

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Conocimiento especializado de una profesora que enseña Geometría: el caso de la planeación en
la Educación Primaria para grado segundo

Leider Aldair Barajas Gómez y Samuel David Rueda Robles

Trabajo de Grado para Optar el Título de Licenciado en Matemáticas

Directora

Dra. Jenny Patricia Acevedo Rincón

Doctora en Educación

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Matemáticas

Bucaramanga

2026

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Agradecimientos

Agradecemos profundamente a *todas las personas e instituciones* que nos acompañaron en la culminación de este trabajo de grado y de una u otra manera brindaron su respaldo durante todo el transcurso de nuestro pregrado, ayudando con nuestra formación profesional.

A la *Universidad Industrial de Santander*, la Facultad de ciencias y al semillero de investigación STEAM+H, por ser los espacios donde adquirimos los conocimientos y experiencias que hoy fundamentan nuestra labor docente. A la profesora Mafe, por permitir el desarrollo de esta investigación y a toda la comunidad educativa que aportó su granito de arena en nuestra formación

A nuestra asesora, *Jenny Patricia Acevedo Rincón*, quien nos guió y acogió en la etapa final de esta formación y tuvo la paciencia necesaria con estas “criaturitas” para finalizar este maravilloso proceso formativo apoyándonos de la forma más amable y atenta posible.

A todos *nuestros familiares*, por el apoyo incondicional, su amor y paciencia en cada etapa de esta formación. A nuestros compañeros y amigos, por sus palabras de aliento y por compartir con nosotros este camino académico.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Dedicatoria

A mi madre y mi padre, por estar en cada momento que necesité, por los esfuerzos que realizaron para ayudarme a cumplir mis sueños, por ser un gran apoyo y modelo de vida, por su compañía durante cada paso que di en mi proceso de formación y la infinita paciencia que tuvieron en este, por siempre sonreír cuando se complicaron las cosas y sus emotivas palabras que me invitaron a seguir, pues con el trabajo de sus manos y el fruto de los esfuerzos, no solo me acompañan en mi camino, también son mi fortaleza para seguir adelante.

A mis hermanos que con su ejemplo me guiaron para culminar mi etapa como profesional y querer superar cada desafío para lograr mi objetivo, por sus llamadas y a su manera, por motivarme a continuar mi camino profesional.

A mi prima Alejandra, quien siempre estuvo presente en mi proceso de formación, quien con sus mensajes, palabras, visitas y llamadas atendía mis temores y me daba fuerzas para avanzar.

A mi tía Beatriz, mi segunda madre, la persona que me ayudo en la decisión para elegir este camino tan bonito como lo es la docencia, gracias por tus consejos, por estar pendientes de mí, por acompañarme en todo mi proceso y alentarme a seguir, por cuidar de mi salud y siempre brindarme un hogar.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

A mi compañero de trabajo de grado Samuel, con el cual compartimos aventuras durante nuestro proceso de formación y culminamos esta etapa.

A Sofía, amor, gracias por tu apoyo, motivación y estar en esos momentos de soledad, siempre me motivaste a seguir y me mantenías enfocado en alcanzar mis metas, gracias por apoyarme durante toda esta etapa de y por ser parte de mí vida.

A mi gran amigo y hermano Jaime, "GORDO", cumplí el sueño que tuvimos desde nuestro bachillerato, sé que la vida nos llevó por caminos diferentes, por lo cual me veras obtener este reconocimiento desde lo más alto de los cielos, pero muy presente en mi corazón, gracias por todo lo que pudimos compartir, tú sabes cuánto me has ayudado, siempre serás la estrellita que guíe mi camino. Descansa "GORDO".

Este logro es de ustedes -A.B

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Dedicatoria

A mis *padres* por el apoyo incondicional y enseñarme a no rendirme en los momentos más difíciles, enseñarme que es la resiliencia, su aliento y siempre hacer las cosas con amor.

A mis *hermanos*, que a pesar de la distancia siempre estuvieron a mi lado en este camino con sus consejos y siempre confiar en mí.

A *Aldair* quien fue el compañero de aventura, su apoyo estuvo presente siempre para terminar este ciclo.

A “*LuisDa, Sebas Jhan*” y demás amigos que la matemática me dieron y siempre me brindaron su amistad y conocimiento.

A *mi amor*, quien estuvo conmigo en todo momento y me ayudó a disfrutar de este proceso.

Este logro es de ustedes.- *S.R*

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN	12
1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	14
1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	15
1.3. JUSTIFICACIÓN	15
1.4. OBJETIVOS	19
2. APROXIMACIÓN TEÓRICA.....	20
2.1. ANTECEDENTES	20
2.1.1. LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA.....	24
2.1.2. INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN EL EJERCICIO DOCENTE.....	26
2.1.3. INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN GEOMETRÍA	28
2.2. EL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR QUE ENSEÑA MATEMÁTICAS	30
2.2.1. SUBDOMINIO KOT	35
2.2.2. SUBDOMINIO KMT.....	37
2.3. PENSAMIENTO GEOMÉTRICO Y SU ENSEÑANZA	42
3. DISEÑO METODOLÓGICO	46

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

3.1 MÉTODO	47
3.2. FASES DE LA INVESTIGACIÓN	48
3.3. TÉCNICAS.....	49
3.4. CASO MAFE	51
3.5. DECLARACIÓN ÉTICA DE LA INVESTIGACIÓN.....	52
<u>4. ANÁLISIS DE RESULTADOS</u>	<u>52</u>
4.1. PLANEACIÓN IN DE MAFE.....	53
4.2. SELECCIÓN DE LAS IA GEN.....	57
4.3. PLANEACIÓN IA.....	66
<u>5. DISCUSIÓN.....</u>	<u>72</u>
<u>6. CONCLUSIONES</u>	<u>77</u>
<u>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	<u>79</u>
<u>APÉNDICES</u>	<u>92</u>

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Lista de Figuras

Figura 1. Modelo Mathematics Teacher Specializes Knowledge.....	31
---	----

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Lista de tablas

Tabla 1. Categorías asociadas al subdominio KoT	37
Tabla 2. Categorías asociadas al subdominio KMT	41
Tabla 3. Técnicas e instrumentos de recolección de información	50
Tabla 4. Listado de Inteligencias Artificiales (primera selección)	58
Tabla 5. Caracterización de Ias por cumplimiento de características.	60
Tabla 6. Caracterización por subdominios del MTSK.....	65

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Resumen

Título: Conocimiento especializado de un profesor que enseña Geometría: el caso de la planeación en la Educación Primaria para grado segundo^{1*}

Autor: Leider Aldair barajas Gómez(1), Samuel David Rueda Robles (2)^{2**}

Palabras Clave: MTSK, KoT, KMT, IA Gen, Semejanza, Educación Básica Primaria.

Descripción: Este proyecto surge para brindar una ayuda a los profesores con sus planeaciones de clase, con el fin de optimizar el tiempo que emplean en estas, analizando el conocimiento especializado que poseen un profesor de Básica Primaria en el área de geometría en el tema de semejanza. Para lograr este objetivo, se enmarca la investigación dentro de un enfoque cualitativo, por lo cual se realiza un análisis de contenido en IA Gen, correlacionada con el modelo MTSK, aplicando al estudio de caso de la profesora Mafe. Los hallazgos son presentados bajo la estructura de los subdominios KoT y KMT, resaltando el conocimiento especializado de la profesora, el cual en su mayoría se basa en su experiencia como docente, y se complementa con su capacidad de intentar nuevas estrategias, es así que acepta el uso de la IAGen y las sugerencias que estas les brindan para enriquecer sus planeaciones de clase. Finalmente se concluye que el modelo MTSK, delimita los conocimientos que tiene un profesor, permitiendo conocer sus potenciales y limitaciones, permitiendo la evolución de sus procesos y métodos de enseñanza y aprendizaje respecto a las Matemáticas.

^{1*} Trabajo de Grado

^{2**} Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Licenciatura en matemáticas. Director: Jenny Patricia Acevedo Rincón. Doctora en Educación.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Abstract

Title: Specialized Knowledge of a Teacher Who Teaches Geometry: The Case of Lesson Planning in Primary Education for Second Grade^{3*}

Author(s): Leider Aldair Barajas Gómez (1), Samuel David Rueda Robles (2)⁴

Key Words: MTSK, KoT, KMT, Gen AI, Similarity, Primary Basic Education.

Description: (This project arises to provide support for teachers in their lesson planning, aiming to optimize the time they spend on these tasks by analyzing the specialized knowledge possessed by a primary school teacher in the area of geometry, specifically on the topic of similarity. To achieve this objective, the research is framed within a qualitative approach, conducting a content analysis using Generative Artificial Intelligence (Gen AI), correlated with the MTSK model, and applied to the case study of teacher Mafe. The findings are presented following the structure of the KoT and KMT subdomains, highlighting the teacher's specialized knowledge, which is largely based on her teaching experience and complemented by her ability to experiment with new strategies. In this way, she accepts the use of Gen AI and the suggestions it provides to enrich her lesson planning. Finally, it is concluded that the MTSK model delineates the types of knowledge a teacher possesses, allowing for the identification of their strengths and limitations, and thereby supporting the evolution of their teaching and learning processes in relation to Mathematics.

^{3*} Degree Work

^{4*} Faculty of Sciences. School of Mathematics. Bachelor's degree in mathematics. Advisor: Jenny Patricia Acevedo Rincón, Ph.D. in Education.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Introducción

Planificar una clase de matemáticas en Educación básica Primaria, va más allá de seguir un esquema; implica conectar el conocimiento matemático del docente con estrategias pedagógicas efectivas, las necesidades y formas de aprender de los estudiantes. No es una tarea sencilla, ya que requiere un equilibrio entre lo que se enseña, cómo se enseña y cómo los niños comprenden mejor los conceptos. En este proceso, modelos como el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) resultan clave, pues ayudan a estructurar la enseñanza considerando distintos aspectos: el dominio de los temas matemáticos (KoT), la manera en que están organizados y relacionados entre sí (KSM) las prácticas matemáticas que fomentan el razonamiento y la resolución de problemas (KPM) Carrillo, Climent, Contreras & Muñoz-Catalán (2013).

La planeación de clases en matemáticas para la educación básica primaria requiere articulación de manera conjunta y rigurosa entre el conocimiento matemático del profesor, el conocimiento pedagógico. Vincular estos factores presenta un desafío para los docentes teniendo en cuenta el tiempo invertido para realizar una planeación de clase con inteligencia natural que aborde de manera efectiva los componentes antes mencionados. Es aquí donde la IA Gen aparece como una herramienta con gran potencial para optimizar los procesos de creación de planes de clase que permitan a los profesores dedicar mayor atención al diseño pedagógico basado en su conocimiento especializado. Esto requiere la elaboración de un *prompt* ligado al *conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (MTSK), involucrando el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) y el conocimiento de temas (KoT), se busca responder la pregunta de investigación ¿Qué características del conocimiento especializado del profesor se revelan en las prácticas de planeación didáctica al usar diversas Inteligencias Artificiales

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

generativa (IA Gen) en el ámbito de la semejanza y su enseñanza? El estudio busca analizar cómo a través de los conocimientos del profesor aplicando los subdominios KMT y KoT del MTKS puede automatizar las tareas de planeación del profesor para enseñar semejanza teniendo como referencia los lineamientos curriculares del MEN (2006), haciendo uso de la IA Gen para la estructuración de secuencias didácticas priorizando el conocimiento especializado del profesor.

Sustentamos esta investigación articulando el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) Carrillo-Yañez. (2018), los lineamientos curriculares del MEN (2006) y el potencial de la IA Gen como una herramienta para la optimización del tiempo en la planeación docente. El MTSK, y los subdominios son tenidos en cuenta para la realización de la planeación en segundo grado de primaria bajo el tema de semejanza. La inteligencia artificial y el conocimiento especializado del docente trabajarán en conjunto para realizar una planeación innovadora e inclusiva, bajo el modelo 5E con la cual se pretende reducir en gran medida el tiempo que el profesor gasta en hacerla con inteligencia natural.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

1. El problema de Investigación

En este apartado se presenta el planteamiento del problema y su formulación, para dar contexto a la situación que experimentan muchos profesores al momento de planear sus clases de matemáticas: no es suficiente con seguir una estructura, hay que lograr una conexión real entre lo que se enseña, cómo se enseña y cómo aprenden los estudiantes. Por esto se busca resaltar la importancia del uso de la Inteligencia Artificial en este proceso, como una herramienta con gran potencial para ayudar al profesor a pensar mejor sus clases, optimizando el tiempo y, sobre todo, proponiendo experiencias más significativas para los niños. Finalmente, se exponen los objetivos que orientan esta investigación, centrados en analizar qué tanto puede aportar la Inteligencia Artificial generativa en la planeación de clases sobre semejanza en segundo grado de primaria, basándonos en el Conocimiento Especializado del Profesor que Enseña Matemáticas.

1.1. Aproximación al problema

Planificar una clase de matemáticas en la Educación Básica Primaria, va más allá de seguir un esquema; implica conectar el conocimiento matemático del profesor con estrategias pedagógicas efectivas y, sobre todo, con las necesidades y formas de aprender de los estudiantes. No es una tarea sencilla, ya que requiere un equilibrio entre lo que se enseña, cómo se enseña y cómo los niños comprenden mejor los conceptos. En este proceso, modelos como el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas resultan clave, pues ayudan a estructurar la enseñanza considerando distintos aspectos: el dominio de los temas matemáticos, la manera en que están organizados y relacionados entre sí para su enseñanza y las prácticas matemáticas que fomentan el razonamiento y la resolución de problemas Carrillo, Climent, Contreras & Muñoz-Catalán, (2013).

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Por su parte, la planeación de clases en matemáticas para la Educación Básica Primaria requiere articulación de manera conjunta y rigurosa entre el conocimiento matemático del profesor, el conocimiento pedagógico y las necesidades de los estudiantes hacia quien va dirigida la clase. Vincular estos factores presenta un desafío para los profesores teniendo en cuenta el tiempo invertido para realizar una planeación de clase en la forma tradicional que aborde de manera efectiva los componentes antes mencionados. Es aquí donde la Inteligencia Artificial (IA) aparece como una herramienta con gran potencial para optimizar los procesos de creación de planeaciones didácticas de clase que permitan a los profesores dedicar mayor atención al diseño pedagógico basado en su conocimiento especializado. Esto requiere un estudio profundo sobre las instrucciones que se le deben dar a la IA, o en lenguaje propio de la herramienta *prompt* para alinearlos con los subdominios del modelo teórico del *Conocimiento especializado del profesor de Matemáticas* (MTSK), que en nuestro caso involucran el conocimiento de los temas (KoT) y de su enseñanza (KMT).

1.2. Formulación del problema

Este trabajo busca responder la pregunta: ¿Qué características del conocimiento especializado del profesor se revelan en las prácticas de planeación didáctica al usar diversas Inteligencias Artificiales Generativas (IA Gen) en el ámbito de la semejanza y su enseñanza?

1.3. Justificación

La cuarta revolución industrial (4RI) está tomando cada vez más importancia, ya que la inteligencia artificial está comenzando a transformar la forma en que enseñamos y aprendemos, abriendo las puertas a nuevas posibilidades de enseñanza en la educación, aspectos relevantes destacan que la 4RI promueve la integración de tecnologías como; esto es, la inteligencia artificial,

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

la robótica, el análisis de datos, entre otras. A diferencia de las revoluciones industriales anteriores, esta se caracteriza por la automatización, de múltiples tareas, optimización de tiempos y diversas propuestas, lo cual exige que los profesionales del siglo XXI desarrollen nuevas competencias a un ritmo acelerado Schwab (2016), UNESCO (2021).

Es por esto que hacer estudios sobre la IA en la educación resulta importante, ya que enriquece las prácticas docentes. Así lo señala la UNESCO (2021), al indicar el potencial de la IA para abordar desafíos de la educación e innovación de las prácticas de enseñanza y del aprendizaje, acelerando el progreso. Así se reconoce a la IA como un elemento clave en la innovación de la enseñanza, pues en palabras de Mittal et al. (2024), la IA tiene un inmenso potencial para promover experiencias de aprendizaje personalizado, generar contenidos y soporte educativo. Lo cual demuestra que la IA puede ajustarse a los ritmos y estilos de aprendizaje de cada estudiante, mejorando su proceso de aprendizaje y no se queda acá, pues también puede crear materiales didácticos más variados y acordes con las realidades del entorno escolar, ajustado a los objetivos del profesor, además ofrece una retroalimentación inmediata, aportando a la enseñanza y al aprendizaje, ofreciendo puntos diferentes del conocimientos para que profesores y futuros profesionales en educación afronten los desafíos de la 4RI.

Para resolver los nuevos desafíos de enseñanza, la formación del profesor se vuelve aún más importante, dado que al estudiar las nuevas tecnologías, nos ofrecen herramientas como la IA, la cual está transformando la educación. De acuerdo con la UNESCO (2021) la automatización que permite la IA puede reducir la carga administrativa del profesorado, permitiéndoles dedicar más tiempo a la enseñanza, lo cual ayuda a que los profesores centren su esfuerzo en la realización de procesos pedagógicos de mayor importancia. Sin embargo, todo este potencial no se refleja en

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

la formación docente actualmente. Es así como Tang et al. (2025) identifican un *desequilibrio significativo* en el desarrollo de los estudios que implican el uso de la IA en Educación: el 65% de los estudios se centran en aplicaciones en el aula, mientras que solo el 35% abordan el desarrollo profesional docente; lo que implica las limitaciones de estas herramientas al comprender un uso limitado, casi exclusivamente para automatizar tareas del estudiante. Esto nos invita a enriquecer la formación del profesor en el uso ético, crítico y efectivo de la IA. Para eso, la UNESCO (2021) ha propuesto un marco de competencias para profesores que integra el uso responsable y consciente de la IA en la educación, centrándose principalmente en que los profesores comprendan los riesgos, pero también los aportes que la IA nos da para el aula de clase, y así implementen nuevas formas de enseñar.

Teniendo en cuenta los aportes de la UNESCO en la formación de profesores en IA, para esta investigación va a resultar clave evidenciar las contribuciones de la IA en el campo de la Educación Matemática. Al tener herramientas tecnológicas que ayuden a la enseñanza de conceptos abstractos y la planeación de clases más acorde a las necesidades de los estudiantes. Conforme señala Chandler (2024), los usos de la IA en la enseñanza de las matemáticas son ricos, multifacéticos y en constante crecimiento. Por tanto, con ayuda de la IA generativa (IA Gen), es posible adaptar problemas matemáticos a situaciones reales, ajustar el nivel de dificultad y dar representaciones más visuales, que antes del uso de la IA eran muy complejas de entender debido a su nivel de abstracción, favoreciendo la comprensión de conceptos, como la semejanza, proporcionalidad, modelación, entre otros, dado que las potencialidades de la IA como la optimización del tiempo de aprendizaje y la retroalimentación oportuna, empoderan a los futuros

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

profesores para el diseño de experiencias con un aprendizaje más efectivas y significativas, como lo afirma Opesemowo (2024).

La llegada de la IA, así como en su tiempo fue la aparición del internet o la integración de la calculadora, promueve la reflexión sobre el rol docente, quien también hace énfasis en la necesidad de enseñar a los estudiantes a interpretar críticamente los resultados y ayudas que nos da la IA, para fomentar el pensamiento matemático. Chandler (2024) afirma que se debe explorar con cuidado las posibilidades y ramificaciones de la implementación de la IA en la enseñanza de las matemáticas, ya que permite avanzar y llevar estas herramientas al salón de clases, en especial a los primeros niveles de educación básica primaria.

Los profesores al considerar el impacto de la IA en la enseñanza de la Educación Básica Primaria (EBP), dado que es una etapa decisiva para el desarrollo de los pensamientos lógico, espacial y cuantitativo. Sobre lo cual, Awang et al. (2025) señalan que la IA permite un mejor análisis de datos, retroalimentación automatizada y creación de entornos de aprendizaje interactivos y atractivos, en este nivel educativo. La IA ayuda a generar problemas contextualizados, promover la modelación matemática, dadas las instrucciones proporcionadas por el docente a cargo de los estudiantes, pues la constante observación de sus alumnos le permite obtener un análisis detallado de las falencias o dificultades que estos presente; además con la IA se ofrece una retroalimentación inmediata, facilitando el desarrollo de habilidades del pensamiento lógico y la resolución de problemas, corrigiendo errores y superando las adversidades que se presentan en el aula. Awang et al. (2025) identifican diversas herramientas de IA específicas para la enseñanza de matemáticas, como aquellas orientadas a resolver problemas o las que se dedican a representar gráficamente conceptos, utilizando de manera óptima y ética estas

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

herramientas, refuerzan el aprendizaje individual a través de sistemas de una tutoría inteligente y un aprendizaje adaptativo, el cual se ajusta a los contenidos, según el nivel de conocimiento y el avance que muestre el estudiante.

1.4. Objetivos

La investigación en curso tiene como propósito, analizar el uso efectivo de la IA en la enseñanza de las matemáticas a partir de las prácticas de planeación de los profesores que enseñan matemáticas escolares en segundo grado de educación básica primaria, evidenciando las contribuciones en términos de optimización del tiempo, calidad de la planeación, y diversidad de las propuestas didácticas. Para esto, se pretende alcanzar los siguientes objetivos:

- Caracterizar el subdominio del *conocimiento didáctico del contenido (KMT)* mediante el análisis de las planeaciones didácticas de un profesor que planea con IA generativa el tópico de semejanza para reconocer el conocimiento de las estrategias y teorías de enseñanza aplicables a segundo grado de Educación Básica Primaria.
- Caracterizar el subdominio del *conocimiento de los temas (KoT)* a partir de las planeaciones didácticas del profesor que enseña semejanza para reconocer las definiciones, fenomenología, registros de representación, propiedades y procedimientos en las definiciones, propiedades y procedimientos en segundo grado de Educación Básica Primaria.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

2. Aproximación Teórica

El presente capítulo expone los fundamentos conceptuales que sustentan la investigación, abordando la integración de la inteligencia artificial en los procesos de planeaciones de clases, específicamente en el contexto de la enseñanza de la geometría en segundo grado de primaria. Para esto, se realiza un análisis del modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) propuesto por Carrillo et al. (2018), el cual explica los subdominios del conocimiento matemático-didáctico necesarios para una enseñanza efectiva del pensamiento geométrico. Asimismo, se estudia los aportes recientes de la IA en el ámbito educativo, su potencial como herramienta de apoyo en la planeación de clases y los retos que plantea su implementación en escenarios escolares reales UNESCO (2023); Tang et al. (2025). El MTSK proporciona las bases para el análisis de las planeaciones elaboradas, considerando su coherencia con los propósitos educativos, las exigencias del currículo y las necesidades formativas de los estudiantes en el área de geometría. Finalmente, se incluye una revisión de investigaciones previas sobre el uso de tecnologías emergentes en la enseñanza de las matemáticas, así como una reflexión sobre la relevancia de estas herramientas para fortalecer la práctica docente y promover aprendizajes significativos.

2.1. Antecedentes

Para el desarrollo de esta investigación fue necesario realizar una revisión bibliográfica, en bases de datos de red como, *Scopus AI*, *WoS*, tesis de maestrías, artículos científicos y demás publicaciones de repositorios institucionales. Tales investigaciones son antecedentes que dan soporte al presente estudio permitiendo recolectar datos y analizar la información sobre la problemática planteada. Estas investigaciones están enfocadas en el uso del modelo MTSK de

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Carrillo et. al. (2018), abordando los subdominios KoT y KMT, donde se busca analizar el uso efectivo de la IA en la enseñanza de las matemáticas escolares a partir de las prácticas de planeación de los profesores que enseñan geometría en segundo grado de educación básica primaria. Con base en estas relaciones se estructura el apartado de los antecedentes utilizando las siguientes fórmulas de búsqueda.

La búsqueda “inteligencia artificial” AND “Educación Básica Primaria” permitió reunir un conjunto amplio y diverso de estudios que muestran cómo la IA ha dejado de ser solo una idea del futuro para convertirse en una herramienta real en las aulas. Desde una mirada más conceptual, Schwab (2016), plantea que la inteligencia artificial es uno de los motores de la 4RI y destaca su enorme potencial para transformar la educación. Según Schwab (2016), desde un punto de vista más conceptual, se refiere a la IA como uno de los motores de la 4RI y resalta la gran capacidad que tiene para transformar la educación. Respecto al tema, la UNESCO (2021; 2023; 2025) ha planteado directrices claras con el fin de que docentes y estudiantes de primaria desarrollen o fortalezcan competencias digitales de manera ética.

En un escenario más cotidiano, autores como Gonzabay Suárez y León Borbor (2024), destacan que muchos profesores, de manera autodidacta, están haciendo uso de la inteligencia artificial para automatizar tareas repetitivas, y esto les está liberando tiempo para enfocarse en su verdadera labor: acompañar a sus estudiantes. De igual manera, Ríos Álvarez (2025), refuerza esta idea al decir que la automatización contribuye a reducir la carga laboral del profesor, permitiéndole enfocarse en lo pedagógico

A su vez, Correia et al. (2024) y Arslan et al. (2024) mencionan que las herramientas generativas y los sistemas inteligentes permiten adaptar las actividades de aprendizaje al ritmo y

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

estilo de cada estudiante, personalizando la enseñanza de manera significativa. Finalmente, en cuanto al conocimiento profesional docente, Ball, Thames y Phelps (2005; 2008) introducen el concepto de “conocimiento para la enseñanza”, una idea que retoman Aguilar, Muñoz-Catalán y Carrillo (2019), al estudiar cómo las tecnologías emergentes, como la inteligencia artificial, están fortaleciendo el dominio conceptual de los docentes y a su vez brindando un apoyo a las prácticas pedagógicas que realizan en los primeros grados.

En segundo lugar, la fórmula de búsqueda “inteligencia artificial” AND “ejercicio docente” permitió profundizar en cómo la IA potencia el conocimiento especializado del profesor, específicamente en las dimensiones KoT y KMT (entendiendo el término KoT como el conocimiento del contenido y el KMT como el conocimiento didáctico del contenido), según el modelo MTSK propuesto por Carrillo et. Al. (2018). Así se formula la búsqueda “inteligencia artificial” OR “ejercicio docente” AND “KoT”, la cual Lloret, González y Raboso (2022), explican cómo las representaciones dinámicas generadas por la IA ayudan al profesor, anticipando errores conceptuales que se puedan presentar o se hayan omitido en una primer elaboración, enriqueciendo sus explicaciones mediante visualizaciones interactivas; de la misma manera, el uso de sistemas de IA que analizan datos de desempeño estudiantil para generar rutas de aprendizaje personalizadas definido por Li y Manzari (2025), ofrece al profesor una guía clara sobre qué contenidos y cómo reforzarlos.

Para la búsqueda de “inteligencia artificial” OR “ejercicio docente” AND “KMT”, Portero 2023 y Vásquez et al. (2024) afirman que la retroalimentación inmediata ofrecida por estas herramientas se puede ajustar a los recursos, reformulando las preguntas más pertinentes y permiten la aplicación de evaluaciones formativas con una mayor precisión; perspectiva

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

complementa con los aportes de Flores-Medrano et al. (2016), quienes argumentan que la IA, brinda múltiples representaciones de un mismo concepto, enriqueciendo el repertorio didáctico del profesor y promoviendo una reflexión crítica sobre su práctica.

Finalmente la búsqueda “inteligencia artificial” AND “geometría” nos permitió ver y analizar cómo la IA se ha convertido en una herramienta clave, fortaleciendo la enseñanza de las áreas del conocimiento, en este caso la geometría, principalmente en los primeros grados de la educación básica primaria, estudios como los de Díaz et al. (2020); Arrieta et al. (2022); Sierra et al. (2022) coinciden en que la IA tiene gran potencial para mejorar el pensamiento espacial y el razonamiento geométrico, gracias al uso de entornos virtuales, simulaciones y tutorías inteligentes que hacen el aprendizaje más cercano, interactivo y motivador. Estas herramientas permiten adaptar los contenidos al ritmo de cada estudiante, facilitando la comprensión de conceptos como figuras, formas y relaciones espaciales, incluso en quienes tienen más dificultad para visualizar ideas abstractas. En esta misma línea, Huang y Spector (2023) y Tang (2022) muestran que las visualizaciones adaptativas generadas con IA ayudan a formar imágenes mentales más claras y también impulsan el pensamiento metacognitivo, al ajustar la complejidad de las tareas según lo que cada niño o niña necesita, señalando que estas ayudas visuales permiten concentrarse en lo principal sin perderse en datos innecesarios como lo resaltan Janzen y MacGregor (2023).

El rol activo del estudiante obtiene más fuerza con los aportes de García y Martínez (2021), ya que muestran cómo al interactuar con estas tecnologías, los niños exploran, pero, van más allá y se animan a formular conjeturas, validar hipótesis, incrementando su interés y motivación por aprender, hallazgo que coincide por lo planteado en la revisión sistemática de Awang, Yusop y Danae (2025). Sin embargo, Yusuf (2025) llama la atención sobre la importancia de cuidar la

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

privacidad de los datos y garantizar un acceso equitativo a estas tecnologías. Además, Fernández y López (2020) hacen un llamado a no dejar de lado los materiales manipulativos, recordando que en los primeros grados el aprendizaje geométrico también necesita del contacto con lo concreto, lo que permite mantener ese componente sensorial tan importante. En resumen, la inteligencia artificial, bien utilizada, puede enriquecer de manera significativa la enseñanza de la geometría, siempre que se acompañe con criterios éticos, apoyo pedagógico y un equilibrio entre lo digital y lo tangible. Con base en estas relaciones se estructura el apartado de los antecedentes en tres categorías: (i) la inteligencia artificial en la Educación Básica Primaria; (ii) inteligencia artificial en el ejercicio docente; y, (iii) inteligencia artificial en geometría.

2.1.1. La inteligencia artificial en la Educación Básica Primaria

Diferentes transformaciones han surgido en la educación, a partir de la incorporación de nuevas herramientas, como la inteligencia artificial (IA). Particularmente, la IA en Educación Básica Primaria, emerge con un alto potencial transformador de la práctica docente, ya que su incorporación no solo ha permitido optimizar las labores administrativas, sino que además generar espacios para una enseñanza más personalizada, creativa y enfocada en el aprendizaje significativo.

Diferentes investigaciones coinciden en señalar que la IA enriquece el quehacer pedagógico facilitando la mediación docente, reajustando la planificación didáctica y brindando nuevas formas de evaluación del conocimiento como lo afirman Gonzabay Suárez y León Borbor, (2024); Ríos Álvarez (2025); Correia et al. 2024; Camargo y Moreno (2017). Estudios como los de Gonzabay Suárez y León Borbor (2024), revelan cómo los profesores comenzaron de forma autodidacta a aplicar la IA, reconociendo sus beneficios para personalizar el aprendizaje, reducir

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

la carga laboral Gonzabay, Suárez y León Borbor (2024); Ríos Álvarez (2025) y adaptar las estrategias en las necesidades del aula Gonzabay, Suárez y León Borbor (2024); Correia et al. (2024).

Adicionando lo destacado por Camargo y Moreno (2017) quienes destacan la importancia del acompañamiento docente en la enseñanza de la geometría en los primeros grados, subrayando que la integración de tecnologías como la IA se realice en pro de una perspectiva pedagógica activa, concreta y ética, especialmente en áreas como el desarrollo del pensamiento espacial, sustentando la idea de que la IA, bajo la correcta implementación, puede ser una aliada específica para el fortalecimiento del rol docente en la educación, enfatizando en la educación básica primaria.

Estos estudios evidencian que la presencia de la IA en la educación básica primaria no es una proyección futura, sino una realidad que solicita atención desde la formación docente inicial y continua. Para la enseñanza de la geometría en grado segundo, el uso de tecnologías inteligentes puede apoyar al profesor en la organización de secuencias didácticas, en el seguimiento de los avances de los estudiantes y en la diversificación de representaciones del contenido, lo cual se relaciona directamente con los subdominios KMT y KoT del modelo MTSK de Muñoz-Catalán et al. (2015).

Ambos subdominios son clave para analizar el dominio del profesor en los diversos contenidos y en cómo los adapta, representa y comunica pedagógicamente a sus estudiantes, en los temas de semejanza. El desafío, entonces, no es sólo técnico, sino también formativo, ya que los profesores se preparan para tomar decisiones fundamentadas que integren la tecnología como

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

una aliada, sin perder de vista lo educativo y el respeto por los procesos individuales de aprendizaje.

2.1.2. Inteligencia artificial en el ejercicio docente.

Hoy en día no se puede desconocer la implementación de herramientas tecnológicas en el rol docente en la educación básica primaria o en general, específicamente la IA, ya que estas obligan al cambio en las formas de enseñar y aprender. Esta transformación no se limita al uso técnico, sino que solicita directamente el conocimiento de los profesores sobre lo que enseñan y la manera de enseñanza. Desde el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), se piensa en cómo la IA puede fortalecer dos subdominios que describen el saber del profesor, estos son KoT y KMT.

El KoT hace referencia al conocimiento profundo que tiene el profesor sobre un contenido matemático en particular, en si comprende bien un tema, puede explicarlo con claridad, anticipar dificultades y conectar ideas entre sí, ya sea que presente dificultades o busque enriquecer su conocimiento, la IA aparece como una aliada que no lo sustituye, pero sí apoya y amplía esa comprensión, además, las herramientas basadas en inteligencia artificial le permiten, por ejemplo, visualizar conceptos geométricos de formas dinámicas diferentes a las pensadas por él, lo que puede facilitar una mejor explicación a los estudiantes Lloret, González y Raboso (2022). Estas herramientas también le ayudan a identificar errores frecuentes o dificultades conceptuales, que presenten los estudiantes, además de sugerirle rutas de aprendizaje y detectar temas en los que necesitan refuerzos como lo definen Li y Manzari (2025); lo cual ofrece información valiosa para ajustar futuras las planeaciones por parte del profesor.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Ahora bien, comprender un tema no basta, es necesario saber cómo enseñarlo, y es aquí donde entra en juego el subdominio KMT, el cual relaciona las decisiones pedagógicas que el profesor toma al diseñar clases, escoger recursos, formular preguntas o evaluar; aspecto, en el cual la IA también puede ofrecer herramientas interesantes, pues según Portero (2023) y Vásquez et al. (2024), los aportes más valorados por los profesores es la posibilidad de personalizar la enseñanza y gracias al análisis de datos, los profesores pueden entender mejor cómo aprenden sus estudiantes, y adaptar sus estrategias de enseñanza a esos ritmos y estilos.

Además, las IA brindan representaciones alternativas de un mismo contenido, lo cual enriquece la enseñanza al permitir que los estudiantes se aproximen al conocimiento matemático desde diferentes formas de pensamiento, es así que Flores-Medrano et al. (2016) y Arias Cardona (2020) señalan como el conocimiento didáctico no surge de la nada, por el contrario se construye cuando el profesor conecta lo que sabe del contenido con su experiencia al enseñar y reflexiona sobre lo ocurrido en el aula; esta retroalimentación puede guiar al profesor a tomar decisiones más precisas y oportunas Lloret, González & Raboso (2002), lo cual es fundamental en el marco del KMT, pues lo pedagógico siempre está sujeto a intervenciones para mejorar.

Finalmente, la inteligencia artificial no viene a reemplazar al profesor, sino a brindar nuevas formas de pensar y ejercer su rol. Bien utilizada, puede fortalecer tanto el conocimiento del contenido como las decisiones pedagógicas tomadas por el profesor, las cuales permiten que ese conocimiento llegue de manera significativa a los estudiantes, siendo clase que el profesor mantenga siempre la dirección de lo pedagógico, usando la tecnología como apoyo y no como su sustituto, y confiando en su saber profesional como guía del proceso educativo.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

2.1.3. Inteligencia artificial en geometría

La geometría es una de las áreas que más despierta curiosidad en los estudiantes de primeros grados, ya que, debido a la observación de formas, construcción de figuras e identificación de patrones, capta fácilmente la atención de los estudiantes y facilita su comprensión. Sin embargo, desde el punto de vista del docente, representa retos importantes cuando se trata de hacer que las ideas conceptuales de la geometría cobren sentido para los estudiantes. Es en este punto donde la IA emerge como una herramienta valiosa que no solo permite un acceso más rápido y completo a contenidos teóricos, sino también brinda diversas formas de enseñar y mejorar el apropiamiento de conceptos espaciales desde edades tempranas.

Una de las contribuciones más significativas de la IA en el aula de geometría es la posibilidad de crear entornos de aprendizaje adaptativos, en los cuales se refuerza el trabajo tradicional, y a su vez permite adecuar los contextos a experiencias personalizadas que responden al ritmo y estilo de aprendizaje de cada estudiante, es así que Huang y Spector (2023) mencionan cómo las visualizaciones adaptativas, guiadas por algoritmos inteligentes, permiten a los niños explorar conceptos geométricos de forma dinámica y significativa, lo cual favorece la formación de imágenes mentales más sólidas y el desarrollo del pensamiento espacial; por su parte, en investigaciones recientes Sun y Tang (2022) han mostrado cómo los entornos de aprendizaje adaptativos basados en IA pueden integrarse de forma efectiva en contextos de aula, respetando las condiciones y necesidades reales del entorno escolar, ofreciendo retroalimentación inmediata, y permitiendo ajustar los desafíos a medida que los estudiantes avanzan, esto promueve el pensamiento metacognitivo y el aprendizaje autónomo Opesanwo y Adewuyi (2024). Dicho tipo

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

de ayuda visual reduce la sobrecarga cognitiva, permitiendo a los estudiantes concentrarse en entender el concepto geométrico Janzen y MacGregor (2023).

Además, el uso de herramientas de IA puede fomentar la formulación de hipótesis y la identificación de patrones visuales, habilidades clave en la construcción adecuada del pensamiento matemático, principalmente en los primeros grados. García y Martínez (2021) evidencian cómo, al interactuar con representaciones dinámicas, los estudiantes pueden formular suposiciones, probarlas y ajustarlas en función de lo que observan, lo que convierte el aula de clase en un espacio de experimentación activa y reflexión, además, la motivación y el compromiso con el aprendizaje también se ven beneficiados con estas tecnologías, pues Awang, Yusoff y Lee (2025) señalan que la incorporación de inteligencia artificial en la enseñanza de materias como la geometría no solo capta la atención de los estudiantes, sino que les ofrece un entorno más participativo, donde pueden explorar, equivocarse y volver a intentar, sin temor al error, dando confianza a los estudiantes y despertando su curiosidad.

Ahora bien, no todo son beneficios automáticos, ya que, el uso de IA en la enseñanza de la geometría también plantea desafíos éticos y pedagógicos importantes que cabe la pena resaltar, como afirma Yusuf (2025) el respeto por la privacidad de los datos y la necesidad de garantizar condiciones de equidad en el acceso a estas tecnologías son temas que no pasan desapercibidos. Además, Fernández y López (2020), nos recuerdan que la enseñanza no solo de la geometría, no depende exclusivamente de lo digital, es igualmente necesario combinar estas herramientas que nos brinda la tecnología, con materiales manipulativos y experiencias concretas, especialmente en los primeros grados, donde el aprendizaje está profundamente ligado a lo corporal y lo sensorial.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

En definitiva, la IA no sustituye el rol del profesor, sino que amplía sus posibilidades y le muestra diversos escenarios, permitiéndole diversificar las formas de enseñar y de representar los conceptos geométricos, adaptándose a la diversidad del aula. Pero sigue siendo el maestro quien, con su sensibilidad pedagógica, decide cómo y cuándo utilizar estas herramientas, siempre con el objetivo de lograr el aprendizaje esperado en sus estudiantes, encontrando un equilibrio entre lo tecnológico y lo humano, entre lo adaptativo y lo significativo.

2.2. El conocimiento Especializado del profesor que enseña Matemáticas

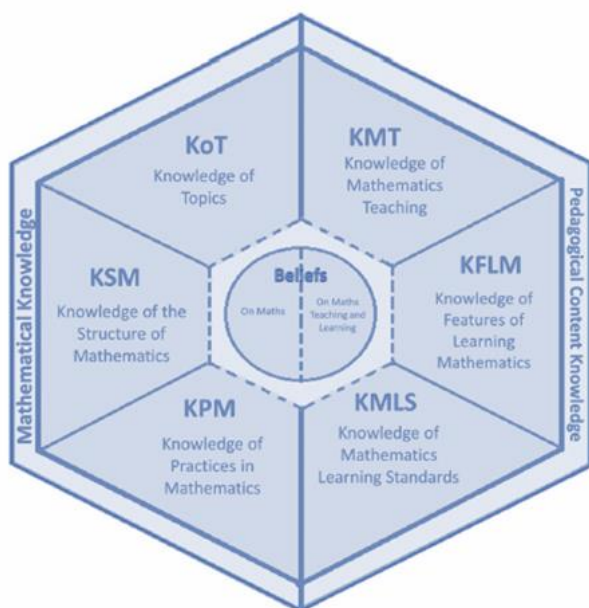
El conocimiento especializado del profesor ha sido desde hace décadas objeto de estudio, especialmente desde el trabajo investigativo de Shulman (1986) quien realizó la distinción entre el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido (PCK, por sus siglas en inglés). Esta línea fue profundizada por investigadoras como Ball, Thames y Phelps (2005), quienes propusieron una estructura más detallada del conocimiento matemático para la enseñanza, identificando dimensiones específicas que los profesores conocen y dominan. Según Ball et al. (2005), “los maestros necesitan entender el contenido que enseñan y también cómo los estudiantes aprenden este contenido” (p. 14), destacando así la necesidad de un conocimiento profundo y especializado que va más allá del dominio disciplinar.

Dicho conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés), propuesto por Carrillo et al. (2018), nos presenta una evolución importante al reconocer que el conocimiento especializado del profesor se enfoca no solo en su conocimiento disciplinar (Matemáticas), sino que, además, se especializa en su enseñanza. En sus inicios, estos estudios fueron realizados de manera empírica con profesores de educación primaria Carrillo et al. (2018)

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

y propone una estructura del conocimiento del profesor detallada y realista en las prácticas docentes desarrolladas en el aula, que puede usarse en todos los niveles educativos.

Figura 1. Modelo Mathematics Teacher Specializes Knowledge



Fuente: Carrillo et. al. (2018)

Nota. Representación del modelo del conocimiento especializado del profesor que enseña matemáticas, con sus respectivos dominios y subdominios.

En la parte izquierda de la figura 1, se sitúa el Conocimiento Matemático (MK, por sus siglas en inglés), este conocimiento encierra lo que es el manejo profundo de la matemática como disciplina, y de las conexiones internas entre sus conceptos. Aquí es donde no solo domina definiciones y propiedades, sino que también sabe anticipar posibles errores y mostrar sus propias ideas con las de sus estudiantes. Tal como señalan Carrillo et al. (2018), MK es “una red de conocimiento estructurado(...)” (p. 6) que permite facilitar la enseñanza de contenidos a través de

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

la comparación entre las conjeturas del profesor y la de los estudiantes. Este dominio a su vez se divide en 3 subdominios: el *Knowledge of Topics* (KoT, por sus siglas en inglés) centrándose en el dominio de los conceptos, propiedades y múltiples formas de representación. el *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM, por sus siglas en inglés), que abarca la visión de la matemática como un todo interrelacionado; y el *Knowledge of Practices in Mathematics* (KPM, por sus siglas en inglés), referido al saber hacer matemático, es decir, a las estrategias de razonamiento y resolución de problemas típicas de la disciplina.

Del lado derecho encontramos el dominio Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK, por sus siglas en inglés) que encierra las habilidades y decisiones didácticas necesarias para llevar eficazmente ese conocimiento matemático al aula de clase. Escudero-Ávila & Carrillo (2020) lo definen como las “formas de profundizar el contenido matemático...” (p. 17) con el fin de enseñar y aprender, esto se refleja en la selección de recursos, formulación de preguntas y adopción de las evaluaciones. Dentro de PCK se distinguen también tres subdominios: el *Knowledge of Features in Learning Mathematics* (KFLM, por sus siglas en inglés) donde se aborda cómo aprenden los alumnos y qué dificultades presentan; el *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT por sus siglas en inglés), que reúne las estrategias, metodologías y materiales (físicos o digitales) para diseñar actividades de enseñanza; y el *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS por sus siglas en inglés), que muestra la alineación de la práctica docente con los objetivos y estándares curriculares establecidos.

Por último, en el centro del modelo se sitúa el dominio de las creencias y concepciones del profesor acerca de las matemáticas como disciplina y de su propia labor docente. Santana y Climent (2015) advierten que, más allá de facilitar el acceso a herramientas digitales, es

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

fundamental que el docente desarrolle tanto un dominio técnico de la tecnología como una comprensión didáctica de su uso: conocer el software no garantiza una enseñanza efectiva si no se reflexiona sobre cuándo, por qué y para qué emplearlo. De lo contrario, existe el riesgo de que el profesor dependa exclusivamente de programas como GeoGebra, olvidando que el valor real de la tecnología está en su integración intencional dentro de un diseño pedagógico que potencie la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes, así su creencia es que los estudiantes lo ven más claro y no pierden tiempo dibujando. Esta manera de pensar, aunque bien intencionada y centrada en la visualización, puede dejar de lado aspectos fundamentales del aprendizaje, como el desarrollo de la motricidad fina o la comprensión que se construye al trazar con sus propias manos. En temas como la semejanza, donde comparar formas, medir ángulos y construir figuras a escala es esencial, el trabajo manual complementa lo digital y permite a los estudiantes apropiarse más profundamente de las ideas de proporcionalidad y conservación de ángulos. Todo esto refleja las creencias y percepciones que tienen los profesores para enseñar las matemáticas de acuerdo con sus experiencias Aguilar, Muñoz & Carillo (2019).

En el campo de la Educación Matemática, Climent (2002) propone, desde el enfoque de las *concepciones del enseñante sobre la actividad matemática* (CEAM), una clasificación de las creencias docentes en torno a la enseñanza de las matemáticas, agrupadas en cuatro categorías: tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa. Cada una de estas refleja cómo el profesor entiende la matemática, el aprendizaje y el rol tanto del estudiante como del maestro.

Inicialmente, la concepción *tradicional* basa su enseñanza en la repetición y la memorización. Es decir, el profesor cree que los estudiantes aprenden de forma individual, aplicando reglas y conceptos a través de una lógica principalmente deductiva. Por su parte, en la

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

tecnológica el énfasis radica en la práctica continua de los estudiantes, por lo que se considera que cuanto más ejerciten los estudiantes, mejor aprenden; aunque se incorporan procesos inductivos y deductivos, el aprendizaje aún se concibe como un proceso individual. En cuanto la concepción *espontaneísta*, el profesor favorece la participación del estudiante mediante actividades tanto individuales como colectivas. Valora especialmente las actitudes y los procesos generales que desarrollan sus estudiantes, con un enfoque inductivo (de lo particular a lo general) y finalmente se encuentra la concepción *investigativa* en la cual el profesor promueve el aprendizaje a través de la resolución de problemas y la investigación. Se enfoca en desarrollar la autonomía, el pensamiento crítico y la reflexión, estimulando tanto la inducción como la deducción en sus estudiantes. Esto permite comprender cómo, desde el modelo MTSK, las creencias del profesor pueden evolucionar desde enfoques más tradicionales hacia otros centrados en la investigación.

Lo anterior denota la importancia de este modelo en el uso efectivo de la planeación profesor en semejanza para la Educación Básica Primaria (EBP) en Geometría, en la práctica pedagógica de los profesores de matemática. Esta investigación está enfocada en el uso del modelo *Mathematics Teacher Specialized Knowledge* (MTSK) para analizar el conocimiento especializado de un profesor que enseña matemáticas. El modelo teórico del MTSK servirá para analizar las categorías correspondientes a la enseñanza del área de geometría, específicamente los conceptos relacionados con semejanza para el caso de la planeación en la educación primaria para grado segundo. Además, el reconocimiento de las concepciones y creencias influirá en la implementación del desarrollo de competencias y habilidades en los estudiantes conforme a sus estilos de aprendizaje. En consecuencia, será necesario enfocar el estudio en los subdominios KoT (del dominio MK) y el subdominio KMT (del dominio PCK), los cuales son descritos a

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

profundidad más adelante como apartados del referencial teórico de esta investigación, los cuales se desarrollarán a continuación.

2.2.1. Subdominio KoT

El conocimiento del contenido hace referencia al manejo y dominio con el cual cuenta el profesor en lo que respecta estrictamente al contenido matemático. Dicho conocimiento no comprende sólo el conocimiento conceptual, también la comprensión profunda de la estructura interna del contenido, sus propiedades, su evolución histórica y su dimensión epistemológica Carrillo-Yáñez et al. (2018).

Dentro del KoT, la primera categoría es la fenomenología de los contenidos, la cual se relaciona con el conocimiento que el profesor tiene sobre los usos, aplicaciones y contextos en los que se hace uso un concepto matemático. Es por esto que se espera que el profesor reconozca las situaciones en las que el contenido requiere un significado matemático, permitiendo la contextualización y relevancia en el aula de clase Vasco et al. (2016). Un ejemplo de esto sería, en el caso específico del estudio de las semejanzas en geometría, el profesor entiende cómo esta se expresa en fenómenos como la ampliación y reducción de figuras, la proporcionalidad, entre lados correspondientes y la conservación de los ángulos. Dicho conocimiento es clave para brindar a los estudiantes una comprensión significativa y aplicada del concepto, así como para resolver problemas reales, como la estimación de alturas inaccesibles utilizando triángulos semejantes Liñán et al. (2016).

Otra dimensión relevante de KoT es el conocimiento de las propiedades y fundamentos que están asociados a un contenido matemático particular. El cual hace referencia a que el profesor además de conocer las reglas y propiedades formales del tema a tratar manejan fundamentos

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

sólidos que permitan tener un sentido y validez. Para el caso de la semejanza, esto se entiende como la comprensión profunda de las propiedades sobre razones y proporciones, así como en la distinción entre las propiedades que se aplican en distintos marcos estructurales matemáticos Escudero-Ávila (2015).

Del mismo modo, el conocimiento sobre los registros de presentación hace parte de los componentes clave del KoT. Esta categoría encierra las distintas maneras en que un concepto se puede representar, sea de manera gráfica, verbal, algebraica entre otras, así como el dominio del vocabulario y la escritura matemática asociada a estas representaciones. Por ejemplo, un segmento de recta se puede representar por medio de un dibujo, se puede describir con palabras especificando sus propiedades o también mediante coordenadas cartesianas Liñán (2017). De acuerdo con Escudero-Ávila (2015), los registros de representación semióticos en matemáticas pueden clasificarse en aritméticos, algebraicos, pictóricos, en lenguaje natural y mediante gráficos. Estas representaciones muestran la forma específica en que el conocimiento puede ser expresado y comprendido. Por ejemplo, los registros aritméticos permiten representar los números racionales en distintas formas como fracciones, decimales o porcentajes (i.e., $1/4$, 0.25, 25%). Los pictóricos o esquemáticos permiten expresar ideas matemáticas mediante ilustraciones, como en el caso de figuras geométricas. El lenguaje natural muestra la habilidad del profesor para comunicar con exactitud los conceptos utilizando los términos matemáticos. La representación gráfica implica el dominio para plasmar contenidos en el plano o en dimensiones superiores, mientras que el registro algebraico implica el uso correcto de símbolos y expresiones algebraicas para modelar situaciones o resolver problemas.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Finalmente, para la categoría de definiciones dentro del KoT (Tabla 1), resalta la capacidad del profesor usar, construir y comunicar definiciones matemáticas adecuadas, de manera precisa según la necesidad, basadas en propiedades fundamentales. Para el caso de la semejanza entre dos figuras planas, el profesor deberá reconocer que esta se establece cuando sus ángulos correspondientes son congruentes y sus lados son proporcionales. Este conocimiento resulta ser crucial para la enseñanza coherente y rigurosa del contenido.

Tabla 1. Categorías asociadas al subdominio KoT

Subdominios		Categorías
Conocimiento de las matemáticas (MK)	Conocimiento de los tópicos KoT	¿Cómo se hace?
		¿Cuándo puede hacerse?
		¿Por qué se hace así?
		Características del resultado
		Definiciones, propiedades y sus fundamentos
		Registros de representación
		Fenomenología y aplicaciones
Significados		

Fuente: Carrillo et. al. (2018).

Esta categorización permite identificar los descriptores correspondientes al dominio del conocimiento disciplinar del profesor, los cuales le permiten avanzar en el reconocimiento de la matemática escolar.

2.2.2. Subdominio KMT

El subdominio KMT, *Knowledge of Mathematics Teaching*, se refiere al conocimiento con el cual cuenta el profesor de matemáticas sobre las teorías educativas, las prácticas de aula y el uso

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

estratégico de materiales concretos o tecnológicos en la enseñanza de esta disciplina como instrumento en la enseñanza de las matemáticas Delgado & Zakaryan, (2019). Este saber no solo se construye a partir de investigaciones en educación matemática, también mediante la observación reflexiva de la propia práctica docente, lo que le permite al profesor tomar decisiones sobre cómo, cuándo y con qué recursos abordar un contenido. Tal como lo señalan Flores-Medrano et al. (2014), este conocimiento puede organizarse en tres grandes categorías que, lejos de estar separadas, se relacionan y complementan en la práctica pedagógica real.

Según Flores-Medrano et al. (2014), el conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas se puede dividir en tres categorías principales. La primera categoría habla de las teorías de enseñanza personalizadas e institucionalizadas, enfocándose en las ideas y el conocimiento que los profesores han acumulado a partir de la formación, la teoría de la educación matemática e incluso la experiencia diaria en el aula. Estas teorías pueden basarse en investigaciones o propuestas de cursos y se enriquecen a través de la práctica Escudero-Ávila, Contreras & Vasco, (2015). Un ejemplo, en el caso del concepto de semejanza en geometría, un profesor puede recurrir al uso de figuras recortadas en cartulina para mostrar cómo dos triángulos pueden tener la misma forma, aunque sus tamaños sean distintos, destacando visualmente la conservación de los ángulos y la proporcionalidad de los lados. Este tipo de explicaciones, apoyadas en material concreto, son fundamentales para que los estudiantes se acerquen de forma más intuitiva a ideas matemáticas abstractas.

La segunda categoría que forma parte del saber del profesor en la enseñanza de las matemáticas tiene que ver con *el conocimiento sobre los recursos materiales y virtuales* que pueden utilizarse para apoyar el aprendizaje de ciertos contenidos. Este conocimiento abarca desde

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

herramientas tradicionales como libros, regletas o la pizarra, hasta materiales más específicos como el tangram, software especializado o, recientemente, recursos basados en inteligencia artificial. Lo importante no es solo conocer estos recursos, sino saber cómo aprovecharlos en función de lo que se quiere enseñar; sin embargo, aunque estas herramientas digitales son muy potentes, no reemplazan el uso de materiales concretos, dado que la experiencia directa con objetos manipulables sigue siendo clave para que el estudiante construya ideas matemáticas desde lo tangible, rescatando la parte didáctica del contenido, e incluyendo la capacidad del profesor para seleccionar representaciones adecuadas que conecten los conceptos matemáticos con la forma en que los estudiantes los comprenden, como lo afirma Ball, Thames, & Phelps (2008). Esto pone en evidencia la importancia de equilibrar el uso de herramientas digitales con estrategias más cercanas y palpables dentro del aula, resaltando que desde su experiencia y conocimiento propio el profesor es quien decide el momento en el cual una estrategia será mejor que otra.

Para Escudero-Ávila, Contreras y Vasco (2015), el equilibrio entre lo concreto y lo virtual no siempre es evidente para todos los profesores, pues conocer un recurso no garantiza que el profesor sepa cómo utilizarlo de manera didáctica para enseñar un concepto matemático específico. Por ejemplo, un profesor puede estar familiarizado con software de geometría dinámica y los usa para hacer construcciones de figuras con precisión, resolver problemas geométricos y representar objetos, entre otros. Esto no necesariamente implica que sepa cómo aprovecharlo para enseñar la idea de semejanza.

Puede que no identifique, cómo mostrar visualmente que dos triángulos tienen la misma forma, pero diferente tamaño, o el no resaltar que la semejanza implica conservación de ángulos y proporcionalidad de lados; este tipo de comprensión va más allá del manejo técnico del software,

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

dado que se requiere un conocimiento didáctico que le permita al profesor traducir el contenido matemático en experiencias significativas para el estudiante.

Finalmente, el conocimiento que tiene el profesor sobre *las estrategias, técnicas, ejemplos y tareas para enseñar un contenido matemático* específico también es fundamental, no basta con tener actividades a la mano; lo importante es que el profesor sepa valorar la potencialidad matemática que tiene cada una de ellas, así como sus limitaciones o los posibles obstáculos que podrían surgir al implementarlas en el aula como lo resalta Escudero-Ávila, Contreras & Vasco, (2015). Un profesor puede conocer una gran variedad de materiales virtuales o concretos, pero si no logra vincularlos con procesos de pensamiento que ayuden a sus estudiantes a avanzar en su nivel de abstracción, ese conocimiento pierde fuerza en términos pedagógicos, pues, no es lo mismo usar un software para mostrar una figura, que usarlo como medio para analizar un problema complejo donde el estudiante, con ayuda del profesor, pueda establecer relaciones, formular conjeturas y justificar sus ideas; en este sentido, es clave que el profesor sea capaz de trasladar el conocimiento matemático a distintos escenarios, presentes en un aula como lo son el tablero, los cuadernos, con material concreto previamente elaborado o con herramientas digitales si la institución las posee, buscando siempre que lo que se enseña tenga sentido dentro del contexto del estudiante y que lo invite a pensar matemáticamente.

De esta manera el subdominio KMT del MTSK (Tabla 2) se centra en el conocimiento que tiene el profesor sobre el uso de materiales concretos y virtuales en la enseñanza de las matemáticas. Así surgen cuestionamientos como: ¿es el conocimiento sobre un recurso lo mismo que saber cómo usarlo pedagógicamente en clase?, las cuales pueden ser analizadas a través del subdominio KMT.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Tabla 2. Categorías asociadas al subdominio KMT

Subdominios		Categorías
Conocimiento	Conocimiento de la	Teorías de enseñanza de las matemáticas.
didáctico	del enseñanza de las	Recursos didácticos (físicos y digitales).
contenido (PCK)	Matemáticas (KMT)	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos.

Fuente: Carrillo et. al. (2018)

Es válido preguntarse también si ¿los profesores de matemáticas están realmente preparados para abordar, con herramientas digitales, los contenidos abstractos que normalmente se esconden detrás de un software o una simulación? ¿Es suficiente con saber manejar un programa para modelar en matemáticas?

Lo esencial está en que el profesor sea capaz de articular ese conocimiento técnico con decisiones didácticas bien fundamentadas, que permitan al estudiante explorar, descubrir y apropiarse del contenido matemático desde distintas representaciones y lenguajes. Solo así los recursos, ya sean físicos o digitales, dejan de ser simples herramientas y se convierten en verdaderos puentes entre el conocimiento matemático y el aprendizaje significativo.

Los subdominios del conocimiento didáctico del contenido (PCK), permiten reconocer la importancia de la enseñanza desde la teoría, los recursos y la metodología en la que esta está basada para trazar las metas de enseñanza.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

2.3. Pensamiento geométrico y su enseñanza

La enseñanza de semejanza geométrica en los primeros grados de la educación básica primaria es un reto de gran importancia si hablamos de didáctica de las matemáticas y de la formación inicial de pensamiento geométrico. En el caso particular de segundo grado, este reto se vincula directamente con el desarrollo cognitivo de los niños, quienes a esta edad se encuentran en una etapa en la que predomina el pensamiento visual y la exploración por encima de los razonamientos formales. Esto plantea la necesidad de diseñar propuestas de enseñanza que integren experiencias manipulativas, visuales, tecnológicas; además de su uso en situaciones de la vida cotidiana, que permitan a los estudiantes avanzar de manera progresiva en la comprensión del concepto de semejanza, y relacionándolo con nociones de escala, forma y proporcionalidad. Aquí abordaremos precisamente las principales consideraciones teóricas y didácticas que tendremos en cuenta para la enseñanza de la semejanza en segundo grado, así como los aportes del modelo de conocimiento del profesor de matemáticas (MTSK) que orientan esta labor.

Según Clemens et al. (1998), en su obra *Geometría*, dos figuras son semejantes si sus ángulos correspondientes son congruentes y las longitudes de sus lados correspondientes son proporcionales. De esta definición se desprenden sus dos propiedades fundamentales: la conservación de la forma, ya que los ángulos permanecen iguales, y la proporcionalidad de los lados, donde las medidas de una figura son un múltiplo constante de las de la otra. Sin embargo, para la enseñanza en los primeros grados, es preciso aclarar que este concepto se trabaja únicamente a un nivel nocional, buscando que los estudiantes lo interpreten de manera intuitiva como una “igualdad en la forma, aunque no necesariamente en el tamaño”. En este sentido, el reto didáctico para segundo grado se centra en que los niños logren diferenciar la semejanza de

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

la congruencia que se define como igualdad exacta en forma y tamaño, si bien se puede resaltar que ambos conceptos comparten una propiedad fundamental: la conservación de la forma a través de la invarianza de los ángulos.

De acuerdo con Clements y Sarama (2009), el pensamiento geométrico temprano puede ir desde el reconocimiento perceptivo de formas hasta la comprensión de propiedades abstractas. Estas trayectorias permiten identificar los niveles de desarrollo de los estudiantes y nos dan una base para planear la enseñanza de la semejanza en segundo grado. Por ejemplo, los niños inicialmente reconocen que dos figuras “se parecen” o “son iguales” en función de la percepción visual, pero con la mediación de actividades guiadas pueden comenzar a distinguir entre figuras congruentes (igualdad exacta en forma y tamaño) y figuras semejantes (igualdad en forma, pero con variación de tamaño).

Los estudios evidencian que los niños de los primeros grados pueden asociar nociones de medición con la geometría, especialmente cuando se realizan actividades que requieren comparar longitudes y escalas; lo que constituye un puente fundamental hacia la comprensión de la semejanza, debido a que los estudiantes empiezan a reconocer las relaciones proporcionales, aunque todavía de manera muy básica y sin ningún tipo de formalismo o rigurosidad matemática Sarama et al. (2021) es decir, a nivel nocional del concepto. Este tipo de trabajo, Debido a esto, resulta clave que la semejanza se aborde a través de experiencias que involucren ampliaciones, reducciones y uso de mapas o dibujos a escala.

Del mismo modo, encontraron que la capacidad de los niños para trabajar con el mismo, el escalamiento espacial está estrechamente relacionado con el reconocimiento de la semejanza, en dónde. Su estudio mostró que los estudiantes son capaces de interpretar representaciones

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

ampliadas o reducidas de un mismo objeto, manteniendo la forma y los ángulos, pudiendo avanzar en la comprensión de la semejanza de figuras Möhring et al. (2023). Este hallazgo refuerza la idea de que en segundo grado no se limita la enseñanza a ejercicios de reconocimiento visual, sino que es necesario diseñar actividades que permitan a los estudiantes experimentar con transformaciones de escala.

Ahora bien, diferenciar semejanza y congruencia no es una tarea sencilla, pues incluso en secundaria los estudiantes presentan dificultades para establecer claramente la diferencia entre ambos conceptos Shahbari & Daher (2020). Esto significa que los errores y confusiones pueden mantenerse durante toda la primaria e incluso en grados superiores; por ello, la intervención temprana puede contribuir a sentar las bases de una comprensión más clara. Para esta etapa, los profesores pueden introducir la congruencia como “dos figuras geométricas son congruentes si son idénticas en forma y tamaño, o si una figura es reflejo de la otra en forma y tamaño” (Shahbari & Daher, 2020, traducción propia, p. 21), mientras que la semejanza se plantea como “dos figuras son semejantes cuando existe una secuencia de traslaciones, reflexiones, rotaciones y dilataciones que mapea una figura con la otra” (Shahbari & Daher, 2020, traducción propia, p. 24). Esta explicación sencilla permite que los estudiantes empiecen a diferenciar ambos conceptos sin necesidad de recurrir a formalismos matemáticos.

Es así como el docente moviliza el conocimiento especializado al momento de diseñar tareas y seleccionar recursos en las que decide si utiliza recursos digitales como software de geometría dinámica (i.e. GeoGebra o DigiPad) o si recurre a materiales manipulativos tradicionales, esto también depende de las condiciones y las herramientas brindadas por la institución Montes et al. (2024). Estas decisiones no son sencillas, pues cada recurso ofrece

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

ventajas y limitaciones en términos de accesibilidad, motivación y nivel de abstracción. Por ejemplo, mientras los geoplanos y bloques nos permiten experimentar con ampliaciones y reducciones, las aplicaciones digitales facilitan la exploración dinámica de transformaciones geométricas, mostrando de manera clara la conservación de la forma y los ángulos.

En consecuencia, los ambientes tecnológicos contribuyen de manera significativa a la comprensión de los conceptos geométricos en los estudiantes de primaria. En particular, cuando los niños utilizan entornos de geometría dinámica que les permiten modificar el tamaño de las figuras sin alterar su forma, logran una comprensión más clara de la noción de semejanza. En este sentido, “los estudiantes pudieron cambiar el tamaño de las figuras sin distorsionar su forma, lo que les ayudó a identificar relaciones de semejanza y proporción” (Ng, Shi, & Ting, 2020, traducción propia, p. 12). Asimismo, los estudios recientes destacan que el uso de programas de geometría dinámica mantiene una alta aceptación entre los futuros docentes de primaria, lo que facilita su incorporación en las clases. Según Van Vaerenbergh, Pérez-Suay y Diago (2023), “los futuros profesores mostraron actitudes positivas y una intención significativa de integrar programas de geometría dinámica en su práctica docente” (traducción propia, p. 8).

Dado que en Colombia aproximadamente 12.628 instituciones educativas no tienen acceso a internet, es decir, cerca del 28,9 % del total de instituciones (MinTIC, 2025, p.) hace que el profesor use los materiales o recursos a su disposición, Li (2025) expone que el uso de la IA en la educación primaria no solo diversifica las estrategias didácticas, sino que también brinda al profesor un apoyo valioso en la planeación y en la toma de decisiones pedagógicas. La IA puede sugerir actividades, proponer ejemplos y ofrecer visualizaciones dinámicas, pero es el profesor quien ejerce un juicio crítico para considerar si estas propuestas son adecuadas. En este sentido,

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

“la IA debe ser concebida como un asistente de planeación y no como un sustituto del juicio docente” (Gurl, 2024, p. 3). Es decir, el conocimiento especializado del profesor no puede ser reemplazado por la tecnología, sino que se articula con ella, y, además, enriquecer el diseño de entornos de aprendizaje, siempre que el profesor conserve un rol activo en la selección de las actividades Moundridou, et al (2024). En la enseñanza de la semejanza, esto abre la posibilidad de que el docente utilice la IA para obtener sugerencias de tareas que involucren escalas, mapas o representaciones gráficas, pero evaluando siempre su adecuación a las necesidades cognitivas y contextuales de los estudiantes. De esta manera, se evita que la IA introduzca actividades que resulten demasiado complejas o poco significativas

La relación entre semejanza y habilidades espaciales también merece una atención especial, en línea se demuestra el uso de información geométrica para interpretar mapas y representaciones espaciales, lo que constituye una evidencia clara de la conexión entre el desarrollo de habilidades espaciales y la comprensión de la semejanza Otálora-Gómez et al., (2020). En este marco, las actividades didácticas que integran mapas, croquis o representaciones a escala permiten que los estudiantes relacionen la semejanza con experiencias de su vida cotidiana, reforzando la idea de invariantes en la forma, a pesar del cambio de tamaño.

3. Diseño Metodológico

Este capítulo describe el enfoque metodológico usado para el cumplimiento de los objetivos de la investigación, orientada al análisis del potencial de la IA como herramienta que

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

permite potenciar la planeación de clases de geometría en segundo grado de primaria, bajo el marco del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK).

Se detalla el diseño de la investigación, el tipo de estudio, las técnicas e instrumentos empleados para la recolección y análisis de datos, así como las fases en las que se desarrolló el proceso investigativo. Asimismo, se exponen los criterios éticos considerados, resaltando la importancia de la confidencialidad y el consentimiento informado de los participantes. El diseño metodológico adoptado permite abordar de manera sistemática las dimensiones cualitativas del estudio, analizar las planificaciones generadas mediante IA Gen y evaluar su impacto en la práctica docente y en el aprendizaje de los estudiantes en el área de geometría.

3.1 Método

Esta investigación se realiza bajo un enfoque cualitativo ya que se busca explorar y describir a detalle la experiencia, de la profesora Mafe⁵, la cual enriquece o mejora las planeaciones con IA Gen, en el área de geometría, para estudiantes de segundo grado de primaria. Dicho enfoque comprende las particularidades del proceso educativo desde el conocimiento especializado que posee un profesor que enseña matemáticas. Según Creswell (2014), el *enfoque cualitativo* busca interpretar los fenómenos en su ambiente natural, otorgando importancia a las perspectivas de los actores involucrados, profundizando en la comprensión de procesos, teorías o problemáticas educativas.

Entendiendo que la planeación hace parte de su rutina docente, donde concreta el diseño de la clase, con sus respectivas interacciones: docente-estudiante-saber, así como los recursos que

⁵ Nombre sugerido por la profesora participante en este estudio.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

pone en juego durante la instrucción, y cómo evolucionan las ideas para una elaboración de clase. Específicamente, bajo el modelo MTSK, y los subdominios KoT y KMT, se busca analizar la planeación elaborada por la profesora Mafe y enriquecida con IA Gen, en el área de geometría, constituyéndose en un estudio de *caso instrumental* Stake (2010).

El estudio se desarrolló específicamente con la profesora Mafe mediante selección intencional de los participantes en la investigación cualitativa Sandín (2003), el cual busca garantizar la riqueza informativa más que la representatividad estadística. Los resultados del presente estudio permitirán documentar las prácticas docentes, las decisiones pedagógicas y el conocimiento especializado que se moviliza en la enseñanza, todo ello con el fin de generar conocimiento útil para mejorar tanto la práctica educativa como el diseño de futuras experiencias de aula Cobb y Gravemeijer (2008).

3.2. Fases de la investigación

Para el desarrollo de la investigación, se hace pertinente el desarrollo de las faces explicadas en la Tabla 3, estas son: (i) planeación con *Inteligencia natural*⁶ (IN), (ii) selección IA Gen y capacitación, y, (iii) planeación con IA Gen.

Planeación con IN. Elaboración de una planeación de clase en el tema de semejanza para segundo grado de primaria, por parte de la profesora Mafe usando IN, y apoyo de los investigadores. Esta fase permite evidenciar los conocimientos de la profesora Mafe (KoT), revisar la pertinencia y hacer sugerencias conceptuales y/o procedimentales sobre la planeación.

⁶ Entendida como los conocimientos, prácticas, experiencias propias de la persona que confluyen en un espacio, para formular acciones, como las de la planeación.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Selección de la IA Gen. Extracción de la lista de tres IA Gen (Eduteka, 2025; Mistral AI SAS, 2025; SchoolAI, 2025) bajo criterios de exclusión de las 46 propuestas en el documento de Barrera (2025). Posteriormente se muestran las opciones a la profesora Mafe mostrando las IA Gen elegidas por los autores para enriquecer (si así lo decide) la planeación inicial elaborada por la profesora con IN, para complementar u obtener ideas nuevas de recursos didácticos, que beneficien la planeación con IN para la implementación con los estudiantes de segundo grado de primaria, si así lo elige la profesora;

Planeación con IA Gen. Elaboración de *prompts* (por parte de la profesora Mafe), para enriquecer la planeación inicial (IN) o las partes que seleccionadas por ella usando las IA Gen seleccionadas (apartado 4.2) u otra IA conocida por la profesora Mafe.

3.3. Técnicas

Las técnicas representan los procedimientos a seguir en el estudio Hurtado, (2012) y los instrumentos son recursos que permiten aplicar la herramienta o camino seleccionado para el registro de datos Hernández-Sampieri et. al. (2014). A continuación, en la Tabla 3 presenta las fases de investigación y las técnicas e instrumentos empleados.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Tabla 3. Técnicas e instrumentos de recolección de información

Fase	Técnica	Instrumento	Descripción Instrumento
Preparación y diseño de los instrumentos	Revisión documental	Matriz de registro	Organiza información extraída de la lectura de documentos (artículos en repositorios para la selección de actividades).
		Formato de planeación extendida y enriquecida con IA Gen.	Se usa el modelo 5E como base para la elaboración de la planeación por parte de la profesora Mafe y el posterior enriquecimiento con las IA Gen seleccionadas por los autores del documento de Barrera (2025).
Aplicación y recolección	Registro audiovisual.	Video-grabación de planeación	Toma de datos para analizar las planeaciones elaboradas, partiendo con la elaboración de la planeación con IN por parte de la profesora Mafe, con ayuda de preguntas por parte de los autores, posteriormente se presentan las tres IA Gen seleccionadas por los autores del documento de Barrera (2025) para enriquecer la planeación inicial.
Organización y análisis	Análisis de contenido	Narrativa descriptiva	Organización y análisis del contenido para el mejoramiento o enriquecimiento de la planeación de la profesora Mafe elaborada con IN. Teniendo como base en la revisión los subdominios KMT y KoT del modelo MTSK, para identificar conocimientos propios de la profesora y sugerencias para el enriquecimiento de la planeación con las IA Gen seleccionadas.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Nota. Síntesis de técnicas e instrumentos propuestos en cada fase.

3.4. Caso Mafe

El caso a estudiar corresponde a Mafe, como prefiere ser llamada. Ella es egresada del programa de Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Industrial de Santander UIS, en el año 2022. Es una joven profesora de 23 años de edad, quien actualmente cursa el tercer semestre de Maestría en Educación, en la universidad Santo Tomás, cuenta con dos años de experiencia en el aula, ejerce la labor docente en un colegio privado de la ciudad de Bucaramanga. Mafe está a cargo de las materias de Matemáticas y Computación de los grados primero a quinto de Educación Básica Primaria, motivo por el cual es considerada para este caso de estudio.

El estilo de enseñanza de “Mafe” combina la explicación teórica, actividades prácticas y herramientas digitales, buscando la participación activa de los estudiantes, en este caso sus diez estudiantes de grado segundo, los cuales describe como “estudiantes visuales”. La institución cuenta con acceso a herramientas digitales en este caso Tablet, para uso educativo de cada estudiante, la cual ya saben manejar, esto ayudó a la elaboración de un plan de clases que tenga en cuenta el uso de herramientas digitales que muestran la semejanza de figuras partiendo de la construcción de estas por los mismos estudiantes, manejando applets de GeoGebra. Ningún estudiante presenta diagnóstico ni necesidades de ajustes razonables, sin embargo es un grupo heterogéneo en los ritmos de aprendizaje, lo cual Mafe, en su corta experiencia docente, aprendió a manejar para que todos sus estudiantes alcancen un aprendizaje significativo y a largo plazo.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

3.5. Declaración ética de la investigación

El presente estudio es realizado con los parámetros éticos solicitados por la universidad, regido por los principios éticos⁷ del respeto a las personas, justicia y la beneficencia de las personas participantes. Esto es, la investigación busca ejercer un trato justo y respetuoso con las características individuales y grupales de los estudiantes de segundo grado de primaria. Además, con la propuesta se benefician los estudiantes al vivenciar experiencias de aula innovadoras para su contexto, en la que se usarán materiales diversos para la comprensión de la semejanza como eje articulador de los sistemas geométricos en Educación Básica Primaria. Para lo cual se pedirán los asentimientos y consentimientos informados, previo al desarrollo de la investigación.

Por otro lado, la propuesta se basa en el uso respetuoso de herramientas de vanguardia para la planeación docente, por lo que se ha realizado la plantilla de registro en la que se declara el uso de la IA y se declarará en las planeaciones en forma resaltada, en donde la IA enriquece la propuesta inicial. Es pertinente aclarar que este tipo de procedimientos justificado, validará los resultados propios de la preparación del experimento y de la experimentación en sí, ya que requerirá de constantes modificaciones, que permitan una planeación apropiada.

4. Análisis de resultados

⁷ Los principios éticos son declarados desde el informe Belmont:

<https://www.bioeticayderecho.ub.edu/archivos/norm/InformeBelmont.pdf>.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

En este capítulo se presenta el análisis detallado de las planeaciones didácticas diseñadas para la enseñanza de la semejanza en segundo grado de primaria. El análisis se fundamenta en el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), centrándose en los subdominios (KoT) y (KMT). Se examinará cómo los distintos componentes de la planeación movilizan el conocimiento del profesor, tanto en la dimensión del contenido matemático como en su dimensión didáctica.

4.1. Planeación IN de Mafe

A continuación, se analiza la planeación de la sesión “Detectives de figuras” (anexo 1), cuyo objetivo es guiar a los estudiantes en el reconocimiento de la semejanza. El análisis se estructura siguiendo los cinco momentos del modelo 5E (*Engage, Explore, Explain, Elaborate, Evaluate*⁸), identificando en cada fase las categorías de los subdominios KoT y KMT que se ponen en evidencia.

La fase de enganche (por su traducción del inglés) está diseñada para activar los conocimientos previos de los estudiantes mediante una experiencia lúdica. Desde el subdominio KMT, la elección de que los estudiantes dibujen figuras a gran escala sobre la arena en el patio de juegos evidencia la categoría *Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos*, al proponer una actividad colaborativa y de gran formato que permite a los estudiantes interactuar físicamente con los conceptos geométricos. El uso deliberado de materiales como la tiza, manos u objetos

⁸ Modelo pedagógico usado en el proyecto MathIAs cuya investigadora principal es la directora del presente trabajo de investigación. El formato de planeación ha sido diseñado por la investigadora principal y ha sido usado como modelo en las tesis producidas del macroproyecto MathIAs.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

como “palos de madera” para dibujar en el suelo y las *flashcards* para identificar los nombres de las figuras se incluye con la categoría de *Recursos didácticos*, empleando herramientas sencillas pero efectivas para la representación y la memoria conceptual. La retroalimentación, que anticipa confusiones comunes como la diferencia entre orientación y forma, refleja un conocimiento de las *Teorías de enseñanza de las matemáticas* preparando intervenciones pedagógicas precisas para guiar al estudiante desde su noción intuitiva hacia una comprensión formalizada. Al mismo tiempo, desde el subdominio KoT, el docente demuestra su dominio al conectar las observaciones informales de los niños, como "calzan perfectamente", con la terminología matemática precisa, aplicando así las *Definiciones, propiedades y sus fundamentos*, vinculando el lenguaje coloquial con el formal. La sugerencia de usar la superposición o medir con pasos como método de verificación evidencia el conocimiento de *Procedimientos* ofreciendo a los estudiantes métodos prácticos para validar sus hipótesis, mientras que el uso de analogías como una "foto ampliada" activa la *Fenomenología y aplicaciones* mostrando cómo un concepto abstracto se puede ver en la cotidianidad.

En la fase de exploración, se profundiza en los conceptos a través de una tarea individual más estructurada, donde el conocimiento del profesor se manifiesta en el diseño de la actividad y la mediación. La selección de una hoja de trabajo con figuras geométricas entrelazadas es una decisión que corresponde al subdominio KMT, específicamente a la categoría de *Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos* fomentando la percepción visual y desafiando al estudiante a discriminar formas, tamaños y orientaciones de manera simultánea. La propia hoja de trabajo es un *Recurso didáctico (físico)* que está diseñado para facilitar el proceso de clasificación y análisis. La retroalimentación planificada, que usa a analogías cercanas y significativas como "una pizza

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

familiar y una personal", demuestra un dominio de *Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos* utilizando el contexto del niño para hacer comprensible la distinción abstracta entre las nociones de congruencia y semejanza. Desde la perspectiva del KoT, esta tarea exige que los estudiantes apliquen una comprensión de las *Definiciones, propiedades y sus fundamentos* al tener que razonar por qué dos triángulos de distinto tamaño pertenecen a la misma categoría geométrica, pero difieren en su tamaño. Y la sugerencia de utilizar herramientas de medida, ya sean formales como reglas o informales como palcos, es una clara muestra del conocimiento de *Procedimientos* proporcionando al estudiante herramientas para la validación empírica de sus conjeturas.

La tercera fase está dedicada a la formalización de los conceptos, donde el rol del docente se vuelve central para estructurar el conocimiento que ha surgido durante la exploración. El subdominio KMT se evidencia en la articulación de la explicación, basada en *Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos* presentando un problema con tarjetas de diferentes tamaños y utilizando un objeto familiar, como una ventana, para relacionar las nociones de *congruencia y semejanza* en la experiencia previa de los estudiantes. El uso combinado de estas tarjetas, los dibujos en el tablero y los ejemplos extraídos del entorno (mapas, maquetas) constituye una selección estratégica de *Recursos didácticos* elegidos para ilustrar de manera concreta las definiciones abstractas. La estructura de la explicación, que parte de la indagación para luego llegar a la definición formal, evidencia un conocimiento profundo de las *Teorías de enseñanza de las matemáticas* aplicando un enfoque inductivo que va de lo particular y concreto a lo general y abstracto. En este momento, el subdominio KoT es el protagonista, ya que el profesor da de manera

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

explícita las *Definiciones, propiedades y sus fundamentos* al enunciar formalmente que "dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma, pero no el mismo tamaño".

Durante la fase de elaboración, los estudiantes tienen la oportunidad de aplicar y consolidar los conceptos formalizados en una tarea colaborativa. El conocimiento del profesor desde el subdominio KMT se manifiesta en la elección del tangram, una *Estrategia* que promueve el aprendizaje basado en la resolución de problemas, yendo más allá de la simple identificación de figuras para exigir la aplicación de la semejanza en un contexto práctico de construcción. El tangram en sí mismo es un *Recurso didáctico* seleccionado por el potencial que presenta para desarrollar la visualización espacial (método de aprendizaje más efectivo de los estudiantes según la docente), el razonamiento geométrico y la comprensión de las relaciones entre figuras. La organización de los estudiantes en pequeños grupos y la posible asignación de roles como el de "experto" son *Técnicas* de gestión de aula que fomentan activamente el aprendizaje cooperativo y la construcción social del conocimiento. Desde la perspectiva del KoT, esta actividad exige que los estudiantes apliquen su comprensión de las *Definiciones, propiedades y sus fundamentos* al tener que decidir si dos triángulos son semejantes.

La fase final de la sesión se centra en una evaluación de carácter formativo, donde el énfasis está en la capacidad de los estudiantes para comunicar y justificar su aprendizaje, permitiendo al profesor valorar la construcción del conocimiento. Según el subdominio KMT, la evaluación se diseña como una *Estrategia* de exposición y argumentación grupal, donde el docente adopta un rol de facilitador que, mediante el uso de la mayéutica, impulsa a los estudiantes a verbalizar su razonamiento. Se evalúa la habilidad de los estudiantes para articular con sus propias palabras las *Definiciones, propiedades y sus fundamentos* cuando explican por qué un par de piezas son

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

congruentes y otro par son semejantes. La justificación de sus elecciones muestra la profundidad de su comprensión de los *Procedimientos* de verificación, por ejemplo "al girar la pieza, queda un espacio por los lados, por lo que es semejante (superposición de dos triángulos uno más grande que otro)", permitiendo al profesor identificar la solidez de la estructura conceptual que han logrado construir a lo largo de toda la secuencia didáctica.

4.2. Selección de las IA Gen

La Tabla 3, presenta las 46 IA Gen tomadas de Barrera (2025) las cuales están enfocadas en educación, planeación, calificación, elaboración de guías para trabajar con los estudiantes, entre otros recursos que estas brindan, donde se abarcan desde los primeros grados hasta grados superiores, con el fin de ayudar a los profesores en sus planeaciones y demás. Dada la cantidad de IA Gen seleccionadas se establecieron cuatro criterios de selección (*palabras clave, planeación en prompt, adaptación*), en los cuales se espera elegir las inteligencias artificiales con mayor efectividad en el apoyo a los profesores para realizar las planeaciones de clase.

El primer criterio de exclusión denominado *palabras clave*, consistía en eliminar aquellas IA Gen que no cumplieran con los criterios de: elaboración, planeación, modificación, primaria, grado segundo, integración y secuencia de planeaciones, de las 46 IA Gen descritas en el documento de Barrera (2025). Con estas características, se esperaba una lista optimizada para la creación de planeaciones de Matemáticas en segundo grado de Educación Básica Primaria, más específicamente para Geometría. Al terminar este primer filtro, se redujo a 22 IA Gen, las cuales se presentan en la Tabla 4, para pasar por el segundo criterio de selección.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Tabla 4. Listado de Inteligencias Artificiales (primera selección)

Inteligencias Artificiales		
1. TWEE	8. Eduaide AI	15. Socratif Garden
2. PlanitTeachers	9. Tutor AI	16. MathAI
3. LesssonPlansAI	10. Aidemia	17. MistralAI
4. Diffit for teachers	11. Edutekalab	18. AI Teacha
5. Planeabot	12. SchoolAI	19. Brisk Teaching
6. Magic School	13. Learnt	20. Education Copilot IA
7. Auto Classmate	14. Teachermatic	21. Jungle IA
		22. Mega profe

Nota: IAs elegidas después de usar el segundo criterio de exclusión.

El segundo criterio de exclusión se denominó, *planeación en prompt*, el cual se basó en excluir todas las IA Gen que al escribir el siguiente *prompt* no cumplieran con adaptarse a las condiciones que presenta el aula de clases y restricciones en el acceso a internet y/o limitaciones de uso recursos didácticos para profesores y estudiantes: *Elabora una planeación de dos horas para grado segundo, con el tema de semejanza y el formato de planeación 5E, engage, explore, explain, elaborate, evaluate.*

Al revisar los datos obtenidos por cada IA Gen, se categorizó esta segunda selección en tres categorías principales; *características*, la cual conlleva a identificar el potencial de cada IA Gen respecto a la planeación, el uso del modelo 5E y la optimización del tiempo.

Es decir, se revisa si la IA genera una planeación a partir del *prompt* registrado, además, si reconoce el modelo 5E para planeaciones de clase, y, finalmente se busca que la IA tenga un fácil

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

manejo para lograr la ‘optimización del tiempo’, sin perseverar en la construcción de un *prompt* alternativo.

En la categoría de *adaptación*, se refiere a la capacidad para ajustarse a las necesidades del usuario (profesor) y el entorno en el que opera este, mediante el análisis continuo de la planeación que quiera hacer, este caso en particular muestra la planeación de un profesor en el grado segundo, teniendo en cuenta el modelo 5E. Se busca que la IA modifique respuestas, brinde nuevas estrategias y complemente las ideas del profesor, para ofrecer soluciones personalizadas y eficaces. Finalmente, la característica de *observaciones*, se muestra una descripción del funcionamiento de la IA, en respuesta a los intereses solicitados en el proyecto, los datos obtenidos en la segunda selección se muestran en la Tabla 6, la cual si en su respectiva casilla aparece una “X” significa que la IA, no cumple este requisito, de lo contrario aparece “✓” si lo cumple.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Tabla 5. Caracterización de Ias por cumplimiento de características.

IA	Características			Adaptación	Observaciones
	Planeación	5E	Optimización del tiempo		
TWEE	X	X	✓	X	No realiza la planeación completa, aunque tiene un fácil manejo y brinda respuestas rápidas, la información no maneja el modelo 5E.
PlanitTeachers	X	X	X	X	No realiza planeaciones, dado que no entiende bien los <i>prompts</i> lo cual vuelve difícil su manejo, requiriendo más tiempo para recibir las instrucciones.
LessonPlansAI	✓	✓	✓	✓	No es gratuita.
Diffit for teachers	✓	X	✓	X	Las planeaciones realizadas son básicas y carecen de sentido matemático.
Planeabot	✓	✓	✓	✓	No es gratuita.
Magic School	✓	X	✓	✓	Realiza buenas planeaciones pero se requiere del ingreso de un <i>prompt</i> muy detallado para obtener lo que se desea.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Auto Classmate	✓	X	✓	✓	Aunque no maneja el modelo de planeación 5E, tiene buen funcionamiento con el <i>prompt</i> dado.
Eduaide AI	✓	✓	✓	✓	Dado que el <i>prompt</i> es básico, la planeación elaborada es muy completa, además tiene la opción de escoger el tipo de plan de clases 5E entre otros.
Tutor AI	X	X	✓	✓	No es una IA, para elaboración de material docente, por el contrario está diseñada para ayudar a los estudiantes en sus estudios.
Aidemia	✓	✓	✓	✓	No es gratuita.
Edutekalab	✓	✓	✓	✓	Tiene la opción de hacer secuencias didácticas, se puede ser específico con la edad, tema, horas y demás de manera predeterminada, fácil reajuste del <i>prompt</i> y mejoras considerables en los resultados.
SchoolAI	✓	✓	✓	✓	Genera buenas opciones de planeación, además se puede modificar el <i>prompt</i> de manera fácil y agregar los estándares que se quieren alcanzar.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Learnt	✓	X	✓	✓	Reajustando el <i>prompt</i> se puede acceder a mejores resultados, que benefician al profesor en su planeación.
Teachermatic	✓	X	✓	✓	Planeación sencilla, mejora mediante la escritura de un buen <i>prompt</i> .
Mega profe	X	✓	✓	X	Solo genera situaciones de aprendizaje.
Socratif Garden	X	X	X	X	No presenta funciones claras para dar las indicaciones.
MathAI	✓	X	X	X	Muestra una planeación muy genérica, no da actividades, se requiere mejorar el <i>prompt</i> y ser muy específico generando una planeación más completa y acorde a lo que se busca.
MistralAI	✓	✓	✓	✓	Esta IA, tiene buena adaptabilidad, muy fácil manejo y adicional brinda la opción de https://mistral.ai .
AI Teacha	✓	X	✓	✓	Aunque es eficiente para obtener las planeaciones se debe pagar.
Brisk Teaching	✓	X	X	X	Realiza planeaciones pero, es complicado llegar al resultado, muestra un difícil acceso a los

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

					resultados y el manejo es tedioso.
Education Copilot IA	X	X	✓	X	Tiene plantillas de actividades predefinidas, es decir, no genera ninguna planeación o actividad pero puede ayudar a dar ideas de trabajo a la hora de realizar actividades.
Jungle IA	X	X	X	X	Saca preguntas de videos de YouTube. No hace planeaciones, solo genera cuestionarios de selección múltiple.

En la Tabla número 5, observamos que siete IAs cumplen todos los requisitos, pero se excluyen todas aquellas que no sean gratuitas, es decir, cumplen con el tercer criterio de exclusión, llamado *acceso gratuito*. De las cuales, solo cuatro cumplen con el cuarto criterio de selección llamada, *subdominios* (KMT y KoT), que consiste en incluir las IAs que den validez a todo lo relacionado con el conocimiento profundo sobre los contenidos matemáticos, además del subdominio KMT, el cual pondrá en evidencia las estrategias pedagógicas específicas para el desarrollo del tema a planear; donde se espera que el profesor identifique en la planeación arrojada por la IA las categorías de cada subdominio. En consecuencia, se eligen tres IA Gen definitivas para el análisis de esta investigación, las cuales cumplen con los criterios básicos de selección para realizar una planeación.

Para esta selección se tienen en cuenta dos características principales *planeación KMT* la cual se subdivide en tres categorías: las teorías de enseñanza de las matemáticas, el uso de recursos

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

didácticos y el uso de *estrategias, técnicas, ejemplos y tareas para enseñar un contenido matemático*. Según Flores-Medrano et al. (2014), el conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas se puede dividir en tres categorías principales. La primera categoría habla de las “teorías de enseñanza” personalizadas e institucionalizadas, enfocándose en las ideas y el conocimiento que los profesores han acumulado a partir de la formación, la teoría de la educación matemática e incluso la experiencia diaria en el aula. Estas teorías pueden basarse en investigaciones o propuestas de cursos y se enriquecen a través de la práctica Escudero-Ávila, Contreras & Vasco (2015). La segunda, forma parte del saber del profesor en la enseñanza de las matemáticas tiene que ver con el conocimiento sobre los “recursos materiales y virtuales” que pueden utilizarse para apoyar el aprendizaje de la semejanza o congruencia. Finalmente, el conocimiento que tiene el profesor sobre *las “estrategias, técnicas, ejemplos y tareas para enseñar un contenido matemático”* específico también es fundamental, no basta con tener actividades a la mano. En conclusión, lo importante es que el profesor sepa valorar la potencialidad matemática que tiene cada una de ellas, así como sus limitaciones o los posibles obstáculos que podrían surgir al implementarlas en el aula como lo resalta Escudero-Ávila, Contreras & Vasco (2015).

La segunda categoría corresponde al *subdominio matemático KoT*, la cual se subdivide en seis categorías, de las cuales se destacan tres para el presente estudio, estas son: definiciones, fenomenología de los contenidos y representación. La primera categoría es “definiciones” donde se resalta la capacidad del profesor usar, construir y comunicar definiciones matemáticas adecuadas, de manera precisa según la necesidad, basada en propiedades fundamentales, luego la “fenomenología de los contenidos”, la cual se relaciona con el conocimiento que el profesor tiene sobre los usos, aplicaciones y contextos en los que se hace uso un concepto matemático. Es por

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

esto que, se espera que el profesor reconozca las situaciones en las que el contenido requiere un significado matemático, permitiendo la contextualización y relevancia en el aula de clase Vasco et al. (2016); Liñán (2017). Un ejemplo de esto sería, en el caso específico del estudio de las semejanzas en geometría, el profesor entiende cómo esta se expresa en fenómenos como la ampliación y reducción de figuras, la proporcionalidad, entre lados correspondientes y la conservación de los ángulos. Finalmente encontramos la “representación” esta subcategoría encierra las distintas maneras en que un concepto se puede representar, sea de manera gráfica, verbal, algebraica entre otras, así como el dominio del vocabulario y la escritura matemática asociada a estas representaciones. Estos resultados se presentan en la tabla número 4, presentada a continuación, la cual si en su respectiva casilla aparece una “X” significa que la IA, no cumple este requisito, por otra parte, si está marcado con “✓” significa que cumple con este requisito.

Tabla 6. Caracterización por subdominios del MTSK

IA	Planeación			Soporte matemático		
	KMT			KoT		
	Teorías de enseñanza	Recursos didácticos	Estrategias	Definición	Fenomenología de los contenidos	Representación
Edutekalab	✓	✓	✓	✓	✓	✓

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Eduaide AI	✓	✓	✓	✓	✓	X
SchoolAI	✓	✓	✓	✓	✓	✓
MistralAI	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Nota. Se excluye una última IA Gen por no tener rastros sobre representación en el contenido matemático.

4.3. Planeación IA

A continuación se describe el análisis del proceso de enriquecimiento de una planeación elaborada por la profesora Mafe para grado segundo de primaria en el tema de semejanza (véase Apéndice B) usando IA Gen. Para esto, se exploraron diversas herramientas, de la cual se elige la propuesta generada en su mayoría por MistralAI. La profesora Mafe fundamentó esta elección en la manera en que se usa la IA Gen; al ser un formato de chat, el cual permite un diálogo constante para ajustar, mejorar y enriquecer la propuesta; no obstante SchoolAI, aporta a la mejora del documento en la etapa de Evaluación, pero la profesora Mafe, menciona que toma solo algunas ideas dado que las respuestas obtenidas son sencillas (mostradas en color verde en el apéndice B) y no se da la opción para mejorarlas, por su parte EdutekalabAI, resalta los roles del profesor y estudiante, no reconoce completamente el modelo 5E, pero brinda recomendaciones didácticas para contextualizar y evaluar formativamente, estas mejoras se muestran en color naranja en el (apéndice B). (Eduteka, 2025; Mistral AI SAS, 2025; SchoolAI, 2025). De esta manera, el proceso de elaboración se caracterizó por ser una interacción directa entre la profesora Mafe y la IA Gen MistralAI, donde la profesora estableció los parámetros fundamentales de la sesión el tema de la

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

semejanza, el nivel (segundo grado) y el marco pedagógico (modelo 5E) a través de un *prompt* inicial, y la IA generó una propuesta estructurada para cada fase.

Este método de creación en conjunto (profesora-IA Gen) muestra una dinámica en la que el conocimiento del profesor se ejerce de manera estratégica: primero, al definir con precisión los objetivos y, segundo, al evaluar críticamente las actividades generadas. Las IA Gen proporcionaron un enriquecimiento coherente que se muestra en el (apéndice B) teniendo como base la planeación elaborada por la profesora Mafe con IN (apéndice A) obteniendo como resultado final la planeación mostrada en el (apéndice B). Un aspecto que la profesora Mafe destacó fue la capacidad de la IA para proponer posibles preguntas de los estudiantes, algunas de las cuales ella no se había planteado y que resultaban muy pertinentes. El objetivo siempre fue enriquecer la planeación elaborada con IN, por lo que se realizaron ajustes significativos: se modificaron los tiempos, la actividad inicial se redujo a una sola, se incluyeron *flashcards* en los materiales y se refinó el apartado de las posibles preguntas de los estudiantes. El principal reto de este proceso fue la necesidad de hacer ajustes constantes para mantener el hilo conductor de la sesión, asegurando que la propuesta final respondiera al contexto y a las necesidades del aula.

A continuación, se presenta el análisis de dicha dinámica, donde el conocimiento especializado del profesor se deja en evidencia no solo para estructurar el producto final, sino para guiar, reestructurar y validar las sugerencias de la IA. El análisis de este diálogo revela cómo los subdominios del MTSK actúan como un filtro crítico y un factor de mejora en la construcción de una propuesta de enseñanza, siguiendo igualmente la estructura del modelo 5E.

Desde el inicio de la interacción con la IA, el conocimiento del profesor se manifiesta en la formulación del *prompt* inicial. Al solicitar una planeación para segundo grado sobre semejanza

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

bajo el modelo 5E, se evidencia un conocimiento previo del subdominio KMT, específicamente de las *Teorías de enseñanza de las matemáticas* al seleccionar un modelo de aprendizaje constructivista como el 5E y de los estándares curriculares. La respuesta de la IA, que sugiere una actividad de "El Espejo Mágico", es una propuesta que el profesor puede considerar si así lo quiere. La actividad en sí, donde un niño hace una forma y el otro la imita más grande o pequeña, es una estrategia del KMT que la IA propone para introducir el concepto de manera lúdica. El conocimiento del profesor se activa para ponerla en práctica, asegurando que los *Recursos didácticos* en este caso, el propio cuerpo y el espacio del aula sean adecuados. Esta actividad inicial aborda la semejanza desde la *Fenomenología y aplicaciones* conectando una idea matemática con un juego de imitación, dando las bases intuitivas antes de introducir las *Definiciones, propiedades y sus fundamentos* de manera formal y una intervención guía por parte de la profesora para llegar a la definición de semejanza.

Para la fase de exploración, la IA propone la tarea "Cazadores de Formas Semejantes", donde los estudiantes buscan en el salón objetos que tengan la misma forma pero diferente tamaño. Esta sugerencia, generada por la IA, evidencia el uso del subdominio KMT al proponer una *Estrategia* de aprendizaje activo y basado en el entorno. La profesora, al aprobar esta actividad, demuestra su conocimiento al reconocer su potencial para conectar la matemática con el contexto real del estudiante. Los objetos del aula (libros, ventanas, borradores) se convierten en *Recursos didácticos*. La interacción de la profesora se centra en mejorar esta búsqueda, quizás entregando lupas o marcos de cartón para ayudar a los niños a enfocar y comparar formas, lo que demuestra un conocimiento de *Técnicas* pedagógicas para estructurar la observación. En cuanto al KoT, esta tarea fomenta una comprensión de la *Fenomenología y aplicaciones* al identificar la

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

semejanza en el mundo real. Además, impulsa a los estudiantes a desarrollar *Procedimientos* informales de comparación visual y justificación verbal, mientras que la discusión posterior sobre por qué un libro grande y uno pequeño son "semejantes" comienza a construir las *Definiciones, propiedades y sus fundamentos*, distinguiendo la semejanza de la simple diferencia de tamaño.

En la fase de explicación, la IA sugiere una discusión guiada por la profesora, formalizando los hallazgos de la fase anterior. Aquí, el conocimiento de Mafe es fundamental para dar rigor al contenido. La profesora toma la *Estrategia* propuesta por la IA (discusión grupal) y la enriquece con su conocimiento, usando el tablero o el proyector como *Recursos didácticos* para mostrar pares de figuras semejantes, demostrando un dominio de las *Técnicas* de enseñanza explícita y modelado. La sugerencia de la IA de crear un "ancla visual" o un póster con la definición es una buena práctica pedagógica que la profesora valida. El subdominio KoT es el protagonista en este momento. Es responsabilidad de la profesora asegurar la precisión de las *Definiciones, propiedades y sus fundamentos* que se presentan, clarificando que la semejanza implica la conservación de la forma (ángulos) y la proporcionalidad de los lados, aunque se explique en un lenguaje accesible para los estudiantes en segundo grado de primaria.

Para la elaboración, la IA propone una actividad creativa: "Arte a Escala", donde los estudiantes dibujan un objeto simple y luego lo redibujan más grande o más pequeño en otra hoja. Esta es una excelente *Estrategia* que la IA ofrece, pues lleva al estudiante de la identificación a la producción, Mafe, usando su conocimiento, complementa la tarea, dando a los estudiantes papel cuadriculado como *Recurso didáctico* para ayudar a mantener la forma de manera más intuitiva mientras cambian la escala, lo cual funciona como *Técnica* de apoyo y la tarea denota el

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Procedimiento que exige al estudiante aplicar su noción de "misma forma" al acto de dibujar. Al realizar la actividad, los estudiantes interactúan directamente con las *Definiciones, propiedades y sus fundamentos*, pues cualquier desviación en la forma se hace evidente, reforzando el concepto a través de un nuevo *Registro de representación*.

Finalmente, para la evaluación, la IA sugiere una "Galería de Arte", donde los estudiantes presentan sus dibujos y explican por qué sus pares de figuras son semejantes. Esta propuesta se alinea con el subdominio KMT al ser una *Estrategia* de evaluación auténtica basada en el desempeño, que si la profesora decide aceptar y ejecutar, demuestra el conocimiento de las *Teorías de enseñanza de las matemáticas* que valoran la evaluación como una oportunidad para que los estudiantes articulen y demuestren su comprensión. El rol de la profesora sería el de facilitador, haciendo preguntas que inviten a la reflexión, una *Técnica* evaluativa fundamental. Esta actividad evalúa la capacidad del estudiante para verbalizar las *Definiciones, propiedades y sus fundamentos* "son semejantes porque tienen la misma forma de casa, pero este es un dibujo grande y este es pequeño". La explicación que cada niño da sobre su proceso revela su nivel de dominio de los *Procedimientos* de construcción y comparación, permitiendo al profesor valorar la profundidad del aprendizaje logrado durante la sesión.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

5. Discusión

En el presente capítulo se aborda la discusión que resulta de la comparación entre la planeación diseñada desde la inteligencia natural (IN) y aquella que fue creada con el apoyo de una inteligencia artificial generativa (IA Gen). El análisis se articula en torno a la pertinencia del modelo 5E en la educación primaria y el conocimiento especializado que cada uno de estos procesos de planeación permite mostrar. Para esto, la discusión se fundamenta en el Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), pues este marco teórico ofrece una herramienta conceptual sólida para analizar los elementos del Conocimiento del Contenido (KoT) y el Conocimiento Didáctico del Contenido (KMT) que se manifiestan en ambos escenarios Climent y Montes (2022). El propósito central es reflexionar sobre la práctica docente en el contexto de las nuevas tecnologías, partiendo de la premisa de que el MTSK busca conformar una herramienta útil para analizar y comprender la planificación de las clases, el desarrollo de las clases, la reflexión posterior, la discusión con pares, etc. Climent y Montes (2022). Por lo tanto, el uso de este modelo es pertinente para “identificar qué necesita conocer un profesor de matemáticas para llevar a cabo, refutar, representar, modelizar y hacer un uso con significados del conocimiento matemático” (Llinares, 2022, p 331.)

Resulta oportuno señalar que el modelo de aprendizaje 5E, empleado como estructura en ambas planeaciones, se muestra particularmente ideal para la enseñanza de la geometría en los primeros grados de la educación básica primaria. Su diseño progresivo, que avanza desde la conexión inicial hasta la evaluación a través de la exploración y la conceptualización, se alinea con las trayectorias de aprendizaje que proponen Clements y Sarama (2009), quienes afirman que

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

el pensamiento geométrico temprano evoluciona desde el reconocimiento perceptivo hasta una comprensión de las propiedades de las figuras. En este sentido, la planeación IN deja ver un dominio notable de este enfoque, pues la profesora Mafe estructura una secuencia coherente, apoyada en tareas manipulativas y kinestésicas que resultan fundamentales en esta etapa del desarrollo. Esta aproximación es un reflejo del conocimiento especializado que Ball, Thames y Phelps (2008) definen como crucial para la enseñanza, ya que implica no solo saber la disciplina, sino saber cómo transformarla para hacerla accesible a los estudiantes. Así, la planeación IN se muestra avanzada en su dimensión didáctica; la anticipación de posibles dificultades y el diseño de retroalimentaciones específicas evidencian un Conocimiento Didáctico del Contenido robusto, tal como lo caracterizan Flores-Medrano et al. (2014). Además, esta planificación refleja el conjunto de conocimientos y competencias que el profesor articula en su práctica Kuzniak (2022), donde el apego profundo y la voluntad de enseñar, a pesar de las dificultades, están en el centro del modelo MTSK como las concepciones Kuzniak (2022).

Ahora bien, al comparar la planeación IN y la propuesta con IA Gen, es posible señalar que la dependencia exclusiva de recursos físicos por parte del profesor IN, si bien es valiosa, deja de lado el potencial de las herramientas digitales para la exploración dinámica de los conceptos, como señalan Santana y Climent (2015). Esta elección podría verse como una concepción docente que, en los términos de Climent (2002), aún no ha integrado plenamente la tecnología como un recurso pedagógico enriquecedor. En contraste, la propuesta de la IA Gen, aunque de naturaleza más genérica, se integra de manera competente a la estructura 5E. Su mayor potencial, sin embargo, radica en la capacidad para ampliar el repertorio del docente, generando con rapidez una diversidad de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos que el profesor puede adaptar. Este potencial

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

de expansión del repertorio se alinea con una de las dimensiones de la práctica en la Comunidad de Práctica asociada al MTSK, que busca desarrollar un repertorio y estilos de discurso Llinares, (2022). La IA, en este sentido, ofrece un volumen de precedentes y referencias que ayudan a comprender la “complejidad y la diversidad de los precedentes que se deben tener en cuenta en el trabajo matemático que concierne al profesor” (Kuzniak et al, 2022, p. 439).

Este proceso subraya que el aporte fundamental a la Educación Matemática no es la herramienta en sí misma, sino el diálogo crítico que el profesor establece con ella. Es aquí donde el modelo MTSK de Carrillo et al. (2018) actúa como el andamiaje cognitivo que permite al profesor juzgar la pertinencia didáctica (KMT) y la validez matemática (KoT) de las planeaciones generadas por la IA. La interacción con la IA puede entenderse como un proceso que facilita la reificación de significados, ya que convierte las ideas en objetos, convierte algo abstracto en una cosa concreta, que permite hablar sobre ella, Llinares (2022). La propuesta de la IA se convierte en ese objeto concreto sobre el cual el profesor negocia el significado de la práctica Llinares (2022). El juicio profesional del docente implica determinar si la propuesta artificial se alinea con la visión intrínseca de la especialización, que está dada por la propia utilidad de este conocimiento para la propia enseñanza y aprendizaje de la matemática Climent y Montes (2022). En consecuencia, una futura línea de investigación que se deriva de este estudio es la estructuración y generalización de *prompts* para la elaboración de planeaciones en otros grados y temas matemáticos, con el fin de generar guías de clase para otros profesores.

Así, el papel del profesor cambia: deja de ser el único que crea contenido y pasa a ser quien arma y adapta la planeación de clase, eligiendo, mejorando y dando sentido a los materiales. Esto muestra que su experiencia y conocimiento son, hoy más que nunca, fundamentales. Esta discusión

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

nos lleva a entender que el conocimiento del profesor no es algo fijo, sino que se adapta y se muestra de maneras diferentes. Cuando se planea de forma natural, el Modelo Especializado del Profesor que Enseña Matemáticas se ve en la originalidad de las ideas, en cómo se ajusta todo al salón de clases y en la habilidad para adelantarse a los problemas, basándose en la experiencia. Es un conocimiento que nace del profesor, un reflejo de su Espacio de Trabajo Matemático (ETM) personal Kuzniak (2022). En cambio, cuando se trabaja con la inteligencia artificial, el modelo se usa para evaluar, para escoger lo que sirve, para adaptar las ideas y, en definitiva, para aplicar un juicio profesional sobre lo que la herramienta sugiere. Aquí, el conocimiento funciona como un filtro que asegura que la propuesta final sea de calidad, lo cual requiere que el profesor desarrolle formas de “implicación mutua” en la práctica, apoyándose en la habilidad para responder a las interacciones y descubrir cómo implicarse en la práctica de identificar lo que un profesor de matemáticas necesita conocer para desarrollar buenas prácticas Llinares (2022).

Por tanto, queda claro que la IA no le resta importancia al saber del docente; más bien, cambia la forma en que se usa, pidiendo ahora nuevas habilidades para seleccionar y organizar la información. La verdadera innovación no está en elegir un método sobre el otro, sino en que el profesor sea capaz de combinar su propia experiencia con lo que la tecnología puede ofrecer. Al final, la calidad de la enseñanza de las matemáticas seguirá dependiendo de la profundidad del conocimiento del profesor, quien, con o sin IA, es el que diseña las clases para que los estudiantes aprendan de verdad. El MTSK, al integrar la visión extrínseca e intrínseca de la especialización Climent y Montes (2022), proporciona el marco para que el profesor pueda “luchar para definir la tarea” relevante Llinares (2022). El reto para quienes forman a los futuros docentes es, entonces, prepararlos no solo para crear, sino también para conocer y usar de forma crítica estas nuevas

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

herramientas, infundiendo en ellos el espíritu de amor por la vida y ganas de formar y enseñar que caracteriza la voluntad docente necesaria Kuzniak (2022).

En este punto, es necesario detenerse a pensar en el verdadero sentido de la formación docente en un escenario donde la inteligencia artificial empieza a convivir con la inteligencia natural. No se trata de una competencia entre ambas, sino de un encuentro donde la reflexión y la ética del profesor se vuelven esenciales. Como advierte Shulman (1986), enseñar implica una comprensión profunda del conocimiento, pero también de las formas en que ese conocimiento se transforma para otros. En ese mismo sentido, el MTSK no es solo un modelo teórico, sino un recordatorio de que la docencia requiere decisiones conscientes que parten del saber, pero se materializan en la acción.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

6. Conclusiones

A partir del análisis realizado sobre el conocimiento especializado de la profesora Mafe, en la planeación de la enseñanza de la geometría, para segundo grado de primaria en el tema de semejanza elaborado con IN, y enriquecido con IA Gen, se exponen las siguientes conclusiones. La investigación buscó responder a la pregunta: ¿Qué características del conocimiento especializado del profesor se revelan en las prácticas de planeación didáctica al usar diversas IA Gen en el ámbito de la semejanza y su enseñanza?. El estudio demuestra que el uso de IA Gen no opaca, sino que, por el contrario, actúa como herramienta para potenciar el conocimiento de la profesora, mostrando su capacidad para evaluar, refinar y contextualizar las propuestas de la herramienta utilizada. Tanto en la planeación elaborada con IN cómo la enriquecida con IA Gen, el conocimiento especializado de la profesora Mafe fue el motor del diseño. Se alcanzó satisfactoriamente el objetivo de caracterizar los subdominios, conocimiento de los tópicos y el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, evidenciando que, si bien la IA Gen puede darnos una variedad de estrategias y ejemplos, es el conocimiento del profesor el que garantiza la pertinencia pedagógica y la corrección matemática, seleccionando y adaptando los recursos en función de las necesidades específicas de los estudiantes de segundo grado de primaria y asegurando que el contenido se presente a un nivel nocional adecuado.

El presente estudio aporta a la Educación Matemática una perspectiva sobre la integración de la IA Gen como una herramienta de apoyo que puede optimizar el tiempo y diversificar las propuestas didácticas, siempre y cuando se articule con un conocimiento docente sólido. Se evidencia que el modelo especializado del conocimiento del profesor es un marco teórico potente no solo para analizar la práctica docente, sino para guiar una interacción crítica y efectiva con las

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

tecnologías. El principal aporte es la evidencia de que la IA Gen amplía el repertorio del profesor, pero no lo reemplaza; el juicio pedagógico sigue siendo insustituible. A partir de estos hallazgos, se abren futuras líneas de investigación. Resulta pertinente y necesario avanzar en la investigación, estructuración y generalización de *prompts* para la elaboración de planeaciones en otros grados, temas, ajustándose al entorno requerido, creando así un conocimiento sistematizado que pueda guiar a otros docentes.

Finalmente, se derivan recomendaciones clave para la formación y la práctica docente. Para los formadores de profesores, resulta fundamental incorporar en los planes de estudio espacios de formación que aborden el uso reflexivo de la IA Gen, utilizando modelos como el MTSK para enseñar a los futuros profesores a evaluar y adaptar la tecnología. Para los profesores en ejercicio, se sugiere abordar la IA Gen como un “asistente de planeación”, invirtiendo tiempo en la construcción de *prompts* detallados que reflejen sus objetivos pedagógicos. Sin embargo la rápida evolución de la tecnología, en particular la IA Gen, la cual exige una actualización constante de la investigación en la práctica y es aquí donde el presente estudio enfrentó limitaciones significativas, ya que se enfocó en un estudio de caso único “Caso profesora Mafe” lo cual implica que los resultados, si bien profundos, no son generalizables, se reconoce la dificultad para encontrar un profesor en ejercicio docente que desee participar en un caso de investigación, pues las altas cargas académicas limitan la disponibilidad de estos, lo cual representa un desafío para la validación de propuestas en contextos reales.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Referencias Bibliográficas

- Aguilar, M. S., Muñoz-Catalán, M. C., & Carrillo, J. (2019). Understanding beliefs and practices of mathematics teachers: The role of the specialized knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(3), 229–252. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9391-7>
- Arias Cardona, L. (2020). *La Construcción del Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) en la Práctica de un Docente de Morfofisiología en un Programa de Enfermería* [Tesis de Maestría en Educación, Universidad de Antioquia]. Repositorio Institucional UDEA.
- Arrieta, J., García, M., & López, P. (2022). Entornos virtuales y el desarrollo del pensamiento espacial en la educación básica primaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 25(2), 173-195.
- Arslan, B., Lehman, B., Tenison, C., Sparks, J. R., López, A. A., Gu, L., & Zapata-Rivera, D. (2024). Opportunities and challenges of using generative AI to personalize educational assessment. *Frontiers in Artificial Intelligence*, 7, Article 1460651. <https://doi.org/10.3389/frai.2024.1460651>
- Awang, L. A., Yusop, F. D., & Danaee, M. (2025). Current practices and future direction of artificial intelligence in mathematics education: A systematic review. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 20(2), Article em0823. <https://doi.org/10.29333/iejme/16006>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2005). Articulating pedagogy and mathematics to prepare teachers for the elementary grades. En W. R. Martin (Ed.), *Teaching Mathematics in Elementary Schools: Lessons Learned from an International Project* (pp. 43-61). National Council of Teachers of Mathematics.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? In *Proceedings of the Sage Journals Symposium on Teacher Knowledge* (59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>.
- Barrera,. (2025). *La inteligencia artificial generativa en la planeación didáctica en Educación Básica Primaria: Una revisión de recursos aplicables en áreas STEM* [Tesis de Pregrado, Univeridad Industrial de Santander]
- Camargo, L., & Moreno, A. (2017). El desarrollo del pensamiento espacial en la educación básica: Una aproximación desde la enseñanza de la geometría. *Revista Educación Matemática*, 29(2), 39–58.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). *The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. Conferencia presentada en el 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., Muñoz-Catalán, M. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., & Aguilar, M. S. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Carrillo-Yañez, J. (Ed.). (2018). *Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK)*. Ediciones de la Universidad de Huelva.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M. A., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar, A., Ribeiro, M., & Muñoz, M. C. (Eds.). (2022). *Investigación sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino*. Universidad Internacional de Andalucía – Universidad de Huelva.
- Chandler, K. (2024). Beginning the conversation: What is responsible AI use in mathematics education? *AMTE Connections* (Summer 2024). <https://amte.net/sites/amte.net/files/Connections%20%28Chandler%29.pdf>
- Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., & Cooney, T. J. (1998). *Geometría*. Addison Wesley Longman de México.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Climent, N. (2002). *Concepciones del enseñante sobre la actividad matemática y su influencia en la práctica docente*. Universidad de Huelva.
- Climent, N., & Montes, M. A. (2022). El modelo MTSK: Antecedentes y estructura. En J. Carrillo et al. (Eds.), *Investigación sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino*. Universidad Internacional de Andalucía – Universidad de Huelva.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

- Cobb, P., & Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand the learning of geometry. En L. A. Jones (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 273-316). Information Age Publishing.
- Correia, J. L. P., Oliveira, C. R. S. de, Matos, V. M. P., & Barreto, I. C. de S. (2024). Inteligência artificial usada na educação básica (pp. 45–46). <https://doi.org/10.69849/revistaft/pa10202409222145>
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed.). Sage Publications.
- Delgado-Rebolledo, R., & Zakaryan, D. (2019). Relationships between the knowledge of practices in mathematics and the pedagogical content knowledge of a mathematics lecturer. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(7), 1275–1295. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09977-0>
- Díaz, M. P., Rodríguez, S., & García, C. (2020). Simulaciones y realidad aumentada en la enseñanza de la geometría: Una revisión sistemática. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*, (59), 237-254.
- EduTEKA. (2025). *EduTEKALAB IA* [Plataforma de IA para el apoyo docente]. <https://eduteka.icesi.edu.co/>
- Escudero-Ávila, D., & Carrillo, J. (2020). Exploring the influence of the MTSK model in understanding prospective teachers' knowledge. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(5), 939–956. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09991-1>

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

- Escudero-Ávila, I., Contreras, L. C., & Vasco, L. E. (2015). El conocimiento del profesorado de primaria sobre el uso didáctico de GeoGebra en geometría. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 10(41), 58-75.
- Fernández, A., & López, M. (2020). Integración de herramientas digitales y manipulativos físicos para el aprendizaje de conceptos matemático en primaria. *Revista de Investigación Educativa*.
- Fernández, R. M., & López, J. A. (2020). Materiales manipulativos y desarrollo del pensamiento geométrico en la infancia. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, (64), 1-19.
- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., Aguilar, Á., & Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. Publisher Universidad de Huelva Publicaciones, 57 -72.
- Flores-Medrano, E., Rojas, M., & Carrillo, J. (2016). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): Un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La Gaceta de la RSME*, 18(3), 589–605.
- García, L. M., & Martínez, A. M. (2021). El uso de entornos de geometría dinámica para la formulación de conjeturas en primaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 39(2), 159-178.
- Gonzabay Suárez, G. A., & León Borbor, M. C. (2024). *Inteligencia artificial en la evaluación de aprendizaje y saber del docente en la EEB Mercedes Moreno Irigoyen y la EEB Presidente Tamayo* [Tesis de licenciatura, Universidad Estatal Península de Santa Elena]. Repositorio UPSE. <https://repositorio.upse.edu.ec/handle/46000/10722>

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

- Gonzabay Suárez, J. L., & León Borbor, C. E. (2024). *La Inteligencia Artificial como herramienta didáctica en el nivel básico* [Trabajo de titulación]. Universidad Estatal Península de Santa Elena.
- Gurl, T. (2024). *Artificial Intelligence in Education: A Policy Framework for the Future of Learning*. Learning Policy Institute. <https://learningpolicyinstitute.org/product/artificial-intelligence-education-policy-framework-future-learning>
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista-Lucio, M. del P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ta ed.). McGraw-Hill Interamericana.
- Hurtado, J. (2012). *Metodología de la investigación: Guía para la comprensión holística de la ciencia*. Fundación SYPAL.
- Huang, R., & Spector, J. M. (2023). Adaptive visualization in AI-based geometry learning environments: Facilitating spatial thinking. *Educational Technology Research and Development*, 71(3), 1279-1300. <https://doi.org/10.1007/s11423-023-10252-0>
- Janzen, M., & MacGregor, J. (2023). Reducing cognitive load through AI-supported visual aids in geometry education. *Journal of Computer Assisted Learning*, 39(4), 1125-1140. <https://doi.org/10.1111/jcal.12781>
- Kuzniak, A., Montoya-Delgadillo, E., & Richard, P. R. (Eds.). (2022). *Mathematical work in educational context: The mathematical working space theory perspective*. Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8>
- Kuzniak, A. (2022). Pensar los conocimientos matemáticos de los profesores en relación con su trabajo matemático. En J. Carrillo et al. (Eds.), *Investigación sobre Conocimiento*

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

- Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino*. Universidad Internacional de Andalucía – Universidad de Huelva.
- Li, M., & Manzari, E. (2025). AI utilization in primary mathematics education: A case study from a southwestern Chinese city. *Education and Information Technologies*, 30(4). <https://doi.org/10.1007/s10639-025-13315-z>
- Liñán, M. (2017). *Conocimiento especializado en Geometría en un aula de 5° de primaria*. Universidad de Huelva, Departamento de Didácticas Integradas.
- Liñán, M., Contreras, L., & Barrera, V. (2016). Conocimiento de los temas (KoT), Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. *Actas de la II Jornada del Seminario de Investigación de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Huelva*, 12–20. Huelva.
- Llinares, S. (2022). Un nuevo acercamiento a la formación de profesores de matemáticas. *Cinta de Moebio. Revista de Epistemología de Ciencias Sociales*, (73), 323-339. <https://doi.org/10.4067/s0717-554x2022000200323>
- Lloret, C. M., González, A. H., & Raboso, D. D. (2022). Sistemas y recursos educativos basados en IA que apoyan y evalúan la educación. *Revista de Educación a Distancia*, (24), 1–18. <https://portalciencia.ull.es/documentos/64b9748fda40a51482ce325d>
- Mistral AI SAS. (2025). *Mistral AI* [Modelo de lenguaje grande]. <https://mistral.ai/SchoolAI>. (2025).
- Ministerio de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (MinTIC). (2025). *Conectividad en Instituciones Educativas Públicas* (p. 1). https://mintic.gov.co/micrositios/PlanConectividadDigital/870/articulos-399431_recurso_1.pdf

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

- Mittal, U., Sai, S., Chamola, V., & Sangwan, D. (2024). A comprehensive review on generative AI for education. *IEEE Access*. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3468368>
- Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L. C., Liñán-García, M. M., & Barrera-Castarnado, V. J. (2024). Conocimiento especializado del profesor: un experimento de enseñanza centrado en una tarea formativa sobre geometría. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 26, 1–19. <https://doi.org/10.35763/aiem.v26i0.5050>
- Montes, M. A., & Climent, N. (2022). Conocimientos tecnológicos pedagógicos de contenido matemático. En J. Carrillo, N. Climent, M. A. Montes, L. Contreras, E. Flores-Medrano, D. Escudero-Ávila, D. Vasco, N. Rojas, P. Flores, A. Aguilar, M. Ribeiro, & M. C. Muñoz (Eds.), *Conocimientos tecnológicos pedagógicos de contenido matemático* (pp. 207-222). Universidad Internacional de Andalucía – Universidad de Huelva.
- Möhring, W., & Szubielska, M. (2023). Scaling up = Scaling down? Children's spatial scaling in different perceptual modalities and scaling directions. *Cognitive Research: Principles and Implications*, 8(1), 62.
- Moundridou, K., Kordaki, M., & Manthou, M. (2024). The use of Generative AI tools (GenAI) in lesson planning: Exploring the interplay between mathematics teachers' specialized knowledge (MTSK) and GenAI output. En M. Inprasitha, K. Y. Wong, N. O. M. A. Ali, & T. P. G. T. E. F. K. W. K. Y. W. W. K. K. Wong (Eds.), *Proceedings of the 15th International Congress on Mathematical Education* (pp. 535-543). ICMI. https://icme15.icmi.net/proceedings/pdfs/ICME15_Proceedings_voll1.pdf

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

- Muñoz-Catalán, M. C., Contreras, L. C., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M., & Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): Un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La Gaceta de la RSME*, 18(3), 589–605.
- Ng, O. L., Shi, C., & Ting, F. S. T. (2020). Exploring similarity in dynamic geometry environments: A study with primary students. *Educational Studies in Mathematics*, 105(1), 1-22. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09941-2>
- Opesemowo, O. A. G. (2024). A systematic review of artificial intelligence in mathematics education: The emergence of 4IR. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(7), Article em2478. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14762>
- Otálora-Gómez, Y., Gómez-Ariza, D. P., & Montenegro-Barrios, C. A. (2020). Desarrollo de habilidades espaciales y pensamiento geométrico en estudiantes de bachillerato. *Revista Praxis y Saber*, 11(26). <https://doi.org/10.19053/22160134.v11.n26.2020.10183>
- Portero, D. (2023). *Inteligencia artificial y retroalimentación inmediata en la enseñanza de las matemáticas* [Tesis de Maestría]. Universidad Autónoma de Madrid.
- Ríos Álvarez, J. K. (2025). *Inteligencia artificial en la práctica docente* [Tesis de licenciatura, Universidad de Guayaquil]. Repositorio UG. <https://repositorio.ug.edu.ec/items/31fd87ea-7770-4a18-825e-daf8fd55bfb3>
- Rojas, M., Flores-Medrano, E., & Carrillo, J. (2015). Knowledge for teaching mathematics: A perspective from Latin America. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(4), 285–311. <https://doi.org/10.1007/s10857-014-9285-0>

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

- Sandín, M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación: Fundamentos y tradiciones*. McGraw-Hill Interamericana.
- Santana, A., & Climent, N. (2015). Tecnología y conocimiento profesional del profesor de matemáticas: Una mirada desde el modelo MTSK. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20(4), 49–66.
- Sarama, J., Clements, D. H., & Baroody, A. J. (2021). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (3rd ed.). Routledge.
- Shahbari, J. A., & Daher, W. (2020). Learning Congruent Triangles through Ethnomathematics: The Case of Students with Difficulties in Mathematics. *Applied Sciences*, 10(14), 4950. <https://doi.org/10.3390/app10144950>
- SchoolAI [Plataforma de experiencia en el aula impulsada por IA]. <https://schoolai.com/>
- Schwab, K. (2016). *The Fourth Industrial Revolution*. Crown Business.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Sierra, M., González, P., & Morales, F. (2022). Uso de tutores inteligentes para el razonamiento geométrico en la educación primaria. *Bordón. Revista de Pedagogía*, 74(4), 7-23.
- Stake, R. E. (2010). *Investigación con estudio de casos* (4ta ed.). Ediciones Morata.
- Sun, Y., & Tang, J. (2022). Integrating AI-based adaptive learning environments in primary school geometry classes. *Computers in Human Behavior*, 137, 107405. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2022.107405>

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

- Tang, X., Cheng, G., & Ling, M. H. (2025). Artificial intelligence in teaching and teacher professional development: A systematic review. *Computers & Education: Artificial Intelligence*, 8, Article 100355. <https://doi.org/10.1016/j.caeai.2024.100355>
- Tascón Cardona, M. M., & Marcela, V. A. (s.f.). *El conocimiento didáctico del contenido (KMT) en la formación inicial docente*. [Documento inédito o de circulación limitada].
- UNESCO. (2021). *Global Education Monitoring Report 2021/2: Non-state actors in education: Who chooses? Who loses?* UNESCO Publishing. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000379875>
- UNESCO. (2023). *Artificial intelligence in education*. UNESCO. <https://www.unesco.org/en/digital-education/artificial-intelligence>
- UNESCO. (2025, 22 de enero). Inteligencia artificial en la educación: la UNESCO impulsa competencias clave para docentes y estudiantes. UNESCO. <https://www.unesco.org/es/articles/inteligencia-artificial-en-la-educacion-la-unesco-impulsa-competencias-clave-para-docentes-y>
- Vasco, Y., Barahona, C., & Arboleda, L. G. (2016). ¿Cómo los docentes de matemáticas usan la contextualización en el aula de clase? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*
- Universitat Oberta de Catalunya. (2023). *Guía para la aplicación de la inteligencia artificial a la acción docente*. eLearn Center, UOC. <https://openaccess.uoc.edu/handle/10609/149762>
- Van Vaerenbergh, F., Pérez-Suay, A., & Diago, P. D. (2023). Future primary teachers' intention to use dynamic geometry software: A study on attitudes and perceived utility. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 46(2), 154-175.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

- Vásquez, L., Parra, M., & Soto, P. (2024). Evaluación formativa con apoyo de IA en la enseñanza de las matemáticas: Un estudio de caso. *Revista Complutense de Educación*, 35(2), 1-15.
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, meaning, and identity*. Cambridge University Press.
- Yusuf, A. A. (2025). Ethical and pedagogical challenges of artificial intelligence in primary mathematics education. *International Journal of Child-Computer Interaction*, 43, 100742. <https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2025.100742>

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Apéndices

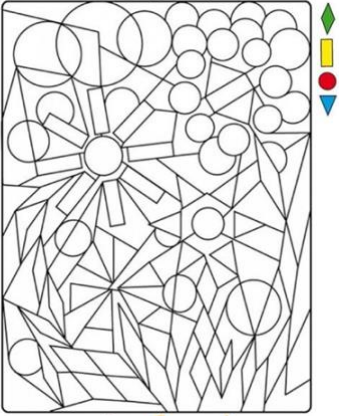
Apéndice A. Planeación de la profesora Mafe con IN

Grado	Segundo primaria	Profesor	Mafe	Tiempo total en minutos	135
Nombre de la sesión	Detectives de figuras				
Contexto de la unidad	Noción de semejanza y reconocimiento en las figuras.				
Rol del estudiante	Participantes activos del proceso mediante la exploración, indagación, argumentación y reflexión de las diferentes situaciones de diseño. Los estudiantes deben trabajar cooperativamente, asumiendo responsabilidades sobre su propio aprendizaje. Para ello, deben expresar sus ideas a partir de sus conocimientos nuevos y las nuevas experiencias de aprendizaje.				
Materiales	Tizas <i>Flashcards</i> de figuras geométricas Marcadores Colores Imágenes de figuras geométricas impresas				
Estándar(es)	Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir). Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio. Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura. Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.				
Objetivo de la clase	Reconocer la congruencia y semejanza de las figuras geométricas				
Propósito de aprendizaje	Desarrollar la capacidad de identificar, comparar y usar las figuras geométricas en diferentes situaciones de diseño teniendo en cuenta los atributos de congruencia y semejanza				

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Propósito de enseñanza	Guiar a los estudiantes en el reconocimiento de la congruencia y semejanza en las figuras geométricas			
Momento 1: <i>Engagement</i>				
Tiempo estimado	45 minutos			
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación	Ajustes necesarios
Competencia de relevos donde los estudiantes dibujen la figura que la docente indique y su compañero debe dibujar una figura igual	El profesor les comenta a los estudiantes que realizarán una actividad en equipos de relevos, donde deben identificar si dos figuras son iguales o no. Para ello, subirán al parque y se organizarán en dos filas, y se le entregarán tizas a los estudiantes para que realicen los dibujos en el piso. La carrera inicia con el primer estudiante, el	<ol style="list-style-type: none"> Los estudiantes no saben/recuerdan que son figuras geométricas Los estudiantes realizan diferentes figuras cada uno 	<ol style="list-style-type: none"> La docente pregunta a sus compañeros si alguno sabe que es una figura geométrica. En el caso en el que si sepan, se escuchan las intervenciones y se retoma con ejemplos para recordar (triángulo, cuadrilátero, etc.). Se explica nuevamente cual es la actividad con un modelado de la docente donde toma 	<ol style="list-style-type: none"> Se genera un espacio corto para recordar las figuras geométricas con videos o imágenes de ejemplo. Antes de iniciar la actividad, se realiza el modelado del juego con la docente para que los estudiantes tengan una comprensión completa de la indicación.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

	<p>cual escoge y dibuja una figura geométrica en el piso y sus compañeros deben intentar dibujar la misma figura.</p>		<p>el rol de los estudiantes e imita el juego.</p>	
<p>Dibujo con figuras geométricas y colorear del mismo color las figuras geométricas.</p> 	<p>En el salón de clases, a cada estudiante se le entrega una hoja donde se le dan las siguientes instrucciones. Deben colorear todos los triángulos de azul, los círculos de rojo, los rectángulos de amarillo y los rombos de verde.</p>	<p>1. Los estudiantes no diferencian ese tipo de figuras</p>	<p>1. Con el apoyo de <i>flashcards</i>, la docente le recuerda a los estudiantes las características de cada una de esas figuras: triángulo, tres lados; rectángulo, cuatro lados con dos de una medida mayor y otros dos de una medida menor; círculo, una figura redonda cerrada; rombo, con cuatro</p>	<p>1. Antes de entregar las hojas, se retoma con <i>flashcards</i> o en el tablero las cuatro figuras a trabajar con sus definiciones y representaciones para que los estudiantes recuerden y las diferencien.</p>

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

			lados de forma inclinada, donde un vértice mira hacia arriba, otro hacia abajo y dos a los lados.	
Momento 2: <i>Exploration</i>				
Tiempo estimado:	20 minutos			
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación	Ajustes necesarios
Socialización de la actividad 1: Competencia de relevo. En el parque la docente pasa por las figuras y les pregunta a los estudiantes si son iguales, parecidas o no se parecen las figuras. Los estudiantes argumentaran porque si o no se parecen.	La docente irá por cada figura, mostrando la número 1 o principal, la cual debía ser “copiada” por el resto. Luego de socializar sus características, comenzará a observar las otras figuras y a preguntar si son iguales o no que la principal.	<ol style="list-style-type: none"> 1. La figura es igual. La figura no es igual 2. La figura no es igual porque esta girada 3. La figura es igual porque tiene la misma cantidad de lados <p>La figura no es la misma porque una es más grande y otra más pequeña</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Para ambas respuestas, se debe rectificar revisando la forma, las medidas, si tiene o no transformaciones. 2. Se desarrolla la noción de que la transformación no implica un cambio de tamaño o forma de la figura, por lo 	Se pueden tener recursos extra para que la rectificación de las características de las figuras sea más comprensible. El apoyo puede ser en un tablero donde se escriban las características que debemos tener en cuenta la ver la figura.

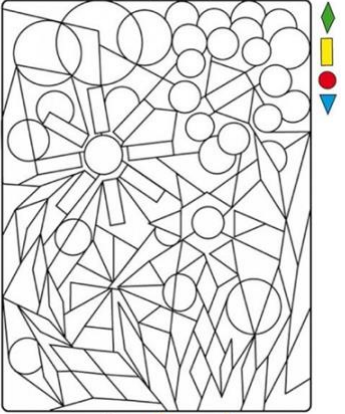
CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

	<p>En cada figura, se abrirá el debate sobre si la figura es igual o no. Donde al final se rectificará con las características de tamaño, forma y transformación.</p>		<p>que si mantiene las otras características es igual.</p> <p>3. Aunque tenga la misma cantidad de lados, también debe contar con la característica de mantener unas medidas proporcionales, es decir, que sean las mismas medidas o que aunque cambien de medida, los mismos lados sigan teniendo las características de cuál es el más largo, etc.</p> <p>4. Si se cumplen las otras características</p>	<p>También, se pueden tomar ejemplos en concreto para no revisar todos los dibujos y retomarlos con fotografías y proyección en el televisor en clase, donde se puede dibujar sobre la imagen en programas como GeoGebra y facilitar así la explicación.</p>
--	---	--	--	--

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

			<p>y solo cambia el tamaño de la figura, se puede decir que no es igual o exacta a la otra, pero que mantienen cierta similitud para así acercarnos a las nociones de semejanza y congruencia</p>	
<p>Socialización y argumentación del dibujo con figuras geométricas y colorear del mismo color las figuras geométricas.</p>	<p>Se recogen los dibujos y se proyectan en el televisor uno por uno. Luego, se toma uno de ejemplo y el estudiante pasa a exponer su dibujo. El docente debe ser guía preguntándole porque coloreo los elementos de esos colores, que</p>	<p>Se pueden obtener las mismas respuestas del ejercicio anterior; no obstante, en este dibujo las figuras son más claras y están más delimitadas, por lo que las características de tamaño, forma, dimensiones y transformaciones son más visibles en comparación</p>	<p>Se retoma la explicación del cambio de tamaño, forma, dimensiones y transformaciones de manera oral y con apoyo visual en cada intervención y argumentación de los estudiantes.</p>	<p>En el programa de GeoGebra se puede dibujar encima de la imagen y luego dejar solo las figuras para tener una comparación más clara, donde solo este una o dos figuras y no todo el dibujo.</p>

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

	<p>similitudes vio, que figuras se repitieron, etc.</p> <p>También debe seleccionar dos figuras específicas del dibujo y decir porque son iguales.</p> <p>Así mismo, les preguntará a los otros estudiantes si las figuras son iguales o no y por qué.</p>	<p>con otras.</p>		
Momento 3: <i>Explanation</i>				
Tiempo estimado:	20 minutos			
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación	Ajustes necesarios
Explicación de congruencia	El docente presenta el concepto de congruencia: Dos figuras son congruentes cuando	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se ven iguales porque miden lo mismo 2. Se pueden tapar una a la otra 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Cuando las figuras tienen los mismos lados y miden lo mismo 	Se realizan las aclaraciones pertinentes. Se puede realizar antes un ejemplo con figuras

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

	<p>tienen la misma forma y el mismo tamaño. Son como gemelos idénticos</p> <p>Se realizan ejemplificaciones con objetos del entorno o situaciones de la vida real.</p> <p>Por ejemplo: Dos reglas del mismo tamaño (30 cm), dos tapas de botella, etc.</p> <p>Se realizan los apuntes en el cuaderno para registrar la temática.</p>	<p>3. No son iguales porque están volteadas</p>	<p>decimos que son congruentes</p> <p>2. Si una figura cubre perfectamente a la otra se puede decir que son congruentes</p> <p>3. Es una muy buena observación, ya que se nota que una está volteada. Aunque la veamos en otra posición, sigue teniendo los mismos lados y ángulos, así que sigue siendo congruente.</p>	<p>giradas para anteponerme a la respuesta tres y explicar que el giro no implica que cambia el tamaño y la forma.</p>
--	--	---	--	--


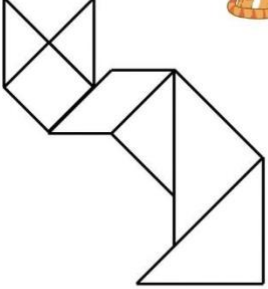


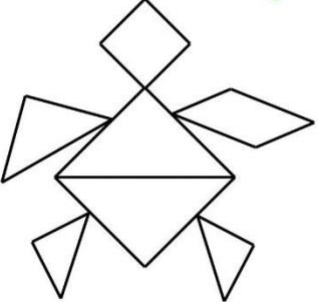

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

<p>Explicación de semejanza</p>	<p>El docente presenta el concepto de semejanza: Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma, pero no el mismo tamaño. Son como una foto que amplías o reduces en el celular. Se realizan ejemplificaciones con objetos del entorno o situaciones de la vida real. Por ejemplo: Un mapa y el territorio real (mantiene la forma pero el tamaño cambia), un edificio y la maqueta del diseño del mismo edificio, una fotografía impresa en diferentes tamaños,</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Es lo mismo, pero uno más grande y otro más pequeño 2. La figura no cambia, solo el tamaño 3. Son diferentes porque una es más pequeña o grande 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Aunque cambia el tamaño, si la forma se mantiene, decimos que son semejantes 2. Eso es la semejanza: misma forma, diferente tamaño 3. La forma sigue siendo la misma, aunque cambie el tamaño. Cuando esto pasa, no decimos que son diferentes, sino que son semejantes. 	<p>Se pueden realizar ejemplos manipulativos con fichas, imágenes impresas, mapas, etc. Donde los estudiantes revisen que es el mismo contenido pero en diferente tamaño.</p>
---------------------------------	--	--	---	---


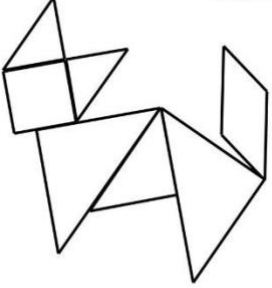

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

	etc. Se realizan apuntes en el cuaderno para registrar la temática.			
Momento 4: Elaboration				
Tiempo estimado:	25 minutos			
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación	Ajustes necesarios
<p>Tangram en blanco</p> <p>Los estudiantes se deben organizar en tres grupos. A cada grupo se le entrega una ficha y un tangram en blanco que deben armar.</p> <p>Las figuras que son congruentes se deben colorear de rojo y las semejantes de azul.</p>	<p>Se organizan a los estudiantes en tres grupos y al azar se les entrega la imagen y el tangram. Se les explica que deben formar la figura del tangram, y cuando la tengan colorear de rojo las figuras que sean congruentes (igual tamaño, igual forma) y de azul las semejantes (igual forma, diferente tamaño). El docente va</p>	<ol style="list-style-type: none"> Nos sobra una ficha Tenemos que girar la ficha para encajarla Son iguales aunque uno este volteado El cuadrado y el triángulo son semejantes porque los dos tienen puntas No son iguales porque uno es pequeño y el otro grande Coloreamos de rojo estos dos porque son exactamente iguales 	<ol style="list-style-type: none"> Recuerden que el tangram siempre se arma con todas las piezas. Revisen cuál les falta por ubicar, a veces hay que girarla o moverla para que encaje Cuando giramos una figura, sigue siendo la misma. Eso nos ayuda a ver que la orientación no cambia la congruencia 	<p>Reforzar los conceptos claves y aclarar la confusión con la semejanza, congruencia y el parecido. Se explica con ejemplos concretos.</p> <p>Si se equivocan mucho, simplificar la tarea (comparar solo dos figuras en vez de todas).</p>

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

<p>Gato </p>  <p></p> <p>Tortuga </p>  <p></p>	<p>pasando por cada grupo para responder dudas y guiar a los estudiantes en su proceso.</p>	<p>7. Pintamos este de rojo porque se parece</p> <p>8. Todos son diferentes, ninguno es igual</p>	<p>3. Eso es congruencia: misma forma y mismo tamaño, aunque estén en posiciones diferentes.</p> <p>4. No son semejantes porque no tienen la misma forma. Para que sean semejantes deben ser la misma figura, solo que de diferente tamaño</p> <p>5. Eso significa que no son congruentes, pero sí son semejantes porque tienen la misma forma, aunque distinto tamaño</p> <p>6. Las figuras congruentes se</p>	
---	---	---	---	--

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

<p>Zorro </p>  <p> Universo TEA</p>			<p>colorean de rojo porque tienen la misma forma y tamaño.</p> <p>7. “Parecerse” no siempre significa que sean congruentes. Para ser congruentes deben ser idénticos en forma y tamaño. Si solo son parecidos, pero no iguales, entonces no se pintan de rojo.</p> <p>8. A veces parece que son diferentes, pero si observamos con cuidado veremos que algunas piezas tienen la misma forma y tamaño.</p>	
--	--	--	---	--

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Momento 5: <i>Evaluation</i>				
Tiempo estimado:	25 minutos			
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación	Ajustes necesarios
<p>Observación del proceso, explicaciones, argumentaciones y participación de los estudiantes.</p> <p>Para complementar la evaluación, va a pasar cada grupo a mostrar su tangram y justificar porque colorearon de esa forma.</p> <p>Comprensión del concepto</p> <p>Identifica correctamente figuras congruentes.</p> <p>Identifica correctamente figuras semejantes.</p> <p>Procedimiento y estrategia</p> <p>Usa el color adecuado según la consigna.</p>	<p>El docente se limita a preguntar a los estudiantes sobre su creación.</p> <p>¿Por qué estas figuras están de rojo?</p> <p>¿Por qué estas figuras están de azul?</p> <p>¿Usaron todas las figuras?</p> <p>¿Qué piensa el resto del grupo, es semejanza o congruencia?</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Porque se parecen mucho 2. Porque tienen puntas iguales 3. Usamos todas las figuras pero tuvimos que girar algunas 4. Nos sobro una ficha 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se aprecia nuevamente el concepto de que son parecidas. Pero para que estén pintadas de rojo deben ser exactamente iguales en forma y tamaño, no solo que se parezcan. Si solo se parecen, hablamos de semejanza, no de congruencia. 2. No basta con que tengan esquinas parecidas. Para que sean semejantes, deben tener la 	<p>Se debe tener en cuenta no solo el producto, sino el proceso y la observación que se hizo en el momento anterior.</p> <p>Se pueden incluir preguntas orales y la discusión grupal como parte de los indicadores. En este sentido, la evaluación se debe usar como oportunidad de aprendizaje y no solo para medir el conocimiento.</p>

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

<p>Argumenta sus decisiones (explica por qué pintó una figura de rojo o azul).</p> <p>Actitud y participación</p> <p>Trabaja en equipo y respeta turnos.</p> <p>Escucha y considera las ideas de los compañeros.</p>			<p>misma forma, solo que en diferente tamaño. Un cuadrado y un triángulo no son semejantes, aunque los dos tengan puntas.</p> <p>3. Al girar una figura no cambia su forma ni su tamaño, sigue siendo la misma. Solo cambia la orientación. Así descubrimos que aún giradas, las figuras siguen siendo congruentes</p> <p>4. El tangram siempre se arma con todas las piezas. Revisen de nuevo: a veces</p>	
---	--	--	---	--

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

			hay que girar o mover una ficha para que encaje.	
--	--	--	--	--

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Apéndice B. Enriquecimiento Planeación de la profesora Mafe con IA Gen.

Grado	Segundo primaria	Profesora	Mafe	Tiempo total en minutos	135
Nombre de la sesión	Detectives de figuras				
Contexto de la unidad	Noción de semejanza e identificación en las figuras.				
Rol del estudiante	Participantes activos del proceso mediante la exploración, indagación, argumentación y reflexión de las diferentes situaciones de diseño. Los estudiantes deben trabajar cooperativamente, asumiendo responsabilidades sobre su propio aprendizaje. Para ello, deben expresar sus ideas a partir de sus conocimientos nuevos y las nuevas experiencias de aprendizaje.				
Materiales	Tizas <i>Flashcards</i> de figuras geométricas Marcadores Colores Imágenes de figuras geométricas impresas				
Estándar(es)	Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir). Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio. Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura. Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.				
Objetivo de la clase	Reconocer la congruencia y semejanza de las figuras geométricas				
Propósito de aprendizaje	Desarrollar la capacidad de identificar, comparar y usar las figuras geométricas en diferentes situaciones de diseño teniendo en cuenta los atributos de congruencia y semejanza				
Propósito de enseñanza	Guiar a los estudiantes en el reconocimiento de la congruencia y semejanza en las figuras geométricas				

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Momento 1: <i>Engagement</i>				
Tiempo estimado	20 minutos			
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación	Ajustes necesarios
Los estudiantes ⁹ se organizan en dos equipos. Cada equipo debe dibujar con tiza en el piso una figura geométrica (ej: triángulo) y el siguiente compañero debe dibujar una figura idéntica.	Preguntar: "¿Cómo saben que las figuras son iguales?". Mostrar flashcards de figuras geométricas para recordar sus nombres y características.	El estudiante compara las figuras solo por apariencia visual, sin analizar forma, tamaño o posición. El estudiante nota la diferencia de escala, pero confunde semejanza con congruencia . El estudiante cree que el giro cambia la identidad de la figura (confunde orientación con forma/tamaño).	"¡Excelente observación! Pero para estar seguros, vamos a verificar: si ponemos una figura encima de la otra, ¿coinciden todos sus lados y esquinas? Si calzan perfectamente, son congruentes (igual forma y tamaño). Si no calzan, pero tienen la misma forma, son semejantes (como una foto ampliada)." "¡Muy bien! Efectivamente, una es más grande que la	Si los estudiantes no entienden la superposición, se pueden usar figuras recortadas en cartulina para que manipulen y comparen físicamente Si el concepto de giro es abstracto, se pueden usar objetos físicos

⁹ El color negro en esta planeación corresponde a las salidas proporcionadas por MistralAI.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

		<p>El estudiante describe la rotación o deformación de manera informal ("chueca").</p> <p>El estudiante confunde los nombres de las figuras o sus atributos (ej: cree que un cuadrado no es un tipo de rectángulo).</p> <p>El estudiante intenta validar la congruencia de manera práctica, pero no comprende por qué no coinciden.</p>	<p>otra. Cuando dos figuras tienen la misma forma pero diferente tamaño, las llamamos semejantes. Por ejemplo, una foto de tu familia en tamaño pequeño y otra ampliada: son iguales, pero una es más grande.</p> <p>¿Pueden encontrar en el aula objetos que sean semejantes?"</p> <p>"¡Interesante! Vamos a probar algo: si giro esta figura (muestra un triángulo recortado), ¿sus lados y esquinas siguen siendo los mismos? El giro no cambia la forma ni el tamaño, solo la posición. Si las figuras tienen los mismos lados y ángulos, son congruentes, aunque estén volteadas. ¿Quieren</p>	<p>(ej: un rompecabezas de dos piezas idénticas) para demostrar que el giro no afecta la congruencia.</p> <p>Si los estudiantes no logran superponer correctamente, se puede usar papel transparente para que calcen las figuras.</p>
--	--	---	---	--

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

			<p>intentar girar sus dibujos para ver si coinciden?"</p> <p>"¡Buena descripción! Cuando decimos que una figura está 'chueca', en matemáticas decimos que está rotada o girada. Pero si sus lados y esquinas miden lo mismo, sigue siendo congruente. Vamos a medir los lados con nuestros pasos para confirmar."</p> <p>"¡Vamos a revisar! Un cuadrado es un tipo especial de rectángulo porque tiene cuatro lados iguales. Pero si los lados no son iguales, es un rectángulo normal.</p> <p>¿Cómo son los lados de sus figuras? Midámoslos con las manos."</p>	
--	--	--	--	--

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

			"¡Excelente método! Si no calzan, puede ser por tres razones: 1) No tienen la misma forma, 2) No tienen el mismo tamaño, o 3) Una está girada. Vamos a revisar: ¿sus esquinas son iguales? ¿Sus lados miden lo mismo? Si solo difieren en tamaño, son semejantes."	
Momento 2: <i>Exploration</i>				
Tiempo estimado:	25 minutos			
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación	Ajustes necesarios
Cada estudiante recibe una hoja con figuras geométricas entrelazadas (como la imagen anexa). Deben colorear: <ul style="list-style-type: none"> • Triángulos: azul • Círculos: rojo 	Preguntar: "¿Qué figuras son iguales? ¿Por qué?". Mostrar ejemplos de figuras congruentes y semejantes con objetos del aula (ej: dos reglas de	"Todos estos son triángulos, pero algunos son más grandes. ¿Los pinto igual?" "No son iguales porque una está girada."	"¡Excelente pregunta! Todos son triángulos, así que los pintamos de azul. Pero fíjense: aunque algunos sean más grandes o estén girados, siguen siendo triángulos. Más adelante veremos que	Si hay confusión, muestra dos triángulos de diferente tamaño en el tablero y pregúntales: "¿Son iguales?

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

<ul style="list-style-type: none"> ● Rectángulos: amarillo ● Rombos: verde 	<p>diferente tamaño).</p>	<p>"Esta es más grande, pero es igualita."</p> <p>"Esta no es igual porque los lados no miden lo mismo."</p> <p>"Todas son diferentes."</p>	<p>los que tienen el mismo tamaño son congruentes, y los que solo tienen la misma forma pero diferente tamaño es semejantes."</p> <p>"El giro no cambia la forma ni el tamaño. Si giramos una, ¿sus lados siguen midiendo lo mismo? Entonces son congruentes. Es como girar un vaso: sigue siendo el mismo vaso."</p> <p>"¡Exacto! Cuando dos figuras tienen la misma forma pero diferente tamaño, las llamamos semejantes. Como una foto y su ampliación. ¿Pueden encontrar otro par de figuras semejantes en el piso?"</p>	<p>¿En qué se parecen y en qué no?". Usa un ejemplo cotidiano: "Como una pizza familiar y una personal: misma forma, pero una es más grande."</p> <p>Usa un objeto físico (ej: un libro) y haz que lo giren: "¿Sigue siendo el mismo libro? ¡Igual pasa con las figuras!". Si persiste la duda, dibuja dos triángulos congruentes en el tablero, uno</p>
--	---------------------------	---	--	--

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

			<p>"¡Muy bien! Si los lados no miden lo mismo, no son congruentes. Pero si la forma es igual, son semejantes. Midan los lados de estas dos figuras para confirmar."</p> <p>"Vamos a revisar una por una. Empecemos con esta: ¿tiene los mismos lados que la original? ¿Y las esquinas? Si solo cambia el tamaño o el giro, no son tan diferentes."</p>	<p>girado, y superpón papel transparente para demostrar que coinciden.</p> <p>Prepara pares de figuras semejantes (ej: dos estrellas, una grande y una pequeña) y pídeles que las identifiquen. Usa un proyector para ampliar una figura y compararla con la original.</p> <p>Entrega cintas métricas o reglas para que midan. Si no hay, que usen pasos o</p>
--	--	--	--	--

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

				<p>palmas: "Den un paso junto a este lado y otro junto a este. ¿Miden lo mismo?".</p> <p>Agrupar las figuras por forma en el tablero y compáralas: "Todas estas son triángulos. ¿Cuáles son congruentes y cuáles semejantes?". Usa colores para marcar las congruentes (rojo) y semejantes (azul).</p>
<p>Momento 3: <i>Explanation</i></p>				

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

Tiempo estimado:	20 minutos			
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación	Ajustes necesarios
<p>Presenta un problema real y accesible para activar conocimientos previos. Muestra tres tarjetas con la misma figura en tamaños diferentes (pequeño, mediano y grande) y pregunta: “¿Cómo podemos saber si estas tres figuras son iguales en forma y tamaño, o sólo comparten la misma forma pero a diferente tamaño?” Presenta un objeto familiar de la vida diaria (por ejemplo, una ventana con el marco y una versión reducida</p>	<p>Formula¹⁰ una primera pregunta de verificación: “¿Qué tienen que hacer para que una figura pequeña se vea exactamente igual a la grande sin recortarla?” Señala que si una figura puede moverse (trasladándose o girándose) para coincidir exactamente con otra, entonces son congruentes; si es necesario cambiar su tamaño para que</p>	<p>"Ahí sí calzan, son iguales." "Pero una estaba al revés." "La B es más pequeña." "No entiendo por qué ahora sí calzan."</p>	<p>"Exacto. Cuando dos figuras calzan perfectamente después de moverlas o girarlas, son congruentes. No importa si estaban en posiciones diferentes al inicio." "El giro o la posición no afectan la congruencia. Lo importante es que tengan la misma forma y tamaño. ¿Ven cómo al girarla, la figura B queda igual que la A?"</p>	<p>Pide a un estudiante que dibuje dos figuras congruentes en el tablero y las gire para demostrar. Haz que los estudiantes giren su cuerpo o un objeto: "Si yo giro, ¿dejo de ser yo? No. Igual pasa con las figuras."</p>

¹⁰ El color de esta planeación es naranja que corresponde a los aportes realizados EdutekalabAI.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

<p>de la misma ventana) y guía a los estudiantes a identificar qué significa “congruente” y qué significa “semejante”. Explica que congruencia implica la misma forma y tamaño, mientras que semejanza mantiene la forma, pero puede variar el tamaño; enfatiza que las rotaciones y traslaciones no cambian estas propiedades.</p>	<p>coincidan, entonces son semejantes. Proporciona un breve ejemplo visual en el tablero mostrando una figura A y una figura B que se superponen tras una traslación y una rotación, dejando claro cuándo se logra una superposición exacta.</p>		<p>"En este caso, no: ambas miden lo mismo. Si una fuera más pequeña, tendríamos que ampliarla para que calce. Pero aquí solo las movimos. ¿Qué pasaría si la B fuera más chica?"</p> <p>"Porque tienen los mismos lados y ángulos. Vamos a medirlos: (usa una regla o los dedos) ¿ven? Este lado mide lo mismo que este otro. Lo único que cambió fue su posición."</p>	<p>Dibuja una figura C más pequeña y pregúntales: "¿Cómo haríamos para que C sea congruente con A?" (Respuesta: "Agrandarla").</p> <p>Usa papel transparente para calcar y superponer las figuras, o recorta y pega las figuras en el tablero.</p>
<p>Explicación de semejanza</p>	<p>El docente presenta el concepto de semejanza: Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma, pero no el mismo</p>	<p>4. Es lo mismo, pero uno más grande y otro más pequeño 5. La figura no cambia, solo el tamaño 6. Son diferentes porque</p>	<p>4. Aunque cambia el tamaño, si la forma se mantiene, decimos que son semejantes 5. Eso es la semejanza: misma forma, diferente</p>	<p>Se pueden realizar ejemplos manipulativos con fichas, imágenes impresas, mapas, etc. Donde los</p>


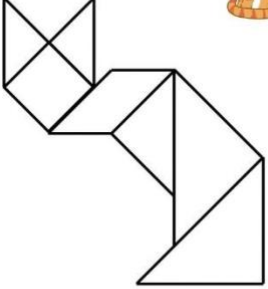


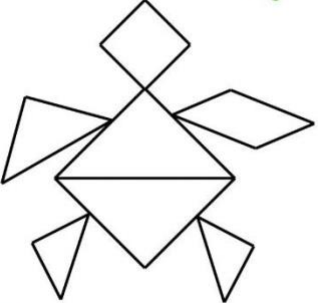

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

	<p>tamaño. Son como una foto que amplías o reduces en el celular. Se realizan ejemplificaciones con objetos del entorno o situaciones de la vida real. Por ejemplo: Un mapa y el territorio real (mantiene la forma pero el tamaño cambia), un edificio y la maqueta del diseño del mismo edificio, una fotografía impresa en diferentes tamaños, etc. Se realizan apuntes en el cuaderno para registrar la temática.</p>	<p>una es más pequeña o grande</p>	<p>tamaño 6. La forma sigue siendo la misma, aunque cambie el tamaño. Cuando esto pasa, no decimos que son diferentes, sino que son semejantes.</p>	<p>estudiantes revisen que es el mismo contenido pero en diferente tamaño.</p>
Momento 4: Elaboration				
Tiempo estimado:	25 minutos			
Descripción de la(s)	Intervención del	Posibles respuestas	Retroalimentación	Ajustes


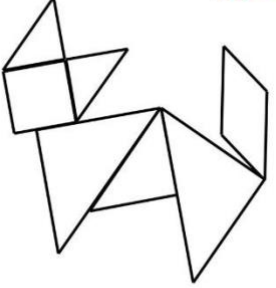

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

tarea(s)	profesor			necesarios
<p>En grupos de 3, los estudiantes reciben un tangram en blanco y una imagen de referencia (ej: gato o tortuga). Deben:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Armar la figura usando todas las piezas. 2. Colorear de rojo las piezas congruentes y de azul las semejantes. 	<p>Guiar: "¿Por qué esa pieza es roja? ¿Y esa azul?".</p> <p>Aclarar dudas sobre giro y posición de las piezas.</p>	<p>Los estudiantes no logran armar el tangram</p> <p>Confunden congruencia y semejanza</p> <p>No identifican las piezas del tangram</p>	<p>Veo que les cuesta armar la figura. Vamos a hacerlo paso a paso. Primero, identifiquen la pieza más grande del tangram. ¿Dónde creen que va en el gato/tortuga? Por ejemplo, el triángulo grande podría ser el cuerpo. Luego, busquen las piezas que formen la cabeza.</p> <p>Recuerden: todas las piezas deben usarse, y pueden girarlas para que encajen.</p> <p>"Vamos a aclarar esto con un ejemplo. Tomen el triángulo grande y el triángulo pequeño del tangram. ¿Tienen la misma forma? Sí. ¿Tienen el mismo tamaño? No. Entonces son</p>	<p>Usa un tangram magnético en el tablero para que manipulen las piezas en grupo.</p> <p>Pide que clasifiquen piezas sueltas antes de colorear.</p> <p>Asigna una sola figura (ej: solo el gato) para todos los grupos.</p> <p>Asigna un "experto" (estudiante que ya entendió) para que guíe a sus</p>

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

<p>Gato </p>  <p></p> <p>Tortuga </p>  <p></p>			<p>semejantes. Ahora, tomen los dos triángulos medianos. ¿Tienen la misma forma y tamaño? Sí. Entonces son congruentes. ¿Ven la diferencia?"</p> <p>"Vamos a conocer las piezas del tangram. Esta es un cuadrado (muestra la pieza). Tiene 4 lados iguales. Esta es un triángulo grande (muestra la pieza). Tiene 3 lados, pero uno es más largo. ¿Pueden encontrar otro triángulo en su tangram? ¿Cómo saben que es un triángulo?"</p>	<p>compañeros.</p>
---	--	--	---	--------------------

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

<p>Zorro </p>  <p></p>				
Momento 5: <i>Evaluation</i>				
Tiempo estimado:	25 minutos			
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación	Ajustes necesarios
<p>Cada grupo presenta su tangram y explica:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué piezas son congruentes y por qué? 	<p>El docente actúa como facilitador y guía, haciendo preguntas clave para evaluar la comprensión y fomentar</p>	<p>"Pintamos estas piezas de rojo porque se ven iguales." "Estas piezas son azules porque una es más grande"</p>	<p>"'Verse iguales' es un buen inicio, pero en matemáticas necesitamos ser más precisos. Para ser congruentes, las piezas deben</p>	<p>Muestra¹¹ un collage con ejemplos cotidianos de congruencia y semejanza (ej:</p>

¹¹ El color de esta planeación es verde que corresponde a los aportes realizados SchoolAI.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

<ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué piezas son semejantes y por qué? <p>Criterios de evaluación:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conceptual: Identifica correctamente congruencia y semejanza. • Procedimental: Usa los colores según la consigna y argumenta sus decisiones. • Actitudinal: Trabaja en equipo y escucha a sus compañeros. 	<p>la reflexión.</p>	<p>que la otra."</p> <p>"Giramos esta pieza y ahora calza, así que es congruente."</p> <p>"No estamos seguros si estas piezas son congruentes."</p> <p>"Todas las piezas son diferentes, no hay congruentes."</p>	<p>tener la misma forma y el mismo tamaño. ¿Cómo verificaron que eran exactamente iguales? ¿Las superpusieron o midieron los lados?" Si no lo hicieron, pide que lo demuestren ahora.</p> <p>"¡Excelente! Cuando dos piezas tienen la misma forma pero diferente tamaño, son semejantes. ¿Pueden mostrar otra pareja de piezas en su tangram que también sean semejantes?" Refuerza con un ejemplo cotidiano: "Como una foto y su ampliación."</p> <p>"¡Muy bien! Girar una pieza no cambia su forma ni su tamaño, así que si calza</p>	<p>baldosas congruentes, mapas semejantes) y pide que los identifiquen.</p>
---	----------------------	---	---	---

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

			<p>después de girarla, sigue siendo congruente. ¿Alguien más encontró piezas que tuvieran que girar para encajar?"</p> <p>"No hay problema. Vamos a verificarlo juntos. Tomen las dos piezas y colóquenlas una encima de la otra. ¿Coinciden todos los bordes? Si no, ¿qué tendría que cambiar para que sean congruentes?" Guía la comparación física.</p> <p>"Vamos a revisar. Por ejemplo, ¿los dos triángulos medianos tienen la misma forma y tamaño? Si es así, son congruentes. Busquen otros pares." Muestra cómo</p>	
--	--	--	--	--

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE GEOMETRÍA

			comparar los lados con los dedos o una regla.	
--	--	--	--	--