

**ANÁLISIS DE LA RELACIÓN ENTRE LAS PRUEBAS SABER PRO Y LOS
CURSOS REALIZADOS POR ESTUDIANTES DE LICENCIATURA EN
MATEMÁTICAS UTILIZANDO CORRELACIÓN CANÓNICA**

DANNY SAMUEL MARTÍNEZ LOBO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA
BUCARAMANGA
2013**

**ANÁLISIS DE LA RELACIÓN ENTRE LAS PRUEBAS SABER PRO Y LOS
CURSOS REALIZADOS POR ESTUDIANTES DE LICENCIATURA EN
MATEMÁTICAS UTILIZANDO CORRELACIÓN CANÓNICA**

DANNY SAMUEL MARTÍNEZ LOBO

**Trabajo de grado para optar al título
de Especialista en Estadística**

DIRECTOR

Prof. GABRIEL YÁÑEZ CANAL

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA
BUCARAMANGA
2013**

*A mi familia, por seguir
brindándome su apoyo en
todo momento.*

*A Nathalia, recuerda,
eres la luz de mi vida.*

AGRADECIMIENTOS

Al profesor Gabriel Yáñez, director de este trabajo de grado, sin su colaboración, apoyo, consejos, correcciones, entusiasmo y paciencia, nada de este trabajo hubiera sido posible.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	14
1. ANTECEDENTES	18
2. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA Y ANÁLISIS DESCRIPTIVO	22
2.1 La prueba Saber Pro	22
2.2 La Muestra	25
2.3 La Licenciatura en Matemáticas	26
2.4 Descripción de las Variables	28
2.5 Análisis descriptivo de las variables tenidas en cuenta para el estudio	30
3. MARCO TEÓRICO	43
3.1 El modelo matemático	43
3.2 Los supuestos del modelo de Correlación Canónica	46
3.2.1 El supuesto de linealidad	46
3.2.2 El supuesto de Normalidad Multivariante	46
4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO	48
4.1 Criterios para decidir qué ecuaciones canónicas se deben Interpretar	50
4.1.1 Significación Estadística	50
4.1.2 La magnitud de la relación canónica	51
4.1.3 El índice de Redundancia	51
4.2 Interpretación de los Resultados	53

4.2.1 Las Ponderaciones Canónicas	53
4.2.2 Las Cargas Canónicas	55
4.2.3 Las Cargas Canónicas Cruzadas	57
4.3 Validación de los resultados	58
5. CONCLUSIONES	60
BIBLIOGRAFÍA	62
ANEXOS	63

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1.</i> Universidades con Estudiantes de Licenciatura en Matemáticas 2009-2011.	23
<i>Tabla 2.</i> Componentes evaluados en la prueba Saber Pro en los años 2009, 2010 y 2011 primer semestre.....	¡Error! Marcador no definido.
<i>Tabla 3.</i> Componentes evaluados a partir del segundo semestre del año 2011.....	¡Error! Marcador no definido.
<i>Tabla 4.</i> Materias Comunes entre los dos planes de estudio	27
<i>Tabla 5.</i> Materias equivalentes entre los planes de estudio 35 y 16	27
<i>Tabla 6.</i> Cursos tenidos en cuenta para el estudio	28
<i>Tabla 7.</i> Componentes evaluados por el ICFES	29
<i>Tabla 8.</i> Valores P para cada una de las variables involucradas en el estudio	31
<i>Tabla 9.</i> Valores P para cada variable transformada	37
<i>Tabla 10.</i> Correlaciones entre las variables dependientes.....	38
<i>Tabla 11.</i> Correlaciones entre las variables independientes	39
<i>Tabla 12.</i> Correlaciones entre las variables independientes, segunda parte	39
<i>Tabla 13.</i> Correlaciones entre las variables dependientes e independientes	42
<i>Tabla 14.</i> Correlaciones entre las variables dependientes e independientes	49
<i>Tabla 15.</i> Pruebas de ajuste de los datos al modelo de ACC.....	50
<i>Tabla 16.</i> Pruebas de significación para las ecuaciones canónicas y el R cuadrado canónico	51
<i>Tabla 17.</i> Cálculo de los índices de redundancia para la primera ecuación canónica .	52
<i>Tabla 18.</i> Ponderaciones Canónicas	54
<i>Tabla 19.</i> Cargas Canónicas.....	55
<i>Tabla 20.</i> Correlaciones entre las variables independientes que tiene mejor ajuste al ACC	56
<i>Tabla 21.</i> Cargas Canónicas Cruzadas.....	57

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Histograma de cálculo II, cálculo I, álgebra lineal y análisis matemático I.....	32
<i>Figura 2.</i> Histogramas de didáctica de la aritmética, didáctica de la probabilidad, taller de lenguaje I y taller de lenguaje II.....	33
<i>Figura 3.</i> Histogramas álgebra moderna I, didáctica del cálculo, ecuaciones diferenciales y cálculo III.....	34
<i>Figura 4.</i> Histogramas de estadística, probabilidad, física I y física II.....	35
<i>Figura 5.</i> Histograma de las notas del curso de Seminario V	36

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A: Listado de materias del plan 35	63
ANEXO B: Listado de materias del plan 16	64

RESUMEN

TÍTULO: ANÁLISIS DE LA RELACIÓN ENTRE LAS PRUEBAS SABER PRO Y LOS CURSOS REALIZADOS POR ESTUDIANTES DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS UTILIZANDO CORRELACIÓN CANÓNICA.*

AUTOR: DANNY SAMUEL MARTÍNEZ LOBO**

PALABRAS CLAVES: PRUEBAS SABER PRO, COMPETENCIAS, CURSOS, ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CANONICA Y ASOCIACIONES.

DESCRIPCIÓN O CONTENIDO:

El objetivo de esta investigación es identificar los cursos tomados por los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas que se relacionan e inciden en los resultados de las competencias evaluadas en las pruebas Saber Pro.

Para responder al objetivo de esta investigación, primero se realizó un análisis descriptivo de los cursos tomados por los estudiantes durante el pre grado y de las competencias evaluadas por las pruebas Saber Pro. Posteriormente se realizó un análisis de la normalidad para cada una de las variables involucradas en el estudio, que llevo a determinar las variables que posiblemente mejor ajustan al modelo. Finalmente, se implementó un análisis de correlación canónica, que dio a conocer los grupos de variables que mejor se relacionan y las asociaciones existentes entre los cursos tomados por los estudiantes durante el pre grado y las competencias evaluadas en las pruebas Saber Pro.

Los resultados de esta investigación, muestran que existen pocas relaciones entre los cursos que toman los estudiantes durante el pre grado y las competencias evaluadas en las pruebas Saber Pro, también ponen en evidencia la necesidad de pensar en otra clase de prueba para los egresados del programa de Licenciatura en Matemáticas que se relacione más con los contenidos impartidos durante el programa.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ciencias. Especialización en Estadística. Dr. Gabriel Yáñez Canal.

ABSTRACT

TITLE: ANALYSIS OF THE RELATION BETWEEN THE SABER PRO TESTS AND THE COURSES TAKEN BY THE STUDENTS OF THE MATHEMATICS DEGREE USING THE CANONICAL CORRELATION TECHNIQUE.*

AUTHOR: DANNY SAMUEL MARTÍNEZ LOBO**

KEYWORDS: SABER PRO TEST, SKILLS, COURSES, CANONICAL CORRELATION ANALYSIS AND ASOCIATIONS.

CONTENTS:

The main objective of this research is to identify the courses taken by the students of the Mathematics Degree that are related and take part in the results of the skills evaluated in the Saber Pro Test.

To achieve this objective, first it took place the descriptive analysis of the courses taken by the students during their undergraduate studies and the descriptive analysis of each of the skills evaluated by the Saber Pro Test. Secondly, a normality test was applied for each of the variables involved in the research, this led me to determine the variables that fit the best to the chosen model. Finally, a canonical correlation analysis was made, as a result, the groups of variables that are more related and the relations between the courses taken by the students of the Mathematics Undergraduate Program and the skills evaluated in the Saber Pro Test were discovered.

The results of this research project show that there are few relations between the courses taken by the students during their undergraduate studies and the skills evaluated in the Saber Pro Test, therefore this research is an evidence of the need for a change in the test that the students of the Mathematics Undergraduate Program take, because it should be more related with the contents of the program.

* Thesis Project.

** Faculty of Sciences. Specialization in Statistics. Dr. Gabriel Yáñez Canal.

INTRODUCCIÓN

El siglo XX es considerado uno de los siglos de mayores cambios para la humanidad. Las nuevas tecnologías, las nuevas fuentes de energía descubiertas, la reducción en los tiempos de conexión entre diferentes puntos del globo, el establecimiento de organismos globales que diseñan las políticas a nivel mundial, la contaminación del planeta y el consecuente calentamiento atmosférico, la internet y las redes sociales, solo por nombrar algunos de los aspectos más destacados en este nuevo siglo que han influenciado la manera como nos comunicamos, convivimos y expresamos en esta nueva sociedad del conocimiento.

La docencia no es ajena a esta problemática, las nuevas tecnologías desarrolladas en el último siglo están influyendo de manera notable en la profesión docente: creación de programas y clases totalmente virtuales, docentes y alumnos que se comunican constantemente a través de las redes sociales desde cualquier lugar del globo, información sobre cualquier tema en internet, creación de programas acorde a las nuevas necesidades de la sociedad y la industria. Todo lo anterior ha desencadenado un cambio en la visión que tenemos de la educación que ha obligado a replantearnos las ideas y paradigmas que teníamos acerca de la manera como debe ser ejercida la profesión docente.

La Escuela de Matemáticas de la Universidad industrial de Santander (UIS) no es ajena a esta problemática, su programa de licenciatura en matemáticas, ofrecido durante aproximadamente 40 años, ha sufrido un gran número de reformas acorde a las necesidades de la sociedad y a los requerimientos del Ministerio de Educación Nacional (MEN). Los profesionales de este nuevo siglo deben ser más competentes y estar preparados para los cambios que se producen en cada momento en la sociedad de conocimiento que caracteriza a este nuevo siglo. Una de las tantas maneras de evaluar las competencias que

deben desarrollar los nuevos profesionales, es el marco propuesto por el MEN por medio del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) que ofrece la prueba Saber Pro.

El objetivo de esta prueba es evaluar las competencias necesarias para un adecuado desempeño laboral. Con esta información el ICFES evalúa, compara y mide la evolución de programas académicos, instituciones de educación superior y, en general, de todo el sector educativo universitario. A partir de esto, el MEN formula políticas y toma decisiones para el sistema educativo.

Existen dos tipos de exámenes propuestos por el ICFES para los egresados de la educación superior: examen de competencias específicas y examen de pruebas genéricas.

El examen de competencias específicas se compone de los exámenes diseñados para cada profesión en particular. Así, por ejemplo, la carrera de economía tiene una prueba diseñada exclusivamente para sus egresados. Los programas que no tienen diseñada una prueba en particular, presentan la prueba genérica, la cual evalúa seis competencias mínimas que todo profesional debe poseer para un adecuado desempeño laboral. Estas son: comunicación escrita, solución de problemas, entendimiento interpersonal, comprensión lectora, comprensión del inglés y pensamiento crítico.

El ICFES no tiene un examen diseñado específicamente para los egresados de la carrera de licenciatura en matemáticas, por lo cual los estudiantes del programa presentan la prueba genérica.

De modo que una manera de mejorar los resultados de los estudiantes en la prueba, es identificar los cursos que toma el estudiante durante el desarrollo del programa académico que tienen una mayor incidencia en los resultados de la prueba Saber Pro, así como aquellos que poco inciden en la preparación del estudiante para un adecuado desempeño en la prueba. Lo anterior permitiría

enfocar esfuerzos en el mejoramiento de los cursos y del programa académico con el fin de que los estudiantes obtengan mejores desempeños en la prueba Saber Pro.

De lo anterior surgió la pregunta que orienta esta investigación: *¿Cuáles son los cursos tomados por los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas que se relacionan e inciden en los resultados de los estudiantes en cada una de las competencias evaluadas en la prueba Saber Pro?*

Debido a que se busca relacionar dos grupos de variables, el método estadístico Análisis de Correlación Canónica es el adecuado para llevar a cabo la investigación. El método de Análisis de Correlación Canónica tiene como objetivo encontrar las mejores relaciones que puedan existir entre dos grupos de variables.

La investigación se organiza en cinco capítulos que se describen brevemente a continuación.

En el primer capítulo como antecedentes, se muestran algunos trabajos e investigaciones relacionadas con la prueba Saber Pro y las notas de los estudiantes durante el pre grado.

En el segundo capítulo se presenta el análisis descriptivo de todas las variables tenidas en cuenta en la investigación: las notas de los estudiantes en cada uno de los cursos tomados durante el programa y los resultados de cada una de las competencias evaluadas en la prueba Saber Pro. Además, se realiza un análisis de las correlaciones entre cada una de las variables para identificar las relaciones más destacables entre los pares de variables.

En el tercer capítulo se presenta brevemente la teoría del modelo de Análisis de Correlación Canónica y los supuestos que debe cumplir el modelo.

En el cuarto capítulo se presentan y analizan los resultados obtenidos de la aplicación del modelo, que dan a conocer las débiles relaciones existentes entre los cursos tomados por lo estudiantes y los puntajes obtenidos en cada una de las competencias evaluadas en la prueba Saber Pro.

En el quinto capítulo se presentan a manera de conclusión, los resultados más importantes de la investigación llevada a cabo.

Finalmente, se presenta la bibliografía consultada para la realización de este trabajo y los anexos.

1. ANTECEDENTES

En la revisión bibliográfica de investigaciones relacionadas con la aplicación del ACC en la pruebas Saber Pro, no se encontraron, a nivel nacional y regional, reportes de investigaciones relacionadas con la temática aquí planteada. Se encontraron cuatro investigaciones relacionadas con la prueba Saber Pro;

- *Factores Asociados al rendimiento de las pruebas Saber Pro 2010 de los estudiantes de Ingeniería Civil* (Mojica y Osma), trabajo de grado de especialización en estadística de la UIS. Se elabora un análisis de los resultados nacionales de la carrera de Ingeniería Civil con variables cualitativas que podían relacionarse con los resultados de la prueba y características de las Universidades. Los investigadores realizaron tablas de contingencia para aplicar pruebas de independencia. Con los resultados de la prueba de independencia se prosiguió a realizar un análisis de correspondencia simple y múltiple con el puntaje y las características que resultaron significativas. Entre las conclusiones se encuentran:
 - La relación entre el sexo masculino y puntajes altos en las pruebas Saber Pro. Se resalta que el 70.9% de los estudiantes de Ingeniería Civil son hombres.
 - La variable estrato socio económico alto también se relaciona con tener resultados destacables en la prueba.
 - Las variables tipo de institución de educación superior (pública o privada) y la situación laboral no inciden en los resultados de la prueba. Es de resaltar que el 51.2% de los estudiantes evaluados en el año 2010 son de instituciones de carácter oficial. En el año 2009 fue del 56.7%.
 - Las universidades con puntajes promedios superiores a la media, se asocian a programas académicos acreditados y se encuentran en las siete principales ciudades de Colombia.

- *El valor de los exámenes de Estado frente al rendimiento académico universitario* (Pereira, Hernández y Gómez). El estudio se realizó en la Universidad de la Sabana a partir de una base de datos que se construyó con estudiantes de carrera de Administración. Se correlacionaron y analizaron los resultados de los estudiantes en las pruebas ICFES, ECAES y un examen de evaluación por competencias (EOC) aplicado a los estudiantes en el quinto semestre que evalúa el desarrollo de las competencias en los estudiantes de Administración. Con los resultados de las correlaciones y los análisis descriptivos se prosiguió a realizar un análisis de regresión lineal múltiple y no lineal, logit y probit. En el primer análisis se tomó como variable dependiente el puntaje total en el ECAES y variables independientes los resultados del examen ICFES, los resultados en la prueba EOC y algunas variables categóricas. Entre las conclusiones se encuentran;
 - Las variables del ICFES biología, geografía, física, historia, química y lenguaje son significativas para predecir el resultado en el ECAES, pero sus valores son muy bajos.
 - El componente de matemáticas en el ICFES no es significativo para la predicción del resultado en el ECAES.
 - Existe una relación negativa entre el estrato del estudiante y el resultado en el ECAES. Estudiantes de estratos altos tienen los resultados más bajos en el ECAES, en cambio, los estudiantes de niveles socio económicos bajos tienen, mejores resultados.
 - No se encontró evidencia significativa entre los resultados de la prueba EOC y el puntaje del ECAES.

- *Aplicación del análisis discriminante para explorar la relación entre el examen ICFES y el rendimiento en álgebra lineal de los estudiantes de ingeniería de la UTP en el período 2001-2003* (Carvajal, Trejos y Mejía).
 Está investigación se llevó a cabo en la Universidad Tecnológica de Pereira con estudiantes que ingresaron a cursar primer semestre en alguna carrera de Ingeniería. Se analizaron los resultados de 529 estudiantes de primer semestre en el curso de álgebra lineal y sus resultados en las pruebas ICFES. El objetivo de la investigación era construir una función discriminante que permitiera calcular la probabilidad de que un estudiante de primer semestre tenga éxito o fracaso académico en la asignatura de álgebra lineal a partir de los resultados obtenidos en las pruebas de estado. Las áreas evaluadas por el ICFES que se tuvieron en cuenta como variables independientes son; matemáticas, física, química, lenguaje, biología, filosofía, historia y geografía y el puntaje total obtenido en la prueba. Las conclusiones del estudio son:
 - Las áreas evaluadas por el ICFES biología, geografía, física, historia, química, lenguaje, matemáticas y filosofía, no son significativas para calcular la probabilidad de éxito de un estudiante en el curso de álgebra lineal.
 - La variable puntaje total en el ICFES es significativa según los criterios propuestos (Lambda de Wilks) pero carece de significancia práctica en el momento de la clasificación.
 - La investigación concluye que los resultados en las áreas evaluadas por el ICFES y el puntaje total no son significativas a la hora de predecir el éxito académico de los estudiantes en el curso de álgebra lineal.
 - Los investigadores proponen, para investigaciones futuras, realizar una generalización del estudio a los otros cursos tomados por los estudiantes en el primer semestre académico de ingenierías, para establecer si el criterio de ingreso utilizado por la UTP (los resultados en las pruebas ICFES) es el adecuado o, por

el contrario, proponer nuevos criterios de ingreso a la universidad que permitan la selección de los estudiantes que tengan mayor probabilidad de éxito académico.

- *Modelos de predicción del rendimiento académico en Matemáticas I en la Universidad Tecnológica de Pereira* (Carvajal, Mosquera y Artamonova). El estudio se realizó con 582 estudiantes que tomaron el curso de Matemáticas I en el primer semestre del 2008. Se realizó un análisis de regresión logística múltiple donde el objetivo era encontrar la probabilidad de aprobación de la materia. Las variables que se tuvieron en cuenta como predictores, se obtuvieron a partir de los resultados en las áreas evaluadas por el ICFES y una prueba que se realiza semestralmente a los estudiantes de la universidad. Las variables independientes tenidas en cuenta son; género, edad, tipo de colegio, estrato, puntaje total del ICFES, lectura literal, lectura inferencial, lectura crítica, pensamiento lógico abstracto, pensamiento lógico verbal, pensamiento lógico, programa académico, riesgo de cobertura en salud, riesgo en salud física, riesgo nutricional, riesgo alteración mental, riesgo sustancias psicoactivas, riesgo uso de tiempo libre y riesgo otras responsabilidades. Teniendo en cuenta el criterio del Estadístico de Wald, las variables que resultaron significativas fueron: puntaje total del ICFES, nivel de lectura literal, nivel de pensamiento lógico abstracto y programa académico. Entre las conclusiones se encuentra;
 - Los estudiantes con bajos rendimientos en Matemáticas I son aquellos con puntaje total en el ICFES menor a 47,23 y que pertenecen a los programas ingeniería eléctrica, ingeniería industrial e ingeniería electrónica.
 - Igualmente los estudiantes con puntaje total en el ICFES entre 47,23 y 55,30 y niveles deficientes o insuficientes en lectura literal, se caracterizan por un bajo rendimiento en Matemáticas I.
 - Estudiantes con puntaje total en el ICFES igual o mayor a 62 tienen más de 51.1% de probabilidad de éxito en la asignatura.

2. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA Y ANÁLISIS DESCRIPTIVO

En la primera parte de este capítulo se presenta la prueba Saber Pro, sus objetivos y sus dimensiones. En la segunda parte, se hace una descripción de los cursos que se realizan en el programa de Licenciatura en Matemáticas. Por último, la descripción de las variables utilizadas para el estudio.

2.1 La prueba Saber Pro

Los resultados de la prueba Saber Pro se encuentran disponibles en las bases de datos del ICFES. El acceso al sistema es posible si previamente se hace una solicitud de inscripción como docente o estudiante investigador al ICFES. El Instituto, evalúa la solicitud y envía la clave de acceso al correo en caso de ser aprobada.

EL link de acceso es <http://www.ICFES.gov.co/investigacion/acceso-a-base-de-datos>. Aquí se encuentra toda la información acerca de la prueba Saber Pro, historia, objetivos, componentes evaluados, resultados históricos, cambios por años y otra gran cantidad de información.

Cada base de datos tiene los resultados divididos en cuatro archivos; pruebas específicas primer semestre, pruebas genéricas primer semestre, pruebas específicas segundo semestre y pruebas genéricas segundo semestre. Los datos que se tendrán en cuenta son los resultados de los estudiantes de la carrera de Licenciatura en Matemáticas de la UIS en los años 2009, 2010 y 2011.

La Tabla 1 muestra las universidades colombianas con carrera de licenciatura en matemáticas y el número de estudiantes que presentaron la prueba Saber Pro en los años 2009, 2010 y 2011 primer semestre.

Tabla 1. Universidades con Estudiantes de Licenciatura en Matemáticas 2009-2011

Universidades	2009	2010	2011
Pontificia Universidad Javeriana	1	0	0
Universidad Antonio Nariño	6	2	13
Universidad Católica del Oriente	3	8	8
Universidad de Cundinamarca-Udec	22	29	17
Universidad de Nariño	17	24	4
Universidad del Cauca	13	6	13
Universidad Industrial de Santander	74	20	7
Universidad Pedagógica Nacional	79	58	56
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia	0	27	42
Universidad SurColombia	0	28	36
Universidad del Tolima	0	32	32
Universidad del Quindío	0	24	16
Universidad Francisco de Paula Santander	0	141	112
Universidad Católica de Manizales	0	44	37
Total	215	443	393

La Tabla 2 muestra los componentes evaluados por el ICFES en la prueba Saber Pro en los años 2009, 2010 y 2011, primer semestre.

Tabla 2. Componentes evaluados en la prueba Saber Pro en los años 2009, 2010 y 2011 primer semestre.

Pensamiento Crítico
Entendimiento Interpersonal
Solución de Problemas
Comprensión lectora
Comprensión Inglés
Comunicación Escrita

Pensamiento Crítico evalúa las habilidades del estudiante para analizar y evaluar textos, oraciones y enunciados. La capacidad para poder detectar significados y relaciones entre enunciados, la correcta identificación y análisis de razonamientos y la evaluación de la credibilidad de los argumentos propuestos en los textos y la validez de los mismos

Entendimiento Interpersonal evalúa la capacidad del estudiante en el análisis y la toma de resultados en situaciones laborales y otras situaciones de la vida cotidiana. La correcta comprensión de situaciones sociales, identificación y comprensión de sentimientos, motivaciones y comportamientos de las personas que le rodean. Reconoce situaciones de trabajo en equipo y reconoce el momento justo de proponer y reaccionar a problemas que se puedan presentar en situaciones laborales.

Solución de Problemas evalúa la capacidad para interpretar, analizar y utilizar la información aportada por un problema no especificado, para proponer una estrategia de solución y encontrar la respectiva solución. En la solución de problemas se evalúan las capacidades numéricas del estudiante. En este componente se ponen a prueba las habilidades matemáticas de los estudiantes.

Comprensión Lectora evalúa la capacidad de leer comprensivamente diferentes tipos de textos. El análisis de los párrafos, la interpretación de la información que se encuentra de manera explícita e implícita en un texto y su correcto análisis de la estructura total del texto.

Inglés evalúa la capacidad para comunicarse en dicho idioma, según el marco común europeo.

Comunicación Escrita evalúa la competencia del estudiante para comunicar ideas por medio de un escrito con base en un texto suministrado. Se evalúa la comprensión y análisis del texto, la organización, el correcto uso del

vocabulario, correcta estructura y coherencia del texto. La competencia comunicación escrita no es tenida en cuenta en el estudio debido a que el ICFES no reportó puntaje a 57 estudiantes de los 101 de la muestra.

Las competencias Solución de Problemas, Pensamiento Crítico y Entendimiento Interpersonal, son evaluadas con 83 preguntas de selección múltiple. Las competencias Comprensión Lectora e Inglés constan de 15 y 40 preguntas, respectivamente.

2.2 La Muestra

La muestra está constituida por los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas de la UIS que presentaron la prueba en los años 2009, 2010 y 2011, ya que solo a partir del año 2009 la prueba es requisito obligatorio de grado, para todos los estudiantes universitarios. En los años anteriores solo presentaron la prueba algunos estudiantes de manera voluntaria. Los resultados de los estudiantes que presentaron la prueba después del primer semestre del 2011 no serán tenidos en cuenta debido a que la prueba Saber Pro fue objeto de modificaciones, el número de componentes evaluados se redujo a cuatro, los cuales se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Componentes evaluados a partir del segundo semestre del año 2011

Lectura Crítica
Comunicación Escrita
Razonamiento Cuantitativo
Módulo Inglés

La investigación se llevó a cabo con los 101 estudiantes de la UIS que presentaron la prueba antes del cambio en la misma en el segundo semestre del 2011.

De los 101 estudiantes, los resultados de 6 no fueron tenidos en cuenta para el estudio, cinco presentaron la prueba sin haber culminado todas las asignaturas del programa de licenciatura y un estudiante no presentaba puntajes en uno de las componentes de la prueba Saber Pro. Por lo tanto, la muestra para el estudio contó con los resultados de 95 estudiantes, de los cuales 47 son mujeres y 48 son hombres, 73 presentaron la prueba en el año 2009, 19 en el año 2010 y 3 en el 2011.

2.3 La Licenciatura en Matemáticas

El Programa de Licenciatura en Matemáticas a través de los años ha sido objeto de cambios en su plan de estudios en varios momentos de su historia. Uno de esos cambios se dio en el primer semestre del 2008 donde se hizo una reestructuración al programa y se hicieron cambios de asignaturas y de contenidos en algunas de ellas. El plan de estudios del Programa antiguamente era el Plan 35, con la re estructuración, el nuevo plan ofrecido, hoy día, a los nuevos estudiantes es el Plan 16. En el apéndice se observan los planes de estudios 35 y 16, respectivamente.

De la muestra de 95 estudiantes, gran parte (85%) cursó sus estudios con el plan 35, los restantes lo realizaron con el plan 16. Para no tener que dividir la muestra se procedió de la siguiente manera: se tomaron en cuenta solo las materias comunes entre los dos planes de estudio y se convalidaron las materias que la dirección de la Escuela de Matemáticas homologa como iguales entre los planes de estudio.

En la Tabla 4 se observan los cursos que son iguales entre los planes de estudio.

Tabla 4. Materias Comunes entre los dos planes de estudio

Álgebra lineal	Álgebra Moderna I	Geometría Euclidiana
Cálculo I	Cálculo II	Cálculo III
Didáctica de la Aritmética	Didáctica de la Geometría	Didáctica del Cálculo
Taller de lenguaje I	Taller de Lenguaje II	Análisis Matemático I
Física I	Física II	Inglés II

El curso de inglés I no fue tenido en cuenta para el estudio debido a que hasta el año 2005 se evaluaba cualitativamente, a partir del año 2006 se comenzó a evaluar de manera numérica. Por tanto, no existe registro para aquellos estudiantes (26) que tomaron el curso antes del año 2006.

La Tabla 5 muestra las materias que tuvieron un cambio entre planes, pero que se consideran equivalentes.

Tabla 5. Materias equivalentes entre los planes de estudio 35 y 16

Plan 35	Plan 16
Modelos y modelamiento	Ecuaciones Diferenciales
Estadística	Estadística I
Probabilidad	Estadística II
Didáctica de la Probabilidad	Didáctica de la Estadística
Seminario V	Epistemología e Historia
Seminario VI	Seminario Práctica pedagógica

En la Tabla 5 se observan los cursos que básicamente tienen una modificación en el nombre del curso, no así en los contenidos impartidos.

Inglés II es la única materia para la enseñanza de dicha lengua que se tiene un valor numérico. Al existir una relación tan directa y tan obvia entre esta asignatura y la componente de inglés evaluada en la prueba Saber Pro, se decidió realizar el estudio sin la competencia inglés y sin el curso inglés II.

2.4 Descripción de las Variables

La Tabla 6 muestra la totalidad de cursos tenidos en cuenta para el estudio.

Tabla 6. Cursos tenidos en cuenta para el estudio

Álgebra lineal	Álgebra Moderna I	Geometría Euclidiana
Cálculo I	Cálculo II	Cálculo III
Ecuaciones Diferenciales	Seminario V	Seminario VI
Didáctica de la Aritmética	Didáctica de la Geometría	Didáctica del Cálculo
Didáctica de la Probabilidad	Física I	Física II
Taller de lenguaje I	Taller de lenguaje II	Análisis I
Estadística	Probabilidad	

Los cursos que se observan en la Tabla 6 son medidos en escala continua de 0 a 5.

La Tabla 7 muestra las componentes del ICFES tenidas en cuenta para el estudio.

Tabla 7. Componentes evaluados por el ICFES

	Símbolo
Pensamiento Crítico	PC
Entendimiento Interpersonal	EI
Solución de problemas	SP
Comprensión lectora	CL

El Gobierno Nacional en la búsqueda del continuo mejoramiento de la calidad del servicio educativo universitario, por medio del MEN y el ICFES, propone la prueba Saber Pro para medir la evolución de los programas ofrecidos por las universidades, comparar los programas entre instituciones y formular políticas para el desarrollo del sector. Como el gobierno formula políticas y compara los programas a partir de los resultados obtenidos por los estudiantes es de gran interés, por parte de las directivas de las universidades un adecuado desempeño de sus estudiantes en la prueba. La Escuela de Matemáticas de la UIS no es ajena a esta problemática, su programa insignia Licenciatura en Matemáticas, ofrecido por casi 40 años, es evaluado en el marco de la prueba Saber Pro. Una propuesta para el mejoramiento de los resultados de los estudiantes en la prueba es diagnosticar cuáles cursos brindados por el programa inciden en los resultados de los estudiantes en la prueba. En concordancia con este objetivo se propone en este trabajo realizar un análisis de correlación canónica (ACC), con el propósito de identificar los cursos que tienen mayor incidencia en los resultados de la prueba Saber Pro.

Así, identificados aquellos cursos que más inciden en los resultados de la prueba y aquellos que no aportan a la prueba, las directivas del programa pueden proponer metodologías, programas de mejoramiento o re-estructuración de los cursos, para mejorar los resultados de los estudiantes de la carrera y con ello, el posicionamiento de la imagen y calidad del programa.

2.5 Análisis Descriptivo de las Variables tenidas en cuenta para el estudio.

El análisis de las variables de este estudio procederá de la siguiente manera: estadísticos básicos, análisis del supuesto de normalidad y análisis de las correlaciones entre las variables para destacar aquellas que tengan mejor asociación. Los cálculos se realizaron con la ayuda del paquete estadístico R.

Como el Análisis de correlación canónica (ACC) es una técnica de análisis multivariante, la comprobación del supuesto de normalidad multivariante es fundamental para posibles inferencias con los resultados obtenidos. La comprobación de este supuesto no es fácil, razón por la cual una manera sencilla es comprobar la normalidad en cada variable. El test Shapiro-Wilk comprueba si los datos se ajustan a la distribución requerida. Es de resaltar que existen otras pruebas, para el contraste de la normalidad, pero Shapiro-Wilk es la prueba con mayor potencia estadística (Razali y Wah, 2011).

La Tabla 8 muestra los resultados del test de Shapiro-Wilk para las variables consideradas. La hipótesis nula es: “los datos provienen de una población que sigue una distribución normal”. Al frente se reseñan aquellas que no se ajustan a una distribución normal.

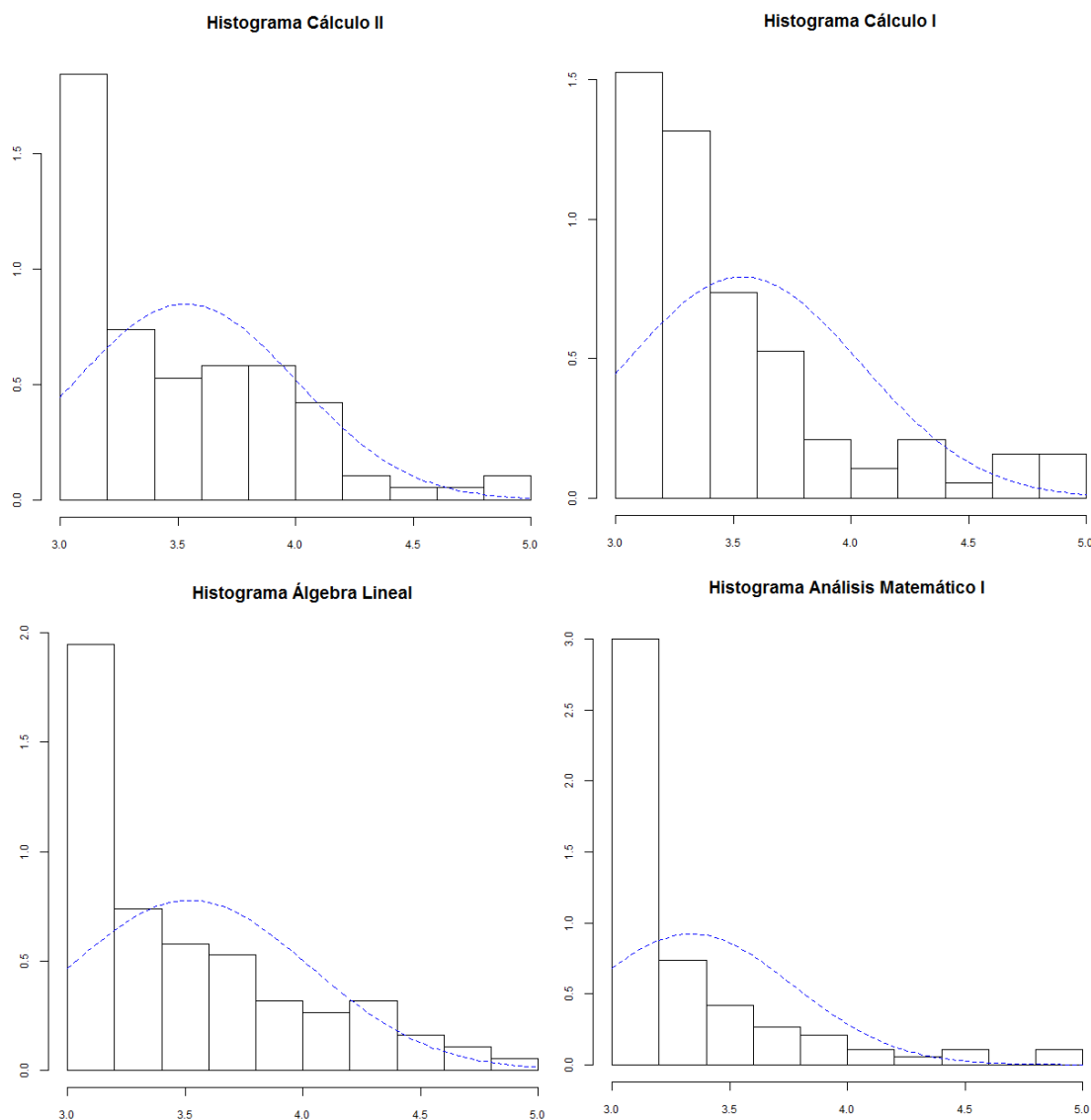
Tabla 8. Valores P para cada una de las variables involucradas en el estudio

Ho: Los datos provienen de una muestra que se ajusta a una distribución normal.		
Las variables	P-valor	Normalidad
Taller de lenguaje I	0.001217	No normal
Taller de lenguaje II	0.01418	No normal
Geometría Euclidiana	0.02501	No normal
Cálculo I	0.000003	No normal
Didáctica de la geometría	0.1494	
Cálculo II	0.000000063	No normal
Álgebra lineal	0.00000003	No normal
Física I	0.0000014	No normal
Cálculo III	0.000006	No normal
Álgebra moderna I	0.000009	No normal
Didáctica de la aritmética	0.006384	No normal
Física II	0.000004	No normal
Ecuaciones Diferenciales	0.000002	No normal
Estadística	0.000008	No normal
Didáctica del cálculo	0.001214	No normal
Análisis matemático I	0.0000003	No normal
Probabilidad	0.0000002	No normal
Seminario VI	0.0000002	No normal
Seminario V	0.001071	No normal
Didáctica de la probabilidad	0.000878	No normal
Comprensión Lectora	0.0000008	No normal
Solución de problemas	0.00438	No normal
Pensamiento Crítico	0.2028	
Entendimiento Interpersonal	0.1854	

En la Tabla 8 se observa las variables (en rojo) que no cumplen el supuesto de normalidad. Para corregir este problema se puede recurrir a la transformación de las variables. Existen varias propuestas acerca de la transformación adecuada de los datos, está se elige según la simetría de los datos en el histograma. (Hair, Anderson, Tatham y Black, 2007).

La Figura 1 muestra algunos histogramas; cálculo I, cálculo II, álgebra lineal y análisis matemático I.

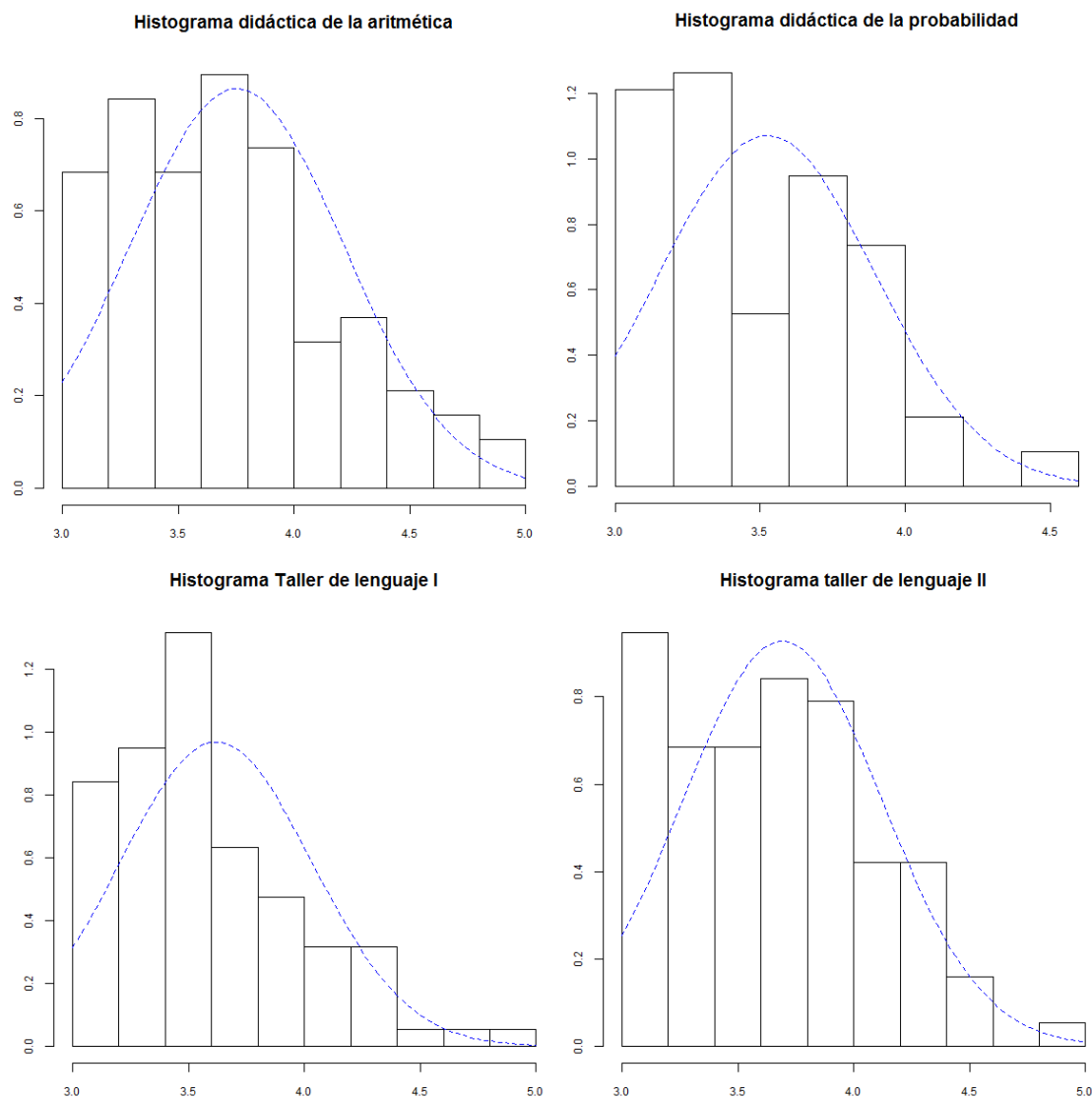
Figura 1. Histograma de cálculo II, cálculo I, álgebra lineal y análisis matemático I



En la Figura 1 se observa que la distribución de los datos es asimétrica a la derecha.

La Figura 2 muestra los cursos de didáctica de la aritmética, didáctica de la probabilidad, taller de lenguaje I y taller de lenguaje II.

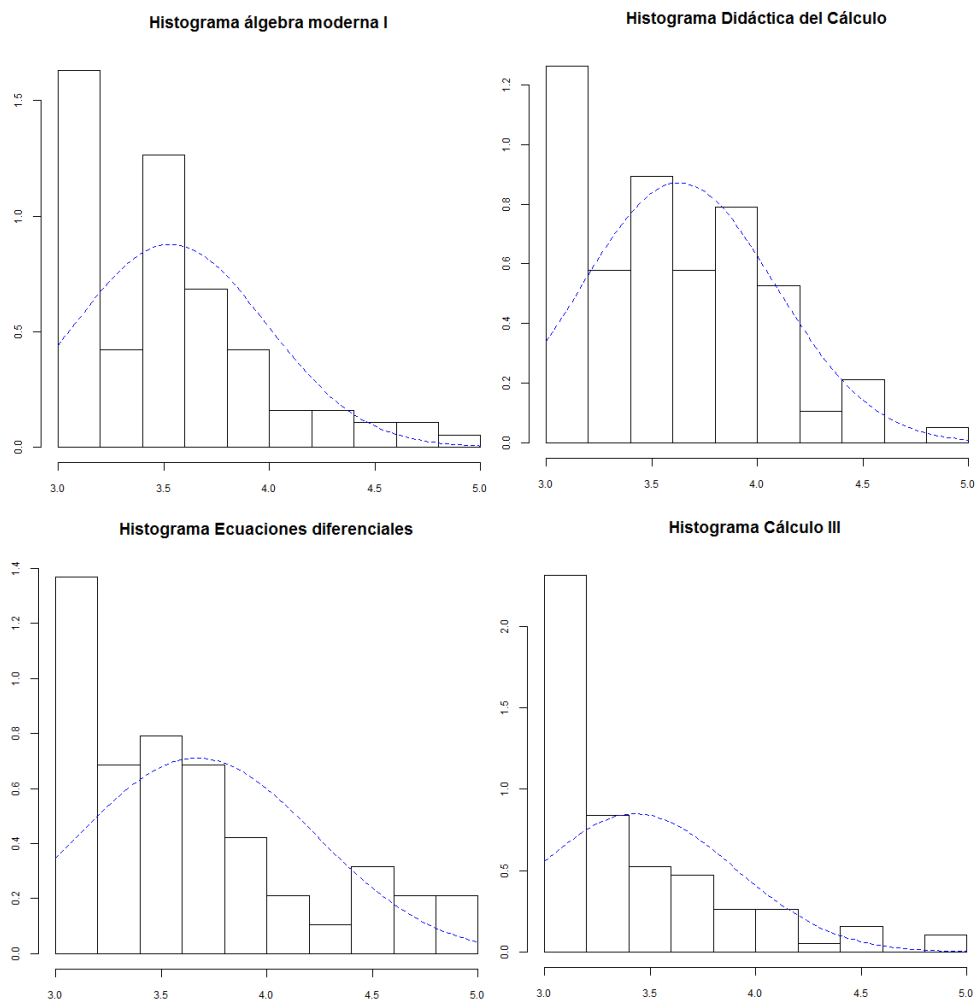
Figura 2. Histogramas de didáctica de la aritmética, didáctica de la probabilidad, taller de lenguaje I y taller de lenguaje II.



En la figura 2 se observan que los histogramas presentan una asimetría a la derecha.

La Figura 3 muestra los cursos de álgebra moderna I, didáctica del cálculo, ecuaciones diferenciales y cálculo III.

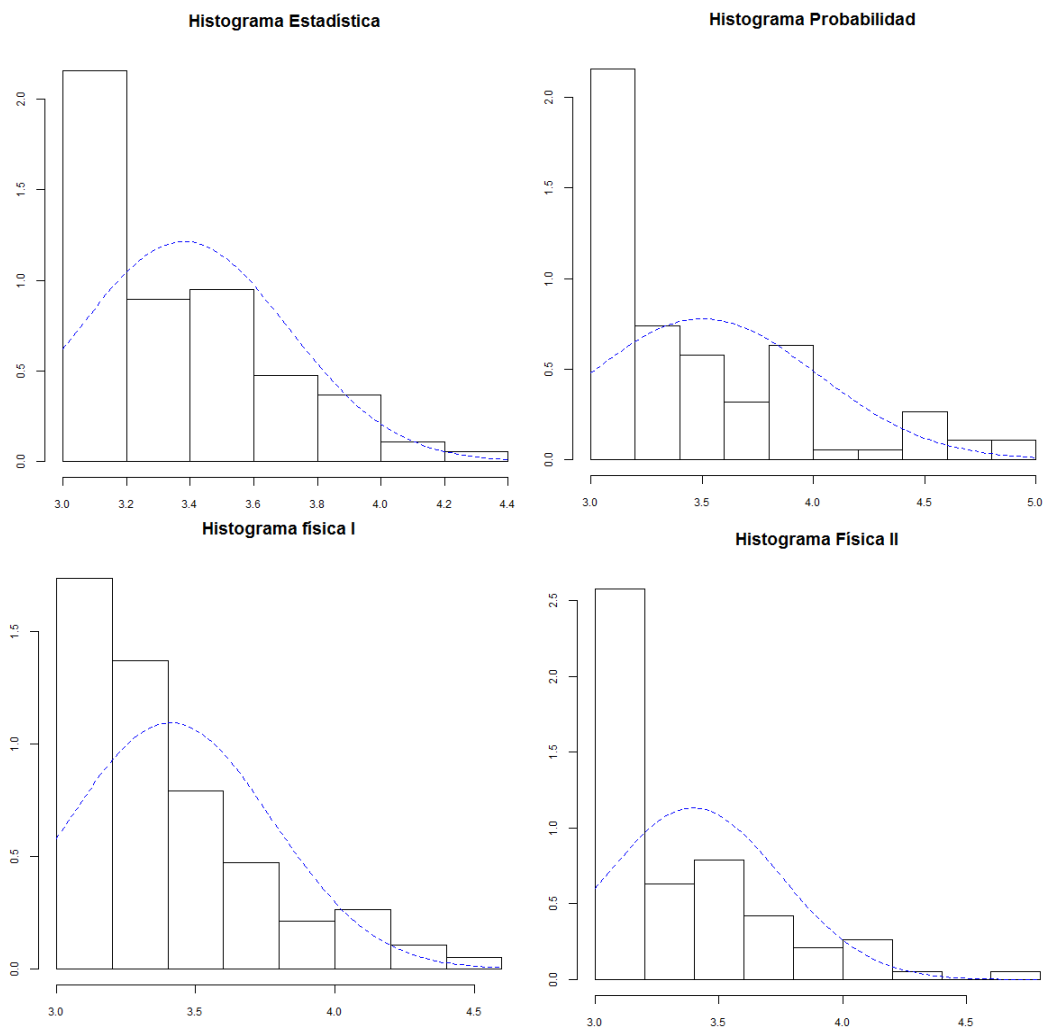
Figura 3. Histogramas álgebra moderna I, didáctica del cálculo, ecuaciones diferenciales y cálculo III.



En la figura 3 se observa asimetría a la derecha en todos los histogramas.

La figura 4 muestra los histogramas de física I, física II, estadística y probabilidad.

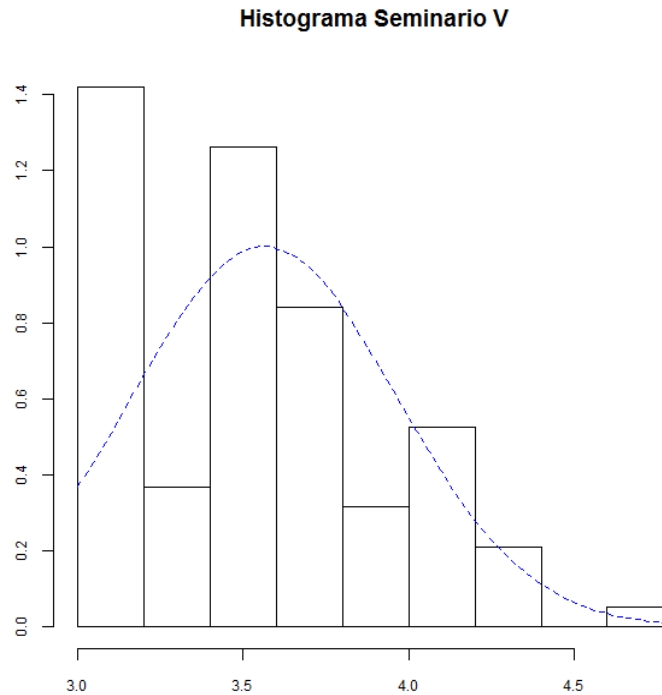
Figura 4. Histogramas de estadística, probabilidad, física I y física II.



En la figura 4 se observa una asimetría a la derecha de la distribución de cada una de las variables.

La Figura 5 muestra el histograma de las notas del curso de Seminario V.

Figura 5. Histograma de las notas del curso de Seminario V



Se observa en la Figura 5 una asimetría a la derecha en el histograma.

Esta característica de distribución de los datos a la derecha, es de esperarse debido a la dificultad de los cursos impartidos durante el programa académico, por lo cual la gran parte de las notas aprobatorias de los alumnos son bajas y predomina la nota 3.0 que es el mínimo exigido.

En todas las variables mostradas anteriormente la asimetría es a la derecha, por lo cual la transformación más adecuada en estos casos es el Logaritmo. (Hair, Anderson, Tatham y Black, 2007)

La Tabla 9 muestra los p valores para la prueba de normalidad Shapiro-Wilk aplicada al logaritmo de cada una de las variables del estudio.

Tabla 9. Valores P para cada variable transformada

Ho: Los datos provienen de una muestra que se ajusta a una distribución normal.		
Logaritmo de Las variables	P-valor	Normalidad
Log Taller de lenguaje I	0.01594	No normal
Log Taller de lenguaje II	0.05982	
Log Geometría Euclidiana	0.02049	No normal
Log Cálculo I	0.000001	No normal
Log Cálculo II	0.00006	No normal
Log Álgebra lineal	0.0000002	No normal
Log Física I	0.00001	No normal
Log Cálculo III	0.0000001	No normal
Log Álgebra moderna I	0.00008	No normal
Log Didáctica de la aritmética	0.09281	
Log Física II	0.0000005	No normal
Log Ecuaciones Diferenciales	0.00005	No normal
Log Estadística	0.00004	No normal
Log Didáctica del cálculo	0.003284	No normal
Log Análisis matemático I	0.0000005	No normal
Log Probabilidad	0.0000004	No normal
Log Seminario VI	0.00000008	No normal
Log Seminario V	0.002511	No normal
Log Didáctica de la probabilidad	0.002766	No normal
Log Comprensión Lectora	0.0005	No normal
Log Solución de problemas	0.0557	

En la Tabla 9 se observa que las variables; log (taller de lenguaje II), log (didáctica de la aritmética) y log (solución de problemas) se ajustan a la distribución normal. Aunque las otras variables fueron transformadas, no fue suficiente para que logaran ajustarse a la distribución normal. Es de resaltar que el ACC permite trabajar con variables que no cumplen el supuesto de normalidad.

Ahora se procederá al análisis de las correlaciones entre las variables dependientes, seguidamente se analizarán las correlaciones entre las variables independientes y finalmente las correlaciones entre las variables dependientes y las independientes.

Es importante recordar que un coeficiente de correlación se considera bueno si es mayor a 0.60, si el coeficiente de correlación se encuentra entre 0.40 y 0.60

se considera regular y por último si el valor del coeficiente de correlación es menor a 0.40 se considera que no existe relación entre las dos variables. El coeficiente de correlación al cuadrado, indica la proporción de varianza compartida por las dos variables.

La Tabla 10 muestra las correlaciones entre las variables dependientes.

Tabla 10. Correlaciones entre las variables dependientes

	Comprensión Lectora	Solución de Problemas	Pensamiento Crítico	Entendimiento Interpersonal
Comprensión Lectora	1	0.3020	0.3773	0.2758
Solución de Problemas	0.3020	1	0.5969	0.2934
Pensamiento Crítico	0.3773	0.5969	1	0.4356
Entendimiento Interpersonal	0.2758	0.2934	0.4356	1

En la Tabla 10 se observa que la correlación más alta es de 0.59 entre las variables Pensamiento Crítico y Solución de Problemas. Este valor se puede considerar bueno. Luego el coeficiente de determinación es de $0.59^2 = 0.3481$, por lo cual las variables solución de problemas y pensamiento crítico comparten solamente el 34.81% de la varianza.

La correlación entre Pensamiento Crítico y Entendimiento Interpersonal es de 0.43 que se puede considerar regular. El coeficiente de determinación es de $0.43^2 = 0.1849$, por tanto las variables Entendimiento Interpersonal y Pensamiento Crítico comparten solamente el 18.49% de la varianza.

La correlación entre Pensamiento Crítico y Comprensión Lectora es de 0.38 que se considera baja. El coeficiente de determinación es de $0.38^2 = 0.1444$, por lo cual las variables Pensamiento Crítico y Comprensión Lectora comparten solamente el 14.44% de la varianza.

Por último, se destaca que no existen correlaciones que se pueden considerar importantes entre las demás variables, por ejemplo comprensión lectora no tiene correlación importante con las demás variables, la más alta la tiene con pensamiento crítico; 0.38.

Las Tablas 11 y 12 muestran las correlaciones entre las variables independientes

Tabla 11. Correlaciones entre las variables independientes

	taller.de.lenguaje.I	taller.de.lenguaje.II	geometría.euclidiana	cálculo.I	didáctica.de.la.geometría	cálculo.II	álgebra.lineal	física.I	cálculo.III	álgebra.moderna.I
taller.de.lenguaje.I	1	0.49982326	0.3493836	0.40960230	0.27707489	0.18712679	0.251154151	0.34508411	0.32121592	0.20760842
taller.de.lenguaje.II	0.49982326	1	0.2835358	0.38422149	0.28483731	0.36535431	0.247252268	0.24738452	0.44858361	0.22388812
geometría.euclidiana	0.34938356	0.28353575	1	0.51364084	0.21286552	0.26094916	0.400143528	0.27993255	0.36679172	0.32308206
cálculo.I	0.40960230	0.38422149	0.5136408	1	0.29509842	0.33401628	0.587600057	0.46703007	0.61836652	0.37278694
didáctica.de.la.geometría	0.27707489	0.28483731	0.2128655	0.29509842	1	0.15126550	0.331496784	0.32849323	0.17358512	0.11640322
cálculo.II	0.18712679	0.36535431	0.2609492	0.33401628	0.15126550	1	0.278164998	0.36820173	0.25669580	0.24918350
álgebra.lineal	0.25115415	0.24725227	0.4001435	0.58760006	0.33149678	0.27816500	1	0.466756692	0.47948011	0.43247423
física.I	0.34508411	0.24738452	0.2799325	0.46703007	0.32849323	0.36820173	0.466756692	1	0.37663951	0.24852355
cálculo.III	0.32121592	0.44858361	0.3667917	0.61836652	0.17358512	0.25669580	0.479480110	0.37663951	1	0.29450214
álgebra.moderna.I	0.20760842	0.22388812	0.3230821	0.37278694	0.11640322	0.24918350	0.432474228	0.24852355	0.29450214	1
didáctica.de.la.aritmética	0.40557174	0.39005315	0.4649602	0.54966101	0.32588565	0.26470981	0.505075461	0.43699685	0.56906855	0.39826050
física.II	0.17821190	0.24824422	0.2328444	0.41486516	0.14896382	0.49603064	0.440891009	0.52046090	0.30496495	0.24397617
ecuaciones.diferenciales	0.45947692	0.42500089	0.4984071	0.53467593	0.24771876	0.36710556	0.558431046	0.37848956	0.56661071	0.35810188
estadística	0.31900641	0.42643498	0.4521316	0.48289523	0.23390397	0.30008557	0.439397679	0.24686702	0.43154473	0.17886855
didáctica.del.cálculo	0.29598774	0.19228405	0.2990621	0.50646798	0.22312427	0.13974075	0.489696839	0.46684621	0.43963929	0.28565831
análisis.matemático.I	0.32729162	0.34695511	0.3349617	0.54729893	0.34119536	0.31061226	0.450266585	0.48611938	0.49721478	0.26305040
probabilidad	0.37207981	0.34900091	0.4248423	0.56232102	0.23230122	0.20396707	0.546274559	0.39375230	0.63220974	0.22641256
seminario.VI	0.18635448	0.18094859	0.1272545	0.13936138	0.08057207	0.09771638	0.143194855	0.04122783	0.16028710	0.04330390
seminario.V	0.32122399	0.31225476	0.1975322	0.44380080	0.30406861	0.23958967	0.358064928	0.44774386	0.42037353	0.23920416
didáctica.de.la.probabilidad	0.40282973	0.16896933	0.3022443	0.38349717	0.22163429	0.13362415	0.371688264	0.49932676	0.28577443	0.10716624

Tabla 12. Correlaciones entre las variables independientes, segunda parte

	didáctica.de.la.aritmética	física.II	ecuaciones.diferenciales	estadística	didáctica.del.cálculo	análisis.matemático.I	probabilidad	seminario.VI	seminario.V	didáctica.de.la.probabilidad
taller.de.lenguaje.I	0.4055717	0.17821190	0.459476921	0.31900641	0.2959877	0.32729162	0.372079805	0.186354484	0.32122399	0.40282973
taller.de.lenguaje.II	0.3900531	0.24824422	0.42500089	0.42643498	0.1922841	0.34695511	0.349000908	0.180948586	0.31225476	0.16896933
geometría.euclidiana	0.4649602	0.23284436	0.498407108	0.45213157	0.2990621	0.33496167	0.424842325	0.127254463	0.19753223	0.30224425
cálculo.I	0.5496610	0.41486516	0.534675928	0.48289523	0.5064680	0.54729893	0.562321020	0.139361385	0.44380080	0.38349717
didáctica.de.la.geometría	0.3258856	0.14896382	0.247718760	0.23390397	0.2231243	0.34119536	0.232301216	0.080572072	0.30406861	0.22163429
cálculo.II	0.2647098	0.49603064	0.367105559	0.30008557	0.1397408	0.31061226	0.203967069	0.097716378	0.23958967	0.13362415
álgebra.lineal	0.5050755	0.44089101	0.558431046	0.43939768	0.4896968	0.45026659	0.546274559	0.143194855	0.35806493	0.37168826
física.I	0.4369968	0.52046090	0.378489561	0.24686702	0.4668462	0.48611938	0.393752296	0.041227831	0.44774386	0.49932676
cálculo.III	0.5690685	0.30496495	0.566610707	0.43154473	0.4396393	0.49721478	0.632209740	0.160287098	0.42037353	0.28577443
álgebra.moderna.I	0.3982605	0.24397617	0.358101883	0.17886855	0.2856583	0.26305040	0.226412563	0.043303899	0.23920416	0.10716624
didáctica.de.la.aritmética	1	0.31677478	0.484166999	0.47645744	0.4259380	0.47321582	0.523627035	0.181322067	0.47735074	0.47751035
física.II	0.3167748	1	0.329262125	0.29816739	0.2743234	0.40175454	0.271343550	-0.096540104	0.38470878	0.33440080
ecuaciones.diferenciales	0.4841670	0.32926213	1	0.38632935	0.4318510	0.48305299	0.604464985	0.282020442	0.39411111	0.39809624
estadística	0.4764574	0.29816739	0.386329351	1	0.2957962	0.33564562	0.439876514	-0.014175186	0.34404622	0.37742050
didáctica.del.cálculo	0.4259380	0.27432337	0.43185098	0.29579617	1	0.40514252	0.392794850	0.216756994	0.41783558	0.40942509
análisis.matemático.I	0.4732158	0.40175454	0.483052990	0.33564562	0.4051425	1	0.440799830	0.121329276	0.43319747	0.38850865
probabilidad	0.5236270	0.27134355	0.604464985	0.43987651	0.3927949	0.44079983	1	0.087466063	0.29439918	0.46089097
seminario.VI	0.1813221	-0.09654010	0.282020442	-0.01417519	0.2167570	0.12132928	0.087466063	1	0.05400752	0.07238499
seminario.V	0.4773507	0.38470878	0.394111110	0.34404622	0.4178356	0.43319747	0.294399177	0.054007521	1	0.49069258
didáctica.de.la.probabilidad	0.4775104	0.33440080	0.398096239	0.37742050	0.4094251	0.38850865	0.460890972	0.072384989	0.49069258	1

La correlación más alta que presenta el curso de Taller de Lenguaje I se da con el curso de Taller de Lenguaje II (0.49), esta correlación se considera moderada. El coeficiente de determinación es $0.49^2 = 0.24$, por lo cual las dos variables comparten el 24% de la varianza.

El valor de 0.51 es la correlación más alta que presenta el curso de Geometría Euclidiana con el resto de materias del grupo de variables independientes y la presenta con el curso de Cálculo I. El coeficiente de determinación es de $0.51^2 = 0.26$, por lo cual Geometría Euclidiana comparte el 0.26 de la varianza con el curso de Cálculo I.

La correlación de 0.58 es la más destacable que presenta Cálculo I, esta correlación la presenta con Álgebra Lineal. El coeficiente de determinación es de $0.58^2 = 0.33$, por lo cual Cálculo I comparte el 0.33 de la varianza con el curso de Álgebra Lineal.

La correlación de 0.49 es la mayor correlación que presenta el curso de Cálculo II y se da con el curso de Física II. El coeficiente de determinación es de $0.49^2 = 0.24$, por lo cual Cálculo II comparte el 0.24 de la varianza con Física II.

La correlación de 0.55 es la mayor que presenta Álgebra Lineal con las demás asignaturas y esta se da con el curso de ecuaciones diferenciales. El coeficiente de determinación es de $0.55^2 = 0.30$, por lo cual Álgebra Lineal comparte el 0.30 de la varianza con el curso de Ecuaciones Diferenciales.

El valor de la correlación de 0.52, es la mayor que presenta Física I con el curso de Física II. El coeficiente de determinación es de $0.52^2 = 0.27$, por lo cual Física I comparte el 0.27 de la varianza con Física II.

La mayor correlación que presenta Cálculo III es con el curso de Probabilidad y es de 0.63, se destaca que esta es la única correlación que se puede

considerar buena. El coeficiente de determinación es de $0.63^2 = 0.39$, por lo cual Cálculo III comparte el 0.39 de la varianza con el curso de Probabilidad.

La correlación más alta que presenta Didáctica de la Aritmética se da con Probabilidad y es de 0.52. El coeficiente de determinación es de $0.52^2 = 0.27$, por lo cual Didáctica de la Aritmética comparte el 0.27 de la varianza con Probabilidad.

La mayor correlación que presenta el curso de Ecuaciones Diferenciales se da con el curso de Probabilidad (0.60). El coeficiente de determinación es de $0.60^2 = 0.36$, por lo cual Ecuaciones Diferenciales comparte el 0.36 de la varianza con Probabilidad.

La mayor correlación que presenta Didáctica del Cálculo se da con Cálculo I (0.50). El coeficiente de determinación es de $0.50^2 = 0.25$, por lo cual Didáctica del Cálculo comparte el 0.25 de la varianza con Cálculo I.

La mayor correlación que presenta Análisis Matemático I se da con Cálculo I (0.54). El coeficiente de determinación es de $0.54^2 = 0.29$, por lo cual Análisis Matemático I comparte el 0.29 de la varianza con Cálculo I.

La mayor correlación que presenta el curso de Seminario V es de 0.47 con el curso de Didáctica de la Aritmética. El coeficiente de determinación es de $0.47^2 = 0.22$, por lo cual Seminario V comparte el 0.22 de la varianza con Didáctica de la Aritmética.

Ahora se muestra el análisis de las correlaciones entre las variables dependientes e independientes.

La Tabla 13 muestra las correlaciones entre cada variable independiente y cada variable dependiente.

Tabla 13. Correlaciones entre las variables dependientes e independientes

	Comprensión Lectora	Solución de problemas	Pensamiento crítico	Entendimiento Interpersonal
Taller de lenguaje I	0.1458	0.3639	0.3156	0.0814
Taller de lenguaje II	0.1085	0.1455	0.1704	0.0908
Geometría Euclídiana	0.2046	0.2652	0.2469	0.1459
Cálculo I	0.0175	0.2430	0.2957	0.2691
Didáctica de la Geometría	-0.0440	0.1089	0.1258	-0.1436
Cálculo II	0.0130	0.1131	0.2627	0.2702
Álgebra Lineal	0.0121	0.1069	0.1575	-0.0054
Física I	0.0770	0.0716	0.1704	0.0979
Cálculo III	0.0958	0.2077	0.2228	0.2036
Álgebra Moderna I	0.0727	0.1582	0.2888	0.2498
Didáctica de la Aritmética	0.2092	0.2436	0.2298	0.2236
Física II	0.0799	-0.0146	0.1983	0.2676
Ecuaciones Diferenciales	-0.0807	0.1507	0.1840	-0.0086
Estadística	0.0403	0.2218	0.0899	0.1935
Didáctica del Cálculo	0.1443	0.1629	0.1182	0.1134
Análisis matemático I	-0.0404	0.0369	0.1200	-0.0249
Probabilidad	-0.0054	0.1183	0.1474	-0.1170
Seminario VI	0.0037	0.0700	-0.0757	-0.0438
Seminario V	0.2132	0.1418	0.2985	0.2632
Didáctica de la probabilidad	0.1114	0.1546	0.0490	-0.0146

En la Tabla 13 se observa que no existen correlaciones que se puedan considerar destacables entre alguna variable independiente y alguna variable independiente.

Las ecuaciones canónicas se construyen a partir de la relación existente entre los grupos de variables, los valores bajos de las correlaciones nos alerta acerca del bajo poder explicativo que pudieran tener las ecuaciones canónicas. En el capítulo cuatro se realiza el análisis pertinente.

3. MARCO TEÓRICO

EL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA

El Análisis de Correlación Canónica surge en las investigaciones de Hotteling acerca de la relación entre los resultados de un test de capacidad intelectual y las medidas físicas de un grupo de personas. Hotteling pretendía investigar las relaciones entre ambos conjuntos de variables y conocer cuántas dimensiones independientes tenía la relación existente entre ellas (Peña, 2002)

El análisis de correlación canónica se utiliza cuando se busca relacionar dos conjuntos de variables: un conjunto de variables que se denominan independientes y el otro conjunto dependientes. El objetivo es determinar si el conjunto de variables independientes explica el conjunto de variables dependientes (Anderson, Hair, Tatham y Black, 2007), para lo cual, como primer paso, se busca establecer el par de combinaciones lineales en ambos conjuntos con mayor correlación; seguidamente, encontrar el segundo par de combinaciones lineales cuya correlación es menor a la primera y mayor que todas las demás y así sucesivamente (Díaz, 2008). A estos conjuntos de combinaciones lineales se les conoce como *Ecuaciones Canónicas*.

3.1 El modelo matemático

Sean dos conjuntos de variables Y y X , el primero de ellos con p variables $Y = (Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_p)$ y el segundo conjunto con q variables $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_q)$. El conjunto Y se toma como el de variables dependientes y el conjunto X como el de variables independientes. Para mayor sencillez en los cálculos se toman los conjuntos de variables de tal forma que $p \leq q$. La matriz de correlaciones de las variables será simétrica y de dimensión $p + q$.

La matriz de correlaciones se subdivide de la siguiente forma;

$$cor(p+q) = \begin{bmatrix} R_{XX} & R_{XY} \\ R_{YX} & R_{YY} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Donde R_{XX} es la matriz de correlaciones entre las variables del conjunto X , R_{XY} y R_{YX} son las matrices de correlaciones entre los conjuntos X y Y y R_{YY} es la matriz de correlaciones entre las variables del conjunto Y .

Las combinaciones lineales de las variables dependientes que dan lugar a las más altas correlaciones de las variables dependientes son:

$$\begin{aligned} U_1 &= a_{11}Y_1 + a_{12}Y_2 + \cdots + a_{1p}Y_p \\ U_2 &= a_{21}Y_1 + a_{22}Y_2 + \cdots + a_{2p}Y_p \\ &\vdots \\ U_r &= a_{r1}Y_1 + a_{r2}Y_2 + \cdots + a_{rp}Y_p \end{aligned}$$

Las combinaciones lineales de las variables independientes que dan lugar a las más altas correlaciones son

$$\begin{aligned} V_1 &= b_{11}X_1 + b_{12}X_2 + \cdots + b_{1q}X_q \\ V_2 &= b_{21}X_1 + b_{22}X_2 + \cdots + b_{2q}X_q \\ &\vdots \\ V_r &= b_{r1}X_1 + b_{r2}X_2 + \cdots + b_{rq}X_q \end{aligned}$$

Las combinaciones lineales anteriores reciben el nombre de *Variables Canónicas*. El objetivo es encontrar el par de *Variables Canónicas* (U_i, V_i) de tal manera que la correlación entre el par de variables sea máxima. Las combinaciones lineales se escogen de tal manera que la combinación del par (U_1, V_1) sea máxima; la correlación entre (U_2, V_2) sea máxima con la restricción que estas variables no estén correlacionadas con (U_1, V_1) ; luego la correlación entre (U_3, V_3) donde estas variables no están correlacionadas con (U_1, V_1) y con (U_2, V_2) , y así sucesivamente. El primer par de *Variables Canónicas* (U_1, V_1) tiene la correlación más alta; el segundo para (U_2, V_2) tiene la segunda

correlación más alta, y así sucesivamente. El número de ecuaciones canónicas que se pueden construir es $r = \min\{p, q\}$.

El cálculo de la correlación entre el par de *Variables Canónicas* (U_i, V_i) esta dada por:

$$\rho(U_i, V_i) = \frac{\text{cov}(U_i, V_i)}{\sqrt{\text{var}(U_i)\text{var}(V_i)}}$$

Donde este valor $\rho(U_i, V_i)$ es el que se desea maximizar. Para garantizar que los coeficientes para cada variable canónica sean únicos se exige que $\text{var}(U_i) = \text{var}(V_i) = 1$, para todo valor $i = 1, 2, \dots, r$.

Además, se debe garantizar que las *variables canónicas sean* independientes entre ellas, que no estén correlacionadas, es decir;

$$\text{cov}(U_i, U_j) = \text{cov}(V_i, V_j) = 0$$

$$\text{cov}(U_i, V_j) = \text{cov}(V_i, U_j) = 0$$

Para todo $i \neq j$

El procedimiento para maximizar la correlación es un problema de cálculo.

En resumen, se deben construir dos matrices cuadradas de dimensiones p y q , que se definen como:

$$B_{q \times q} = R_{YY}^{-1} R_{YX} R_{XX}^{-1} R_{XY}$$

$$A_{p \times p} = R_{XX}^{-1} R_{XY} R_{YY}^{-1} R_{YX}$$

Donde $R_{XY} R_{YX} R_{YX} R_{XY}$ son las matrices de correlaciones definidas en (1)

Se define como α el vector propio asociado al valor propio λ^2 de la matriz cuadrada $A_{p \times p}$. De manera similar se define como β el vector propio asociado al valor propio λ^2 de la matriz cuadrada $B_{q \times q}$. Se demuestra que $\rho^2 = \lambda^2$ que es el cuadrado de la correlación canónica entre el par de variables canónicas. Por lo que se toma el vector propio correspondiente al mayor valor propio. Este vector propio asociado al máximo valor propio proporciona las primeras ecuaciones canónicas.

Este valor propio λ^2 de ambas matrices es el cuadrado del coeficiente de correlación entre las variables canónicas respectivas.

De manera similar, a través del segundo valor propio de mayor valor se determina el segundo par de ecuaciones canónicas, donde dicho valor propio es el cuadrado del coeficiente de correlación entre dichas matrices, y así sucesivamente se obtienen todos los pares de ecuaciones canónicas.

3.2 Los Supuestos del Modelo de Correlación Canónica

3.2.1 El Supuesto de Linealidad.

El coeficiente de correlación que nos permite calcular el grado de asociación entre el conjunto de variables dependientes con el conjunto de variables independientes se basa en una relación lineal. Si los conjuntos de variables no se relacionan de manera lineal se deben proceder a realizar transformaciones de las variables. La manera para verificar dicho supuesto es realizar diagramas de puntos y observar si las variables tienen relaciones lineales.

3.2.2 El Supuesto de Normalidad Multivariante

Cumplir el supuesto de normalidad es ideal debido a que nos permite estandarizar una distribución para una mayor correlación entre las variables (Anderson, Hair, Tatham y Black 2007). Aunque el ACC permite trabajar sin dicho supuesto, en la práctica es ideal cumplirlo para poder validar los contrastes de significación estadística. Por lo tanto, se recomienda realizar transformaciones sobre las variables para que se ajusten a la distribución normal. El logaritmo natural y la raíz cuadrada son las transformaciones más recomendadas. La validación del supuesto de normalidad multivariante no es una tarea sencilla, se recomienda la validación de la normalidad para cada una de las variables involucradas en el estudio. De este modo, se contrasta cada

variable con algún test para verificar el supuesto de normalidad como son los de Kolomogorov- Smirnov y Shapiro-Wlik.

4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO

Los resultados de la aplicación del modelo fueron calculados con el programa STATA versión 11.1.

Se realizó gran cantidad de análisis para encontrar el modelo con las variables independientes que explicaran de mejor manera las variables dependientes. Entre los análisis realizados, vale la pena destacar los siguientes: agrupación de variables independientes por líneas de estudio comunes, eliminación de variables independientes que no se ajustan a la hipótesis de normalidad, eliminación de variables independientes con bajas correlaciones con el resto de variables independientes, eliminación de muchas variables independientes con bajas correlaciones con el grupo de variables dependientes, eliminación de variables dependientes que no cumplen el supuesto de normalidad, análisis factorial con el grupo de variables independientes y contraste con el grupo de variables dependientes. El modelo que obtuvo los mejores resultados es el que se expone a continuación.

El modelo con mejores resultados tiene las siguientes variables como conjunto de variables predictoras: Seminario V, Álgebra Moderna I, Cálculo I y Cálculo II. El conjunto de variables dependientes se encuentra conformado por: Entendimiento Interpersonal y Pensamiento Crítico. Entendimiento Interpersonal y Pensamiento Crítico son las variables dependientes que cumplieron el supuesto de normalidad y estas dos tienen la segunda mayor correlación entre las variables dependientes. Las variables independientes son

aquellas que presentan mayor correlación con Pensamiento Crítico y Entendimiento Interpersonal.

La Tabla 14 muestra las correlaciones entre las variables dependientes e independientes del modelo con mejores resultados.

Tabla 14. Correlaciones entre las variables dependientes e independientes

Variables independientes que presentan la correlación más alta con las variables dependientes		
	Pensamiento crítico	Entendimiento Interpersonal
Cálculo I	0,29	0,26
Cálculo II	0,26	0,27
Álgebra Moderna	0,28	0,24
Seminario V	0,29	0,26

En la Tabla 14 se observan que todas las correlaciones de las variables independientes con las variables dependientes son menores a 0.30, por lo cual el coeficiente de determinación entre las variables dependientes e independientes es menor a $0.30^2 = 0.09$, con lo que cada variable independiente comparte menos del 10% de la varianza con cada una de las variables dependientes. Esto evidencia que las relaciones que se dan entre las variables dependientes e independientes son prácticamente nulas. Por lo cual, se muestra la poca relación existente entre los resultados obtenidos en los cursos tomados por los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas y con puntajes obtenidos en la prueba Saber Pro.

A continuación, mostramos el modelo con los mejores resultados según el ACC.

La Tabla 15 muestra las cuatro principales pruebas estadísticas propuestas en la literatura para probar la adecuación de los datos al ACC. La hipótesis nula es que los datos no se adecúan a la técnica del ACC.

Tabla 15. Pruebas de ajuste de los datos al modelo de ACC

Tests of significance of all canonical correlations					
	Statistic	df1	df2	F	Prob>F
wilks' lambda	.780496	8	180	2.9681	0.0038
Pillai's trace	.219828	8	182	2.8093	0.0059
Lawley-Hotelling trace	.280821	8	178	3.1241	0.0025
Roy's largest root	.279333	4	91	6.3548	0.0001

En la Tabla 15 se observa que las cuatro pruebas: Raíz máxima de Roy, Lambda de Wilks, Traza de Pillai y Hotteling rechazan la hipótesis nula. Luego los datos se adecuan de manera estadísticamente significativa al ACC.

Ahora, como los datos son adecuados para un ACC se prosigue a determinar el número de ecuaciones canónicas a incluir en el estudio.

4.1 Criterios para decidir qué ecuaciones canónicas se deben interpretar.

Se emplearán tres criterios para decidir cuales ecuaciones canónicas se deben interpretar. Estos criterios son: El nivel de significancia estadística de cada función canónica, la magnitud de la correlación canónica y el índice de redundancia para explicar el porcentaje de varianza explicado por los dos conjuntos de datos.

4.1.1 Significación Estadística

La significación estadística prueba si las correlaciones canónicas de cada ecuación son significativas, esta prueba pone en evidencia si verdaderamente se encuentran relacionadas las variables dependientes e independientes en cada ecuación canónica y no son relaciones espurias. (Anderson, Hair, Tatham y Black 2007).

La Tabla 16 muestra la prueba de significación para cada función canónica y el R cuadrado canónico para cada una de las dos ecuaciones canónicas.

Tabla 16. Pruebas de significación para las ecuaciones canónicas y el R cuadrado canónico

Ecuación Canónica	Correlación Canónica	R cuadrado canónica	Estadístico F	Valor P
1	0,4673	0,2183	2,9681	0,0038
2	0,385	0,0014	0,0451	0,9872

En la Tabla 16 se observa la prueba de significación estadística para las correlaciones canónicas de cada una de las ecuaciones canónicas. La hipótesis nula es que la ecuación canónica no es significativa. Se observa que solo la primera ecuación canónica rechaza la hipótesis nula, el p-valor es igual a 0.0038. Por el contrario la segunda ecuación canónica no rechaza la hipótesis nula, el p-valor es igual a 0.9872.

4.1.2 La magnitud de la relación canónica

La magnitud de la relación canónica se representa por el R cuadrado canónico que representa la varianza compartida por las ecuaciones canónicas. En la Tabla 16 se observa que el R cuadrado para la primera ecuación canónica es muy bajo (0.21) y para la segunda es prácticamente nulo (0.001). Por tanto, atendiendo a la significación estadística y R cuadrado canónico, la segunda ecuación canónica no es relevante para el estudio, por lo cual se continúa el análisis únicamente con la primera ecuación canónica.

4.1.3 El Índice de Redundancia

El Índice de redundancia proporciona una medida resumen de la capacidad de un conjunto de variables para explicar la variación de otro conjunto de variables (considerándolas una a una). El índice de redundancia se calcula como el

producto entre el R cuadrado canónico y la varianza compartida por el conjunto de datos (Media de la Carga Canónica elevada al cuadrado).

El cálculo de la varianza compartida por el conjunto de datos, ya sea las dependientes o independientes, es el promedio de los cuadrados de las cargas canónicas correspondientes a cada conjunto. Las cargas canónicas se analizarán posteriormente.

Los cálculos de los índices de redundancia tanto para el conjunto de variables dependientes como independientes para la primera ecuación canónica se muestra en la Tabla 17.

Tabla 17. Cálculo de los índices de redundancia para la primera ecuación canónica

Valor Teórico/ variables	Carga Canónica	Carga canónica al cuadrado	Media de la Carga canónica elevada al cuadrado	R cuadrado	Índice de Redundancia
Variables Dependientes					
Pensamiento Critico	0,882	0,778			
Entendimiento Interpersonal	0,8091	0,655			
Valor Teórico dependiente	1,433		0,716	0,218	0,156
Variables Independientes					
Cálculo I	0,711	0,505			
Cálculo II	0,662	0,439			
Álgebra moderna I	0,679	0,461			
Seminario V	0,718	0,515			
Valor Teórico independiente	1,919		0,480	0,218	0,105

En la Tabla 17 se observa que los índices de redundancia tanto para el conjunto de variables dependientes e independientes son bajos (0.105 y 0.156

respectivamente). Los pequeños valores para los índices de redundancia se deben a que el R cuadrado canónico (0.218) de la primera ecuación canónica es muy pequeño. Es de destacar que la varianza compartida por el conjunto de variables dependientes es alto (0.716), esto puede deberse a que existe algún tipo de relación entre el Entendimiento Interpersonal y el Pensamiento Crítico. Contrario a lo que acontece en los resultados de las materias cursadas, donde los objetivos, las metodologías, las evaluaciones y el docente son diferentes. Cada materia se desarrolló buscando cumplir los objetivos de las mismas y buscando cumplir las expectativas de cada una. Por ello, no es extraño encontrar que la varianza compartida por las variables independientes es menor a (0.479).

A pesar de los bajos valores en el R cuadrado canónico y los índices de redundancia para la primera ecuación canónica, se procede a realizar interpretaciones de los resultados.

4.2 Interpretación de los Resultados.

Para la interpretación de los resultados en la literatura se encuentran tres métodos diferentes: las ponderaciones canónicas, las cargas canónicas y las cargas cruzadas canónicas. A continuación se expone cada uno de estos con sus ventajas y desventajas.

4.2.1 Las Ponderaciones Canónicas.

Las ponderaciones canónicas son los coeficientes que corresponden a cada variable mediante el cálculo de las ecuaciones canónicas. Variables con valores altos en sus ponderaciones tienen una mayor contribución en el cálculo de las ecuaciones canónicas e igualmente aquellos con valores cercanos a cero poco aportan al cálculo de las ecuaciones canónicas. Las variables con signo positivo se relacionan de manera directa y aquellas con valores negativos se relacionan de manera inversa.

En la Tabla 18 se muestra las ponderaciones canónicas para la primera ecuación canónica.

Tabla 18. Ponderaciones Canónicas

Ponderaciones Canónicas	Ecuación 1
Variables Independientes	
Cálculo I	0.5079
Cálculo II	0.8224
Álgebra Moderna	0.8634
Seminario V	1.0298
Variables Dependientes	
Pensamiento Crítico	0.6853
Entendimiento Interpersonal	0.6705

En la Tabla 18 se observa la magnitud de las ponderaciones canónicas relativas a cada una de las variables. Se observa que el signo en todas las ponderaciones canónicas, en la primera ecuación canónica, es positivo. Por lo cual, en el modelo las cuatro variables independientes muestran una relación directa para la estimación de la ecuación canónica. Lo mismo acontece con las ponderaciones respectivas a las variables dependientes, ambos valores son positivos. Respecto al tamaño de la ponderación de las variables independientes, se muestran valores positivos mayores a 0.5, y se destaca el valor correspondiente al curso de seminario V que tiene un valor mayor a 1, por lo cual todas contribuyen de manera directa al cálculo de la ecuación canónica. De igual manera, los valores correspondientes a las variables dependientes también se consideran altos.

En la literatura acerca de ACC los investigadores no recomiendan la interpretación de los resultados con las ponderaciones canónicas, (Anderson, Hair, Tatham y Black 2007). Esto se debe al alto grado de inestabilidad que presentan los coeficientes calculados entre diferentes muestras de la misma población objetivo del estudio. Por lo anterior, se considera más apropiado el análisis con las cargas canónicas y las cargas cruzadas canónicas.

4.2.2 Las Cargas Canónicas.

Las cargas canónicas miden la correlación lineal simple entre la variable original observada (del conjunto dependiente o independiente) y el valor canónico obtenido por la ecuación canónica (valor teórico canónico). Para determinar si las cargas canónicas se pueden considerar significativas se tienen reglas empíricas que dependen del tamaño de la muestra. Por ejemplo, para tamaños de muestra de 350 o más, el valor mínimo para que una carga se pueda considerar significativa es de 0.30, estudios con tamaños de muestra de 150 el valor mínimo aceptable para que la carga sea significativa es de 0.45, para tamaños de muestra de 100 valores mayores o iguales a 0.40 son aceptables y para estudios de tamaño de muestra de 85 valores mayores o iguales a 60 son significativos. El tamaño de muestra de esta investigación es de 95, por lo cual se considerarán significativas las cargas con valores mayores a 0.50.

La Tabla 19 muestra las cargas canónicas para cada la primera ecuación canónica.

Tabla 19. Cargas Canónicas

Cargas Canónicas	Ecuación 1
Correlaciones entre las variables independientes y sus valores teóricos	
Cálculo I	0.7107
Cálculo II	0.6623
Álgebra Moderna	0.6789
Seminario V	0.7175
Correlaciones entre las variables dependientes y sus valores teóricos	
Pensamiento Crítico	0.882
Entendimiento Interpersonal	0.8091

En la Tabla 19 se observa que las cargas para las variables dependientes en la primera ecuación canónica tienen valores altos (0.882 y 0.809) que se

consideran significativos según el tamaño de muestra del estudio (95), que se reflejan en alto valor de la varianza compartida (0.72 carga media elevada al cuadrado). Esto indica que existe un grado de intercorrelación entre las dos variables dependientes. Este suceso es de esperarse debido a que la correlación entre las dos variables es de 0.43.

Las cargas para las variables independientes tienen valores que se consideran significativos (mayores a 0.60), estas cumplen el criterio de ser significativas para el análisis, pero reflejan un valor bajo de la varianza compartida (0.47 carga media elevada al cuadrado). Esto indica poca intercorrelación entre las cuatro variables dependientes.

La Tabla 20 muestra las correlaciones existentes entre las variables independientes.

Tabla 20. Correlaciones entre las variables independientes que tiene mejor ajuste al ACC

	cálculo.I	cálculo.II	álgebra.moderna.I	seminario.V
cálculo.I	1	0.3340163	0.3727869	0.4438008
cálculo.II	0.3340163	1	0.2491835	0.2395897
álgebra.moderna.I	0.3727869	0.2491835	1	0.2392042
seminario.V	0.4438008	0.2395897	0.2392042	1

En la Tabla 20 se observa que solamente los cursos de Cálculo I y Seminario V tienen una correlación aceptable de 0.44. El coeficiente de determinación es $0.44^2 = 0.1936$, por lo cual estos dos cursos comparten el 19.36% de la varianza.

Esto suceso es de esperarse debido a las diferencias entre contenidos de cada una de las asignaturas, los objetivos y las metodologías empleadas por cada docente de cada uno de los alumnos. Las cargas cruzadas más destacables en el conjunto de variables independientes son; Cálculo I y Seminario V, luego estas materias son las que mejor predicen las variables dependientes.

Las cargas canónicas muestran las mismas deficiencias que acontecen a las ponderaciones canónicas, son inestables entre diferentes tipos de muestra de una misma población. Por ello, los resultados del análisis realizado con las cargas canónicas, difícilmente se pueden extrapolar a la población debido a que los resultados son específicos de la muestra estudiada.

4.2.3 Las Cargas Canónicas Cruzadas.

Las cargas canónicas muestran la correlación existente entre cada una de las variables dependientes observadas con los valores de las variables independientes predichas por las ecuaciones canónicas. De manera similar, muestra la correlación existente entre cada una de las variables independientes con los valores de las variables dependientes predichos por la ecuación canónica. De esta manera las cargas cruzadas canónicas proporcionan una medida más directa de las relaciones entre las variables dependientes e independientes con los valores predichos por las ecuaciones canónicas. Este enfoque es el preferido en el momento de la interpretación y validación de los resultados (Anderson, Hair, Tatham y Black 2007).

La Tabla 21 muestra las cargas canónicas cruzadas para la primera ecuación canónica.

Tabla 21. Cargas Canónicas Cruzadas

Cargas Canónicas Cruzadas	Ecuación 1
Variables Independientes	
Cálculo I	0.334
Cálculo II	0.313
Álgebra Moderna	0.319
Seminario V	0.333
Variables Dependientes	
Pensamiento Crítico	0.413
Entendimiento Interpersonal	0.379

En la Tabla 21 se observa que para la primera ecuación canónica, en las variables dependientes se observan valores bajos de las correlaciones con los valores predichos por las variables independientes. Elevando al cuadrado estas correlaciones, encontramos la varianza explicada por las variables independientes, $0.413^2 = 0.170$ y $0.379^2 = 0.143$. Esto muestra que el conjunto de variables independientes solo explica el 17 por ciento de la varianza de la variable Pensamiento Crítico y el 14 por ciento de la varianza de Entendimiento Interpersonal. Observando las cargas canónicas cruzadas de las variables dependientes se observa que todas tienen bajas correlaciones y muy parecidas alrededor de 0.320. Elevando al cuadrado $0.320^2 = 0.102$, obtenemos que solamente alrededor del 10 por ciento de la varianza de cada una de las variables independientes la explique el conjunto de las variables dependientes. Por último, se resalta que los signos de todas las cargas son positivos luego las relaciones se dan de manera directa.

Estos resultados confirman las evidencias obtenidas con el cálculo de los índices de redundancia, aunque la primera ecuación es estadísticamente significativa su significancia práctica es muy poca.

4.3 Validación de los resultados.

Para la validación de los resultados se recomiendan dos procedimientos;

- Creación de dos sub muestras a partir de la muestra analizada y comprobar si los resultados del análisis de significancia para cada ecuación canónica, la magnitud de la relación canónica, los índices de redundancia, las ponderaciones canónicas, las cargas canónicas y las cargas cruzadas canónicas son muy parecidos. De lo contrario, se debe reconsiderar la extrapolación de los resultados a la población objetivo del estudio (Anderson, Hair, Tatham y Black 2007).

- Eliminación sistemática de una variable dependiente o independiente. Esto con el fin de garantizar la estabilidad de los análisis realizados, lo anterior se realizó durante la búsqueda del mejor modelo.

Para este estudio no se llevó a cabo la validación de los resultados debido a que los resultados no resultaron significativos. Aunque de igual forma, si lo hubieran sido el primer procedimiento no se hubiera podido realizar debido a que el tamaño de muestra es muy reducido, 95 individuos. El segundo, la eliminación de alguna de las variables independientes o dependientes, reducía aún más la poca varianza compartida por las variables, por lo cual las ecuaciones canónicas resultaban no significativas.

5. CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones de la investigación realizada.

1. El análisis de las correlaciones existentes entre el conjunto de variables dependientes con las independientes muestra la poca relación existente entre los cursos tomados por los estudiantes y las competencias evaluadas por la prueba Saber Pro. Las variables independientes que mejor se relacionan con las variables dependientes solo comparten el 10% de la varianza.
2. A pesar de la gran cantidad de análisis realizados para encontrar el modelo con las variables independientes que explicaran de mejor manera las variables dependientes, el modelo con los mejores resultados fue aquel que tuvo como variables independientes aquellas que tenían mejor correlación con las variables dependientes Pensamiento Crítico y Entendimiento Interpersonal.
3. La prueba de significación estadística para identificar cuáles de las ecuaciones canónicas son significativas, rechaza la hipótesis nula para la primera ecuación canónica. Por lo cual, se prosiguió el análisis solo con la primera ecuación canónica.
4. El análisis de la capacidad de explicación de un conjunto de variables para explicar la variación del otro conjunto de variables (índice de redundancia), muestra valores bajos de explicación tanto en las variables dependientes como en las independientes.

5. La interpretación de los resultados obtenidos con las ponderaciones canónicas, muestran que todas las variables tienen una relación directa (positiva) para la estimación de la ecuación canónica.
6. Realizando la interpretación con las cargas canónicas, todas las cargas fueron significativas (mayores a 0.50) para el tamaño de muestra del estudio (95 individuos). Aquí se observaron valores altos en las variables dependientes lo que muestra un grado de intercorrelación entre las dos variables. Este hecho se corrobora por el valor de la correlación entre las dos variables (0.43). Se observaron valores bajos en las cargas para las variables independientes, esto muestra el bajo grado de intercorrelación entre ellas. Este hecho se corrobora por las bajas correlaciones existentes entre las variables independientes que mejor se ajustaron al ACC.
7. La relación que existe entre los cursos que los estudiantes toman durante el pre grado de Licenciatura en Matemáticas y los resultados en la prueba Saber Pro es muy baja.
8. Los resultados de los estudiantes en la prueba Saber Pro a partir de los cursos tomados por los estudiantes durante el pre grado no fue posible explicarlos mediante la metodología del ACC.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Anderson, R., Hair, J., Tatham, R. y Black, W. (2007). *Análisis multivariante*. Madrid, España: Pearson Educación S.A.
- Carvajal, P., Trejos, A. y Soto, J., (2004). Aplicación del análisis discriminante para explorar la relación entre el examen del ICFES y el rendimiento en álgebra lineal de los estudiantes de ingeniería de la UTP en el período 2001-2003. *Scientia et Technica*. 10 (25), 191-196
- Correa, J., Iral, R. y Rojas, L., (2006). Estudio de potencia de pruebas de homogeneidad de varianza. *Revista Colombiana de Estadística*. 29 (01), 57-76
- Díaz, L. (2008). *Estadística multivariada: inferencia y métodos*. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia
- Mojica, A. y Osma, W., (2012) *Factores asociados al rendimiento en las pruebas Saber Pro 2010 de los estudiantes de Ingeniería Civil (Tesis de especialización no publicada)*. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Peña, D. (2002). *Análisis de datos multivariantes*. Madrid, España: McGraw-Hill.
- Pereira, C., Hernández, G. y Gómez, I., (2011) El valor predictivo de los exámenes de Estado frente al rendimiento académico universitario. *Educación y Educadores*. 14 (01), 51-65
- Razali, N. y Wah, Y., (2011). Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Liliefors and Anderson-Darling test. *Journal of Statistical of Modeling and Analytics*. 2 (01), 21-33

7. ANEXOS

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX & X
Cultura física								
Matemáticas básicas I	Matemáticas básicas II	Cálculo I	Cálculo II	Cálculo III	Modelos y modelamiento	Análisis matemático	Matemáticas electivas I	
		Geometría Euclídea	Álgebra lineal	Álgebra Moderna	Estadística	Probabilidad	Matemáticas electivas II	
Seminario I		Fundamentación didáctica	Didáctica de la geometría	Didáctica del álgebra	Didáctica del cálculo		Didáctica de la probabilidad	
Desarrollo y aprendizaje	Psicología del aprendizaje	Psicología educativa					Seminario VI	Servicio social y trabajo de grado
Taller de lenguaje I	Taller de lenguaje II			Seminario II	Seminario III	Seminario IV	Seminario VI	
		Inglés I	Inglés II	Contexto I		Contexto II	Ética	
Informática I	Informática II		Física I	Física II		Informática educativa		

ANEXO A. Listado de materias del plan 35

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Cálculo I	Cálculo II	Cálculo III	Ecuaciones diferenciales	Análisis matemático			
Álgebra lineal I	Álgebra lineal II	Física I	Física II	Estadística I	Estadística II		
Geometría Euclídea	Fundamentos de matemáticas	Teoría de Conjuntos	Teoría de números	Álgebra Moderna I	Epistemología e Historia	Electivas I	Electivas II
Fundamentos de pedagogía	Diseño y planeación curricular	Fundamentación didáctica	Didáctica de la geometría	Didáctica del cálculo	Didáctica del álgebra	Didáctica de la estadística	Ética
	Psicología del desarrollo	Teorías del aprendizaje	Mediaciones pedagógicas	Evaluación del aprendizaje	Seminario: práctica pedagógica	Práctica docente I	Práctica docente II
Taller de lenguaje I	Taller de lenguaje II				Tecnologías y educación	Contexto I	Contexto II
Cultura física					Inglés I	Inglés II	

ANEXO B. Listado de materias del plan 16

