

Reconstrucción del perfil de temperatura transitorio y del flujo de calor superficial en un sólido calentado con microondas, resolviendo mediante estrategias de optimización global, el problema térmico inverso correspondiente

Edgar Sneyder García Morantes
Ingeniero electrónico

Informe final del trabajo de investigación para para optar por el título de
Maestría en Ingeniería Electrónica

Director
Rodrigo Correa, Ph.D.
Ingeniero Químico
Profesor Titular Laureado

Codirector
Iván Amaya, Ph.D.
Ingeniero Mecatrónico
Investigador posdoctoral en el Tecnológico de Monterrey

Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas
Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones
Maestría en Ingeniería Electrónica
Bucaramanga
2018

Agradecimientos

Quiero agradecer a Dios por darme la sabiduría para realizar este trabajo. Igualmente, quiero agradecer a mi familia por su apoyo incondicional durante este tiempo. Por otra parte, quiero agradecer a mis directores, el profe Rodrigo e Iván por su apoyo y supervisión durante la realización de este trabajo. Finalmente, quiero agradecer a mis compañeros de maestría por todos sus consejos y compañía.

Tabla de contenido

<i>Introducción</i>		15
1 <i>Objetivos (aprobados)</i>		18
1.1 Objetivo general		18
1.2 Objetivos específicos		18
2 <i>Producción académica</i>		19
3 <i>Fundamentos teóricos</i>		20
3.1 Transferencia de calor		20
3.2 Microondas		23
3.3 Carburo de Silicio (SiC)		24
3.4 Algoritmos metaheurísticos de optimización		25
3.4.1 Método de la espiral		25
3.4.2 Método de la atracción ponderada		27
3.4.3 Método de la búsqueda en vórtice		29
4 <i>Formulación del problema</i>		31
4.1 Modelo matemático		34
4.2 Problema directo		34
4.3 Problema inverso		34
4.4 Solución del problema directo		34
4.5 Mediciones de temperatura		36

4.5.1	Caso A: Un sensor sin alta variación en sus mediciones.....	38
4.5.2	Caso B: Un sensor con alta variación en sus mediciones	39
4.5.3	Caso C: Múltiples sensores (i.e., 5)	42
4.6	Función objetivo	45
5	Metodología	46
5.1	Pruebas paramétricas de los algoritmos de optimización.....	46
5.1.1	Algoritmo de la espiral (SOA).....	47
5.1.2	Método de la atracción ponderada (WAM)	48
5.1.3	Método de búsqueda en vórtice (VS).....	48
5.2	Funciones preliminares de prueba	49
5.3	Determinación de los parámetros k y $c\rho$	50
5.4	Reconstrucción del perfil de temperatura y del flujo de calor	50
6	Resultados	51
6.1	Pruebas paramétricas de los métodos de optimización	51
6.1.1	Algoritmo de la espiral (SOA).....	51
6.1.2	Algoritmo de la atracción ponderada (WAM)	52
6.1.3	Algoritmo de búsqueda en vortice (VS).....	53
6.2	Funciones preliminares de prueba	54
6.3	Determinación de los parámetros k y $c\rho$	56
6.3.1	Caso A	56
6.3.2	Caso B	58
6.3.3	Caso C	60
6.4	Reconstrucción del perfil de temperatura	62

6.4.1	Caso A	62
6.4.2	Caso B	64
6.4.3	Caso C	66
6.5	Reconstrucción del flujo de calor	68
7	Conclusiones	69
	Referencias Bibliográficas.....	71

Lista de Tablas

Tabla 1. Artículos y ponencias realizados durante el periodo de la maestría 2015-2017.....	19
Tabla 2. Artículos previos relacionados con la temática de la maestría.	20
Tabla 3. Trabajos de pregrado codirigidos durante el periodo 2015-2017.	20
Tabla 4. Propiedades del SiC	25
Tabla 5. Pseudocódigo del método de la espiral.....	26
Tabla 6. Pseudocódigo del método de la atracción ponderada.	28
Tabla 7. Pseudocódigo del método de la búsqueda en vórtice.....	30
Tabla 8. Parámetros usados para la solución del problema directo.	35
Tabla 9. Parámetros C_r y A_r del algoritmo de la espiral utilizados para las pruebas paramétricas.	48
Tabla 10. Parámetros α_1 y α_2 del algoritmo de la atracción ponderada utilizados para las pruebas paramétricas.....	48
Tabla 11. Parámetros β_1, β_2 y β_3 del algoritmo de la atracción ponderada utilizados para las pruebas paramétricas.....	49
Tabla 12. Información de las funciones de prueba.	49
Tabla 13. Valor mínimo (Min.), valor promedio (Prom.) y desviación estándar (Std.) de la prueba paramétrica del algoritmo de la espiral para diferentes valores de C_r y A_r , con $n = 10$ espirales, para la función de prueba Ackley en 2, 5, y 10 dimensiones. Los datos mostrados corresponden a 100 réplicas de cada caso particular.	52
Tabla 14. Valor mínimo (Min.), valor promedio (Prom.) y desviación estándar (Std.) de la prueba paramétrica del algoritmo de la atracción ponderada para diferentes valores de α_1, α_2 ,	

con $n = 10$ partículas, para la función de prueba Ackley en 2, 5, y 10 dimensiones. Los datos mostrados corresponden a 100 réplicas de cada caso particular..... 53

Tabla 15. Valor mínimo (Min.), valor promedio (Prom.) y desviación estándar (Std.) de la prueba paramétrica del algoritmo de la búsqueda en vórtice para diferentes valores de β_1 , β_2 , β_3 , con $n = 10$ partículas, para la función de prueba Ackley en 2, 5, y 10 dimensiones. Los datos mostrados corresponden a 100 réplicas de cada caso particular. 54

Tabla 16. Parámetros de los algoritmos de optimización usados en las pruebas preliminares.... 55

Tabla 17. Mejor valor, valor promedio y desviación estándar (Desv. est.) del mínimo encontrado después de cien ejecuciones. Adicionalmente, se muestra el promedio y la desviación estándar del número de iteraciones y del tiempo de cómputo requerido para encontrar la solución..... 55

Tabla 18. Valor promedio, desviación estándar, mejor, peor y error RMS de los resultados obtenidos para el caso A por los algoritmos de optimización en la función objetivo. Los datos de entrada de los algoritmos tenían un nivel de Señal a Ruido de 5, 10, 20 y 30 [dB], esto con el fin de simular los posibles efectos de los errores de los instrumentos de medición. 57

Tabla 19. Número de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo promedio junto con su desviación estándar para el caso A. 58

Tabla 20. Valor promedio, desviación estándar, mejor, peor y error RMS de los resultados obtenidos para el caso B por los algoritmos de optimización en la función objetivo. Los datos de entrada de los algoritmos tenían un nivel de Señal a Ruido de 5, 10, 20 y 30 [dB], esto con el fin de simular los posibles efectos de los errores de los instrumentos de medición. 59

Tabla 21. Número de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo promedio junto con su desviación estándar para el caso B..... 60

- Tabla 22.** Valor promedio, desviación estándar, mejor, peor y error RMS de los resultados obtenidos para el caso C por los algoritmos de optimización en la función objetivo. Los datos de entrada de los algoritmos tenían un nivel de Señal a Ruido de 5, 10, 20 y 30 [dB], esto con el fin de simular los posibles efectos de los errores de los instrumentos de medición. 61
- Tabla 23.** Número de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo promedio junto con su desviación estándar para el caso C..... 61
- Tabla 24.** Síntesis de los parámetros del modelo obtenidos al solucionar el problema inverso. . 62

Lista de Figuras

Figura 1. Ejemplo de una espiral en dos dimensiones cuyo origen y centro están en la coordenadas (10,5) y (0,0) respectivamente.	26
Figura 2. Ejemplo de unas partículas (verdes) moviéndose hacia la partícula más pesada (negra) siguiendo la lógica de WAM. La partícula negro simboliza la partícula con el mejor valor en la evaluación de la función objetivo.	28
Figura 3. Ejemplo de los vórtices en dos dimensiones generados por el algoritmo y en cuyo círculo más interno se encuentra el óptimo.....	30
Figura 4. Descripción general del sistema propuesto. Diagrama para la toma de temperaturas con sensores de temperatura.	32
Figura 5. Diagrama de bloques del sistema general propuesto.....	33
Figura 6. Perfil de temperatura en función del radio y del tiempo para un cilindro con generación interna constante de magnitud q_0 . Los números sobre las curvas representan el tiempo en segundos [s].....	35
Figura 7. Sección transversal del sólido calentado por microondas con un sensor de fibra óptica ubicado en $r = 0 \text{ cm}$	38
Figura 8. Temperaturas medidas en el caso A para diferentes valores de ruido SNR en $r = 0 \text{ cm}$ y $t = 0, 3, 6, \dots, 30 \text{ s}$	39
Figura 9. Temperaturas medidas en el caso B para diferentes valores de ruido SNR en $r = 0 \text{ cm}$ y $t = 0, 3, 6, \dots, 30 \text{ s}$	42
Figura 10. Sección transversal del sólido calentado por microondas con cinco sensores de fibra óptica ubicado en $r = 0, 1, 2, 3 \text{ y } 4 \text{ cm}$	43

Figura 11. Temperaturas medidas en el caso C para diferentes valores de ruido SNR en $r = 0, 1, 2, 3$ y 4 cm y $t = 0, 3, 6, \dots, 30 \text{ s}$.	45
Figura 12. Función de prueba Ackley en dos dimensiones. Se usaron los parámetros recomendados $a = 20$, $b = 0.2$ y $c = 2\pi$ para la elaboración de la gráfica. El dominio de entrada para todas las dimensiones es $x_i \in [-32.8, 32.8]$. Y el mínimo global es $f(x^*) = 0$.	47
Figura 13. Comparación gráfica entre la temperatura teórica, la temperatura medida y la temperatura reconstruida en $r = 0 \text{ cm}$ para el caso A.	63
Figura 14. Temperaturas reconstruidas a partir de la información recogida del sensor en $r = 0 \text{ cm}$.	64
Figura 15. Comparación gráfica entre la temperatura teórica, la temperatura medida y la temperatura reconstruida en $r = 0 \text{ cm}$ para el caso B.	65
Figura 16. Temperaturas reconstruidas a partir de la información recogida del sensor en $r = 0 \text{ cm}$.	66
Figura 17. Comparación gráfica entre la temperatura teórica, la temperatura medida y la temperatura reconstruida en $r = 0 \text{ cm}$ para el caso C.	67
Figura 18. Temperaturas reconstruidas a partir de la información recogida del sensor en $r = 0, 1, 2, 3$ y 4 cm .	67
Figura 19. Perfil del flujo de calor reconstruido para el caso A en una sección del cilindro en $t = 30 \text{ s}$.	68

Resumen

TÍTULO: RECONSTRUCCIÓN DEL PERFIL DE TEMPERATURA TRANSITORIO Y DEL FLUJO DE CALOR SUPERFICIAL EN UN SÓLIDO CALENTADO CON MICROONDAS, RESOLVIENDO MEDIANTE ESTRATEGIAS DE OPTIMIZACIÓN GLOBAL, EL PROBLEMA TÉRMICO INVERSO CORRESPONDIENTE¹

AUTOR: EDGAR SNEYDER GARCÍA MORANTES²

PALABRAS CLAVE: CALENTAMIENTO POR MICROONDAS, OPTIMIZACIÓN, METAHEURÍSTICAS, PROPIEDADES TERMODINÁMICAS Y PROBLEMA INVERSO.

DESCRIPCIÓN:

Este trabajo considera la reconstrucción del perfil de temperatura y del flujo de calor, a partir de mediciones de temperatura (simuladas), de una muestra que es calentada en un campo electromagnético uniforme. Para ello, se estima la conductividad térmica (k) y la capacidad calorífica (c_p) de la muestra a través de la solución del problema inverso. Estos valores se reemplazan en la solución del problema directo para obtener el perfil de temperatura, y poder calcular así su gradiente, para obtener el perfil del flujo de calor. La muestra de geometría conocida (i.e., cilindro) fue sometida a radiación electromagnética, lo que generó un flujo volumétrico interno de calor uniforme y constante en el tiempo. El perfil de temperatura medido fue simulado adicionando ruido blanco gaussiano a los datos obtenidos de la solución del modelo teórico. Para resolver el problema inverso se utilizaron tres algoritmos metaheurísticos de optimización modernos: el método de la espiral, el método de atracción ponderada y el método de la búsqueda en vórtice. Los resultados muestran que los algoritmos utilizados convergen a la solución esperada siempre y cuando la tasa de señal a ruido sea mayor o igual a 30 [dB], por lo que para propósitos prácticos esto significa que el proceso de reconstrucción aquí presentado requiere tanto de un buen diseño experimental, como de una instrumentación correctamente especificada.

¹ Trabajo de maestría.

² Facultad de ingeniería Físico-Mecánicas. Escuela de Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director: Rodrigo Correa, Ingeniero Químico, Profesor Titular Laureado. Co-director: Iván Amaya, Ingeniero Mecatrónico, Investigador Posdoctoral en el Tecnológico de Monterrey.

Abstract

TITLE: RECONSTRUCTION OF THE TRANSIENT TEMPERATURE PROFILE AND THE SUPERFICIAL HEAT FLUX IN A SOLID IRRADIATED WITH MICROWAVES THROUGH THE SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEM USING GLOBAL OPTIMIZATION STRATEGIES³

AUTHOR: EDGAR SNEYDER GARCÍA MORANTES⁴

KEYWORDS: MICROWAVE HEATING, OPTIMIZATION, METAHEURISTICS, THERMODYNAMIC PROPERTIES AND INVERSE PROBLEM.

DESCRIPTION:

This work considers the reconstruction of the temperature profile and the heat flux of a solid heated in a uniform microwave field from temperature measurements (simulated in this work). To do that, the thermal conductivity (k) and the heat capacity (c_p) are estimated solving the corresponding inverse problem. Then, these values are replaced into the solution of the direct problem in order to obtain the temperature profile. After that, the gradient of this profile is calculated in order to obtain the heat flux profile. On the other hand, the sample of known geometry (i.e., cylindrical) was irradiated with microwaves. This generates an internal volumetric flux of uniform heating and constant in time. The measured temperature profile was simulated adding white Gaussian noise to the data obtained in the solution of the theoretical model. To solve the inverse problem three modern optimization metaheuristic algorithms were used: spiral optimization, weighted attraction method and vortex search. Results showed that the algorithms converge to the desired solution if the signal-to-noise rate is greater than 30 [dB]. Therefore, for practical purposes, the reconstruction process requires a good experimental design and a correctly specified electronic instrumentation.

³ Master thesis.

⁴ Facultad de ingeniería Físico-Mecánicas. Escuela de Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Advisor: Rodrigo Correa, Chemical Engineer, Laureate professor. Co-advisor: Iván Amaya, Mechatronic Engineer, Postdoctoral researcher at Tecnológico de Monterrey.

Introducción

En muchos problemas de la ingeniería tales como la mecánica, la química, la electrónica o la aeroespacial, es de gran importancia la estimación de parámetros termodinámicos. Sin embargo, en algunos casos los métodos convencionales de estimación no proveen resultados satisfactorios ya que la industria moderna cada vez es más sofisticada. Lo que requiere que dichas estimaciones sean más precisas y en tiempo real (Necati Ozisik, 1985). Complementariamente, el calentamiento con microondas es un campo que desde su descubrimiento ha ido aumentando su popularidad (Osepchuk, 1984), dentro de las ventajas potenciales de este calentamiento sobre los métodos convencionales se encuentran el reducido tiempo de procesado térmico del material, el calentamiento selectivo, mayor eficiencia energética y el calentamiento volumétrico, lo que permite que este sea uniforme dentro del sólido (Díaz & Moreno, 2017; National Research Council, 1994). Ante estas ventajas, algunos investigadores han propuesto hacer uso de las microondas para la estimación de parámetros tales como las propiedades electromagnéticas del material (Catalá-Civera et al., 2015; Chen, Ong, Neo, & Varadan, 2004).

Por otra parte, un problema inverso puede verse como un procedimiento para estimar, a partir de una serie de observaciones, las principales causas que lo producen (Colaço, Orlande, & Dulikravich, 2006). Una breve revisión de la literatura acerca de los problemas inversos para la estimación de parámetros muestra que en el trabajo de Dasa (Dasa, 2016) se predijo la conductividad térmica y el coeficiente de temperatura superficial de una aleta hiperbólica haciendo uso de un algoritmo de optimización. Adicionalmente, Adamsyk (Adamczyk, Bialecki, & Kruczek, 2015) describió una técnica experimental combinada con la solución de un problema inverso para la estimación de la conductividad térmica de materiales isótropos y ortótropos haciendo uso de métodos clásicos de optimización tales como Levenberg-Mardquardt. Por otro lado, Huntul (Huntul, Lesnic, & Hussein, 2017) realizó problemas inversos para la

reconstrucción de la conductividad térmica dependiente del tiempo. Para ellos usó los métodos de regularización de Tikhonov. Finalmente, Mohebbi (Mohebbi & Sellier, 2016) propuso una metodología para estimar parámetros tales como la conductividad térmica, el coeficiente de transferencia de calor y el flujo de calor de cuerpos con geometría irregulares haciendo uso de algoritmos de optimización basados en el gradiente.

Ahora, para establecer el efecto térmico que pueden generar las ondas EM sobre un elemento particular, se debe analizar su transferencia de calor. En este sentido, se debe conocer la distribución de calor sobre el elemento irradiado y estimar la forma como ese calor se genera y se transfiere a los alrededores. Para lograrlo, se requiere analizar los fenómenos de conducción, convección, y radiación de la energía (Cengel, 2007; Necati Ozisik, 1985). Sin embargo, el material puede ser irregular y sus propiedades pueden variar dentro del mismo, haciendo que el modelo matemático resultante sea difícil de solucionar. Adicionalmente, y dependiendo del proceso, va a ser imposible medir la temperatura directamente en el objeto, lo que incrementa la dificultad del problema. Una alternativa en este escenario consiste en tomar información conocida (temperatura en algunos puntos, propiedades del material, etc.) y plantear el problema inverso de transferencia de calor (Necati Ozisik & Orlande, 2000). Esta estrategia, sin embargo, requiere que se plantee un modelo para el problema directo (asumiendo que se conoce toda la información), de tal forma que se pueda calcular la salida para un valor estimado.

En vista de lo anterior, este trabajo considera un enfoque de problema inverso para la estimación de propiedades térmicas tales como la conductividad k y la capacidad calorífica c_p de un material, de geometría cilíndrica, que es sometido a radiación electromagnética y cuyo perfil de temperatura es conocido de antemano. A partir de esta información, se reconstruye el perfil de temperatura y de flujo de calor. Para ello, se asumieron que estas temperaturas fueron tomadas

de uno o varios sensores (i.e., 5) en posiciones dentro del sólido. Adicionalmente, para solucionar el problema inverso, se usaron técnicas de optimización moderna tales como los metaheurísticos. Esto es debido, principalmente, a su popularidad para solucionar de manera eficiente problemas de elevada complejidad (Sánchez, Uscátegui, & Gómez, n.d.; Talbi, 2009; Zúñiga-Cortés, Caicedo-Bravo, & López-Santiago, n.d.).

En este manuscrito se incluyen los fundamentos teóricos (Sección 3) donde se habla de la transferencia de calor, de algunos conceptos de las microondas, del material de estudio en este trabajo y de los algoritmos metaheurísticos de optimización. Partiendo de esto, se hace la formulación del problema (4), después se muestra la metodología que se siguió para su solución (Sección 5), para finalmente mostrar los resultados (Sección 6) y las conclusiones más importantes de este trabajo (Sección 7).

1 Objetivos (aprobados)

1.1 Objetivo general

#	Objetivo	Ubicación
1	Disponer de estrategias numéricas que permitan predecir y/o reconstruir perfiles de temperatura y flujos de calor en sólidos sometidos al calentamiento con microondas, resolviendo el correspondiente problema térmico inverso.	Sección 4

1.2 Objetivos específicos.

#	Objetivos	Ubicación
1	Modelar el calentamiento con microondas de un sólido tridimensional con geometría elemental (paralelepípedo, cilindro y esfera) de propiedades térmicas y dieléctricas definidas.	Sección 4.1
2	Modelar el problema térmico inverso y resolverlo mediante por lo menos una estrategia de optimización global (Método de la espiral y/o SFHS).	Sección 4.3
3	Analizar y contrastar los resultados obtenidos.	Sección 6

2 Producción académica

En la **Tabla 1** se muestran los artículos realizados como producto de este trabajo de investigación (2015-2017). Adicionalmente, en la **Tabla 2** se muestra un artículo realizado como producto de la tesis de pregrado y en la **Tabla 3** se muestran los trabajos de pregrado codirigidos durante este periodo.

Tabla 1.

Artículos y ponencias realizados durante el periodo de la maestría 2015-2017.

Título	Autores	Revista (Estado) /Evento	Año
<i>Thermal diffusion and conductivity properties estimation during a microwave heating process by the solution of an inverse heat conduction problem using the PSNR criterion</i>	García, E. Amaya, I. Correa, R.	Applied Thermal Engineering (Publicado)	2017
<i>Real-Time Estimation of Some Thermodynamics Properties During a Microwave Heating Process</i>	García, E. Amaya, I. Correa, R.	Ingeniería y Universidad (Publicado)	2017
<i>Algoritmos de Optimización en la Estimación de Propiedades Termodinámicas en Tiempo Real durante el Tratamiento Térmico de Materiales con Microondas</i>	García, E. Amaya, I. Correa, R.	Revista UIS Ingeniería (Publicado)	2017
<i>Internal volumetric heat generation and heat capacity prediction during a material electromagnetic treatment process using hybrid algorithms</i>	García, E. Amaya, I. Correa, R.	Ingeniería e Investigación (Aceptado)	2017
<i>Algoritmos de Optimización en la Estimación de Propiedades Termodinámicas en Tiempo Real durante el Tratamiento Térmico de Materiales con Microondas</i>	García, E. Amaya, I. Correa, R.	XI Congreso Colombiano de Métodos Numéricos (Presentado)	2017
<i>Internal heat generation estimation in a microwave heating process</i>	López, J. García, E. Correa, R.	Revista Ingenierías UdeM (En revisión)	2017
<i>Estimación de conductividades térmicas en materiales ortotrópicos mediante algoritmos de optimización global</i>	Vega, J. García, E. Correa, R.	Revista Dyna (En revisión)	2017
<i>Libro de divulgación: “Problemas inversos en transferencia de calor durante el tratamiento de sólidos con microondas”</i>	García, E. Amaya, I. Correa, R.	Publicaciones UIS (En elaboración)	2017

Tabla 2.

Artículos previos relacionados con la temática de la maestría.

Título	Autores	Revista	Año
<i>Diseño de un absorbedor electromagnético óptimo de multicapas mediante el algoritmo de la Espiral</i>	García, E. Amaya, I. Correa, R.	Ingeniería y Universidad (Publicado)	2015

Tabla 3.

Trabajos de pregrado codirigidos durante el periodo 2015-2017.

Título	Autor	Director/ Codirector	Estado	Año
<i>Optimización multi-objetivo para el diseño de un absorbedor electromagnético multicapa de menor costo utilizando el algoritmo de la espiral</i>	Rodríguez, O.	Correa, R. García, E.	Finalizado	2016
<i>Estimación de conductividades térmicas en elementos electrónicos orto-trópicos</i>	Vega, J.	Correa, R. García, E.	Finalizado	2016
<i>Estimación de la generación interna de calor variable en el tiempo en sólidos calentados con microondas, mediante análisis de su correspondiente problema inverso</i>	López, J.	Correa, R. García, E.	Finalizado	2016

3 Fundamentos teóricos

En esta sección se muestra una breve descripción de los conceptos de la transferencia de calor (Sección 3.1) y las microondas (Sección 3.2). Luego, se describe el material usado el cual es Carburo de Silicio (Sección 3.3). Finalmente, se muestran los algoritmos de optimización usados en este trabajo (Sección 3.4).

3.1 Transferencia de calor

El calor se puede transferir en tres formas (Cengel, 2007): conducción, convección y radiación.

Cuando la transferencia es por conducción, no hay intercambio de materia, la transferencia de calor va desde el cuerpo con más temperatura hacia el de menos. Por lo tanto, se requiere que haya una diferencia de temperatura entre los dos cuerpos. La conducción puede ocurrir en

sólidos, líquidos y gases. En líquidos y gases, la conducción se debe a las colisiones y difusiones entre las moléculas durante su movimiento aleatorio. En los sólidos, la conducción se debe a la combinación de las vibraciones entre las moléculas y al movimiento de los electrones. Por ejemplo, si se considera una placa de material sólido de área A situada entre dos grandes láminas paralelas separadas por una distancia (x). Suponiendo que la temperatura de la placa de material es T_0 en todas partes y que una de las placas paralelas cambia uniformemente su temperatura a una temperatura $T_1 > T_0$. Entonces, a medida que transcurre el tiempo, este calor se propagará por el interior del cuerpo hasta llegar al equilibrio. La rapidez con que ocurre esto se deberá a la conductividad térmica del material de la placa.

Matemáticamente, esto se puede expresar mediante la ley de Fourier, que dice que el flujo de calor por conducción a través de una capa plana es proporcional a la diferencia de temperatura de esta y al área de transferencia de calor e inversamente proporcional al espesor de la capa. En la ecuación 1 se muestra la versión diferencial de esta, es decir, cuando $\Delta x \rightarrow 0$.

$$Q_{cond} = -kA \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = -kA \frac{dT}{dx} \quad 1$$

Donde k es la conductividad térmica del material, es decir, la capacidad de un material para conducir calor y A es el área superficial perpendicular a la dirección de la transferencia de calor, (Cabe aclarar que en este trabajo solo se consideró la transferencia de calor por conducción, por lo tanto, a continuación se van a explicar brevemente los conceptos de convección y radiación con fines de presentar el panorama general de la transferencia de calor).

La convección, es la transferencia de calor que ocurre entre un sólido y un fluido (gas o líquido) adyacente que está en movimiento. Entre más rápido es el movimiento del fluido, mayor es la transferencia de calor por convección. Por ejemplo, un circuito integrado en la CPU del computador se calienta debido al movimiento de electrones interno, entonces al colocar un

ventilador, este removerá el aire calentado cercano a la superficie del circuito y lo reemplazará por uno más frío. La convección puede ser forzada, si es producida como en el ejemplo anterior, o natural, si el movimiento del fluido es causado por las fuerzas de empuje inducidas por las diferencias de densidad debidas a la variación de temperatura en ese fluido. Matemáticamente, esta se puede representar mediante la ley de enfriamiento de Newton como:

$$Q_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad 2$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, A_s es el área superficial a través del cual tiene lugar la transferencia de calor, T_s es la temperatura de la superficie y T_∞ es la temperatura del fluido, asumida constante, y a una distancia lo suficientemente lejana de la superficie del sólido que intercambia energía térmica con éste. De esto es importante resaltar que h no es una propiedad que depende solamente del fluido, sino que es un parámetro que se determina en forma experimental y cuyo valor depende de todas las variables que influyen sobre la convección, como la configuración geométrica de la superficie, la naturaleza del movimiento, las propiedades de dicho movimiento y la velocidad de éste.

Por último, la radiación térmica es la energía emitida por la materia en forma de ondas electromagnéticas como resultado de los cambios en la configuración electrónica de las moléculas que lo conforman. Se diferencia de la transferencia de calor por conducción y por convección porque esta no requiere la presencia de un medio para propagarse. Un ejemplo de esto es la energía del sol la cual se propaga en el vacío hasta llegar a la tierra. Cabe resaltar, que de las tres formas de transferencia de calor, esta es la más rápida ya que viaja a la velocidad de la luz y es inherente a todo cuerpo mientras su temperatura esté por encima del cero absoluto. Matemáticamente se expresa como la diferencia entre la radiación emitida por la superficie (Q_{emit}) y la radiación absorbida (Q_{abs}), por lo tanto:

$$Q_{rad} = Q_{emit} - Q_{abs} = \varepsilon\sigma A_s(T_s^4 - T_{alred}^4) \quad 3$$

donde ε es la emisividad, σ es la constante de Stefan-Boltzmann y A_s es el área superficial a una temperatura termodinámica T_s , la cual está encerrada por una superficie más grande a una temperatura termodinámica T_{alred} y separada por un gas, el cual puede no interferir de manera significativa con la radiación (Necati Ozisik, 1985)(Cengel, 2007).

3.2 Microondas

Las microondas son ondas electromagnéticas que se encuentran en los rangos de frecuencia de 300 MHz a 300 GHz, es decir unas longitudes de onda entre 1 m a 1 mm. Para aplicaciones industriales, científicas y médicas, tradicionalmente se trabaja en la frecuencia de 915 MHz y 2450 MHz. El calentamiento con microondas es efectivo en materiales con dipolos naturales o inducidos. Internamente, cuando un material, que contiene dipolos permanentes en su estructura, es irradiado con un campo electromagnético, estos dipolos tienden a seguir las variaciones del campo. Como resultado de estos movimientos, se genera calor (Bradshaw, Wyk, & Swardt, 1998). A diferencia del proceso convencional de calentamiento, en el calentamiento con microondas el calor es generado desde el interior del material. Por lo tanto, el gradiente térmico y el flujo de calor se pueden considerar que van del interior hacia el exterior. Entre las características más importantes que se pueden resaltar del calentamiento con microondas se encuentran: el calentamiento de materiales (grandes o pequeños) en forma rápida y uniforme, y el calentamiento selectivo (Díaz & Moreno, 2017).

Existen diferentes mecanismos de pérdidas mediante los cuales las microondas se pueden acoplar al material dieléctrico y posteriormente disipar en el sistema. Entre los principales se encuentran: las pérdidas dipolares, presentes en materiales aislantes dieléctricos y las pérdidas por conducción, presentes en materiales metálicos altamente conductivos. En este trabajo se

centrará la atención en los materiales dieléctricos. En un material dieléctrico, la absorción de las microondas está relacionada con la permitividad compleja del material ε ,

$$\varepsilon = \varepsilon_0(\varepsilon' - j\varepsilon'') \quad 4$$

donde ε_0 es la permitividad del espacio libre ($\varepsilon_0 = 8.86 * 10^{-12} [F/m]$), la parte real ε' es la constante dieléctrica relativa y la parte imaginaria ε'' es el factor de pérdida dieléctrico. Cuando las microondas penetran y se propagan a través de un material dieléctrico, el campo interno generado induce movimientos traslacionales en las cargas libres y acopladas (electrones y iones), y rotacionales, en las cargas complejas (dipolos). Las fuerzas inerciales, elásticas y friccionales resisten estos movimientos inducidos y causan pérdidas, a consecuencia de esto, se genera calentamiento volumétrico. La tangente de pérdidas se usa comúnmente para describir estas pérdidas:

$$\tan(\delta) = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\sigma}{2\pi f \varepsilon_0 \varepsilon'} \quad 5$$

donde $\sigma [S/m]$ es la conductividad total efectiva causada por la conducción iónica y a las corrientes de desplazamiento y f es la frecuencia. La potencia $P [W/m^3]$, absorbida por unidad de volumen es

$$P = \sigma |E|^2 = 2\pi f \varepsilon_0 \varepsilon' \tan(\delta) |E|^2 \quad 6$$

donde $|E| [V/m]$ es la magnitud del campo eléctrico interno. De esta relación se puede observar que la potencia absorbida varía con la frecuencia, la constante dieléctrica relativa y la tangente de pérdidas.

3.3 Carburo de Silicio (SiC)

En este trabajo se usó el Carburo de Silicio (SiC) (Grup d'Innovació per la Millora de la Docència en Estructura Propietats i Processat de Materials, n.d.) debido a sus aplicaciones como

semiconductor y por su capacidad de interactuar con las microondas. Un resumen de las propiedades más importantes se muestra en la **Tabla 4**.

Tabla 4.
Propiedades del SiC

Propiedad	Símbolo	Valor	Unidades
Densidad	ρ	3100	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
Conductividad térmica	k	90	$\left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$
Capacidad calorífica	c_p	920	$\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$
Difusividad térmica	$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$	$31.6 \cdot 10^{-6}$	$\left[\frac{m^2}{s}\right]$

3.4 Algoritmos metaheurísticos de optimización

Los algoritmos metaheurísticos de optimización son propuestas basadas en la naturaleza para solucionar problemas complejos de forma sencilla (el termino complejo hace referencia a sistemas que pueden ser de varias variables, no lineales y cuya respuesta no puede ser determinada matemáticamente). Algunos de los más conocidos son los algoritmos genéticos, los algoritmos por enjambres de partículas, y los algoritmos evolutivos, entre otros. En general, su principio de funcionamiento consiste en distribuir, en un espacio solución, partículas que evalúan la función objetivo y dependiendo del método estas se irán agrupando hacia la solución del sistema. Una breve explicación de los métodos usados en este trabajo se da a continuación:

3.4.1 Método de la espiral.

El algoritmo de la espiral (SOA) es un algoritmo propuesto por Tamura y Yasuda en 2011 (Tamura & Yasuda, 2011). Este metaheurístico se basa en el comportamiento en espiral logarítmico presente en la naturaleza en diversas fuentes tales como los frentes de presión, el caparazón del nautilo y la vía láctea. El proceso empieza cuando la partícula se va desplazando desde la parte externa de la espiral hasta su centro a medida que las iteraciones avanzan. Esta

migración le permite a *SOA* explorar una región amplia del espacio de búsqueda en la etapa inicial de la optimización y luego concentrarse en explotar el área cercana de la mejor solución encontrada. Por otra parte, en la **Figura 1** se observa un ejemplo de una espiral en dos dimensiones. Finalmente, *SOA* puede ser implementado en cinco pasos tal y como se muestra en la **Tabla 5**.

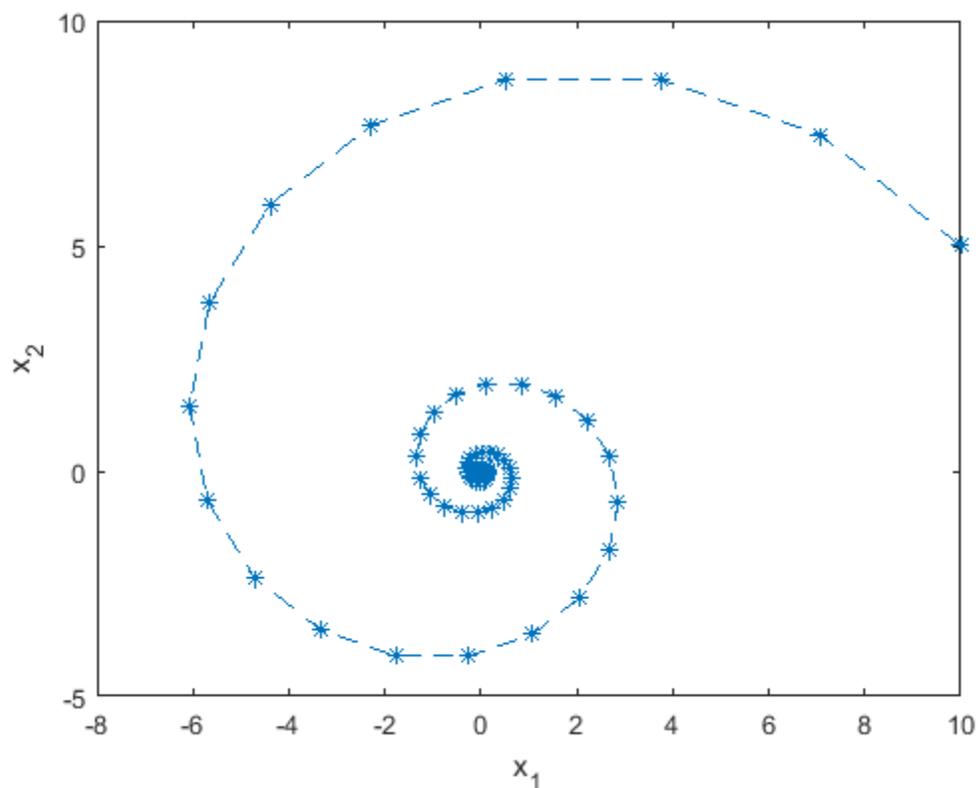


Figura 1. Ejemplo de una espiral en dos dimensiones cuyo origen y centro están en la coordenadas $(10,5)$ y $(0,0)$ respectivamente.

Tabla 5.

Pseudocódigo del método de la espiral.

Entrada: La función objetivo, el espacio de búsqueda y parámetros del algoritmo.

Salida: Mejor punto x^* que cumpla con el criterio de convergencia

Paso 0. *Inicialización del algoritmo.* Establezca el límite superior (U_{lim}) y el límite inferior (L_{lim}) del espacio de búsqueda, el número de espirales en el espacio solución (P_{max}), el número de iteraciones máximo (I_{max}), el ángulo de rotación (A_r) donde $0 \leq A_r \leq 2\pi$ y el radio de convergencia (C_r) donde $0 <$

$C_r < 1$. Luego, distribuya aleatoriamente cada partícula (x_i) en el espacio de búsqueda, donde $2 \leq i \leq P_{max}$.

Paso 1. *Selección del centro de las espirales.* Evalúe el punto inicial de cada espiral en la función objetivo (OF). Luego, escoja la espiral con el valor mínimo (x^*) como el centro de rotación.

Paso 2. *Rotación de las espirales.* Rote las espirales restantes alrededor del centro escogido en el paso previo como se muestra en la ecuación 7, donde (n) es la dimensión del problema, (j) es las iteración actual, ($R^{(n)}$) es la matriz de rotación n-dimensional, (I_n) es la matriz identidad n-dimensional e (i) es la partícula rotada actual.

$$x_i(j + 1) = C_r R^{(n)}(A_r) x_i(j) - (C_r R^{(n)}(A_r) - I_n) x^* \quad 7$$

Paso 3. *Nueva selección del centro de las espirales.* Evalúe el nuevo conjunto de puntos obtenidos del paso anterior en la función objetivo OF y escoja el valor mínimo con el nuevo centro de rotación (x^*).

Paso 4. *Verificación del criterio de frontera.* Si el criterio de convergencia se satisface, detenga el algoritmo y muestre x^* . Si no, regrese al paso 2.

3.4.2 Método de la atracción ponderada.

El algoritmo de la atracción ponderada (WAM) fue propuesto por Friedl y Kuczmann en 2015 (Friedl & Kuczmann, 2015). Este metaheurístico sigue un esquema de atracción entre las partículas tal como sucede en el comportamiento de atracción gravitacional entre objetos. Por otro lado, este proceso es similar al usado en la Optimización por enjambre de partículas (PSO) pero como sus autores mencionan, existen algunas diferencias importantes. Entre ellas se encuentran que WAM usa una interacción lógica basada en la evaluación de la OF de las partículas y que usa una función de atracción. Por lo tanto, se requiere de una función que normalice los datos obtenidos al evaluar la OF en cada iteración (Siendo uno el de mejor valor) y luego usarlos en la función de atracción. Esto, permite al usuario la capacidad de priorizar regiones cercanas o lejanas a la mejor solución actual. Por otra parte, en la **Figura 2** se observa de unas partículas (verdes) moviéndose hacia la partícula más pesada (negra) en dos

dimensiones. Finalmente, el algoritmo básico consta de cinco pasos, que se presentan en la

Tabla 6.

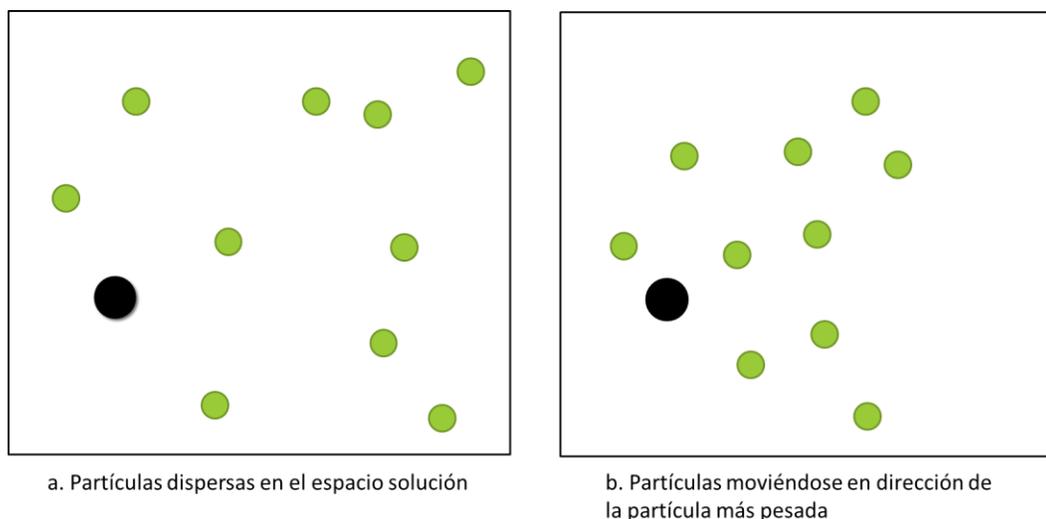


Figura 2. Ejemplo de unas partículas (verdes) moviéndose hacia la partícula más pesada (negra) siguiendo la lógica de WAM. La partícula negro simboliza la partícula con el mejor valor en la evaluación de la función objetivo.

Tabla 6.

Pseudocódigo del método de la atracción ponderada.

Entrada:	La función objetivo, el espacio de búsqueda y parámetros del algoritmo.
Salida:	Mejor punto x^* que cumpla con el criterio de convergencia
Paso 0.	<i>Inicialización del algoritmo.</i> Establezca el límite superior (U_{lim}) y el límite inferior (L_{lim}) del espacio de búsqueda, el número de partículas en el espacio solución (P_{max}), el número máximo de iteraciones (I_{max}) y explosiones (E_{max}), donde $1 \leq E_{max} < I_{max}$. Luego, coloque aleatoriamente cada partícula (x_i) en el espacio solución donde $2 \leq i \leq P_{max}$ y establezca como cero la distancia inicial del movimiento ($d_i(1) = 0$).
Paso 1.	<i>Evaluación de la función objetivo.</i> Evalúe las soluciones candidatas en la función objetivo y asigne un factor ($w_i^{\alpha_1}$) de atracción a cada uno de ellos, donde $0 \leq w_i \leq 1$ y $\alpha_1 \geq 1$. <i>Movimiento de las partículas.</i> Calcule el centro de masa ($c(j)$) de las partículas y luego mueva las partículas ($x_i(j+1)$) hacia el centro basandose en su movimiento previo ($d_i(j)$) y el actual ($d_i(j+1)$) tal y como se muestra en la ecuación 8, donde (φ_a) y (φ_b) son números aleatorios.
Paso 2.	Centro de masa
	$c(j) = \frac{\sum_{i=1}^{P_{max}} x_i(j)w_i(j)}{\sum_{i=1}^{P_{max}} w_i(j)} \quad 8$
	Vector dirección

$$d_i(j + 1) = c(j) - x_i(j)$$

Nueva posición

$$x_i(j + 1) = x_i(j) + \varphi_a d_i(j + 1) + \varphi_b d_i(j)$$

- Paso 3.** *Explosión.* Si las partículas están muy cerca unas de otras haga una explosión (dispersar las partículas $(\alpha_2 * x_i)$ aleatoriamente, donde $\alpha_2 \geq 1$).
- Paso 4.** *Verificación del criterio de parada.* Si el criterio de convergencia se satisface, detenga el algoritmo y muestre x^* . Si no, regrese al paso 1.
-

3.4.3 Método de la búsqueda en vórtice.

El algoritmo de búsqueda en vórtice (VS) fue propuesto por Doğan y Ölmez en 2015 (Dogan & Olmez, 2015). Su enfoque está basado en los patrones de vórtices que se encuentran en la naturaleza tales como el flujo vertical de un fluido que es agitado. Por tal motivo, su metaheurística funciona creando una serie de círculos concéntricos donde dispersan las partículas y luego se analiza la respuesta de la función objetivo. Este proceso empieza en el círculo externo (i.e. el más grande) el cual se va reduciendo a medida que avanzan las iteraciones. Este comportamiento le permite un buen balance entre la exploración y la explotación del espacio de búsqueda. Por otra parte, en la **Figura 3** se observa un ejemplo de los vórtices en dos dimensiones. El algoritmo básico consta de cuatro pasos, que se enuncian en la **Tabla 7**.

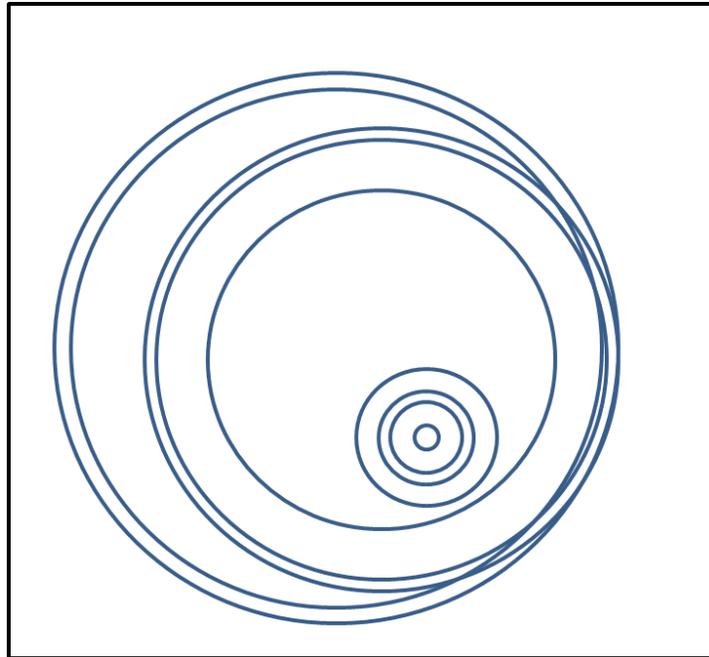


Figura 3. Ejemplo de los vórtices en dos dimensiones generados por el algoritmo y en cuyo círculo más interno se encuentra el óptimo.

Tabla 7.

Pseudocódigo del método de la búsqueda en vórtice.

Entrada: La función objetivo, el espacio de búsqueda y parámetros del algoritmo.

Salida: Mejor punto x^* que cumpla con el criterio de convergencia

Inicialización del algoritmo. Establezca el límite superior (U_{lim}) y el límite inferior (L_{lim}) del espacio de búsqueda, el número de partículas en el espacio solución (P_{max}), el número de iteraciones máximo (I_{max}), el centro inicial (x_0^*) y el radio inicial (σ_0). Los últimos dos parámetros están basados en los límites del espacio de búsqueda tal y como se muestra en la ecuación 9.

Paso 0. Centro Inicial

$$x_0^* = \frac{U_{lim} + L_{lim}}{2} \quad 9$$

Radio Inicial

$$\sigma_0 = \frac{U_{lim} - L_{lim}}{2}$$

Paso 1. *Distribución de las partículas.* Genere partículas ($\beta_3 * x_i$), donde $2 \leq i \leq P_{max}$, aleatoriamente usando una distribución normal alrededor del centro con una desviación estándar (radio).

Selección del nuevo centro y radio. Evalúe las partículas en la *OF*. Luego, seleccione la mejor solución y establézcala como el nuevo centro (x_j^*).

Paso 2. Después, reduzca el radio (σ_j) para la siguiente iteración acorde a la distribución gamma tal y como se muestra en la ecuación 10, donde (a_j) es el factor de forma $0 \leq a_j \leq 1$, (Γ) es la función gamma y (j) es la iteración

actual $1 \leq j \leq I_{max}$.

$$\begin{aligned} a_j &= \beta_1 \left(1 - \frac{j}{I_{max}}\right) \\ \sigma_j &= \frac{\sigma_0}{\beta_2} \frac{1}{\Gamma(a_j)} \int_0^{0.1} y^{a_j-1} e^{-y} dy \end{aligned} \quad 10$$

Paso 3. *Verificación del criterio de parada.* Si el criterio de convergencia se satisface, detenga el algoritmo y muestre x^* . Si no, regrese al paso 1.

4 Formulación del problema

En este trabajo se pretende reconstruir el perfil de temperatura y de flujo de calor a través de la determinación de las propiedades termodinámicas de un sólido (i.e., cilindro) que es calentado con microondas. Para ello, se propone un posible sistema para adquirir los datos de temperatura basado en sensores hechos de fibra óptica (Anristu Meter co., 2017; Williamson, 2017) tal y como se muestra en la **Figura 4**. La idea detrás de esto es básicamente una fuente electromagnética que calienta una muestra de SiC. Luego, uno o varios sensores de temperatura toman las mediciones de temperatura cuyos datos van a un procesador donde son analizados. Y finalmente, sus resultados se muestran a través de un dispositivo de visualización al usuario final.

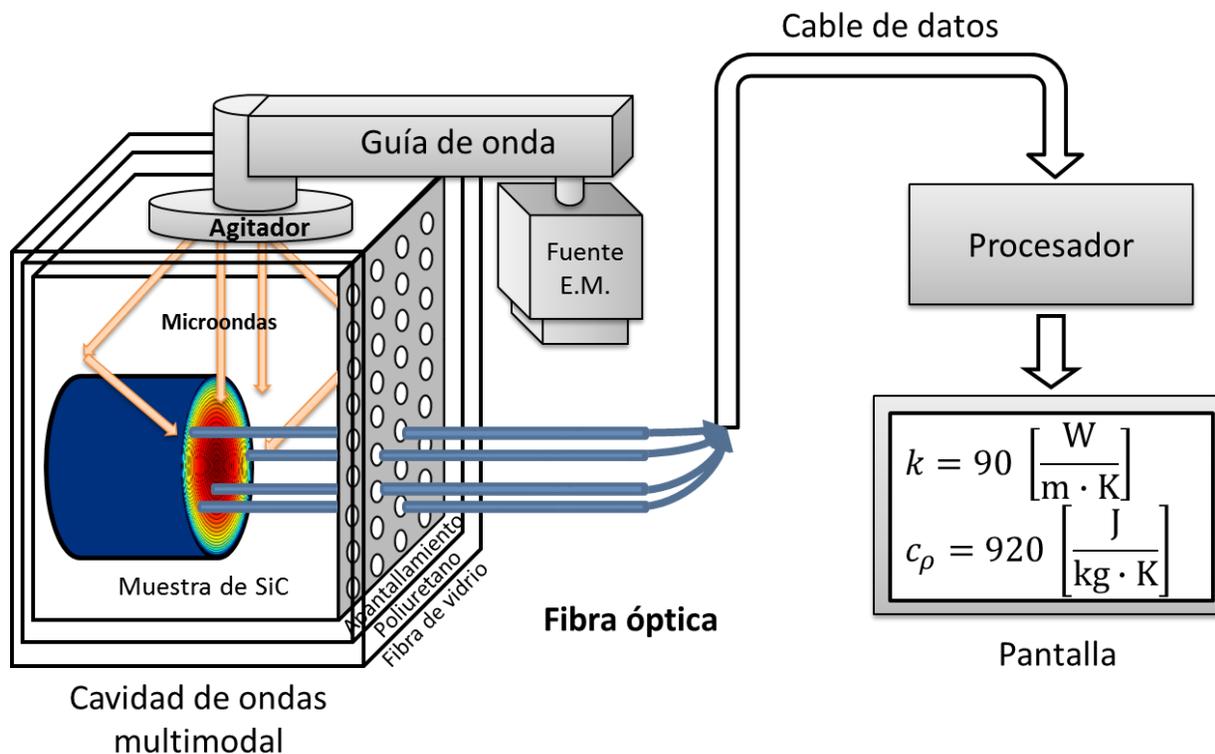


Figura 4. Descripción general del sistema propuesto. Diagrama para la toma de temperaturas con sensores de temperatura.

Por otra parte, en la **Figura 5** se observa el diagrama en bloques del sistema en general. En este, se destacan tres componentes principales los cuales son: la toma de mediciones, el procesamiento de datos y la visualización de resultados. A continuación se explicará brevemente cada uno de sus componentes.

La toma de mediciones hace uso de sensores de fibra óptica que llevan la información a los instrumentos de medición. En este trabajo, se simuló cuatro tipos de instrumentos de medición variando la tasa de señal a ruido (SNR). A mayor SNR, las mediciones serán más cercanas a las reales, por lo que los sensores estarán en óptimas condiciones y los instrumentos de medición bien calibrados. Pero, al disminuir el SNR el ruido en las mediciones será mayor, por lo que representará una situación donde los sensores o los instrumentos de medición no están en óptimas condiciones (para más detalles, favor revisar la sección 4.5). Luego, estas mediciones

pasan al procesador. La parte central de éste es la función objetivo (sección 4.6), la cual recibe las mediciones de temperatura, las compara con las temperaturas generadas por el modelo matemático (sección 4.1) y genera un valor de ajuste (i.e. fitness). Si este valor es mayor a un nivel de tolerancia, entonces le comunica al algoritmo de optimización (Sección 3.4) para que realice otra iteración. Este proceso continúa hasta que el valor de fitness sea menor a la tolerancia. Una vez ocurrido esto, se obtienen los parámetros termodinámicos del modelo (Sección 6.3). Con esta información disponible, se procede a reconstruir los perfiles de temperatura y de flujo de calor. Finalmente, a través de un dispositivo de visualización (i.e., pantalla), se muestran los parámetros estimados y los perfiles reconstruidos.

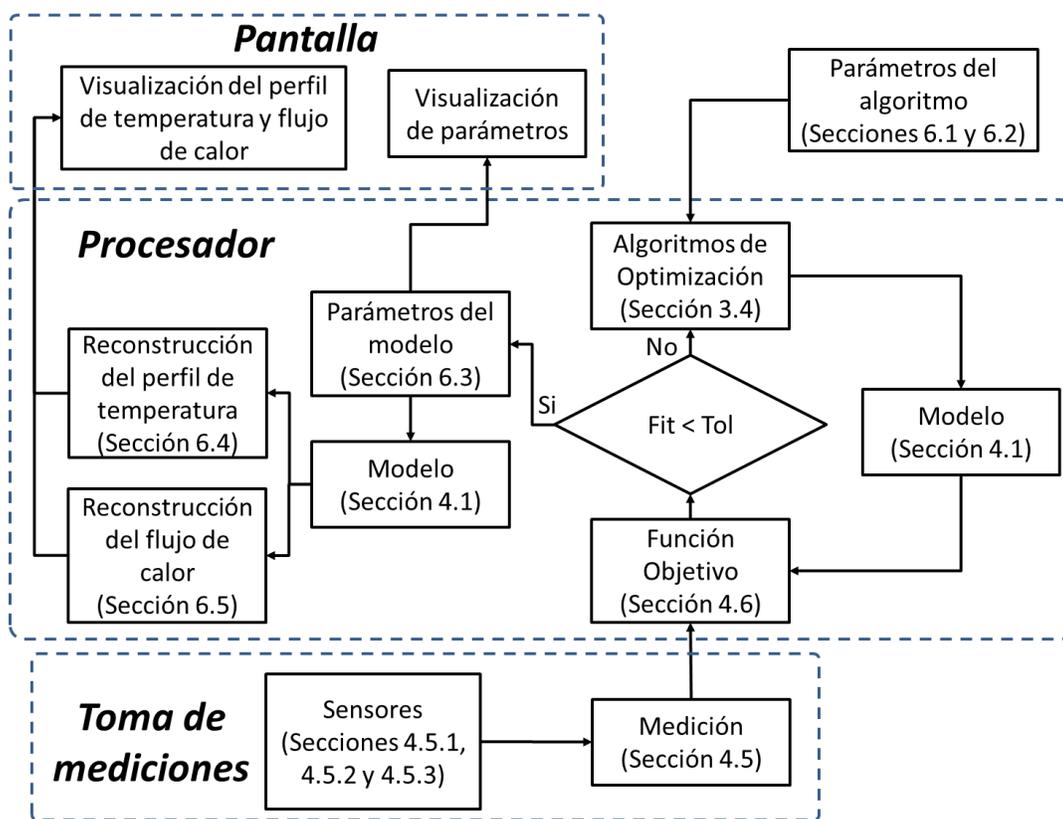


Figura 5. Diagrama de bloques del sistema general propuesto.

4.1 Modelo matemático

La ecuación de calor expresada en coordenadas cilíndricas, asumiendo ninguna variación en los ejes (z, θ) y que la tasa de generación de calor interna por unidad de volumen en el punto $r = 0$ es constante de magnitud q_0 , se muestra en la ecuación 11, donde α es la difusividad térmica del material, k es la conductividad térmica del material y q_0 es el flujo de calor generado en el sólido en el punto $P(r)$. Además, $T(r, t)$ es el perfil de temperatura y la relación que existe entre α y k esta dada por $\alpha = k/\rho c$. Las temperaturas en sus fronteras y las condiciones iniciales se asumieron como cero.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right) + \frac{q(r, t)}{k} &= \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} & 0 < r < a \\
 & & t > 0 \\
 T(r, 0) &= 25 \text{ [}^\circ\text{C]} & 0 < r < a \\
 & & t = 0 \\
 \frac{\partial T}{\partial r}(0, t) &= 0 \text{ [} \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}} \text{]} & r = 0 \\
 & & t > 0 \\
 T(a, t) &= 25 \text{ [}^\circ\text{C]} & r = a \\
 & & t > 0
 \end{aligned} \tag{11}$$

4.2 Problema directo

Asumiendo que todos los parámetros del modelo matemático de la ecuación 11 son conocidos, incluyendo las condiciones iniciales y de frontera, es posible describir el perfil de temperatura dentro de una cilindro irradiada homogéneamente con microondas.

4.3 Problema inverso

Se puede estimar los parámetros tales como la conductividad térmica k y la capacidad calorífica c_p del material escogido como ejemplo (i.e., SiC). Para ello se requiere de mediciones de temperatura tomadas con uno o múltiples sensores (i.e., 5) localizados en posiciones exactas dentro del sólido.

4.4 Solución del problema directo

Este problema dispone de una solución analítica en (Carslaw & Jaeger, 1959) que conduce al perfil de temperatura mostrado en la ecuación 12.

$$T(r, t) = \frac{q_0}{4k} (a^2 - r^2) - \frac{2q_0}{ak} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(r\varphi_n)}{\varphi_n^3 J_1(a\varphi_n)} e^{-\alpha\varphi_n^2 t} \quad 12$$

Donde, φ_n son las raíces positivas de $J_0(a\varphi) = 0$

En la **Figura 6** se observa el perfil de temperatura para la muestra de SiC (Grup d'Innovació per la Millora de la Docència en Estructura Propietats i Processat de Materials, n.d.). En la **Tabla 8** se detallan los parámetros de simulación.

Tabla 8.

Parámetros usados para la solución del problema directo.

Parámetro	Valor	Unidad
a	0.05	[m]
k	90	[W/m · K]
α	$31.6 \cdot 10^{-6}$	[m ² /s]
c_p	920	[J/kg · K]
q_0	$120 \cdot 10^4$	[W/m ³]
t	0 - 30	[s]

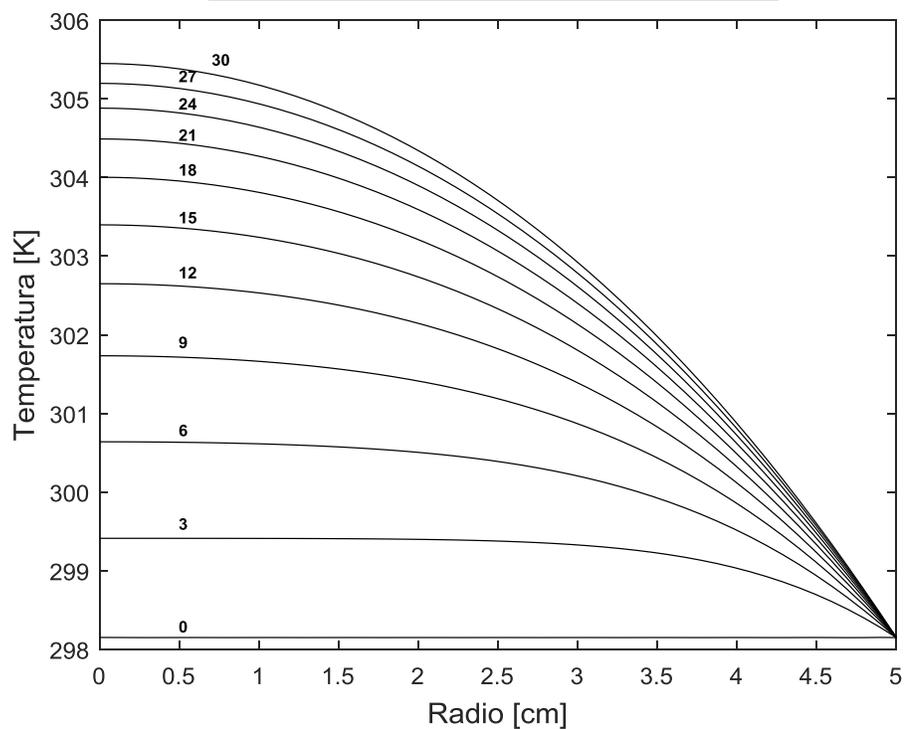


Figura 6. Perfil de temperatura en función del radio y del tiempo para un cilindro con generación interna constante de magnitud q_0 . Los números sobre las curvas representan el

tiempo en segundos [s].

4.5 Mediciones de temperatura

Debido a que este trabajo está enfocado hacia la simulación, se construyeron perfiles de temperatura sintéticos para simular las mediciones de temperatura que se darían en un escenario real tal y como se muestra en la **Figura 4**. Para crear estas temperaturas sintéticas se añadió ruido blanco Gaussiano (WGN) a los valores teóricos de la temperatura, por lo tanto, se asumieron como válidas las condiciones estadísticas expresadas por Beck (Vere Beck & Kenneth, 1977), las cuales son:

1. Los errores son aditivos, es decir que cada medida tomada por el instrumento de medición tiene un error asociado a este.
2. Los errores en la temperatura tienen media cero, por lo tanto, los errores no son sesgados.
3. Los errores tienen varianza constante, por lo tanto, la varianza de una medición es independiente de la medida misma.
4. Los errores asociados con diferentes instrumentos de medición no están correlacionadas.
5. Los errores de las mediciones siguen una distribución normal.
6. Los parámetros estadísticos de los errores son conocidos.
7. La única variable que contiene errores aleatorios son las temperaturas medidas. El tiempo, dimensiones del cuerpo calentado, las posiciones, y todas las demás cantidades que aparecen en la formulación de un problema inverso son conocidas y no tienen errores.
8. No existe información previa acerca de las cantidades a ser estimadas, las cuales pueden ser parámetros o funciones. Si esa información existe, esta puede ser usada para mejorar la estimación.

Es importante resaltar que la temperatura es una variable continua, pero al tomar las mediciones con el sensor, esta señal se discretiza. Para construir las mediciones sintéticas se

empieza calculando la potencia de la señal (E_s), como se muestra en la ecuación 13. Donde L es el número de mediciones realizadas en los tiempos t_i .

$$E_s = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L T(r, t_i)^2 \quad 13$$

Luego, se calcula el vector de ruido aleatorio $\vec{\eta}$ como se muestra en la ecuación 14, donde el SNR es la tasa de Señal a Ruido en [dB] y $\vec{\vartheta}$ es un vector de números aleatorios con distribución normal.

$$\vec{\eta} = \sqrt{\frac{E_s}{10^{\frac{SNR}{10}}}} * \vec{\vartheta} \quad 14$$

Finalmente, la temperatura medida \vec{Y} se obtiene sumando los vectores de la temperatura teórica \vec{T} y el ruido $\vec{\eta}$ como se observa en la ecuación 15. A modo de brevedad, los vectores \vec{Y} , \vec{T} y $\vec{\eta}$ se renombraron como Y , T y η en el texto.

$$Y = T + \eta \quad 15$$

En este trabajo se fijó el SNR en 5, 10, 20 y 30 [dB]. Valores superiores a 30 [dB] no se consideraron debido a que no representa mayor distorsión de los perfiles de temperatura. Adicionalmente, se analizaron los siguientes tres casos:

Caso A: Las mediciones de temperatura Y son tomadas con un sensor.

Caso B: Las mediciones de temperatura Y son tomadas con un sensor donde la desviación estándar de sus lecturas varía significativamente.

Caso C: Las mediciones de temperatura Y se toman de múltiples sensores (i.e., 5)

A continuación se explicará en que consiste cada uno:

4.5.1 Caso A: Un sensor sin alta variación en sus mediciones

Las temperaturas medidas Y son tomadas de un sensor en los tiempos $t = 0, 3, 6, \dots, 30$ [s]. Adicionalmente, se consideró que las mediciones en este experimento son repetibles, por lo que siempre se obtendrán las mismas cuando estas se tomen. En la **Figura 7** se observa la sección transversal de la muestra y la ubicación del sensor para adquirir las mediciones de temperatura con un solo sensor ubicado en $r = 0$ [cm]. Es importante resaltar que esta figura se obtuvo de la solución del problema directo. Por otro lado, en la **Figura 8** se observa las mediciones de temperatura tomadas con dicho sensor para cuatro niveles de ruido. Es importante recordar que estos niveles de ruido hacen referencia a la calidad de la señal obtenida por el sensor. En este caso, a menor SNR menor calidad de los datos (datos más dispersos con respecto al valor teórico) y a mayor SNR mejor calidad.

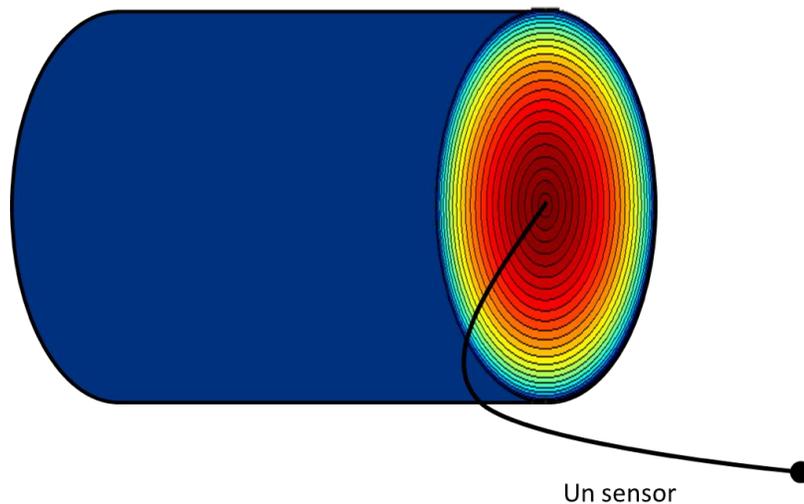


Figura 7. Sección transversal del sólido calentado por microondas con un sensor de fibra óptica ubicado en $r = 0$ [cm].

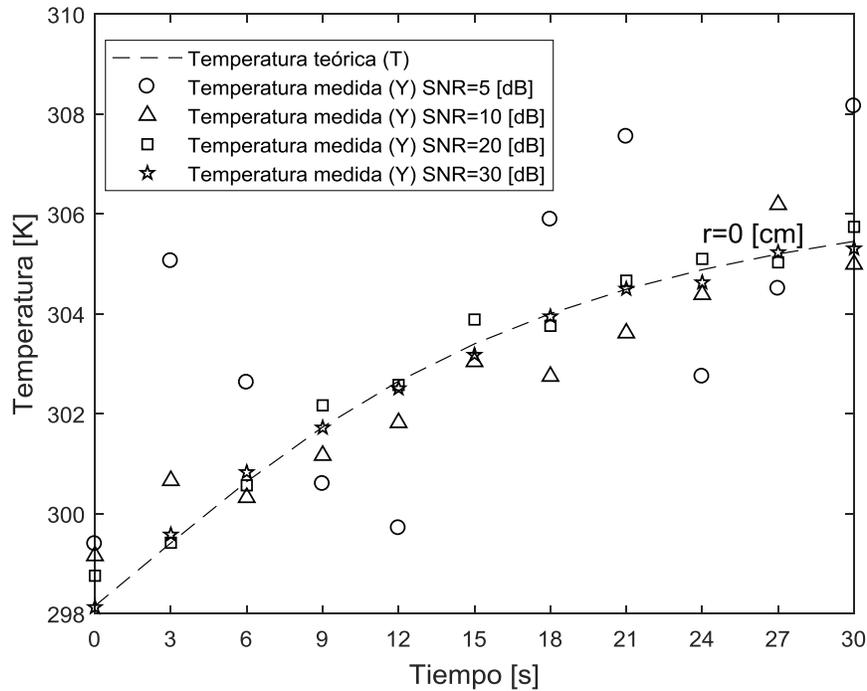
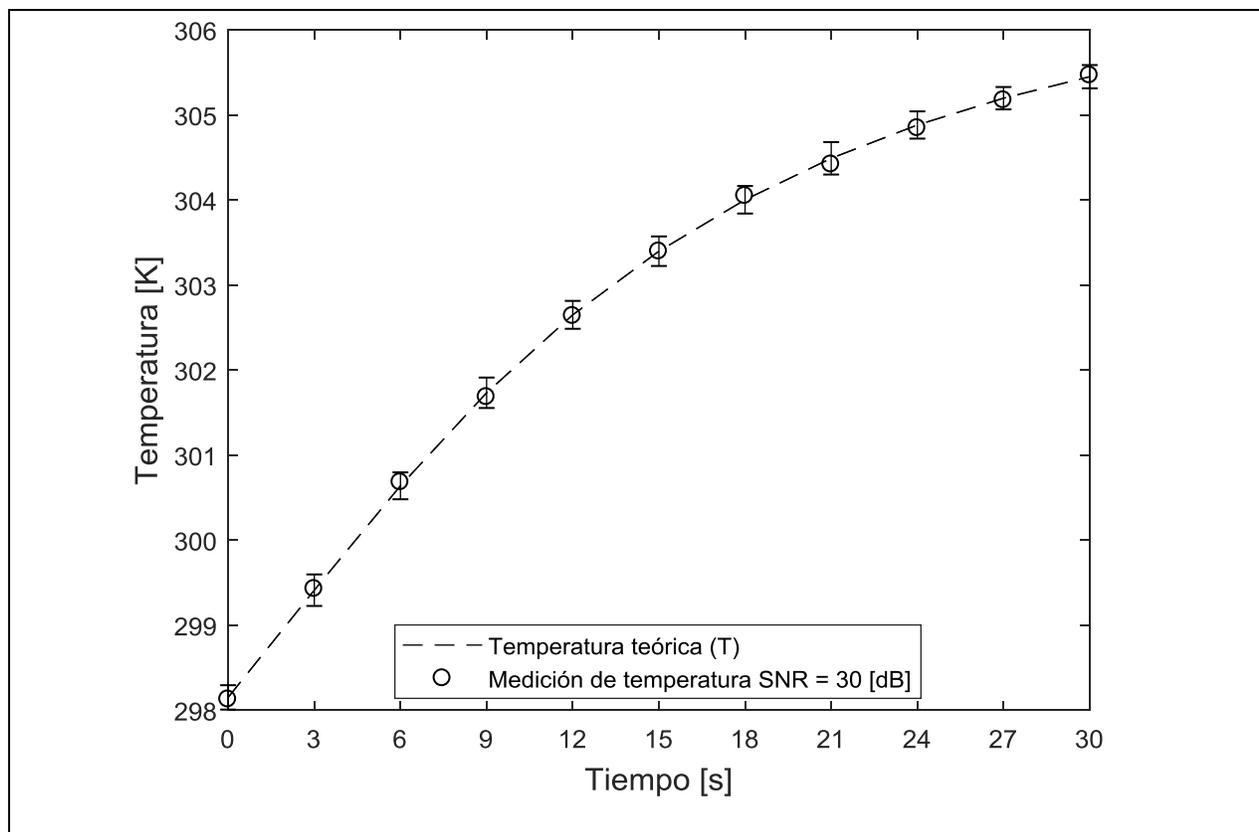


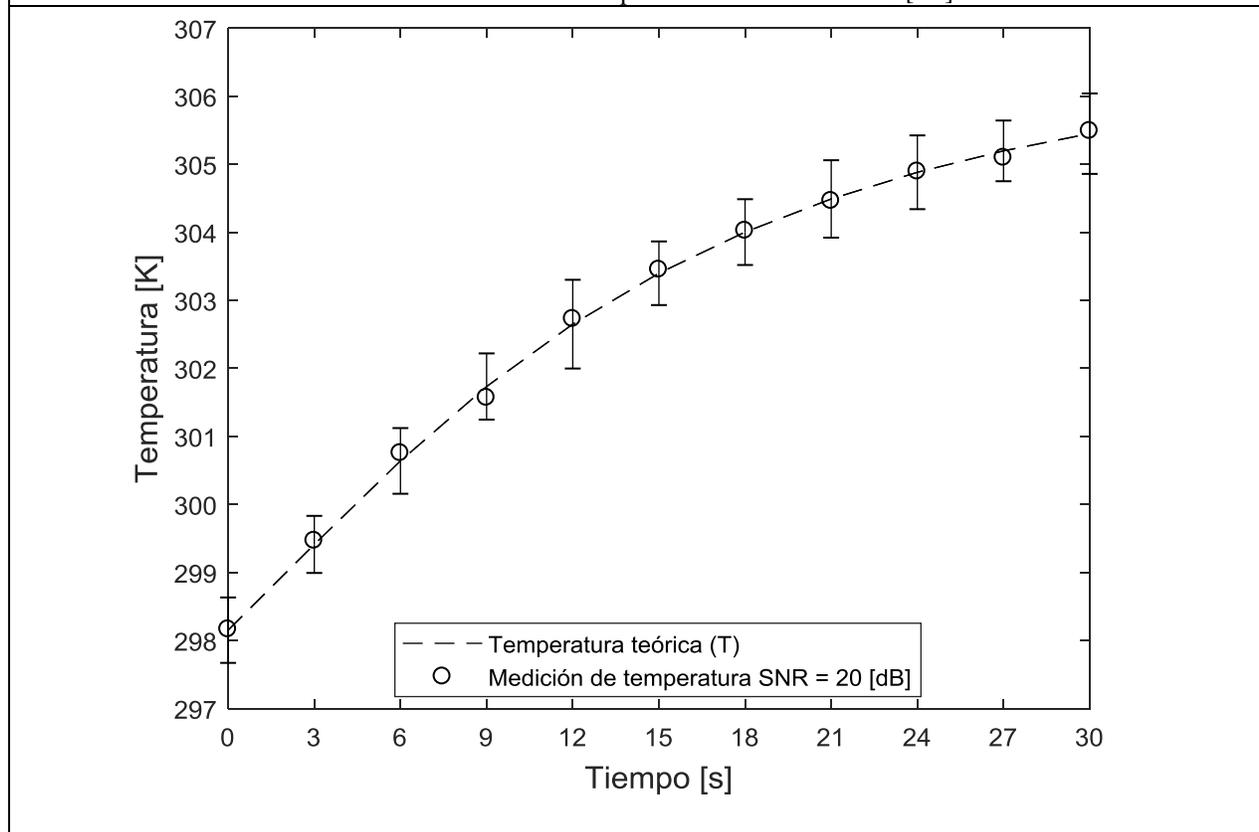
Figura 8. Temperaturas medidas en el caso A para diferentes valores de ruido SNR en $r = 0$ [cm] y $t = 0, 3, 6, \dots, 30$ [s].

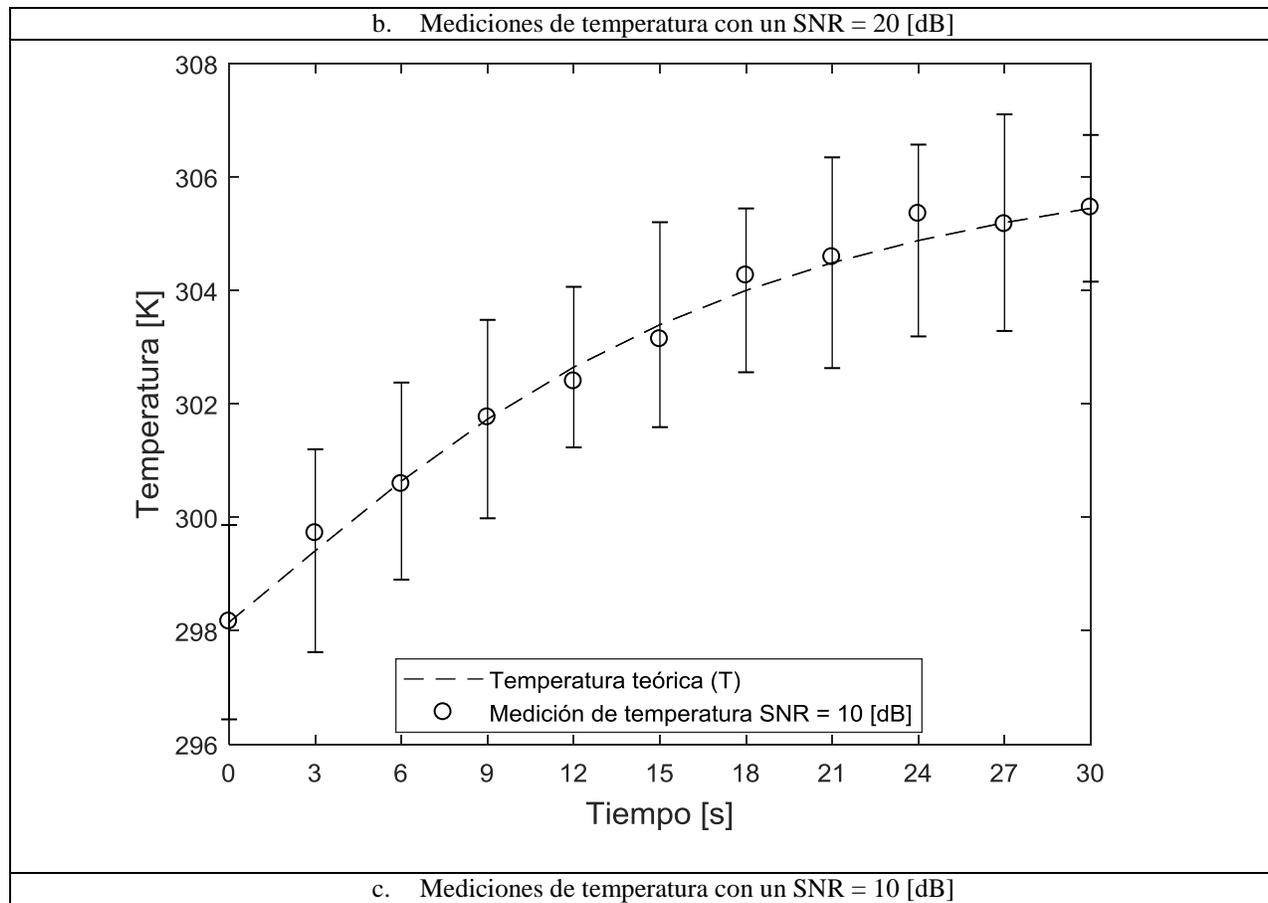
4.5.2 Caso B: Un sensor con alta variación en sus mediciones

Aquí, las mediciones son tomadas con un sensor al igual que en el caso anterior. Sin embargo, este presenta alta variabilidad por lo que las mediciones en el experimento no son repetibles. Para este escenario se tomaron 30 mediciones en $r = 0$ [cm] para cada uno de los 11 tiempos $t = 0, 3, 6, \dots, 30$ [s]. En la **Figura 9** se observa la temperatura medida (con alta variación) con un sensor para los cuatro niveles de ruido, en cada medición se añadió la barra de error que indica donde puede estar debido a su alta variabilidad.



a. Mediciones de temperatura con un SNR = 30 [dB]





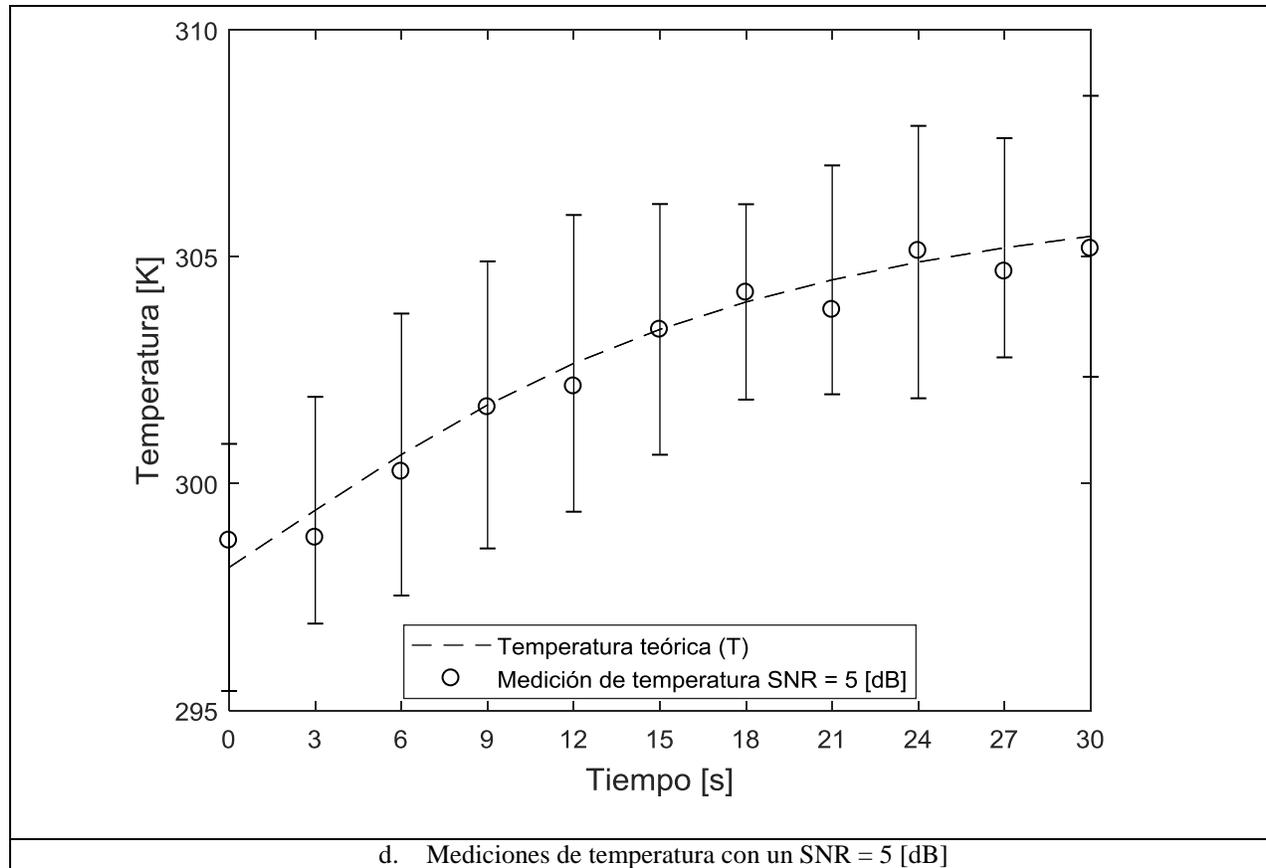


Figura 9. Temperaturas medidas en el caso B para diferentes valores de ruido SNR en $r = 0$ [cm] y $t = 0, 3, 6, \dots, 30$ [s].

4.5.3 Caso C: Múltiples sensores (i.e., 5)

Finalmente, las mediciones son tomadas con cinco sensores ubicados en $r = 0, 1, 2, 3$ y 4 [cm] y en los tiempos $t = 0, 3, 6, \dots, 30$ [s]. Adicionalmente, se consideró que las mediciones en este experimento son repetibles, por lo que siempre se obtendrán las mismas cuando estas se tomen. En la **Figura 10** se observa la sección transversal de la muestra y la ubicación de los sensores para adquirir las mediciones de temperatura con cinco sensores ubicados en las posiciones anteriormente. Por otro lado, en la **Figura 11** se observa las mediciones de temperatura tomadas con dichos sensores para cuatro niveles de ruido. Es importante recordar que estos niveles de ruido hacen referencia a la calidad de la señal obtenida por el sensor. En este caso, a menor SNR

menor calidad de los datos (datos más dispersos con respecto al valor teórico) y a mayor SNR mejor calidad.

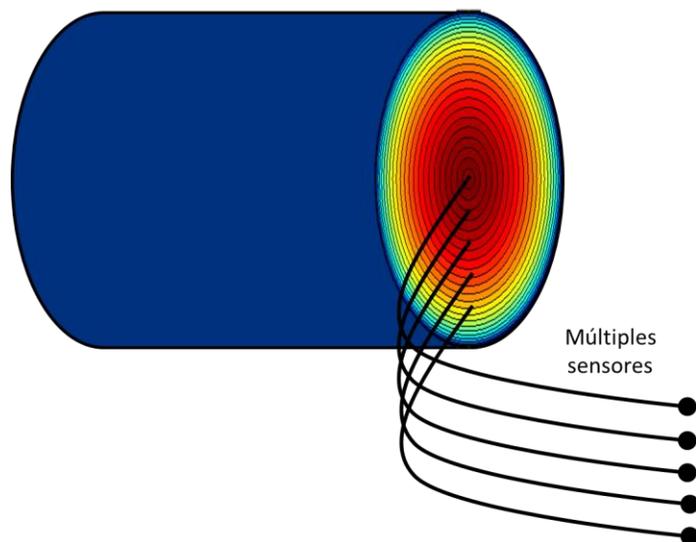
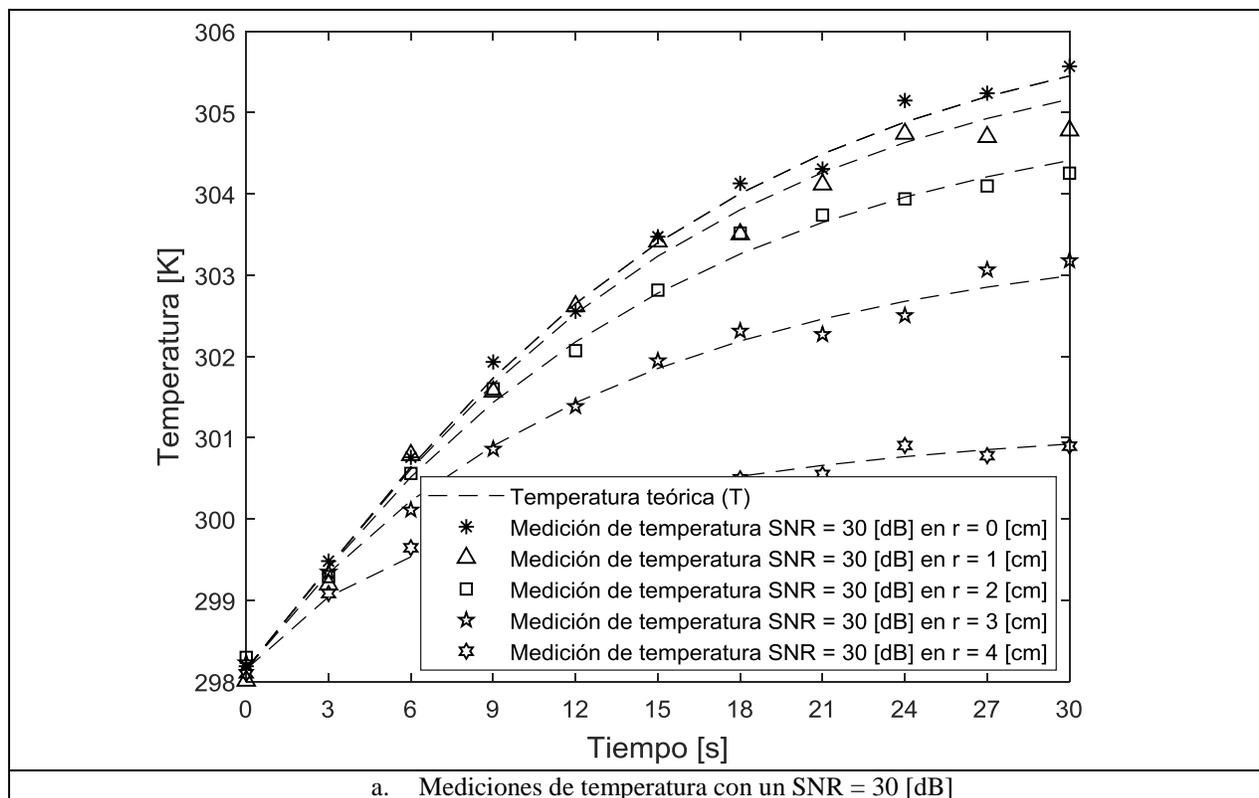
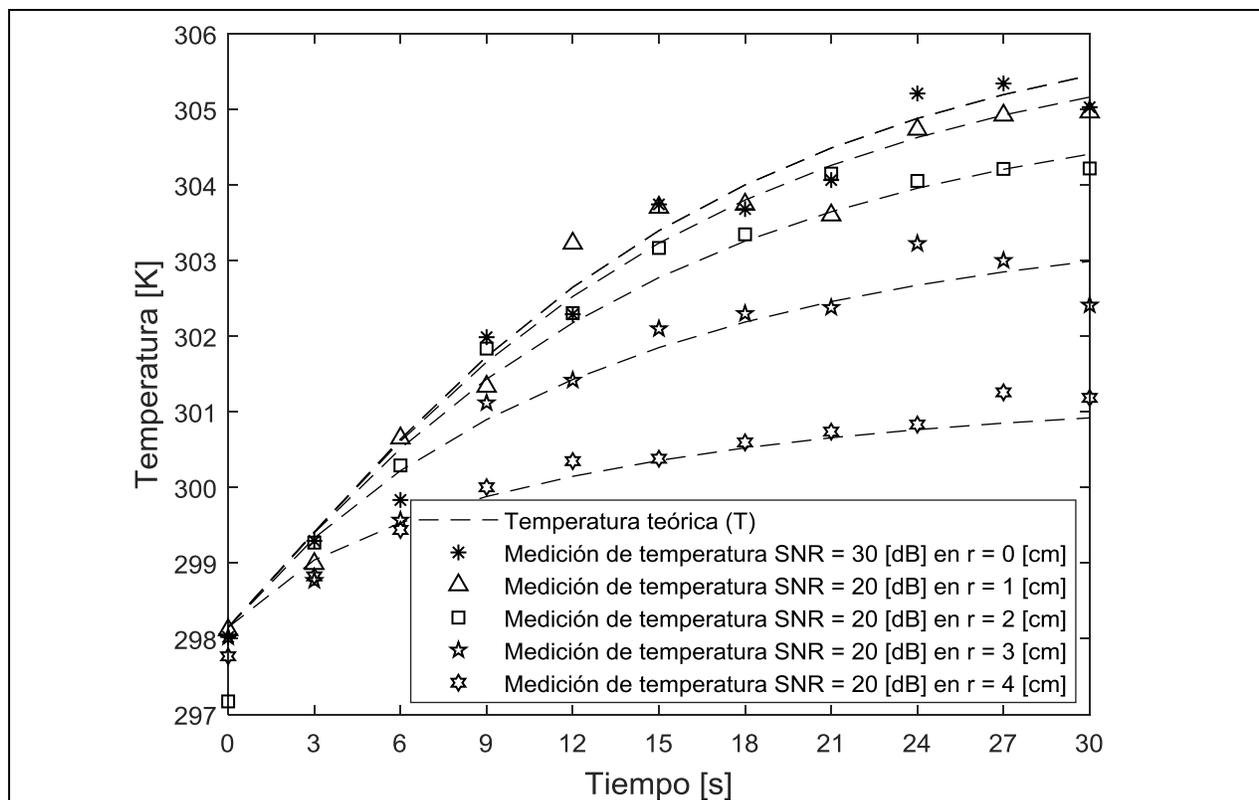
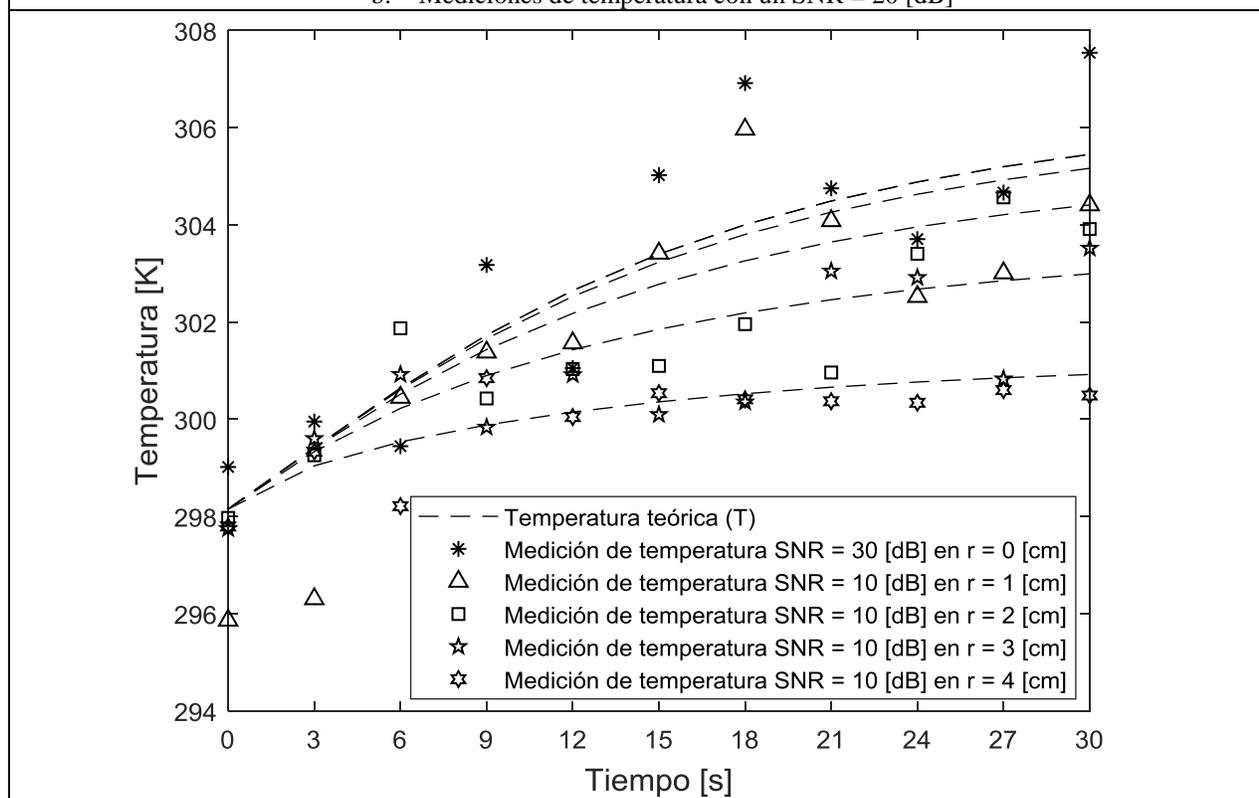


Figura 10. Sección transversal del sólido calentado por microondas con cinco sensores de fibra óptica ubicado en $r = 0, 1, 2, 3$ y 4 [cm].





b. Mediciones de temperatura con un SNR = 20 [dB]



c. Mediciones de temperatura con un SNR = 10 [dB]

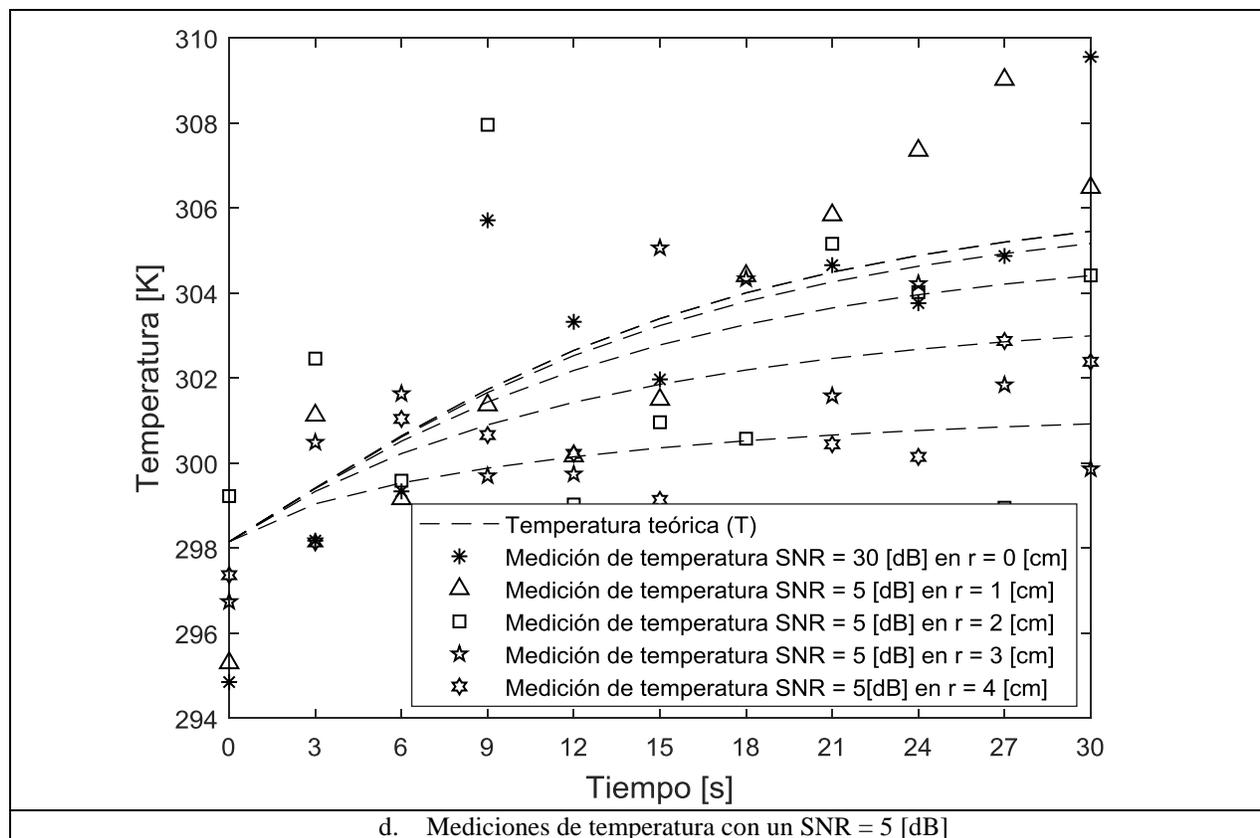


Figura 11. Temperaturas medidas en el caso C para diferentes valores de ruido SNR en $r = 0, 1, 2, 3$ y 4 [cm] y $t = 0, 3, 6, \dots, 30$ [s].

4.6 Función objetivo

La función objetivo es la norma L2 al cuadrado la cual se muestra en la ecuación 16, donde Y son las temperaturas medidas, T es la temperatura estimada por el modelo de la ecuación 12, $'$ es el símbolo de la traspuesta y W es la matriz diagonal de pesos la cual se define en la ecuación 17, donde σ_i es la desviación estándar de las mediciones en cada tiempo. Por lo tanto, cuando las mediciones en el experimento son repetibles (tal como en el caso A y C) $\sigma_i = 1$ y cuando no (tal como en el caso B) $\sigma_i \neq 1$. Es importante resaltar que este trabajo muestra resultados de simulación, por tal motivo cuando se habla de temperaturas “medidas” se refiere a las generadas del modelo teórico.

$$OF(k, c_p) = \left(Y(t) - T(k, c_p, t) \right)' W \left(Y(t) - T(k, c_p, t) \right)$$

$$k^*, c_p^* = \underset{k, c_p}{\operatorname{argmin}} OF(k, c_p)$$

Sujeto a

$$k > 0$$

$$c_p > 0$$

16

Donde,

$$W = \begin{bmatrix} \sigma_1^{-2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^{-2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_i^{-2} \end{bmatrix}$$

17

5 Metodología

Primero se realizarán las pruebas paramétricas a los algoritmos en una función de prueba con el fin de verificar el apropiado funcionamiento de estos y para sintonizar sus parámetros de entrada (Sección 5.1). Luego, con los parámetros de los algoritmos sintonizados se procederá a realizar pruebas preliminares en funciones objetivo estándar para estos algoritmos (Sección 5.2). Después, a través de la solución del problema inverso se estimarán los parámetros desconocidos en el modelo (Sección 5.3). Finalmente, una vez estos parámetros se han hallado se reconstruirá el perfil de temperatura y del flujo de calor (Sección 5.4). Es importante resaltar que en esa sección solo se describe el procedimiento realizado, en la sección 6, se muestran los resultados obtenidos. Por otra parte, todos los algoritmos usados en este trabajo se programaron en Matlab.

5.1 Pruebas paramétricas de los algoritmos de optimización

Para realizar las pruebas paramétricas de los algoritmos se seleccionó la función de prueba llamada Ackley (Surjanovic & Bingham, 2015b). Se escogió esta debido a que tiene como principal característica que posee muchos mínimos locales, en otras palabras, esto representa

grandes retos para cualquier método de optimización. Esta se muestra en la ecuación 18, donde los parámetros a , b y c son constantes cuyos valores recomendados son 20, 0.2 y π respectivamente, d es el número de dimensiones y x es un vector de d filas con los valores de entrada de la función. Esta función tiene un mínimo global x^* en $[0,0, \dots, 0]$ con $f(x^*) = 0$. Por otra parte, en la **Figura 12** se observa la gráfica en dos dimensiones.

$$f(x) = -ae^{-b\sqrt{\frac{1}{d}\sum_{i=1}^d x_i^2}} - e\frac{1}{d}\sum_{i=1}^d \cos(cx_i) + a + e \quad 18$$

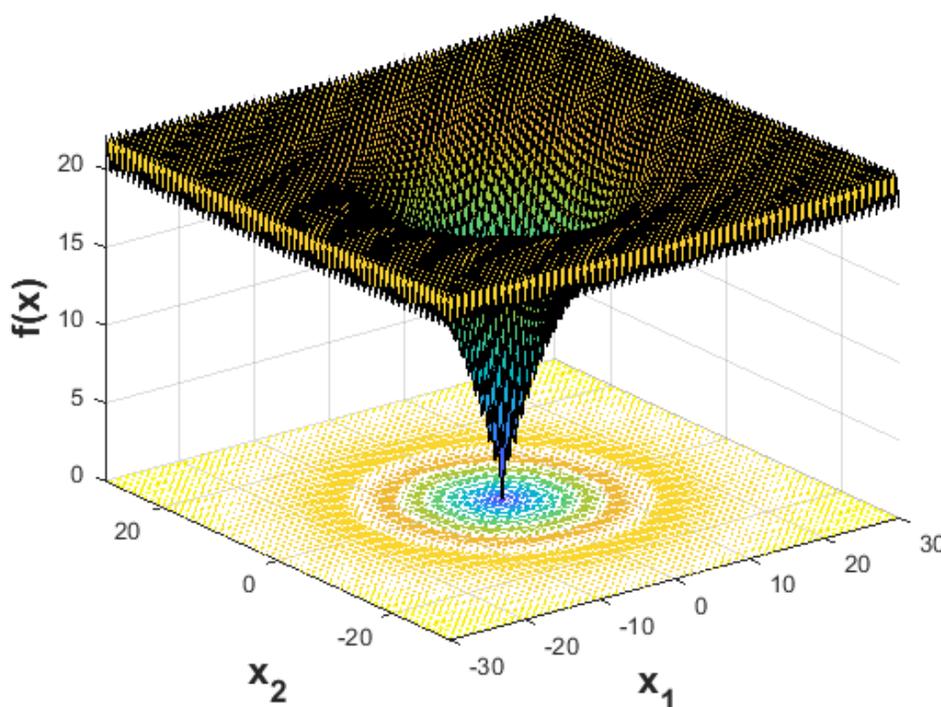


Figura 12. Función de prueba Ackley en dos dimensiones. Se usaron los parámetros recomendados $a = 20$, $b = 0.2$ y $c = 2\pi$ para la elaboración de la gráfica. El dominio de entrada para todas las dimensiones es $x_i \in [-32.8, 32.8]$. Y el mínimo global es $f(x^*) = 0$.

5.1.1 Algoritmo de la espiral (SOA)

Para realizar la prueba paramétrica en el algoritmo de la espiral se varían los parámetros C_r y A_r acorde a la **Tabla 9** para las dimensiones $d = 2, 5$ y 10 manteniendo constante el número de partículas en el espacio solución $n = 10$ (Se escogió este valor debido a que era la cantidad

mínima de partículas en el espacio solución con las que el algoritmo llegaba a una buena aproximación de la respuesta). Es importante resaltar que cada prueba se repitió 100 veces. Los resultados obtenidos se muestran en la sección 6.1.1.

Tabla 9.

Parámetros C_r y A_r del algoritmo de la espiral utilizados para las pruebas paramétricas.

	Valores				
C_r	0.3	0.5	0.7	0.9	0.99
A_r [°]	20	40	60	80	-

5.1.2 Método de la atracción ponderada (WAM)

Para realizar la prueba paramétrica de WAM se varían los parámetros: factor de atracción α_1 y factor de dispersión α_2 acorde a la **Tabla 10** para las dimensiones $d = 2, 5$ y 10 manteniendo constante el número de partículas en el espacio solución $n = 10$ (Esta cantidad de partículas se escogió debido a que era el número mínimo de partículas con las que el algoritmo llegaba a una buena aproximación de la respuesta). Al igual que en el caso anterior cada prueba se repitió 100 veces y los resultados se muestran en la sección 6.1.2.

Tabla 10.

Parámetros α_1 y α_2 del algoritmo de la atracción ponderada utilizados para las pruebas paramétricas.

	Valores			
α_1	1	10	50	100
α_2	1	25	50	100

5.1.3 Método de búsqueda en vórtice (VS)

Para realizar la prueba paramétrica de VS se varían los parámetros: resolución de búsqueda β_1 , equalización β_2 y factor de dispersión β_3 acorde a la **Tabla 11** para las dimensiones $d = 2, 5$ y 10 manteniendo constante el número de partículas en el espacio solución $n = 10$ (Esta cantidad de partículas se escogió debido a que era el número mínimo de partículas con las que el algoritmo

llegaba a una buena aproximación de la respuesta). Al igual que en el caso anterior cada prueba se repitió 100 veces y los resultados se muestran en la sección 6.1.3.

Tabla 11.

Parámetros β_1, β_2 y β_3 del algoritmo de la atracción ponderada utilizados para las pruebas paramétricas.

Valores			
β_1	1	5	10
β_2	0.05	0.1	0.5
β_3	1	10	50

5.2 Funciones preliminares de prueba

Una vez encontrado los parámetros de los algoritmos en la sección anterior, se procedió a realizar pruebas preliminares de estos con el fin de verificar su apropiado funcionamiento. Para ello, se escogieron siete problemas clásicos de optimización (Surjanovic & Bingham, 2015a) que se muestran en la **Tabla 12**. Estas funciones de prueba se escogieron debido a que tienen diferentes formas, muchos mínimos locales, etc., y en general, estas representan retos a cualquier algoritmo de optimización. Es importante resaltar que se trabajó con dos dimensiones, diez partículas en el espacio solución y que cada prueba se repitió 100 veces. Los resultados obtenidos se muestran en la sección 6.2.

Tabla 12.

Información de las funciones de prueba.

Funciones de prueba $f(x)$	Dom. de búsq. x_i	Mínimo global	Principal característica	
Sum squares	$\sum_{i=1}^d ix_i^2$	[-10, 10]	$x^*=(0, \dots, 0)$ $f(x^*)=0$	Forma de tazón
Sphere	$\sum_{i=1}^d x_i^2$	[-5.1, 5.1]	$x^*=(0, \dots, 0)$ $f(x^*)=0$	Forma de tazón
Schwefel	$419d - \sum_{i=1}^d x_i \sin(\sqrt{ x_i })$	[-500, 500]	$x^*=(421, \dots, 421)$ $f(x^*)=0$	Varios mínimos locales

Rosenbrock	$\sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	[-5, 10]	$x^*=(1, \dots, 1)$ $f(x^*)=0$	Forma de valle
Rastrigin	$10d - \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$	[-5.1, 5.1]	$x^*=(0, \dots, 0)$ $f(x^*)=0$	Varios mínimos locales
Michalewics	$-\sum_{i=1}^d \sin(x_i) \sin^{20}\left(\frac{ix_i^2}{\pi}\right)$	[0, π]	$d = 2$ $f(x^*)=-1.8$ $d = 5$ $f(x^*)=-4.7$ $d = 10$ $f(x^*)=-9.7$	Crestas empinadas
Griewank	$\sum_{i=1}^d \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^d \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	[-600, 600]	$x^*=(0, \dots, 0)$ $f(x^*)=0$	Varios mínimos locales

5.3 Determinación de los parámetros k y c_ρ

Para determinar los parámetros k y c_ρ se aplicaron los algoritmos de la sección 3.4 en los tres casos descritos de la sección 4.5. Estos algoritmos se ejecutaron 100 veces y los resultados esperados se muestran en la **Tabla 4**. Es importante resaltar que se calcularon los errores y los errores RMS de los algoritmos usando las ecuaciones 19, 20 respectivamente. Los resultados obtenidos se muestran en la sección 6.3.

$$Error = \frac{|Teórico - Experimental|}{Teórico} \quad 19$$

$$Error_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y(t_i) - T(k, c_\rho, t_i))^2} \quad 20$$

5.4 Reconstrucción del perfil de temperatura y del flujo de calor

Una vez obtenidos los parámetros requeridos del modelo, estos se reemplazaron en la solución del problema directo (Sección 4.4) para reconstruir el perfil de temperatura (T) cuyos resultados se muestran en la sección 6.4. Por otro lado, para el flujo de calor (φ_q) se hizo uso de la ecuación 21. Los resultados se muestran en la sección 6.5.

$$\varphi_q = -k\nabla T \quad 21$$

6 Resultados

Los siguientes resultados de simulación se obtuvieron utilizando un computador personal con las siguientes especificaciones: CPU Intel Core i5-2450M, @ 2.5 [GHz], RAM de 6 [GB] y con un sistema operativo Microsoft Windows 7 de 64 bits. Por otra parte, como software de simulación se usó MATLAB R2017a.

6.1 Pruebas paramétricas de los métodos de optimización

Esta sección presenta los resultados obtenidos luego de ejecutar las pruebas paramétricas para cada algoritmo.

6.1.1 Algoritmo de la espiral (SOA)

La **Tabla 13** presenta el valor mínimo (Min.), así como el valor promedio (Prom.) y la desviación estándar (Std.) alcanzados por el algoritmo de la espiral, para diferentes condiciones de operación. En particular, se muestran los datos de desempeño para la función Ackley en 2, 5, y 10 dimensiones (d), variando los parámetros C_r y A_r , y para $n = 10$ espirales. Es importante resaltar que cada caso se ejecutó 100 veces. Se puede concluir que el algoritmo de la espiral presenta los mejores resultados cuando el parámetro C_r es grande (i.e, 0.99). Por otra parte, se observa que el valor de A_r no es un valor tan decisivo en los resultados. Sin embargo, se escoge el valor de 80° para que el algoritmo tenga mayor diversificación en la etapa inicial de la búsqueda.

Tabla 13.

Valor mínimo (Min.), valor promedio (Prom.) y desviación estándar (Std.) de la prueba paramétrica del algoritmo de la espiral para diferentes valores de C_r y A_r , con $n = 10$ espirales, para la función de prueba Ackley en 2, 5, y 10 dimensiones. Los datos mostrados corresponden a 100 réplicas de cada caso particular.

C_r	A_r	$d = 2$			$d = 5$			$d = 10$		
		Mín.	Prom.	Std.	Mín.	Prom.	Std.	Mín.	Prom.	Std.
0.3	20	0.3	6.0	4.7	8.5	15.7	2.6	14.8	18.1	1.2
0.3	40	0.3	6.8	5.0	7.2	15.8	2.9	15.1	19.0	1.1
0.3	60	0.6	7.4	5.2	5.5	16.7	2.7	16.1	19.1	0.9
0.3	80	0.0	7.4	5.7	11.1	17.3	2.1	15.8	19.2	1.0
0.3	90	0.3	7.6	4.7	6.0	16.9	2.6	15.6	19.2	0.9
0.5	20	0.4	2.9	2.2	3.6	11.8	3.2	11.4	16.3	1.8
0.5	40	0.2	4.4	3.5	4.5	12.3	3.9	11.1	17.6	1.9
0.5	60	0.5	4.7	4.0	6.4	14.6	3.3	12.8	17.9	1.5
0.5	80	0.3	4.1	3.8	4.5	13.4	3.5	10.8	18.0	1.6
0.5	90	0.3	3.9	3.9	4.6	13.7	3.6	13.0	18.0	1.5
0.7	20	0.8	4.1	3.2	3.8	11.1	3.5	7.7	14.7	2.3
0.7	40	0.2	4.7	3.1	3.2	10.4	3.4	9.2	15.3	2.5
0.7	60	0.2	4.1	2.9	2.9	9.5	3.1	7.8	14.8	2.6
0.7	80	0.1	2.3	1.3	2.8	7.8	3.6	10.2	15.6	2.5
0.7	90	0.3	2.1	1.0	3.1	8.2	3.9	9.3	15.9	1.9
0.9	20	1.0	6.6	3.3	3.0	7.3	2.5	7.9	13.7	2.3
0.9	40	0.2	2.2	1.3	2.2	7.2	2.6	4.4	9.5	2.7
0.9	60	0.0	1.2	0.9	1.6	4.0	1.6	3.3	8.3	2.4
0.9	80	0.0	1.2	0.8	2.1	3.8	1.4	4.2	9.3	3.1
0.9	90	0.1	1.5	0.8	2.1	4.2	1.8	3.9	10.5	3.5
0.99	20	0.3	1.6	1.2	2.8	8.9	3.0	3.1	7.8	2.4
0.99	40	0.0	1.2	0.9	1.1	3.3	1.2	2.5	3.6	0.4
0.99	60	0.1	1.8	1.3	1.7	3.1	1.1	2.8	3.9	0.5
0.99	80	0.1	1.6	1.4	1.5	3.1	0.9	2.6	3.8	0.6
0.99	90	0.0	2.1	1.5	2.4	3.8	1.4	2.6	6.5	3.3

6.1.2 Algoritmo de la atracción ponderada (WAM)

De forma similar, la **Tabla 14** presenta los datos de desempeño, pero para el algoritmo de la atracción ponderada. Nuevamente, los datos corresponden a la función de Ackley, y se presentan para diferentes valores de α_1 y α_2 en 2, 5 y 10 dimensiones, con $n = 10$ partículas. Al igual que en el ítem anterior, cada caso se ejecutó 100 veces. El algoritmo presenta los mejores resultados para las configuraciones resaltadas. Sin embargo, se escogió la configuración de $\alpha_1 = 10$ y $\alpha_2 =$

1, debido a que provee un mejor resultado en cuanto a los estadísticos promedio y desviación estándar.

Tabla 14.

Valor mínimo (Min.), valor promedio (Prom.) y desviación estándar (Std.) de la prueba paramétrica del algoritmo de la atracción ponderada para diferentes valores de α_1 , α_2 , con $n = 10$ partículas, para la función de prueba Ackley en 2, 5, y 10 dimensiones. Los datos mostrados corresponden a 100 réplicas de cada caso particular.

α_1	α_2	$d = 2$			$d = 5$			$d = 10$		
		Mín.	Prom.	Std.	Mín.	Prom.	Std.	Mín.	Prom.	Std.
1	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	0.9	0.02	2.82	3.15
1	25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.6	0.06	1.21	1.15
1	50	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.5	0.07	0.87	1.02
1	100	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.6	0.06	1.11	1.14
10	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.5	0.02	1.87	1.44
10	25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4	0.6	0.09	2.10	1.34
10	50	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.6	0.09	1.98	1.11
10	100	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.6	0.07	1.81	1.12
50	1	0.0	0.2	2.0	0.0	0.6	2.1	0.02	4.36	4.89
50	25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	0.7	0.22	2.94	3.36
50	50	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	0.8	0.16	2.37	1.01
50	100	0.0	0.0	0.0	0.0	0.7	2.1	0.26	2.15	0.89
100	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	2.1	0.02	5.22	5.81
100	25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.7	0.9	0.12	3.12	3.88
100	50	0.0	0.0	0.0	0.0	0.6	0.8	0.18	2.44	1.17
100	100	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	0.7	0.19	2.16	1.01

6.1.3 Algoritmo de búsqueda en vortice (VS)

Por último, la **Tabla 15** muestra el valor mínimo (Min.), el valor promedio (Prom.) y la desviación estándar (Std.) para el algoritmo de búsqueda en vórtice aplicada a la función de Ackley, variando los parámetros β_1 , β_2 , β_3 . Nuevamente, las pruebas se realizaron para 2, 5, y 10 dimensiones, utilizando $n = 10$ partículas. Al igual que en el ítem anterior, cada caso se ejecutó 100 veces. Este algoritmo presenta los mejores resultados para las configuraciones resaltadas. Sin embargo, se escogió la configuración de $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0.5$ y $\beta_3 = 50$, debido a que provee un mejor resultado en cuanto a los estadísticos promedio y desviación estándar.

Tabla 15.

Valor mínimo (Min.), valor promedio (Prom.) y desviación estándar (Std.) de la prueba paramétrica del algoritmo de la búsqueda en vórtice para diferentes valores de β_1 , β_2 , β_3 , con $n = 10$ partículas, para la función de prueba Ackley en 2, 5, y 10 dimensiones. Los datos mostrados corresponden a 100 réplicas de cada caso particular.

β_1	β_2	β_3	d=2			d=5			d=10		
			Mín.	Prom.	Std.	Mín.	Prom.	Std.	Mín.	Prom.	Std.
1	0.05	1	0.0	0.2	0.1	0.8	2.6	0.4	3.2	4.0	0.4
1	0.05	10	0.0	0.3	0.2	1.0	2.8	0.5	2.7	4.1	0.5
1	0.05	50	0.0	0.4	0.2	0.7	2.9	0.6	0.0	4.1	0.8
1	0.1	1	0.0	0.2	0.1	1.6	2.7	0.3	3.1	4.0	0.3
1	0.1	10	0.0	0.3	0.2	0.8	2.9	0.5	3.1	4.2	0.5
1	0.1	50	0.0	0.4	0.3	1.6	3.0	0.5	1.2	4.1	0.8
1	0.5	1	0.0	0.2	0.1	0.3	2.8	0.5	3.3	4.4	0.4
1	0.5	10	0.0	0.4	0.3	0.0	3.1	0.7	0.0	4.1	1.5
1	0.5	50	0.0	0.6	0.5	0.0	2.7	1.3	0.0	2.6	2.1
5	0.05	1	0.0	1.6	0.9	4.4	7.5	1.2	8.6	11.5	1.1
5	0.05	10	0.1	2.0	0.9	5.6	8.3	1.2	0.3	11.7	1.7
5	0.05	50	0.0	2.1	0.9	0.0	8.4	2.5	8.4	11.9	1.1
5	0.1	1	0.0	1.1	0.7	3.8	6.5	1.0	6.7	10.5	1.2
5	0.1	10	0.0	1.9	0.9	1.6	7.1	1.7	2.9	10.8	1.8
5	0.1	50	0.2	2.0	0.9	0.0	6.6	2.8	0.1	9.5	4.1
5	0.5	1	0.0	0.8	0.5	2.9	4.9	0.8	5.9	8.2	0.9
5	0.5	10	0.1	1.4	0.8	0.1	3.9	2.6	1.4	5.3	3.2
5	0.5	50	0.0	1.6	1.0	0.0	3.1	2.8	2.0	5.5	3.0
10	0.05	1	0.1	1.8	0.9	5.0	9.0	1.4	9.1	12.1	1.2
10	0.05	10	0.2	2.1	1.0	0.0	9.6	1.8	9.7	12.2	1.1
10	0.05	50	0.2	2.0	0.9	5.6	9.7	1.4	9.2	12.2	1.2
10	0.1	1	0.1	1.8	0.9	4.5	8.2	1.4	9.1	12.2	1.1
10	0.1	10	0.1	2.1	1.0	5.3	8.9	1.5	8.3	11.9	1.3
10	0.1	50	0.1	2.0	0.9	0.1	9.0	2.2	3.9	11.9	1.6
10	0.5	1	0.0	1.2	0.7	3.7	6.3	1.0	1.3	10.2	1.5
10	0.5	10	0.0	1.8	0.9	0.3	4.9	3.2	3.0	9.0	3.5
10	0.5	50	0.0	1.8	1.0	0.2	6.2	3.2	4.4	10.0	2.9

6.2 Funciones preliminares de prueba

La **Tabla 16** muestra una síntesis de los resultados obtenidos en la sección anterior, y con los cuales se realizarán las pruebas restantes.

Tabla 16.

Parámetros de los algoritmos de optimización usados en las pruebas preliminares.

Metaheurístico	Parámetro	Valor
SOA	C_r	0.99
	A_r	80°
WAM	α_1	10
	α_2	1
VS	β_1	1
	β_2	0.5
	β_3	50

Por otra parte, la **Tabla 17** presenta el mejor valor, así como el valor promedio y la desviación estándar (Desv. est.) del mínimo encontrado después de cien ejecuciones, además de las iteraciones y tiempo de cómputo promedio (junto con su desviación estándar). En síntesis, todos los algoritmos convergen al mínimo deseado, sin embargo, *SOA* es el que emplea menos iteraciones de los tres. Esto es importante ya que a menos iteraciones, menor es el tiempo computacional.

Tabla 17.

Mejor valor, valor promedio y desviación estándar (Desv. est.) del mínimo encontrado después de cien ejecuciones. Adicionalmente, se muestra el promedio y la desviación estándar del número de iteraciones y del tiempo de cómputo requerido para encontrar la solución.

Met.	Función Objetivo	Mínimo			Iteraciones		Tiempo	
		Mejor	Promedio	Desv. est.	Promedio	Desv. est.	Promedio	Desv. est.
SOA	Sum squares	0.00	0.02	0.06	241	58	0.02	0.01
	Sphere	0.00	0.00	0.01	244	58	0.02	0.01
	Schwefel	0.00	37.86	67.66	169	39	0.01	0.00
	Rosenbrock	0.00	0.62	1.79	192	56	0.02	0.00
	Rastrigin	0.00	0.46	0.45	191	50	0.01	0.00
	Michalewics	-1.80	-1.73	0.20	205	52	0.02	0.01
	Griewank	0.00	0.13	0.27	242	52	0.02	0.01
WAM	Sum squares	0.00	0.00	0.00	226	68	0.09	0.04
	Sphere	0.00	0.00	0.00	256	74	0.08	0.02
	Schwefel	0.00	306.41	188.92	242	79	0.09	0.03
	Rosenbrock	0.00	0.55	1.71	378	35	0.15	0.02

	Rastrigin	0.00	0.57	0.87	263	101	0.09	0.04
	Michalewics	-1.80	-1.78	0.13	255	78	0.10	0.03
	Griewank	0.00	0.03	0.04	288	92	0.11	0.04
	Sum squares	0.00	0.02	0.02	798	2	0.09	0.02
	Sphere	0.00	0.00	0.00	799	2	0.09	0.01
	Schwefel	0.07	3.78	3.39	799	3	0.10	0.01
VS	Rosenbrock	0.00	0.08	0.08	798	2	0.09	0.01
	Rastrigin	0.00	0.57	0.39	799	3	0.07	0.01
	Michalewics	-1.80	-1.79	0.01	798	2	0.09	0.01
	Griewank	0.03	0.24	0.11	798	1	0.09	0.01

6.3 Determinación de los parámetros k y c_p

El valor promedio, la desviación estándar, el mejor resultado, y el peor resultado (de las cien ejecuciones), así como el error RMS de la señal reconstruida (para el mejor resultado), se sintetizan en la **Tabla 18**, la **Tabla 20** y la **Tabla 22**. Por otro lado, se llevó a cabo un análisis del rendimiento de los algoritmos, y para ello se revisó el número de iteraciones que empleó cada algoritmo, al igual que el número de veces que se evaluó la función objetivo. Estos resultados se muestran en la **Tabla 19**, la **Tabla 21** y la **Tabla 23**. A continuación se explican estos resultados en detalle.

6.3.1 Caso A

La **Tabla 18** muestra el valor promedio, la desviación estándar, el mejor, el peor y el error RMS de los resultados obtenidos por los algoritmos de optimización en la función objetivo para el caso A. Los datos de entrada de los algoritmos tenían un nivel de Señal a Ruido de 5, 10, 20 y 30 [dB], esto con el fin de simular los posibles efectos de los errores de los instrumentos de medición. De la tabla se puede resaltar que, para valores bajos de SNR (i.e., menores de 30 [dB]), los errores de estimación de los parámetros son superiores al 5.9 y 6.9% respectivamente, debido a los errores introducidos por el ruido. Sin embargo, para un SNR de 30 [dB] se puede observar que este error se reduce al 0.7 y 1.3%. Por otro lado, se nota que todos los algoritmos fueron precisos debido a que los errores RMS estuvieron cercanos a cero. Finalmente se puede

observar que WAM fue el algoritmo que tuvo menos variabilidad en sus respuestas. Por otra parte, se observa que a bajos niveles de SNR el nivel de ruido en la señal es tan severo, que resulta imposible descifrar los parámetros correctos.

Tabla 18.

Valor promedio, desviación estándar, mejor, peor y error RMS de los resultados obtenidos para el caso A por los algoritmos de optimización en la función objetivo. Los datos de entrada de los algoritmos tenían un nivel de Señal a Ruido de 5, 10, 20 y 30 [dB], esto con el fin de simular los posibles efectos de los errores de los instrumentos de medición.

Alg.	Promedio		Desviación Estándar		Mejor		Peor		Error del mejor resultado		
	k	c_p	k	c_p	k	c_p	k	c_p	k [%]	c_p [%]	RMS
SNR = 5 [dB]											
SOA	114.22	407.65	0.10	1.41	114.22	407.65	113.92	413.12	26.9	55.7	1.88
WAM	114.22	407.56	0.00	0.00	114.22	407.56	114.22	407.56	26.9	55.7	1.88
VS	114.21	407.92	0.15	1.80	114.21	407.43	114.69	404.76	26.9	55.7	1.88
SNR = 10 [dB]											
SOA	97.72	707.44	0.16	2.75	97.72	707.45	96.74	725.96	8.6	23.1	0.83
WAM	97.72	707.38	0.00	0.02	97.72	707.38	97.72	707.51	8.6	23.1	0.83
VS	97.73	707.22	0.15	2.77	97.71	707.68	97.49	716.69	8.6	23.1	0.83
SNR = 20 [dB]											
SOA	84.62	984.37	0.27	6.13	84.67	983.38	82.87	1023.57	5.9	6.9	0.31
WAM	84.67	983.38	0.00	0.03	84.67	983.38	84.66	983.63	5.9	6.9	0.31
VS	84.67	983.51	0.19	4.33	84.66	983.57	84.27	995.16	5.9	6.9	0.31
SNR = 30 [dB]											
SOA	89.39	931.83	0.34	7.24	89.39	932.05	91.94	878.26	0.7	1.3	0.13
WAM	89.38	932.17	0.02	0.32	89.38	932.14	89.23	935.25	0.7	1.3	0.13
VS	89.38	932.09	0.19	3.69	89.41	931.64	89.97	923.51	0.7	1.3	0.13

La **Tabla 19** muestra el número de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo promedio junto con su desviación estándar para el caso A. De la tabla se puede resaltar que el algoritmo VS fue el más eficiente en cuanto al uso de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo.

Tabla 19.

Número de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo promedio junto con su desviación estándar para el caso A.

Alg.	Iteraciones		Eval. de la función objetivo	
	Prom.	Desv. Est.	Prom.	Desv. Est.
SNR = 5 [dB]				
SOA	369	57	7409	1138
WAM	543	201	11970	4437
VS	221	70	4426	1392
SNR = 10 [dB]				
SOA	383	74	7684	1483
WAM	752	365	16587	8044
VS	224	90	4485	1793
SNR = 20 [dB]				
SOA	426	101	8547	2010
WAM	1012	354	22313	7804
VS	226	82	4528	1632
SNR = 30 [dB]				
SOA	394	71	7890	1416
WAM	895	357	19744	7870
VS	220	74	4393	1475

6.3.2 Caso B

La **Tabla 20** muestra el valor promedio, la desviación estándar, el mejor, el peor y el error RMS de los resultados obtenidos por los algoritmos de optimización en la función objetivo para el caso B. Los niveles de de Señal a Ruido nuevamente fueron de 5, 10, 20 y 30 [dB], con el fin de simular posibles errores en los instrumentos de medición. De la tabla se puede resaltar que para valores de SNR menores de 30 [dB], los errores de estimación de los parámetros son superiores al 11.3 y 22.6%, respectivamente, debido a los errores introducidos por el ruido. Sin embargo, para un SNR de 30 [dB] se puede observar que el error se reduce al 2.5 y 4.3%. Por otro lado, se nota que todos los algoritmos fueron precisos debido a que los errores RMS estuvieron cercanos

a cero. Finalmente se puede observar que WAM fue, nuevamente, el algoritmo con menor variabilidad en sus respuestas.

Tabla 20.

Valor promedio, desviación estándar, mejor, peor y error RMS de los resultados obtenidos para el caso B por los algoritmos de optimización en la función objetivo. Los datos de entrada de los algoritmos tenían un nivel de Señal a Ruido de 5, 10, 20 y 30 [dB], esto con el fin de simular los posibles efectos de los errores de los instrumentos de medición.

Alg.	Promedio		Desviación Estándar		Mejor		Peor		Error del mejor resultado		
	k	c_p	k	c_p	k	c_p	k	c_p	k [%]	c_p [%]	RMS
SNR = 5 [dB]											
SOA	48.56	1987.01	0.71	14.61	48.24	1999.99	53.06	1995.99	46.4	117.4	1.65
WAM	48.27	1998.55	0.04	2.19	48.24	2000.00	48.66	1978.04	46.4	117.4	1.65
VS	48.26	1998.31	0.11	1.77	48.22	1999.81	48.52	1991.58	46.4	117.4	1.65
SNR = 10 [dB]											
SOA	68.21	1419.26	1.00	32.18	68.52	1409.05	64.43	1544.99	23.9	53.2	1.05
WAM	68.53	1408.86	0.02	0.64	68.52	1409.05	68.62	1406.02	23.9	53.2	1.05
VS	68.51	1409.25	0.19	5.45	68.53	1408.65	69.28	1388.20	23.9	53.1	1.05
SNR = 20 [dB]											
SOA	79.73	1130.17	0.61	14.43	79.80	1128.37	75.48	1231.18	11.3	22.6	0.60
WAM	79.81	1128.34	0.00	0.07	79.80	1128.37	79.82	1127.91	11.3	22.6	0.60
VS	79.85	1127.27	0.21	4.87	79.79	1128.79	80.53	1110.74	11.3	22.7	0.60
SNR = 30 [dB]											
SOA	92.21	881.51	0.21	4.00	92.27	880.25	91.27	897.95	2.5	4.3	0.32
WAM	92.28	880.17	0.00	0.01	92.28	880.17	92.28	880.10	2.5	4.3	0.32
VS	92.26	880.17	0.18	3.22	92.25	880.55	91.56	893.20	2.5	4.3	0.32

La **Tabla 21** muestra el número de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo promedio junto con su desviación estándar para el caso B. De ésta se puede resaltar que el algoritmo VS fue el más eficiente en cuanto al uso de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo.

Tabla 21.

Número de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo promedio junto con su desviación estándar para el caso B.

Alg.	Iteraciones		Eval.de la función objetivo	
	Prom.	Desv. Est.	Prom.	Desv. Est.
SNR = 5 [dB]				
SOA	1000	0	20020	0
WAM	1954	175	43074	3863
VS	364	83	7282	1654
SNR = 10 [dB]				
SOA	517	146	10350	2918
WAM	1313	444	28954	9790
VS	304	74	6080	1485
SNR = 20 [dB]				
SOA	461	119	9234	2374
WAM	1149	359	25333	7904
VS	246	67	4929	1331
SNR = 30 [dB]				
SOA	385	68	7719	1361
WAM	982	408	21656	8986
VS	240	93	4808	1869

6.3.3 Caso C

En la **Tabla 22** muestra el valor promedio, la desviación estándar, el mejor, el peor y el error RMS de los resultados obtenidos por los algoritmos de optimización en la función objetivo para el caso C. Los niveles de ruido corresponden a los mismos usados anteriormente. Nuevamente, para valores de SNR menores de 30 [dB], los errores de estimación de los parámetros son elevados (superiores al 6.4 y 10.2%, respectivamente), debido a los errores introducidos por el ruido. Sin embargo, para un SNR de 30 [dB] se puede observar que este error se reduce al 1.1 y 1.5%. Por otro lado, se nota que todos los algoritmos fueron precisos debido a que los errores RMS estuvieron cercanos a cero. Finalmente se puede observar que WAM fue el algoritmo que tuvo menos variabilidad en sus respuestas.

Tabla 22.

Valor promedio, desviación estándar, mejor, peor y error RMS de los resultados obtenidos para el caso C por los algoritmos de optimización en la función objetivo. Los datos de entrada de los algoritmos tenían un nivel de Señal a Ruido de 5, 10, 20 y 30 [dB], esto con el fin de simular los posibles efectos de los errores de los instrumentos de medición.

Alg.	Promedio		Desviación Estándar		Mejor		Peor		Error		RMS
	k	c_p	k	c_p	k	c_p	k	c_p	k [%]	c_p [%]	
SNR = 5 [dB]											
SOA	109.24	405.33	0.09	1.29	109.23	405.32	109.52	400.42	21.4	55.9	2.17
WAM	109.23	405.34	0.00	0.00	109.23	405.34	109.23	405.34	21.4	55.9	2.17
VS	109.23	405.37	0.17	2.17	109.22	405.52	109.79	396.51	21.4	55.9	2.17
SNR = 10 [dB]											
SOA	105.73	664.77	0.13	2.16	105.73	664.60	105.27	672.94	17.5	27.8	1.39
WAM	105.72	664.97	0.00	0.00	105.72	664.97	105.72	664.97	17.5	27.7	1.39
VS	105.71	665.14	0.16	2.91	105.75	664.71	105.34	674.24	17.5	27.7	1.39
SNR = 20 [dB]											
SOA	95.66	828.66	0.99	20.97	95.78	826.47	87.43	1005.79	6.4	10.2	0.45
WAM	95.77	826.56	0.00	0.04	95.77	826.55	95.76	826.79	6.4	10.2	0.45
VS	95.77	826.64	0.20	3.93	95.77	826.59	96.41	813.87	6.4	10.2	0.45
SNR = 30 [dB]											
SOA	90.89	907.21	0.40	8.78	90.97	905.49	87.93	970.70	1.1	1.6	0.12
WAM	90.97	905.57	0.00	0.02	90.97	905.57	90.98	905.42	1.1	1.6	0.12
VS	90.99	905.21	0.16	3.55	90.96	905.75	90.77	913.39	1.1	1.5	0.12

En la **Tabla 23** muestra el número de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo promedio junto con su desviación estándar para el caso C. De ésta, se puede resaltar que el algoritmo VS fue el más eficiente en cuanto al uso de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo.

Tabla 23.

Número de iteraciones y evaluaciones de la función objetivo promedio junto con su desviación estándar para el caso C.

Alg.	Iteraciones		Eval.de la función objetivo	
	Prom.	Desv. Est.	Prom.	Desv. Est.
SNR = 5 [dB]				
SOA	392	76	7863	1511

WAM	615	245	13564	5403
VS	221	72	4423	1449
SNR = 10 [dB]				
SOA	360	58	7213	1153
WAM	670	299	14775	6581
VS	223	90	4458	1791
SNR = 20 [dB]				
SOA	381	60	7648	1209
WAM	950	376	20949	8293
VS	222	94	4439	1880
SNR = 30 [dB]				
SOA	380	69	7629	1381
WAM	924	331	20365	7295
VS	230	81	4600	1626

6.4 Reconstrucción del perfil de temperatura

La **Tabla 24** muestra una síntesis de los resultados obtenidos en la sección anterior, con estos parámetros del modelo obtenidos se realizará las pruebas restantes. Es importante notar que se escogieron los mejores resultados obtenidos en cada caso sin importar el método metaheurístico en particular y para SNR igual a 30 [dB].

Tabla 24.

Síntesis de los parámetros del modelo obtenidos al solucionar el problema inverso.

	Parámetros	
	k	c_p
Caso A	89.41	931.64
Caso B	92.25	880.55
Caso C	90.96	905.75

A continuación se muestran los resultados para cada caso en particular.

6.4.1 Caso A

Tomando los parámetros estimados para el caso A de la **Tabla 24** se reconstruye el perfil de temperatura en $r = 0$ tal como se muestra en la **Figura 13**. En esta, también se puede apreciar la temperatura teórica y la temperatura medida en dicha posición. Por otra parte, de la **Tabla 18** se

observa que el error RMS de esta reconstrucción es de 0.13 por lo que se obtuvo una buena reconstrucción.

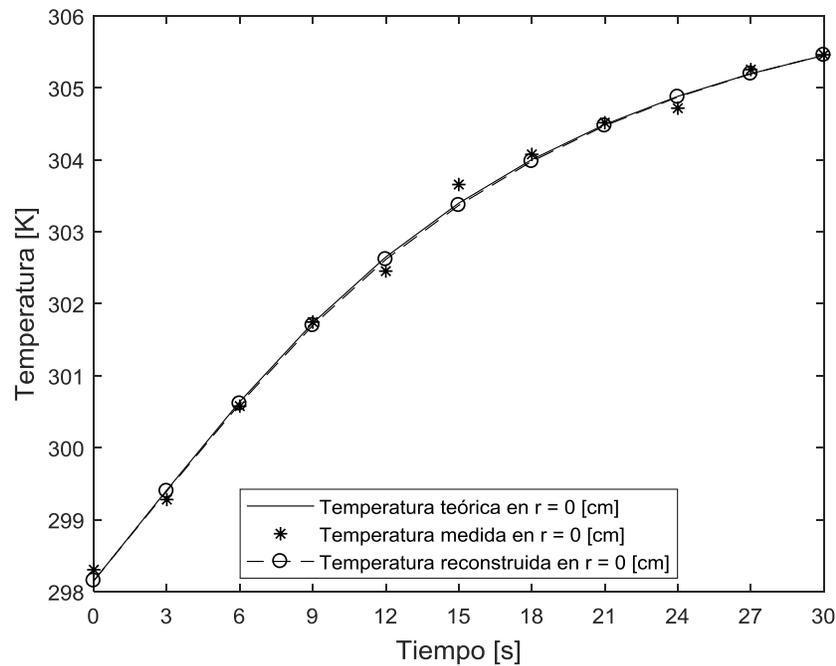


Figura 13. Comparación gráfica entre la temperatura teórica, la temperatura medida y la temperatura reconstruida en $r = 0$ [cm] para el caso A.

En la **Figura 14** se observa las temperaturas reconstruidas en las posiciones $r = 0, 1, 2, 3$ y 4 [cm] a partir de las mediciones en $r = 0$ [cm].

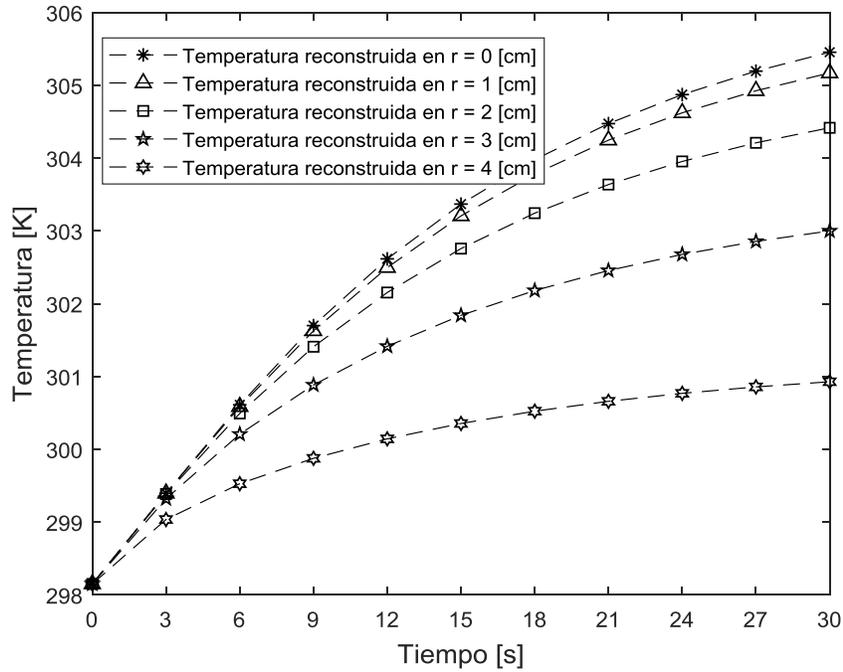


Figura 14. Temperaturas reconstruidas a partir de la información recogida del sensor en $r = 0$ [cm].

6.4.2 Caso B

Tomando los parámetros estimados para el caso B de la **Tabla 24** se reconstruye el perfil de temperatura en $r = 0$ tal como se muestra en la **Figura 15**. En esta, también se puede apreciar la temperatura teórica y la temperatura medida en dicha posición. Por otra parte, de la **Tabla 18** se observa que el error RMS de esta reconstrucción es de 0.32 por lo que se obtuvo una buena reconstrucción.

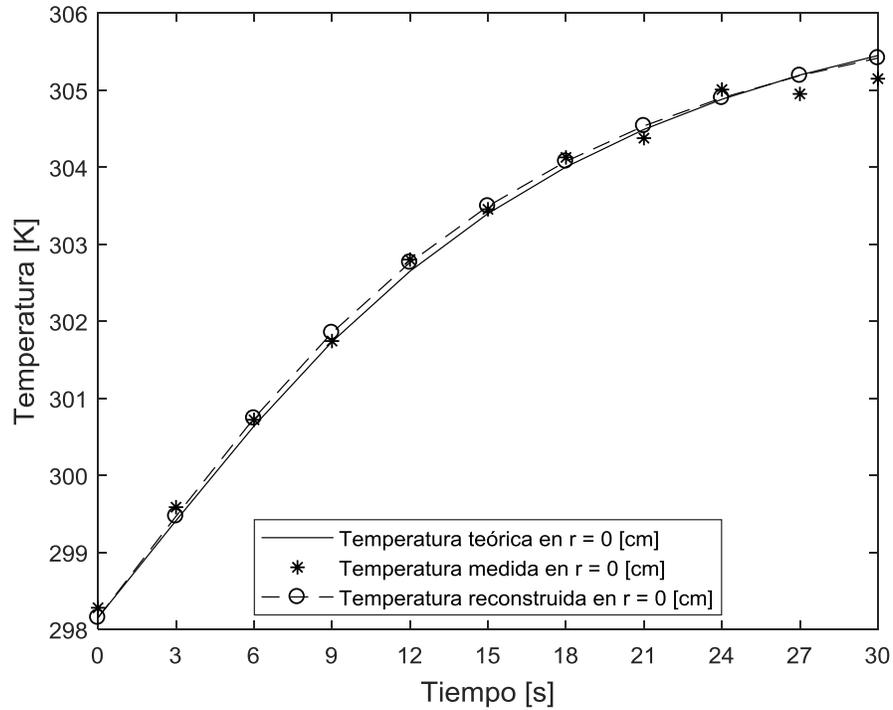


Figura 15. Comparación gráfica entre la temperatura teórica, la temperatura medida y la temperatura reconstruida en $r = 0$ [cm] para el caso B.

En la **Figura 16** se observa las temperaturas reconstruidas en las posiciones $r = 0, 1.5, 2.5, 3.5$ y 4.5 [cm] a partir de las mediciones en $r = 0$ [cm].

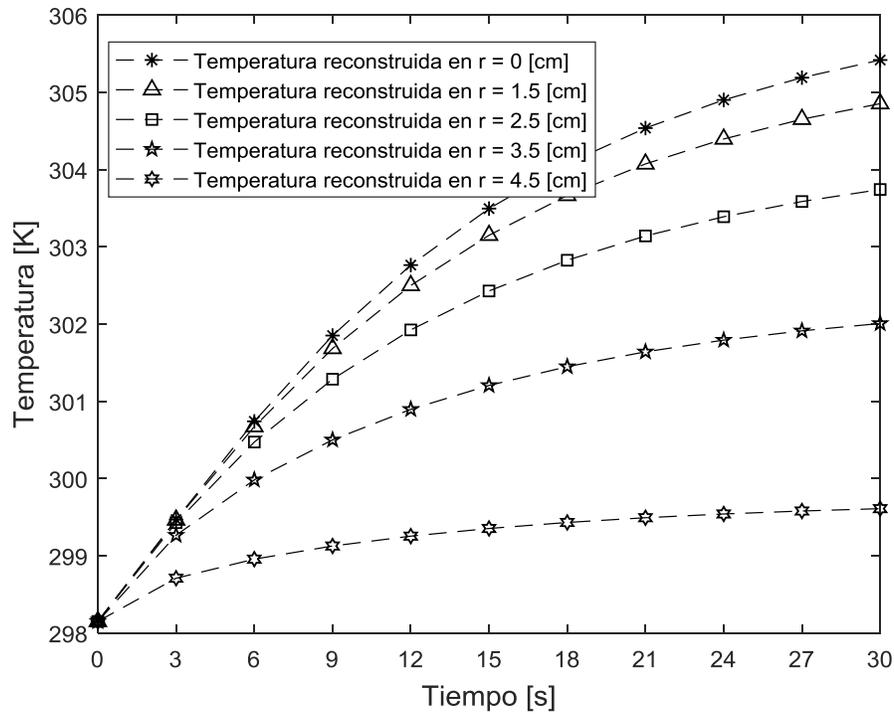


Figura 16. Temperaturas reconstruidas a partir de la información recogida del sensor en $r = 0$ [cm].

6.4.3 Caso C

Tomando los parámetros estimados para el caso C de la **Tabla 24** se reconstruye el perfil de temperatura en $r = 0$ (se omitieron las otras posiciones por motivos de mejorar su visualización) tal como se muestra en la **Figura 17**. En esta, también se puede apreciar la temperatura teórica y la temperatura medida en dicha posición. Por otra parte, de la **Tabla 18** se observa que el error RMS de esta reconstrucción es de 0.12 por lo que se obtuvo una buena reconstrucción.

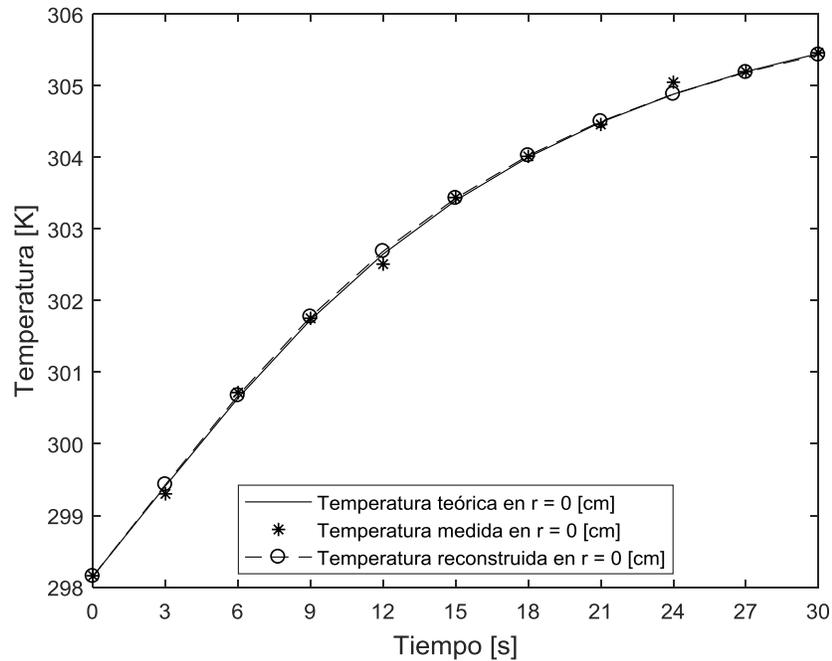


Figura 17. Comparación gráfica entre la temperatura teórica, la temperatura medida y la temperatura reconstruida en $r = 0$ [cm] para el caso C.

En la **Figura 18** se observa las temperaturas reconstruidas en las posiciones $r = 0, 1.5, 2.5, 3.5$ y 4.5 [cm] a partir de las mediciones en $r = 0, 1, 2, 3$ y 4 [cm].

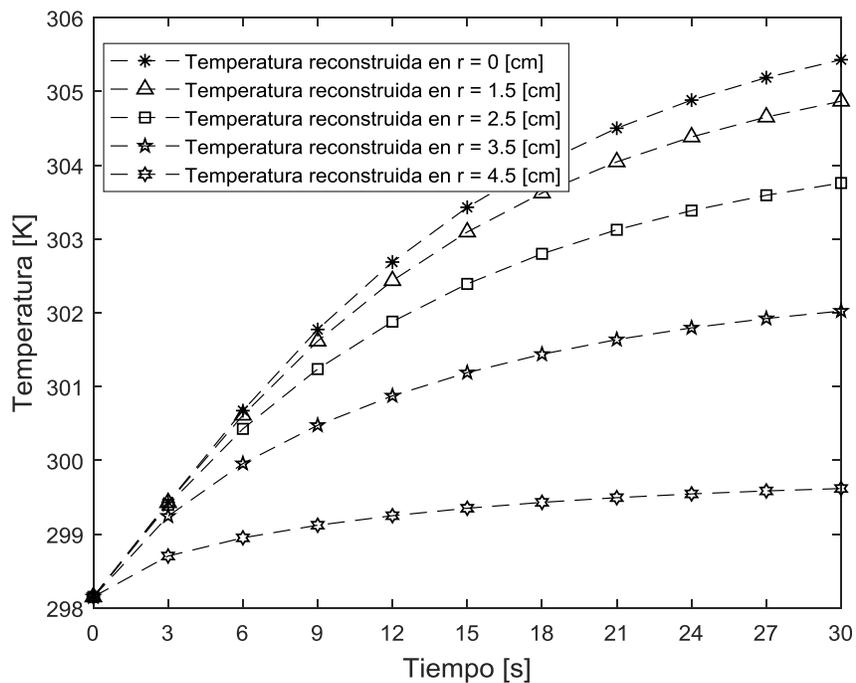


Figura 18. Temperaturas reconstruidas a partir de la información recogida del sensor en $r = 0, 1, 2, 3$ y 4 [cm].

6.5 Reconstrucción del flujo de calor

Tomando los parámetros estimados para el caso A de la **Tabla 24** se reconstruye el perfil del flujo de calor de temperatura en $t = 30$ [s] (se omitieron las reconstrucciones de los otros dos casos debido a su similitud) tal como se muestra en la **Figura 19**. En esta, también se puede apreciar el contorno del perfil de temperatura.

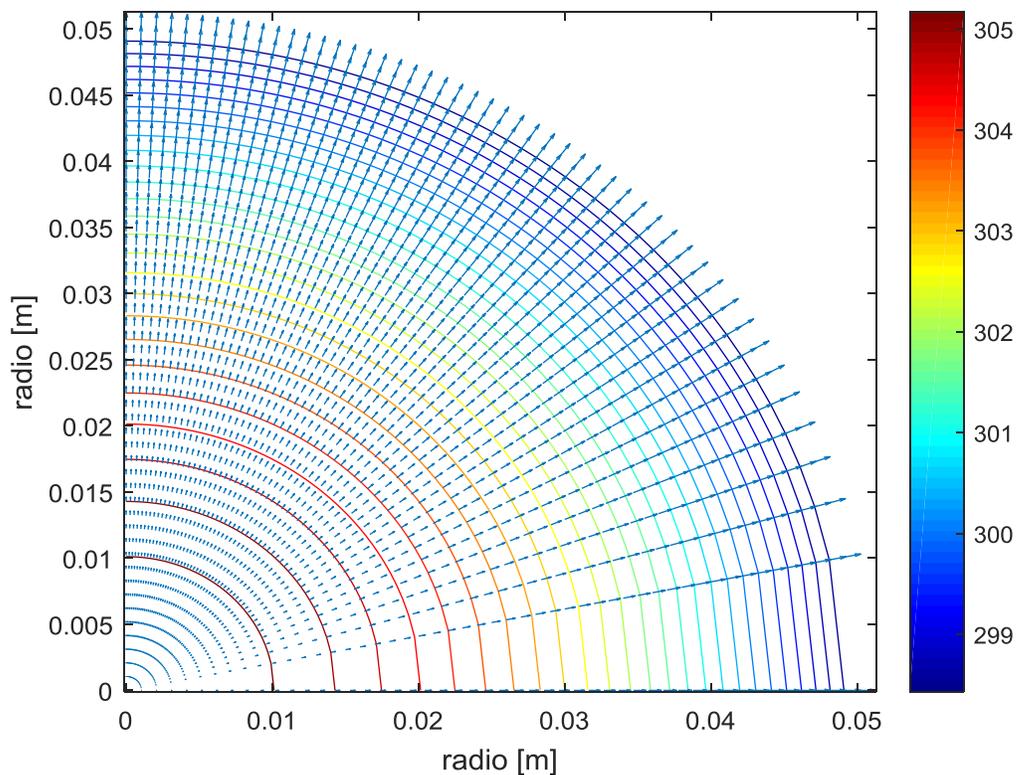


Figura 19. Perfil del flujo de calor reconstruido para el caso A en una sección del cilindro en $t = 30$ [s].

7 Conclusiones

En este documento se presentó una metodología para reconstruir perfiles de temperatura y de flujo de calor, a partir de mediciones de temperatura (simuladas en este caso). Dicha metodología consiste en definir un problema inverso para estimar la conductividad térmica (k) y la capacidad calorífica del material (c_p), y tratarlo como un problema de optimización. Durante esta investigación se utilizaron tres algoritmos de reciente creación (metaheurísticas), y se encontró que todos ellos se desempeñan satisfactoriamente (Errores RMS < 0.32), siempre y cuando el nivel de ruido presente en las mediciones sea mínimo (i.e., SNR ≥ 30 [dB]). Esto significa que la reconstrucción es altamente dependiente de la calidad de la medición, misma que se ve afectada por el montaje experimental y por la calidad de la instrumentación electrónica usada. Adicionalmente, se encontró una dependencia del número de sensores utilizados (sección 4.5). Así, a mayor número de sensores (caso C), mejora la calidad en la reconstrucción del perfil, entregando resultados 13% mejores que al hacerlo con un sensor normal (caso A) o, incluso, 180% mejores que al hacerlo con uno que exhibe alta variabilidad en sus mediciones (caso B).

En lo que respecta a los algoritmos de optimización, se observó que todos convergieron a los valores esperados (según el nivel de ruido presente en las mediciones). Sin embargo, al detallar el rendimiento de cada uno de ellos se detectó que el algoritmo de búsqueda en vórtice (VS) aventaja considerablemente a los demás algoritmos en cuanto a iteraciones y evaluaciones de la función objetivo, ver **Tabla 19**, **Tabla 21**, y **Tabla 23**.

Algunos trabajos futuros que pueden derivarse de esta investigación incluyen el análisis de diferentes materiales (con diferentes comportamientos), así como la inclusión de diferentes geometrías y características para la fuente de irradiación. Todo esto con el fin de cubrir más

escenarios y poder detectar condiciones en las que cada uno de los algoritmos utilizados en este trabajo se desempeñe adecuadamente.

Referencias Bibliográficas

- Adamczyk, W. P., Bialecki, R. A., & Kruczek, T. (2015). Retrieving thermal conductivities of isotropic and orthotropic materials. *Applied Mathematical Modelling*, *40*, 3410–3421. <http://doi.org/10.1016/j.apm.2015.10.028>
- Anritsu Meter co., L. (2017). Fiber Optic Thermometer. Retrieved October 16, 2017, from <http://www.anritsu-meter.com/meter/fl.html>
- Bradshaw, S., Wyk, E., & Swardt, J. (1998). Microwave heating principles and the application to the regeneration of granular activated carbon. *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, (August), 201–212.
- Carslaw, H. S., & Jaeger, J. C. (1959). The flow of heat in a infinite circular cylinder. In *Conduction of heat in solids* (2nd ed., pp. 187–213). Oxford University Press.
- Catalá-Civera, J. M., Canós, A. J., Plaza-González, P., Gutiérrez, J. D., García-Baños, B., & Peñaranda-Foix, F. L. (2015). Dynamic Measurement of Dielectric Properties of Materials at High Temperature During Microwave Heating in a Dual Mode Cylindrical Cavity. *IEEE TRANSACTIONS ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES*, *63*(9), 2905–2915.
- Cengel, Y. (2007). Introducción y conceptos básicos. In *Transferencia de Calor y Masa - Un enfoque práctico* (3rd ed., pp. 1–40). México, D.F.: McGraw-Hill Interamericana.
- Chen, L.-F., Ong, C. K., Neo, C. P., & Varadan, V. V. (2004). *Microwave Electronics, Measurement and Materials Characterization* (1st ed.). Wiltshire, Great Britain: John Wiley & Sons.
- Colaço, M. J., Orlande, H. R. B., & Dulikravich, G. S. (2006). Inverse and optimization problems in heat transfer. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, *28*(1), 1–24. <http://doi.org/10.1590/S1678-58782006000100001>
- Dasa, R. (2016). Identification of materials in a hyperbolic annular fin for a given temperature

- requirement. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 24(2), 213–233.
- Díaz, J. M., & Moreno, Á. H. (2017). *Aplicaciones industriales del calentamiento con energía microondas*. Universidad Técnica de Cotopaxi.
- Dogan, B., & Olmez, T. (2015). A new metaheuristic for numerical function optimization: Vortex Search algorithm. *Information Sciences*, 293, 125–145.
<http://doi.org/10.1016/j.ins.2014.08.053>
- Friedl, G., & Kuczmann, M. (2015). A New Metaheuristic Optimization Algorithm, the Weighted Attraction Method. *Acta Technica Jaurinensis*, 8(3), 257–266.
<http://doi.org/10.14513/actatechjaur.v8.n3.381>
- Grup d'Innovació per la Millora de la Docència en Estructura Propietats i Processat de Materials. (n.d.). Materials - Silicom Carbide. Retrieved June 16, 2016, from <http://www.ub.edu/cmematerials/es/content/carburo-de-silicio-sic>
- Huntul, M. J., Lesnic, D., & Hussein, M. S. (2017). Reconstruction of time-dependent coefficients from heat moments. *Applied Mathematics and Computation*, 301, 233–253.
<http://doi.org/10.1016/j.amc.2016.12.028>
- Mohebbi, F., & Sellier, M. (2016). Estimation of thermal conductivity, heat transfer coefficient, and heat flux using a three dimensional inverse analysis. *International Journal of Thermal Sciences*, 99, 258–270.
- National Research Council. (1994). Microwave applications. In *Microwave Processing of Materials*. Washington, DC: The National Academies Press. <http://doi.org/10.17226/2266>
- Necati Ozisik. (1985). Introduction and concepts. In A. Murphy & M. Eichberg (Eds.), *Heat transfer - abasic approach* (Internatio, pp. 1–18). Singapore: McGraw-Hill Book Co.
- Necati Ozisik, & Orlande, H. (2000). Basic Concepts. In *Inverse Heat Transfer - Fundamentals*

- and applications* (1st ed., pp. 1–17). New York: Taylor&Francis.
- Osepchuk, J. (1984). A History of Microwave Heating Applications. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 32(9), 1200–1224. <http://doi.org/10.1109/TMTT.1984.1132831>
- Sánchez, H. G., Uscátegui, J., & Gómez, S. (n.d.). Metodología para la detección de fallas en una estructura entramada metálica empleando las técnicasde análisis modal y PSO. *UIS Ingenierías*, 16(2), 43–50.
- Surjanovic, S., & Bingham, D. (2015a). Virtual library of simulation experiments: Functions and Datasets. Retrieved March 6, 2017, from <https://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html>
- Surjanovic, S., & Bingham, D. (2015b). Virtual library of simulations experiments: Test functions and datasets. Retrieved June 8, 2017, from <https://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html>
- Talbi, E.-G. (2009). Common Concepts for Metaheuristics. In *Metaheuristics, from Design to Implementation* (1st ed., pp. 1–79). New Jerrey: John Wiley & Sons.
- Tamura, K., & Yasuda, K. (2011). Spiral Multipoint Search for Global Optimization. In *2011 10th International Conference on Machine Learning and Applications and Workshops* (pp. 470–475). Anchorage, AK: IEEE. <http://doi.org/10.1109/ICMLA.2011.131>
- Vere Beck, J., & Kenneth, A. (1977). Introduction To Linear Estimation. In *Parameter Estimation in Engineering and Science* (pp. 130–212). New York: John Wiley & Sons.
- Williamson, C. (2017). Microwave Ovens. Retrieved October 16, 2017, from <http://www.williamsonir.com/microwave-ovens>
- Zúñiga-Cortés, F. A., Caicedo-Bravo, E. ., & López-Santiago, D. . (n.d.). Gestión óptima de la potencia eléctrica en una microrred conectada, basada en el algoritmo genético para

optimización multiobjetivo MOGA. *UIS Ingenierias*, 15(2), 17–33.

<http://doi.org/10.18273/revuin.v15n2-2016002>