

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Proporcionalidad directa en quinto grado: un diseño didáctico basado en la producción de textos y la atención a la diversidad

María Fernanda Galvis Hernández

Código: 2142243

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
Licenciada en Matemáticas

Directora

Sandra Evely Parada Rico

Doctora en Ciencias de la Especialidad Matemática Educativa

Codirectora

Ingrid Janeth Jácome Anaya

Magister em Educación Matemática

Universidad Industrial de Santander

Facultad de ciencias

Escuela de matemáticas

Bucaramanga

2024

Dedicatoria

A mis abuelos Rosa y Gabriel, quienes no dejaron de creer en mí y anhelaban este logro tanto o más que yo. Con su amor y apoyo incondicional fueron, son y seguirán siendo la motivación para no rendirme.

Físicamente, hoy no están aquí, pero los llevo presentes en cada paso que doy.

Agradecimientos

A mis padres Ligia y Martín por su amor incondicional, por ser mi apoyo constante, por la paciencia durante el proceso y gracias por enseñarme a no desfallecer ante las adversidades.

A mi familia, Ligia, Hermes, Yerzon, Gury y Gaby, por creer en mí, por sus palabras cargadas de amor y orgullo cuando no quería continuar.

A mis amigos Fercho, Lucho, Dani y Jhoan con quienes compartí más que un salón de clases, que han estado presentes en todos los momentos, lo más importante es que las risas nunca faltaron.

A Liliana, con quien he compartido alegrías, tristezas, amores, desamores, espacios críticos, viajes y unas cuantas cervezas.

Al Centro de Estudios de Matemáticas (CEMAT), por brindarme una segunda familia y un espacio de reflexión y divulgación matemática.

A la profesora Sandra Evely, por su apoyo durante este proyecto.

A Ingrid, por ser más que mi codirectora y convertirse en una amiga, por sus consejos, su tiempo y sus enseñanzas.

A Manuel, quien fue mi compañero durante gran parte de este camino, gracias por su amor incondicional, por darme la mano y prestarme su hombro para llorar en momentos difíciles, por creer en mí y ayudarme a confiar en mí. ¡Gracias!

A Tommy, mi compañero de cuatro patitas.

Agradecimiento especial

La publicación de este trabajo de investigación se logra gracias al apoyo del Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación, Colombia – MINCIENCIAS, quien financió el programa de investigación “Innovar en la Educación Básica para formar ciudadanos matemáticamente competentes frente a los retos del presente y del futuro”. Código 1115-852-70767, con su respectivo proyecto Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnologías: procesos de formación y reflexión en profesores, código 70783, con recursos del PATRIMONIO AUTÓNOMO FONDO NACIONAL DE FINANCIAMIENTO PARA LA CIENCIA, LA TECNOLOGÍA Y LA INNOVACIÓN FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS, contrato CT 183-2021.

Tabla de contenido

1.	Introducción.....	13
2.	Revisión bibliográfica y planteamiento del problema.....	16
	2.1 Aspectos legales y normativos.....	16
	2.1.1 Declaraciones internacionales	16
	2.1.2 Normativa nacional.....	18
	2.2 Referentes asociados a la enseñanza de la proporcionalidad.....	21
3.	Marco conceptual	25
	3.1 Proporcionalidad directa.....	28
	3.1.1 Mirada epistemológica.....	28
	3.1.2 Mirada curricular	31
	3.1.3 Mirada didáctico-cognitiva	34
	3.2 Atención a la diversidad en clase.....	37
	3.2.1 Diseño Universal de Aprendizaje (DUA).....	37
	3.2.2 Plan Individual de Ajustes Razonables (PIAR).....	39
	3.2.3 Propuesta curricular del diseño didáctico	40
4.	Metodología de investigación.....	44
	4.1 Fase I: revisión bibliográfica	45

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

4.2 Fase II: construcción del diseño didáctico.....	46
Construcción malla curricular.....	48
Diseño de hoja de trabajo y orientaciones didácticas para el profesor	48
4.3 Fase III: Valoración del diseño mediante la rúbrica.....	75
4.4 Fase IV: Pilotaje del diseño de intervención	76
4.5 Fase V: Análisis de resultados	76
5. Resultados.....	77
5.1 Producción de textos para el estudio de la proporcionalidad directa.....	77
5.1.1. Desde la mirada epistemológica	78
5.1.2. Desde la mirada curricular	83
5.1.3. Desde la mirada didáctico-cognitivo.	91
5.2 Producción de textos para atender la diversidad en el aula	108
5.2.1 Principio I: Proporcionar múltiples formas de representación	109
5.2.2 Principio II: Proporcionar múltiples formas de acción y expresión	113
5.2.3 Principio III: Múltiples formas de implicación	117
5.3 Diseño didáctico emergente de valoración	119
6. Conclusiones.....	121
6.1. Producción de textos para el estudio de la proporcionalidad directa.....	122
6.1.1. Desde la mirada epistemológica	122
6.1.2. Desde la mirada curricular	122

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

6.1.3. Desde la mirada didáctico-cognitivo.	122
6.2. Producción de textos para atender la diversidad en el aula	123
6.2.1. Desde la mirada epistemológica	123
6.2.2. Desde la mirada curricular	124
6.2.3. Desde la mirada didáctico-cognitivo.	124
7. Referencias bibliográficas	126
8. Anexo 1	132
9. Anexo 2	133

Tabla de figuras

Figura 1 Estructura de engranaje para el marco conceptual	25
Figura 2 Organización de las cantidades en un problema de regla de tres	30
Figura 3 Plantilla nueva receta	53
Figura 4 Relación número de personas-rodajas de tomate	55
Figura 5 Primera representación de razón	57
Figura 6 Concepto formal de razón	58
Figura 7 Uso de la razón	59
Figura 8 Concepto de constante de proporcionalidad.....	60
Figura 9 Concepto de magnitudes directamente proporcionales	61
Figura 10 Relación rodajas de tomate-rodajas de cebolla	63
Figura 11 Relación rodajas de cebolla-rodajas de pepino	65
Figura 12 Determinación rodajas de pepino	66
Figura 13 Afirmaciones 1 y 2	67
Figura 14 Contexto carta de invitación.....	68
Figura 15 Formato carta de invitación	69
Figura 16 Planteamiento del contexto de la limonada de cereza.....	70
Figura 17 Formato receta limonada de cereza	71
Figura 18 Cantidades necesarias para los 23 jurados	72
Figura 19 Justificación cantidades determinadas	73

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 20 Decisión Estrella Michelin	74
Figura 21 Valoración propósito y descriptores.....	75
Figura 22 Expresiones verbales en la historieta	79
Figura 23 Tablas de relación.....	80
Figura 24 Pertinencia aspectos epistemológicos desde la valoración por rúbrica....	81
Figura 25 Justificaciones de Diego en el momento 1	82
Figura 26 Justificación matemática realizada por José y Diego respectivamente....	83
Figura 27 Preguntas 3, 4 y 5 del primer momento	84
Figura 28 Cantidad de rodajas necesarias para 4 hamburguesas	85
Figura 29 Cantidad de rodajas de pepino conociendo las rodajas de cebolla.....	86
Figura 30 Explicación de otras relaciones directamente proporcionales.....	87
Figura 31 Pertinencia del diseño con los estándares de 5°	88
Figura 32 Justificación verbal y matemática de Diego.....	89
Figura 33 Razonamiento de Diego con diferentes operaciones matemática	90
Figura 34 Generalización realizada por Diego	90
Figura 35 Justificación de Diego para determinar la rodajas de pepino.....	91
Figura 36 Otras relaciones directamente proporcionales.....	93
Figura 37 Uso de la proporcionalidad directa.....	94
Figura 38 Justificación de las relaciones directamente proporcionales.....	95
Figura 39 Relación personas - rodajas de tomate	97
Figura 40 Razón entre las rodajas de tomate y las personas.....	98
Figura 41 Preguntas 11 y 12 del momento 3	99
Figura 42 Valoración del lenguaje de proporcionalidad.....	100
Figura 43 Justificación de Diego respecto a la razón	100

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 44 Justificación a la afirmación de la Subchef	101
Figura 45 Justificación de las relaciones directamente proporcionales	102
Figura 46 Preguntas que requieren una justificación en el momento 2	103
Figura 47 Razón en forma verbal y matemática	104
Figura 48 Preguntas que requieren una explicación detallada en el momento 3	104
Figura 49 Observaciones de la constante de proporcionalidad	105
Figura 50 Valoración de la hoja de trabajo del estudiante.....	106
Figura 51 Determinación de la razón por parte de Diego	107
Figura 52 Argumentaciones verbales y numéricas	108
Figura 54 Valoración por rúbrica del Principio I.....	111
Figura 55 Uso de títeres para representar la historieta	112
Figura 56 Construcción de la nueva receta por parte de Diego	113
Figura 57 Valoración por rúbrica Principio II	114
Figura 58 Receta construida por José	115
Figura 59 Receta construida por Diego	116
Figura 60 Enlace del documento de Google con todas las historietas.....	119
Figura 61 Cambios realizados en la tabla	120
Figura 62 Modificaciones visuales en el concepto de razón	121

Resumen

Título: Proporcionalidad directa en quinto grado: un diseño didáctico basado en la producción de textos para atender la diversidad*

Autor: María Fernanda Galvis Hernández**

Palabras Clave: Proporcionalidad directa, Atención a la diversidad, Producción de textos.

Descripción:

La presente investigación tuvo como objetivo plantear y valorar un diseño didáctico basado en la producción de textos para el estudio de la proporcionalidad directa con estudiantes de quinto grado atendiendo la diversidad en el aula.

Este trabajo se fundamenta teóricamente en los *aspectos involucrados en la comprensión de la proporcionalidad directa*, propuestas por Lamon (2007), y en la producción de textos como herramienta para la construcción del diseño didáctico. Así mismo, acoge las directrices del Diseño Universal de Aprendizaje (DUA) para promover la atención a la diversidad. Por otra parte, se sustenta metodológicamente en el proyecto 707983 “*Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnología: procesos de formación y reflexión con profesores*”. La metodología particular de este trabajo tiene un enfoque de diseño didáctico y se desarrolla en cuatro momentos.

Finalmente, la investigación concluye con un análisis detallado de los resultados obtenidos, los cuales se sustentan en las reflexiones iniciales sobre el diseño, la valoración mediante rúbrica y la implementación por parte de docentes en formación. Este análisis permitió dar respuesta al objetivo de la investigación.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Licenciatura en Matemáticas. Directora: Dra. Sandra Evely Parada Rico. Codirectora: Mg. Ingrid Janeth Jácome Anaya

Abstract

Title: Direct Proportionality in Fifth Grade: A Didactic Design Based on Text Production to Address Diversity*

Author(s): María Fernanda Galvis Hernández**

Key Words: Direct proportionality, Attention to diversity, Text production.

Description:

The present research was to propose and evaluate a didactic design based on the production of texts for the study of direct proportionality with fifth grade students, taking into account the diversity in the classroom.

This work is theoretically based on the aspects involved in the understanding of direct proportionality, proposed by Lamon (2007), and on the production of texts as a tool for the construction of the didactic design. Likewise, it adopts the guidelines of the Universal Design for Learning (DUA) to promote attention to diversity. On the other hand, it is methodologically supported by Project 707983 “*Didactic designs for inclusion in mathematics with the mediation of technology: training and reflection processes with teachers*”. The particular methodology of this work has a didactic design approach and is developed in four moments.

Finally, the research concludes with a detailed analysis of the results obtained, which are based on the initial reflections on the design, the assessment by means of rubric and the implementation by teachers in training. This analysis made it possible to respond to the research objective.

* Degree Work

** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Licenciatura en Matemáticas. Directora: Dra. Sandra Evely Parada Rico. Codirectora: Mg. Ingrid Janeth Jácome Anaya

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

1. Introducción

Autores como Mochón (2012) y Obando (2015) mencionan que en la enseñanza de la proporcionalidad directa se usa excesivamente la regla de tres dejando de lado la relación entre las magnitudes que se están trabajando y los contextos en cuestión.

La enseñanza de la proporcionalidad se centra en procesos algorítmicos (fundamentalmente la regla de tres) sin que sean explícitas las relaciones de covariación entre magnitudes y, por ende, el uso significativo de las razones y proporciones que se exige en este tipo de situaciones de proporcionalidad directa (Obando, 2015, p.28)

Por tal razón, la proporcionalidad ha sido un tema de interés en investigaciones de educación matemática desde diferentes perspectivas las cuales buscan ir más allá de los algoritmos matemáticos y emplear distintas estrategias para abordar y evaluar este objeto matemático (Barajas, 2009; Mochón, 2012; Lopera, 2014).

Haciendo alusión a las perspectivas que se mencionan anteriormente respecto a la enseñanza de la proporcionalidad y teniendo en cuenta el rastreo bibliográfico que se realizó, se encuentran los siguientes ámbitos:

- En el ámbito educativo la proporcionalidad es considerada como un concepto transversal con otras áreas de la ciencia de tal forma que enriquezcan el proceso de enseñanza de estas.

La proporcionalidad ocupa un lugar importante en el mapa curricular al ser considerada como una herramienta cognitiva que permite la apropiación de conocimientos además de desarrollar el pensamiento relacional que posibilita vincular

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

las matemáticas con otras asignaturas como la física, la química, la biología, la historia, geografía y otras (Rodríguez y Pérez, 2003, p. 1).

- En el ámbito cotidiano las personas se ven enfrentadas a situaciones de compartir dulces con sus amigos, preparar una receta, entre otras, las cuales se pueden abordar desde el concepto de proporcionalidad directa. Como lo menciona Ramírez y Hernández (2017): “La proporcionalidad es un tema que se encuentra estrechamente vinculada a nuestra vida cotidiana al enfrentarnos a situaciones que involucran el cálculo de magnitudes, repartos proporcionales, cálculo de porcentajes o de intereses” (p. 12).

En diferentes investigaciones sobre la enseñanza de la proporcionalidad se han evidenciado resultados significativos al implementar diferentes metodologías y permitir que los estudiantes interioricen dicho concepto tal como lo reporta Barajas (2009). Esta autora deja entrever en su investigación otros factores que influyen en el aula de clase, los cuales no están relacionados directamente con el proceso de enseñanza y de aprendizaje.

Los hallazgos encontrados por los autores antes mencionados motivan el objetivo de esta investigación, el cual consiste en plantear y valorar un diseño didáctico basado en la producción de textos para el estudio de la proporcionalidad directa con estudiantes de quinto grado atendiendo la diversidad en el aula.

Con el propósito aquí planteado se reconoce que los estudiantes tienen diferentes estilos de aprendizaje y esto conlleva a la revisión de distintas formas de enseñanza, por lo que en este trabajo de grado se decidió hacer uso de la producción de textos para la enseñanza de la proporcionalidad directa (Parada, 2005; Barajas, 2009), con lo que se busca promover el

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

proceso de Comunicación tal y como lo estipulan los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998).

El documento está estructurado en seis capítulos, organizados de la siguiente manera: en el capítulo 2 se presenta una breve revisión bibliográfica y el planteamiento del problema desde el aspecto legal internacional y nacional. Se mencionan algunos referentes asociados a la enseñanza de la proporcionalidad directa, y se rescatan algunas ideas y estrategias en la enseñanza de este objeto matemático, donde se presenta la pregunta de investigación y el objetivo para dar respuesta a la misma. En el capítulo 3 se expone el marco conceptual, donde se destacan los aspectos más relevantes de la producción de textos como herramienta para el estudio de la proporcionalidad directa y la atención a la diversidad en el aula. Se centra la atención en las categorías de análisis con las que se valorará el diseño didáctico, las cuales son: la proporcionalidad directa desde una mirada epistemológica y didáctico-cognitiva, y los principios y pautas del Diseño Universal de Aprendizaje (DUA). En el capítulo 4 se presenta la metodología de investigación donde se describen las diferentes fases que se siguieron en el planteamiento y valoración del diseño didáctico. En el capítulo 5 se exponen los resultados del análisis de la investigación bajo las categorías propuestas en el capítulo anterior. Finalmente, en el capítulo 6, se mencionan las conclusiones y reflexiones del trabajo desarrollado.

2. Revisión bibliográfica y planteamiento del problema

En este apartado se expone el planteamiento del problema abordado en la investigación que se realizó cuya perspectiva está centrada en el estudio de la proporcionalidad directa con personas que cuentan con diferentes características de aprendizaje. Para ello, se tuvo en cuenta la normativa estipulada a nivel internacional desde la Constitución de la UNESCO (1946) hasta la Conferencia de Jomtien (1990), llegando hasta la declaración de Salamanca (1994) y la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible (2015) donde su punto de discusión y toma de decisiones giró en torno a la educación inclusiva. En relación con lo anterior se mencionan las leyes y decretos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) en contribución a la no discriminación de las minorías y de las personas con diferentes características de aprendizaje. Posteriormente, se centra la atención en las dificultades de la enseñanza de la proporcionalidad y la producción de textos como estrategia para abordar este objeto matemático. Por último, se expone la pregunta de investigación y el objetivo planteado para dar respuesta a la misma.

2.1 Aspectos legales y normativos

En este apartado, se destacan algunas normativas que se han estipulado a nivel internacional y nacional para favorecer la atención a la diversidad en el aula.

2.1.1 Declaraciones internacionales

La educación ha sido un tema de interés y discusión a nivel mundial, llamando la atención de diferentes organismos como La Organización de las Naciones Unidas (ONU), La Organización de las Naciones Unidas para la Cultura, las Ciencias y la Educación (UNESCO) y la Oficina del Alto Comisionado para los Derechos Humanos (OACDH).

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

La Asamblea General de las Naciones Unidas construye un documento titulado *Declaración Universal de los Derechos Humanos* en 1948, el cual se divide en 30 artículos donde se recopilan derechos humanos que se consideran fundamentales de toda persona. En este documento de la ONU en el artículo 26 se menciona que: “Todos tenemos el derecho a la educación” (p. 54), entendiendo con ello que la educación es una vía de desarrollo integro para la persona como sujeto activo en la sociedad. Colombia es uno de los países que adoptó estas directrices y lo estipula en el artículo 67 de la Constitución Política de 1991, donde se declara los derechos sociales, económicos y culturales (capítulo 2), y se establece la educación como un derecho de toda persona sin importar sus características particulares.

En el artículo tercero de la Declaración Mundial sobre Educación para Todos y Marco de Acción para satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje (1990, p. 6), se afirma que la educación básica y su acceso debe proporcionarse a todos de forma equitativa. Para lograr lo antes expuesto, se debe garantizar el aumento de los servicios educativos de calidad y ofrecer igualdad de condiciones para que todos alcancen y mantengan un nivel de aprendizaje aceptable. En el caso de las personas vulnerables por alguna de sus características (físicas, mentales, económicas, sociales, etc.) se debe ofrecer una atención especial que permita la transformación de esas desigualdades y elimine las discriminaciones para el aprendizaje.

Como ya se ha expresado anteriormente, la educación al ser un derecho fundamental para toda persona sin distinción permite enfocar la atención en las personas que tienen alguna discapacidad o limitación en su proceso de aprendizaje; por lo que la enseñanza necesita pensarse de manera diferenciada en términos de lenguaje y flexibilidad del currículo. Lo anterior fue discutido en la Conferencia Mundial sobre Necesidades Educativas Especiales: Acceso y Calidad, en la ciudad de Salamanca, España (1994). De la conferencia surge como punto de partida la educación para todos, con el objetivo de trabajar las Necesidades

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Educativas Especiales (NEE), de tal forma que todos los niños y jóvenes tengan acceso a una educación inclusiva. En las creencias y proclamaciones de este documento se menciona que los sistemas educativos deben diseñarse con el propósito de atender las diferentes características y necesidades; y que los centros educativos deben integrar a los estudiantes con NEE y centrarse en los niños, niñas y jóvenes.

Por otra parte, la ONU (2015) plantea 17 objetivos de desarrollo sostenible para transformar nuestro mundo, donde su cuarto objetivo es “Garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos” (p. 19), cuyo propósito es tener acceso a una educación sin discriminación alguna y con igualdad de posibilidades.

2.1.2 Normativa nacional

Como ya se mencionó anteriormente, Colombia como otros países ha estado trabajando en pro de la educación inclusiva y sus aportes se han visto reflejados en diferentes leyes y decretos. En el artículo 46 de la Ley General de Educación (1994) se estipula que “La educación para personas con limitaciones física, sensoriales, psíquicas, cognoscitivas, emocionales o con capacidades excepcionales, es parte integrante del servicio público” (p. 12), por tal razón se debe garantizar el acceso a la educación para todos promoviendo la participación activa de las personas con alguna limitación o capacidad excepcional las cuales hacen parte de la construcción de la sociedad.

En ese sentido se establecen algunas leyes y decretos (Ley 361, 1997; Ley 1346, 2009; Ley 1618, 2013; Decreto 1421, 2017) que pretenden orientar la educación inclusiva, definiéndose como:

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Un proceso permanente que reconoce, valora y responde de manera pertinente a la diversidad de características, intereses, posibilidades y expectativas de los niños, niñas, adolescentes, jóvenes y adultos, cuyo objetivo es promover su desarrollo, aprendizaje y participación, con pares de su misma edad, en un ambiente de aprendizaje común, sin discriminación o exclusión alguna, y que garantiza, en el marco de los derechos humanos, los apoyos y los ajustes razonables requeridos en su proceso educativo, a través de prácticas, políticas y culturas que eliminan las barreras existentes en el entorno educativo. (Decreto 1421, 2017, p. 5)

Considerando que los ajustes razonables se refieren a las adaptaciones que se deben realizar en el sistema educativo de acuerdo con las necesidades específicas de cada estudiante, con el fin de implementar diferentes estrategias que favorezcan al proceso de enseñanza y aprendizaje.

Específicamente en el decreto 1421 de 2017 se presentan orientaciones para la realización de los ajustes razonables que deberían tenerse en cuenta en los diferentes niveles de la educación escolar para la atención a la diversidad, como lo son: i) El Diseño Universal de Aprendizaje (DUA), una propuesta pedagógica que integra objetivos, materiales, evaluaciones, entre otros, en los cuales se tenga en cuenta las capacidades de los estudiantes; y ii) El Plan Individual de Ajustes Razonables (PIAR), una herramienta que se utiliza para garantizar los procesos de enseñanza y de aprendizaje para cada estudiante. En el marco conceptual se abordarán con mayor profundidad estas herramientas.

Como se evidenció, Colombia cuenta con políticas públicas que promueven la educación inclusiva. Sin embargo, no basta con establecer dichas políticas puesto que en la actualidad persisten dificultades en términos educativos por falta de profesionales capacitados en dicho ámbito y situaciones coyunturales.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

El objetivo de alcanzar una educación para todas las personas sin excepción en el país se ha convertido en un desafío mayor, considerando las situaciones como la pandemia, los impactos del cambio climático en territorios y sus poblaciones, el recrudecimiento de la violencia, el desplazamiento interno y las migraciones que han venido en aumento. (Lineamientos de políticas para la inclusión y equidad en educación, 2021, p. 5)

En relación con lo antes mencionado el MEN en colaboración con el Ministerio de Salud y Protección Social (MinSalud) y la Fundación Saldarriaga Concha, proponen los Lineamientos de Políticas para la Inclusión y Equidad en Educación (2021) en aras de brindar orientaciones para la acción. Así mismo, proponen una agenda donde se analizan las políticas educativas planteadas para trabajar en pro de una mejor calidad educativa.

Recientemente, el MEN en la Ley 2216 de 2022 busca promover la educación inclusiva y el desarrollo integral de niñas, niños, adolescentes y jóvenes con trastornos específicos de aprendizaje, entendiendo este último como: aquellas dificultades asociadas a la capacidad del niño, niña, adolescente o joven para recibir, procesar, analizar, o memorizar información desarrollando problemas en los proceso de lectura, escritura, cálculos aritméticos e incluso dificultades en la adquisición del conocimiento, nuevas habilidades y destrezas.

Así mismo, en el Sistema Información de Matrícula se tiene la opción para hacer el debido reporte de los estudiantes que presentan trastornos específicos de aprendizaje, con el fin de llevar un respectivo seguimiento al proceso educativo y el acompañamiento complementario, bien sea desde casa o las entidades encargadas de los niños, niñas, adolescentes y jóvenes con dicho trastorno.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

2.2 Referentes asociados a la enseñanza de la proporcionalidad

Algunas investigaciones internacionales y nacionales (Lopera, 2014; Obando, 2015; y Ramírez, Hernández, 2017) evidencian que el avance en la enseñanza de la proporcionalidad no es del todo satisfactorio y las dificultades persisten en el paso de los años tal y como lo son: el desconocimiento del concepto de razón y proporción, el uso excesivo de la regla de tres sin identificar la relación entre las magnitudes y no entender la proporcionalidad como una variación.

A nivel internacional se han encontrado investigaciones que giran en torno a la enseñanza de la proporcionalidad, la formación de profesores y el análisis de libros de texto, (Amaro, Hernández, y Slisko, 2019), donde se identifican dificultades en cuanto al uso de la regla de tres como único recurso para manipular variables proporcionales y la memorización de ésta para la resolución de problemas.

Las dificultades de aprendizaje de la proporcionalidad están directamente relacionadas con la falta de análisis de la relación que se da entre dos magnitudes en un contexto dado y el excesivo uso de la regla de tres como método de resolución a situaciones problema que involucran magnitudes proporcionales, como lo dice Mochón (2012):

Así, la enseñanza de la regla de tres como única estrategia para resolver problemas de proporcionalidad resultaría insuficiente para que el alumno pueda desarrollar de manera completa una concepción sobre las ideas fundamentales de la proporcionalidad y sus diferentes enfoques, y saber cuándo aplicar correctamente esta regla. (p. 134)

En cuanto a la enseñanza de la proporcionalidad, autores como Amaro et al. (2019) mencionan que ésta se enfoca en la enseñanza de técnicas y destrezas que terminan

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

relacionándose con la regla de tres, llevando a la memorización de este algoritmo sin la búsqueda de la correlación entre las magnitudes y su relación con el contexto. “El enfoque algorítmico y la repetición que busca más la memorización que la reflexión es uno de los causantes de que los estudiantes intenten aplicar la regla de tres en problemas cuyos datos no guardan una relación lineal” (Amaro et al. 2019, p. 126).

En Colombia se han encontrado distintos trabajos de investigación que reportan algunas dificultades recurrentes en cuanto a la enseñanza y el aprendizaje del concepto de proporcionalidad (Obando, 2015; y Zapata, 2021). Estas investigaciones giran en torno a tres dificultades: i) la proporcionalidad como objeto matemático del pensamiento numérico, ii) el método para hallar el valor desconocido y iii) la falta de conocimientos previos en el estudio de la proporcionalidad.

Según los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) la proporcionalidad hace parte del Pensamiento variacional y Sistemas algebraicos. Sin embargo, al revisar los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (EBC) para los grados 4° y 5° (MEN, 2006), se observa una mayor concentración de este concepto en el Pensamiento numérico y Sistemas Numéricos. Para Sánchez (2011), esto representa una dificultad, puesto que el hecho de realizar un mayor énfasis del concepto de proporcionalidad en el Pensamiento Numérico y considerarlo como la única forma de abordar este objeto matemático, conlleva al uso excesivo de algoritmos para solucionar situaciones dejando de lado la variación y relación entre las magnitudes involucradas.

El inconveniente no radica en que las razones, las proporciones y la proporcionalidad estén ubicados dentro del pensamiento numérico, sino en considerar esta visión como la única forma de aproximación en el currículo escolar, lo cual restringiría las posibilidades de desarrollo de otros tipos de razonamiento, en particular, el

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

razonamiento proporcional y del acceso a otros niveles más avanzados de las matemáticas. (Sánchez, 2011, p. 11)

Como se ha mencionado antes, una de las mayores dificultades en la enseñanza de la proporcionalidad radica en el uso desmedido de regla de tres. El uso de esta regla no está del todo mal, la dificultad se presenta en la falta de indagación sobre la relación proporcional entre las magnitudes y el contexto en donde se presentan estas.

El formato para encontrar el valor desconocido se ha ligado con la tendencia de los estudiantes de usar la nemotecnia de la regla de la multiplicación en cruz, la cual, en la mayoría de los casos, excluye el uso del razonamiento proporcional. (Sánchez, 2011, p. 2)

Por otra parte, en cuanto a la falta de conocimientos previos para abordar el concepto de proporcionalidad, Oller (2012) menciona que los estudiantes al momento de resolver problemas les dan mayor relevancia a los procedimientos que a los conceptos mismos al momento de resolver problemas de proporcionalidad.

La mayoría de los estudiantes desconocen los conceptos de magnitud, razón, proporción, de igual manera se les dificulta relacionar magnitudes y no tienen claro la equivalencia de fracciones, también se evidenció la dificultad para comprender los diferentes tipos de magnitudes con sus unidades y la conversión entre ellas y con respecto a los problemas de proporcionalidad solo algunos estudiantes resuelven este tipo de problemas por tanteo, usando procedimientos aditivos y no multiplicativos haciendo caso omiso al razonamiento proporcional. (Lopera, 2014, p.105)

Tanto en las investigaciones nacionales como internacionales mencionadas anteriormente, no solo se han reportado algunas dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad. Algunos autores han implementado diferentes estrategias en aras de

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

contribuir al tratamiento de estas dificultades. Barajas (2009) plantea una metodología basada en la toma de apuntes como herramienta en la construcción del concepto de proporcionalidad, permitiendo que los estudiantes interactúen con los conceptos por medio de diferentes recursos (películas, cuentos infantiles, figuras). Dichos recursos fueron adaptados de tal forma que les permitieron a los estudiantes arriesgarse a proponer y discutir sus ideas, construyendo un concepto propio del objeto matemático de estudio.

Por su parte, Parada (2005) utiliza como estrategia la producción de textos como instrumento para evaluar en matemáticas. La autora orientó a los estudiantes a producir sus propios textos a partir de la proposición de textos de su autoría y socialización de estos en el aula de clase. A lo largo de esta investigación la autora reporta como resultados diferentes textos (cuentos, coplas, poemas, cartas, fábulas, guiones, historietas) producidos por los estudiantes que dejan ver la comprensión de los objetos matemáticos discutidos en clase.

A pesar de que el objetivo de las investigaciones realizadas por Parada (2005) y Barajas (2009) no buscaba atender las diferentes características de aprendizaje de los estudiantes, ellas proponen dos estrategias para abordar el concepto de proporcionalidad relacionadas con el uso y la producción de textos. En esta investigación se quiere abordar la proporcionalidad directa por medio de la producción de textos como una alternativa para trabajar este concepto en un grupo heterogéneo con la finalidad de promover la inclusión en clase de matemáticas. Por tal razón se plantea la pregunta de investigación: ¿Cómo contribuye un diseño didáctico basado en la producción de textos en el estudio de la proporcionalidad directa con estudiantes de quinto grado y en la atención a la diversidad en el aula?

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

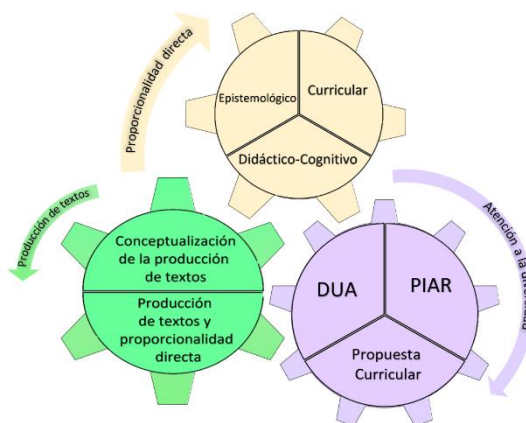
Para dar respuesta a la pregunta de investigación se propone como objetivo: plantear y valorar un diseño didáctico basado en la producción de textos para el estudio de la proporcionalidad directa con estudiantes de quinto grado atendiendo la diversidad en el aula.

3. Marco conceptual

En este capítulo se exponen algunos aspectos teóricos y conceptuales que sustentan y orientan el diseño didáctico, objeto de estudio de esta investigación. La estructura de este apartado está organizada en tres ejes que se bosquejan en la Figura 1.

Figura 1.

Estructura de engranaje para el marco conceptual



Inicialmente se presenta la conceptualización referente a la producción de textos como medio para el estudio de la proporcionalidad directa y la atención a la diversidad. Posteriormente, se presenta un apartado que menciona los aspectos que se tuvieron en cuenta en relación con la proporcionalidad directa desde una mirada epistemológica y didáctico-cognitivo. Para finalizar se mencionan los aspectos del DUA que se tuvieron en cuenta como herramientas para responder a la atención a la diversidad.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Como ya se había dicho, el estudio que se reporta aquí está basado en la producción de textos, pero ¿qué es un texto? Según los Lineamiento Curriculares de Lengua Castellana, se entiende por texto “como un tejido de significados que obedece a reglas estructurales semánticas, sintácticas y pragmáticas” (p. 36). Teniendo en cuenta lo anterior, se puede entender un texto como la relación de frases sobre una situación específica, dando forma a una idea que se quiere expresar bien sea de manera escrita o verbal, los cuales tienen como características el ser únicos, ya que cada persona tiene diferentes percepciones y así se obtiene como resultado una variedad de textos que exponen las mismas.

Con una idea más clara de lo que es un texto, sería conveniente preguntarse ¿Qué es producir un texto? Para dar respuesta a este interrogante se tomará como referente la investigación realizada por Parada (2005), donde lo define como: “incentivar, desarrollar y ejercitar en el educando la capacidad de explicar y manifestar, mediante una información escrita u oral organizada, un concepto trabajado al interior del aula” (p. 11), entendiendo con ello que al producir un texto se organiza la información a disposición de tal forma que se comunique o exprese la concepción propia de un tema.

Por otra parte, la producción de textos está presente en situaciones cotidianas en donde se quiera comunicar con otras personas en diferentes contextos, tal y como lo dice Parada (2005):

- Cuando cuento algo,
- Cuando escribo una carta, una poesía, etc.,
- Cuando llevo un aviso, un cupón, etc.,
- Cuando intercambio ideas,
- Cuando hago una lista de las compras del día,

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

- Cuando dejó en casa un mensaje escrito,
- Cuando escribo un libro,
- Cuando expongo el contenido de un texto. (p. 20)

En situaciones como las antes descritas se encuentra la producción de textos tanto en forma escrita como verbal, donde no hay una estructura definida, pero es el proceso por el cual se comunican ideas o pensamientos.

En la producción de textos se encuentra una alternativa de comunicación en matemáticas, ya que permite al profesor proporcionar el concepto de proporcionalidad directa a través de cuentos, historietas, fabulas, entre otros, y también da la oportunidad que los estudiantes expresen sus conocimientos de la misma forma.

Como ya se mencionó antes, la producción de textos ha sido una herramienta para enseñar y evaluar el aprendizaje de las matemáticas. A continuación, se muestran algunas investigaciones que se basaron en estos para trabajar la proporcionalidad y temas afines con esta.

Parada (2005) utiliza como recurso evaluativo en matemáticas la producción de textos. En su investigación los resultados referentes a la proporcionalidad muestran que los estudiantes comprenden el concepto y usan adecuadamente la regla de tres en situaciones que involucran el objeto matemático a partir de la construcción de una fábula y un guión. En estas producciones se observa una estructura coherente y acorde al objeto matemático estudiado.. En el caso del guión se enfatiza en las acciones y expresiones que deben interpretar cada uno de los personajes; en cuanto a la proporcionalidad directa, se plantean situaciones que involucren el objeto matemático y se presenta la solución a ésta.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

La producción de textos como recurso para presentar el objeto matemático a los estudiantes se evidencia en la investigación de Barajas (2009) donde se proponen las situaciones problemas sobre mezclas al momento de preparar una receta, los cuales se exponen a modo de relato, comentando la problemática y la preparación que se debe seguir para la preparación de estas.

3.1 Proporcionalidad directa

En este apartado se presenta un acercamiento al concepto de proporcionalidad directa desde tres miradas: i) epistemológica, ii) curricular y, iii) didáctica y cognitiva.

3.1.1 Mirada epistemológica

La proporcionalidad directa ha estado presente en culturas antiguas donde se utilizaba de manera natural para abordar diferentes situaciones que se presentaban en el diario vivir y con el paso del tiempo ha ido evolucionando hasta lo que conocemos en la actualidad.

Se presenta un breve recorrido epistemológico del concepto de proporcionalidad directa, inicialmente referenciado con el término linealidad, teniendo como fuente de referencia la investigación realizada por Obando (2015).

En la cultura babilónica se encontraron textos donde estaban consignadas tablas con las cuales estaba determinado el costo del transporte acorde con la cantidad de material que se estaba transportando, la distancia recorrida y, los vehículos (*nindan*) necesarios; otras situaciones estaban relacionadas con las transacciones comerciales como la repartición de una herencia (el hijo mayor recibe el doble de lo que recibe el menor) y el cobro de impuestos lo cual dependía de las tierras que se cultivaban y el valor de la cosecha. Otro tipo de situaciones en las que se empleaba la proporcionalidad directa fue en problemas geométricos

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

como: la medida de la tierra, la altura de un triángulo equilátero y el área de polígonos regulares. En lo reportado no se ha encontrado de donde provenían dichas tablas, pero se conjetura que llegaron a estos a través de un proceso de observación e identificación de regularidades en el comportamiento de estas.

Por otro lado, las culturas China e India, se enfrentaron a situaciones de proporcionalidad para las cuales utilizaron lo que en la actualidad conocemos como *la regla de tres*. De la cultura China se sabe que tenían reglas para el intercambio del arroz y el millo, las cuales eran presentadas en proporción realizando intercambios entre ellas y, asignando un valor con respecto a los demás. Obando (2015) cita a Dauben (2007) para definir la regla de tres: “tome el número dado y multiplíquelo por la rata buscada. [Este producto] es el dividendo. La rata dada es el divisor. Divida” (p. 241). Lo que se busca con este método es conocer el valor de la cantidad desconocida, teniendo los valores de las demás cantidades en cuestión. (p. 137)

De igual forma, Obando (2015) menciona que los hindúes definen la regla de tres de manera similar a la antes mencionada, la diferencia está en la forma como se explica detalladamente el orden de las cantidades en el algoritmo, así:

“La regla dice que la primera y tercera, que por lo general son de la misma naturaleza, se ponen en primer y último lugar respectivamente, y la segunda, de naturaleza diferente, se pone en el medio de las otras dos, y la cantidad buscada se obtiene al multiplicar la última con la segunda, y dividir este resultado por la primera” (p. 139)

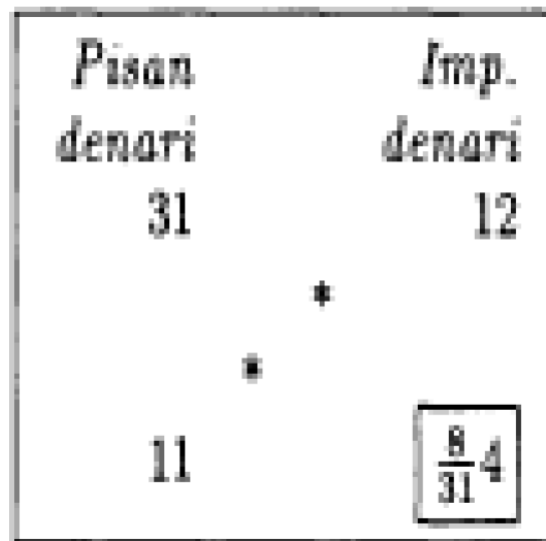
Otra mirada al concepto de proporcionalidad la plantea Leonardo de Pisa cuando analiza el texto de Fibonacci, especialmente el capítulo 8, donde se resaltan los aspectos más

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

importantes de la regla de tres. Este tema se aborda de manera verbal a través de las situaciones de negociación de cuatro cantidades explicando la naturaleza de estas y reforzando las características de estas a través de ejemplos referentes a cada una de ellas, para finalmente llegar a una estructura espacial de la regla de tres tal y como se presenta en la Figura 2.

Figura 2.

Organización de las cantidades en un problema de regla de tres



Nota. Tomado de Obando (2015, p.).

Obando (2015) cita a Leonardo de Pisa (1202/2003) para proponer un abordaje de problemas de proporcionalidad directa por medio de la regla de tres tal y como se trabaja hoy en día este algoritmo.

Así escritas [las cantidades] es evidente que dos de los números escritos son siempre opuestos por la diagonal, y si uno se multiplica por el otro, y el producto de la

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

multiplicación es dividido por el tercer número restante, entonces la cuarta cantidad desconocida, puede ser efectivamente encontrada (p. 141).

Pisa (1202/2003) citado por Obando (2015), destaca tres aspectos importantes:

i) la similitud entre esta interpretación y la dada por los hindúes a la regla de tres, asumiendo estas cantidades como una relación de causa-efecto y se resalta la afirmación de Pisa en cuanto a decir que las cuatro cantidades son proporcionales entre sí; ii) el utilizar una tabla de dos entradas donde se puede identificar la naturaleza de las cantidades y reconocer el valor faltante (cuadro en blanco) fue una idea innovadora y facilita observar que no importa cuál de las cantidades es la desconocida, ésta se podrá encontrar al multiplicar las diagonales y dividir las en el por la cantidad restante; y iii) la estructura de la tabla permite ver una relación de distribución lineal entre las cantidades (p. 142).

3.1.2 Mirada curricular

Para el área de matemáticas se tienen estándares a nivel internacional The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) proponen el documento titulado Principles and Standards for School Mathematics (2000) y a nivel nacional el MEN planteó los EBC, los cuales están estructurados en cinco tipos de pensamiento o áreas de contenido y cinco procesos. En este apartado se presentará una breve comparación entre los conjuntos de grado y los pensamientos donde se trabaja la proporcionalidad en estos documentos.

La NCTM construye los estándares buscando tener más claridad y equilibrio respecto a los contenidos matemáticos de la educación escolar. Están organizados de la siguiente

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

manera: seis principios (Equidad, Currículo, Enseñanza, Aprendizaje, Evaluación y Tecnología); cinco áreas de conocimiento (Número y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medición y Análisis de Datos y Probabilidad); y, cinco procesos (resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación).

En lo referente a la proporcionalidad se encuentra inicialmente en los grados 3 a 5 en el área de conocimiento de geometría, al momento de trabajar la semejanza de figuras al ser transformadas. Se hace mención que en este conjunto de grados se afianza el razonamiento multiplicativo y de esta manera los estudiantes tendrán las bases necesarias para desarrollar el pensamiento proporcional en los grados intermedios (6 a 8).

En los grados de 6 a 8 se estudia a profundidad la proporcionalidad en dos áreas de conocimiento. El primero es número y operaciones, donde se trabaja el concepto de proporcionalidad implícitamente, es decir, se lleva a los estudiantes a relacionarse con este en momentos como los que se enuncian a continuación:

- Situaciones en las que se pueda reconocer la relación que se da entre cantidades y utilizar la proporcionalidad a través de diferentes representaciones.
- Al trabajar con funciones lineales de manera algebraica ($y = kx$) y al momento de identificar este en situaciones de la vida cotidiana y en otras áreas de conocimiento en matemáticas.

La segunda área de conocimiento es análisis de datos y probabilidad, donde se explicita en una de las expectativas del siguiente estándar:

- Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

- Usar la probabilidad y una comprensión básica de la proporcionalidad para hacer y probar conjeturas sobre los resultados experimentados y simulaciones.

Finalmente, en el proceso de conexiones se toma la proporcionalidad como un foco matemático que está conectado con otros contenidos matemáticos que pueden ser nuevos y, además, les brinda herramientas a los estudiantes para hacer uso de esta en diferentes situaciones.

Los EBC en Matemáticas son un documento construido por el MEN y van de la mano con los Lineamiento Curriculares (1998). Este documento está relacionado con la enseñanza que deben recibir los niños, niñas y jóvenes de Colombia, teniendo como referencia las capacidades de saber y saber hacer que tenga el estudiante, el cual está organizado por niveles.

La estructura de los estándares es por conjunto de grados (primero a tercero, cuarto a quinto, sexto a séptimo, octavo a noveno y décimo a undécimo), de forma horizontal se presentan cinco columnas por cada tipo de pensamiento y las competencias que se ubican en cada columna hacen hincapié en uno o dos de los procesos generales, con unas adaptaciones se pueden abordar otros.

Para la presente investigación, se enunciarán los estándares relacionados con la proporcionalidad directa en el grado quinto:

- Pensamiento numérico y sistemas numéricos:
 - Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

- Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.

Después de realizar el análisis de estos documentos, se puede observar diferencias entre estos en cuanto al conjunto de grados donde se ubica la proporcionalidad ya que los NCTM lo estudian a profundidad en el conjunto de grados de 6 a 8 y en los EBC en 4 y 5 grado. Otra de las diferencias está en los tipos de pensamiento y la forma como se va desarrollando el concepto propio, el NCTM orienta a los estudiantes hasta llegar a trabajar con este en el área de conocimiento de número y operaciones, mientras que en los EBC se plantean dos competencias directamente donde se debe trabajar con este objeto matemático. Por último, el NCTM muestra la proporcionalidad como una herramienta útil en el área del análisis de datos y probabilidad.

3.1.3 Mirada didáctico-cognitiva

Guacaneme (2002) y Romero et al. (2008) presentan un análisis del tratamiento de la proporcionalidad directa en los libros de texto, encontrando que este concepto se enseña mayormente en el grado séptimo. Así mismo, Romero et al. (2008) han observado el antes y el después de los libros de texto escolares desde la publicación de los Lineamientos Curriculares (1998). La apuesta de este documento representa un cambio en estos con respecto a la relación de la proporcionalidad directa con la experiencia cotidiana de los estudiantes y otras áreas de conocimiento; y la resolución de problemas.

En dichos libros, antes de 1998, el concepto de proporcionalidad es similar al igual que el contexto en el que se plantean los problemas: en relación con las prácticas cotidianas del hombre y las matemáticas mismas. Romero et al. (2008) mencionan que la diferencia entre los libros de 1984 y 1993 es principalmente el uso de la representación gráfica, donde

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

se relaciona la proporcionalidad directa con la función lineal: “Al ser B directamente proporcional a A , o directamente proporcional a x (esto es, magnitud del eje vertical depende linealmente de la magnitud en el eje horizontal), decimos que la primera es función lineal de la segunda” (p. 67)

Después de 1998, según los mismos autores, no se introduce el tema directamente con el concepto, se hace a través de una situación problema que involucra la equivalencia entre razones para así llegar a definir la constante de proporcionalidad. Para la proporcionalidad directa se trabaja con la gráfica cartesiana y de forma implícita se presenta la función lineal como representación gráfica de la misma. En el caso del contexto se utilizan los antes mencionados, pero se adicionan situaciones propias de la economía, la química y la física.

Desde el enfoque cognitivo, la proporcionalidad es un concepto matemático que implícitamente aparece en diferentes situaciones del día a día de manera intuitiva (repartición de una herencia, mezcla de ingredientes para una receta). A medida que una persona inicia su proceso de escolarización, este concepto va a tomando forma y sentido, donde se espera que tenga los conocimientos suficientes al enfrentarse a una situación de este tipo.

Se tiene como punto de partida aquellos procesos de pensamiento que relacionan dos variables a partir de esquemas de coordinación, compensación y conservación, hasta el reconocimiento sistémico de los patrones de variación de las otras y, por ende, del reconocimiento de la relación entre variables. (Obando, 2015, p. 9)

Cuando se habla de proporcionalidad es importante identificar el nivel educativo en el que se espera abordar este concepto, para así planificar la manera en que se va a presentar la constante de proporcionalidad y el contexto para las situaciones problema. Esto con el fin de

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

tener como herramienta los conceptos previos de los estudiantes en este punto y no dar cabida a vacíos conceptuales. Según Lamon (2007), citado por Sánchez (2011) considera once aspectos involucrados en la comprensión de la proporcionalidad directa, de los cuales para este estudio se seleccionaron tres (Tabla 1), teniendo en cuenta la conexión con los Estándares Curriculares estipulados para el conjunto de grados cuarto y quinto en Colombia:

Tabla 1

Aspectos que se presentan para potencias con el diseño didáctico

Aspecto 1: Habilidad para usar la proporcionalidad como modelo matemático para organizar apropiadamente situaciones del contexto real.

Aspecto 2: Desarrollo y uso del lenguaje de la proporcionalidad.

Aspecto 3: Saber que k es la razón constante entre dos cantidades en una situación de proporcionalidad directa.

Es importante aclarar que el razonamiento proporcional busca identificar cuando una situación es proporcional o no, lo cual se puede ver como un proceso cualitativo. Mientras que la proporcionalidad incorpora lo cualitativo y lo cuantitativo al requerir cálculos con las magnitudes en cuestión.

Para responder a la pregunta de investigación, con relación a las contribuciones del diseño didáctico planteado para el estudio de la proporcionalidad directa, se usarán como subcategorías los aspectos mencionados en la Tabla 1.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

3.2 Atención a la diversidad en clase

A continuación, se presentan algunos fundamentos conceptuales y normativos referentes a la atención a la diversidad, mismos que se han reinterpretado en este estudio para la Educación Matemática puntualizando en los componentes del pensamiento matemático (1998), en los procesos matemáticos del MEN (2006) y en los principios y pautas del Diseño Universal de Aprendizaje DUA. Finalmente se presentan los fundamentos de la propuesta curricular en la que está enmarcado este estudio.

3.2.1 *Diseño Universal de Aprendizaje (DUA)*

La inclusión en términos generales ha sido un tema de interés a nivel internacional y nacional. Para el caso de la atención a la diversidad en el aula en Colombia, se tiene el DUA el cual anteriormente se enunció como ajuste razonable para tener en cuenta en la clase y el diseño del currículo mismo. Para esta investigación se entiende el DUA tal y como se define en el Decreto 1421 (2017):

Diseño de productos, entornos, programas y servicios que pueden utilizar todas las personas, en la mayor medida posible, sin necesidad de adaptación ni diseño especializado. En educación, comprende los entornos, programas, currículos y servicios educativos diseñados para hacer accesibles y significativas las experiencias de aprendizaje para todos los estudiantes a partir de reconocer y valorar la individualidad. Se trata de una propuesta pedagógica que facilita un diseño curricular en el que tengan cabida todos los estudiantes, a través de objetivos, métodos, materiales, apoyos y evaluaciones formulados partiendo de sus capacidades y realidades. Permite al docente transformar el aula y la práctica pedagógica y facilita la evaluación y seguimiento a los aprendizajes. (p.5)

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Velasco (2022) describe los tres principios interpretados en matemáticas sobre los cuales se deben construir los productos mencionados y el currículo en matemáticas con la finalidad de garantizar la accesibilidad de estos para todos los estudiantes.

- ✓ *Proporcionar múltiples formas de representar un objeto matemático ¿Qué se aprende?:* teniendo en cuenta que los estudiantes perciben y comprende los conceptos matemáticos de diferentes maneras, por esta razón se sugiere utilizar diversas representaciones de la información (pictórica, visual, gráfica, numérica, simbólica) tanto al presentarla como al recibir la misma por parte de los estudiantes.
- ✓ *Proporcionar múltiples formas de acción y expresión ¿Cómo se aprende?:* considerando que los estudiantes tienen diferentes habilidades en torno a la organización y la forma como expresan sus conocimientos, se deben brindar diversas opciones (verbal, escrita, gráfica) para que los estudiantes comuniquen la solución a situaciones problema en matemáticas y no imponer una única manera de dar a conocer las mismas.
- ✓ *Proporcionar múltiples formas de implicación ¿Por qué se aprende?:* los estudiantes tienen diferentes maneras de expresar lo que siente y estilos de aprendizaje, lo cual se debe tener presente y así brindar varias opciones para lograr captar la atención de los estudiantes y motivarles en su proceso de aprendizaje, esto se puede lograr implementando diversas dinámicas de trabajo.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

3.2.2 Plan Individual de Ajustes Razonables (PIAR)

Como ya se mencionó en el recorrido bibliográfico, el otro ajuste razonable mencionado en el Decreto 1421 (2017) es el PIAR el cual debe tenerse en cuenta en el aula misma de clase y en la institución en general. Se toma el concepto de PIAR dado en el Decreto 1421 (2017):

Herramienta utilizada para garantizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, basados en la valoración pedagógica y social, que incluye los apoyos y ajustes razonables requeridos, entre ellos los curriculares, de infraestructura y todos los demás necesarios para garantizar el aprendizaje, la participación, permanencia y promoción. (p. 5-6)

El PIAR se debe diseñar acorde a las particularidades de cada estudiante, de tal manera que permita evidenciar los objetivos alcanzados y en los cuales se debe seguir trabajando hasta lograr cumplirlos con los estudiantes en los que persisten las dificultades.

Al momento de construir el PIAR es importante tener en cuenta algunos factores tales y como los menciona Velasco (2022):

Se debe tener en cuenta: intereses, expectativas y particularidades del estudiante; contexto en el cual está inmerso; valoración pedagógica; definir metas y objetivos de aprendizaje; acceso a la información y comunicación; definir ajustes curriculares metodológicos y valorativos; elegir recursos físicos, tecnológicos y didácticos para apoyar el aprendizaje del estudiante. (p. 63)

Al ser un plan individual conocer los intereses de los estudiantes va a contribuir de manera significativa en el diseño de las actividades de clase que se quieren proponer a los

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

mismos, fomentando una mayor participación por parte de ellos. En el caso del profesor el PIAR le permitirá ver la evolución de los estudiantes tanto en los contenidos matemáticos como en el desarrollo de las habilidades mismas.

3.2.3 Propuesta curricular del diseño didáctico

En este apartado se esbozan las generalidades del Proyecto 707983 del Ministerio de Ciencia y Tecnología (MinCiencias) titulado *Diseños didácticos para la inclusión en Matemáticas con la mediación de tecnologías: procesos de formación y reflexión con profesores* que sustenta la estructura metodológica del diseño curricular planteado para la presente investigación.

Jácome et al (2024), proponen una propuesta curricular flexible y adaptable en la que plantean diseños didácticos diferenciados en cuatro (4) niveles de profundidad, con el objetivo de brindar los recursos que posibiliten a cada estudiante lograr un acercamiento con el objeto matemático de estudio desde sus particularidades. Las características de cada nivel de profundidad son las siguientes:

- Profundidad 1: Este nivel se centra en proporcionar múltiples representaciones del concepto matemático. Se enfatiza el uso de representaciones concretas para destacar atributos numéricos y geométricos. Las actividades que se plantean en este nivel deben incluir instrucciones claras y precisas, preferiblemente con menos texto y más contenido visual y auditivo, para fomentar la manipulación de materiales concretos, como gráficos, regletas, plastilinas y otros recursos didácticos. Además, se buscan múltiples formas de acción y expresión, como el uso de palabras clave y representaciones alternativas (imágenes, tablas, bits de información, vídeo, fotografía, material físico o digital, títeres, entre otros), para poder activar la percepción auditiva,

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

visual y táctil de los estudiantes. En este nivel, la participación del profesor es fundamental para brindar apoyo según las necesidades individuales de los estudiantes. Se promueve el trabajo colaborativo entre pares y la socialización constante de los avances en situaciones y necesidades cotidianas.

- Profundidad 2: Se priorizan actividades que requieren la interpretación de información presentada de forma verbal, numérica o gráfica, a través de materiales visuales, auditivos y concretos. Las instrucciones deben ser detalladas y se fomenta la conexión de información para comprender y resolver situaciones matemáticas. Además, se promueven diversas formas de acción y expresión, incluyendo comunicación oral, gestual y pictórica. Como en el nivel anterior, se valora el trabajo colaborativo y la socialización de los avances, pero se busca que los estudiantes adquieran mayor autonomía a medida que avanzan los niveles, donde el profesor proporciona apoyo con material o representaciones concretas que se retiran progresivamente.
- Profundidad 3: En este nivel, el enfoque se centra en la abstracción e interpretación de información verbal, numérica, gráfica y tabular, haciendo uso de diversas tecnologías, como entornos interactivos o softwares. Las actividades permiten a los estudiantes construir expresiones numéricas o algebraicas para modelar situaciones del mundo real y matemático. Se promueve el desarrollo de procesos matemáticos abstractos y el uso de un lenguaje matemático más preciso. El profesor sigue siendo un mediador importante, coadyuvando al estudiante en su proceso de construcción de objetos matemáticos. En este nivel, se busca fomentar diversas formas de implicación, manteniendo la atención y motivación de los estudiantes al resolver y discutir situaciones del contexto matemático y cotidiano.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

- Profundidad 4: En este nivel, se prioriza la expresión, comunicación y argumentación matemática formal. Los estudiantes resuelven problemas, deducen conclusiones y plantean conjeturas utilizando un lenguaje matemático riguroso. Se promueve el uso de diversas tecnologías para visualización, retroalimentación, argumentación y desarrollo de estrategias de resolución. Las actividades se diseñan para que los estudiantes puedan modelar situaciones matemáticas y no matemáticas, justificando y argumentando sus procedimientos y deducciones. El profesor asume la función de mediador, coadyuvando al estudiante a profundizar en su comprensión de los objetos matemáticos hasta donde su interés, motivación y creatividad le permitan. En este nivel, se buscan múltiples formas de implicación, y se alienta a los estudiantes a discutir y compartir sus avances con sus compañeros académicos y la comunidad educativa.

En este trabajo se desarrolló el diseño didáctico para el nivel de profundidad 3 debido a que fue complejo el trabajo creativo y didáctico al elegir las historietas como estilo de texto, lo que implica invertir tiempo para reescribir los diálogos de tal forma que fueran acordes a los niveles de profundidad faltantes.

Se considera importante ofrecer al lector una explicación de por qué se eligió la historieta como estilo de texto y qué son las historietas. Esta explicación se presenta en el apartado 4.2.

Frente a lo anterior, por cuestiones de tiempo, en este trabajo se entrega como resultado el diseño completo para el nivel 3 esperando que en futuros trabajos se retome éste para la construcción de actividades para los niveles faltantes (1, 2 y 4) teniendo en

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

cuenta investigaciones reportadas por Ariza (2023), Becerra (2023), Plata (2023), Rueda (2023), y demás productos presentados en el marco del proyecto 70783.

Adicionalmente, en la propuesta curricular planteada por Jácome et al. (2024), los diseños didácticos para promover la atención a la diversidad en clase de matemáticas están conformados por la malla curricular, la hoja de trabajo del estudiante y las orientaciones para el profesor, los cuales se describen a continuación:

- Malla curricular: Se plantea la pregunta problematizadora, el propósito de acuerdo con el tipo de pensamiento y los descriptores asociados a los procesos generales establecidos en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998).
- Hoja de trabajo del estudiante: Este documento se divide en los siguientes cuatro momentos:
 - Primer momento: corresponde al momento inicial de la clase, donde se presentan actividades buscando que los estudiantes se familiaricen con el contexto, se motiven y conozcan la problemática con la que se va a trabajar a lo largo del diseño.
 - Segundo momento: se presenta el objeto matemático y el rol del profesor es promover la construcción de este por parte de los estudiantes.
 - Tercer momento: se plantean actividades donde los estudiantes puedan poner en práctica los conocimientos construidos hasta el momento por medio de la ejercitación y aplicación de los estos.
 - Cuarto momento: es el momento en el que se evalúa el objeto matemático estudiado en los momentos anteriores a través de actividades retadoras o situaciones problemas.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

- Orientaciones para el profesor: En este documento se presentan las orientaciones didácticas, teóricas y metodológicas para la implementación del diseño, con el propósito de flexibilizarlo acorde a las características de los estudiantes.

Teniendo en cuenta lo mencionado el diseño didáctico que se presenta aquí como uno de los resultados del trabajo, consta de los elementos antes descritos, con el que se buscó abordar el concepto de proporcionalidad directa a través de la producción de textos, procurando atender la diversidad en el aula, en los que se profundizará en el siguiente capítulo.

Los elementos antes expuestos se usaron para responder a la pregunta ¿cómo contribuye un diseño didáctico basado en la producción de textos en el estudio de la proporcionalidad directa con estudiantes de quinto grado y en la atención a la diversidad en el aula? Tomando dos grandes categorías:

- i. Contribuciones de la producción de textos al estudio de la proporcionalidad directa. Esto desde una mirada: a) epistemológica; b) curricular; y c) didáctico-cognitivo.
- ii. Contribuciones de la producción de textos a la atención a la diversidad, esto a través del cumplimiento de los principios y pautas del DUA.

4. Metodología de investigación

En este capítulo se presenta la ruta de trabajo que se siguió para alcanzar el objetivo de la investigación. El diseño didáctico planteado tiene un enfoque de diseño curricular tal y como lo propone Diaz-Barriga et al. (1990), donde se entiende el diseño como “el conjunto de fases que deben integrar el currículo” (p.20)

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Teniendo en cuenta lo anterior, la metodología de la investigación se organizó en cinco fases: i) Revisión bibliográfica; ii) Construcción del diseño didáctico; iii) Valoración del diseño didáctico fundamentado en el marco conceptual y las herramientas de análisis proporcionados por el proyecto; iv) Pilotaje implementado por profesores en formación; v) Rediseño acorde a la rúbrica de evaluación y/o resultados obtenidos en el pilotaje. A continuación, se describen las fases en el desarrollo de la investigación.

4.1 Fase I: revisión bibliográfica

En esta fase se llevó a cabo una revisión bibliográfica respecto a la normativa establecida a nivel internacional y nacional para atender la diversidad en el aula. Esta revisión permitió identificar la necesidad de proporcionar herramientas prácticas para los profesores, con el propósito de enriquecer su desempeño y, de esta manera, contribuir al proceso de aprendizaje de los estudiantes, específicamente en el área de matemáticas. Esta contribución se materializa mediante la propuesta de un diseño didáctico elaborado para abordar las necesidades presentes en clase de matemáticas. Para evaluar la efectividad de este diseño, se consideraron los principios y pautas establecidos en el Diseño Universal de Aprendizaje (DUA).

En relación con la enseñanza de la proporcionalidad directa, los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) establecen que este se debe abordar desde la perspectiva del pensamiento variacional. No obstante, al examinar los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), se evidencia una mayor orientación hacia el pensamiento numérico. Este hecho representa una dificultad, ya que la proporcionalidad directa se aborda predominantemente desde el pensamiento numérico, enfatizando algoritmos y dejando de lado el aspecto variacional. Como señala Sánchez (2011), "El inconveniente no radica en que

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

las razones, las proporciones y la proporcionalidad estén ubicados dentro del pensamiento numérico, sino en considerar esta visión como la única forma de aproximación en el currículo escolar" (p. 11).

No obstante, la enseñanza de la proporcionalidad directa ha sido un tema de interés a lo largo de los años, evidenciando su presencia en culturas antiguas de manera implícita. Este fenómeno contribuyó a un proceso constructivo y evolutivo del concepto. Así mismo, se ha ido integrando a diferentes contextos cotidianos y de las ciencias, enriqueciendo el estudio de dicho concepto. Investigaciones previas han proporcionado diversas herramientas para abordar y evaluar la proporcionalidad directa, como lo evidencian Parada (2005) y Barajas (2009), quienes emplearon producciones textuales (cuentos, películas, fabulas, obras de teatro, etc.) como recurso en el aula de clases, lo cual permitió a los estudiantes disponer de alternativas para exponer sus conocimientos.

4.2 Fase II: construcción del diseño didáctico

La creación del diseño didáctico es un proceso original, influenciado por investigaciones previas, especialmente aquellas llevadas a cabo por Parada (2005) y Barajas (2009). Estos estudios utilizaron una variedad de textos para enseñar conceptos matemáticos, evidenciando la interdisciplinariedad entre matemáticas, lenguaje y artes. La elección de la película "Ratatouille" y la implementación de historietas se realizó considerando la forma en que estos recursos podrían ser modelados, con el objetivo de fomentar la atención a la diversidad. Esta elección se basó en los principios del DUA y en la propuesta curricular del proyecto 70783 Jácome et al, 2024).

Se realizó la contextualización de la problemática por medio de una historieta donde se presenta un diálogo entre dos personajes de la película, con el fin de presentar la

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

información de una manera diferente a la habitual y así potencializar otras habilidades en el lector, como lo menciona Gil (2015): “No obstante elegí el formato del cómic social pues este tiene múltiples opciones de uso didáctico comenzando por el desarrollo del hábito lector de una forma dinámica y atractiva” (p. 51).

Acorde con lo anterior, se acoge la definición de historieta proporcionada por la RAE: “Serie de dibujos que contribuye un relato cómico, fantástico, de aventuras, etc., con texto o sin él, y que puede ser una simple tira en la prensa, una o varias páginas, o un libro”. Con base en la definición se diseña la historieta para contextualizar a los estudiantes con la problemática a trabajar, teniendo en cuenta que este recurso va a contribuir de manera positiva para trabajar con los estudiantes, tal y como lo concluye Beltrán (2017):

“Teniendo en cuenta los resultados de la valoración se evidenció una alta favorabilidad, no solo en los aspectos técnicos y educativos, en los cuales los estudiantes manifestaron que el título, gráficos, color y secuencia de la historieta resultaron muy llamativos y agradables para comprender la situación planteada, así como también, la similitud física de los personajes en la historia y en la realidad”. (p. 82)

Recordemos que el diseño didáctico se conforma de tres materiales: 1) malla curricular; 2) hoja de trabajo para el estudiante y; 3) orientaciones didácticas para el profesor. A continuación, se exhiben resultados del proceso de construcción de cada uno de los materiales.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Construcción malla curricular

Teniendo en cuenta que la proporcionalidad se enmarca en el pensamiento numérico, se elaboró la malla curricular que respalda la fundamentación del diseño didáctico con el propósito específico de fomentar la atención a la diversidad en el entorno educativo. Se formuló la pregunta problematizadora ¿Cuáles son las relaciones de proporcionalidad directa presentes en una receta culinaria? Para los cuatro niveles de profundidad descritos en el apartado 3.2.3, se definieron los propósitos y descriptores asociados al estudio de la proporcionalidad directa. Los descriptores se establecieron en cada uno de los procesos matemáticos establecidos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) (Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos; modelación; razonamiento y comunicación). La malla curricular fue diseñada de tal manera que permita ver la coherencia horizontal entre los niveles de profundidad y favorezca la coherencia vertical entre los procesos cognitivos de cada momento del diseño, momentos que son explicados en la Tabla 2. Como proceso de validación, la malla curricular, fue sometida a evaluación mediante el uso de la rúbrica, realizándose ajustes para su mejora (Ver **Anexo 1**).

Diseño de hoja de trabajo y orientaciones didácticas para el profesor

Para el estudio que aquí se está reportando, se realizó el diseño únicamente para el nivel de profundidad 3, tal como se justificó en el apartado 3.2.3. Además, considerando la evaluación mediante la rúbrica, las observaciones y reflexiones de los profesores en formación y las múltiples formas de implicación, se destaca la flexibilidad del diseño, lo que permite su adaptación a diferentes niveles de profundidad según sea necesario.

Adicionalmente, en la hoja de trabajo para el estudiante, se empleó un lenguaje específico, se incorporaron historietas breves e imágenes atractivas adaptadas a la población

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

objetivo. El propósito fue facilitar el proceso progresivo mediante el cual los estudiantes pueden comprender el concepto de proporcionalidad directa. Este enfoque didáctico consta de cuatro momentos, los cuales se detallan en la Tabla 2

Tabla 2.

Coherencia vertical del diseño

MOMENTO	DESCRIPCIÓN
Momento 1	En este primer momento, se presenta el contexto y la problemática a abordar mediante el uso de una historieta y la receta original. Allí se espera que el estudiante identifique el ingrediente esencial para modificaciones necesarias, comprenda los ingredientes y sus respectivas cantidades a ajustar en la nueva receta. Finalmente, se les propone redactar y representar la nueva receta.
Momento 2	En este momento, se busca que el estudiante fortalezca los conceptos de razón y proporción, para así introducir la definición de constante de proporcionalidad y la relación directamente proporcional. Este proceso se realiza a través de historietas que contienen la información necesaria, junto con imágenes que establecen una conexión entre el lenguaje escrito y los conceptos matemáticos. Luego, se plantean preguntas donde los estudiantes expliquen el razonamiento aplicado para llegar a sus respuestas, fomentando así el uso y entendimiento de los conceptos mencionados previamente.
Momento 3	En este momento, se establece una conexión entre la información proporcionada en los momentos anteriores, lo que posibilita la aplicación de conceptos relacionados con las relaciones directamente proporcionales, especialmente en el uso de nuevos ingredientes de la receta. Adicionalmente, se plantea la tarea de que los estudiantes elaboren una producción escrita (carta) a modo de relato. Se espera que las explicaciones y justificaciones de los estudiantes estén fundamentadas en términos matemáticos.
Momento 4	Es el momento final, se procede a evaluar los desempeños de los estudiantes. Se les plantea la tarea de construir una nueva receta, con la libertad de seleccionar cantidades de manera que guarden una relación directamente proporcional, sin perder de vista el contexto. Así mismo, se les invita a crear un diálogo entre dos

personajes en la historieta final, otorgándoles libertad de expresar sus emociones y tomar decisiones respecto al trabajo desarrollado.

El profesor tiene un papel fundamental al momento de implementar el diseño didáctico. Desde el proyecto 70783 (Parada, 2021) se decide construir dos documentos paralelamente: i) hoja de trabajo para el estudiante y ii) orientaciones para el profesor. En la medida en que se desarrolló este estudio, se fueron consolidando las actividades y explicando los procesos esperados por parte del estudiante. Además de ofrecer orientaciones para que el profesor pueda llevar a cabo la implementación y alcanzar los propósitos planteados en la malla curricular antes expuesta.

A continuación, se realiza una descripción detallada de las actividades planteadas y sus orientaciones al profesor:

En el primer momento, se busca que los estudiantes identifiquen puntualmente la cantidad de rodajas de tomate que hay en la receta original y cómo cambian las cantidades en las rodajas de cebolla, las rodajas de pepino y los gramos de carne, para así construir la nueva receta acorde con las modificaciones realizadas.

Antes de iniciar la implementación del diseño, se sugiere al profesor dejar como tarea ver la película “Ratatouille” para que los estudiantes se familiaricen con el trama y los personajes. Posteriormente, se le proporciona el enlace de un corto donde aparecen algunos de los personajes y se definen los roles presentes en la cocina, ya que estos se utilizarán a lo largo del diseño.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Se recomienda al profesor mencionar los elementos que componen una historieta (Ver Tabla 3) dado que es el recurso que se utilizó para dar a conocer la información con la que se va a trabajar, tomado de García (2013) citado por Beltrán (2017)

Tabla 3

Elementos de la historieta

Elemento	Definición
Cartela	Es un recurso que se utiliza para introducir un texto aclaratorio, explicar el dibujo de una viñeta, facilitar la continuidad de la historia o insertar comentarios.
Viñetas	Es una serie de líneas que delimita el espacio total de la página de la historia. Generalmente suele ser de tipo rectangular, aunque también existen cuadradas y triangulares.
Personajes	Son los protagonistas y quienes establecen diálogos durante la historia para generar una secuencia narrativa global.
Globos de texto	Son aquellos que delimitan una zona de la viñeta donde aparece un texto que expresa el diálogo o el pensamiento del personaje. Está formado por un rabillo y un cuerpo, puede variar su forma: líneas quebradas, contorno ondulado, líneas temblorosas o interrumpidas.

Con las claridades anteriores y las discusiones sobre la trama de la película, el profesor puede iniciar con la lectura de las dos primeras viñetas de la historieta y se le recomienda permitir que dos estudiantes asuman el rol de cada uno de los personajes y

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

continúen con la lectura de la historieta en voz alta, propiciando que los estudiantes caractericen a los personajes.

Al terminar la lectura de la historieta, se sugiere al profesor abrir un espacio de discusión y plantear preguntas tales como: ¿Qué personajes están en la historieta?, ¿De cuál receta se está hablando?, ¿Qué piensa el Crítico Anton de la receta presentada por el Chef?, ¿Cuáles son los ingredientes que se deben modificar? después de la socialización de la historieta y tener claro los ingredientes a los cuales se les debe modificar sus cantidades, se da paso a revisar la receta original de la hamburguesa especial, esto con el fin de presentar de manera visual y verbal las cantidades que la componen; y relacionar a los estudiantes con las dos recetas, ya que estos serán retomados más adelante.

En la primera pregunta ¿Cuántas rodajas de tomate hay en la receta del Chef Gusteau? se busca que los estudiantes identifiquen puntualmente la cantidad de rodajas de tomate que hay en la receta original, dado que es el ingrediente clave con el cual se realizarán las modificaciones de los demás ingredientes. En las siguientes preguntas: ¿Cuántas rodajas de cebolla debe tener la nueva hamburguesa? ¿Cuántas rodajas de pepino debe tener la nueva hamburguesa? ¿Cuántos gramos de carne debe tener la nueva receta? Se les pide a los estudiantes en cada pregunta justificar su respuesta, se le sugiere al profesor realizar una socialización de las éstas y sus respectivas justificaciones, con el propósito de dar las claridades correspondientes a los cambios.

Para finalizar este momento, el profesor tendrá a su disposición stickers de cada uno de los ingredientes que se necesitan para la preparación de la hamburguesa especial y deberá entregar a cada estudiante una cantidad mayor a la que se necesita para la construcción de la nueva receta. En esta actividad los estudiantes tienen una plantilla de la receta nueva de la

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

hamburguesa especial (Ver Figura 3), deben pegar la cantidad de stickers que determinaron en las preguntas anteriores y en los recuadros en blanco anotar dichas cantidades. El fin de esta actividad es que los estudiantes tengan otra representación (visual) diferente a la numérica de los cambios que se le realizaron a la receta.

Figura 3.

Plantilla nueva receta

6. Con los stickers que le da su profesor, arme la nueva hamburguesa especial.

Receta Chef
Liguini
hamburguesa
especial

→

→

→

→

→

→

→

→

→

→

→

@restaurantegusteaus.com

¡Discuta los resultados con sus compañeros!

Se sugiere al profesor propiciar un espacio de discusión de los resultados con el objetivo de motivar a los estudiantes a compartir sus ideas y escuchar las de sus compañeros. Así mismo, promover el proceso de comunicación, donde ellos observen que no hay una sola forma de interpretar la información brindada por la historieta y orientada por el profesor.

Momento 2: Las actividades que se proponen en el segundo momento están relacionadas con la situación anterior, sin embargo, se busca centrar la atención en la relación

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

entre las rodajas de tomate y las hamburguesas que se deben preparar para cierta cantidad de personas, donde los estudiantes tengan un primer acercamiento con la proporcionalidad directa.

Para iniciar, se recomienda al profesor seleccionar a dos estudiantes que asuman el rol de cada uno de los personajes presentes en la historieta y lean en voz alta el diálogo en los globos de texto, propiciando que los estudiantes caractericen a los personajes.

Al terminar la lectura de la historieta, se le sugiere al profesor plantear preguntas tales como ¿Quién es Colette? ¿Cuál es el ingrediente que se va a cortar? ¿Cuántas hamburguesas se van a preparar? Seguidamente, el profesor da la indicación a los estudiantes para iniciar el desarrollo del segundo momento, completando la tabla que relaciona el número de personas con la cantidad de rodajas de tomate (Ver Figura 4). Se espera que algunos estudiantes hagan uso del valor anterior en las rodajas de tomate y le sumen 4, y otros usen la multiplicación del número de personas por 4. En caso de que se utilice solo la operación de la suma, se le sugiere al profesor recordar que se debe relacionar el número de personas con la cantidad de rodajas de tomate y formular preguntas del tipo ¿Es la única forma de encontrar las respuestas? ¿Se puede realizar otra operación?

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 4.

Relación número de personas-cantidad de rodajas de tomate

2. La Subchef Colette necesita de su ayuda para saber cuántas rodajas de tomate se necesita tener. Complete la siguiente tabla.

Número de Personas	Cantidad de rodajas de tomate
1	4
2	8
3	12
4	
5	
8	
12	

Para conocer más a detalle los procesos realizados y las interpretaciones de los estudiantes al completar la tabla se plantean la pregunta “Si la cantidad de personas aumenta ¿Qué pasa con la cantidad de rodajas de tomate? Explique su respuesta” se espera que los estudiantes identifiquen la relación que, al aumentar el número de personas, la cantidad de rodajas de tomate también va a aumentar; la justificación de los estudiantes puede estar apoyada con ejemplos de la misma tabla, con sus propias palabras y/o utilizando elementos matemáticos.

En las siguientes preguntas se indaga directamente por el proceso que los estudiantes emplearon para encontrar la cantidad de rodajas de tomate que deben tenerlas hamburguesas para 4 y 7 personas, el propósito de estas preguntas es que los estudiantes justifiquen por medio de las operaciones matemáticas que utilizaron para completar la tabla cabe resaltar que una de estas cantidades está indicada en la tabla y la otra está implícita en la misma. Se sugiere al profesor preguntar *¿Fue necesario encontrar la cantidad de rodajas de tomate para 7 personas, para conocer la cantidad de rodajas de tomate para 8 personas?* Con esta

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

pregunta se espera identificar si el proceso elegido por los estudiantes fue aditivo o multiplicativo, y así el profesor puede ir orientando a los estudiantes en el uso de la multiplicación que más adelante se reflejara la importancia de éste.

Seguidamente, se les pregunta a los estudiantes directamente lo que deben hacer si conocen el número de personas y se quiere determinar la cantidad de rodajas de tomate. Se espera que los estudiantes especifiquen la operación y una descripción detallada de la manera como encontraron esa cantidad. Para finalizar, se les plantea a los estudiantes una situación (ver Figura 5) donde en primer momento en una representación visual se dice que hay 2 personas y 8 rodajas de tomate, en los espacios en blanco el estudiante deberá completar con la operación que debe realizar y el número por el cual debe ejecutar dicha operación; en un segundo momento se tiene una pregunta y otra representación verbal-matemática con las mismas expresiones de la anterior, se espera que los estudiantes establezcan la razón, pero sin dejar de lado las magnitudes que cada uno de estos números representa. Se sugiere al profesor proyectar o recrear la imagen correspondiente a la pregunta 7 para realizar la debida explicación de la relación que se muestra.



PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 5.

Primera representación de razón

6. Si conozco la cantidad de personas ¿Qué debo hacer para encontrar la cantidad de rodajas de tomate que se necesitan?

7. Complete los datos faltantes en la siguiente imagen.

2 personas   8 rodajas de tomate

Operación

¿Cómo hago para repartir 8 rodajas de tomate entre 2 personas?

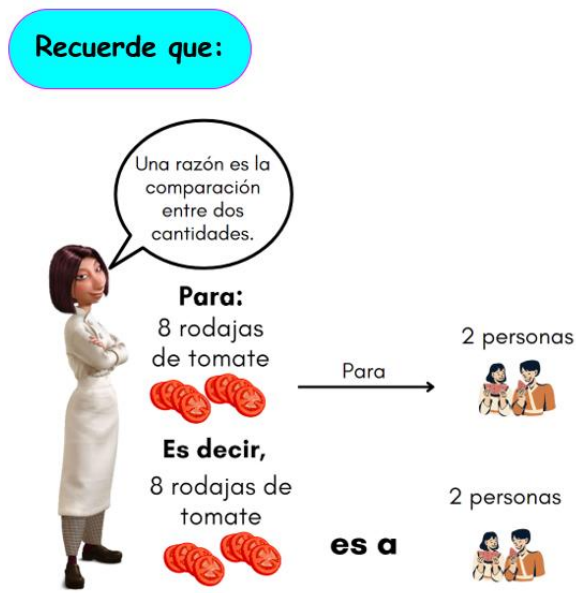
$$\frac{8 \text{ rodajas de tomate}}{2 \text{ personas}} = \text{ }$$

Posteriormente, se les recuerda a los estudiantes el concepto de razón (ver Figura 6), en el cual se utilizan las mismas cantidades (8 rodajas de tomate, 2 personas) de la pregunta anterior y se presentan dos representaciones para referirse a la razón de manera verbal, la primera está enmarcada en el contexto de la receta y la otra en términos de lenguaje natural-matemático. El fin de recordar este concepto es formalizar el concepto que los estudiantes han trabajado en las preguntas anteriores y brindar una herramienta para las justificaciones que se pedirán a lo largo del diseño. Se recomienda al profesor relacionar el concepto de razón con las preguntas trabajadas para fortalecer estos conceptos..

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 6.

Concepto formal de razón



En las siguientes preguntas se plantean actividades relacionadas con la razón y una de las representaciones de ésta como cociente entre dos magnitudes que ya se había presentado anteriormente. En la pregunta 8 se les pide a los estudiantes representar la razón teniendo en cuenta lo indicado en la expresión verbal y hallar el cociente entre esas dos magnitudes, tal cual como se muestra en el ejemplo dado (ver Figura 7). Se espera que los estudiantes interpreten el lenguaje verbal dado y lo representen en lenguaje simbólico, de igual manera que los estudiantes hallen el cociente entre esas expresiones e identifique que son iguales. En caso de que los estudiantes no identifiquen esto, se sugiere al profesor generar un espacio de discusión planteando preguntas tales como *¿Qué resultado obtuvieron al realizar el cociente? ¿Hay alguna característica entre los resultados obtenidos?*

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 7.

Uso de la razón

8. Complete los espacios en blanco según lo indicado en la expresión verbal y encuentre la razón.

8 rodajas de tomate para las hamburguesas de 2 personas	$\frac{8}{2}$	=	4
12 rodajas de tomate para las hamburguesas de 3 personas	_____	=	
16 rodajas de tomate para las hamburguesas de 4 personas	_____	=	
20 rodajas de tomate para las hamburguesas de 5 personas	_____	=	

Al terminar el espacio de discusión, se espera que los estudiantes tengan claridad de que el resultado obtenido a de ser el mismo. Se plantea la pregunta *¿cuál es el cociente entre la cantidad de rodajas de tomate y el número de personas?* cuyo propósito es clarificar que el cociente es 4 y movilizar una justificación con lenguaje matemático apoyada en la definición misma de razón y cociente. Es importante discutir la diferencia entre razón y cociente, pues la razón es una comparación entre magnitudes, donde el segundo término puede ser 0 (Godino y Batanero, 2002). En el contexto de la situación hablar de una razón $\frac{4}{0}$ (4 rodajas de tomate para 0 personas), tiene sentido y vale la pena discutir su significado con los estudiantes. Ahora bien, si hablamos del cociente de esa razón, ésta no existe.

Posteriormente, se sugiere al profesor enfatizar que lo trabajado a lo largo del segundo momento en la nota (ver Figura 8) donde se define la constante de proporcionalidad, concepto

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

que será de gran importancia para las actividades propuestas en adelante y se espera que sea usado en las próximas justificaciones de los estudiantes.

Figura 8.

Concepto de constante de proporcionalidad



Nota

Al valor que se conserva entre varias razones, se le conoce como **constante de proporcionalidad**

Para dar uso al concepto de la constante de proporcionalidad, se tiene la historieta donde se presenta un diálogo entre el Chef Linguini y la Subchef Colette, donde él le pregunta por la cantidad de rodajas de tomate que se necesitan para la hamburguesa de una persona, de igual forma para las hamburguesas de 2 personas. y se recomienda al profesor seleccionar a dos estudiantes que asuman el rol de cada uno de los personajes presentes en la historieta y lean en voz alta el diálogo en los globos de texto.

Al terminar la lectura de la historieta, se plantean las preguntas *¿Cuántas rodajas de tomate se necesitan para la hamburguesa de 1 persona? ¿Cuántas rodajas de tomate se necesitan para las hamburguesas de dos personas?*, lo que se busca con esta actividad es que los estudiantes identifiquen adecuadamente la información que se ha presentado en las historietas a lo largo del diseño.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

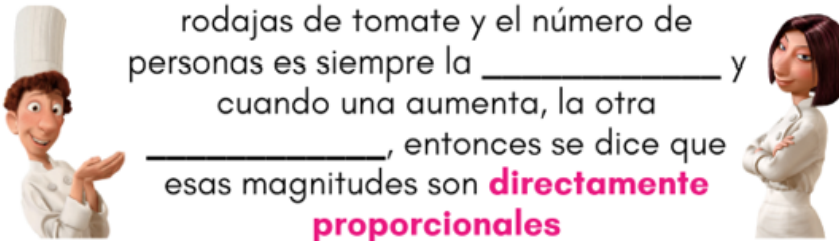
Finalmente, se plantea una expresión verbal (ver Figura 9) con dos espacios en blanco, los cuales se llenan teniendo en cuenta los conceptos trabajados en el segundo momento. Se espera que los estudiantes afirmen que la razón entre la cantidad de rodajas de tomate y el número de personas es constante y que identifiquen la correlación entre las magnitudes (una de estas cantidades aumenta, la otra también aumenta), para así poder concluir que, si esas dos afirmaciones se dan, entonces esas magnitudes son directamente proporcionales. Los estudiantes deben estar convencidos de la veracidad de estas dos afirmaciones, en caso de no ser así se le sugiere al profesor retomar algunos ejemplos del segundo momento para explicar y justificar éstas.

Figura 9.

Concepto de magnitudes directamente proporcionales

14. Ayude a los Chefs a completar los espacios en blanco.

Como la razón entre la cantidad de rodajas de tomate y el número de personas es siempre la _____ y cuando una aumenta, la otra _____, entonces se dice que esas magnitudes son **directamente proporcionales**



Al tener claro que las afirmaciones son verdaderas y esto define lo que es una relación directamente proporcional, se presenta la última pregunta del segundo momento *¿Qué relación hay entre la cantidad de rodajas de tomate y el número de personas?* Se espera que los estudiantes respondan que es una relación directamente proporcional y la justificación esté argumentada con algunos de los conceptos que se presentaron a lo largo de este momento; dado el caso que algunos estudiantes justifiquen por medio de ejemplos, se le

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

sugiere al profesor plantear preguntas tales como *¿Sólo con esas cantidades se tiene una relación directamente proporcional? ¿Cuál es la razón entre esas dos magnitudes?*

Tercer momento: Las actividades que se proponen aquí están relacionadas con la situación presentada en la primera historieta, sin embargo, se busca centrar la atención en dos relaciones: entre el número de rodajas de tomate y de rodajas de cebolla; y de rodajas de cebolla y rodajas de pepino, donde los estudiantes utilicen todos los conceptos sobre relaciones directamente proporcionales aprendidos en el segundo momento.

Para dar inicio se le sugiere al profesor seleccionar a otros dos estudiantes para que asuman el rol de cada uno de los personajes y lean en voz alta el diálogo de los globos de texto.

Al terminar la lectura de la historieta, se recomienda plantear preguntas tales como *¿Qué ingredientes hay en la despensa? ¿Cuál es la cantidad de rodajas de cebolla que debe tener la hamburguesa especial? ¿Cuál es la cantidad de rodajas de pepino que debe tener la hamburguesa especial?* Seguidamente, plantear las preguntas *¿Puede encontrar la cantidad de rodajas de cebolla conociendo el total de rodajas de tomate? ¿Cómo puede hacerlo?* Se espera que los estudiantes respondan que sí se puede encontrar esa cantidad porque el número de las rodajas de cebolla están relacionadas con el número de las rodajas de tomate y estas se encontraron anteriormente. depara explicar cómo encontrar esa cantidad, las respuestas deberían estar justificadas por medio de ejemplos con las cantidades halladas para las rodajas de tomate o con expresiones como dividir entre 2 la cantidad de rodajas de tomate. En caso de que algunos estudiantes no identifiquen esta relación, se le sugiere al profesor plantear preguntas tales como *¿Las rodajas de cebolla dependen de qué*

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

ingrediente? ¿Cuántas rodajas de cebolla debería tener la hamburguesa especial? ¿La expresión la cebolla debe ser la mitad del tomate, hace referencia a que operación?

Al terminar la discusión y tener claridad sobre la variación entre la cantidad de rodajas de cebolla y la cantidad de rodajas de tomate, se plantea la misma tabla e indicación del segundo momento, donde se le añade una columna que corresponde a la cantidad de rodajas de cebolla (ver Figura 10). Se espera que los estudiantes completen los espacios en blanco de la cantidad de rodajas de tomate acorde con las cantidades halladas en el segundo momento, para así proceder a determinar la cantidad de rodajas de cebolla al dividir entre 2 las cantidades de la segunda columna.

Figura 10.

Relación cantidad de rodajas de tomate-rodajas de cebolla

3. Ayúdele a la Subchef Colette a completar los espacios en blanco.

Número de Personas	Cantidad de rodajas de tomate	Cantidad de rodajas de cebolla
1	4	2
2	8	
3	12	
4		
5		
8		
12		

En la siguiente pregunta se cuestiona a los estudiantes por la cantidad de rodajas de tomate y de cebolla que se necesitan para preparar las hamburguesas de 15 personas (es importante mencionar que no se ha trabajado con esta cantidad a lo largo del diseño). Se espera que los estudiantes utilicen lo aprendido en el segundo momento (multiplicar por la constante de proporcionalidad, 4) para determinar la cantidad de rodajas de tomate, asimismo, al obtener la cantidad de rodajas de tomate determine la cantidad de rodajas de

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

cebolla (dividir por la constante de proporcionalidad, $1/2$). Se le recomienda al profesor abrir un espacio de discusión para escuchar las respuestas de algunos estudiantes y el razonamiento realizado, para establecer las constantes de proporcionalidad que aparecen.

En la actividad siguiente se plantea a los estudiantes la siguiente afirmación *¿Es correcto afirmar que para preparar 19 hamburguesas especiales se necesitan 76 rodajas de tomates y 37 rodajas de cebolla?* El propósito de llevar a los estudiantes corroborar la información presentada y justificar matemáticamente (por medio de operaciones y/o el uso de los conceptos presentados en el segundo momento) la veracidad o no de ésta.

Para finalizar esta actividad, se les propone a los estudiantes que le expliquen a la Subchef Colette el proceso que debe seguir para saber la cantidad de rodajas de tomate y de rodajas de cebolla que debe cortar, si quiere preparar 20 hamburguesas especiales. Esta actividad tiene como propósitos que los estudiantes una vez más utilicen los conceptos que ya se han trabajado desde el segundo y a lo largo del tercer momento. Se le sugiere al profesor abrir un espacio donde se compartan las respuestas de los estudiantes y se propicie una reflexión acerca de lo discutido.

Para continuar con las otras actividades propuestas en el tercer momento, se le sugiere al profesor revisar de nuevo la historieta con los estudiantes para recordar que la cantidad de rodajas de pepino debe ser el triple de la cantidad de rodajas de cebolla. Seguidamente, se plantea la pregunta *¿Puede encontrar la cantidad de rodajas de pepino conociendo el total de rodajas de cebolla? ¿Cómo puede hacerlo?* Se espera que los estudiantes respondan que sí se puede encontrar esa cantidad porque las rodajas de pepino están relacionadas con las rodajas de cebolla y estas se encontraron anteriormente, al momento de explicar la forma como pueden encontrar esa cantidad las respuestas deberían estar justificadas por medio de

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

ejemplos con las cantidades halladas para las rodajas de cebolla o con expresiones como multiplicar por 3 la cantidad de rodajas de cebolla. En caso de que algunos no identifiquen esta relación, se le sugiere al profesor plantear preguntas tales como ¿Las rodajas de pepino dependen de qué ingrediente? ¿Cuántas rodajas de pepino debería tener la hamburguesa especial? ¿La expresión el pepino debe ser el triple de la cebolla, hace referencia a qué operación?

Al terminar la discusión y tener las claridades sobre la manera en la que varían la cantidad de rodajas de pepino teniendo la cantidad de rodajas de cebolla, se plantea la misma tabla e indicación del segundo momento, donde se le añade una columna que corresponde a la cantidad de rodajas de pepino (Ver Figura 11). Se espera que los estudiantes completen los espacios en blanco de la cantidad de rodajas de cebolla acorde con las cantidades halladas en la primera tabla del tercer momento, para así proceder a determinar la cantidad de rodajas de pepino al multiplicar por 3 las cantidades de la segunda columna.

Figura 11.

Relación rodajas de cebolla-rodajas de pepino

8. Ayúdele a la Subchef Colette a completar los espacios en blanco.

Número de Personas	Cantidad de rodajas de cebolla	Cantidad de rodajas de pepino
1	2	6
2	4	
3	6	
4		
5		
8		
12		

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

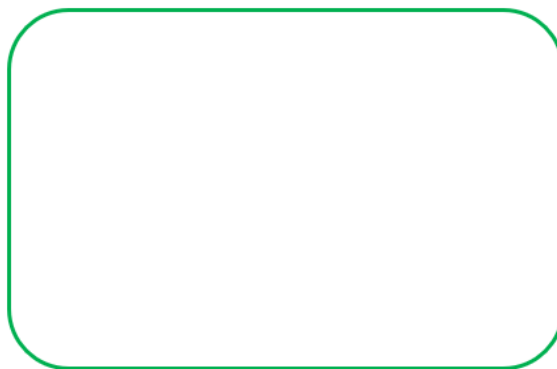
En la siguiente pregunta “Si se quieren preparar hamburguesas especiales para 17 personas, ¿Cuántas rodajas de cebolla y pepino se necesitan? ”, se espera que los estudiantes utilicen lo aprendido en el segundo momento (multiplicar por la constante de proporcionalidad, $1/2$) para determinar la cantidad de rodajas de cebolla, asimismo, al obtener la cantidad de rodajas de cebolla determine la cantidad de rodajas de pepino (multiplicar por la constante de proporcionalidad, 3).

En la actividad siguiente se plantea a los estudiantes una situación (Ver Figura 12), cuyo propósito es utilizar la constante de proporcionalidad de la relación entre la cantidad de rodajas de cebolla y la cantidad de rodajas de pepino, de igual forma promover la argumentación.

Figura 12.

Determinación rodajas de pepino

10. La Subchef Colette tiene 30 rodajas de cebolla y necesita definir la cantidad de pepino que necesita ¿Cuántas rodajas de pepino se deben cortar? Explique su respuesta.



En las siguientes preguntas, se plantea a los estudiantes dos afirmaciones (Ver Figura 13), se espera que los estudiantes respondan que las dos afirmaciones son verdaderas y que

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

sus justificaciones estén basadas con los conceptos que se presentaron en el segundo momento. Para la segunda afirmación se espera que mencionen la relación entre la cantidad de rodajas de cebolla y la cantidad de rodajas de pepino, pero se deja abierta la posibilidad de que los estudiantes identifiquen otras relaciones directamente proporcionales entre los demás ingredientes de la receta. Se le sugiere al profesor abrir un espacio donde se compartan las respuestas de los estudiantes y se propicie una reflexión acerca de lo discutido.

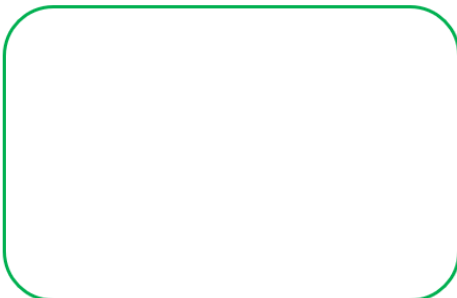
Figura 13.

Afirmaciones 1 y 2

10. La Subchef Colette tiene 30 rodajas de cebolla y necesita definir la cantidad de pepino que necesita ¿Cuántas rodajas de pepino se deben cortar? Explique su respuesta.



11. La Subchef Colette afirma que la relación entre las cantidades de **rodajas de tomate** y **rodajas de cebolla** es directamente proporcional ¿La afirmación de la Subchef es correcta? Justifique su respuesta.



PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Finalmente, se les plantea a los estudiantes la situación donde el Chef Linguini aprueba los cambios realizados a la hamburguesa especial y decide invitar al Crítico Anton y 20 personas más (Ver Figura 14). Se les pide a los estudiantes que redacten la carta de invitación y le cuenten al Crítico Anton sobre los cambios que se van a realizar para preparar las 21 hamburguesas especiales en el formato dado (Ver Figura 15). Se espera que los estudiantes presenten un texto donde inviten al Crítico Anton al restaurante y de igual forma conecten el escrito de tal forma que al describir los cambios estos incluyan los conceptos estudiados a lo largo del diseño. Además, se le sugiere al profesor mencionar la estructura de una carta: fecha, cuerpo (suele contener el motivo de la carta), despedida y firma.

Figura 14.

Contexto carta de invitación

13. El Chef Linguini ha degustado la hamburguesa especial con los cambios sugeridos por el Crítico Anton y ha decidido hacerle una carta de invitación contándole los cambios que realizó para las 19 hamburguesas. Ayúdele al Chef a escribir la carta.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 15.

Formato carta de invitación



Se sugiere al profesor fomentar la lectura crítica y la colaboración entre pares, organizando un “Picnic de lectura” en el que los estudiantes compartan las cartas escritas con sus compañeros para recibir comentarios, y dar el espacio para promover la discusión y retroalimentación.

Cuarto momento: Las actividades de este momento están relacionadas con el contexto de la cocina por lo que se busca que los estudiantes trabajen con una receta nueva, teniendo en cuenta los conceptos sobre relaciones directamente proporcionales aprendidos y trabajados en los momentos anteriores.

Nuevamente, se le sugiere al profesor seleccionar a dos estudiantes para que asuman el rol de cada uno de los personajes y lean en voz alta el diálogo de los globos de texto.

Al terminar la lectura de la historieta, se le recomienda al profesor plantear preguntas tales como ¿Qué dijo el Crítico Anton a la invitación? ¿Por qué está preocupado el Chef Linguini? ¿Qué receta está buscando el Chef? Seguidamente, se organizan en grupos de tres estudiantes para el desarrollo de la situación planteada (Ver Figura 16). Se espera que los

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

estudiantes definan relaciones directamente proporcionales entre los ingredientes y justifiquen por medio de los conceptos por qué esas relaciones planteadas cumplen la proporcionalidad directa.

Figura 16.

Planteamiento del contexto de la limonada de cereza

2. El Chef Linguini solicita que la receta de la limonada de cereza debe tener relaciones directamente proporcionales entre los ingredientes. En grupos de 3 estudiantes, establezcan las siguientes relaciones directamente proporcionales:

a) Cantidad de cerezas y cantidad de limones.

Justifique su respuesta.



b) Número de litros de agua y cantidad de cucharadas de azúcar. Justifique su respuesta.



Para finalizar, se les propone a los estudiantes que definan las cantidades de cada uno de los ingredientes que se necesitan para hacer la limonada de cereza con 5 litros de agua (Ver Figura 17). Lo que se espera es que los estudiantes completen el formato de la receta de la limonada de cereza con las respectivas cantidades de cada de ingrediente, teniendo en

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

cuenta que se tienen 5 litros de agua y las relaciones directamente proporcionales que propusieron en la pregunta anterior.

Figura 17.

Formato receta limonada de cereza

3. En la siguiente receta, defina las cantidades necesarias para preparar una limonada de cereza con 5 litros de agua.



¡Discuta con sus compañeros! Y explíqueles por qué sus relaciones son directamente proporcionales.

Se sugiere al profesor propiciar un espacio de discusión con las relaciones directamente proporcionales que propusieron los estudiantes y las respectivas cantidades de la receta, con el objetivo de motivar a los estudiantes a compartir sus ideas y escuchar las de sus compañeros.

Para dar inicio a la última actividad, se propone que el profesor invite a dos nuevos estudiantes a asumir los roles de los personajes y expresen oralmente el diálogo presente en los globos de texto.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Al terminar la lectura de la historieta, se le recomienda al profesor plantear preguntas tales como ¿Qué está interesado en recuperar el Chef Linguini? ¿Cuántos son los jurados del concurso Estrellas Michelin? ¿Cuántas hamburguesas debe preparar el Chef? ¿Cuántas limonadas de cereza debe preparar el Chef? Se espera que los estudiantes completen la tabla (Ver Figura 18), en este punto los estudiantes deben tener claras las constantes de proporcionalidad que se hallaron a lo largo del diseño, las que ellos mismos definieron para la limonada de cereza y el uso de éstas para encontrar las cantidades.

Figura 18.

Cantidades necesarias para los 23 jurados

5. Ayúdele al Chef Linguini a calcular las cantidades necesarias para preparar las 23 hamburguesas especiales y las 23 limonadas de cerezas para degustar en el concurso de las Estrellas Michelin.

Ingredientes	Cantidades
Tomate	
Cebolla	
Pepino	
Cerezas	
Limón	
Cucharadas de azúcar	

La siguiente situación menciona la preocupación del Chef respecto a las cantidades de algunos ingredientes y pide que se le explique el proceso para determinar dichas cantidades (Ver Figura 19). El propósito de esta situación es que los estudiantes utilicen la constante de proporcionalidad que encontraron para determinar cada una de las cantidades, de igual manera como se hizo en los otros momentos del diseño, sustentando sus respuestas con los conceptos aprendidos.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 19.*Justificación cantidades determinadas*

6. El Chef Linguini tiene dudas respecto a la forma cómo se determinaron las cantidades de algunos ingredientes. Explíquele al Chef Linguini el proceso que se realizó para determinar las cantidades de:

a) Cebolla

b) Pepino

c) Cerezas

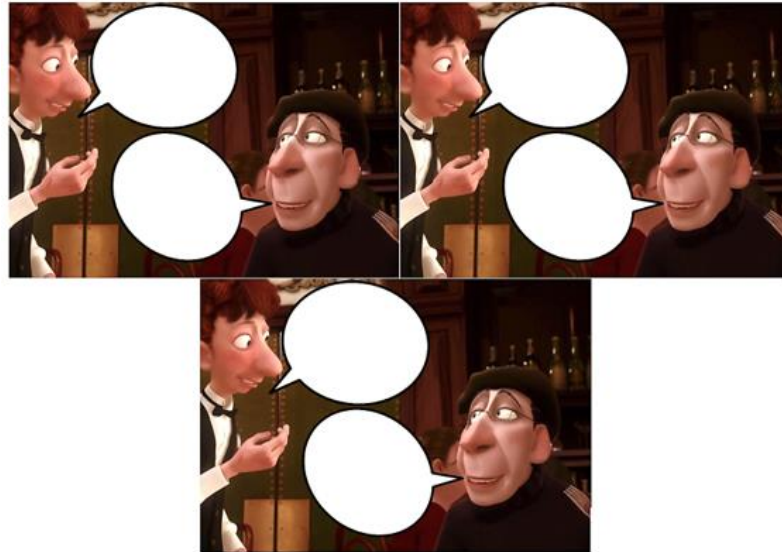
d) Cucharadas de azúcar

Finalmente, se les plantea a los estudiantes completar la historieta (Ver Figura 20) teniendo en cuenta que ellos serán quienes decidan si el restaurante del Chef Linguini recupera una de las Estrellas Michelin o no, por medio de un diálogo de creación propia de cada uno de los estudiantes.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 20.*Decisión Estrella Michelin*

7. Complete la siguiente historieta, donde el Crítico Anton le informa al Chef Linguini la decisión de los jurados del concurso Estrellas Michelin. Complete la historieta.



Se sugiere al profesor propiciar un espacio de discusión donde los estudiantes compartan las explicaciones que proponen para la determinación de las cantidades y el dialogo que plantean de acuerdo con la decisión del jurado del concurso Estrellas Michelin, con el objetivo de motivar a los estudiantes a compartir sus ideas y escuchar las de sus compañeros.

La hoja de trabajo (emergente del diseño y rediseño, teniendo en cuenta las sugerencias de la valoración por rúbrica y el pilotaje; ver el **Anexo 2**). A continuación, se presenta la fase iii y iv del proceso metodológico que corresponden a la valoración por rúbrica y el pilotaje realizado por los profesores en formación.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

4.3 Fase III: Valoración del diseño mediante la rúbrica

Se llevó a cabo la evaluación del diseño didáctico, tanto en su versión para estudiante como para docente y la malla curricular, mediante la rúbrica establecida por el proyecto 70783 (Parada, 2021). Se designó a una persona calificada para realizar la evaluación correspondiente, con el objetivo de determinar en qué medida se cumplen los principios y pautas del DUA adaptados al ámbito de las matemáticas en el diseño presentado. En un primer momento, se evalúa la malla curricular teniendo en cuenta los propósitos y descriptores propuestos (Ver Figura 21)

Figura 21.

Valoración propósito y descriptores

I. Valoración de las tablas con propósitos y desempeños

II. Coherencia horizontal (Por diseño)

Según los propósitos (pensamientos)

P5. ¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria? Pensamiento numérico	Valoración					Observaciones
	1	2	3	4	5	
Los propósitos están ajustados al nivel de conceptualización, según cada nivel de profundidad.					X	El propósito se ajusta muy bien con los niveles de profundidad pues se evidencia coherencia horizontal con respecto a la actividad matemática esperada en cada nivel, pues los propósitos van evolucionando.
Los propósitos están vinculados estrechamente con la pregunta problematizadora y con el contexto.					X	El propósito está vinculado con el contexto culinario.
Los propósitos se relacionan con estándares específicos para el grupo de grados.					X	Todos los propósitos hacen referencia al estudio de la proporcionalidad directa. Como sugerencia considero que podría ponerse en la malla el estándar que se pretende trabajar.
Los propósitos, en cada nivel, comprenden los mismos objetos matemáticos.					X	Se trabaja la proporcionalidad directa en cada uno de los niveles.

Según los descriptores (procesos)

¿Los descriptores están *ajustados* a las habilidades de proceso, en cada nivel de profundidad?

P5. ¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria? Pensamiento numérico		Valoración					Observaciones
		1	2	3	4	5	
¿Los descriptores están <i>ajustados</i> a las habilidades de proceso, en cada nivel de profundidad y evolucionan progresivamente?	Comunicación				X		El descriptor del nivel uno hace referencia a la expresión de relaciones, sin embargo, este verbo no alude al proceso de comunicación, sugiero revisarlo y tener en cuenta que la primera habilidad que esperaría promoverse en el proceso de comunicación es la interpretación (Fiallo y Parada, 2018). Del segundo nivel en adelante se pretende promover las habilidades de interpretación, explicación y justificación, tal vez podría incluirse la habilidad de argumentar ideas en el nivel 4 para jerarquizar las habilidades de acuerdo con el nivel de profundidad.
	Modelación		X				El descriptor NP1 "expresar relaciones de forma verbal" "hace referencia a la habilidad de construcción"... si es así, es una habilidad mayor a la habilidad de interpretación propuesta en NP2, considero que se debe revisar la coherencia horizontal de las habilidades en este proceso. Sugiero revisar las habilidades a desarrollar para el proceso de Representación propuestas por Fiallo y Parada (2018).
	Razonamiento					X	En el descriptor NP4 considero que, para validar, el estudiante debería también argumentar, por lo que sugiero agregarle al descriptor "hallar, argumentar y validar..."
	Elaboración, comparación y ejecución de procedimientos				X		Sugiero revisar los descriptores NP1 "identificar la constante..." pues no corresponde a una habilidad del proceso y NP4 "Establecer relaciones ..." ¿qué hace con esas relaciones? ¿Cómo las usa? Pues en este proceso se espera el uso de operaciones y su ejercitación. En el NP3, no se hace explícito el para qué usar la constante de proporcionalidad, sugiero revisarlo.

Seguidamente, se evalúa la coherencia vertical del diseño teniendo en cuenta los descriptores por nivel de cada pregunta en las orientaciones para el profesor. Así mismo, se valora la hoja de trabajo para el estudiante considerando tanto la coherencia horizontal por diseño como la coherencia vertical en cada momento del diseño.

Finalmente, se evalúa el cumplimiento de los principios y las pautas del DUA.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

4.4 Fase IV: Pilotaje del diseño de intervención

Para el pilotaje, se expusieron los diferentes diseños elaborados en el marco del proyecto 70783 (Parada, 2021), a profesores en formación matriculados en la asignatura Educación Matemática y Atención a la Diversidad en el semestre 2022-2. A continuación, se describen los profesores en formación que seleccionaron el diseño planteado en este trabajo y los sujetos de estudio con quienes se realizó la implementación.

La docente en formación Salma (seudónimo), cursaba el cuarto nivel de Licenciatura en Matemáticas. Se realizó el pilotaje con Diego (pseudónimo), un niño de 10 años diagnosticado con Diabetes tipo I, el cual cuenta con sensor freestyle libre para medir el conteo de glucosa en la sangre; al momento del pilotaje, cursaba el grado quinto y asistía con normalidad al colegio.

Por otra parte, el diseño también fue implementado por Yesid y Luna (seudónimos), profesores en formación de quinto nivel de Licenciatura en Matemáticas. Realizaron el pilotaje con José (pseudónimo), un niño con hidrocefalia, diagnosticado con atención dispersa, episodios epilépticos y dislexia. Al momento del pilotaje, cursaba sexto grado.

Con la descripción anterior, se realizará el análisis de resultados que se presentará en el capítulo 5, teniendo en cuenta: las observaciones y reflexiones por parte de los profesores en formación y, la guía de trabajo desarrollada por Diego y José.

4.5 Fase V: Análisis de resultados

En esta parte del proceso se busca responder a la pregunta de investigación ¿cómo contribuye un diseño didáctico basado en la producción de textos en el estudio de la proporcionalidad directa con estudiantes de quinto grado y en la atención a la diversidad en

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

el aula? Para ello, se estructura el capítulo 5, en el que se presentan los resultados del análisis en tres categorías principalmente: i) Contribuciones de la producción de textos en el estudio de la proporcionalidad directa; ii) Contribuciones de la producción de textos para atender la diversidad en el aula; y, iii) rediseño de acuerdo con la valoración.

5. Resultados

En este capítulo se exponen los resultados que responden a la pregunta de investigación ¿Cómo contribuye un diseño didáctico basado en la producción de textos en el estudio de la proporcionalidad directa con estudiantes de quinto grado y en la atención a la diversidad en el aula? Para ello se plantearon dos categorías de análisis, éstas son: i) contribución de la producción de textos en el estudio de la proporcionalidad directa y; ii) los aportes de las adaptaciones en la producción de los textos para atender la diversidad en el aula.

5.1 Producción de textos para el estudio de la proporcionalidad directa.

Parada (2005) utilizó la producción de textos como instrumento de evaluación, donde la elaboración de diferentes elementos narrativos realizados por los estudiantes evidenció un acercamiento al concepto de proporcionalidad directa.

Los materiales educativos diseñados por Barajas (2009), tales como cartillas y situaciones textuales con imágenes atractivas y adaptaciones de cuentos o películas; destinados a enseñar conceptos vinculados con la proporcionalidad, fueron recursos modelo utilizados en el diseño didáctico para tomar el contexto de esta y abordar de manera práctica el objeto matemático.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Estos trabajos fueron implementados con éxito en estudiantes de diferentes grados y contextos escolares. De esta manera, se examina la contribución de la producción de textos en el estudio de la proporcionalidad directa bajo las miradas descritas en el apartado 3.1, considerando los procesos de diseño, valoración y pilotaje realizados.

5.1.1. Desde la mirada epistemológica

En la revisión bibliográfica, Obando (2015) menciona las siguientes expresiones verbales: “el doble, el triple y la mitad” tal y como se utilizaban en la cultura babilónica al momento de repartir una herencia en correspondencia a la noción de proporcionalidad, expuesto en el apartado 3.1.1. En este orden de ideas se rescatan los términos mencionados en la escritura del texto de la historieta resaltados en el recuadro verde de la **Figura 22**, para hacer referencia a los cambios en la cantidad de los ingredientes de la receta original de la hamburguesa.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 22.

Expresiones verbales en la historieta



Por otra parte, se hace uso de las tablas babilónicas para mostrar la correspondencia y organizar las cantidades de los ingredientes respecto al número de personas en los momentos 2, 3 y 4 (Ver Figura 23). Esta estrategia es útil para registrar la variación de los ingredientes con relación a la constante de proporcionalidad identificada empíricamente.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 23.

Tablas de relación

2. La Subchef Colette necesita de su ayuda para saber cuántas rodajas de tomate se necesita tener. Complete la siguiente tabla.

Número de Personas	Cantidad de rodajas de tomate
1	4
2	8
3	12
4	
5	
8	
12	

3. Ayúdele a la Subchef Colette a completar los espacios en blanco.

Número de Personas	Cantidad de rodajas de tomate	Cantidad de rodajas de cebolla
1	4	2
2	8	
3	12	
4		
5		
8		
12		

8. Ayúdele a la Subchef Colette a completar los espacios en blanco.

Número de Personas	Cantidad de rodajas de cebolla	Cantidad de rodajas de pepino
1	2	6
2	4	
3	6	
4		
5		
8		
12		

5. Ayúdele al Chef Linguini a calcular las cantidades necesarias para preparar las 23 hamburguesas especiales y las 23 limonadas de cerezas para degustar en el concurso de las Estrellas Michelin.

Ingredientes	Cantidades
Tomate	
Cebolla	
Pepino	
Cerezas	
Limón	
Cucharadas de azúcar	

Obando (2015) también recurre a Leonardo de Pisa para destacar otra utilidad de las tablas como herramienta para determinar el valor faltante, pieza clave en el presente diseño, puesto que a través de ellas se busca que los estudiantes indaguen por las cantidades faltantes y pongan a prueba su razonamiento proporcional para encontrar la solución.

El resultado de esta pesquisa teórica se observa en el uso de las tablas para organizar la información respecto a los ingredientes y número de personas, aspecto que también fue bien valorado mediante la rúbrica. Esto permite evidenciar cómo los planteamientos epistemológicos, históricos y didácticos de la proporcionalidad directa pueden apoyarse del lenguaje textual para aproximarse de manera significativa al estudio del objeto matemático (Ver **Figura 24**).

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 25.

Justificaciones de Diego en el momento 1

3. ¿Cuántas rodajas de cebolla debe tener la nueva hamburguesa? ¿Por qué?

2 rodajas de cebolla, porque la cantidad de cebolla debe de ser la mitad del tomate, hay 4 tomates

4. ¿Cuántas rodajas de pepino debe tener la nueva hamburguesa? ¿Por qué?

6 Rodajas de pepino, porque es el triple de la cebolla, hay 2 cebollas

5. ¿Cuántos gramos de carne debe tener la nueva hamburguesa? ¿Por qué?

400 gramos de carne, porque es el doble de carne, hay 200.G.de carne.

Posteriormente, en una de las actividades planteadas en el segundo momento, los sujetos de estudio, en la fase de pilotaje, usaron operaciones matemáticas para llegar a la solución y completaron la tabla propuesta haciendo uso de los resultados obtenidos. De las operaciones señaladas con círculos naranjas se deduce que los estudiantes realizaron una

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

observación del comportamiento de las magnitudes en cuestión para determinar que debían multiplicar por 4.

Figura 26.

Justificación matemática realizada por José y Diego respectivamente

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?
2. La Subchef Colette necesita de su ayuda para saber cuántas rodajas de tomate se necesita tener. Complete la siguiente tabla.

Número de Personas	Cantidad de rodajas de tomate
1	4
2	8
3	12
4	16
5	20
8	32
12	48

2. La Subchef Colette necesita de su ayuda para saber cuántas rodajas de tomate se necesita tener. Complete la siguiente tabla.

Número de Personas	Cantidad de rodajas de tomate
1	4
2	8
3	12
4	16
5	20
8	32
12	48

Para concluir, en este apartado se destaca la importancia del uso de las tablas y las expresiones verbales rescatadas del rastreo epistemológico sobre el concepto de proporcionalidad directa realizado por Obando (2015), los cuales permitieron hacer una transición de este objeto matemático en el proceso de desarrollo e implementación el diseño didáctico.

5.1.2. Desde la mirada curricular

El MEN estableció en los EBC (MEN, 2006) dos estándares relacionados con la proporcionalidad directa, los cuales se enuncian en el apartado 3.1.2. Para esta investigación, se toma como base el primero de ellos que enuncia: “Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa” (MEN, 2006, p. 82).

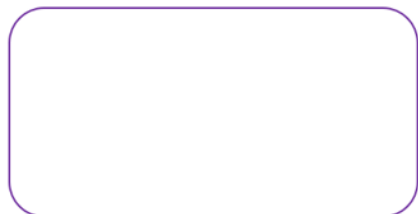
PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Al tomar en cuenta el estándar previamente citado, se establecen varias preguntas que facilitan a los estudiantes la resolución de problemas en el contexto definido y, de la misma forma, proponer otras situaciones similares tomando como centro la preparación de una receta. En el primer momento se plantean las preguntas 3, 4 y 5 (Ver Figura 27) con el objetivo de orientar a los estudiantes en la creación de vínculos entre la información suministrada y los elementos que se pretenden estudiar. Esto permite que los estudiantes se adapten a las modificaciones que se tratarán en los próximos momentos del diseño. De igual forma, se fortalece el razonamiento matemático en los estudiantes al solicitarles la debida justificación de manera coherente de cada una de las respuestas sugeridas, en conformidad con la descripción de los cinco procesos generales de la actividad matemática en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas MEN (1998).

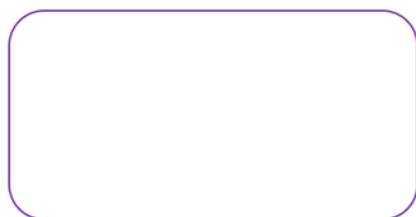
Figura 27.

Preguntas 3, 4 y 5 del primer momento

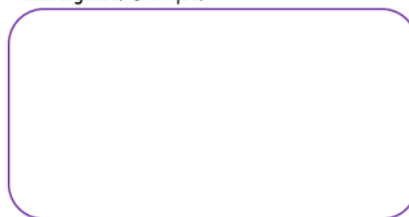
3. ¿Cuántas rodajas de cebolla debe tener la nueva hamburguesa? ¿Por qué?



4. ¿Cuántas rodajas de pepino debe tener la nueva hamburguesa? ¿Por qué?



5. ¿Cuántos gramos de carne debe tener la nueva hamburguesa? ¿Por qué?



PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

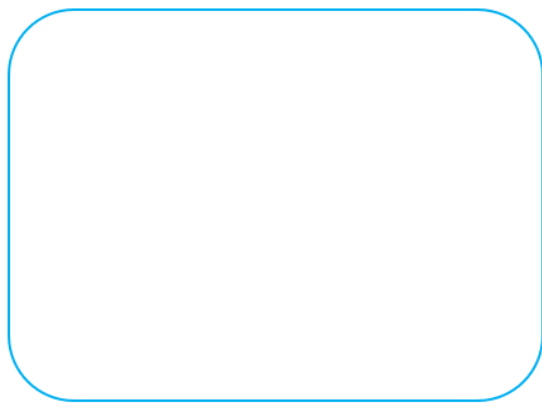
En el segundo momento, las preguntas propuestas tienen como objetivo orientar la transición de los estudiantes de esos conceptos previos hasta el objeto matemático que se aborda.

Con base en lo previamente expuesto, se realiza el análisis de las preguntas. La pregunta 4 (Ver Figura 28) busca comprender el proceso para encontrar una cantidad específica, lo cual posibilita la indagación sobre el razonamiento y las estrategias utilizadas por los estudiantes para solucionar el problema.

Figura 28.

Cantidad de rodajas necesarias para 4 hamburguesas

4. ¿Cómo encontró la cantidad de rodajas de tomate que se necesitan para las hamburguesas de 4 personas?
Explique su respuesta.



En una actividad posterior se les solicita a los estudiantes rellenar algunos espacios en blanco con la operación y la constante de proporcionalidad identificadas implícitamente, llevándolos a la formalización de los conceptos matemáticos utilizados anteriormente y su utilidad en las tareas subsiguientes.

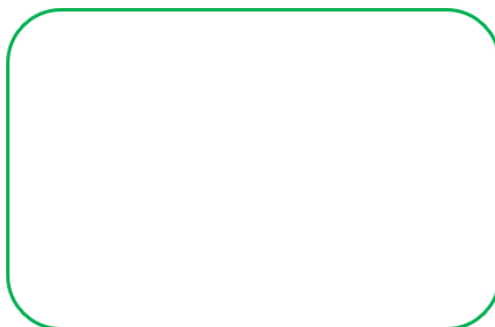
PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

En el tercer momento, se presentan actividades prácticas para que los estudiantes pongan en acción los conocimientos adquiridos. La pregunta 7 (**Figura 29**) tiene la intención de indagar sobre cómo el estudiante relaciona la variación de la cantidad de rodajas de cebolla con respecto a las rodajas de pepino, haciendo uso de un lenguaje que justifique la situación en contexto dada la complejidad de la misma.

Figura 29.

Cantidad de rodajas de pepino conociendo las rodajas de cebolla

7. Revise la historieta y responda ¿Puede encontrar la cantidad de rodajas de pepino conociendo el total de rodajas de cebolla? ¿Cómo puede hacerlo? Explique su respuesta.



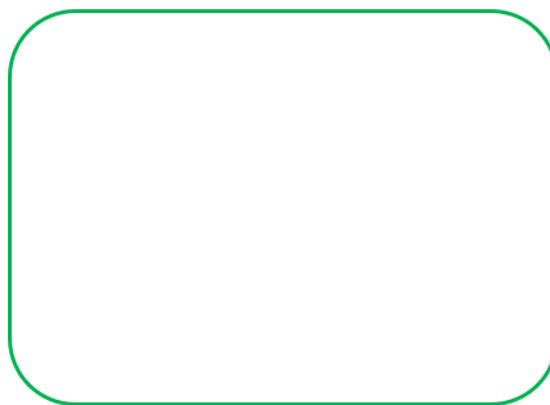
De manera similar, en la pregunta 12 (Ver Figura 30), se invita al estudiante a identificar otras relaciones directamente proporcionales y se le brinda la oportunidad para proponer nuevas correlaciones de ingredientes presentes en la receta que no fueron contempladas en el diseño inicial.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 30.

Explicación de otras relaciones directamente proporcionales

12. La Subchef Colette afirma que hay otras relaciones directamente proporcionales entre algunos ingredientes de la hamburguesa especial ¿Cuáles son? ¿Por qué?



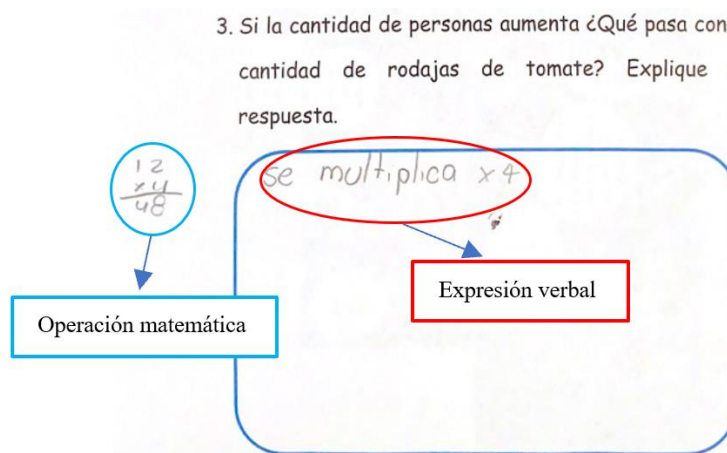
En el cuarto momento, los estudiantes son inmersos en diversas situaciones problema con el propósito de consolidar los conceptos relacionados con el estudio de la proporcionalidad directa. Así mismo, se pretende evaluar la adquisición de habilidades lógico matemáticas adquiridas durante los tres primeros momentos en el estudio de este objeto matemático por medio de la preparación de una limonada de cereza, y verificar el logro de los propósitos de aprendizaje para el estudiante de acuerdo con los descriptores propuestos en la malla curricular.

Por otra parte, de acuerdo con la valoración mediante la rúbrica, se puede observar que el presente diseño didáctico es fiel e idóneo al estándar seleccionado desde los EBC, ya que se resalta la adecuada alineación de los conceptos matemáticos utilizados y el cumplimiento de las acciones dadas en los grados de cuarto y quinto de primaria (Ver figura 31).

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 32.

Justificación verbal y matemática de Diego



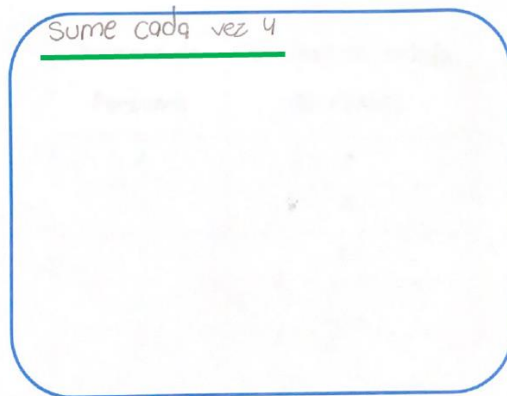
Las explicaciones verbales dadas por Diego en las preguntas 4 y 5 (subrayadas en color verde en la Figura 33) describen la operación matemática utilizada para solucionar las situaciones presentadas, en la que predomina el uso de la suma y la resta. Este tipo de razonamiento fue considerado durante el proceso de elaboración del diseño didáctico, por lo que en las orientaciones para los docentes se enfatiza en la importancia de socializar el uso de la suma repetida y su relación con la multiplicación, para así llevar a los estudiantes al descubrimiento de la constante de proporcionalidad por medio de la representación multiplicativa.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

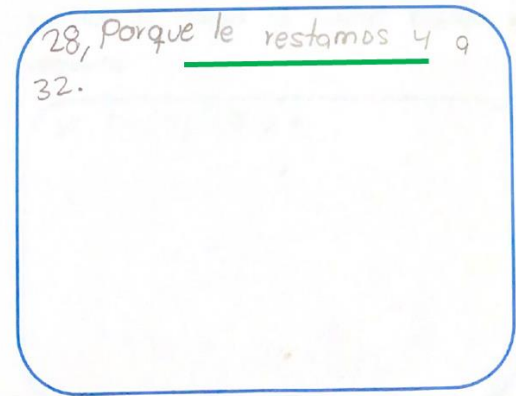
Figura 33.

Razonamiento de Diego con diferentes operaciones matemáticas

4. ¿Cómo encontró la cantidad de rodajas de tomate que se necesitan para las hamburguesas de 4 personas? Explique su respuesta.



5. ¿Cuál es la cantidad de rodajas de tomate que se necesitan para las hamburguesas de 7 personas? Explique su respuesta.



Teniendo en cuenta las respuestas dadas por Diego en la pregunta 7 (Figura 34) y las respuestas a las preguntas antes mencionadas, se observa una evolución en sus razonamientos, pues del uso de las sumas repetidas y las restas pasa finalmente al uso de la multiplicación para determinar la cantidad de rodajas de tomate, identificando implícitamente la constante de proporcionalidad.

Figura 34.

Generalización realizada por Diego

7. Complete los datos faltantes en la siguiente imagen.

2 personas \times multiplicación 4 = 8 rodajas de tomate

Operación

¿Cómo hago para repartir 8 rodajas de tomate entre 2 personas?

$\frac{8 \text{ rodajas de tomate}}{2 \text{ personas}}$ = 4

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

En el tercer momento se evidencia como Diego utiliza la multiplicación para encontrar la relación entre dos ingredientes que no se había discutido en los momentos anteriores (Ver **Figura 35**; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.**), suceso que da cuenta del reconocimiento implícito que posee sobre la existencia de una nueva constante de proporcionalidad.

Figura 35.

Justificación de Diego para determinar la rodajas de pepino

7. Revise la historieta y responda ¿Puede encontrar la cantidad de rodajas de pepino conociendo el total de rodajas de cebolla? ¿Cómo puede hacerlo? Explique su respuesta.

Si, multiplicando por 3 el resultado de la cebolla.

Finalmente, de acuerdo con lo anteriormente expuesto, se evidencia que las historietas y las preguntas planteadas en el diseño, permite a los estudiantes identificar cada una de las relaciones presentes entre los ingredientes de la receta y los cambios que se deben realizar para obtener la nueva receta, permitiendo esto formular nuevas relaciones directamente proporcionales.

5.1.3. Desde la mirada didáctico-cognitivo.

Lamon (2007) citado por Sánchez (2011), establece algunos enfoques que se deben alcanzar en el estudio de la proporcionalidad los cuales fueron expuestos en el apartado 3.1.1. que se tuvieron en cuenta para el análisis del diseño didáctico construido en esta investigación. En el siguiente apartado se analiza cómo el proceso de construcción del diseño

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

didáctico, los resultados cuantitativos y cualitativos derivados de la valoración por rúbrica y las reflexiones emanadas del pilotaje realizado por docentes en formación; se encuentran presentes en: i) producción de textos para usar la proporcionalidad directa como modelo matemático; ii) producción de textos como desarrollo y uso del lenguaje de proporcionalidad; iii) producción de textos para identificar a k como constante de proporcionalidad.

i. Producción de textos para usar la proporcionalidad directa como modelo matemático

La producción de textos es una herramienta que permite presentar el contexto que se va a plantear en el diseño e ir dando forma al concepto de proporcionalidad directa. El diseño se basa en la película “Ratatouille” porque es una producción de texto que genera interés en los estudiantes y parte de su trama se desarrolla en la preparación de diferentes recetas, permitiendo así adaptar la situación problema desde su contexto mismo como lo son las recetas culinarias. Teniendo en cuenta el proceso seguido y los resultados favorables obtenidos por Barajas (2009):

“...dentro de mi práctica pedagógica suelo presentar los conceptos matemáticos en situaciones problemas ya sean reales o contextualizadas en algún cuento, novela, película, etc. en aras de reducir el procedimiento mecánico con el cual los estudiantes abordaban la tarea matemática y favorecer la aplicación de las fases que se deben seguir al resolver un problema” (p. 80)

Cabe resaltar que las recetas culinarias o la preparación de alimentos son un elemento que permite el estudio de la proporcionalidad directa tal y como lo menciona Barajas (2009): “Una vez los estudiantes organizaron las relaciones de equivalencia entre las razones establecidas entre los ingredientes, el desarrollo de la situación se hizo prácticamente

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

algorítmica” (p. 158). Además, las recetas son una producción de textos ya que buscan comunicar a otros el paso a paso para realizar la preparación de alguna comida o bebida.

Por lo anterior, el diseño didáctico presentado en esta investigación inicia con una historieta que problematiza una situación en la que Anton, un crítico culinario, da la oportunidad de mejorar la receta original de la hamburguesa especial del restaurante del chef Gusteau, pues en su primera visita sus críticas no fueron tan positivas. A partir de esta situación problema, se plantea una nueva receta y se busca que los estudiantes identifiquen las relaciones presentes entre los ingredientes de la receta original y la modificada.

Posteriormente, se plantean preguntas como la presentada en la Figura 36 donde se espera que el estudiante identifique otras relaciones directamente proporcionales diferentes a las trabajadas hasta el momento y justifique el por qué se consideran estas relaciones.

Figura 36.

Otras relaciones directamente proporcionales

12. La Subchef Colette afirma que hay otras relaciones directamente proporcionales entre algunos ingredientes de la hamburguesa especial ¿Cuáles son? ¿Por qué?

El contexto culinario permite a los estudiantes indagar sobre relaciones directamente proporcionales al momento de realizar una preparación, suceso que fue bien valorado en la rúbrica pues se resalta los vínculos presentes entre el contexto y el objeto matemático de estudio (**Figura 37**).

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 37.

Uso de la proporcionalidad directa

P5. ¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria? Pensamiento numérico	Valoración					Observaciones
	1	2	3	4	5	
Los propósitos están ajustados al nivel de conceptualización, según cada nivel de profundidad.					X	El propósito se ajusta muy bien con los niveles de profundidad pues se evidencia coherencia horizontal con respecto a la actividad matemática esperada en cada nivel, pues los propósitos van evolucionando.
Los propósitos están vinculados estrechamente con la pregunta problematizadora y con el contexto.					X	El propósito está vinculado con el contexto culinario.
Los propósitos se relacionan con estándares específicos para el grupo de grados.					X	Todos los propósitos hacen referencia al estudio de la proporcionalidad directa. Como sugerencia considero que podría ponerse en la malla el estándar que se pretende trabajar.
Los propósitos, en cada nivel, comprenden los mismos objetos matemáticos.					X	Se trabaja la proporcionalidad directa en cada uno de los niveles.

Las observaciones realizadas en la valoración por rúbrica sobre el trabajo de la proporcionalidad directa en cada uno de los niveles, junto con los resultados del pilotaje realizado por Salma, evidencian avances en la comprensión de la proporcionalidad directa por parte de Diego. En particular, la respuesta de Diego a la pregunta 12 del segundo momento revela un aspecto a profundizar (Figura 38). Si bien se esperaba que el estudiante identificara nuevas relaciones directamente proporcionales entre los ingredientes de la hamburguesa especial, su respuesta se centró en relaciones ya conocidas. No obstante, resulta relevante destacar la justificación que realiza Diego en el recuadro celeste de la Figura 38, donde evidencia una comprensión parcial del concepto al destacar el comportamiento constante de las magnitudes involucradas.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 38.

Justificación de las relaciones directamente proporcionales

12. La Subchef Colette afirma que hay otras relaciones directamente proporcionales entre algunos ingredientes de la hamburguesa especial ¿Cuál son? ¿Por qué?

son: la cantidad de personas, y de tomate, de cebolla y la cantidad de cebolla y de pepino.
 Porque la cantidad aumenta y porque tienen el mismo constante de proporcionalidad.

La producción de textos resultó ser un elemento fundamental en todos los niveles del diseño didáctico, desde la interpretación de la receta hasta el planteamiento de expresiones que representan la proporcionalidad directa, pues tal y como se evidencia en la valoración por rúbrica, las producciones textuales permitieron el estudio de los conceptos asociados al objeto matemático de interés.

ii. Producción de textos como desarrollo y uso del lenguaje de proporcionalidad

La comunicación juega un papel fundamental en la educación matemática, lo cual se fundamenta desde los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998): “la comunicación es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas” (p. 96). Además, la comunicación en matemáticas va más allá de resolver problemas, ya que conlleva un proceso de interpretación, planteamiento y justificación, tal y como lo menciona Dubeibe (2019): “Esto explicaría que comunicación se refiere a la necesidad que tiene un estudiante para interpretar una situación por medio de la

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

representación del objeto matemático; representación que puede hacerse mediante lenguaje matemático, lenguaje natural, imágenes o incluso gestos” (p. 19)

Es por esto que el planteamiento del diseño busca tener diferentes herramientas textuales para el estudio de la proporcionalidad directa, como lo son las historietas que presentan la problemática y las recetas que consolidan las cantidades de cada ingrediente. Adicionalmente, las representaciones que se utilizan para el estudio del objeto matemático son inicialmente las historietas donde se exponen los cambios que sugiere el crítico Anton al Chef Linguini, donde se utilizan expresiones como: “la cantidad de cebolla debería ser la mitad del tomate”, “la cantidad de pepino debería ser el triple de la cebolla” y “tener el doble de carne”.

A lo largo del diseño, se plantean diferentes preguntas y tareas que permiten a los estudiantes desarrollar el lenguaje de proporcionalidad y posteriormente el uso de este.

En el segundo momento, en la pregunta 3 (Ver Figura 39) se indaga sobre la relación que hay entre la cantidad de personas y la cantidad de rodajas de tomate, donde se espera que los estudiantes identifiquen la relación de dependencia que hay entre éstas.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 39.

Relación personas - rodajas de tomate

3. Si la cantidad de personas aumenta ¿Qué pasa con la cantidad de rodajas de tomate? Explique su respuesta.



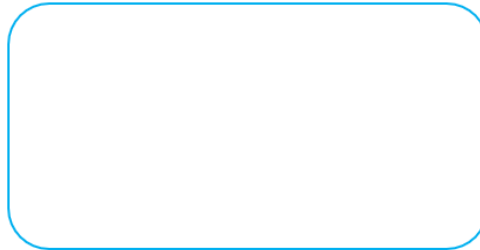
En este mismo momento se enuncia el concepto de razón y se presenta la pregunta 9 (Ver Figura 40) con la finalidad de relacionar, en momentos posteriores, la razón con la constante de proporcionalidad. De esta manera, se introduce el término razón en el lenguaje proporcional, esperando que los estudiantes utilicen este concepto para justificar sus procedimientos en las preguntas y tareas posteriores. Al proporcionar estas herramientas, se espera que las justificaciones estén dadas bajo un lenguaje proporcional y con esto contribuir en el desarrollo del concepto mismo por medio de los preconceptos necesarios para el estudio de la proporcionalidad directa.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 40.

Razón entre las rodajas de tomate y las personas

9. ¿Cuál es la razón entre la cantidad de rodajas de tomate y el número de personas? Explique su respuesta.



A lo largo del tercer momento, se plantean diferentes preguntas con la finalidad de determinar las cantidades que se requieren de cierto ingrediente. Se espera que los estudiantes realicen justificaciones con el uso del lenguaje proporcional estudiados en el segundo momento. Puntualmente, en las preguntas 11 y 12 (Ver Figura 41) se cuestiona más allá del procedimiento que deben realizar o las cantidades que se requieren de los ingredientes, las preguntas están más enfocadas a la consolidación de las relaciones directamente proporcionales que se han trabajado en los dos momentos anteriores, sin involucrar cantidades específicas, donde se espera que los estudiantes hagan un uso del lenguaje proporcional estudiado hasta el momento.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 41.

Preguntas 11 y 12 del momento 3

11. La Subchef Colette afirma que la relación entre las cantidades de **rodajas de tomate** y **rodajas de cebolla** es directamente proporcional ¿La afirmación de la Subchef es correcta? Justifique su respuesta.

12. La Subchef Colette afirma que hay otras relaciones directamente proporcionales entre algunos ingredientes de la hamburguesa especial ¿Cuáles son? ¿Por qué?

Por otra parte, en la última pregunta del tercer momento, se proporciona el espacio para evidenciar el desarrollo del lenguaje proporcional y el uso de este. Los estudiantes deben plantear su propia producción textual por medio de una carta para informar los cambios realizados por medio del lenguaje proporcional.

Finalmente, en el cuarto momento (diseñado para evaluar a los estudiantes) se plantea un desafío en la pregunta 2: proponer sus propias relaciones directamente proporcionales para la receta de la limonada de cereza. A través de esta actividad, se busca identificar no solo la capacidad de los estudiantes para aplicar el concepto de proporcionalidad, sino también su creatividad al establecer nuevas conexiones entre las variables de la receta.

Por otra parte, la valoración por rúbrica (Ver Figura 42) rescata la pertinencia del diseño en el proceso de construcción de la relación de proporcionalidad directa por parte de los estudiantes, pues las preguntas y tareas presentadas permiten establecer conexiones significativas entre los conceptos teóricos y su aplicación práctica, lo que se traduce en un uso competente del lenguaje proporcional.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

En cuanto al tercer momento, la respuesta de Diego a la pregunta 11 muestra un uso preciso del lenguaje proporcional (Figura 44). El estudiante valida la afirmación de la Subchef, sustentando su argumento en la definición de magnitudes directamente proporcionales presentada en el segundo momento. La Figura 44 evidencia visualmente esta afirmación, destacando con la línea naranja la igualdad de la constante de proporcionalidad y con la línea fucsia la relación directa entre las cantidades involucradas.

Figura 44.

Justificación a la afirmación de la Subchef

11. La Subchef Colette afirma que la relación entre las cantidades de **rodajas de tomate** y **rodajas de cebolla** es directamente proporcional ¿La afirmación de la Subchef es correcta? Justifique su respuesta.

Si, porque la constante de proporcionalidad es la misma, y cuando una porción aumenta, la otra aumenta.

Si bien se esperaba que Diego identificara nuevas relaciones de proporcionalidad en la pregunta 12, su respuesta se centró en aquellas ya abordadas en el diseño didáctico. Como se observa en la Figura 45, el estudiante retomó las relaciones previamente estudiadas y las justificó de manera sólida, haciendo uso de las herramientas proporcionadas en el segundo momento. Las justificaciones de Diego se resaltan en el recuadro morado.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 45.

Justificación de las relaciones directamente proporcionales

12. La Subchef Colette afirma que hay otras relaciones directamente proporcionales entre algunos ingredientes de la hamburguesa especial ¿Cuál son? ¿Por qué?

son: la cantidad de personas, y de tomate, de cebolla, y la cantidad de cebolla y de pepino.
 porque la cantidad aumenta y porque tienen el mismo constante de proporcionalidad.

Los resultados obtenidos en el trabajo de Diego evidencian la eficacia del diseño didáctico empleado. La estructura de la guía de trabajo proporcionó al estudiante las herramientas necesarias, permitiéndole justificar sus respuestas de manera coherente y aplicar de forma autónoma los conceptos aprendidos. Así mismo, Diego ha evidenciado un uso preciso y coherente del lenguaje proporcional, tanto en sus explicaciones verbales como en sus representaciones matemáticas, lo que refuerza la pertinencia del diseño planteado para promover el estudio de la proporcional directa.

iii. Producción de textos para identificar a k como la constante de proporcionalidad

En el proceso de elaboración del diseño didáctico, se tiene como objetivo visualizar y resaltar la constante de proporcionalidad, trabajando inicialmente con ésta de manera implícita antes de proporcionar una definición formal. Se busca que este concepto se convierta en una herramienta útil para futuras justificaciones.

En el segundo momento del diseño didáctico se introduce la constante de proporcionalidad de manera gradual, a través de preguntas que exigen justificaciones basadas

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

en operaciones matemáticas, como se muestra en la Figura 46. Las orientaciones para el docente enfatizan la importancia de que los estudiantes vinculen sus respuestas con el concepto de la constante de proporcionalidad. En caso de que las justificaciones carezcan de un componente matemático, se recomienda propiciar espacios de discusión para profundizar en el estudio de la proporcionalidad directa.

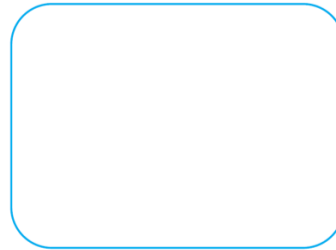
Figura 46.

Preguntas que requieren una justificación en el momento 2

4. ¿Cómo encontró la cantidad de rodajas de tomate que se necesitan para las hamburguesas de 4 personas?
Explique su respuesta.



5. ¿Cuál es la cantidad de rodajas de tomate que se necesitan para las hamburguesas de 7 personas?
Explique su respuesta.



Mediante una reflexión de la Subchef Colette, acompañada de una representación visual y la introducción del concepto de razón, se sienta la base para la comprensión de la constante de proporcionalidad. Posteriormente, la pregunta 8 (Ver Figura 47) invita a los estudiantes a identificar de manera empírica esta constante, al calcular el cociente entre las magnitudes de estudio. De esta forma, se proporciona a los estudiantes una herramienta fundamental para sustentar sus argumentos matemáticos y profundizar en el concepto de proporcionalidad directa.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 47.

Razón en forma verbal y matemática

8. Complete los espacios en blanco según lo indicado en la expresión verbal y encuentre la razón.

8 rodajas de tomate para las hamburguesas de 2 personas	$\frac{8}{2}$	=	4
12 rodajas de tomate para las hamburguesas de 3 personas	—	=	

Conforme a lo establecido en el apartado 4.2.1.1, en el tercer momento se profundiza en el trabajo con otros ingredientes presentes en la receta. Las preguntas 3 y 8 del tercer momento, se centran en completar las tablas de valores, lo cual les permitirá identificar las constantes de proporcionalidad asociadas a cada ingrediente. Posteriormente, en las preguntas 4 y 9 (Ver Figura 48), se busca que los estudiantes consoliden la comprensión de la constante de proporcionalidad y apliquen este concepto en la justificación de sus respuestas.

Figura 48.

Preguntas que requieren una explicación detallada en el momento 3

4. Si se quieren preparar hamburguesas especiales para 15 personas, ¿Cuántas rodajas de tomate y cebolla se necesitan? Explique detalladamente su respuesta.
9. Si se quieren preparar hamburguesas especiales para 17 personas, ¿Cuántas rodajas de cebolla y pepino se necesitan? Explique detalladamente su respuesta.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 50.

Valoración de la hoja de trabajo del estudiante

3. Valoración de la hoja de trabajo del estudiante

III.1. Coherencia horizontal (Por diseño)

¿Se observa un desarrollo progresivo en las actividades de cada momento, de cada nivel de profundidad?

Indicador	P1					P2					P3					P4					P5									
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5					
Se ajusta cada actividad a los momentos de cada diseño, según el nivel de profundidad.																														X

Observaciones

Se evidencia desarrollo en la conceptualización del objeto matemático pues se parte de la comparación de magnitudes para llegar a prestar atención a la constante de proporcionalidad y su uso (Este ítem fue revisado únicamente en el tercer nivel de profundidad pues no se recibieron los demás niveles)

El pilotaje de Salma, con la guía de trabajo de Diego, evidencia que la metodología empleada y evaluada a través de la rúbrica, contribuye a la búsqueda de la constante de proporcionalidad.

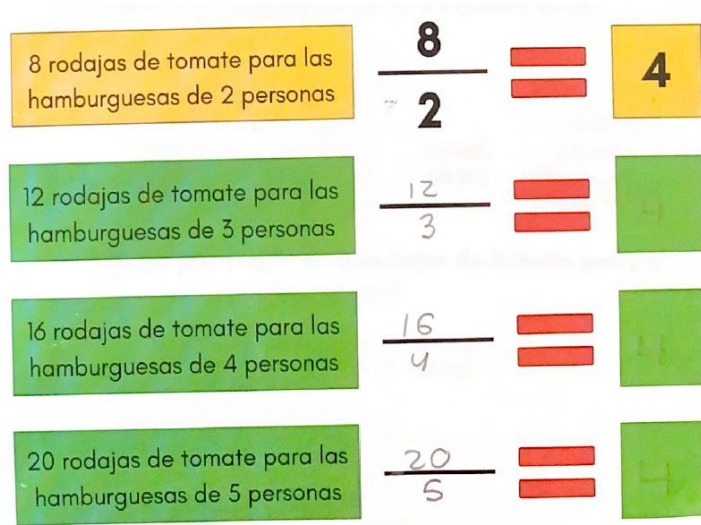
Conforme a lo previsto, el segundo momento del diseño didáctico propició la exploración de la constante de proporcionalidad. Diego, al emplear tanto la suma como la resta en sus cálculos, ejemplificó la riqueza del diseño didáctico pues no limita a un único método de resolución, permitiendo a los estudiantes indagar sobre distintas estrategias válidas para resolver la situación.

Al responder la pregunta 8 (Ver Figura 51), Diego mostró una capacidad sobresaliente para establecer la conexión entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático. La conversión del enunciado verbal a la expresión matemática (Duval, 1999), seguida de la identificación de la razón correspondiente, le proporcionó una base sólida para justificar matemáticamente los cálculos realizados en preguntas anteriores.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 51.

Determinación de la razón por parte de Diego



Para dar respuesta a las preguntas 4 y 9 (**Figura 52**), Diego inició identificando la constante de proporcionalidad existente entre las dos magnitudes en cuestión. Este proceso (en la **Figura 52** **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se resaltan tanto las expresiones matemáticas con los círculos rojos como las expresiones verbales con los recuadros morados) le permitió establecer una relación numérica precisa entre las variables involucradas. A partir de esta constante, Diego calculó la cantidad de ingredientes necesarios, a partir de la identificación y uso de la constante de proporcionalidad, demostrando así una comprensión profunda de los conceptos asociados al objeto matemático de estudio y una capacidad sólida para aplicarlos en la resolución de problemas.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 52.

Argumentaciones verbales y numéricas

4. Si se quieren preparar hamburguesas especiales para 15 personas, ¿Cuántas rodajas de tomate y cebolla se necesitan? Explique detalladamente su respuesta.

Operación matemática

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 4 \\ \hline 60 \end{array}$$

60 tomates, porque si multiplicamos por cuatro las 15 personas nos da 60.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \div 2 \\ \hline 30 \end{array}$$

son 30 rodajas de cebolla, porque las dividimos la mitad el tomate

Expresión verbal

9. Si se quieren preparar hamburguesas especiales para 17 personas, ¿Cuántas rodajas de cebolla y pepino se necesitan? Explique detalladamente su respuesta.

Operación Matemática

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 2 \\ \hline 34 \end{array}$$

34 rodajas de cebolla

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 3 \\ \hline 102 \end{array}$$

102 rodajas de pepino

Son 24 rodajas de cebolla porque multiplique por 2 el número de personas y por 3 el número de cebollas, para encontrar el pepino

Expresión verbal

Es relevante mencionar que Diego utiliza tanto expresiones verbales como lenguaje matemático, incluyendo operaciones con las constantes de proporcionalidad identificadas en sus justificaciones.

5.2 Producción de textos para atender la diversidad en el aula

El diseño se elaboró para el estudio de la proporcionalidad directa, considerando los principios del DUA detallados en el apartado 3.2.1, con el objetivo de promover la diversidad en el aula, específicamente en estudiantes de quinto grado propiciando diferentes recursos o alternativas que potencien las habilidades y capacidades de cada uno. Por lo tanto, esta

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

categoría se analiza utilizando las siguientes herramientas: la elaboración del diseño didáctico, la valoración mediante la rúbrica y los resultados del pilotaje realizado por profesores en formación.

5.2.1 Principio I: Proporcionar múltiples formas de representación

El diseño didáctico desarrollado incluye diversas formas de representación de la información. Inicialmente, la información se presenta a través de historietas que relacionan a los estudiantes con el contexto y las relaciones presentes en la receta. Este recurso visual puede adaptarse a las necesidades de cada estudiante; por ejemplo, para aquellos con discapacidad visual, se puede seleccionar algunos estudiantes para que lean en voz alta las historietas, tal como se sugiere en las orientaciones al docente mencionadas en el apartado 4.2.

Además, se incluye la receta inicial, donde las cantidades se explicitan con números e imágenes correspondientes. Posteriormente, los estudiantes deben construir la nueva receta con los stickers, teniendo en cuenta las modificaciones sugeridas. Esta construcción puede realizarse con otros materiales como plastilina, legos, en alto relieve, con texturas, entre otros, considerando las necesidades de cada estudiante.

Lo mencionado anteriormente y las adaptaciones sugeridas en las orientaciones al docente, están relacionadas con la pauta 1: *proporcionar diferentes formas para percibir la información*, teniendo en cuenta las habilidades y necesidades de cada estudiante presente en el aula.

Así mismo, se ofrecen diferentes opciones para trabajar con el lenguaje matemático verbal y simbólico. En la pregunta 7 del segundo momento, al presentar la relación entre la

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

cantidad de personas y la cantidad de rodajas de tomate, se emplearon expresiones verbales, operaciones matemáticas e imágenes que representan cada una de estas expresiones. Al presentar el concepto de razón, se utilizan expresiones verbales e imágenes para luego solicitarle a los estudiantes que encuentren la razón, organizando las cantidades numéricas en forma de fracción.

Adicionalmente, al utilizar un lenguaje común y destacar continuamente los ingredientes en cuestión y cómo se relacionan, se promueve la comprensión de los conceptos presentes en el diseño didáctico. Esto también contribuye a la pauta 2: *proporcionar múltiples opciones para el lenguaje y los símbolos*, ya que permite a los estudiantes realizar una transición entre las expresiones verbales y el lenguaje simbólico.

Con el fin de fomentar la comprensión de los contenidos matemáticos presentes en el diseño didáctico, se indica a los estudiantes que, al finalizar cada momento, discutan los resultados con sus compañeros. De igual manera, en las orientaciones al docente se sugiere crear espacios de socialización en el aula. Por ejemplo, en el tercer momento, cuando los estudiantes deben redactar una carta mencionando los cambios realizados a la receta, se les insta a utilizar un lenguaje matemático que integre sus conocimientos, fortaleciendo así su aprendizaje en matemáticas y producción textual. Esto promueve la comunicación entre pares y la retroalimentación por parte del docente tanto de manera verbal como escrita en consonancia con la pauta 3: *proporcionar opciones para la comprensión*.

La valoración mediante la rúbrica muestra un cumplimiento significativo del principio I (Ver **Figura 53**), especialmente en las pautas 1 y 2. No obstante, es posible realizar modificaciones en pro de lograr una mayor contribución a la pauta 3.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 53.

Valoración por rúbrica del Principio I

Indicador	P5				
	1	2	3	4	5
Pauta 1. Proporciona diferentes opciones para percepción.					X
Pauta 2. Proporciona múltiples opciones para el lenguaje, las expresiones matemáticas y simbólicas					X
Pauta 3. Proporciona opciones para la comprensión				X	

En relación con la Pauta 1, a pesar de tener un puntaje máximo en la rúbrica de valoración, en el pilotaje realizado, los profesores en formación Yesid y Luna propusieron una alternativa para presentar las historietas. Dado que a José le resultó difícil leer las historietas debido a sus limitaciones visuales, ellos construyeron títeres representando a los personajes de la historieta (Ver **Figura 54**), y cada uno asumió el papel de un personaje para recitar el diálogo correspondiente, permitiendo así continuar con el desarrollo del diseño didáctico teniendo en cuenta las necesidades del estudiante.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 54.

Uso de títeres para representar la historieta

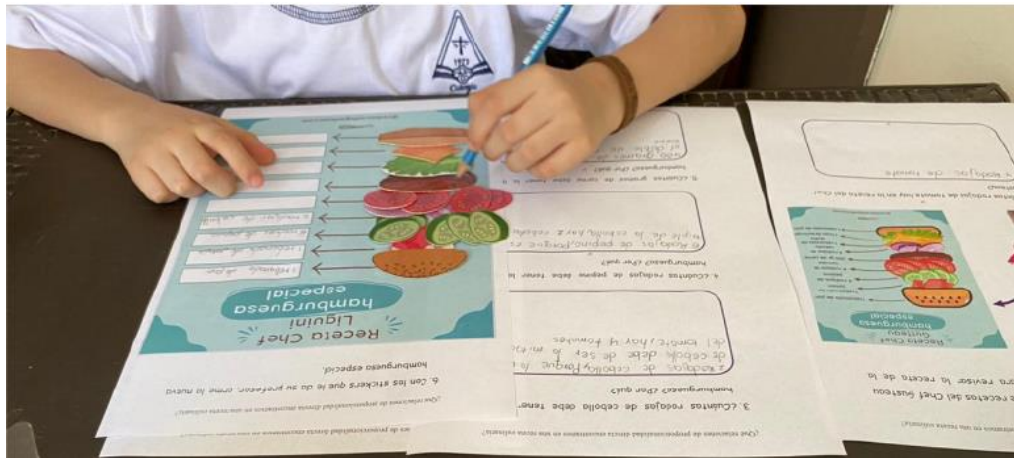


En el pilotaje llevado a cabo por Salma, se evidencia como el uso de stickers permite a Diego trabajar con la receta de manera más directa (Ver **Figura 55**), relacionando tanto las cantidades numéricas como los stickers correspondientes para cada ingrediente. Además, esta herramienta ofrece una alternativa adicional para visualizar la variación entre las cantidades de la receta original y la nueva.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 55.

Construcción de la nueva receta por parte de Diego



5.2.2 Principio II: Proporcionar múltiples formas de acción y expresión

Este principio se refiere a las múltiples formas de acción y expresión que el diseño didáctico ofrece al estudiante para que pueda socializar y comunicar sus ideas, lo cual es fundamental para que el docente realice un seguimiento efectivo del proceso de aprendizaje. A lo largo del diseño didáctico, se han propuesto diferentes actividades que permiten a los estudiantes realizar producciones escritas, verbales, matemáticas y gráficas utilizando material concreto.

En particular, en el primer momento, se sugiere la construcción de una nueva receta con los cambios indicados, empleando stickers y otros materiales, lo que permite a los estudiantes organizar los ingredientes según las cantidades sugeridas. Esta actividad contribuye a la pauta 4: *opciones para la interacción física*. Así mismo, en el cuarto momento, la historieta final sobre la Estrella Michelin se puede realizar en parejas, fomentando la toma de decisiones en conjunto.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Por otro lado, en el tercer momento, se propone la elaboración de una carta de invitación para el crítico Anton, en la que cada estudiante tiene acceso a varias herramientas para comunicar los cambios realizados en la receta original, así como la libertad en la redacción de ésta. Esto tributa con la pauta 5: *opciones para la expresión y la comunicación*, ya que cada estudiante puede expresar su razonamiento mediante lenguaje natural, expresiones u operaciones matemáticas, entre otros.

En relación con la pauta 6: *opciones para las funciones ejecutivas*, el diseño didáctico está estructurado de manera que los estudiantes puedan socializar entre pares los razonamientos que han realizado y las justificaciones correspondientes.

La valoración por rúbrica de este principio fue realizada a partir de la hoja de trabajo del estudiante, evidenciando un acercamiento satisfactorio en las tres pautas evaluadas (Ver **Figura 56**). No obstante, es necesario reforzar y fortalecer la pauta 6 con el objetivo de contribuir de manera más efectiva a la potencialización de las funciones ejecutivas de los estudiantes.

Figura 56.

Valoración por rúbrica Principio II

Indicador	P5				
	1	2	3	4	5
Pauta 1. Proporciona opciones para la interacción física.				X	
Pauta 2. Proporciona opciones para la expresión y la comunicación.				X	
Pauta 3. Proporciona opciones para las funciones ejecutivas.			X		

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Del pilotaje llevado a cabo por los docentes en formación, se identificaron dos representaciones distintas de la nueva receta. Las evidencias aportadas por Luna y Yesid muestran que José trabajó únicamente con los ingredientes (pepino, cebolla y carne) que experimentaron variaciones significativas en sus cantidades (Ver **Figura 57**).

Figura 57.

Receta construida por José



PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Por otro lado, Salma presenta la receta realizada por Diego (Ver **Figura 60**), en la que se incluyen todos los ingredientes de la hamburguesa, reflejando los aumentos y disminuciones de cada uno, siguiendo el orden establecido en la receta original.

Figura 58.

Receta construida por Diego



PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

A pesar de las diferencias en el orden y en el uso de todos los ingredientes, ambas representaciones visuales de la nueva receta muestran claramente las cantidades exactas de los ingredientes que experimentaron cambios.

5.2.3 Principio III: Múltiples formas de implicación

Este principio se refiere a la dimensión emocional y motivacional que debe fomentarse en los estudiantes durante el proceso de aprendizaje, abarcando aspectos como el interés, la atención, la curiosidad y la estimulación. Al utilizar el contexto de la película “Ratatouille”, se logra captar la atención e interés de los estudiantes desde el inicio, ya que se trata de una película animada que es adecuada para la edad del grupo objetivo. Además, el proponer la receta de una hamburguesa, promueve el interés de los estudiantes, dado que es una preparación que permite identificar visualmente cada uno de los ingredientes y realizar modificaciones en la misma. Así mismo, el uso de material concreto, imágenes, colores, historietas, distintas actividades grupales y/o desafíos propuestos; coadyuvan con la pauta 7: *opciones para captar el interés.*

Respecto a la *Pauta 8: Proporcionar opciones para mantener el esfuerzo y la persistencia*, en el cuarto momento del diseño se propone a los estudiantes la creación de una receta para la preparación de una limonada de cereza, donde se le sugiere al docente realizar la socialización del producto final, de tal manera que esta actividad anime a los estudiantes a compartir y escuchar sus ideas y las de sus compañeros a fin de generar constancia y perseverancia a partir del ejemplo.

Con el fin de *Proporcionar opciones para la autorregulación (Pauta 9)*, se plantea la creación autónoma de una carta para el crítico Anton donde describan los cambios realizados en la receta de la hamburguesa inicial. En las recomendaciones para el profesor, se sugiere

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

permitir a los estudiantes el uso de representaciones pictóricas, verbales, numéricas, gráficas y/o las que permitan exponer sus ideas con la mayor creatividad posible sin inhibir sus emociones y sentimientos. Así mismo, los estudiantes tienen la libertad de tomar la decisión si el restaurante merece la estrella Michelin o no, teniendo en cuenta los cambios realizados a la receta original de la hamburguesa.

En la valoración por rúbrica (**Figura 59**) se evidencia como el diseño logra captar el interés de los estudiantes en relación con la gran variedad de actividades y recursos utilizados. Por otra parte, en las pautas 2 y 3, se observa un puntaje sobresaliente que sugiere incluir mejoras en pro de mantener el esfuerzo, persistencia y la autorregulación de los estudiantes.

Figura 59.

Valoración por rúbrica Principio III

Indicador	P5				
	1	2	3	4	5
Pauta 1. Proporciona opciones para captar el interés					X
Pauta 2. Proporciona opciones para mantener el esfuerzo y la persistencia.				X	
Pauta 3. Proporciona opciones para la autorregulación.				X	

Por otra parte, es importante mencionar que la mayor cantidad de preguntas y actividades que pretenden cumplir con las pautas del principio descrito en este apartado (Principio III) se encuentran en el momento cuatro del diseño didáctico. Desafortunadamente, teniendo en cuenta que el diseño didáctico fue implementado en horario extra clase tanto para los profesores en formación como para los estudiantes, por

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

cuestiones de tiempo, no se pudo aplicar el último momento del diseño. Por esta razón, no se tiene evidencia del pilotaje en este principio.

5.3 Diseño didáctico emergente de valoración

A raíz de las reflexiones compartidas por los docentes en formación al culminar el pilotaje, se determinó anexar la totalidad de las historietas del diseño didáctico en un documento de Google, tal como se evidencia en la Figura 60. Con esto, se busca proporcionar un material de alta calidad que permita a cualquier interesado en implementar este diseño, disponer de las historietas y adaptarlas a sus particularidades y contextos.

Figura 60.

Enlace del documento de Google con todas las historietas



1. Lea la historieta.

https://docs.google.com/document/d/1B6SUgqKw_iK7MJxbeD75soygU9o61ul/edit?usp=sharing&oid=107223681823861434865&rtpof=true&sd=true

Así mismo, se procedió a realizar las correcciones pertinentes en la redacción de ciertos términos, particularmente en las tablas y preguntas planteadas en el segundo y tercer momento. Esta acción se llevó a cabo atendiendo a las observaciones de Yesid y Luna, quienes identificaron una inconsistencia conceptual en el trabajo realizados con José: la relación establecida entre la cantidad de rodajas de tomate y la cantidad de personas resultaba incorrecta, debiendo ser sustituida por una relación entre la cantidad de rodajas de tomate y la cantidad de hamburguesas, como se observa en la Figura 61.

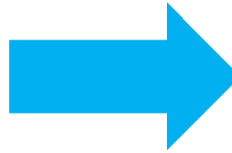
PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 61.

Cambios realizados en la tabla

2. La Subchef Colette necesita de su ayuda para saber cuántas rodajas de tomate se necesita tener. Complete la siguiente tabla.

Número de Personas	Cantidad de rodajas de tomate
1	4
2	8
3	12
4	
5	
8	
12	



2. La Subchef Colette necesita de su ayuda para saber cuántas rodajas de tomate se necesita tener según la cantidad de hamburguesas a preparar. Complete la siguiente tabla.

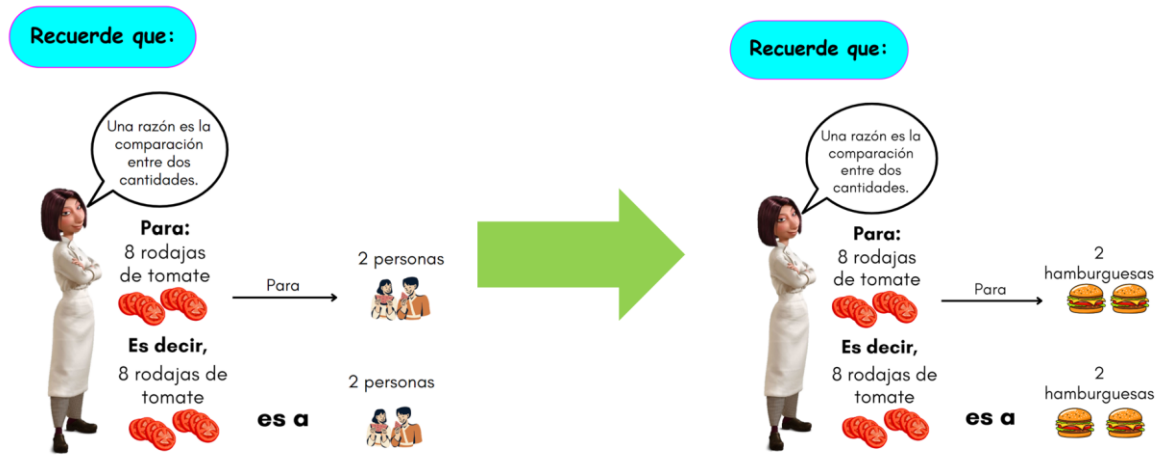
Cantidad de hamburguesas	Cantidad de rodajas de tomate
1	4
2	8
3	12
4	
5	
8	
12	

Consecuentemente con las modificaciones efectuadas anteriormente, se procedió a ajustar el concepto de razón proporcionado (Ver Figura 62), prestando especial atención a la representación visual. En este sentido, se eliminó cualquier referencia que implicara una relación entre rodajas de tomate y personas, asegurando la coherencia con la relación establecida.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Figura 62.

Modificaciones visuales en el concepto de razón



Cabe destacar que las modificaciones introducidas se extendieron a todas las tablas y preguntas donde se establecía una relación entre la cantidad de rodajas de tomate y el número de personas. De igual modo, se ajustaron las representaciones visuales, sustituyendo las imágenes de personas por imágenes de hamburguesas, a fin de garantizar la coherencia conceptual en todo el diseño didáctico.

6. Conclusiones

Las conclusiones del estudio que dan respuesta a la pregunta: ¿Cómo contribuye un diseño didáctico basado en la producción de textos en el estudio de la proporcionalidad directa con estudiantes de quinto grado y en la atención a la diversidad en el aula? se presentan en términos de las dos categorías de análisis y al final se exponen algunas reflexiones y perspectivas de investigación.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

6.1. Producción de textos para el estudio de la proporcionalidad directa.

El presente apartado sintetiza las principales conclusiones derivadas del análisis de resultados expuestos en el apartado 5, focalizando las contribuciones de la producción de textos para el estudio de la proporcionalidad directa. Se han considerado tres categorías: i) desde la mirada epistemológica; ii) desde la mirada curricular y, iii) desde la mirada didáctico-cognitivo.

6.1.1. Desde la mirada epistemológica

Este estudio evidencia la pertinencia de rescatar y adaptar las expresiones verbales y estrategias didácticas de culturas antiguas para enriquecer propuestas pedagógicas contemporáneas. La implementación de un diseño didáctico basado en las historietas ha demostrado ser una herramienta eficaz para facilitar la comprensión, el análisis y la construcción de conocimientos significativos en los estudiantes. Los resultados obtenidos abren nuevas perspectivas para la investigación en el campo de educación, al destacar el valor de integrar elementos culturales en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

6.1.2. Desde la mirada curricular

A partir de los resultados dados en el pilotaje se puede evidenciar que el planteamiento de preguntas que conlleven a la comprensión de la información textual cumple un papel fundamental, pues permite centrar la atención del estudiante en las ideas clave relacionadas con el objeto matemático de estudio, inmerso en la historieta.

6.1.3. Desde la mirada didáctico-cognitivo.

Este estudio muestra que la estructura del diseño didáctico propuesto, basado en el uso de la proporcionalidad directa como modelo matemático y en la exploración del contexto de las recetas culinarias, es una herramienta eficaz para promover aprendizajes significativos

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

y el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes. Al permitir a los estudiantes explorar el concepto desde una perspectiva intuitiva y posteriormente formalizarlo y aplicarlos en contextos reales, como las recetas culinarias mediante las historietas, se fomenta un aprendizaje más autónomo y flexible.

Desde el proceso de identificar la constante de proporcionalidad, los resultados obtenidos tanto en la rúbrica como en el pilotaje evidencian que el diseño didáctico propuesto promueve la comprensión de la constante de proporcionalidad. La combinación de tablas, preguntas abiertas y recursos textuales permiten a los estudiantes construir una comprensión profunda del concepto y aplicar sus conocimientos en diferentes situaciones. Los resultados obtenidos respaldan la idea de que un diseño didáctico bien estructurado, que integre diferentes representaciones, de acción y expresión; y fomente la actividad del estudiante, puede ser una herramienta valiosa para la enseñanza de conceptos matemáticos.

6.2. Producción de textos para atender la diversidad en el aula

A partir del análisis de resultados, se han identificado las contribuciones de la producción de textos para atender a la diversidad en el aula, desde la perspectiva basada en el DUA. Se han analizado en profundidad cada uno de los principios y sus respectivas pautas permitiendo determinar cómo la producción de textos puede favorecer la participación y el aprendizaje de todos los estudiantes.

6.2.1. Principio I: Proporcionar múltiples formas de representación

El diseño propuesto plantea diferentes actividades para fomentar la comprensión de los concepto matemáticos. Al proporcionar múltiples formas de preguntar y responder, se estimula el pensamiento crítico y la resolución de problemas desde diversas perspectivas. La combinación de elementos visuales, verbales y simbólicos, como la historieta y la receta

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

propuestas en el primer momento, permite a los estudiantes construir significados a partir de sus propias experiencias y representaciones mentales.

6.2.2. Principio II: Proporcionar múltiples formas de acción y expresión

Las actividades propuestas demuestran que la búsqueda de la constante de proporcionalidad y la determinación de relaciones directamente proporcionales favorecen un aprendizaje significativo. Al combinar la manipulación de materiales concretos con la resolución de problemas y la combinación de ideas, se promueve un desarrollo integral de las habilidades cognitivas, tales como la percepción, la comprensión, las funciones ejecutivas y la expresión lingüística.

6.2.3. Principio III: Proporcionar múltiples formas de implicación

Las actividades propuestas, centradas en la determinación de la constante de proporcionalidad, promueven un aprendizaje integral al integrar diversas habilidades. La redacción de cartas e historietas fomenta la expresión creativa y la comunicación efectiva, permitiendo a los estudiantes conectar sus emociones y decisiones con los conceptos matemáticos. Así mismo, las actividades prácticas facilitan la interacción física y la manipulación de materiales, enriqueciendo así la experiencia de aprendizaje.

La adaptación realizada en el pilotaje de Yesid y Luna al momento de presentar la historieta por medio de títeres, refuerza la flexibilidad y adaptabilidad que posee la propuesta curricular para promover la diversidad en clase de matemáticas propuesta por Jácome et al., (2024).

6.3. Reflexiones emergentes del proceso de elaboración del diseño didáctico

A lo largo de este proceso de investigación, he llegado a valorar la importancia de la producción de materiales didácticos creativos y contextualizados, como las historietas, que pueden ser una herramienta poderosa, al permitir la exploración de diferentes formas de representar conceptos matemáticos y de hacerlos más accesibles para los estudiantes. Adicionalmente, el uso de la producción de textos en el diseño que aquí se reporta resulta ser un recurso innovador, en general, para la enseñanza de las matemáticas pues el profesor no suele producir sino reproducir textos de los libros utilizados habitualmente en las aulas de clase. Por otra parte, el uso de la producción de textos como evidencia de aprendizaje de los estudiantes, permite evaluar más allá de lo procedimental como tradicionalmente se realiza en la enseñanza de la proporcionalidad directa, dando la oportunidad de promover una valoración formativa. La elección de contextos relevantes y la posibilidad de personalizar las actividades de aprendizaje según las necesidades de cada estudiante, fue una decisión acertada, ya que permite contribuir a un aprendizaje significativo. Sin embargo, es importante reconocer que este es solo un primer paso en la exploración de las potencialidades de las historietas como recurso didáctico. Futuras investigaciones podrían realizar los demás niveles de profundidad, y explorar el impacto de este tipo de estrategias pedagógicas en el rendimiento académico de los estudiantes y en el desarrollo de sus habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas.

7. Referencias bibliográficas

- Amaro, G., Hernández, L. y Slisko, J. (2019). La proporcionalidad en libros de textos mexicanos de educación básica. Aspectos conceptuales. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(2), 125 – 133.
- Ariza, C. (2023). *Diseño didáctico en el aula virtual de GeoGebra para promover el desarrollo del pensamiento algebraico y la inclusión en grado séptimo*. [Tesis de Licenciatura, Universidad Industrial de Santander]. <https://noesis.uis.edu.co/home>
- Barajas, C. (2009). *Los apuntes: una aproximación al razonamiento proporcional de los estudiantes de séptimo grado*. [Tesis de Pregrado]. Universidad Industrial de Santander.
- Becerra, A. (2023). *Diseño didáctico para la inclusión en la enseñanza de la notación científica en el grado noveno*, [Tesis de Licenciatura, Universidad Industrial de Santander]. <https://noesis.uis.edu.co/home>
- Beltrán, J. (2017). *Diseño y producción de un historieta como material didáctico para la formación de actitudes relacionadas con la ciencia desde el abordaje de asuntos sociocientíficos*. [Tesis de Licenciatura, Universidad del Valle]
- Congreso de la República de Colombia. (27 de febrero de 2013) Por medio de la cual se establecen las disposiciones para garantizar el pleno ejercicio de los derechos de las personas con discapacidad. [Ley 1618 de 2013].

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Congreso de la República de Colombia. (31 de julio de 2009) Por medio de la cual se aprueba

la “Convención sobre los Derechos de las personas con Discapacidad”, adoptada por la Asamblea General de las Naciones Unidas el 13 de diciembre de 2006. [Ley 1346 de 2009].

Congreso de la República de Colombia. (7 de febrero de 1997) Por la cual se establecen

mecanismos de integración social de las personas con limitación y se dictan disposiciones. [Ley 361 de 1997].

Congreso de la República de Colombia. (8 de febrero de 1994) Ley General de Educación.

[Ley 115 de 1994]. DO: 41.214

Constitución Política de Colombia [Const]. Art. 67. 7 de julio de 1991. Colombia

Díaz-Barriga, F., Lule, M., Pacheco, D., Saad, D, y Rojas-Drummond, S. (1990).

Metodología de diseño curricular para educación superior. México: trillas.

Dubeibe, D. (2019). *Proceso comunicativo en estudiantes de séptimo grado: una*

aproximación desde la razón y la proporción. [Tesis de Maestría]. Universidad Industrial de Santander.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes*

intelectuales. (Traducción de Miryam Vega). Cali: Universidad del Valle.

Gil, A. (2015). *El cómic, la mujer y la educación: propuesta didáctica para promover la*

igualdad de género, la educación en valores y el hábito lector a través de la novela gráfica Persépolis. [Trabajo fin de grado, Universidad Zaragoza]

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*.

Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.

Jácome, I., Parada, S. y Fiallo, J. (2024). *Curricular proposal to address diversity in mathematics class: A design on sequences and patterns*. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 20 (6), em2458.

<https://doi.org/10.29333/ejmste/14630>

Lopera, C. (2014). *Diseño de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa que movilice el Aprendizaje de la proporcionalidad directa e inversa a través de las TIC en el grado Séptimo la Institución Educativa el Pedregal del Municipio de Medellín*. [Tesis de Maestría]. Universidad Nacional de Colombia.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de Lengua Castellana*. Bogotá. Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas*. Bogotá. Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá. Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (29 de agosto de 2017a) Por el cual reglamenta en el marco de la educación inclusiva la atención educativa a la población con discapacidad. [Decreto 1421 de 2017].

MEN., MinSalud., Fundación Saldarriaga Concha. (noviembre de 2021). *Lineamientos de política para la inclusión y la equidad en educación*. Bogotá.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

MEN. (23 de junio de 2022) Por el cual se promueve la educación inclusiva y el desarrollo integral de niñas, niños, adolescentes y jóvenes con trastornos específicos de aprendizaje. [Ley 2216 de 2022].

Mochón, S. (2012). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. *Revista de Educación Matemática*, 24(1), 133 – 157.

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Estados Unidos.

Obando, G. (2015). *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las razones, las proporciones y la proporcionalidad en los grados 3° y 4° de una institución educativa de la Educación Básica*. [Tesis de Doctorado]. Universidad del Valle.

Oller, A. (2012). *Proporcionalidad aritmética: una propuesta didáctica para alumnos de secundaria*. [Tesis de Doctorado]. Universidad de Valladolid.

ONU (1948). Declaración Universal de Derechos Humanos [DUDH]. ONU. París, Francia.

ONU (2015). Transformar nuestro mundo: la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible. ONU. Nueva York, Estados Unidos.

Parada, S. (2005). *La producción de textos: una alternativa para evaluar en matemáticas*. [Tesis de Especialización]. Universidad Industrial de Santander.

Parada, S. (2023, 22 de noviembre). *Mateversas: matemáticas para la diversidad*. [Conferencia final]. Facebook. https://fb.watch/oDu42wH_vD/

Plata, C. (2023). *Diseño para el estudio de funciones lineales con estudiantes de undécimo grado: Atendiendo la diversidad de aula*. [Tesis de Licenciatura, Universidad Industrial de Santander]. <https://noesis.uis.edu.co/home>

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Ramírez, C. y Hernández, H. (2017). Dificultades de la noción de la proporcionalidad en el tránsito del nivel primario secundario. *Revista Pakbal*, 40(1), 12 – 18.

Real Academia Español (RAE). (s.f). *Historieta*. En Diccionario de la lengua español. Recuperado 23 de enero de 2024, de <https://dle.rae.es/historieta#sinonimosKXE9Ryz>

Rueda, D. (2023). *Estudio de razones trigonométricas para atender características de aprendizaje de estudiantes de décimo grado*. [Tesis de Licenciatura, Universidad Industrial de Santander]. <https://noesis.uis.edu.co/home>

Rodríguez, A. y Pérez, J. (2003). La noción de proporcionalidad. *ETHOS Educativo*, 28(1), 91 – 107.

Romero, J., García, G. y Niño, I. (2008). El papel de los libros de texto escolares de matemáticas en la implementación de los lineamientos curriculares: el caso del razonamiento multiplicativo. Asociación Colombiana de Matemática Educativa. Bogotá.

Sánchez, E. (2011). *Razones, proporciones y proporcionalidad en términos de variación y correlación entre magnitudes: una posible forma para comprender la construcción de dichos objetos matemáticos*. [Tesis de Maestría]. Universidad del Cálculo.

UNESCO (1990). *Declaración Mundial sobre Educación para Todos y Marco de Acción para satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje*. UNESCO. Jomtien, Tailandia.

UNESCO (1994). *Declaración de Salamanca y Marco de Acción para las Necesidades Educativas Especiales*. UNESCO. Salamanca, España.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

Velasco, A. (2022). *Profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas*. [Tesis de Maestría]. Universidad Industrial de Santander.

Zapata, C. (2021). *Aprendizaje del concepto de proporcionalidad en estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Gonzalo Restrepo Jaramillo (Medellín – Antioquia), desde el uso de la plataforma Edmodo*. [Tesis de Maestría]. Universidad de Cartagena.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

8. Anexo 1

Nivel de profundidad	UNO		DOS		TRES		CUATRO	
Preguntas problematizadoras	Propósito	Descriptor	Propósito	Descriptor	Propósito	Descriptor	Propósito	Descriptor
<p>1 ¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?</p>	<p>Pensamiento Numérico, sistemas numéricos</p> <p>Identificar la relación de proporcionalidad directa presente en la receta de cocina.</p>	<p>Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos Identifica la constante de proporcionalidad para encontrar las cantidades de los ingredientes requeridos para una receta de cocina.</p>	<p>Pensamiento Numérico, sistemas numéricos</p> <p>Interpretar y usar la relación de proporcionalidad directa presente en la receta de cocina.</p>	<p>Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos Usar la constante de proporcionalidad para encontrar las cantidades de los ingredientes requeridos para una receta de cocina.</p>	<p>Pensamiento Numérico, sistemas numéricos</p> <p>Interpretar, evaluar y justificar las relaciones de proporcionalidad directa presentes en la receta de cocina.</p>	<p>Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos Encontrar y usar la constante de proporcionalidad presente en la cantidad de los ingredientes que se utilizan en la receta de cocina.</p>	<p>Pensamiento Numérico, sistemas numéricos</p> <p>Interpretar, evaluar y argumentar las relaciones de proporcionalidad directa presentes en la receta de cocina.</p>	<p>Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos Establecer relaciones de proporcionalidad directa presentes en una receta de cocina.</p>
		<p>Modelación Expresa relaciones de proporcionalidad directa de forma verbal presentes en las cantidades de los ingredientes de la receta de cocina.</p>		<p>Modelación Interpretar relaciones de proporcionalidad directa de forma verbal y simbólica presentes en las cantidades de los ingredientes de la receta de cocina.</p>		<p>Modelación Construir relaciones de proporcionalidad directa de forma verbal y algebraica entre las cantidades de los ingredientes de la receta de cocina.</p>		<p>Modelación Construir y validar relaciones de proporcionalidad directa de forma verbal y algebraica entre las cantidades de los ingredientes de la receta de cocina.</p>
		<p>Razonamiento Explicar relaciones de proporcionalidad directa presentes en una receta de cocina.</p>		<p>Razonamiento Hallar y justificar relaciones de proporcionalidad directa presentes en una receta de cocina.</p>		<p>Razonamiento Hallar y argumentar relaciones de proporcionalidad directa presentes en una receta de cocina.</p>		<p>Razonamiento Hallar y validar relaciones de proporcionalidad directa presentes en una receta de cocina.</p>
		<p>Comunicación Expresar relaciones de proporcionalidad directa presentes en una receta de cocina.</p>		<p>Comunicación Interpretar las relaciones de proporcionalidad directa presentes, en forma verbal y simbólica en una receta de cocina.</p>		<p>Comunicación Explicar las relaciones de proporcionalidad directa presentes, en forma verbal y simbólica en una receta de cocina.</p>		<p>Comunicación Justificar las relaciones de proporcionalidad directa presentes, en forma verbal y simbólica en una receta de cocina.</p>

9. Anexo 2

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

Primer momento

1. Lea la historieta.

https://docs.google.com/document/d/1B65UgqKw_iK7MJxbeD75soygU9o61ul/edit?usp=sharing&oid=107223681823861434865&rtpof=true&sd=true



¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

El Chef Linguini revisa el libro de recetas del Chef Gusteau "Cualquiera puede cocinar", para revisar la receta de la hamburguesa especial.



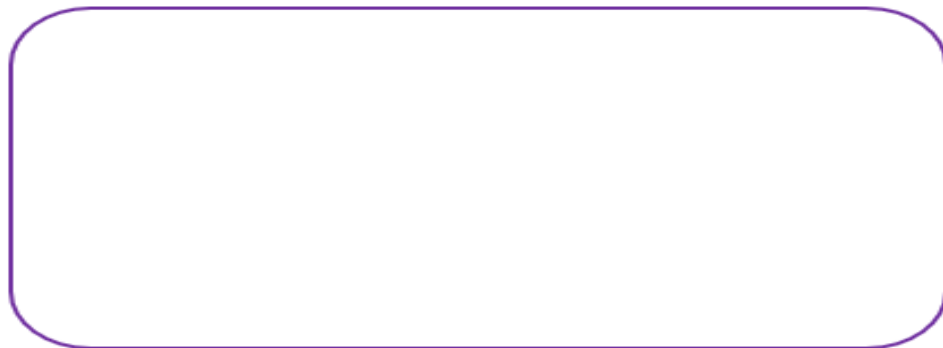
2. ¿Cuántas rodajas de tomate hay en la receta del Chef Gusteau?

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

3. ¿Cuántas rodajas de cebolla debe tener la nueva hamburguesa? ¿Por qué?



4. ¿Cuántas rodajas de pepino debe tener la nueva hamburguesa? ¿Por qué?



5. ¿Cuántos gramos de carne debe tener la nueva hamburguesa? ¿Por qué?



¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

6. Con los stickers que le da su profesor, arme la nueva hamburguesa especial.

Receta Chef
Liguini
hamburguesa
especial

→

→

→

→

→

→

→

→

→

→



@restaurantegusteaus.com

¡Discuta los resultados con sus compañeros!

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

Segundo momento

1. Lea la historieta.



Material elaborado por: María Fernanda Galvis Hernández, Sandra Evelyn Parada Rico e Ingrid Janeth Jácome Anaya

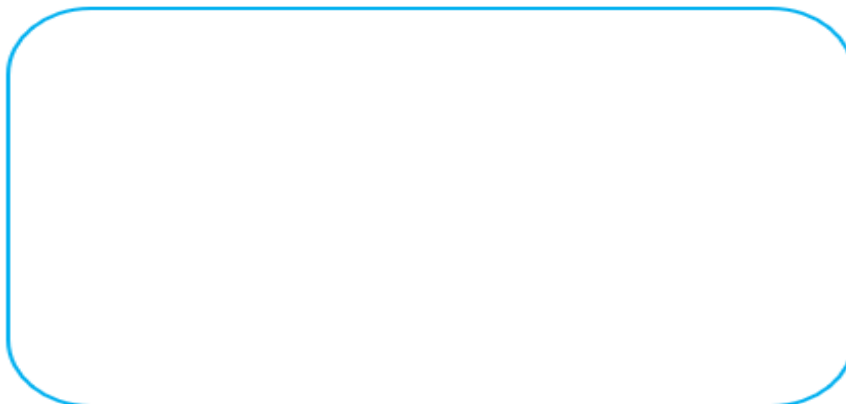
PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

2. La Subchef Colette necesita de su ayuda para saber cuántas rodajas de tomate se necesita tener según la cantidad de hamburguesas a preparar. Complete la siguiente tabla.

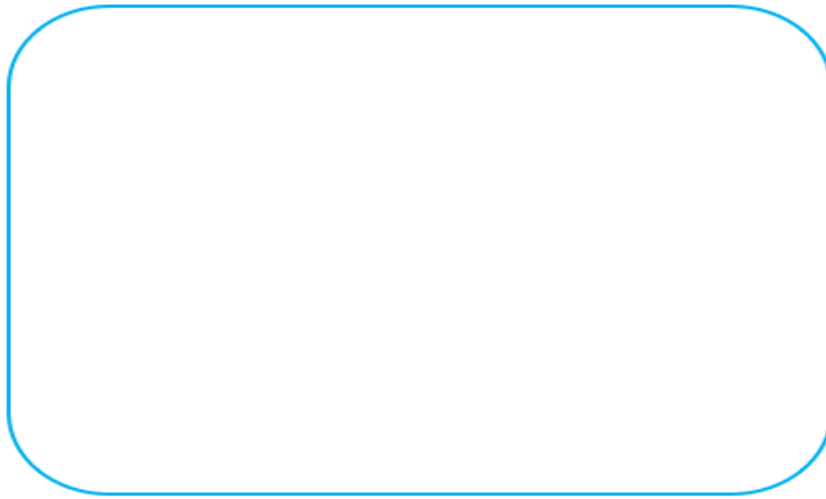
Cantidad de hamburguesas	Cantidad de rodajas de tomate
1	4
2	8
3	12
4	
5	
8	
12	

3. Si la cantidad de hamburguesas aumenta ¿Qué pasa con la cantidad de rodajas de tomate? Explique su respuesta.

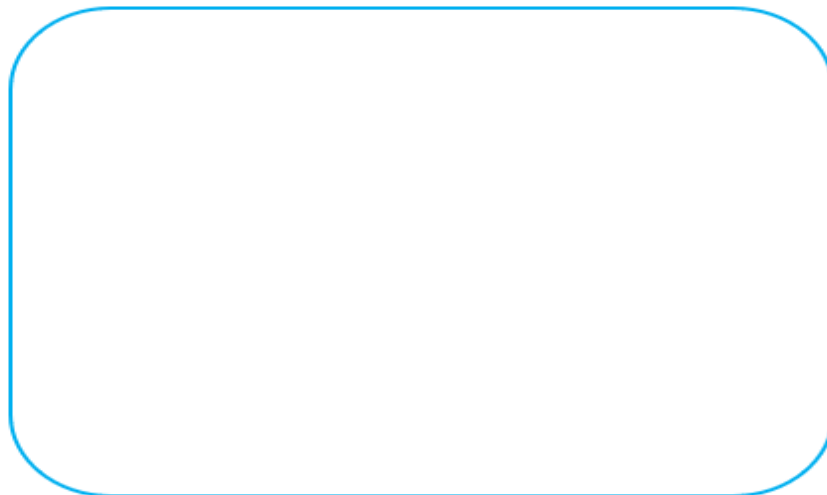


¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

4. ¿Cómo encontró la cantidad de rodajas de tomate que se necesitan para preparar 4 hamburguesas? Explique su respuesta.



5. ¿Cuál es la cantidad de rodajas de tomate que se necesitan para preparar las 7 hamburguesas? Explique su respuesta.




PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

6. Si conozco la cantidad de hamburguesas a preparar
¿Qué debo hacer para encontrar la cantidad de rodajas
de tomate que se necesitan para prepararlas?

7. Complete los datos faltantes en la siguiente imagen.

2
hamburguesas =

 Operación = 8 rodajas de tomate 

¿Cómo hago para repartir 8 rodajas de tomate entre 2 hamburguesas?

$$\frac{8 \text{ rodajas de tomate}}{2 \text{ hamburguesas}} = \text{ }$$

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

Recuerde que:

Una razón es la comparación entre dos cantidades.



Para:
8 rodajas de tomate



Para

2
hamburguesas



Es decir,
8 rodajas de tomate



es a

2
hamburguesas



8. Complete los espacios en blanco según lo indicado en la expresión verbal, encuentre la razón y el cociente.

8 rodajas de tomate
para 2 hamburguesas

$$\frac{8}{2} =$$

4

12 rodajas de tomate
para 3 hamburguesas

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

16 rodajas de tomate
para 4 hamburguesas



20 rodajas de tomate
para 5 hamburguesas



9. ¿Cuál es el cociente entre la cantidad de rodajas de tomate y la cantidad de hamburguesas? Explique su respuesta.



Nota

Al valor que se conserva entre varias razones, se le conoce como **constante de proporcionalidad**

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

10. Lea la historieta



11. ¿Cuántas rodajas de tomate se necesitan para preparar 1 hamburguesa?

12. Teniendo en cuenta la historieta, ¿Cuántas rodajas de tomate se necesitan para preparar 5 hamburguesas?

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

13. Ayude a los Chefs a completar los espacios en blanco.



Como la razón entre la cantidad de rodajas de tomate y la cantidad de hamburguesas es siempre la _____ y cuando una aumenta, la otra _____, entonces se dice que esas magnitudes son **directamente proporcionales**



14. ¿Qué relación hay entre la cantidad de rodajas de tomate y la cantidad de hamburguesas? Explique su respuesta.

¡Discuta los resultados con sus compañeros!

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

Tercer momento

1. Lea la historieta.



Material elaborado por: María Fernanda Galvis Hernández, Sandra Evely Parada Rico e Ingrid Janeth Jácome Anaya

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

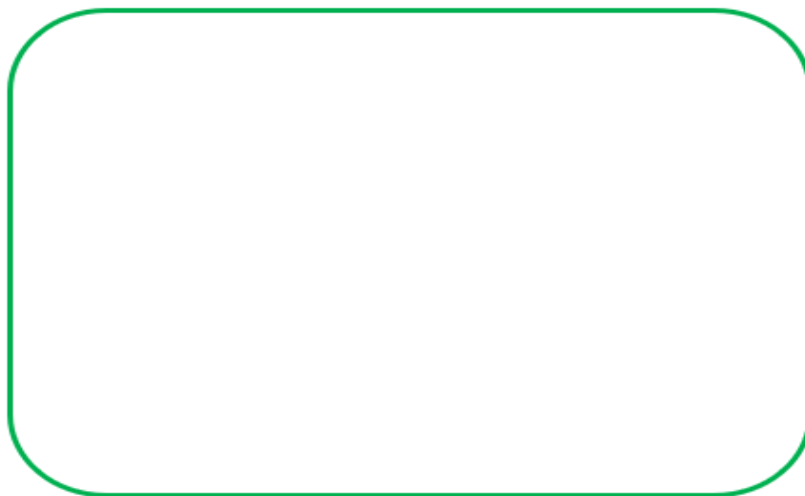
2. ¿Puede encontrar la cantidad de rodajas de cebolla conociendo el total de rodajas de tomate? ¿Cómo puede hacerlo? Explique su respuesta.

3. Ayúdele a la Subchef Colette a completar los espacios en blanco.

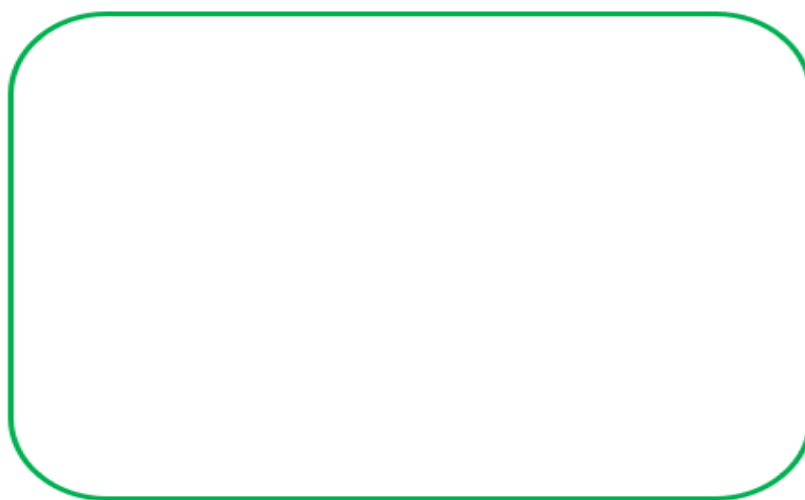
Cantidad de hamburguesas	Cantidad de rodajas de tomate	Cantidad de rodajas de cebolla
1	4	2
2	8	
3	12	
4		
5		
8		
12		

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

4. Si se quieren preparar 15 hamburguesas especiales, ¿Cuántas rodajas de tomate y cebolla se necesitan? Explique detalladamente su respuesta.



5. ¿Es correcto afirmar que para preparar 17 hamburguesas especiales se necesitan 68 rodajas de tomate y 33 rodajas de cebolla? ¿Por qué?



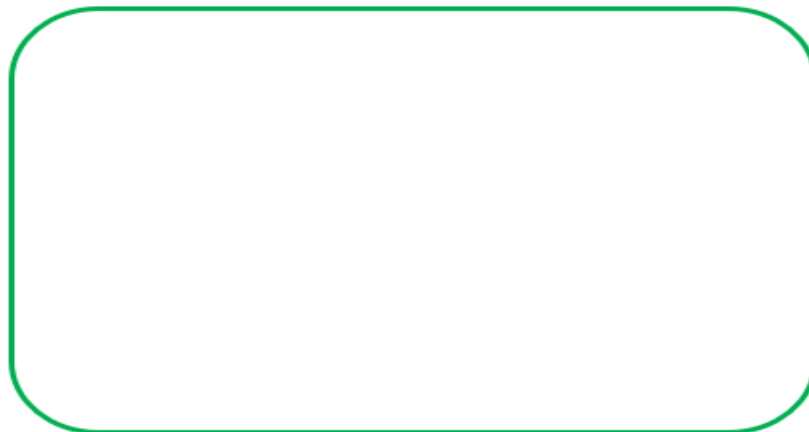
PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

6. Explíqueme a la Subchef Colette el proceso para encontrar la cantidad de rodajas de cebolla que se necesitan para preparar 20 hamburguesas especiales conociendo la cantidad de rodajas de tomate.



7. Revise la historieta y responda ¿Puede encontrar la cantidad de rodajas de pepino conociendo el total de rodajas de cebolla? ¿Cómo puede hacerlo? Explique su respuesta.



PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

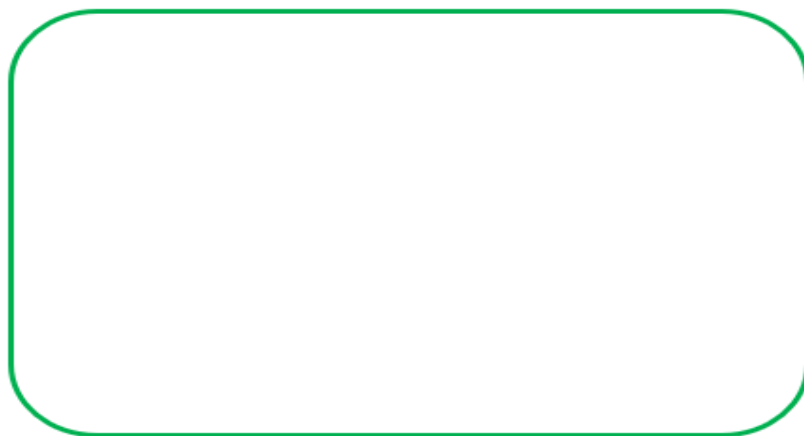
8. Ayúdele a la Subchef Colette a completar los espacios en blanco.

Cantidad de hamburguesas	Cantidad de rodajas de cebolla	Cantidad de rodajas de pepino
1	2	6
2	4	
3	6	
4		
5		
8		
12		

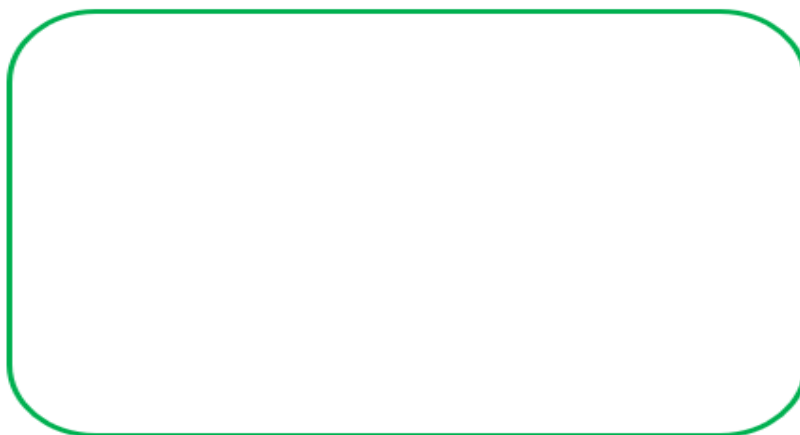
9. Si se quieren preparar 17 hamburguesas especiales, ¿Cuántas rodajas de cebolla y pepino se necesitan? Explique detalladamente su respuesta.

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

10. La Subchef Colette tiene 30 rodajas de cebolla y necesita definir la cantidad de pepino que necesita. ¿Cuántas rodajas de pepino se deben cortar? Explique su respuesta.



11. La Subchef Colette afirma que la relación entre las cantidades de **rodajas de tomate** y **rodajas de cebolla** es directamente proporcional. ¿La afirmación de la Subchef es correcta? Justifique su respuesta.



¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

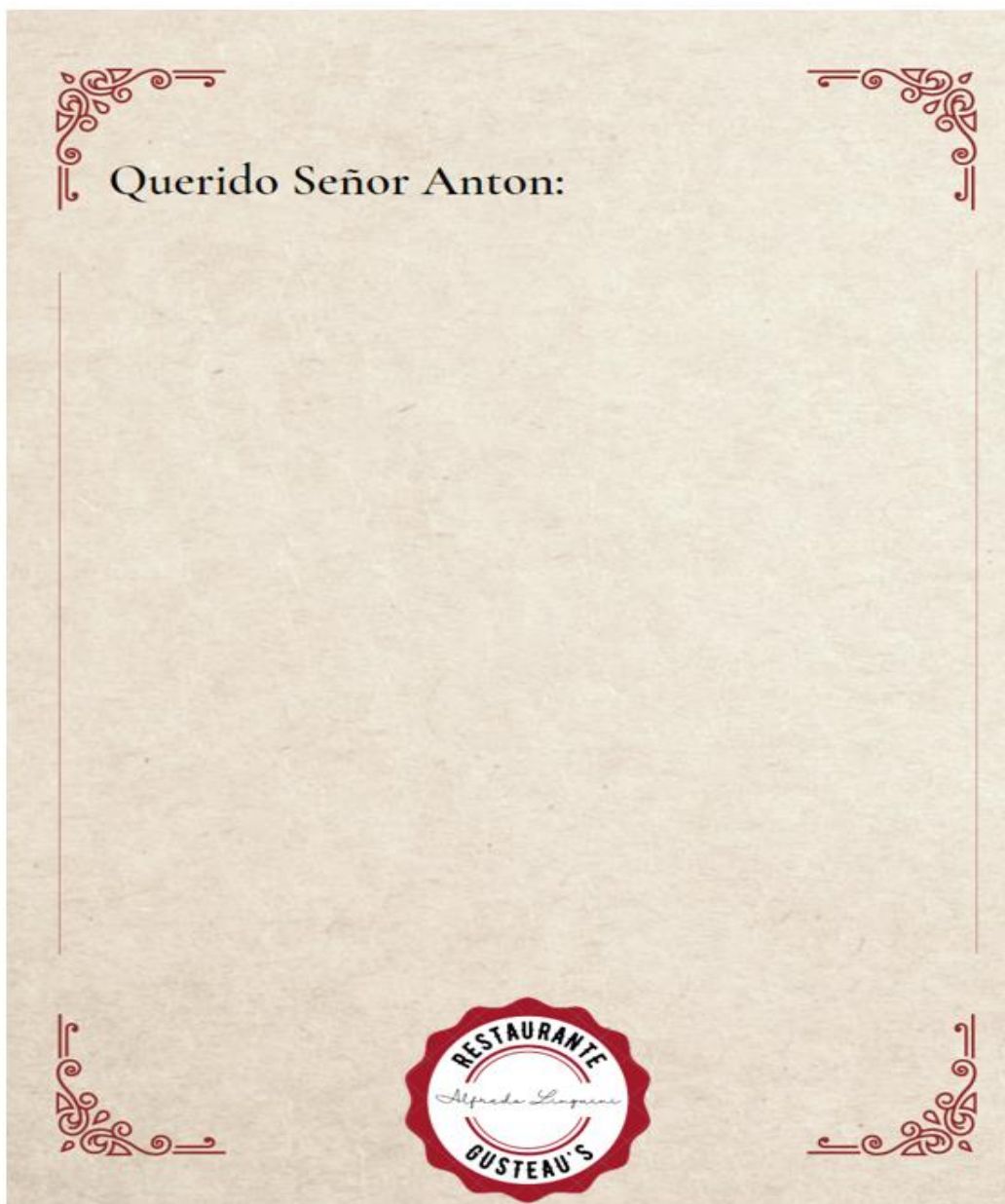
12. La Subchef Colette afirma que hay otras relaciones directamente proporcionales entre algunos ingredientes de la hamburguesa especial ¿Cuáles son? ¿Por qué?



13. El Chef Linguini ha degustado la hamburguesa especial con los cambios sugeridos por el Crítico Anton y ha decidido hacerle una carta de invitación contándole los cambios que realizó para preparar las 19 hamburguesas especiales. Ayúdele al Chef a escribir la carta.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?



¡Discuta los resultados con sus compañeros!

Material elaborado por: María Fernanda Galvis Hernández, Sandra Evely Parada Rico e Ingrid Janeth Jácome Anaya

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

Cuarto momento

1. Lea la historieta.



2. El Chef Linguini solicita que la receta de la limonada de cereza debe tener relaciones directamente proporcionales. En grupos de 3 estudiantes, establezcan relaciones entre los ingrediente de tal forma que sean directamente proporcionales:

a) Cantidad de cerezas y cantidad de limones.

Justifique su respuesta.

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

- b) Número de litros de agua y cantidad de cucharadas de azúcar. Justifique su respuesta.

3. En la siguiente receta, defina las cantidades necesarias para preparar una limonada de cereza con 5 litros de agua.



¡Discuta con sus compañeros! Y explíqueles porqué sus relaciones son directamente proporcionales.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

4. Lea la historieta.



5. Ayúdele al Chef Linguini a calcular las cantidades necesarias para preparar las 23 hamburguesas especiales y las 23 limonadas de cerezas para degustar en el concurso de las Estrellas Michelin.

Ingredientes	Cantidades
Tomate	
Cebolla	
Pepino	
Cerezas	
Limón	
Cucharadas de azúcar	

¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

6. El Chef Linguini tiene dudas respecto a la forma cómo se determinaron las cantidades de algunos ingredientes. Explíquele al Chef Linguini el proceso que se realizó para determinar las cantidades de:

a) Cebolla



b) Pepino



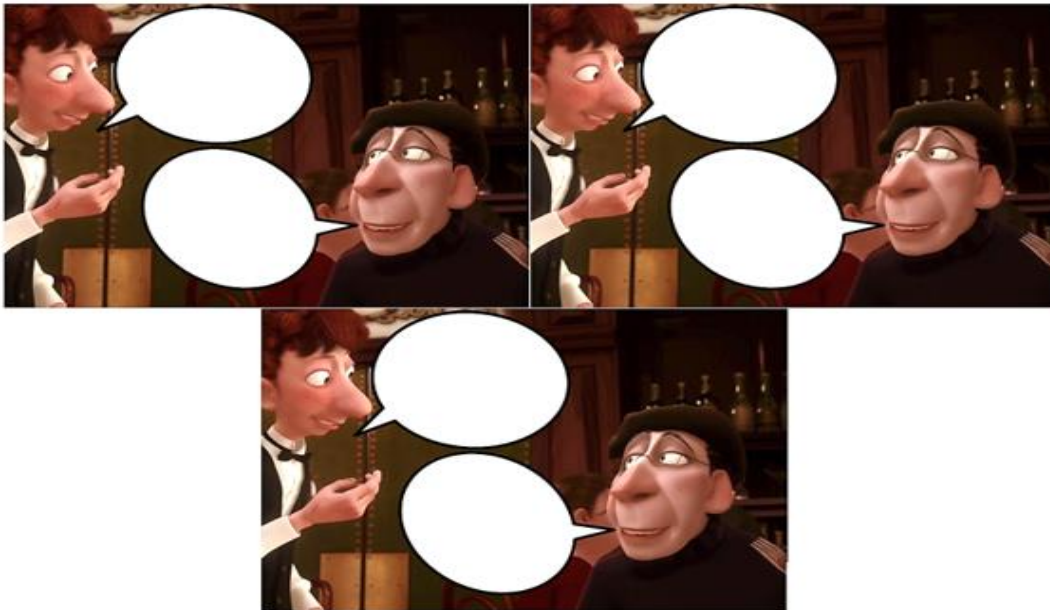
c) Cerezas



¿Qué relaciones de proporcionalidad directa encontramos en una receta culinaria?

d) Cucharadas de azúcar

7. Complete la siguiente historieta, donde el Crítico Anton le informa al Chef Linguini la decisión de los jurados del concurso Estrellas Michelin. Complete la historieta.



¡Discuta los resultados con sus compañeros!