

Estudio Comparativo de Metodologías Convencionales y Análisis Numérico en la Distribución
de la Presión Activa de Tierra en Muro Cantiléver

Jairo Gabriel Basallo Hernández

Trabajo de Grado para Optar el título de Ingeniero Civil

Director

Vladimir Ernesto Merchán Jaimes

Ph.D En Ingeniería del Terreno Cartográfica y Geofísica

Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingeniería Físico-Mecánica

Escuela de Ingeniería Civil

Bucaramanga

2018

Agradecimientos

Agradezco a mi familia por el apoyo dado durante mi vida universitaria sin ellos este trabajo no se habría podido realizar.

Agradezco a mi director Vladimir sin su constante acompañamiento este trabajo no se habría podido realizar.

Agradezco a mis amigos los cuales me acompañaron y dieron apoyo toda mi vida universitaria.

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción.....	10
1. Objetivos	13
1.1 Objetivo General.....	13
1.2 Objetivos Específicos.....	13
3. Cuerpo del trabajo.....	14
3.1 Estudios previos	14
3.2 Modelos básicos.....	18
3.3 Geometría.....	19
3.4 Parámetros.....	20
3.5 Resultados.....	22
3.5.1 Muros con relleno seco, sin inclinación del terreno y sin sobrecarga.	22
3.5.2 Muros con relleno seco, sin inclinación del terreno y con sobrecarga.	23
3.5.3 Muros con relleno saturado, sin inclinación del terreno y sin sobrecarga.	25
3.5.4 Muros con relleno seco, con inclinación del terreno y sin sobrecarga.	26
3.5.5 Modelos de Hardening Soil.	27
3.6 Discusión.....	30
4. Conclusiones.....	33
Referencias bibliográficas	35
Apéndices	39

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Propiedades usadas en los análisis de elementos finitos.....	21
Tabla 2. Diferencia de Pa para suelos granulares con inclinación.....	26
Tabla 3. Diferencia de Pa para suelos cohesivos con inclinación.....	27

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Situaciones básicas del suelo de relleno.....	19
Figura 2. Geometría del muro usado.....	20
Figura 3. Comparación de la distribución de presión activa modelos sin carga, $\alpha = 0$	23
Figura 4. Tipos de sobrecarga aplicada.....	23
Figura 5. Pa ante una sobrecarga.	25
Figura 6. Distribución presión activa para suelos saturados.....	26
Figura 7. Comparación de la distribución de la presión activa en los modelos Hardening Soil y Mohr-Coulomb para suelo secos, sin carga y sin inclinación.....	28
Figura 8. Distribución de la presión activa ante una sobrecarga de 25 kN/m^2 en un suelo granular.	29
Figura 9. Distribución de la presión activa ante una sobrecarga de 25 kN/m^2 en un suelo cohesivo.	29
Figura 10. Incrementos de deformación cortante ante sobrecarga (25 kN/m^2).	32

Lista de Apéndices

	Pág.
Apéndice A. Estado del arte: Distribución de la presión activa de tierra muros cantiléver.....	39
Apéndice B. Resultados de los análisis de sensibilidad.....	62

Resumen

TÍTULO: ESTUDIO COMPARATIVO DE METODOLOGÍAS CONVENCIONALES Y ANÁLISIS NUMÉRICO EN LA DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN ACTIVA DE TIERRA EN MUROS CANTILÉVER*

AUTOR: JAIRO GABRIEL BASALLO HERNÁNDEZ**

PALABRAS CLAVE: FEM, MURO CANTILÉVER, PRESIÓN ACTIVA DE TIERRA.

DESCRIPCIÓN:

La estimación de la distribución de la presión activa de tierra sobre un estructura de retención es un problema muy antiguo y común en la ingeniería geotécnica debido a que gobierna el análisis y diseño de la mayoría de las estructuras de retención. Su estudio empezó hace más de 200 años con las propuestas de Rankine y Coulomb, quienes con básicamente las mismas suposiciones de deformaciones planas, equilibrio plástico, cuñas de falla, superficies de falla plana en la masa de suelo retenido y considerando el suelo de relleno en el criterio de falla de la envolvente de Mohr-Coulomb llegaron a ecuación relativamente simples para la estimación de la magnitud y distribución de la presión activa de tierra sobre estructuras de retención. Sin embargo, a pesar que en el último siglo se han realizado nuevas propuestas y modificaciones a las teorías convencionales, además de numerosos estudios usando métodos aproximados para verificar la aplicación real de las teorías, se sigue considerando las propuestas clásicas de Rankine y Coulomb como conservadoras y seguras para diseño de los muros de contención. Por lo que este trabajo busca realizar una comparación de la estimación de la presión activa de tierra en muros cantiléver usando teorías convencionales y análisis numéricos, además de estudiar la influencia de algunas propiedades del suelo en la distribución.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Vladimir Ernesto Merchán Jaimes, Ingeniero Civil.

Abstract

TITLE: COMPARATIVE STUDY OF CONVENTIONAL METHODOLOGIES AND NUMERICAL ANALYSIS IN THE DISTRIBUTION OF ACTIVE EARTH PRESSURE IN CANTILEVER RETAINING WALL *

AUTHOR: JAIRO GABRIEL BASALLO HERNANDEZ**

KEYWORDS: CANTILEVER RETAINING WALL, ACTIVE EARTH PRESSURE, FEM.

DESCRIPTION:

The estimation of the distribution of the active pressure of earth on a retention structure is a very old and common problem in geotechnical engineering because it governs the analysis and design of most of the retention structures. Its study began more than 200 years ago with the proposals of Rankine and Coulomb, who with basically the same assumptions of flat deformations, plastic equilibrium, fault wedges, flat failure surfaces in the mass of soil retained and considering the soil filling in the Mohr-Coulomb envelope failure criterion arrived at relatively simple equations for the estimation of the magnitude and distribution of the active earth pressure on retention structures. However, despite the fact that in the last century new proposals and modifications have been made to conventional theories, in addition to numerous studies using approximate methods to verify the real application of the theories, the classic proposals of Rankine and Coulomb are still considered conservative. And safe for the design of retaining walls. So this work seeks to make a comparison of the estimation of the active pressure of earth in cantilever walls using conventional theories and numerical analysis, in addition to studying the influence of some properties of the soil in the distribution.

* Bachelor thesis

** Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Civil Engineering. Director: Vladimir Ernesto Merchán Jaimes, Civil Engineer.

Introducción

Las formulaciones teóricas de Coulomb (1776) y Rankine (1957) continúan como los enfoques fundamentales para la estimación del desarrollo de la distribución de presión activa de tierra, la cual gobierna el análisis y diseño de la mayoría de estructuras de retención. Esta determinación ha sido realizada rutinariamente por diseñadores estructurales con básicamente las mismas suposiciones. Tales como, que se producirá una superficie de falla plana y un rendimiento lateral suficiente para movilizar las condiciones completamente activas detrás de la pared, conduciendo a ecuaciones relativamente simples para las distribuciones de la presión activa, que se produce de manera lineal. Sin embargo, algunas de estas suposiciones se consideran como mal definidas (Bowles, 1997; Goh, 1993). E incluso se afirma que modelos físicos y mediciones experimentales apuntan a una distribución de presión no lineal (Zhang *et al.*, 2014). A pesar de la extensa investigación sobre el tema de las presiones laterales en los muros de contención aun se presenta desconfianza en las metodologías convencionales usadas para determinar la distribución de presión activa de tierra.

En este trabajo se compara las metodologías convencionales para la estimación de la distribución de presión activa de tierra en muros cantiléver, propuesta clásica de Rankine y Coulomb, contra soluciones numéricas, mediante el método de los elementos finitos, haciendo uso del software de elementos finitos Plaxis 2D. La comparación se realiza a un muro cantiléver tipo T invertida, para 8 casos básicos de suelos de relleno, donde se varían algunos de sus parámetros, observando que tan sensible es la distribución de la presión activa ante esos cambios y cuál es su similitud con las propuestas teóricas. Para los modelos de elementos finitos se asume

el muro como un material elástico y el suelo como un material elastoplástico con el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Además, se realizan algunas comparaciones de la distribución de presión activa si se cambia el modelo de Mohr-Coulomb a Hardening Soil.

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

Comparar los métodos tradicionales para la estimación de la distribución de presión activa de tierra en muros cantiléver (propuesta clásica de Rankine o Coulomb) con soluciones numéricas (método de los elementos finitos).

1.2 Objetivos Específicos

- Establecer un estado del arte sobre la distribución de presión activa de tierra en muros cantiléver.
- Establecer los modelos básicos utilizando las metodologías convencionales.
- Estudiar la influencia de diferentes parámetros en la distribución de presión activa de tierra con base en modelos numéricos.

3. Cuerpo del Trabajo

3.1 Estudios previos

En esta sección se presenta un corto estado del arte sobre la distribución de presión activa en muros cantiléver, con una mención de los trabajos teóricos existentes y descripciones de experimentos realizados en las últimas décadas. En el apéndice A de este trabajo se encuentra el estado del arte completo que se realizó.

La teoría de presión activa de tierra sobre muros de contención se consolida a partir de las propuestas de Coulomb (1776) y Rankine (1857) bajo el método del análisis de equilibrio límite. Tradicionalmente los cálculos de la presión activa de tierra se basan en condiciones de deformación plana y equilibrio plástico o superficies de falla plana en la masa del suelo (Barros, 2006). Sin embargo, se considera una deficiencia del método de equilibrio límite el tener que suponer una superficie de falla recta ya que estudios y mediciones experimentales demuestran que se alejan de la realidad (Zhang *et al.*, 2014). Por lo que en el último siglo se han desarrollado métodos como el equilibrio límite de rodajas (Zhu y Qian, 2000). Además de modificaciones a la teoría de presión activa de tierra como la propuesta de Müller Breslau (1906), Caquot Kerisel (1948), Shields Tolunay (1973), Bang (1985), Absi (1990), Mazindrani (1997), Wang (2000), Zhu Quien (2001), Barros (2006) y Peng (2013).

Los estudios disponibles en la literatura describen el efecto de la presión activa de tierra sobre los muros de contención en voladizo. Sin embargo, llevan más de 200 años y a la fecha siguen siendo considerados como confiables y los predilectos por los textos de geotecnia y diseño de muros cantiléver. Por este motivo, han sido colocados a investigación durante las últimas

décadas mediante el uso del método de los elementos finitos (Goh, 1993; Horvath, 1991; Liu, Chen, y Liou, 2006; Sarath, Shivashankar, y Ravi Shankar, 2011; Senthil, Iqbal, y Kumar, 2014). Por otra parte, también se han llevado a cabo mediciones de presión en laboratorio (Bentler y Labuz, 2006; Bica y Clayton, 1998; Casagrande, 1973; Matsuo, Kenmochi, y Yagi, 1978; Potts y Fourie, 1986).

Dentro de los primeros estudios en la segunda mitad del siglo XX, se encuentra el realizado por Clough y Duncan (1969), en el cual verificaban la factibilidad de poder usar elementos finitos para el análisis de estructuras de contención. Los mismos autores como pioneros en el tema en 1971 demostraron que el análisis de muros de contención con elementos finitos podía usarse para predecir presiones laterales de tierra al analizar un muro de 6 m de alto con un suelo de relleno de arena, en el que encontraron que las presiones activas calculadas concuerdan aproximadamente con las teorías clásicas de presión, a pesar que las fuerzas activas calculadas fueron mayores que las teóricas, pero menores que las de reposo.

Casagrande (1973) explicó cómo al compactar el relleno detrás del muro se producen presiones muy superiores a las presiones activas y lo mismo ocurre por efectos de mediano y largo plazo relacionados con vibraciones debidas al tránsito vehicular, fluctuaciones del nivel de agua y cambios de temperatura.

Matsuo, Kenmochi y Yagi (1978) realizaron experimentos en una pared de concreto de 10 m de altura con material limo-arenoso como suelo de relleno. Con el fin de estudiar los desplazamientos del muro y la distribución de la presión activa. Durante el experimento se midió continuamente la presión de tierra por un periodo de 4 meses lo que llevo a la conclusión que los muros de contención deberían diseñarse con la presión en reposo. Además, el muro fue modelado usando elementos finitos encontrando que el modulo de Young y la densidad eran

irrelevantes para el resultado, pero por el contrario el coeficiente de Poisson era muy relevante, esto fue corroborado años después por Roth y Crandall (1981) y, Bhatia y Bakeer (1989).

Potts y Fourie (1986) haciendo uso del método de los elementos finitos analizaron la influencia del movimiento (traslación y rotación) del muro en la distribución, magnitud y generación de la presión activa y pasiva de tierra, asumiendo un comportamiento elastoplástico de suelo retenido con el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Concluyendo que el modo de movimiento del muro tiene un efecto considerable en la distribución de la presión activa, tanto para muros rugosos o lisos el modo de movimiento tiene un efecto sobre la presión activa, al igual que Matsuo, Kenmochi y Yagi (1978) encontraron que el modulo de Young del suelo no tiene mucha relevancia en la distribución de la presión activa.

Horvath (1991) realizo análisis numéricos usando elementos finitos con modelos de muros cantiléver de 6 m de altura donde variaba la forma de su losa de cimentación, encontrando que el comportamiento de distintas formas de losas de cimentación es muy similar bajo niveles típicos de carga de trabajo en el rango de tensión activa hasta condición en reposo. Concluyendo que la configuración de la zapata no afecta significativamente el desplazamiento o rotación.

Goh (1993) desarrollo diversos modelos numéricos de muros cantiléver con variaciones de Poisson, Modulo de Young del concreto, ángulo de fricción y longitud de la base. Encontrando que para situaciones típicas de suelos estables las presiones activas calculadas numéricamente son cercanas y se desarrollan aproximadamente iguales a las teóricas, solo en un tercio de la altura del muro en su parte superior para paredes virtuales, o hasta la mitad para el vástago del muro dependiendo de las propiedades del relleno. Así propuso que las presiones activas deben ser similares a las de presión de reposo para muros lisos y un valor intermedio utilizando un $K = 0.5 (K_a + K_o)$ para muros rugosos.

Liu, Chen, y Liou (2006) realizaron análisis de elementos finitos con modelos 2D en muros cantiléver de 5 m de altura con el fin de encontrar la relación entre el desplazamiento y la distribución de deformación plásticas del relleno bajo diferentes ángulos de fricción suelo-muro. Se encontró que la distancia de la falla obtenida del análisis numérico es más pequeña en comparación con la teoría de Coulomb. Además, el efecto de la variación de ángulo de fricción suelo-muro resulto ser irrelevante para las distribuciones.

Bentler y Labuz (2006) instalaron celdas de presión de tierra, medidores de deformacion, medidores de tensión, cubiertas de inclinómetro y reflectores topográficos en un muro de contencion en voladizo. Analirazon los datos que arrojaban unos 60 sensores de forma continua y encontraron que el desarrollo de la condición activa se dio después de la traslacion de aproximadamente el 0,1% de la altura del relleno. La carga calculada a partir de las lecturas con los medidores de deformación es consistente con la presión activa de tierra de Coulomb. El muro giraba en el relleno como un cuerpo rígido, pero la parte superior del vástago se desviaba del relleno, aproximadamente igual en magnitud pero opuesta en dirección al desplazamiento de la rotación del cuerpo rígido. La máxima fuerza lateral registrada, aproximadamente igual a la de diseño, se produjo durante la compactación del relleno.

Salman, Al-Shakarchi, Husain y Sabre (2010) estudiaron la distribución de la presión de tierra generada detrás de un muro de contención asumiendo el comportamiento del suelo como elastoplástico con el criterio de falla de Mohr-Coulomb, mediante el uso del método de los elementos finitos (software CRISP) y comparándolas con las teorías clásicas de presión de tierra. Los resultados muestran que la distribución de presión de tierra depende del modo de movimiento de la pared (ya sea de traslación, rotación o ambos), también que los resultados obtenidos numéricamente son similares a la solución de Coulomb en el caso de que la rotación

de muro sea en la parte inferior (base), en caso de que la rotación sea en la parte superior las presiones calculadas numéricamente son mayores a la solución de Coulomb.

Sarath, Shivashankar y Ravi (2011) estudiaron la distribución de presión de tierra generada detrás de un muro cantiléver tipo T invertida con un suelo de relleno arenoso, comparando valores calculados con las teorías de Rankine y Coulomb; asumiendo el suelo de relleno como un material elastoplástico con el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Los resultados indicaron que la presión activa es aproximadamente congruente con las teóricas. Además, analizaron el tamaño y la ubicación de un dentellón. Encontrando que el factor de seguridad contra deslizamiento era mucho mayor al ubicarlo bajo el talón del muro.

Senthil, Iqbal y Kumar (2013) realizaron simulaciones de elementos finitos tridimensionales (3D) para estudiar la respuesta de muros de contención en voladizo y contrafuertes sometidos a presión de tierra lateral de un relleno de arcilla compactada usando ABAQUS. La altura de los muros se vario de 5 a 8 metros, así como también fue estudiado el efecto del largo y ancho del talón y la punta. Encontrando que los desplazamientos y tensiones sobre los muros se relacionan con la altura y se afecta por el largo y ancho de la zapata.

3.2 Modelos básicos

Los suelos de relleno sobre estructuras de retención se dividen en dos grandes grupos, los suelos granulares ($c' = 0$) y lo suelo cohesivos ($c' > 0$). Teóricamente la distribución de presión activa es lineal en ambos casos, pero los efectos de la cohesión cambian la ecuación de esfuerzo horizontal y el análisis del coeficiente de presión de tierra. Como tal a estos dos tipos de suelos se pueden asociar las siguientes situaciones:

- Relleno seco, sin inclinación del terreno ($\alpha = 0$) y sin sobrecarga (figura 1(a)).
- Relleno seco, con inclinación del terreno ($\alpha > 0$) y sin sobrecarga (figura 1(b)).
- Relleno saturado, sin inclinación del terreno y sin sobrecarga (figura 1(c)).
- Relleno seco, sin inclinación del terreno y con sobrecarga (figura 1(d)).

Teóricamente en estas situaciones se calculan los esfuerzos de formas diferentes. Otros casos se pueden presentar como combinación de los casos básicos, pero en general se contemplan 8 modelos (4 en suelos granulares y 4 en cohesivos). Estas serán las situaciones a comparar en este trabajo.

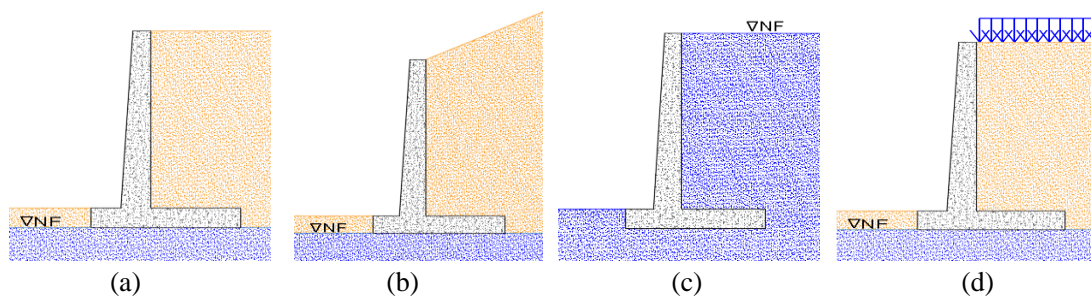


Figura 1. Situaciones básicas del suelo de relleno. (a) relleno seco, sin inclinación y sin carga; (b) relleno seco, con inclinación y sin carga; (c) relleno saturado, sin inclinación y sin carga; (d) relleno seco, sin inclinación, con sobrecarga.

3.3 Geometría

El tipo de muro en el que se centra este trabajo es el muro cantiléver o también llamado muro en voladizo, el cual es un muro de hormigón armado que consta de un vástago delgado y una losa base para retener la masa de suelo detrás de la pared, son de forma simple, de L o T invertida (Figura 2). Su estabilidad depende totalmente de su peso propio y del peso del suelo que descansa sobre losa base.

La geometría seleccionada para este estudio se muestra en la figura 2, se escogen las dimensiones siguiendo lo recomendado por Das (1999), decidiéndose una altura de 5 m, un alma que varía de 0.3 m en su corona y 0.5 m en su base, una punta de 0.5 m y un talón de 3 m; el total de la base es de 4 m, 90 % de la altura del muro. Se asumió un talón relativamente largo para garantizar una cuña de Rankine completa como recomienda Goh (1993).

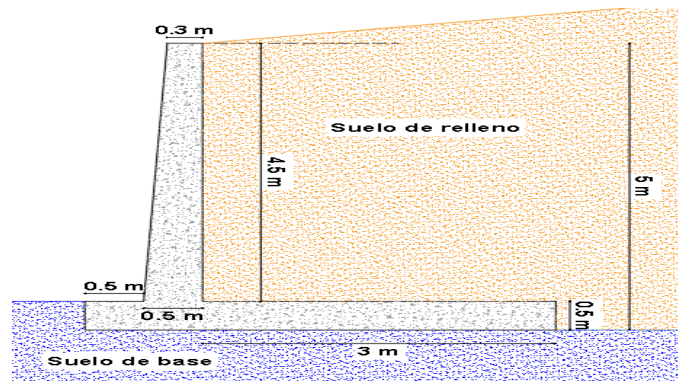


Figura 2. Geometría del muro usado.

3.4 Parámetros

La tabla 1 muestra las propiedades usadas en los análisis de elementos finitos, correspondientes a los datos que se ingresan al software Plaxis 2D. El muro de concreto se asume como un material lineal elástico no poroso, el suelo de relleno y suelo de fundación se asume como Mohr-Coulomb. Estos análisis se centran en el ángulo de fricción interna (φ), la cohesión efectiva (c'), y el ángulo de fricción suelo-muro (δ), así mismo se analiza el tener el suelo de fundación en un condición drenada o no drenada. Los valores usados en las propiedades corresponden a valores posible para estos tipos de suelo. El suelo de relleno y fundación se cambia a un modelo elastoplástico de endurecimiento por deformación (Hardening soil model) para comparar con los resultados de los modelos Mohr-Coulomb únicamente para un caso.

Tabla 1.

Propiedades usadas en los análisis de elementos finitos.

Propiedades del concreto (Linear elastic)					
γ [kN/m ³]	Y	E_{ref} [MPa]	Tipo de material		
24	0.3	2.48E+4	No poroso		
Propiedades del suelo (Mohr-Coulomb)					
Suelo de relleno			Suelo de fundación		
Parámetro	Unidad	Valor	Parámetro	Unidad	Valor
E_{ref}	MPa	30	E_{ref}	MPa	50
Y	--	0.25	Y	--	0.25
Φ	°	10 a 35	Φ	°	35
c'	kN/m ²	0 a 20	c'	kN/m ²	20
Y_{unsat}	kN/m ³	18	Y_{unsat}	kN/m ³	18
Y_{sat}	kN/m ³	20	Y_{sat}	kN/m ³	21
k_x	m/día	0.1	k_x	m/día	0.001
k_y	m/día	0.1	k_y	m/día	0.001
δ/φ	--	0.5 a 0.67	δ/φ	--	1
Ψ	°	0	Ψ	°	0
Propiedades del suelo (Hardening Soil)					
Suelo de relleno			Suelo de fundación		
Propiedad	Unidad	Valor	Propiedad	Unidad	Valor
E_{50}^{ref}	Mpa	10	E_{50}^{ref}	Mpa	20
E_{oed}^{ref}	Mpa	10	E_{oed}^{ref}	Mpa	20
E_{ref}	MPa	30	E_{ref}	MPa	50
Y	--	0.25	Y	--	0.25
Φ	°	20-30	Φ	°	35
c'	kN/m ²	0-10	c'	kN/m ²	20
Y_{unsat}	kN/m ³	18	Y_{unsat}	kN/m ³	18
Y_{sat}	kN/m ³	20	Y_{sat}	kN/m ³	21
k_x	m/día	0.01	k_x	m/día	0.001
k_y	m/día	0.01	k_y	m/día	0.001
δ/φ	--	0.5	δ/φ	--	1

3.5 Resultados

En esta sección se presenta los resultados más relevantes de los análisis de sensibilidad realizados al variar los parámetros anteriormente mostrados, los resultados son comparados con las teorías de Rankine y Coulomb. En el Apéndice B de este trabajo se encuentra todos los resultados y gráficos obtenidos de estos análisis.

De manera general en todos los análisis realizados se encontró que el ángulo de fricción suelo-muro (δ) prácticamente no tienen relevancia para la distribución de presión activa tanto en el muro virtual, como en el espaldar del vástago. Por lo que la presión activa (P_a) aumentaba mientras disminuía δ de manera insignificante (1% o menor). También para todos los casos suponer el suelo de fundación en condición drenada resultaba en presiones menores y se ajustan mejor a las teorías, en este caso se presentan cambios hasta de 10%, en los suelos con sobrecarga al suponer la condición no drenada. Por último, en todos los análisis las presiones resultantes disminuían en el muro virtual en la zona correspondiente al talón del muro, mientras, en el vástago aumentaban hasta la condición en reposo.

3.5.1 Muros con relleno seco, sin inclinación del terreno y sin sobrecarga. En el caso de los modelos como la figura 1(a), cuando el suelo de relleno es granular se encuentra que la distribución de presión activa es bastante similar a la teoría de Rankine y mejora con la disminución de φ (figura 3(a)). Para estos modelos la diferencia entre la presión activa (P_a) calculada numéricamente y teóricamente fue de 6% para la teoría de Rankine y, 12% para la teoría de Coulomb, en ambos casos el P_a numérico da un valor mayor al teórico. Si el relleno es

cohesivo las distribuciones numéricas son mucho mayores que la teoría de Rankine y Coulomb, pero menores que si se ignoran los efectos de la tensión del suelo producida por la cohesión.

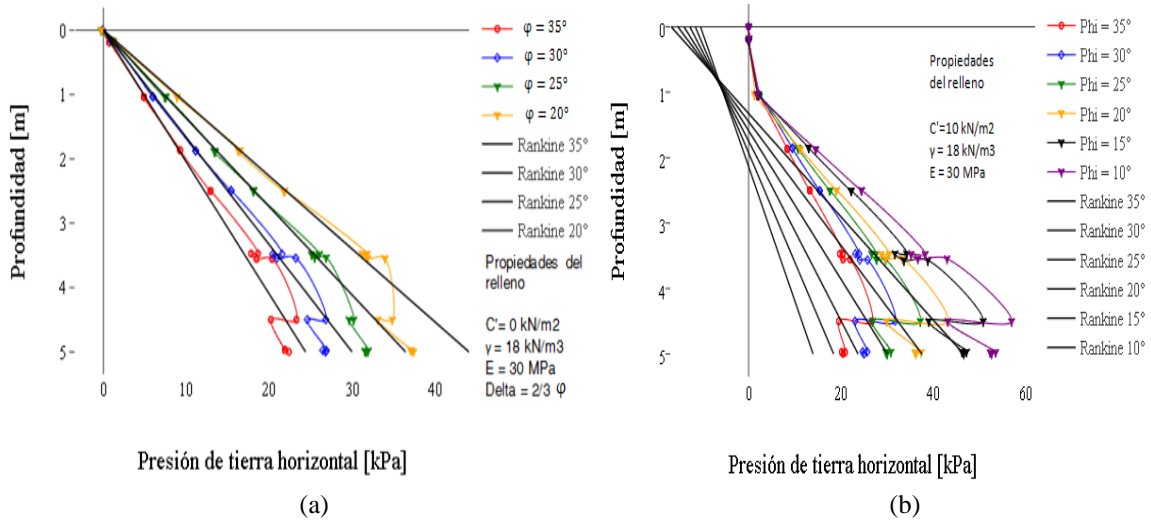


Figura 3. Comparación de la distribución de presión activa modelos sin carga, $\alpha = 0$. (a) suelo granulares; (b) suelos cohesivos.

3.5.2 Muros con relleno seco, sin inclinación del terreno y con sobrecarga. Para modelos con sobrecarga como la figura 1(d) se aplicaron 3 tipos de carga, una carga infinita desde el espaldar del vástago (figura 4(a)), una carga infinita desde muro virtual al final del talón (figura 4(b)), y una carga a lo largo de 2 metros desde el muro virtual (figura 4(c)).

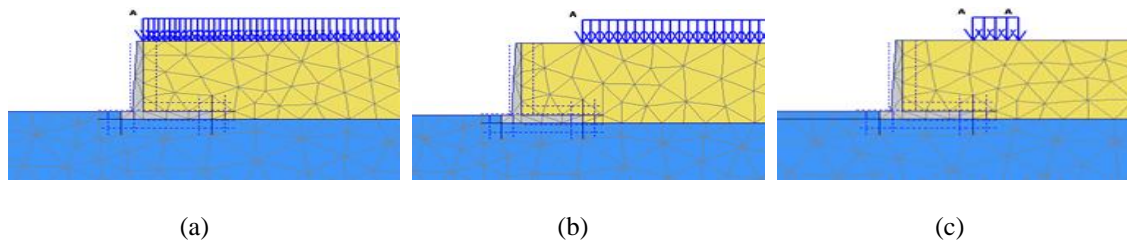
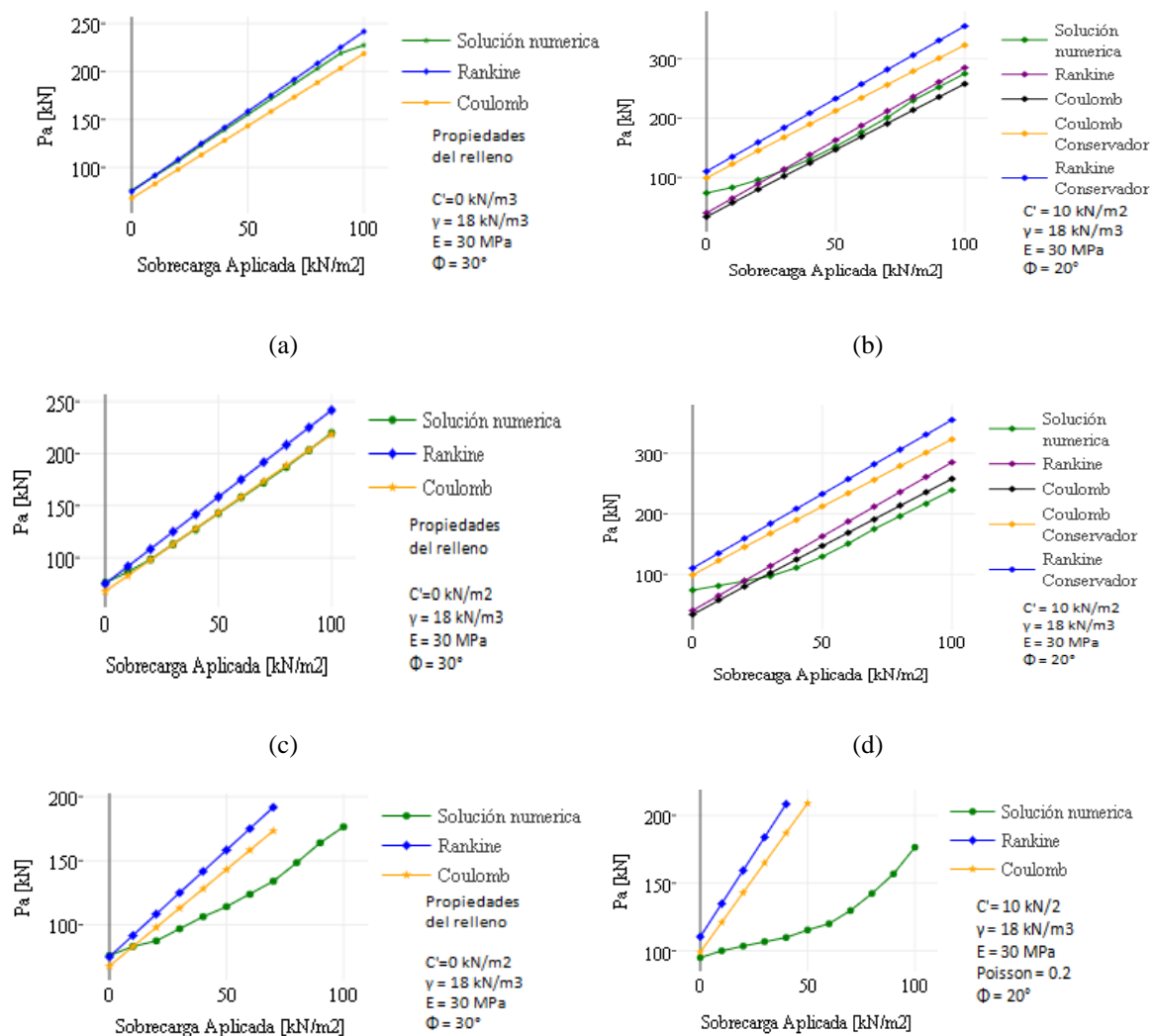


Figura 4. Tipos de sobrecarga aplicada.

El efecto de la sobrecarga en los esfuerzos horizontales se calculó asumiendo una distribución contante a lo largo de la altura del muro, producto del valor de la sobrecarga por el coeficiente de presión de activa. La figura 5 muestra la variación de la presión activa (P_a) ante diferentes sobrecargas, para el caso de la figura 4(a) el ajuste a la teoría de Rankine es casi perfecto tanto para su distribución como para su P_a (figura 5(a)), mientras que para el caso de la figura 4(b) el ajuste a la teoría de Coulomb es perfecto después de 20 kN/m^2 (figura 5(c)). Por el contrario, el caso de la figura 4(c) no se asemeja a ninguna teoría y de hecho los P_a numéricos son muy inferiores a los P_a teóricos (figura 5(e)).



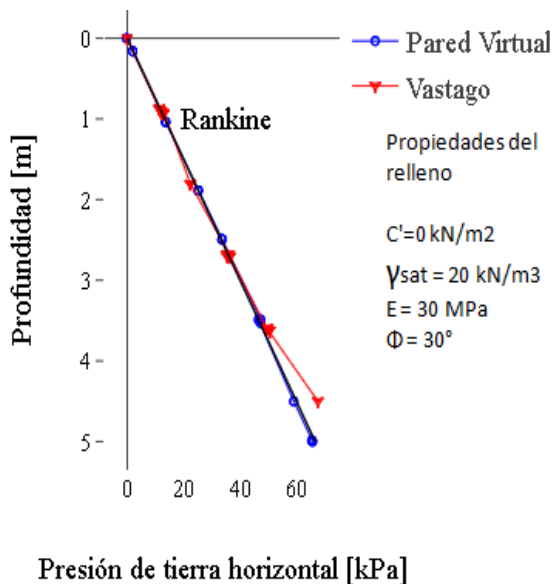
(e)

(f)

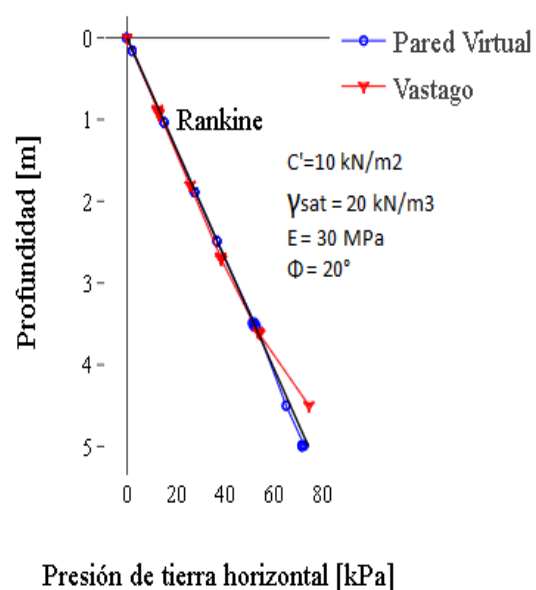
Figura 5. Pa ante una sobrecarga.

Los resultados de los suelos cohesivos se muestran en la figura 5, en el caso de la figura 4(a) la distribución y Pa toma valores medio entre la teoría de Rankine y Coulomb (figura 6(b)), para el caso de la figura 4(b) los resultados numéricos son más bajos que los teóricos, pero presenta un error bajo respecto a la teoría de Coulomb (figura 6(d)). Por el contrario, el caso de la figura 4(c) no se asemeja a ninguna teoría y de hecho los Pa numéricos son muy inferiores a los Pa teóricos (figura 6(f)).

3.5.3 Muros con relleno saturado, sin inclinación del terreno y sin sobrecarga. Ante la saturación ambos tipos de relleno (granulares y cohesivos) dieron los mismos resultados, en la figura 6 se muestra como el ajuste es perfecto a la teoría de Rankine tanto para el muro virtual como para el espaldar del vástago sin importar si se cambiaba φ , c' o δ .



(a)



(b)

Figura 6. Distribución presión activa para suelos saturados. (a) Relleno granular; (b) relleno cohesivo.

3.5.4 Muros con relleno seco, con inclinación del terreno y sin sobrecarga. Los rellenos inclinados correspondientes a los modelos de la figura 1(b) mostraron distribuciones de tendencia lineal. Para los suelos granulares se usó las teorías clásicas de Rankine y Coulomb, la tabla 2 muestra como para valores bajos de α los errores son relativamente tolerables y el ajuste es bueno a la teoría de Rankine, sin embargo, a medida que α aumenta el P_a numérico supera al teórico hasta por 30%. En el caso de los suelos cohesivos se utiliza la propuesta de Mazindrani (1997) y se considera el ignorar la tensión de suelo debido a c' como en el método conservador de Rankine. La tabla 3 muestra como aumentan nuevamente el error con α y como considerar los efectos de la tensión reduce demasiado el cálculo de P_a , a pesar que usar la propuesta conservadoramente y se acerca al P_a numérico continúa siendo inferior, teniendo errores considerables y que su distribución no se asemeja a la numérica. Lo anterior se presenta para el muro virtual, para el espaldar del vástago se encontró que las distribuciones empiezan después de la zona de grieta de tensión teórica, pero la distribución no se asemeja en nada a la teoría.

Tabla 2.

Diferencia de P_a para suelos granulares con inclinación.

ϕ [°]	α [°]	%Error* (magnitud del error absoluto)			
		Pa Rankine	lugar de aplicación	Pa Coulomb	lugar de aplicación
30	5	3.14%	0.00%	-10.27%	0.00%
30	10	-4.24%	-1.20%	-13.13%	-1.20%
30	15	-15.65%	-1.20%	-20.52%	-1.20%
30	20	-32.48%	-1.20%	-33.26%	-1.20%

NOTA: *los valores negativos indican que el P_a numérico son mayores a los teóricos. La

ecuación utilizada para el error fue $\%E = \frac{Pa_{teorico} - Pa_{numerico}}{Pa_{teorico}} * 100$

Tabla 3.

Diferencia de Pa para suelos cohesivos con inclinación.

ϕ [°]	α [°]	%Error (magnitud del error absoluto)	
		Pa Mazindrani	Pa Conservador
20	5	-53.85%	-7.32%
20	10	-60.41%	-14.39%
20	15	-66.14%	-20.53%

NOTA: los valores negativos indican que el Pa numérico son mayores a los teóricos. La

*ecuación utilizada para el error fue $\%E = \frac{Pa_{teorico} - Pa_{numerico}}{Pa_{teorico}} * 100$.*

3.5.5 Modelos de Hardening Soil. Al cambiar el modelo de Mohr-Coulomb a Hardening Soil se observo de manera general que para todos los modelos la distribución de la presión activa conserva la tendencia de los modelos Mohr-Coulomb, pero es mayor en todos los casos, a excepción de los suelos saturados, normalmente acercándose o llegando a la condición en reposo del suelo. Solo en los casos donde las presiones en los modelos Mohr-Coulomb era menores a las teóricas, los modelos Hardening Soil se ajustaban a las teóricas.

La figura 7 muestra los resultados para los suelos de la figura 1(a), se reafirma como para suelos granulares (figura 7(a)) en el modelo Mohr-Coulomb el ajuste es muy aproximado a la teoría de Rankine mientras en el modelo Hardening Soil aumenta relativamente cerca a la condición en reposo. Por el contrario, los suelos cohesivos (figura 7(b)) los modelos Hardening llegan a la distribución de presión si se usara la teoría de Rankine de forma conservadora (ignorando la tensión del suelo). Sin embargo, en ambos la forma de la distribución de presión conserva la misma tendencia.

La aplicación de la sobrecarga también muestra como la tendencia de distribución se mantiene, la figura 8 corresponde a los modelos de la figura 4 respectivamente, la sobrecarga desde el muro virtual alcanzo la condición en reposo (figura 8(b)), mientras, la sobrecarga desde el vástago esta en un valor medio de la condición activa y la condición en reposo (figura 8(a)). Por el contrario, la carga de 2 m se asemeja a la teoría de Rankine (figura 8(c)).

En los suelos cohesivo se puede observar un comportamiento muy similar, pero entre la distribución de la teoría de Rankine de forma conservadora (sin efectos de tensión del suelo) y la distribución con los efectos de tensión. La figura 9 muestra las distribuciones para los modelos de la figura 4 respectivamente. Al igual que en el caso granular la sobrecarga desde el muro virtual alcanzo los la condición activa sin los efectos de tensión (figura 9(b)), mientras, la sobrecarga desde el vástago esta en un valor medio de la condición activa con y sin efectos de tensión (figura 9(a)).

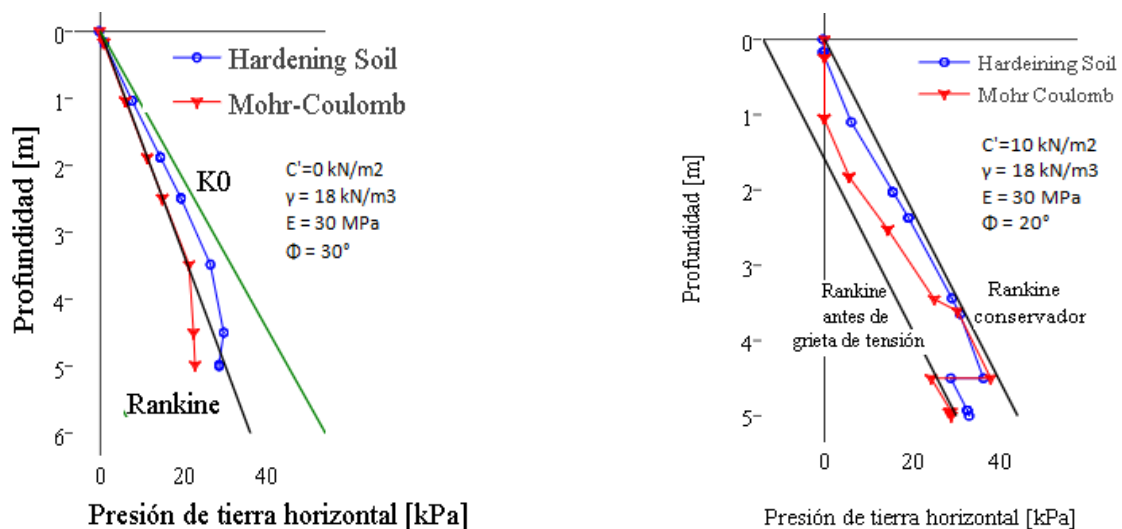


Figura 7. Comparación de la distribución de la presión activa en los modelos Hardening Soil y Mohr-Coulomb para suelo secos, sin carga y sin inclinación. (a) Relleno granular; (b) relleno cohesivo.

Los suelos saturados no presentaron cambios, nuevamente la distribución de presión activa se ajusto a la teoría de Rankine sin importar si el modelo de análisis que se esté usando, aunque en la zona de la zapata hay una pérdida considerable de presión con el modelo Hardening Soil. Por último, si el terreno está inclinado al usar el modelo de Hardening Soil la presión activa aumenta siguiendo la misma tendencia de distribución que el modelo de Mohr-Coulomb por lo que el error es aun mayor con respecto a la propuesta de Mazindrani.

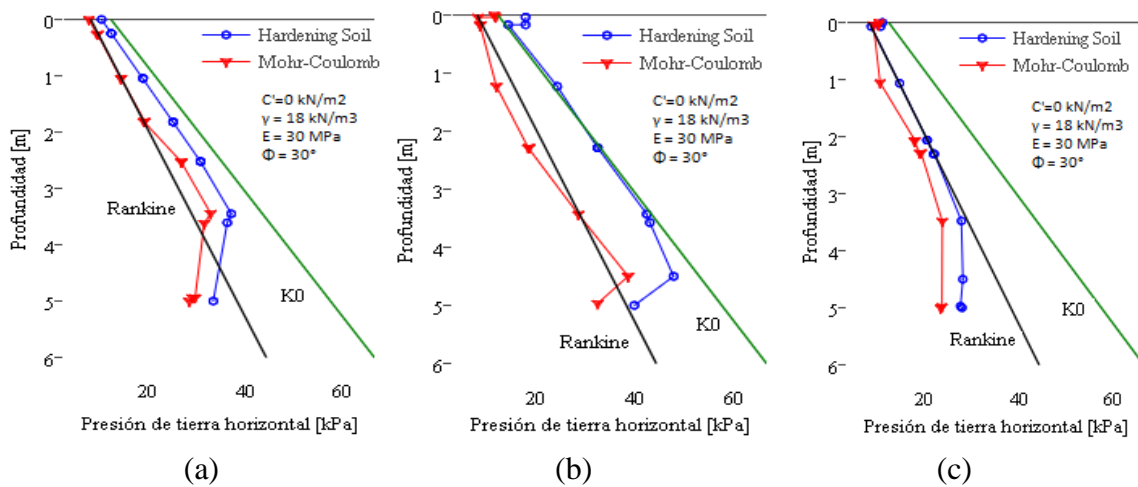


Figura 8. Distribución de la presión activa ante una sobrecarga de 25 kN/m^2 en un suelo granular.

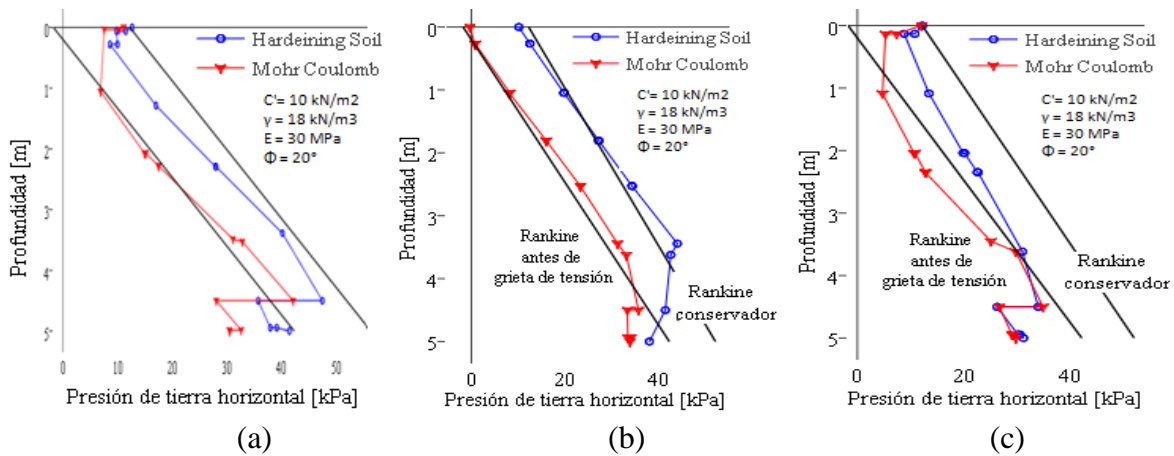


Figura 9. Distribución de la presión activa ante una sobrecarga de 25 kN/m^2 en un suelo cohesivo.

3.6 Discusión

Dentro de las observaciones generales encontradas, está la disminución de la distribución de presión activa en la zona de la zapata del muro cantiléver tipo T invertida para el muro virtual; y que en el espaldar del vástago la distribución fuera similar en los dos tercios superiores de la altura del muro, mientras que en el tercio inferior la presión aumentaba hasta llegar incluso a la presión en reposo, concordando lo observado por Nakai (1985). Es claro pensar que el talón del muro tiene influencia sobre este aspecto, de hecho, Goh (1993) reportó las mismas observaciones en sus modelos numéricos y lo justificó como la causa de que el desplazamiento horizontal de suelo de relleno sobre el talón fuera menor que el desplazamiento de relleno al alejarse del vástago y del talón, lo que a su vez confirma el deslizamiento entre el muro y el suelo. Por otra parte la disminución de la presión en la pared virtual se justifica como la influencia de la zapata y del tipo de rotación que se le produce al muro, si la rotación es inferior, la tendencia de volcamiento del muro hará que al final del talón se produzca esa pérdida de presión, lo cual significa que si disminuye φ la presión activa aumenta y la rotación es inferior, entonces la proximidad al volcamiento aumentaría y la distribución de presión activa debería disminuir más en esa zona, lo que concuerda con los resultados mostrados en la figura 3. Además de confirmar lo concluido por Potts y Fourie (1986) y Salman, Al-Shakarchi, Husain y Sabre (2010).

Se encontró también de manera general una afectación a la distribución por asumir una condición drenada o no drenada para el suelo de fundación, la que si bien dependiendo del caso podía significar cambios mínimos en la presión activa (P_a), en la distribución de la presión si se veía mejorado el ajuste a las teóricas clásicas, lo cual se debería a la existencia de la zapata. Los incrementos de esfuerzo y deformación en la presión de poros para la condición no drenada

influirían sobre la rotación y traslación del muro, produciendo cambios en la distribución de presión como se vio anteriormente y concordante con las observaciones de Senthil, Iqbal y Kumar (2013). Se debe resaltar que la influencia que recibe la zapata no está considerada en las teorías clásicas, ya que en estas se asume un empotramiento perfecto sin existencia de zapatas.

La carencia de relevancia en el ángulo de fricción muro-suelo (δ) en la distribución de presión activa observada por Liu, Chen, y Liou (2006), fue observada en las simulaciones realizadas tanto para el vástago como para el muro virtual. A pesar de que si se producen cambios, el incremento de la presión al disminuir δ , es casi despreciable, claro, esto solo se puede afirmar para la existencia de δ y que se mantenga en rango de 0.3 a 0.66 veces φ . En el caso de considerarse el muro perfectamente liso o perfectamente rugoso, se esperaría encontrar cambios considerables como los vistos por Goh (1993).

Normalmente no se encuentran rellenos saturados, ya que se instalan sistemas de drenaje para el muro, por lo que las investigaciones en este caso se centran en la respuesta del flujo de agua. Sin embargo, fue sorprendente observar una semejanza tan perfecta con la teórica de Rankine, ambos modelos consideran el efecto hidrostático de la presión, por ello no hay diferencia en la distribución de presión activa, lo cual debería deberse a la presión de poros, ya que Matsuo, Kenmochi y Yagi (1978) concluyeron que el peso específico del suelo (γ) no tiene influencia en la distribución de la presión, así no importaría si es bajo o alto el valor de γ la distribución debe ser lineal y proporcionada a K_a .

Un caso que si es frecuente para una estructura de retención es el soporte de una sobrecarga. Aunque se esperaba que la ubicación de la sobrecarga influyera en la presión activa, resultó sorprendente que para una sobrecarga desde el espaldar del vástago (figura 4(a)) se aproximara tanto a la presión activa (P_a) de Rankine, mientras que para una sobrecarga aplicada desde la

pared virtual (figura 4(b)) su aproximación fuera con la teoría de Coulomb. Lo cual, sumado a la tendencia de P_a calculado con sobrecarga de 2 m indica que la deformación de relleno influencia sobre esfuerzos activos como muestra los incrementos de deformación cortante en la figura 10. Como tal teóricamente la presión activa se general con un desplazamiento mínimo del muro, al ubicar la carga desde el vástago, un esfuerzo estabilizador recae sobre la zapata controlando su movimiento (traslación y rotación), y la teoría de Rankine funciona correctamente entre intervalos de desplazamiento dependiendo de la altura del muro, mientras Wang (2000) afirma que "Estrictamente hablando, la teoría de Coulomb es aplicable solo al cálculo del resultado total de la presión de la tierra y no puede usarse para determinar la distribución de la presión de la tierra"(p.83). Por lo que a desplazamientos mayores P_a debería asemejarse a P_a de Coulomb.

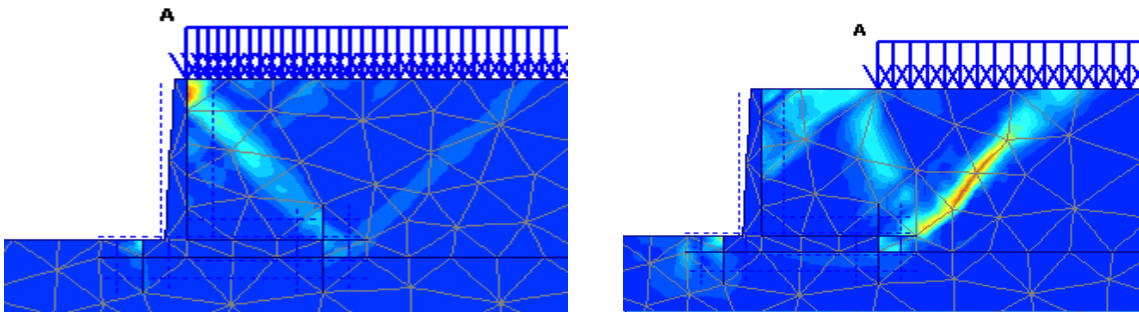


Figura 10. Incrementos de deformación cortante ante sobrecarga (25 kN/m^2).

Con el cambio de modelo de Mohr-Coulomb a Hardening Soil no solo es apreciable un aumento en la presión al considerar la posibilidad de endurecimiento para el relleno y apoya las ideas Matsuo, Kenmochi y Yagi (1978) de usar las presiones en reposo, sino que a diferencia del modelo Mohr-Coulomb se observa una tendencia ligeramente más curvilínea como en los trabajos de Wang (2000), Paik (2003) y Zhu y otros (2014).

Estudios usando elementos finitos se han realizado desde 1969 con Clough y Duncan, por lo que no solo se cuenta con más de 200 años de investigación teórica, sino, con medio siglo de

comparación usando modelos numéricos aproximados, de manera que algunos de los resultados de este trabajo han sido observados con anterioridad o han sido planteadas en propuestas teóricas modernas. Sin embargo, lo predilecto para el análisis y diseño de estructuras de retención continúa siendo las teorías clásicas, que si bien en muchos casos son conservadoras también son muy simplificadas y muchos parámetros que pueden influir son ignorados.

4. Conclusiones

Se realizó un estudio sobre el comportamiento de la distribución de presión activa comparando los resultados de usar las teorías convencionales de diseño (Rankine y Coulomb) y los resultados de soluciones numéricas usando el método de los elementos finitos, para 8 casos típicos de suelo de relleno tras un muro cantiléver tipo de T invertida, donde se seleccionaron rangos en los parámetros de ϕ , δ , c' , α , γ y en la sobrecarga aplicada, con el fin de identificar la influencia de estas propiedades del suelo en la distribución de la presión activa.

En general para los rellenos granulares, la magnitud y distribución de la presión activa calculadas numéricamente y teóricamente resultaron ser aproximadamente iguales, exceptuando inclinaciones altas en los terrenos o sobrecargas finitas. Donde para las inclinaciones elevadas las presiones activas teóricas se quedan corta respecto a los resultados numéricos, y para las sobrecargas finitas resultan ya demasiado conservadoras. Pero de por sí las formulaciones teóricas abarcan muy bien las condiciones de un suelo granular y sumado a los factores de seguridad puede considerarse confiable su uso en el análisis y diseño de muros cantiléver. En

cambio, los suelos cohesivos son más erráticos en cuanto a su magnitud y distribución de presión, los efectos no se reflejan en el valor que tome c' sino en la existencia de este, y varios de los casos estudiados resultaban en presiones similares a las presiones si se ignorara el efecto de la grieta de tensión, por lo que en este caso se concluye que las teorías clásicas difieren demasiado con las soluciones numéricas, y lo mejor sería usar la teoría de forma conservadora e ignorar la tensión producida por la cohesión. Aunque se resalta lo señalado por Peck (1974) donde siempre que el muro no sea inusualmente rígido, antes de que la pared falle, se producirán suficientes desplazamientos laterales para reducir las presiones a una condición activa, por lo que no es errado usar estas presiones en los cálculos de estabilidad, desde que no se ignore los límites de servicio del muro.

En cuanto a la sensibilidad de la distribución de la presión activa debida a la variación de los parámetros seleccionados se concluye que:

- El ángulo de fricción suelo muro (δ) no tiene relevancia en la distribución de presión activa tanto para el vástago como para el muro virtual, desde que se mantenga en los rangos de 0.5 a 0.66 ϕ .
- Disminuir el ángulo de fricción del suelo (ϕ) produce un aumento en la presión activa que se da directamente proporcional, concordante con las presiones teóricas.
- La existencia de la cohesión (c') genera efectos significativos en la magnitud y distribución de la presión activa, y las teorías clásicas se quedan cortas para la predicción de estas presiones.
- La inclinación de relleno (α) entre más se acercaba a ángulo de fricción de suelo (ϕ) su distribución era mayor a la teórica. Por lo que los valores de α debían sostenerse menores a un tercio ϕ .

Referencias Bibliográficas

- Bang, S. (1985). Active earth pressure behind retaining walls. *Journal of Geotechnical Engineering*, 111(3), 400-412.
- Barros, P. L. (2006). A Coulomb-type solution for active earth thrust with seepage. *Geotechnique*, 56(3), 159-164.
- Bentler, J., y Labuz, J. (2006). Performance of a Cantilever Retaining Wall. *Journal Of Geotechnical And Geoenvironmental Engineering*, 132(8) 1062-1070.
- Bhatia, S. K., y Bakeer, R. (1989). Use of the finite element methhhod in medeling a static earth pressure problem. *Internaational Journal Numerical Analysis in Geomechanics.*, 13(2), 207-2013.
- Bica, A., y Clayton, C. (1998). An experimental study of the behaviour of embedded lengths of cantilever walls. *Geotechnique*, 48(6), 731-745.
- Bowles, J. E. (1997). *Foundation Analysis and Design*. New York, USA: McGraw Hill.
- Caquot, A., (1948). *Table for the Calculation of Passive Pressure, Active Pressure, and Bearing Capacity of Foundations*. Paris, Francia: Libraire du Bureau des Longitudes, de L'ecole Polytechnique. Gauthier-Villars.
- Casagrande, L. (1973). Comments on Conventional Design of Retaining Structures. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations*, 99(2), 181-198.
- Clough, G., y Duncan, J. (1971). Finite element analyses of retaining wall behavior. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Div. ASCE*, 97(SM12), 1657-1673.
- Das, B. M. (1999). *Principio de ingeniera de cimentaciones*. California, USA: Thomson.

- Goh, A. (1993). Behavior of cantilever retaining walls. *Journal of Geotechnical Engineering*, 119(11), 1751-1770.
- Horvath, J. (1991). Effect of footing shape on behavior of cantilever retaining wall. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 117(6), 973-978.
- Kérisel, A. (1990). *Active and Passive Earth Pressure Tables*. Paris, Francia: Balkema.
- Liu, N. H., Chen, J. W., y Liou, J. Y. (2006). The deformed profile of the horizontal backfill in active state. *Int. Symp. Geohazards Mitigation*, 52(8) 174-179.
- Matsuo, M., Kenmochi, S., y Yagi, H. (1978). Experimental study on earth pressure of retaining wall by field test. *Japanese Geotechnical Society Soils And Foundations*, 18(3), 27-41.
- Mazindrani, Z., y Ganjali, M. (1997). Lateral earth pressure problem of cohesive backfill with inclined surface. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, 123(2), 110-112.
- Mueller-Breslau, H. (1906). *Erddruck auf Stützmauern*. Stuttgart, Germany: Alfred Kröner Verlag,
- Nakai, T. (1985). Finite element computations for active and passive earth pressure problems on retaining wall. *Soil Foundations*, 25(3), 98-112.
- Peck, R. B., Hanson, W. E., y Thornburn, T. H. (1974). *Foundation Engineering*. New York, USA: John Wiley and Sons.
- Peng, M. X. (2013). Slip-line solution to active earth pressure on retaining walls. *Geotechnique*, 63(12), 1008-1019.

- Potts, D. M., y Fourie, A. (1986). A numerical study of the effect of wall deformation on earth pressures. *Journal Numerical Analysis Methods Geomechanics*, 10(4), 383-405.
- Rankine, W. J. (1857). On the stability of loose earth. *Philosophical Trans. of the Royal Society*, 147(2), 9-27.
- Roth, W., y Crandall, L. (1981). Non-linear elastic finite element analysis of lateral earth pressures against basement wall. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 5(4), 1179-1191.
- Salman, F., Al-Shakarchi, Y., Husain, H., y Sabre, D. (2010). Distribution of earth pressure behind retaining walls considering different approaches. *International Journal of the Physical Sciences*, 5(9), 1389-1400.
- Sarath, N., Shivashankar, R., y Ravi Shankar, A. (2011). Role of shear keys in cantilever retaining wall. *Proceedings of Indian Geotechnical Conference*, 35(7), 627-630.
- Senthil, K., Iqbal, M., y Kumar, A. (2014). Behavior of cantilever and counterfort retaining walls subjected to lateral earth pressure. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 8(2), 167-181.
- Shields, D. H., y Tolunary, A. Z. (1973). Passive pressure coefficients by method of slices. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division ASCE*, 99(SM12), 1043-1053.
- Wang, Y.-Z. (2000). Distribution of earth pressure on a retaining wall. *Geotechnique*, 50(1), 83-88.

- Zhang, W., Zhang, B., Zhang, W., Li, S., Lou, Y., Liu, X., . . . Wei, K. (2014). Analysis and Calculation of Earth Pressure Based on Nonlinear Theory. *Advanced Materials Research*, 1055(8), 109-113.
- Zhu, D., Qian, Q., y Lee, C. (2001). Active and passive critical slip @elds for cohesionless soils and calculation of lateral earth pressures. *Geotechnique*, 51(5), 407-423.
- Zhu, D.-Y., & Qian, Q. (2000). Determination of passive earth pressure coefficients by the method of triangular slices. *Geotechnique*, 50(5), 485-491.

Apéndices

Apéndice A. Estado del arte: Distribución de la presión activa de tierra muros cantiléver.

Los muros de contención son estructuras que se caracterizan por tener como principal propósito producir un efecto estabilizador sobre una masa de suelo resistiendo las presiones generadas por una porción de tierra (terreno natural) u otros materiales (relleno artificial). La filosofía de su diseño consiste en lidiar con la magnitud y la distribución de las presiones laterales de tierra entre la masa de suelo y el sistema de contención (Hurtado Duarte, 2011).

Como tal se entiende por muro de contención a la estructura dispuesta para contener un empuje lateral de un material; encontrándose divididos en dos grandes grupos. Los muros convencionales, de los tipo muros de gravedad, muro cantiléver, muro semi-gravedad y muro de contra fuertes. El segundo grupo corresponde a los muros de tierra estabilizados mecánicamente los cuales tienen sus rellenos estabilizados por elementos de refuerzo tales como mallas de alambre soldado, geomallas o franjas metálicas.

El tipo de muro en el que se centra este trabajo es el muro cantiléver o también llamado muro en voladizo, el cual es un muro de hormigón armado que consta de un vástago delgado y una losa base para retener la masa de suelo detrás de la pared, son de forma simple de L o T invertida (Figura 1). Su estabilidad depende totalmente de su peso propio y del peso del suelo que descansa sobre losa base. En ocasiones es necesario adicionar un dentellón para aumentar la resistencia al deslizamiento (Baez Lozada & Echeverri Lopez, 2015).

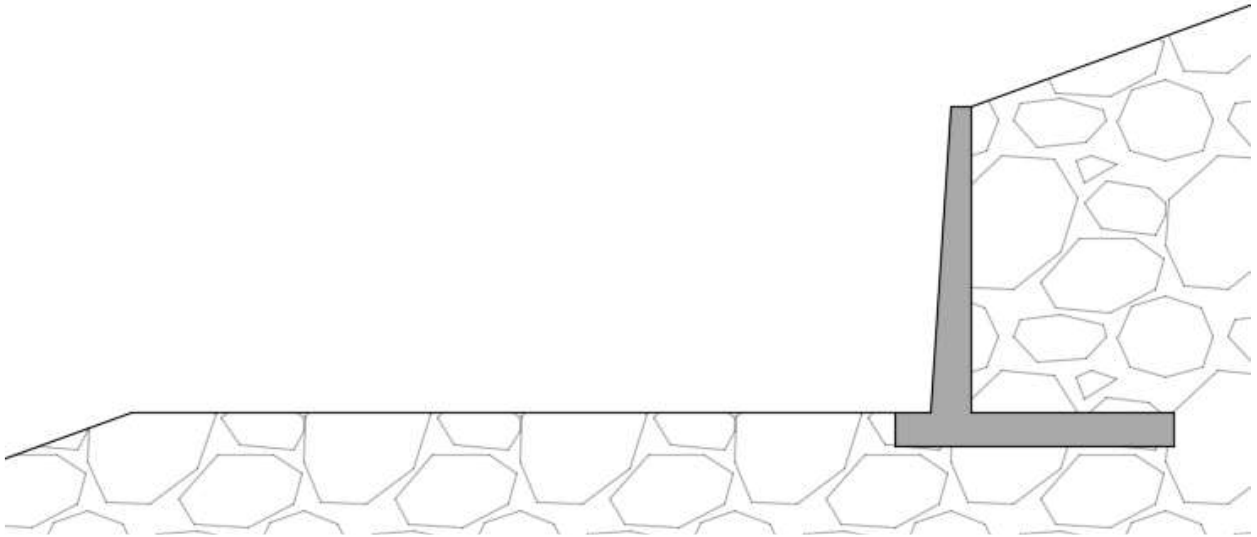


Figura 11. Muro Cantiléver

Nota: adaptado de Báez Lozada y Echeverri López (2015), Diseño De Estructuras De Contención Considerando Interacción Suelo-Estructura (Trabajo de pregrado), pág. 18.

Presión lateral de tierra. La interacción suelo-estructura del muro de contención y la masa de suelo retenida produce unas presiones o empujes denominados presión activa (P_a) y presión pasiva (P_p). El primero que realizó el estudio del empuje de tierras fue el Ing. Militar Vauban en el año de 1687, el cual estableció algunos principios básicos sobre la magnitud de las presiones que el suelo ejerce sobre un elemento estructural que lo sostiene e impide su deslizamiento (Hurtado Duarte, 2011). Años más tarde el científico francés Coulomb (1773) publicó su teoría de empujes de tierras y el mecanismo de falla de una masa de suelo al usar la envolvente de fallo del círculo de Mohr y considerar una masa de suelo que se desliza (Bowles, 1997). Así mismo otro promotor del estudio de las presiones de tierra fue el Ing. Macquorn Rankine (1857) quien considero el suelo en un estado de equilibrio plástico y la falla de un elemento de suelo de

pequeñas dimensiones generado por el desplazamiento de la estructura de contención (Das, 1999).

A partir de las propuestas de Rankine y Coulomb se desarrolla el análisis de equilibrio límite el cual es el caso típico que presentan los textos de geotecnia para los cálculos de las presiones y fuerzas y que soporta una estructura de retención como los muros cantiléver (Suarez Diaz & Cobos Roa, 2003), fundamentándose en el método del equilibrio plástico.

Método del equilibrio límite. El método de análisis de límite es una teoría bien desarrollada que puede resolver problemas de presión de la tierra al idealizar el suelo como un material plástico perfecto que obedece a una regla de flujo asociada (Wang, Wu, y Wang, 2017). La figura 2(a) muestra las condiciones de tensión en el suelo a cada lado de un muro de contención empotrado donde las tensiones principales están definidas por σ_1 , σ'_1 (total y efectiva, respectivamente) y las tensiones principales menores se definen por σ_3 , σ'_3 . Si la pared fallara por un desplazamiento horizontal (traslación) en la dirección que se muestra, las tensiones horizontales dentro del suelo retenido detrás de la pared se reducirán. Si el movimiento es lo suficientemente grande, el valor de la tensión horizontal disminuye hasta un valor mínimo tal que se desarrolla un estado de equilibrio plástico para el cual las tensiones principales totales y efectivas son verticales. Esto se conoce como la condición activa. En el suelo del otro lado de la pared habrá compresión lateral del suelo a medida que la pared se desplaza, lo que resulta en un aumento de las tensiones horizontales hasta que se alcanza un estado de equilibrio plástico, de modo que las tensiones principales totales y efectivas son horizontales. Esto se conoce como la condición pasiva. Los círculos de Mohr en el punto de falla se muestran en la Figura 2(b) para el suelo no drenado y la Figura 2(c) para el material drenado (Knappett y Craig, 2012). En el caso

de considerar que el muro no se desplaza, el suelo no sufre ninguna deformación y por lo tanto no se produce un plano de falla. Esto se conoce como condición en reposo.

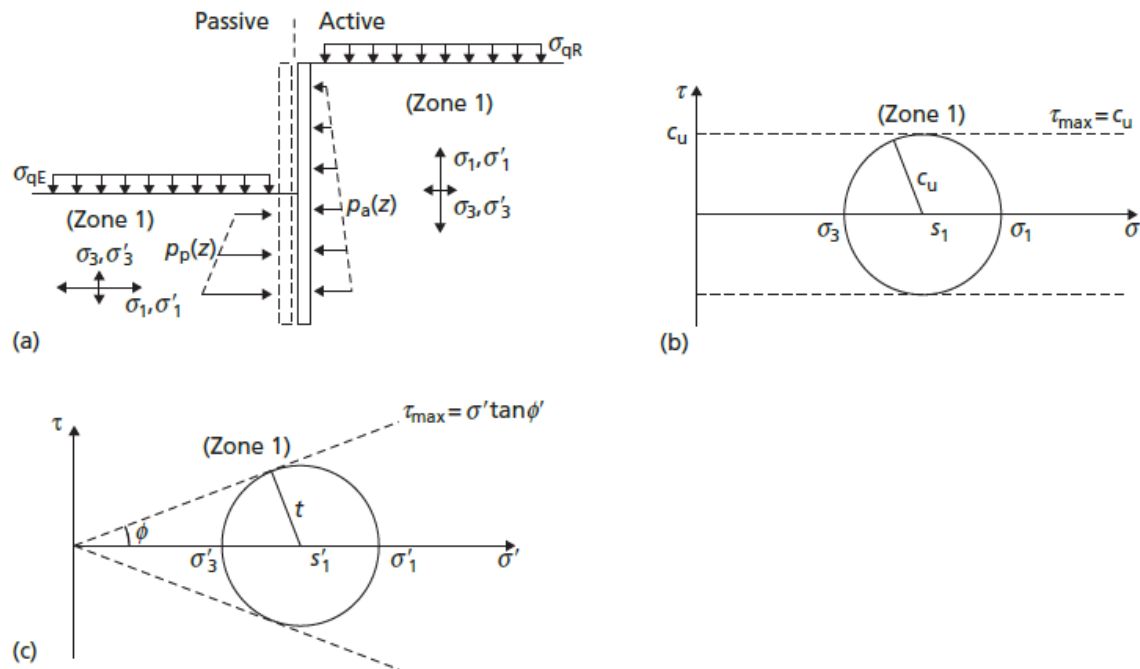


Figura 12. Condiciones de esfuerzos de un muro cantiléver (a) condiciones de estrés bajo activo y pasivo condiciones, (b) Círculo de Mohr, caso no drenado, (c) Círculo de Mohr, caso drenado.

Nota: adaptado de Knappett y Craig (2012). Craing's soil mechanics. pág. 405.

Así el método del análisis de equilibrio limite en condición est tica considerarse tres situaciones de presiones sobre un muro de contención, la presión activa y pasiva, y la presión en reposo (Jurado Cabañes, 2012).

Presión en reposo. Se puede considerar como una condición especial de equilibrio, en donde no se permite que el muro se mueva en lo absoluto por lo que el suelo no ha soportado ninguna deformación lateral, es decir, la presión en reposo se supone que ocurre cuando el suelo no se ha

movido detrás del muro por lo tanto la deformación horizontal es cero como se muestra en figura 3(a). Para un caso de material drenado sin cohesión el esfuerzo horizontal a una profundidad z es:

$$\sigma_h = K_o \sigma'_v + u \quad (1)$$

Donde:

σ_h : Esfuerzo horizontal total

K_o : Coeficiente de presión de tierra en reposo

u : Presión de poros

σ'_o : Esfuerzo vertical efectivo

Presión activa de tierra. Es la presión lateral ejercida por el suelo detrás de la estructura de contención cuando la pared se mueve horizontalmente alejándose de la masa de suelo para alcanzar un valor mínimo llegando así a un equilibrio plástico. Se supone ocurre un desplazamiento del muro cuyo valor varía entre 0.1% y 0.3% de la altura de la pared y este desplazamiento induce una condición de falla sobre una superficie recta, la cual forma un ángulo de $45^\circ - \frac{\varphi}{2}$ con la horizontal (U.S. Army Corps of Engineers., 1994) como muestra la figura 3(b).

Para un caso de material drenado sin cohesión el esfuerzo horizontal total a una profundidad z es:

$$\sigma_h = K_a \sigma'_h + u \quad (2)$$

Donde $\sigma'_h = \sigma'_3$ y $\sigma'_v = \sigma'_1$ de (c) de la figura 2, que al solucionar y usar el principio de Terzaghi ($\sigma_h = \sigma'_h + u$) se obtiene (2). El término K_a se conoce como el coeficiente de presión activa de tierra.

Presión Pasiva de tierra. Al igual que la presión activa de tierra, la presión pasiva se produce ante el desplazamiento horizontal de la estructura de retención, pero a diferencia, este desplazamiento es acercándose (comprimiendo) la masa de suelo hasta que la presión alcanza un valor máximo con el movimiento suficiente, induciendo una condición de falla sobre una superficie recta, la cual forma un ángulo de $45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ con la horizontal como muestra la figura 3

(c). Para un caso de material drenado sin cohesión el esfuerzo horizontal total a una profundidad z es:

$$\sigma_h = K_p \sigma'_v + u \quad (3)$$

Donde $\sigma'_h = \sigma'_1$ y $\sigma'_v = \sigma'_3$ de (c) de la figura 2, que al solucionar y usar el principio de Terzaghi se obtiene (3). El término K_p se conoce como el coeficiente de presión pasiva de tierra.

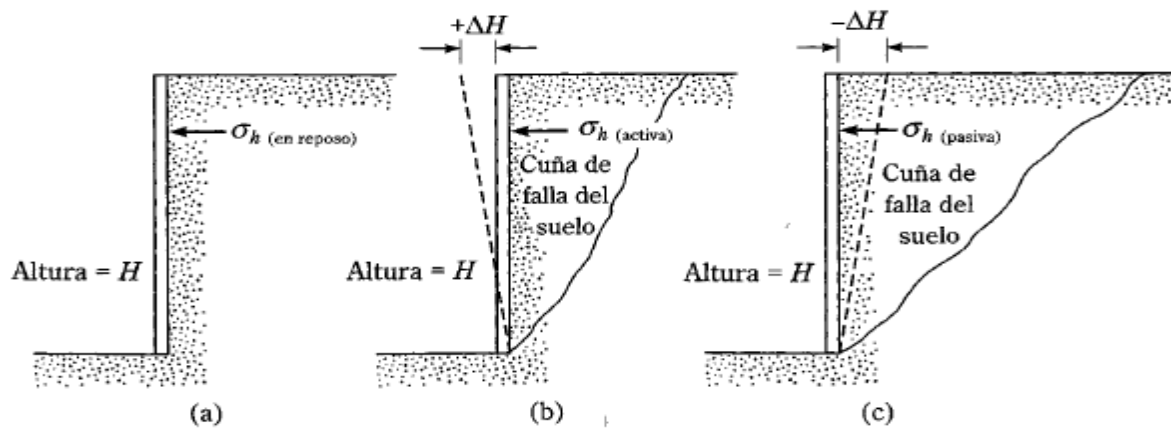


Figura 13. Naturaleza de la presión lateral de tierra sobre una estructura de retención.

Nota: Adaptado de Das (1999). Principio de ingeniería de cimentaciones. pág. 334

En general la presión activa de tierra sobre muros de retención bajo el criterio del análisis límite está dada por la ecuación (4) para un muro de altura H que retiene un suelo con peso

específico γ y con ángulo de fricción ϕ . Para este caso general la distribución de la presión activa sobre un muro de contención es linealmente dependiente de la profundidad, el peso específico y un coeficiente de presión de tierra K_a el cual variaría dependiendo de las condiciones iniciales y de equilibrio plástico que se consideren.

$$P_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2 + u \quad (4)$$

Tradicionalmente los cálculos de la presión activa de tierra se basa en condiciones de deformación plana y equilibrio plástico o superficies de falla plana en la masa del suelo (Barros, 2006). Estas son las formulaciones teóricas clásicas de Rankine (1857) y Coulomb (1776) para la estimación de las presiones sobre muros de contención. Las cuáles son las comúnmente usadas para los muros cantiléver al considerar su análisis mediante una pared virtual al final de su losa base. Sin embargo se considera una deficiencia del método de equilibrio límite el tener que suponer una superficie de falla recta ya que los experimentos demuestran que se alejan de la realidad (Casagrande, 1973; Wen Zhang, 2014). Por lo que en el último siglo se ha desarrollado el método de equilibrio limite de rodajas en el cual se realiza la suposición de una superficie de falla curva (Zhu y Qian, 2000). De manera que otra teorías aceptadas para el cálculo de la presión activa de tierra son Müller Breslau (1906), Caquot Kerisel (1948), Shields Tolunay (1973), Bang (1985), Absi (1990), Mazindrani (1997), Wang (2000), Zhu Quien (2001), Barros (2006) y Peng (2013).

Teorías de la presión activa de tierra. Sin importar si se usa el método de equilibrio límite o equilibrio limite de rodajas, la distribución de la presión corresponde a la ecuación (4). Las variaciones de usar una teoría u otra esta en el cálculo del coeficiente presión activa de tierra el

cual cambia el valor total de la fuerza soportada por el muro pero las distribuciones de manera general se mantiene como muestra en la figura 4.

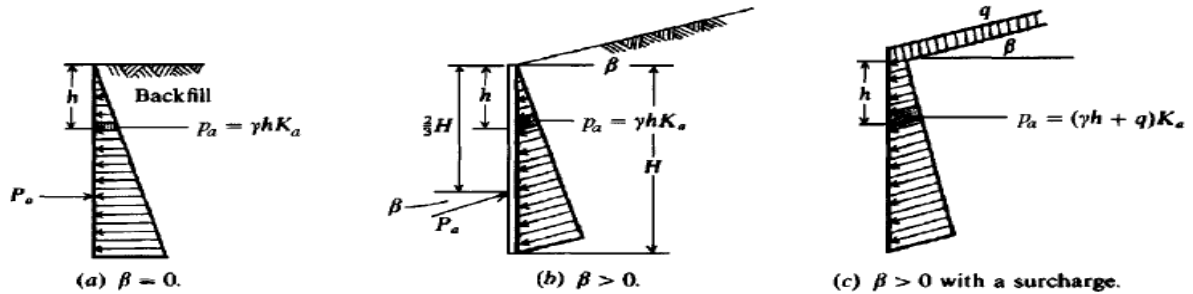


Figura 14. Distribuciones de presión de tierra sobre un muro de contención.

Nota: Adaptado de Bowles. (1997). Foundation Analysis and Design. pág. 604.

Presión activa de tierra Teoría de Coulomb. Coulomb fue uno de los primeros en estimar la presión de tierra contra las paredes, realizando una serie de asunciones sobre el comportamiento del suelo. De manera general existen dos casos de suelos retenidos, los suelo puramente friccionantes (granulares) y suelo cohesivos. La figura 5 muestra la geometría para ambos casos para el empuje activo en la teoría de Coulomb. La presión activa de la tierra está dada por la ecuación (5).

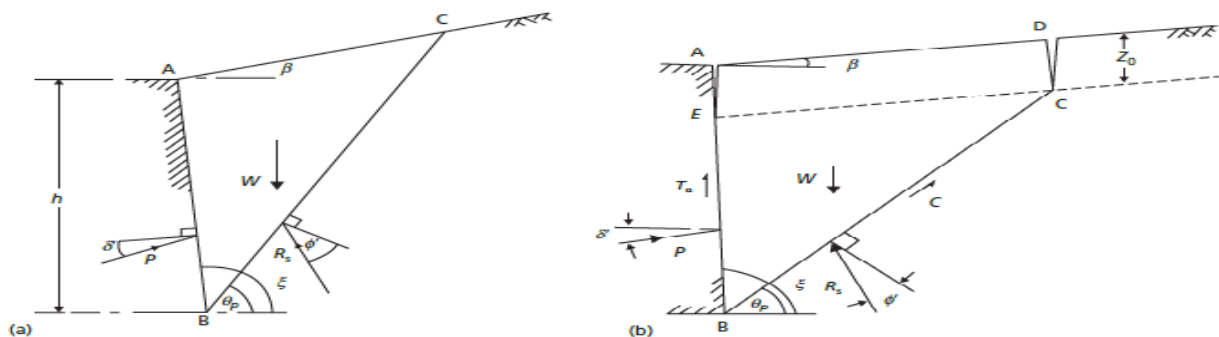


Figura 15. Teoría de Coulomb caso de empuje activo, (a) geometría para $c = 0$, (b) geometría para $c > 0$.

Nota: adaptado de Knappett y Craig (2012). Craing's soil mechanics. pág. 429, 431.

$$\sigma_a = \sigma_z K_a - 2 * C_{ef} K_{ac} \quad (5)$$

Donde:

σ_a : Tensión activa.

σ_z : Tensión geo-estática vertical.

K_a : Coeficiente de presión activa de tierra.

K_{ac} : Coeficiente de presión activa de tierra debido a cohesión.

C_{ef} : Cohesión efectiva del suelo.

El coeficiente de presión activa de tierra se calcula mediante la ecuación (6).

$$K_a = \frac{\cos^2(\varphi - \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\varphi - \alpha) \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\varphi + \delta) \cos(\varphi - \beta)}} \right)^2} \quad (6)$$

Donde:

φ : Angulo de fricción interna del suelo.

α : Inclinación de la cara posterior de la estructura.

β : Inclinación de terreno.

δ : Angulo de fricción muro-suelo.

El coeficiente de presión activa de tierra debido a la cohesión se calcula para un $\alpha < \frac{\pi}{4}$

mediante la ecuación (7) y para $\alpha > \frac{\pi}{4}$ con la ecuación (9).

$$K_{ac} = \frac{K_{ahc}}{\cos(\delta + \alpha)} \quad (7)$$

$$K_{ahc} = \frac{\cos \varphi \cos \beta \cos(\delta - \alpha)(1 + \tan(-\alpha) \tan \beta)}{1 + \sin(\varphi + \delta - \alpha - \beta)} \quad (8)$$

$$K_{ac} = \sqrt{K_a} \quad (9)$$

Las componentes horizontales y verticales de la presión activa están dadas por las ecuaciones (10) y (11).

$$\sigma_{ax} = \sigma_a \cos(\alpha + \delta) \quad (10)$$

$$\sigma_{ay} = \sigma_a \sin(\alpha + \delta) \quad (11)$$

Las principales deficiencias en la teoría de Coulomb son los supuestos de que el suelo es ideal, y que la ruptura es un plano (Bowles, 1997).

Presión lateral de tierra Teoría de Rankine. Rankine en 1857 estableció el equilibrio de un suelo en estado plástico y uso prácticamente las mismas asunciones que Coulomb, por lo que supuso que el movimiento del muro es suficiente para que el suelo alcance un estado de equilibrio plástico. Por tanto se supone que todo el terreno tras el muro está en estado de rotura. En general la propuesta de Rankine es el estado de tensiones que corresponde a una zona de suelo plastificada (Jurado Cabañes, 2012). La figura 6 muestra la geometría para el empuje activo en la teoría de Rankine. La presión activa de la tierra está dada por la ecuación (12). Conservando la distribución lineal pero con un cálculo diferente de K_a .

$$\sigma_a = \sigma_z K_a - 2 * C_{sf} \sqrt{K_a} \quad (12)$$

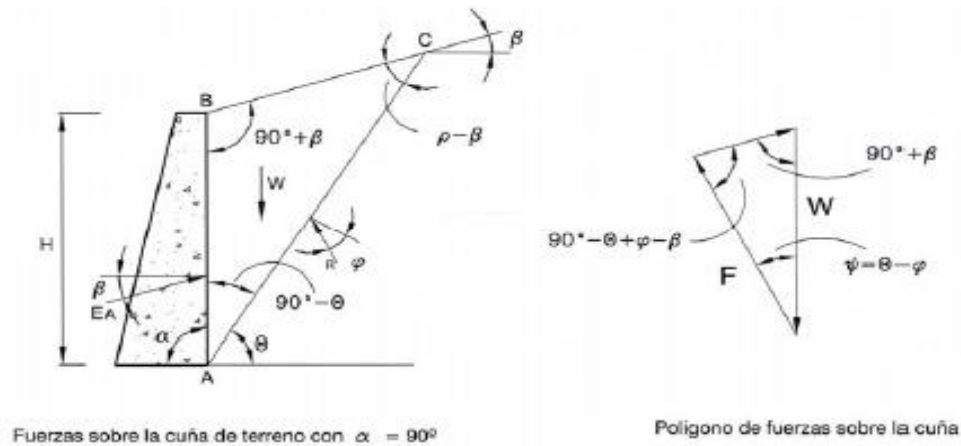


Figura 16. Empuje activo de Rankine.

Nota: Adaptado de Jurado Cabañes. (2012). Problemas De Interaccion Suelo Estructura En Cimentaciones Y Muros De Contencion. Influencia De Los Fenomenos De Despegue Y Deslizamiento. pág. 43

La teoría de Rankine presenta dos casos para el cálculo de K_a , los cuales son:

- Muro vertical sin fricción, con inclinación del terreno, material granular. K_a se calcula de acuerdo a la ecuación (13).

$$K_a = \cos \alpha \frac{\cos \alpha - \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi}}{\cos \alpha + \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi}} \quad (13)$$

- Muro vertical sin fricción, sin inclinación del terreno, material $c' - \phi'$. K_a se calcula de acuerdo a la ecuación (13). Esta ecuación es obtenida también si $\alpha = 0$ en el caso 1.

$$K_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (14)$$

En 1997 Mazindrani y Ganjali dan solución al caso general para suelo cohesivos en la teoría de Rankine, siendo un muro vertical sin fricción, con inclinación del terreno, material $c' - \phi'$.

Concluyendo que la tensión activa está dada por la ecuación (15) .

$$\sigma_a = \sigma_z K_a = \sigma_z K'_a \cos \alpha \quad (15)$$

Donde K'_a es el coeficiente activo de tierra según Mazindrani y Ganjali que se calcula de acuerdo a la ecuación (16).

$$K'_a: \frac{1}{\cos^2 \varphi} \left[2 \cos^2 \beta + 2 \left(\frac{C}{\gamma Z} \right) \cos \varphi \sin \varphi - \sqrt{4 \cos^2 \beta (\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi) + 4 \left(\frac{C}{\gamma Z} \right)^2 \cos^2 \varphi + 8 \left(\frac{C}{\gamma Z} \right) \cos^2 \beta \cos \varphi \sin \varphi} \right] - 1 \quad (16)$$

Donde Z es la profundidad de la grieta de tensión.

Presión lateral de tierra Teoría de Caquot. Caquot y Kerisel (1948) desarrollaron una solución para obtener los empujes deducidos por equilibrio de la zona plástica, tanto para el caso activo como para el pasivo, en la que consideraban, en ambos casos, que la rotura real del terreno no era completamente plana sino una rotura curva con una espiral logarítmica. Donde la tensión activa de tierra se calcula de acuerdo a la ecuación (5) al igual que la teoría de Coulomb pero con un cálculo diferente de K_a . El valor de K_a definido por el método de la espiral logarítmica, es ligeramente más preciso que el obtenido mediante las teorías de Coulomb y Rankine, sin embargo la diferencia es tan pequeña que resulta más conveniente utilizar estas últimas (Jurado Cabañes, 2012). En la figura 7(a) se muestra que la superficie de rotura consiste en una parte curva en el pie del vástago y una parte recta que se extiende hasta la superficie de terreno, y en la figura 7(b) se muestra como la distribución del empuje activo es triangular para muros con vástago recto y relleno sin cohesión.

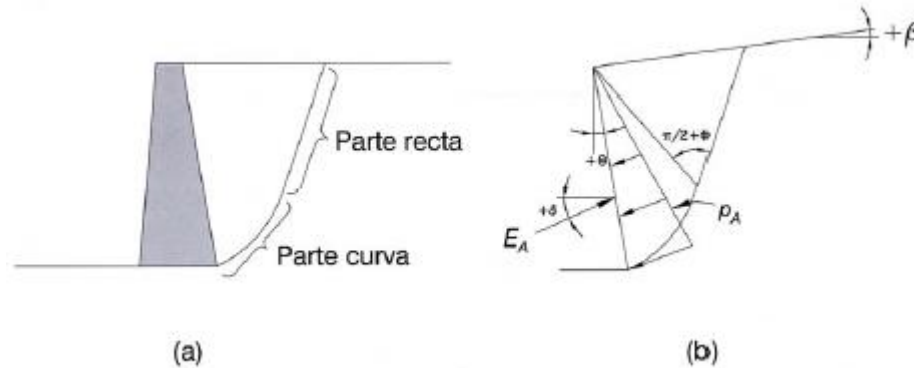


Figura 17. Espiral logarítmica representada la superficie crítica en condición de empuje activo.
Nota: Adaptado de Jurado Cabañes. (2012). Problemas De Interaccion Suelo Estructura En Cimentaciones Y Muros De Contencion. Influencia De Los Fenomenos De Despegue Y Deslizamiento. pág. 49.

Estudios sobre la distribución de la presión activa en muros cantiléver. Los estudios disponibles en la literatura describen el efecto de la presión lateral de la tierra sobre los muros de contención en voladizo. Sin embargo, estas teorías se han establecido desde Coulomb (1776) y Rankine (1857) y a la fecha siguen siendo considerada como confiables y las predilectas para los textos de geotecnia y diseño de muros cantiléver, a pesar de que no han tenido grandes cambios en más de 200 años. Por lo que ha sido colocado a investigación durante las últimas décadas mediante el uso del método de los elementos finitos (Goh A, 1993; Horvath, 1991; Liu, Chen, y Liou, 2006; Sarath, Shivashankar, y Ravi Shankar, 2011; Senthil, Iqbal, y Kumar, 2014). Y mediciones de presión en laboratorio (Bentler y Labuz, 2006; Bica y Clayton, 1998; Casagrande, 1973; Matsuo, Kenmochi, y Yagi, 1978; Potts y Fourie, 1984.).

El estudio más temprano fue realizado por Clough y Duncan (1969), en el cual verificaban la factibilidad de poder usar elementos finitos para el análisis de estructuras de contención. Los

mismos autores como pioneros en el tema en 1971 demostraron que el análisis de muros de contención con elementos finitos podía usarse para predecir presiones laterales de tierra al analizar un muro de 6 m de alto con un suelo de relleno de arena, en el que encontraron que las presiones activas y pasivas calculadas concuerdan aproximadamente con las teorías clásicas de presión, a pesar que las fuerzas activas calculadas fueron mayores que las teóricas pero menores que las de reposo.

Casagrande (1973) explicó cómo al compactar el relleno detrás del muro se producen presiones muy superiores a las presiones activas y lo mismo ocurre por efectos de mediano y largo plazo relacionados con vibraciones debidas al tránsito vehicular, fluctuaciones del nivel de agua y cambios de temperatura.

Matsuo, Kenmochi y Yagi. (1978) realizaron experimentos en una pared de concreto de 10 m de altura con material limo-arenoso como suelo de relleno. Con el fin de estudiar los desplazamientos del muro y la distribución de la presión activa. Durante el experimento se midió continuamente la presión de tierra por un periodo de 4 meses lo que llevo a la conclusión que los muros de contención deberían diseñarse con la presión en reposo. Además el muro fue modelado usando elementos finitos encontrando que el modulo de Young y la densidad eran irrelevantes para el resultado, pero por el contrario el coeficiente de Poisson era muy relevante, esto fue corroborado años después por Roth y Crandall (1981).

Potts y Fourie (1986) haciendo uso del método de los elementos finitos analizaron la influencia del movimiento (traslación y rotación) del muro en la distribución, magnitud y generación de la presión activa y pasiva de tierra, asumiendo un comportamiento elastoplástico de de suelo retenido con el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Concluyendo que el modo de movimiento del muro tiene un efecto considerable en la distribución de la presión activa, tanto

para muros rugosos o lisos el modo de movimiento tiene un efecto sobre la presión activa, al igual que Matsuo *et al.* (1978) encontraron que el modulo de Young del suelo no tiene mucha relevancia en la distribución de la presión activa.

Bhatia y Bakeer (1989) comprobaron numéricamente los resultados experimentales de Matsuo *et al.* (1978) y encontraron que la presión de la tierra se ve significativamente afectada por el tamaño del elemento así como por las condiciones de contorno empleadas. Además de realizar sugerencia en cuanto a la discretización de la malla de elementos finitos para su correcto uso en el análisis de la presión activa.

Horvath (1991) realizo análisis numéricos usando elementos finitos con modelos de muros cantiléver de 6 m de altura donde variaba la forma de su losa de cimentación, encontrando que el comportamiento de distintas formas de losas de cimentación es muy similar bajo niveles típicos de cara de trabajo en el rango de tensión activa hasta condición en reposo. Concluyendo que la configuración de la zapata no afecta significativamente el desplazamiento o rotación.

Goh (1993) desarrollo diversos modelos numéricos de muros cantiléver con variaciones de Poisson, Modulo de Young del concreto, ángulo de fricción y longitud de la base. Encontrando que para situaciones típicas de suelos estables las presiones activas calculadas numéricamente son cercanas y se desarrollan aproximadamente iguales a las teóricas solo en un tercio de la altura del muro en su parte superior para paredes virtuales o hasta la mitad para el vástago del muro (figura 7) dependiendo de las propiedades del relleno. Así propuso que las presiones activas deben ser similares a las de presión de reposo para muros lisos y un valor intermedio utilizando un $K = 0.5 (K_a + K_o)$ para muros rugosos.

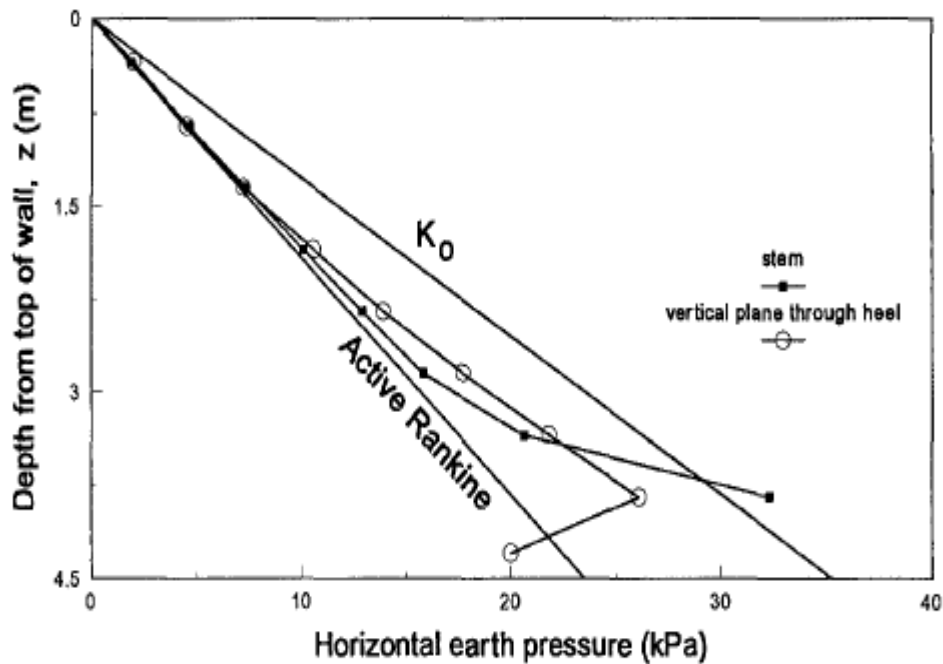


Figura 18. Distribución de la presión lateral de tierra en el vástago del muro y el muro virtual

Nota: Adaptado de Goh. (1993). behavior of cantilever retaining walls. pág. 1756

Suarez y Cobos (2003) explica mediante una revisión bibliográfica y modelos numéricos usando el software Plaxis como las discontinuidades de origen geológicas o antrópico afectan las fuerzas sobre una estructura de contención. Encontrado que autores recomiendan y verifican como los muros de contención soportan cargas de empujes en reposo tiempo después de su construcción. Las fuerzas activas calculadas mediante el análisis de equilibrio límite para materiales granulares, homogéneos e isotrópicos son confiables y dan valores aproximadamente iguales a las calculadas numéricamente, para materiales arcilloso, anisotrópico, no homogéneo o con fallas de origen geológico los valores de las fuerzas activas calculadas con teorías tradicionales son inferiores a los calculados numéricamente

Liu et al. (2006) realizaron análisis de elementos finitos con modelos 2D en muros cantiléver de 5 m de altura con el fin de encontrar la relación entre el desplazamiento y la distribución de

deformación plásticas del relleno bajo diferentes ángulos de fricción suelo-muro. Se encontró que la distancia de la falla obtenida del análisis numérico es más pequeña en comparación con la teoría de Coulomb. Además el efecto de la variación de ángulo de fricción suelo-muro resulto ser irrelevante para las distribuciones.

Bentler y Labuz (2006) instalaron celdas de presión de tierra, medidores de deformación, medidores de tensión, cubiertas de inclinómetro y reflectores topográficos en un muro de contención en voladizo. Analizaron los datos que arrojaban unos 60 sensores de forma continua y encontraron que el desarrollo de la condición activa se dio después de la traslación de aproximadamente el 0,1% de la altura del relleno. La carga calculada a partir de las lecturas con los medidores de deformación es consistentes con la presión activa de tierra. El muro giraba en el relleno como un cuerpo rígido, pero la parte superior del vástago se desviaba del relleno, aproximadamente igual en magnitud pero opuesta en dirección al desplazamiento de la rotación del cuerpo rígido. La máxima fuerza lateral registrada, aproximadamente igual a la de diseño se produjo durante la compactación del relleno (figura 9).

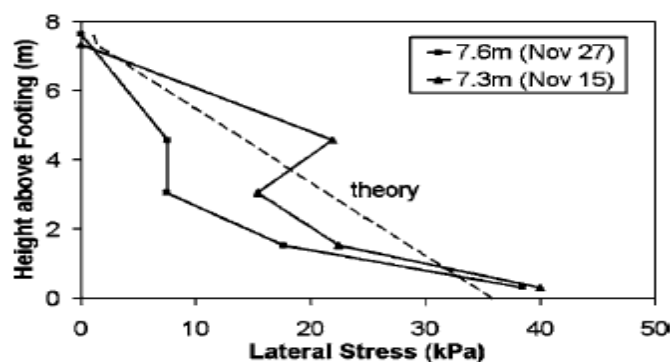


Figura 19. Presión de tierra activa teórica y medida en los días seleccionados

Nota: Adaptado de Bentler y Labuz. (2006). Performance of a Cantilever Retaining Wall. pág.

Salman, Al-Shakarchi, Husain y Sabre (2010) estudiaron la distribución de la presión de tierra generada detrás de un muro de contención asumiendo el comportamiento del suelo como elastoplástico con el criterio de falla de Mohr-Coulomb, mediante el uso del método de los elementos finitos (software CRISP) y comparándolas con las teorías clásicas de presión de tierra. Los resultados muestran que la distribución de presión de tierra depende del modo de movimiento de la pared (ya sea de traslación, rotación o ambos), también que los resultados obtenidos numéricamente son similares a la solución de Coulomb en el caso de que la rotación de muro sea en la parte inferior (base), en caso de que la rotación sea en la parte superior las presiones calculadas numéricamente son mayores a la solución de Coulomb, como muestra la figura 10.

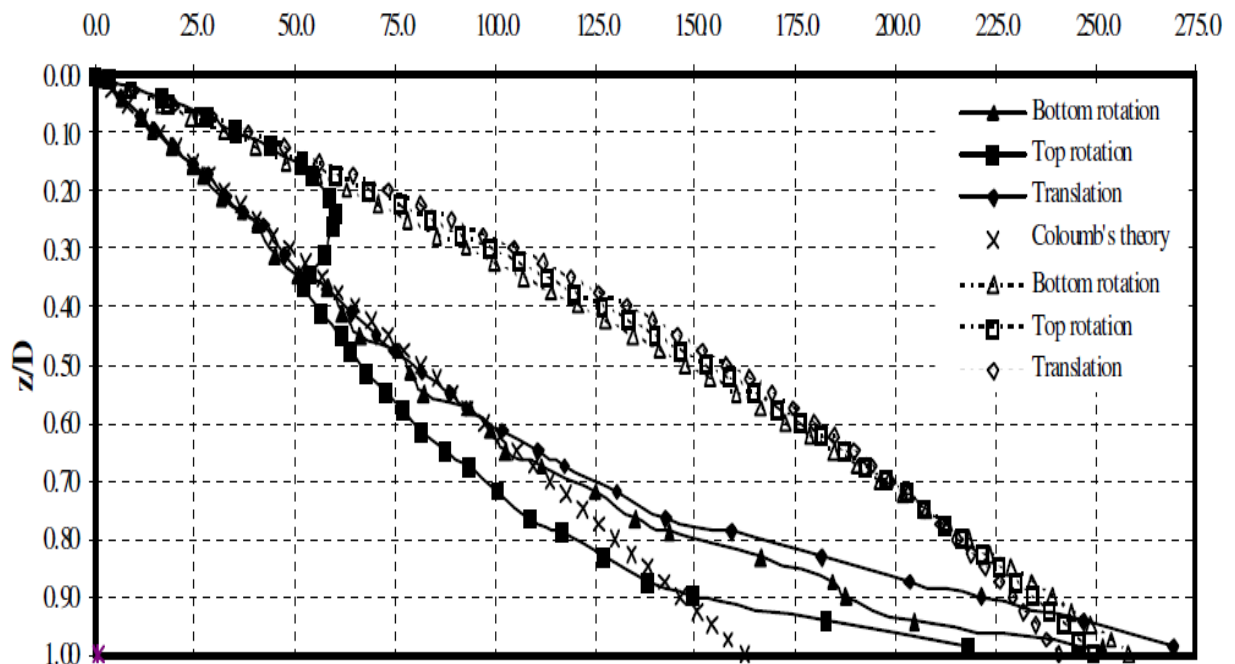


Figura 20. Presión activa de tierra con un muro de contención $\phi=25^\circ$ y $\delta=0^\circ$.

Nota: Adaptado de Salman, Al-Shakarchi, Husain y Sabre (2010). Distribution of earth pressure behind retaining walls considering different approaches. pág. 1400

Sarath, Shivashankar y Ravi (2011) estudiaron la distribución de presión de tierra generada detrás de un muro cantiléver tipo T invertida con un suelo de relleno arenoso, comparando valores calculados con las teorías de Rankine (1857) y Coulomb (1776); asumiendo el suelo de relleno como un material elastoplástico con el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Los resultados indicaron que la presión activa es aproximadamente congruente con las teóricas como muestra figura 11. Además analizaron el tamaño y la ubicación de un dentellón. Encontrando que el factor de seguridad contra deslizamiento era mucho mayor al ubicarlo bajo el talón del muro.

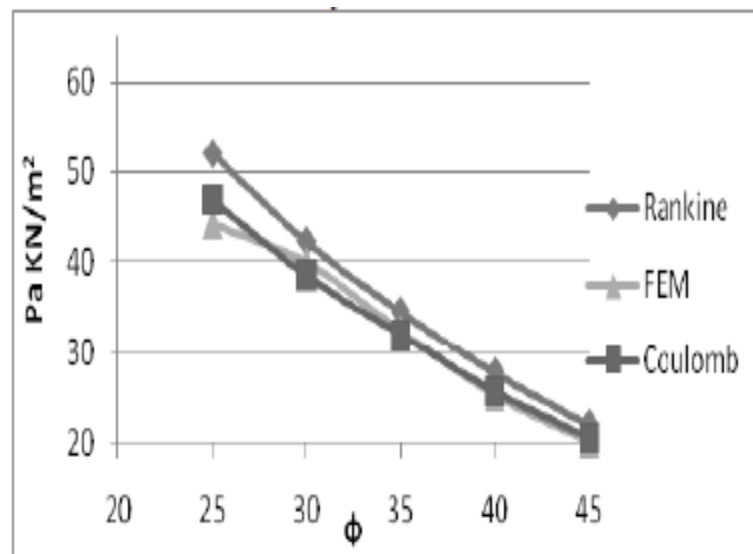


Figura 21. Presión activa de tierra para $\delta = 0.5\phi$

Nota: Sarath, Shivashankar, y Ravi. (2011). Role of shear keys in cantilever retaining wall. pág. 2(628)

Senthil, Iqbal y Kumar (2013) realizaron simulaciones de elementos finitos tridimensionales (3D) para estudiar la respuesta de muros de contención en voladizo y contrafuertes sometidos a presión de tierra lateral de un relleno de arcilla compactada usando ABAQUS. La altura de los muros se vario de 5 a 8 metros, así como también fue estudiado el efecto del largo y ancho del

talón y la punta. Encontrando que los desplazamientos y tensiones sobre los muros se relacionan con la altura y se afecta por el largo y ancho de la zapata.

Bibliografía

- Baez Lozada, L. C., y Echeverri Lopez, P. (2015). *Diseño De Estructuras De Contención Considerando Interacción Suelo-Estructura (Trabajo de pregrado)*. Bogota: Pontificia Universidad Javeriana.
- Bang, S. (1985). Active Earth Pressure Behind Retaining Walls. *Journal of Geotechnical Engineering*, 111(3), 400-412.
- Barros, P. L. (2006). A Coulomb-type solution for active earth thrust with seepage. *Geotechnique*, 56(3), 159-164.
- Bentler, J., & Labuz, J. (2006). Performance of a Cantilever Retaining Wall. *Journal Of Geotechnical And Geoenvironmental Engineering* , 1062-1070.
- Bica, A., & Clayton, C. (1998). An experimental study of the behaviour of embedded lengths of cantilever walls. *Geotechnique*, 48(6), 731-745.
- Bowles, J. E. (1997). *Foundation Analysis and Design*. McGraw Hill.
- Caquot, A., & al, e. (1948). *Table for the Calculation of Passive Pressure, Active Pressure, and Bearing Capacity of Foundations*. Paris: Libraire du Bureau des Longitudes, de L'ecole Polytechnique. Gauthier-Villars.

- Casagrande, L. (1973). Comments on Conventional Design of Retaining Structures. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations*, 99(2), 181-198.
- Clough, G., & Duncan, J. (1971). Finite element analyses of retaining wall behavior. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Div. ASCE*, 97(SM12), 1657-1673.
- Das, B. M. (1999). *Principio de ingeniera de cimentaciones*. California: Thomson.
- Goh, A. (1993). Behavior Of Cantilever Retaining Walls. *Journal of Geotechnieal Engineering*, 119(11).
- Goh, A. T., Phoon, K., & Kulhawy, F. H. (2009). Reliability Analysis of Partial Safety Factor Design Method for Cantilever Retaining Walls in Granular Soils. *Journal Of Geotechnical And Geoenvironmental Engineering*, 616-622.
- Horvath, J. (1991). Effect Of Footing Shape On Behavior Of Cantilever Retaining Wall. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 117(6), 973-978.
- Hurtado Duarte, E. A. (2011). *Implementación De Una Herramienta De Diseño De Muros Armados Normales, Con Anclajes, Con Pilotes De Hormigón Ciclópeo Para El Laboratorio Virtual De Ingeniería Geotécnica (Trabajo de pregrado)*. Loja: Universidad Tecnica Particular de Loja.
- Jurado Cabañes, C. (2012). *Problemas De Interaccion Suelo Estructura En Cimentaciones Y Muros De Contencion. Influencia De Los Fenomenos De Despegue Y Deslizamiento (Tesis Doctoral)*. Madrid: Universidad Politecnica De Madrid.
- Kérisel, A. (1990). *Active and Passive Earth Pressure Tables* (3rd ed.). Balkema.

- Knappett, J., & Craig, R. (2012). Craing's soil mechanics. En J. Knappett, & R. Craig, *Craing's soil mechanics* (pág. 404). London and New York: Spon Press.
- Liu, N. H., Chen, J. W., & Liou, J. Y. (2006). The deformed profile of the horizontal backfill in active state. *Int. Symp. Geohazards Mitigation*, 174-179.
- Matsuo, M., Kenmochi, S., & Yagi, H. (1978). Experimental study on earth pressure of retaining wall by field test. *Soil Mechanics and Foundations Eng*, 18(3), 27-41.
- Mazindrani, Z., & Ganjali, M. (1997). Lateral earth pressure problem of cohesive backfill with inclined surface. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, 123(2), 110-112.
- Mueller-Breslau, H. (1906). *Erddruck auf Stützmauern*. Alfred Kröner Verlag, Stuttgart, Germany.
- Peng, M. X. (2013). Slip-line solution to active earth pressure on retaining walls. *Geotechnique*, 63(12), 1008-1019.
- Potts, D. M., & Fourie, A. (1986). A numerical study of the effect of wall deformation on earth pressures. *Journal Numerical Analysis Methods Geomechanics*, 10(4), 383-405.
- Roth, W., & Crandall, L. (1981). Non-linear elastic finite element analysis of lateral earth pressures against basement wall. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 5(4), 1179-1191.
- Salman, F., Al-Shakarchi, Y., Husain, H., & Sabre, D. (2010). Distribution of earth pressure behind retaining walls considering different approaches. *International Journal of the Physical Sciences*, 5(9), 1389-1400.

- Sarath, N., Shivashankar, R., & Ravi Shankar, A. (2011). Role Of Shear Keys In Cantilever Retaining Wall. *Proceedings of Indian Geotechnical Conference*, (págs. 627-630). Kochi.
- Senthil, K., Iqbal, M., & Kumar, A. (2014). Behavior of cantilever and counterfort retaining walls subjected to lateral earth pressure. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 8(2), 167-181.
- Shields, D. H., & Tolunary, A. Z. (1973). Passive pressure coefficients by method of slices. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 99(SM12), 1043-1053.
- Suarez Diaz, J., & Cobos Roa, D. (2003). Presiones De Tierra Sobre Estructuras De Contencion En Condiciones De Suelos Inestables. *III Encuentro de ingenieros de suelos y estructuras*. Bogota: Escuela de ingenieros Julio Garaviro.
- U.S. Army Corps of Engineers. (1994). Retaining and Flood walls. *Technical engineering and design guides No. 4*, American Society of Civil Engineers.
- Wang, M.-m., Wu, S.-g., & Wang, G.-l. (2017). Limit analysis methos for active earth pressre on laggings between stabilizing piles. *Jounarl of Mountain Science*, 14(1).
- Wen Zhang, a. B. (2014). Analysis and Calculation of Earth Pressure Based on Nonlinear Theory. *Advanced Materials Research*, 1055, 109-113.
- Zhu, D., Quian, Q., & Lee, C. (2001). Active and passive critical slip @elds for cohesionless soils and calculation of lateral earth pressures. *Geotechnique*, 51(5), 407-423.
- Zhu, D.-Y., & Qian, Q. (2000). Determination of passive earth pressure coefficients by the method of triangular slices. *Geotechnique*, 485-491.

Apéndice B. Resultados de los análisis de sensibilidad.

Sensibilidad al nivel de discretización. Lo primero que se realizó fue determinar la sensibilidad que tenían los modelos y software al nivel de mallado de elementos finitos, el software Plaxis 2D cuenta con 5 opción, se probaron las 5 para un mismo modelo y como se observa en la figura 2, no hay un cambio considerable de usar un tipo específico de malla. Por lo tanto se decidió usar el nivel de malla "Fino" para los siguientes análisis. En la figura 1 se observa un modelo básico de la geometría en el software Plaxis.

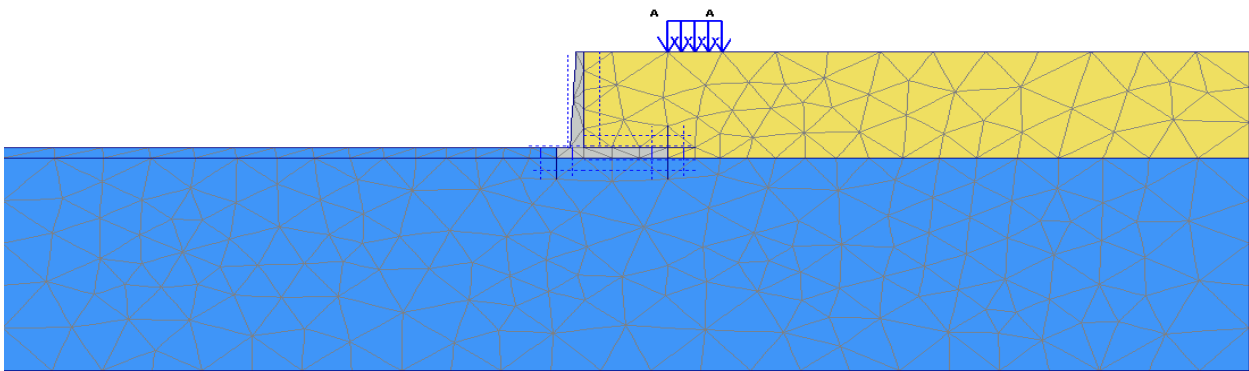


Figura 22. Modelo básico de geometría en Plaxis.

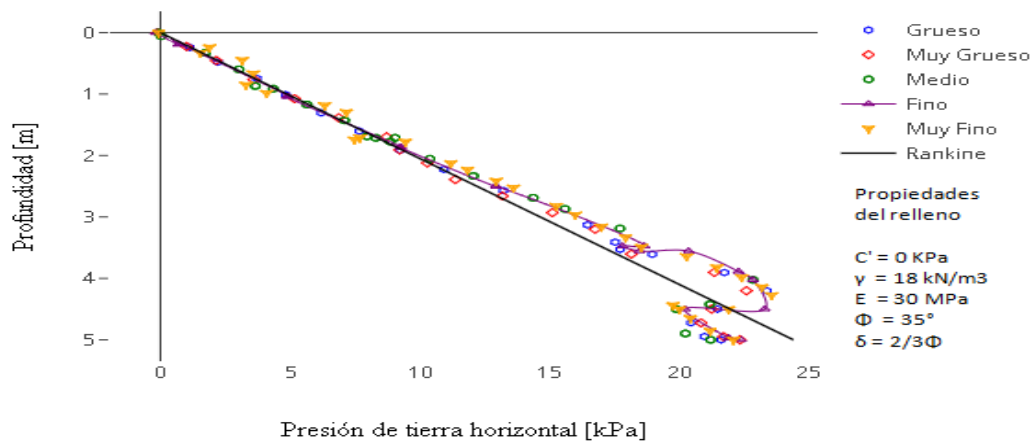


Figura 23. Distribución de la presión activa para diferentes niveles de mallado

Suelos Granulares. Los suelos granulares corresponden a suelos puramente friccionantes ($C'=0$ kN/m²).

Modelos sin sobrecarga. Corresponden a modelos de muros con suelo retenido seco, sin inclinación de terreno y sin sobrecarga. Los análisis se realizan para el espaldar del vástago y para el muro virtual ubicado justamente donde termina el talón. La figura 3 muestra las distribuciones de presión activa sobre el muro virtual para diferentes valores de ángulo de fricción del suelo (ϕ). Donde se variaba el coeficiente de fricción suelo-muro (δ). La figura 4 corresponde a la distribución de la presión activa sobre el espaldar del vástago para las mismas variaciones de la figura 3 se usa un suelo base en condición no drenada y un suelo de relleno en condición drenada.

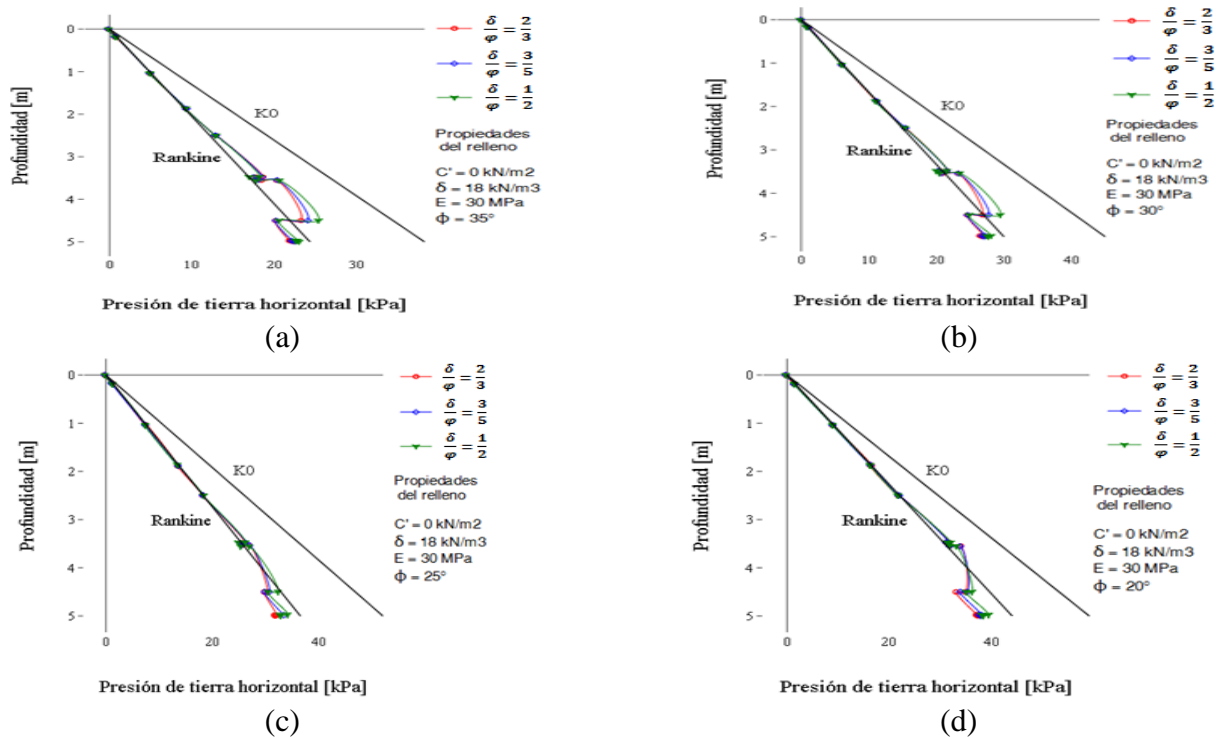


Figura 24. Distribución de presiones laterales de tierra en la pared virtual con variación de fricción suelo-muro; (a) $\phi = 35^\circ$; (b) $\phi = 30^\circ$; (c) $\phi = 25^\circ$; (d) $\phi = 20^\circ$.

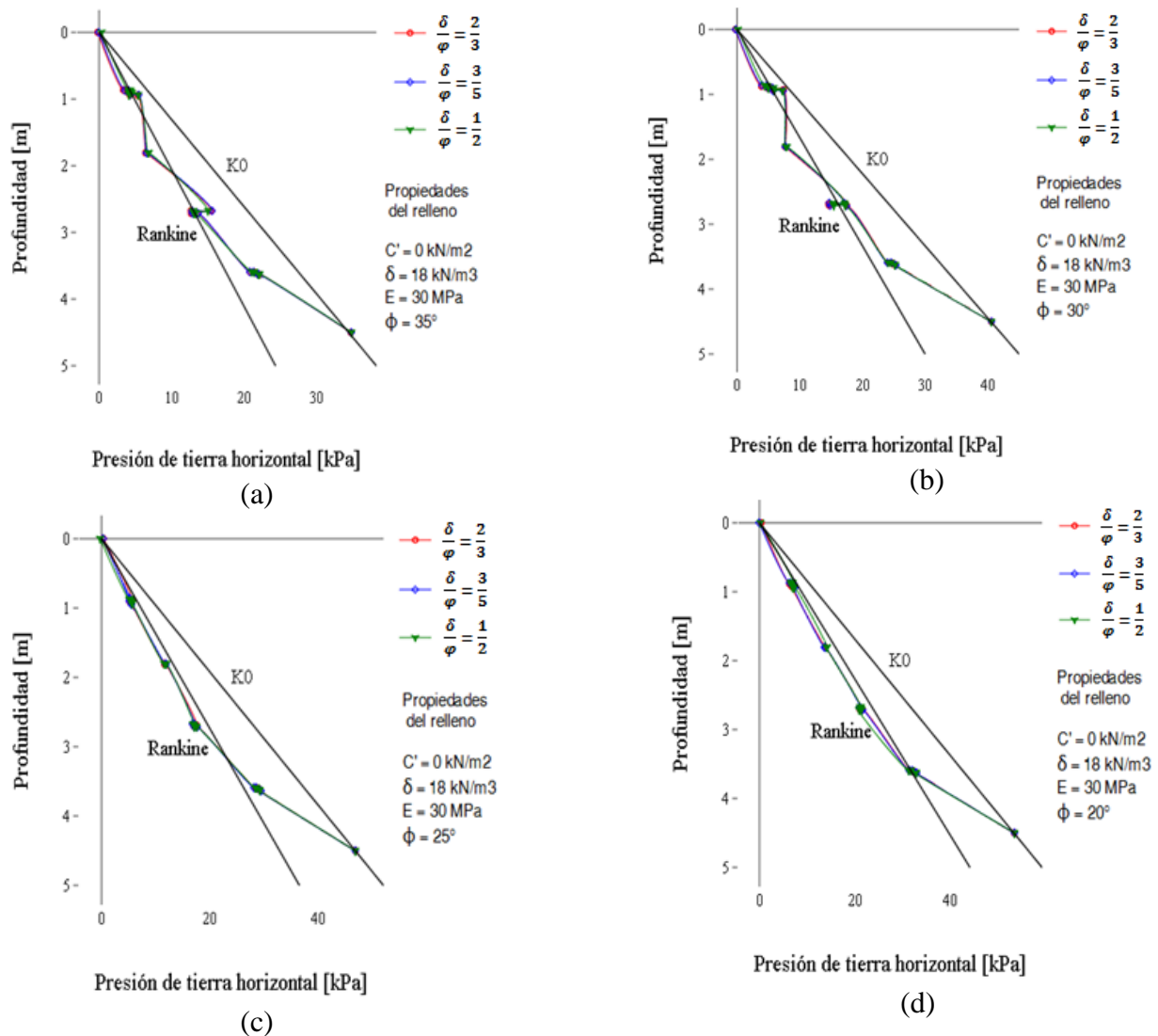


Figura 25. Distribución de presiones laterales de tierra en vástago del muro con variación de fricción suelo-muro; (a) $\phi = 35^\circ$; (b) $\phi = 30^\circ$; (c) $\phi = 25^\circ$; (d) $\phi = 20^\circ$.

Se observa de la figura 3 que el valor del coeficiente de fricción suelo-muro (δ) no tiene relevancia para este tipo de modelos mientras se mantenga en el rango de 0.5 a 0.667, así mismo se observa que para los ϕ de 35° y 30° el ajuste es perfecto en la teoría de Rankine hasta una profundidad de 0.333 de la altura, y para los ϕ de 25° y 20° el ajuste fue perfecto hasta 0.5 de

la profundidad. En la zona que corresponde al espesor de la zapata se observa una disminución de la presión (no muy drástica). En general se nota un ajuste aproximado a la teoría de Rankine.

Para el espaldar de vástago tampoco fue relevante el coeficiente δ y los valores de la presión al final de la profundidad llegaron a condición en reposo. En general se nota un ajuste aproximado a la teoría de Rankine.

La figura 5 muestra la distribución de presión activa para una condición de suelo base drenada. Se observa una mejor relación con la teoría de Rankine para este caso.

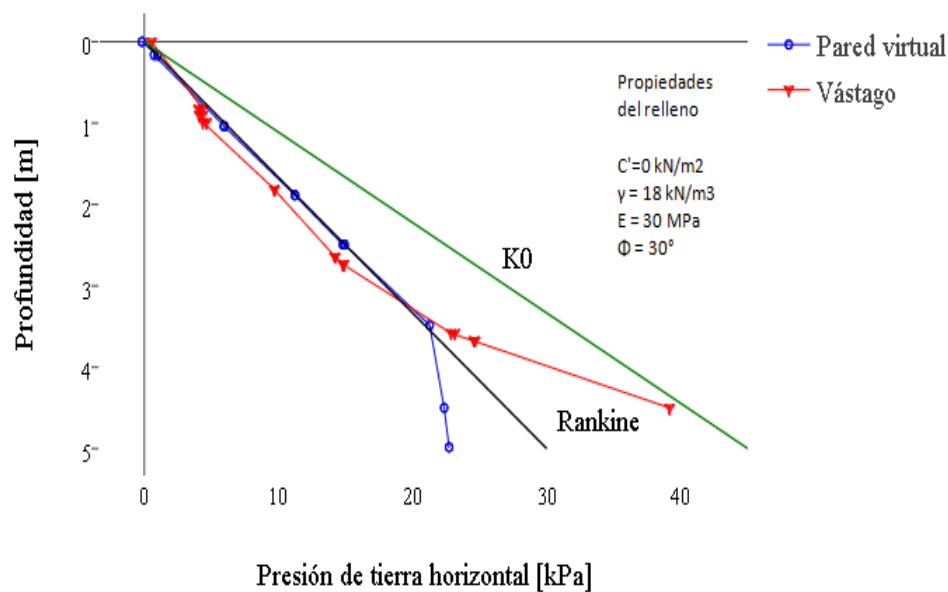


Figura 26. Distribución de presión activa en el vástago y pared virtual para un suelo base drenado.

La figura 6 corresponde a cómo evoluciona la distribución de la presión ante la variación del coeficiente ϕ sobre la pared virtual y sobre el espaldar del vástago con un suelo base no drenado. Se observa que para el caso de la pared virtual al disminuir ϕ el ajuste a la teoría de Rankine es

mejor pero la pérdida de presión en la zona de la zapata aumenta. Sobre el espaldar del vástago también se nota un mejor ajuste ante valores bajos de ϕ .

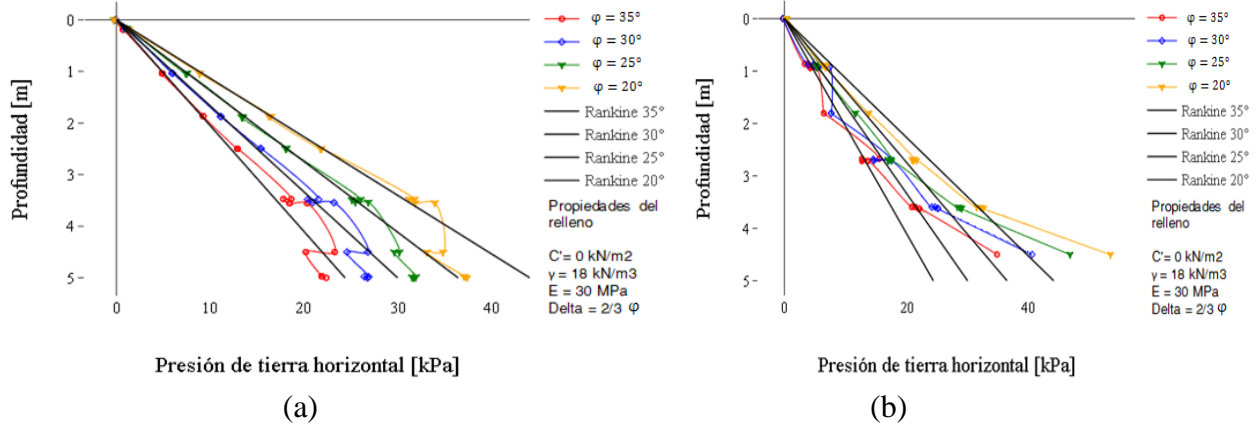


Figura 27. Comparación de la distribución de la presión activa de tierra ante una variación del ángulo de fricción (ϕ); (a) Pared virtual; (b) Vástago de muro.

La figura 7 corresponde a él grafico de incrementos de deformaciones cortantes y zonas de plastificación con un suelo base no drenada. Se observa que las zonas de mayor incrementos de deformación cortantes concuerdan con las zonas que presentas puntos de plastificación.

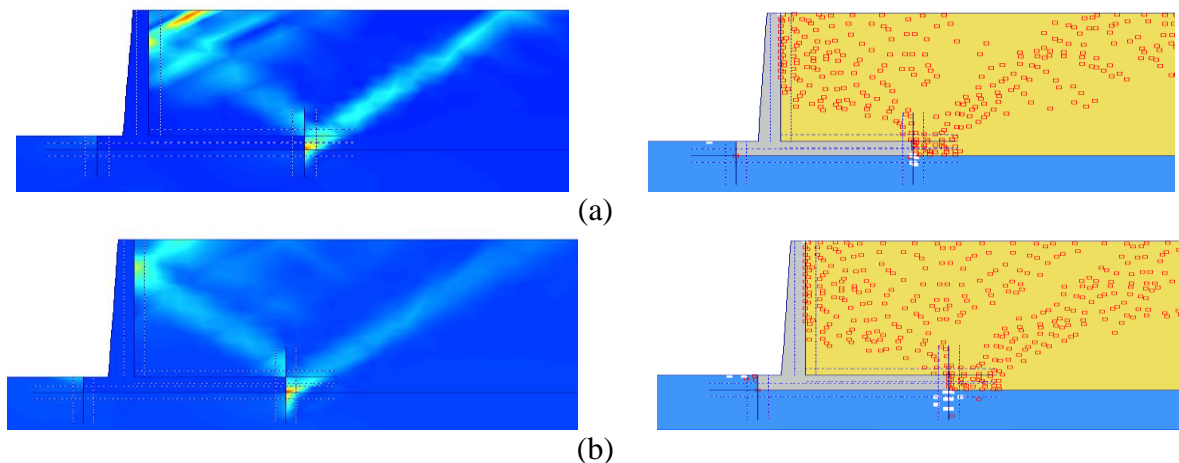


Figura 28. Deformaciones cortantes y puntos de plastificación; (a) Incrementos de deformaciones cortantes y puntos de plastificación para $\phi = 35^\circ$; (b) Incrementos de deformaciones cortantes y puntos de plastificación para $\phi = 20^\circ$.

La figura 8 muestra la comparación del cálculo de los factores de seguridad (Fs) al usar los valores de presión activa (Pa) calculados numéricamente y por las teorías de Rankine y Coulomb. Donde es apreciable que los Fs hallados por Pa numéricos con aproximadamente iguales al Pa de Rankine. Los Pa de Coulomb dan Fs considerablemente mayores a los Fs numéricos.

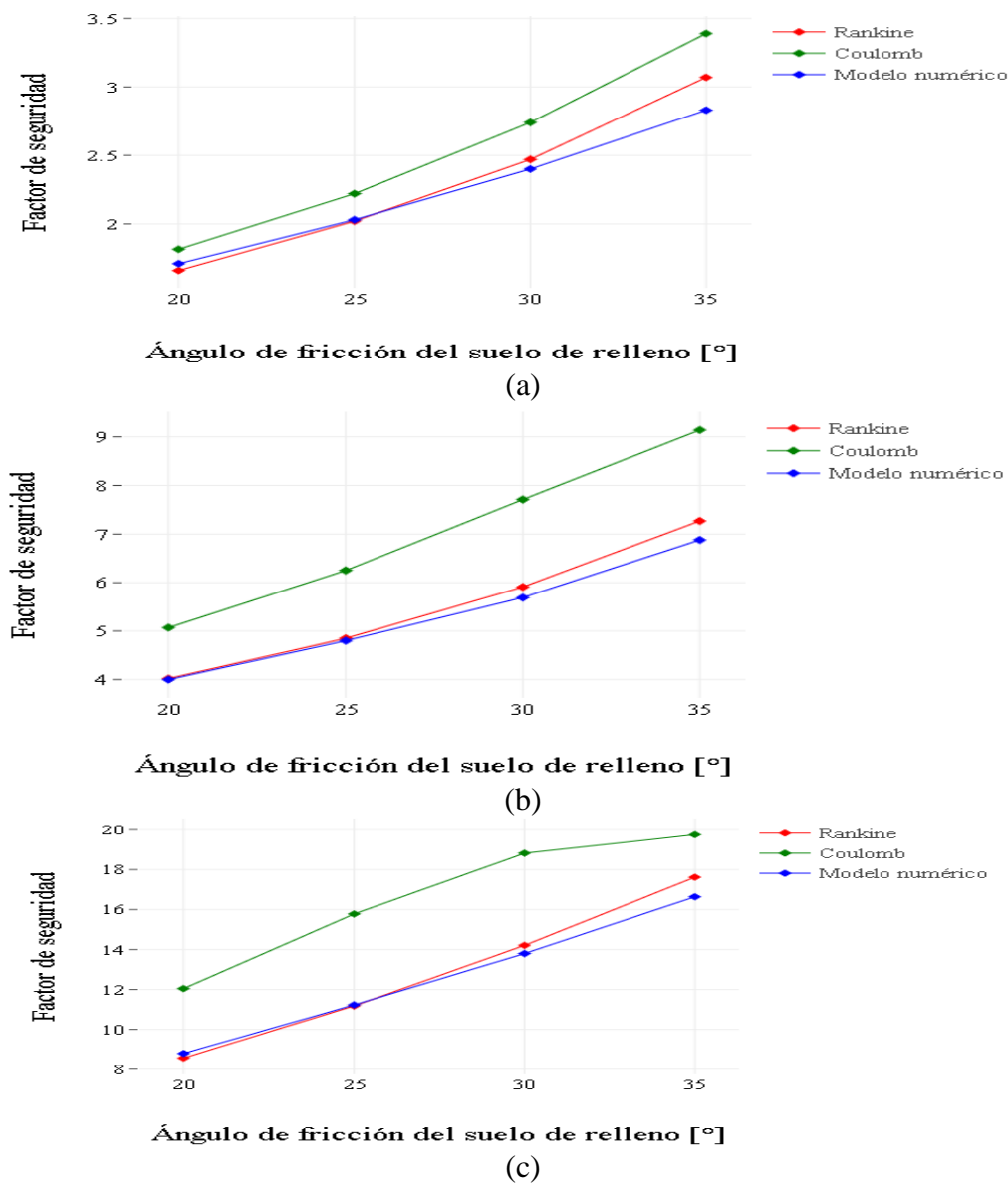


Figura 29. Comparación de factores de seguridad; (a) Deslizamiento; (b) Volcamiento; (c) Capacidad portante.

La figura 9 muestra la comparación del Pa calculados numéricamente y el Pa calculado por la teoría de Rankine, para cada valor de ϕ se usó todos los valores de δ de la figura 1 y un suelo base no drenado. Es observable que los valores son aproximadamente iguales.

En la tabla 1 se encuentra el error entre el Pa numérico y los Pa de Rankine y Coulomb para todos los modelos realizados con un suelo base no drenado, se tomo como valor teórico las teorías de Rankine y Coulomb. También se halló el error del cancroide de aplicación de Pa. Se destaca que aunque muy similares el Pa numérico es mayores que los teóricos.

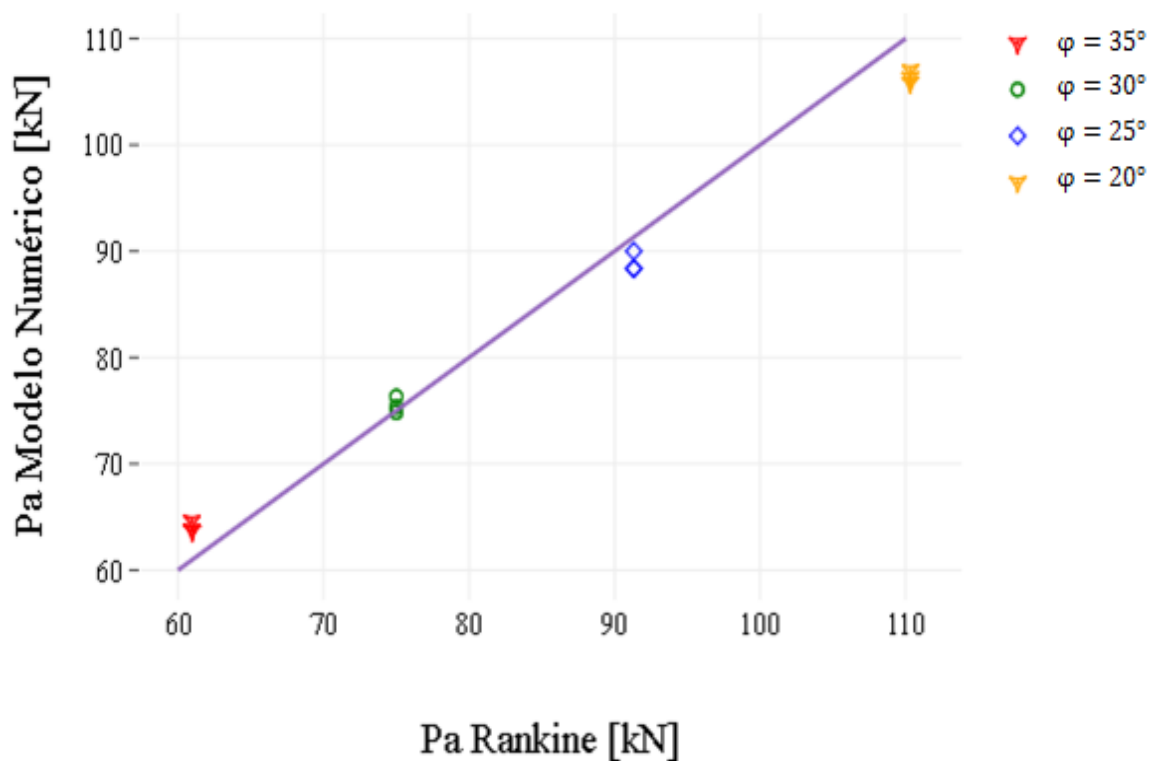


Figura 30. Comparación de Pa de los modelos numéricos y el Pa de la teoría de Rankine.

Tabla 4.

Error entre Pa numéricos y Teóricos.

Φ [°]	δ [°]	Error			
		Pa Rankine	lugar de aplicación	Pa Coulomb	lugar de aplicación
35	23.3	-4.51%	-0.20%	-15.87%	-0.20%
35	21	-4.67%	-0.20%	-15.90%	-0.20%
35	17.5	-6.00%	-0.40%	-16.71%	-0.40%
30	20	-0.20%	-2.00%	-11.89%	-2.00%
30	15	-1.79%	-2.00%	-12.56%	-2.00%
30	18	-0.47%	-2.00%	12.15%	-2.00%
25	16.6	-3.25%	-3.20%	-8.83%	-3.20%
25	12.5	-1.44%	-2.60%	-8.88%	-2.60%
25	15	-3.23%	-3.20%	-9.33%	-3.20%
20	13.3	-4.07%	-3.80%	-7.40%	-3.80%
20	10	-2.99%	-3.20%	-6.47%	-3.20%
20	12	-3.61%	-3.20%	-7.12%	-3.20%

Modelos con sobrecarga. Corresponden a modelos de muros con suelo retenido seco, sin inclinación de terreno y con sobrecarga. Los análisis se realizan para el espaldar del vástago y para el muro virtual ubicado justamente donde termina el talón, La sobrecarga se ubica al final el talón con una extensión de 2 m como muestra la figura 1. La figura 10 muestra las distribuciones de presión activa sobre el muro virtual y el espaldar del vástago para diferentes valores de ángulo de fricción del suelo (ϕ) y con un suelo base no drenado. Se toma una sobrecarga de 25 al ser la máxima que puede soportar el muro teóricamente.

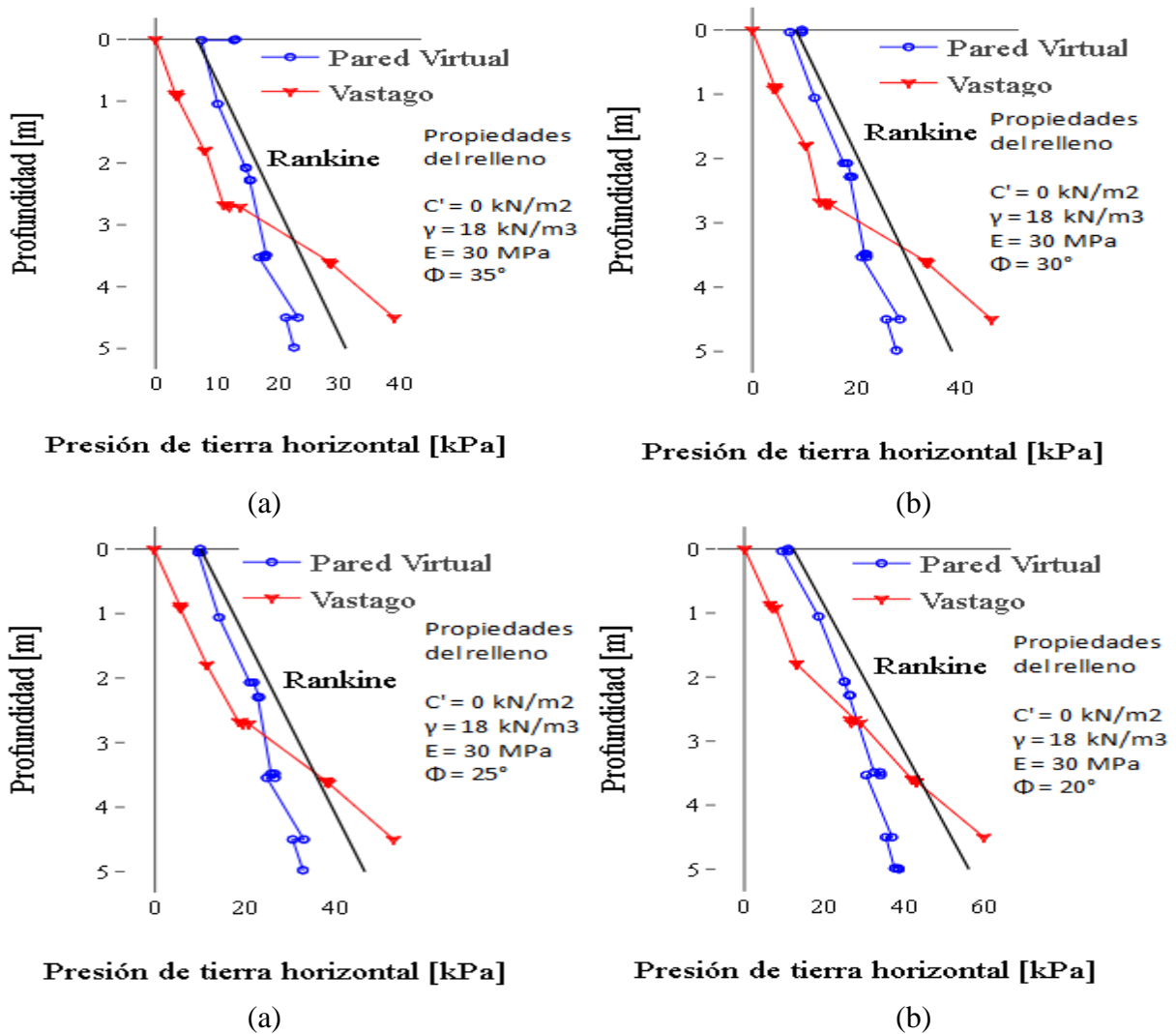


Figura 31. Comparación de la presión activa de tierra ante una sobrecarga de 25 kN/m² ; (a) ϕ de 35°; (b) ϕ de 30°; (c) ϕ de 25°; (d) ϕ de 20°.

Se observa de la figura 9 que para los valores de ϕ la distribución de la presión activa sobre la pared virtual calculada numéricamente es menor que la calculada por la teoría de Rankine, aunque conserva una tendencia bastante lineal solo que con una pendiente más pronunciada.

La figura 11 muestra la distribución de presión activa para una condición de suelo base drenada. Se observa una mejor relación con la teoría de Rankine para este caso.

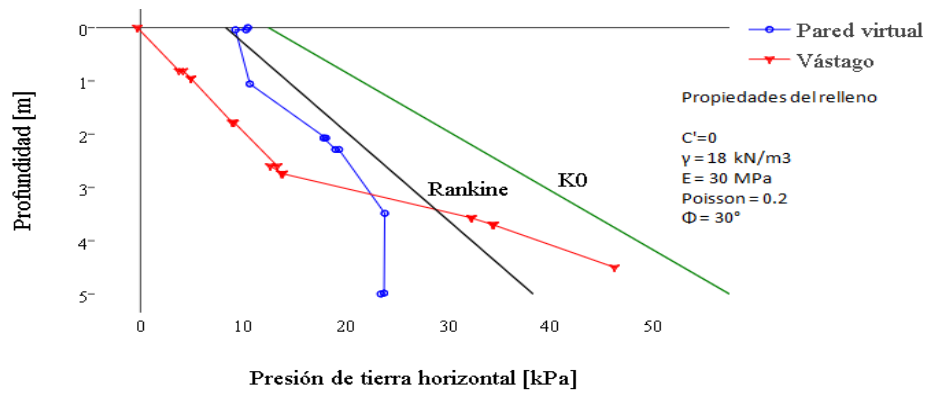


Figura 32. Distribución de presión activa en el vástago y pared virtual para un suelo base drenado.

La figura 12 corresponde a cómo evoluciona la distribución de la presión ante la variación del coeficiente ϕ sobre la pared virtual y sobre el espaldar del vástago ante una sobrecarga de 25 kN/m². Se observa que para el caso de la pared virtual la distribución hallada numéricamente difiere considerablemente de la teoría de Rankine y presenta una distribución ligeramente curva.

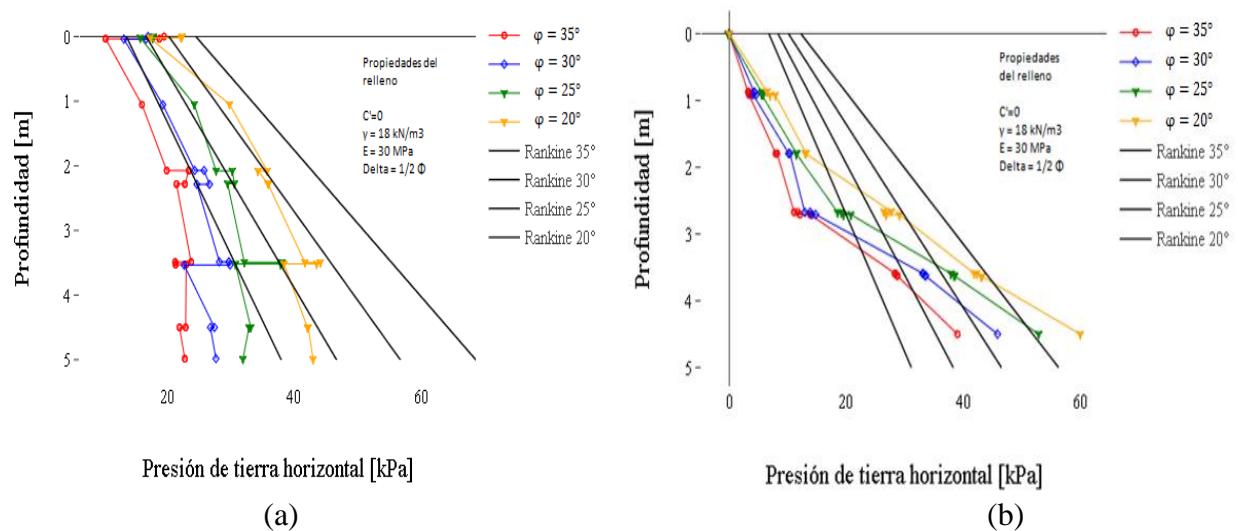


Figura 33. Comparación de la presión activa de tierra ante una variación del ángulo de fricción con una sobrecarga de 25 $\frac{kN}{m^2}$; (a) pared virtual; (b) vástago de muro.

La figura 13 corresponde a él grafico de incrementos de deformaciones cortantes y zonas de plastificación. Se observa que las zonas de mayor incrementos de deformación cortantes concuerdan con las zonas que presentas puntos de plastificación.

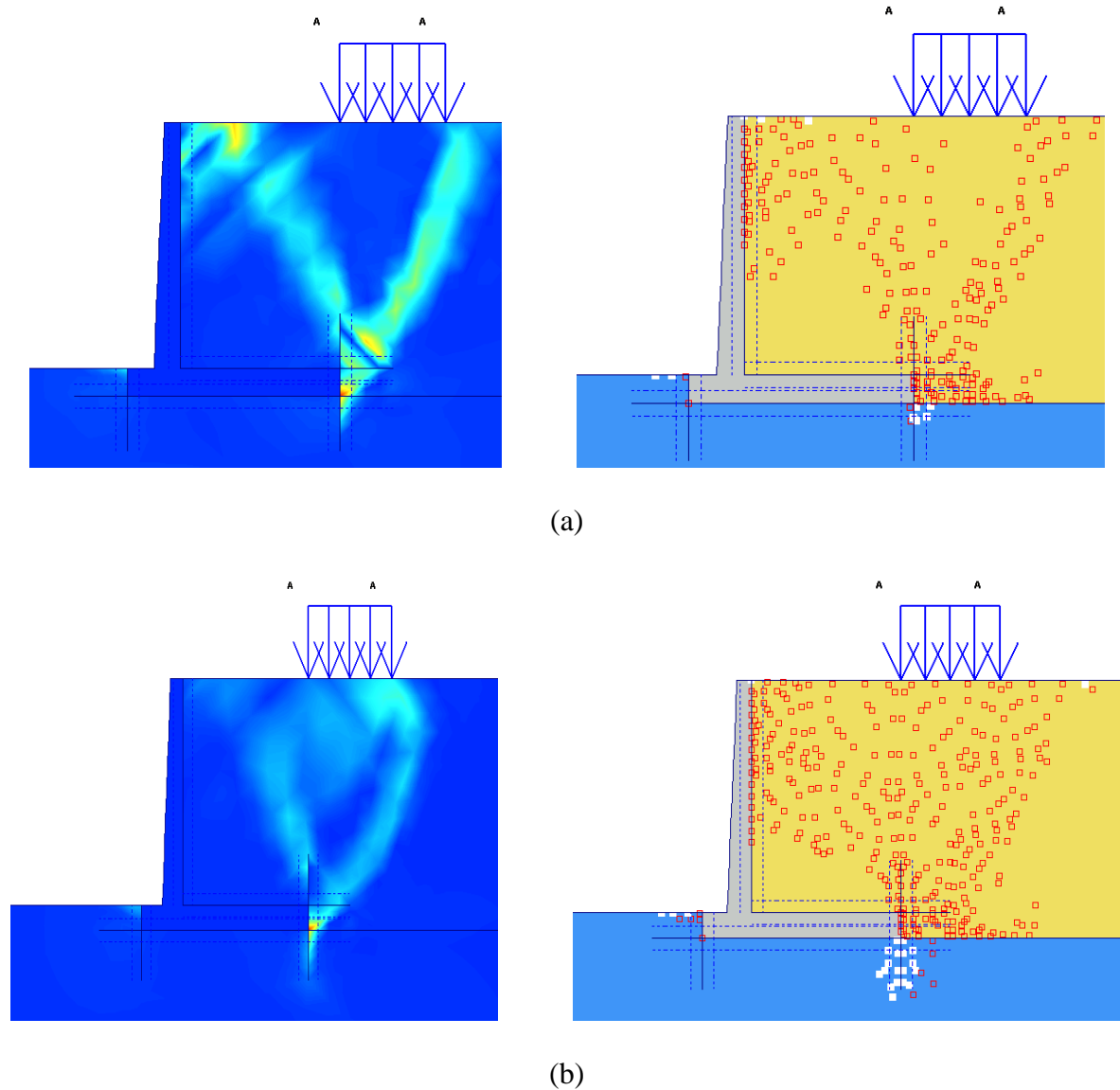


Figura 34. Deformaciones cortantes y puntos de plastificación; (a) Incrementos de deformaciones cortantes y puntos de plastificación para $\phi=35^\circ$; (b) Incrementos de deformaciones cortantes y puntos de plastificación para $\phi=20^\circ$.

La figura 14 muestra la comparación del cálculo de los factores de seguridad (Fs) al usar los valores de presión activa (Pa) calculados numéricamente y por las teorías de Rankine y Coulomb. Donde es apreciable que los Fs hallados por Pa numéricos no son parecidos a los teóricos, son considerablemente mayores. Los Pa de Rankine dan Fs considerablemente mayores a los Fs numéricos.

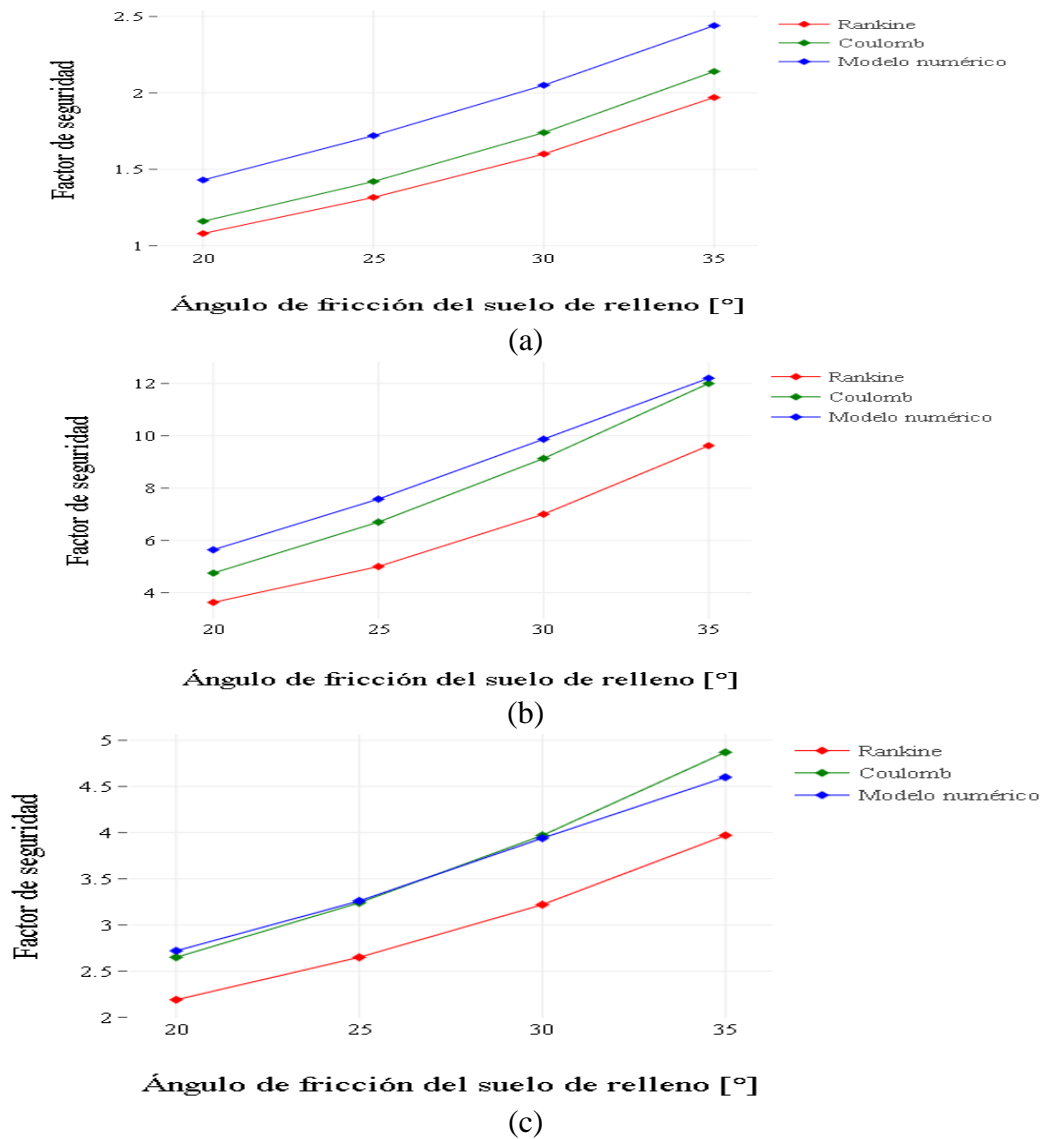


Figura 35. Comparación de factores de seguridad; (a) Deslizamiento; (b) Volcamiento; (c) Capacidad portante.

La figura 15 muestra la comparación de los Pa calculados numéricamente y los Pa calculados por la teoría de Rankine, para cada valor de ϕ . Es observable que los valores Pa de Rankine son considerablemente mayores que el Pa numérico.

En la tabla 2 se encuentra el error entre el Pa numérico y los Pa de Rankine y Coulomb para todos los modelos realizados, se tomo como valor teórico las teorías de Rankine y Coulomb. También se halló el error del centroide de aplicación de Pa. Se destaca que el Pa numérico son muy superiores al Pa teórico, y la teoría de Coulomb se ajusta mejor que la teoría de Rankine

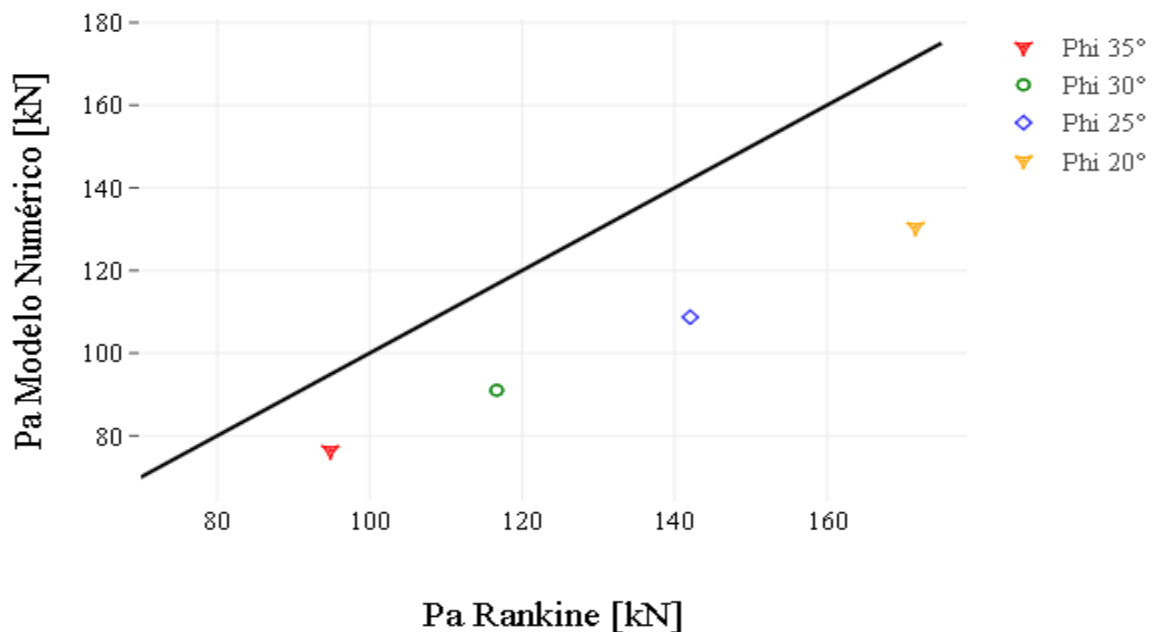


Figura 36. Comparación de Pa de los modelos numéricos y el Pa de la teoría de Rankine.

Tabla 5.

Error entre Pa numéricos y Teóricos.

Φ [°]	δ [°]	Error			
		Pa Rankine	lugar de aplicación	Pa Coulomb	lugar de aplicación
35	17.	19.4%	6.8%	6.9%	6.8%
	5				
30	15	22.0%	4.8%	10.7%	4.8%
25	12.	23.5%	5.8%	13.4%	5.8%
	5				
20	10	23.9%	5.8%	15.2%	5.8%

La figura 16 muestra la distribución de la presión ante un aumento de la sobrecarga, se destaca que hasta los 50 kN se presentan distribuciones normales, a partir de los 50 kN ya hay condición de inestabilidad y las presiones se vuelven irracionales. De manera inesperada para cargas menores a 50 kN las distribuciones de presiones finalizan en el mismo punto.

La figura 17 muestra la comparación de las presiones activas ante un aumento en la sobrecarga, calculadas numéricamente y por las teorías clásicas. Se vuelve evidente que los análisis numéricos da resultados de presión mucho menores que los teóricos para la sobrecarga de la figura 1. De esta manera mientras que teóricamente la sobrecarga máxima que puede soportar el muro de contención para cumplir lo F_s es de 25 kN, por análisis numéricos se alcanza valores de 50 kN.

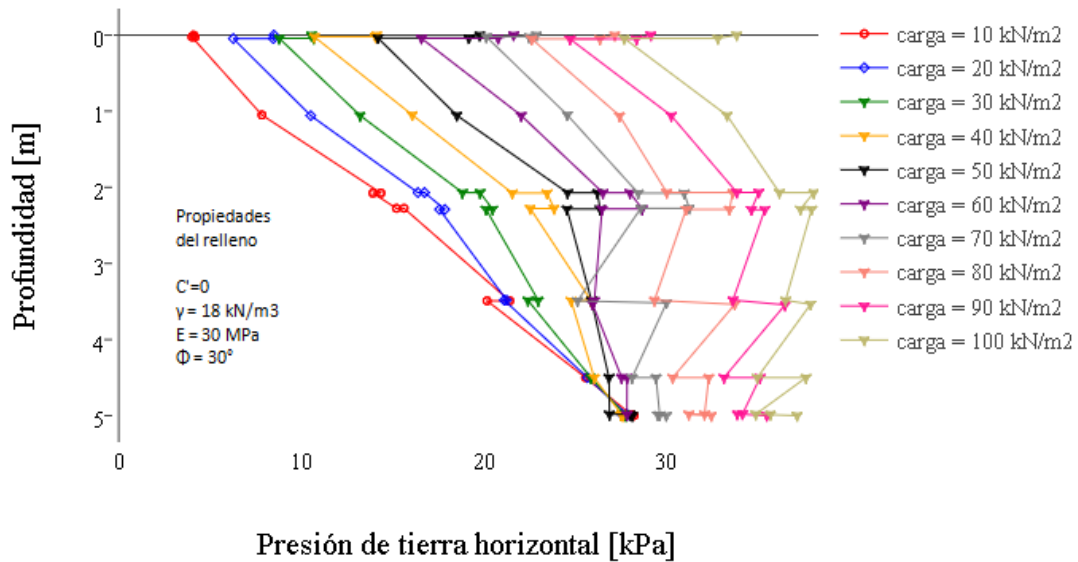


Figura 37. Distribución de la presión activa ante una variación de la sobrecarga

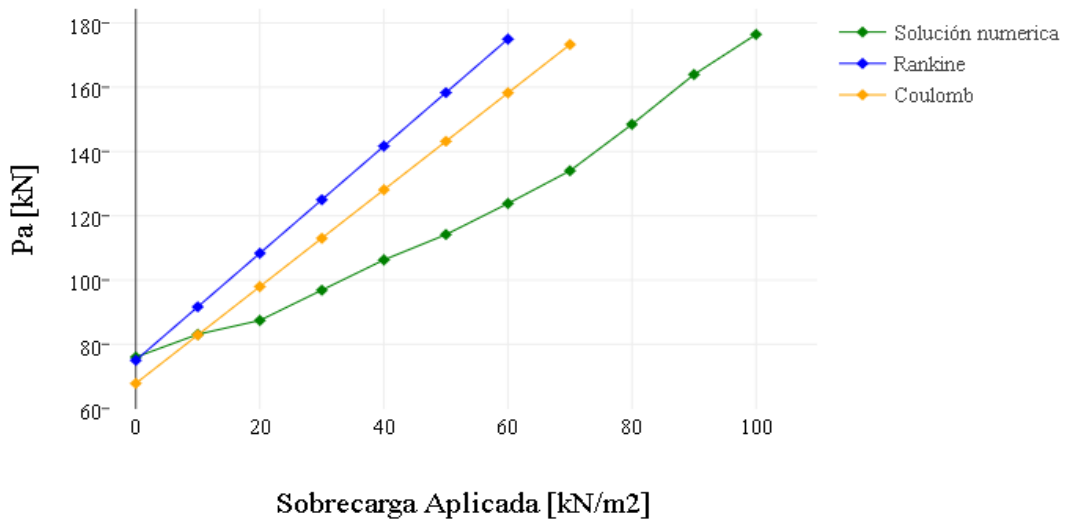


Figura 38. Presión activa de tierra ante sobrecarga

Se decide analizar el comportamiento de la distribución presión activa si la ubicación de la carga cambia, para ello se decide dos análisis más, una con carga infinita a partir del final de talón (figura 18) y una carga infinita a partir del espaldar del vástago (figura 22). Para ello se vuelve a evaluar con cargas de $25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$, y evaluar ante un aumento de la sobrecarga.

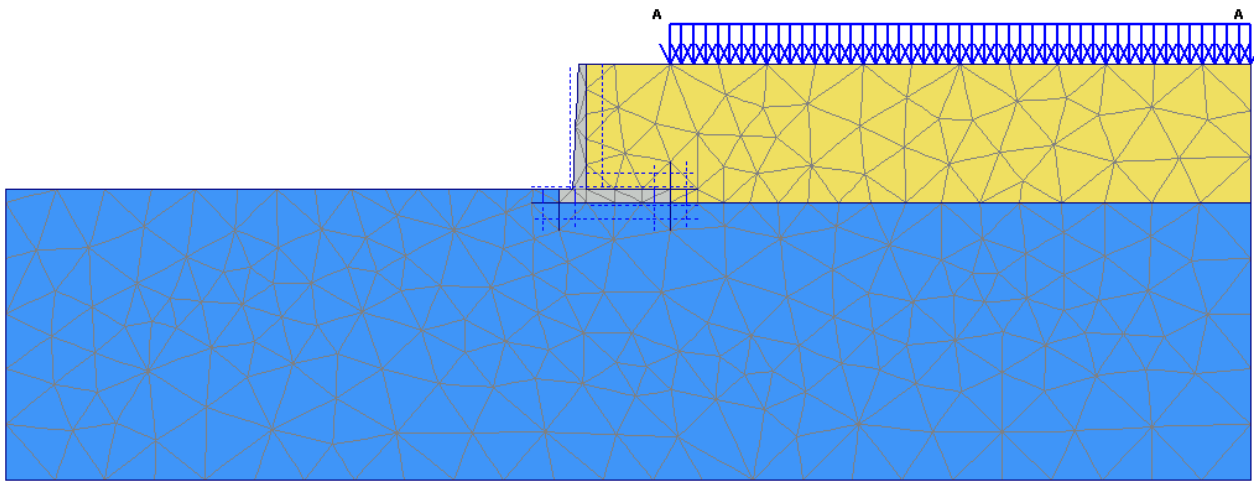


Figura 39. Geometría del modelo con carga infinita a partir del final del talón.

La figura 19 muestra en (a) la distribución de presión activa para sobrecarga de 25 tanto para la pared virtual como para el vástago con la sobrecarga aplicada como muestra la figura 18, (b) muestra el incremento de deformaciones cortantes para esa sobrecarga.

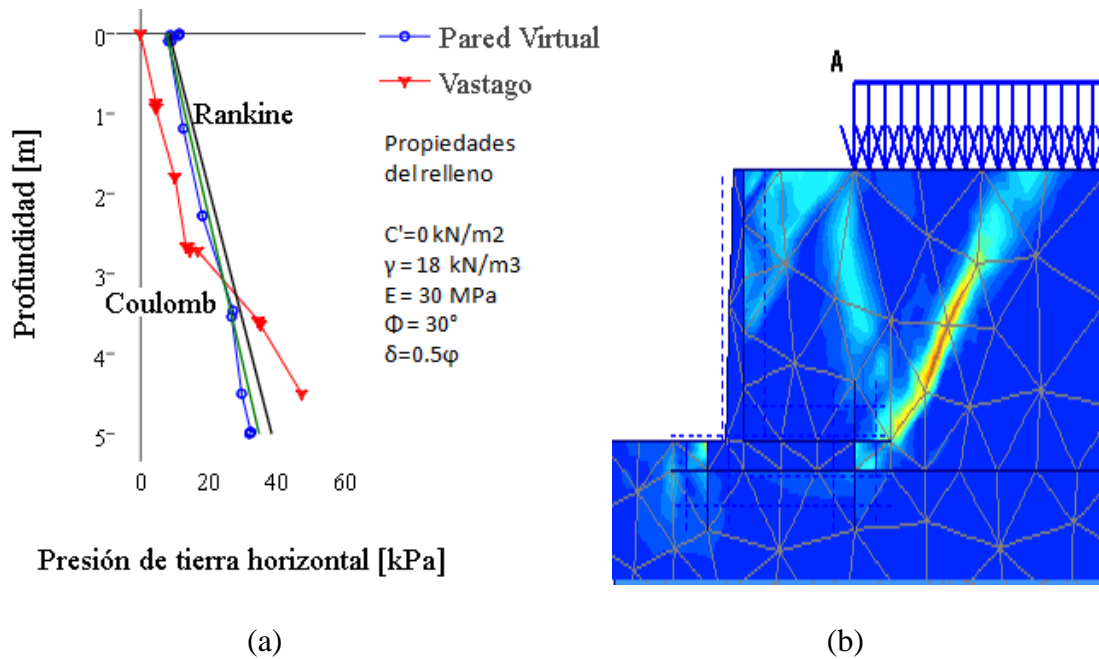


Figura 40. Análisis con una sobrecarga infinita después del talón; (a) Distribución de la presión activa; (b) Incrementos de deformaciones cortantes.

Es observable que la distribución de la presión tiene un ajuste demasiado similar a la teoría de Coulomb para el muro virtual, además de que los incrementos de deformación parecen indicar una superficie de falla.

La figura 20 muestra la distribución de la presión ante un aumento de la sobrecarga, se destaca que todas distribuciones parecen similares, sin embargo teóricamente para cumplir los Fs se permite una sobrecarga máxima de 30 kN.

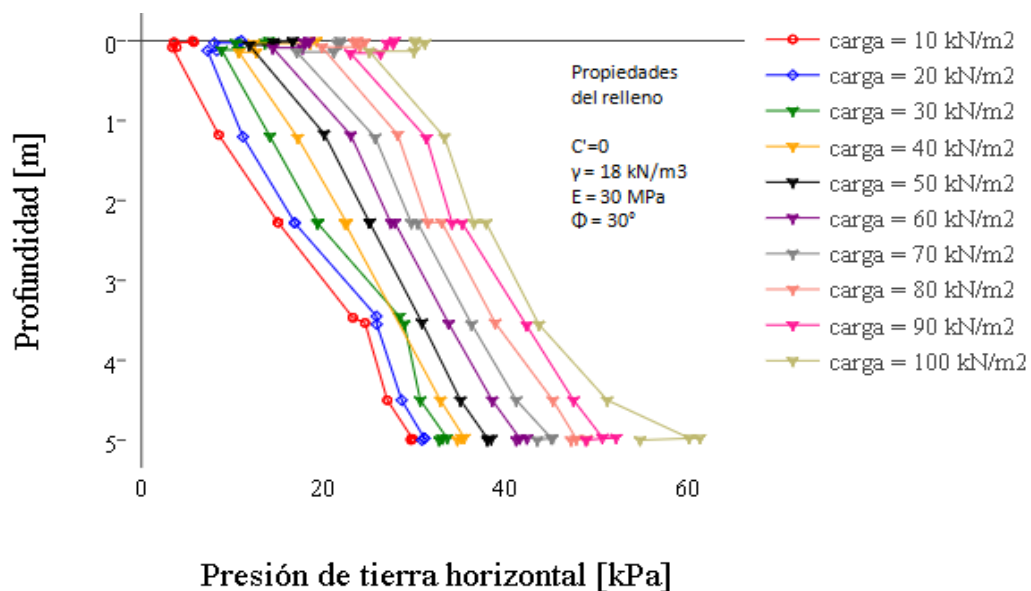


Figura 41. Distribución de la presión activa ante una variación de la sobrecarga

La figura 21 muestra la comparación de las presiones activas ante un aumento en la sobrecarga, calculadas numéricamente y por las teorías clásicas. Es evidente que los análisis numéricos dan resultados de presión prácticamente iguales a los de la teoría de Coulomb para esta ubicación de la sobrecarga. Lo cual indica que los resultados numéricos se ajustan perfectamente a la teoría pero solamente para la pared virtual.

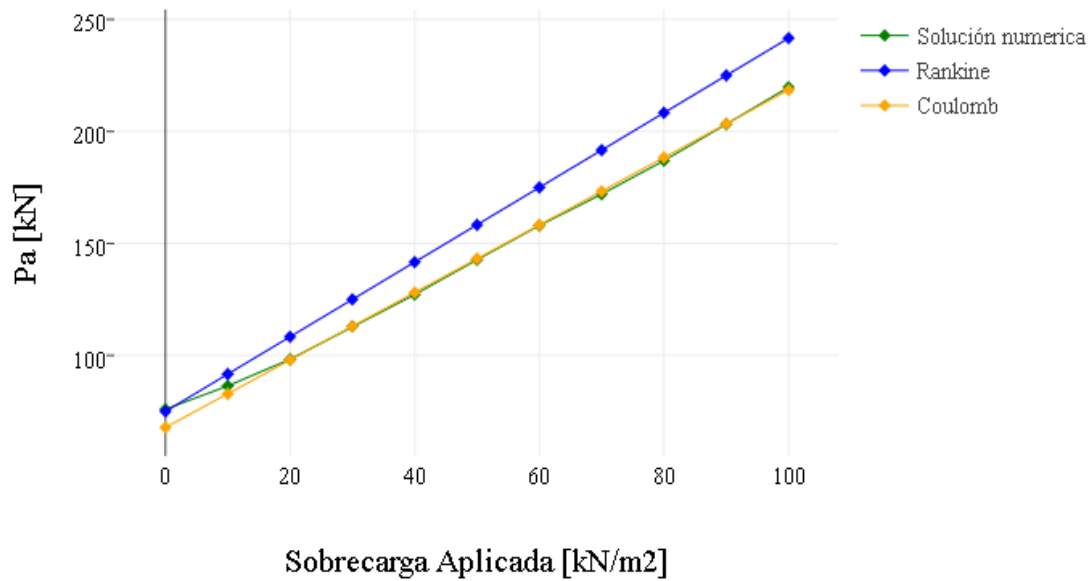


Figura 42. Presión activa de tierra ante sobrecarga.

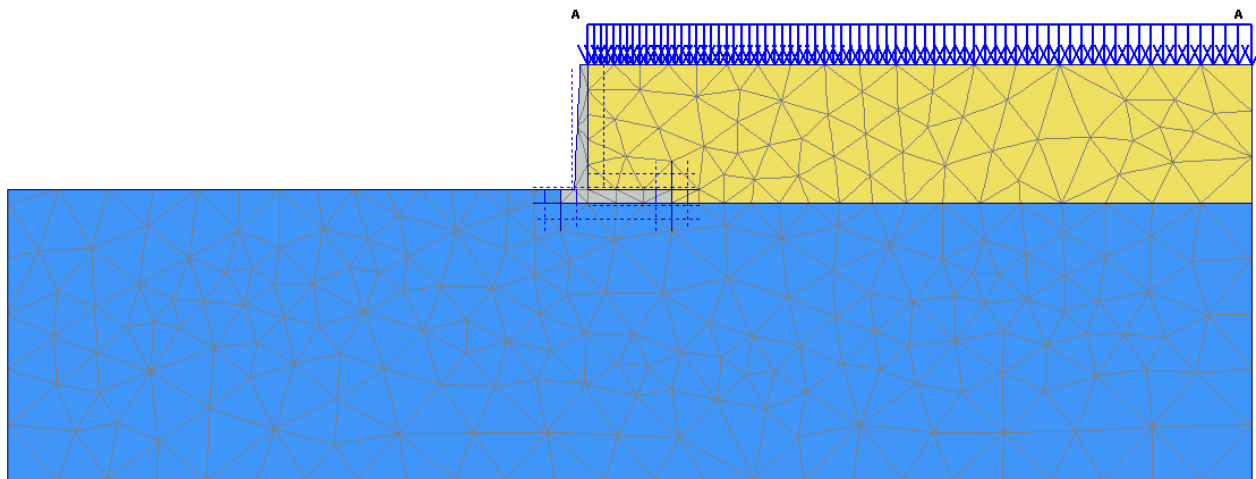


Figura 43. Geometría del modelo con carga infinita a partir del final del talón.

La figura 23 muestra en (a) la distribución de presión activa para sobrecarga de 25 tanto para la pare virtual como para el vástago con la sobrecarga aplicada como muestra la figura 22, (b) muestra el incremento de deformaciones cortantes para esa sobrecarga.

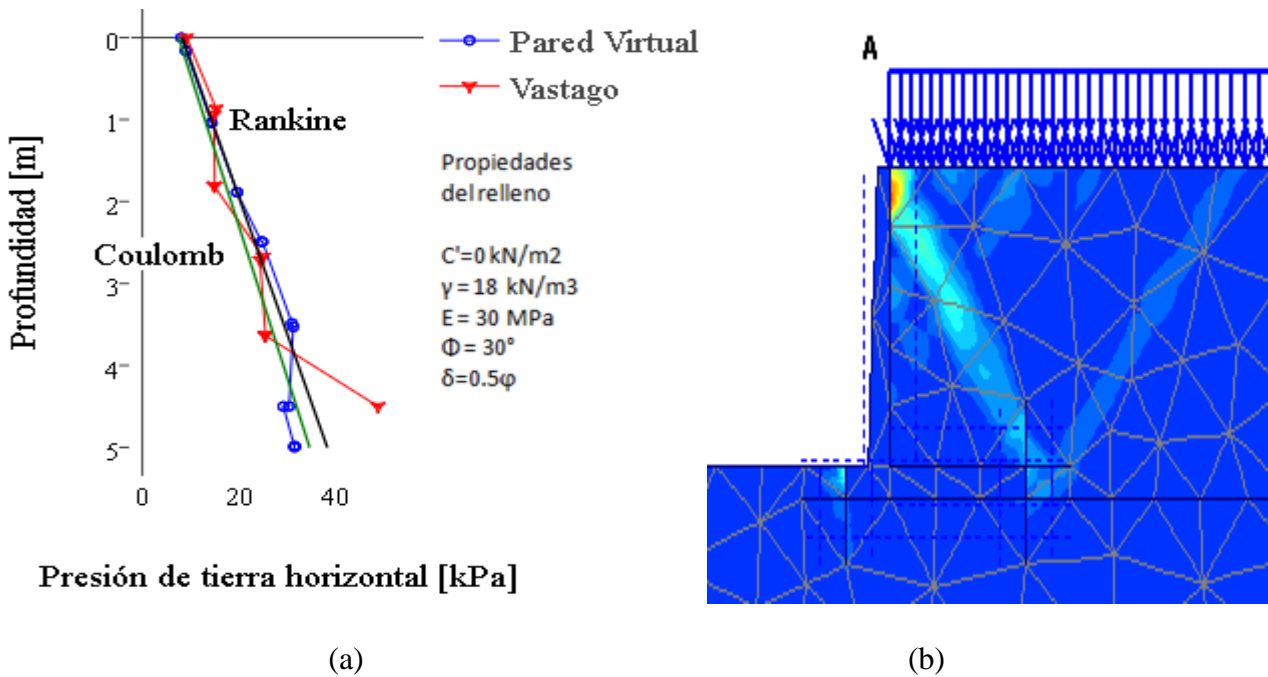


Figura 44. Análisis con una sobrecarga infinita después del talón; (a) Distribución de la presión activa; (b) Incrementos de deformaciones cortantes.

Es observable que por el contrario al caso anterior la distribución de la presión tiene un ajuste demasiado similar a la teoría de Rankine para el muro virtual y de cierta manera para el espaldar del vástago, además de que los incrementos de deformación parecen indicar una superficie de falla diferente al caso anterior.

La figura 24 muestra la distribución de la presión ante un aumento de la sobrecarga, se destaca que hasta los 50 kN se presentan distribuciones normales, a partir de los 50 kN ya hay condición de inestabilidad y las presiones se vuelven algo irracionales. De manera inesperada todas las distribuciones de presiones tienen a finalizar en el mismo punto.

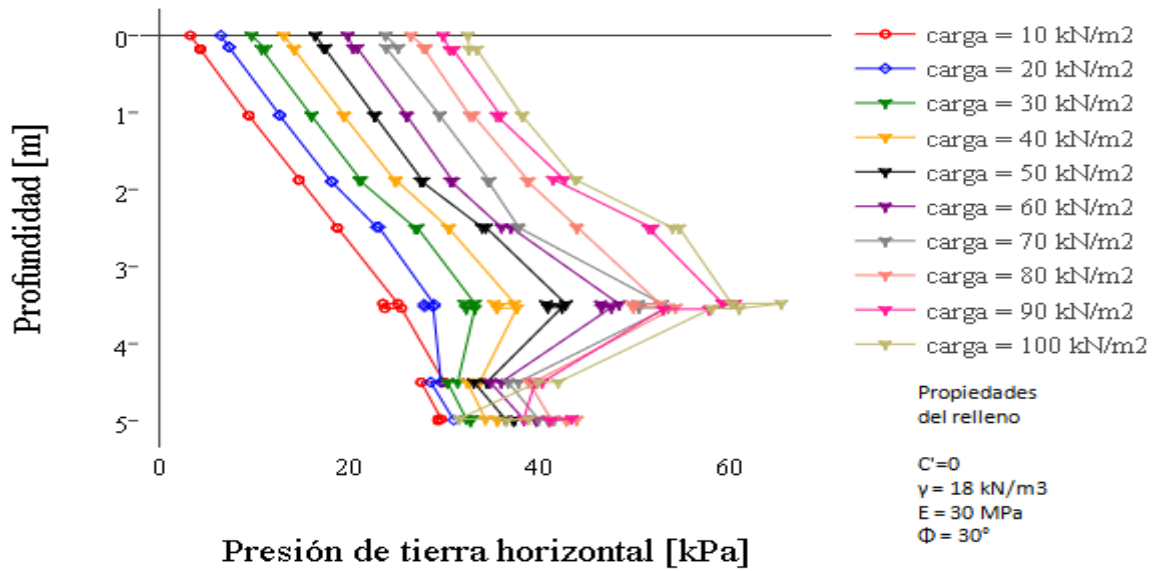


Figura 45. Distribución de la presión activa ante una variación de la sobrecarga

La figura 5 muestra la comparación de las presiones activas ante un aumento en la sobrecarga, calculadas numéricamente y por las teorías clásicas.

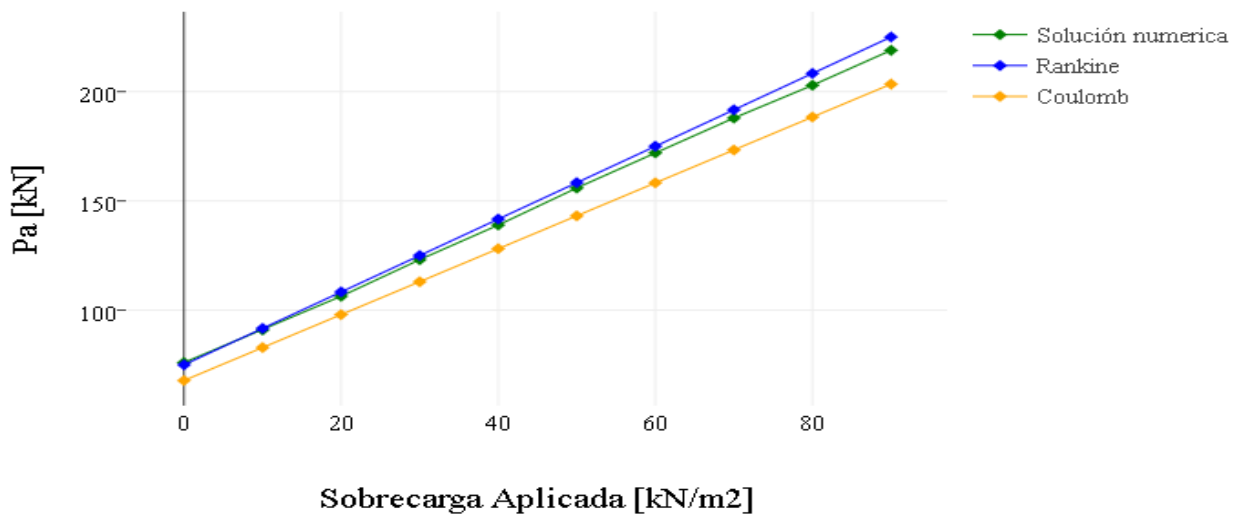


Figura 46. Presión activa de tierra ante sobrecarga.

Es evidente que los análisis numéricos dan resultados de presión que son prácticamente iguales a los de la teoría de Rankine para el muro virtual, caso totalmente contrario al anterior. Lo cual indica que los resultados numéricos se ajustan perfectamente a la teoría, aunque en este caso a medida que aumenta la carga aumenta el error.

Modelo con suelo saturado. Corresponden a modelos de muros con suelo retenido saturado, sin inclinación de terreno y sin sobrecarga. Los análisis se realizan para el espaldar del vástago y para el muro virtual ubicado justamente donde termina el talón. La figura 26 muestra las distribuciones de presión activa sobre el muro virtual y el espaldar del vástago para diferentes valores de ángulo de fricción del suelo (ϕ).

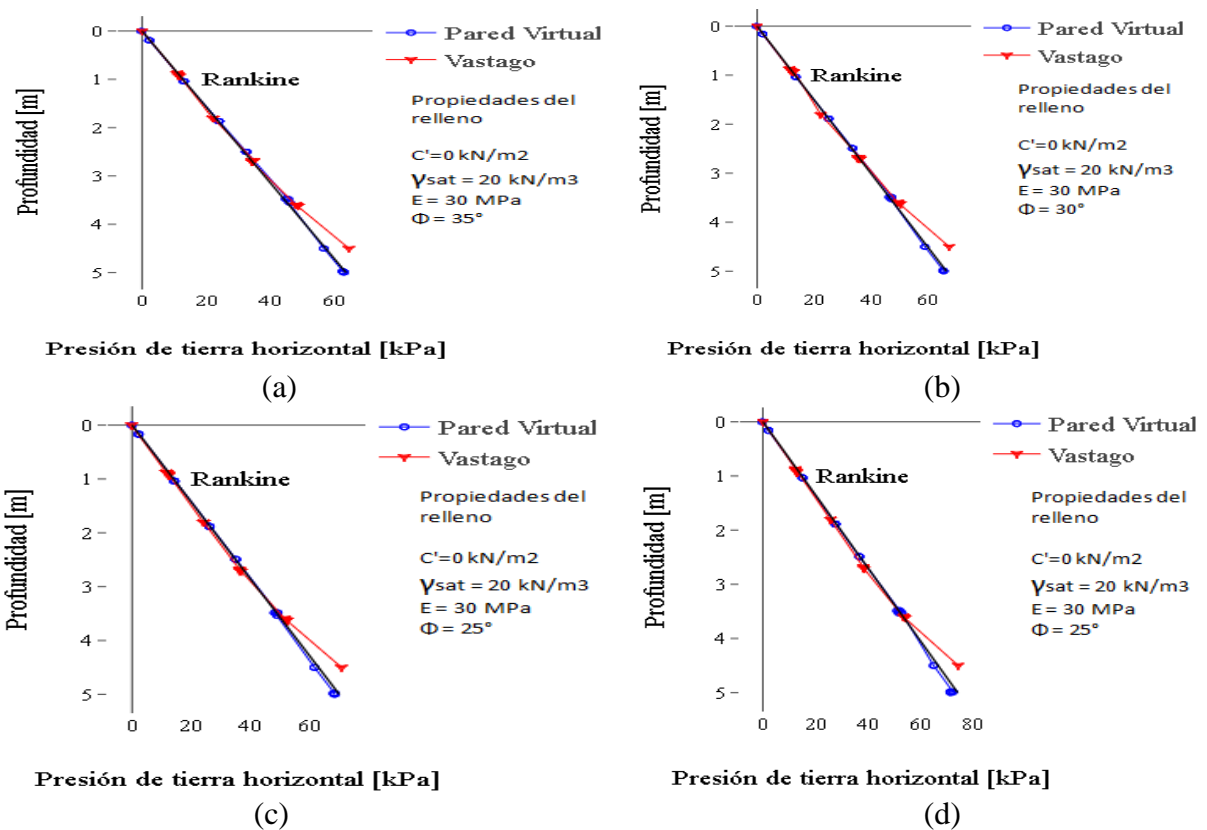


Figura 47. Comparación de la presión activa de tierra ante suelo saturado; (a) ϕ de 35°; (b) ϕ de 30°; (c) ϕ de 25°; (d) ϕ de 20°.

Se observa de la figura 24 que para los valores de ϕ la distribución de la presión activa sobre la pared virtual calculada numéricamente es prácticamente igual que la calculada por la teoría de Rankine, tanto para la pared virtual como para el espaldar del vástago.

La figura 27 corresponde a cómo evoluciona la distribución de la presión ante la variación del coeficiente ϕ para un suelo saturado sobre la pared virtual. Se observa que en todos los casos de ϕ el ajuste a la teoría de Rankine es prácticamente perfecto.

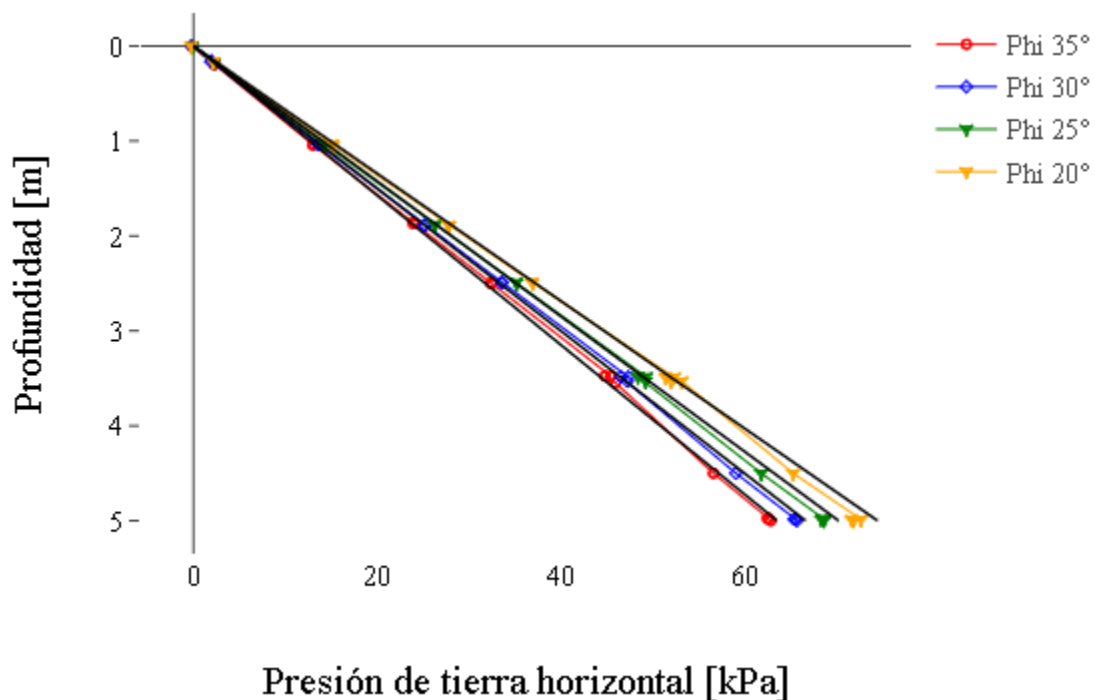


Figura 48. Comparación de la distribución de la presión activa de tierra ante un suelo saturado.

En la tabla 3 se encuentra el error entre el Pa numérico y los Pa de Rankine y Coulomb para todos los modelos realizados, se tomo como valor teórico las teorías de Rankine y Coulomb. También se halló el error del centroide de aplicación de Pa. Se destaca que el Pa numérico tienen

errores despreciables con la teoría de Rankine, mientras que con la teoría de Coulomb son algo considerables.

Tabla 6.

Error entre Pa numéricos y Teóricos para suelos saturados.

Φ [°]	δ [°]	Error			
		Pa Rankine	lugar de aplicación	Pa Coulomb	lugar de aplicación
35	17.5	0.09%	0.00%	-1.90%	0.00%
30	15	-1.34%	-1.20%	-9.07%	-1.20%
25	12.5	-0.24%	-1.20%	-8.67%	-1.20%
20	10	0.72%	-1.20%	-5.72%	-1.20%

Modelo con terreno inclinado. Corresponden a modelos de muros con suelo retenido seco, con inclinación de terreno y sin sobrecarga. Los análisis se realizan para el espaldar del vástago y para el muro virtual ubicado justamente donde termina el talón. La figura 28 muestra las distribuciones de presión activa sobre el muro virtual y el espaldar del vástago para diferentes valores de ángulo de inclinación del terreno (α) para un mismo valor de ángulo fricción del suelo (ϕ).

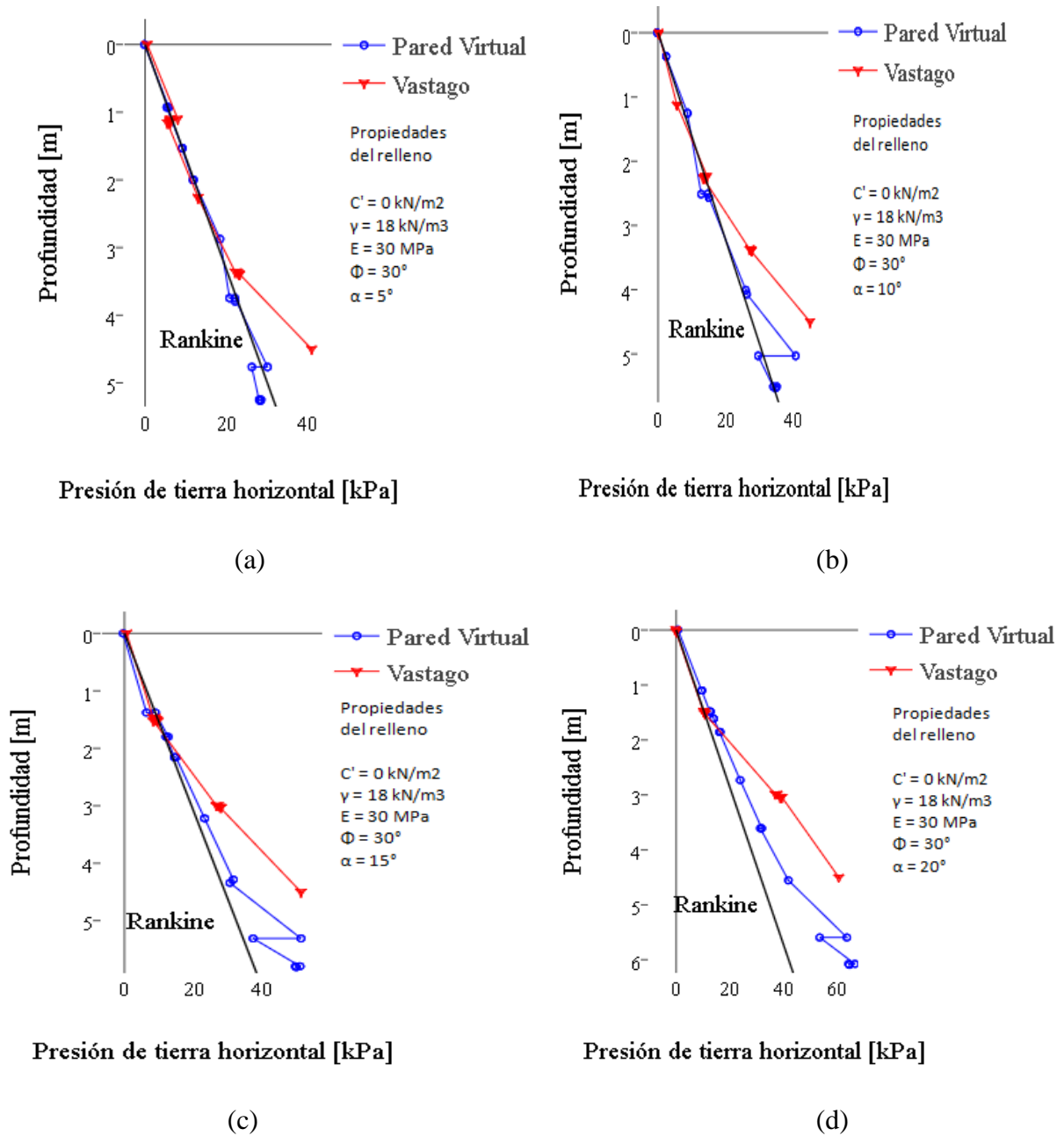


Figura 49. Comparación de la presión activa de tierra ante relleno inclinado; (a) α de 5° ; (b) α de 10° ; (c) α de 15° ; (d) α de 20° .

Para los ángulos de 5° y 10° se encuentra que la distribución de la presión tiene un ajuste considerablemente bueno, mientras que al aumentar la inclinación la distribución numérica

empieza a superar la distribución teórica de manera considerable para la pared virtual y el vástago.

La figura 29 corresponde a los incrementos de deformación cortante para los ángulos α de 5° y 10° . Se observa que a un menor ángulo las deformaciones asemejan a una superficie de falla. Después de los 10° estas superficies ya no son apreciables.

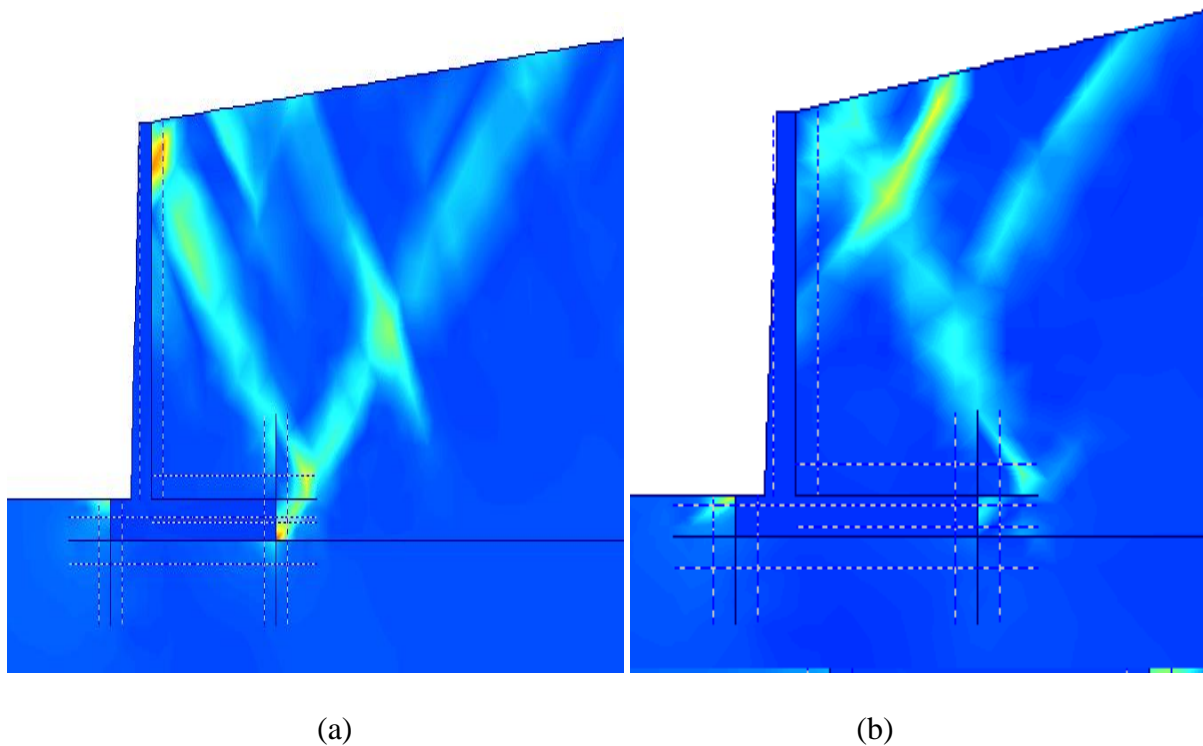


Figura 50. Incremento de deformaciones cortantes; (a) $\alpha = 5^\circ$; (b) $\alpha = 10^\circ$.

En la tabla 4 se encuentra el error entre el P_a numérico y los P_a de Rankine y Coulomb para todos los modelos realizados, se tomo como valor teórico las teorías de Rankine y Coulomb. También se halló el error del centroide de aplicación de P_a . Se destaca que los aumentan con α .

Tabla 7.

Error entre Pa numéricos y Teóricos para rellenos inclinados.

Φ [°]	α [°]	Error			
		Pa Rankine	lugar de aplicación	Pa Coulomb	lugar de aplicación
30	5	3.14%	0.00%	-10.27%	0.00%
30	10	-4.24%	-1.20%	-13.13%	-1.20%
30	15	-15.65%	-1.20%	-20.52%	-1.20%
30	20	-32.48%	-1.20%	-33.26%	-1.20%

Suelos cohesivos . Los suelos cohesivos corresponden a suelos con $C' > 0$ kN/m².

Modelo sin sobrecarga. Corresponden a modelos de muros con suelo retenido seco, sin inclinación de terreno y sin sobrecarga. Los análisis se realizan para el espaldar del vástago y para el muro virtual ubicado justamente donde termina el talón. La figura 30 muestra las distribuciones de presión activa sobre el muro virtual para diferentes valores de ángulo de fricción del suelo (ϕ). Donde se variaba el coeficiente de fricción suelo-muro (δ). La figura 31 corresponde a la distribución de la presión activa sobre el espaldar del vástago para las mismas variaciones de la figura 30.

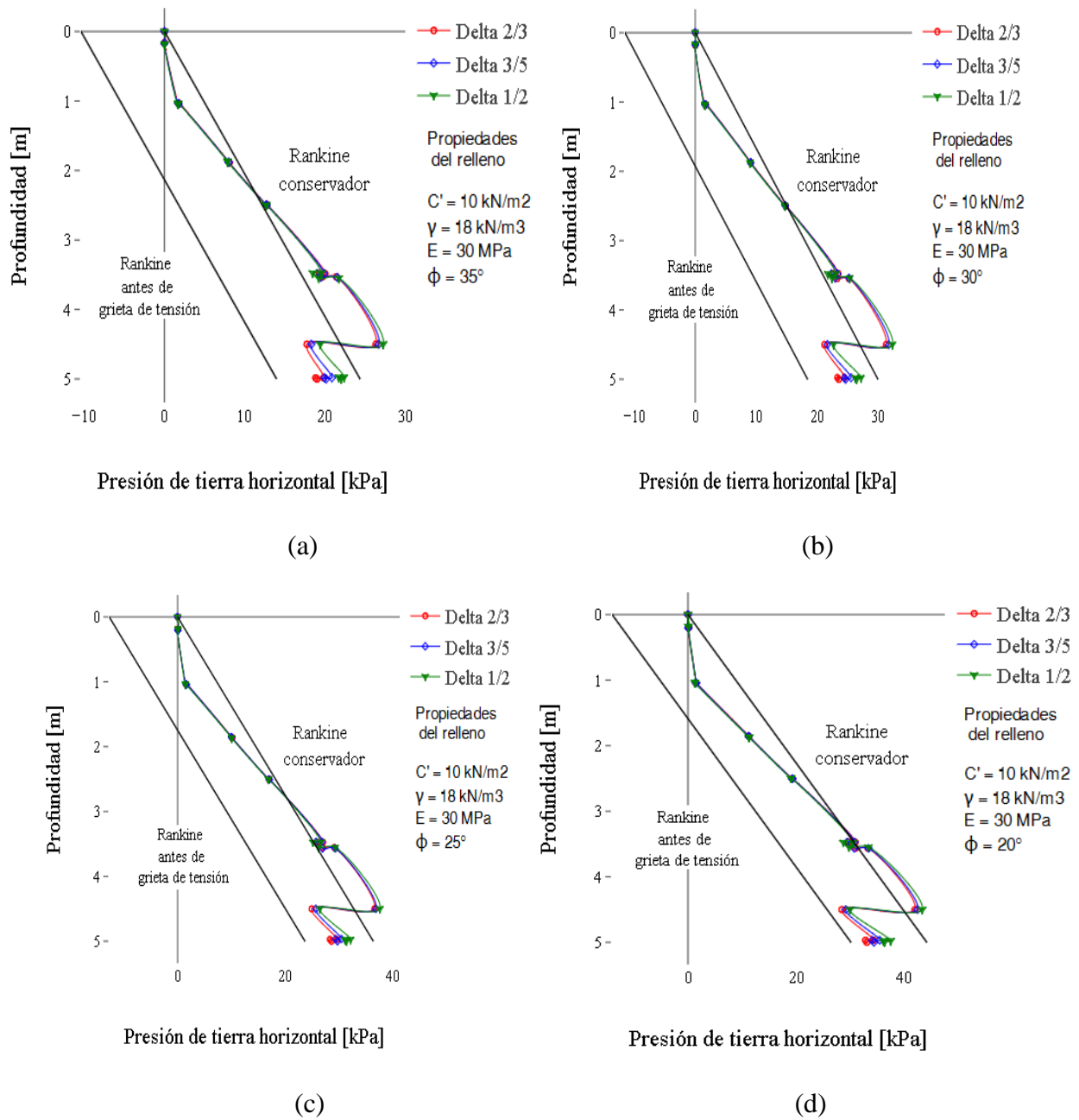


Figura 51. Distribución de la presión activa de tierra de una pared virtual en un suelo cohesivo sin carga; (a) ϕ de 35° ; (b) ϕ de 30° ; (c) ϕ de 25° ; (d) ϕ de 20° .

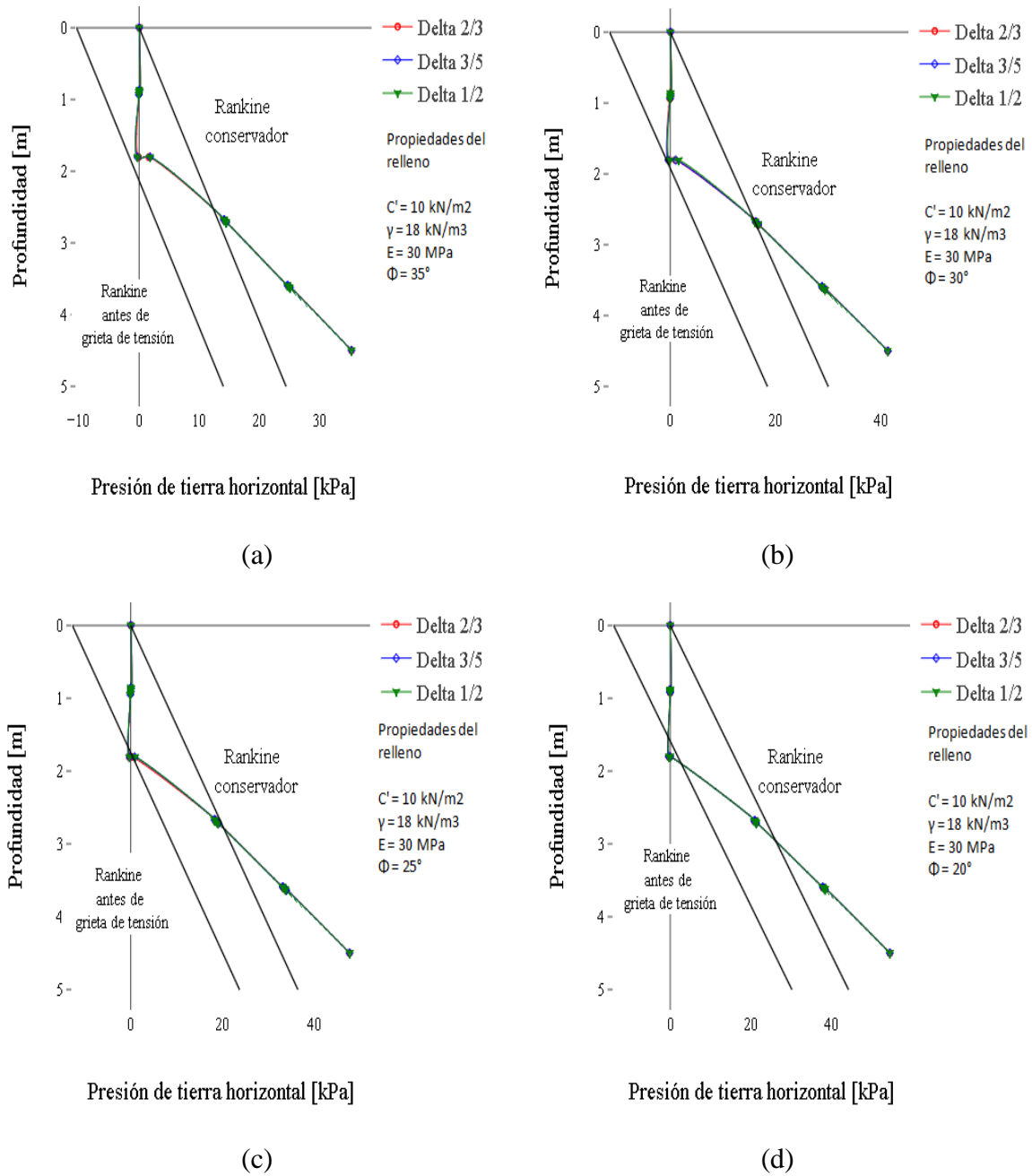


Figura 52. Distribución de la presión activa de tierra en el vástago con un suelo cohesivo sin carga; (a) ϕ de 35° ; (b) ϕ de 30° ; (c) ϕ de 25° ; (d) ϕ de 20° .

Se observa de la figura 30 que el valor del coeficiente de fricción suelo-muro (δ) no tiene relevancia para este tipo de modelos mientras se mantenga en el rango de $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{3}$, en todos los casos es apreciable lo que sería una grieta de tensión que no es tan profundas como las teóricas y después de la grieta la distribución es lineal. En la zona que corresponde al espesor de la zapata se observa una disminución de la presión (no muy drástica). En general se nota un ajuste aproximado a la teoría de Rankine.

Para el espaldar de vástago (figura 31) tampoco fue relevante el coeficiente δ y los valores de la presión al final de la profundidad llegaron a condición en reposo. En este caso la grieta de tensión concuerda perfectamente con lo esperado teóricamente y la distribución después de ello es lineal pero no se ajusta en nada a lo teórico.

La figura 32 muestra la distribución de presión activa para una condición de suelo base drenada. Se observa una mejor relación con la teoría de Rankine para este caso.

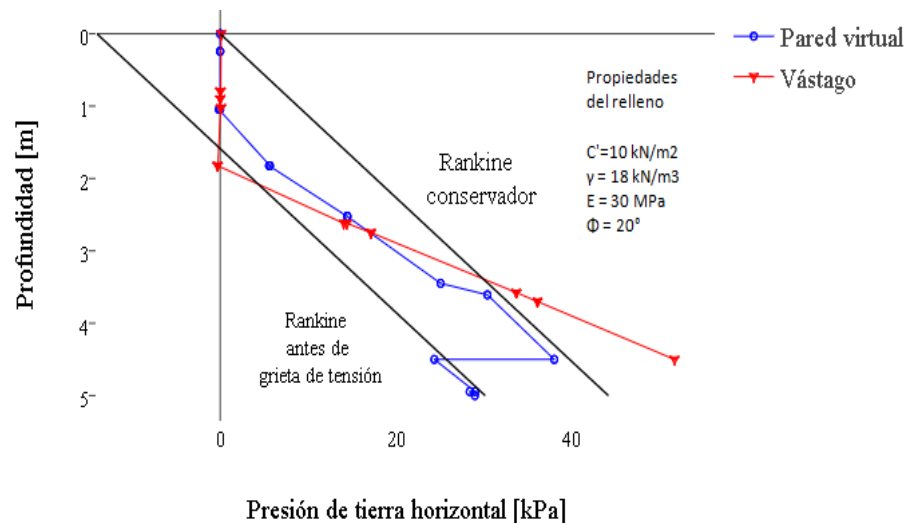


Figura 53. Distribución de presión activa en el vástago y pared virtual para un suelo base drenado.

La figura 33 corresponde a él grafico de incrementos de deformaciones cortantes y zonas de plastificación. Se observa que no se presentan deformaciones cortantes considerables, ni zonas puntos de plastificación, por el contrario aparecen puntos de corte de tensión que concuerdan con la grieta de tensión.

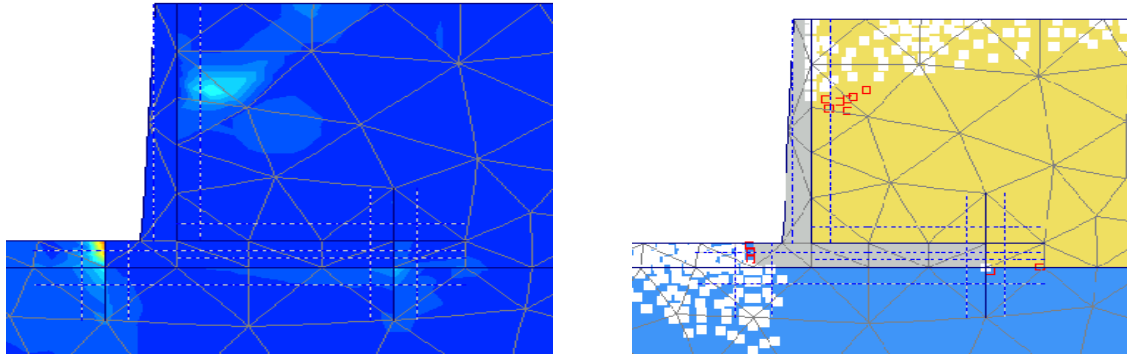


Figura 54. Incrementos de deformaciones cortantes y puntos de plastificación para $\phi=20^\circ$.

La figura 34 muestra la comparación para variaciones en ϕ y variaciones en la cohesión (c')

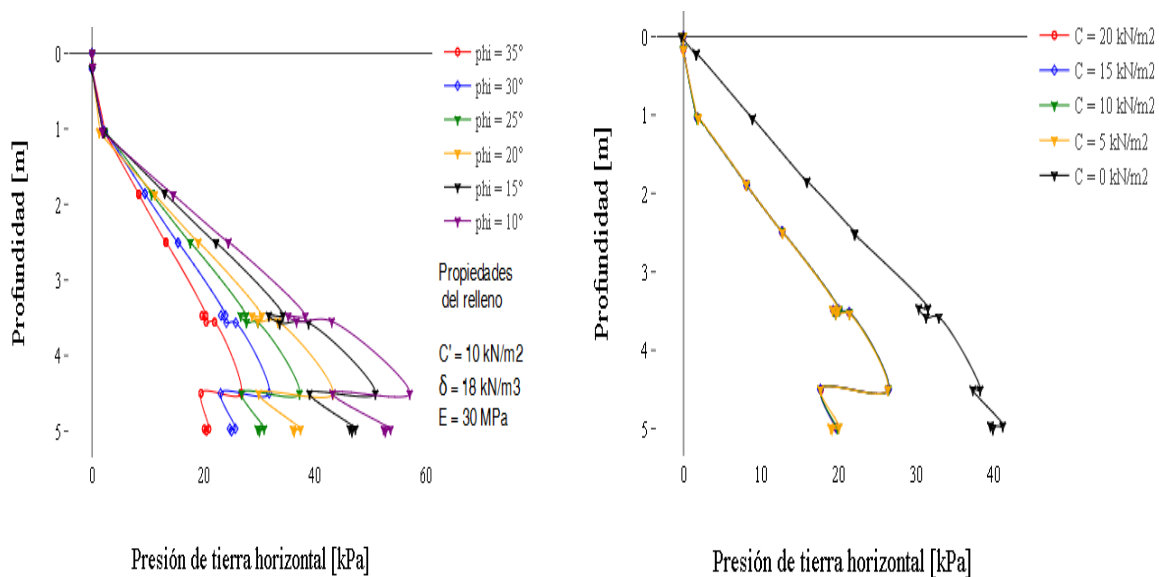


Figura 55. Comparación de la distribución de la presión activa para una variación de ϕ y c' .

De la figura 34 se observa un comportamiento normal al disminuir ϕ pero se nota que la disminución de la presión en la zona del espesor de la zapata es mayor que para suelos granulares. Para una variación de c' no afecta los resultados pero se observa que cuando $c'=0$ la presión es mucho mayor que $c'>0$.

En la tabla 5 se encuentra el error entre el Pa numérico y los Pa de Rankine y Coulomb para todos los modelos realizados, se tomo como valor teórico las teorías de Rankine y Coulomb. Los errores aumentan a medida que ϕ disminuye, pero son la teorías las que son superiores a los resultados numéricos.

Tabla 8.

Error entre Pa numéricos y Teóricos para suelos cohesivos secos sin carga.

Φ [°]	δ [°]	Error			
		Pa Rankine	lugar de aplicación	Pa Coulomb	lugar de aplicación
35	23.33	-0.04%	9.40%	-10.93%	9.40%
35	21	-1.68%	11.80%	-12.59%	11.80%
35	17.5	-0.70%	10.00%	-10.88%	10.00%
30	20	4.65%	10.60%	-6.90%	10.60%
30	15	3.20%	12.40%	-7.05%	12.40%
30	18	4.11%	11.80%	-7.04%	11.80%
25	16.67	9.53%	11.20%	-1.77%	11.20%
25	12.5	8.42%	11.80%	-1.18%	11.80%
25	15	9.11%	12.40%	-2.68%	12.40%
20	13.33	15.03%	12.40%	4.88%	12.40%
20	10	13.91%	13.00%	5.52%	13.00%
20	12	14.58%	11.80%	5.07%	11.80%
15	10	15.12%	13.00%	7.23%	13.00%
15	9	14.90%	12.50%	7.15%	12.50%
15	7.5	14.20%	12.00%	7.02%	12.00%
10	6.67	21.11%	13.60%	15.70%	13.60%
10	6	20.85%	12.90%	15.30%	12.90%
10	5	20.10%	12.50%	14.70%	12.50%

Modelo con sobrecarga. Corresponden a modelos de muros con suelo retenido seco, sin inclinación de terreno y con sobrecarga. Los análisis se realizan para el espaldar del vástago y para el muro virtual ubicado justamente donde termina el talón, La sobrecarga se ubica al final el talón con una extensión de 2 m como muestra la figura 1. La figura 35 muestra las distribuciones de presión activa sobre el muro virtual y el espaldar del vástago para diferentes valores de ángulo de fricción del suelo (ϕ). Se toma una sobrecarga de 25 kN/m² al ser la máxima que puede soportar el muro teóricamente.

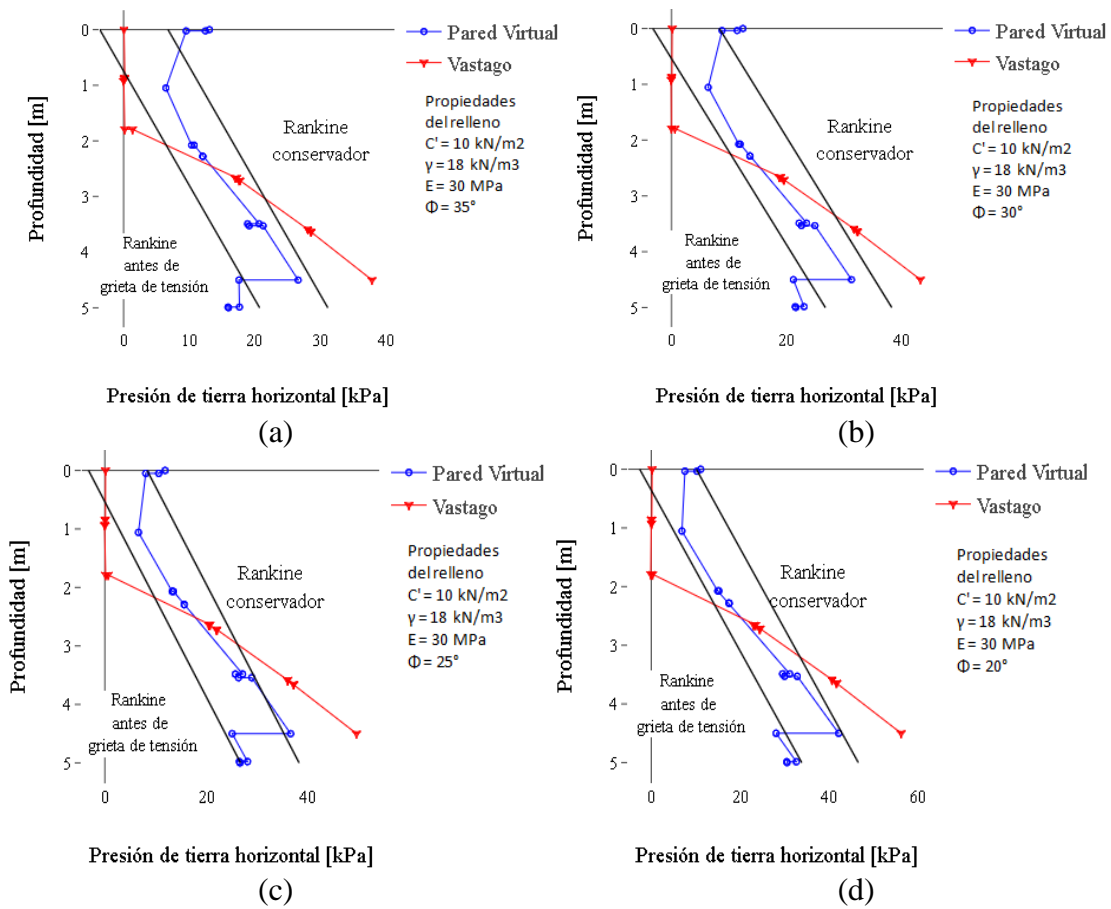


Figura 56. Distribución de la presión activa de tierra de una pared virtual y espaldar del vástago en un suelo cohesivo con carga de 25 $\frac{kN}{m^2}$; (a) ϕ de 35°; (b) ϕ de 30°; (c) ϕ de 25°; (d) ϕ de 20°.

En la figura 35 la distribución para la pared virtual parte del punto teórico pero el resto de su distribución es diferente a la teoría, primero presenta una caída en la presión hasta donde aparente tener una grieta de tensión y después empieza a crecer linealmente. Se nota como la distribución está por encima de la teoría de Rank pero por debajo del método conservador usado habitualmente. En el vástago la distribución es muy similar a si no tuviera carga incluso la grieta de tensión se ubica en el mismo sector que cuando el suelo no tenia carga.

La figura 36 muestra la comparación para variaciones en ϕ y variaciones en la cohesión (c').

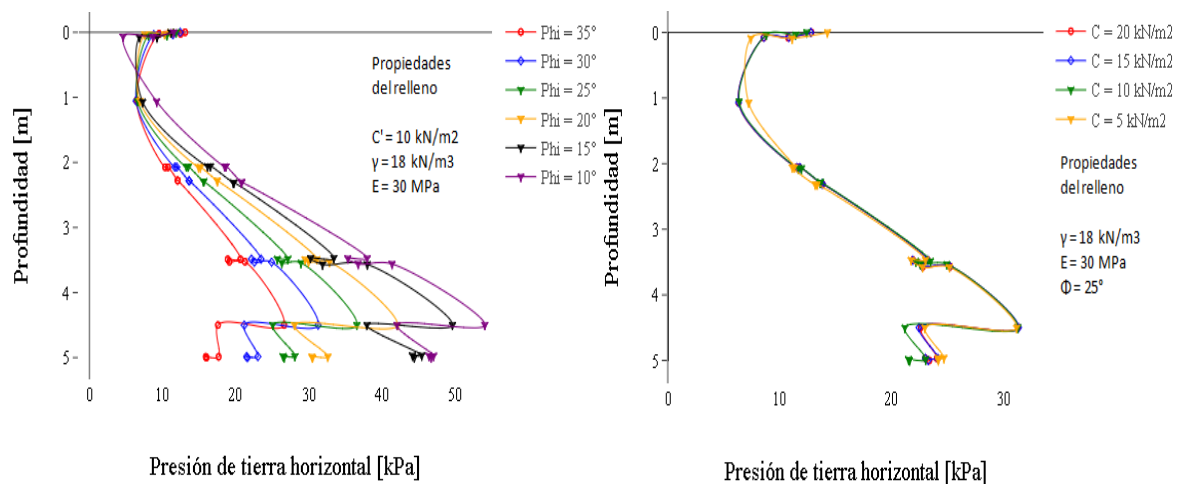


Figura 57. Comparación de la distribución de la presión activa para una variación de ϕ y c' para un suelo con sobrecarga.

Comparando las variaciones de ϕ y c' (figura 36) las distribuciones mantiene normales pero inesperadamente todas llegan al mismo "punto" que aparente ser una grieta de tensión. para el caso de c' nuevamente no afecta el que se cambie.

En la tabla 6 se encuentra el error entre el Pa numérico y los Pa de Rankine y Coulomb para todos los modelos realizados, se tomo como valor teórico las teorías de Rankine y Coulomb. Los errores aumentan a medida que ϕ disminuye, pero son los teóricos los que son superiores a los

resultados numéricos, llegando casi hasta 50% superiores, además de ser igual de diferente el punto de aplicación de la fuerza.

Tabla 9.

Error entre Pa numéricos y Teóricos para suelos cohesivos secos con carga.

Φ [°]	δ [°]	Error	
		Pa Rankine	Pa Coulomb
35	17.5	24.11%	16.42%
30	15	29.95%	22.53%
25	12.5	34.51%	27.67%
20	10	39.16%	33.07%
15	7.5	41.88%	36.99%
10	5	46.76%	43.30%

La figura 37 muestra la distribución de presión activa para una condición de suelo base drenada. Se observa una mejor relación con la teoría de Rankine para este caso.

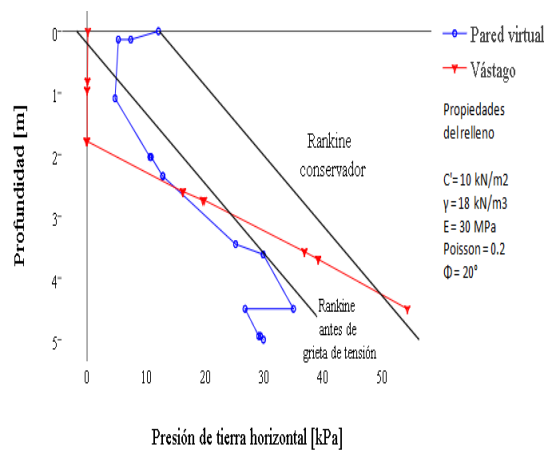


Figura 58. Distribución de presión activa en el vástago y pared virtual para un suelo base drenado.

La figura 38 muestra la distribución de la presión ante un aumento de la sobrecarga, se destaca que hasta los 50 kN se presentan distribuciones similares, a partir de los 50 kN ya hay condición de inestabilidad y las presiones se vuelven irracionales. De manera inesperada para cargas menores a 50 kN las distribuciones de presiones disminuyen hasta el mismo punto y finalizan en el mismo punto. La figura 39 muestra la comparación de las presiones activas ante un aumento en la sobrecarga, calculadas numéricamente y por las teorías clásicas. se vuelve evidente que los análisis numéricos da resultados de presión mucho menores que los teóricos para la sobrecarga de la figura 1. De esta manera mientras que teóricamente la sobrecarga máxima que puede soportar el muro de contención para cumplir lo F_s es de 25 kN, por análisis numéricos se alcanza valores de 50 kN.

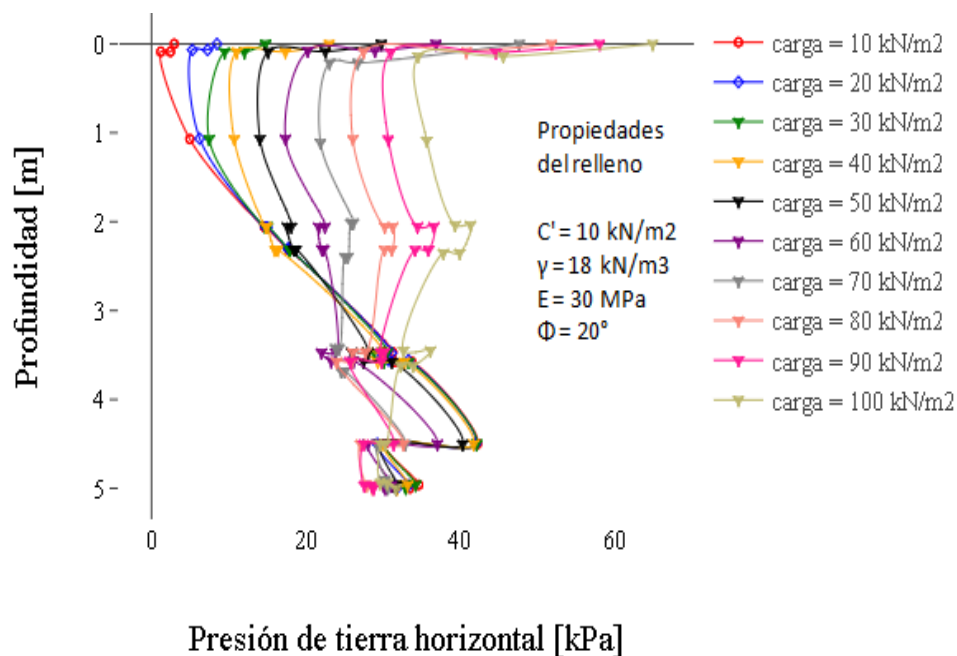


Figura 59. Distribución de la presión activa ante una variación de la sobrecarga suelo cohesivo

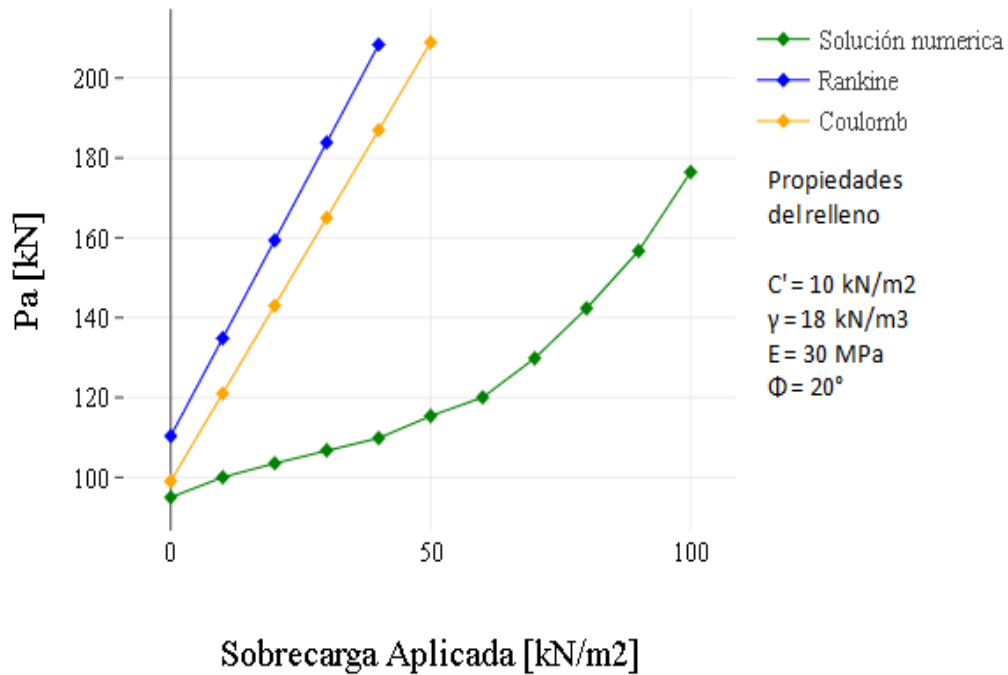


Figura 60. Presión activa de tierra ante una sobrecarga suelo cohesivo.

Se decide nuevamente analizar el comportamiento de la distribución presión activa si la ubicación de la carga cambia, para ello se decide dos análisis más, una con carga infinita a partir del final de talón (figura 18) y una carga infinita a partir del espaldar del vástago (figura 22). Para ello se vuelve a evaluar con cargas de 25 kN/m^2 , y evaluar ante un aumento de la sobrecarga. La figura 40 muestra en (a) la distribución de presión activa para sobrecarga de 25 kN/m^2 tanto para la pared virtual como para el vástago con la sobrecarga aplicada como muestra la figura 22, (b) muestra el incremento de deformaciones cortantes para esa sobrecarga.

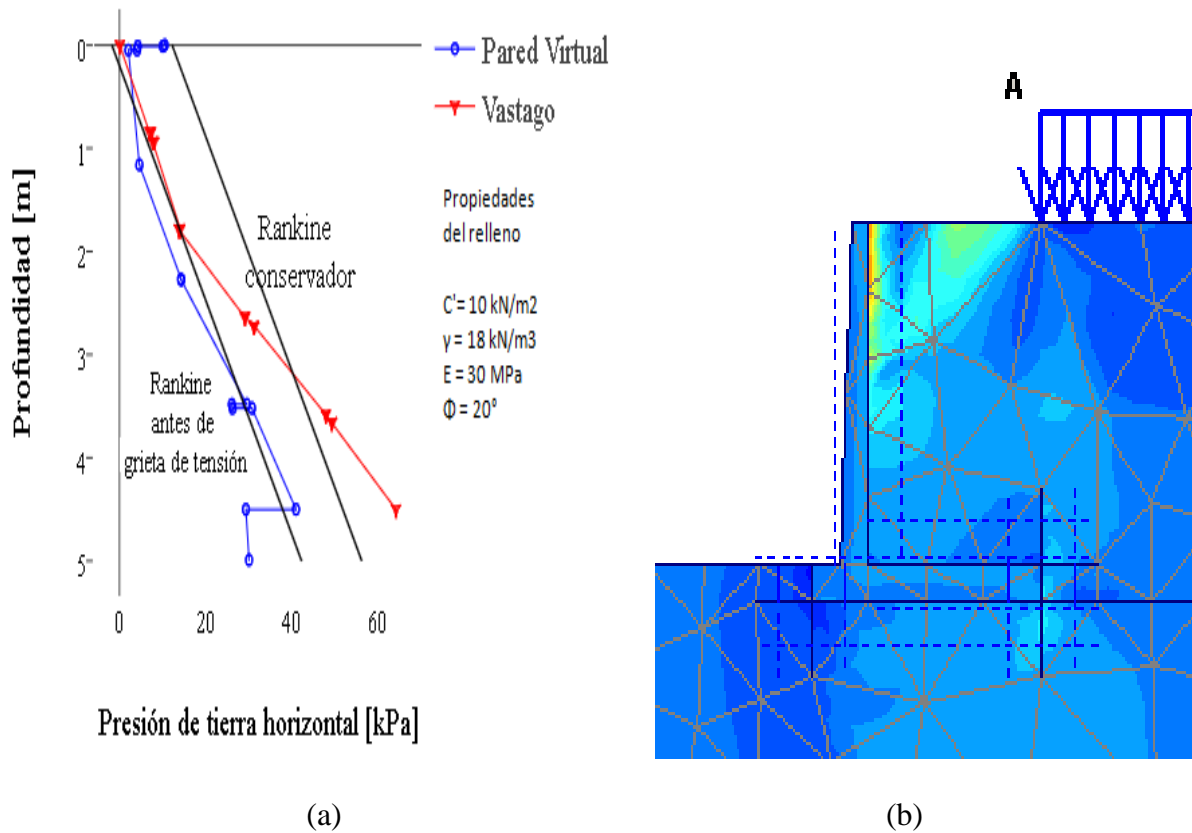


Figura 61. Análisis con una sobrecarga infinita después del talón suelo cohesivo; (a) Distribución de la presión activa; (b) Incrementos de deformaciones cortantes.

Es observable que en este caso la distribución de presión activa tiene un ajuste considerable a la teoría de Rankine, sin embargo el método conservador ya se nota una diferencia excesiva.

La figura 41 muestra la evolución de la distribución de presión activa, donde se puede observar que la distribución es semejante para cargas menores a 50 kN, mientras que para cargas mayores las distribuciones son distintas posiblemente debido a la falla del muro, la figura 43 son los incrementos de deformaciones cortantes para una sobrecarga de 50 kN, antes de esa carga no se observa ese mismo plano de falla.

La figura 42 corresponde a la comparación de la presión activa calculada numéricamente y teóricamente (Rankine y Coulomb). Únicamente su valor concuerda para una sobre carga de 20 a 30 kN, sin embargo al aplicar la teoría de Rankine y Coulomb completamente (con grieta de tensión) los valores aunque son superiores a los resultados numéricos, son relativamente cercanos. Por lo que usar los resultados muestra que usar las teorías conservadoras es excesivo.

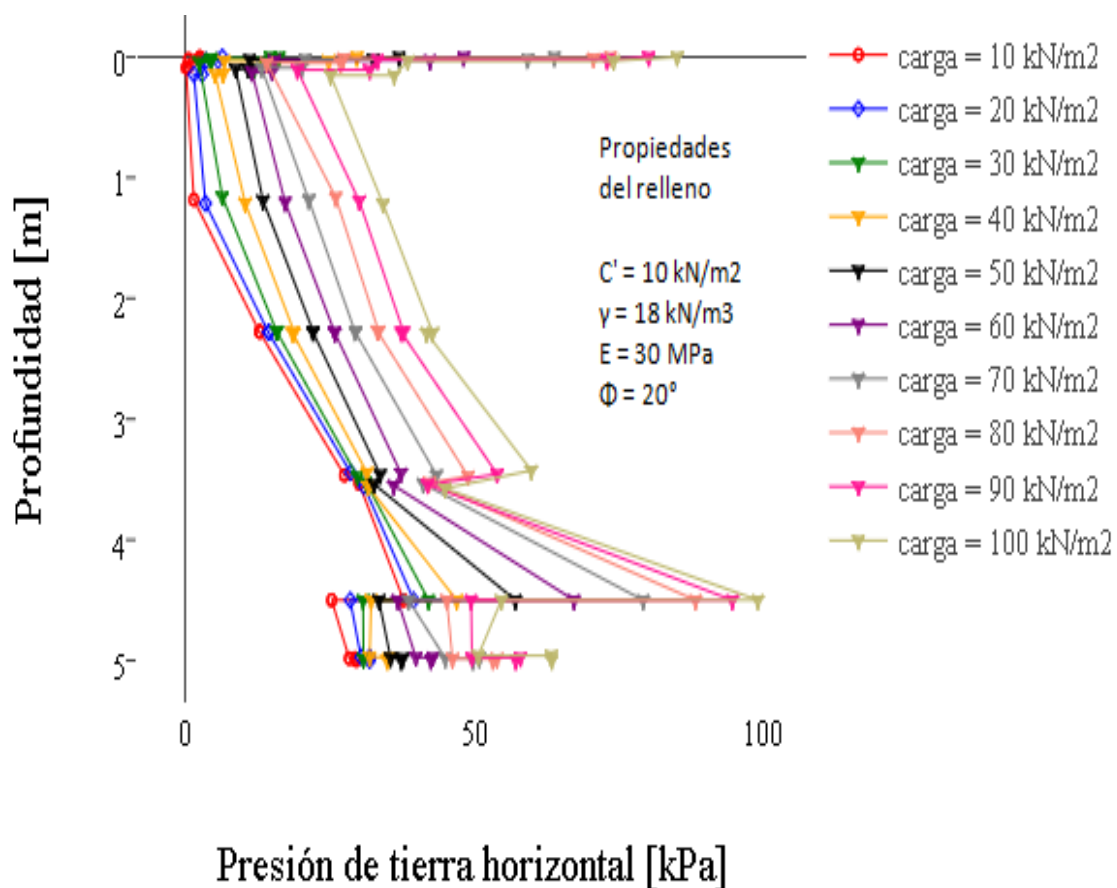


Figura 62. Distribución de la presión activa ante una variación de la sobrecarga suelo cohesivo.

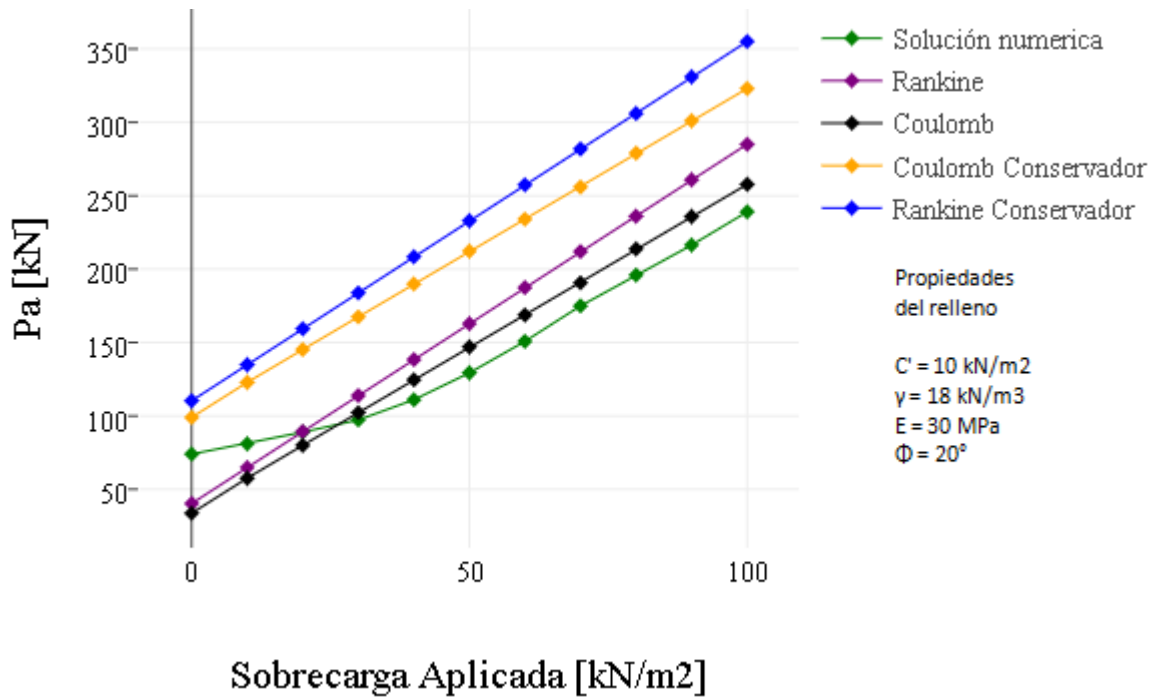


Figura 63. Presión activa de tierra ante una sobrecarga suelo cohesivo.

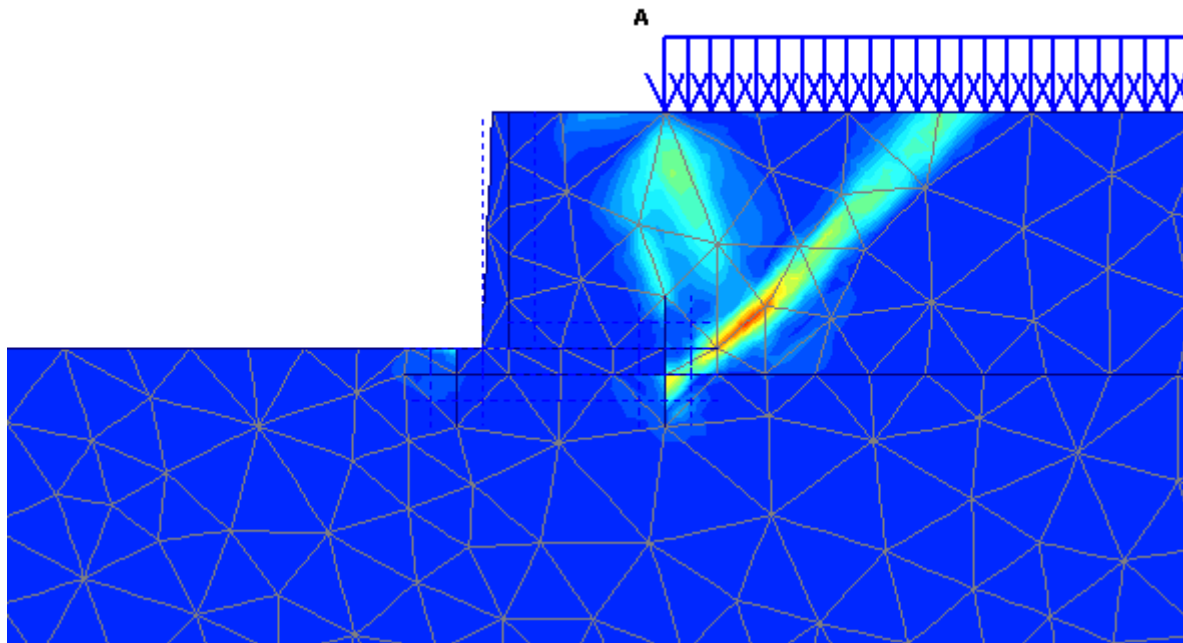


Figura 64. Incrementos de deformaciones cortantes y puntos de plastificación para $\phi=20^\circ$.

La figura 44 muestra la comparación la distribución de la presión activa sobre el muro virtual. Encontrándose un comportamiento similar para los casos hasta 50 kN, por lo que nuevamente se estima que después de 50 kN el muro falla.

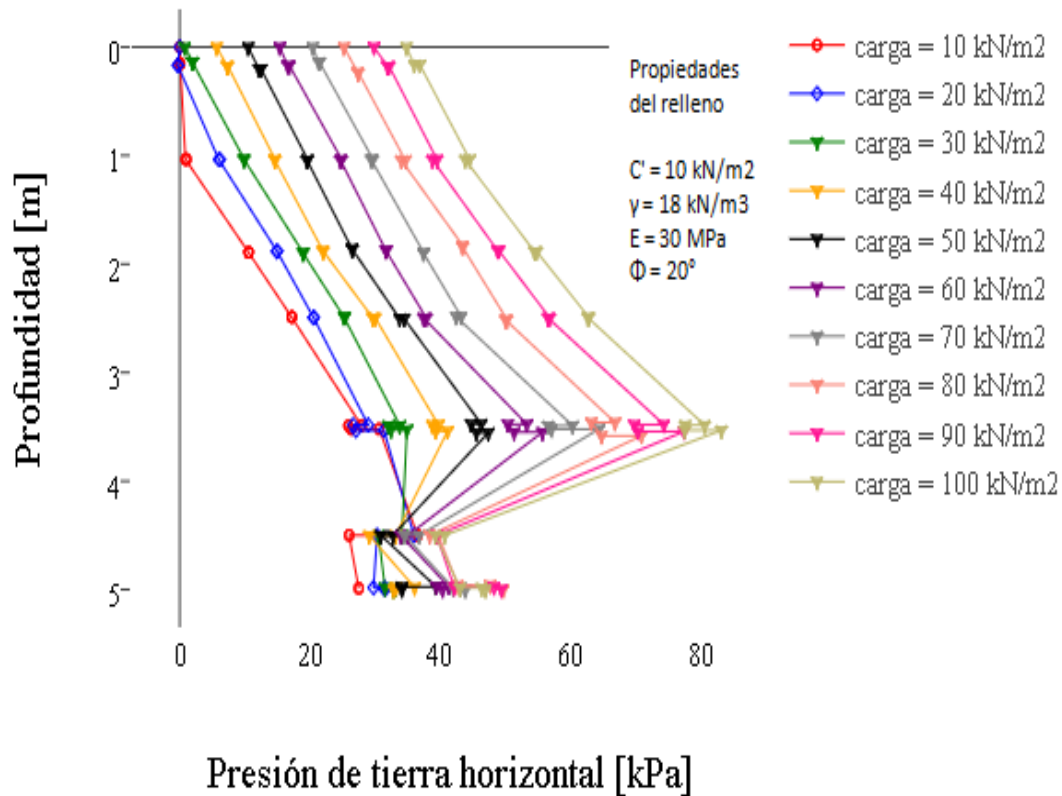


Figura 65. Distribución de la presión activa ante una variación de la sobrecarga suelo cohesivo.

La figura 45 corresponde a la comparación de la presión activa calculada numéricamente y teóricamente (Rankine y Coulomb). Los valores concuerdan después de una sobre carga de 30 kN. Al aplicar la teoría de Rankine y Coulomb completamente (con grieta de tensión) los valores de los resultados numéricos son intermedios a los resultados teóricos, son relativamente bastante cercanos. Por lo que usar los resultados muestra que usar las teorías conservadoras es excesivo

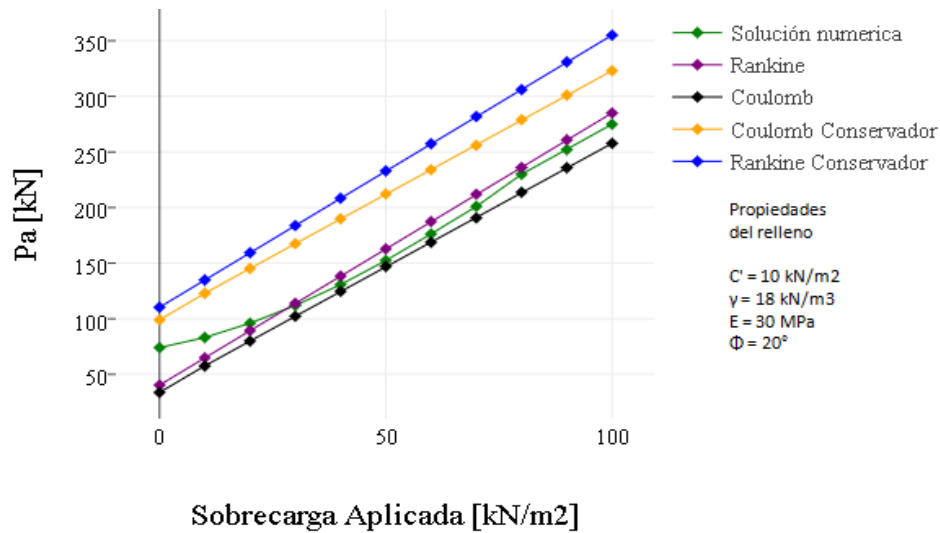


Figura 66. Presión activa de tierra ante una sobrecarga suelo cohesivo.

la figura 46 son los incrementos de deformaciones cortantes para una sobre carga de 50 kN. Aparentemente se nota superficies de falla, antes de esa carga no se observa ese mismo plano de falla.

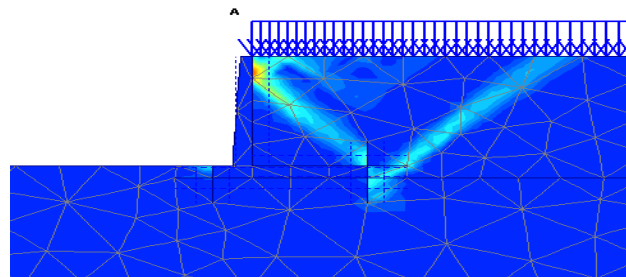


Figura 67. Incrementos de deformaciones cortantes y puntos de plastificación para $\phi=20^\circ$.

Modelo con suelo saturado. Corresponden a modelos de muros con suelo retenido saturado, sin inclinación de terreno y sin sobrecarga, con un suelo de relleno en condición saturada.. La figura 47 muestra las distribuciones de presión activa sobre el muro virtual y el espaldar del vástago para diferentes valores de ángulo de fricción del suelo (ϕ).

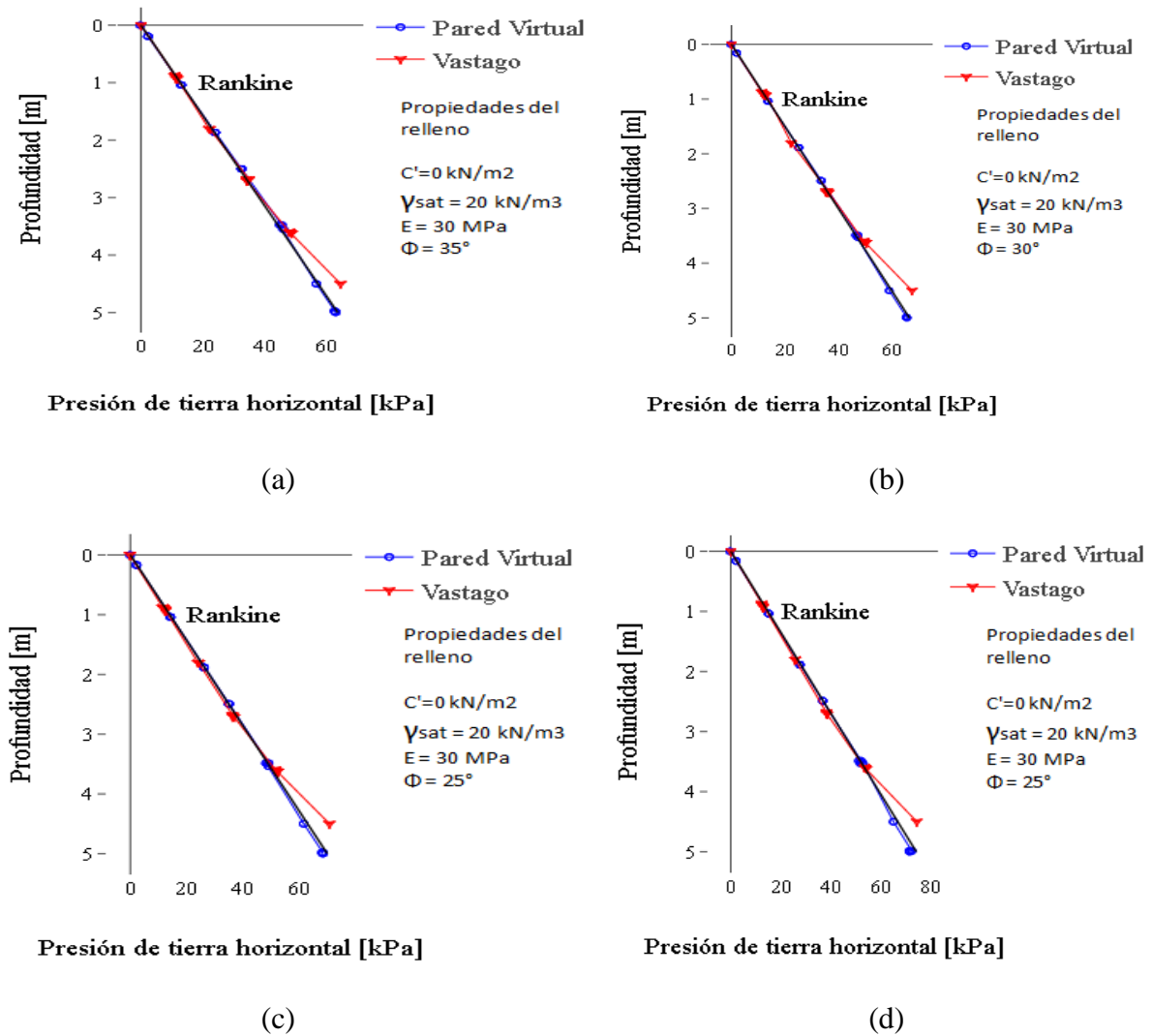


Figura 68. Comparación de la presión activa de tierra ante suelo cohesivo saturado; (a) ϕ de 35° ; (b) ϕ de 30° ; (c) ϕ de 25° ; (d) ϕ de 20° .

Se observa de la figura 47 que para los valores de ϕ la distribución de la presión activa sobre la pared virtual calculada numéricamente es prácticamente igual que la calculada por la teoría de Rankine, tanto para la pared virtual como para el espaldar del vástago.

La figura 48 corresponde a cómo evoluciona la distribución de la presión ante la variación del coeficiente ϕ para un suelo saturado sobre la pared virtual.

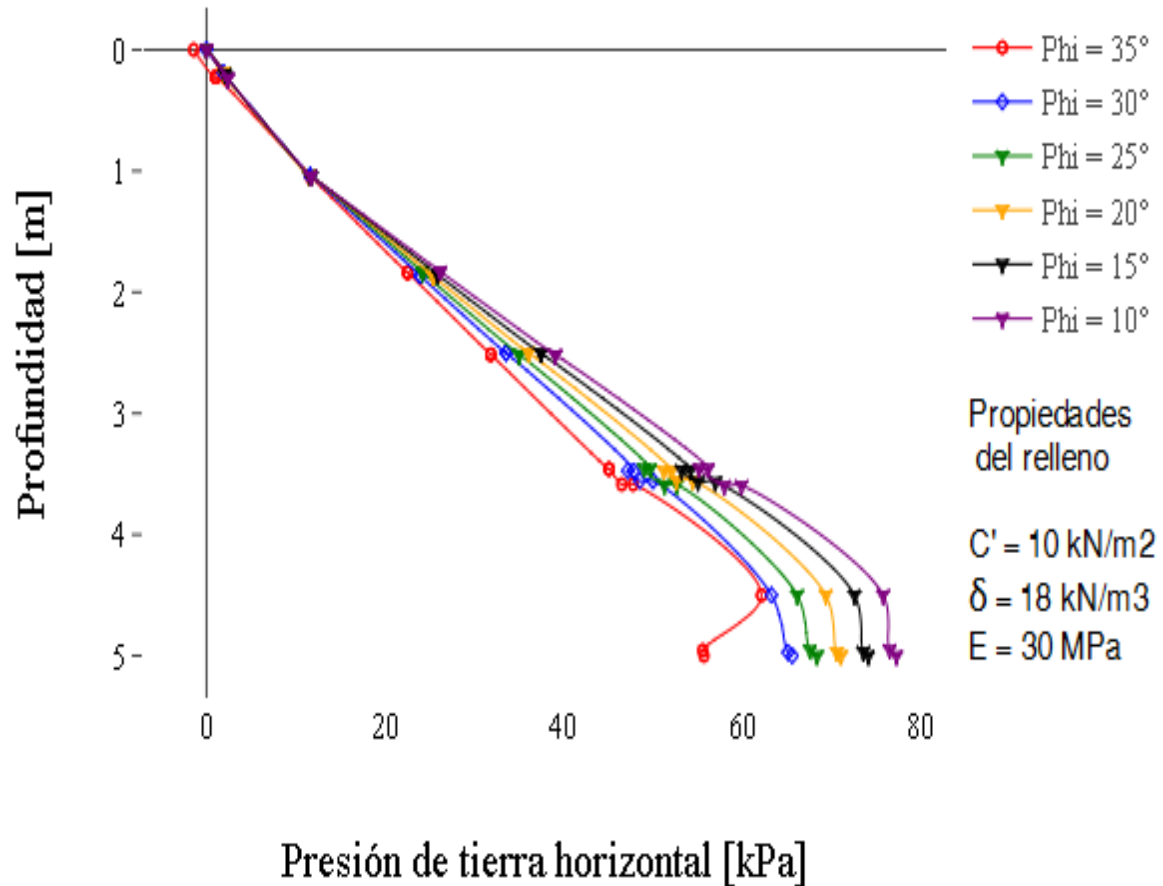


Figura 69. Comparación de la distribución de la presión activa de tierra ante un suelo cohesivo saturado.

En la tabla 7 se encuentra el error entre el Pa numérico y los Pa de Rankine y Coulomb para todos los modelos realizados, se tomo como valor teórico las teorías de Rankine y Coulomb. También se halló el error del centroide de aplicación de Pa. Se destaca que el Pa numérico tienen errores despreciables con la teoría de Rankine, mientras que con la teoría de Coulomb son algo considerables.

Tabla 10.

Error entre Pa numéricos y Teóricos para suelos cohesivos saturados.

Φ [°]	δ [°]	Error			
		Pa Rankine	lugar de aplicación	Pa Coulomb	lugar de aplicación
35	17	-0.08%	0.00%	-2.80%	0.00%
	.5				
30	15	-0.7%	-1.20%	-8.49%	-1.20%
25	12	0.15%	-1.20%	-8.57%	-1.20%
	.5				
20	10	0.42%	-1.20%	-5.77%	-1.20%

Modelo con terreno inclinado. Corresponden a modelos de muros con suelo retenido seco, con inclinación de terreno y sin sobrecarga. Los análisis se realizan para el muro virtual ubicado justamente donde termina el talón. La figura 49 muestra las distribuciones de presión activa sobre el muro virtual para diferentes valores de ángulo de inclinación del terreno (α) para un mismo valor de ángulo fricción del suelo (ϕ).

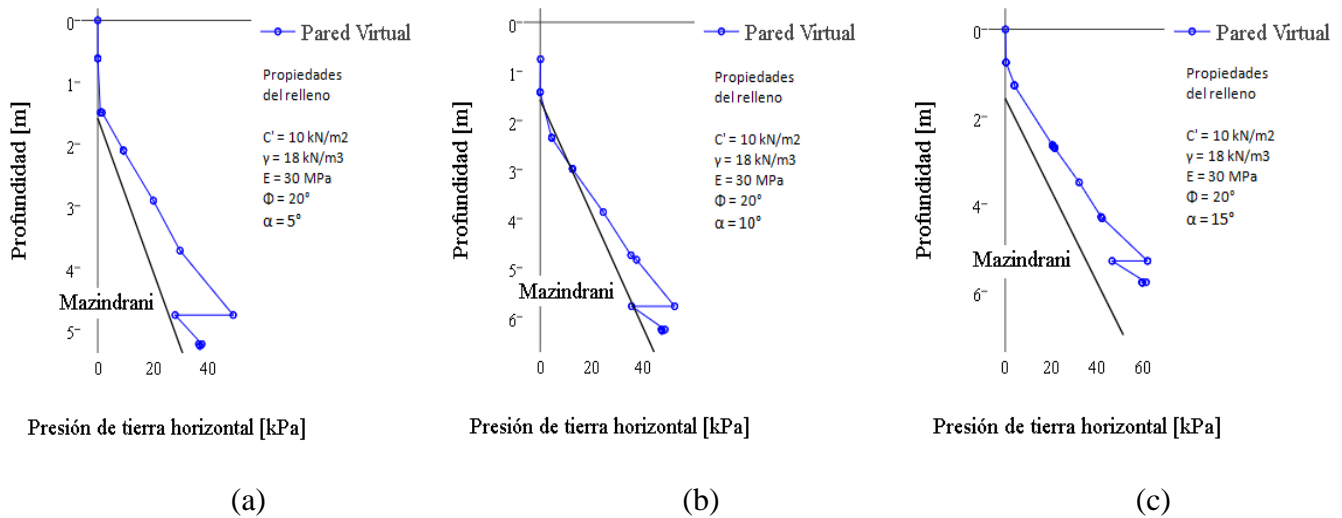


Figura 70. Comparación de la presión activa de tierra ante relleno inclinado; (a) α de 5°; (b) α de 10°; (c) α de 15°.

Para los ángulos de 5° y 10° se encuentra que la distribución de la presión tiene un ajuste considerablemente bueno, mientras que al aumentar la inclinación la distribución numérica empieza a superar la distribución teórica de manera considerable para la pared virtual y el vástago.

En la tabla 4 se encuentra el error entre el Pa numérico y los Pa de Rankine y Coulomb para todos los modelos realizados, se tomo como valor teórico las teorías de Rankine y Coulomb. También se halló el error del centroide de aplicación de Pa. Se destaca que los aumentan con α .

Tabla 11.

Error entre Pa numéricos y Teóricos para rellenos inclinados.

Φ [°]	δ [°]	Error	
		Pa Mazindrani	Pa Conservador
20	5	-53.85%	-7.32%
20	10	-60.41%	-14.39%
20	15	-66.14%	-20.53%

Modelos de Hardening Soil.

Para corroborar y comparar la efectividad del modelo constitutivo Mohr-Coulomb que se usó para los análisis realizados hasta el momento se plantea cambiar de modelo constitutivo por Hardening Soil y probarlos en un caso particular de los modelos realizados anteriormente. Nuevamente se realiza los modelos de suelo granulares y suelos cohesivos.

Suelos granulares.

Modelos sin sobrecarga. La figura 50 muestra la comparación para un ϕ de 30° , con suelo base drenada. En este caso se observa que con el modelo de Hardening muestra una distribución similar a el modelo Mohr-Coulomb, pero con presiones mayores, asemejándose a la presión en reposo. Además se nota que también disminuye la presión en el espesor de la losa base.



Figura 71. Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo granular sin sobrecarga.

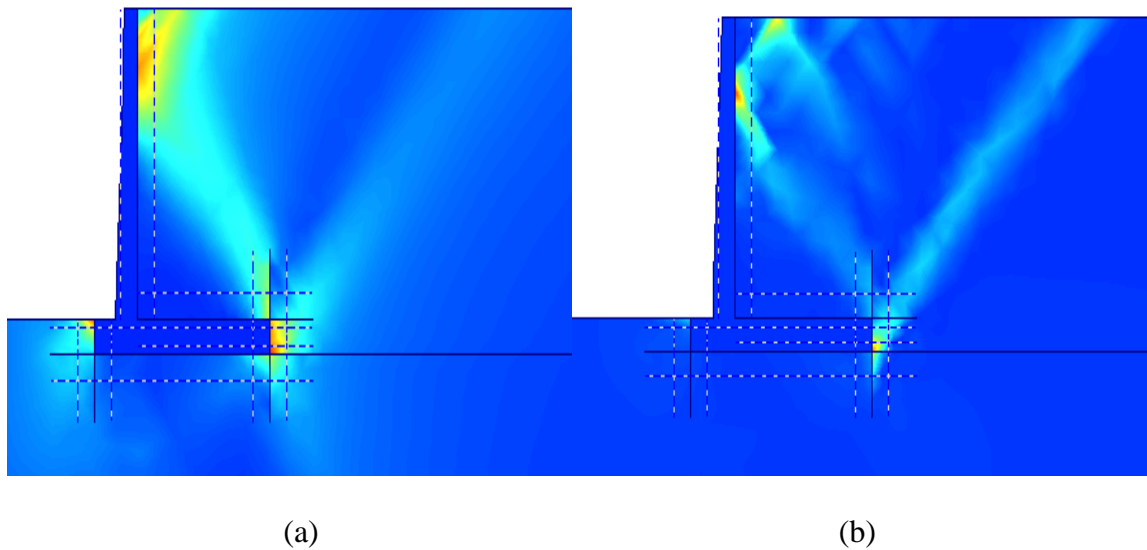


Figura 72. Incrementos de esfuerzos cortante; (a) modelo Hardening Soil; (b) modelo Mohr-Coulomb

En la figura 51 se observa como en ambos casos los incrementos de esfuerzos cortantes se asemejan.

Modelos con sobrecarga. La figura 52 muestra la comparación para un ϕ de 30° , con suelo base drenada al soportar una sobrecarga de 25 kN/m^2 distribuido como muestra la figura 1. En este caso se observa que con el modelo de Hardening muestra una distribución similar a el modelo Mohr-Coulomb, pero con presiones mayores, asemejándose a la teoría de Rankine. Además se nota que también disminuye la presión en el espesor de la losa base.

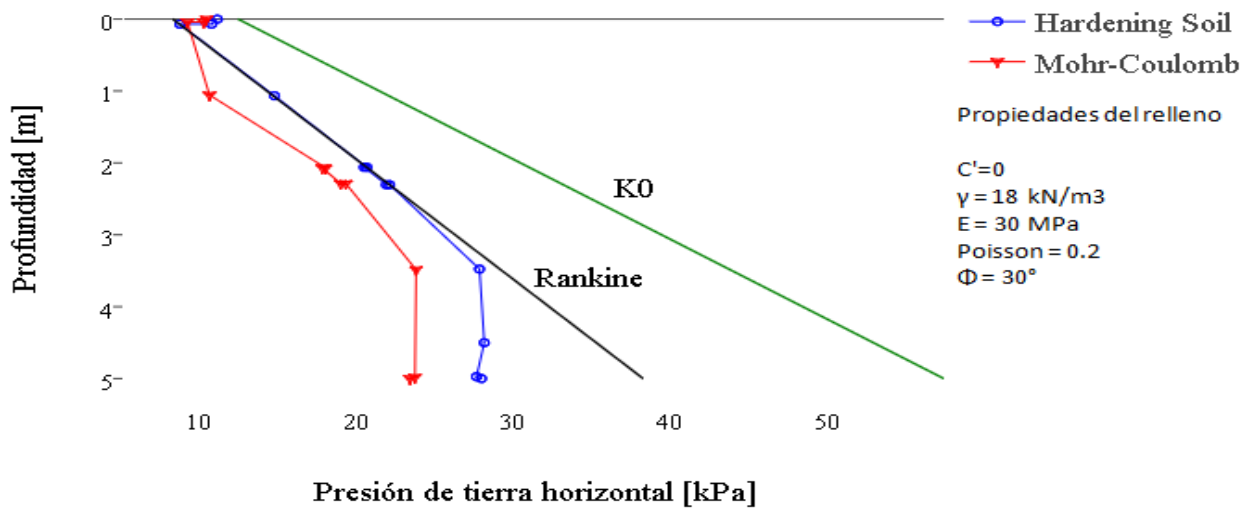


Figura 73. Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo granular con sobrecarga.

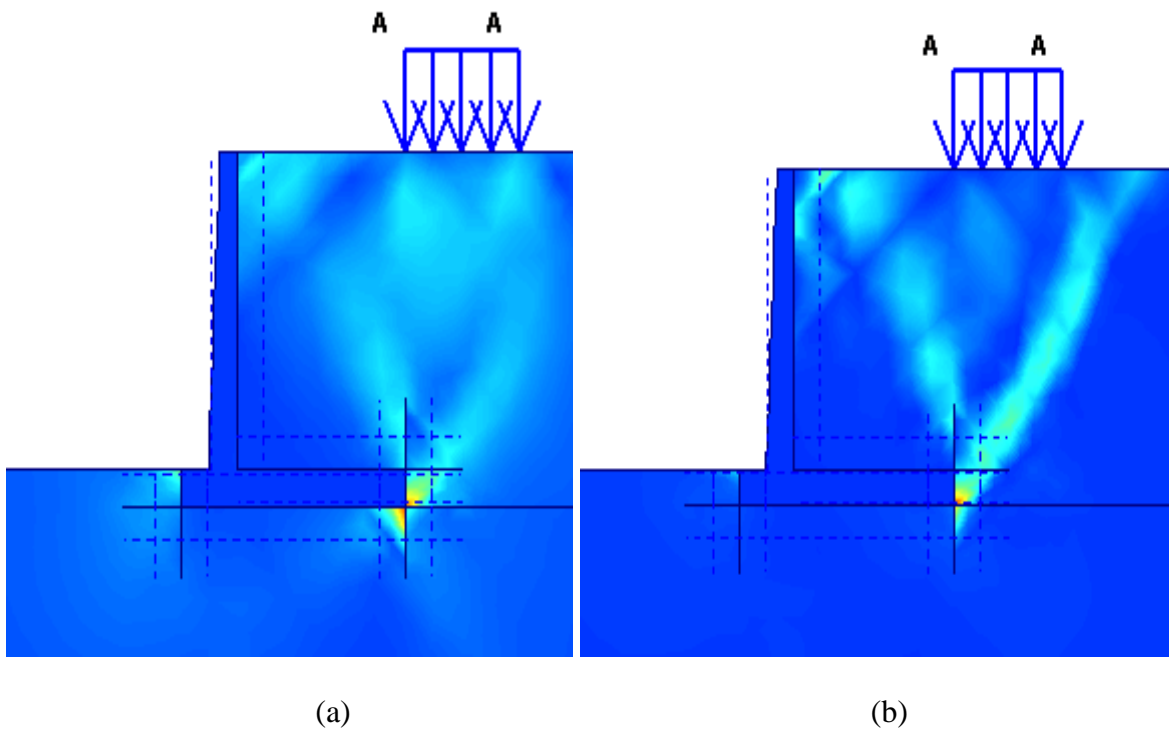


Figura 74. Incrementos de esfuerzos cortante; (a) modelo Hardening Soil; (b) modelo Mohr-Coulomb

En la figura 53 se nota como para el modelo de Hardening Soil los incrementos de deformación cortante son más difusos que en el caso de Mohr-Coulomb.

Nuevamente se análisis para los casos de sobre cargas infinitas. La figura 54 muestra la comparación para un ϕ de 30° , con suelo base drenada al soportar una sobrecarga de 25 kN/m^2 distribuido como muestra la figura 18. En este caso se observa que con el modelo de Hardening Soil muestra una distribución similar a el modelo Mohr-Coulomb, pero con presiones mayores, asemejándose a la presión en reposo (muy aproximado la distribución), mientras que con Mohr-Coulomb fue muy asemejado a la teoría de Rankine. Además se nota que también disminuye la presión en el espesor de la losa base.

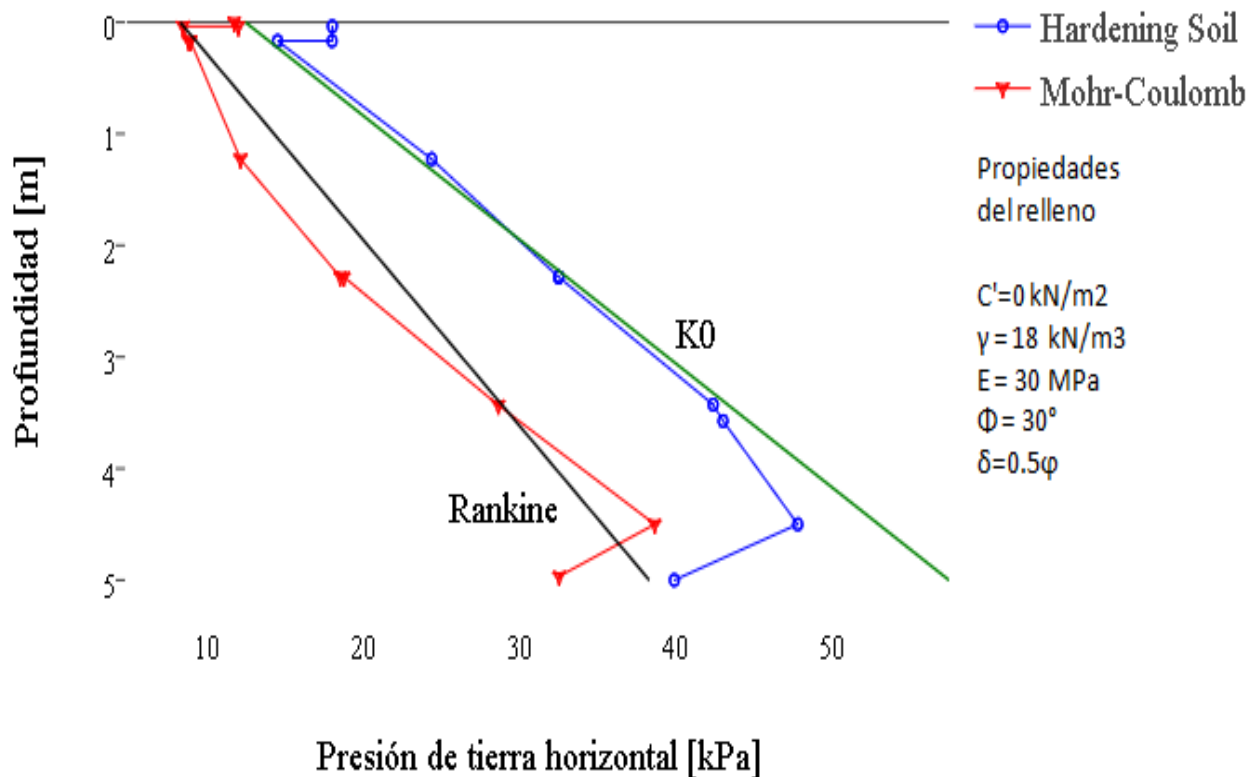


Figura 75. Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo granular con sobrecarga.

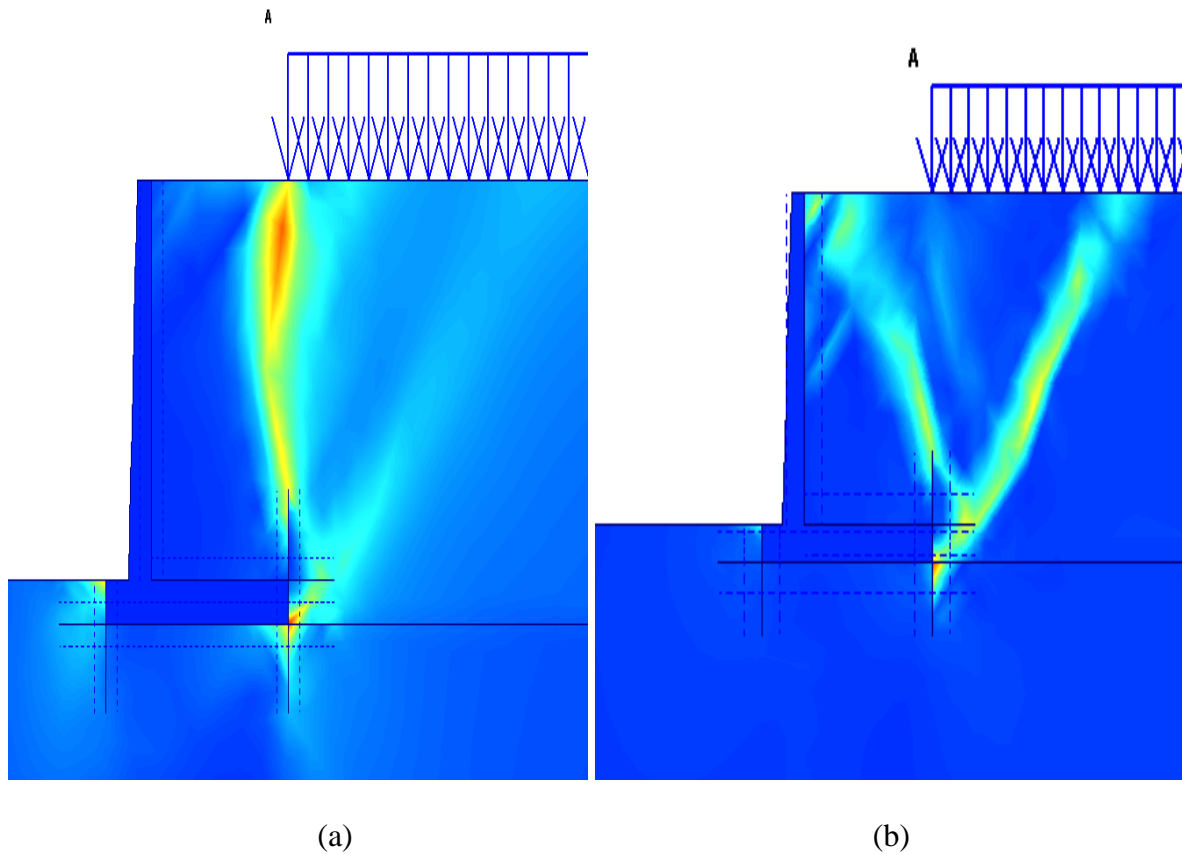


Figura 76. Incrementos de esfuerzos cortante; (a) modelo Hardening Soil; (b) modelo Mohr-Coulomb

La figura 56 muestra la comparación para un ϕ de 30° , con suelo base drenada al soportar una sobrecarga de 25 kN/m^2 distribuido como muestra la figura 22. En este caso se observa al igual que en la figura 50 que con el modelo de Hardening muestra una distribución similar al modelo Mohr-Coulomb, pero con presiones mayores, asemejándose a la presión en reposo, mientras que con Mohr-Coulomb fue muy asemejado a la teoría de Rankine. Además se nota que también disminuye la presión en el espesor de la losa base.

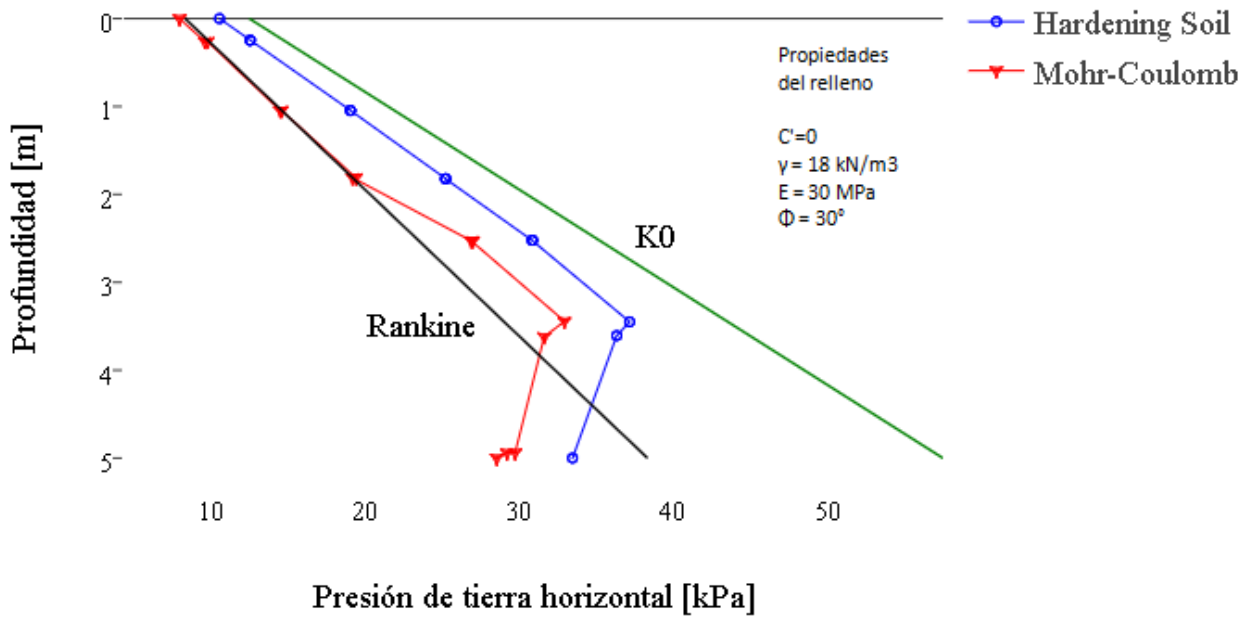


Figura 77. Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo granular con sobrecarga.

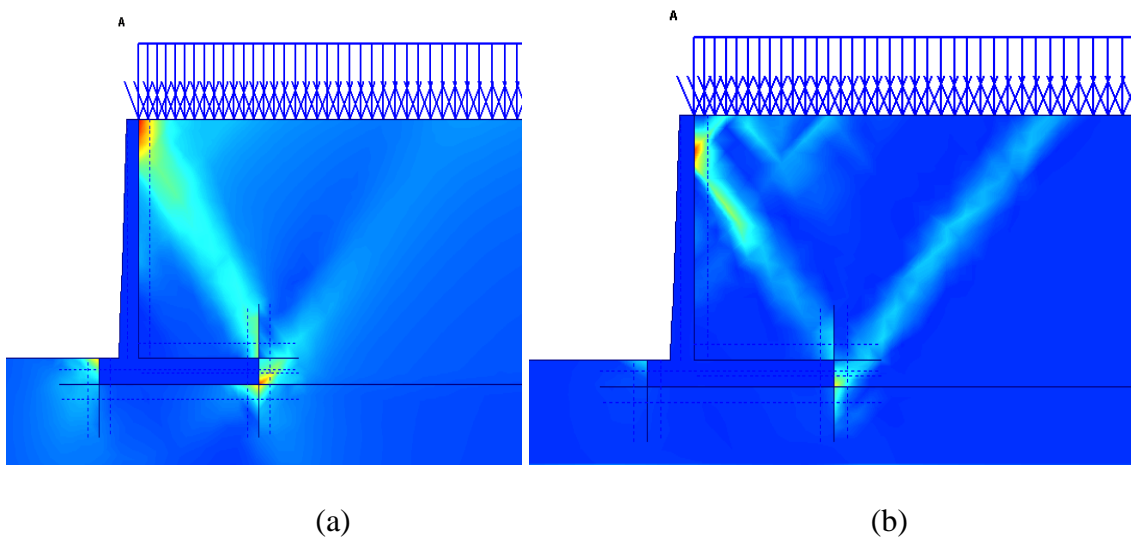


Figura 78. Incrementos de esfuerzos cortante; (a) modelo Hardening Soil; (b) modelo Mohr-Coulomb.

Modelo con relleno saturado. La figura 58 muestra la comparación para un ϕ de 30° , con suelo base drenada y suelo de relleno saturado. En este caso se observa que con el modelo de Hardening muestra una distribución similar a el modelo Mohr-Coulomb hasta que se aproxima a la base donde la presión disminuye y se vuelve errática, en este caso la presión de Hardening es menor a la Coulomb y menor a la teoría de Rankine.

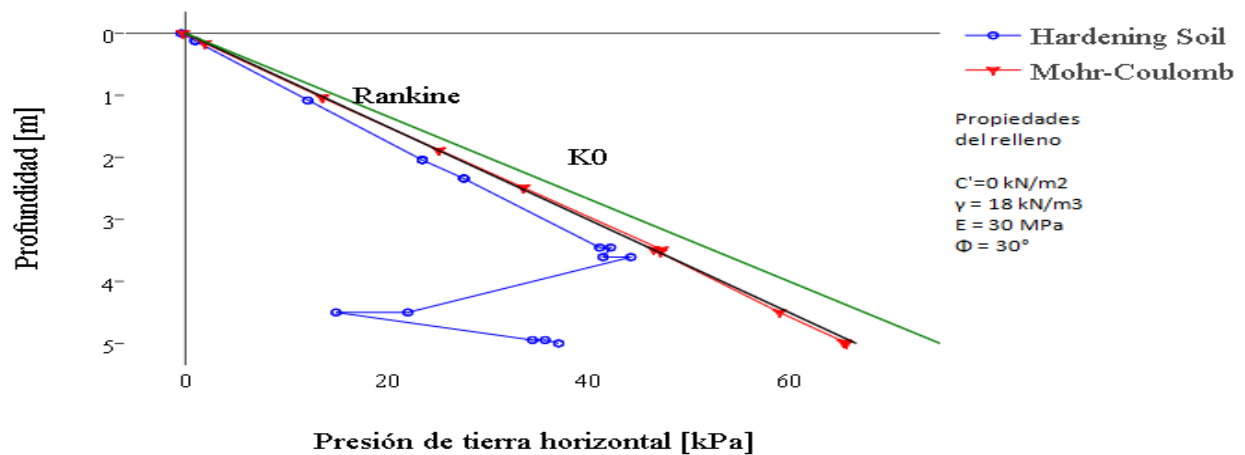


Figura 79. Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo granular con relleno saturado.

Modelo con inclinación de terreno. La figura 59 muestra la comparación para un ϕ de 30° , con suelo base drenada al soportar un terreno inclinado de 10° . En este caso se observa como en la figura 54 que con el modelo de Hardening muestra una distribución similar a el modelo Mohr-Coulomb, pero con presiones mayores, asemejándose a la presión en reposo (muy aproximado la distribución), mientras que con Mohr-Coulomb fue muy asemejado a la teoría de Rankine. Además se nota que también disminuye la presión en el espesor de la losa base.

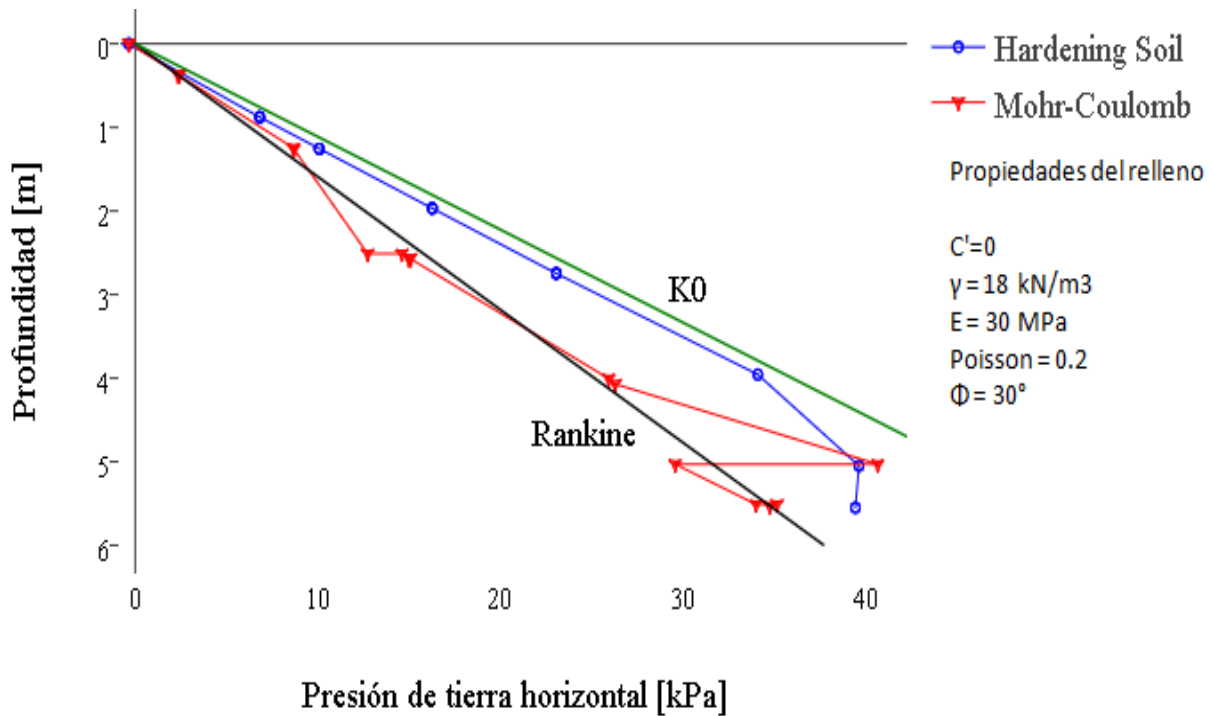


Figura 80. Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo granular con relleno inclinado.

Suelos cohesivos

Modelos sin sobrecarga. La figura 60 muestra la comparación para un ϕ de 30° , c' de 10 con suelo base drenado. En este caso se observa que con el modelo de Hardening muestra una distribución similar a el modelo Mohr-Coulomb, pero con presiones mayores, asemejándose bastante a la presión en reposo. Además se nota que también disminuye la presión en el espesor de la losa base.

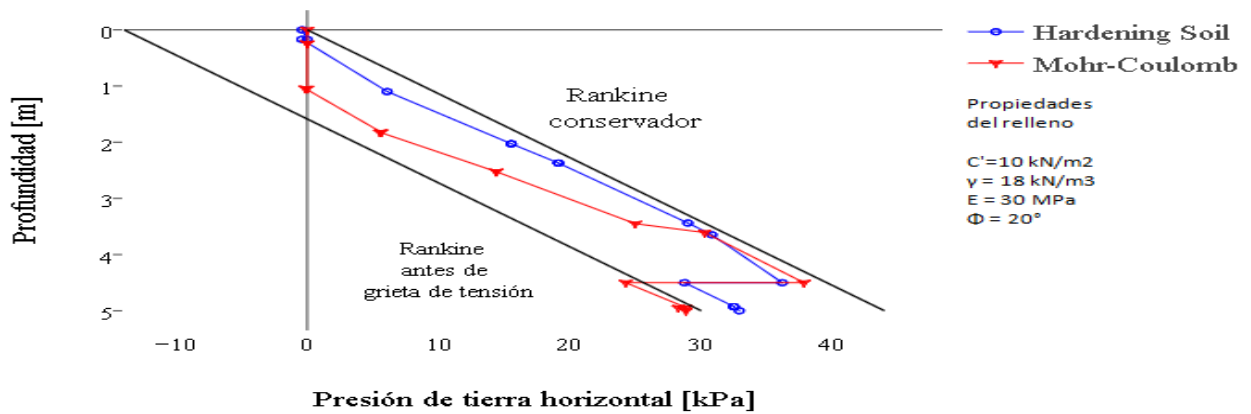


Figura 81. Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo cohesivo sin sobrecarga.

Modelo con sobrecarga. La figura 61 muestra la comparación para un ϕ de 20° , c' de 10 kN/m^2 con suelo base drenado al soportar una sobrecarga de 25 kN/m^2 distribuido como muestra la figura 1. En este caso se observa que con el modelo de Hardening muestra una distribución similar a el modelo Mohr-Coulomb, pero con presiones mayores. Además se nota que también disminuye la presión en el espesor de la losa base.

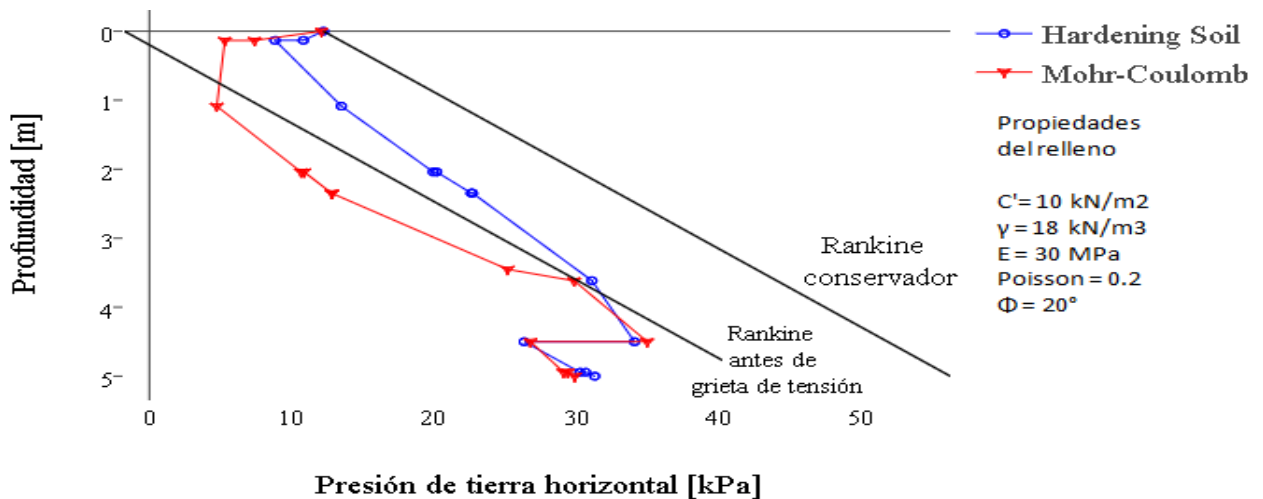


Figura 82 . Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo cohesivo con sobrecarga.

La figura 62 muestra la comparación para un ϕ de 20° , c' de 10 kN/m^2 con suelo base drenado al soportar una sobrecarga de 25 kN/m^2 distribuido como muestra la figura 18. En este caso se observa que con el modelo de Hardening muestra una distribución similar a el modelo Mohr-Coulomb, pero con presiones mayores asemejándose a la teoría conservadora de Rankine. Además se nota que también disminuye la presión en el espesor de la losa base.

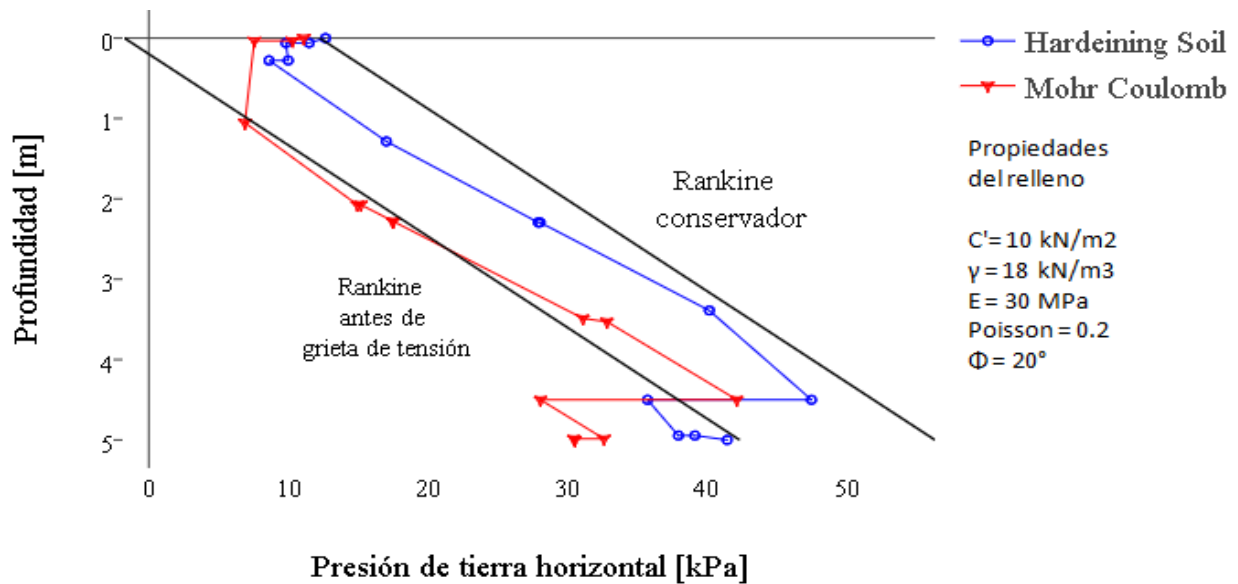


Figura 83. Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo cohesivo con sobrecarga.

La figura 63 muestra la comparación para un ϕ de 20° , c' de 10 kN/m^2 con suelo base drenado al soportar una sobrecarga de 25 kN/m^2 distribuido como muestra la figura 22. En este caso se observa que con el modelo de Hardening muestra una distribución similar a el modelo Mohr-Coulomb, pero con presiones mayores asemejándose bastante a la teoría conservadora de Rankine. Además se nota que también disminuye la presión en el espesor de la losa base.

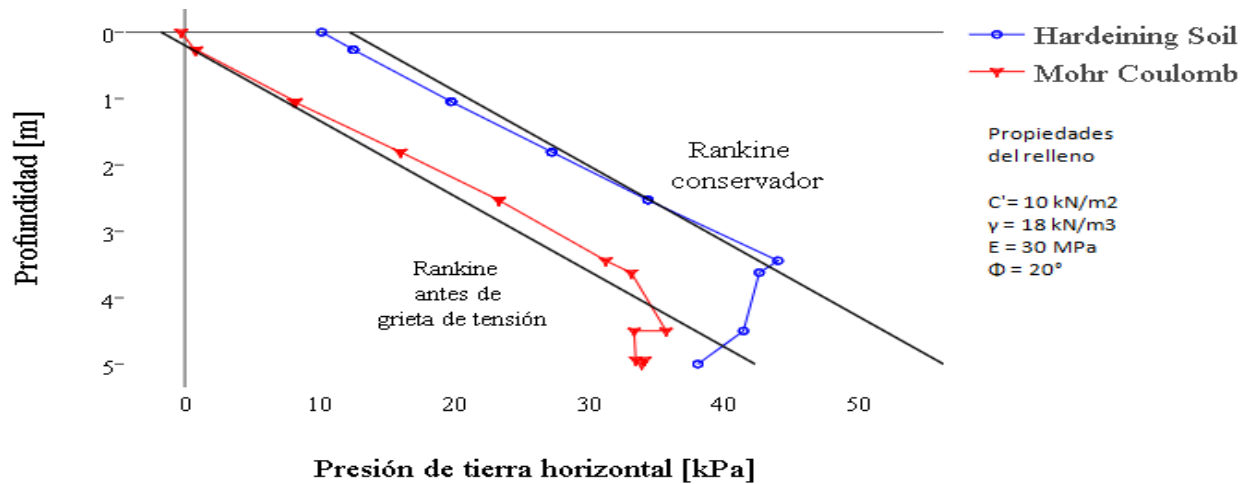


Figura 84. Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo cohesivo con sobrecarga.

Modelos con relleno saturado. La figura 64 muestra la comparación para un ϕ de 20° , c' de 10 kN/m^2 , con suelo base drenado y suelo de relleno saturado. En este caso se observa que con el modelo de Hardening muestra una distribución similar a el modelo Mohr-Coulomb hasta que se aproxima a la base donde la presión disminuye y se vuelve errática, en este caso la presión de Hardening es menor a la Coulomb y menor a la teoría de Rankine.

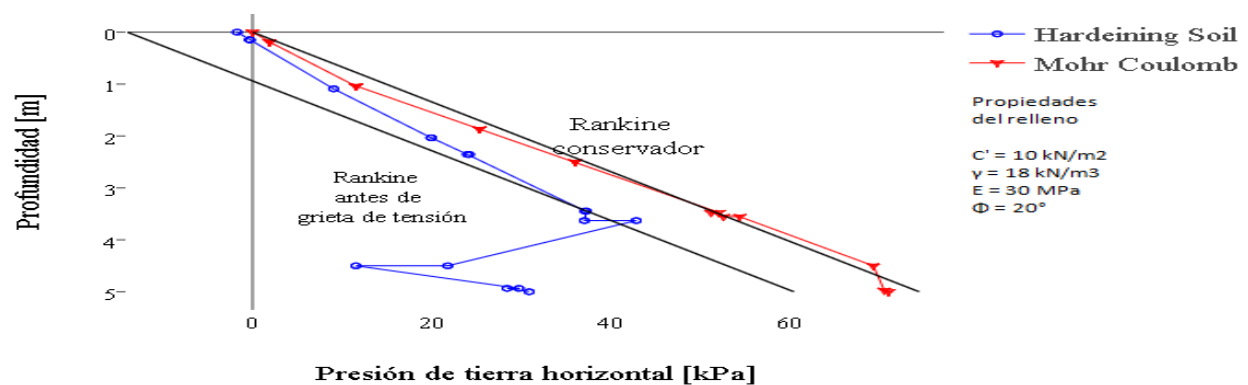


Figura 85. Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo cohesivo con relleno saturado.

Modelo con inclinación de terreno. La figura 64 muestra la comparación para un ϕ de 20° , c' de 10 kN/m^2 , con suelo base drenado al soportar un terreno inclinado de 10° . En este caso se observa como en la figura 59 que con el modelo de Hardening muestra una distribución similar a el modelo Mohr-Coulomb, pero con presiones mayores. Además se nota que también disminuye la presión en el espesor de la losa base.

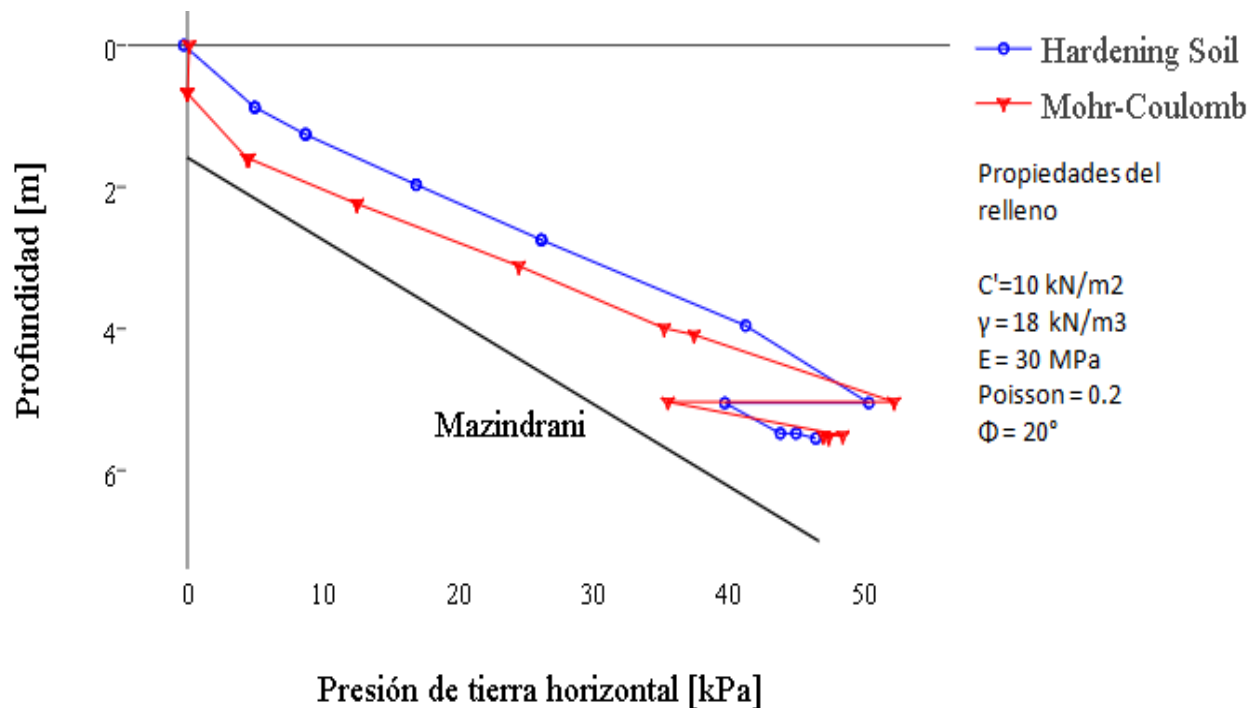


Figura 86. Comparación de modelos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en un suelo granular con relleno inclinado.