DESCRIPCIÓN DEL DESEMPEÑO EN RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ARITMÉTICAS CON ENUNCIADO VERBAL EN DOS GRUPOS DE NIÑOS EN CONDICIONES DE ESCOLARIZACIÓN (C.E.) EN EDADES ENTRE LOS 9 Y LOS 11 AÑOS DE DOS SEDES DEL COLEGIO METROPOLITANO DEL SUR.

CARLOS ARTURO PÉREZ REYES
HERNÁN DARÍO RINCÓN ALMEYDA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2009

DESCRIPCIÓN DEL DESEMPEÑO EN RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ARITMÉTICAS CON ENUNCIADO VERBAL EN DOS GRUPOS DE NIÑOS EN CONDICIONES DE ESCOLARIZACIÓN (C.E.) EN EDADES ENTRE LOS 9 Y LOS 11 AÑOS DE DOS SEDES DEL COLEGIO METROPOLITANO DEL SUR.

CARLOS ARTURO PÉREZ REYES
HERNÁN DARÍO RINCÓN ALMEYDA

Trabajo de grado para optar al título de
Licenciado en Matemáticas

Director:
Daniel Moreno Caicedo
Especialista en Educación Matemática

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2009

AGRACEMIENTOS

Inicialmente damos gracias a Dios por brindarnos su fortaleza, sabiduría, paciencia y esperanza para que esta investigación finalizara con éxito.

A nuestros padres por todo su amor, dedicación y esfuerzo, porque han hecho lo humanamente posible para que la realización de este proyecto y las metas que nos hemos trazado sean un hecho.

A nuestro director del proyecto, Daniel Moreno Caicedo, por sus valiosos aportes, su apoyo incondicional y por creer en nosotros.

A Sandra Maritza Cepeda Quintana y Alexander Gómez, quienes con su optimismo, conocimiento y todo su amor nos brindaron siempre su voz de aliento y apoyo en los momentos en que el conocimiento y las palabras adecuadas no nos acompañaban y en los que la fortuna si lo hizo.

Y a todas las personas que compartieron con nosotros durante este periodo de formación académica y profesional, ya que sin ellos y los momentos vividos, muchos de los logros obtenidos y las experiencias vividas no hubiesen tenido sentido.

A mis padres, Euclides Rincón Sierra y Trina Almeida, quienes han sido mis mejores amigos, las personas con las que he podido contar siempre, quienes han respetado mis decisiones y me han acompañado en los momentos más bonitos de mi vida, así como en los difíciles también.

A Sandra, la mujer que amo y con quien estaré hasta que Dios lo permita.

Hernán Darío Rincón Almeyda

A mis padres, Arturo Pérez Viviescas y Juana Reyes, gracias a ustedes, di un paso para cumplir uno de mis sueños, papá aunque no estés conmigo físicamente, siempre te recordare y te llevare en mi corazón. Gracias a ustedes hoy estoy donde querían verme.

A mis hermanos: Hernando, Rodrigo, Edgar y Rodolfo. Gracias por brindarme su apoyo en todo momento, siempre los llevare en mi alma y en mi corazón.

A mis sobrinos por la ternura, su cariño y el amor que me brindan incondicionalmente, son mi más grande alegría y mi motivación para seguir siempre adelante.

Carlos Arturo Pérez Reyes

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

LISTA DE ESQUEMAS

RESÚMEN

TÍTULO:
DESCRIPCIÓN DEL DESEMPEÑO EN RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ARITMÉTICAS CON ENUNCIADO VERBAL EN DOS GRUPOS DE NIÑOS EN CONDICIONES DE ESCOLARIZACIÓN (C. E.) EN EDADES ENTRE LOS 9 Y LOS 11 AÑOS DE DOS SEDES DEL COLEGIO METROPOLITANO DEL SUR[1]

AUTORES:
PÉREZ REYES, Carlos Arturo
RINCÓN ALMEYDA, Hernán Darío[**]

PALABRAS CLAVE: Situaciones aritméticas con enunciado verbal, resolución de problemas, heurísticos, conocimiento semántico, conocimiento estratégico, conocimiento algorítmico, error.

Esta investigación surge con el interés de escuchar y describir las explicaciones que dan los estudiantes cuando resuelven problemas y poder identificar el heurístico más utilizado por ellos. En este sentido se diseñó una prueba teniendo en cuenta algunas situaciones planteadas en las pruebas saber, las cuales fueron resueltas por los niños y permitieron ser el objeto de estudio de esta investigación.

Como consecuencia surgieron las siguientes preguntas: ***¿Cuál es el desempeño de un grupo de niños en edades entre los 9 y los 11 años cuando resuelven situaciones aritméticas con enunciado verbal del Colegio Metropolitano del Sur? Y ¿Cuáles son las estrategias de solución o procedimientos heurísticos utilizados por niños en edades entre los 9 y los 11 años cuando resuelven situaciones aritméticas con enunciado verbal del Colegio Metropolitano del Sur?***
Los resultados encontrados en las respuestas dadas por los estudiantes permitieron identificar algunos aciertos y errores que se presentaron en el proceso de resolución de problemas, de igual manera fue posible identificar cómo influye en el desempeño de los estudiantes la forma en que es presentada la información en determinada situación problema.

[1] Trabajo de Grado.
[**] Facultad de Ciencias – Escuela de Matemáticas – Licenciatura en Matemáticas – DIRECTOR: MORENO CAICEDO, Daniel; Especialista en Educación Matemática.

SUMMARY

Title:
DESCRIPTION OF THE PERFORMING IN SOLUTION OF ARITMETIC SITUATIONS WITH VERBAL ENUNCIATION IN TWO GROUPS OF KIDS IN SCHOOLING SITUATION IN AGES BETWEEN 9 AND 11 IN TWO HEADQUARTERS OF THE “METROPOLITANO DEL SUR” SCHOOL[2].

AUTHORS:
Pérez Reyes, Carlos Arturo
Rincón Almeyda, Hernán Darío

KEY WORDS:
Arithmetic situations whit verbal enunciation, problem solution, heuristics, semantic knowledge, strategic knowledge, algorithmic knowledge, generalization, mistake.

This searching appears with the exclusive interesting for describing and listening to the whole explanations student give respecting the problems they solve in class and can identify the most used heuristic by them. On this way we have designed a test taking account some giving situations on “SABER” test. Which one were solved by children and allowed us be the object of study for this searching.

As a consequence appeared the following questions, first: What is the performance of a nine to twelve years old group of children when they solve arithmetic situations with verbal enunciation from “Metropolitano del Sur” school? And second: which are the strategies of solving or heuristic procedures, used by children in these specific years old time when they solve arithmetic situations with verbal enunciation from “Metropolitano del Sur” school?

The results found in the answers given by the students allowed us to identify some positive pointments and mistakes that ocurred in the solution of the problems in the same way it was possible to identify how the performance acts on the developed of the students, in the way in which the information is shown in some specific situation or problem.

[2] Graduation Job.
Science Faculty- Math Collage-Math Licenciatura School. Director: Moreno Caicedo, Daniel. Master in Math Education.

PRESENTACIÓN

En algunos momentos del ejercicio docente se hace necesario preguntarse por el por qué y el para qué enfrentarse a situaciones matemáticas. Algunas veces se proponen situaciones para que los estudiantes las trabajen durante la clase, en otras oportunidades se dejan de tarea para poder socializarlas entre todos y así, de esta manera, se da la opción para que cada uno pueda argumentar su respuesta. En ciertas ocasiones estas actividades relacionan temas trabajados durante la clase con las vivencias de los niños en su entorno, en su contexto, precisamente con el interés de hacer que el estudiante se involucre en estas situaciones y se pueda, de esta manera, lograr que el aprendizaje sea significativo.

Esta situación puede ser más evidente cuando, por ejemplo, se logra que a un grupo de estudiantes se le asignen algunas responsabilidades, ya sea haciéndose cargo de la cafetería de su colegio o de llevar la contabilidad en cierta actividad, teniendo en cuenta que estas actividades se hagan con la orientación de las personas encargadas generalmente de esta labor, o por qué no, la orientación del docente.

En este sentido, cuando el niño se encuentra frente a la exigencia de resolver un problema o de realizar un "juego matemático" se observa el enriquecimiento conceptual y la habilidad matemática alcanzada en algunos estudiantes, así como la satisfacción y el gusto por la matemática, debido a que encuentran en la aplicación de algunos conceptos, como la suma, un juego nunca imaginado.

Frente a esto Guillermo Cervantes, Aníbal Mendoza, Liduvina Peñaloza, Magdalena Ramírez y María Margarita Viñas (1995) explican que la solución de problemas se constituye en un modo de pensamiento en el cual el individuo debe transferir su bagaje cognitivo y afectivo a la situación problema. La resolución de problemas es un aspecto central de las actividades profesionales que se viven diariamente. Situándose en el ámbito de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se comparte la posición actual que mira la resolución de problemas como el objetivo central de la educación matemática.[3]

Ahora bien, teniendo en cuenta la importancia que tiene la resolución de problemas matemáticos en el proceso de formación de los niños, surge el interés por realizar una descripción del desempeño de un grupo de niños entre los 9 y 11 años, para saber en primer lugar qué procedimientos estratégicos o heurísticos pueden llegar a utilizar cuando intentan resolver una situación aritmética con enunciado verbal, a su vez identificar y realizar un análisis de los conocimientos que los niños requieren para resolver una situación matemática planteada con enunciado verbal y para esto la presente investigación se basó en los planteamientos de Polya. Por este motivo fue descrito el procedimiento estratégico de los niños al momento de resolver problemas.

Sumado a lo anterior, es importante hacer mención al instrumento que se utilizó para este trabajo, es por esto que a continuación se hace un breve esbozo del mismo.

Las pruebas SABER son evaluaciones que deben presentar los estudiantes cuando finalizan quinto de primaria o noveno de bachillerato, pero que tienen un carácter nacional, es decir, que todos los estudiantes del país que están en estos grados, deben presentarlas el mismo día.
Estas pruebas sirven para conocer qué tanto sabe hacer un estudiante con lo que ha aprendido en matemáticas, ciencias naturales, ciencias sociales, lenguaje y ciudadanía. Aquí no se trata de saber solamente qué y cuántos conceptos ha aprendido de memoria un

---

[3] CERVANTES, G., et al. Descripción y análisis de procesos de pensamiento de estudiantes al resolver problemas matemáticos. En: Ingeniería y Desarrollo. [En línea] [consultado el 31 de octubre de 2008] Disponible en: <http://ciruelo.uninorte.edu.co/pdf/ingenieria_desarrollo/1/1%20Descripcion%20y%20analisis%20de%20proceso%20de%20pensamiento%20de%20estudiante.pdf>

estudiante, sino de saber cómo los aplica en la vida cotidiana. Con esto se busca detectar cuáles son las fortalezas y debilidades que tienen los estudiantes para poder mejorar o reforzar sus conocimientos y habilidades.

Estas pruebas SABER miden las competencias. Es decir que no van a medir cuánto sabe un niño de matemáticas o ciencias sino cómo aplica los conocimientos que tiene en estas áreas en la vida real. De allí que se hable de personas competentes para la vida. El país requiere de personas que tengan habilidades y puedan desenvolverse con facilidad en el mundo actual[4].

Finalmente, para este trabajo de grado al momento de utilizar la palabra competencia se refiere a "una capacidad de respuesta eficaz de cara a un conjunto de situaciones no rutinarias o no estereotipadas. Responde a un conjunto de conocimientos movilizables de cara a situaciones complejas"[5].

---

[4] COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. ABC de las pruebas Saber. En: Colombia Aprende.[En línea][consultado el 15 de octubre de 2008] Disponible en:<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/estudiantes/1599/article-89525.html>

[5] PERRENOUD, P. Construire des compétences, tout un programme. Entrevue. Citado por GÓMEZ, I. Resolución de Problemas y Competencias Básicas. [En línea][Consultado el 15 de octubre de 2008]. Disponible en: <http://piolin.zapto.org/jcbm/conferencias/gomez-chacon-resolucion_de_problemas_y_competencias_basicas.pdf >

1. JUSTIFICACIÓN

La resolución de problemas es la capacidad cognitiva de aplicar diferentes estrategias, recursos o métodos para intentar soluciones a diferentes situaciones matemáticas.
Instituto para el desarrollo de la calidad educativa. (2000)

Cada situación que se presenta en la vida necesita ser resuelta y por esto siempre se están tomando decisiones. Algunas veces las personas se valen del conocimiento, de las experiencias, y si esto no es suficiente, recurren a ayudas que les puedan proporcionar algún texto, alguna otra persona o algún medio que los pueda orientar. La lógica ha sido una herramienta que la matemática ha brindado para ayudar a resolver problemas y la experimentación ha generado que los conceptos y conocimientos sean cada vez más claros y proporcionen seguridad al momento de tomar decisiones.

El trabajo en matemáticas dentro del aula de clase ha permitido que cada estudiante potencie sus habilidades, su conocimiento algorítmico, su conocimiento estratégico y su razonamiento matemático, el cual se puede evidenciar cuando cada uno de ellos se enfrenta ante una determinada situación. En este sentido Miguel de Guzmán (1984) comenta que del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas.[6]

---

[6] DE GUZMÁN, M. Juegos matemáticos en la enseñanza. En: Actas de las IV Jornadas sobre aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Santa Cruz de Tenerife. España. 10 – 14 Septiembre 1984.[consultado el 11 de octubre de 2008]Disponible en: <www.tecnica80sinaloa.edu.mx/MaterialEducativo/Matematicas/Documentos/01Juegos%20matem%C3%A1ticos%20en%20la%20ense%C3%B1anza.pdf>

Acevedo y García (2000) consideran que "la matemática escolar debe potenciar al estudiante para aplicar su conocimiento en la resolución de problemas tanto al interior de la matemática misma como en otras disciplinas, debe además desarrollar habilidades para: usar el lenguaje matemático y comunicar ideas, razonar y analizar, cuestionarse, interpretar críticamente información y tomar decisiones consecuentes, en fin, para enriquecer y ampliar continuamente su conocimiento".

En ese mismo documento afirman que "la aplicación de conceptos y procedimientos matemáticos hace referencia a desempeños como: formular problemas; comparar y contrastar situaciones problemáticas; desarrollar estrategias de solución que requieran una o varias operaciones; aplicar transformaciones entre representaciones; predecir el resultado; verificar el significado de la solución; interpretar resultados, identificar y proponer problemas".[7]

Con base en lo anterior se considera que el trabajo en clase permite, con una orientación adecuada, que los desempeños planteados por Acevedo y García se den dentro y fuera del aula, lo cual llevó a conjeturar que el trabajo en clase recreando situaciones de la vida cotidiana modifica de forma implícita algunos desempeños matemáticos que pueden tener los niños de esta institución.

Así mismo, durante la práctica docente se observó que los estudiantes manejaban una serie de conceptos y habilidades matemáticas que se evidenciaban cuando se proponían situaciones matemáticas que los involucraban, situaciones que vivieran generalmente para que ellos las resolvieran, lo cual generó las siguientes preguntas: ***¿Cuál será el desempeño de un grupo de niños en edades entre los 9 y los 11 años cuando resuelvan situaciones aritméticas con enunciado verbal del Colegio Metropolitano del Sur? Y ¿Cuáles serán las estrategias de solución o procedimientos heurísticos utilizadas por***

[7] ACEVEDO, M. GARCÍA, G. Competencias y proyecto pedagógico. Artículo. La evaluación de las competencias en matemáticas y el currículo: un problema de coherencia y consistencia. Universidad Nacional de Colombia. Unibiblos. Bogotá. 2000.

niños en edades entre los 9 y los 11 años cuando resuelven situaciones aritméticas con enunciado verbal del Colegio Metropolitano del Sur?

De acuerdo a estas inquietudes se propuso observar y describir las habilidades y competencias matemáticas que mostraron diez niños con edades entre los 9 y los 11 años cuando resolvieron situaciones aritméticas con enunciado verbal del Colegio Metropolitano del Sur en una serie de situaciones problema.

De esta manera la intención pedagógica que posee esta descripción tiene dos finalidades, la primera, contar con un conjunto de datos relacionados con los diversos conocimientos que son necesarios al momento de resolver una situación matemática con enunciado verbal; y la segunda, proporcionar información de primera mano a licenciados, pedagogos, y docentes sobre las forma como los niños resuelven una situación matemática con enunciado verbal.

2. OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Describir el desempeño en resolución de situaciones aritméticas con enunciado verbal en diez niños en condiciones de escolaridad (C.E.) en edades entre los 9 y los 11 años del Colegio Metropolitano del Sur.

OBJETIVO ESPECÍFICO

- Categorizar las estrategias de resolución utilizadas en situaciones aritméticas con enunciado verbal en diez niños en condiciones de escolaridad (C.E.) en edades entre los 9 y los 11 años del Colegio Metropolitano del Sur.

3. MARCO CONCEPTUAL

Martín Socas Robayna y Matías Camacho Machín (2003) exponen que la Matemática es una actividad de resolución de problemas socialmente compartida. Problemas que pueden tener relación con el mundo natural o social o ser problemas internos de la propia disciplina. La respuesta a estos dos tipos de problemas explican la evolución y desarrollo progresivo de los objetos matemáticos (conceptos, teorías,...). La actividad de resolución de problemas es un proceso cognitivo complejo que ocasiona dificultades en el aprendizaje de la Matemática.[8]

De acuerdo con lo planteado en el párrafo anterior, la presente investigación reconoce la importancia que tiene en la vida de los niños aprender a resolver situaciones aritméticas en su vida cotidiana, es así como se evidencia una de las intenciones pedagógicas de esta investigación, la cual es brindar una descripción que permita a los licenciados en matemáticas predecir las tendencias de error o de acierto en los niños, y de igual forma aportar una descripción sobre el conjunto de estrategias que pueden utilizar los niños en este estado del desarrollo cognitivo, y del proceso de escolarización. En este sentido Raúl Pérez De Los Santos (2008) plantea que la manera como se aprende puede ser variada, debido a que en el proceso intervienen diferentes elementos que convierten dicho proceso en más exitoso o menos exitoso. Por ejemplo, puede darse el caso que ante un problema propuesto los alumnos intenten resolverlo de la misma manera que lo hace el docente; por otro lado, ante el mismo problema, los estudiantes podrían enfrentar su solución a través de ciertos patrones o técnicas dadas por el profesor; mientras que en un tercer caso, la resolución podría ser producto, además de la técnica y la imitación, de la reflexión y el análisis de la situación.[9]

---

[8] SOCAS, M. y CAMACHO, M. Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Algunas Reflexiones. En: Boletín de la Asociación Matemática Venezolana. [En línea] Vol. X, No. 2 [consultado el 17 de octubre de 2008]Versión digital en:< http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/socas-machin.pdf >

[9] PÉREZ DE LOS SANTOS, R. Modelo quinario para la resolución de problemas matemáticos. En Revista Iberoamericana de Educación. [en línea] Núm. 47 (2008) [consultado el 1 de noviembre de 2008] Versión digital en: <http: //www.rieoei.org/expe/2135Santos.pdf.>

De esta manera se encontró de gran utilidad pedagógica describir como se desempeñan los niños ante una situación aritmética con enunciado verbal; partiendo de estas premisas, en el presente trabajo se elaboró un conjunto de elementos conceptuales cuya finalidad es proporcionar una estructura de comprensión sobre los objetivos de la investigación y a su vez tienen la intención de dar una respuesta a las preguntas realizadas en torno a este trabajo. Para esto, en primer lugar se expone la noción de problema aritmético, en segundo lugar se desarrolla una idea sobre la resolución de problemas, en tercer lugar, se aborda lo relacionado con los procedimientos heurísticos y finalmente se exponen los conocimientos necesarios para la resolución de problemas.

3.1 LA NOCIÓN DE PROBLEMA ARITMÉTICO

Marina Tomas Folch (1990) define problema aritmético en la enseñanza primaria como una situación imaginaria, susceptible de ser real, planteada en forma de enunciado verbal o escrito que se resuelve mediante alguna(s) de las operaciones elementales.[10] Esto se evidencia en las pruebas SABER utilizadas en esta investigación y se articula con lo que plantea Aleida Yépez y Uldarico Mosquera (2004), quienes explican que: en general las personas entienden problema como una situación problémica, que tiene unas ciertas condiciones iniciales que requieren ser modificadas.[11]

---

[10] FOLCH, M. Los problemas aritméticos de la enseñanza de primaria. Estudio de Dificultades y propuesta didáctica. En: Educar.[en línea] [consultado el 2 de noviembre de 2008] disponible en: <http://ddd.uab.cat/pub/educar/0211819Xn17p119.pdf>

[11] YEPES, A. y MOSQUERA, U. Resolución de problemas y Talento Matemático. [En línea].[Consultado el 20 de Octubre de 2008.] Disponible en: <http://dma.pedagogica.edu.co/dmdocuments/encuentro_16/58.pdf>

El anterior planteamiento se articula con esta investigación debido a que los problemas propuestos por las pruebas SABER exigen que los niños utilicen sus conocimiento previos, conocimiento a través del cual se expresan cada una de las competencias asociadas a la resolución de una situación aritmética, que van desde los procesos interpretativos, pasando por los argumentativos, hasta finalizar con los procesos propositivos.

De esta manera y para brindar mayor eficacia y utilidad pedagógica, que son el sentido de la presente investigación se toma lo planteado por Marie-Lise Peltier (2003) quien considera que para la enseñanza que tiene por objetivo trabajar las operaciones aritméticas, es importante trabajar tres niveles:

• El del concepto (sentido de la adición, de la sustracción, de la multiplicación, etcétera).
• El del problema (cómo ayudar a los niños a comprender un problema y resolverlo).
• El de la articulación entre la comprensión del problema y la puesta en marcha de un procedimiento de resolución.[12]

Esta propuesta de la señora Peltier, tiene una intención pedagógica en la presente investigación, porque lo que se busca con este trabajo descriptivo es direccionar las intervenciones de los licenciados en matemáticas hacia la construcción de estrategias que fortalezcan en los estudiantes estos tres niveles.

Finalmente según el Ministerio de Educación del Perú, en su documento Orientaciones Para El Trabajo Pedagógico En Matemáticas plantean que un problema en matemática puede definirse como una situación, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, para la cual no se vislumbra un camino aparente u obvio que conduzca hacia su solución.[13] Este se convierte

[12] PELTIER, M. Problemas Aritméticos. Articulación, Significados Y Procedimientos De Resolución. En: Educación Matemática [en línea] Vol. 15, Núm. 3 (2003) [consultado el 2 de noviembre de 2008] disponible en:< http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40515303.pdf >

[13] PERÚ, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Orientaciones para el trabajo pedagógico en matemáticas. [en línea]. [consultado el 14 de noviembre de 2008]Versión digital en: <http://www.minedu.gob.pe/dinesst/Documentos/OTPMatematica.pdf>

en uno de los pilares de la presente investigación, la cual busca describir, para aportar información a los licenciados en matemáticas en lo referente al tipo de estrategias utilizadas para resolver las situaciones matemáticas, al igual que los errores habituales cometidos por los niños cuando se enfrentan a este tipo de situaciones.

3.2 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Dentro de esta investigación se identifica la importancia que tiene realizar una conceptualización sobre la resolución de problemas, debido a que este es uno de los ejes para la descripción del desempeño de los niños.

Tomando lo explicado por Isabel Alonso Berenguer y Noemí Martínez Sánchez (2003), la resolución de problemas ha sido considerada, como la innovación más importante de la matemática en la década de los 80.[14] Según los investigadores Marlyn Castillo y Alejandro Ramírez, dentro del campo de la educación matemática existe una tendencia a considerar la resolución de problemas como una estrategia para el aprendizaje que influye sobre la formación de la personalidad del niño y sobre el desarrollo de su concepción científica del mundo, lo que lo convierte en un tema de gran importancia para esta investigación, porque a través de la resolución de problemas se puede identificar cuáles son los conocimientos necesarios para que unos niños en edades entre los 9 y 11 años resuelvan con éxito y eficacia una situación aritmética.

[14] ALONSO, I. y MARTINEZ, N. La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. En: Revista pedagogía Universitaria. [En línea] Vol. 8 No. 3 (2003) [consultado el 10 de Noviembre 2008] Versión digital en: <http://revistas.mes.edu.cu/Pedagogia-Universitaria/articulos/2003/3/189403307.pdf/ >

Complementando lo expuesto en el párrafo anterior, Yépez y Mosquera (2004) argumentan que la definición más precisa de resolución de problemas, es la de Andre (1986), quien plantea que el proceso de resolución de problemas puede describirse a partir de los elementos considerados a continuación:[15]

1. Una situación en la cual se quiere hacer algo, pero se desconocen los pasos precisos para alcanzar lo que se desea.

2. Un conjunto de elementos que representan el conocimiento relacionado con el problema.

3. El solucionador de problemas o sujeto que analiza el problema, sus metas y datos y se forma una representación del problema en su sistema de memoria.
4. El solucionador de problemas que opera sobre la representación para reducir la discrepancia entre los datos y las metas. La solución de un problema está constituida por la secuencia de operaciones que pueden transformar los datos en metas.

5. Al operar sobre los datos y las metas, el solucionador de problemas utiliza o puede utilizar los siguientes tipos de información:

- Información almacenada en su memoria de largo plazo en forma de esquemas o producciones.
- Procedimientos heurísticos.
- Algoritmos.
- Relaciones con otras representaciones.

6. El proceso de operar sobre una representación inicial con el fin de encontrar una solución al problema, se denomina búsqueda. Como parte del proceso de búsqueda de la solución, la representación puede transformarse en otras representaciones.

[15] YEPES y MOSQUERA. Op cit. p. 739

7. La búsqueda continúa hasta que se encuentra una solución o el sujeto que soluciona se da por vencido.[16]

En síntesis estos elementos son base y soporte para la descripción de esta investigación, ya que se considera que son condiciones necesarias durante el proceso de resolución de problemas matemáticos.

3.3 LOS HEURÍSTICOS Y LAS FASES PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En el presente trabajo se tomó el concepto de heurístico porque se identificó como un concepto de vital importancia en el campo pedagógico y educativo; pedagógico porque está relacionado con las estrategias que el docente o el licenciado puede utilizar al momento de enseñar las matemáticas y educativo, porque está vinculado con las estrategias de aprendizaje que utiliza el estudiante al momento de resolver un problema.
A continuación se desarrollan algunos planteamientos realizados acerca de los procesos heurísticos. En este apartado del marco conceptual se busca ampliar la comprensión acerca de estos procedimientos y su importancia en la resolución de problemas matemáticos.

En primer lugar, según Alfaro y Barrantes (2008), Polya introdujo la idea de que la resolución de problemas puede ser vista como un arte que utiliza como medio la "heurística moderna". Para él, resolver problemas representa una forma de descubrimiento y considera la heurística como una forma de investigar nuevos problemas (Polya, 1990).[17] Así mismo el Ministerio de Educación de Perú en Orientaciones para el Proyecto Pedagógico (2004), explica que la heurística es un método de cognición, que consiste en un conjunto de caminos, formas,

[16] YEPES y MOSQUERA. Ibid.
[17] ALFARO,C. y BARRANTES,H. ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. En cuadernos de formación e investigación en educación matemática. . [En línea] No. 4 (2008) disponible en: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno4/cuaderno4_c5.pdf >

modos, medios, procedimientos, técnicas y maneras para llegar al descubrimiento y la invención.[18]

Complementando las ideas anteriores Yepes y Mosquera (2004) explican que los métodos heurísticos son estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizadas por los resolutores de problemas, basadas en la experiencia previa con problemas similares. Estas estrategias indican las vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución.[19]

Sumado a estos planteamientos Lisett Pogglioli (2002) citando a Monero y colaboradores (1995), considera que los procedimientos heurísticos son acciones que comportan un cierto grado de variabilidad y su ejecución no garantiza la consecución de un resultado óptimo como, por ejemplo, reducir el espacio de un problema complejo a la identificación de sus principales elementos. Mientras que Duhalde y González (1997) señalan que un heurístico es "un procedimiento que ofrece la posibilidad de seleccionar estrategias que acercan a una solución".[20] De lo anterior se puede deducir que el análisis de los heurísticos en esta propuesta tiene como finalidad, primero, identificar las estrategias que plantearon los estudiantes frente a cada una de las situaciones presentadas en el instrumento, y en segundo lugar aportar a la comunidad docente una categorización del conjunto de estrategias utilizadas por los niños, como una forma para orientar el acompañamiento académico, y a su vez que el licenciado pueda aportar al estudiante un conjunto de alternativas para enfrentarse a la solución de una situación aritmética.

En segundo lugar es importante exponer las fases que se tienen en cuenta en la presente investigación para hacer la descripción y el análisis de los resultados; al respecto José Heber Nieto Said (2004), plantea que al realizar una descripción y explicación de las fases para

---

[18] PERÚ, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Op cit.

[19] YEPES y MOSQUERA. Op cit. p. 740

[20] POGGIOLI, L. Estrategias de Resolución de Problemas. Serie Enseñando a Aprender. Cuadernos CENAMEC [en línea] [consultado el 4 de Noviembre de 2008]Versión digital en: <http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio53.htm >

resolver un problema según Polya, la primera etapa es obviamente insoslayable: *es imposible resolver un problema del cual no se comprende el enunciado.* En la práctica docente muchos estudiantes efectúan operaciones y aplican formulas sin reflexionar siquiera un instante sobre lo que se les pide.

La segunda etapa es la más sutil y delicada, ya que no solamente está relacionada con los conocimientos y la esfera de lo racional, sino también con la imaginación y la creatividad. Se observa que las preguntas que Polya asocia a esta etapa están dirigidas a llevar el problema hacia un terreno conocido.

La tercera etapa es de carácter más técnico. Si el plan está bien concebido, su realización es factible y se poseen los conocimientos y el entrenamiento necesarios, debe ser posible llevarlo a cabo sin contratiempos. Sin embargo por lo general en esta etapa se encuentran dificultades que obligan a regresar a la etapa anterior para realizar ajustes al plan o incluso para modificarlo por completo. Este proceso puede repetirse varias veces.

La cuarta etapa es con frecuencia omitida, incluso por solucionistas expertos. Polya insiste mucho en su importancia, no solamente porque comprobar los pasos realizados y verificar su corrección puede ahorrar muchas sorpresas desagradables, sino porque la visión retrospectiva puede conducir a nuevos resultados que generalicen, amplíen o fortalezcan la solución obtenida.[21]

En la **figura 1** se presentan las diferentes fases propuestas por Polya para resolver un problema:

[21] NIETO, J. Resolución de problemas matemáticos. En: Talleres de Formación Matemática. Maracaibo. (2004)[consultado el 19 de noviembre de 2008] Disponible en: <http://www.mipagina.cantv.net/elvismujica/Matematicaproblemas.pdf>

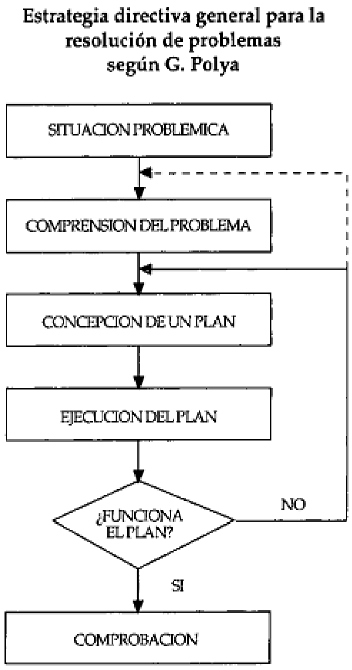


Figura 1. Estrategia directiva general para la resolución de problemas según G. Polya.
Fuente. Guillermo Cervantes, et al. Descripción y análisis de procesos de pensamiento de Estudiantes al resolver problemas matemáticos. 1995.

3.4 LOS CONOCIMIENTOS NECESARIOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Vilanova y colaboradores (2001) argumentan que "para entender el comportamiento individual de un sujeto puesto ante una situación matemática (ya sea de interpretación o de resolución de problemas), se necesita saber cuáles son las herramientas matemáticas que tiene a su disposición: ¿qué información relevante para la situación matemática o problema tiene a mano?, ¿cómo accede a esa información y cómo la utiliza?

Es por lo anterior que el análisis del rendimiento en situaciones de resolución de problemas, se relaciona con lo que el individuo sabe y cómo usa ese conocimiento, cuáles son las opciones que tiene a su disposición y por qué utiliza o descarta algunas de ellas.[22]

De esta manera la presente investigación evidencia la necesidad de otros conocimientos para resolver situaciones aritméticas con enunciado verbal. Respondiendo a esta necesidad educativa "Mayer propone un modelo de solución de problemas en el que distingue cuatro componentes: traducción del problema, integración del problema, planificación de la solución y supervisión, y ejecución de la solución.

En primer lugar la traducción del problema se refiere a la habilidad del sujeto para transformar las afirmaciones del enunciado del problema en una representación interna. Según Mayer, esta habilidad requiere de dos tipos de conocimiento: conocimiento lingüístico (conocimiento del idioma en que está escrito el enunciado), y conocimiento semántico (conocimientos sobre los referentes reales a los que se refiere el problema, por ejemplo, en un problema de geometría, saber que un cuadrado es una figura con cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos); a este respecto González J. (2000) citado por Jesús Gallardo Romero (2001), explica que el conocimiento matemático se puede constatar cuando se produce su utilización efectiva por parte del sujeto. A partir de este supuesto, el autor caracteriza la comprensión de un conocimiento matemático por sus efectos, en términos de manifestaciones externas observables. En este sentido explica este autor, que un sujeto comprende un conocimiento matemático, o un aspecto de un conocimiento matemático, cuando lo hace operativo, es decir, cuando llega a formar parte del bagaje de conocimientos potencialmente utilizables o listos para ser empleados; de otra manera, se puede decir que un sujeto comprende un conocimiento cuando lo incorpora a su repertorio de útiles y herramientas aplicables.

[22] VILANOVA, S., et al (2001). La Educación Matemática: el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. En OEI. Revista Iberoamericana de Educación.[consultado el 29 de noviembre de 2008] Versión digital en <http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF>

En segundo lugar el proceso de integración del problema hace referencia a la capacidad para integrar cada una de las afirmaciones del problema en una representación coherente de la información. Según Mayer, este proceso requiere de conocimiento esquemático, que hace referencia a la habilidad de los sujetos para reconocer diferentes tipos de problemas, y clasificarlos en tipologías preestablecidas.

Mayer incluye en este proceso, además, la capacidad para distinguir entre información relevante e información irrelevante para la solución del problema.

En tercer lugar Mayer plantea la planificación y supervisión del problema, la cual hace referencia a la habilidad del sujeto para generar un plan mediante el planteamiento de objetivos y subobjetivos dentro del problema, y a la habilidad para supervisar o monitorizar los procedimientos mediante los que se sigue el plan. Este conocimiento estratégico, implica la capacidad para crear o aplicar estrategias que ayuden a resolver problemas. Por último, el cuarto proceso de solución de problemas aislado por Mayer es la ejecución de la solución; la aplicación de las reglas de la aritmética siguiendo el plan anteriormente elaborado. Este proceso requiere de conocimiento procedimental, necesario para hacer efectivos los procedimientos que se han planificado en la fase anterior".[23]

4. HIPÓTESIS

- Si se expone a un grupo de niños en edades entre los 9 y 11 años a la resolución de situaciones aritméticas con enunciado verbal, entonces éstos utilizarán su competencia interpretativa, argumentativa, y propositiva para resolver la situación problema.

[23] MAYER, R. Psicología de la educación. El aprendizaje en las áreas de conocimiento. Citado por TÁRRAGA, R. ¡Resuélvelo! Eficacia de un entrenamiento en estrategias cognitivas y metacognitivas de solución de problemas matemáticos en estudiantes con dificultades de aprendizaje. Universitat de Valencia. España.[consultado el 20 de noviembre de 2008] Disponible en: <http://www.tdx.cat/TDX-1031108-104053/>

- Las dificultades encontradas en la resolución de situaciones aritméticas obedecen a dificultades interpretativas, específicamente en la identificación de incógnitas y comprensión de la pregunta problema.

- Los niños en edades entre los 9 y 11 años utilizan procedimientos heurísticos distintos al ensayo y error para resolver situaciones aritméticas con enunciado verbal.

- Los errores en la solución de una situación aritmética con enunciado verbal no dependen solamente del conocimiento algorítmico que posee el niño.

- Si un niño realiza un visión retrospectiva del procedimiento utilizado de las operaciones y de la pregunta problema al igual que de la incógnita del problema entonces esto le permitirá identificar posibles errores en la solución propuesta para dicha situación.

5. METODOLOGÍA

La Investigación que se realizó es de tipo no experimental, ya que se describieron las destrezas y competencias que utilizaron diez niños del grado quinto del Colegio Metropolitano del Sur cuando intentaron resolver situaciones aritméticas con enunciado verbal presentadas en las pruebas SABER. El grupo de estudiantes que se tuvo en cuenta para esta investigación hace parte de dos sedes del Colegio Metropolitano del Sur que son: Institución El Dorado, Sede C y la Escuela Floritcce, Sede D. De cada una de estas sedes se seleccionaron cinco niños.

Los cuestionarios y entrevistas que se realizaron con los niños se interesaron en un aspecto. Éste tiene que ver con las estrategias de solución, donde dentro de éstas se conocen los métodos heurísticos o procedimientos estratégicos. Los heurísticos son estrategias generales que pueden conducir a la respuesta correcta a partir de la búsqueda y relación de las propiedades en cuestión.[24]

Es importante tener claro que el lenguaje utilizado en las preguntas propuestas en el cuestionario fueron de tipo narrativo, ya que se plantearon situaciones de la vida real que le permitieron al estudiante involucrarse en cada una de ellas y evocar algunas de sus experiencias para intentar dar solución a cada una de las situaciones propuestas.

Para que fuera posible hacer un análisis con respecto al conocimiento estratégico se tuvo en cuenta lo planteado por Toboso, J. (2004), quien expuso que un amplio grupo de investigadores estudiaron algunos de los métodos heurísticos más utilizados para llegar desde el estado inicial al final, y es por esto que a continuación se enunciarán algunos de los más usados para la resolución de problemas matemáticos:

- Ensayo y error al azar
- Subir la cuesta
- Análisis de medios y fines
- Razonamiento Analógico
- Simplificación

El ensayo y error al azar consiste en aplicar cualquier operador legal hasta llegar al estado final. Con esta estrategia se aplican muchos movimientos inútiles. En condiciones normales, no se puede valorar como un procedimiento eficaz para la resolución de problemas complejos. Sin embargo, puede dar buenos resultados ante problemas muy novedosos o cuando el

[24] WOOLFOLK, A. Psicología Educativa. Citado por ESQUIVIAS, M. GONZÁLEZ, A. Habilidades de pensamiento: Solución de problemas y creatividad en la educación básica en México. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. México. [en línea] [consultado el 10 de octubre de 2008] ver disponible en: <http://www.formaciondocente.org.mx/Bibliotecadigital/03_Aprendizaje/07%20Habilidades%20del%20pensamiento.pdf>

sujeto se encuentra en un estado de mucha presión interna, teniendo bloqueadas otras estrategias más adecuadas.

Subir la cuesta implica un grado más de sistematicidad en la estrategia anterior, aunque conserva parte de su simplicidad. Se trata de avanzar desde el estado actual al final, evaluando el estado que se conseguirá al aplicar un determinado movimiento y eligiendo el que más se acerque a la solución del problema. Resulta eficaz en problemas en los que los movimientos siguen una secuencia de continuidad, como en los problemas matemáticos. Sin embargo, disminuye su eficacia ante problemas que, ocasionalmente, requieren un alejamiento de la meta. En el problema de la torre de Hanoi, se ha de pasar el disco pequeño de la clavija tres a la dos, y de ésta a la primera para resolver eficazmente el problema, pudiéndose valorar esta situación como un alejamiento de la solución. Para este tipo de problemas, se podría calificar la estrategia de miope, pues se fija en situaciones demasiado locales, perdiendo la visión general del proceso.

El análisis de medios y fines pretende conservar la simplicidad de la búsqueda al azar y el orden de subir la cuesta, sin el desperdicio de movimientos de la primera y la miopía o estancamiento local de la segunda.

La estrategia consiste en trabajar siempre en un objetivo por movimiento. Ante un determinado estado, se establece el objetivo de lograr el estado final y, si no se puede lograr directamente, se van estableciendo subobjetivos para ir eliminando estas barreras. En cada situación, se plantean tres interrogantes: ¿cuál es el objetivo?, ¿qué obstáculos hay? y ¿qué operadores se han de utilizar para superarlos?

El razonamiento analógico se considera como un proceso general de resolución que interactúa con los anteriores. Está basado en la aplicación de los conocimientos adquiridos en la experiencia previa para solucionar problemas parecidos. Este razonamiento es muy útil, especialmente ante los problemas mal definidos, porque facilita su reformulación en problemas conocidos. La efectividad del razonamiento analógico depende de los aprendizajes previos acumulados por el sujeto. A mayores conocimientos, mayor es la posibilidad de resolver analógicamente nuevos problemas, siendo este el factor principal de la ventaja entre expertos y novatos.

Las estrategias de simplificación están basadas en la construcción y resolución de problemas similares más sencillos, y son especialmente útiles para resolver problemas complejos. Al simplificar los elementos del problema, la información se retiene mejor en la memoria de trabajo, percibiendo con más claridad los operadores que se han de aplicar para llegar al estado final. En muchos problemas de matemáticas y en la propia investigación científica, se aplica este heurístico, facilitando la resolución de los complejos problemas que se presentan en la realidad.[25]

En la siguiente etapa, el test resuelto por los niños fue analizado con base en unos criterios para observar y describir cuáles son las competencias y destrezas matemáticas que necesita y maneja un estudiante cuando intenta resolver situaciones aritméticas con enunciado verbal. Estos criterios fueron presentados por Tárraga, R. (2008) en el marco conceptual**.**

La presente investigación ha sido desarrollada siguiendo las siguientes fases:

- **Fase 1. De Autorización:** Se seleccionó el grupo con el cual se trabajó y después a cada uno de ellos se entregó un documento donde se deja claro su participación en el proyecto, este documento fue firmado por sus padres o por su acudiente. Esta autorización se puede observar en los anexos.

- **Fase 2. Aplicación de los instrumentos:** El cuestionario se aplicó a cada uno de los participantes de este proyecto y para su resolución se concedió un tiempo de cuarenta

[25] TOBOSO PICAZO, J. Evaluación de habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos. Departamento de métodos de investigación y diagnóstico en ecuación. Universitat de Valencia. Servei de Publicacions. España. 2004. [en línea] [consultado el 10 de octubre de 2008] ver disponible en:<http://www.tdx.cesca.es/TDX-0519105-125833/>

minutos. Al siguiente día se hizo una entrevista no estructurada la cual permitió identificar las estrategias de solución utilizadas por los estudiantes.

Con ayuda de cámaras de video se grabaron las entrevistas con el propósito de recolectar la información necesaria para analizar las estrategias de solución utilizadas por cada estudiante.

- **Fase 3. Análisis de los resultados obtenidos:** Se analizaron las grabaciones de las entrevistas con el fin de describir e identificar en las respuestas dadas por los estudiantes teniendo en cuenta las estrategias de solución o procedimientos heurísticos utilizados por los niños al momento de resolver las situaciones aritméticas que fueron planteadas en el instrumento; esto con el objeto de categorizar éstas estrategias de solución.

6. DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS

Durante el proceso de recolección de datos en esta investigación, se realizó una entrevista no estructurada a los diez niños seleccionados al alzar del Colegio Metropolitano del Sur, un día después de la aplicación de la prueba. El objetivo principal de la entrevista fue escuchar la forma como los niños interpretaron y argumentaron lo que cada uno de ellos había contestado en la prueba, con el fin de hacer una descripción, teniendo en cuenta las apreciaciones mostradas a partir del resolutor ideal y las que tuvieron los niños cuando se enfrentaron a cada una de las situaciones aritméticas con enunciado verbal.

De esta manera, para hacer la descripción de las soluciones planteadas por el resolutor ideal y las de los niños acerca de los problemas aritméticos propuestos, se tuvo en cuenta lo planteado en una conferencia dada por Puig y Cerdán (1990) en la *Cuarta Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa* titulada *La Estructura de Problemas Aritméticos de Varias Operaciones Combinadas,* donde ellos plantean una serie de esquemas que describen lo que se va haciendo en cada una de las etapas de solución del problema, en los cuales se puede observar el proceso realizado por los solucionadores cuando resuelven problemas que involucran operaciones aritméticas combinadas.[26]

Estos esquemas planteados se tienen en cuenta porque poseen la intención pedagógica de organizar las soluciones planteadas por el resolutor ideal y las de los niños, de igual forma, muestran de manera gráfica el proceso de solución realizado por los mismos. Además

[26] PUIG, L y CERDÁN, F (1990). La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. Conferencia plenaria invitada en la *Cuarta Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa.* Acapulco, Guerrero, México.[en línea] [consultado el 15 de noviembre de 2008] Disponible en: <http://www.uv.es/puigl/acapulco90.pdf>

permiten ser utilizados como una herramienta que facilita la comprensión y el análisis de las soluciones planteadas.

El diagrama correspondiente al análisis de cada problema muestra con precisión la estructura de la cadena deductiva que conecta datos con la incógnita, debido a que aparecen en él:

1. Las etapas necesarias para ir desde la incógnita a los datos.
2. El número de incógnitas auxiliares. (Que se corresponde con el número de veces que se recorre el diagrama de flujo del análisis.)
3. Las conexiones entre datos, incógnitas auxiliares e incógnita del problema.
4. Las operaciones concretas que es preciso realizar para obtener, a partir de los datos, las incógnitas auxiliares y la incógnita del problema.

Por lo tanto, el diagrama es un instrumento que permite traducir el enunciado verbal de *Problemas Aritméticos de Varias Operaciones Combinadas* a la expresión aritmética que lo resuelve, al indicar con toda precisión los tres elementos esenciales del proceso de resolución: qué operaciones hay que realizar, entre qué datos y en qué orden.[27]

En este sentido, se establece la importancia que tiene la utilización de estos diagramas en esta investigación como soporte para la compresión y solución de una situación matemática, al igual que se convierte en una herramienta pedagógica para mostrar la solución lógico-deductiva ideal que resuelve una situación aritmética.

Es así como los diagramas permitieron describir y analizar las soluciones presentadas por los niños, y de igual manera tener presente el análisis hecho por el resolutor ideal[28], y finalmente

[27] La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. Luis Puig y Fernando Cerdán, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Valencia.
[28] Resolutor ideal es aquella persona que sigue los pasos planteados por Polya, G. para resolver un problema.

tener un punto de comparación y diferenciación entre la solución planteada por el resolutor ideal y la planteada por los niños.

Este modelo aplicado en las soluciones dadas por el resolutor ideal al instrumento presentado a los niños se puede observar a continuación.

6.1 DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA POR EL RESOLUTOR IDEAL PARA LA PRIMERA SITUACIÓN PLANTEADA

Manuel y Diana reunieron el dinero que tenían, se acercaron a la caseta de la granja para comprar algo de comer. En la siguiente tabla estaba la siguiente lista de precios:

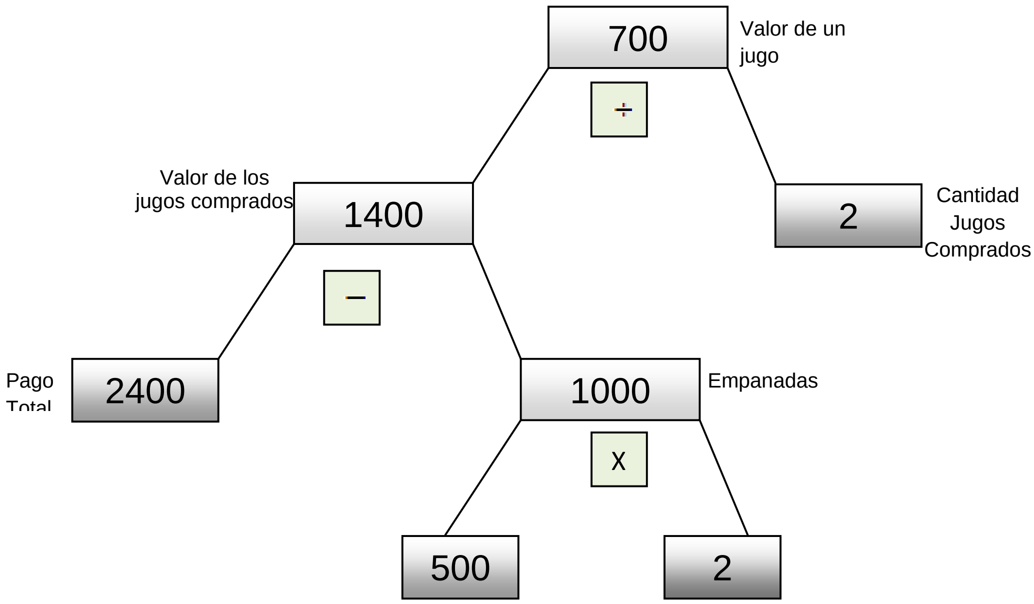
Gaseosa	$ 800
Papas fritas	$ 600
Chocolatina	$ 400
Empanadas	$ 500
Jugos	
Bolsa de agua	$ 300

Fíjate que no aparece el precio de los jugos

1) Manuel y Diana compraron 2 jugos y 2 empanadas y pagaron $2400 en total. El precio de cada jugo es:
   a. $500
   b. $600
   c. $700
   d. $1200

En el **esquema 1** se puede observar que la incógnita principal de este problema era encontrar el valor de un jugo, el cual, para hacerlo, fue necesario utilizar dos incógnitas auxiliares que serían el valor de las empanadas y el valor de los jugos comprados. Además se utilizaron dos datos que están presentes en el enunciado del problema los cuales son el valor total que ellos pagaron por los objetos comprados y la cantidad de jugos comprados. También se puede observar que las operaciones realizadas para resolver este problema fueron tres (multiplicación, resta y división en su correspondiente orden.)

Inicialmente se efectuó la multiplicación para saber el valor que pagaron por las dos empanadas; después, para conocer el valor de los dos jugos comprados, se hizo la resta entre el valor total pagado por los productos que consumieron y el valor de las empanadas, el cual dio como resultado mil cuatrocientos pesos y este resultado se dividió entre dos para saber el precio de cada jugo. La respuesta que se encontró para el valor del jugo fue setecientos pesos.



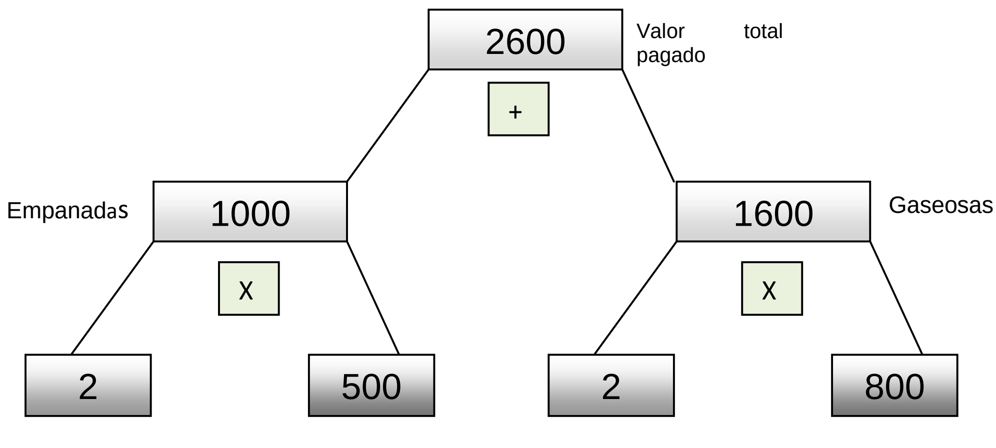
Esquema 1. Solución de la primera situación aritmética compuesta planteada. **Fuente.** Autores

6.2 DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA POR EL RESOLUTOR IDEAL PARA LA SEGUNDA SITUACIÓN PLANTEADA

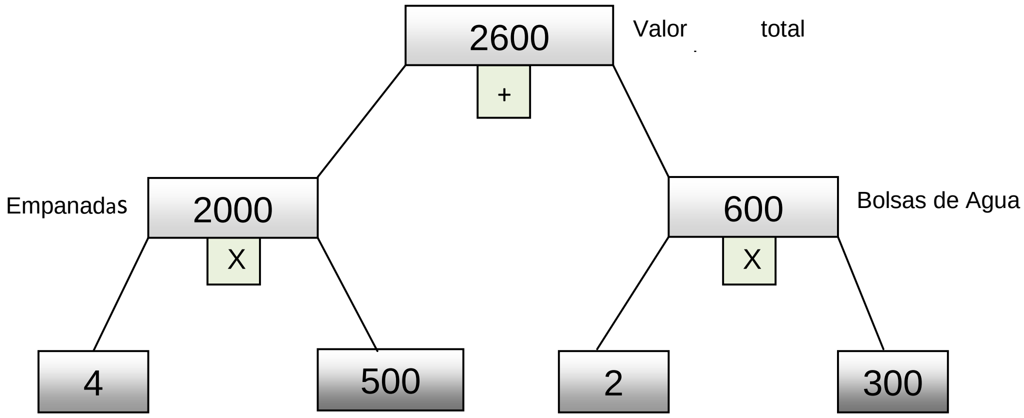
2) Como les sobró dinero, Manuel y Diana invitaron a algunos compañeros y gastaron en total $2600; según este valor no es posible que hayan comprado:
   a. 2 empanadas y 2 gaseosas
   b. 4 empanadas y 2 bolsas de agua
   c. 2 papas fritas y 4 bolsas de agua
   d. 4 chocolatinas y 2 empanadas

Para encontrar la cantidad que debían pagar en cada una de las compras, inicialmente se debía realizar multiplicaciones entre la cantidad de objetos que se necesitan comprar y el precio de cada uno de estos artículos; luego se sumaba el valor total a pagar por cada producto para finalmente encontrar el valor a pagar.

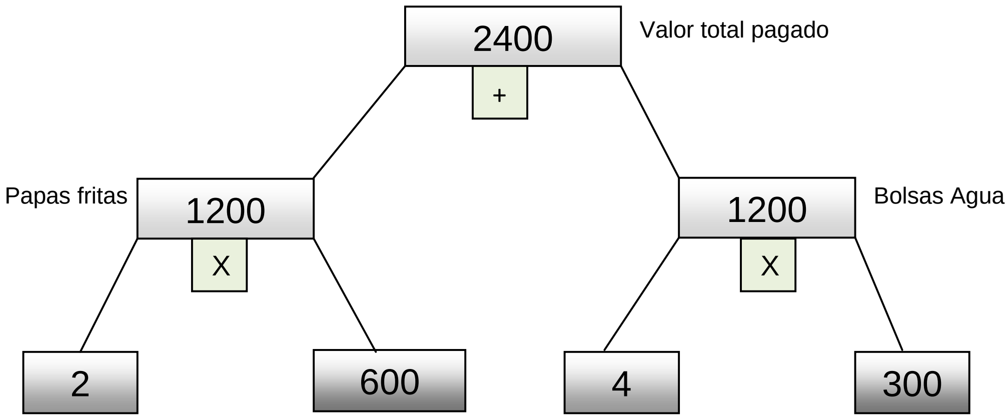
Este proceso se debía realizar con cada una de las posibles respuestas. A partir de los resultados encontrados en cada una de las opciones presentadas, se debía analizar cuál de estos resultados era el que indicaba la solución a esta situación aritmética con enunciado verbal, y para hacerlo, era preciso tener en cuenta la forma como fue presentada la pregunta, ya que ésta se proponía en forma de negación.



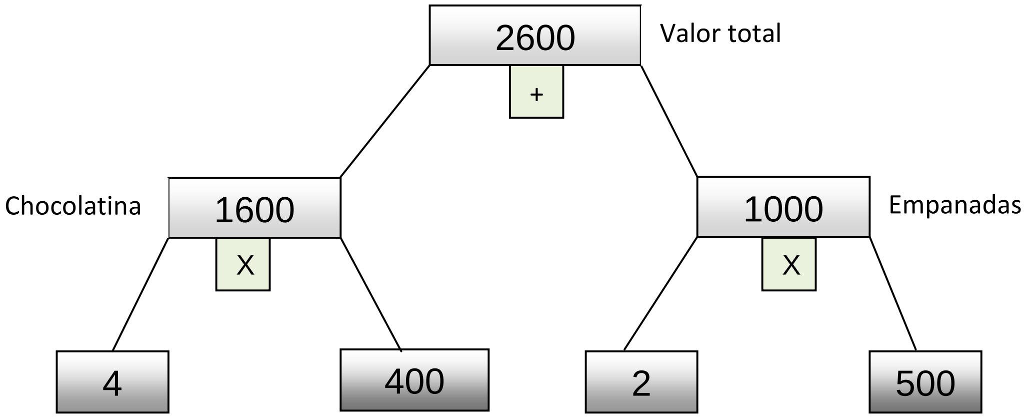
Esquema 2. Solución de la opción **a** en la segunda situación aritmética compuesta. **Fuente.** Autores



Esquema 3. Solución de la opción **b** en la segunda situación aritmética compuesta. **Fuente.** Autores



Esquema 4. Solución de la opción **c** en la segunda situación aritmética compuesta. **Fuente.** Autores



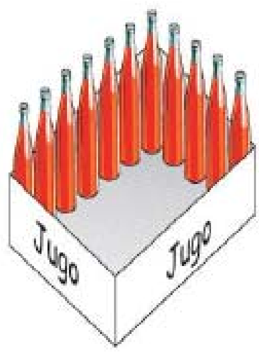
Esquema 5. Solución de la opción **d** en la segunda situación aritmética compuesta**. Fuente.** Autores

6.3 DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA POR EL RESOLUTOR IDEAL PARA LA TERCERA SITUACIÓN PLANTEADA

3) Como los jugos que se venden en la caseta, están empacados en cajas; observa los jugos que quedan para la venta en una de ellas.

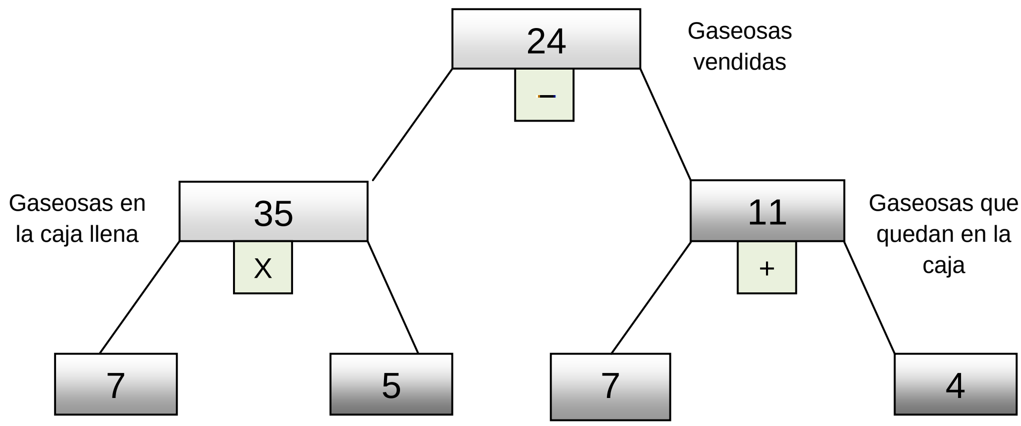
Si cuando los niños llegaron a la granja la caja estaba llena, ¿cuántos jugos de esta caja se han vendido?

a. 11
b. 23
c. 24
d. 35



Para resolver esta situación aritmética compuesta, se podía utilizar tres operaciones y tres pasos. El primero de ellos era realizar una suma para conocer cuántas botellas de jugo fueron vendidas. En esta operación se debía tener en cuenta que a lo largo de la caja hay siete botellas y a lo ancho de la misma hay cinco botellas, teniendo en cuenta que hay una botella que no debe contarse dos veces, por lo cual se disminuyó en una unidad la cantidad de botellas que están a lo ancho de la caja. Al efectuarse esta suma el resultado obtenido es 11 jugos, ahora se debe conocer cuántas botellas hay en la caja cuando ésta se encuentra llena, para lo cual fue necesario realizar una multiplicación para conocer este valor; por lo tanto se multiplicó el largo y el ancho de la caja, obteniéndose como resultado treinta y cinco botellas.

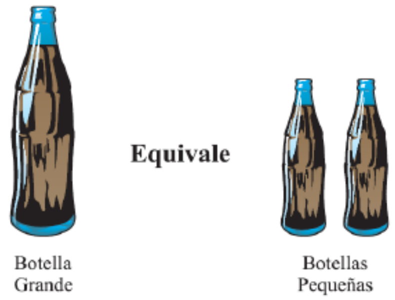
Como ya se conocía cuántas gaseosas tenía la caja cuando se encontraba llena y cuántas gaseosas quedan en la caja, se realizó una resta entre estas dos cantidades y se pudo conocer cuántas gaseosas fueron vendidas.



Esquema 6. Solución de la tercera situación aritmética compuesta planteada**. Fuente.** Autores

6.4 DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA POR EL RESOLUTOR IDEAL PARA LA CUARTA SITUACIÓN PLANTEADA

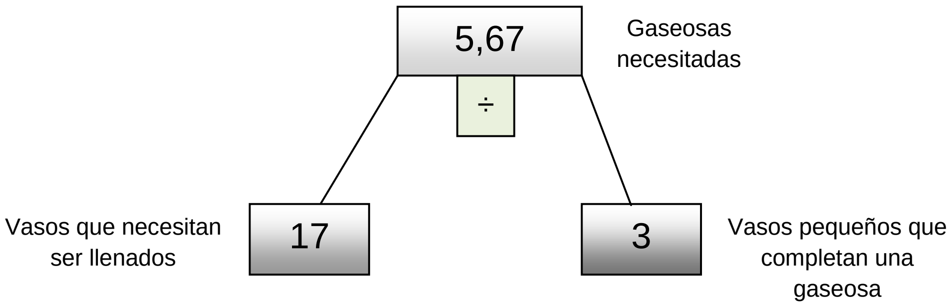
4) La capacidad de una botella grande es igual a la capacidad de dos botellas pequeñas, como se muestra en la siguiente figura.



Con el contenido de una botella pequeña se pueden llenar 3 vasos. Si se desean llenar 17 vasos se necesitan:

a. Entre 5 y 6 botellas pequeñas.
b. Entre 5 y 6 botellas grandes.
c. Entre 6 y 7 botellas pequeñas.
d. Entre 6 y 7 botellas grandes.

Para resolver esta situación aritmética compuesta, se debía hacer un reparto entre los diecisiete vasos que se mencionaban y los tres vasos que contenía cada botella pequeña. La operación que se debía efectuar era una división. Al realizar esta división se obtuvo un número decimal, que al ser interpretado en la situación planteada dio como resultado entre cinco y seis gaseosas pequeñas.



Esquema 7. Solución de la cuarta situación aritmética compuesta planteada**. Fuente.** Autores

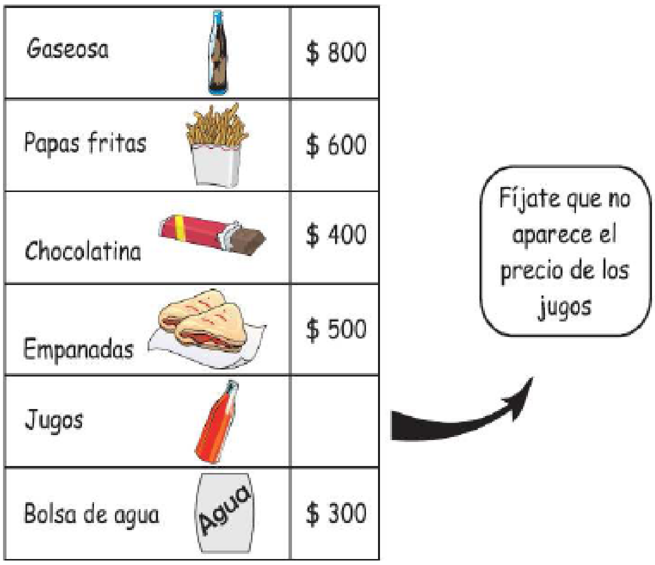
Lo anterior muestra las soluciones dadas por el resolutor ideal a las situaciones planteadas en el instrumento. Esto permite concluir que la intención pedagógica del resolutor ideal es identificar cuál es la solución más eficaz y rápida en relación a los conocimientos necesarios para resolver una situación aritmética.

Teniendo en cuenta cada una de estas soluciones mostradas, para continuar con el desarrollo de la investigación, al siguiente día de aplicada la prueba se realizó una entrevista donde inicialmente se presentaron los investigadores con cada uno de los niños y se explicó el objetivo de la prueba, así como el propósito que se tenía con la entrevista. También es importante tener en cuenta que la letra **E** durante la entrevista, hace referencia a las preguntas y comentarios hechos por el entrevistador y las demás letras que aparecen durante las conversaciones hacen referencia a un código asignado a cada uno de los niños con la finalidad de brindar confidencialidad y proteger la identidad de los mismos.

A continuación se presenta la descripción de las soluciones propuestas por los niños, teniendo como apoyo la entrevista realizada a cada uno de ellos, en la cual cada uno explicó las soluciones que dio a las situaciones planteadas en el instrumento.

6.5 DESCRIPCIÓN DE LAS SOLUCIONES PROPUESTAS POR LOS NIÑOS PARA LA PRIMERA SITUACIÓN PLANTEADA

La primera situación planteada en la prueba presentada a los niños fue la siguiente:
Manuel y Diana reunieron el dinero que tenían, se acercaron a la caseta de la granja para comprar algo de comer. En la siguiente tabla estaba la siguiente lista de precios:

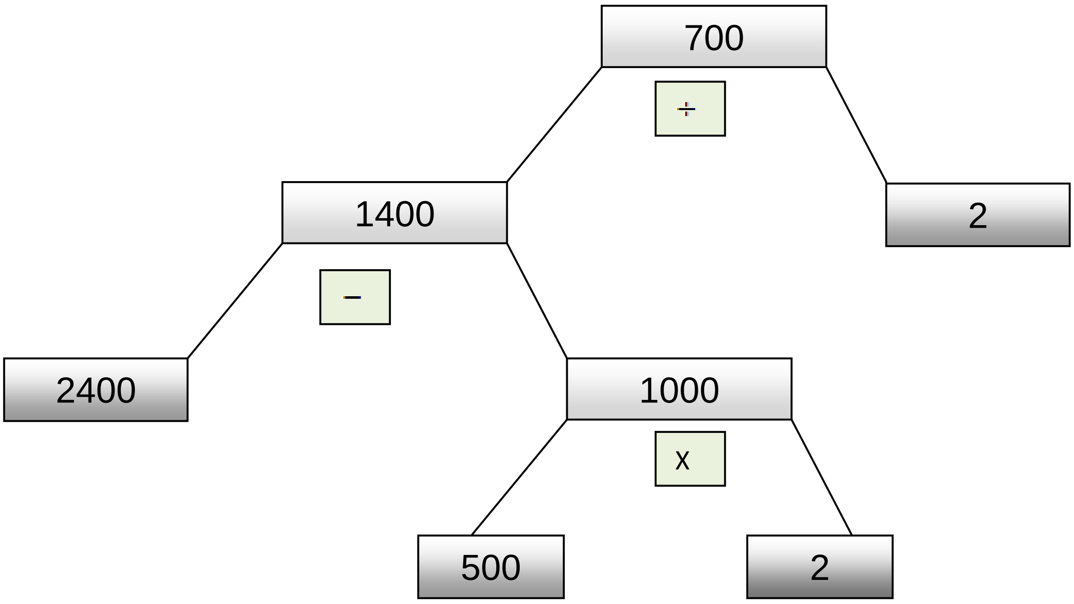


1) Manuel y Diana compraron 2 jugos y 2 empanadas y pagaron $2400 en total. El precio de cada jugo es:

a. $500
b. $600
c. $700
d. $1200

Con respecto a las soluciones relacionadas con la primera situación aritmética con enunciado verbal presentadas por los niños, fue posible observar que nueve de diez niños lograron resolver correctamente este problema aritmético, aunque solamente **JS** lo resolvió identificando la información presentada y diseñando y aplicando una estrategia que coincidió con la planteada por el resolutor ideal.

Esta solución se puede ver en el **esquema 8**. En este esquema se puede observar que para resolver esta situación aritmética compuesta, **JS** realizó tres operaciones con igual número de pasos (Aunque **O** también realizó este procedimiento no tuvo acierto en las operaciones efectuadas). Inicialmente **JS** efectuó una multiplicación para saber el valor que pagaron por las dos empanadas. Para encontrar el valor de los dos jugos, **JS** efectuó una resta entre el valor total pagado por los productos que consumieron y el valor de las empanadas. Este resultado lo dividió entre dos para saber el precio de cada jugo. La respuesta que él encontró para el valor del jugo fue setecientos pesos.



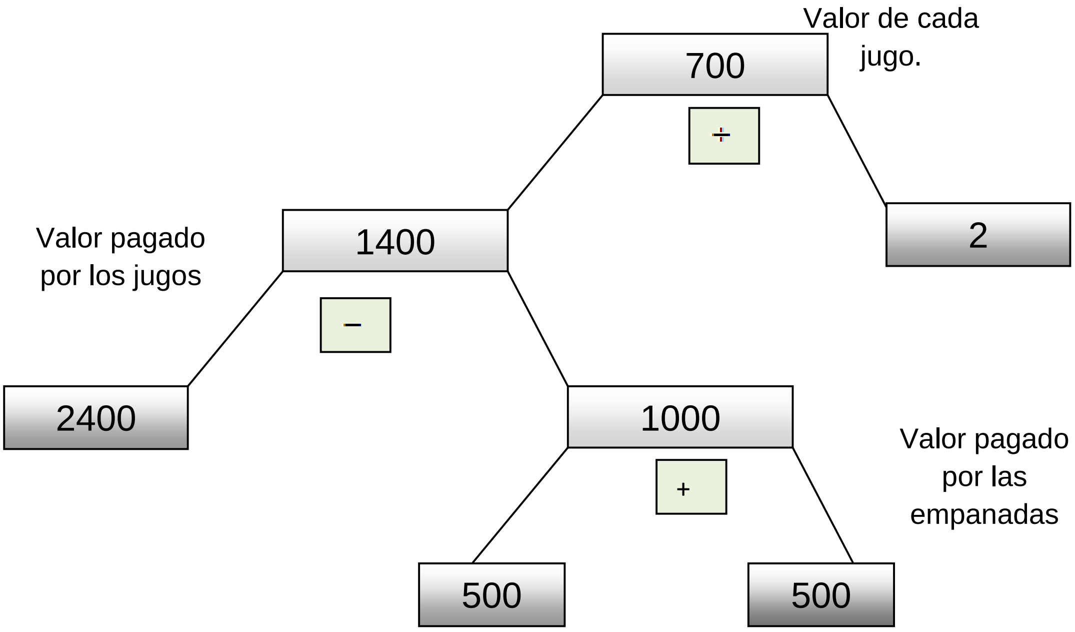
Esquema 8. Solución de la primera situación aritmética compuesta planteada por **O, JS**.

Fuente. Autores

En la solución mostrada en el **esquema 9**, se puede observar la forma como tres niños, **MC**, **YV** y **T**, resolvieron correctamente este problema aritmético compuesto, donde se resalta que esta solución solamente varió con respecto a la solución mostrada por el resolutor ideal (esquema 1) en la primera operación utilizada.

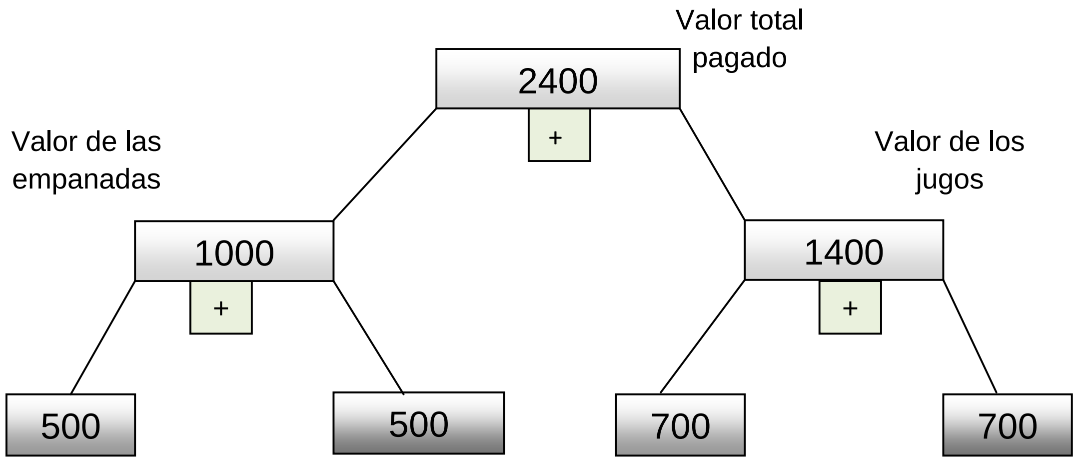
Estos niños utilizaron tres operaciones que corresponden al mismo número de pasos que utilizaron para resolver el problema. Según lo anterior, se puede observar que la primera operación que usaron los niños para resolver este problema fue la suma, ya que necesitaban saber o determinar el valor de las dos empanadas. Una vez determinada esta cantidad, los niños prosiguieron con la segunda etapa del problema; en ella los niños necesitaban saber qué cantidad de dinero les quedaba después de haber comprado las dos empanadas. Para encontrar este valor realizaron una resta teniendo en cuenta el valor total con el que contaban al momento de comprar estos alimentos y el valor pagado por las empanadas adquiridas.

Finalmente, el resultado obtenido lo dividieron entre dos para así establecer el costo de cada jugo.



Esquema 9. Solución de la primera situación aritmética compuesta planteada por **MC, YV** y **T**. **Fuente.** Autores

CD, JD, AE y **MA** no utilizaron esta estrategia. En el **esquema 10** se puede observar que estos niños utilizaron una operación y tres pasos para resolver este problema aritmético compuesto. Inicialmente, para encontrar el valor total de las empanadas compradas, ellos realizaron una suma teniendo en cuenta el valor que tenían que pagar por cada empanada; luego continuaron sumando este valor encontrado con cada una de las opciones presentadas, hasta que esta suma diera el valor pagado, el cual se mencionaba en el enunciado del problema. Después de realizar estos ensayos, concluyeron que el valor de cada jugo comprado fue setecientos pesos.



Esquema 10. Solución de la primera situación aritmética compuesta planteada por **CD, AE, JD** y **MA**. **Fuente.** Autores

JA no logró resolver correctamente la primera situación aritmética, ya que consideró que tenía que encontrar un valor entre las posibles respuestas, que sumado dos veces diera el valor pagado en la compra.

La interpretación que **JA** hizo en este problema lo llevó a ejecutar una estrategia que no correspondía a la solución de esta situación aritmética con enunciado verbal. Esto se puede evidenciar con las respuestas que dio el niño después de haber leído la primera situación presentada a continuación:

El niño estuvo pensando un tiempo después de leer el primer problema y se le preguntó:

"E: Según lo que aparece en su hoja de respuestas, usted tomó las opciones de las respuestas presentadas en el problema, ¿cierto?
JA: Si.
E: Y empezó a sumar. Como eran dos jugos, quinientos más quinientos daba mil y como mil no fue el valor pagado en la compra, paso a la siguiente opción, ¿cierto?
JA: Si.

E: Luego tomó las otras dos cantidades. Como mil cuatrocientos no era la respuesta, entonces siguió con la siguiente opción, ¿cierto?

JA: Si.

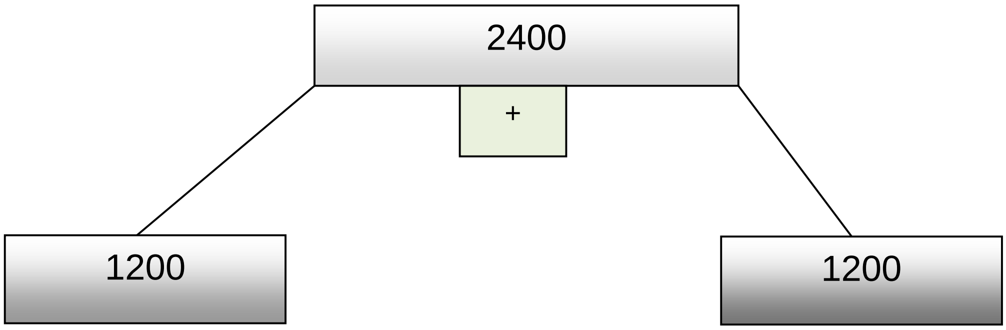
E: Hasta que llegó a la respuesta **d**, donde mil doscientos más mil doscientos es igual a dos mil cuatrocientos. ¿Esa si era la respuesta?

JA: Si.

E: ¿Ese fue el proceso que usted utilizó para resolver ese problema?

JA: Si."

La información dada por el niño y lo desarrollado en la prueba se muestra en el **esquema 11**.



Esquema 11. Solución de la primera situación aritmética compuesta planteada por **JA**.

Fuente. Autores

Con base en el **esquema 11** se puede observar que **JA** realizó una suma y un paso para resolver este problema aritmético compuesto. Él tomó cada una de las opciones que se presentaron como posibles respuestas para este problema y a su vez sumó dos veces cada una de estas cantidades, ya que esa era la cantidad de unidades comprada de cada artículo. Después de intentar con todas las opciones, observó que la opción **d** era la respuesta a este problema, porque al sumar este valor dos veces, coincidió con el valor pagado, el cual estaba indicado en el enunciado del problema.

Continuando con la descripción de las soluciones dadas por los niños, se presenta la descripción relacionada con la segunda situación planteada en el instrumento.

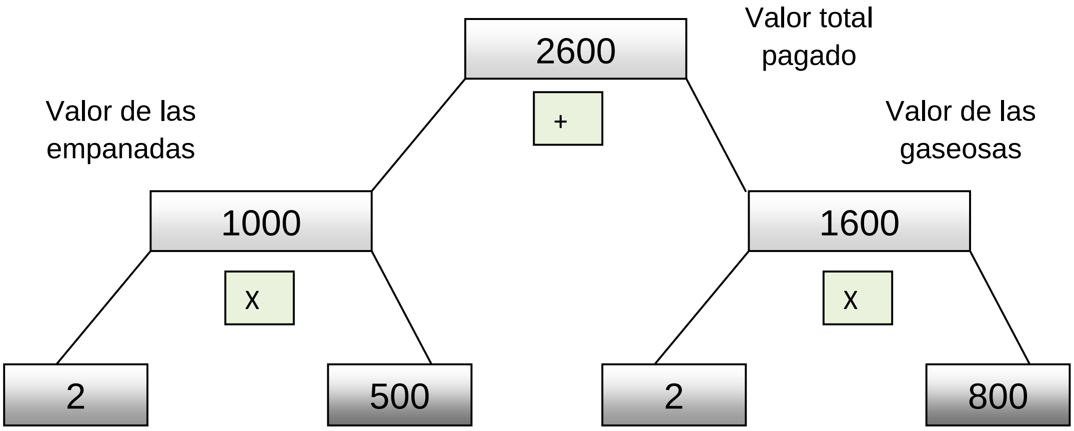
6.6 DESCRIPCIÓN DE LAS SOLUCIONES PROPUESTAS POR LOS NIÑOS PARA LA SEGUNDA SITUACIÓN PLANTEADA

2) Como les sobró dinero, Manuel y Diana invitaron a algunos compañeros y gastaron en total $2600; según este valor no es posible que hayan comprado:

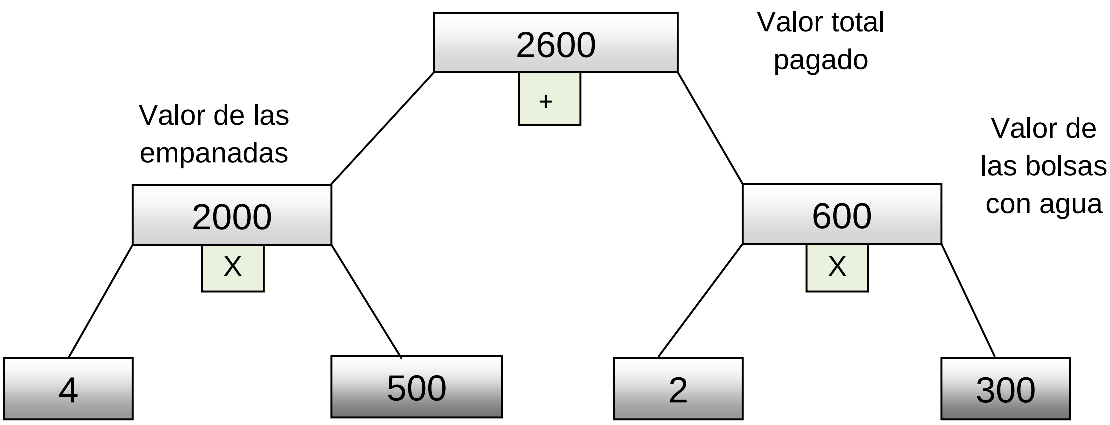
a. 2 empanadas y 2 gaseosas
b. 4 empanadas y 2 bolsas de agua
c. 2 papas fritas y 4 bolsas de agua
d. 4 chocolatinas y 2 empanadas

Inicialmente, **MC, YV, O** y **JS**, para saber lo que se debía pagar por los artículos comprados mencionados en cada una de las opciones presentadas como posibles respuestas, realizaron una multiplicación entre el precio de cada uno de los artículos comprados y la cantidad de unidades compradas por artículo, es decir, lo que pagaron por dos empanadas lo encontraron multiplicando el precio de una empanada, $500, por dos, ya que esa fue la cantidad de empanadas que adquirieron, y de la misma forma encontraron el valor que debían pagar por dos gaseosas, por cuatro empanadas, por dos bolsas de agua, por dos papas fritas, por cuatro bolsas de agua y por cuatro chocolatinas. Después de conocer cada uno de estos valores, efectuaron una suma entre los valores pagados por los artículos comprados, mencionados en cada inciso, logrando encontrar el valor total pagado para cada una de las opciones.

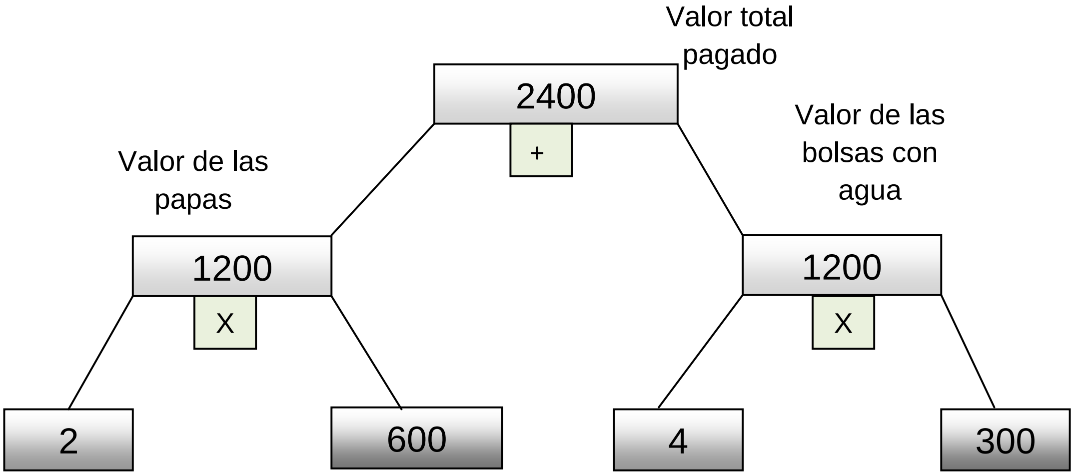
Por lo mencionado anteriormente, se puede decir que en las soluciones presentadas por los niños en los **esquemas 12, 13, 14** y **15**, se puede observar que ellos utilizaron dos operaciones que corresponden en todo momento a la misma cantidad de pasos utilizados en todas las opciones para resolver este problema aritmético con enunciado verbal. Según lo anterior, se puede observar que la primera operación que utilizaron los niños para solucionar este problema fue la multiplicación, debido a que necesitaban saber o determinar el valor total de los productos enunciados. Una vez determinados estos valores, los niños continuaron con la segunda etapa del problema; en ella necesitaban conocer la cantidad de dinero invertido al adquirir cada uno de los productos enunciados. Para saber este valor realizaron una suma teniendo en cuenta los valores obtenidos anteriormente en cada situación planteada.



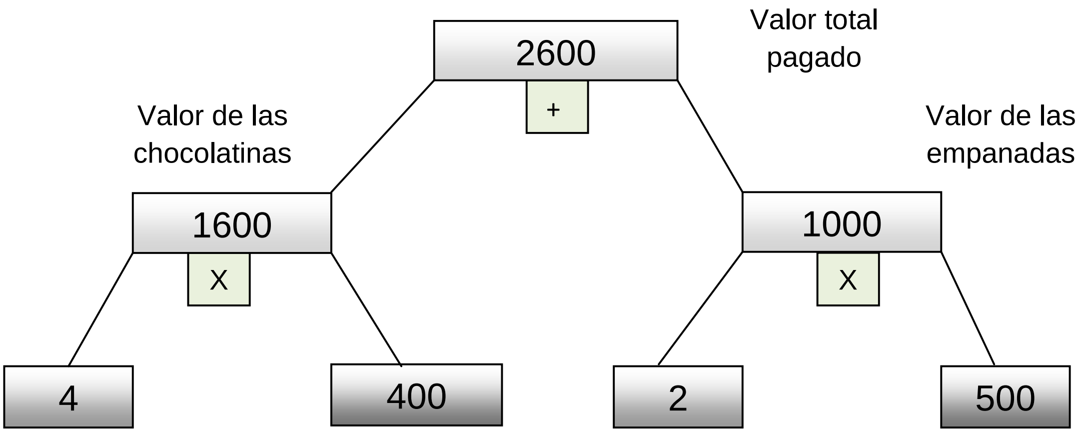
Esquema 12. Solución de la opción **a** en la segunda situación aritmética compuesta planteada por **MC, YV, O** y **JS**. **Fuente.** Autores



Esquema 13. Solución de la opción **b** en la segunda situación aritmética compuesta planteada por **MC, YV, O** y **JS**. **Fuente.** Autores



Esquema 14. Solución de la opción **c** en la segunda situación aritmética compuesta planteada por **MC, YV, O** y **JS**. **Fuente.** Autores

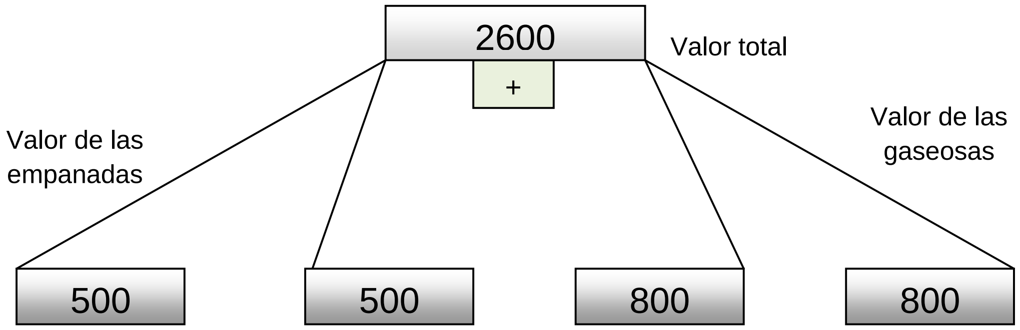


Esquema 15. Solución de la opción **d** en la segunda situación aritmética compuesta planteada por **MC, YV, O** y **JS**. **Fuente.** Autores

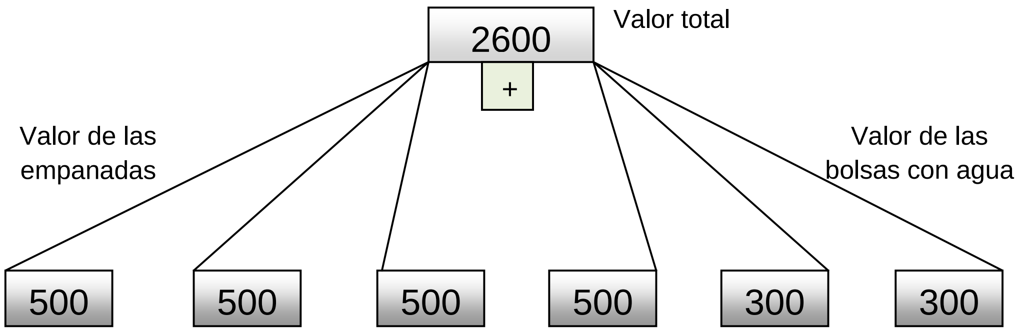
Finalmente, después de analizar las respuestas y el enunciado del problema, **YV** concluyó que la respuesta correcta era la que se presentaba en la opción **c**, mientras que **MC, O** y **JS** consideraron que este problema tenía más de una solución, debido a que en las soluciones **a**, **b** y **d**, el valor pagado coincidía con el valor que aparecía en el enunciado del problema, sin tener en cuenta la forma como estaba presentada la pregunta del enunciado.

Los demás niños, **JD**, **JA**, **T**, **AE**, **MA** y **CD,** para encontrar la cantidad que debían pagar en cada una de las compras, procedieron a sumar el precio de cada artículo comprado la cantidad de veces que se indicaba en cada una de las posibles respuestas. Después de hacer esto, cada uno de los niños dio la respuesta que consideraba correcta. De esta manera fue posible observar que **JA**, **MA** y **CD**, coincidieron que este problema aritmético compuesto tenía una o más de una solución, mientras que **JD**, **T** y **AE**, fueron consecuentes diciendo que la respuesta era la que estaba propuesta en la opción **c**, porque para asegurar que ésta era la respuesta correcta, debían tener en cuenta el enunciado del problema presentado en forma de negación.

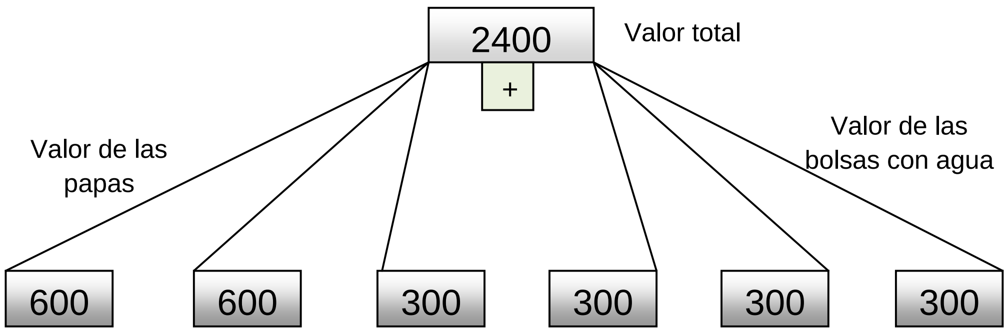
En los **esquemas 16**, **17**, **18** y **19** se muestra la forma como **JD**, **JA**, **AE**, **MA** y **CD** resolvieron este problema aritmético con enunciado verbal, mientras que en el **esquema 20** se muestra la forma como **T** resolvió esta situación, indicando solamente la solución correcta. Con base en estos esquemas se puede observar que **JD**, **JA**, **AE**, **MA** y **CD**, para resolver este problema aritmético compuesto, efectuaron una operación y un paso, mientras que **T** efectuó la misma operación y tres pasos. Ellos tomaron cada una de las opciones que se presentaron como posibles soluciones y sumaron los precios de cada uno de los artículos nombrados en cada una de las opciones. Finalmente, **JD**, **T** y **AE** concluyeron que la respuesta correcta a esta pregunta es la presentada en la opción **c**, debido a que coincidieron en lo dicho por **JD**, debido a que esta solución era la correcta porque "es lo único que no se puede… sí alcanza, pero tiene que dar totalmente dos mil seiscientos" o es igual a lo planteado por **T**, quien se da cuenta que la respuesta a este problema se encuentra en la opción **c**, porque al realizar estas operaciones las veces que necesitó, se dio cuenta que con los artículos indicados en ese inciso, no logra gastar todo el dinero que se enuncia en el problema.



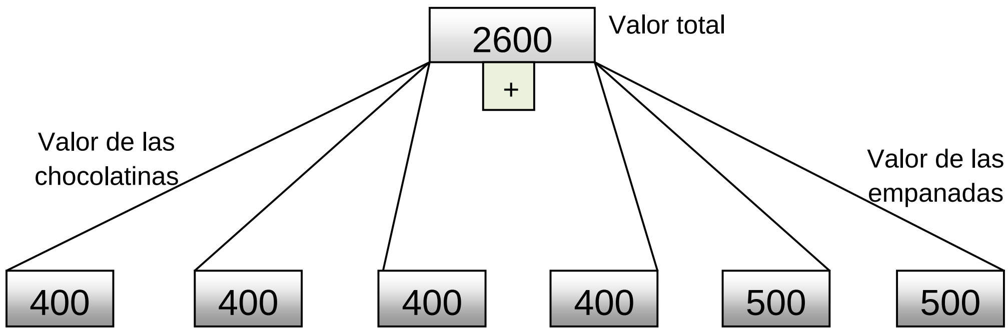
Esquema 16. Solución de la opción **a** en la segunda situación aritmética compuesta planteada por **JD**, **JA**, **AE**, **MA** y **CD**. **Fuente.** Autores



Esquema 17. Solución de la opción **b** en la segunda situación aritmética compuesta planteada por **JD**, **JA**, **AE**, **MA** y **CD**. **Fuente.** Autores

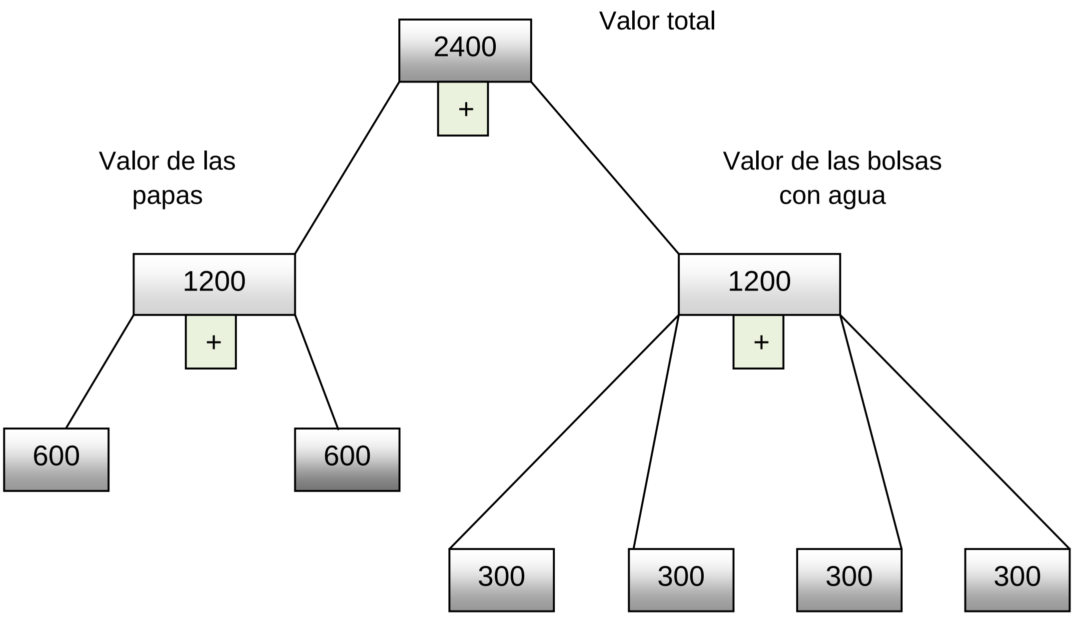


Esquema 18. Solución de la opción **c** en la segunda situación aritmética compuesta planteada por **JD**, **JA**, **T**, **AE**, **MA** y **CD**. **Fuente.** Autores



Esquema 19. Solución de la opción **d** en la segunda situación aritmética compuesta planteada por **JD**, **JA**, **T**, **AE**, **MA** y **CD**. **Fuente.** Autores

En el esquema **20** se puede observar la forma como **T** organizó la información presentada en las opciones que se daban como posibles soluciones y de esta manera encontró el valor pagado en cada una de las compras. Por este motivo se muestra la solución correcta a este problema que él encontró.



Esquema 20. Solución de la opción **c** en la segunda situación aritmética compuesta planteada por **T**. **Fuente.** Autores

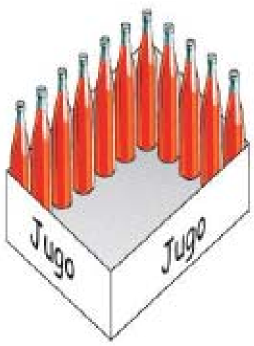
Con respecto a las soluciones dadas por los niños a esta segunda situación aritmética planteada en el instrumento, fue posible observar que todos los niños tuvieron que encontrar el valor pagado en cada una de las opciones mostradas como posibles respuestas, pero solamente cuatro niños, **YV**, **T, JD** y **AE**, resolvieron correctamente este problema aritmético compuesto, identificando y argumentando cuál debía ser la solución a esta situación aritmética. De las soluciones presentadas, se puede concluir que las respuestas dadas por **YV**, **JD** y **AE** corresponden a la solución planteada por el resolutor ideal.

A continuación se presenta la descripción de las soluciones de la tercera situación aritmética propuesta en el instrumento.

6.7 DESCRIPCIÓN DE LAS SOLUCIONES PROPUESTAS POR LOS NIÑOS PARA LA TERCERA SITUACIÓN PLANTEADA

3) Como los jugos que se venden en la caseta, están empacados en cajas; observa los jugos que quedan para la venta en una de ellas.
Si cuando los niños llegaron a la granja la caja estaba llena, ¿cuántos jugos de esta caja se han vendido?

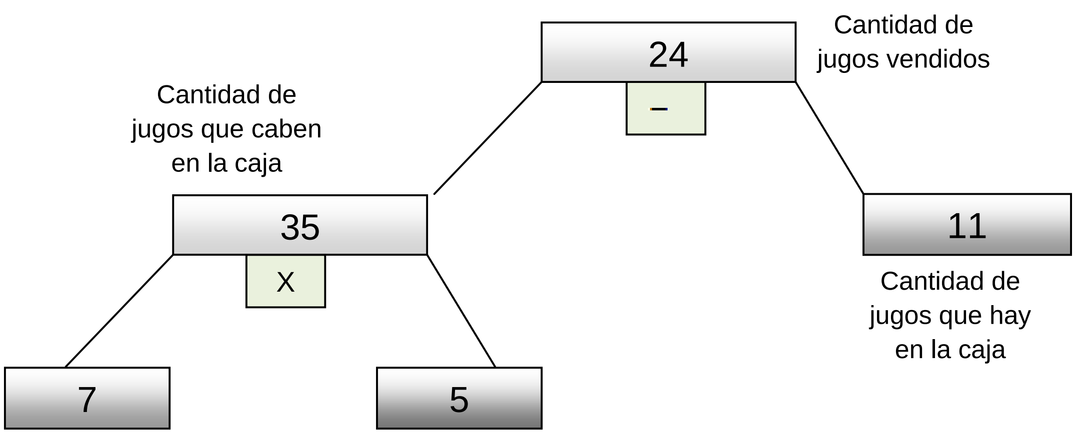
a. 11
b. 23
c. 24
d. 35



Esta situación aritmética fue la que generó mayores soluciones variadas, con respecto a las soluciones de las dos situaciones aritméticas con enunciado verbal mostradas anteriormente.

Para resolver este problema aritmético compuesto, **MC** y **O**, identificaron la información que estaba presentada en la gráfica del problema y haciendo un conteo, lograron saber que en ese momento había once jugos en la caja. Para continuar con la solución de este problema, **MC** y **O** encontraron la cantidad total de jugos que cabían en la caja y a este valor le restaron los jugos que había en ese momento.

En consecuencia, en el **esquema 21** se muestra la forma como, frente a esta situación aritmética compuesta, **MC** y **O** utilizaron tres operaciones y tres pasos para resolverla. Según lo anterior, se puede observar que la primera operación que emplearon para solucionar esta situación aritmética fue una suma, indicando con esto, la cantidad de jugos que había dentro de la caja en ese momento. Después realizaron una multiplicación, debido a que necesitaban determinar la cantidad total de jugos que contenía la caja cuando se encontraba llena. Una vez encontraron esta cantidad, ellos continuaron con la siguiente etapa del problema que era saber qué cantidad de jugos se había vendido. Para conocer este valor realizaron una resta teniendo en cuenta la cantidad total de jugos que podía tener la caja y la cantidad que había dentro de ella en ese momento. Finalmente el resultado obtenido les brindó la información que necesitaban, concluyendo que la respuesta correcta se encontraba en la opción **c**, es decir, que se había vendido 24 jugos.



Esquema 21. Solución de la tercera situación aritmética compuesta planteada por **MC** y **O**.

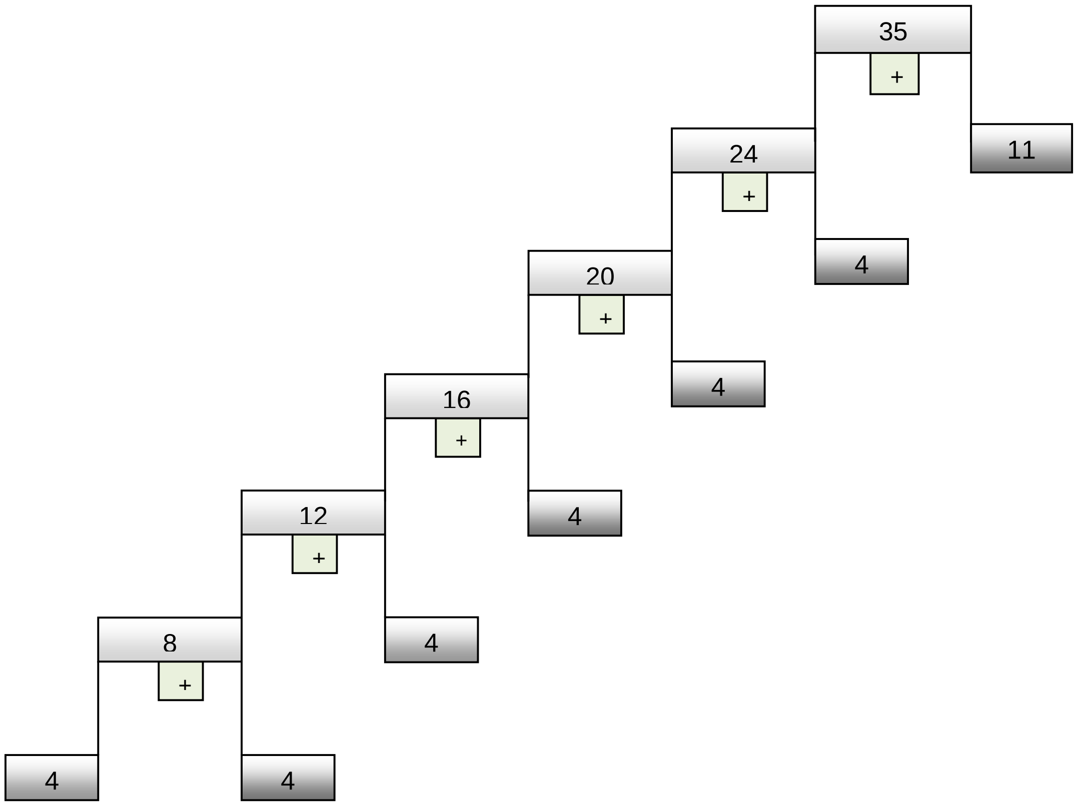
Fuente. Autores

Por la forma como **MC** y **O** dieron la solución de esta situación aritmética con enunciado verbal, se puede decir que esta solución hace referencia a la que fue planteada por el resolutor ideal.

CD planteó una forma diferente de resolver esta situación. Él inicialmente contó cada uno de los espacios dentro de la caja en donde habría un jugo. Luego de este conteo, determinó que en la caja caben 35 jugos y que son veinticuatro lo jugos que se vendieron, debido a que había esa cantidad de espacios vacíos, así como lo manifestó durante la entrevista cuando se le preguntó ¿cómo hizo para resolver este problema? A lo que él contestó:

"**CD:** Hay once jugos y yo conté que aquí hay cinco (mostrando la hilera que puede contener cinco jugos) y aquí cuatro y cuatro y cuatro y cuatro y cuatro y cuatro y me da 35 entre todos.
E: ¿En total hay treinta y cinco jugos cuando completa?
CD: Si.
E: ¿Entonces la pregunta cuál era?
CD: ¿Cuántos jugos de esta caja se han vendido? Veinticuatro, porque con los que había contado me dieron veinticuatro."

Esta solución se observar en el **esquema 22** presentado a continuación:



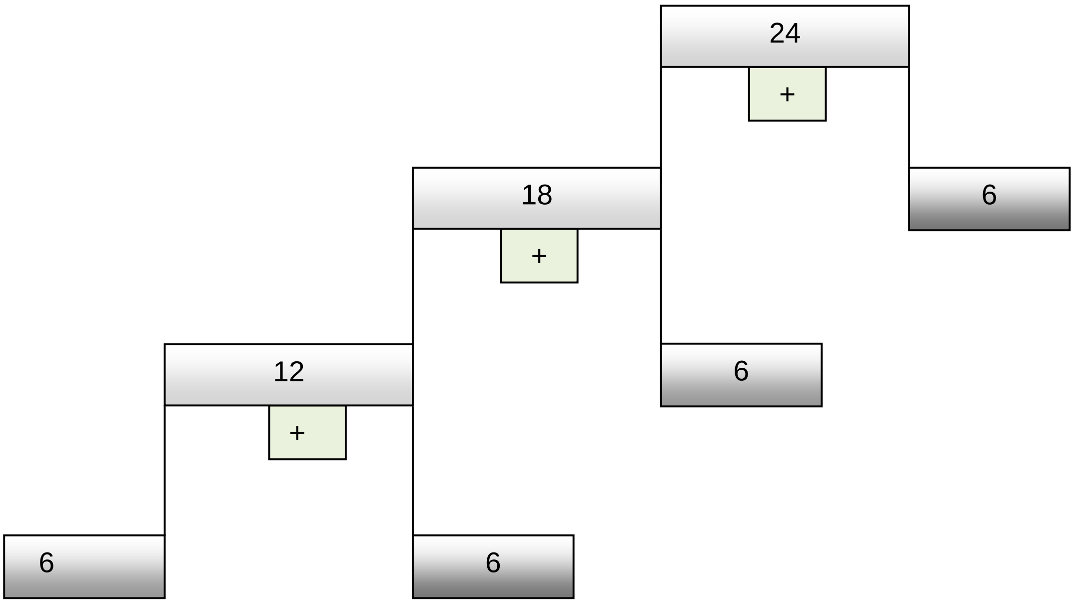
Esquema 22. Solución de la tercera situación aritmética compuesta planteada por **CD.**

Fuente. Autores

En el **esquema 22** se observó que **CD** para resolver esta situación aritmética compuesta, realizó una operación y seis pasos. Inicialmente él determinó la cantidad de jugos que faltaban completando los espacios vacíos de los jugos que se encontraban dentro de la caja. Al terminar este conteo el niño comenzó a sumar las cantidades encontradas. Al finalizar concluyó que se vendieron veinticuatro jugos.

JA también hizo un conteo, solo que su conteo lo hizo en sentido diferente al que realizó **CD**. Durante este conteo, **JA** consideró sumar 4 veces la misma cantidad de jugos que podía caber en un sentido de la caja, es decir, en el sentido contrario al realizado por **CD** y a medida que iba contando, durante la entrevista iba mostrando lo que había sumado.

Lo expresado por **JA** durante la entrevista y teniendo en cuenta las operaciones hechas por él en la hoja de respuesta, se observa en el **esquema 23**.



Esquema 23. Solución de la tercera situación aritmética compuesta planteada por **JA.**

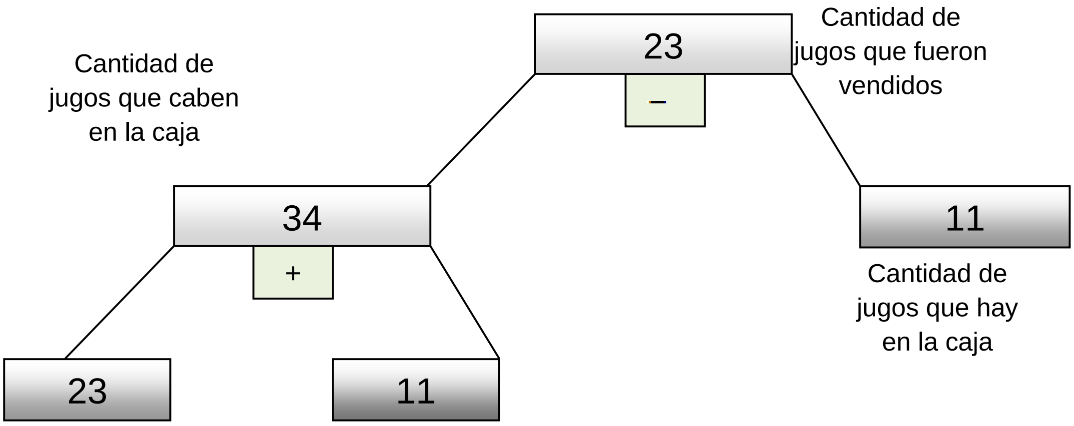
Fuente. Autores

Con base en el **esquema 23** se observó que **JA** para resolver esta situación aritmética compuesta realizó una operación y tres pasos. Él comenzó identificando dentro de la caja los espacios vacíos y siguió contándolos hasta completar el contenido de la caja. Finalmente **JA** concluyó que se vendieron veinticuatro jugos.

Otra forma de resolver esta situación aritmética con enunciado verbal, es como se presenta a continuación.

La forma como **JD** resolvió esta situación aritmética con enunciado verbal se relaciona con las soluciones presentadas por **CD** y **JA**. La diferencia que hay entre estas soluciones radica en que **JD** realizó mal un conteo entre los espacios que estaban vacíos y eso generó que la respuesta a esta situación no fuera la correcta. Sin embargo, **JD** explicó su solución diciendo que él llenó la caja sumando los once jugos que había y contando los espacios que quedaban, conteniendo treinta y cuatro jugos; a esto le restó once jugos que había en la caja, y obtuvo veintitrés como respuesta.

Con base en esta información dada por **JA** se puede tener el **esquema 24**:



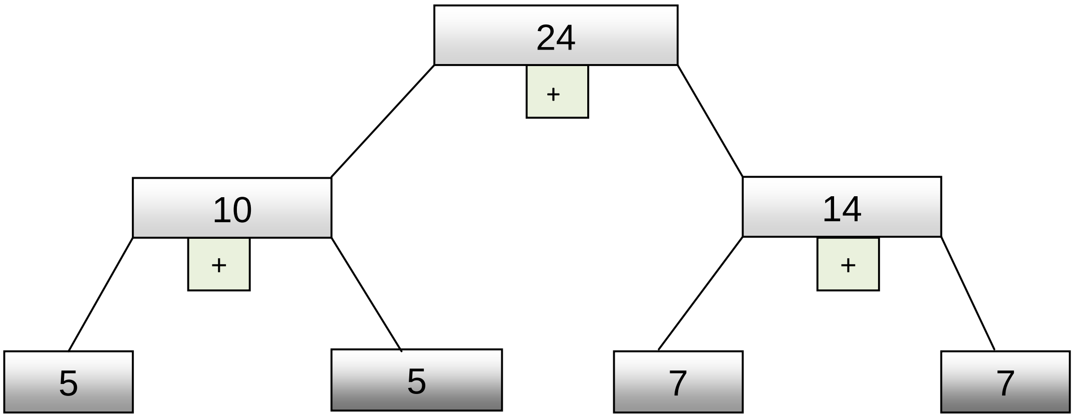
Esquema 24. Solución de la tercera situación aritmética compuesta planteada por **JD**. **Fuente.** Autores

En el **esquema 24** se observó que para resolver este problema aritmético compuesto, **JD** realizó dos operaciones y dos pasos. La suma fue efectuada inicialmente para determinar la cantidad de jugos que había y a su vez, el número total que podía haber dentro de la caja cuando estuviera llena, es decir, los once y los treinta y cuatro jugos a los que se refiere el niño. A la cantidad de jugos que había cuando la caja estaba llena le restó los jugos que se encontraban en ese momento y por lo tanto **JD** concluyó que la cantidad de jugos vendidos había sido veintitrés.

AE también encontró la respuesta a esta situación aritmética con enunciado verbal, aunque él consideró que la solución la podría encontrar utilizando el concepto de perímetro.

Esto se evidencia en lo expresado por él durante la entrevista cuando dijo: "La profesora nos enseñó algo que se llamaba área y eso… no recuerdo el otro nombre… entonces pues ahí puse… sumé cuántos lados habían aquí (largo) y aquí (ancho), pues es un rectángulo, o sea sus lados miden iguales, o sea, todos no (y muestra los lados paralelos que tienen la misma medida), sino unos. Entonces aquí me dieron cinco y cinco y aquí siete y siete; entonces sumé los lados y me dio veinticuatro, que es la suma".

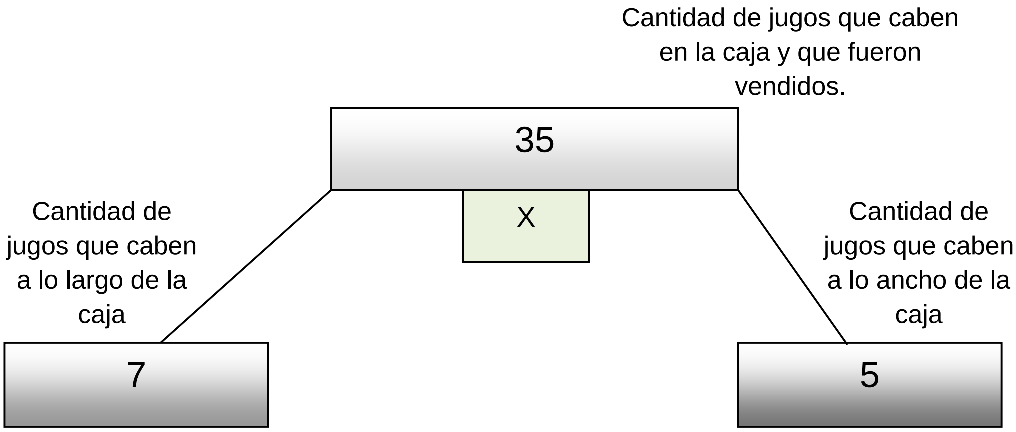
Lo dicho por **AE** durante la entrevista fue representado en el **esquema 25**. En este esquema se indica la forma como **AE** resolvió este problema aritmético compuesto utilizando una operación y tres pasos. Inicialmente **AE** consideró que como tiene un rectángulo, los lados paralelos tienen la misma medida, en este caso sus lados miden cinco unidades a lo ancho y siete unidades a lo largo. Luego sumó estos valores indicados y concluyó que la cantidad de jugos vendidos fue veinticuatro.



Esquema 25. Solución de la tercera situación aritmética compuesta planteada por **AE**. **Fuente.** Autores

Continuando con la descripción correspondiente a las soluciones dadas a la tercera situación aritmética compuesta se presenta la solución propuesta por **T**, quien consideró que le estaban preguntando por la cantidad de jugos que había en la caja cuando ésta se encontraba llena y por eso realizó una multiplicación teniendo en cuenta, la cantidad de botellas que había a lo largo de la caja, como la cantidad de botellas de jugo que había a lo ancho de la caja. Finalmente dijo que la cantidad de jugos vendidos fue 35 jugos.

Esta solución se observa en el **esquema 26** presentado a continuación.

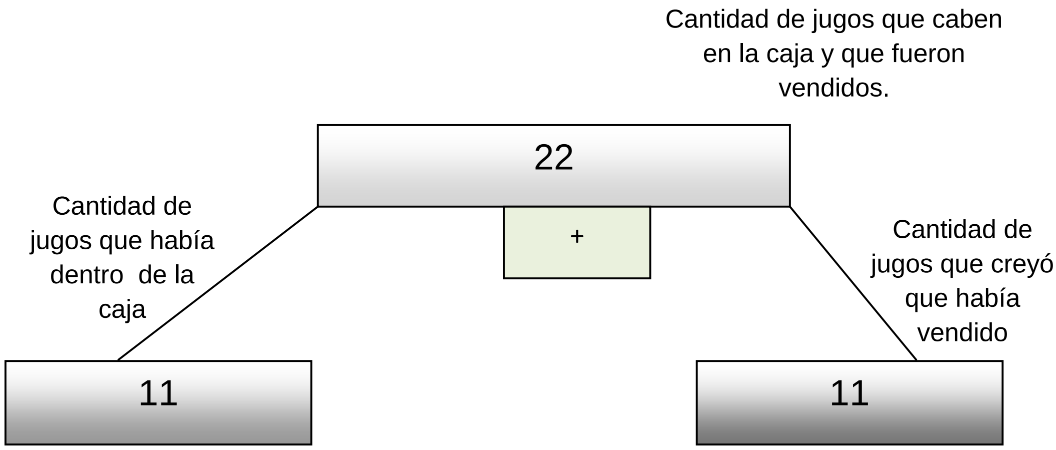


Esquema 26. Solución de la tercera situación aritmética compuesta planteada por **T**. **Fuente.** Autores

Con base en el **esquema 26** se observó que **T**, para resolver esta situación aritmética compuesta, realizó una operación y un paso. La operación que utilizó fue la multiplicación, donde tuvo en cuenta que dentro de la caja estaban ubicados algunos jugos a lo largo y a lo ancho. Él identificó la cantidad de jugos que había en cada uno de estos lados y los multiplicó, aplicando el concepto de área en esta situación. Con el resultado de esta operación él afirmó que se vendieron treinta y cinco jugos.

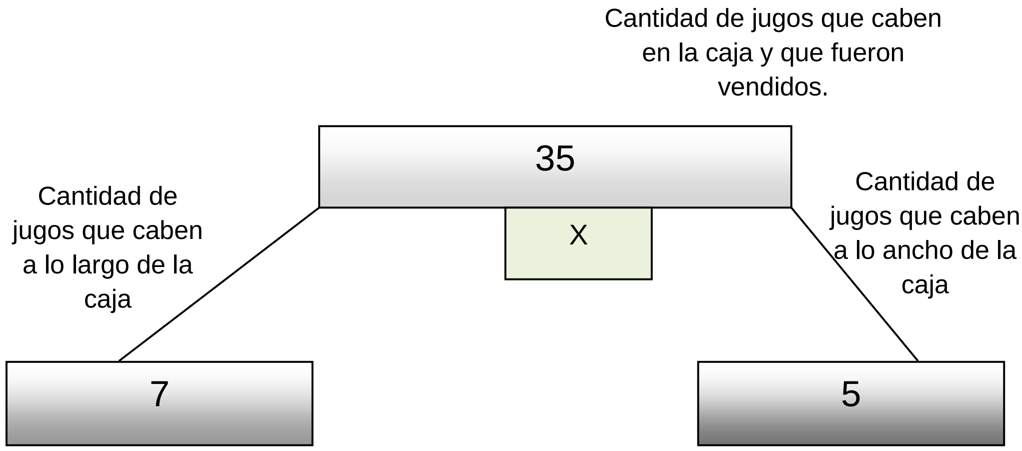
YV planteó una solución que finalmente es semejante a la anterior. Inicialmente él dijo: "ahí, como había once nada más, yo los conté por todos y entonces yo pensé que habían vendido otros once. Pero no era la respuesta correcta, porque luego me di cuenta que se tenía que contar era la hilera y luego multiplicarlo, porque acá habían siete de un lado y como eran cinco filas, entonces se multiplicaba siete por cinco, treinta y cinco.

Teniendo en cuenta lo dicho por **YV**, él inicialmente pensó que se había vendido veintidós jugos, pero con la reflexión que hizo después de haber presentado la prueba y durante la entrevista, concluyó que la cantidad de jugos vendidos había sido treinta y cinco. Estas formas de resolver esta situación aritmética se presentan en los **esquemas 27** y **28**.



Esquema 27. Solución de la tercera situación aritmética compuesta planteada durante la prueba **YV**. **Fuente.** Autores

Frente a la reflexión que hizo el niño con respecto a la forma como se debía resolver este problema aritmético compuesto, se construyó la representación hecha en el **esquema 28.**

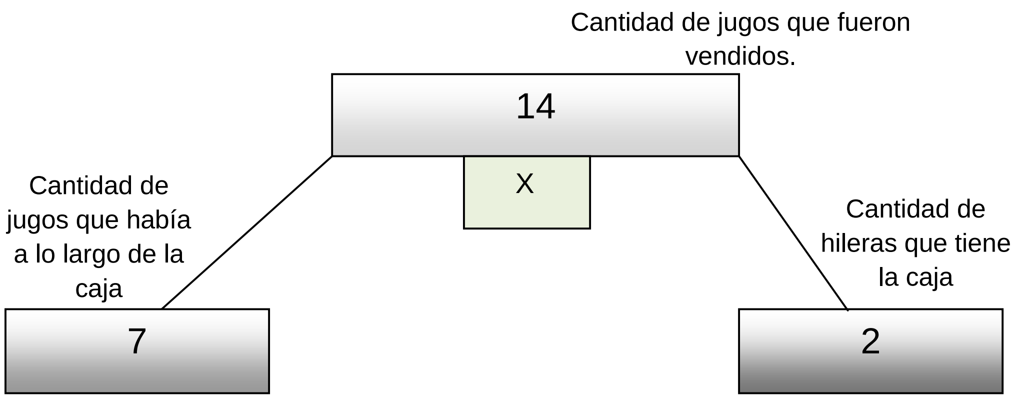


Esquema 28. Solución de la tercera situación aritmética compuesta planteada por **YV** después de hacer una reflexión al momento de la entrevista. **Fuente.** Autores

Con respecto a los planteamientos que hizo **YV** para resolver este problema aritmético, se observó que el niño realizó una operación y un paso para resolverlo.

En la primera solución que **YV** presentó, él realizó una suma indicando que la cantidad de jugos que se vendieron había sido igual a la cantidad de jugos que se encontraban en la caja y por lo tanto dijo que la cantidad total de jugos que había inicialmente era veintidós. Al hacer la reflexión con respecto a esta solución (segunda solución), él consideró que debía hacer una multiplicación entre la cantidad de jugos que había a lo largo y a lo ancho de la caja. Con base en este planteamiento, **YV** dijo que la respuesta a este problema era treinta y cinco jugos vendidos.

Finalizando la descripción de las soluciones dadas por los niños a esta tercera situación aritmética, se presenta la solución dada por **MA**. Él presentó una solución totalmente diferente a las anteriores. Él contó cuántos jugos había en un lado de la caja y multiplicó esta cantidad por dos, considerando que solo había vendido dos hileras de la caja, no más. Esta solución se observa en el **esquema 29**.

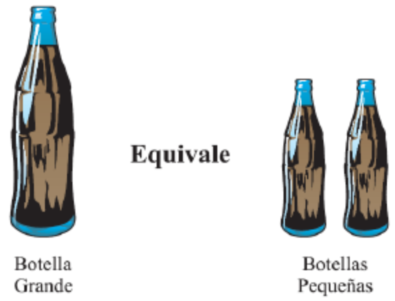


Esquema 29. Solución de la tercera situación aritmética compuesta planteada por **MA**. **Fuente.** Autores

En el **esquema 29** se observó que **MA** utilizó una operación y un paso para resolver este problema aritmético compuesto. Inicialmente él identificó la cantidad de jugos que había a lo largo de la caja, en este caso siete jugos, y además consideró que había únicamente dentro de la caja dos "hileras". Después de identificar estos datos, multiplicó estas hileras con la cantidad de botellas contadas y dijo que la respuesta a este problema era catorce jugos vendidos.

6.8 DESCRIPCIÓN DE LAS SOLUCIONES PROPUESTAS POR LOS NIÑOS PARA LA CUARTA SITUACIÓN PLANTEADA

4) La capacidad de una botella grande es igual a la capacidad de dos botellas pequeñas, como se muestra en la siguiente figura.

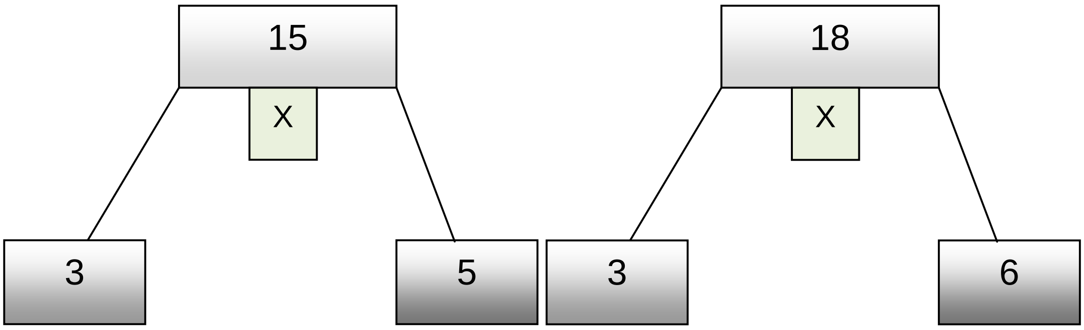


Con el contenido de una botella pequeña se pueden llenar 3 vasos. Si se desean llenar 17 vasos se necesitan:

a. Entre 5 y 6 botellas pequeñas.
b. Entre 5 y 6 botellas grandes.
c. Entre 6 y 7 botellas pequeñas.
d. Entre 6 y 7 botellas grandes.

Con respecto a esta situación aritmética con enunciado verbal, se observó que las soluciones presentadas por los niños **MC, YV, O, T, CD y AE** indicaban la misma respuesta. Inicialmente estos niños hicieron una conversión entre las botellas y los vasos que contiene cada una de ellas multiplicando estas dos cantidades. Cabe resaltar la importancia y el cuidado que cada uno de estos niños tuvo con la información presentada, diferenciando las botellas grandes de las pequeñas. Este proceso se hizo con cada una de las opciones presentadas como posibles respuestas y al hacer el análisis con las soluciones encontradas, teniendo en cuenta la pregunta realizada, los niños lograron concluir que la respuesta correcta era la **a**, concordando con lo planteado por el resolutor ideal.

En el **esquema 30** se observa esta solución.



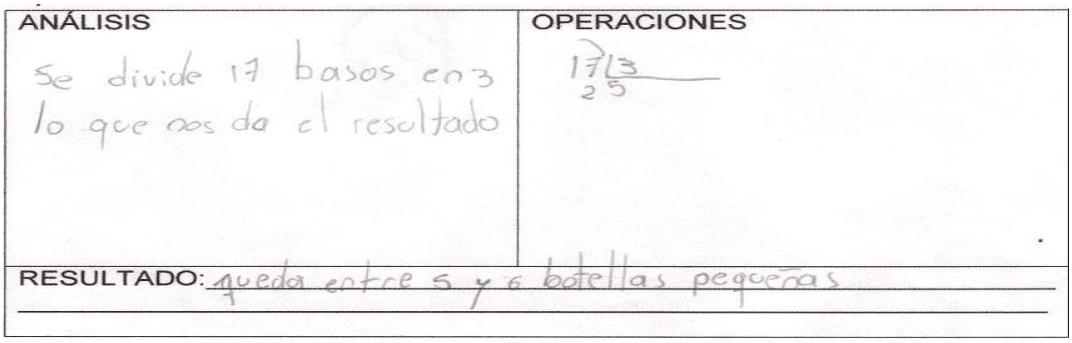
Esquema 30. Solución de la cuarta situación aritmética compuesta planteada por MC, YV, O, T, CD**. Fuente.** Autores

Inicialmente fue posible observar que los niños **JS** y **JA** realizaron una división entre los 17 vasos de los que se hablaba en la pregunta del problema y los tres vasos que correspondía a cada botella pequeña. Con la respuesta encontrada en la operación, lograron concluir que la solución adecuada para esta situación aritmética con enunciado verbal, correspondía a la que se presenta en la opción **a**, así como lo indicó el resolutor ideal.

Esto se logra evidenciar con las respuestas que dio **JS** durante la entrevista que se muestra a continuación:

"E: ¿Explíquenos como resolvió este problema?
JS: Yo respondí que se dividían diecisiete vasos entre tres, porque tres vasos llenan una botella pequeña y necesitaban diecisiete y para esto necesitan es entre cinco y seis botellas."

Lo dicho por **JS** se observa en la **figura 2** presentada a continuación:



ANÁLISIS	OPERACIONES
Se divide 17 basos en 3 lo que nos da el resultado	17 | 3 2 5

RESULTADO: queda entre 5 y 6 botellas pequeñas

Figura 2. Solución presentada por **JS** en la cuarta situación problema. **Fuente:** Autores.

En la solución de **JS** se observa que para resolver este problema aritmético compuesto, **JS** realizó una operación y un paso. La operación que efectuó fue una división entre la cantidad de vasos que se necesitan llenar y la cantidad de vasos que contiene una gaseosa pequeña. Al resolver esta operación, concluyó que la respuesta a este problema se encuentra en la opción **a**, la cual indica que se necesitan entre cinco y seis botellas pequeñas para llenar los diecisiete vasos.

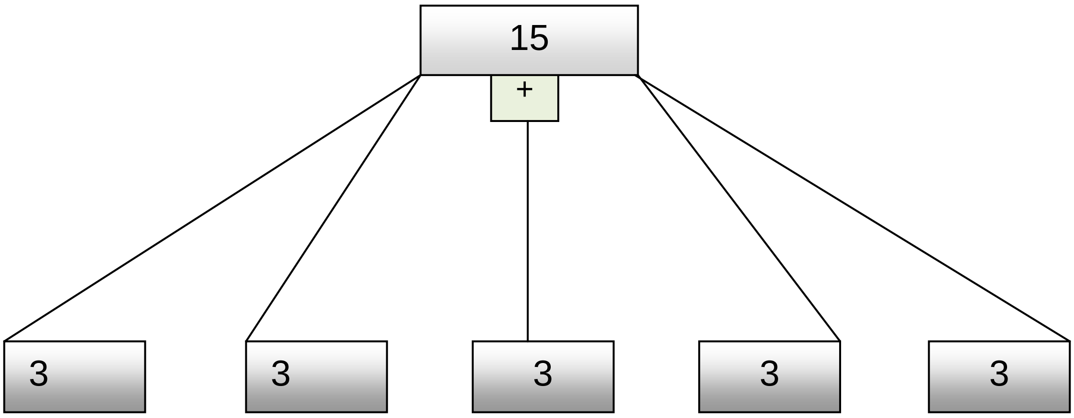
MC, YV, O, T y CD plantearon una forma diferente para encontrar solución a este problema aritmético compuesto, porque ellos realizaron una operación y dos pasos para encontrar la opción que más se acercaba a la cantidad solicitada en el enunciado de la situación aritmética. Inicialmente ellos realizaron una conversión entre las cinco botellas pequeñas y la cantidad de vasos que contiene cada una de ellas, es decir, multiplicaron cinco por tres. De la misma forma repitieron este proceso para las seis botellas pequeñas que se encontraba en el enunciado. Con esta información, los niños concluyeron que la respuesta correcta era la que se presentaba en la opción **a**. En este sentido se pudo observar que ellos descartaron las otras opciones propuestas para resolver esta situación, debido a que al realizar este mismo proceso, los valores encontrados sobrepasaban la cantidad de vasos que se solicitaban inicialmente.

La solución planteada por **AE** es semejante a las anteriores. Este niño también hizo una conversión entre las botellas que se indicaban en cada una de las opciones que se presentaban como posibles respuestas y los vasos que podía contener cada una de ellas, pero hizo esta conversión a través de sumas. Esta solución se destaca porque, aunque **AE** reconoció que se equivocó al seleccionar la respuesta incorrecta durante la prueba, debido a que escogió la opción **c**, al momento de la entrevista él manifestó que luego de haber terminado y entregado la prueba, analizó nuevamente la situación y se dio cuenta que debió seleccionar la opción **a,** puesto que esa opción es la que más se acercaba a la información que se quería encontrar. Esto se evidencia por lo expresado durante la entrevista:

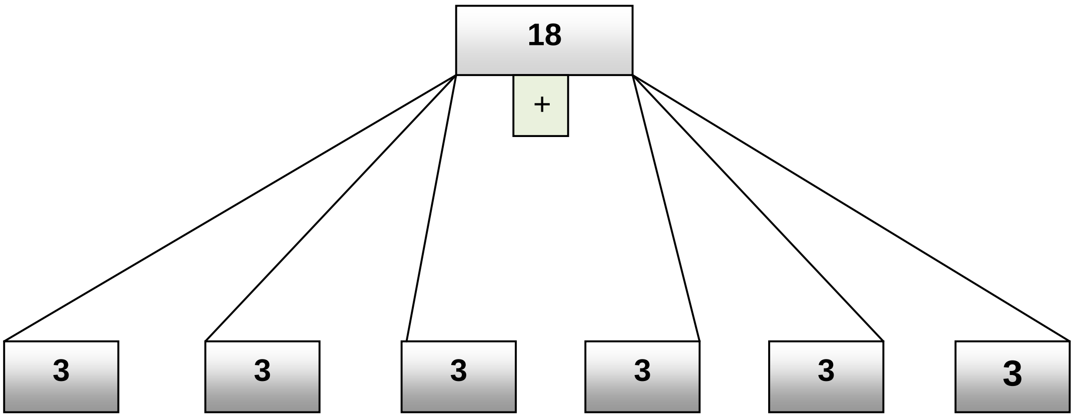
"AE: Este me quedó mal.
E: ¿Por qué dice que le quedó mal?
AE: Porque aquí yo dije que eran entre seis y siete botellas pequeñas, pero no es así, es entre cinco y seis botellas pequeñas.
E: ¿Por qué no entre seis y siete?
AE: Porque yo hice la cuenta después que terminó la prueba y me dio fue que eran diecisiete, y entonces me dio que eran cinco botellas y dos vasos que sobraron y yo aquí marque que eran entre seis y siete botellas. "

Otro niño, **JD**, también realizó una conversión entre la cantidad de botellas que se mencionaban en cada una de las posibles respuestas, expresando estas botellas en función de los vasos que contenía cada una de ellas, pero con una diferencia con respecto a la solución presentada anteriormente, pues **JD** no realizó multiplicaciones, sino sumas. Aunque realizó correctamente estas conversiones para cada uno de los incisos, él consideró que ninguna de las respuestas era correcta y por eso no seleccionó ninguna de las opciones que se presentaban como posibles soluciones. Vale la pena resaltar que durante la entrevista, **JD** logró darse cuenta que la respuesta se encontraba en la opción **a.**

Lo desarrollado por **JD** se puede observar en los **esquemas 31** Y **32**:



Esquema 31. Solución de la cuarta situación aritmética compuesta planteada por **JD**. **Fuente.** Autores



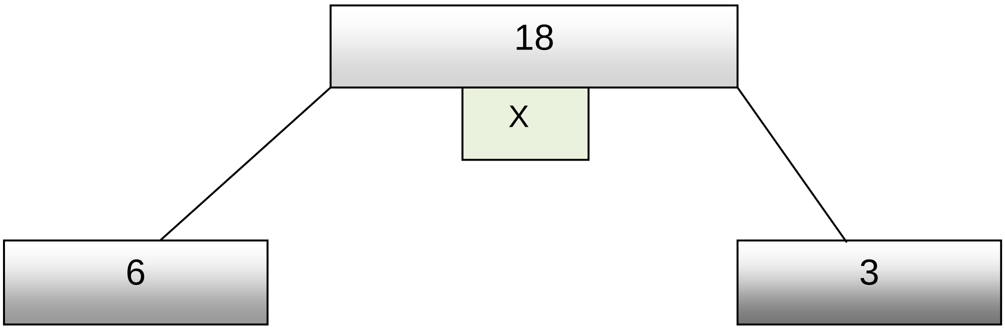
Esquema 32. Solución de la cuarta situación aritmética compuesta planteada por **JD**. **Fuente.** Autores

Para lograr dar solución al problema cuatro, **JD** utilizó una suma y dos pasos. Inicialmente hizo una conversión entre las botellas pequeñas y la cantidad de vasos que llena cada una de estas. Al final, como ninguna de las conversiones dio el valor indicado en el enunciado de este problema (17 vasos), él afirma que este problema no tiene solución, debido a que con las conversiones que hizo no le daba la respuesta exacta.

Finalizando la descripción de estas cuatro situaciones aritméticas con enunciado verbal propuestas en el instrumento aplicado a los diez niños de dos sedes del Colegio Metropolitano del Sur, se describe la solución planteada por **MA**, quien al efectuar una multiplicación para realizar una conversión entre el número de botellas y la cantidad de vasos que contenía cada una de ellas, consideró que la respuesta correcta era aquella en donde se indicaba seis botellas pequeñas y por esto seleccionó la opción **c,** ya que en esta opción el número seis se encontraba enunciado de primero, dejando de lado la opción **a,** y las opciones **b** y **d**, pues éstas mencionaban a las botellas grandes. **MA** manifestó durante la entrevista lo siguiente:

"E: ¿Qué pasos utilizó para resolver este problema?
MA: Multipliqué seis por tres.
E: ¿Qué indica el seis? y ¿Qué indica el tres?
MA: Necesitamos seis botellas pequeñas para llenar dieciocho vasos de gaseosa.
E: Según este resultado encontrado por usted, ¿cuál podría ser la respuesta entre las opciones que se presentan como posibles respuestas a este problema? y ¿por qué?
MA: Es entre seis y siete botellas pequeñas.
E: ¿Por qué?
MA: Porque necesitamos seis botellas.
E: Entonces, como aparece el número seis de primero indicando las botellas pequeñas, ¿esa es la respuesta?
MA: Si."

Lo dicho por **MA** se muestra en el **esquema 33.**



Esquema 33. Solución de la cuarta situación aritmética compuesta planteada por **MA**.

Fuente. Autores

En este problema aritmético compuesto **MA** realizó una operación y un paso. Inicialmente realizó una multiplicación para hacer la conversión entre las seis botellas pequeñas y los vasos que contiene cada una de ellas. Al final respondió que como en la opción **c** aparece el seis inicialmente, esa debe ser la respuesta.

Para finalizar este apartado, después de realizar la descripción de las respuestas dadas por cada uno de los niños fue posible observar que algunas de las dificultades presentadas en ciertas respuestas de los estudiantes a las preguntas planteadas en el instrumento se debieron a que algunos de ellos manifestaron una dificultad en su competencia comunicativa, específicamente en su competencia interpretativa, ya que en algunos momentos ellos no lograron identificar los datos del problema y la pregunta planteada. Más adelante, en el conocimiento lingüístico se presenta un análisis más profundo de las dificultades que mostraron los niños cuando se enfrentaron a cada una de las situaciones planteadas en el instrumento.

7. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

"ser racional" significa tener una competencia constituida
por los principios normativos del razonamiento
ERAÑA, A.

A partir de la descripción de los resultados obtenidos en la aplicación del instrumento y las respuestas de los niños, fue necesario hacer un análisis a la luz de investigaciones similares y planteamientos conceptuales relacionados con la resolución de problemas aritméticos con enunciado verbal.

En primer lugar, se abordó el análisis teniendo en cuenta los tipos de conocimientos necesarios para la resolución de problemas aritméticos con enunciado verbal, en segundo lugar se analizaron las dificultades asociadas a la resolución de este tipo de problemas.

Comenzando Mayer (1982) citado por Marina Tomas Folch (1990) señala que hay cuatro tipos de conocimientos necesarios en la resolución de problemas:

- factores lingüísticos: se refiere a la comprensión del texto
- esquemático: relación entre los problemas tipo
- conocimiento algorítmico: como se realizan los procedimientos de cálculo, por ejemplo la suma, etc.
- conocimiento estratégico: como se enfocan los problemas.

El proceso de resolución de problemas es la actividad mental desplegada por parte del solucionador desde el momento en que se le presenta un problema, lo asume para resolverlo y finaliza su tarea.

Se pueden señalar las siguientes fases para la resolución de un problema:

- Lectura y comprensión del problema
- Concepción de un plan de resolución
  - traducir el enunciado al lenguaje matemático
  - elegir una estrategia
  - resolver el problema
  - concretar una solución
  - Comprobar los resultados.[29]

En el presente análisis se tuvo en cuenta los cuatro conocimientos planteados por Mayer (1982).

7.1 CONOCIMIENTO ALGORÍTMICO

Un algoritmo es un procedimiento que describe, sin ninguna ambigüedad, una sucesión finita de pasos a realizar en un orden especifico Si estos pasos consisten en operaciones aritmético -lógicas conducentes a la solución numérica de un cierto problema, el algoritmo será llamado numérico o también método numérico

BURDEN, R. y FAIRES, J.

En los procedimientos utilizados por el grupo de niños se pudo identificar cuatro operaciones, las cuales comparadas con las utilizadas por el resolutor ideal, eran las más adecuadas para cada uno de los problemas propuestos.

[29] MAYER, R. Psicología de la educación. El aprendizaje en las áreas de conocimiento. Citado por FOLCH,M. Los problemas aritméticos de la enseñanza de primaria. Estudio de Dificultades y propuesta didáctica. En: Educar. [en línea] [consultado el 2 de noviembre de 2008]Disponible en: <http://ddd.uab.cat/pub/educar/0211819Xn17p119.pdf >

A continuación se presenta el análisis de las operaciones utilizadas por los niños para resolver las situaciones aritméticas y su relación con el resolutor ideal propuesto en la investigación. Esto se realizó haciendo un análisis grupal por cada situación aritmética planteada.

En la primera situación aritmética los niños descompusieron la estructura del problema identificando cuáles eran las operaciones que se debían utilizar con los valores indicados. Esto se comprueba con la información proporcionada por las entrevistas y haciendo un análisis de enunciados como:

- "…primero conté ahí que como las empanadas valían quinientos pesos, luego las sumé y me dio mil. Entonces nada más me faltaba mil cuatrocientos. La mitad de mil cuatrocientos es setecientos, entonces cada jugo vale setecientos."
- "…multipliqué el precio de las dos empanadas y me dio mil, que fueron las que ellos compraron."
- "…entonces yo sumé setecientos más setecientos y quinientos más quinientos."
- "…entonces a dos mil cuatrocientos le resté los mil de las empanadas."
- "… y los mil cuatrocientos los dividí en dos…"

El segundo problema aritmético fue analizado teniendo en cuenta dos elementos:

1. Los niños que resolvieron el problema entendiendo la pregunta.
2. Los niños que resolvieron el problema sin entender la pregunta.

La finalidad de este apartado fue hacer un análisis sobre la forma como lo niños utilizaron las operaciones básicas para resolver este problema.

Se comienza diciendo que los cuatro niños que resolvieron el problema concordaron con las soluciones planteadas por el resolutor ideal. Esto se evidencia en enunciados como:

- "…tengo que sumar el valor de las dos papas fritas con el valor de las cuatro bolsas de agua…"
- "…primero empecé a contar cuanto valían las dos empanadas y las dos gaseosas, y puse el resultado al lado."

En cuanto al segundo elemento que hace referencia a los niños que resolvieron el problema sin entender la pregunta, se dice que los niños realizaron las operaciones de manera precisa, razón por la cual se aclara que esto indica que la falencia encontrada en los niños no obedeció al conocimiento algorítmico, sino a la interpretación incorrecta de la pregunta; esto se evidenció en los procesos argumentativos de los niños y las respectivas operaciones realizadas en las hojas de respuestas.

Un ejemplo de esto se cita a continuación:

- "E: ¿Cómo hizo para saber cuál era el precio de todas las cosas?
  JS: Sumando los precios de cada una de las cosas."
- "Sumé el valor de las empanadas y de las dos gaseosas. Me dio dos mil seiscientos, que fue lo que gastaron ellos."
- "Las gaseosas valen ochocientos, entonces dos gaseosas, ochocientos y ochocientos más quinientos, más quinientos da dos mil seiscientos."

Para el tercer problema aritmético compuesto, cuatro de diez niños utilizaron adecuadamente las operaciones y conceptos básicos según lo planteado en el resolutor ideal. A partir de esto se observó que aunque algunos niños realizaron operaciones acertadas, no lograron dar con la respuesta correcta; esto se debió a que los niños interpretaron incorrectamente el problema., es decir, su error se basó específicamente en la no comprensión del problema, razón por la cual los llevó a cometer la falla.

A continuación se cita uno de los casos para explicar cómo fue que los niños incurrieron en este error:

AE, quien utilizando el concepto de perímetro logró encontrar la respuesta al problema diciendo: "La profesora nos enseñó algo que se llamaba área y eso… no recuerdo el otro nombre… entonces pues ahí puse… sumé cuántos lados habían aquí (indicando el largo) y aquí (indicando el ancho), pues es un rectángulo, o sea sus lados miden iguales o sea, todos no (y muestra los lados paralelos que tienen la misma medida) sino unos. Entonces aquí me dieron cinco y cinco y aquí siete y siete, entonces sumé los lados y me dio veinticuatro, que es la suma".

De lo anterior se analizó que el procedimiento algorítmico realizado por el niño le impidió solucionar lógicamente el problema, debido a que utilizó el concepto de perímetro de una figura geométrica de manera acertada pero su explicación no mostró cómo este concepto podía dar solución al problema. Con la aplicación de este concepto matemático el niño logró encontrar la suma de la medida de los lados de un rectángulo, lo que se podía visualizar por la distribución de los jugos que están dentro de la caja, donde indicaba que el largo y el ancho del rectángulo estaba determinado por la cantidad de jugos distribuidos de esa manera. Esto indica que si se planteara una distribución o una cantidad distinta de botellas dentro de la caja (o ambas), el niño no podría resolver la situación aritmética adecuadamente al utilizar el concepto de perímetro de una figura.

En cuanto a los niños que no respondieron de forma acertada la tercera pregunta, se observó que el error cometido al momento de solucionar el problema no tenía que ver con el conocimiento algorítmico, sino con la estrategia utilizada y el análisis realizado para el mismo, es decir, que un niño posea un conocimiento algorítmico no garantiza el éxito de la resolución del problema ya que para resolver un problema o situación aritmética expuesta de manera verbal se necesitan otros conocimientos tales como conocimiento estratégico y la comprensión del lenguaje. Esto se verifica en los argumentos expuestos por los niños y las operaciones realizadas en las hojas de respuestas:

- "Tengo que hacer una multiplicación porque yo pienso que hay siete envases de largo y cinco envases de ancho".
- "Se multiplica las botellas que hay a lo largo y a lo ancho y se resta", es decir: seis por cinco menos once, diecinueve.

En lo referente al cuarto problema aritmético, se observó que seis de los diez niños respondieron acertadamente y además, que solamente uno de ellos planteó una solución semejante a la del resolutor ideal.

Esto se evidenció en las argumentaciones y respuestas dadas por los niños durante la entrevista ya que el procedimiento algorítmico desarrollado por ellos, permitió identificar un adecuado uso de los conocimientos matemáticos necesarios para resolver esta situación. A continuación se muestran algunas de las argumentaciones manifestadas por ellos:

- "Yo hice ahí dos operaciones, como vi que se necesitaba llenar diecisiete vasos y cada tres vasos era una botella pequeña, entonces yo empecé a multiplicar tres por cinco y me daba quince, y luego para que me diera diecisiete, yo multiplique por seis y me dio seis por tres, dieciocho. Entonces como no me daba yo me di cuenta que era entre cinco y seis botellas pequeñas."
- "Como se necesita llenar diecisiete vasos, una botella pequeña tiene tres vasos, entonces sigo multiplicando los tres vasos hasta llegar a diecisiete vasos."
- "Yo respondí que se dividía diecisiete vasos en tres porque tres vasos llenan una botella pequeña, y necesitaba diecisiete y para esto necesitan es entre cinco y seis botellas."

En las respuestas dadas por el grupo de niños que no respondieron adecuadamente, se observó que el niño **C** no estableció una relación lógica entre lo plasmado en la hoja de respuestas y la argumentación hecha por él durante la entrevista; esto se explica a partir de dos aspectos, el primero está relacionado con la reflexión hecha por el niño durante la entrevista y el segundo obedece a una posible interacción realizada con alguno de sus compañeros o con algún docente.

Con respecto a los otros tres niños que no resolvieron acertadamente este cuarto problema, se observó que el error cometido se presentó cuando ellos no lograron relacionar sus respuestas con las presentadas como posibles soluciones, debido a que al momento de detenerse a interpretar los resultados de las operaciones realizadas, éstos no coincidieron exactamente con las opciones que se encontraron allí.

Es importante para los autores de esta investigación resaltar la reflexión que hizo uno de los niños, **AE**, cuando presentó la entrevista, pues él reconoció que se equivocó al momento de dar la respuesta a este problema y aún así dio la respuesta correcta. Esto se evidencia a partir de lo siguiente:

"**AE**: Este me quedó mal.
E: ¿Por qué dice que le quedó mal?
AE: Porque aquí yo dije que eran entre seis y siete botellas pequeñas, pero no es así, es entre cinco y seis botellas pequeñas.
E: ¿Por qué no entre seis y siete?
AE: Porque yo hice la cuenta después que terminó la ésta y me dio fue que… eran diecisiete, y entonces me dio que eran cinco botellas y dos vasos que sobraron y yo aquí marque que eran entre seis y siete botellas."

Lo anterior se destaca debido a que aunque el niño se equivocó cuando resolvió el problema, fue importante para él validar su respuesta y darse cuenta que se equivocó, pero más que eso, fue más significativo para él lograr encontrar o dar la respuesta correcta a este problema.

7.2 CONOCIMIENTO ESTRATÉGICO

La palabra heurística procede del griego heuriskin, que significa "servir para descubrir".

El análisis del procedimiento estratégico utilizado por los niños para abordar las situaciones aritméticas con enunciado verbal, se realizó tomando como material de análisis la argumentación expuesta por ellos durante la entrevista; en este sentido el análisis que se presenta en este trabajo evidencia: las fases para la resolución de problemas propuesta por Polya, G. (1989) las cuales se citan a continuación.

- ❖ Comprender el problema
- ❖ Concebir un plan
- ❖ Ejecutar el plan
- ❖ Examinar la solución obtenida

Teniendo en cuenta lo anterior se expone a continuación un análisis grupal de las estrategias utilizadas para resolver las cuatro situaciones aritméticas propuestas.

7.2.1 Análisis De Las Soluciones Propuestas Por Los Niños Para La Primera Situación Planteada

Manuel y Diana reunieron el dinero que tenían, se acercaron a la caseta de la granja para comprar algo de comer.

En la siguiente tabla estaba la siguiente lista de precios:

Gaseosa	$ 800
Papas fritas	$ 600
Chocolatina	$ 400
Empanadas	$ 500
Jugos	
Bolsa de agua	$ 300

1) Manuel y Diana compraron 2 jugos y 2 empanadas y pagaron $2400 en total. El precio de cada jugo es:
   a. $500
   b. $600

c. $700
d. $1200

Frente a la primera situación aritmética se analiza que uno de los diez niños no logró comprender el problema debido a que no identificó la incógnita del mismo, siendo ésta el valor del jugo. El niño tampoco reconoció el valor de las dos empanadas y no identificó los datos del problema excluyendo este valor. Por lo tanto al fallar en la primera fase planteada por Polya, el niño no logró llegar a la respuesta adecuada.

Dentro de esta misma situación aritmética se observó que **O**, al cometer un error en la resta entre el valor total pagado por los niños del problema y el valor de las dos empanadas, llegó a una solución errónea, la cual, según lo planteado por Polya, sucede en la fase número cuatro, en la cual el niño no examinó la solución obtenida, y al realizar la división con este valor lo llevó a cometer un error al dar la respuesta.

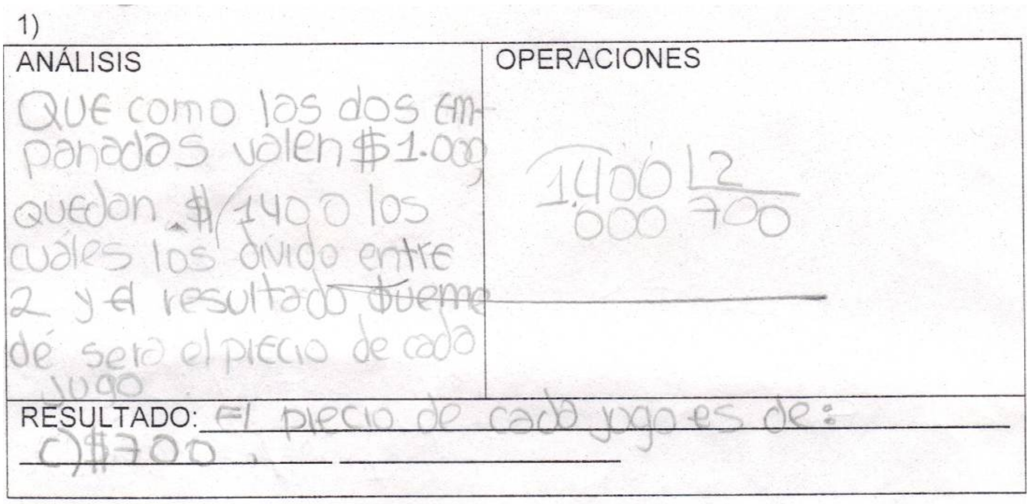
Esto concuerda con Polya (1989) quien plantea que es importante examinar atentamente el método que le ha llevado a la solución tratando de captar su razón de ser y tratar de aplicarlo a otros problemas. Se debe examinar atentamente el resultado y tratar igualmente de aplicarlo a otros problemas.[30] Con lo anterior se identificó que **O** no hizo una visión retrospectiva, ya que no revisó las operaciones aplicadas.

Con respecto a los otros ocho niños se dice que ejecutaron todas las fases planteadas por Polya. Esto confirmó que en su procedimiento utilizaron las fases mencionadas anteriormente, porque los niños en la primera fase identificaron la intención del problema, la cual era hallar el valor del jugo; también tuvieron en cuenta el valor de la empanada y la cantidad de unidades compradas para cada artículo, además del valor total pagado por los artículos adquiridos. A su vez concibieron un plan y lo ejecutaron, esto se identificó en las operaciones efectuadas por los niños. No obstante en la argumentación planteada en la entrevista no se evidenció la forma con la cual ellos verificaron el resultado de este problema; esto se observó en las hojas de

[30] POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas. Ed. Trillas (1989). Pág. 53

respuesta, donde ellos examinaron las operaciones llevadas a cabo, verificando si tenían algún error en sus respuestas. Esto se encuentra en la descripción de los resultados.

En este sentido se muestra en la **figura 3** la solución presentada por **T**, en la cual se logra observar lo mencionado anteriormente.



1)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Que como las dos empanadas valen $1.000 quedan $1400 los cuáles los divido entre 2 y el resultado ~~fue~~ me dé sera el precio de cada jugo	1400 | 2 000 700

RESULTADO: El precio de cada jugo es de: c) $700

Figura 3. Solución presentada por **T** en la primera situación problema. **Fuente:** Autores.

7.2.2 Análisis De Las Soluciones Propuestas Por Los Niños Para La Segunda Situación Planteada

2) Como les sobró dinero, Manuel y Diana invitaron a algunos compañeros y gastaron en total $2600; según este valor no es posible que haya comprado:
   a. 2 empanadas y 2 gaseosas
   b. 4 empanadas y 2 bolsas de agua
   c. 2 papas fritas y 4 bolsas de agua
   d. 4 chocolatinas y 2 empanadas

En la segunda situación aritmética se analizó que seis de los niños no lograron comprender el problema, debido a que no identificaron la incógnita de esta situación aritmética. Esto se analiza a la luz del conocimiento semántico desarrollado posteriormente en otro apartado de este análisis.

Con respecto a los cuatro niños que ejecutaron las fases planteadas por Polya se observó que en la primera fase los niños lograron identificar la incógnita del problema, siendo en este caso *los objetos que no fueron comprados por los niños*. Después procedieron a concebir un plan en el cual se identificó que la estrategia era hallar los valores de los objetos presentados en cada respuesta; en la siguiente fase ejecutaron el plan y hallaron cada uno de los valores presentados anteriormente. Se puede decir que aunque en las justificaciones que dieron los niños en la entrevista no se logró evidenciar la manera como ellos verificaron el resultado a este problema, se infirió a partir de las hojas de respuesta, que ellos examinaron las operaciones llevadas a cabo verificando si tenían algún error en sus respuestas. Esto se observa en la **figura 4** presentada a continuación:

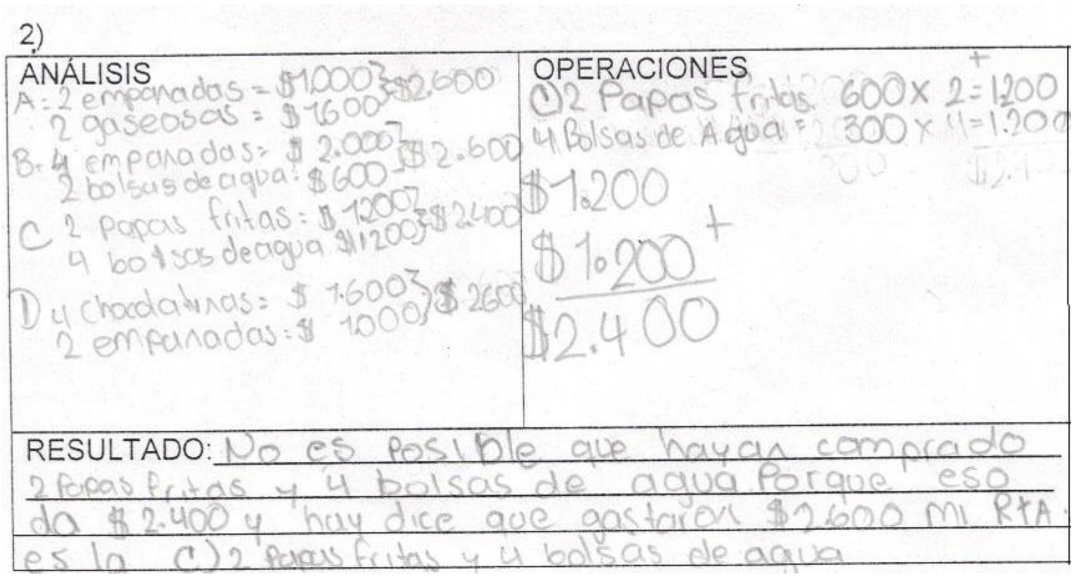


Figura 4. Solución presentada por uno de los niños en la segunda situación problema. **Fuente:** Autores.

Lo que se acaba de analizar concuerda con lo presentado por Ximena Villalobos (2008), puesto que la autora considera que para resolver un problema se hace necesario por parte de quien lo resuelve, los siguientes aspectos:

1. Comprender el contenido de los problemas;

2. Determinar qué información se tiene y cuál se debe encontrar;

3. Ser capaz de construir procedimientos y/o utilizar (o adaptar) los procedimientos conocidos, escogiéndolos tanto en función de las características del problema como de sus propias capacidades, conocimientos y formas de razonamiento;

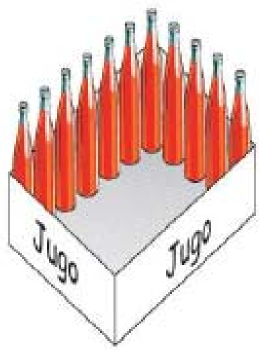
4. Encontrar una o varias soluciones, verificarlas y evaluarlas en función de las hipótesis iniciales y poder, a partir del problema resuelto, plantear y resolver nuevas preguntas o situaciones. [31]

7.2.3 Análisis De Las Soluciones Propuestas Por Los Niños Para La Tercera Situación Planteada

3) Como los jugos que se venden en la caseta, están empacados en cajas; observa los jugos que quedan para la venta en una de ellas.

   Si cuando los niños llegaron a la granja la caja estaba llena, ¿cuántos jugos de esta caja se han vendido?

   a. 11
   b. 23
   c. 24
   d. 35



[31] VILLALOBOS, X. Resolución de Problemas Matemáticos: Un cambio epistemológico con resultados metodológicos. En Revista Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en educación.[en línea]. Vol. 6, No.3 (2008). [consultado el 11 de Noviembre de 2008]. Versión digital en <http://www.rinace.net/arts/vol6num3/art2.pdf>

En la tercera situación aritmética se logró evidenciar que seis de diez niños no resolvieron el problema eficazmente. Un niño, **JS**, cometió un error al hacer el conteo del número de envases que había a lo largo de la caja manifestando que había seis envases, donde en realidad había siete y realizó una multiplicación teniendo en cuenta el valor hallado con los envases que había a lo ancho de la caja, es decir, cinco envases. Esto le dio como resultado treinta envases, que es lo mismo que decir treinta jugos. Luego le restó la cantidad de jugos que había dentro de la caja, según él once, con lo cual llegó a la respuesta afirmando que, en la caja había diecinueve jugos. Con base en lo anterior se dice que el niño comprendió el problema, trazó un plan y lo llevó a cabo, pero no realizó una adecuada interpretación de los datos y su respectiva revisión. Se dice esto, porque dentro de la caja había siete jugos a lo largo, esto muestra que el niño cometió dos errores el primero en la fase de interpretación y el segundo en la fase cuatro indicada por Polya, llamada visión retrospectiva.

Otro niño, **MA**, no comprendió el problema debido a que no logró identificar los datos presentados en él. En esta situación el niño no comprendió el gráfico presentado junto al enunciado verbal. Él comentó en la entrevista lo siguiente:

"MA: Yo multipliqué siete por tres, porque para allá conté siete y acá hice la cuenta, que sea dos hileras y por eso multipliqué por dos."

Observando el gráfico para este problema se analiza que el niño no comprendió el dibujo, debido a que dentro de la caja no hay dos hileras, sino cinco. Según Polya si hay alguna figura relacionada al problema, en ella se debe destacar la incógnita y los datos.[32] Teniendo en cuenta lo anterior se concluye que el niño se equivocó en la fase uno al no comprender el problema.

Otro de los participantes de la investigación, **T**, no comprendió el problema, porque aunque identificó los datos del problema, no pudo identificar su incógnita, ya que no logró relacionar los datos con la pregunta hecha en el enunciado. Se afirma a partir de lo anterior que **T** halló la

[32] Ibid., p. 29

cantidad de envases presentes en la caja cuando ésta se encontraba llena, con lo cual **T** concluyo argumentando: *"la respuesta correcta es la **d**, treinta y cinco envases de jugo"*. Esto explica que, para comprender un problema no solo es suficiente saber cuáles son los datos de l mismo, sino que a su vez, es necesario establecer una relación entre los datos, la incógnita y la pregunta del problema; sumado a esto no identificar la incógnita puede entenderse también con el hecho de no lograr relacionar el problema planteado con alguno resuelto anteriormente. Polya considera que relacionar un problema con otro puede ayudar a resolver la situación planteada inicialmente.[33]

Siguiendo con el análisis, se encontró que **JD** también cometió un error en la fase propuesta por Polya conocida como visión retrospectiva. Durante la entrevista el niño comentó lo siguiente:

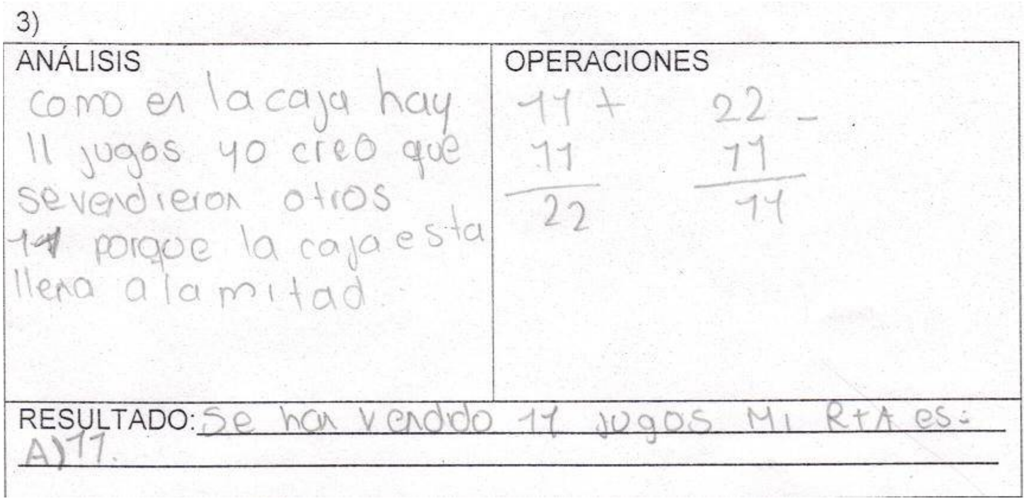
"E: ¿Cómo hace usted para resolver este problema?
JD: Yo llené la caja, mejor dicho contando los espacios que habían quedado y a mí me dio treinta y cuatro, y entonces menos once y me dio veintitrés.
E: ¿Cómo hizo para llegar a ese treinta y cuatro?
JD: Sumé los once y empecé a llenar los que están vacíos y me dio treinta y cuatro."

Con lo anterior se puede observar que **JD** comprendió el problema, ya que identificó la incógnita del mismo y los datos presentados en el enunciado, pero cuando realizó el conteo se equivocó y no revisó estos datos al finalizar.

Continuando con el análisis de este tercer problema se presentó el caso del niño **YV**, donde se permitió observar que el error que cometió está relacionado con la primera fase planteada por Polya, debido a que el niño no logró identificar todos los datos que se proporcionaban en el problema a partir de la gráfica que se mostraba. Causa curiosidad que durante la entrevista **YV** identificó su error y trató de corregirlo pero no lo consiguió, por lo que se pudo observar que él falló nuevamente en la comprensión del problema planteado inicialmente. Lo expresado

[33] Ibid, p. 30-31

anteriormente se puede verificar a partir de lo expresado por el niño en la entrevista y por la prueba realizada por él, la cual se muestra en la **figura 5**:


3)

ANÁLISIS	OPERACIONES
como en la caja hay 11 jugos yo creo que se vendieron otros 11 porque la caja esta llena a la mitad	11 + 11 = 22; 22 − 11 = 11

RESULTADO: Se han vendido 11 jugos Mi RtA es: A) 11.

Figura 5. Solución presentada por **YV** en la tercera situación problema. **Fuente:** Autores.

De lo anterior, según lo planteado por Polya, el alumno debió considerar las principales partes del problema atentamente, repetidas veces y bajo diversos ángulos.[34]

Con respecto al niño que se presenta a continuación, **AE**, se pudo observar que al momento de resolver el tercer problema aritmético compuesto tuvo un error, no en la respuesta, sino en el concepto utilizado para desarrollar esta situación. Esto se verifica con la descripción de la solución del problema y la entrevista hecha anteriormente que citamos a continuación:

“E: ¿Cómo hizo usted para resolver este problema?

AE: La profesora nos enseñó algo que se llamaba área y eso, no recuerdo el otro nombre… entonces pues ahí puse… sumé cuántos lados había aquí (largo) y aquí (ancho), pues es un rectángulo, o sea sus lados miden iguales o sea, todos no (y muestra los lados paralelos que tienen la misma medida) sino unos. Entonces aquí me dieron cinco y cinco y aquí siete y siete, entonces sumé los lados y me dio veinticuatro, que es la suma.”

[34] Ibid., p. 29

Ante la solución presentada por el niño se analizó que él falló en la aplicación de la segunda fase propuesta por Polya debido a que concibió un plan, recordando y ejecutando un problema semejante al propuesto, con el cual el niño recordó los conceptos de área y perímetro trabajados en clase por la profesora.

A partir de lo anterior Polya plantea que al tratar de utilizar otros problemas o teoremas que ya se conocen, considerando las diversas transformaciones posibles, experimentando con diversos problemas auxiliares, se puede llegar a desviarse y alejarse del problema primitivo, al grado de correr el riesgo de perderlo totalmente de vista.[35]

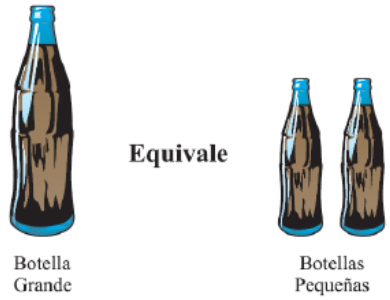
Con respecto a los cuatros niños que resolvieron el problema adecuadamente, se observó que ellos ejecutaron las cuatro fases planteadas por Polya. En la fase uno los niños lograron identificar la incógnita del problema, la cual correspondía a la identificación de la cantidad de jugos que se vendieron y a su vez reconocieron los datos que contenía el gráfico anexo al enunciado verbal presentado, en donde se podía observar la cantidad de jugos que tenía la caja a lo largo y a lo ancho de la misma. En la segunda fase concibieron el plan para resolver el problema, con el cual ellos analizaron que necesitaban conocer la cifra de jugos que estaban dibujadas y la cantidad total de jugos que traía la caja cuando estaba llena, para luego encontrar el número de jugos que se había vendido. Después llevaron a cabo la ejecución del plan, el cual consistía en conocer los datos anteriormente mencionados. Por último y no menos importante, verificaron si la respuesta del problema era consistente con lo preguntado en el enunciado. Ver las pruebas presentadas de **MC**, **O**, **JA** y **AE** en los Anexos

Finalizando esta parte del análisis se presenta la cuarta situación planteada.

7.2.4 Análisis De Las Soluciones Propuestas Por Los Niños Para La Cuarta Situación Planteada

[35] Ibid., p. 31

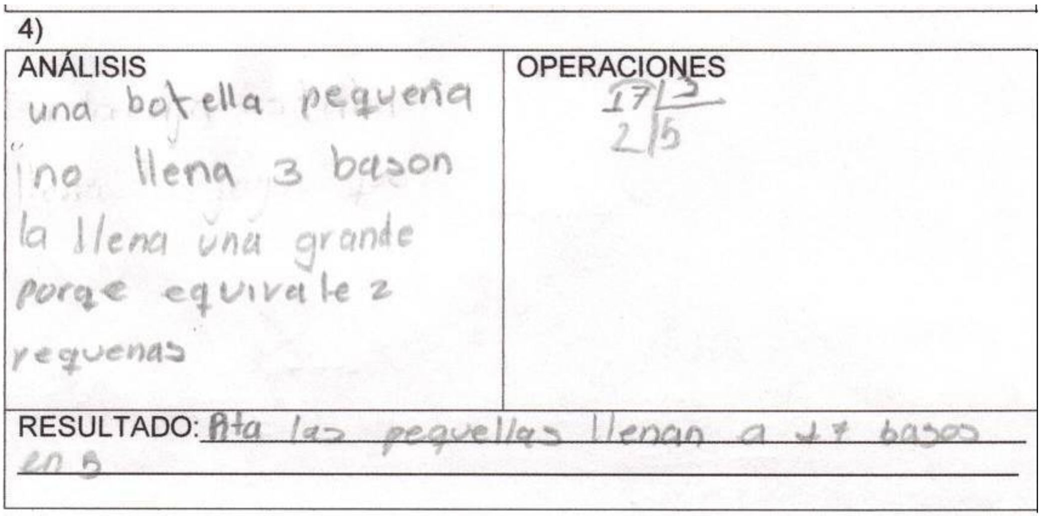
4) La capacidad de una botella grande es igual a la capacidad de dos botellas pequeñas, como se muestra en la siguiente figura.



Con el contenido de una botella pequeña se pueden llenar 3 vasos. Si se desean llenar 17 vasos se necesitan:

a. Entre 5 y 6 botellas pequeñas.
b. Entre 5 y 6 botellas grandes.
c. Entre 6 y 7 botellas pequeñas.
d. Entre 6 y 7 botellas grandes.

En la cuarta situación aritmética se evidenció que cuatro de los diez niños no respondieron acertadamente el problema. Un niño, **JA**, cometió un error en la fase uno, debido a que no logró identificar los datos presentados en el enunciado del problema. Esto es atribuido a factores lingüísticos. Lo anterior se explica más adelante en el apartado conocimiento semántico, sin embargo se muestra en la **figura 6** la solución propuesta por este niño:


4)

ANÁLISIS	OPERACIONES
una botella pequeña no llena 3 basos la llena una grande porqe equivale 2 pequenas	17⌊3 2 5

RESULTADO: Ata las pequellas llenan a 17 basos en 5

Figura 6. Solución presentada por **JA** en la cuarta situación problema. **Fuente:** Autores.

Otros niños, **MA** y **AE**, comprendieron el problema ya que lograron identificar la incógnita de la situación aritmética, la cual era en este caso, la cantidad de botellas que se necesitaban para llenar diecisiete vasos de gaseosa; también lograron identificar los datos develados en el enunciado del problema en el cual se señalaba que una botella pequeña logra llenar tres vasos. Con respecto a la fase dos, estos niños concibieron un plan, el cual consistía en encontrar la cantidad de botellas de gaseosa que eran necesarias para llenar el número de vasos solicitados en el problema y en la fase tres realizaron una conversión entre el número de botellas que se requería y el número de vasos que podían ser llenados por cada una de estas botellas, pero cuando llegaron a la fase cuatro, **MA** no realizó una revisión de las posibles respuestas expuestas y escogió la opción **c** (entre seis y siete botellas pequeñas). Lo contrario sucedió con **AE**, quien a pesar de haber respondido en la hoja de respuestas que la solución a esta situación era la **c**, en el momento de la entrevista realizó una revisión retrospectiva por la cual concluyo que la respuesta correcta era la **a**.

Esto concuerda con lo planteado por José Heber Nieto Said (2004) quien argumentó que en muchas ocasiones la cuarta etapa es omitida, incluso por solucionistas expertos. Polya insiste mucho en su importancia, no solamente porque comprobar los pasos realizados y verificar su corrección puede ahorrar muchas sorpresas desagradables, sino también porque la visión retrospectiva puede conducir a nuevos resultados que generalicen, amplíen o fortalezcan la solución que se acaba de proponer.[36]

Continuando con el análisis de esta situación aritmética se observó que otro niño, **JD**, no logró llegar a la solución de este problema debido a factores lingüísticos, teniendo en cuenta que el niño no logró comprender el enunciado "*entre*" que indicaba una aproximación a los datos reales. Lo anterior permitió deducir que el error presentado por el niño no obedeció al conocimiento estratégico ejecutado por éste, sino a la interpretación que hizo del enunciado.

En la hoja de respuesta el niño respondió: *"En el problema número cuatro ninguna respuesta me da";* este enunciado permitió corroborar lo expuesto en el párrafo anterior; pero es al momento de la entrevista que el niño logró evidenciar su respuesta. Esto se manifiesta en los siguientes enunciados:

"E: ¿Cómo hizo usted para resolver este problema?
JD: Yo coloqué… pues en el problema número cuatro ninguna respuesta me daba porque aquí no estaba… o sea… parecida porque con cinco, como son tres…
E: ¿Tres qué?
JD: O sea, como son tres vasos entonces yo multipliqué cinco por tres y eso me da quince, o mejor, los sumé y eso me dio quince y con seis los sumé también y me dio dieciocho.
E: En ningún momento le da diecisiete, entonces ¿qué decía en las respuestas?
JD: Entre cinco y seis botellas pequeñas, o sea era la mitad.
E: ¿Era la mitad?
JD: Entre cinco y seis era la mitad. O sea cinco y medio.
E: Entonces para usted la respuesta que más se acerca de esas cuatro es…
JD: Es la **a**."

A partir de lo anterior se afirma que un elemento esencial en la resolución de una situación problema, necesariamente debe estar mediada por la conversación entre el docente o

[36] NIETO. J. Op. cit., p. 11

mediador, siendo en este caso el rol de los investigadores. Esto se logró evidenciar en la entrevista con el niño presentada anteriormente.

Con relación al niño que se presenta a continuación, el cual ha sido nombrado como **CD**, se analizó que él no logró llegar a una solución eficaz de esta situación debido a que en la fase uno, comprensión del problema, el niño no reconoció la incógnita de éste y no identificó los datos presentados en el mismo. En la hoja de respuesta el niño comentó: *"Entre contenido y botella es que diecisiete vasos se necesitan entre seis y siete vasos";* pero en el momento de la entrevista, el niño logró resolver esta situación aritmética utilizando las cuatro fases nombradas por Polya. Esto se observa en los siguientes enunciados:

"E: ¿Cómo hace usted o cómo justifica la respuesta a este problema? ¿Cómo hizo para resolverlo?
CD: Es entre cinco y seis botellas pequeñas.
E: ¿Por qué?
CD: Porque tres por cinco da quince y seis por tres da dieciocho, entonces…
E: Se necesitan llenar diecisiete vasos y usted dice que con cinco botellas completa quince vasos y con seis botellas completa dieciocho vasos. Entonces en este momento estaría indicando ¿cuál respuesta de todas las que hay posibles?
CD: La **a**.

Teniendo en cuenta lo anterior se dedujo que en el transcurso de tiempo desde cuando se aplicó la prueba hasta el momento de la entrevista el niño realizó una revisión retrospectiva, ya sea que el niño haya hecho una reflexión sobre su respuesta en la prueba o una interacción con otro(s) estudiante(s), profesor o padre(s) de familia. Cualquiera de estos tres factores pudo influir en el reconocimiento de cada una de las fases del problema. Esto se puede constatar con lo afirmado por el niño durante la entrevista.

7.3 CONOCIMIENTO SEMÁNTICO.

Para resolver un problema se necesita pensar y analizar, no sólo fijarse en palabras como «menos» para restar o «más» para sumar. En resumen, es necesario comprender un problema aritmético con enunciados textuales.

(**Carpenter et al., 1984). Citado por González-Pienda, J.**

El presente análisis se realizó teniendo en cuenta lo planteado por Kintsch (1987) citado por Pogglioli, quien descubrió tres posibles fuentes de error al resolver problemas aritméticos sencillos presentados en forma verbal: 1) mal uso o desconocimiento de estrategias aritméticas, falsas concepciones y fracaso en el procedimiento de conteo, 2) comprensión equivocada del problema, principalmente, por factores lingüísticos, y 3) sobrecarga de elementos en la memoria de corto plazo[37]. Teniendo en cuenta estas tres fuentes de error, este análisis se centró en la segunda.

En este sentido es importante exponer un argumento que fue transversal a todo el análisis sobre el conocimiento semántico de los niños, éste corresponde a la relación que el niño estableció con la situación problema, según Folch (1982), el enunciado del problema es el primer contacto que tiene el alumno con el problema, y éste se puede analizar desde muchos ángulos.[38]

Partiendo de la premisa anterior, con respecto a la primera situación aritmética, se tuvo en cuenta lo planteado en el marco teórico, cuando se expuso que la comprensión de los problemas es un eje fundamental para esta investigación, es por esto que como lo plantea González J. citado por Gallardo Romero (2001), sólo se puede constatar la comprensión de un conocimiento cuando se produzca su utilización efectiva por parte del sujeto. A partir de este supuesto el autor caracteriza la comprensión de un conocimiento matemático por sus efectos,

---

[37] POGGIOLI, L. Loc. cit

[38] FOLCH. Op cit., p. 125.

en términos de manifestaciones externas observables. En este sentido este autor explica que un sujeto comprende un conocimiento matemático, o un aspecto de un conocimiento matemático, cuando lo hace operativo, es decir, cuando llega a formar parte del bagaje de conocimientos potencialmente utilizables o listos para ser empleados; de otra manera, se puede decir que un sujeto comprende un conocimiento cuando lo incorpora a su repertorio de útiles y herramientas aplicables. En el caso del algoritmo estándar de la multiplicación se dice que un sujeto comprende dicho algoritmo si es capaz de "emplearlo" espontáneamente y con éxito en todas aquellas situaciones que lo requieran.[39]

Lo planteado por este investigador concuerda con el desempeño de los niños en el primer problema, donde el grupo de niños logró establecer una comprensión del significado de los enunciados, de la intención del problema, razón por la cual ocho niños llegaron a una solución efectiva de éste, no obstante los otros dos niños que no lograron resolverlo pudieron comprender el enunciado pero no utilizaron la estrategia adecuada para solucionarlo, esto se puede evidenciar a continuación:

"**E**: ¿Según lo que aparece en la prueba, usted tomó los valores de las respuestas, cierto?
JA: Si.
E: Empezó a sumar: como era dos, quinientos más quinientos daba mil, y como mil no era la respuesta paso al siguiente, ¿cierto?
JA: Si.
E: Luego tomó los otros dos; como mil cuatrocientos no era la respuesta, entonces ese no me sirve, ¿cierto?
JA: Si.
E: Hasta que llegó a la respuesta **d**, donde mil doscientos más mil doscientos es igual a dos mil cuatrocientos. ¿Esa si era la respuesta?
JA: Si."

---

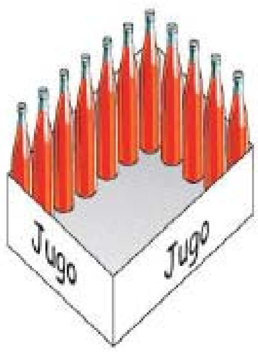
[39] GONZÁLEZ J. Loc. Cit.

En la segunda situación aritmética dentro de las variables que hacía referencia al enunciado se encontró que los niños presentaron dificultades cuando el enunciado que determinaba la intención del problema se presentó en forma de negación, por ejemplo en el problema número dos del instrumento aplicado, cuando al niño se le dijo***: según este valor no es posible que haya comprado***. Frente a este tipo de enunciados se identificaron dificultades asociadas a la comprensión del enunciado del problema ya que seis de los diez niños entrevistados no lograron interpretar la situación. En este sentido como lo expone Folch (1982), esto obedece a errores en la comprensión del problema. Los maestros comentan con cierta frecuencia: "los alumnos no comprenden lo que leen, leen el problema rápido y no se enteran, no saben bien lo que dice el problema, no saben lo que se les pregunta en el problema". Todas estas expresiones que responden al diagnóstico de la corrección de un problema se categoriza afirmando que es un error *de comprensión.*[40]

De la tercera situación aritmética se evidencia que los niños no presentaron dificultades en la comprensión del enunciado presentado para este problema, pero si en lo referente al lenguaje icónico, es decir, la gráfica presentada en esta situación, esto se logra evidenciar en el comentario realizado por el niño en el cual manifestó lo siguiente:

"MA: Yo multipliqué siete por tres, porque para allá conté siete y acá hice la cuenta, que sea dos hileras y por eso multipliqué por dos."

"YV: Yo pensé ahí como había once nada más, yo los conté por todos y entonces yo pensé que habían vendido otros once."



Teniendo en cuenta las explicaciones de los niños presentadas anteriormente, se evidencia que el error de **MA** en la comprensión de la imagen, radicó en que la gráfica poseía cinco hileras y no dos, tal como lo afirmaba él. El error que presentó **YV** estuvo relacionado con el análisis que hizo de la distribución de las botellas de jugo que había en la caja, en la cual

[40] FOLCH. Op cit., p. 131

comentó que los envases de jugo que se encontraban en ese momento (once botellas) correspondía a la mitad de los jugos que podía contener la caja. Con esto dedujo que la cantidad de botellas restantes y por lo tanto que fueron vendidas era once, porque él afirmó que la caja cuando estaba llena contenía veintidós jugos.

De lo anterior se analizó que la imagen que tenía como finalidad recrear el problema y a su vez enriquecer la comprensión del mismo, también pudo convertirse en un factor que interfirió en la comprensión de la situación presentada, esto puede explicarse diciendo que el niño requiere de la habilidad para comprender el lenguaje icónico. Esto coincide con Carlos Rosales (1984) cuando plantea:
"Una de las funciones que pueden desempeñar las imágenes en los textos de matemáticas; entre ellas quizás las más significativas son las de motivación, la sustitutiva, la redundante-asociativa y la de complementación.

La imagen puede combinarse con la palabra en numerosas ocasiones y la mayoría de las veces logra ocupar el lugar de protagonista. La palabra viene a constituir una serie de indicaciones para el trabajo sobre el contenido presentado por la imagen. Como ya se ha indicado, a veces la palabra antecede a la representación gráfica, con lo que relaciona desde un principio las características de la observación. En otras ocasiones se presenta primero la imagen permitiendo una observación inicial más abierta, libre y después la palabra dirige la actividad del alumno para profundizar en determinados aspectos".[41]

Otro niño, **T**, no logró comprender el enunciado debido a que no estableció ninguna relación con la pregunta del problema, y solamente halló la cantidad de jugos que había dentro de la caja. De este caso se analizó que la comprensión de una situación aritmética con enunciado verbal que está acompañada por una representación grafica, requiere para ser comprendida,

[41] RÓSALES, C. El lenguaje matemático en los textos escolares. En Enseñanza: anuario interuniversitario de didáctica (2),. Universidad de Salamanca. 1984. Pag, 161-162 [En línea] [consultado el 6 de diciembre de 2008] Disponible en : <http://espacio.uned.es/fez/view.php?pid=bibliuned:20263>

que el niño establezca una relación entre tres elementos: la imagen, la pregunta problema y la situación que se describe en dicho problema.

Finalizando esta parte del análisis realizado en esta investigación, frente a la cuarta situación aritmética se pudo identificar que el niño **JA,** no logró comprender el problema, lo cual se evidencia en la entrevista que se cita a continuación:

"E: ¿Qué indica el diecisiete y que indica el tres? ¿Qué indica cada uno de ellos?
JA: Las botellas pequeñas no pueden llenar tres vasos y las botellas grandes si.
E: ¿Cuántos vasos llena una botella pequeña?
JA: Uno.
E: ¿Cuántos vasos llena una botella grande?
JA: Tres."

Con base en lo anterior se observa que el niño no tuvo en cuenta uno de los enunciados planteados en el problema, el cual se cita a continuación: "**con el contenido de una botella pequeña se pueden llenar 3 vasos**". De esto se infiere que la contradicción del niño al momento de resolver este problema radicó en dos criterios fundamentales: 1) En desconocer el conjunto de datos que constituían la situación problema y 2) como consecuencia, no estableció una relación de los datos con la pregunta que estaba directamente relacionada con la intención del problema. Esto se evidenció en la hoja de respuestas, donde afirmó que una botella pequeña no puede llenar tres vasos; caso contrario cuando indicó que una botella grande si lo puede hacer.

Otro de los niños **JD**, consideró que este problema no tenía solución, debido a que, en las respuestas presentadas en esta situación problema, no estaba la respuesta que él tenía; en las hojas de respuesta. El niño comentó: *"En el problema número cuatro ninguna respuesta me da*"; esto evidenció que el error cometido por el niño fue no entender que el conector "entre" presentado en cada una de las respuestas indicaba una aproximación a los datos mencionados para cada una de las posibles soluciones.

Para sustentar lo anterior es de vital importancia relacionar los planteamientos de Patricia Sastre Vázquez, Carolina Boubée, Graciela Rey, Olga Delorenzi (2008) quienes consideran que los conectores funcionan como instrucciones para la comprensión del texto y si los conectores no son interpretados adecuadamente, o bien son pasados por alto, se genera comprensión débil o errónea.

En síntesis, la resolución de los problemas matemáticos depende en principio de la comprensión del enunciado y luego de la conversión de las informaciones que se presentan: se debe pasar de una descripción discursiva de los objetos a una escritura simbólica (numérica o literal) de sus relaciones, es decir, a un modelo simbólico de la situación. No debe pensarse que este pasaje es automático y directo y que el alumno, incluso pudiendo trabajar eficazmente en los registros de partida y de llegada efectuando tratamientos de las representaciones, por separado, pueda lograr la conversión entre registros.[42]

Folch (1982) en su investigación encontró que los errores más frecuentes corresponden a los errores de comprensión del problema y la elección de las operaciones que conllevan a su solución. Los errores cometidos en dar correctamente la respuesta representan la tercera causa de error.[43] Esto concuerda con la presente investigación porque se identificó que las dificultades a la hora de resolver un problema aritmético compuesto tienen las mismas proporciones que las dificultades planteadas por Folch en su investigación; en primer lugar el mayor índice de dificultad asociado a la resolución de problemas planteados en el instrumento obedeció a la comprensión del problema. En segundo lugar al conocimiento estratégico, en tercer lugar a errores en cálculos y finalmente en cuarto lugar a errores al momento de dar una respuesta a los problemas propuestos.

---

[42] SASTRE, Patricia., et al. (2008) La comprensión: proceso lingüístico y matemático. En OEI. Revista Iberoamericana de Educación.[en línea] [consultado el 9 de diciembre de 2008] Versión digital en: <http://www.rieoei.org/2219.htm>

[43] FOLCH. Op cit; p. 136

Con respecto a las estrategias empleadas por cada uno de los niños cuando resolvieron las situaciones aritméticas planteadas en el instrumento, se logró hacer una categorización de éstas con respecto al heurístico más utilizado por los niños y al acierto o no que presentaron los mismos en cada una de las fases planteadas por Polya.

Se utilizó la categorización porque es el procedimiento dentro de la investigación de carácter descriptivo que permite mostrar los datos obtenidos. Se trabajó basados en la categorización propuesta por George Polya, ya que en ella se presentan los tres tipos de conocimiento analizados en esta investigación, los cuales son conocimiento algorítmico, conocimiento lingüístico y conocimiento estratégico al igual que se tienen en cuenta las competencias interpretativa, argumentativa y propositiva. Esta categorización se diferencia de las demás porque las últimas se sustentan en la categorización propuesta por Polya.

En cuanto a la categorización de cada una de las estrategias fue posible organizar en forma de tabla las estrategias heurísticas más utilizadas por los niños cuando se enfrentaron a cada una de las situaciones problema planteadas en el instrumento de investigación. En ellas se evidenció la manera como los niños utilizaron cada tipo de heurístico según correspondió a la estrategia que ellos utilizaron, además se pudo determinar cuántos niños utilizaron este heurístico; en este sentido se concluye que el heurístico más utilizado por los niños fue análisis de medios y fines, a su vez el segundo heurístico más utilizado fue la simplificación y finalmente el heurístico menos utilizado por el grupo de niños a la hora de resolver una situación aritmética compuesta con enunciado verbal fue el ensayo y el error.

<table>
<tr><th rowspan="2">Situaciones aritméticas con enunciado verbal</th><th colspan="2">Procedimiento estratégico realizado por los niños</th><th rowspan="2">Fases en las cuales se presentaron errores</th><th rowspan="2">Niños</th></tr>
<tr><th>Estrategia utilizada</th><th>Número niños</th></tr>
<tr><td rowspan="15">Problema 1
Manuel y Diana reunieron el dinero que tenían, se acercaron a la caseta de la granja para comprar algo de comer. En la caseta estaba la siguiente lista de precios.
Gaseosa $ 800
Papas fritas $ 600
Chocolatina $ 400
Empanadas $ 500
Jugos
Bolsa de agua $ 300


Manuel y Diana compraron 2 jugos y 2 empanadas y pagaron $2400 en total. El precio de cada jugo es:
a. $500
b. $600
c. $700
d. $1200</td><td rowspan="5"><u>Simplificación</u>
En este problema se puede observar que los niños dividieron el problema en otros más sencillos, en los cuales calcularon el valor de las empanadas y luego restaron este valor a la cantidad conocida.</td><td rowspan="5">3</td><td>I</td><td>0</td></tr>
<tr><td>II</td><td>0</td></tr>
<tr><td>III</td><td>0</td></tr>
<tr><td>IV</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Ningún error</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="5"><u>Análisis de Medios y Fines</u>
Otro grupo de niños calculó el valor de las empanadas y luego le sumo el valor de los jugos, llegando a la cantidad conocida.</td><td rowspan="5">6</td><td>I</td><td>0</td></tr>
<tr><td>II</td><td>0</td></tr>
<tr><td>III</td><td>0</td></tr>
<tr><td>IV</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Ningún error</td><td>6</td></tr>
<tr><td rowspan="5"><u>Ensayo y Error</u>
En este problema se observa que el niño desconoció los datos presentados en el problema y utiliza los datos presentados como solución para encontrar una respuesta que sumada con si misma diera el valor comprado.</td><td rowspan="5">1</td><td>I</td><td>1</td></tr>
<tr><td>II</td><td>0</td></tr>
<tr><td>III</td><td>0</td></tr>
<tr><td>IV</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Ningún error</td><td>0</td></tr>
</table>

TABLA 1. Primera situación aritmética con enunciado verbal en la cuál se presenta el heurístico trabajado por el niño y la fase según Polya en la que se presentaron errores. **Fuente:** Autores.

<table>
<tr><th rowspan="2">Situaciones aritméticas con enunciado verbal</th><th colspan="2">Procedimiento estratégico realizado por los niños</th><th rowspan="2">Fases en las cuales se presentaron errores</th><th rowspan="2">Niños</th></tr>
<tr><th>Estrategia utilizada</th><th>Número niños</th></tr>
<tr><td rowspan="10">Problema 2
Como les sobró dinero, Manuel y Diana invitaron a algunos compañeros y gastaron en total $2600; según este valor no es posible que haya comprado:
a. 2 empanadas y 2 gaseosas
b. 4 empanadas y 2 bolsas de agua
c. 2 papas fritas y 4 bolsas de agua
d. 4 chocolatinas y 2 empanadas</td><td rowspan="5"><u>Simplificación</u>
Los niños resolvieron este problema aritmético encontrando el valor de los productos enunciados en el primer ítem por separado y luego sumaron estos precios encontrados.</td><td rowspan="5">3</td><td>I</td><td>3</td></tr>
<tr><td>II</td><td>0</td></tr>
<tr><td>III</td><td>0</td></tr>
<tr><td>IV</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Ningún error</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="5"><u>Análisis de Medios y Fines</u>
El niño identifica los medios a través de los cuales resolver el problema, por eso en primer lugar el halla el valor del primer producto enunciado y luego hace esto con el segundo producto; finalmente suma estos dos valores encontrados y mira si para él es la respuesta al problema planteado,</td><td rowspan="5">7</td><td>I</td><td>3</td></tr>
<tr><td>II</td><td>0</td></tr>
<tr><td>III</td><td>0</td></tr>
<tr><td>IV</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Ningún error</td><td>4</td></tr>
</table>

Tabla 2. Segunda situación aritmética con enunciado verbal en la cuál se presenta el heurístico trabajado por los niños y la fase según Polya en la que se presentaron errores. **Fuente:** Autores.

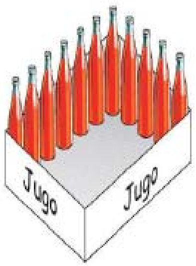
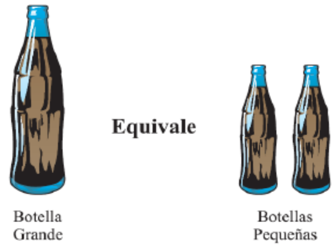
Situaciones aritméticas con enunciado verbal	Procedimiento estratégico realizado por los niños		Fases en las cuales se presentaron errores	Niños
	Estrategia utilizada	Número niños		
Problema 3 *Como los jugos se venden en la caseta, están empacados en cajas; observa los jugos que quedan para la venta en una de ellas.* *Si cuando los niños llegaron a la granja la caja estaba llena, ¿cuántos jugos de esta caja se han vendido?* a. 11 b. 23 c. 24 d. 35	***Analogía*** El niño resuelve este problema basado en una experiencia previa en la cual recuerda un concepto enseñado por una de sus maestras e intenta transferir a la situación planteada en la prueba.	2	I	1
			II	1
			III	0
			IV	0
			Ningún error	0
	Análisis de Medios y Fines Los niños parten de los datos iniciales en este caso, la cantidad que puede haber en la caja cuando esta llena y la cifra que quedo sin vender, con estos datos llegan a la solución a partir de la aplicación de ciertas operaciones básicas y cierto análisis con respecto a este resultado.	7	I	1
			II	0
			III	0
			IV	2
			Ningún error	4
	***Ensayo y Error*** El niño observa que son dos hileras y en cada hilera hay cinco envases de jugo, luego procede a hacer una multiplicación y mira que este valor está entre las respuestas.	1	I	1
			II	0
			III	0
			IV	0
			Ningún error	0

Tabla 3. Tercera situación aritmética con enunciado verbal en la cual se presenta el heurístico trabajado por los niños y la fase según Polya en la que se presentaron errores. **Fuente:** Autores.

<table>
<tr><th rowspan="2">Situaciones aritméticas con enunciado verbal</th><th colspan="2">Procedimiento estratégico realizado por los niños</th><th rowspan="2">Fases en las cuales se presentaron errores</th><th rowspan="2">Niños</th></tr>
<tr><th>Estrategia utilizada</th><th>Número niños</th></tr>
<tr><td rowspan="10">Problema 4
La capacidad de una botella grande es igual a la capacidad de dos botellas pequeñas, como se muestra en la siguiente figura.


Con el contenido de una botella pequeña se pueden llenar 3 vasos. Si se desean llenar 17 vasos se necesitan:
a. Entre 5 y 6 botellas pequeñas.
b. Entre 5 y 6 botellas grandes.
c. Entre 6 y 7 botellas pequeñas.
d. Entre 6 y 7 botellas grandes.</td><td rowspan="5"><u>Análisis de Medios y Fines</u>
El niño identifica en los datos iniciales la cantidad de vasos que hay en una gaseosa pequeña o grande y la cantidad de vasos que se necesitan llenar y realiza una división.</td><td rowspan="5">2</td><td>I</td><td>1</td></tr>
<tr><td>II</td><td>0</td></tr>
<tr><td>III</td><td>0</td></tr>
<tr><td>IV</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Ningún error</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="5"><u>Simplificación</u>
El niño descompone el problema en unos más pequeños, realizando la conversión entre vasos que hay en una botella pequeña a la cantidad de botellas que se necesitan para llenar diecisiete vasos para esto realiza una multiplicación o una suma para llegar a esta cantidad.</td><td rowspan="5">8</td><td>I</td><td>0</td></tr>
<tr><td>II</td><td>0</td></tr>
<tr><td>III</td><td>0</td></tr>
<tr><td>IV</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Ningún error</td><td>7</td></tr>
</table>

Tabla 4. Cuarta situación aritmética con enunciado verbal en la cual se presenta el heurístico trabajado por los niños y la fase según Polya en la que se presentaron errores. **Fuente:** Autores.

8. CONCLUSIONES

- Con respecto al conocimiento estratégico evidenciado en las pruebas presentadas por los niños, fue posible analizar sus planteamientos a la luz de las fases planteadas por Polya. Este análisis permitió identificar el tipo de acierto y error que cada uno de los niños tuvo en sus soluciones, relacionando esta información con las fases comentadas anteriormente.

  Con base en lo anterior fue posible entender que el error más frecuente de los niños está relacionado con la comprensión del problema, debido a que algunos niños fallaron en la identificación de los datos presentados en forma verbal e icónica, así como la pregunta relacionada a cada problema.

- Además de esto, se pudo observar que el desacierto de algunos niños también se presentó en la cuarta fase planteada por Polya, visión retrospectiva, debido a que aunque el análisis hecho para resolver cada situación problema fue el adecuado, así como la estrategia a aplicar, no se detuvieron a reflexionar con respecto a los datos que utilizaron para resolver cada una de las situaciones planteadas; de igual forma también se pudo identificar la presencia de errores en la segunda fase; esto obedece a que algunos niños en esta fase no identificaron la incógnita ni su relación con los datos del problema y la pregunta problema.

- En lo relacionado con el conocimiento algorítmico fue posible observar que los niños se enfrentaron a cada una de las situaciones planteadas en forma organizada y aplicando, en cierta parte, las operaciones que en su momento utilizaría el resolutor ideal. En este sentido es posible afirmar que los niños identificaron claramente las operaciones que debían utilizar para resolver cada una de estas situaciones, independiente del hecho de efectuar correctamente las operaciones que cada uno de ellos planteó.

  Con base en lo anterior, se puede afirmar que el acierto o no mostrado en las soluciones presentadas por cada niño en cada una de las situaciones planteadas en el instrumento, no está determinado por las operaciones que se pueden utilizar para resolver estas situaciones, sino por la comprensión del enunciado del problema, así como de la estrategia empleada y el análisis de los resultados encontrados.

- Comprender un problema implica identificar los datos presentados del problema, así como detenerse a reflexionar en la pregunta que tiene el mismo, pero este proceso no tiene sentido si no se tiene en cuenta toda la información presentada en el enunciado del problema.

  En el análisis hecho de cada una de las soluciones dadas por los niños que participaron en esta investigación, fue posible observar que sus aciertos, así como sus errores, están relacionados con la comprensión del problema y con el hecho de tener en cuenta la información presentada en el enunciado del problema. En este sentido cabe resaltar la importancia de detenerse a interpretar cada uno de estos enunciados y a su vez, expresarlos en lenguaje matemático. El hecho de lograr este proceso lógico-matemático permitió que algunos niños ejecutaran de manera eficaz cada una de las fases planteadas por Polya y por consiguiente, resolver correctamente cada una de las situaciones planteadas en el instrumento.

  En cuanto a quienes no lograron comprender cada situación planteada en el instrumento, se pudo evidenciar que sus errores coinciden con los planteados por Kintsch (1987), es decir: que los errores más frecuentes cuando se intenta resolver un problemas son: 1) mal uso o desconocimiento de estrategias aritméticas, falsas concepciones y fracaso en el procedimiento de conteo, 2) comprensión equivocada del problema, principalmente, por factores lingüísticos, y 3) sobrecarga de elementos en la memoria de corto plazo. En este sentido se puede confirmar que la solución efectiva de una situación problema depende: de un análisis correcto, de aplicar estrategias adecuadas, de efectuar operaciones acertadamente, y de la comprensión del problema, es decir, del todo y de sus partes. Esto significó reconocer que el niño puede tener la habilidad para alcanzar el mismo nivel del resolutor ideal debido a que el mismo puede llegar a ser el resolutor ideal.

- En cuanto a la categorización de cada una de las estrategias, fue posible organizar en forma de tabla las estrategias heurísticas más utilizadas por los niños cuando se enfrentaron a cada una de las situaciones problema planteadas en el instrumento de investigación. En ellas se evidenció la manera como los niños utilizaron cada tipo de heurístico según correspondió a la estrategia que ellos utilizaron, además se pudo determinar cuántos niños utilizaron este heurístico; en este sentido se concluye que el heurístico más utilizado por los niños fue análisis de medios y fines, a su vez el segundo heurístico más utilizado fue la simplificación y finalmente el heurístico menos utilizado por el grupo de niños a la hora de resolver una situación aritmética compuesta con enunciado verbal fue el ensayo y el error.

- Con la presente investigación se logró identificar que la entrevista fue una herramienta fundamental porque permitió apreciar el lenguaje matemático que cada uno de los niños presentó al momento de resolver las situaciones planteadas y sus explicaciones dadas durante ella, debido a que este ejercicio facilitó observar y sistematizar con más detalle y de manera eficaz, los procesos lógico-matemáticos que los niños presentaron cuando se enfrentaron a las situaciones planteadas en el instrumento.

9. RECOMENDACIONES

- Tomando como referente las respuestas dadas por los niños que fallaron en la solución de alguna de las situaciones planteadas, fue posible observar que el mayor índice de error se observó en la segunda situación planteada, donde su enunciado estaba dado en forma de negación. Con base en esta información se recomienda que los problemas que sean planteados a los niños presenten una variedad en sus enunciados, para no tener que estandarizar generalmente sus procedimientos y estrategias de solución, ya que en las soluciones dadas por los niños participantes de esta investigación fue posible observar que ellos relacionaban los datos presentados en el problema con las operaciones matemáticas básicas, pero sin detenerse a pensar el por qué efectuarlas y mucho menos lograr analizar la conveniencia o no de utilizar la información encontrada con las operaciones realizadas.

- Teniendo presente que algunos niños no tuvieron en cuenta los gráficos utilizados para presentar cierta parte de la información de cada problema, lo que implicó que ellos fallaran en su análisis y por consiguiente, en las soluciones presentadas, se reconoce de vital importancia que los niños pueden mejorar sus procesos de interpretación y análisis de situaciones problema, a partir del uso continuo de situaciones donde se involucre en la información del problema, tablas, representaciones gráficas, y a su vez cuenten con la orientación adecuada del docente para poder lograr una apropiada mediación entre el conocimiento y el aprendizaje.

- Finalmente se recomienda que la enseñanza de las matemáticas este vinculada con dos pilares fundamentales de todo proceso de resolución de problemas matemáticos con enunciado verbal. Primero, el conocimiento estratégico en lo relacionado con las fases propuestas por Polya y segundo el conocimiento lingüístico y semántico en lo referente al análisis de enunciados e interpretación; esto implica la realización de un trabajo interdisciplinario el cual vaya de la mano el área de Aptitud Verbal y el área de Matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

____________. Operaciones fundamentales en la aritmética del ábaco chino. (Peter Yang, trad.) [En línea] [consultado el 10 de Diciembre de 2008] disponible en: <http://www.librosmaravillosos.com/swanpan/index.html >

ACEVEDO, M. GARCÍA, G. Competencias y proyecto pedagógico. Artículo. La evaluación de las competencias en matemáticas y el currículo: un problema de coherencia y consistencia. Universidad Nacional de Colombia. Unibiblos. Bogotá. 2000.

ALFARO,C. y BARRANTES,H. ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. En cuadernos de formación e investigación en educación matemática. . [En línea] No. 4 (2008) disponible en: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno4/cuaderno4_c5.pdf >

ALONSO, I. y MARTINEZ, N. La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. En: Revista pedagogía Universitaria. [En línea] Vol. 8 No. 3 (2003) [consultado el 10 de Noviembre 2008] Versión digital en: <http://revistas.mes.edu.cu/Pedagogia-Universitaria/articulos/2003/3/189403307.pdf/ >

AVILÉS, M. Aplicación de la lectura comprensiva al razonamiento lógico matemático. En: Ceip Intelhorce Plan Mejora De La Calidad Y Comprensión Lectora[En línea] [consultado el 23 de noviembre de 2008] Versión digital en: <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/intelhorce/bibliote/planlector.pdf>

BERMEJO, V. Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor. Citado por López, Juan. Relación de problemas tipificados sobre las operaciones adición y sustracción. Primer ciclo de primaria. [En línea] [consultado el 3 de diciembre de 2008] Versión digital en: <http://ares.cnice.mec.es/matematicasep/pr/generales/probSumasRestas.pdf>

BERMEJO, V. Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor. Citado por López, Juan. Relación de problemas tipificados sobre las operaciones multiplicación y división. Primer ciclo de primaria. [En línea] [consultado el 3 de diciembre de 2008] Versión digital en:
< http://ares.cnice.mec.es/matematicasep/pr/generales/probMultDiv.pdf>

BRESSAN, O. Los números y las operaciones aritméticas. [En línea] [consultado el 2 de noviembre de 2008] <Versión digital en: <http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/las_7_operaciones.pdf >

CÁRDENAS, F. y SARMIENTO, F. Desarrollo Y Evaluación De Competencias En Ciencias. En Competencias Y Proyecto Pedagógico. Universidad Nacional De Colombia. 2001.

CASAJÚS LACOSTA, Ángel. La resolución de problemas aritmético-verbales por alumnos con Déficit de atención con hiperactividad. Barcelona, 2005. Tesis (Doctor por la facultad de formación del profesorado). Universitat de Barcelona. Programa de Doctorado en Didáctica de las matemáticas y ciencias experimentales

CASTILLO, M. y RAMIREZ, A. Aspectos teóricos sobre problemas aritméticos verbales aditivos y las dificultades que se presentan en estudiantes de la primera etapa de educación básica en Venezuela. [En línea] Versión digital en:<http://www.jai-upelipc.org/planillas/ponencias/resumen_para_ponencia_del_congreso_de_investigaacion_2%5B1%5D%5B1%5D.doc >

CERVANTES, G., et al. Descripción y análisis de procesos de pensamiento de estudiantes al resolver problemas matemáticos. En: Ingeniería y Desarrollo. [En línea] [consultado el 31 de octubre de 2008]Disponible en: <http://ciruelo.uninorte.edu.co/pdf/ingenieria_desarrollo/1/1%20Descripcion%20y%20analisis%20de%20proceso%20de%20pensamiento%20de%20estudiante.pdf>

COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. ABC de las pruebas Saber. En: Colombia Aprende.[En línea][consultado el 15 de octubre de 2008] Disponible en:<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/estudiantes/1599/article-89525.html>

________. Lineamientos Curriculares (1998). Bogotá.

DE GUZMÁN, M. Juegos matemáticos en la enseñanza. En: Actas de las IV Jornadas sobre aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Santa Cruz de Tenerife. España. 10 – 14 Septiembre 1984.[consultado el 11 de octubre de 2008]Disponible en: <www.tecnica80sinaloa.edu.mx/MaterialEducativo/Matematicas/Documentos/01Juegos%20matem%C3%A1ticos%20en%20la%20ense%C3%B1anza.pdf>

ENGLER, A., et al. Los errores en el aprendizaje de las matemáticas. [En línea] [consultado el 31 de Noviembre de 2008] Versión digital en: <http://www.soarem.org.ar/Publicaciones/Los%20Errores.pdf>

FOLCH, M. Los problemas aritméticos de la enseñanza de primaria. Estudio de Dificultades y propuesta didáctica. En: Educar.[en línea] [consultado el 2 de noviembre de 2008] disponible en: <http://ddd.uab.cat/pub/educar/0211819Xn17p119.pdf>

GONZÁLES, J., et al. Comprensión de problemas aritméticos en alumnos con y sin éxito. En: Psicothema. [en línea] Vol. 11 No. 3 (1999)p. 505-515;[consultado el 25 de noviembre de 2008] Versión digital en: <http://www.psicothema.com/psicothema.asp?id=304>

GONZÁLEZ J. Aproximación a un modelo teórico operativo para la comprensión del conocimiento matemático. Citado por GALLARDO, J. (2001) En: Comprensión del algoritmo estándar de la multiplicación: Un estudio exploratorio en escolares de 10 a 14 años. (2001) [En línea] [consultado el 23 de noviembre de 2008]Versión digital en:< http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/GallardoJ01-2608.PDF>

MAYER, R. Psicología de la educación. El aprendizaje en las áreas de conocimiento. Citado por FOLCH,M. Los problemas aritméticos de la enseñanza de primaria. Estudio de Dificultades y propuesta didáctica. En: Educar. [en línea] [consultado el 2 de noviembre de 2008]Disponible en: <http://ddd.uab.cat/pub/educar/0211819Xn17p119.pdf >

MAYER, R. Psicología de la educación. El aprendizaje en las áreas de conocimiento**.** Citado por TÁRRAGA, R. ¡Resuélvelo! Eficacia de un entrenamiento en estrategias cognitivas y metacognitivas de solución de problemas matemáticos en estudiantes con dificultades de aprendizaje. Universitat de Valencia. España.[consultado el 20 de noviembre de 2008] Disponible en: < http://www.tdx.cat/TDX-1031108-104053/>

NIETO, J. Resolución de problemas matemáticos. En: Talleres de Formación Matemática. Maracaibo. (2004)[consultado el 19 de noviembre de 2008] Disponible en: <http://www.mipagina.cantv.net/elvismujica/Matematicaproblemas.pdf >

OBANDO, G. y MÚNERA, J. Las Situaciones Problemas Como Estrategia Para La Conceptualización Matemática. En: Revista Educación Y Pedagogía. Medellín: Universidad De Antioquia, Facultad De Educación. [en línea].Vol. XV, No. 35.(2003) [consultado el 25 de noviembre de 2008] Disponible en: <http://cmapspublic.ihmc.us/servlet/SBReadResourceServlet?rid=1171396978406_177445627_21642>

PALENCIA, A. y TALAVERA, R. Estrategias innovadoras para la comprensión del lenguaje matemático. En: Revista Ciencias de la educación [en línea] Vol. 1 No. 23. (2004) [consultado el 29 de noviembre de 2008] disponible en: <http://servicio.cid.uc.edu.ve/educacion/revista/a4n23/23-3.pdf>

PEDRAZA, F. y GARZÓN, L. Nuevo examen de estado para el ingreso a la educación superior. Cambios para el siglo XXI. Ministerio de Educación Colombia. [en línea]. [consultado el 23 de noviembre de 2008]Disponible en: <http://200.26.128.174/web/index.php?option=com_docman&task=doc_view&gid=1191>

PELTIER, M. Problemas Aritméticos. Articulación, Significados Y Procedimientos De Resolución. En: Educación Matemática [en línea] Vol. 15, Núm. 3 (2003) [consultado el 2 de noviembre de 2008] disponible en:< http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40515303.pdf >

PÉREZ DE LOS SANTOS, R. Modelo quinario para la resolución de problemas matemáticos. En Revista Iberoamericana de Educación. [en línea] Núm. 47 (2008) [consultado el 1 de noviembre de 2008]Versión digital en: <http: //www.rieoei.org/expe/2135Santos.pdf.>

PERRENOUD, P. Construire des compétences, tout un programme. Entrevue. Citado por GÓMEZ, I. Resolución de Problemas y Competencias Básicas. [En línea][Consultado el 15 de octubre de 2008]. Disponible en: <http://piolin.zapto.org/jcbm/conferencias/gomez-chacon-resolucion_de_problemas_y_competencias_basicas.pdf >

PERÚ, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Orientaciones para el trabajo pedagógico en matemáticas. [en línea]. [consultado el 14 de noviembre de 2008]Versión digital en: <http://www.minedu.gob.pe/dinesst/Documentos/OTPMatematica.pdf>

POCHULU, Marcel (2005) Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. Universidad Nacional De Villa María, Argentina. En OEI. Revista Iberoamericana de Educación. [En línea] [consultado el 5 de diciembre de 2008]Versión digital en <http://www.rieoei.org/did_mat28.htm>

POGGIOLI, L. Estrategias de Resolución de Problemas. Serie Enseñando a Aprender. Cuadernos CENAMEC [en línea] [consultado el 4 de Noviembre de 2008]Versión digital en: <http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio53.htm >

PUIG, L y CERDÁN, F (1990). La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. Conferencia plenaria invitada en la *Cuarta Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa.* Acapulco, Guerrero, México.[en línea] [consultado el 15 de noviembre de 2008] Disponible en: <http://www.uv.es/puigl/acapulco90.pdf>

RAMÍREZ , Ruby. Evaluación de competencias matemáticas para octavo grado, prueba piloto. Bucaramanga, 2003. 72 p. Monografía (Licenciatura en Matemáticas). Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas.

ROCHA, A., et al. Propuesta General. En: Nuevo examen para el ingreso a la educación superior. Cambios para el siglo XXI. [En línea] [consultado el 1 de diciembre de 2008]. Ver disponible en: <http://200.26.128.174/web/index.php?option=com_docman&task=doc_view&gid=1200 >

RÓSALES, C. El lenguaje matemático en los textos escolares. En Enseñanza: anuario interuniversitario de didáctica (2),. Universidad de Salamanca. 1984. Pag, 161-162 [En línea] [consultado el 6 de diciembre de 2008] Disponible en : <http://espacio.uned.es/fez/view.php?pid=bibliuned:20263>

SASTRE, Patricia., et al. (2008) La comprensión: proceso lingüístico y matemático. En OEI. Revista Iberoamericana de Educación.[en línea] [consultado el 9 de diciembre de 2008] Versión digital en: <http://www.rieoei.org/2219.htm>

SOCAS, M. y CAMACHO, M. Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Algunas Reflexiones. En: Boletín de la Asociación Matemática Venezolana. [En línea] Vol. X, No. 2 [consultado el 17 de octubre de 2008]Versión digital en:< http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/socas-machin.pdf >

TOBOSO PICAZO, J. Evaluación de habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos. Departamento de métodos de investigación y diagnóstico en ecuación. Universitat de Valencia. Servei de Publicacions. España. 2004. [en línea] [consultado el 10 de octubre de 2008] ver disponible en:< http://www.tdx.cesca.es/TDX-0519105-125833/>

TORRADO, M. Educar Para El Desarrollo De Las Competencias Una Propuesta Para Reflexionar. En Competencias Y Proyecto Pedagógico. Universidad Nacional De Colombia. 2001

VILANOVA, S., et al (2001). La Educación Matemática: el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. En OEI. Revista Iberoamericana de Educación.[consultado el 29 de noviembre de 2008] Versión digital en <http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF>

VILLALOBOS, X. Resolución de Problemas Matemáticos: Un cambio epistemológico con resultados metodológicos. En Revista Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en educación.[en línea]. Vol. 6, No.3 (2008). [consultado el 11 de Noviembre de 2008]. Versión digital en <http://www.rinace.net/arts/vol6num3/art2.pdf>

WOOLFOLK, A. Psicología Educativa. Citado por ESQUIVIAS, M. GONZÁLEZ, A. Habilidades de pensamiento: Solución de problemas y creatividad en la educación básica en México. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. México. [en línea] [consultado el 10 de octubre de 2008] ver disponible en:<http://www.formaciondocente.org.mx/Bibliotecadigital/03_Aprendizaje/07%20Habilidades%20del%20pensamiento.pdf>

YEPES, A. y MOSQUERA, U. Resolución de problemas y Talento Matemático. [En línea].[Consultado el 20 de Octubre de 2008.] Disponible en: <http://dma.pedagogica.edu.co/dmdocuments/encuentro_16/58.pdf>

ANEXOS

A. AUTORIZACIÓN

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II

Bucaramanga, Octubre 24 de 2008

Señores:

Padres de Familia

E.S.M

En la clase de matemáticas se está desarrollando el proyecto de investigación denominado: **DESCRIPCIÓN DEL DESEMPEÑO EN RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES EN DOS GRUPOS DE NIÑOS EN CONDICIONES DE ESCOLARIZACIÓN (C.E.) EN EDADES ENTRE LOS 9 Y LOS 11 AÑOS DE DOS SEDES DEL COLEGIO METROPOLITANO DEL SUR.**

Queremos formalmente solicitarle su autorización para que su hijo forme parte de nuestro grupo de investigación como sujeto de la misma, e igualmente el nombre de su hijo no será presentado en la publicación de los resultados. Ésta autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de su hijo en forma de fotos, guías de clase y entrevistas.

HERNÁN DARÍO RINCÓN

Hernán Darío Rincón Almeyda
Estudiante investigador

Carlos Arturo Pérez Reyes
Estudiante investigador

Daniel Moreno Caicedo
Orientador de investigación
Escuela de Matemáticas

Autorizamos la participación de nuestro hijo en la investigación: **DESCRIPCIÓN DEL DESEMPEÑO EN RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES EN DOS GRUPOS DE NIÑOS EN CONDICIONES DE ESCOLARIZACIÓN (C.E.) EN EDADES ENTRE LOS 9 Y LOS 11 AÑOS DE DOS SEDES DEL COLEGIO METROPOLITANO DEL SUR.**

13 848.254

Flor Maria Castillo
63.334.046

B. SOLUCIÓN PLANTEADA POR C

El Dorado

HOJA DE RESPUESTAS UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Universidad Industrial de Santander

RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES

NOMBRES
APELLIDOS
EDAD 11 AÑOS SEXO mascalino

1)

ANÁLISIS	OPERACIONES
manuel y Diana reunieron Dinero para ir alacaseta a comprar algo de comer	Los 2 jugos y 2 empanadas costaron 1.200 porque 700+ 700 500 500 = 2400

RESULTADO: el primer analisis es la D Los 2 jugos y 2 empanadas 2.400

2)

ANÁLISIS	OPERACIONES
manuel y Diana invitaron alguntos compañeros y pagaron 2600 es La A porque 2 empanadas y	porque La A gaseosa 800+ gaseosa 800 empanada 500 empanada 500 = 2600

RESULTADO: La Segunda analisis e La a manuel y Diana se gastaron 2600 [illegible]

es que se vendieron 24	ay 11 jugos quedaron 24 $\begin{array}{r}24\\11\\\hline 35\end{array}$

RESULTADO: lo respuesta es la C porque se vendieron 24 jugos y quedaron 11

4)

ANÁLISIS	OPERACIONES
entre contenidoy doteya es que 77 vasos senesesitan 647 vasos	3 vasos y seyecharon 17

RESULTADO: y el contenido y 17 vasos desea ir na 17 larespuesta es D

5) **Idea y resuelve un problema que involucre alguna situación de tu vida diaria en tu barrio.**

cesa y cristian reunieron plata y para ir a la caseta y teniamos 2.400 y es
A) 2) papas y un agu
B) 3) aguas y unapapa
C) 1) agua y 2 papas D 2papa y 3 aguas

ANÁLISIS	OPERACIONES
es la D porque si	$\begin{array}{r}700\\700\\500\\500\\\hline 2400\end{array}$

RESULTADO: es 2 papasy un agua es lap ~~70~~ 70 y

C. SOLUCIÓN PLANTEADA POR AE

HOJA DE RESPUESTAS
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES

Universidad Industrial de Santander

NOMBRES
APELLIDOS
EDAD 10 AÑOS SEXO masculino

1)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Pues el precio es 2400 la empanada bale 500 y dos serian 1000, para q de 2400 el jugo bale 700.	500 500 + 700 700 ——— 2400

RESULTADO: ~~2400~~ 700 C

2)

ANÁLISIS	OPERACIONES
pues los q no compraron fue 2 papas y 4 bolsas de agua para da 2400 y tenia q dar 2006 y no sale.	600 600 300 + 300 300 300 ——— 2400

RESULTADO: 2400 C.

Se suma porq esta picha los lados de la caja	$14 + 10 = 24$
RESULTADO: 24 C	

4)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Se necesitan entre 6 y 7 botellas pequeñas	III 1 botella III 2 botella III 3 botella III 4 botellas III 5 bot III 6 botella
RESULTADO: 6 y 7 C	

5) **Idea y resuelve un problema que involucre alguna situación de tu vida diaria en tu barrio.**

ANÁLISIS	OPERACIONES
~~para~~ saberlo ~~se~~ ~~suma~~ ~~200 x 7~~ pues porq	$200 \times 7 = 1.400$; $1.400 + 44$; 1400 4 − 1504
RESULTADO: 1400 A	

D. SOLUCIÓN PLANTEADA POR JA

HOJA DE RESPUESTAS
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES

NOMBRES
APELLIDOS
EDAD 10 AÑOS SEXO masculino

1)

ANÁLISIS	OPERACIONES
un jugo bale 1.200 Manuel y daniela compra- ron dos jugos cuanto bale cada jugo	1200 1200 2400

RESULTADO: Rta cada jugo bale 1200

2)

ANÁLISIS	OPERACIONES
ellos compraron 2 gaseosas 2 empanadas	500 + 500 1.000 + 1600 2600

RESULTADO: Rta las dos empanadas balen 1000 y las dos gaseosas balen 1600 en total son 2600

Si la caja estaba llena bendieron 24 jugos	$\begin{array}{r} 18+ \\ 6 \\ \hline 24 \end{array}$

RESULTADO: Rta bendieron 24 jugos

4)

ANÁLISIS	OPERACIONES
una botella pequeña no llena 3 bason la llena una grande porqe equivale 2 pequenas	$\begin{array}{r\|l} 17 & 3 \\ \hline 2 & 5 \end{array}$

RESULTADO: Rta las pequellas llenan a 17 basos en 5

5) **Idea y resuelve un problema que involucre alguna situación de tu vida diaria en tu barrio.**

camila Dani compraron 2 gaseosas y 2 papitas fritas y pagaron 2800$ en total cada gaseosa cuanto bale

ANÁLISIS	OPERACIONES
una gaseosa 800$ camila Dani compraron dos gaseosas cuanto balen las dos gaseosa	$\begin{array}{r} 800+ \\ 800 \\ \hline 1600\$ \end{array}$

RESULTADO: Rta las dos gaseosas balen 1600 $

E. SOLUCIÓN PLANTEADA POR MA

HOJA DE RESPUESTAS
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Universidad Industrial de Santander

RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES

NOMBRES
APELLIDOS
EDAD 17 AÑOS SEXO F

1)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Esto es una suma para ayar el total del jugo	500 + 700 = 1200 + 1200 = 2400

RESULTADO: el jugo C dale en 2400$

2)

ANÁLISIS	OPERACIONES
ellos gastaron co a los amigos 2600 en: 2 empanadas y 2 gaseosas	800 + 800 + 500 + 500 = 2600$

RESULTADO: ellos A gastaron 2600$

3)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Ellos vendieron 14 jugos a	7X 2 14
RESULTADO: vendieron 14 jugos	

4)

ANÁLISIS	OPERACIONES
ellos necesitan 6 botellas de gaseosa para llenar los basos	6X 3 18
RESULTADO: se necesitan 6 botellas de gaseosa	

5) **Idea y resuelve un problema que involucre alguna situación de tu vida diaria en tu barrio.**

ANÁLISIS	OPERACIONES
Yo ise una suma para bar cuanto me valia todo.	1400 arroz 400 salchichon 500 yogur 2300
RESULTADO: 2300 que compre me vali 2300	

F. SOLUCIÓN PLANTEADA POR YV

Universidad Industrial de Santander

HOJA DE RESPUESTAS
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES

NOMBRES
APELLIDOS
EDAD 10 AÑOS SEXO femenino

1)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Compraron 2 jugos y 2 empanadas = \$2.400 en total = 500= Empanadas 500= Empanadas 700= Jugos 700= Jugos	500 + 500 = \$1.000 Jugos 700 + 700 = 1400 Empanadas \$1000 + \$1.400 = \$2.400

RESULTADO: El precio de cada jugo es de \$700
La RTA es la (1) C) \$700

2)

ANÁLISIS	OPERACIONES
A: 2 empanadas = \$1000 ; 2 gaseosas = \$1600 } \$2.600 B: 4 empanadas = \$2.000 ; 2 bolsas de agua: \$600 } \$2.600 C 2 papas fritas: \$1200 ; 4 bolsas de agua \$1200 } \$2400 D 4 chocolatinas: \$1.600 ; 2 empanadas: \$1000 } \$2600	C) 2 Papas fritas 600 × 2 = 1200 4 Bolsas de Agua 300 × 4 = 1.200 \$1.200 + \$1.200 = \$2.400

RESULTADO: No es posible que hayan comprado 2 papas fritas y 4 bolsas de agua porque eso da \$2.400 y hay dice que gastaron \$2.600 mi RTA es la C) 2 papas fritas y 4 bolsas de agua

3)

ANÁLISIS	OPERACIONES
como en la caja hay 11 jugos yo creo que se vendieron otros ~~11~~ porque la caja esta llena a la mitad	$11 + 11 = 22$ $22 - 11 = 11$
RESULTADO: Se han vendido 11 jugos Mi RtA es: A) 11.	

4)

ANÁLISIS	OPERACIONES
yo piensoque entre 5 y 6 botellas pequeñas porque con 5 botellas P. da 15 vasos y con 6 da 18 vasos	$5 \times 3 = 15$ $6 \times 3 = 18$
RESULTADO: Se necesitan entre 5 y 6 botellas Pequeñas Mi respuesta es: A)	

5) **Idea y resuelve un problema que involucre alguna situación de tu vida diaria en tu barrio.**

ANÁLISIS	OPERACIONES
En el barrio Diamante 1 los jugos P. valen $600 y los grandes valen $800 y Maria compra 2 grandes y 3 pequeños cuanto valen en total todos los jugos? ¿Le sobra los jugos? si ella tiene $3.600? ¿Cuanto le	$800 x 2 = $1.600 $600 x 3 = $1.800 $1600 + $1.800 = $3400 $3.600 − $3.400 = $200
RESULTADO: A Maria le valio en total todos los jugos $3.400 Si le sobran, le sobran $200.	

G. SOLUCIÓN PLANTEADA POR JS

Universidad Industrial de Santander

HOJA DE RESPUESTAS
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES

5° A

NOMBRES
APELLIDOS
EDAD 10 AÑOS SEXO masculino

1)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Miramos coanto balen las empanadas y se los restamos a lo qoe pagaron y el resoltado se divide en dos	2400 - 1000 = 1400 1400 ÷ 2 = 700
RESULTADO: los jugos vales $700	

2)

ANÁLISIS	OPERACIONES
tenemos que mirar el valor de los alimentos y somar lo que valen	1000 + 2 empanadas 1600 2 gaseosas 2600 1000 + 2 empana[das] 1600 4 chocolatin[as] 2600 2 papas fritas 1200 + 4 bolsas de agoa 1200 1400 1000 + 2 empana[das] 1600 4 chocolatin[as] 2600
RESULTADO: ellos escojieron 2 empanadas y 4 chocolatinas o 2 empanadas y 2 gaseosas	

se multiplica cuanta botellas hay a lo largo y a lo ancho y se resta 11	$6 \times 5 = 30$ $30 - 11 = 19$
RESULTADO: se han bendido 19 botellas de jugo	

4)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Se divide 17 basos en 3 lo que nos da el resultado	17 | 3 2 5
RESULTADO: queda entre 5 y 6 botellas pequeñas	

5) **Idea y resuelve un problema que involucre alguna situación de tu vida diaria en tu barrio.**

ANÁLISIS	OPERACIONES
Juan ba a comprar 17 gaseosas cada una vale 800 ¿cuanto valen las 17 botellas? Se multiplica 17 por 800 y nos da el resultado	800 x 17 5600 800 13600
RESULTADO: las 17 botellas valen $13.600	

H. SOLUCIÓN PLANTEADA POR JD

EL DORADO

HOJA DE RESPUESTAS
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES

NOMBRES
APELLIDOS
EDAD 11 AÑOS SEXO M

1)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Cada jugo bale ~~[illegible]~~ 700 peso y se suma las empanadas con los jugos	700 700 500 500 2400

RESULTADO: los jugo valen 700 y las empanadas 500 eso me daria 2400.

2)

ANÁLISIS	OPERACIONES
2 empanadas y 2 gaseosas=2600 4empanadas y 2 bolsas de agua=2600 2 papas fritas y 4 bolsas 2400 4 chocolatinas y 2 empanadas=2600	600 600 300 300 300 300 2400

RESULTADO: con el valor de 2600 no es posible comprar 2 papas fritas y 4 bolsas de agua/ pues me da 2400

Se llena la Caja	$\begin{array}{r} 34 \\ \underline{11} \\ 23 \end{array}$

RESULTADO: Se Resta 34 menos 11 y meda 23

4)

ANÁLISIS	OPERACIONES
en en problema numero 4 ninguna Respuesta meda	$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ \underline{3} \\ 15 \end{array}$ $\begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ \underline{3} \\ 18 \end{array}$

RESULTADO: ~~no~~ con 5 Botellas pequeñas 15 y 6 meda 18

5) **Idea y resuelve un problema que involucre alguna situación de tu vida diaria en tu barrio.**

ANÁLISIS	OPERACIONES
en un Colegio hay 35 y faltaron 18 y 2 estaban enfermo Cuantos niños faltaron a Clases	$\begin{array}{r} 35 \\ \underline{18} \\ 23 \\ \underline{2} \\ 21 \end{array}$ $\begin{array}{r} 18 \\ \underline{35} \\ 23 \\ \underline{2} \\ 21 \end{array}$

RESULTADO: faltaron 20 niños

I. SOLUCIÓN PLANTEADA POR MC

HOJA DE RESPUESTAS
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES

NOMBRES

APELLIDOS

EDAD 10 AÑOS SEXO Femenino

1)

ANÁLISIS	OPERACIONES
700 jugos + 700 jugos 500 empanadas 500 empanadas 2400	

RESULTADO: Los jugos valen 700 pesos entonces Manuel dio 2400 2 empanadas 500 seria 100 y dos jugos 1400 en total 2400.

2)

ANÁLISIS	OPERACIONES
1600 a 1000 2600 · 16000 1000 2600 · 2000 600 2600 · 1200 1200 2400 yo eligi 2 empanadas 2 gaseosas son 2600 y tambien 4 chocolatinas y dos empanadas son 2600	Mientras 2 papas fritas y 4 bolsas de agua son 2600 2 papas fritas y 4 bolsas de agua da 2400 entonces son 3

RESULTADO: Entonces Manuel y Diana pudieron compar A B C que son 2 empanadas y 2 gaseosas 4 empanadas 2 bolsas de agua 4 chocolatinas y 2 empanadas pudieron compar con $2600

3)

ANÁLISIS	OPERACIONES
6X4= 24 JUGOS 24 11 35	
RESULTADO: se anvendido de JUGO en la caseta de la GanJa se vendio 24 JUGOS	

4)

ANÁLISIS	OPERACIONES
6x3 = 18 5x3 = 15 2x5 = 10 6x2 = 12 6x3 = 18 7x3 = 21	6x2 = 12 x 3 = 46 7x2 = 14 x3 = 42
RESULTADO: se le da alGuen en el contenido en la Botella 1 GRande salen 6 Vasos y 1 pequeña 3 Vasos	

5) **Idea y resuelve un problema que involucre alguna situación de tu vida diaria en tu barrio.**

ANÁLISIS	OPERACIONES
2 frecos valen 1000 2 Panes valen 1000 2 huevos valen 600 2 chacillas 1000	entonces si se compran 2 frecos - 2 Panes y 2 chacillas cuanto valen todo todo vale 2600
RESULTADO: en la tienda entonces pagan 2600 por Panes frecos y huevos serian 2600	

J. SOLUCIÓN PLANTEADA POR O

HOJA DE RESPUESTAS
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES

NOMBRES
APELLIDOS
EDAD 11 AÑOS SEXO M

1)

ANÁLISIS	OPERACIONES
debe mirar el precio de las empanadas y la multiplica x 2 que son la que se comen Manuel y diana y el resultado lo que quede y lo que sobre lo divide en 2 por los dos jugos que se tomaron	total pagaron 2400 - precio empanadas 1000 = 1200 lo quedan → se divide en 2 1200 | 2 = 600

RESULTADO: el precio de los jugos es de 600 pesos

2)

ANÁLISIS	OPERACIONES
yo encontre 2 respuestas 1 4 empanadas y 2 bolsa de agua 2 4 chocolatinas y 2 empanadas	4 empanadas 2 bolsa agua 500 × 4 = 2000; 300 × 2 = 600; 2000 + 600 = 2200 400 × 4 = 1600; 500 × 2 = 1000; 1600 + 1000 = 2600

RESULTADO: yo creo que Manuel y Diana poder gastarle a sus compañeros 4 empanadas y 4 chocolatinas y 2 empanadas

vienen 35 jugos en la caja portotal y hay 11	total gugos en la caja 35 jugos que hay en la caja 11 24

RESULTADO: se an vendido por total 24 jugos

4)

ANÁLISIS	OPERACIONES
una votella pequeña llena 3 vasos nesecita entre 5 y 6 boteyas	6x 5x 3 3 18 15 vasos

RESULTADO: nesecita entre 6 y 5 votellas pequeñas

5) **Idea y resuelve un problema que involucre alguna situación de tu vida diaria en tu barrio.**

ANÁLISIS	OPERACIONES
en mi barrio se presenta este problema hay 10 casas pero se bon los de 5 casas y queda la mitad pe lo no hay quien aga el aseo por ellos entonces se reunen y	y dicen que hagan el haseo una en partes iguales 10 | 2 00 5

RESULTADO: tienen que hacer el hase 2 veses por casa

K. SOLUCIÓN PLANTEADA POR T

Instituto Florece curso

HOJA DE RESPUESTAS
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

RESOLUCIÓN DE SITUACIONES ADITIVAS ENTRE NÚMEROS NATURALES

NOMBRES

APELLIDOS

EDAD 10 AÑOS SEXO F

1)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Que como las dos empanadas valen $1.000, quedan $1400 los cuáles los divido entre 2 y el resultado que me dé será el precio de cada jugo	1400 | 2 ; 000 700
RESULTADO: El precio de cada jugo es de: c)$700.	

2)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Tengo que sumar el valor de las 2 papas fritas por el valor de la 4 bolsas de agua; así me daré cuenta de que en la compra de las bolsas de agua y las papas fritas no me gasto los $2600	1200 + 1200 = 2400
RESULTADO: Según ese valor no es posible que Diana y Manuel hayan comprado c) 2 papas fritas y 4 bolsas de agua.	

3)

ANÁLISIS	OPERACIONES
Tengo que hacer una multiplicacion porque como yo pienso que hay 7 embases de largo y 5 embases de ancho.	$7 \times 5 = 35$

RESULTADO: la respuesta correcta es la D) 35 embases de jugo.

4)

ANÁLISIS	OPERACIONES
yo pienso que como con una botella pequeña se llenan 3 vasos y quieren llenar 17 vasos multiplicar 3 la cantidad de veces que sean necesarias hasta llegar aproximadamente a 17 vasos	$3 \times 5 = 15$

RESULTADO: la respuesta correcta para mi es la a) entre 5 y 6 botellas pequeñas

5) **Idea y resuelve un problema que involucre alguna situación de tu vida diaria en tu barrio.**

ANÁLISIS	OPERACIONES
yo pienso que la suma de las cantidades de fresco que tomaron cado uno me da la respuesta.	$$\begin{array}{r} 5 \\ 3 \\ +\ 6 \\ \hline 14 \end{array}$$

RESULTADO: todos se tomaron 14 vasos de fresco en total