

Uso formativo de las pruebas externas para mejorar los aprendizajes en matemáticas de los
estudiantes de 5° grado de una institución educativa oficial de Floridablanca, Colombia

Harold Jiménez Mindiola

Trabajo de grado para optar el título de Magister en Pedagogía

Directora

Yolima Beltrán Villamizar

PhD in educational theory and policy and comparative and international education

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias Humanas

Escuela de educación

Maestría en pedagogía

Bucaramanga

2018

Contenido

	Pág.
Introducción.....	10
1. Análisis y formulación del problema.....	11
2. Justificación	14
3. Objetivos.....	17
3.1 Objetivo general.....	17
3.2 Objetivos específicos	17
4. Marco teórico.....	18
5. Metodología	39
6. Resultados.....	56
7. Conclusiones.....	67
Referencias bibliográficas.....	70

Lista de figuras

	Pág.
<i>Figura 1.</i> Funcionamiento y mejoramiento del sistema educativo colombiano.....	11
<i>Figura 2.</i> Diseño cuasi-experimental de la investigación.....	42

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1. <i>Ejemplo de preguntas tipo Likert de la encuesta a profesores</i>	30
Tabla 2. <i>Preguntas a resaltar de la encuesta a los profesores de lenguaje</i>	31
Tabla 3. <i>Preguntas a resaltar de la encuesta a los profesores de Matemáticas</i>	32
Tabla 4. <i>Preguntas a resaltar de la encuesta a los profesores de Ciencias Naturales</i>	34
Tabla 5. <i>Cantidad de preguntas por componentes y competencias</i>	44
Tabla 6. <i>La pregunta en la plantilla de entrega de autores</i>	45
Tabla 7. <i>La pregunta en la plantilla de entrega de autores</i>	54
Tabla 8. <i>Promedios de los cuatro salones en las dos pruebas</i>	57
Tabla 9. <i>Análisis del comportamiento de los puntajes individuales de los estudiantes</i>	58
Tabla 10. <i>Análisis del comportamiento de los estudiantes con las preguntas trabajadas en el aula</i>	60
Tabla 11. <i>Comparación de los promedios de los porcentajes de mejora</i>	63

Lista de apéndices

	Pág.
Apéndice A. Autoría Prueba de Diagnostico Matemáticas 5°	75
Apéndice B. Prueba de Diagnostico Matemáticas 5°	124
Apéndice C. Prueba de Comparación Matemáticas 5°	132

Resumen

TÍTULO: USO FORMATIVO DE LAS PRUEBAS EXTERNAS PARA MEJORAR LOS APRENDIZAJES EN MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES DE 5° GRADO DE UNA INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL DE FLORIDABLANCA, COLOMBIA.*

AUTOR: HAROLD JIMÉNEZ MINDIOLA.**

PALABRAS CLAVE: EVALUACIÓN FORMATIVA, PRUEBA DE DIAGNÓSTICO

DESCRIPCIÓN:

Esta investigación se desarrolló en el marco de lo que el Ministerio de Educación de Colombia denomina “uso pedagógico de las evaluaciones externas” con lo cual se procura que los resultados de las pruebas externas sirvan para desarrollar los planes de mejoramiento institucionales a nivel del PEI, los planes de estudio y las prácticas de aula. El presente estudio, de carácter cuasi empírico, aplicó y evaluó la efectividad de una metodología de evaluación formativa propuesta por el autor a partir de unas estrategias planteadas por Dylan William. Después de aplicar una prueba de diagnóstico de matemáticas a cuatro grupos de 5° grado de una misma institución, se aplicó la metodología a dos de ellos durante dos meses. Luego se aplicó una prueba paralela de comparación a todos los grupos, que permitió evaluar el impacto de la metodología en los grupos experimentales. La metodología, que está constituida por unos pasos claramente definidos con acciones de mediación que permiten el desarrollo de las estrategias de evaluación formativa, se aplicó y desarrolló con las preguntas que fueron más difíciles para los estudiantes en la prueba de diagnóstico. Los resultados en la prueba de comparación mostraron una mejoría en ambos grupos experimentales, con valores significativamente superiores a los logrados por los grupos de control.

* Trabajo de grado.

** Corporación Educativa ASED.

Abstract

TÍTULO: FORMATIVE USE OF EXTERNAL ASSESSMENT TO IMPROVE THE LEARNING IN MATHEMATICS OF THE 5TH GRADUATE STUDENTS OF AN OFFICIAL EDUCATIONAL INSTITUTION OF FLORIDABLANCA, COLOMBIA.*

AUTHOR: HAROLD JIMÉNEZ MINDIOLA.**

KEYWORDS: FORMATIVE EVALUATION, DIAGNOSTIC TEST.

DESCRIPTION:

This research was developed within the framework of what the Ministry of Education of Colombia calls "pedagogical use of external evaluations", with which it is sought that the results of the external tests serve to develop the institutional improvement plans at the level of the PEI, curricula and classroom practices. The present study, of a quasi-empirical nature, applied and evaluated the effectiveness of a methodology of formative evaluation proposed by the author based on strategies proposed by Dylan William. After applying a math diagnostic test to four 5th grade groups from the same institution, the methodology was applied to two of them for two months. Then a parallel comparison test was applied to all the groups, which allowed to evaluate the impact of the methodology in the experimental groups. The methodology, which consists of clearly defined steps with mediation actions that allow the development of formative assessment strategies, was applied and developed with the questions that were more difficult for the students in the diagnostic test. The results in the comparison test showed an improvement in both experimental groups, with significantly higher values than those achieved by the control groups.

* Degree work.

** Educational Institution ASED.

Introducción

Los resultados en las pruebas externas estatales pueden llegar a tener fundamentalmente cuatro usos: Rendir cuentas ante el estado, clasificar a las instituciones educativas, clasificar a los estudiantes para ser seleccionados en las universidades, y servir como instrumento de evaluación y aprendizaje para las instituciones. Entre estos usos, el único que puede hacer un aporte a la transformación de las prácticas docentes de aula, es el último.

Tanto el ICFES como el MEN lo plantean como uno de los objetivos claves de la prueba externa, y lo dicen así:

El ICFES afirma que uno de sus objetivos de la prueba SABER es: “Monitorear la calidad de la formación que ofrecen los establecimientos de educación media” y en ese sentido, los informes de dicha prueba le deben servir a las instituciones educativas en los “procesos de autoevaluación y orientación de sus prácticas pedagógicas” (ICFES, 2017).

Por otro lado, en la GUÍA 34 para el mejoramiento institucional, el MEN propone como uno de los ejes de evaluación de la gestión académica el “uso pedagógico de las evaluaciones externas”. En este aparte, además se sugiere que “La institución hace seguimiento a la incidencia de los resultados de las evaluaciones externas en las prácticas de aula y realiza acciones correctivas para su ajuste, las cuales son establecidas en el plan de mejoramiento”.

La experiencia ha demostrado en estos 18 años de evaluación de competencias en Colombia que la utilización de estas pruebas en este sentido es muy mínima, y que el sistema educativo sigue dando mayor importancia a los otros tres objetivos.

Pero muchos artículos en los que se ha reflexionado sobre la importancia de poner en una interacción constructiva y formativa los resultados de las pruebas externas con las prácticas pedagógicas institucionales, algunos de los cuales se referencian en esta investigación, expresan esta necesidad.

Se consiguen artículos científicos que hablan al respecto, pero sigue siendo casi nulo el número de investigaciones que se han dedicado a cubrir esta necesidad, como lo demuestra la indagación teórica realizada por esta investigación. Es por ello que la presente investigación se ubica en este campo de necesidades y hace un aporte al respecto.

1. Análisis y formulación del problema

En términos ideales, el sistema educativo colombiano debería funcionar y mejorar a partir del funcionamiento y perfeccionamiento de las relaciones de retroalimentación entre el sistema de enseñanza y el sistema de evaluación externa, de la manera como se representa en la siguiente figura.

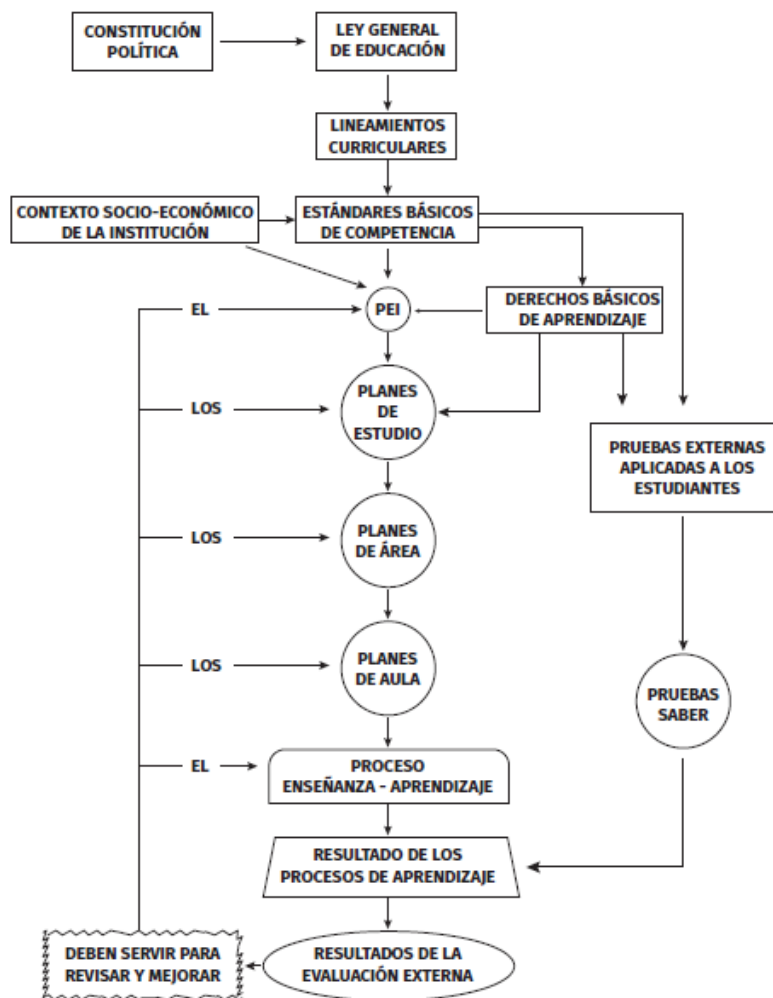


Figura 1. Funcionamiento y mejoramiento del sistema educativo colombiano

Como se puede observar en este esquema, propuesto por el autor, el papel de las pruebas externas SABER ‘es el de evaluar el nivel de cumplimiento de los objetivos de formación definidos en los lineamientos curriculares y precisados en los Estándares Básicos de Competencia y los Derechos Básicos de Aprendizaje’ (ICFES, 2017). La evaluación entonces, debe proporcionar información que le permita a dichas instituciones desarrollar planes de mejoramiento de la gestión académica en todos sus niveles. Lo anterior, está plasmado en la presentación que hace el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) de las Pruebas SABER de 3°, 5° y 9°, en donde se afirma que los resultados de estas evaluaciones permiten que las instituciones educativas, las secretarías de educación, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y la sociedad en general *“identifiquen las competencias y habilidades que todos los estudiantes colombianos desarrollan durante su trayectoria escolar, lo que les permitirá definir planes de mejoramiento en sus respectivos ámbitos de actuación.”* (ICFES, 2017). También, cuando se refiere a la prueba SABER 11, el ICFES afirma que uno de sus objetivos es: *“Monitorear la calidad de la formación que ofrecen los establecimientos de educación media”* y en ese sentido, los informes de dicha prueba le deben servir a las instituciones educativas en los *“procesos de autoevaluación y orientación de sus prácticas pedagógicas”* (ICFES, 2017). Por otro lado, está planteado en la GUÍA 34 para el mejoramiento institucional, en donde se propone como uno de los ejes de evaluación de la gestión académica el *“uso pedagógico de las evaluaciones externas”*. En este aparte, además se sugiere que *“La institución hace seguimiento a la incidencia de los resultados de las evaluaciones externas en las prácticas de aula y realiza acciones correctivas para su ajuste, las cuales son establecidas en el plan de mejoramiento”*. (MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, 2008, págs. 108 -109).

Ambos planteamientos, tanto el del ICFES como el del MEN, obedecen a la necesidad de darle forma al principio definido en la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994), según el cual las instituciones educativas tienen la autonomía para definir su currículo y el estado colombiano creará los instrumentos necesarios para evaluarlo.

Este uso pedagógico de la evaluación externa depende de cuatro variables: la primera, es el contenido de los informes que se entregan a las instituciones como producto de la aplicación de las pruebas. La segunda, es el conocimiento que las instituciones tengan sobre “la competencia”, que es el constructo evaluado por la prueba externa. La tercera, es el estudio y reflexión sobre las prácticas pedagógicas que posibilitan el desarrollo de las competencias. Y la cuarta, es el interés que las instituciones pongan en el uso de las tres variables anteriores.

La segunda, tercera y cuarta variables dependen de los procesos pedagógicos de los docentes y las instituciones. En cuanto a la primera, el contenido de los informes, se sabe que los informes que entrega el ICFES a cada institución son fundamentalmente cuantitativos y están conformados por tres partes: la distribución porcentual de estudiantes según niveles de desempeño; el puntaje promedio, margen de estimación y desviación estándar y el tercero, fortalezas y debilidades en las competencias y componentes evaluados.

Este informe va acompañado de una guía (ICFES, 2017) de interpretación de los mismos, en la que se adicionan algunas sugerencias pedagógicas para los estudiantes que están en cada uno de los niveles de desempeño; al verlos, se puede constatar que éstos son bastante descriptivos y que su uso por parte de las instituciones requeriría un alto nivel de compromiso institucional con la transformación y mejora de las prácticas.

Por lo tanto, el problema central de esta investigación se centra en el hecho de que los resultados de las pruebas externas no impactan las prácticas pedagógicas de los docentes y que esta situación

tiene una relación directa con los tipos de informes que actualmente entrega el ICFES a las instituciones y con la ausencia de un proceso de acompañamiento a las instituciones educativas que les permitan hacer un uso significativo de estos resultados, de tal manera que puedan llegar a impactar las didácticas que se desarrollan en el aula y de esta manera mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

Se plantea entonces la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo utilizar los resultados de las pruebas externas, tipo SABER, para mejorar los aprendizajes de los estudiantes e impactar las prácticas didácticas de los docentes?

2. Justificación

Esta investigación se justifica en la necesidad de establecer una relación más dinámica y significativa entre los informes de resultados de las pruebas externas realizadas a los estudiantes y entregadas a las instituciones educativas y las prácticas pedagógicas institucionales de enseñanza, aprendizaje y evaluación.

A este respecto, Miri Levin-Rozalis, socióloga, psicóloga y quien entre otras responsabilidades tiene a su cargo la dirección de los programas de pregrado y pos-grado en evaluación en the Ben-Gurion University de Israel, hace una propuesta desde la cibernética (LEVIN-ROZALIS, 2010, págs. 333–342), encaminada a llenar ese vacío y romper con la dicotomía entre la evaluación externa y los procesos pedagógicos que ocurren al interior de las instituciones, y que permita poner

al servicio de una evaluación completa, los conocimientos de los evaluadores externos y de los protagonistas del hacer pedagógico de las instituciones.

Por otra parte, Jan Vanhoof y Peter Van Petegem (VANHOOF & VAN PETEGEM, 2007, págs. 101–119) del Instituto of Educación y Ciencias de la Información de la Universidad de Amberes en Bélgica, en torno a estas tensiones entre evaluación interna y evaluación externa que, en palabras de ellos, siempre han existido, proponen que la complementariedad entre estas evaluaciones puede darse cuando los entes evaluadores externos y los procesos de evaluación interna hagan énfasis en la función formativa de la evaluación.

En el mismo sentido, se pueden resaltar, entre otros, los aportes de Caroline Long, Tim Dunne y Gabriel Mokoena (LONG, DUNNE, & MOKOEMA, 2014, págs. 158-178) quienes proponen que *“En el nivel micro, los arreglos del aula deben ser re-concebidos como sitios de aprendizaje”* pensando particularmente en la función formativa de las evaluaciones internas, y por otro lado *“a nivel macro, las evaluaciones sistémicas que se implementan requieren fuertes vínculos con la instrucción”* refiriéndose a las evaluaciones externas.

Con el fin de hacer un aporte en el sentido propuesto por el ICFES y por la Guía 34, esta investigación busca proponer un tipo de informe y una metodología de uso formativo del mismo en el aula, que atendiendo a la complejidad de los procesos que se dan al interior de las instituciones educativas, permitan una relación más sinérgica entre éstos y la evaluación externa, de tal manera que los docentes, a través de esta metodología, puedan avanzar en la comprensión de lo que sus estudiantes logran o no logran desarrollar con lo que les exige la prueba externa y así poder dimensionar lo que se puede hacer para mejorar los aprendizajes.

Es de resaltar que si bien el ICFES afirma que los resultados de la prueba les deben servir a las instituciones en los *“procesos de autoevaluación y orientación de sus prácticas pedagógicas”*

(ICFES, 2017) ninguna de las investigaciones que esta institución ha desarrollado o financiado han estado dirigidas a fortalecer esta relación entre los resultados de las pruebas externas y las prácticas pedagógicas del aula.

Por lo tanto, esta investigación hace un aporte en este campo y propone una metodología que posibilite a los docentes hacer un uso formativo de la prueba externa y avanzar sinérgicamente en cuatro aspectos: a) la comprensión de la evaluación externa, b) la comprensión de las exigencias cognitivas de la prueba y de las cuales los estudiantes o la mayoría de ellos no logran dar cuenta, c) la realización de un proceso didáctico que mejore los aprendizajes relacionados con estas exigencias, y d) la visualización de las acciones que él como docente debe hacer para que sus prácticas pedagógicas se adecuen a las mismas.

Estos cuatro aspectos son inseparables y para poder desarrollarlos se necesita de un proceso de acompañamiento, como lo plantean también Jan Vanhoof and Peter Van Petegem en su artículo, y del compromiso del docente con la metodología; acciones, que van más allá de los objetivos propuestos en esta investigación. El proceso de acompañamiento posibilitaría reflexiones sobre las prácticas de aula, los planes de aula y el currículo en general, permitiendo que sean los mismos docentes los que vayan poniendo en práctica la metodología, asumiendo la evaluación formativa a través de ella, reflexionando sobre los desarrollos cognitivos de los estudiantes y sobre las didácticas por él implementadas. Lo anterior significa que el espectro de posibilidades, al hacer un uso formativo de la prueba externa a través de la metodología propuesta, es amplio y puede contribuir a superar la brecha entre lo que plantean la ley y los Lineamientos Curriculares y las prácticas institucionales de aula.

Encaminándose hacia este uso formativo de la prueba externa, esta investigación propone la implementación de un proceso metodológico, desarrollado por un agente externo a la institución,

con el que se aspira a mejorar los aprendizajes relacionados con los conocimientos y procesos de pensamiento involucrados en las preguntas más difíciles de la prueba externa. Este proceso metodológico es el que se someterá a prueba en esta investigación.

3. Objetivos

3.1 Objetivo general

Determinar la efectividad de un proceso metodológico que permita hacer un uso formativo de las pruebas SABER para mejorar los aprendizajes de los estudiantes, relacionados con las competencias matemáticas establecidas en los Estándares Básicos del grado 5°.

3.2 Objetivos específicos

1. Realizar un diagnóstico de las competencias matemáticas de los estudiantes, fundamentado en los estándares básicos de competencia de 5° grado, a través de una prueba de diagnóstico con preguntas cerradas
2. Diseñar un proceso metodológico teniendo en cuenta las cinco estrategias propuestas por Dylan William para la evaluación formativa, que permita mejorar los aprendizajes deficientes diagnosticados a partir de la prueba de diagnóstico.
3. Aplicar el proceso metodológico diseñado.
4. Evaluar los resultados del proceso metodológico mediante la aplicación de una prueba de comparación, paralela a la prueba de diagnóstico.

4. Marco teórico

El marco teórico incluye los siguientes aspectos: a) Fundamentos teóricos de la evaluación externa de los aprendizajes, particularmente los últimos desarrollos que posibilitan que desde esta evaluación se puedan hacer diagnósticos cada vez más cercanos a los procesos cognitivos implicados en el acto de responder las preguntas cerradas de una prueba externa; b) Enseñanza para la Comprensión y Evaluación Formativa, dos enfoques que dan soporte teórico al proceso metodológico que se propone desde esta investigación, y con el cual se pretende que los diagnósticos realizados a partir de la prueba externa puedan tener un uso significativo por parte de las instituciones educativas; y c) Un análisis de las investigaciones que han sido desarrolladas, tanto internacional como nacionalmente para establecer relaciones entre la evaluación externa y las prácticas educativas en el aula.

- **Fundamentos teóricos de la evaluación externa**

En la elaboración de pruebas de evaluación externa existen dos desarrollos fundamentales que han permitido que con ellos se pueda hacer un acercamiento cada vez mayor a los procesos cognitivos del evaluado. Estos dos desarrollos de la psicometría han posibilitado que la evaluación externa se acerque cada vez más a las teorías cognitivas del aprendizaje, desde las cuales se ha venido concibiendo el deber ser de las prácticas pedagógicas. En la década de los sesentas del siglo XX se desarrolló la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) (MUÑIZ FERNÁNDEZ, 1997), que posibilitó independizar a las preguntas de la prueba —algo imposible de hacer con la Teoría Clásica de los Test (TCT)—, y establecer una relación probabilística entre la dificultad del ítem y

el nivel de desempeño del estudiante. De esta manera, es posible relacionar el puntaje total logrado en la prueba con el nivel de uso de los procesos cognitivos en un área concreta del conocimiento (nivel de desempeño). La TRI empezó a ser usada por el ICFES en el año 2.000, cuando se inició la evaluación por competencias en Colombia.

Otro gran desarrollo, éste de la primera década del presente siglo, ha sido el realizado por Mislevy, Steinberg y Almond (2003) (MISLEVY ROBERT & RICONSCENTE MICHELLE, 2012, págs. 111-150) quienes introdujeron el enfoque del Diseño Evaluativo Centrado en la Evidencia (DCE), que constituye un marco de referencia que facilita la comunicación, la coherencia y la eficiencia en el diseño de la evaluación y la creación de tareas. En términos del sistema educativo colombiano, el DCE permite que las tareas evaluativas de cada una de las preguntas de la prueba constituyan evidencias claras que permitan hacer afirmaciones válidas y confiables sobre los aprendizajes definidos en los estándares de competencia.

Estos dos desarrollos posibilitan establecer relaciones más significativas entre los resultados de la evaluación externa y las prácticas pedagógicas del aula, a través de los desempeños de los estudiantes. Lo anterior quiere decir que debido fundamentalmente a estos dos desarrollos es posible hacer diagnósticos como los que se hacen en las pruebas que serán utilizadas en esta investigación.

- **Enseñanza para la Comprensión y Evaluación Formativa**

Se ha elegido la Enseñanza para la Comprensión por ser una de las propuestas de enseñanza enmarcada en las teorías cognitivas que explican el aprendizaje de las personas. En una breve definición de la comprensión, David Perkins afirma que (PERKINS, 1999, pág. 70): “*comprender es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe*”; y como se puede

apreciar esta definición es muy parecida a la que el ICFES hace de Competencia, cuando en su página web afirma que: Las Competencias son “*entendidas como un saber hacer en contexto, lo cual implica que se movilizan conocimientos y habilidades ante distintas situaciones de evaluación.*” Por otra parte, Martha Stone Wiske define el marco conceptual de la enseñanza para la comprensión (STONE WISKE, 1999, págs. 95-126), compuesto por cuatro elementos fundamentales: los tópicos generativos, las metas de comprensión, los desempeños de comprensión y la evaluación diagnóstica continua.

David Perkins (PERKINS, 1999, pág. 88) sintetiza estos conceptos así:

Los *tópicos generativos* son temas y preguntas que ofrecen un centro fértil para la enseñanza para la comprensión. Las *metas de comprensión* detallan los logros básicos a los que apuntan el docente y los alumnos. Los *desempeños de comprensión* son desempeños flexibles que exigen ser pensados, elegidos y nivelados por el docente, a veces con la colaboración del estudiante, tanto para expresar la comprensión-hasta-el-momento del alumno como para llevarla más lejos. La *evaluación diagnóstica continua* alude a la importante práctica de ofrecer a los alumnos una frecuente evaluación informativa en todo momento, no tanto con fines de calificación, sino para hacer avanzar su dominio de los desempeños.

Particularmente sobre este último aspecto, Stone afirma que un “*componente clave de la evaluación diagnóstica continua es que los alumnos y el docente comparten la responsabilidad permanente de analizar cómo están avanzando los alumnos hacia desempeños de alto nivel.*” (STONE WISKE, 1999, pág. 117). En este sentido, el proceso de evaluación diagnóstica a desarrollar durante esta investigación se realizará en relación con la evaluación externa, con el fin de apuntar hacia lo que también afirma Stone, y es que si la enseñanza es efectiva “*uno está constantemente comparando su desempeño actual con el anterior y con aquél al que quiere llegar*” (STONE WISKE, 1999, pág. 115). En este caso, los desempeños a los cuales se quieren llegar son

los que están planteados en los Estándares Básicos de Competencia, y que serán evaluados a través de la prueba de diagnóstico.

Por otra parte, está el concepto de evaluación formativa, que según Heidi L. Andrade y Gregory J. Cizek, (ANDRADE & CIZEK, 2010)

Es la recopilación de información sobre el aprendizaje de los estudiantes, que se recoge en el curso o unidad de enseñanza, para uno o más de los siguientes propósitos principales: (1) Identificar las fortalezas y debilidades de un estudiante; (2) ayudar a los educadores en la planificación de la instrucción; (3) ayudar a guiar a los estudiantes en su propio aprendizaje, la revisión de su trabajo, y la obtención de las habilidades de auto-evaluación; y (4) fomentar una mayor autonomía y responsabilidad para el aprendizaje por parte del estudiante.

Encaminadas en la realización de estos cuatro propósitos, Dylan Wiliam propone cinco estrategias (WILIAM, 2013, págs. 15-20) que fundamentan la evaluación formativa. Estas cinco estrategias son las que se desarrollarán a través de la metodología que se pone a prueba en esta investigación y que se sintetizan a continuación. Éstas serán abordadas con mayor profundidad en la metodología. Las cinco estrategias son:

- Aclarar, compartir y comprender propósitos de aprendizaje y criterios de éxito.

Aunque parezca obvio, ya que el ser humano es un ser de sentido y lo mueve el sentido que tengan las acciones a realizar, todavía son pocos los docentes que se ocupan de este primer momento del proceso de aprendizaje. En esta investigación, durante la aplicación de la metodología y a pesar del

poco tiempo con el que se cuenta, se procurará motivar la participación de los estudiantes, dedicándole tiempo a compartir la importancia de los problemas abordados en cada intervención que se haga durante el desarrollo de la metodología.

- Hacer surgir evidencias del aprendizaje de los alumnos.

Si bien esta actividad tomará frecuentemente la forma de un interrogatorio, es importante señalar que puede ser incluida cualquier acción que permita obtener evidencia que pueda ser utilizada para informar la instrucción. En el caso de esta investigación, las evidencias se obtendrán a través de una prueba externa con preguntas cerradas. Estas evidencias serán posteriormente revisadas y actualizadas por los mismos estudiantes cuando, en el desarrollo de la metodología, argumenten las opciones elegidas en las preguntas.

- Dar retroalimentación que fomente el aprendizaje.

La evaluación formativa efectiva es prospectiva, más que retrospectiva. Las intervenciones retroalimentadoras tienen más probabilidades de ser efectivas si prestan atención a la tarea, al modo en que el aprendiz trabaja en la tarea y los procesos de autorregulación en los que el estudiante se implica. En la investigación, esto se hará a través del proceso metodológico que se va a poner prueba y con el cual se pondrán en desarrollo estas cinco estrategias.

-Dinamizar a los alumnos como recursos de aprendizaje recíproco.

Dado que evaluar el trabajo de otro implica menor carga emocional que el intento de evaluar el propio trabajo, la evaluación de los pares provee una plataforma útil para una auto evaluación efectiva y por lo tanto para mejorar la auto-regulación en el aprendizaje.

- Hacer que los alumnos se vuelvan dueños de su propio aprendizaje.

Para que los estudiantes puedan apropiarse de su aprendizaje, ellos necesitan ser dueños de los objetivos curriculares y ser activos en la guía de su propio aprendizaje. En otras palabras, ellos deben volverse aprendices capaces de auto-regulación.

• Análisis de las investigaciones encaminadas a establecer relaciones entre la evaluación externa y las prácticas de aula

Al definir el problema y justificar la investigación, queda claro que está enmarcada en el campo de intereses que indagan por las relaciones entre las pruebas externas y las prácticas institucionales, más precisamente las prácticas de aula. El primero, es el referente amplio y el segundo, el referente más delimitado. Al hacer la búsqueda, se encuentran muchas investigaciones en el campo del referente amplio de investigación, es decir, hay muchas investigaciones que indagan por relaciones entre los resultados de la prueba externa y los contextos socioeconómicos de las escuelas, los contextos familiares, las prácticas administrativas internas de la institución, las prácticas de evaluación; también se encuentran investigaciones relativas a indagar por las percepciones y los efectos de la evaluación externa en la comunidad educativa, etc. Cuando reducimos la búsqueda al campo de las prácticas de aula, son muy pocas las investigaciones que se pueden encontrar.

En la indagación teórica, se seleccionaron tres investigaciones, una de Israel, otra de España y una de Colombia. Esta última financiada por el ICFES (ICFES, 2016), y a la que se le dio importancia por ser esta la institución que dirige las evaluaciones externas del aprendizaje en Colombia y porque como se ha afirmado en la justificación, a pesar de la relevancia que debe tener

el uso pedagógico de las pruebas, entre todas las investigaciones que ha financiado esta institución solo cinco tienen que ver con las prácticas institucionales, y solo una de ellas tiene relación directa con las prácticas de aula.

En la indagación teórica se encontró lo siguiente:

Lo primero, es que una gran cantidad de investigaciones apuntan a establecer relaciones empíricas entre encuestas realizadas a estudiantes, docentes, administradores y padres de familia sobre percepciones, prácticas o condiciones de trabajo y los resultados en las pruebas externas.

Una muestra de ellas son las seis investigaciones siguientes:

-La influencia de la evaluación externa en los programas gubernamentales para la educación básica, 2002-2012 (PÉREZ YARAHUÁN, 2015, págs. 685-710). Investigación que tuvo como objetivo establecer qué tanto se hace un uso efectivo de los resultados de las pruebas externas en la transformación de los programas gubernamentales de educación básica en México.

-Efectos de la Evaluación Externa de los aprendizajes en el Desarrollo Profesional de Profesores de Matemáticas de la Enseñanza Básica en Portugal (MARQUES, SOUSA, COSTA, & PACHECO, 2015, págs. 58-84). Investigación que tuvo como objetivo establecer qué tanto los docentes adecúan sus prácticas curriculares a los criterios de valoración que tienen las pruebas externas del aprendizaje.

-Percepciones e interpretaciones de las comunidades educativas en torno a la evaluación externa de los aprendizajes escolares. Estudios de caso sobre la evaluación de diagnóstico en Andalucía (SERVÁN, 2011, págs. 221-234). Esta investigación indagó sobre qué tanto valoran los docentes las pruebas externas del aprendizaje y qué tanto confían en ellas.

-Assessing U.S. Public School Quality: The Advantages of Combining Internal “Consumer Ratings” With External NCLB Ratings (PRICE, 2016, págs. 403-433). Investigación que compara

la evaluación externa basada en pruebas NCLB con la evaluación interna de las partes interesadas utilizando datos longitudinales de las Tarjetas de Informe de Clima Escolar de Milwaukee.

-Perfiles institucionales y desempeño en las pruebas SABER 5° y 9°, 2009. Un análisis secundario de bases de datos (MENDOZA GONZÁLEZ, VARGAS CLAVIJO, & GARCÍA, 2014). Esta investigación, desarrollada por el ICFES, tuvo como objetivo analizar las posibles relaciones entre perfiles institucionales y los desempeños de una muestra de establecimientos educativos participantes en las Pruebas SABER 5° y 9°, en el 2009.

-SABER 5o. y 9o. 2009. Informe de resultados de la aplicación a estudiantes de algunos modelos educativos (ICFES, 2011). Investigación que tuvo como objetivo establecer relaciones entre los resultados en Saber 5° y 9° y los modelos educativos flexibles existentes en el país.

Lo segundo, es que al indagar por las relaciones entre las pruebas externas y las prácticas de aula se encuentran artículos, pero pocas investigaciones.

Además de los tres artículos referenciados en la justificación, se resaltan los dos siguientes:

-Evaluación formativa en aula y evaluación a gran escala: hacia un sistema más equilibrado (MARTÍNEZ RIZO, 2009). En este artículo, Felipe Martínez Rizo reflexiona sobre las posibles consecuencias de la proliferación de pruebas estandarizadas a gran escala, revisa el desarrollo de las concepciones relativas a la evaluación en aula con propósitos formativos y concluye que es necesario avanzar en dirección de sistemas de evaluación que combinen de manera más equilibrada la evaluación a gran escala y la evaluación en aula.

-La evaluación como una influencia positiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje del siglo XXI: aplicación de un enfoque sistémico al progreso (PELLEGRINO, 2014, págs. 65-77). En este artículo, James W. Pellegrino plantea que la evaluación puede constituir una influencia positiva

para lograr los objetivos de aprendizaje del siglo XXI. En las secciones II y III se analizan los objetivos y contextos de la evaluación educativa y tres importantes marcos conceptuales: (a) la evaluación como un proceso de razonamiento a partir de la evidencia, (b) la evaluación realizada desde modelos de aprendizaje formulados como progresiones de aprendizaje y (c) la utilización de un diseño centrado en la evidencia para diseñar la evaluación e interpretar sus resultados. La sección IV examina sus implicaciones de cara al diseño de la evaluación en el aula y de la evaluación educativa a gran escala.

Y lo tercero, es que solo se encontró una investigación en la que se desarrolla una metodología de intervención que busca un relacionamiento constructivo entre la evaluación externa, los aprendizajes de los estudiantes y las prácticas de aula; elemento común con la presente investigación. Esta es la que se ha denominado investigación 3 (MONEREO & MORCILLO, 2011, págs. 183-204).

Estos tres hallazgos permiten afirmar que el informe y la metodología de evaluación formativa propuesta por esta investigación encaminados a lograr los objetivos de la misma, sí constituyen una novedad en el campo de la investigación educativa.

Las investigaciones escogidas como referentes directos tienen en común con la presente investigación que las tres abordan las prácticas pedagógicas de los docentes en el aula y las ponen en relación con las pruebas externas. La investigación 1 hace una encuesta a los estudiantes sobre las acciones pedagógicas de sus docentes y encuentra correlaciones entre estas y los resultados de la prueba externa. La investigación 2 hace una encuesta a los docentes sobre qué tanto ellos organizan en las aulas prácticas pedagógicas encaminadas a que los estudiantes desarrollen las acciones que la prueba externa les exige. Y la investigación 3 pone a prueba una metodología de

intervención que involucra a los docentes en un proceso de comprensión de los criterios de la evaluación externa con el fin de que ellos se encaminen hacia el uso de estos criterios al momento de realizar sus pruebas para los estudiantes.

A continuación, se hace una síntesis de estas investigaciones:

- **Investigación 1:** What Makes an Effective Teacher? Quasi-Experimental Evidence. (LAVY, 2011).

Objetivo: Medir empíricamente la relación entre las prácticas de enseñanza en el aula y los logros estudiantiles. Entre estudiantes de primaria y secundaria.

Para hacer esta relación se pregunta a los estudiantes sobre la intensidad con que sus maestros realizan determinadas prácticas pedagógicas y luego se establece el nivel de correlación que hay entre estas prácticas y los puntajes logrados por los estudiantes en la prueba de estado en Israel.

Para la categorización conceptual de las prácticas pedagógicas de los profesores, se retoma la taxonomía de Bloom, 1956, y estas prácticas, sintetizadas en 29 dimensiones de la pedagogía se agrupan en cinco medidas agregadas. Estas medidas son (1) la apropiación del conocimiento y la mejora de la comprensión; (2) el uso de habilidades aplicacionales, analíticas y críticas; (3) aprovechamiento de la capacidad de estudio individual; (4) la transparencia, la imparcialidad y la retroalimentación, y (5) el trato individual de los estudiantes.

A los estudiantes se les hicieron las preguntas sobre qué tanto sus profesores realizaban determinadas prácticas pedagógicas, 29 en total, las cuales eran respondidas a través de una escala de Likert de la siguiente manera: 'ninguno de los profesores' = 0; 'muy pocos profesores' = 0,2; 'pocos profesores' = 0,4; Parte de los profesores = 0.6; "gran parte de los profesores" = 0.8; y "casi todos los profesores" = 1.0.

Las respuestas de los estudiantes se correlacionan con los resultados de los estudiantes en las pruebas de estado en quinto grado en 2002 (primaria) y en octavo grado (escuela media) en 2005. Estos estudiantes fueron evaluados en cuatro materias (inglés, hebreo, matemáticas y ciencias).

Tener los puntajes de los estudiantes durante la primaria (quinto grado en 2002) y durante la secundaria (octavo grado en 2005) permitió construir un conjunto de datos longitudinales a nivel estudiantil para examinar cómo los cambios en las prácticas de enseñanza (estilos y métodos) inducen cambios en los resultados de las pruebas de los alumnos.

La validez de la interpretación causal de los hallazgos se sustenta en la heterogeneidad con que se asignan los cupos estudiantiles en Israel, haciendo que el nivel cultural, las capacidades económicas y el sexo no sean determinantes en los mismos.

- **Resultados**

Se encontraron evidencias muy fuertes de que dos elementos importantes de las prácticas de enseñanza hacen que los logros de los estudiantes mejoren. En particular, la enseñanza en el aula que enfatiza en la apropiación del conocimiento y la comprensión, a menudo denominada enseñanza de "estilo tradicional", tiene un efecto muy fuerte y positivo en los resultados de las pruebas, particularmente entre las niñas y los alumnos de bajo nivel socioeconómico. En segundo lugar, el uso de técnicas de aula que dotan a los alumnos de habilidades analíticas y críticas (enseñanza "moderna") tiene un beneficio positivo muy grande, evidenciado en la mejora de las puntuaciones de los diferentes subgrupos diferenciados por género y antecedentes socioeconómicos. Sin embargo, un segundo elemento de la enseñanza moderna, el aprovechamiento de la capacidad de estudio individual no tiene ningún efecto, mientras que la

transparencia, la imparcialidad y la retroalimentación adecuada en la conducta de los docentes con sus alumnos mejoran marginalmente el rendimiento académico, especialmente entre los niños.

Aparte de identificar "lo que funciona" en el aula, estos hallazgos dan dos puntos de vista para el debate sobre el mérito de los enfoques "tradicionales" versus los enfoques "modernos" de la enseñanza, que a menudo se discuten como enfoques pedagógicos rivales en el aula. En primer lugar, ambos pueden coexistir en la función de producción de la clase de conocimiento. En segundo lugar, es mejor dirigir las dos prácticas de enseñanza de manera diferencial a los estudiantes de diferentes géneros y habilidades. El efecto de las prácticas de enseñanza efectivas estimadas es muy grande, especialmente en comparación con el de otras intervenciones potenciales tales como reducir el tamaño de la clase o aumentar las horas de instrucción.

- **Investigación 2:** Encuestas curriculares. SABER 5° y 9° de 2009. (ICFES, 2011).

Objetivo: identificar las acciones pedagógicas relacionadas con los aspectos que se evalúan en la prueba SABER que desarrollan los docentes en sus aulas.

Las acciones pedagógicas sobre las que se les consultó a los docentes tuvieron como fundamento el concepto de competencia evaluado por la prueba y las particularidades que esta adquiere en las áreas de Lenguaje, Matemáticas y Ciencias Naturales. Los referentes teóricos fueron los Estándares Básicos de Competencia y los Lineamientos Curriculares, en los que se sustenta la prueba externa y deben estar fundamentados los PEI y los planes de aula.

Metodológicamente, se procedió a realizar una investigación de carácter descriptivo, que consistió en aplicar una encuesta que permitiera conocer las acciones pedagógicas que los docentes desarrollan en sus aulas, relacionadas con las tareas evaluativas que los estudiantes deben resolver en las preguntas de las pruebas SABER. La muestra estuvo constituida por 366 docentes de grado

quinto y 212 de grado noveno para Ciencias Naturales. La Encuesta Curricular de Matemáticas fue aplicada a 371 docentes de grado quinto y a 224 de grado noveno. La encuesta curricular de Lenguaje fue aplicada a 334 docentes de quinto grado y a 220 profesores de noveno. Todas estas, durante la aplicación de la prueba Saber del 2008.

Las encuestas de Ciencias Naturales estuvieron conformadas por preguntas tipo Likert en la que los profesores de 9° responden 39 preguntas y los de 5° responden 35, como la del siguiente ejemplo:

Tabla 1.

Ejemplo de preguntas tipo Likert de la encuesta a profesores

Marque con qué frecuencia organiza y realiza, en la clase de Ciencias Naturales, actividades orientadas al desarrollo de cada una de las siguientes acciones con los estudiantes hasta grado 9°

	Siempre	Frecuentemente	Algunas veces	Nunca
14. Utilizar habilidades de pensamiento y de procedimiento para evaluar predicciones.				

Las encuestas de Matemáticas estuvieron conformadas por preguntas tipo Likert en la que los profesores de 9° responden 41 preguntas y los de 5° responden 38. Esta encuesta incluyó una pregunta adicional en la que se le indaga a los profesores si hay algún proceso o temática propio de la matemática escolar que no haya sido abordado en las preguntas anteriores y que lo especifiquen.

Las encuestas de Lenguaje, además de tener 21 preguntas tipo Likert, incluyeron 8 preguntas abiertas en las que se indaga por los textos usados, las estrategias de evaluación, los aspectos de la gramática que se trabajan en el aula y los tipos de texto que más se utilizan.

- **Resultados**

Para el análisis de los resultados de las encuestas curriculares, independientemente del calendario o el grado escolar, se asumió como deseable que, en todas las respuestas, el promedio de marcaciones en las categorías siempre y frecuentemente, no fuera menor al 90%; y que el de las opciones algunas veces y nunca no superara el 10%. Aunque arbitrario, este nivel deseable o de referencia (siempre + frecuentemente $\geq 90\%$) facilitó un punto de comparación para los análisis.

Los resultados son netamente descriptivos y de acuerdo con el objetivo de esta investigación, consisten en describir el análisis de cada una de las preguntas de las encuestas, según la propuesta metodológica de análisis. En este sentido, se procederá a exponer los resultados que más llaman la atención, debido a los bajos porcentajes de profesores que respondieron siempre y frecuentemente a estas preguntas. Entre ellas, están las siguientes:

Tabla 2.

Preguntas a resaltar de la encuesta a los profesores de lenguaje

Acción (grado)	Siempre	Frecuentemente	Algunas veces	Nunca
17. Anticipar hipótesis de lectura de los textos, con base en la información que brindan paratextos verbales y no verbales como título, carátula, autor, año, presentación, etc (5°)	29.7%	51.2%	15.6%	2.9%

9. Reconocer la voz que narra y su participación en la historia (punto de vista, focalización). (5°)	41.9%	40.9%	15.1%	2.0%
3. Elaborar un plan para la escritura del texto. (9°)	36.6%	41.5%	19.8%	2.0%
8. Explicar el error y construir una regla de uso según el contexto. (5°)	40.9%	39%	20%	0.1%
16. Relacionar dos o más textos de acuerdo con lo que se dice en cada uno de ellos sobre un tópico o tema en común. (5°)	29.7	43.4%	18.5%	5.8%

Tabla 3.

Preguntas a resaltar de la encuesta a los profesores de Matemáticas

Acción (grado)	Siempre	Frecuentemente	Algunas veces	Nunca
14. Diferenciar atributos mensurables de objetos y eventos en diferentes situaciones. (5°)	16.1%	37.3%	41%	1.6%
15. Seleccionar unidades, estandarizadas y no convencionales, apropiadas para diferentes mediciones. (5°)	21.1%	43.5%	30.7%	3.7%
16. Utilizar sistemas de coordenadas para especificar localizaciones. (5°)	17,8%	40,6%	30,7%	3,7%

Continuación Tabla 3.

Acción (grado)	Siempre	Frecuentemente	Algunas veces	Nunca
19. Conjeturar y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano. (5°)	8.7%	31.9%	46%	7.8%
21. Representar objetos tridimensionales a partir de formas bidimensionales. (5°)	6.2%	23.2%	45.6%	7.8%
22. Construir y descomponer figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas. (5°)	10.7%	27.4%	46%	11.2%
31. Hacer traducciones entre diferentes representaciones. (5°)	18,2%	34,4%	35,6%	5,8%
35. Conjeturar acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos. (5°)	11.2%	30.7%	41.9%	11.2%
38. Resolver situaciones que requieren calcular la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos. (5°)	14.5%	32.3%	36.1%	11.6%
9. Usar representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa. (9°)	21,9%,	34,3%	38,1%	2,8%
15. Representar y reconocer objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas. (9°)	6.6%	24.7%	55.2%	10.5%
24. Predecir y comparar los resultados de aplicar transformaciones rígidas (rotación, traslación y reflexión) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales, tanto en situaciones matemáticas como en el arte. (9°)	7.6%	20%	50.5%	11.4%

Continuación Tabla 3.

Acción (grado)	Siempre	Frecuentemente	Algunas veces	Nunca
31. Reconocer la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información dada o de un fenómeno. (9°)	10.5%	24.7%	45.7%	8.5%
36. Usar modelos para analizar la posibilidad de ocurrencia de un evento. (9°)	7.6%	21.9%	42.8%	18.1%
41. Plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias a partir del uso de conceptos de probabilidad. (9°)	6.6%	24.7%	40.9%	17.1%

Tabla 4.

Preguntas a resaltar de la encuesta a los profesores de Ciencias Naturales

Acción (grado)	Siempre	Frecuentemente	Algunas veces	Nunca
15. Observar y relacionar patrones en los datos para evaluar predicciones. (5°)	11%	47%	38%	4%
31. Diferenciar los aparatos por su uso, de acuerdo con la forma final en la que se transforma la energía: luz, calor, sonido. (5°)	21.7%	43.1%	15.1%	2.0%
32. Identificar circuitos y los tipos de aparatos que los tienen incorporados. (5°)	8.3%	26.3%	43.1%	20.5%
33. Describir la utilidad o necesidad de diferentes tipos de aparatos eléctricos de acuerdo con el clima. (5°)	11.7%	43.5%	32.2%	10%
2. Comprender la naturaleza de los fenómenos relacionados con la luz y el sonido. (9°)	15.9%	28.7%	40.4%	12.7%

Continuación Tabla 4.

Acción (grado)	Siempre	Frecuentemente	Algunas veces	Nunca
3. Comprender la naturaleza de los fenómenos relacionados con la electricidad y el magnetismo. (9°)	11.7%	23.4%	45.7%	18%

Los resultados de las encuestas muestran que entre las acciones que la prueba SABER exige de los estudiantes, hay un buen número de ellas, sobre todo en Matemáticas, en las que un porcentaje grande de docentes muy pocas veces aportan para que los estudiantes las desarrollen. La encuesta muestra la distancia que prevalece entre las competencias evaluadas desde la prueba externa y las habilidades que logran desarrollar los estudiantes a partir de las prácticas de aula vigentes.

- **Investigación 3:** Las evaluaciones externas como andamiaje de las prácticas de evaluación: un estudio de caso en el área de tecnología. (MONEREO & MORCILLO, 2011, págs. 183-204).

Objetivo: El objetivo de esta investigación es responder a la pregunta: ¿Pueden las evaluaciones externas como PISA promover cambios positivos en las prácticas evaluativas que se desarrollan en las aulas?

El estudio se realizó durante dos cursos escolares (2005-2007) y tuvo como protagonistas a ocho profesores de dos Institutos de Secundaria de la comarca del Garraf (Barcelona), que impartían clases en 4to curso de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) y 1º de Bachillerato en distintas materias (matemáticas, ciencias naturales, historia, lengua catalana, inglés, francés, griego, sociolingüística y tecnología).

La pregunta de investigación es la siguiente: ¿Cómo lograr que a partir del análisis de las pruebas PISA, las prácticas evaluativas de los docentes sean más auténticas, incluyan mayores niveles de complejidad cognitiva y promuevan la autonomía del alumnado?

De esta pregunta de investigación se deriva la siguiente hipótesis: Modificando las evaluaciones que habitualmente emplean los profesores y convirtiendo sus exámenes en pruebas inspiradas en los principios de PISA, se puede influir indirectamente en las modalidades de aprendizaje de los alumnos y también en algún grado, en las modalidades de enseñanza de los profesores.

Para la metodología, se escogió un sistema de seminarios abiertos en los que los participantes (profesores e investigadores) decidían conjuntamente el sentido, las acciones, la dinámica y la velocidad en que debía procederse. El investigador consideró que esta era la forma más consistente y significativa de hacerlo por cuanto apunta a propiciar cambios en las concepciones implícitas, profundamente arraigadas del profesorado. Lo anterior, parte del hecho de que sólo si se consigue clarificar y compartir con los docentes los objetivos, principios, criterios e indicadores que están en la base del cambio que se desea potenciar, ese cambio tendrá opciones de prosperar. Se trataba de promover la autorreflexión sobre los propios procesos de cambio.

El proceso, siguió las siguientes fases:

a) Primera fase: Consistió en identificar y discutir cuales eran los principios psicoeducativos subyacentes de las pruebas PISA a partir del análisis de la documentación existente y de los ítems que han sido liberados y expuestos públicamente. A raíz de esa discusión se elaboró una “Guía para el Análisis de Pruebas tipo PISA”.

b) Segunda fase: Se centró en la reelaboración de las pruebas de evaluación que empleaban los profesores hasta ese momento (todas ellas consistentes en exámenes de corte bastante tradicional) en pruebas tipo PISA, a partir de la aplicación de la “Guía para el Análisis de Pruebas tipo PISA”.

Los docentes participantes mostraban al final un cambio de sus concepciones sobre la evaluación, evidenciado en sus discursos y sus prácticas. De las ideas de “control” y “acreditación” hacia una visión de la evaluación como elemento integrador de los procesos de enseñanza y aprendizaje y empezaron a considerar las pruebas de evaluación como instrumentos de regulación del aprendizaje del alumno (perspectiva formativa), pero también del propio comportamiento docente (perspectiva formadora).

c) Tercera fase: Consistió en la aplicación de las nuevas pruebas al final de la correspondiente unidad didáctica y en el análisis de los resultados obtenidos por los alumnos. Los profesores se sorprendieron de que algunos estudiantes que antes superaban sin problemas sus exámenes ahora mostrasen dificultades (aunque admitían que se trataba de alumnos con poca capacidad de reflexión) y que otros alumnos, que generalmente suspendían, con la nueva prueba obtenían mejores resultados (en este caso admitían que se trataba de alumnos “creativos” pero poco dados a la memorización).

d) Cuarta fase: De forma consensuada, durante el segundo año se decidió afinar las pruebas de evaluación, pero también introducir nuevas actividades en la unidad didáctica correspondiente con el fin de lograr una mayor coherencia con las pruebas empleadas. Así se hizo, aplicando nuevamente las pruebas modificadas al final del período instructivo.

Durante todo el proceso se emplearon distintos instrumentos para registrar los cambios y avances efectuados por los profesores. Se realizaron dos entrevistas en profundidad, antes y después del proyecto, con el fin de determinar los cambios en las concepciones de los docentes sobre el sentido y significado de enseñar y evaluar su materia; sobre las estrategias de enseñanza que usualmente empleaban, y sobre su disposición afectiva y su grado de satisfacción en relación a su modo de impartir las clases. También se empleó un cuestionario de seguimiento que debían

rellenar tras cada sesión de asesoramiento (10 en total) sobre los cambios que iban experimentando en sus concepciones y estrategias. Por otra parte, el desarrollo de las unidades didácticas fue registrado en vídeo y analizado por el equipo de investigación con el fin de comprobar “in situ” los cambios que se iban produciendo en las prácticas de los profesores.

Resultados

Los resultados de esta investigación son valorados en términos de los cambios que, en este caso, logró la docente de Tecnología en el proceso de comprender y aplicar los principios subyacentes en las pruebas PISA.

Los resultados evidenciaron que la profesora realiza una reflexión sobre sus propias concepciones educativas que le permitieron modificar sus pruebas habituales y también replantearse algunas de sus teorías sobre el significado y sentido de enseñar y evaluar.

En consonancia con lo anterior, la docente comprendió la importancia de centrar la prueba en una situación-problema atractiva, cercana a la realidad del alumnado y en este sentido se apropió adecuadamente de la noción de autenticidad. Asimismo, asumió el concepto de estrategia de aprendizaje al tratar de que los alumnos tomaran consciencia de sus procesos de decisión y resolución. Tradicionalmente, en las áreas científico-tecnológicas, se valora que se explique la solución del problema exponiendo el desarrollo matemático, pero difícilmente se exige al alumno que explicite los motivos por los que optó por una solución y desestimó otras.

La profesora, después de estar reticente a proporcionar ayudas a los estudiantes en la prueba, admite que, en efecto, esa opción resultaba más “auténtica” por cuanto en su vida cotidiana el alumno dispone de infinitas fuentes de ayuda e información y la idea es que desarrolle su capacidad

para seleccionar, gestionar y administrar esas ayudas, y no considerarlas inexistentes o menospreciarlas.

Otro punto destacable de este cambio de concepciones se refiere al interés por valorar la forma en que el alumno comunica la solución encontrada, de manera clara y argumentativa. Finalmente, la docente fue comprendiendo que la elaboración de un instrumento de evaluación con situaciones auténticas requiere de un trabajo interdisciplinario.

Después de la exposición de la experiencia de la profesora del área de tecnología, coautora de la investigación y del artículo derivado de la misma y quién lideró el caso más relevante de la investigación, se hace evidente la validez que tiene el uso de la evaluación externa como instrumento de reflexión y transformación de las prácticas de aula.

5. Metodología

- **Contextualización de la institución en la que se realiza la investigación**

La investigación se desarrolló en una institución educativa del municipio de Floridablanca clasificada como nivel B (Medio) entre los niveles A⁺, A, B, C y D definidos por el ICFES. La condición de nivel medio es recomendable porque representa el nivel promedio de las instituciones educativas. Esta institución tiene dos sedes, una en la que funciona el nivel preescolar y el grado 1°, y otra, la más grande, en la que funciona durante la mañana el bachillerato y durante la tarde los grados 2° hasta 5° de primaria.

En el grado 5° hay cuatro grupos en los que hay un promedio de 32 estudiantes. La distribución de éstos obedece a dos criterios: el sexo y la procedencia. Según el sexo, de los cuatro grupos, dos

son de niñas y dos son de niños. Según la procedencia, un grupo de niñas y otro de niños están conformados por población procedente de un barrio de invasión; y los otros dos grupos, uno de niñas y otro de niños, están conformados por población procedente de barrios legales, en su mayoría de estratos 2 y 3. Los cuatro salones tienen la misma docente de matemáticas.

- **Muestra**

El estudio se hizo con estudiantes que estaban terminando el 5° grado de primaria. Se necesita esta condición debido a que la prueba que se aplicó está elaborada a partir de los Estándares Básicos de Competencia de 4° y 5° para Matemáticas.

Para la determinación de la muestra, la primera decisión que se tomó fue que el proceso didáctico debía ser aplicado a un grupo de niñas y a un grupo de niños. La segunda decisión fue escoger el grupo de niñas y el grupo de niños a los que se le aplicaría la metodología, decisión que fue facilitada por el hecho de que la docente de matemáticas y la coordinadora de la institución comentaron que el grupo de las niñas procedentes de sectores de invasión era muy difícil debido a los conflictos personales y familiares que tenían varias de ellas, lo cual podría repercutir en la aplicación del proceso didáctico.

Por lo tanto, los grupos escogidos para aplicar el proceso didáctico fueron: el grupo conformado por niñas procedentes de los barrios legalmente constituidos y el grupo de niños procedentes de los barrios de invasión.

- **Hipótesis central de la investigación**

La hipótesis que se busca demostrar con esta investigación es que el uso formativo de las pruebas externas, a partir de los resultados que estas arrojan, produce un mejoramiento en los

aprendizajes de los estudiantes, que se manifiesta en un mejor desempeño de estos frente a las exigencias cognitivas de las preguntas en las que habían tenido un pobre desempeño.

- **Diseño de investigación.**

El diseño de la investigación es de tipo cuasi-experimental, debido a que el proceso didáctico propuesto se aplicó a dos de los grupos y los otros dos se tomaron como grupos control: tanto los unos como los otros mantuvieron la conformación definida a principio de año por la institución.

Para poner a prueba el proceso didáctico propuesto en el objetivo general de esta investigación se realizaron los siguientes procedimientos:

1. Se decidió hacer el trabajo de campo durante los últimos tres meses de clases, para que, de acuerdo con lo que idealmente está planteado, permitir que se hayan abordado la mayor cantidad de temáticas relacionadas con los estándares de 4° y 5° grados.
2. Se escogieron dos de los cuatro salones para aplicar el proceso didáctico propuesto.
3. Se aplicó una prueba de diagnóstico a todos los estudiantes de los cuatro grupos.
4. Se aplicó durante 2 meses la metodología de evaluación formativa propuesta, a dos de los cuatro grupos.
5. Se aplicó una prueba paralela a todos los estudiantes, en los cuatro grupos.
6. Se aplicó una encuesta a los estudiantes que pasaron por el proceso didáctico.
7. Se analizaron los resultados y se sacaron las conclusiones.

Este diseño cuasi-experimental se sintetiza en el siguiente esquema, en el que se privilegian los instrumentos que fueron utilizados:

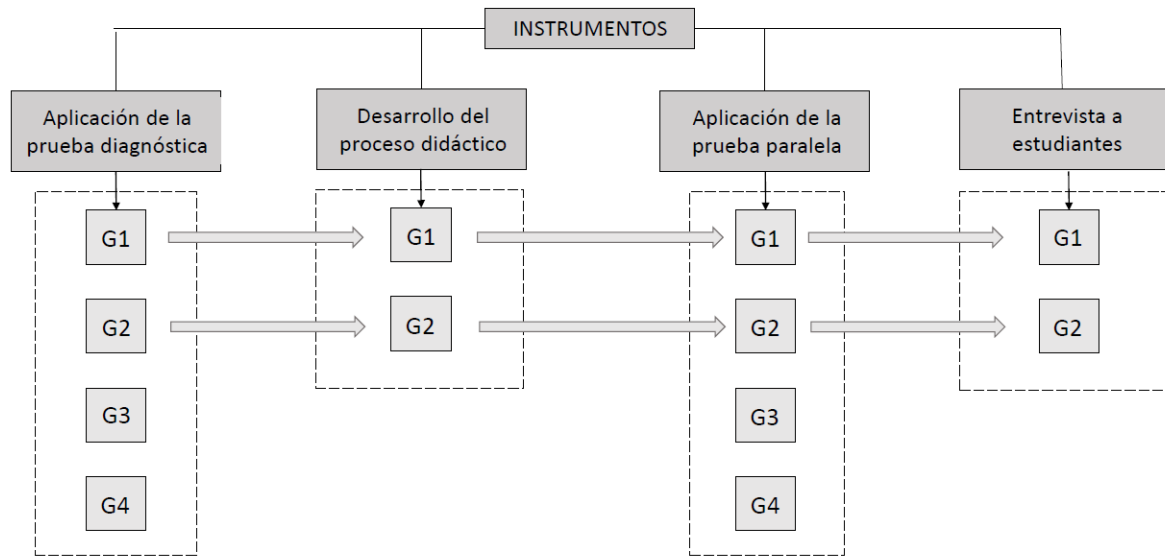


Figura 2. Diseño cuasi-experimental de la investigación.

En este esquema los símbolos representan lo siguiente:

G1: Primer grupo experimental: conformado por niñas procedentes de los barrios legalmente constituidos, principalmente de estratos 2 y 3.

G2: Segundo grupo experimental: conformado por niños procedentes de un barrio de invasión.

G3: Primer grupo control: conformado por niñas procedentes de los barrios de invasión.

G4: Segundo grupo control: conformado por niños procedentes de los barrios legalmente constituidos, principalmente de estratos 2 y 3.

- **Variables**

La variable fundamental de esta investigación, que fue analizada para valorar el proceso didáctico propuesto, es el nivel de desempeño de los estudiantes. El nivel de desempeño antes de aplicar la metodología de evaluación formativa y el nivel de desempeño después de aplicarla. El cambio en el nivel de desempeño de los estudiantes con la prueba se analizará de una manera

general, comparando el promedio de los grupos antes y después del proceso didáctico, los puntajes de los estudiantes y el comportamiento de los estudiantes frente a las preguntas que fueron trabajadas en el aula a través de la metodología propuesta.

Por otra parte, la entrevista que se hará a los estudiantes permitirá hacer una valoración cualitativa del proceso didáctico aplicado, que además aportará información que se cruzará con el análisis cuantitativo de los resultados de las pruebas.

La validez interna de la experimentación se garantizó controlando las siguientes variables:

- Las condiciones de aplicación de las pruebas: Fueron las mismas para todos los grupos, los experimentales y los de control.

- El tiempo durante el cual se desarrollaron las intervenciones con la metodología de evaluación formativa: Esta se trabajó durante 2 meses. Debido a algunos contratiempos por eventos organizados en la institución, de las 8 preguntas que se tenían propuestas, se pudieron trabajar 6, escogidas entre las preguntas más difíciles para los estudiantes. Dos meses son el tiempo adecuado, que permite afirmar que las nuevas experiencias de los estudiantes durante el mismo, no alteraron significativamente el resultado de la intervención.

- Homogeneidad en el desarrollo de cada jornada del proceso metodológico: Esto significa que el proceso metodológico se realizó con cada una de las preguntas conservando las fases que lo componen y el orden de las mismas.

- El compromiso de la docente de matemáticas de no tratar en el aula, durante las 10 semanas que tome la intervención, los aspectos que serán trabajados en el proceso didáctico con las preguntas.

- **Instrumentos**

Los instrumentos que se utilizaron para esta investigación fueron los siguientes: la prueba de diagnóstico, la metodología de evaluación formativa, la prueba paralela y la entrevista estructurada a los estudiantes de los grupos experimentales. A continuación, se describen estos instrumentos:

a. Prueba de diagnóstico

Es una prueba conformada por 24 preguntas, elaborada teniendo como referente los Estándares Básicos de Competencias y distribuidas entre los componentes y las competencias evaluadas por el ICFES en las Pruebas SABER. Esta distribución se muestra en la siguiente Tabla:

Tabla 5.

Cantidad de preguntas por componentes y competencias

Componentes	Competencias			Total
	Comunicación y representación	Razonamiento y argumentación	Resolución de problemas	
Numérico	-	1 Nivel alto	1 Nivel alto	1 Nivel alto
Variacional	2	3	4	2 Nivel medio
Geométrico	-	1 Nivel bajo	1 Nivel bajo	1 Nivel bajo
Métrico	2	3	3	1 Nivel alto
Aleatorio	2	3	2	1 Nivel medio
		1 Nivel bajo	1 Nivel bajo	
Total		6	9	9
				24

Las preguntas fueron elaboradas por un Licenciado en matemáticas y profesor en ejercicio de su área. Se validaron con otro profesor en ejercicio y a través de un proceso de pilotaje.

El siguiente es un ejemplo de las preguntas contenidas en la prueba de diagnóstico, con todos los componentes de diagnóstico y sugerencias para la mejora de los aprendizajes:

(Ver en el Apéndice A todas las preguntas montadas en las plantillas en las que la entregan los autores y en el Apéndice B la prueba montada en el cuadernillo que usaron los estudiantes).

Tabla 6.

La pregunta en la plantilla de entrega de autores

Código	4	Clave	B									
Componente	Aleatorio	Competencia	Comunicación, representación y modelación.									
Contenido	Tablas y gráficos estadísticos.	Dificultad	Medio									
Estándar	Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.											
Afirmación	Hace traducciones entre diferentes representaciones.											
Tarea evaluativa	Identificar la gráfica de barras que representa los datos proporcionados en una tabla de doble entrada, con dos variables en cada una.											
Imagen del enunciado	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Fumadores</th> <th>No fumadores</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>Hombres</th> <td>125</td> <td>375</td> </tr> <tr> <th>Mujeres</th> <td>100</td> <td>400</td> </tr> </tbody> </table>				Fumadores	No fumadores	Hombres	125	375	Mujeres	100	400
	Fumadores	No fumadores										
Hombres	125	375										
Mujeres	100	400										
Enunciado	La siguiente tabla resume los datos que se obtuvieron de una encuesta aplicada en algunos centros comerciales, dirigida a personas entre los 18 y 25 años de edad. Se encuestaron 500 hombres y 500 mujeres y se les preguntó si fumaban.											

(IMAGEN)

La gráfica que representa de manera correcta los datos de la tabla anterior es:

Hipótesis

Opciones de respuesta

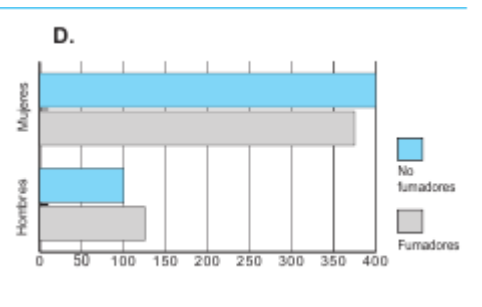
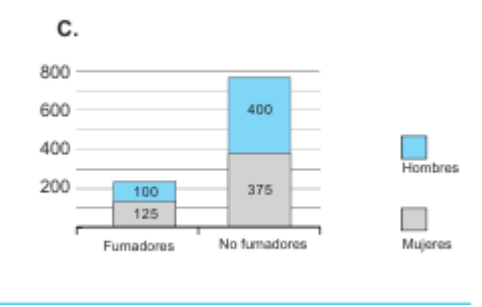
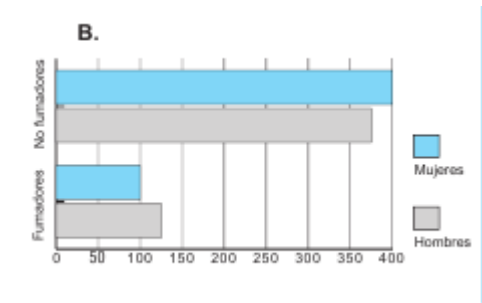
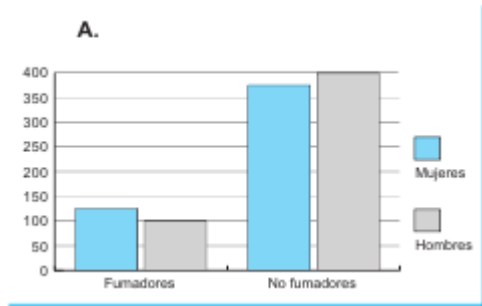
A

B

C

D

A



El estudiante identifica que las cantidades numéricas para los fumadores y no fumadores están bien representadas; sin embargo, no lee e interpreta las convenciones del histograma.

C Posiblemente el estudiante identifica que las cantidades numéricas para los fumadores y no fumadores están bien representadas, sin embargo no lee e interpreta las convenciones del histograma.

D El estudiante identifica que las cantidades numéricas están bien representadas; sin embargo, no analiza si las variables están adecuadamente usadas. Tal vez sí tiene en cuenta la información que se da en las convenciones, pero no hace una interpretación adecuada de ellas.

El estudiante no resuelve la situación debido a que no tiene en cuenta el uso adecuado de las variables en los histogramas. Es posible que verifique que las cantidades numéricas están bien representadas en la gráfica, pero no hace uso de las convenciones para interpretarlas. También es posible que, ante el hecho de no haber visto histogramas graficados de manera horizontal, no acepte como válido esta forma de representar los datos.

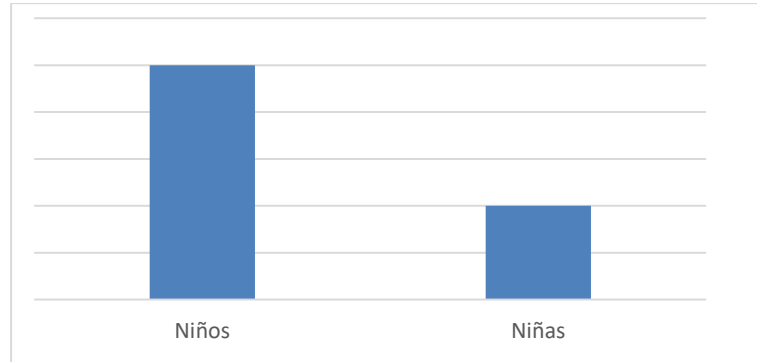
Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban construir histogramas a partir de tablas de datos proporcionadas por usted. Muestre los histogramas de algunos estudiantes y pida a los compañeros que emitan juicios sobre ellos, señalando los errores y la forma de corregirlos. Es importante que los estudiantes vean la importancia de referenciar bien los ejes, de etiquetar las barras y de usar una escala apropiada, además de establecer convenciones para las barras.

La importancia de estos detalles puede no hacerse evidente en la elaboración de histogramas; para que la necesidad de estos detalles surja proponga a los estudiantes hacer afirmaciones acerca de histogramas proporcionados, por ejemplo, use histogramas con las siguientes características:

- Se dibujan las barras y se sabe a qué corresponde cada barra, pero no se proporciona una escala, ni etiquetas en el eje, ni convenciones. Por ejemplo:

Sugerencias para los aprendizajes

Sugerencias para los aprendizajes



- Se dibujan las barras y se proporciona la escala, pero no se etiquetan los ejes ni se dan convenciones para las barras.
- Se etiquetan los ejes, se proporciona la escala y se dibujan las barras, pero no se dan convenciones de las barras.
- Elabore diversos histogramas usando barras verticales y horizontales, además use barras agrupadas como en la opción C de esta pregunta.

Cuando los estudiantes intenten extraer información de estos histogramas, encontrarán que es una tarea imposible ya que no se puede afirmar nada, de esta forma se espera que ellos le den la importancia que tiene cada uno de los elementos presentes en un histograma. Proponga a los estudiantes que identifiquen y definan las variables presentes en un histograma, estas variables juegan un papel importante para la interpretación de la información que está consignada en él. Durante todo el proceso posibilite que los estudiantes interactúen y participen activamente.

b. El proceso Metodológico de evaluación formativa.

Este proceso metodológico de evaluación formativa se realizó con las preguntas de la prueba que fueron más difíciles para los estudiantes (6 preguntas). Se trabajó una pregunta semanalmente, durante una hora.

Debido a que el concepto de evaluación formativa está desarrollado para pensar todo el proceso de enseñanza y aprendizaje que se da en la escuela, en este caso se aplicarán de manera instrumental las estrategias propuestas por Dylan Wiliam, de tal manera que se pueda sacar el máximo provecho posible del uso formativo de cada pregunta. A continuación, se exponen los principios que posibilitan el desarrollo de estas cinco estrategias:

Estrategias del proceso metodológico de evaluación formativa

- *Aclarar, compartir y comprender propósitos de aprendizaje y criterios de éxito:* durante el proceso de mediación de la pregunta es importante que el docente, antes y/o después de que los estudiantes hayan respondido la pregunta, resalte la importancia que la situación problema y/o los conceptos involucrados en ella tienen para la o las disciplinas implicadas y para la vida.

- *Hacer surgir evidencias del aprendizaje de los alumnos:* una pregunta cerrada bien elaborada está hecha de tal manera que cada una de las opciones de respuesta permita realizar una hipótesis diagnóstica de las acciones cognitivas de los estudiantes; es decir, que cada opción de respuesta permite recoger una evidencia sobre la forma en que el estudiante opera con los conocimientos involucrados en la pregunta. En este caso, de lo que se trata es de preguntarle a los estudiantes por qué escogieron determinada opción, y a partir de sus explicaciones (evidencias del aprendizaje), proceder a tener un dialogo que le permita a los estudiantes poner en cuestión sus razonamientos; es decir, dar retroalimentación que fomente el aprendizaje.

- *Dar retroalimentación que fomente el aprendizaje:* la retroalimentación que más fomenta el aprendizaje es aquella que se preocupa y se ocupa de los razonamientos que hace el estudiante y que expresa a través de sus explicaciones. Ocuparse de los razonamientos significa responder a éstos con afirmaciones y mayormente con preguntas que le permitan al estudiante cuestionar,

revisar o profundizar en dichos razonamientos; y de esta manera posibilitar que aclare sus propios caminos de descubrimiento y se vuelva dueño de su aprendizaje.

- *Dinamizar a los alumnos como recursos de aprendizaje recíproco*: significa, abrir permanentemente los espacios que permitan que las explicaciones y preguntas que hacen los estudiantes dejen de estar exclusivamente dirigidas al docente y sean dirigidas a todos los compañeros de aula. Un ejemplo de estas acciones sucede cuando el docente le pregunta a un estudiante “¿qué piensa de la explicación que acaba de hacer su compañero?”

- *Hacer que los alumnos se vuelvan dueños de su propio aprendizaje*: cuando un estudiante asume el reto de ir más allá, de preguntar, de averiguar, o de insistir en la búsqueda de una solución, este estudiante se ha vuelto dueño de su aprendizaje. Las prácticas que activan las cuatro estrategias anteriores ayudan de manera sinérgica a que los estudiantes se hagan dueños de sus aprendizajes, a que adquieran el gusto por los retos y la búsqueda constante encaminada al mejoramiento de sus conocimientos.

A partir de estos principios se propusieron unas pautas generales de este proceso metodológico. Estas pautas generales son las siguientes:

- **Pautas generales del proceso de evaluación formativa**

Antes de trabajar con una pregunta en el aula es necesario tener presente que la pregunta es un instrumento de aprendizaje y por ello se trata de solucionar las preguntas con los estudiantes a través de un proceso de mediación que permita hacer evidente los razonamientos usados por ellos y la forma en que tienen apropiados los conocimientos de las disciplinas. Esto permitirá que luego se pueda interactuar con ellos y posibilitar que transformen sus maneras de proceder ante el problema y sus percepciones acerca de los conceptos involucrados en el mismo, generándose así,

una transformación y mejora de los aprendizajes construidos por los estudiantes. Es necesario tener en cuenta que, si bien es importante solucionar la pregunta y hallar la respuesta correcta, lo más importante es *usar la pregunta como un instrumento de aprendizaje*. Se trata entonces, de que, en el proceso de mediación, los mismos estudiantes vayan construyendo un consenso acerca de la respuesta válida.

Es importante y necesario revisar, analizar y responder la pregunta antes de desarrollarla con los estudiantes, de tal manera que se puedan prever los posibles razonamientos que hacen que un estudiante escoja una opción. Esto permitirá preparar algunas acciones didácticas que faciliten la mediación de la pregunta, al momento de abordarla en el aula

La pregunta es un todo que expresa un mensaje y que puede ser usada para favorecer los aprendizajes y puede ser usada con este objetivo siempre y cuando se sigan unos pasos. Estos pasos pueden variar, de acuerdo con las circunstancias y las experiencias de aula particulares. Se propone esta pauta o guía general, con el fin de que el trabajo con la pregunta se aproveche de la mejor manera. Los pasos son los siguientes:

1. Proponer a todos los estudiantes que respondan la pregunta individualmente: previamente, se les ha dicho que es importante que lean con mucha atención, que no respondan de manera acelerada y que se tomen entre 2 y 3 minutos para hacerlo.
2. Invitar a los estudiantes a que cuenten a sus compañeros la estrategia que usaron para resolver dicha pregunta: no basta con que elijan una opción de respuesta, es necesario justificar la elección. Este es un trabajo de metacognición y responde a la pregunta *¿cómo lo hice?* Una variante de la dinámica desarrollada en estos dos primeros pasos es la conformación de grupos de trabajo.
3. Hacer un inventario de las diferentes respuestas, escribiendo en el tablero y frente a las letras A, B, C, D, el número de estudiantes que escogieron cada opción.

4. Iniciar el trabajo de mediación con las opciones falsas, empezando con aquella que haya sido elegida por el mayor número de estudiantes. Se pide a dos o tres estudiantes que expliquen por qué eligieron dicha opción. Si bien estas explicaciones marcarán la pauta para el trabajo de mediación del docente, es necesario insistir, y el profesor con sus actitudes lo puede mediar, en que estas explicaciones deben ser dirigidas a todos los compañeros. Para este trabajo, es necesario tener en cuenta que las respuestas erradas pueden deberse a alguno o varios de los siguientes factores: deficiente capacidad de lectura de los textos, gráficas, esquemas o tablas que conforman el enunciado de la pregunta; un bajo nivel de las habilidades para relacionar, diferenciar, interpretar, analizar, deducir o sintetizar a partir de la información aportada por el enunciado de la pregunta; o el manejo insuficiente de los conceptos involucrados en la situación problema expresada en la pregunta.

5. Luego de que el estudiante explica las razones de su escogencia, en lo posible, lo primero que se debe hacer es procurar que el estudiante confronte su elección y la explicación que da de la misma con lo que está escrito en el enunciado, en la pregunta y en las opciones. Para ello, el docente puede hacerle preguntas que le permitan confrontar su interpretación con lo que expresa el enunciado. Para alimentar esta problematización se procura hacer aportes que permitan relacionar el texto de la pregunta con el contexto en el cual está hecha la misma.

6. Es necesario retomar las otras opciones falsas y pedir las respectivas explicaciones de quienes las escogieron, repitiendo el paso anterior.

7. A veces, las reflexiones hechas en los pasos 5 y 6 posibilitan ir deduciendo la opción válida. Dependiendo de qué tanto dichas reflexiones hayan aclarado posibles justificaciones de la opción válida, se puede pedir a los estudiantes que respondieron correctamente la pregunta que expongan sus explicaciones.

8. A partir de las reflexiones desarrolladas en los pasos 5, 6 y 7, se puede avanzar con los estudiantes hacia la justificación de la opción correcta y hacia el cierre del trabajo con la pregunta, y para ello:

- Es necesario detenerse un momento en el contexto (que puede ser textual, gráfico o combinado). Analizar toda la información que en él hay y revisar los conceptos con la participación protagónica de los estudiantes.

- Es muy importante que se evoquen los referentes teóricos o los contextos históricos, geográficos o culturales que se relacionan de manera directa con la pregunta.

- Se ha de hacer una pausa deteniéndose en el enunciado e identificando la tarea y las acciones mentales que exige el proceso de solución de la pregunta.

9. Cerrar el trabajo con la pregunta, indagando a los estudiantes sobre lo aprendido en el desarrollo de este, explicitando con ellos los procesos de pensamiento, los conceptos y los referentes teóricos de los mismos, que fueron necesarios para abordar la pregunta, retomando las respuestas del paso 2 y reflexionando con ellos sobre los beneficios que tiene operar de una u otra manera.

c. La prueba paralela:

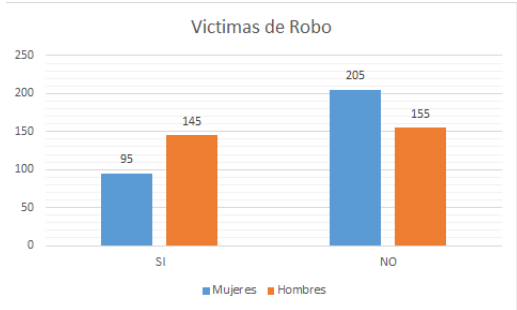
Esta prueba, se denomina paralela porque cada una de las preguntas que contiene es paralela a cada una de las preguntas de la prueba de diagnóstico. Dos preguntas son paralelas si evalúan exactamente lo mismo, es decir, si la tarea evaluativa es la misma, tienen el mismo nivel de dificultad y los objetivos de diagnóstico de cada una de las opciones es el mismo.

El siguiente es un ejemplo de pregunta de esta prueba: es paralela a la mostrada como ejemplo de pregunta contenida en la prueba de diagnóstico.

(Ver en el Apéndice C la prueba montada en el cuadernillo que usaron los estudiantes).

Tabla 7.

La pregunta en la plantilla de entrega de autores

Código	4	Clave	B											
Componente	Aleatorio	Competencia	Comunicación, representación y modelación.											
Contenido	Tablas y gráficos estadísticos.	Dificultad	Medio											
Estándar	Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.													
Afirmación	Hace traducciones entre diferentes representaciones.													
Tarea evaluativa	Identificar la gráfica de barras que representa los datos proporcionados en una tabla de doble entrada, con dos variables en cada una.													
Imagen del enunciado	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th></th> <th>Hombres</th> <th>Mujeres</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2">¿Ha sido víctima de robo?</td> <td>SI</td> <td>95</td> <td>145</td> </tr> <tr> <td>NO</td> <td>205</td> <td>155</td> </tr> </tbody> </table>					Hombres	Mujeres	¿Ha sido víctima de robo?	SI	95	145	NO	205	155
		Hombres	Mujeres											
¿Ha sido víctima de robo?	SI	95	145											
	NO	205	155											
Enunciado	<p>Se realizó una encuesta para determinar el índice de robos en los paraderos de bus de la ciudad. Se preguntó a 300 hombres y 300 mujeres en los paraderos de bus, si habían sido o no víctimas de robo en los últimos 6 meses y se obtuvieron los siguientes resultados.</p> <p style="text-align: center;">(IMAGEN)</p> <p>Una forma de representar correctamente los datos de la tabla anterior es:</p>													
Opciones de respuesta	A													



d. La entrevista estructurada

Esta entrevista estuvo dirigida a los estudiantes que recibieron la retroalimentación a través de la metodología de evaluación formativa y tiene dos finalidades: la primera, es indagar a los estudiantes sobre lo que les gustó y lo que no les gustó de este proceso. La segunda es que ellos comparen la experiencia en el proceso metodológico con el que ellos han tenido con su docente de matemáticas.

6. Resultados

Para empezar el análisis es importante identificar con claridad los cuatro grupos que participaron en el proceso de investigación.

- Primer grupo experimental (GE1). Salón de 30 niñas de barrios legales estrato 3.
- Primer grupo control (GC1). Salón de 28 niñas de un barrio de invasión.
- Segundo grupo control (GC2). Salón de 31 niños de barrios legales estrato 3.
- Segundo grupo experimental (GE2). Salón de 28 niños de un barrio de invasión.

Según información de la institución y la docente, los grupos GE1 y GC2 conformados por niñas y niños de barrios legales tienen un mayor rendimiento académico.

Lo anterior se corrobora con los promedios finales de los estudiantes, que en escala de 1 a 100 son los siguientes:

GE1: 73,13

GC1: 64,09

GC2: 63,56

GE2: 61,22

Aunque, como se puede ver en estos datos, la diferencia es mucho mayor entre las niñas que entre los niños.

El siguiente análisis se hace con los estudiantes que presentaron las dos pruebas, la de diagnóstico y la de comparación, es decir, que algún estudiante no presentó alguna de las dos pruebas, este no será tenido en cuenta.

- **Análisis del cambio de promedio en los grupos**

Tabla 8.

Promedios de los cuatro grupos en las dos pruebas

Salón	Promedio prueba de diagnóstico	Promedio Prueba de comparación
5-1 (GE1)	40	42
5-4 (GE2)	41	40
5-2 (GC1)	40	39
5-3 (GC2)	42	40

Al observar los promedios, es difícil deducir alguna hipótesis de valor significativo, aunque se puede afirmar que los dos grupos de control redujeron su promedio y que el primer grupo experimental (GE1) aumentó el promedio en dos puntos.

- **Análisis del comportamiento de los puntajes individuales de los estudiantes**

A continuación, se hará un análisis que compara los puntajes de los estudiantes en la prueba de diagnóstico y la prueba de comparación, la que aplicaron todos los salones después de desarrollar la metodología de evaluación formativa.

Tabla 9.

Análisis del comportamiento de los puntajes individuales de los estudiantes

Salón	N° de estudiantes	Estudiantes que aumentaron su puntaje		Estudiantes que mantuvieron su puntaje		Estudiantes que redujeron su puntaje		Estudiantes que aumentaron su puntaje en 4 puntos o más	
		N°	%	N°	%	N°	%	N°	%
		5-1 (GE1)	30	19	63,3	3	10	8	26,7
5-4 (GE2)	28	11	39,3	3	10,7	14	50	8	28,6
5-2 (GC1)	28	11	39,3	1	3,6	16	57,1	9	32,1
5-3 (GC2)	31	10	32,3	8	25,8	13	41,9	5	16,1

De estos datos, se puede resaltar la mejora que hubo en el primer grupo experimental (GE1), en el que el 63,3% de los estudiantes aumentó su puntaje y el 40% aumentó su puntaje en 4 o más puntos. Estos datos, en cierta manera explican lo que representan los dos puntos en los que aumentó el promedio de este grupo, en el que solo un 26,7% de los estudiantes disminuyeron su puntaje en la prueba de comparación.

El segundo grupo experimental (GE2), en consonancia con su pequeña variación en el promedio, mantuvo un equilibrio que se manifiesta en que el 50% de los estudiantes aumentó o mantuvo su puntaje.

Una primera explicación que se puede encontrar en las diferencias significativas entre el mejoramiento del GE1, conformado mayoritariamente por niñas de familias que viven en casas estrato 3, y el GE2, conformado por niños que viven en casas de un sector de invasión, es que las niñas colaboraron más con la actividad de intervención a través de la metodología de evaluación formativa y en general fueron más participativas que los niños del GE2.

Al comparar los grupos de control entre sí, se puede afirmar que el GC2, conformado por niños de familias que viven en casas estrato 3, a pesar de tener una mayor reducción del promedio tuvieron unos resultados más estables ya que el 58,1% aumentó o mantuvo su puntaje. En el GC1, este comportamiento lo tuvo el 42,9%.

- **Análisis del comportamiento de los estudiantes con las preguntas trabajadas en el aula**

En este aparte, se analizará cómo cambió el comportamiento de los estudiantes con las preguntas que fueron mediadas en el aula. Es decir, se comparará el comportamiento de los estudiantes con estas preguntas en la prueba diagnóstica y luego con la pregunta paralela, en la prueba de comparación. De las 24 preguntas que contienen las pruebas, con 6 de ellas se desarrolló la metodología de evaluación formativa; con las otras 18 no se desarrolló ninguna actividad. Las 6 preguntas se escogieron entre las más difíciles para los estudiantes; y fueron las preguntas 2, 4, 11, 12, 21 y 22. Para analizar los datos es necesario tener en cuenta que el signo negativo (–) indica que hubo una disminución en el número de estudiantes que respondieron acertadamente la pregunta.

(Las preguntas de ambas pruebas se pueden ver en el Apéndice B y en el Apéndice C).

Tabla 10.

Análisis del comportamiento de los estudiantes con las preguntas trabajadas en el aula

Pregunta 2.

Salón	N° de estudiantes	Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de diagnóstico		Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de comparación		Variación en el comportamiento	
		N°	%	N°	%	N°	%
		5-1(GE1)	30	6	20	12	40
5-4 (GE2)	28	3	10,71	10	35,71	7	25
5-2 (GC1)	28	1	3,57	4	14,29	3	10,72
5-3 (GC2)	31	5	16,13	11	35,48	6	19,35

Pregunta 4

Salón	N° de estudiantes	Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de diagnóstico		Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de comparación		Variación en las respuestas acertadas	
		N°	%	N°	%	N°	%
		5-1 (GE1)	30	3	10	6	20
5-4 (GE2)	28	4	14,29	4	14,29	0	0
5-2 (GC1)	28	7	25	1	3,57	- 6	- 21,43
5-3 (GC2)	31	7	22,58	2	6,45	- 5	- 16,13

Pregunta 11

Salón	N° de estudiantes	Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de diagnóstico		Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de comparación		Variación en las respuestas acertadas	
		N°	%	N°	%	N°	%
		5-1 (GE1)	30	4	13,33	8	26,67
5-4 (GE2)	28	4	14,29	7	25	3	10,71
5-2 (GC1)	28	7	25	0	0	-7	-25
5-3 (GC2)	31	4	12,9	7	22,58	3	9,68

Pregunta 12

Salón	N° de estudiantes	Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de diagnóstico		Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de comparación		Variación en las respuestas acertadas	
		N°	%	N°	%	N°	%
		5-1 (GE1)	30	5	16,67	7	23,33
5-4 (GE2)	28	7	25	10	35,71	3	10,71
5-2 (GC1)	28	3	10,71	5	17,86	2	7,15
5-3 (GC2)	31	4	12,9	10	32,26	6	19,36

Pregunta 21

Salón	Nº de estudiantes	Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de diagnóstico		Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de comparación		Variación en las respuestas acertadas	
		Nº	%	Nº	%	Nº	%
		5-1 (GE1)	30	6	20	13	43,33
5-4 (GE2)	28	10	35,71	7	25	- 3	- 10,71
5-2 (GC1)	28	6	21,43	7	25	1	3,57
5-3 (GC2)	31	10	32,26	9	29,03	- 1	- 3,23

Pregunta 22

Salón	Nº de estudiantes	Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de diagnóstico		Estudiantes que respondieron acertadamente en la prueba de comparación		Variación en las respuestas acertadas	
		Nº	%	Nº	%	Nº	%
		5-1 (GE1)	30	8	26,67	9	30
5-4 (GE2)	28	5	17,86	10	35,71	5	17,85
5-2 (GC1)	28	7	25	5	17,86	- 2	- 7,14
5-3 (GC2)	31	6	19,35	5	16,13	- 1	- 3,22

Al analizar los cambios en el comportamiento con las preguntas mediadas a través de la metodología de evaluación formativa encontramos que en el caso del GE1 se duplicó el número de estudiantes que respondieron bien las preguntas 2, 4, 11 y 21; este mejoramiento fue muy leve en el caso de las preguntas 12 y 22. En el GE2 se triplicó el número de estudiantes que respondió bien la pregunta 2 y se duplicó en el caso de la pregunta 22; también hubo mejoras en las preguntas 11 y 12 y tenemos el único caso en el que hubo una desmejora, en la pregunta 21.

Por último, y para poder precisar desde los números el grado de mejoramiento como producto de la aplicación de la metodología de evaluación formativa, procederemos a sintetizar los anteriores resultados en la siguiente Tabla:

Tabla 11.

Comparación de los promedios de los porcentajes de mejora

Salón	Promedio de los porcentajes de mejora en las preguntas mediadas	Promedio de los porcentajes de mejora en las preguntas NO mediadas
5-1 (GE1)	12,77 %	0,00 %
5-4 (GE2)	8,93 %	- 5,95 %
5-2 (GC1)	-5,35 %	- 1,19 %
5-3 (GC2)	4,30 %	- 7,88 %

En esta última tabla se están comparando los promedios de los porcentajes de mejora de las preguntas mediadas a través de la metodología de evaluación formativa con los porcentajes de mejora de las 18 preguntas que no fueron mediadas en ninguno de los cuatro salones.

Estos datos confirman el mejoramiento notable que ocurrió con el GE1, pero, además permiten ver los efectos positivos que tuvo la intervención con la metodología en el GE2, algo que no se pudo apreciar en los dos apartes anteriores. Este grupo tuvo un mejoramiento del 8,93% en las preguntas mediadas, menor en un 3,84 % al mejoramiento del GE1 y mayor en 4,63% que el GC2, que fue el de mejor comportamiento entre los grupos control.

También se puede observar que en las preguntas que no fueron mediadas a través de la metodología no hubo cambios positivos y sí mayoritariamente negativos, tanto en los grupos experimentales como en los grupos control.

- **Análisis de las entrevistas realizadas**

La entrevista estructurada se realizó para averiguar sobre las percepciones que los estudiantes de los grupos experimentales tuvieron sobre el ejercicio de evaluación formativa que se hizo con las preguntas más difíciles. Esta entrevista la respondieron 28 estudiantes del grupo 5-1 (GE1) y 30 estudiantes del grupo 5-4 (GE2). A continuación, se expondrá el resultado de cada pregunta:

Pregunta 1

¿Cuáles fueron las dos (2) cosas que más te gustaron de las actividades realizadas con las preguntas de la prueba de matemáticas?

De las 85 afirmaciones que se lograron extraer de las respuestas de los estudiantes, 46 de ellas estaban relacionadas con los siguientes aspectos: El profesor explicaba bien, el aprendizaje de nuevos conceptos y las actividades didácticas de las preguntas sobre área y perímetro, sobre probabilidad y sobre el plano cartesiano.

Entre las demás, es importante resaltar las siguientes: a 2 estudiantes lo que más les gustó es que les enseñaron que lo primero que hay que hacer es leer bien y comprender la pregunta, también a 2 estudiantes les gustó que con algunas preguntas lo que parecía difícil era fácil, a 3 estudiantes les gustó el trabajo en grupos, a 4 estudiantes les gustó que el profesor dejaba expresar sus opiniones, a 5 estudiantes les gustó que el profesor los ponía a pensar, a 6 estudiantes les gustó la alegría y actitud del profesor, y a 7 estudiantes lo que más les gustó era que se divertían en clase.

También hubo respuestas de un solo estudiante, como las que afirmaron que lo que más le gustó es que se aprendía de los errores, que los problemas se podían resolver de varias formas, y que se podía compartir con los compañeros y el profesor.

Pregunta 2

¿Qué fue lo que menos te gustó de las actividades realizadas con las preguntas de la prueba de matemáticas?

En general, la mayoría de los estudiantes (33 respuestas), respondieron que les gustó todo y en algunos casos, el disgusto consistió en que no lograron conectarse con algunas preguntas y a veces no entendían las explicaciones (11 respuestas).

Algunas respuestas del grupo 5-4 (GE2) muestran que a veces el ambiente en este salón no se prestó para hacer un buen proceso de evaluación formativa. Hubo 5 respuestas que afirmaban que lo que menos les gustó es que algunos estudiantes no dejaban hablar al profesor.

Pregunta 3

Sobre las actividades con las preguntas, entre los siguientes aspectos señala con una X los tres (3) que más te gustaron:

A. Que podíamos contarles a los compañeros lo que estábamos pensando.

22 respuestas

B. La forma como preguntaba el profesor.

15 respuestas

C. Que el profesor nos ponía a reflexionar.

20 respuestas

D. Las preguntas que hacía el profesor nos hacían pensar.

30 respuestas

E. Había tiempo suficiente para pensar sobre nuestra manera de solucionar los problemas de las preguntas.

35 respuestas

F. El profesor buscaba la forma de hacer que todos participáramos.

43 respuestas

Pregunta 4

A partir de la experiencia con las preguntas de la prueba, ¿qué le recomendarías a tu profesora de matemáticas para que lo haga en las clases?

A esta pregunta, y entre los estudiantes que se dieron a entender, un buen número, 13 de ellos, respondieron que les gustaría que su profesora desarrollara actividades que hicieran más divertido el aprendizaje de las matemáticas; a 11 estudiantes les gustaría que su profesora los pusiera a participar más en las clases; 8 estudiantes dijeron que les gustaría que su profesora les explicara o les enseñara más; 5 de ellos dijeron que la profesora les dé más tiempo para pensar, y también 5 recomendaron que la profesora debería ponerlos a reflexionar; 4 estudiantes propusieron que la profesora trabaje en el aula con preguntas como las de las pruebas y otros 3 que los pasara más al tablero.

Al interpretar los resultados de las cuatro preguntas realizadas se puede afirmar que, de acuerdo con la forma como contestaron dicha entrevista y particularmente las preguntas 1, 3 y 4 en las que pudieron expresar lo que más les gustó de la metodología usada en el proceso de evaluación formativa y comparar las prácticas realizadas en esta con las prácticas de su docente, a los estudiantes, mayoritariamente, les gusta una clase en la que puedan participar de manera más activa, pensar y reflexionar sobre las temáticas o problemas abordados en el aula. En este caso particular de las matemáticas es notorio que los estudiantes quieren clases en las que puedan

construir su aprendizaje a través de acciones concretas que les permitan experimentar el placer del descubrimiento de los principios y apropiarse de los conceptos matemáticos.

7. Conclusiones

La última tabla (Tabla 11), que sintetiza los resultados de los mejoramientos obtenidos como producto de la intervención pedagógica, permite hacer dos comparaciones que nos llevan a la conclusión de que la metodología aplicada tuvo resultados positivos.

La primera, es comparar el promedio de los porcentajes de mejora con las preguntas mediadas en los grupos experimentales y el valor de este promedio en los grupos control. Los valores 12,77% y 8,93% de los primeros son significativamente superiores al -5,35% y al 4,30% de los segundos.

La segunda, es comparar en los grupos experimentales el promedio de los porcentajes de mejora en las preguntas mediadas con el promedio en las preguntas no mediadas. Los valores 12,77% y 8,93 % son significativamente superiores al 0,00 % y al - 5,95 % de las preguntas no mediadas.

Qué tanto estas diferencias puedan ser consideradas un logro aceptable, depende de la metodología y las condiciones en que se realizó.

Entre las condiciones, están las socioeconómicas, que influyen en los resultados pero que no fueron abordadas por la investigación y sobre las cuales no es posible afirmar algo a partir de la información obtenida.

Es claro que el grado de mejoramiento depende del impacto que la metodología de evaluación formativa haya tenido en los estudiantes, y en este sentido, la experiencia con la metodología

mostró que para que esta tenga un mejor y mayor efecto en los estudiantes, en el profesor y en la institución, se deben mejorar los siguientes aspectos:

1. Usar ayudas didácticas.

Fue notorio que las preguntas que se abordaron en el aula contando con el uso de ayudas didácticas y menor uso de marcador y tablero permitieron una mayor vinculación y compromiso de los estudiantes con la metodología.

2. Invertir el aula.

Desarrollar la experiencia de mediación con la metodología con el criterio de que el aula funcione de manera invertida, en la cual los estudiantes trabajen y discutan y el profesor medie esa reflexión grupal o individual. La experiencia mostró que cuando se usaron ayudas didácticas el aula se invirtió de manera espontánea, pero se hace necesario que esto se haga de manera programada.

3. Vincular al docente.

Trabajar en equipo con el docente, de tal manera que con él se prepare el proceso de intervención con la metodología, se definan las ayudas didácticas y se reflexione a partir del proceso y los resultados de los estudiantes antes y después de la aplicación de la metodología. La vinculación del docente es la que posibilita su reflexión y transformación pedagógica desde el hacer. Esto también puede ayudar a fortalecer el compromiso de algunos estudiantes con la metodología.

4. Ampliar el tiempo de trabajo con cada pregunta.

Como de lo que se trata es de que el estudiante a través de la experiencia con la pregunta revise la forma en que tiene apropiado los conocimientos y las formas de proceder cuando resuelve un

problema matemático, se hace necesario un mayor tiempo que permita abordar los conceptos implicados en la pregunta a profundidad y permita revisar la manera de proceder con ellos.

Ahora, si bien esta investigación estaba delimitada a probar una metodología claramente definida, los resultados de la misma dejan un campo abierto de posibles investigaciones que estén enmarcadas en procesos de intervención pedagógica a las instituciones educativas a partir de los resultados de una evaluación externa de competencias con preguntas cerradas.

Lo anterior quiere decir que queda planteada la necesidad de usar esta u otra metodología de evaluación formativa, pero con la participación de la institución y los docentes; de tal manera que la aplicación, revisión y transformación de dicha metodología por parte de los docentes, con el asesoramiento de la entidad que construye, aplica y entrega los resultados de la prueba, posibilite aportes y transformaciones en las prácticas pedagógicas de estos. Prácticas pedagógicas encaminadas a cerrar la brecha existente entre los objetivos de educación definidos en la ley, los lineamientos y los estándares curriculares y los objetivos logrados por los estudiantes, los profesores y las instituciones educativas.

Referencias bibliográficas

- Andrade Heidi L., Cizek Gregory J. (2010). Handbook of Formative Assessment. First edition. New York. Taylor & Francis e-Library.
- Congreso de Colombia. (1994). Ley 115, Ley general de educación. Bogotá. Imprenta nacional de Colombia.
- Cortada de Kohan, Nuria. (1999). Teorías psicométricas y construcción de tests. Buenos Aires. Lugar Editorial.
- Downing, Steven M. Haladyna, Thomas M. (2012). Manual para el desarrollo de pruebas a gran escala. México. CENEVAL.
- Hederich Martínez, Christian; Martínez Bernal, Jorge; Rincón Camacho, Lida. (2014). Hacia una educación basada en la evidencia (Artículo). Bogotá, Colombia. Revista Colombiana de Educación, N° 66.
- ICFES. Guía de Interpretación y Uso de Resultados de las pruebas SABER 3°, 5° y 9°. [En Línea]. Disponible en: http://portal.icfes.s3.amazonaws.com/datos/guiasCognitivo/Orientaciones_para_la_Lectura_de_Resultados_de_Establecimientos_Cognitivo.pdf [Citado el 14 de Noviembre de 2017].
- ICFES. Información de la prueba Saber 11. [En Línea]. Disponible en: <http://www2.icfes.gov.co/instituciones-educativas-y-secretarias/saber-11/informacion-de-la-prueba-saber11> [Citado el 14 de Noviembre de 2017].

- ICFES. Información de la prueba Saber 3, 5 y 9. [En Línea]. Disponible en: <http://www2.icfes.gov.co/instituciones-educativas-y-secretarias/pruebas-saber-3-5-y-9/informacion-de-la-prueba-saber3579> [Citado el 14 de Noviembre de 2017].
- ICFES. Resultados de investigaciones. [En Línea]. Disponible en: <http://www2.icfes.gov.co/investigadores-posgrado-2/resultados-de-investigaciones>. [Citado el 22 de Noviembre de 2016].
- ICFES. (2011). SABER 5o. y 9o. 2009. Informe de resultados de la aplicación a estudiantes de algunos modelos educativos. Bogotá, Colombia.
- ICFES. (2011). Encuestas curriculares. SABER 5° y 9° de 2009. Bogotá, Colombia.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). (2005). PISA para docentes: la evaluación como oportunidad de aprendizaje. México D.F.
- Lavy, Victor. (2011). What Makes an Effective Teacher? Quasi-Experimental Evidence.
- Levin-Rozalis, M. (2010). Cybernetics: A possible solution for the “knowledge gap” between “external” and “internal” in evaluation processes. En *Evaluation and Program Planning* 33. 333–342.
- Livingston, Kay; McCall, Jim. (2005). Evaluation: judgemental or developmental? (Artículo). *European Journal of Teacher Education*. Vol. 28, No. 2, June, 165–178.
- Long, C.; Dunne, T.; Mokoema, G. (2014). A model for assessment: Integrating external monitoring with classroom based practice. En *Perspectives in Education* 32(1). 158-178.
- Marques, Maria Micaela; Sousa, Joana Raquel; Costa, Natália; José Augusto Pacheco. (2015). Efectos de la Evaluación Externa de los aprendizajes en el Desarrollo Profesional de Profesores de Matemáticas de la Enseñanza Básica en Portugal. *Revista Meta: Avaliação*. Rio de Janeiro. v. 7, n. 19. 58-84.

- Martínez rizo, Felipe. (2009). Evaluación formativa en aula y evaluación a gran escala: hacia un sistema más equilibrado. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*. Vol. 11, No. 2.
- Martínez Rizo, Felipe (2011). La evaluación en el aula “Promesas y desafíos de la evaluación formativa”. Aguascalientes, México. Universidad autónoma de Aguas calientes.
- Mendoza González, Alix L.; Vargas Clavijo, Magda C.; García, María C. (2014). Perfiles institucionales y desempeño en las pruebas SABER 5° y 9°, 2009. Un análisis secundario de bases de datos. ICFES. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias. PP 45 – 95. Bogotá. Imprenta nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares matemáticas. Bogotá. Cooperativa editorial magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2008). Guía para el mejoramiento institucional. Primera edición. Bogotá: Cargraphics S.A. 108 -109.
- Mislevy Robert, J.; Riconscente, Michelle M (2012). Diseño de la evaluación centrado en la evidencia. En *Manual para el desarrollo de pruebas a gran escala*. CENEVAL. México. 111-150.
- Monereo, C.; Morcillo, P. (2011). Las evaluaciones externas como andamiaje de las prácticas de evaluación: un estudio de caso en el área de tecnología. *Cultura y Educacion*. Vol 23, Num 2. 183-204.
- Muñiz Fernández, José. (1997). *Introducción a la teoría de respuesta a los ítems*. Madrid. Ediciones Pirámide.

- Pellegrino, James W. (2014). La evaluación como una influencia positiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje del siglo XXI: aplicación de un enfoque sistémico al progreso. *Psicología Educativa*. Num 20. 65-77.
- Pérez Yarahuán, Gabriela. (2015). La influencia de la evaluación externa en los programas gubernamentales para la educación básica, 2002-2012. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. México. VOL. 20, NÚM. 66, PP. 685-710.
- Perkins, David (1999). Qué es la comprensión en La enseñanza para la comprensión. Buenos Aires, Argentina. Editorial Paidós. P 70.
- Perkins, David (2010). El aprendizaje pleno: principios de la enseñanza para transformar la educación. Buenos Aires. Paidós.
- Perrenoud Philippe. (2008). La evaluación de los alumnos. Buenos Aires. Ediciones COLIHUE _____ . (2010). Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar. Barcelona. Editorial GRAÓ.
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2013). El enfoque formativo de la evaluación. México D.F. Editorial SEP.
- Serván, M^a José. (2011). Percepciones e interpretaciones de las comunidades educativas en torno a la evaluación externa de los aprendizajes escolares. Estudios de caso sobre la evaluación de diagnóstico en Andalucía. En *Cultura y Educación*. 23 (2). 221-234.
- Stone Wiske, Martha (1999). Qué es la enseñanza para la comprensión en La enseñanza para la comprensión. Buenos Aires, Argentina. 95-126.
- Stone Wiske, Martha (1999). *Qué es la enseñanza para la comprensión* en La enseñanza para la comprensión. Buenos Aires, Argentina. 95-126

- Vanhoof J., Van Petegem P. (2007). Matching internal and external evaluation in an era of accountability and school development: lessons from a Flemish perspective. En *Studies in Educational Evaluation* 33. 101–119.
- Wilches, Amparo; Gil Pérez, Daniel. (2010). El programa PISA: un instrumento para la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje (Artículo). *Revista Iberoamericana de Educación*, 53, 121-154.
- William, Dylan (2013). *Assessment: The Bridge between Teaching and Learning*. En *Voices from the Middle*. The National Council of Teachers of English. Number 2, December, 15-20.
- _____. (2014). *Formative assessment and contingency in the regulation of learning processes*. En the annual meeting of the American Educational Research Association.

Apéndices

Apéndice A. Autoría Prueba de Diagnostico Matemáticas 5°

Responda las preguntas 1 y 2 según la siguiente información.

En el colegio en el que estudia Felipe han organizado un evento deportivo, en el cual los estudiantes de 5° van a participar en una carrera de 500 metros y los de 11° van a participar en una carrera de 2.000 metros.

Código	1	Clave	A
Componente	Numérico-Variacional.	Competencia	Razonamiento y Argumentación.
Contenido	Medidas relativas.	Dificultad	Bajo
Estándar	Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.		
Afirmación	Compara cuantitativamente la longitud de objetos usando uno de ellos como medida relativa.		
Tarea evaluativa	Establecer la relación existente entre dos distancias usando una de ellas como medida de referencia.		
Enunciado	Es correcto afirmar que la relación entre las distancias recorridas por los estudiantes de 5° y 11° es así:		
Opciones de respuesta	A	La distancia recorrida por los estudiantes de 11° es cuatro veces la distancia recorrida por los estudiantes de 5°	
	B	La distancia recorrida por los estudiantes de 11° es $\frac{1}{4}$ de la distancia recorrida por los estudiantes de 5°	
	C	La distancia recorrida por los estudiantes de 5° es cuatro veces la distancia recorrida por los estudiantes de 11°	
	D	La distancia recorrida por los estudiantes de 5° es $\frac{2}{5}$ de la distancia recorrida por los estudiantes de 11°	
Hipótesis diagnósticas	B	El estudiante reconoce que las distancias están en relación de 1 a 4, sin embargo parece no comprender a quien se le aplica el factor fraccionario involucrado en el enunciado. No interpreta correctamente términos como “ $\frac{1}{4}$ de...” y “ $\frac{3}{4}$ de...” cuando estos son mencionados en un texto.	

	C	<p>El estudiante tiene en cuenta las cantidades a comparar, sin embargo, invierte la relación entre las cantidades y los grados al momento de comparar.</p> <p>No logra establecer la razón en la cual se encuentran dos cantidades cuando una es múltiplo de la otra.</p>
	D	<p>Es posible que el estudiante identifique las distancias involucradas y establezca erróneamente una fracción con ellas obteniendo $2/5$; además, identifica que la fracción representa un decimal menor que 1 y que los estudiantes de 5° deben recorrer una menor distancia.</p> <p>No establece correctamente la razón entre dos distancias.</p>
Sugerencias para los aprendizajes		<p>El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra establecer la razón en que se encuentran las dos cantidades involucradas o quizás establece esta razón, pero tiene dificultades al momento comparar las cantidades usando la razón como un factor.</p> <p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban manipular materiales concretos y comparar distancias usando fracciones como factores.</p> <p>Por ejemplo puede organizar a sus estudiantes en grupos y pídale llevar un carrete de pita a cada grupo. A continuación invítelos a hacer nudos que estén separados 20 cm entre sí. Encargue a cada grupo hacer estos nudos en cuerdas de diferentes longitudes y pídale comparar las cuerdas con el fin de decidir cuál es más larga. Posteriormente pregúnteles: La cuerda más larga, ¿en cuánto es más larga?, posiblemente los estudiantes resaltarán la cantidad de nudos que tiene una más que la otra. Ahora invítelos a que usen factores y se atrevan a afirmar cosas como “una es el doble de la otra”, “una es tres veces la otra”, etc.</p> <p>Usted escogerá las longitudes de cada grupo de forma premeditada, su objetivo será poder establecer fracciones sencillas, por ejemplo un grupo puede hacer una cuerda con 3 nudos y otra con 6 nudos, así podrán establecer que una cuerda es el doble de la otra o que una es la mitad de la otra, en este momento puede hacer conexión con el trabajo que han desarrollado para fracciones con la recta numérica y se espera que los estudiantes puedan asociar rápidamente las dos representaciones, dada la similitud de las cuerdas con la recta. Solicíteles intercambiar una de las cuerdas con otro grupo y comparar el nuevo par de cuerdas usando factores fraccionarios.</p> <p>Muestre que la comparación puede hacerse en dos sentidos, por ejemplo, si las cuerdas tienen 7 y 5 nudos entonces la más larga es $7/5$ de la más corta y la</p>

	<p>más corta es $\frac{5}{7}$ de la más larga. Durante todo este proceso es importante que indague a los estudiantes y cuestione sus formas de proceder y las razones de sus justificaciones; esto le mostrará a usted, las nociones que han logrado desarrollar en torno a los conceptos de fracciones y al uso de estas como factores en la comparación de cantidades.</p> <p>Finalmente, realice un concurso en el que usted proporcione una afirmación como “una de las cuerdas es $\frac{5}{13}$ de la otra” y los estudiantes deban cortar dos cuerdas que cumplan con esta condición.</p>
--	--

Código	2	Clave	A
Componente	Numérico-Variacional.	Competencia	Planteamiento y Resolución de Problemas.
Contenido	Proporcionalidad entre dos magnitudes.	Dificultad	Medio
Estándar	Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.		
Afirmación	Resuelve y formula problemas en situaciones de proporcionalidad directa.		
Tarea evaluativa	Conocido el estado inicial de dos cantidades que aumentan en el mismo factor y el estado final de una de ellas, determinar el estado final de la otra cantidad.		
Enunciado	La distancia recorrida por los participantes en el evento del colegio es menor que la distancia que deben recorrer en las pruebas departamentales. Si tanto la distancia para los estudiantes de 5° como la distancia para los de 11° aumentan en el mismo factor y la carrera de 5° en las pruebas departamentales es de 1.500 metros, entonces ¿cuál es la distancia que deben recorrer los estudiantes de 11° en las pruebas departamentales?		
Opciones de respuesta	A	6.000 metros.	
	B	3.000 metros.	
	C	2.000 metros.	
	D	3.500 metros.	
Hipótesis diagnósticas	B	Posiblemente considera que aumentar en el mismo factor es aumentar en la misma cantidad, es decir, nota que la cantidad aumentada en la prueba de 5° es 1.000 metros y adiciona esta cantidad a la distancia recorrida por los estudiantes de 11°.	
	C	Posiblemente no comprende la situación e intenta resolverla dando cuenta de la distancia de la prueba de 11° sin ninguna modificación. No comprende la situación e intenta resolverla manipulando los datos presentes en el enunciado o eligiendo uno de estos.	

	D	<p>Posiblemente no comprende la situación ni la relación entre los datos ahí presentes. Al parecer realiza operaciones arbitrarias con los datos que considera relevantes, en este caso suma la distancia recorrida por los estudiantes de 11° en la prueba del colegio con la distancia recorrida por los estudiantes de 5° en las pruebas departamentales.</p> <p>No comprende la situación e intenta resolverla manipulando los datos presentes en el enunciado, sin asociar las operaciones y los resultados con el contexto.</p>
Sugerencias para los aprendizajes		<p>El estudiante no resuelve la situación debido a que no comprende la situación e intenta resolverla manipulando los datos presentes en el enunciado, sin asociar las operaciones y los resultados con el contexto. Es posible que no comprenda algunos de los términos usados, por ejemplo la palabra factor.</p> <p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban transformar cantidades o compararlas, para esto puede usar contextos matemáticos y de otras ciencias.</p> <p>Por ejemplo solicíteles construir triángulos con medidas conocidas, de preferencia escoja triángulos rectángulos y ternas pitagóricas para la medida de los lados. Se solicitará inicialmente que incrementen la medida de uno de los lados de los triángulos, será necesario aumentar uno o los otros dos lados, se espera que los estudiantes identifiquen que al variar la medida de uno de los lados, cambia la medida de al menos uno de los otros, pida estimar el perímetro tras medir los lados con una regla. Posteriormente varíe los lados en forma proporcional y solicite calcular el valor de los lados y del perímetro, se espera que los estudiantes identifiquen que cuando los lados de un triángulo aumentan en el mismo factor (de forma proporcional) el perímetro aumenta en el mismo factor.</p> <p>Por ejemplo, use el triángulo con lados 3 cm, 4 cm y 5 cm y a continuación dé las siguientes instrucciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dupliquen el lado más largo del triángulo y calculen el perímetro del triángulo resultante. • Tripliquen el lado más pequeño del triángulo y calculen el perímetro del triángulo resultante. • Multipliquen todas las medidas por 3 y calculen el perímetro del triángulo resultante. • Aumenten las medidas en el mismo factor, de tal manera que el lado de menor longitud, en el triángulo original, pase a medir 12 cm. • Si aumento el lado de 4 cm a 9 cm y los demás lados los aumento en el

	<p>mismo factor, ¿cuánto mide cada lado del triángulo?</p> <p>En estos ítems, la dificultad aumenta de forma progresiva, es necesario que conozca la forma en la que proceden los estudiantes para resolver cada uno de los ítems y en caso de ser necesario intervenga o permita que los compañeros hagan aportes que ayuden resolver el ítem. Se recomienda trabajar uno de los ítems y luego socializar su solución antes de continuar con el siguiente. Es posible que los estudiantes presenten dificultades en los dos últimos ítems, en este caso permita que los estudiantes aporten ideas y los resuelvan en forma grupal, en caso de ser necesario dé indicaciones que los guíe a pensar y a encontrar el camino para solucionarlos, pero no ofrezca la respuesta ni un método de solución. Será necesario que haga algunas precisiones sobre palabras como “factor” y el papel que juegan en el enunciado.</p> <p>Para cerrar la actividad, resalte los conceptos usados durante el desarrollo de la actividad y la forma adecuada de usarlos e interpretarlos.</p>
--	--

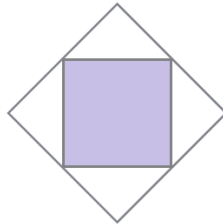
Código	3	Clave	B
Componente	Numérico-Variacional	Competencia	Comunicación, Representación y Modelación.
Contenido	Orden entre operaciones.	Dificultad	Medio
Estándar	Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus propiedades.		
Afirmación	Resuelve expresiones aritméticas compuestas, identificando la prioridad de las operaciones y ejecutando los cálculos en forma apropiada.		
Tarea evaluativa	Identificar la prioridad que tienen algunas operaciones involucradas en una expresión aritmética y ejecutar dichas operaciones en el orden correcto.		
Imagen del enunciado			
Enunciado	Después de realizar las operaciones indicadas en la siguiente expresión $5 \times (12 \div 3 + 3) - 7$ El resultado es:		
Opciones de respuesta	A	3	
	B	28	
	C	16	
	D	42	

Hipótesis diagnósticas	A	<p>Al parecer el estudiante no le da la prioridad correspondiente a la división y realiza primero la suma, es decir, hace $5x(12/(3+3))-7$.</p> <p>No identifica la prioridad que tienen las operaciones básicas cuando están involucradas en una expresión aritmética.</p>
	C	<p>Al parecer el estudiante no le da la prioridad a las operaciones ni a la solución del paréntesis; en su lugar, hace las operaciones siguiendo el orden de izquierda a derecha, es decir, hace $((5 \times 12)/3) + 3 - 7$.</p> <p>No identifica la prioridad que tienen las operaciones básicas cuando están involucradas en una expresión aritmética, ni la prioridad de los paréntesis en dichas expresiones.</p>
	D	<p>Posiblemente, el estudiante asigna correctamente la prioridad a las operaciones y al paréntesis, sin embargo, parece considerar un signo diferente, más precisamente realiza la operación $5x((12/3)+3)+7$, en lugar de $5x((12/3)+3)-7$.</p> <p>No ejecuta adecuadamente las operaciones involucradas en una expresión aritmética.</p>
Sugerencias para los aprendizajes	<p>El estudiante no resuelve la situación debido a que no identifica la prioridad que tienen las operaciones básicas cuando se ven envueltas en una expresión aritmética, o no identifica la prioridad de los paréntesis en dichas expresiones. Es posible que los estudiantes cometan errores en los cálculos efectuados tras cada operación o que no las ejecuten tal como se indica.</p> <p>Para superar estas dificultades, realice actividades en las que los estudiantes deban resolver expresiones aritméticas como la que se muestra en este problema. Es posible que los estudiantes hayan oído sobre la prioridad de las operaciones y de los paréntesis, pero no han logrado apropiarse de estos conceptos, esto puede deberse a que han sido aprendidas como recetas o retahílas.</p> <p>Se sugiere que los estudiantes trabajen en pequeños grupos con expresiones aritméticas y que luego presenten sus soluciones ante sus compañeros. Posiblemente, obtendrán múltiples respuestas para la misma expresión, en este caso proceda a exhibir los procedimientos y a analizar cada uno de ellos junto con los estudiantes. Hágalos caer en cuenta que la diferencia entre los resultados tienen que ver con el orden en el que se hicieron las operaciones involucradas en la expresión algebraica, además llame su atención y explique que este tipo de expresiones solo tienen un resultado correcto, por lo tanto, al menos uno de los procedimientos que están siendo analizados es incorrecto. Es este el momento en el que los estudiantes comprenden que deben seguir algunas reglas y un orden para resolver este tipo de expresiones.</p>	

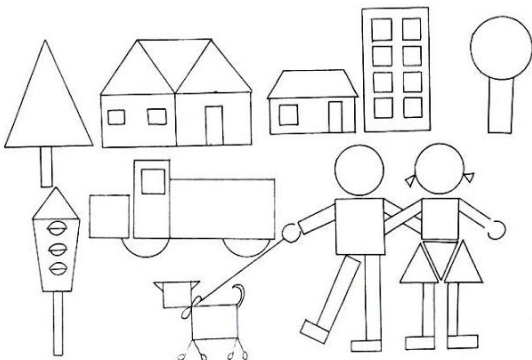
	Si los estudiantes presentaron un procedimiento correcto úselo, o proponga usted un procedimiento correcto para contrastar con algunos de los procedimientos erróneos, la idea es que los estudiantes identifiquen las operaciones que tienen prioridad en este tipo de expresiones. Motívelos a hacer afirmaciones justificadas sobre algunas reglas; por ejemplo, que en una expresión como $5x+9$ se hace primero la multiplicación y luego la suma. Haga los aportes que considere necesarios.
--	--

Responda las preguntas 4 y 5 según la siguiente información.

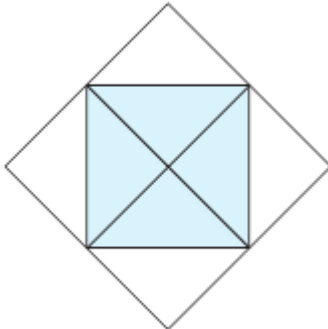
Se diseña un baldosín como el que se muestra en la figura.



Código	4	Clave	C
Componente	Geométrico-Métrico	Competencia	Razonamiento y argumentación.
Contenido	Figuras geométricas básicas y sus propiedades.	Dificultad	Medio
Estándar	Identifico, describo y uso propiedades de figuras geométricas básicas (cuadrados, rectángulos, diferentes clases de triángulos, rombos, etc.).		
Afirmación	Describe figuras geométricas compuestas resaltando las propiedades de las figuras que la componen.		
Tarea evaluativa	Identificar la descripción errada de una figura que es el producto de una composición de figuras geométricas básicas (triángulos y rectángulos).		
Enunciado	El diseño se puede describir de varias formas. ¿Cuál de las siguientes descripciones es INCORRECTA?		
Opciones de respuesta	A	Se trata de un cuadrilátero y cuatro triángulos isósceles.	
	B	Se trata de dos cuadrados uno dibujado dentro del otro.	
	C	Se trata de un cuadrado y cuatro triángulos equiláteros.	
	D	Se trata de un rectángulo y cuatro triángulos rectángulos.	

Hipótesis diagnósticas	A	<p>Posiblemente el estudiante identifica el cuadrilátero y los cuatro triángulos, además identifica que esto son rectángulos, por lo que supone que no pueden ser isósceles.</p> <p>No logra reconocer que algunas figuras básicas pueden ajustarse a varias definiciones, por ejemplo un cuadrado es un rectángulo y un triángulo equilátero también es isósceles.</p>
	B	<p>Posiblemente el estudiante supone que un cuadrado cuya posición es tal que una de las diagonales está en posición vertical y la otra en posición horizontal, es un rombo y no un cuadrado.</p> <p>Supone que las propiedades de una figura dependen de su posición en el plano.</p>
	D	<p>Posiblemente el estudiante supone que un rectángulo debe tener dos pares de lados diferentes, y por lo tanto no considera que un cuadrado sea también un rectángulo.</p> <p>No identifica las propiedades que posee una figura geométrica básica.</p>
Sugerencias para los aprendizajes	<p>El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra reconocer que algunas figuras básicas pueden ajustarse a varias definiciones, o simplemente no logra identificar las propiedades que caracterizan a dicha figura.</p> <p>Para superar estas dificultades, diseñe actividades en las que los estudiantes deban identificar en una figura compuesta algunas figuras simples como triángulos, cuadrados, circunferencias, etc.</p> <p>Por ejemplo presente una figura como la siguiente:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>A continuación pida a los estudiantes identificar y describir las figuras que componen los objetos en el dibujo. Invite a los estudiantes a que describan las figuras identificadas usando lenguaje propio de la geometría.</p> <p>Los estudiantes pueden omitir propiedades de las figuras en sus descripciones, así que invite a los compañeros a construir una figura que cumpla con la descripción pero que no sea la figura del dibujo. Por ejemplo, un estudiante</p>	

	<p>puede decir que un cuadrado es un cuadrilátero con los cuatro lados iguales, pero a esta definición puede ajustarse un rombo con los lados iguales y ángulos adyacentes diferentes, de esta manera queda claro que esta definición de cuadrado necesita más condiciones. Una de las formas más productivas de trabajar con los estudiantes, es aquella en la que puedan apoyar o refutar los argumentos aportados por sus compañeros, mediante la exploración de figuras que se ajusten a las características descritas en las definiciones de los compañeros. De esta forma los estudiantes comprenden la importancia de cada uno de los elementos presentes en las definiciones de las figuras geométricas; con un poco más de trabajo pueden llegar a notar que algunas definiciones son incluyentes, por ejemplo, en la definición de cuadrado se incluyen las condiciones para ser un rectángulo, por lo tanto se puede concluir que un cuadrado es un rectángulo.</p> <p>Cierre la actividad resaltando los conceptos más importantes trabajados durante la actividad.</p>
--	---

Código	5	Clave	D
Componente	Geométrico-Métrico	Competencia	Razonamiento y argumentación
Contenido	Clases de triángulos	Dificultad	Bajo
Estándar	Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.		
Afirmación	Establece relaciones de semejanza y congruencia entre figuras a partir de propiedades y magnitudes de las figuras (lados, ángulos, etc.).		
Tarea evaluativa	Identificar la semejanza y congruencia entre triángulos que componen una figura.		
Imagen del enunciado			
Enunciado	Si se le trazan las diagonales al cuadrilátero del centro, el diseño del baldosín queda como se ve en la siguiente figura: IMAGEN		

		¿Cuál de las siguientes afirmaciones es INCORRECTA?
Opciones de respuesta	A	Todos los triángulos que se forman son semejantes.
	B	Todos los triángulos que se forman tienen el mismo perímetro.
	C	Todos los triángulos que se forman son congruentes.
	D	Todos los triángulos que se forman tienen áreas diferentes.
Hipótesis diagnósticas	A	Posiblemente el estudiante reconoce que los triángulos son congruentes y quizás suponga que si dos triángulos son congruentes no pueden ser semejantes.
	B	Quizás determina que los triángulos formados al trazar las diagonales no tienen igual perímetro que los triángulos exteriores. No logra identificar condiciones suficientes en una pareja de figuras, para establecer que éstas son congruentes.
	C	Tal vez supone que si dos figuras son congruentes entonces tienen el mismo tamaño y orientación en el espacio y el plano.
Sugerencias para los aprendizajes		<p>El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra identificar propiedades suficientes para establecer la semejanza o congruencia entre figuras. Es posible que suponga que las figuras que son semejantes no pueden ser congruentes, esto puede deberse al trabajo previo que ha tenido con estos conceptos en el aula de clase y en la realización de sus tareas escolares. Al no establecer estas relaciones es imposible que puedan establecer otras relaciones en torno a las áreas y los perímetros.</p> <p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban modificar figuras mediante movimientos rígidos y homotecias. Inicialmente recuerde las definiciones de semejanza y congruencia de figuras, posteriormente dibuje algunas figuras geométricas básicas en un plano cartesiano con cuadrícula y ejes.</p> <p>A continuación dé algunas instrucciones como; “traslade la figura 3 unidades a la derecha”, “rote la figura media vuelta en sentido horario con respecto al vértice...”, “refleje la figura con respecto a la recta...”. Indague a los estudiantes sobre la relación entre la figura original y la resultante después de la operación, es decir que determinen si las figuras son semejantes y/o congruentes o si no son ni semejantes ni congruentes.</p> <p>Realice el mismo procedimiento pero ahora usando homotecias, para esto será necesario que usted realice las figuras resultantes, se recomienda comenzar con figuras básicas como triángulos y rectángulos, posteriormente use polígonos tanto regulares como irregulares. Con este trabajo los estudiantes</p>

	<p>pueden lograr identificar que dos figuras congruentes son semejantes, pero que dos figuras semejantes no siempre son congruentes; además, que las rotaciones, traslaciones y reflexiones producen figuras congruentes y las homotecias suelen producir figuras semejantes pero no congruentes. Estas conclusiones pueden salir a flote en una discusión grupal donde se les pida a los estudiantes asociar la relación entre la figura inicial y la resultante, con el tipo de modificación hecha.</p>
--	---

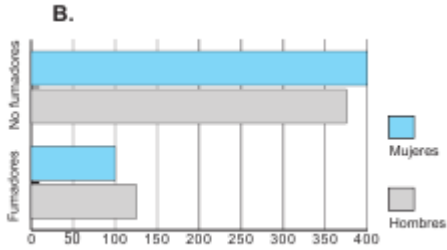
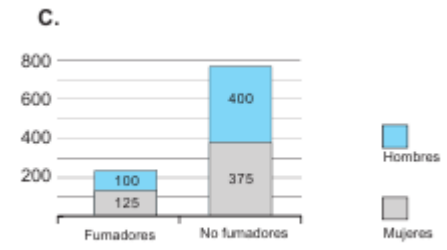
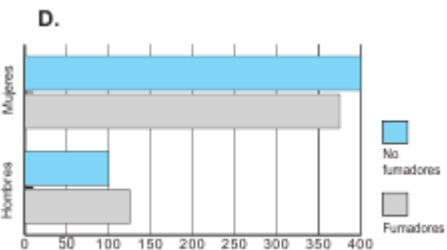
Responda las preguntas 6, 7 y 8 según la siguiente información.

La siguiente tabla resume los datos que se obtuvieron de una encuesta aplicada en algunos centros comerciales, dirigida a personas entre los 18 y 25 años de edad. Se encuestaron 500 hombres y 500 mujeres y se les preguntó si fumaban.

TABLA 1

	Fumadores	No fumadores
Hombres	125	375
Mujeres	100	400

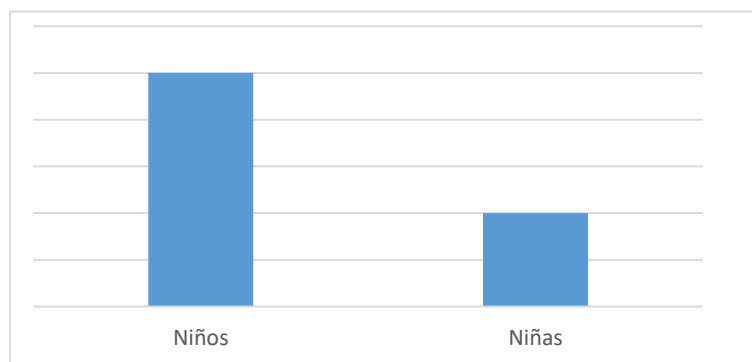
Código	6	Clave	B
Componente	Aleatorio	Competencia	Comunicación, representación y modelación.
Contenido	Tablas y gráficos estadísticos.	Dificultad	Medio
Estándar	Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.		
Afirmación	Hace traducciones entre diferentes representaciones.		
Tarea evaluativa	Identificar la gráfica de barras que representa los datos proporcionados en una tabla de doble entrada, con dos variables en cada una.		
Enunciado	La gráfica que representa de manera correcta los datos de la tabla anterior es:		
Opciones de respuesta	A		

	B		
	C		
	D		
Hipótesis diagnósticas	A	El estudiante identifica que las cantidades numéricas para los fumadores y no fumadores están bien representadas; sin embargo, no lee e interpreta las convenciones del histograma.	
	C	Posiblemente el estudiante identifica que las cantidades numéricas para los fumadores y no fumadores están bien representadas, sin embargo no lee e interpreta las convenciones del histograma.	
	D	El estudiante identifica que las cantidades numéricas están bien representadas; sin embargo, no analiza si las variables están adecuadamente usadas. Tal vez sí tiene en cuenta la información que se da en las convenciones, que los No fumadores son más que los fumadores.	
Sugerencias para los aprendizajes	El estudiante no resuelve la situación debido a que no tiene en cuenta el uso adecuado de las variables en los histogramas. Es posible que verifique que las cantidades numéricas están bien representadas en la gráfica, pero no hace uso de las convenciones para interpretarlas. También es posible que, ante el hecho de no haber visto histogramas graficados de manera horizontal, no acepte como válido esta forma de representar los datos.		

Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban construir histogramas a partir de tablas de datos proporcionadas por usted. Muestre los histogramas de algunos estudiantes y pida a los compañeros que emitan juicios sobre ellos, señalando los errores y la forma de corregirlos. Es importante que los estudiantes vean la importancia de referenciar bien los ejes, de etiquetar las barras y de usar una escala apropiada, además de establecer convenciones para las barras.

La importancia de estos detalles puede no hacerse evidente en la elaboración de histogramas; para que la necesidad de estos detalles surja proponga a los estudiantes hacer afirmaciones acerca de histogramas proporcionados, por ejemplo use histogramas con las siguientes características:

- Se dibujan las barras y se sabe a qué corresponde cada barra, pero no se proporciona una escala, ni etiquetas en el eje, ni convenciones. Por ejemplo:



- Se dibujan las barras y se proporciona la escala, pero no se etiquetan los ejes ni se dan convenciones para las barras.
- Se etiquetan los ejes, se proporciona la escala y se dibujan las barras, pero no se dan convenciones de las barras.
- Elabore diversos histogramas usando barras verticales y horizontales, además use barras agrupadas como en la opción C de esta pregunta.

Cuando los estudiantes intenten extraer información de estos histogramas, encontrarán que es una tarea imposible ya que no se puede afirmar nada, de esta forma se espera que ellos le den la importancia que tiene cada uno de los elementos presentes en un histograma. Proponga a los estudiantes que identifiquen y definan las variables presentes en un histograma, estas variables juegan un papel importante para la interpretación de la información que está consignada en él. Durante todo el proceso posibilite que los estudiantes interactúen y participen activamente.

Código	7	Clave	B									
Componente	Aleatorio	Competencia	Planteamiento y resolución de problemas.									
Contenido	Situaciones de probabilidad simple.	Dificultad	Alto									
Estándar	Resuelvo situaciones sencillas que requieren calcular la probabilidad de ocurrencia de algunos eventos.											
Afirmación	Resuelve problemas de probabilidad simple usando la regla de Laplace.											
Tarea evaluativa	Identificar los casos favorables y los posibles de un conjunto de datos presentados en una tabla, para calcular la probabilidad de ocurrencia de un evento.											
Imagen del enunciado	<p style="text-align: center;">TABLA 1</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Fumadores</th> <th>No fumadores</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>Hombres</th> <td style="text-align: center;">125</td> <td style="text-align: center;">375</td> </tr> <tr> <th>Mujeres</th> <td style="text-align: center;">100</td> <td style="text-align: center;">400</td> </tr> </tbody> </table>				Fumadores	No fumadores	Hombres	125	375	Mujeres	100	400
	Fumadores	No fumadores										
Hombres	125	375										
Mujeres	100	400										
Enunciado	<p>Recordemos la tabla de fumadores y no fumadores.</p> <p style="text-align: center;">IMAGEN</p> <p>Según esta tabla, ¿cuál es la probabilidad estadística de que una persona de las encuestadas fume?</p>											
Opciones de respuesta	A	$\frac{100}{1000}$										
	B	$\frac{225}{1000}$										
	C	$\frac{125}{1000}$										
	D	$\frac{775}{1000}$										
Hipótesis diagnósticas	A	Posiblemente el estudiante sabe que para calcular un valor de probabilidad debe identificar los casos favorables y los posibles, pero escoge la información incorrecta para los casos posibles, pues toma como casos posibles al número de mujeres fumadoras.										
	C	Posiblemente el estudiante sabe que para calcular un valor de probabilidad debe identificar los casos favorables y los posibles, pero escoge la información incorrecta para los casos posibles, pues toma como casos posibles al número de hombres fumadores.										

	D	<p>Posiblemente el estudiante sabe que para calcular un valor de probabilidad debe identificar los casos favorables y los posibles, pero escoge la información incorrecta para los casos posibles, pues toma como casos posibles al número de personas no fumadoras.</p>
Sugerencias para los aprendizajes		<p>Los estudiantes no resuelven la situación debido a que no logran identificar la información necesaria en una tabla, para calcular la probabilidad de un evento. También es posible que no comprendan que la probabilidad de un evento es el número de casos favorables dividido entre el número de casos posibles.</p> <p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban identificar los casos posibles y los casos favorables. Inicie con preguntas sencillas, por ejemplo: yo lanzo un dado y quiero obtener el número 5, ¿cuántos y cuáles son los casos posibles? y ¿cuántos y cuáles son los casos favorables? Es posible que los estudiantes no comprendan la palabra “caso” en este experimento, pero se puede replantear las preguntas usando la palabra “resultado”, aunque es necesario que explique que en forma general se conoce como caso. Es muy posible que los estudiantes no encuentren inconveniente con las preguntas anteriores; a continuación proponga situaciones cada vez más complejas, por ejemplo, pídale identificar los casos posibles y los favorables en las siguientes situaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se extrae una carta de un póker y se quiere que sea un 3 de corazones. • Se extrae una carta de un póker y se quiere que la carta sea de pintas negras. • Se extrae una carta de un póker y se quiere que la carta sea roja y menor de 7. <p>Propicie un espacio y un tiempo para que los estudiantes puedan debatir sobre sus apreciaciones en torno a estas preguntas.</p> <p>Use ahora otro tipo de representaciones en las cuales se pueda identificar el número de objetos y las características de los objetos. Por ejemplo, use tablas como la que aparece en esta pregunta. También puede usar histogramas; por ejemplo, use un histograma en una situación como la siguiente:</p>


	<p>Preferencia entre el color Rojo y el Amarillo</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Categoría</th> <th>Rojo</th> <th>Amarillo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Niños</td> <td>18</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>Niñas</td> <td>15</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	Categoría	Rojo	Amarillo	Niños	18	8	Niñas	15	4
Categoría	Rojo	Amarillo								
Niños	18	8								
Niñas	15	4								
	<p>Si se escoge un estudiante del salón encuestado y se quiere calcular la probabilidad de que sea un niño al que le guste el color rojo, responda para este caso:</p> <p>¿Cuál es el número de casos favorables?</p> <p>¿Cuál es el número de casos posibles?</p> <p>¿Cuál es la probabilidad de que sea un niño al que le guste el color amarillo?</p> <p>Cierre la actividad pidiendo a los estudiantes que destaquen los conceptos usados y desarrollados.</p>									

Código	8	Clave	C
Componente	Aleatorio	Competencia	Razonamiento y argumentación.
Contenido	Análisis de gráficos estadísticos.	Dificultad	Bajo
Estándar	Describo la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos.		
Afirmación	Establece conclusiones y hace inferencias acerca de un conjunto de datos que cambian en el tiempo.		
Tarea evaluativa	Comparar los resultados de un estudio estadístico aplicado en dos momentos y establecer la influencia que tuvo en la población la incorporación de una actividad después de la primera entrevista.		
Imagen del enunciado			

		TABLA 2	
		Fumadores	No fumadores
		Hombres	90
		Mujeres	45
			110
			455
CAMBIAR EL NÚMERO 110 POR 410			
Enunciado		<p>Tomando en cuenta los datos de la tabla 1, el hospital de la localidad lleva a cabo una campaña en contra del consumo de cigarrillo. Seis meses después de la campaña se hace una nueva encuesta a las mismas personas. Los datos que se obtienen están en la siguiente tabla.</p> <p style="text-align: center;">IMAGEN</p> <p>Al comparar los datos de la primera encuesta (TABLA 1) con los datos de la nueva encuesta (TABLA 2) se puede afirmar que</p>	
Opciones de respuesta	A	la campaña tuvo efectos neutros.	
	B	los hombres no respondieron a la campaña.	
	C	la campaña tuvo efectos positivos.	
	D	las mujeres respondieron peor a la campaña.	
Hipótesis diagnósticas	A	Es posible que el estudiante note el aumento en los no fumadores para cada sexo, sin embargo, considera que los valores de los fumadores aún son muy altos, por lo que concluye que la campaña ha funcionado pero no ha acabado con los fumadores por lo que sus efectos son neutros.	
	B	Posiblemente reconoce que los hombres no responden mejor que las mujeres a la campaña y supone que esto es equivalente a decir que los hombres no respondieron a la campaña.	
	D	Es posible que el estudiante note que el número de mujeres no fumadoras aumentó, pero no interpreta correctamente las convenciones y supone que el aumento se dio en el número de mujeres fumadoras.	
Sugerencias para los aprendizajes		<p>El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra comparar los datos de dos tablas, de tal manera que le permita hacer afirmaciones sobre los cambios entre estos, en el marco de la situación planteada.</p> <p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban organizar un conjunto de datos en una representación tabular, posteriormente pídale hacer afirmaciones con base en la información de la tabla. Puede ser que los datos a organizar sean proporcionados por usted o sean el producto de una encuesta sencilla, en cualquiera de los casos trate que los datos correspondan a dos atributos relacionados con al menos dos</p>	

	<p>características; por ejemplo, preguntar a niños y niñas si prefieren la hamburguesa o la pizza.</p> <p>Ahora solicite a los estudiantes hacer algunas afirmaciones usando la información de la tabla, afirmaciones que se esperan son como: “hay más niños a los que les gusta la pizza que niñas a las que les gusta la hamburguesa”, este tipo de afirmaciones pueden verificarse directamente en los datos iniciales.</p> <p>Una vez que los estudiantes muestren destreza con el manejo de la información de las tablas construidas, modifique intencionalmente algunos de los valores, por ejemplo, restando cierta cantidad al número de niños a los que le gusta la pizza y añadiendo dicha cantidad al número de niños a los que les gusta la hamburguesa, tenga en cuenta que no se debe modificar la cantidad de encuestados por cada sexo. Pídales hacer nuevas afirmaciones con respecto a la nueva tabla y luego alíentelos a explicar el porqué de los cambios en la tabla. Los estudiantes deberían ofrecer afirmaciones que apunten a explicar por qué se dieron los cambios, no acepte afirmaciones como: “algunos de los niños decidieron que ya no les gusta la pizza”, invítelos a atreverse a explicar a qué se deben estos cambios en el comportamiento de las personas encuestadas.</p> <p>Cierre la actividad con algunas conclusiones ofrecidas por los estudiantes.</p>
--	--

Código	9	Clave	C
Componente	Numérico-Variacional	Competencia	Razonamiento y argumentación.
Contenido	Sucesiones numéricas.	Dificultad	Alto
Estándar	Predigo patrones de variación en secuencias numéricas, geométricas o gráficas.		
Afirmación	Reconoce el patrón de variación en una secuencia numérica y predice el valor que se alcanza al extender la secuencia hasta cierto término.		
Tarea evaluativa	Determinar el patrón de variación y así el décimo término de una secuencia numérica a partir de una lista con los primeros siete términos.		
Imagen del enunciado			

	<div style="text-align: center;">  </div> <table border="1" data-bbox="721 480 1149 779"> <thead> <tr> <th>Cantidad de galletas</th> <th>Precio</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>\$300</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>\$600</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>\$900</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>\$1.050</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>\$1.350</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>\$1.650</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>\$1.950</td> </tr> </tbody> </table>		Cantidad de galletas	Precio	1	\$300	2	\$600	3	\$900	4	\$1.050	5	\$1.350	6	\$1.650	7	\$1.950
Cantidad de galletas	Precio																	
1	\$300																	
2	\$600																	
3	\$900																	
4	\$1.050																	
5	\$1.350																	
6	\$1.650																	
7	\$1.950																	
Enunciado	<p>En la siguiente tabla se muestra una promoción de galletas rellenas.</p> <p style="text-align: center;">IMAGEN</p> <p>Si Elisa quiere comprar unas galletas Bunkry, ¿cuánto dinero debe pagar por 10 galletas?</p>																	
Opciones de respuesta	A	\$3.000																
	B	\$2.850																
	C	\$2.700																
	D	\$1.350																
Hipótesis diagnósticas	A	No comprende el patrón de variación de la tabla o quizás se fija en la variación de los 3 primeros solamente y piensa que todas las galletas son a 300. No logra identificar un patrón o regularidad en la secuencia numérica.																
	B	Posiblemente el estudiante suma el precio de 7 galletas con el precio de 3 galletas usando la información de la tabla, pasando por alto que por la octava paga la mitad del precio. No sigue el patrón para calcular términos posteriores, en lugar de eso usa el valor de términos conocidos y los opera para obtener los términos pedidos.																
	D	Calcula correctamente el valor de las 10 galletas pero divide el resultado en 2 atendiendo a la parte de la promoción donde se menciona “a mitad de precio”. No usa adecuadamente la información presente en el enunciado.																
Sugerencias para los aprendizajes	El estudiante no logra resolver la situación debido a que no logra identificar el patrón de variación en una secuencia numérica y opta por procedimientos alternos carentes de sentido, algunos de estos métodos pueden incluir la manipulación de los valores conocidos de la secuencia.																	

	<p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que el estudiante deba construir secuencias a partir de patrones descritos, estas secuencias pueden ser numéricas, geométricas, pictóricas, etc. Escoja situaciones sencillas y describa de manera clara un patrón de variación; tengan en cuenta que puede requerir de un valor inicial, por ejemplo puede exponer un patrón como el siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tome el número 3 como primer término de la secuencia, a partir del segundo término cada término se obtiene sumando 2 al término anterior. <p>Permita que los estudiantes interpreten estos enunciados y que construyan los primeros 10 términos de cada secuencia, posteriormente presente los resultados de algunos estudiantes ante sus compañeros y permítales discutir sobre la forma en la que se interpretó y usó el patrón descrito. Posterior a este trabajo, exponga situaciones en las que los estudiantes deban calcular cierto término de algunas sucesiones, sobre las cuales se describe un patrón de variación.</p> <p>Finalmente, exhiba los primeros términos de algunas secuencias, es importante que en ellas se muestre suficiente información para poder identificar un patrón. Pida a los estudiantes describir el patrón de variación para cada una de la secuencias. Analice estas descripciones junto con los demás estudiantes, pídale analizar si la secuencia mostrada cumple con el patrón descrito. Es necesario que los estudiantes comprendan que el patrón se debe seguir a lo largo de la secuencia y no solo en algunos tramos.</p> <p>Cierre la actividad resaltando los elementos más importantes presentes durante el desarrollo de la actividad.</p>
--	---

Código	10	Clave	A
Componente	Numérico-variacional	Competencia	Planteamiento y resolución de problemas.
Contenido	Variación en situaciones cotidianas.	Dificultad	Alto
Estándar	Análisis y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y ciencias naturales.		
Afirmación	Resuelvo situaciones en las que dos cantidades varían conjuntamente con cierta regularidad.		
Tarea	Dado el precio y unas condiciones promocionales de dos artículos, determinar		

evaluativa	la máxima cantidad de estos que se pueden comprar con cierta cantidad de dinero.	
Imagen del enunciado	<p><i>Promoción de chocolates y gomas</i></p> <p><i>¡Por la compra de 3 unidades lleva otra unidad completamente gratis!</i></p>	
Enunciado	<p>Camila quiere comprar unos chocolates y unas gomas que están en promoción.</p> <p style="text-align: center;">IMAGEN</p> <p>Los chocolates que quiere Camila cuestan \$250 cada uno y las gomas cuestan \$300 cada una. Si ella tiene \$5.000, ¿cuál es la máxima cantidad de dulces que puede comprar?</p>	
Opciones de respuesta	A	20 chocolates.
	B	15 gomas.
	C	26 chocolates.
	D	21 gomas.
Hipótesis diagnósticas	B	Posiblemente, el estudiante supone que debe calcular la mayor cantidad que puede comprar de un tipo de dulce y calcula que al comprar 15 gomas lleva 20 gomas y paga \$4.500, no suma una goma más porque piensa que los dulces deben ir en grupos de tres.
	C	Posiblemente, el estudiante supone que debe calcular la mayor cantidad que puede comprar de un tipo de dulce y calcula la mayor cantidad de chocolates que puede llevar con los \$5.000, pero no diferencia entre la cantidad que lleva y la cantidad que compró, y por la cual pagó.
	D	Posiblemente, el estudiante supone que debe calcular la mayor cantidad que puede comprar de un tipo de dulce y calcula la mayor cantidad de gomas que puede llevar con los \$5.000, pero no diferencia entre la cantidad que lleva y la cantidad que compró, y por la cual pagó.
Sugerencias para los aprendizajes	<p>Posiblemente el estudiante no resuelve la situación debido a que no establece la diferencia entre los productos que compra, por los que paga, y los productos que lleva; tal vez suponiendo que si en la situación se presenta una promoción, esta debe usarse y tiene gran influencia en la solución.</p> <p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban determinar la información necesaria para resolver las situaciones planteadas y también invítelos a encontrar significado a las operaciones realizadas y a los resultados obtenidos.</p>	

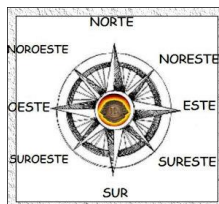
	<p>Por ejemplo, puede incluir esta situación dentro del diseño de sus actividades: Pida inicialmente a los estudiantes que lean el problema y determinen qué información nos pide encontrar y qué información les es útil para resolver la situación. Es importante que los estudiantes respondan estas cuestiones antes de disponerse a resolver la situación.</p> <p>Pregunte por las cantidades máximas de cada dulce que puede pagar con los \$5.000 y a continuación pídale determinar las cantidades de dulces que llevan al pagar por la cantidad máxima posible. En este momento, los estudiantes notarán la diferencia entre la cantidad de productos por los que se paga y la cantidad de productos que se lleva. Durante este proceso permita que los estudiantes interactúen e intercambien opiniones acerca de su forma de proceder y de los resultados obtenidos.</p> <p>Cierre la actividad pidiendo a los estudiantes que mencionen algunas conclusiones sobre la actividad desarrollada.</p>
--	---

Código	11	Clave	D
Componente	Geométrico-métrico	Competencia	Comunicación, representación y modelación.
Contenido	Posición relativa y movimientos en el plano.	Dificultad	Alto
Estándar	Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.		
Afirmación	Localiza y describe la posición de objetos en un sistema de coordenadas.		
Tarea evaluativa	Hallar la menor distancia entre dos puntos ubicados en un plano cartesiano en el que se representa un sector de una población con calles cuadrículadas.		

<p>Imagen del enunciado</p>		
<p>Enunciado</p>	<p>El siguiente es un mapa en el que se representan varios lugares del municipio Guayaquín. Las líneas de la cuadrícula representan las calles por donde se puede transitar.</p> <p style="text-align: center;">IMAGEN</p> <p>Pedro, Lucas y María son amigos y compañeros en el colegio. Diariamente, Pedro sale de su casa y pasa por la casa de Lucas, de ahí salen los dos hacia la casa de María, para luego dirigirse los tres al colegio.</p> <p>La <i>menor</i> distancia que debe caminar Pedro hasta llegar al colegio es</p>	
<p>Opciones de respuesta</p>	<p>A</p>	<p>1.300 metros.</p>
<p>Opciones de respuesta</p>	<p>B</p>	<p>1.200 metros.</p>
<p>Opciones de respuesta</p>	<p>C</p>	<p>1.900 metros.</p>
<p>Opciones de respuesta</p>	<p>D</p>	<p>1.700 metros.</p>
<p>Hipótesis diagnósticas</p>	<p>A</p>	<p>Es posible que el estudiante haya comprendido que debe calcular la menor distancia recorrida al realizar el trayecto, pero al parecer calcula la menor distancia entre su casa y el colegio sin pasar por la casa de sus dos amigos.</p>
<p>Hipótesis diagnósticas</p>	<p>B</p>	<p>Es posible que el estudiante haya comprendido parcialmente la situación y calcule la distancia recorrida hasta la casa de María pasando por la casa de Lucas.</p>
<p>Hipótesis diagnósticas</p>	<p>C</p>	<p>Posiblemente el estudiante comprende la situación y realiza un procedimiento correcto para determinar la distancia recorrida, sin embargo no interpreta bien la información que define el recorrido y lo hace por las canchas.</p>
<p>Sugerencias para los aprendizajes</p>	<p>El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra determinar la menor distancia al moverse desde un punto del plano cartesiano hasta otro punto, pasando por algunas coordenadas.</p>	

Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes ubiquen objetos en el plano cartesiano a partir de instrucciones, posteriormente pida identificar las coordenadas de algunos objetos.

Puede organizar un juego, por ejemplo, proporcione un plano cartesiano en el que estén ubicados el colegio y otros lugares, incluya en el plano la escala de los ejes y un indicador de orientación como el siguiente.



A continuación, presente instrucciones de movimientos, por ejemplo: recorra 300 metros hacia el este y luego 100 metros hacia el sur. Al terminar una serie de instrucciones los estudiantes deberían situarse en algún lugar específico, pregunte a los estudiantes por el lugar en el que terminaron su recorrido, en caso de haber terminado en las coordenadas de un punto sin “nombre” pida las coordenadas. Revise el procedimiento seguido por los estudiantes que terminaron en coordenadas equivocadas e identifique las dificultades que éstos encontraron para resolver la situación.

A continuación pida determinar la menor distancia de ciertos recorridos, estos recorridos deben contener varios de los lugares ubicados. Posteriormente, realice algunas afirmaciones sobre lugares aun no ubicados, por ejemplo: Carlos dice que el lago está a 300 metros al norte y 550 metros al oeste de la iglesia y Daniela dice que el lago está a 200 metros al sur y 700 metros al este del colegio, ¿es posible que ambos tengan razón?

Concluya la actividad pidiendo a los estudiantes algunas conclusiones sobre el desarrollo de la actividad y los conceptos involucrados y claves a tener en cuenta en el desarrollo de la actividad.

Código	12	Clave	B
Componente	Geométrico-métrico	Competencia	Razonamiento y argumentación.
Contenido	Área y perímetro de figuras simples.	Dificultad	Medio
Estándar	Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.		
Afirmación	Calcula área y perímetro de figuras geométricas simples con medidas		

	conocidas.	
Tarea evaluativa	Comparar las áreas y los perímetros de varias figuras construidas con cuadrados iguales.	
Imagen del enunciado		
Enunciado	<p>En clase de geometría el maestro pide a sus alumnos recortar 20 cuadrados de 2 cm de lado cada uno. A continuación abre un concurso en el cual ganará quien construya, con esos 20 cuadrados, la figura con mayor área y menor perímetro posible. Algunos de los estudiantes realizan las siguientes figuras.</p> <p style="text-align: center;">IMAGEN</p> <p>Se puede afirmar de estas cuatro figuras que</p>	
Opciones de respuesta	A	La 1 es la de mayor área.
	B	La 3 es la de mayor perímetro.
	C	La 2 es la de menor área.
	D	La 4 es la que tiene mayor perímetro.
Hipótesis diagnósticas	A	Posiblemente encierra las figuras en el rectángulo más pequeño que las contiene y posteriormente calcula el área de estos rectángulos y las compara.
	C	Posiblemente el estudiante asocia el área de una figura con el espacio ocupado por la misma, sin embargo supone que la figura 2 tiene menos área porque se ve más compacta que las demás. No calcula correctamente el área de figuras compuestas por figuras básicas como cuadrados.
	D	El estudiante calcula el perímetro de las cuatro figuras y encuentra que la 4 tiene mayor perímetro, tal vez solo tuvo en cuenta la parte “externa” de la figura 3 para calcular su perímetro. No calcula correctamente el perímetro de figuras irregulares que tienen muescas y salientes.
Sugerencias para los aprendizajes	El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra calcular y comparar el área y el perímetro de figuras compuestas por cuadrados de la misma área. Esto puede deberse a que las figuras poseen muescas y partes sobresalientes.	

Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban calcular, de forma precisa o estimada, el área y el perímetro de figuras geométricas compuestas por figuras básicas.

Inicie por asegurarse de que los estudiantes tengan claro que significan el perímetro y el área de una figura, para esto pida a los estudiantes que formen grupos de trabajo y discutan por un tiempo prudente sobre estos conceptos, posteriormente pida a los grupos escribir sus definiciones en una hoja de papel. Lea cada una de las definiciones ofrecidas por los grupos y discútanlas junto con los estudiantes, será necesario que se precisen estas definiciones para proseguir con la actividad.

Posteriormente, proporcione a los estudiantes planchas con figuras geométricas compuestas; es importante que las figuras estén sobre una cuadrícula y que los vértices de la figura estén en coordenadas cuyas componentes sean números enteros, esto facilitará el trabajo para los estudiantes. Seguidamente, pídale medir el perímetro de las figuras proporcionadas, para esto puede sugerir medir los segmentos que componen el borde de la figura con una regla y luego proceder a determinar el perímetro. Otra forma en la que pueden medir el perímetro de estas figuras es enterrando chinchas en los vértices de la figura y luego replicar el contorno de la figura usando una pita o cabulla, finalmente se extrae la pita necesaria para hacer el contorno de la figura y luego se mide usando una regla o una cinta métrica. Revise las respuestas de los grupos y en caso de identificar errores, pídale explicar el proceso aplicado para medir el perímetro, de esta forma se evidenciará si los errores son procedimentales o conceptuales.

Ahora, solicite a los estudiantes estimar el área de las figuras, no es necesario que asigne medidas a los cuadrados de la cuadrícula, se espera que los estudiantes midan el lado de estos cuadrados (de la cuadrícula), que les asignen valores o que expresen la necesidad de conocer esta magnitud. Invítelos a calcular el área de uno de los cuadrados que conforman la cuadrícula y a que estimen el área en términos del área del cuadrado. Procure que las figuras diseñadas puedan descomponerse fácilmente en rectángulos y triángulos rectángulos. Revise nuevamente los resultados obtenidos por los grupos y en caso de identificar errores, solicite explicar la forma en la que procedieron; identifique y aclare las dudas que se presenten.

Cierre la actividad con algunas conclusiones aportadas por los estudiantes, complemente estas conclusiones de la manera que considere necesario.

Responda las preguntas 13 y 14 según la siguiente información.

Se realizó un control de peso y estatura en los salones de primaria. En la siguiente tabla se registraron las estaturas de 5 niños y 5 niñas, escogidos al azar en un salón de 5° grado.

Estatura en cm.			
Niños		Niñas	
Carlos	131 cm.	Yesica	131 cm.
Felipe	127 cm.	Karen	135 cm.
Daniel	129 cm.	Lucia	131 cm.
Kevin	136 cm.	María	131 cm.
Ernesto	127 cm.	Victoria	132 cm.

Código	13	Clave	A
Componente	Aleatorio	Competencia	Planteamiento y resolución de problemas
Contenido	Promedio de un conjunto de datos.	Dificultad	Alto
Estándar	Resuelvo problemas que requieren encontrar y/o dar significado al promedio de un conjunto de datos.		
Afirmación	Determina el promedio de un conjunto de datos en contextos diversos.		
Tarea evaluativa	Hallar el promedio de cinco cantidades expresadas en números de tres cifras.		
Enunciado	El promedio de estatura de los niños es:		
Opciones de respuesta	A	130 cm.	
	B	325 cm.	
	C	129 cm.	
	D	127 cm.	
Hipótesis diagnósticas	B	El estudiante, para calcular el promedio de un conjunto de datos, suma los datos y divide el resultado entre dos y no entre la cantidad de sumandos.	
	C	Es posible que el estudiante confunda el promedio (media) con la mediana.	
	D	Posiblemente el estudiante confunda el promedio (media) con la moda (dato con mayor frecuencia).	
Sugerencias para los aprendizajes	<p>El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra distinguir y dar sentido a medidas de tendencia central como la media, mediana y moda, además presenta inconvenientes con la determinación de las mismas.</p> <p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban manipular un conjunto de datos proporcionado por usted, extraído de los medios de comunicación o recolectados a través de una encuesta. Pídales</p>		

	<p>formar grupos y organizar los datos en tablas y gráficas de frecuencias como histogramas. A continuación solicíteles determinar la media (valor promedio), mediana y la moda; además, que escriban en una hoja de papel la descripción del proceso que siguieron para hallarlas. Es importante que los estudiantes no cuenten con información acerca de estas medidas de tendencia central, este ejercicio tiene como objetivo indagar el nivel de apropiación de estos conceptos, además permitirá identificar las nociones erradas y los errores procedimentales cometidos. Recuerde que la comprensión del significado de las palabras: moda, mediana, promedio; ayuda a conservar en la memoria los conceptos matemáticos.</p> <p>Tome las hojas de los grupos y léalas una por una, entrando en detalles sobre los procedimientos y dedicando el tiempo necesario a la discusión entre los grupos. Después de revisar las hojas de los grupos invítelos a hacer conclusiones generales sobre los procedimientos a seguir para calcular estas medidas de tendencia central para cualquier conjunto de datos numéricos. Cierre este trabajo mencionando las conclusiones del desarrollo de la actividad.</p>
--	--

Código	14	Clave	B
Componente	Aleatorio	Competencia	Razonamiento y argumentación
Contenido	Probabilidad de eventos en la vida cotidiana.	Dificultad	Bajo
Estándar	Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.		
Afirmación	Reconoce y describe eventos imposibles inspeccionando el espacio muestral.		
Tarea evaluativa	Dado un subconjunto del total de datos, entre los cuales está el máximo y el mínimo, deducir que siempre será posible encontrar un valor que esté entre estos.		
Enunciado	Si en el salón hay 15 niños y 12 niñas y en la tabla están los valores máximo y mínimo de las estaturas, tanto en niños como en niñas, entonces se puede afirmar que		
Opciones de respuesta	A	es imposible que uno de los niños mida 130 cm	
	B	es posible que uno de los niños mida 128 cm.	
	C	es imposible que una de las niñas mida 133 cm.	
	D	es posible que una de las niñas mida 136 cm.	
Hi pót esis	A	Posiblemente el estudiante supone que los datos en la tabla (incluyendo las dos columnas) son los únicos posibles.	

	C	Es posible que el estudiante suponga que los datos en la tabla correspondientes a las niñas son los únicos posibles.
	D	Posiblemente confunde las columnas de la tabla en el momento de hacer la lectura y supone que los datos correspondientes a los niños corresponden a las niñas.
Sugerencias para los aprendizajes		<p>El estudiante no logra resolver la situación debido a que no identifica los posibles valores en un conjunto de números naturales, del cual se conoce su valor máximo y mínimo, esto puede deberse a que no reconoce los valores máximo y mínimo en la tabla de datos.</p> <p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban recopilar datos de su entorno sobre aspectos sencillos, por ejemplo realizar una encuesta en la que se pregunte por la cantidad de mascotas que ha tenido a lo largo de su vida, en caso de ser necesario agregue valores extremos al conjunto de datos, esto permitirá que algunos valores que no hacen parte de los datos recolectados queden entre los datos que sí se registraron. A continuación, realice afirmaciones que involucren a los datos recolectados, use frases como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si escogemos al azar una persona de las encuestadas, es posible que esta haya tenido 5 mascotas a lo largo de su vida. • Si escogemos al azar una persona de las encuestadas, es imposible que esta haya tenido 3 mascotas a lo largo de su vida. <p>Pídales a los estudiantes que contrasten estas afirmaciones con el conjunto de datos y que expliquen por qué consideran que estas son verdaderas o falsas.</p> <p>A continuación, use sucesos hipotéticos para manipular la naturaleza del conjunto de datos, por ejemplo: se realizó la misma encuesta a 100 personas en un centro comercial y casualmente todas las respuestas están entre el número mínimo y el número máximo de mascotas en el conjunto de datos inicial. Posteriormente pídale analizar afirmaciones como las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si escogemos al azar una persona de todas las encuestadas, es posible que esta haya tenido 15 mascotas a lo largo de su vida. (Es importante que 15 esté entre los valores máximo y mínimo del conjunto inicial de datos, pero que no sea un dato registrado). • Si escogemos al azar una persona de las encuestadas, es imposible que esta haya tenido 21 mascotas a lo largo de su vida. (Es importante que 21 no se encuentre entre los valores máximo y mínimo del conjunto inicial de datos). • Si escogemos al azar una persona de las encuestadas, es posible que esta haya tenido 25 mascotas a lo largo de su vida. (Es importante que 25

	<p>no se encuentre entre los valores máximo y mínimo del conjunto inicial de datos).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si escogemos al azar una persona de las encuestadas, es imposible que esta haya tenido 8 mascotas a lo largo de su vida. (Es importante que 8 esté entre los valores máximo y mínimo del conjunto inicial de datos, pero que no sea un dato registrado). <p>Nuevamente escuche las razones que dan los estudiantes para explicar por qué estas afirmaciones son verdaderas o falsas. Discuta estas explicaciones junto con los demás estudiantes y haga las aclaraciones y precisiones que considere necesarias.</p> <p>Cierre la actividad solicitando a los estudiantes que expongan algunas conclusiones generales alrededor de la actividad trabajada.</p>
--	---

Responda las preguntas 15 y 16 según la siguiente información.

Los tres cursos de cuarto grado están organizando una fiesta conjuntamente. En **4A** hay 30 alumnos, en **4B** hay 29 y en **4C** hay 35. Entre los refrigerios habrá empanadas y jugos para los asistentes. Las empanadas compradas por unidad cuestan \$1.000 cada una y la caja que trae 25 empanadas cuesta \$20.000.

Código	15	Clave	D
Componente	Numérico- variacional	Competencia	Razonamiento y argumentación
Contenido	Situaciones aditivas y multiplicativas.	Dificultad	Medio
Estándar	Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.		
Afirmación	Resuelve problemas en situaciones multiplicativas.		
Tarea evaluativa	Determinar si es más económico comprar cierta cantidad de productos por unidad o por paquetes, conocidos ambos precios y de acuerdo con determinada necesidad.		
Enunciado	A partir de la información sobre el precio de las empanadas, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?		
Opciones de respuesta	A	Si se necesitan 16 empanadas, es mejor comprar una caja de 25 empanadas pues sale más barato.	
	B	Si se necesitan 23 empanadas lo más económico es comprarlas por unidad.	
	C	Si se necesitan 25 empanadas es más económico comprarlas por unidad.	

	D	Si se necesitan 48 empanadas lo más económico es comprar dos cajas de 25 empanadas.																				
Hipótesis diagnósticas	A	Posiblemente el estudiante no realiza los cálculos para comparar las cantidades, al parecer supone que, al usar la promoción se paga menos que al comprar cierta cantidad por unidad. No identifica la relación entre las cantidades numéricas presentes en el enunciado.																				
	B	Es posible que el estudiante suponga que al comprar la cantidad necesaria de productos se ahorra dinero, porque no sobran productos. No usa la multiplicación ni la suma repetida para resolver situaciones multiplicativas.																				
	C	Es posible que el estudiante comprenda la situación y calcule las cantidades, sin embargo, hace mal la comparación.																				
Sugerencias para los aprendizajes	<p>Los estudiantes no resuelven esta situación debido a que no logran resolver situaciones multiplicativas usando como herramienta la multiplicación o la suma repetida.</p> <p>Para resolver estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes conozcan el valor de un artículo por unidad y por paquetes de unidades y deban calcular el valor de cierta cantidad de artículos por unidad y el valor de la misma cantidad de artículos comprando algunos por paquete y otros por unidad.</p> <p>El supermercado es un buen contexto para esta actividad. Tómese un tiempo para averiguar el precio por unidad de ciertos productos y el precio por paquete de unidades, consigne esta información en una tabla de precios, como por ejemplo:</p>																					
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Producto</th> <th>Precio por unidad</th> <th>Unidades en el paquete/ Precio por paquete</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Jabón de avena x 130 gr</td> <td>2500</td> <td>3 unidades / 7000</td> </tr> <tr> <td>Leche entera x 1100 ml</td> <td>2400</td> <td>6 unidades / 12000</td> </tr> <tr> <td>Yogurt de vaso x 200 gr</td> <td>1100</td> <td>10 unidades / 9500</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> <td>.</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> <td>.</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> <td>.</td> </tr> </tbody> </table>		Producto	Precio por unidad	Unidades en el paquete/ Precio por paquete	Jabón de avena x 130 gr	2500	3 unidades / 7000	Leche entera x 1100 ml	2400	6 unidades / 12000	Yogurt de vaso x 200 gr	1100	10 unidades / 9500
Producto	Precio por unidad	Unidades en el paquete/ Precio por paquete																				
Jabón de avena x 130 gr	2500	3 unidades / 7000																				
Leche entera x 1100 ml	2400	6 unidades / 12000																				
Yogurt de vaso x 200 gr	1100	10 unidades / 9500																				
.	.	.																				
.	.	.																				
.	.	.																				

	<p>Posteriormente recree el ambiente de un supermercado en el salón de clases, asigne cajeros y clientes por grupos de trabajo. A los “clientes” entregue una lista de compras en la cual se incluya solo la cantidad de productos solicitados y en la cual esté escrito el dinero con el que se dispone. Deje que los estudiantes decidan si llevan unidades o paquetes y cuantos de cada uno. Los cajeros tienen el deber de determinar el valor de los productos que lleva el cliente y debe escribirles en una tarjeta cuál es la cantidad de dinero sobrante. Posteriormente pida cambiar los roles.</p> <p>Deje que los estudiantes interactúen entre sí, es importante que estos no cuenten con el apoyo de ningún dispositivo para realizar los cálculos. Cuando se presenten desacuerdos entre los cajeros y los clientes, acuda y supervise la compra.</p> <p>Cierre la actividad realizando una socialización de la actividad, resaltando los elementos más importantes de la actividad y de su desarrollo.</p>
--	--

Código	16	Clave	B
Componente	Numérico-Variacional	Competencia	Planteamiento y Resolución de problemas.
Contenido	Multiplicación como sumas repetidas.	Dificultad	Alto
Estándar	Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.		
Afirmación	Resuelve situaciones multiplicativas a través de sumas repetidas.		
Tarea evaluativa	Dados tres subconjuntos de cantidades a ser multiplicadas por un factor de costo, hallar el costo total restando cierta cantidad a cada subconjunto.		
Enunciado	Para pagar los gastos de la fiesta se pidió una cuota de \$2.000 pesos por alumno. Del total, no pagaron 3 alumnos de 4A, 6 de 4B y 5 de 4C. Por lo tanto, la cantidad total de dinero recolectado es		
Opciones de respuesta	A	\$28.000	
	B	\$160.000	
	C	\$180.000	
	D	\$188.000	
Hipótesis diagnósticas	A	Es posible que el estudiante comprenda parcialmente la situación y cree que puede solucionarla calculando el dinero que no se recibirá por la ausencia de los alumnos, sin embargo, pierde su atención sobre lo que se pregunta en la situación.	

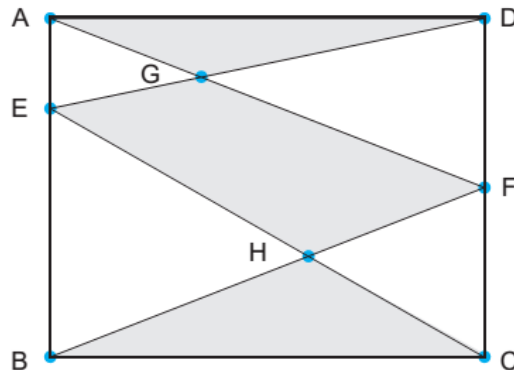
	C	Posiblemente el estudiante intenta calcular el dinero recogido haciendo la diferencia entre el dinero con todos los alumnos y el dinero que aportan los ausentes, sin embargo parece que resta bien las unidades de mil pero olvida restar las decenas de mil.
	D	Es posible que el estudiante no comprenda la situación ni la relación entre las cantidades, pues hace caso omiso de la ausencia de algunos de los niños y determina el monto recogido contando con todos los estudiantes.
Sugerencias para los aprendizajes		<p>Los estudiantes no resuelven la situación debido a que aunque reconocen que la situación tiene estructura multiplicativa, no logran comprender la situación ni la relación entre las cantidades.</p> <p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las cuales los estudiantes deban resolver situaciones con estructura multiplicativa y deban describir la relación entre las cantidades, también es importante que logren argumentar el porqué de las operaciones que realizan para resolver la situación.</p> <p>Veamos cómo podemos trabajar con este tipo de situaciones, usaremos la pregunta de la prueba como ejemplo.</p> <p>Organice a los estudiantes en grupos de trabajo. Posteriormente presente el problema, pídale discutirlo y describir el proceso que usaron para resolver el problema; solicíteles también, escribir lo que obtienen al hacer cada una de las operaciones. Transcurrido un tiempo prudente, recoja las hojas de trabajo de los grupos e inicie su revisión, dele prioridad al trabajo de los estudiantes que hayan cometido errores, esto permitirá corregir los errores cometidos. Permita que los compañeros participen en forma respetuosa y constructiva en la corrección de los errores.</p> <p>En caso de no obtener aportes de los demás estudiantes, guíe un proceso que les permita reconocer el error cometido; por ejemplo, si los estudiantes responden que el dinero recogido es 188.000 y argumentan que obtuvieron este valor multiplicando 94 por 2, en este caso usted puede hacer las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿De dónde surgió el número 94? • ¿Qué representa en el problema? • ¿Esto quiere decir que todos los alumnos de 4° pagaron? • ¿Si no pagaron todos los alumnos de 4°, entonces la cantidad de dinero puede ser 188.000? <p>Realice un proceso similar para cada uno de los errores identificados, debemos considerar los errores de cálculo como los de menor importancia, sin embargo es importante resaltarlos.</p> <p>Cierre la actividad permitiendo que los estudiantes mencionen algunas conclusiones generales del trabajo realizado.</p>

Código	17	Clave	A
Componente	Numérico-variacional	Competencia	Comunicación, representación y modelación.
Contenido	Descomposición prima de un número.	Dificultad	Bajo
Estándar	Utilizo nociones básicas de teoría de números (máximo común divisor, mínimo común múltiplo, descomposición prima, etc.) para resolver situaciones.		
Afirmación	Representa números enteros positivos como el producto de sus factores primos (descomposición prima).		
Tarea evaluativa	Descomponer un número de tres cifras en sus factores primos.		
Enunciado	La descomposición de 180 en sus factores primos es la siguiente:		
Opciones de respuesta	A	$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$	
	B	1, 8 y 0	
	C	$(9 \times 2) \times 10$	
	D	$(1,8) \times 100$	
Hipótesis diagnósticas	B	Posiblemente supone que los factores primos se relacionan con las cifras que componen el número, por lo que escoge la opción en la que se descompone el número en unidades, decenas y centenas. No logra descomponer un número como producto de factores primos, esto puede deberse a que no tiene claro el concepto de número primo.	
	C	Es posible que el estudiante verifique que el producto de estos números es 180, sin embargo pasa por alto que estos factores no son primos. No logra determinar si algunos números son primos o no, posiblemente no tiene claro el concepto de número primo.	
	D	Quizás confunda los conceptos de números primos con los corrimientos de la coma decimal al multiplicar y dividir por una potencia de 10. No tiene claro el concepto de número primo.	
Sugerencias para los aprendizajes	El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra expresar un número como el producto de número primos, esto puede obedecer a que el estudiante no tiene claro qué es un número primo. Para superar estas dificultades realice actividades en las que los estudiantes deban descomponer algunos números como el producto de números primos. Es muy posible que los estudiantes estén familiarizados con el proceso de descomponer un número como producto de primos, sin embargo, puede que ellos hayan automatizado este procedimiento y no comprendan los resultados obtenidos; es posible también que los estudiantes reconozcan que algunos		

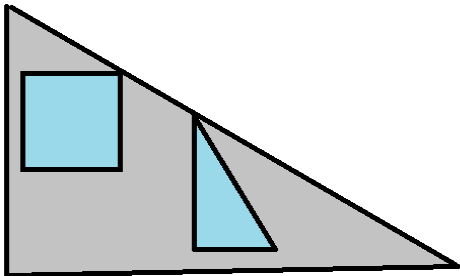
	<p>números son primos pero no hayan desarrollado una estrategia que les permita determinar si un número cualquiera es primo.</p> <p>Es necesario entonces, que los estudiantes tengan claro qué es un número primo, posteriormente abra un concurso entre grupos de estudiantes donde deban determinar si un número mostrado es primo o no, y en caso de no ser primo deban escribirlo como el producto de números primos. En el desarrollo de este concurso usted podrá identificar los procedimientos que usan los estudiantes para resolver la situación, es importante que todos los grupos participen pues de lo contrario puede terminar participando algún grupo que sepa resolver el problema y los demás se desmotiven y no deseen participar; para lidiar con este problema asigne turnos y un tiempo prudente al grupo escogido para mostrar sus procedimientos. Es necesario que los estudiantes participen en la corrección de los razonamientos expuestos por los compañeros, pero debe hacerse de forma ordenada y respetuosa.</p> <p>Finalice la actividad ofreciendo algunas conclusiones y resaltando los conceptos trabajados.</p>
--	---

Responda las preguntas 18 y 19 según la siguiente información.

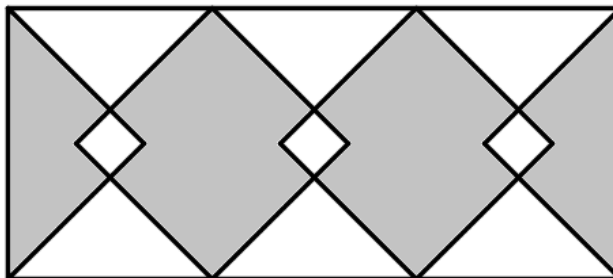
En el rectángulo ABCD se han trazado los triángulos DEC y AFB, de la manera como se muestra en la figura. Se conocen los valores de las siguientes áreas: El área del rectángulo ABCD, el área de los triángulos DEC y AFB y el área del cuadrilátero EHFG.



Código	18	Clave	D
Componente	Geométrico-Métrico	Competencia	Razonamiento y argumentación
Contenido	Principio de inclusión y exclusión para área de figuras simples.	Dificultad	Alto
Estándar	Describo diferentes procedimientos de cálculo para hallar áreas de figuras		

		planas compuestas.
Afirmación		Describe procedimientos para calcular el área de figuras compuestas conociendo las magnitudes de algunos de los objetos involucrados.
Tarea evaluativa		Deducir la manera adecuada de hallar el área sombreada dentro de un rectángulo de área conocida y dividido en 7 áreas, tres de ellas conocidas.
Enunciado		Teniendo en cuenta las áreas conocidas, el área sombreada puede conseguirse usando el siguiente procedimiento:
Opciones de respuesta	A	Sumar el área de los triángulos BHC y AGD y el área del cuadrilátero EHFG.
	B	Restar del área del rectángulo ABCD el área de los triángulos AFB y DEC, luego sumar el área del cuadrilátero EHFG.
	C	Restar del área del rectángulo ABCD el área de los triángulos AGE, EHB, CHF y FGD.
	D	Restar del área del rectángulo ABCD el área de los triángulos AFB y DEC, luego sumar dos veces el área del cuadrilátero EHFG.
Hipótesis diagnósticas	A	El estudiante reconoce las figuras que componen la figura sombreada pero pasa por alto que dos de las áreas usadas en este procedimiento no se conocen.
	B	Posiblemente el estudiante no reconoce que al restar el área de los dos triángulos se quita dos veces el área del cuadrilátero.
	C	Reconoce que el área de la figura se puede obtener restando el valor de algunas áreas, pero pasa por alto que no se conoce el área de las figuras que se restan.
Sugerencias para los aprendizajes		El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra determinar el área de una figura mediante la composición de figuras con área conocida, esto puede deberse a que no reconoce la falta de información.
		<p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban determinar el área de una figura mediante la composición o descomposición de figuras con áreas conocidas.</p> <p>Inicie planteando situaciones sencillas, por ejemplo a partir de conocer el área de un cuadrado y un triángulo, pídale a los estudiantes determinar el área de una figura construida con cuadrados y triángulos congruentes con las figuras modelo, es importante que en esta primera parte las figuras no se solapen.</p> <p>Posteriormente proporcione el área de algunas figuras y pida calcular el área comprendida entre las figuras, por ejemplo, en la siguiente figura se conoce el área de los triángulos y del cuadrado y se pide calcular el área gris:</p>
		

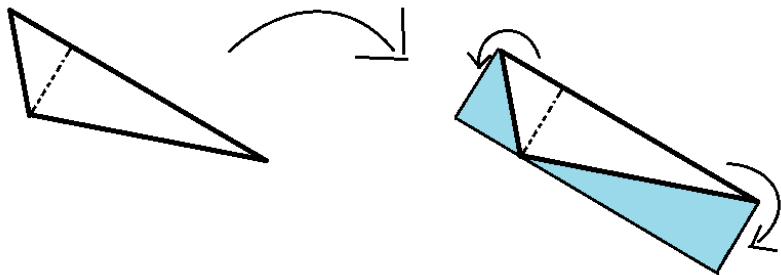
Vaya subiendo el nivel de complejidad de la composición de figuras, por ejemplo, en la siguiente figura se conoce el área del rectángulo que contiene los cuadrados, se conoce el área de uno de los cuadrados grandes y que cada uno de los cuadrados pequeños tiene $\frac{1}{4}$ del lado del cuadrado grande. Se pide determinar el área de la región sombreada.



Las figuras pueden ser tan complejas como lo considere necesario, sin embargo tenga en cuenta los conceptos conocidos por los estudiantes y que la información suministrada sea suficiente para determinar los valores de área.

Tras exponer cada uno de los problemas, permita que los estudiantes trabajen en él por un espacio de tiempo prudente, posteriormente organice un debate en torno a las soluciones ofrecidas, nutra este debate con sus aportes. Estos problemas pueden trabajarse a lo largo de varios días, puede dejar cada día uno como tarea, e iniciar la siguiente clase discutiendo sobre la solución de este problema.

Código	19	Clave	A
Componente	Geométrico-Métrico	Competencia	Planteamiento y resolución de problemas.
Contenido	Área de figuras geométricas en diversa posiciones.	Dificultad	Medio
Estándar	Utilizo herramientas y modelos geométricos para calcular magnitudes de figuras planas y sólidos.		
Afirmación	Calcula el área de figuras simples como triángulos, rectángulos y circunferencias.		
Tarea evaluativa	Hallar el área de un triángulo inscrito dentro de un rectángulo de lados conocidos. La base y la altura del triángulo son, respectivamente, iguales a cada uno de los lados de rectángulo.		
Enunciado	Si el segmento AB mide 8 cm y el segmento BC mide 10 cm, ¿cuál es el valor del área del triángulo AFB?		
<input type="radio"/> A	40 cm ²		

	B	80 cm^2
	C	$\frac{80}{3} \text{ cm}^2$
	D	48 cm^2
Hipótesis diagnósticas	B	El estudiante posiblemente toma el segmento AB como base del triángulo AFB y reconozca que su altura es 10 cm, sin embargo parece cometer errores en el cálculo del área del triángulo pues olvida dividir por 2 al producto de la base con la altura.
	C	Posiblemente supone que el área del triángulo es la tercera parte del área del rectángulo.
	D	Es posible que tome el segmento BF como base del triángulo AFB y estime que su valor es 12 cm y toma como altura el segmento AB para calcular el área del triángulo AFB.
Sugerencias para los aprendizajes	<p>El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra calcular el área de un triángulo del cual se da el valor de una de sus bases y el valor de la altura respectiva a dicha base. Esto puede deberse a que el estudiante supone que la base y altura de un triángulo son únicas, o a que comete errores en el cálculo de dicha área.</p> <p>Para superar estas dificultades realice actividades en las que los estudiantes logren determinar que cada uno de los lados de un triángulo puede ser la base del mismo y que cada base tiene una altura asociada.</p> <p>Inicie mostrando a los estudiantes que a partir de un triángulo siempre se puede construir un rectángulo que tiene el doble de su área, de hecho esto puede hacerse escogiendo el lado más largo del triángulo y trazando su altura con respecto al vértice opuesto, de esta forma el triángulo queda dividido en dos partes; duplicando estas partes y moviéndolas convenientemente se logra completar un rectángulo.</p>	
	 <p>Este proceso puede seguirse con los estudiantes usando material concreto, manipulando triángulos en cartulina, puede ser interesante que los estudiantes trabajen de forma independiente y aunque todos tengan triángulos distintos, tras terminar el procedimiento todos obtendrán un rectángulo como resultado. Esta es una forma en la que puede dársele sentido a la obtención de la fórmula</p>	

	<p>para calcular el área de un triángulo.</p> <p>Escoja ahora algunos triángulos rectángulos con lados cuyas medidas sean números enteros, para mostrar que puede escogerse cada lado como la base del triángulo y que para cada base puede trazarse una altura correspondiente, para esto pida a los estudiantes seguir el siguiente procedimiento con los triángulos escogidos por usted:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Escoja uno de los lados del triángulo y mida su magnitud. • Trace un segmento perpendicular al lado escogido que tenga un extremo en el lado escogido y el otro extremo en el vértice opuesto a este lado. Este segmento lo llamaremos altura correspondiente al lado escogido. Tener en cuenta que a veces es necesario alargar el lado escogido para que el segmento perpendicular tenga el otro extremo en el vértice opuesto. • Mida ahora la altura correspondiente al lado escogido. • Use la magnitud del lado escogido como la base del triángulo y la altura correspondiente como la altura del triángulo, para calcular el área del triángulo. • Repita el procedimiento para cada uno de los otros dos lados. <p>Es importante que las medidas de los lados sean números enteros para facilitar los cálculos, la medida de las alturas no serán todas enteras pero esto no debe preocuparle ya que pueden trabajar con valores aproximados. Para determinar estas medidas pida a los estudiantes utilizar una regla y para realizar los cálculos permita que usen una calculadora.</p> <p>Cierre la actividad pidiendo a los estudiantes que extraigan algunas conclusiones sobre el trabajo desarrollado.</p>
--	---

Código	20	Clave	A
Componente	Geométrico-métrico	Competencia	Planteamiento y resolución de problemas.
Contenido	Unidades de medida convencionales.	Dificultad	Bajo
Estándar	Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas apropiadas para diferentes mediciones.		
Afirmación	Usa las equivalencias entre diferentes unidades de medida, convencionales y no convencionales, para determinar longitudes		
Tarea evaluativa	Dada la equivalencia en metros de una segunda unidad de medidas y la equivalencia entre esta y una tercera unidad de medidas, hallar la longitud, en metros, de una distancia que fue medida con esta última.		

Enunciado	Se necesita reparar una cerca de alambre, pero no se sabe cuánto mide en total. Para medirla, un obrero usó un lazo largo y encontró que la cerca mide lo mismo que 20 lazos. Para medir el lazo usó una vara recta y encontró que el lazo mide lo mismo que 10 varas. Si la vara mide 2 metros, entonces la longitud de la cerca, en metros, es	
Opciones de respuesta	A	400 metros
	B	200 metros.
	C	32 metros
	D	20 metros.
Hipótesis diagnósticas	B	Usa objetos concretos como unidad de medida y resuelve la situación en términos de estas unidades, sin embargo, al dar su respuesta ignora las unidades que se solicitan. En este caso reconoce que la cerca mide lo mismo que 200 varas, y atendiendo a la pregunta combina esta cantidad con las unidades convencionales (metros).
	C	No comprende la situación ni la relación entre las cantidades, al parecer intenta resolver la situación sumando las cantidades numéricas presentes en el enunciado.
	D	Usa objetos concretos como unidad de medida y resuelve la situación en términos de estas unidades, sin embargo, al dar su respuesta ignora las unidades que se solicitan. En este caso reconoce que la cerca mide lo mismo que 20 lazos, y atendiendo a la pregunta combina esta cantidad con las unidades convencionales (metros).
Sugerencias para los aprendizajes	<p>El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra usar las relaciones de medida entre objetos concretos para medir y comparar cuantitativamente las longitudes de estos.</p> <p>También puede ocurrir que los estudiantes usen las medidas relativas para comparar un objeto con un segundo, pero no encuentran la forma de relacionar las medidas del primero con el tercero a través del segundo objeto del cual se conoce su relación con los otros objetos.</p> <p>Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que los estudiantes deban usar varios objetos como unidades de medida; se recomienda escoger cuidadosamente los objetos para que la medida de cada objeto sea múltiplo de la medida de otro objeto. Para cumplir con este objetivo guíe una actividad previa en la que los estudiantes construyan los objetos, tal vez será necesario que les solicite a los estudiantes llevar algunos materiales. Por ejemplo, recorte varios trozos de un palo de balsa sin importar cuál sea su longitud, posteriormente entregue a los grupos de estudiantes uno de estos trozos, adicionalmente entregue un rollo de pita o solicite a los estudiantes llevarlo. A continuación, pídale seguir las siguientes instrucciones:</p>	

Llame “*Objeto 1*” al trozo de balso proporcionado por el docente, ahora recorte un trozo de un palo de balso que tenga cinco veces la longitud del *Objeto 1*.

1. Recorte un trozo de pita de tal forma que su longitud sea igual a diez veces la longitud del *Objeto 1*.
2. Recorte un trozo de pita que sea el triple de largo que el trozo de balso obtenido en el paso 1.

Posteriormente inicie la actividad en la que los estudiantes deban hacer afirmaciones relacionando los objetos; por ejemplo, *el trozo de pita obtenido en el paso 2 tiene el doble de longitud que el trozo de balso obtenido en el paso 1*. Invítelos a hacer más afirmaciones tras suponer algunas cosas; por ejemplo, pida suponer que el *Objeto 1* mide 10 cm y así, calcular la medida en centímetros de los demás objetos. Finalmente usen los objetos como unidad de medida, solicite por ejemplo, medir el largo y ancho del salón de clases con alguno de los objetos, se quiere que los estudiantes afirmen cosas como “el largo del salón mide aproximadamente 15 veces el trozo de pita obtenido en el paso 2”.

Cierre la actividad resaltando que existen unidades de medida estandarizadas y no estandarizadas; sin embargo, estas pueden usarse de forma conjunta para resolver problemas de la vida cotidiana.

Responda las preguntas 21 y 22 según la siguiente información.

En el Colegio Paulo Freire se le preguntó a los estudiantes de primaria si estaban o no de acuerdo con la propuesta de que la jornada de estudios ordinaria se extendiera hasta las 3:00 pm. En la siguiente tabla se consignaron los resultados.

Grado	Cantidad de estudiantes a favor de la propuesta	Cantidad de estudiantes en contra de la propuesta	Total
1°	15	10	25
2°	13	11	24
3°	16	8	24
4°	16	14	30
5°	20	12	32

Código	21	Clave	C
Componente	Aleatorio	Competencia	Razonamiento y argumentación
Contenido	Situaciones de probabilidad simple.	Dificultad	Medio
Estándar	Resuelvo situaciones que requieren comparar las probabilidades de ocurrencia de algunos eventos.		
Afirmación	Compara la probabilidad de ocurrencia de eventos independientes.		
Tarea evaluativa	Dado el comportamiento de una variable dicotómica en cinco grupos de una población, deducir una afirmación válida sobre las probabilidades de los diez eventos posibles.		
Enunciado	Según los datos de la tabla, al escoger aleatoriamente un alumno, se puede afirmar que es más probable que		
Opciones de respuesta	A	el alumno sea de 2° que de 5°.	
	B	el alumno esté en contra que a favor de la propuesta.	
	C	el alumno sea de 4° que de 1°.	
	D	el alumno sea de 3° que de 2°.	
Hipótesis diagnósticas	A	Posiblemente el estudiante calcula las probabilidades a comparar usando la regla de Laplace, sin embargo no logra establecer el orden correcto entre las fracciones.	
	B	El estudiante no logra interpretar la información de la tabla de forma correcta, es posible que su error radique en la lectura de la información que indica los datos que están en las columnas y filas.	
	D	El estudiante no logra interpretar la información de la tabla de forma correcta, es posible que su error radique en la lectura de la información y use el número total de estudiantes de 4° como si este valor correspondiera al número total de estudiantes de 3°.	
Sugerencias para los aprendizajes	El estudiante no resuelve la situación debido a que no conoce o no sabe aplicar la regla de Laplace para problemas de probabilidad simple. También puede deberse a que no comprende que en una situación en la que se conoce la		

cantidad de casos posibles, un suceso es más probable que un segundo suceso en la medida que hayan más casos favorables para el primer suceso que para el segundo.

Para superar estas dificultades, diseñe actividades donde los estudiantes primero, identifiquen los casos favorables y los casos posibles en un espacio muestral y luego, ordenen los sucesos desde el más probable hasta el menos probable.

Considere los elementos desarrollados en la siguiente actividad:

Inicialmente plantee preguntas a partir de situaciones en las que los estudiantes conozcan el espacio muestral y deban estimar si un suceso es más probable que otro. Use contextos cercanos, por ejemplo, sobre la probabilidad de escoger una persona del salón y que esta sea niño o niña. También puede proporcionarles material manipulable, por ejemplo canicas de colores.

Los estudiantes deben lograr identificar que a medida que objetos con las mismas características se encuentran en mayor cantidad, es más probable que uno de estos sea escogido en una extracción aleatoria. En este sentido, presente una colección de objetos como grupos de canicas con diversos colores y pídale ordenar del más al menos probable en una selección aleatoria; luego, proceda con la extracción de los objetos uno por uno; después de cada extracción pídale analizar si el orden de las probabilidades ha cambiado; por ejemplo, en la pregunta de la prueba, si suponemos que se escogen dos personas al azar y estas son de 1°, ahora los estudiantes de 2° y 3° no son los que tienen menos probabilidad de ser elegidos en la próxima vez que se escoja un estudiante al azar.

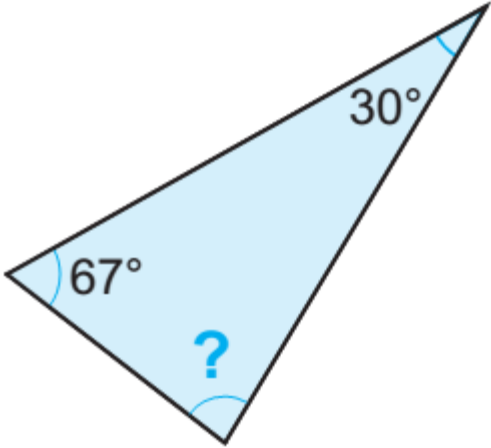
Es posible que al hacer el experimento los objetos con mayor probabilidad no salgan en las primeras extracciones, esto puede llegar a confundir a los estudiantes pues ellos pueden considerar que un suceso con mayor probabilidad debe ocurrir primero. Para aclarar un poco estas ideas, realice el experimento de lanzar una moneda 100 veces y registrando sus resultados; posiblemente en los primeros resultados se notará que una de las caras de la moneda tendrá más resultados que la otra, sin embargo, a medida que aumentan los lanzamientos los resultados de ambas caras tienden a ser iguales. Solicite a sus estudiantes extraer algunas conclusiones del experimento de la moneda y posteriormente hacer una conclusión más general que permita explicar lo que pasa con la extracción de las canicas. El estudiante debería poder concluir que el hecho de que un suceso sea muy probable, no quiere

	<p>decir que ocurra con seguridad, y que a medida que se repite el proceso de extracción se nota que los eventos más probables ocurren primero más veces que los eventos poco probables.</p> <p>Posterior al anterior trabajo, presente la regla de Laplace y pida identificar en las actividades anteriores los casos favorables y los posibles. Luego, pida calcular algunas probabilidades y ordenarlas. Solicite a los estudiantes ir calculando las probabilidades de ocurrencia de los eventos tras las extracciones, use en este momento otros contextos como los juegos de cartas y los dados. Para cerrar la actividad pida a los estudiantes identificar los conceptos trabajados y su importancia en la vida cotidiana.</p>
--	--

Código	22	Clave	A
Componente	Aleatorio	Competencia	Planteamiento y resolución de problemas.
Contenido		Dificultad	Alto
Estándar	Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.		
Afirmación	Manipula información consignada en una tabla para resolver situaciones en contextos cotidianos.		
Tarea evaluativa	Hallar el total de eventos en una población, y dada la relación entre esta cantidad y el total de ese mismo evento en otra población, hallar esta última cantidad.		
Enunciado	Se aplicó la misma encuesta en el Colegio José Martí y se encontró que la cantidad de niños de primaria de este colegio, que están a favor de la propuesta, es el doble de la cantidad de niños de primaria del colegio Paulo Freire que están a favor de la propuesta. La cantidad de niños de primaria del Colegio José Martí que están a favor de la propuesta es		
Opciones de respuesta	A	160	
	B	110	
	C	40	
	D	80	
Hipótesis diagnósticas	B	Realiza un procedimiento adecuado para resolver el problema, sin embargo no interpreta correctamente los datos de la tabla y usa los datos correspondientes a la columna de los niños que están en contra de la propuesta.	
	C	Posiblemente el estudiante no identifica la relación entre las cantidades a partir del enunciado, al parecer determina correctamente la cantidad de estudiantes a favor de la propuesta, sin embargo, supone que esta cantidad es el doble de la obtenida en la encuesta del colegio José Martí.	

	D	Es posible que el estudiante interprete correctamente la información de la tabla, sin embargo, no atiende a la instrucción que indica duplicar la cantidad de estudiantes a favor de la propuesta.
Sugerencias para los aprendizajes		<p>El estudiante no resuelve la situación debido a que no logra extraer y manipular la información necesaria del gráfico.</p> <p>Diseñe actividades en las que los estudiantes deban identificar información de interés de una representación, ya sea en forma tabular o gráfica. En el caso de esta pregunta, pida a los estudiantes identificar datos como el número de estudiantes de 4° que están en contra de la propuesta. Posteriormente alíentelos a obtener más información que la presentada, por ejemplo, puede preguntarse por la cantidad total de estudiantes que están en contra de la propuesta. Pídale ahora manipular la información para resolver problemas sencillos, por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • A raíz de una enfermedad masiva la quinta parte de los estudiantes se retiran a mitad de año, ¿cuántos alumnos quedan? • Si la mitad de los estudiantes de 4° que están a favor de la propuesta cambian de opinión, ¿Cómo cambia la tabla? ¿Cuántos estudiantes de primaria hay ahora en contra de la propuesta? <p>Cierre la actividad pidiendo a los estudiantes que resalten los conceptos trabajados y las conclusiones que le dejó la actividad desarrollada; complemente usted estas observaciones.</p>

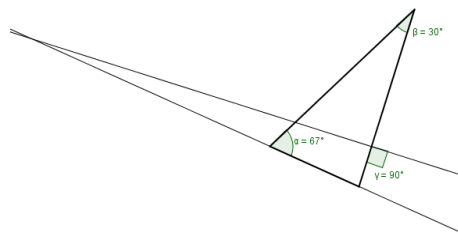
Código	23	Clave	D
Componente	Geométrico–métrico	Competencia	Planteamiento y resolución de problemas.
Contenido	Propiedades básicas de un triángulo.	Dificultad	Bajo
Estándar	Identifico y utilizo propiedades de figuras geométricas básicas para resolver problemas en contextos matemáticos y no matemáticos.		
Afirmación	Reconozco propiedades básicas de figuras planas como triángulos, rectángulos y cuadrados.		
Tarea evaluativa	Expuesta la relación entre los ángulos de un triángulo y el valor de dos de ellos, hallar el valor del tercer ángulo.		

<p>Imagen del enunciado</p>		
<p>Enunciado</p>	<p>Todos los triángulos cumplen con una propiedad esencial, y es que la suma de los tres ángulos internos de cualquier triángulo da como resultado 180°. Del siguiente triángulo se conocen dos de sus ángulos.</p> <p style="text-align: center;">IMAGEN</p> <p>¿Cuál es el valor del tercer ángulo?</p>	
<p>Opciones de respuesta</p>	<p>A</p>	<p>60°</p>
	<p>B</p>	<p>97°</p>
	<p>C</p>	<p>90°</p>
	<p>D</p>	<p>83°</p>
<p>Hipótesis diagnósticas</p>	<p>A</p>	<p>Posiblemente el estudiante supone que el ángulo desconocido y el ángulo de 30° deben sumar 90°, esto muestra que no tuvo en cuenta la información suministradas en el enunciado.</p>
	<p>B</p>	<p>Es posible que el estudiante no comprenda la situación e intente resolverla sumando los ángulos mostrados. El estudiante no sigue un procedimiento geométrico para resolver la situación porque no comprendió o no le dio importancia a la información expuesta en el enunciado.</p>
	<p>C</p>	<p>Posiblemente el estudiante encuentra similitud entre la amplitud del ángulo pedido y la amplitud de un ángulo de 90°, por tal razón decide que el ángulo buscado es de 90°.</p> <p>Establece conclusiones sobre figuras geométricas obedeciendo a su percepción visual y dejando de lado los razonamientos geométricos.</p>
<p>Sugerencias para los aprendizajes</p>	<p>Es estudiante no resuelve la situación debido a que no reconoce propiedades básicas de los triángulos, como el valor de la suma de sus ángulos internos o a que se deja influenciar más por su percepción visual que por el razonamiento de las propiedades que tiene la figura. También es posible que quien no responde adecuadamente la pregunta, no leyó, no comprendió o no le dio importancia a la información expuesta en el enunciado. Esto refleja una falta de hábito interpretativo ante las situaciones que se le presentan.</p>	

Para superar estas dificultades diseñe actividades en las que el estudiante deba analizar y poner a prueba las propiedades de algunas figuras geométricas. Presente problemas donde se requiera conocer y aplicar propiedades de figuras básicas como rectángulos, cuadrados y algunos triángulos especiales, permita que los estudiantes trabajen en ellos y establezcan métodos de solución; notará que estos métodos de solución incluyen conjeturas hechas por los estudiantes. Identifique estas conjeturas y pídale ponerlas a prueba con el fin de descartarlas como válidas o consolidarlas como una propiedad.

Trabajemos con la situación planteada en esta pregunta como ejemplo. Se quiere que los estudiantes establezcan que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo da como resultado 180° . Entregue una guía donde se encuentre la figura con las proporciones adecuadas y solicite a los estudiantes trabajar en grupos, resalte la importancia de escribir con claridad los procedimientos usados para resolver el problema. Supongamos que uno de los grupos afirma que el ángulo desconocido mide 90° porque visualmente su amplitud es similar a la de un ángulo recto, exponga esta conjetura ante los demás grupos y pídale analizar esta afirmación. Es posible que los estudiantes crean que la conjetura es cierta o que es falsa, pero no encuentran una forma de justificarlo, en este caso, dé algunas instrucciones que permitan evidenciar que es falsa, por ejemplo:

- Pídale a los estudiantes medir dicho ángulo con un transportador.
- Solicite trazar una recta perpendicular al lado mediano del triángulo y luego extender el lado más pequeño del triángulo usando una recta, obteniendo así la siguiente figura



Es posible que los estudiantes hayan aprendido por sus construcciones de rectángulos y cuadrados que dos rectas perpendiculares a una misma recta son paralelas y en el dibujo es evidente que las rectas no son paralelas, pues estas se cortan.

Continúe de esta forma analizando las conjeturas más relevantes de los grupos. En caso que ningún grupo logre identificar que los ángulos del triángulo suman 180° , pídale medir este ángulo con un transportador y posteriormente pídale sumar los ángulos. Para que el valor encontrado no sea un dato más invítelos a construir varios triángulos más, luego medir sus ángulos internos y sumarlos. En caso de ser posible use algún software de geometría dinámica

	<p>como Geogebra para construir los triángulos y medir sus ángulos con mayor precisión, esto proporcionará dinamismo y eficiencia a la actividad. Finalmente, y para cerrar la actividad, invítelos a extraer algunas conclusiones generales de la misma.</p>
--	---

Código	24	Clave	A
Componente	Numérico-variacional	Competencia	Planteamiento y resolución de problemas.
Contenido	Fenomenología en situaciones aditivas.	Dificultad	Bajo
Estándar	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.		
Afirmación	Resuelve situaciones aditivas de composición y transformación.		
Tarea evaluativa	Dada dos cantidades y la relación aditiva entre una de estas y una tercera cantidad, hallar la suma de las tres cantidades.		
Enunciado	Darío, Daniela y Camila fueron de compras a la juguetería. Darío tiene \$5.700, Camila tiene \$3.200 y Daniela tiene \$1.200 más que Darío y Camila juntos. ¿Cuánto dinero reúnen los tres?		
Opciones de respuesta	A	\$19.000	
	B	\$10.100	
	C	\$8.900	
	D	\$11.300	
Hipótesis diagnósticas	B	Es posible que el estudiante comprenda la situación, sin embargo, se encuentra con la palabra “más” y la toma como indicación para efectuar la cantidad asociada, por lo cual suma lo que tienen Darío, Camila y los \$1.200. También es posible que el estudiante interprete correctamente el enunciado e identifique que debe determinar la cantidad de dinero que tiene Daniela y lo haga con éxito, sin embargo, puede que pierda la atención de la situación y piense que ha terminado, por lo cual no continúa con el proceso.	
	C	Posiblemente el estudiante no comprende la relación que existe entre las cantidades numéricas, al parecer encuentra una coincidencia entre una de las opciones y el resultado de realizar algunas operaciones con las cantidades dadas.	
	D	Es posible que el estudiante piense que para saber cuánto tienen los tres baste con sumar \$1.200 a la cantidad de dinero que tiene Darío y Camila, de esta forma hace $\$5.700 + \1.200 y $\$3.200 + \1.200 y finalmente suma estos dos resultados parciales.	
Sugerencias para los aprendizajes	Los estudiantes no resuelven la situación debido a que presentan dificultades en la interpretación del enunciado de una situación aditiva, inicialmente de unión (parte-parte-todo) y posteriormente de comparación.		

Para superar estas dificultades diseñe actividades en las cuales los estudiantes deban resolver diversos problemas de cada uno de los diferentes tipos de problemas de adición, es importante que los estudiantes reconozcan en el enunciado información que le permita establecer un método de solución. Los diferentes tipos de problemas de adición pueden encontrarse en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas.

La situación propuesta en esta pregunta es una situación aditiva que combina unión con comparación; en las situaciones aditivas de unión se conocen dos cantidades que hay que agrupar y en las situaciones aditivas de comparación se conoce una cantidad de referencia y el valor adicional que posee otra cantidad. Veamos algunos ejemplos de cada uno de estos tipos de problemas.

Unión(Parte-Parte-Todo)

- Hay 10 personas en la piscina y acaba de entrar un grupo de 14 personas a la piscina, ¿cuántas personas hay ahora en la piscina?
- Camilo se comió tres manzanas en la mañana y en la tarde se comió otras dos manzanas. ¿Cuántas manzanas se ha comido Camilo?

Comparación

- Javier hizo 45 sentadillas el día de ayer y hoy hizo 20 sentadillas más que ayer. ¿Cuántas sentadillas hizo Javier hoy?
- Mariana salió con 12 canicas a jugar con sus amigos, ella tuvo buena puntería y ahora tiene 13 canicas más. ¿Cuántas canicas tiene ahora Mariana?

Plantee problemas como estos. Se recomienda que presente varios problemas del mismo tipo en forma consecutiva, así los estudiantes pueden encontrar similitudes entre los problemas y también entre los métodos de solución. Posteriormente, presente situaciones que combinen varios tipos de problemas de adición, como se hace en esta pregunta. Si bien este tipo de problemas puede ser resuelto usando material concreto, por ejemplo con un grupo de canicas, no permita que los estudiantes usen estos materiales para resolverlos. Apóyese de materiales concretos para que los estudiantes puedan verificar si el procedimiento que siguieron resuelve la situación planteada.

Cierre la actividad solicitando a los estudiantes que extraigan algunas conclusiones generales sobre el trabajo desarrollado.

Apéndice B. Prueba de Diagnostico Matemáticas 5°


PRUEBA POR
COMPETENCIAS
BÁSICAS
MATEMÁTICAS
5

PRUEBA	No. DE PREGUNTAS	TIEMPO
Matemáticas	24	1 hora

Responda las preguntas 1 y 2 de acuerdo con la siguiente información:

En el colegio en el que estudia Felipe han organizado un evento deportivo, en el cual los estudiantes de 5° van a participar en una carrera de 500 metros y los de 11° van a participar en una carrera de 2.000 metros.

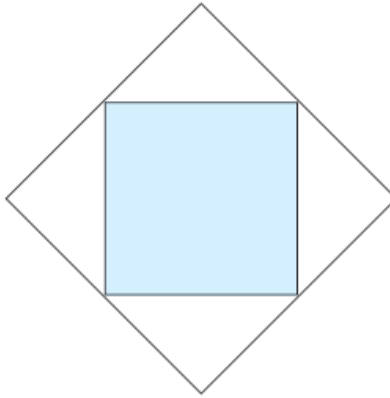
- Es correcto afirmar que la relación entre las distancias recorridas por los estudiantes de 5° y 11° es así:
 - La distancia recorrida por los estudiantes de 11° es cuatro veces la distancia recorrida por los estudiantes de 5°
 - La distancia recorrida por los estudiantes de 11° es $\frac{1}{4}$ de la distancia recorrida por los estudiantes de 5°
 - La distancia recorrida por los estudiantes de 5° es cuatro veces la distancia recorrida por los estudiantes de 11°
 - La distancia recorrida por los estudiantes de 5° es $\frac{2}{5}$ de la distancia recorrida por los estudiantes de 11°
- La distancia recorrida por los participantes en el evento del colegio es menor que la distancia que deben recorrer en las pruebas departamentales. Si tanto la distancia para los estudiantes de 5° como la distancia para los de 11° aumentan en el mismo factor y la carrera de 5° en las pruebas departamentales es de 1.500 metros, entonces ¿cuál es la distancia que deben recorrer los estudiantes de 11° en las pruebas departamentales?
 - 6.000 metros.
 - 3.000 metros.
 - 2.000 metros.
 - 3.500 metros.
- Después de realizar las operaciones indicadas en la siguiente expresión

$$5 \times (12 \div 3 + 3) - 7$$
 El resultado es:
 - 3
 - 28
 - 16
 - 42

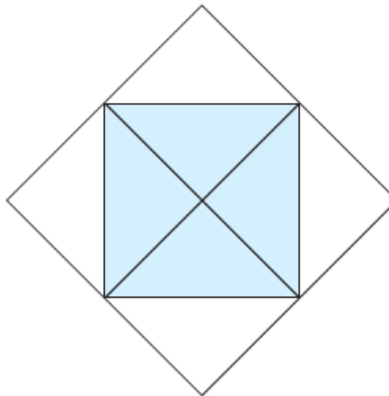
Prueba Diagnóstica

Responda las preguntas 4 y 5 de acuerdo con la siguiente información.

Se diseña un baldosín como el que se muestra en la figura.



4. El diseño se puede describir de varias formas. ¿Cuál de las siguientes descripciones es INCORRECTA?
- A. Se trata de un cuadrilátero y cuatro triángulos isósceles.
 - B. Se trata de dos cuadrados uno dibujado dentro del otro.
 - C. Se trata de un cuadrado y cuatro triángulos equiláteros.
 - D. Se trata de un rectángulo y cuatro triángulos rectángulos.
5. Si se le trazan las diagonales al cuadrilátero del centro, el diseño del baldosín queda como se ve en la siguiente figura:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es INCORRECTA?

- A. Todos los triángulos que se forman son semejantes.
- B. Todos los triángulos que se forman tienen el mismo perímetro.
- C. Todos los triángulos que se forman son congruentes.
- D. Todos los triángulos que se forman tienen áreas diferentes.

Prueba Diagnóstica

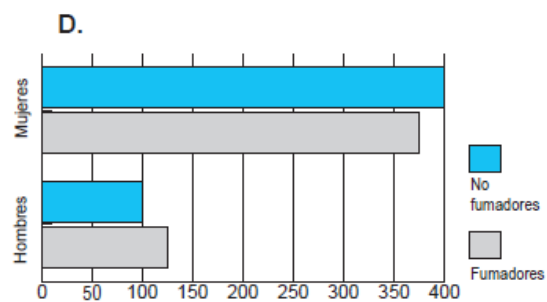
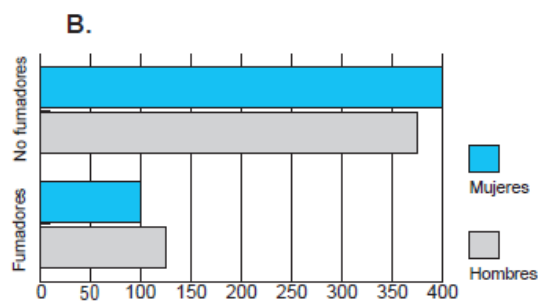
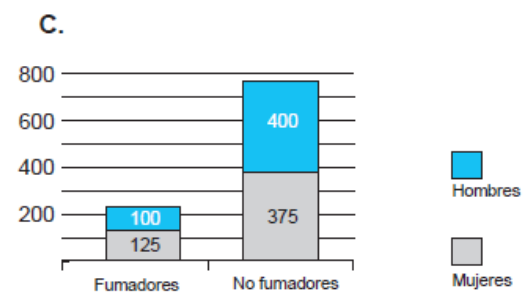
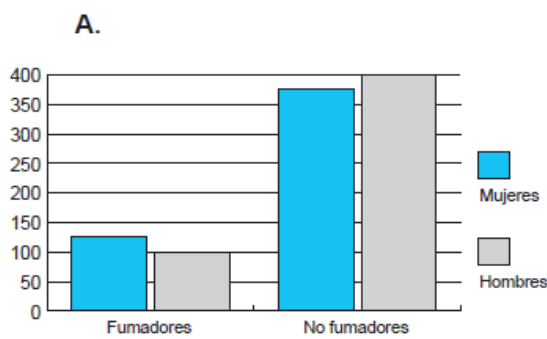
Responda las preguntas 6, 7 y 8 de acuerdo con la siguiente información.

La siguiente tabla resume los datos que se obtuvieron de una encuesta aplicada en algunos centros comerciales, dirigida a personas entre los 18 y 25 años de edad. Se encuestaron 500 hombres y 500 mujeres y se les preguntó si fumaban.

TABLA 1

	Fumadores	No fumadores
Hombres	125	375
Mujeres	100	400

6. La gráfica que representa de manera correcta los datos de la tabla anterior es:



Prueba Diagnóstica

7. Recordemos la tabla de fumadores y no fumadores.

TABLA 1

	Fumadores	No fumadores
Hombres	125	375
Mujeres	100	400

Según esta tabla, ¿cuál es la probabilidad estadística de que una persona de las encuestadas fume?

- A. $\frac{100}{1000}$ C. $\frac{125}{1000}$
 B. $\frac{225}{1000}$ D. $\frac{775}{1000}$
8. Tomando en cuenta los datos de la tabla 1, el hospital de la localidad lleva a cabo una campaña en contra del consumo de cigarrillo. Seis meses después de la campaña se hace una nueva encuesta a las mismas personas. Los datos que se obtienen están en la siguiente tabla.

TABLA 2

	Fumadores	No fumadores
Hombres	90	410
Mujeres	45	455

Al comparar los datos de la primera encuesta (TABLA 1) con los datos de la nueva encuesta (TABLA 2) se puede afirmar que

- A. la campaña tuvo efectos neutros.
 B. los hombres no respondieron a la campaña.
 C. la campaña tuvo efectos positivos.
 D. las mujeres respondieron peor a la campaña.

9. En la siguiente tabla se muestra una promoción de galletas rellenas.

**Promoción
de galletas
con relleno Brunky**



**¡Por la compra de
3 galletas lleva
otra a mitad de
precio!**

Cantidad de galletas	Precio
1	\$300
2	\$600
3	\$900
4	\$1.050
5	\$1.350
6	\$1.650
7	\$1.950

Si Elisa quiere comprar unas galletas Brunky, ¿cuánto dinero debe pagar por 10 galletas?

- A. \$3.000 C. \$2.700
 B. \$2.850 D. \$1.350
10. Camila quiere comprar unos chocolates y unas gomas que están en promoción.

Promoción de chocolates y gomas

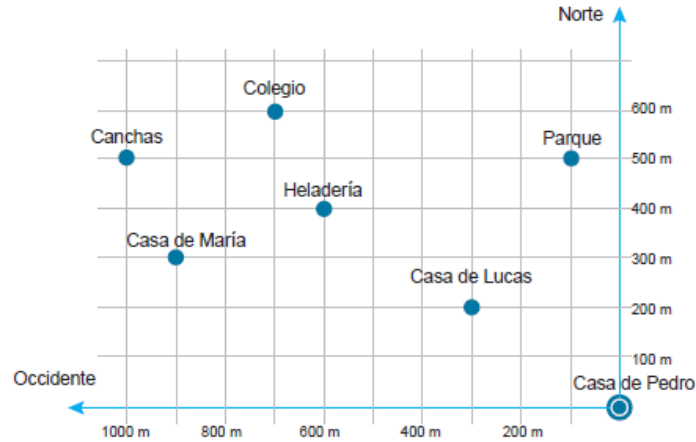
*¡Por la compra de 3 unidades
lleva otra unidad completamente gratis!*

Los chocolates que quiere Camila cuestan \$250 cada uno y las gomas cuestan \$300 cada una. Si ella tiene \$5.000, ¿cuál es la máxima cantidad de dulces que puede comprar?

- A. 20 chocolates.
 B. 15 gomas.
 C. 26 chocolates.
 D. 21 gomas.

Prueba Diagnóstica

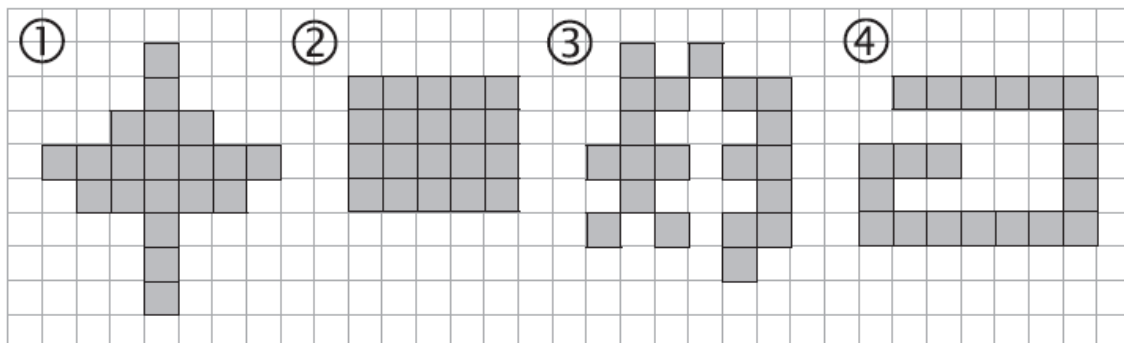
11. El siguiente es un mapa en el que se representan varios lugares del municipio Guayacán. Las líneas de la cuadrícula representan las calles por donde se puede transitar.



Pedro, Lucas y María son amigos y compañeros en el colegio. Diariamente, Pedro sale de su casa y pasa por la casa de Lucas, de ahí salen los dos hacia la casa de María, para luego dirigirse los tres al colegio.

La **menor** distancia que debe caminar Pedro hasta llegar al colegio es

- A. 1.300 metros.
 B. 1.200 metros.
 C. 1.900 metros.
 D. 1.700 metros.
12. En clase de geometría el maestro pide a sus alumnos recortar 20 cuadrados de 2 cm de lado cada uno. A continuación abre un concurso en el cual ganará quien construya, con esos 20 cuadrados, la figura con mayor área y menor perímetro posible. Algunos de los estudiantes realizan las siguientes figuras.



Se puede afirmar de estas cuatro figuras que:

- A. La 1 es la de mayor área.
 B. La 3 es la de mayor perímetro.
 C. La 2 es la de menor área.
 D. La 4 es la que tiene mayor perímetro.

Prueba Diagnóstica

Responda las preguntas 13 y 14 de acuerdo con la siguiente información.

Se realizó un control de peso y estatura en los salones de primaria. En la siguiente tabla se registraron las estaturas de 5 niños y 5 niñas, escogidos al azar en un salón de 5° grado.

Estatura en cm.			
Niños		Niñas	
Carlos	131 cm.	Yesica	131 cm.
Felipe	127 cm.	Karen	135 cm.
Daniel	129 cm.	Lucía	131 cm.
Kevin	136 cm.	María	131 cm.
Ernesto	127 cm.	Victoria	132 cm.

- 13.** El promedio de estatura de los niños es:
- 130 cm.
 - 325 cm.
 - 129 cm.
 - 127 cm.
- 14.** Si en el salón hay 15 niños y 12 niñas y en la tabla están los valores máximo y mínimo de las estaturas, tanto en niños como en niñas, entonces se puede afirmar que
- es imposible que uno de los niños mida 130 cm.
 - es posible que uno de los niños mida 128 cm.
 - es imposible que una de las niñas mida 133 cm.
 - es posible que una de las niñas mida 136 cm.

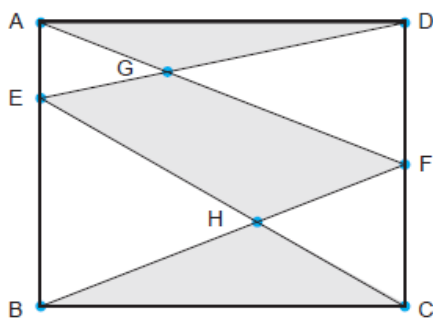
Responda las preguntas 15 y 16 según la siguiente información.

*Los tres cursos de cuarto grado están organizando una fiesta conjuntamente. En **4A** hay 30 alumnos, en **4B** hay 29 y en **4C** hay 35. Entre los refrigerios habrá empanadas y jugos para los asistentes. Las empanadas compradas por unidad cuestan \$1.000 cada una y la caja que trae 25 empanadas cuesta \$20.000.*

- 15.** A partir de la información sobre el precio de las empanadas, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
- Si se necesitan 16 empanadas, es mejor comprar una caja de 25 empanadas pues sale más barato.
 - Si se necesitan 23 empanadas lo más económico es comprarlas por unidad.
 - Si se necesitan 25 empanadas es más económico comprarlas por unidad.
 - Si se necesitan 48 empanadas lo más económico es comprar dos cajas de 25 empanadas.
- 16.** Para pagar los gastos de la fiesta se pidió una cuota de \$2.000 pesos por alumno. Del total, no pagaron 3 alumnos de 4A, 6 de 4B y 5 de 4C. Por lo tanto, la cantidad total de dinero recolectado es
- \$28.000
 - \$160.000
 - \$180.000
 - \$188.000

17. La descomposición de 180 en sus factores primos es la siguiente:
- $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$
 - 1, 8 y 0
 - $(9 \times 2) \times 10$
 - $(1,8) \times 100$

Responda las preguntas 18 y 19 según la siguiente información.



En el rectángulo ABCD se han trazado los triángulos DEC y AFB, de la manera como se muestra en la figura. Se conocen los valores de las siguientes áreas: El área del rectángulo ABCD, el área de los triángulos DEC y AFB y el área del cuadrilátero EHFG.

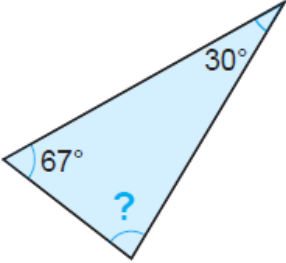
18. Teniendo en cuenta las áreas conocidas, el área sombreada puede conseguirse usando el siguiente procedimiento:
- Sumar el área de los triángulos BHC y AGD y el área del cuadrilátero EHFG.
 - Restar del área del rectángulo ABCD el área de los triángulos AFB y DEC, luego sumar el área del cuadrilátero EHFG.
 - Restar del área del rectángulo ABCD el área de los triángulos AGE, EHB, CHF y FGD.
 - Restar del área del rectángulo ABCD el área de los triángulos AFB y DEC, luego sumar dos veces el área del cuadrilátero EHFG.
19. Si el segmento AB mide 8 cm y el segmento BC mide 10 cm, ¿cuál es el valor del área del triángulo AFB?
- 40 cm^2
 - 80 cm^2
 - $\frac{80}{3} \text{ cm}^2$
 - 48 cm^2
20. Se necesita reparar una cerca de alambre, pero no se sabe cuánto mide en total. Para medirla, un obrero usó un lazo largo y encontró que la cerca mide lo mismo que 20 lazos. Para medir el lazo usó una vara recta y encontró que el lazo mide lo mismo que 10 varas. Si la vara mide 2 metros, entonces la longitud de la cerca, en metros, es
- 400 metros.
 - 200 metros.
 - 32 metros.
 - 20 metros.

Prueba Diagnóstica

Responda las preguntas 21 y 22 de acuerdo con la siguiente información.

En el Colegio Paulo Freire se le preguntó a los estudiantes de primaria si estaban o no de acuerdo con la propuesta de que la jornada de estudios ordinaria se extendiera hasta las 3:00 pm. En la siguiente tabla se consignaron los resultados.

Grado	Cantidad de estudiantes a favor de la propuesta	Cantidad de estudiantes en contra de la propuesta	Total
1°	15	10	25
2°	13	11	24
3°	16	8	24
4°	16	14	30
5°	20	12	32

21. Según los datos de la tabla, al escoger aleatoriamente un alumno, se puede afirmar que es más probable que
- el alumno sea de 2° que de 5°.
 - el alumno esté en contra que a favor de la propuesta.
 - el alumno sea de 4° que de 1°.
 - el alumno sea de 3° que de 2°.
22. Se aplicó la misma encuesta en el Colegio José Martí y se encontró que la cantidad de niños de primaria de este colegio, que están a favor de la propuesta, es el doble de la cantidad de niños de primaria del colegio Paulo Freire que están a favor de la propuesta. La cantidad de niños de primaria del Colegio José Martí que están a favor de la propuesta es
- 160
 - 110
 - 40
 - 80
23. Todos los triángulos cumplen con una propiedad esencial, y es que la suma de los tres ángulos internos de cualquier triángulo da como resultado 180° . Del siguiente triángulo se conocen dos de sus ángulos.
- 
- ¿Cuál es el valor del tercer ángulo?
- 60°
 - 97°
 - 90°
 - 83°
24. Darío, Daniela y Camila fueron de compras a la juguetería. Darío tiene \$5.700, Camila tiene \$3.200 y Daniela tiene \$1.200 más que Camila. ¿Cuánto dinero se reúne entre los tres?
- \$13.300
 - \$10.100
 - \$8.900
 - \$15.800

Apéndice C. Prueba de Comparación Matemáticas 5°



PRUEBA POR COMPETENCIAS BÁSICAS MATEMÁTICAS

5

PRUEBA DE COMPARACIÓN		
PRUEBA	No. DE PREGUNTAS	TIEMPO
Matemáticas	24	1 hora

Las preguntas 1 y 2 se responden de acuerdo con la siguiente información

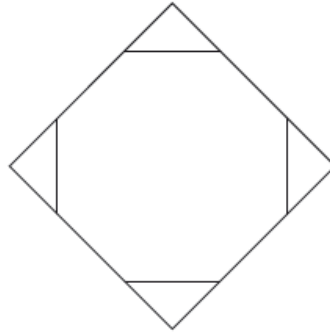
En un experimento se van a mezclar dos sustancias líquidas. En un recipiente hay 500 mililitros de la sustancia A y en otro recipiente hay 3.000 mililitros de la sustancia B.

- Es correcto afirmar que la relación entre las cantidades de las dos sustancias es:
 - La cantidad de la sustancia B es seis veces la cantidad de la sustancia A.
 - La cantidad de la sustancia B es $\frac{1}{6}$ de la cantidad de la sustancia A.
 - La cantidad de la sustancia A es seis veces la cantidad de la sustancia B.
 - La cantidad de la sustancia A es $\frac{3}{5}$ de la cantidad de la sustancia B.
- El experimento fue exitoso y lo quieren repetir usando mayores cantidades de las sustancias líquidas. Si en un nuevo experimento, las cantidades de las sustancias aumentan en el mismo factor y se van a usar 1.500 mililitros de la sustancia A, entonces ¿cuánta es la cantidad de la sustancia B que se va a usar?
 - 9.000 mililitros
 - 4.000 mililitros
 - 3.000 mililitros
 - 4.500 mililitros
- Francisco está resolviendo algunos problemas del calendario matemático y se encuentra con uno en el que preguntan por el resultado obtenido al realizar las operaciones indicadas en la siguiente expresión:

$$3 \times (16 \div 2 + 6) - 5$$
 Si él resuelve el problema exitosamente, el resultado que obtuvo es:
 - 1
 - 37
 - 25
 - 47

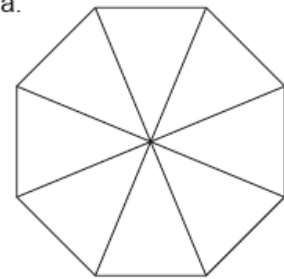
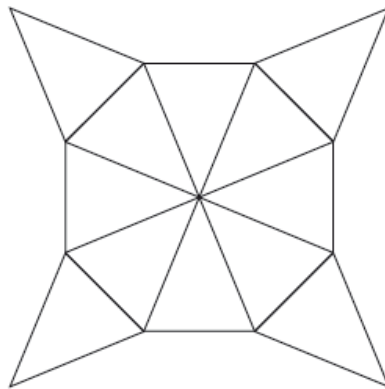
Prueba de Comparación**Las preguntas 4 y 5 se responden de acuerdo con la siguiente información**

Carlos tomó una hoja cuadrada de papel y luego de hacer los primeros dobleces obtuvo la siguiente figura:



4. Una forma INCORRECTA de describir la figura obtenida por Carlos, es:
- Está compuesta por un octágono regular y cuatro triángulos isósceles.
 - Está compuesta por un cuadrado y un octágono en su interior.
 - Está compuesta por un octágono y cuatro triángulos equiláteros.
 - Está compuesta por un rectángulo y cuatro triángulos rectángulos.
5. Carlos hizo otros dobleces y varios cortes, y obtuvo la siguiente figura:

Luego recortó cuatro triángulos de otra hoja y se los pegó a la figura que tenía, obteniendo la siguiente:



¿Sobre esta figura, cuál de las siguientes afirmaciones es INCORRECTA?

- Todos los triángulos que se forman son semejantes.
- Todos los triángulos que se forman tienen el mismo perímetro.
- Todos los triángulos que se forman son congruentes.
- Todos los triángulos que se forman tienen áreas diferentes.

Prueba de Comparación

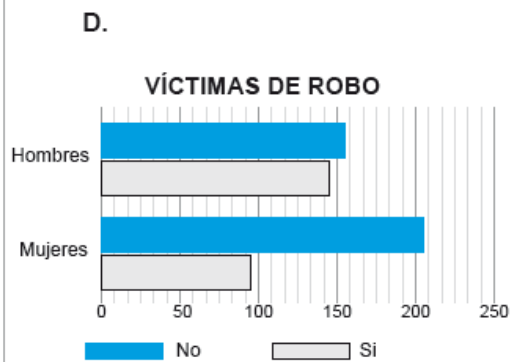
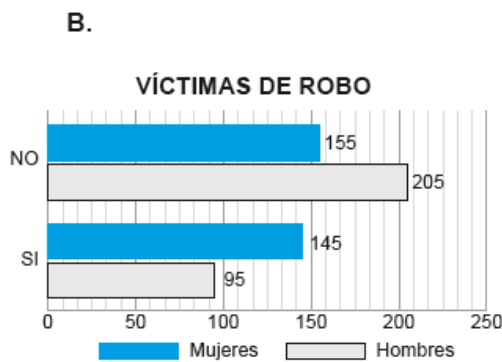
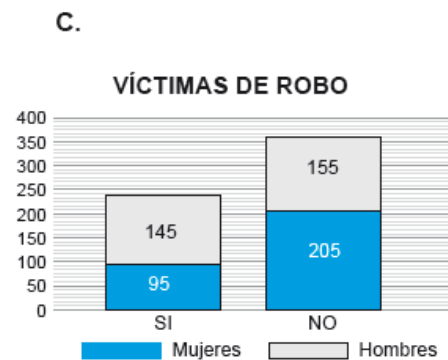
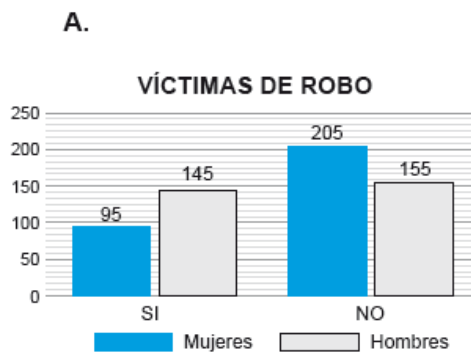
Las preguntas 6 a 8 se responden de acuerdo con la siguiente información

Se realizó una encuesta para determinar el índice de robos en los paraderos de bus de la ciudad. Se preguntó a 300 hombres y 300 mujeres en los paraderos de bus, si habían sido o no víctimas de robo en los últimos 6 meses y se obtuvieron los siguientes resultados.

TABLA 1

		Hombres	Mujeres
¿Ha sido víctima de robo?	SI	95	145
	NO	205	155

6. Una forma de representar correctamente los datos de la tabla anterior es:



Prueba de Comparación

7. Recordemos los resultados obtenidos en la encuesta

TABLA 1

		Hombres	Mujeres
¿Ha sido víctima de robo?	SI	95	145
	NO	205	155

Según esta tabla, ¿cuál es la probabilidad estadística de que una persona escogida al azar entre las encuestadas haya sido víctima de robo?

- A. $\frac{155}{600}$ C. $\frac{205}{600}$
 B. $\frac{240}{600}$ D. $\frac{360}{600}$
8. Después de la publicación de los resultados de la encuesta, las autoridades deciden organizar una campaña para concientizar a los ciudadanos de los peligros y ofrecieron valiosos consejos, además pusieron uniformados en algunos sectores cercanos a los paraderos. Seis meses después se aplicó la misma encuesta en los mismos paraderos y a la misma cantidad de personas; los resultados obtenidos fueron los siguientes.

TABLA 2

		Hombres	Mujeres
¿Ha sido víctima de robo?	SI	41	83
	NO	259	217

Al comparar los datos de la primera encuesta (Tabla 1) con los datos obtenidos en la segunda encuesta (Tabla 2) se puede afirmar que

- A. la campaña tuvo efectos neutros en los ciudadanos.
 B. los hombres no se vieron beneficiados con la campaña.
 C. la campaña tuvo efectos positivos en los ciudadanos.
 D. las mujeres se vieron menos beneficiadas por la campaña.

9. En el almacén de cadena EL EXITASO están de aniversario y por tal motivo están ofreciendo buenas promociones en muchos artículos del almacén. Uno de los artículos en promoción son las camisetas URBAN.



CAMISETAS URBAN	
CANTIDAD	PRECIO
1	\$ 12.000
2	\$ 24.000
3	\$ 30.000
4	\$ 42.000
5	\$ 54.000
6	\$ 60.000
7	\$ 72.000
8	\$ 84.000

Si Carmen llevó en total 13 camisetas, ¿cuánto dinero debió pagar por ellas?

- A. \$ 156.000
 B. \$ 138.000
 C. \$ 132.000
 D. \$ 66.000
10. Fabiola quiere aprovechar la promoción en el EXITASO de Champú y Acondicionador para el cabello.



¡Por la compra de 3 unidades lleva otra unidad completamente gratis!

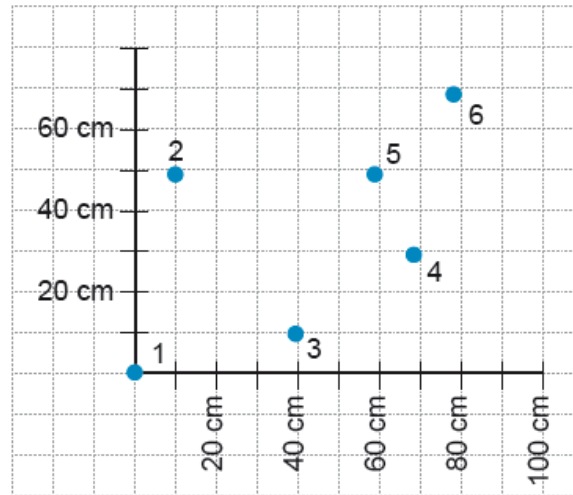


Cada Champú de la marca preferida por Fabiola cuesta \$9.000 y cada Acondicionador cuesta \$7.500. Si ella tiene \$70.000, ¿cuál es la máxima cantidad de estos artículos que puede comprar?

- A. 9 Acondicionadores.
 B. 7 Champús.
 C. 12 Acondicionadores.
 D. 9 Champús.

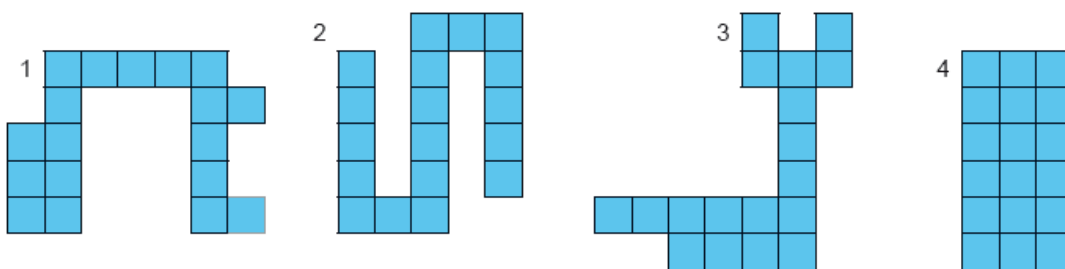
Prueba de Comparación

11. En la siguiente imagen se representa la superficie por la cual un robot debe moverse. El robot solo puede moverse por las líneas punteadas que conforman la cuadrícula.



Para una prueba, el robot debe arrancar en el punto 1 y llegar hasta el punto 5 pasando primero por el punto 2 y luego por 3. La menor distancia que debe recorrer el robot para completar su recorrido es

- A. 110 cm.
 B. 130 cm.
 C. 210 cm.
 D. 190 cm.
12. Las siguientes figuras están formadas por 18 cuadrados con 3 cm de lado



Sobre estas cuatro figuras se puede afirmar que

- A. La figura 3 es la de mayor área.
 B. La figura 2 es la de mayor perímetro.
 C. La figura 4 es la de menor área.
 D. La figura 1 es la que tiene mayor perímetro.

Prueba de Comparación

Las preguntas 13 y 14 se responden de acuerdo con la siguiente información

En la siguiente tabla se muestran las distancias de lanzamiento logradas por 5 hombres y 5 mujeres en una competencia juvenil de lanzamiento de jabalina.

Distancia de lanzamiento en metros [m.]			
Hombres		Mujeres	
Steven	54 m.	Daniela	45 m.
Sergio	51 m.	Estela	49 m.
Rodrigo	52 m.	Shirley	45 m.
Luis	62 m.	Briyith	45 m.
Leonel	51 m.	Paola	47 m.

13. El promedio de las distancias de lanzamiento obtenidas por los cinco hombres de la tabla es:
- 54 m.
 - 135 m.
 - 52 m.
 - 51 m.
14. Si en esta competencia estaban participando 16 hombres y 14 mujeres y en la tabla están la mínima y máxima distancia de lanzamiento lograda tanto por hombres como por mujeres, entonces se puede afirmar que
- es imposible que uno de los hombres haya alcanzado los 53 m en su lanzamiento.
 - es posible que uno de los hombres haya alcanzado los 57 m en su lanzamiento.
 - es imposible que una de las mujeres haya alcanzado los 48 m en su lanzamiento.
 - es posible que una de las mujeres haya alcanzado los 50 m en su lanzamiento.

Las preguntas 15 y 16 se responden de acuerdo con la siguiente información

Las selecciones de Fútbol, de Voleibol y de Baloncesto del Colegio Caminos del saber clasificaron a los juegos departamentales. Todavía no se sabe cuántos estudiantes van a viajar, pero los estudiantes han estado averiguando con una empresa por los costos del transporte. Para viajar a la capital del departamento hay dos formas de pagar el transporte, la primera es pagando \$2.000 por cada pasaje individual y la segunda es pagando \$45.000 por un combo de 25 pasajes.

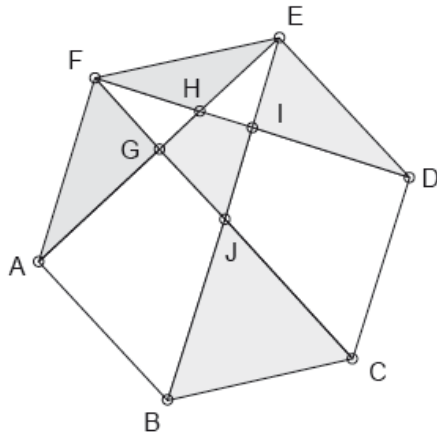
15. Según las dos formas de pagar los pasajes, se puede afirmar lo siguiente:
- Si se necesitan 20 pasajes, es mejor comprar un combo de 25 pasajes.
 - Si se necesitan 23 pasajes, lo más económico es comprarlos por unidad.
 - Si se necesitan 25 pasajes es más económico comprarlos por unidad.
 - Si se necesitan 48 pasajes lo más económico es comprar dos combos de 25 pasajes.
16. Una semana antes del viaje, se sabe que la delegación está compuesta por: 30 estudiantes de la selección de Fútbol, 16 estudiantes de la selección de Voleibol y 18 estudiantes de la selección de Baloncesto. El transporte de los deportistas y su alimentación tiene un costo que no puede pagar el colegio, por lo que se pidió una cuota de \$5.000 por persona. Del total de deportistas, no pudieron pagar 6 estudiantes de Fútbol, 4 de Voleibol y 5 de Baloncesto. Por lo tanto, la cantidad total de dinero recolectado es
- \$75.000
 - \$245.000
 - \$315.000
 - \$320.000

Prueba de Comparación

17. Al escribir el número 520 como la descomposición en factores primos obtenemos:

- A. $2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 13$
- B. 5, 2 y 0
- C. $(26 \times 2) \times 10$
- D. $(5,2) \times 100$

Las preguntas 18 y 19 se responden de acuerdo con la siguiente información



En el interior del hexágono regular ABCDEF se han trazado los triángulos AEB y DFC, de la manera como se muestra en la figura.

Se conocen los valores de las siguientes áreas: El área del Hexágono regular ABCDEF, el área del triángulo AEB, el área del triángulo DFC y el área del cuadrilátero GHIJ.

18. Teniendo en cuenta las áreas conocidas, el valor del área sombreada puede determinarse usando el siguiente procedimiento:
- A. Sumar el área de los triángulos FHE, EID, CJB, AGF y el área del cuadrilátero GHIJ.
 - B. Restar del área del hexágono ABCDEF el área de los triángulos AEB y DFC, luego sumar el área del cuadrilátero GHIJ.
 - C. Restar del área del hexágono ABCDEF el área de los triángulos HIE, GFH y de los cuadriláteros AGJB y CJID.
 - D. Restar del área del hexágono ABCDEF el área de los triángulos AEB y DFC, luego sumar dos veces el área del cuadrilátero GHIJ.
19. Si la longitud del segmento DC es 20 cm y la longitud del segmento AC es 70 cm, ¿cuál es el valor del área del triángulo DFC?
- A. 700 cm^2
 - B. 1400 cm^2
 - C. $\frac{1400}{3} \text{ cm}^2$
 - D. 740 cm^2
20. Los estudiantes de 5A están midiendo el contorno del patio de juegos. Ellos encontraron que el contorno del patio mide 15 cuerdas. Luego usaron un lazo para medir la cuerda y encontraron que la cuerda mide 12 lazos. Si el lazo mide 2 metros, ¿cuánto es la longitud del contorno del patio de juegos?
- A. 360 metros.
 - B. 180 metros.
 - C. 29 metros.
 - D. 15 metros.

Prueba de Comparación

Las preguntas 21 y 22 se responden de acuerdo con la siguiente información.

Las directivas del colegio Los Robles están interesadas en saber si los estudiantes consideran que las instalaciones del colegio están en buenas condiciones, así que realizaron una encuesta a todos los estudiantes y obtuvieron los siguientes resultados.

Grado	Cantidad de estudiantes que consideran que las condiciones de las instalaciones son buenas	Cantidad de estudiantes que consideran que las condiciones de las instalaciones son malas	Total
1°	28	24	52
2°	28	19	47
3°	33	14	47
4°	28	28	56
5°	33	25	58

21. A partir de la información de la tabla se puede afirmar que al elegir al azar un estudiante

- A. es más probable que este estudiante sea de 1° que de 4°.
- B. es más probable que este estudiante considere que las condiciones de las instalaciones son malas.
- C. es más probable que este estudiante sea de 5° que de 1°.
- D. es más probable que este estudiante sea de 2° que de 3°.

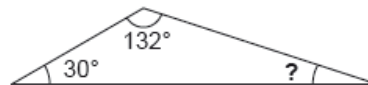
22. Esta misma encuesta se realizó en el colegio Personitas del Futuro y se encontró que el número de estudiantes que consideran que las condiciones de las instalaciones son buenas es el doble de la cantidad de estudiantes del colegio Los Robles que respondió lo mismo. ¿Cuántos estudiantes del colegio Personitas del Futuro consideran que las condiciones de las instalaciones son buenas?

- A. 300
- B. 220
- C. 75
- D. 150

23. Esteban está estudiando geometría y encuentra la siguiente propiedad:

“Todos los triángulos cumplen con una propiedad esencial, y es que la suma de los tres ángulos internos de cualquier triángulo da como resultado 180°”

Luego lee algunos problemas propuestos y en uno de ellos le piden determinar el valor del ángulo desconocido en la figura.



¿Cuál es el valor del tercer ángulo?

- A. 60°
 - B. 162°
 - C. 25°
 - D. 18°
24. Sergio, Juliana y Ludy están reuniendo dinero para comprarle un regalo de cumpleaños a su mamá. Sergio tiene \$7.800, Juliana tiene \$4.500 y Ludy tiene \$1.400 más que Sergio y Juliana juntos. ¿Cuánto dinero se reúne entre los tres?
- A. \$26.000
 - B. \$13.700
 - C. \$12.300
 - D. \$15.100