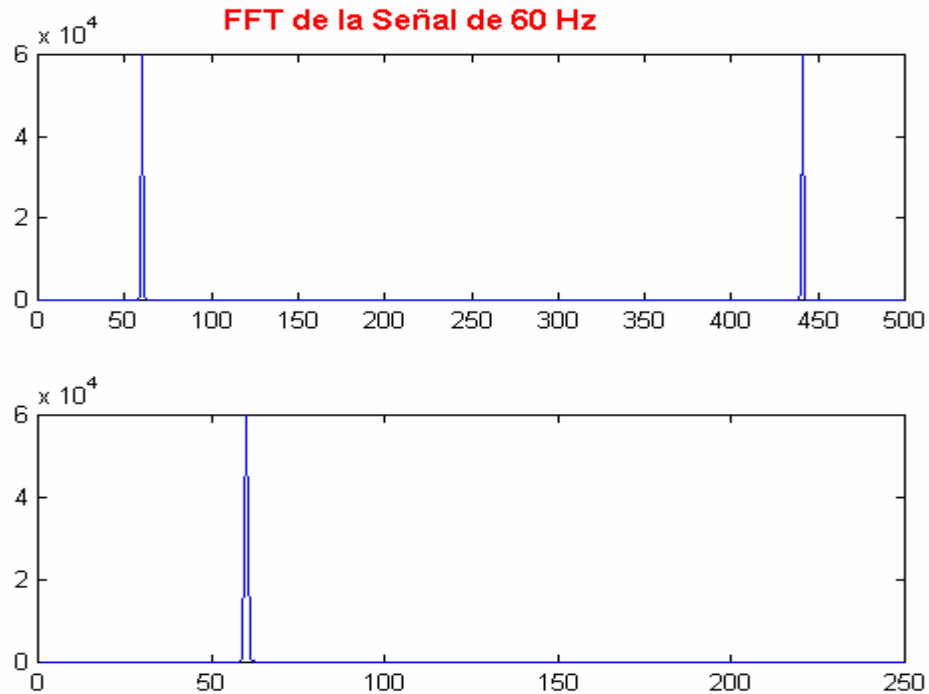
**Figura 2.1** Señales de 3 Hz y 50 Hz.



Por medio de la Transformada de FOURIER (FT) se mide la frecuencia de una señal. Si la FT toma una señal en el dominio de tiempo, la representación de la señal en el plano frecuencia - amplitud se puede obtener. La transformada de Fourier nos dice cuánto de cada frecuencia existe en la señal.

El comienzo del eje de frecuencia es desde cero, y va hasta el infinito. Para cada frecuencia, tenemos un valor de amplitud. Por ejemplo, si calculamos la FT de la corriente eléctrica, obtendremos un pico en 60 Hz, y nada en otra parte, si la señal tiene un único componente de frecuencia de 60 Hz.

**Figura 2.2** Transformada de Fourier



Como podemos observar en la figura anterior el espectro de una señal evaluada es siempre simétrica (para esto se debe tener en cuenta el número de datos a muestrear, es decir el número de datos tomados para calcular la FT debe ser del orden de  $2^n$ ). De lo anterior podemos deducir que para analizar una señal solamente se analiza la mitad de la FT obtenida. Los datos obtenidos en el espacio de frecuencia nos pueden mostrar información que no puede ver fácilmente en el plano tiempo - dominio.

Aunque la FT sea probablemente la transformada más popular en ser usada (especialmente en la ingeniería eléctrica), no es la única. Hay muchas otras transformadas que se usa bastante y muy frecuentemente por ingenieros y matemáticos. La transformada de Hilbert, La Transformada corta de tiempo de Fourier, las distribuciones Wigner, la Transformada Radon, y por supuesto nuestra transformación característica, la Transformada de Wavelet, constituyen una porción pequeña de una lista enorme de transformadas que

son disponibles en ingenierías y eliminación matemática. Cada técnica de transformación tiene su área propia de aplicación, con ventajas y desventajas, y la Transformada de Wavelet (WT) no es ninguna excepción.

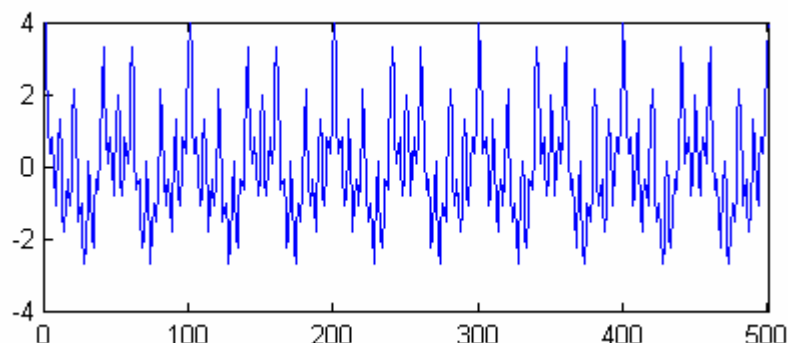
Para un mejor entendimiento de la WT veamos la FT más cerradamente. La FT (así como también WT) es una transformada reversible, esto es, permite para ir adelante y atrás entre la señal original y la procesada (transformada). Sin embargo, solo una de ellos es disponible a la vez. Esto es, ninguna información de frecuencia es disponible en el dominio de tiempo de una señal, y ninguna información de tiempo es disponible en la Transformada de Fourier de la señal.

Recordemos que la FT da la información de frecuencia de la señal, por medio de la cual nos dice que cantidad de cada frecuencia existe en la señal, pero no nos cuenta cuando en el tiempo estos componentes de frecuencia existen. Esta información no es requerida cuando la señal sea llamada estacionaria .

Las señales cuyo contenido de frecuencia no cambia en el tiempo son llamadas señales estacionarias. En otras palabras, el contenido de frecuencia de señales estacionarias no cambia en el tiempo. En este caso, uno no necesita saber cuantas veces los componentes de frecuencia existen, puesto que todos los componentes de frecuencia existen en todo momento.

Por ejemplo la siguiente señal:

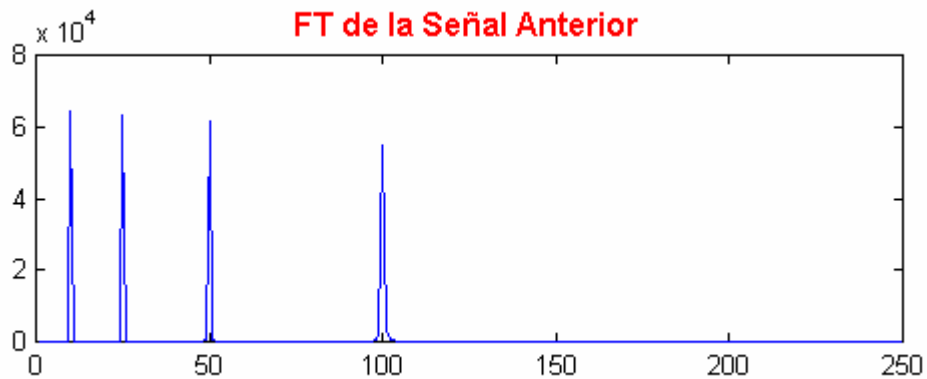
**Figura 2-3** Señal estacionaria.



$$x(t)=\cos(2*\pi*10*t)+\cos(2*\pi*25*t)+\cos(2*\pi*50*t)+\cos(2*\pi*100*t)$$

Esta es una señal estacionaria, porque tiene frecuencias de 10, 25, 50, y 100 Hz en cualquier instante determinado del tiempo. Veamos su FT de la señal anterior:

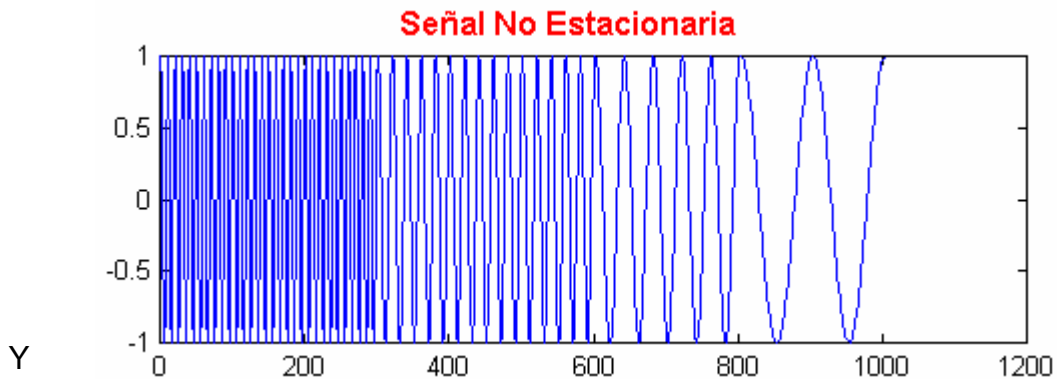
**Figura 2-4** Transformada de Fourier de la Señal estacionaria.



La figura anterior es la mitad de la señal debido a la simetría del espectro de frecuencia de la señal. Note los cuatro componentes espectrales que corresponden a las frecuencias 10, 25, 50 y 100 Hz.

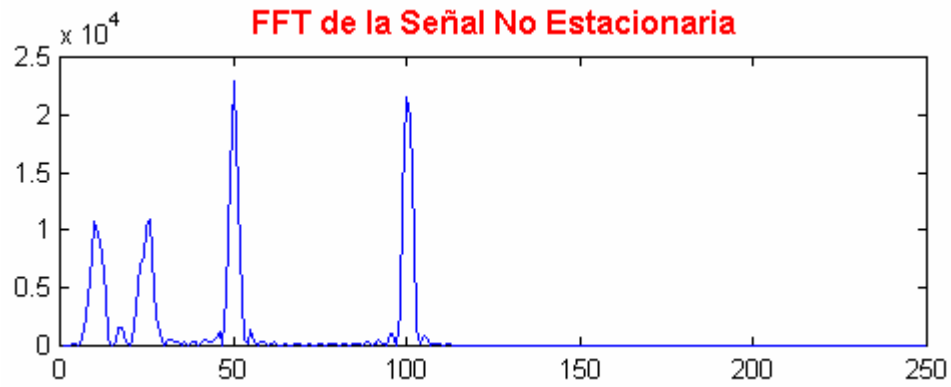
La contradicción a la señal anterior, es la siguiente señal la cual no es estacionaria. La figura siguiente muestra una señal cuya frecuencia constantemente cambia en el tiempo.

**Figura 2-5** Señal no estacionaria.



su FT;

**Figura 2-6** Transformada de Fourier de la Señal no estacionaria.



La figura anterior muestra una señal con cuatro componentes diferentes de frecuencia a cuatro intervalos diferentes de tiempo, de aquí en adelante la señal es no estacionaria. El intervalo 0 a 300 ms tienen una sinusoidal de 100 Hz, el intervalo 300 a 600 ms tienen una sinusoidal de 50 Hz, el intervalo 600 a 800 ms tiene una sinusoidal de 25 Hz, y finalmente el intervalo 800 a 1000 ms tienen una sinusoidal de 10 Hz.

Los rizados que se presentan en la señal FT, son debido a cambios súbitos de un componente de frecuencia a otro. Note que las amplitudes de los componentes de las altas frecuencias son más altas que los de baja frecuencia. Esto se debe al hecho, que las altas frecuencias duran más (cada 300 ms) que los componentes más inferiores de frecuencia (cada 200 ms). (El valor exacto de las amplitudes no son importantes). A excepción de esos rizados, todo parece tener razón. La FT tiene cuatro picos, correspondiendo a cuatro de frecuencias con razonables amplitudes.

Recuerde que en señales estacionarias, todos los componentes de frecuencia que existen en la señal, existen a lo largo de la duración entera de la señal. Hay 10 Hz en todo momento, hay 50 Hz en todo momento, y hay 100 Hz en todo momento.

De la señal anterior, sabemos que en el intervalo primero se tiene los componentes de las altas frecuencias, y en el último intervalo se tienen los componentes de las bajas frecuencias. Para esta señal los componentes de frecuencia cambian continuamente. Por lo tanto, para estas señales los componentes de frecuencia no aparecen en todo momento.

Ahora, comparando la FT de las dos señales; la similitud entre estos dos espectros debería ser evidente. Ambos espectros poseen cuatro componentes exactamente en las mismas frecuencias, es decir, a 10, 25, 50, y 100 Hz. A excepción de los rizados, y la diferencia en la amplitud (la cual puede siempre ser normalizada), los dos espectros son casi idénticos, aunque que sus correspondientes dominios de tiempo, de las señales no sean ni siquiera parecidos el uno al otro. Ambas señales involucran los mismos componentes de frecuencia, pero el primero tiene estas frecuencias en todo momento, el segundo tiene estas frecuencias a intervalos diferentes. Así ¿Como pueden los espectros de dos señales enteramente diferentes verse muy semejantes? Recuerde que la FT da el contenido espectral de la señal, pero ninguna información con respecto a donde aparecen esos componentes espectrales en el tiempo . Por lo tanto, la FT no es una técnica apropiada para señales no estacionarias, con una excepción:

La FT puede usarse para señales no estacionarias, si nosotros somos los únicos interesados en saber qué componentes espectrales existen en la señal, pero no interesado donde estos ocurren. Sin embargo, si esta información se necesita, es decir, si queremos saber, que componente espectrales ocurren a qué tiempo (intervalo) , entonces la transformada de Fourier no es la mejor transformada para usar.

Para propósitos prácticos es difícil hacer la separación, donde hay muchas señales estacionarias prácticas, así como también unas no estacionarias . Casi todas las señales biológicas, por ejemplo, son no estacionarias. Algunas

de las más famosas son la señal electrocardiográfica ECG, la señal electroencefalografía EEG, y la señal electromiograma EMG ( actividad eléctrica de los músculos).

Cuando la localización de tiempo de los componentes espectrales son necesarios, una transformada da la representación tiempo - frecuencia de la señal es necesaria.

### **2.3 LA TRANSFORMADA DE WAVELET**

La transformada de Wavelet es una transformada que provee la representación de tiempo - frecuencia de una señal.

Frecuentemente un componente espectral particular que ocurre en cualquier instante puede ser de interés particular. En este caso puede ser muy beneficioso saber los intervalos de tiempo de estos componentes espectrales particulares que ocurren. Por ejemplo, en EEG, la latencia de un suceso de potencial relacionado es de interés particular (el evento potencial relacionado, es la respuesta del cerebro al destello como estímulo de luz específico, la latencia de esta respuesta es la cantidad de tiempo que transcurrió entre la iniciación del estímulo y la respuesta).

La Transformada de Wavelet es capaz de proveer información simultánea de tiempo y frecuencia, de aquí se obtiene una representación de la señal en tiempo - frecuencia.

Como trabaja la Transformada de Wavelet, es completamente una historia diferente, y debe explicarse después de la transformada de tiempo corto de Fourier (STFT), la cual analizaremos desde el punto de vista matemático. La WT se desarrolló como una alternativa al STFT.

Basta en este momento decir que el WT se desarrolló para superar los problemas de resolución relacionado a los problemas de la STFT, como se explicara mas adelante.

La forma como la Transformada de Wavelet trabaja es de la siguiente manera: Se pasa la señal representada en el dominio de tiempo a través de varios filtros pasa altos y pasa bajos, que a la salida filtra las frecuencias altas o porciones de las frecuencias bajas de la señal. Este procedimiento se repite, cada vez para alguna porción de la señal que corresponde a algunas frecuencias que son removidas desde la señal.

Así es como esto trabaja: Supongamos que tenemos una señal que tiene frecuencias hasta 1000 Hz. En la etapa primera nosotros partimos arriba la señal en a dos partes pasando la señal por un filtro pasa altos y un filtro pasa bajos (los filtros deberían satisfacer algunas condiciones seguras, las llamadas condiciones de admisibilidad) que resulta en dos versiones diferentes de la misma señal: la porción de la señal que corresponde a 0- 500 Hz (la porción pasa bajo), y 500-1000 Hz (la porción pasa alto).

Entonces, tomamos otra porción (usualmente la porción pasa bajo) o ambos, y se realiza el mismo proceso nuevamente. Esta operación es llamada descomposición.

Asumiendo que tomamos la porción pasa bajos, ahora tenemos 3 conjuntos de datos, cada uno correspondiendo a la misma señal de frecuencias 0-250 Hz, 250-500 Hz, 500-1000 Hz.

Luego tomamos la porción pasa bajos de nuevo y la pasamos a través de los filtros pasa alto y pasa bajo; ahora tenemos 4 conjuntos de señales que corresponden a 0-125 Hz, 125-250 Hz, 250-500 Hz, y 500-1000 Hz.

Continuamos con esto hasta que tengamos descompuesto la señal para un cierto nivel pre definido. Entonces tenemos un manojito de señales, que realmente representa la misma señal, pero todos correspondieron a bandas diferentes de frecuencia. Sabemos cual señal corresponde a cual banda de frecuencia, y si ponemos todos ellos juntos y los dibujamos sobre un

diagrama tridimensional, tendremos tiempo en un de eje, frecuencia en el segundo y amplitud en el tercer eje. Esto nos mostrará las frecuencias que existen en un tiempo, pero hay un punto, llamado "el principio de incertidumbre", que afirma que, no podemos saber exactamente qué frecuencia existe a qué ejemplo de tiempo, pero podemos conocer qué bandas de frecuencia existen a ciertos intervalos de tiempo).

El principio de incertidumbre, originalmente se encontró y formuló por Heisenberg, declarando que, el momentum y la posición de una partícula móvil no puede conocerse simultáneamente. Esto aplica también a la transformada de Wavelet como se indica a continuación:

La información de tiempo y frecuencia de una señal en cierto punto en el plano tiempo - frecuencia no puede conocerse. En otras palabras: No podemos saber qué componente espectral exista en algún intervalo de tiempo dado. Lo mejor que nosotros podemos hacer es investigar qué componentes espectrales existen en cualquier intervalo determinado de tiempo. Este es un problema de resolución, y es la razón principal por la cual los investigadores han cambiado de STFT a WT. STFT da una resolución fija en todo momento, considerando que la WT da una resolución variable.

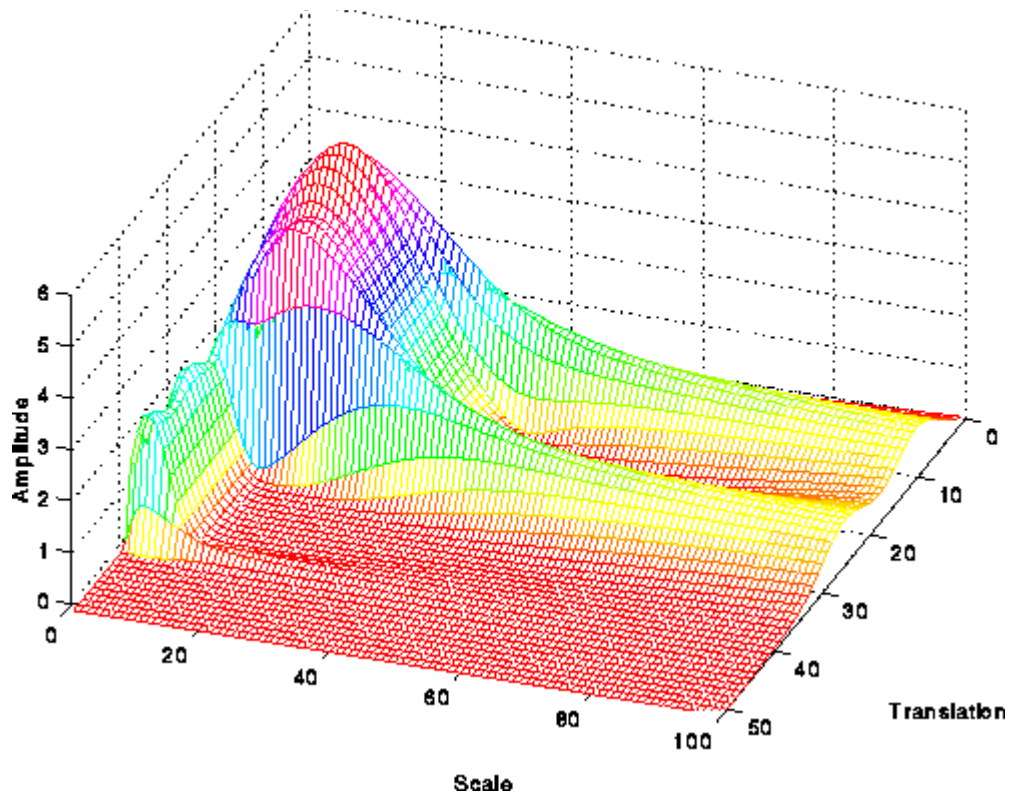
Las frecuencias más altas son mejor resueltas en el tiempo, y las bajas frecuencias son mejores resueltas en la frecuencia. Esto significa que, un componente seguro de frecuencia alta puede ubicarse mejor en el tiempo (con menos error relativo) que un componente de baja frecuencia. Por el contrario, un componente de baja frecuencia puede ubicarse mejor en la frecuencia, comparada con los componentes de alta frecuencia.

observemos lo siguiente:



La Transformada de Wavelet de la señal anterior.

**Figura 2-9** Transformada de Wavelet de la señal no estacionaria.



Robi Polikar 329 Durham Computation Center Iowa State University

Observe sin embargo, el eje de frecuencia en esta figura se marca como la escala. Debemos anotar en este momento que la escala es inversa de la frecuencia. Es decir; las escalas altas corresponden a frecuencias bajas, y las escalas bajas corresponden a frecuencias altas. Consecuentemente, el pequeño pico en la muestras corresponde a los componentes de altas frecuencias en la señal, y el pico grande corresponde a componentes de frecuencias bajas (que aparecen antes de los componentes de altas frecuencia en el tiempo) en la señal.

## 2.4 TEORIA MATEMÁTICA DE FOURIER Y WAVELET

Primero analizaremos la transformada de Fourier (FT), como primicia para entender la transformada de Wavelet (WT).

En el siglo XIX, el matemático francés J. Fourier, demostró que cualquier función periódica puede expresarse como una suma infinita de funciones exponenciales complejas. Muchos años después de haberse descubierto las propiedades de las funciones (periódicas), sus ideas se generalizaron primero para funciones, no periódicas y luego para señales no periódicas de tiempo discreto. Después de esta generalización, este proceso llegó a ser una herramienta muy apropiada para cálculos de computadora. En 1965, un nuevo llamado algoritmo de la Transformada rápida de Fourier (FFT) se desarrolló y FT llegó a ser aun más popular.

Veamos a continuación ahora como trabaja la Transformada de Fourier:

La FT descompone una señal en funciones de exponencial compleja, de frecuencias diferentes. La manera hace esto, es definido por las siguientes dos de ecuaciones:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) * e^{-j\pi ft} dt \dots \quad (1-1).$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) * e^{j\pi ft} df \dots \quad (1-2).$$

En la ecuación **(1)**: **t** se utiliza para el tiempo, **f** para la frecuencia, y **x** denota la señal a la mano. Note que la **x** denota la señal en el dominio de tiempo y la **X** denota la señal en el dominio de frecuencia. Esta convención se usa para distinguir las dos de representaciones de la señal. La ecuación **(1)** se llama la transformada de Fourier de **x(t)**, y la ecuación **(2)** se llama la Transformada inversa de Fourier de **X(f)**, la cual es **x(t)**.

Veamos la ecuación **(1)**:

La señal **x(t)**, se multiplica con un término exponencial, a alguna cierta frecuencia '**f**', y se integra sobre todo el intervalo de tiempo.

Note que el término exponencial en la Ecuación (1) puede escribirse también como:

$$\text{Cos}(2 * \pi * f * t) + j \bullet \text{Sin}(2 * \pi * f * t) \dots \quad (1-3).$$

La ecuación (3) posee una parte real de coseno de frecuencia  $f$ , y una parte imaginaria de seno de frecuencia  $f$ . Lo que realmente se hace es, multiplicar la señal original con una expresión compleja que tiene senos y cosenos de frecuencia  $f$ , luego integramos este producto. En otras palabras, agregamos todos los puntos en este producto. Si el resultado de esta integración (para algún tipo de suma infinita) es un valor grande, decimos que : la señal  $x(t)$ , tiene un componente fantasmal dominante a la frecuencia " $f$ ". Esto significa que, una porción importante de esta señal se compone de la frecuencia  $f$ . Si el resultado de integración es un valor pequeño, esto significa que la señal no tiene un componente importante de frecuencia de  $f$  en la señal. Si este resultado de integración es cero, entonces la señal no contiene una frecuencia " $f$ " en todo el intervalos.

Recuerde que si el componente de frecuencia " $f$ " aparece en el tiempo  $t_1$  o  $t_2$ , tendrá el mismo efecto sobre la integración. Este es por qué la transformada de Fourier no es apropiada si la señal tiene frecuencias variables en el tiempo, es decir; la señal es no-estacionaria. Solo si la señal tiene componentes de frecuencia " $f$ " en todo momento (para toda los valores " $f$ " ), entonces el resultado obtenido por la transformada de Fourier tiene sentido. Note que la transformada de Fourier nos dice donde existe o no un cierto componente de frecuencia. Esta información es independiente de donde aparece este componente en el tiempo.

Es por lo tanto muy importante para saber si una señal es estacionario o no, con anterioridad al proceso de la FT (Recuerde el ejemplo dado en el tema de introducción a las Wavelet).

### 2.4.1 LA TRANSFORMADA CORTA DE FOURIER EN EL TIEMPO (STFT).

Hay una única diferencia entre STFT y FT. En STFT, la señal se divide en segmentos suficientes pequeños, donde estos segmentos (porciones) de la señal pueden presumirse para ser estacionaria. Para este fin, una ventana de función " $w$ " se elige. La anchura de esta ventana debe ser igual a la del segmento de la señal donde su estacionalidad es válida.

Esta función de ventana es primero ubicada al comienzo de la señal. Es decir, la función de ventana se ubica en  $t=0$ . Suponemos que la anchura de la ventana es " $T$ ". En este momento instante ( $t=0$ ), la función de ventana se sobrepondrá con la primera  $T/2$  segundos (se asume que todas las unidades de tiempo están en segundos). La ventana de función y la señal se multiplican. Al hacer esto, solo los primeros  $T/2$  segundos de la señal está siendo elegidos, con los pesos apropiados de la ventana (si la ventana es un rectángulo, con la amplitud "1", entonces el producto será el valor de la señal), este producto se presume para ser simplemente otra señal, cuya FT está siendo calculada.

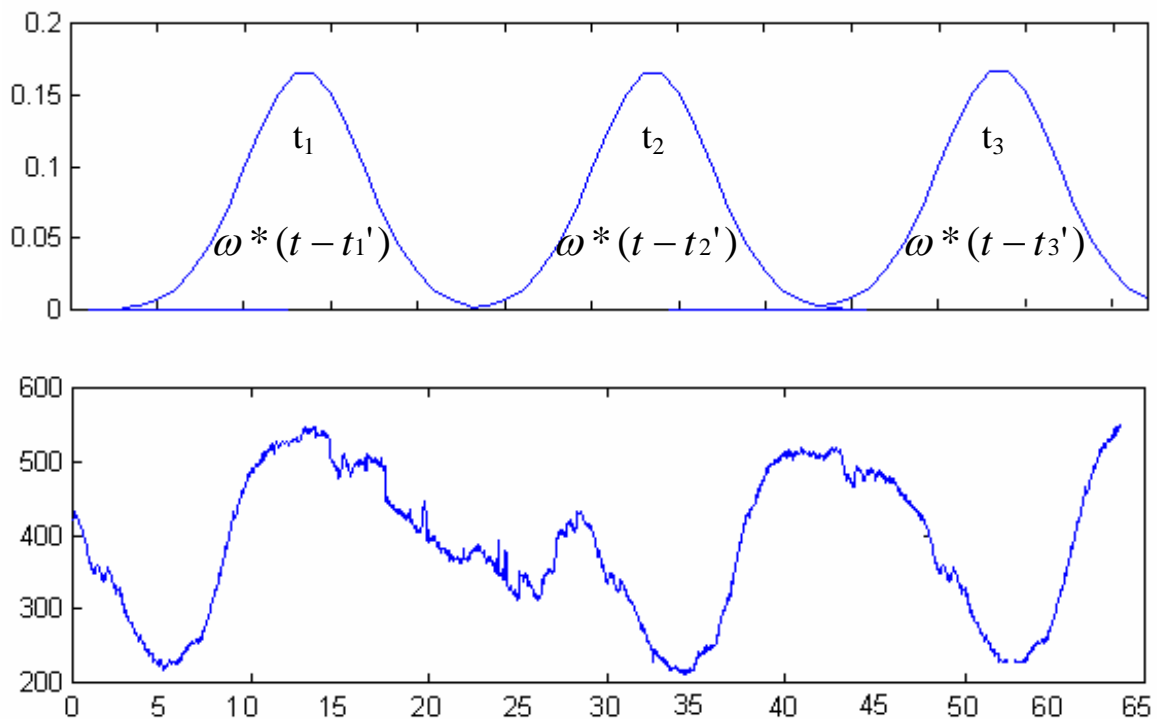
El resultado de esta transformación es la FT de la primera  $T/2$  segundos de la señal. Si esta porción de la señal es estacionaria, como se presume, entonces no habrá ningún problema y el resultado obtenido será una representación cierta de frecuencia de la primera  $T/2$  segundos de la señal. El próximo paso, será cambiar esta ventana (para algunos  $t_1$  segundos) a una nueva ubicación, multiplicando con la señal, y tomando el FT del producto. Este procedimiento se sigue, hasta que el fin de la señal sea alcanzado cambiando la ventana con " $t_1$ " segundos de intervalos.

La definición siguiente de la STFT resume todas lo explicado anteriormente:

$$STFT_X^{(\omega)}(t', f) = \int_t [ x(t) \bullet \omega^*(t - t') ] \bullet e^{-2j\pi ft} dt... \quad (1-4).$$

En la ecuación anterior,  $\mathbf{x(t)}$  es la señal,  $\mathbf{w(t)}$  es la función de ventana, y  $*$  es la conjugada compleja. Como se puede ver en la ecuación, la STFT de la señal no es mas que la FT de la señal multiplicada por una función de ventana. Para cada  $\mathbf{t'}$  y  $\mathbf{f}$  un nuevo STFT de coeficiente es computada.

**Figura 2-10** Representación de la “función ventana” aplicada a una señal.

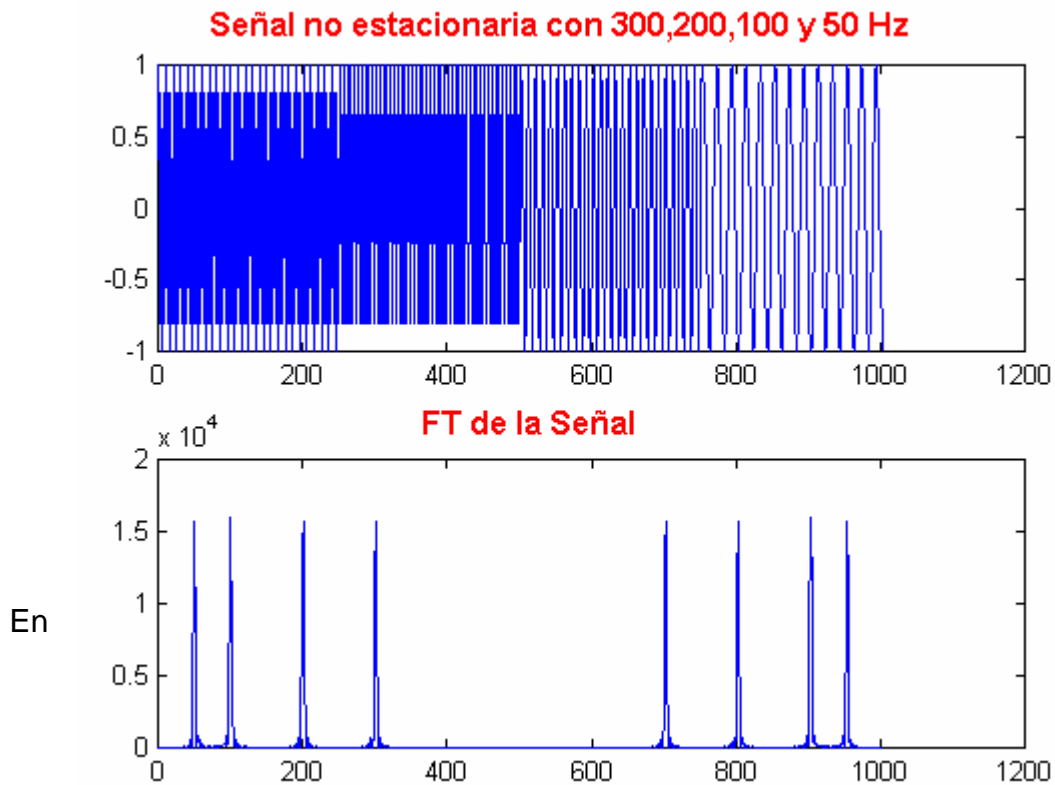


Las funciones Gaussianas son las Ventanas de funciones. En la figura superior se muestra la ventana ubicada a  $t=t_1'$ , en  $t=t_2'$ , y en  $t=t_3'$ . Estos corresponderán a tres FTs diferentes. Por lo tanto, obtendremos una cierta Representación de tiempo - frecuencia (TFR) de la señal.

Ante todo, nuestra transformada es una función tanto del tiempo como de la frecuencia (en cambio la FT, es una función de solo frecuencia), la

transformada debería ser de dos dimensiones (tres, si usted tiene en cuenta la amplitud). Tomemos una señal no - estacionaria como la siguiente:

**Figura 2-11** Señal no estacionaria de 300,200,100 y 50 Hz y su STFT.

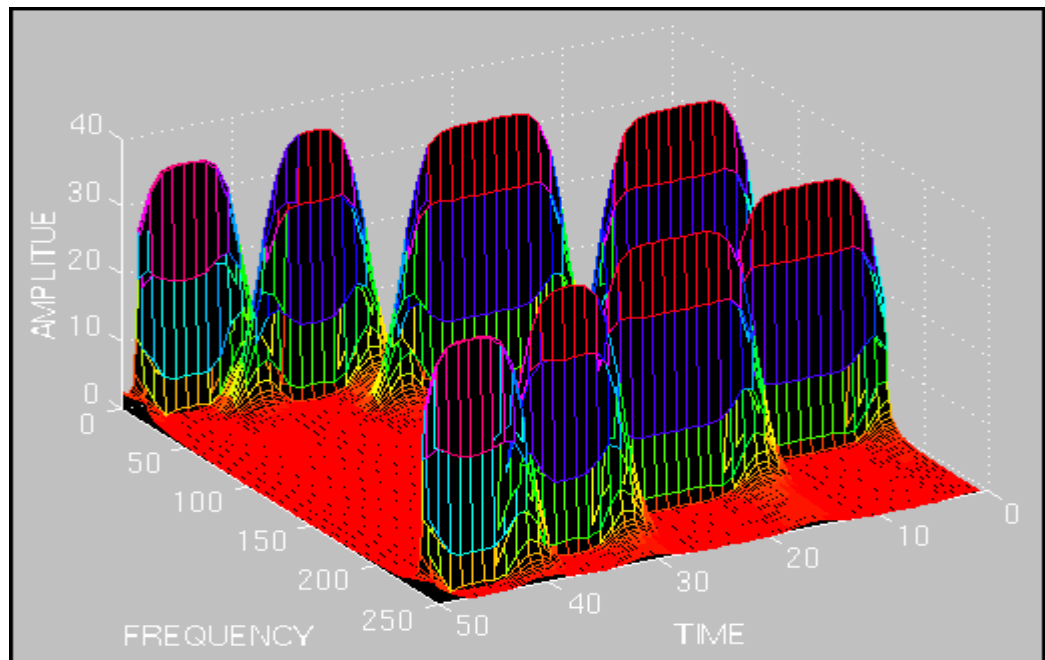


esta señal, hay cuatro componentes de frecuencia en diferentes tiempos. El intervalo 0 a 250 ms es una simple sinusoidal de 300 Hz, y cada 250 ms de intervalos esta formada por sinusoidales de 200 Hz, 100 Hz, y 50 Hz, respectivamente. Aparentemente, esta es una señal no - estacionaria. Veamos a su STFT. El diagrama es simétrico con el respecto a una línea media del eje de frecuencia. Recuerde que, la FT de una señal real es siempre simétrica, por lo cual la STFT no es la excepción.

Lo importante, son los cuatro picos; note que hay cuatro picos que corresponden a cuatro componentes diferentes de frecuencia. También note que, en la FT, estos cuatro picos se ubican en los intervalos diferentes de

tiempo a lo largo del eje de tiempo. Recuerda que la señal original había cuatro componentes espectrales ubicados en tiempos diferentes. Ver la Siguiente.

**Figura 2-12** Representación tiempo–frecuencia–amplitud de la señal anterior.



Robi Polikar 329 Durham Computation Center Iowa State University

Ahora tenemos una representación tiempo - frecuencia de la señal. No solamente sabemos que los componentes de frecuencia están presente en la señal, sino que también sabemos donde ellos se ubican en el tiempo.

El problema con la STFT es el hecho cuyas raíces van unido a lo que es conocido como el Principio de Incertidumbre de Heisenberg. Este principio afirma que uno no puede saber la representación exacta del tiempo - frecuencia de una señal, es decir, no se puede saber qué componentes espectrales existan en un instante de tiempo. Solo se puede conocer los intervalos de tiempo en el cual ciertas banda de frecuencias existen, el cual es problema de resolución.

El problema con el STFT tiene que ver con que hacer con la anchura de la función de ventana que se usa. Para ser técnicamente correcto, esta anchura de la ventana de función es conocido como el soporte de la ventana. Si la ventana de función es estrecha, se conoce como ventana de soporte compacto. Esta terminología es más frecuentemente usada en el mundo de las Wavelets.

Recordemos que en la FT no hay problema de resolución en el dominio de frecuencia, es decir, sabemos exactamente qué las frecuencias existen; igualmente sabemos que no hay problema de resolución de tiempo en el dominio de tiempo, donde sabemos el valor de la señal a cada instante de tiempo. De igual forma, la resolución de tiempo en la FT, y la resolución de frecuencia en el dominio de tiempo son cero, donde no tenemos ninguna información sobre ellos. Lo que da la resolución perfecta de frecuencia en la FT es el factor que usa la ventana en la FT, el cual es su núcleo, la función  $e^{j\omega t}$  que está en todo momento desde menos infinito a más infinito. Ahora, en la STFT, la ventana es de longitud finita, la cual convierte una porción de la señal, lo que causa una pobre resolución de frecuencia. Todo esto significa que, una obtención de una pobre resolución de frecuencia, es lo que no permite conocer los componentes exactos de la frecuencia que existen en la señal, por lo que solo conocemos unas bandas de frecuencias existentes: En FT, la función núcleo, nos permite obtener perfecta resolución de frecuencia, porque el núcleo en sí mismo es una ventana de longitud infinita. En STFT esta ventana es de longitud finita, y no se tiene una resolución perfecta de frecuencia. Si se usa una ventana de longitud infinita, se obtiene la FT, que da una resolución perfecta de frecuencia, pero no da información de tiempo. Además, a fin de obtener la estacionariedad, se tiene que tener una ventana suficiente corta, en que la señal sea estacionaria. Entre más estrecha se haga la ventana, mejor la resolución de tiempo, y mejor la suposición de estacionariedad, pero más pobre la resolución de frecuencia: Como conclusión de lo anterior:

Ventana estrecha → buena resolución de tiempo, pobre resolución de frecuencia.

Ventana amplia → buena resolución de frecuencia, pobre resolución de tiempo.

Las ventanas estrechas dan resolución buena de tiempo, pero resolución pobre de frecuencia. Las ventanas amplias dan resolución buena de frecuencia, pero resolución pobre de tiempo; además, las ventanas amplias pueden infringir la condición de estacionalidad. El problema, por supuesto, es un resultado de elegir una función de ventana, de una vez por todas, y usar esa ventana en el análisis entero. La respuesta, por supuesto, es la aplicación dependiente: Si los componentes de frecuencia se separan bien del uno al otro en la señal original, nosotros podemos sacrificar alguna resolución de frecuencia y obtener una resolución buena de tiempo, desde los componentes espectrales bien separados el uno del otro. Sin embargo, si este no es el caso, entonces encontrar una función buena de ventana, podría ser más difícil a parte de las ya existentes.

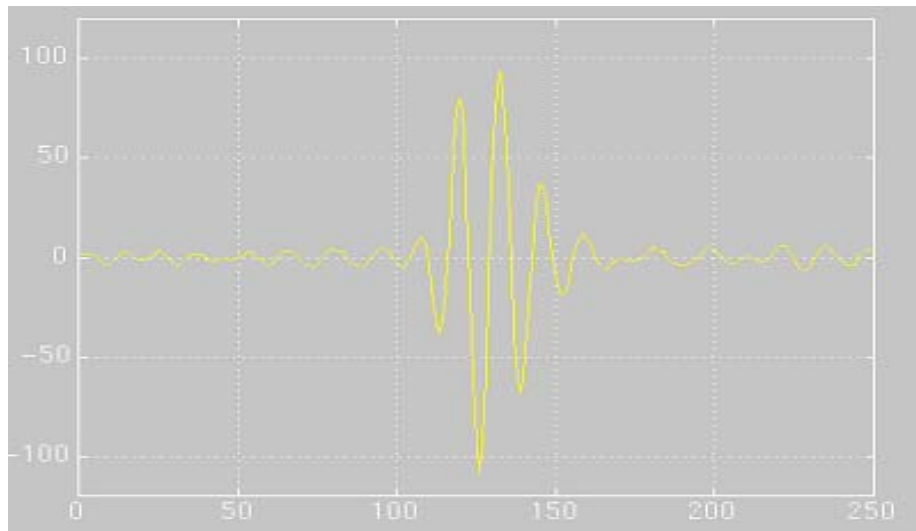
#### **2.4.2 EL ANALISIS DE MULTIRESOLUCION**

Aunque que los problemas de resolución de tiempo y frecuencia son los resultados de un fenómeno físico (el principio de incertidumbre de Heisenberg), es posible analizar cualquier señal usando un enfoque alternativo llamado análisis de multiresolución (MRA). El MRA, como su nombre lo dice, analiza la señal a diferentes frecuencias con resoluciones diferentes. Cada componente espectral no es resuelto igualmente como era el caso en el STFT.

El MRA se diseña para dar una resolución buena de tiempo y resolución pobre de frecuencia a frecuencias altas y una resolución buena de frecuencia y resolución pobre de tiempo a frecuencias bajas. Este enfoque tiene sentido

especialmente cuando la señal a la mano tiene componentes altos de frecuencia para duraciones cortas y componentes bajos de frecuencia para duraciones largas. Afortunadamente, las señales que se encuentran en aplicaciones prácticas son frecuentemente de este tipo. Por ejemplo, la siguientes señal es de este tipo. Tiene un componente de frecuencia relativamente bajo a lo largo de la señal entera y componentes de frecuencia relativamente alta para de duración corta alrededor de la mitad.

**Figura 2-13** Señal no estacionaria compuesta por altas y bajas frecuencias.



Robi

Polikar 329 Durham Computation Center Iowa State University

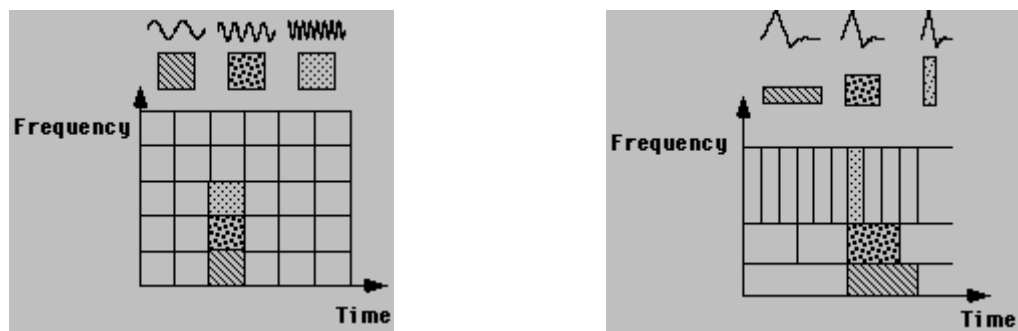
### 2.4.3 LA TRANSFORMADA DE WAVELET CONTINUA

La transformada de Wavelet se desarrolló como un enfoque alternativo a la Transformada corta de Fourier en el tiempo para superar el problema de resolución. El análisis de Wavelet se ha hecho de forma similar al análisis de la STFT, en el sentido de que la señal es multiplicada con una función, (esta es la señal Wavelet), similar a la ventana de función de la STFT, y la transformada es computada separadamente para diferentes segmentos de

tiempo - dominio de la señal. Sin embargo, existen algunas diferencias entre la STFT y la WT:

1. La Transformada de Fourier de las señales de ventanas no son tomadas, y por lo tanto el único pico que se verá corresponde a una sinusoidal, es decir, las frecuencias negativas no son computadas.
2. La anchura de la ventana se cambia a medida que la transformada se computa para cada componente espectral, el cual es probablemente la característica más importante del transformada de Wavelet.
3. La diferencias más interesante entre estos dos de tipos de transformada es que las funciones individuales de Wavelet son bien localizadas en el espacio tiempo-frecuencia. Fourier las funciones de coseno y seno no lo son. El rasgo, de esta localización, conjuntamente con la localización de frecuencia de Wavelet, realiza muchas funciones y operaciones que usan las Wavelet "espaciadas" cuando se transforma en el dominio de Wavelet. Estas distribuciones, resultan en un número de aplicaciones útiles tales como compresión de datos, detección de rasgos en imágenes, y eliminación de ruido en el tiempo. Vea la siguiente figura.

**Figura 2-14** Distribución espacial de Fourier y Wavelet



En la transformada de Fourier, la ventana de la onda cuadrada trunca las funciones senos o el cosenos para adaptar una ventana de una anchura particular. Es decir, una simple ventana se usa para todas las frecuencias en

el FFT, El análisis de la resolución es las mismas para todas las ubicaciones en el plano de tiempo - la frecuencia.

Una ventaja de la transformada de Wavelet es que las ventanas varían. A fin de aislar las discontinuidades de la señal, se busca obtener señales bases cortas de alta frecuencia y señales bases largas de baja frecuencia con el fin de lograr un análisis detallado de las frecuencias.

4. Además la transformada de Wavelet es que no tiene un conjunto único de las funciones de base como la transformada de Fourier , que utiliza simplemente las funciones de coseno y seno. En vez de estas, la transformada de Wavelet tiene un conjunto infinito de funciones posibles de base.

La transformada de Wavelet Continua se define como se indica a continuación

$$CWT_x^\psi(\tau, s) = \Psi_x^\psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int x(t) \Psi^* \left( \frac{t-\tau}{s} \right) dt \quad (1-5)$$

Como vemos en la ecuación de arriba, la señal transformada es una función de dos de variables, tau y s , los parámetros de translación y escala, respectivamente. psi(t) es la función transformadora, y esta es llamada la madre de Wavelet.

El término Wavelet significa una onda pequeña . La pequeñez refiere a la condición que esta (ventana) función es de longitud finita ( de soporte compacto). La onda muestra la condición que esta función es oscilatoria. El término madre implica que las funciones con diferentes regiones de soporte que se usa en el proceso de transformación se derivan desde una función principal, o la madre Wavelet. En otras palabras, la madre Wavelet es un prototipo para generar las otras funciones de ventana.

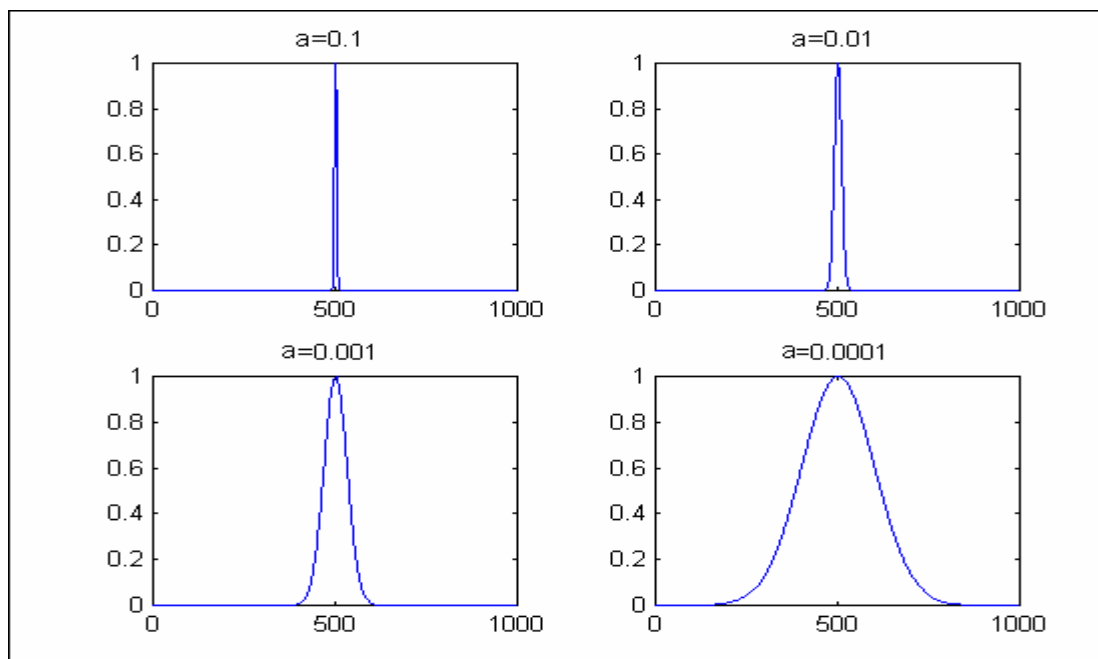
EL termino translación se usa en el mismo sentido como se usó en el STFT; es relativo a la ubicación de la ventana, como la ventana se cambia mediante

la señal. Este término, obviamente, corresponde a la información del tiempo en la transformada del dominio. Sin embargo, no se tiene un parámetro de frecuencia, como se tuvo para la STFT. En vez de ello, tenemos el parámetro de escala que se define como "la frecuencia".

La escala por lo tanto está relacionada directamente con la frecuencia; donde las frecuencias bajas ( las escalas altas) corresponden a una información global de una señal (que comúnmente mide la señal entera), considerando las frecuencias altas ( las escalas bajas) corresponden a una información detallada de un modelo oculto en la señal (que comúnmente dura un tiempo relativamente corto).

En aplicaciones prácticas, las escalas bajas ( las frecuencias altas) no están presentes en toda la señal, pero ellas comúnmente aparecen de vez en cuando como picos. Las escalas altas ( las frecuencias bajas) están presentes en toda la señal.

**Figura 2-15** Función a diferentes escalas.



Las escalas, se considera como una operación matemática, dilata o comprime una señal. Las escalas más grandes corresponden a dilataciones (o estiran hacia fuera) señales y las escalas pequeñas corresponden a señales comprimidas; recordemos que en la señal anterior  $a \cong 1/s$ , siendo  $s$  la escala (figura 2-15). Todas las señales dadas en la figura se derivan de la misma señal, es decir, ellas son versiones dilatadas o comprimidas de la misma función.

La Wavelet es localizada al principio de la señal al punto que corresponde un tiempo=0. La función de Wavelet a la escala "1" es multiplicada por la señal y luego integrada sobre todo el intervalo de tiempo. El resultado de la integración es multiplicado entonces por la constante  $1/\sqrt{s}$ . Esta multiplicación cumple los propósitos de normalización de energía, para que la señal transformada tenga la misma energía a cada escala. El resultado final es el valor de la transformación, es decir, el valor de la transformada de Wavelet para un tiempo cero y escala  $s=1$ . En otras palabras, es el valor que corresponde para el punto  $\tau = 0$ ,  $s=1$  en el plano tiempo - escala. Luego la señal Wavelet se desplaza a la derecha para  $t=\tau$  hasta el final de la señal. Este procedimiento se repite hasta que la Wavelet alcance el fin de la señal. Una de fila de puntos sobre el plano tiempo-escala para la escala  $s=1$  se completa ahora.

Si la señal tiene un componente espectral que corresponde al valor actual de  $s$ , el producto de la Wavelet con la señal en la ubicación donde esté el componente espectral existe dará un valor relativamente grande. Si el componente espectral que corresponde al valor actual de  $s$  no es presentado en la señal, el valor de producto será relativamente pequeño, o cero.

## 2.5 ENFOQUE MATEMÁTICO DE LA TRANSFORMADA WAVELET

### 2.5.1 LA TRANSFORMADA CONTINUA DE WAVELET

Para definir la Transformada de Wavelet debemos partir de:

Sea  $\mathbf{Z}$  el conjunto de los enteros.  $L^2$  denota el espacio inmensurable de Hilbert, de funciones integrables-cuadrada unidimensional.

Para  $f(x) \in L^2$  y  $g(x) \in L^2$ , el producto interno de  $f(x)$  con  $g(x)$  es:

$$\langle g(x), f(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x) . dx$$

La normalización de  $f(x) \in L^2$  está dada por:

$$\|f\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 . dx .$$

También se denota por  $l^2(L^2)$  el espacio de Hilbert para las siguientes funciones  $(g_j(x))_{j \in \mathbf{Z}}$ , tal que: para todo  $j \in \mathbf{Z}$ ,  $g_j(x) \in L^2$  luego:

$$\sum_{j=-\infty}^{+\infty} \|g_{j(x)}\|^2 < +\infty$$

Esta suma infinita es la Norma de la secuencia  $(g_j(x))_{j \in \mathbf{Z}}$  in  $l^2(L^2)$ .

El producto de la convolución de dos funciones  $f(x) \in L^2$  y  $g(x) \in L^2$  está dada por:

$$f * g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) g(x-u) du .$$

La transformada de Fourier de  $f(x) \in L^2$  se representa como  $\hat{f}(\omega)$  y se define como:

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{i\omega x} .dx.$$

Como ya se ha explicado la Transformada de Wavelet es una operación lineal que descompone una señal en componentes que se representan a diferentes escalas. Esta transformada está basada en la convolución de la señal con un filtro dilatador.

Sea  $\psi(x) \in L^2$  una función Wavelet tal que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x)dx = 0.$$

Luego denotamos  $\psi_s(x)$ . como la dilatación de  $\psi(x)$ . para un factor  $s$ :

$$\psi_s(x) = \frac{1}{s} \psi\left(\frac{x}{s}\right). \quad (1).$$

La Transformada de Wavelet de una función  $f(x)$  a escala  $s$  y posición  $x$  está dada por el producto de la convolución:

$$W_s f(x) = f * \psi_s(x). \quad (2).$$

Morlet y Grossmann[1] demostraron que la transformada de Wavelet satisface la ecuación de la conservación de la energía y que  $f(x)$  puede ser reconstruida de la transformada de Wavelet. Cuando la escala decrece, la función de soporte  $\psi_s(x)$  decrece; luego la transformada de Wavelet  $W_s f(x)$ . es sensible a finos detalles.

La escala  $s$  caracteriza el tamaño y la regularidad de los rasgos extraídos de la señal por la transformada de Wavelet. La transformada de Wavelet depende de dos parámetros  $s$  y  $x$  que varía continuamente sobre el conjunto de números reales. Para una particular clase de Wavelet, la escala parametrizada puede ser muestreada a lo largo de una secuencia dyadic  $(2^j)_{j \in \mathbb{Z}}$  sin modificar las propiedades de la transformada. La transformada de

[1] A.Grossmann y J. Morlet, "Decomposition of Hardy functions into square integrable Wavelets of constant shape" SIAM J. Math., vol 15, 1984, pp. 723-736.

Wavelet a la escala  $(2^j)$  está dada por:

$$W_{2^j} f(x) = f * \psi_{2^j}(x). \quad (3).$$

Para cada escala  $(2^j)$ , la función  $W_{2^j} f(x)$ . es continua al igual que la convolución de las dos funciones en  $L^2$ . La transformada de Fourier de

$W_{2^j} f(x)$ . es

$$\widehat{W_{2^j} f}(\omega) = \widehat{f}(\omega) * \widehat{\psi}(2^j \omega). \quad (4).$$

sabiendo que: 
$$\sum_{j=-\infty}^{+\infty} \left\| \widehat{\psi}(2^j \omega) \right\|^2 = 1, \quad (5).$$

Mientras que el eje de frecuencia cambia por dilatación de  $\widehat{\psi}(\omega)$ . en escala de factor  $(2^j)_{j \in \mathbb{Z}}$ ; alguna Wavelet satisface la anterior ecuación y es llamada Wavelet dyadic. También llamamos transformada de Wavelet dyadic a la siguiente ecuación:  $(W_{2^j} f(x))_{j \in \mathbb{Z}}$ . **(6).**

Siendo  $W$  la Wavelet dyadic, operador definido por  $Wf = (W_{2^j} f(x))_{j \in \mathbb{Z}}$ .

De **(4)** y **(5)**; y aplicando el teorema de Parseval se obtiene la ecuación de conservación de la energía.

$$\|f\|^2 = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \left\| W_{2^j} f(x) \right\|^2. \quad (7).$$

Tomemos  $\tilde{\psi}_{2^j}(x) = \psi_{2^j}(-x)$ . La función  $f(x)$  puede ser reconstruida de la transformada de Wavelet dyadic.

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} W_{2^j} f * \tilde{\psi}_{2^j}(x). \quad (8).$$

La ecuación se obtiene computando la transformada de Fourier e insertando **(4)** y **(5)**.

Tomemos  $V$  como el espacio de la transformada de wavelet dyadic  $(W_{2^j} f(x))_{j \in \mathbb{Z}}$ , para todas las funciones  $f(x) \in L^2$ . Definimos  $l^2(L^2)$  el espacio de Hilbert para todas las funciones  $(g_j(x))_{j \in \mathbb{Z}}$  tal que:

$$g_j(x) \in L^2 \text{ y } \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \|g_{j(x)}\|^2 < +\infty$$

La ecuación (7) nos dice que  $V$  es un sub espacio de  $l^2(L^2)$ . Luego denotamos con  $W^{-1}$  el operador de  $l^2(L^2)$  para  $L^2$  definido por:

$$W^{-1}(g_j(x))_{j \in \mathbb{Z}} = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} g_j * \tilde{\psi}_{2^j}(x). \quad (9).$$

En la formula (8), la reconstrucción muestra que la restricción de  $W^{-1}$  para la Wavelet en el espacio  $V$  es la inversa de la transformada de Wavelet dyadic del operador  $W$ .

Alguna secuencia de funciones  $(g_j(x))_{j \in \mathbb{Z}} \in l^2 L^2$ . no es a priori a la transformada de Wavelet dyadic de alguna función  $f(x) \in L^2$ . Además, si existe una función  $f(x) \in L^2$  tal que  $(g_j(x))_{j \in \mathbb{Z}} = Wf$ , luego podemos decir:

$$W(W^{-1}(g_j(x))_{j \in \mathbb{Z}}) = (g_j(x))_{j \in \mathbb{Z}}. \quad (10).$$

Si reemplazamos los operadores  $W$ . y  $W^{-1}$  por la expresión dada en (3) y (9), obtenemos:

$$\forall j \in \mathbb{Z} \quad , \sum_{l=-\infty}^{+\infty} g_l * K_{l,j}(x) = g_j(x), \text{ con (11).}$$

$$K_{l,j}(x) = \tilde{\psi}_{2^l} * \psi_{2^j}(x). \quad (12).$$

La función  $(g_j(x))_{j \in \mathbb{Z}}$  es una transformada de Wavelet dyadic si y solo si cumple con **(12)**. Estas ecuaciones se denominan “reproducción de las ecuaciones de Kernel”. Ellas expresan la correlación entre las funciones  $W_{2^j} f(x)$ . de una transformada de Wavelet dyadic. El operador

$$P_V = W \circ W^{-1} \quad \text{(13).}$$

Es un proyector de  $l^2 L^2$  en el espacio  $V$ . Además se puede deducir fácilmente que

$(g_j(x))_{j \in \mathbb{Z}} \in l^2(L^2)$ . satisface  $P_V(g_j(x))_{j \in \mathbb{Z}} \in V$ , luego cualquier elemento de  $V$  es invariante bajo la acción de este operador. También debemos saber que  $P_V$  es ortogonal en  $l^2 L^2$  porque esta es derivada de la reproducción de las ecuaciones de kernel.

## 2.5.2 LA TRANSFORMADA DISCRETA DE WAVELET

En aplicaciones numéricas, la entrada de una señal es medida por una resolución finita, sin embargo no se puede computar la transformada de Wavelet a cualquier escala. Tomemos normalizada a la primera escala uno. A demás con esta limitación de la escala, introducimos una función real  $\phi(x)$  cuya transformada de Fourier es una agregación de  $\hat{\psi}(2^j \omega)$  y  $\hat{X}(2^j \omega)$  para las escalas  $2^j$  mayores que 1.

$$|\phi(\omega)|^2 = \sum_{j=1}^{\infty} \hat{\psi}(2^j \omega) \hat{X}(2^j \omega). \quad \text{(14).}$$

Suponemos que la reconstrucción de la Wavelet  $X(\omega)$ , es tal que,  $\hat{\psi}(\omega) * \hat{X}(\omega)$  es un número positivo, real, para la pareja de funciones.

$\sum_{j=1}^{\infty} \hat{\psi}(2^j \omega) \hat{X}(2^j \omega) = 1.$ , Luego la integral de  $\phi(x)$  es igual a 1 y se considera a

esta como una función suave. Tomemos  $S_{2^j}$  como la función suave del operador definido por:

$$S_{2^j} f(x) = f * \phi_{2^j}(x) \text{ con } \phi_{2^j}(x) = \frac{1}{2^j} \phi\left(\frac{x}{2^j}\right) \quad (15).$$

Si la escala  $2^j$  es muy grande, los detalles de  $f(x)$  son removidos por  $S_{2^j}$ .

Para las escalas  $2^j > 1$ , de (13) tenemos:

$$|\phi(\omega)|^2 - |\phi(2^j \omega)|^2 = \sum_{j=1}^J \hat{\psi}(2^j \omega) \hat{X}(2^j \omega). \quad (16).$$

Se puede derivar de esta ecuación que las altas frecuencias de  $S_1 f(x)$ , desaparecen en  $S_{2^j} f(x)$ , pueden ser reconstruidas de la transformada de Wavelet dyadic  $(W_{2^j} f(x))_{1 \leq j \leq J}$  entre las escalas  $2^j$  y  $2^J$ .

Supongamos que la señal original es una secuencia discreta de datos  $D = (d_n)_{n \in \mathbb{Z}}$  de energía finita. Si existen dos constantes  $C_1 > 0$  y  $C_2 > 0$  tal que:

$\hat{\phi}(\omega)$  satisface

$$\forall \omega \in \mathbb{R}, \quad C_1 \leq \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left| \hat{\phi}(\omega + 2n\pi) \right|^2 \leq C_2 \quad (17).$$

Luego de (11), podemos decir que existe una función  $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$  tal que,

$$\forall n \in \mathbb{Z}, \dots S_1 f(n) = d_n \quad (18).$$

La entrada de la señal puede ser escrita como  $D = (S_1 f(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ .

Luego la señal  $D = (S_1 f(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  permite el computo uniforme de las muestras de la transformada de Wavelet de  $f(x)$  para alguna escala mayor a uno. La transformada de Wavelet se escribe:

$$W_{2^j}^d f = (W_{2^j} f(n + \omega))_{n \in \mathbb{Z}} \quad \text{y} \quad S_{2^j}^d f = (S_{2^j} f(n + \omega))_{n \in \mathbb{Z}} \quad (19).$$

Donde  $\omega$  es el cambio de la muestra que depende solo de  $\psi(x)$ . Para alguna escala  $2^j$ , la secuencia de señales discretas es:

$$\{S_{2^j}^d f, (W_{2^j}^d f)_{1 \leq j \leq J}\} \quad (20).$$

La ecuación anterior es llamada transformada de Wavelet dyadic de  $D = (S_1 f(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ .

### 2.5.3 UNA MADRE WAVELET

Esta familia Wavelet se puede implementar para el calculo de la transformada de Wavelet discreta. De  $(S_1 f(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  se busca computar

$$\{(S_{2^j}^d f(n))_{n \in \mathbb{Z}}, ((W_{2^j}^d f(n))_{n \in \mathbb{Z}})_{1 \leq j \leq J}\} \quad (21).$$

con convolución discreta. Si  $J = 1$ , se puede computar  $(S_{2^1} f(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  por convolución de  $(S_1 f(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  con un filtro discreto  $H$ . En otras palabras, las series de Fourier de  $(S_2 f(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  es igual a las series de Fourier de  $(S_1 f(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  multiplicado por una función  $H(\omega)$  con periodo  $2\pi$ . Las series de Fourier de las dos señales son:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} f * \phi(n) e^{-in\omega} \quad \text{y} \quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f * \phi_2(n) e^{-in\omega} \quad (22).$$

Aplicando la formula de Poisson, podemos escribir las dos series como:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} f(\omega + 2n\pi) * \phi(\omega + 2n\pi) \quad \text{y} \quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} f(\omega + 2n\pi) * \phi(2\omega + 2n\pi) \quad (23).$$

Como podemos darnos cuenta la serie izquierda es igual a la derecha multiplicada por  $H(\omega)$  para todo la  $\int_{-\Lambda}^{\Lambda} f(\omega)$  si y solo si

$$\int_{-\Lambda}^{\Lambda} \phi(2\omega) = H(\omega) \int_{-\Lambda}^{\Lambda} \phi(\omega). \quad (24).$$

Donde  $\hat{\phi}(0) = 1$ , luego tenemos  $|H(0)| = 1$ . Si realizamos la ecuación **(24)** en

cascada obtendremos una condición necesaria en  $\hat{\phi}(\omega)$ ,

$$\hat{\phi}(\omega) = \prod_{p=1}^{+\infty} H(2^{-p}\omega). \quad (25).$$

Recíprocamente, si la función  $H(\omega)$  de periodo  $2\pi$  satisface

$$|H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 \leq 1., \quad (26).$$

Luego podemos ver que la función  $\phi(x)$  cuya transformada de Fourier está definida por **(26)**. Es una función en  $L^2$ . La función  $H(\omega)$  puede ser interpretada como la función de cambio de un filtro pasa bajos discreto.

Recordemos que  $\phi(x)$  es la transformada de Fourier dada por:

$$|\hat{\phi}(\omega)|^2 = \sum_{j=1}^{+\infty} |\hat{\psi}(2^j \omega)|^2 \quad (27).$$

Donde la  $\psi(x)$  satisface  $\sum_{j=-\infty}^{+\infty} |\hat{\psi}(2^j \omega)|^2 = 1$ . y podemos derivar donde

$\lim_{\omega \rightarrow 0} |\hat{\phi}(\omega)| = 1$ . luego la energía de la transformada de Fourier  $\hat{\phi}(\omega)$  está

concentrada en las bajas frecuencias así  $\phi(x)$  es una función suavizadora.

De **(27)**. Podemos obtener:

$$|\hat{\phi}(\omega)|^2 = \sum_{j=1}^J |\hat{\psi}(2^j \omega)|^2 + |\hat{\phi}(2^J \omega)|^2 \quad (28).$$

Podemos ahora caracterizar la correspondiente Wavelet  $\psi(x)$ . de **(28)**. Para  $J = 1$  tenemos.

$$|\hat{\psi}(2\omega)|^2 = |\hat{\phi}(\omega)|^2 - |\hat{\phi}(2\omega)|^2 \quad (29).$$

sustituyendo **(24)**. En **(29)**. teniendo en cuenta que  $|G(\omega)|^2 + |H(\omega)|^2 = 1$ .

$$\psi(2\omega) = G(\omega)\phi(\omega). \quad (30).$$

La función  $G(\omega)$  cambia con un periodo de  $2\pi$  y puede ser interpretada como una función de cambio de un filtro pasa alto.

Como conclusión se busca construir una Wavelet  $\psi(x)$  igual a una derivada de segundo orden de una función suave. Esto implica que  $\hat{\psi}(\omega)$  debe tener un cero de segundo orden en  $\omega = 0$ . Donde  $\left| \hat{\phi}(0) \right| = 1$ . de **(30)**. Obtenemos que  $G(\omega)$  debe tener un cero de orden 2 en  $\omega = 0$ .

#### 2.5.4 ALGORITMO RAPIDO DE WAVELET

Este algoritmo describe la transformada de Wavelet y la transformada inversa de Wavelet. Supongamos la Wavelet seleccionada  $\psi(x)$  es caracterizada por dos filtros discretos  $H$  y  $G$  como los descritos anteriormente. Tomemos  $H_p$  y  $G_p$  como los filtros discretos colocando  $2^{p-1}$  ceros entre cada coeficiente de los filtros  $H$  y  $G$ . La función de transferencia de esos filtros es respectivamente  $H(2^p \omega)$  y  $G(2^p \omega)$ . Denotamos por  $\tilde{H}_p$  y  $\tilde{G}_p$  los filtros cuya la función de transferencia son  $\overline{H(2^p \omega)}$  y  $\overline{G(2^p \omega)}$  (conjugada compleja de  $H(2^p \omega)$  y  $G(2^p \omega)$ ). Denotamos  $A * B$  la convolución de dos señales discretas  $A$  y  $B$ .

Tomemos una señal discreta  $S_{2^j}^d f$  con escala  $2^j$ , la cual se descompone  $S_{2^j}^d f$  en  $S_{2^{j+1}}^d f$  y  $W_{2^{j+1}}^d f$ .

$j=0$ ,

While( $j < J$ ),

$$W_{2^{j+1}}^d f = S_{2^j}^d f * G_j,$$

$$S_{2^{j+1}}^d f = S_{2^j}^d f * H_j,$$

$j = j + 1$ ,

End while.

La raíz de este algoritmo está basado en las propiedades de la Wavelet  $\psi(x)$ . Si la señal original  $(S_1 f(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  tiene  $N$  no ceros muestras, luego cada señal  $S_{2^j}^d f$  y  $W_{2^j}^d f$  tiene  $N$  no ceros muestras. Donde hay mas de  $\log(N)$  escalas, la complejidad del algoritmo es  $O(N(\log(N)))$ . La constante depende del número de coeficientes en los filtros  $H$  y  $G$ .

La inversa del algoritmo de la transformada de Wavelet reconstruye  $(S_1 f(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  de la transformada de Wavelet dyadic. Para cada escala  $2^j$ , esta reconstruye  $S_{2^{j-1}}^d f$  de  $S_{2^j}^d f$  y  $W_{2^j}^d f$ . La complejidad de la reconstrucción de este algoritmo es  $O(N(\log(N)))$ .

$j=0$ ,

while( $j>0$ ),

$$S_{2^{j-1}}^d f = W_{2^j}^d f * \tilde{G}_{j-1} + S_{2^j}^d f * \tilde{H}_{j-1}.$$

$j=j-1$ ,

End While

### **3. SISTEMA DE TRATAMIENTO DE SEÑALES ELECTROCARDIOGRÁFICA - SYSEKG**

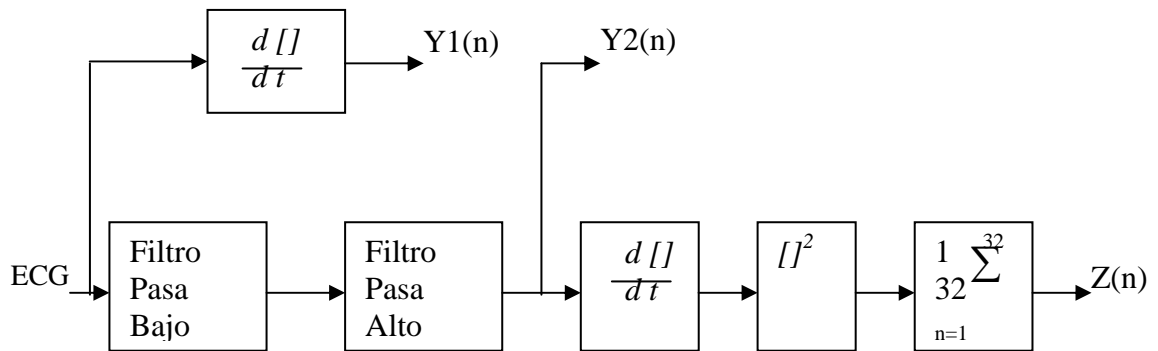
Este Aplicativo busca ser el principio de una herramienta capaz de caracterizar señales Electrocardiográficas, capaz de analizarlas, estudiarlas y almacenarlas llevando una historia clínica de un paciente.

Las señales ECG son señales cuyo comportamiento depende de cada persona y cuya señal tiene un comportamiento no repetitivo (es decir: es una señal no estacionaria), aún en un solo sujeto la duración entre pico y pico R, es variable. Por tal razón la utilización de la transformada de Wavelet en este tipo de señales genera mejores resultados que la transformada de Fourier.

#### **3.1 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.**

Desde hace varios años se ha venido trabajando en el procesamiento de señales ECG en la Universidad Industrial de Santander especialmente en el laboratorio de Visiónica donde se han realizado diversos aplicativos para la caracterización de señales ECG, con lo cual se busca la detección del complejo QRS, las ondas P y T, además de otras medidas que son de vital importancia para la toma de decisiones médicas. Uno de los métodos utilizados para la detección del complejo QRS se realizó mediante la aplicación de un método denominado no sintáctico elaborado por Pan y Tompkins, el cual reconoce dichos complejos basados en el análisis de la pendiente, de la amplitud y la anchura de los mismos.

**Figura 3-1.** Algoritmo No sintactico.



La figura muestra los diferentes filtros implementados en el proceso para la localización de los picos en los complejos QRS.

Este algoritmo atenúa el ruido al pasar la señal por los filtros pasa bajo y pasa altos, además de eliminar las ondas T y P. Luego se aplican procesos lineales como son (la diferenciación, la elevación al cuadrado, y el promedio en el tiempo de la señal). Los filtros digitales fueron diseñados utilizando coeficientes enteros lo cual ayuda a que el proceso sea más rápido.

Aun así el algoritmo se considera no muy robusto para el procesamiento de una señal ECG.

En el anterior algoritmo podemos considerar algunos problemas presentados:

1. El algoritmo debido a los procesos utilizados consumen tiempo de procesamiento.
2. Dentro de este algoritmo es muy difícil que se pueda diferenciar entre un pico R y una onda T un poco picuda, debido a este habrán ondas T que serán tomadas como picos R.
3. La localización de los inicios y finales de las ondas T y la onda P se tornan muy complejos.
4. Si la señal posee ruido este algoritmo no es bueno.

A demás de los anteriores problemas el algoritmo anterior solo se puede utilizar en pacientes normales, ya que en los pacientes con problemas cardiacos la forma, amplitud y tiempo de duración de sus ondas varía mucho

y en algunos casos no aparecen, lo cual hace que el algoritmo sea más complejo.

El deseo de desarrollar una herramienta capaz de caracterizar la señal ECG y que utilice algoritmos robustos a los diferentes ruidos nos ha motivado a la implementación de una nueva teoría capaz de mejorar los métodos tradicionales,

"La Transformada de Wavelet " es una herramienta matemática capaz de mejorar los algoritmos tradicionales dando resultados excelentes en la caracterización de señales Electrocardiográficas y cualquier tipo de señal no estacionaria.

### 3.2 ALGORITMO DEL APLICATIVO.

Con la TW la señal ECG es descompuesta en cuatro escalas las cuales son obtenidas por medio de un proceso de convolución en cascada (conocido como proceso de Multirresolución”) entre la señal real y unos filtros digitales obtenidos de la madre de Wavelet utilizados en dicho proceso.

La madre Wavelet utilizada  $\psi(x)$  es igual a la derivada de segundo orden de una función suave  $\phi(x)$ . Esto implica que  $\hat{\psi}(\omega)$  debe tener un cero de segundo orden en  $\omega = 0$ . Donde  $|\hat{\phi}(0)| = 1$ ., luego  $G(\omega)$  debe tener un cero de orden 2 en  $\omega = 0$ .

Ejemplo: Una Wavelet puede definirse como la segunda derivada de una función Gaussiana:

$$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad \text{luego} \quad \psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^3}} \left( e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \cdot \left( \frac{t^2}{\sigma^2} - 1 \right) \right)$$

La Madre Wavelet definida por Morlet está en base a la siguiente función:

$$\phi(t) = e^{iat} \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma}}$$

Donde **a** es el parámetro de modulación,  $\sigma$  afecta el ancho de la ventana.

La Madre utilizada en nuestra aplicación es una Madre Wavelet Spline cuyos coeficientes fueron obtenidos en Matlab; esta Madre Wavelet la cual es de tipo biortonormal de soporte compacto posee una FT igual a:

$$\hat{\psi}(\omega) = i\omega \left( \frac{\sin \frac{\omega}{4}}{\frac{\omega}{4}} \right)^4$$

Los filtros obtenidos de esta Madre Wavelet son los siguientes:

**H:** Filtro Pasa Bajo.

**RH:** Filtro Pasa Bajos (Reconstrucción).

**G:** Filtro Pasa Alto.

**RH:** Filtro Pasa Alto (Reconstrucción).

A continuación se definen los coeficientes de cada uno de los filtros obtenidos para la obtención de cada una de las escalas en el proceso de multiresolución.

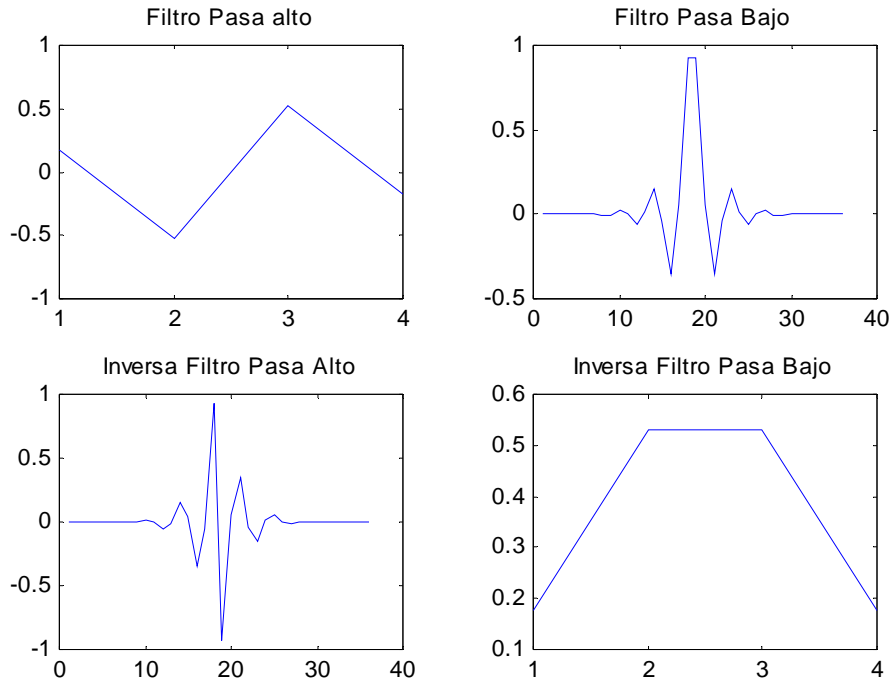
**H:** [-0.0001, -0.0002, 0.0009, 0.0008, -0.0050, -0.0018, 0.0195, 0.0009, -0.0595, 0.0089, 0.1509, -0.0368, -0.3513, 0.0555, 0.9243, 0.9243, 0.0555, -0.3513, -0.0368, 0.1509, 0.0089, -0.0595, 0.0009, 0.0195, -0.0018, -0.0050, 0.0008, 0.0009, -0.0002, -0.0001];

**RH:** [0.1768, 0.5303, 0.5303, 0.1768]

**G:** [0.1768, -0.5303, 0.5303, -0.1768]

**RG:** [-0.0001, 0.0002, 0.0009, -0.0008, -0.0050, 0.0018, 0.0195, -0.0009, -0.0595, -0.0089, 0.1509, 0.0368, -0.3513, -0.0555, 0.9243, -0.9243, 0.0555, 0.3513, -0.0368, -0.1509, 0.0089, 0.0595, 0.0009, -0.0195, -0.0018, 0.0050, 0.0008, -0.0009, -0.0002, 0.0001]

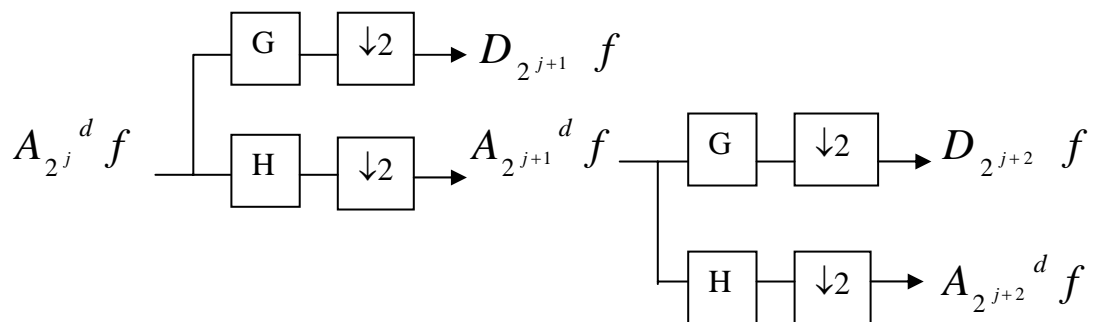
**Figura 3.2** Filtro Pasa alto con su inversa y filtro pasa bajo con su inversa.



El proceso de multirresolución que se obtiene por medio de los filtros anteriores, se realiza convolucionando la señal con cada uno de los filtros obtenidos, esto se realiza de la siguiente forma:

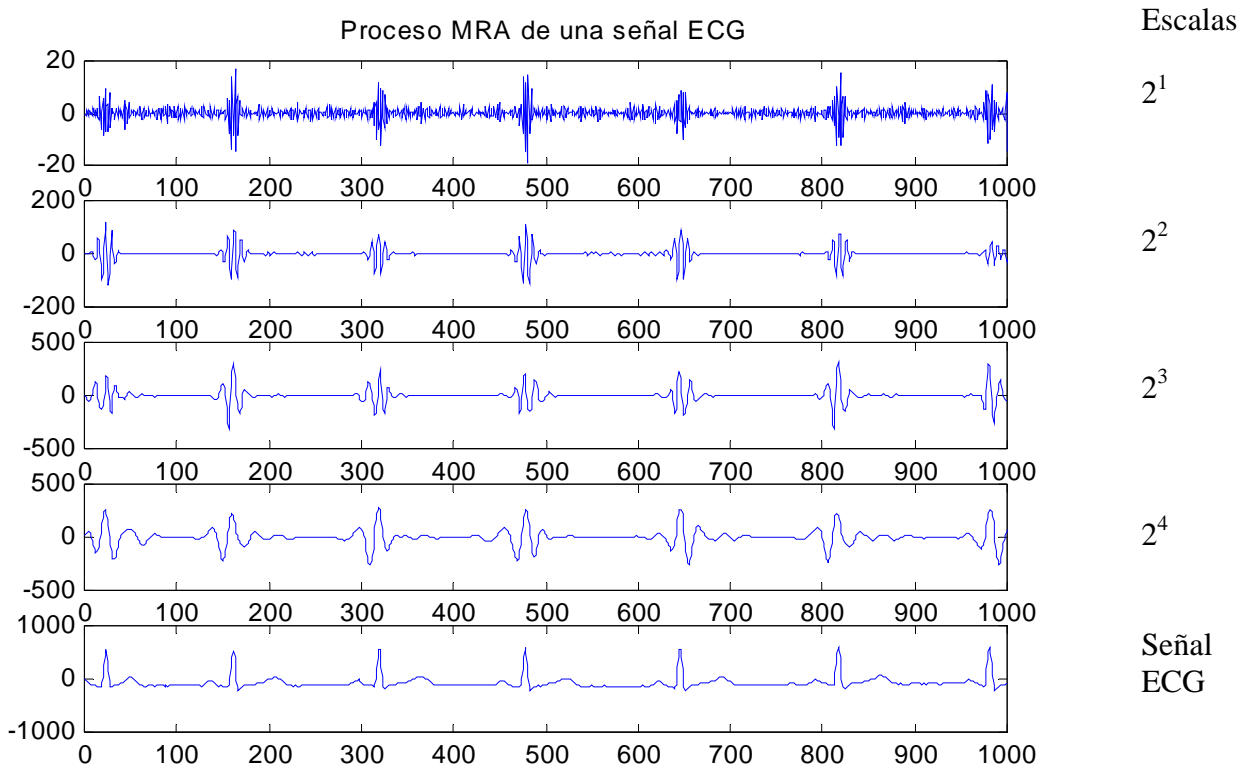
Sea la señal  $A_{2^{j+1}}^d f$ ; El proceso de convolución en cascada se muestra a continuación:

**Figura 3.3** Esquema del Proceso de Multirresolución (MRA).



Lo anterior lo podemos observar en el análisis de una señal ECG.

**Figura 3.4** Proceso de Multirresolución de la señal (ECG).



Con estas cuatro escalas se localizan los picos R del complejo QRS, los cuales están formados por un par de módulos mínimo - máximo con signos opuestos, generados por la aplicación de la TW a la señal.

Esta obtención del par de módulos máximos - mínimos se debe a la forma de la Madre Wavelet utilizada, la cual transforma la señal en las diferentes escalas en valores Positivos y negativos aumentando y atenuando las diferentes frecuencias en la señal dependiendo de la escala a encontrar.

Como se observa en la figura 3-4 la cual está formada por las cuatro primeras escalas  $n^1, n^2, n^3$  y  $n^4$ , la quinta señal corresponde a la señal ECG, donde los complejos QRS generan un par de módulos máximo-mínimo, los cuales son hallados primero, calculando la amplitud promedio de cada

módulo máximo-mínimo en cada escala, y luego hallamos cada modulo máximo-mínimo en cada escala cuyos valores cumplan con la siguiente regla:

El siguiente módulo máximo a hallar será  $A_j^{m+1}$

Si  $|Wf(2^j, n_j^k)| \geq 2A_j^m$  luego  $A_j^{m+1} = A_j^m$  y  $A_j^{m+1} = \left(\frac{7}{8}\right)A_j^m + \left(\frac{1}{8}\right)|Wf(2^j, n_j^k)|$ ,

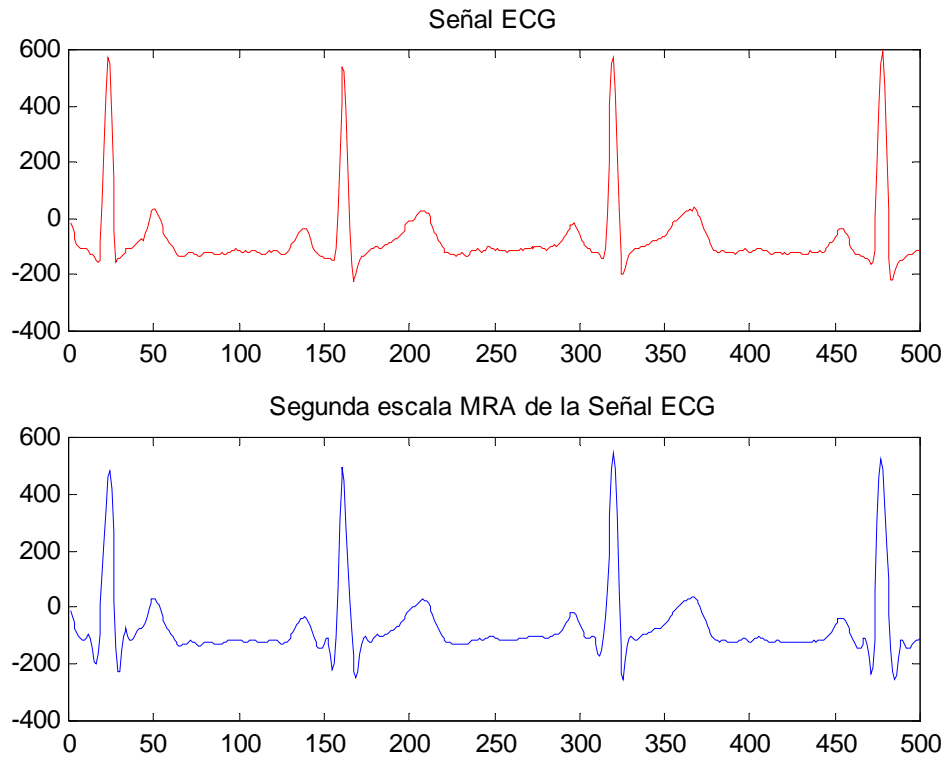
Localizados todos los puntos máximos-mínimos en las cuatro escalas, se debe comprobar que la posición de los puntos en las cuatro escalas coincidan en una vecindad no mayor a nueve puntos. Si un punto no se encuentra en más de tres escalas será eliminado.

Teniendo ya definidos todos los puntos máximo-mínimo se busca el pico QRS en una vecindad no mayor de cuatro puntos definida por cada pico máximo-mínimo. Los picos QRS son los puntos de partida para la caracterización de la señal ECG.

Después de encontrados los picos QRS se busca los inicios y finales de cada complejo, estos puntos se encuentran en la segunda escala del proceso de multirresolución, puesto que la segunda escala posee información de las altas frecuencias, pero las altas frecuencias relacionadas con el ruido son eliminadas en la primera escala y el complejo QRS se encuentra bien definido en la segunda escala. Veamos la Figura 3-5.

En el anexo 2 se muestra un modelo general del algoritmo utilizado para la caracterización de señales ECG. Con el cual se busca tener un bosquejo general del algoritmo utilizado en este programa.

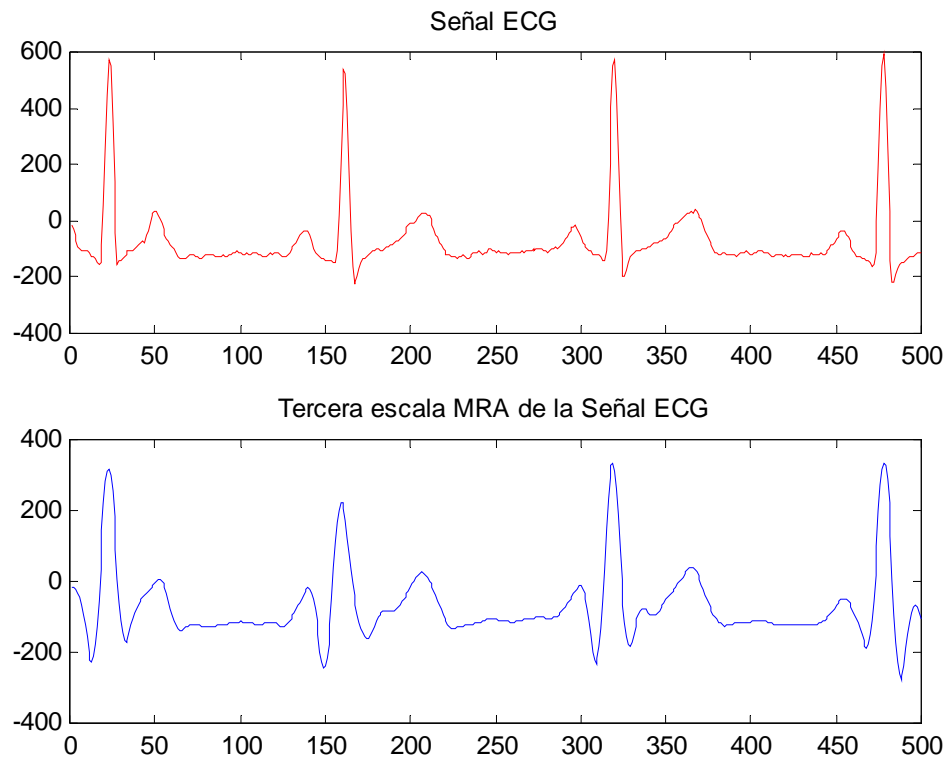
**Figura 3.5** Segunda escala de la señal (ECG) en el proceso (MRA).



En la señal obtenida de la segunda escala podemos fácilmente desplazarlos hasta localizar el inicio y el final de los QRS, gracias a la eliminación del ruido de altas frecuencias que en las escalas  $2^1$  y  $2^2$  se realiza. Sobre poniendo la segunda escala del MRA sobre la señal podemos observar que la señal en la segunda escala es mas limpia de ruido y el desplazamiento hacia los inicios de cada onda se puede realizar fácilmente.

De la misma manera localizamos las ondas P y T, pero en la tercera escala de descomposición del proceso de MRA. De la misma manera que localizamos el pico QRS, localizamos en una vecindad los picos de las ondas P y T, las cuales son localizadas antes y después del complejo QRS, como lo podemos observar en la siguiente figura. En esta tercera escala podemos observar que las altas frecuencias disminuyen y las bajas frecuencias sobresalen mas suaves, factor por el cual se toma para localizar los inicios y finales de las ondas P y T.

**Figura 3-6** Tercera escala de la señal (ECG) en el proceso (MRA).



Como se observa en la figura 3-6, las ondas de baja frecuencia son más representativas y por lo tanto más fáciles de localizar sus inicios y finales.

La caracterización de la señal ECG por lo tanto depende de la señal Madre Wavelet que se seleccione, puesto que de ella depende los diferentes niveles de filtraje de la señal.

Localizados todos los inicios y finales de cada Onda, y sus amplitudes en la escala determinada según la onda; podemos caracterizar la señal y hallar los valores referente a los Segmentos PR, QT y ST.

Todo este proceso se desarrolla con un algoritmo muy sencillo explicado en la sección 2.4.4.4, y la complejidad del algoritmo es  $O(N(\log(N)))$ .

Los resultados obtenidos utilizando el anterior algoritmo fueron probados con señales de pacientes sanos obtenidas por medio de la unidad de adquisición

Biopac (de propiedad del Grupo de Investigaciones de Ingeniería Biomédicas GIIB); dichos resultados son excelentes.

A continuación se muestran los resultados de diferentes pacientes entre los 18 y 35 años, a los cuales se les analizó la señal obtenida en la derivación DII, siendo esta la señal mas isodifásica en los pacientes sanos o también se puede analizar la derivación aVL puesto que se observan bien definidas las diferentes ondas.

En conclusión podemos observar lo siguiente:

- ✓ Las frecuencias de cada sujeto oscilan entre 64 y 85 latidos X min.
- ✓ Los diferentes voltajes de las ondas P, QRS y T se encuentran dentro de los márgenes de pacientes sanos.
- ✓ El tiempo normal de duración de la onda P es de menos 120 ms para sujetos sanos al igual que el QRS.
- ✓ El calculo del QT y PR se obtiene en base a la Frecuencia cardíaca, donde en pacientes normales el QT es menor de 440 ms.
- ✓ Desde el punto J hasta 80 ms de la señal la diferencia no debe ser mayor a un mV en pacientes normales.

### RESULTADOS OBTENIDOS

Der	P(mV)	P(ms)	PR(ms)	QRS(mV)	QRS(ms)	T(mV)	T(ms)	QT(ms)	R-R (ms)	Frec (lat-min)
II	1.77	120.00	170.22	11.46	102.00	2.75	303.11	409.22	0.81	74.1
II	1.29	115.66	160.11	18.03	98.40	2.72	192.57	326.29	0.82	73.1
II	1.35	103.40	194.90	8.65	91.40	1.36	226.40	349.20	0.72	83.3
II	1.53	121.81	242.97	10.51	103.35	3.65	317.55	426.58	0.92	65.2
II	1.74	111.47	261.33	12.51	97.87	2.44	265.73	437.17	0.93	64.5
II	0.81	117.85	206.59	9.50	96.65	3.42	297.81	399.74	0.90	66.6
II	1.64	115.67	160.23	18.03	94.40	3.17	179.36	310.3	0.82	73.1
<b>Prom</b>	<b>1.44</b>	<b>115.12</b>	<b>199.47</b>	<b>12.66</b>	<b>98.15</b>	<b>2.78</b>	<b>254.39</b>	<b>379.78</b>	<b>0.84</b>	<b>71.4</b>

## RECOMENDACIONES O SUGERENCIAS.

Con el actual aplicativo se pueden realizar las siguientes investigaciones:

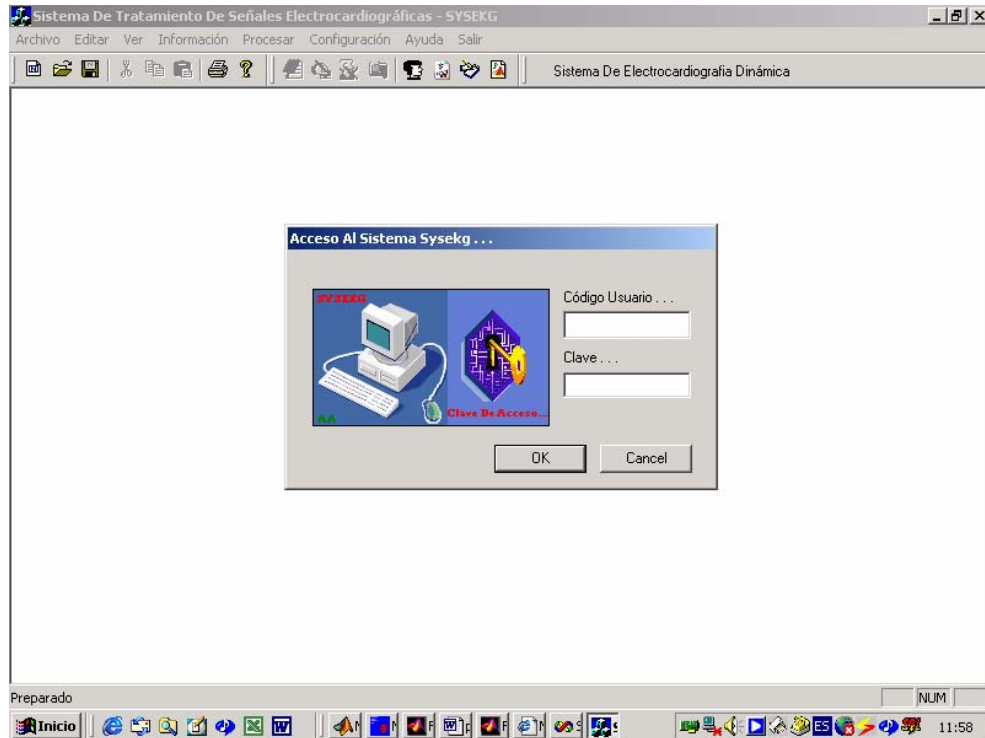
- Un estudio sobre la caracterización de señales Electrocardiográficas en pacientes sanos en un rango de edad determinada. Esta caracterización nos dará los tiempos de duración y la amplitud de cada una de las ondas de la señal ECG, como son la onda P, el complejo QRS y la Onda T, a demás se obtendrán los tiempos de duración de los segmentos PR y QT, los cuales son muy importantes desde el punto de vista clínico para la detección de anomalías cardíacas.
- La comparación de los datos obtenidos en la caracterización de una señal ECG, de un paciente en reposo con la señal ECG del mismo paciente en movimiento, puede ser una herramienta importante en la detección de enfermedades cardíacas.
- Un estudio de la variabilidad de cada una de las ondas y segmentos de la señal ECG en una población determinada teniendo en cuenta factores importantes como la edad, el sexo, hábitos alimenticios y actividad tanto deportiva como diaria.
- La modificación de los algoritmos para el estudio de señales cardíacas anormales es quizás el paso mas importante para la obtención de un aplicativo completo capaz de analizar cualquier señal ECG. Esta modificación dentro del aplicativo es muy sencillo, basta con modificar los algoritmos de inicio y final de cada Onda teniendo en cuenta la presencia o no de ellas en la señal ECG.

### **3.3 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROGRAMA SYSEKG.**

Dentro de los objetivos iniciales para la elaboración del programa, se buscaba dejar una herramienta la cual, además de ser muy útil para el análisis de señales electrocardiográficas (ECG), también se pudiera almacenar señales con toda la información necesaria para la continuación en la investigación en el procesamiento de señales tanto ECG como de otro tipo. Es así como la aplicación consta de una base de datos elaborada en Sysbase versión 6.0 (Se escogió este motor para la elaboración de la base de datos, debido al gran conocimiento y facilidad de trabajo que poseo en el, además por la facilidad en la elaboración de la base de datos y por su facilidad tanto en soporte como en compatibilidad de la información; pero puesto que la plataforma actualmente se considera independiente de las aplicaciones, se puede elaborar la misma base de datos en otro motor teniendo en cuenta únicamente los nombres de las tablas y columnas al igual que la integridad referencial entre ellas. Aclaro que el motor no es un inconveniente en caso de no poseer permiso para el uso de Sysbase), con esta base de datos se busca llevar una completa historia clínica de un paciente, con lo cual se pueda analizar mas a fondo las señales Biomédicas. Dentro de este aplicativo se tuvo en cuenta que información es de gran importancia dentro de la historia clínica, con la cual un médico puede diagnosticar fácilmente a un paciente.

El programa inicialmente consta de un sistema de seguridad, elaborado en base a reglas de encriptación de información, la información de los usuarios y sus claves se almacena en la base de datos. Como bien es sabido la base de datos debe ser administrada por una persona que posea conocimientos sobre el motor que se está utilizando para que la seguridad de la información sea la más optima.

**Figura 3-7** Módulo de seguridad.

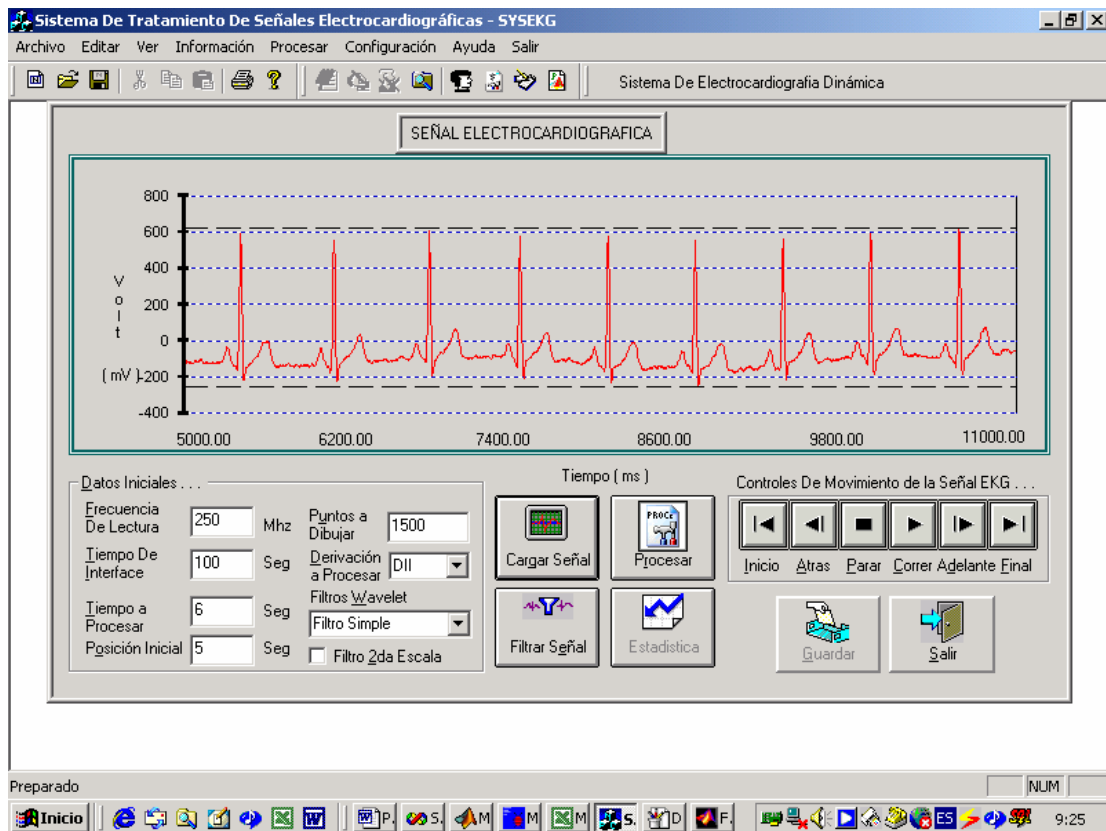


El programa también está formado por un módulo de tratamiento de la señal, el cual permite la lectura de una señal almacenada en un archivo, cuyo contenido son números enteros de 16 bits, los cuales son dibujados para luego ser procesados y obtener la caracterización de la señal.

Esta lectura de números enteros de un archivo, es el formato utilizado por algunos aparatos digitales de señales electrocardiográficas, también el aplicativo puede leer datos desde un archivo tipo texto. Los datos almacenados en un archivo tipo texto serán convertidos en datos de tipo "double", es decir: valores reales de 64 bits.

Recordemos que el procesamiento de datos reales consume más tiempo que el procesamiento de datos enteros.

Figura 3-8 Modulo de Procesamiento de la Señal.

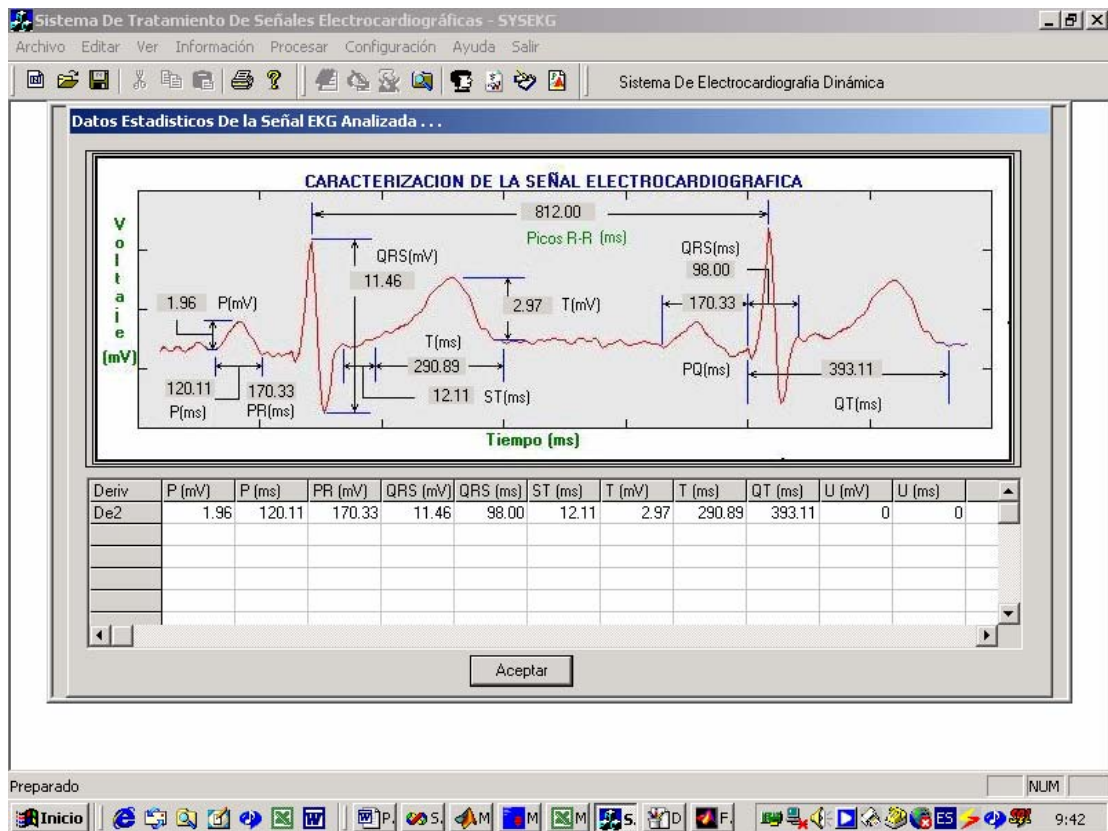


En este módulo se encuentra el diseño de unos filtros digitales, los cuales sirven para poder visualizar mejor la señal, además de un conjunto de comandos los cuales sirven para desplazar la señal hacia delante y hacia atrás. Es indispensable llenar inicialmente los datos solicitados especialmente la frecuencia a la cual fue tomada la señal para el procesamiento y cálculo de los datos.

Cuando se carga la señal debe seleccionar entre leer datos tipo numérico o archivo con datos tipo texto.

Dentro del módulo de procesamiento de la señal se puede observar los resultados obtenidos, los cuales se muestran gráficamente y distribuidos en una grilla.

**Figura 3-9** Datos de la caracterización de la Señal.



En la figura anterior podemos observar los resultados obtenidos en forma gráfica y en una grilla; en la parte superior se observa el tiempo de duración entre cada QRS, el cual nos da la frecuencia del paciente.

Se realizaron pruebas con varios pacientes sanos y se pudo obtener un algoritmo capaz de caracterizar una señal y obtener los datos mas representativos de una señal Electrocardiográfica.

Adicionalmente se elaboró la base de datos como complemento al aplicativo, con el cual se pudiera llevar la información necesaria para el análisis de señales ECG. Esto debido a que en muchas ocasiones solo se tiene una señal sin la información necesaria para poder hacer un buen estudio de una señal. La base de datos posee las siguientes ventanas

Figura 3-10 Toma de datos de la Historia clínica.

Sistema De Tratamiento De Señales Electrocardiográficas - SYSEKG

Archivo Editar Ver Información Procesar Configuración Ayuda Salir

Sistema De Electrocardiografía Dinámica

Historia Clínica Del Paciente ...

Documento Paciente Tipo Doc Fecha De Nacimiento Sexo Fecha Historia Clínica Consecutivo HC ...

Apellidos Nombres Código Médico Nombre Médico

Historia Clínica Cont...HClínica Impresión Dx Atendido en ...

Motivo De Consulta ...

Exámen Físico ...

1 Frecuencia Cardíaca Lat/min

2 Frecuencia Respiratoria Lat/min

3 Tensión Arterial MmHg/min

4 Temperatura °C

5 Peso kg

6 Talla Cm

Antecedentes ...

NESTOR Medicamentos o Procedimientos Toma De Señal EKG Aceptar Salir

Preparado NUM

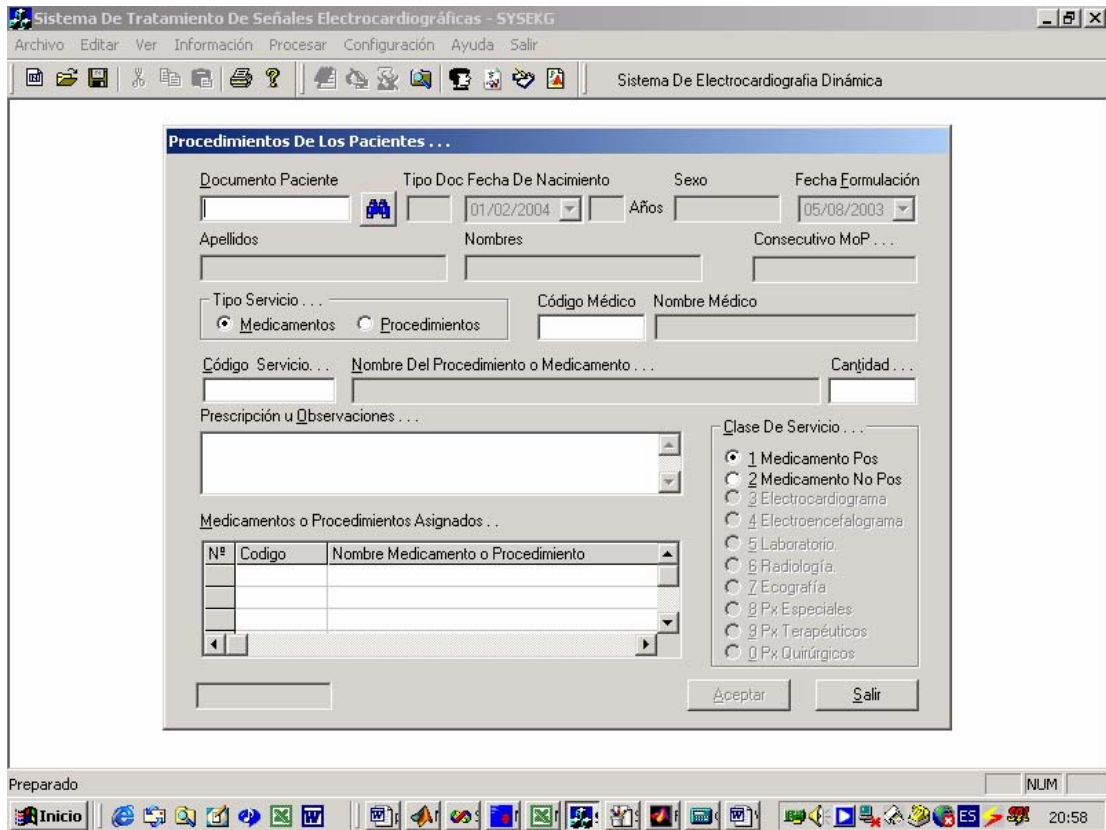
Inicio 20:40

En la ventana anterior se busca obtener el mayor número de datos los cuales son importantes en el análisis de una señal ECG, puesto que conocer más a fondo un paciente implica un mayor acierto en el diagnóstico obtenido en el análisis de la señal.

El aplicativo también cuenta con una ventana para la toma de datos referente a los procedimientos asignados a cada paciente, además se puede llevar un control de los medicamentos asignados dentro de la misma ventana.

**Importante:** Para buscar información en un campo como la cédula de un paciente, un código de medicamento o procedimiento, u otro código teclee “F5” ó puede hacerlo con la lupa en la barra de menú.

Figura 3-11 Toma de datos los procedimientos de un paciente.



En la figura 3-11 podemos observar el formato para la captura de los medicamentos y procedimientos de un paciente. Esta ventana está relacionada con la ventana de Historia clínica al igual de la ventana para la captura de la señal. De igual manera se pueden llenar los datos desde cualquiera de las dos ventanas.

Y por supuesto se elaboró una ventana para obtener los datos referente al paciente. Toda la información que se ingresa en esta ventana es importante dentro de la historia clínica, como parte inicial de un paciente al cual se le va a hacer una toma de una señal. Como se puede observar en la figura 3-12, todos los datos solicitados son de carácter general.

Figura 3-12 Toma de datos del Paciente.

Sistema De Tratamiento De Señales Electrocardiográficas - SYSEKG

Archivo Editar Ver Información Procesar Configuración Ayuda Salir

Sistema De Electrocardiografía Dinámica

**Ingreso de Pacientes a la Base De Datos...**

Documento Del Paciente: [NESTOR] Tipo Documento: [ ] Lugar De Expedición: [ ] Fecha Ingreso: [01/02/2004]

Primer Apellido: [ ] Segundo Apellido: [ ] Primer Nombre: [ ] Segundo Nombre: [ ]

Documento Alternativo: [ ] Fecha De Nacimiento: [01/02/2004] Sexo:  Masculino  Femenino

Ocupación: [ ] Nombre De La Ocupación: [ ] Tipo Paciente:  Subsidiado  Contributivo  Particular  Otro

Dirección Residencial: [ ] Teléfonos: [ ] Zona:  Urbana  Rural

Profesión: [ ] Nombre De La Profesión: [ ] Ciudad Donde Reside: [ ]

Seguro De Entidad Afiliada: [ ] Ciudad: [ ] Observaciones: [ ]

Guardar Cambios OK Salir

Preparado NUM 21:05

El aplicativo también cuenta con las tablas primarias necesarias para el llenado de las tablas secundarias las cuales se encuentran en el menú de configuración. El llenado de estas tablas es sencillo por lo tanto solo se hará referencia a las tablas más importantes.

En el **Anexo 3** se encuentra el modelo entidad relación de la base de datos utilizada. Este modulo muestra la relación de cada una de las tablas.

Dentro de este aplicativo encontramos las siguientes tablas primarias utilizadas para búsqueda de información:

**Tablas Primarias:**

1. Ciudad.
2. Ocupación.
3. Grupo de Usuarios.

4. Profesión.
5. Especialidad.
6. Grupo de Procedimientos.
7. Grupo de Diagnóstico.
8. Medicamentos.

Tablas Secundarias:

1. Usuarios.
2. Procedimientos.
3. Diagnósticos Médicos.
4. Pacientes.
5. Procedimientos y medicamentos a pacientes.
6. Historia clínica.

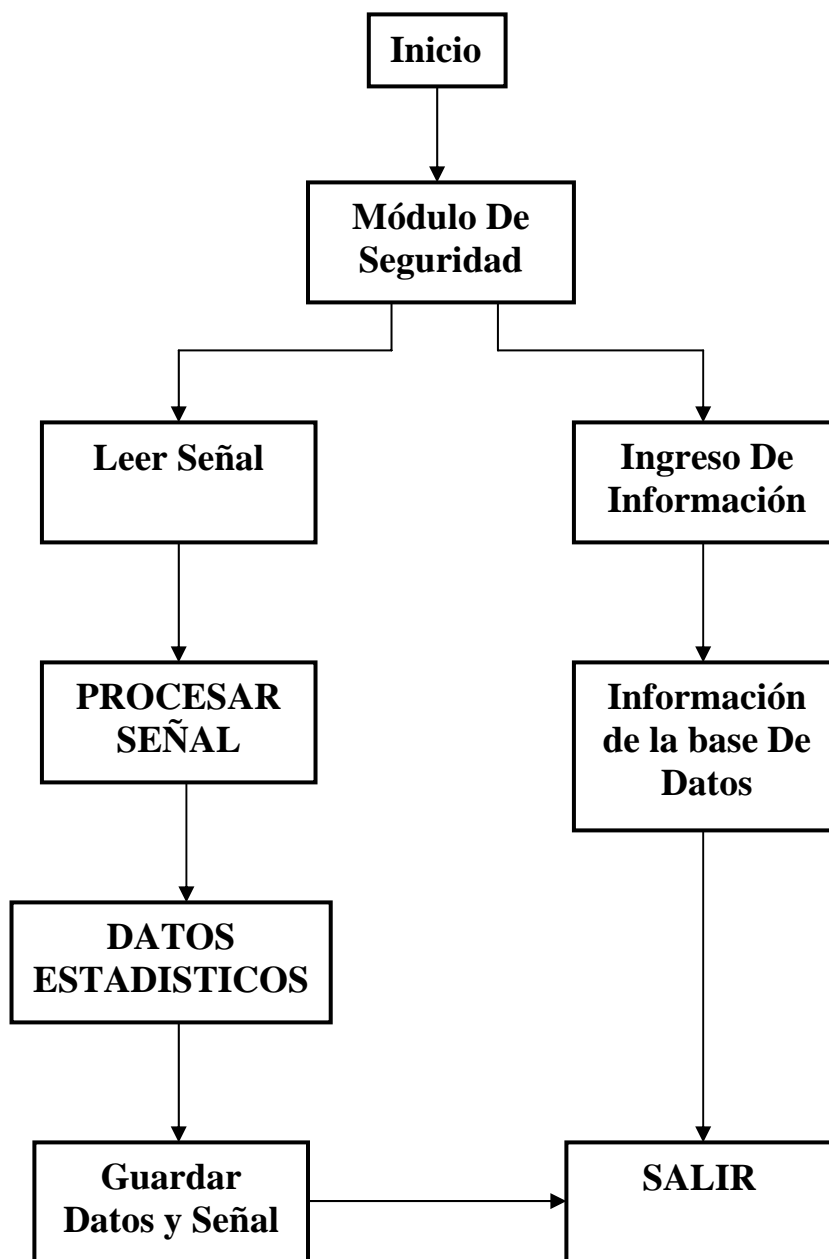
## ANEXO 1.

### Tabla de correlación entre frecuencia cardiaca, intervalo QT, y segmento PR

La frecuencia cardiaca está expresada en latidos/minuto, y el intervalo QT y el segmento PR en segundos, siendo estos últimos valores los extremos máximos normales.

<i><b>CORRELACION ENTRE FRECUENCIA CARDIACA, INTERVALO QT, Y SEGMENTO PR</b></i>		
<b>FRECUENCIA</b>	<b>INTERVALO QT</b>	<b>SEGMENTO PR</b>
150	0.25	
140	0.26	0.17
130	0.27	0.17
120	0.28	0.18
110	0.29	0.18
100	0.30	0.19
90	0.32	0.19
80	0.34	0.20
70	0.35	0.20
60	0.36	0.20
50	0.38	0.20
45	0.42	0.20
40	0.47	0.21

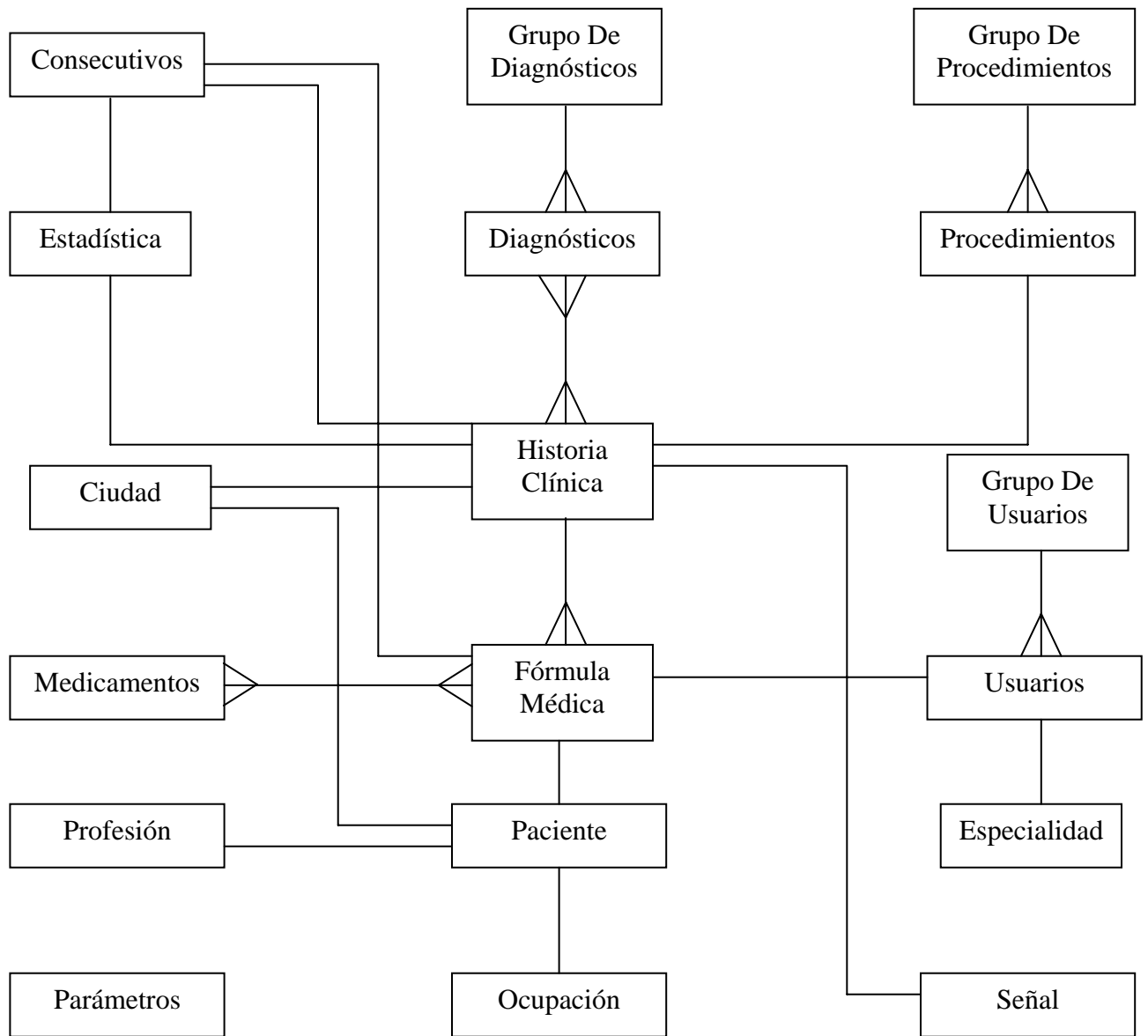
**ANEXO 2.**  
**DIAGRAMA DE FLUJO**





### ANEXO 3.

#### MODELO ENTIDAD – RELACIÓN



## CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en la caracterización de las señales obtenidas con la unidad de adquisición Biopac (de propiedad del Grupo de Investigaciones de Ingeniería Biomédica GIIB), son excelentes, dado que los datos obtenidos están dentro de los parámetros de un paciente normal. Para la obtención de los resultados de este proyecto se analizó la derivación DII del ECG, siendo esta la señal isodifásica en pacientes sanos.

Los resultados obtenidos utilizando la Transformada de Wavelet, nos demostró que está transformada es excelente para el análisis de señales no estacionarias donde Fourier posee debilidades, con lo cual podemos aseverar que Wavelet es el complemento de Fourier.

El proceso de Multi-resolución de la transformada de Wavelet es la herramienta más importante en la caracterización de señales ECG, gracias a la descomposición de la señal en diferentes bandas, las cuales cada una posee información importante de la señal ECG.

La elaboración de este proyecto constituye un avance en el procesamiento de señales ECG en la Universidad, ya que este se viene trabajando desde hace varios años, quedando el presente como un aporte a los logros que se desean alcanzar en el campo de la ingeniería biomédica.

Dentro del procesamiento de señales e imágenes hay mucho por desarrollar, puesto la elaboración de filtros que nos permitan obtener una buena perspectiva de una señal no se ha encontrado, y los filtros actuales solamente nos muestran bandas de frecuencias de una señal determinada.

El aplicativo que se elaboró posee una base de datos con la cual se busca poder recopilar información real de pacientes con sus respectivas señales para poder analizar y estudiar más a fondo las señales ECG de una población determinada.

La continuación de esta herramienta es de vital importancia como aporte al campo de la medicina, con el cual se busca obtener un aplicativo completo el cual sea capaz de analizar señales ECG sobre la base del historial clínico y dar un posible diagnóstico a un paciente.

El ensamble de este aplicativo con la unidad Biopac nos genera un puesto de trabajo excelente para el estudio y análisis de señales EKG, el cual puede ser utilizado por un médico para la evaluación de un paciente.

## BIBLIOGRAFÍA

- **BURCH, GEORGE E. M.D, FACP; GALVIS, WINSOR M.D. FACP;** “Principios De Electrocardiografía”, Cuarta Edición, librería el Ateneo, Buenos Aires –Argentina-,1990.
- **CUIWEI, LI, Ph.D., CHONGXUN ZHENG, CHANGFENG TAI.** “detection of ECG Characteristic Points Using Wavelet Transforms”, IEEE Transactions Biomedical Engineering, Vol. 42, N° 1, January 1995. pp 21-28.
- **GUYTON, ARTHURC, MD; HALL JOHN E., Ph.D,** “Tratado De Fisiología Medica”: Interamericana de Mc-Graw-Hill, Novena Edición traducida al Español, 1997, Capítulos 9,10,11 y 12 Páginas 115-161.
- **HAMILTON P. S. AND TOMPKINS W.J.,** “Quantitative investigation of QRS detection rules using the MIT/BIH arrhythmia database”,IEEE Trans. Biomedical Eng., Vol. BME-33, PP. 1157-1187, 1986.
- **MALLAT, S.** “Zero-crossings of wavelet transform”, IEEE Trans. Inform. Theory, Vol 37, pp. 1019-1033, 1991.
- **MALLAT, S.** “characterization of signal from multiscale edges”, IEEE Trans. Pattern Anal Machine Intell., Vol. 14, pp. 710-732, 1992.
- **REVIEW PROCEEDINGS OF THE IEEE; “Special Issue on Wavelet”, published monthly by the institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. Vol 84. N° 4. April 1996.**