Conocimiento Especializado del Futuro Profesor de Matemáticas: Sinergias entre la Inteligencia Artificial Generativa y las Planeaciones Didácticas

Valentina Rodríguez Villamizar

Trabajo de Grado para Optar por el Título de Licenciada en Educación Básica Primaria

Directora

Jenny Patricia Acevedo Rincón, PhD.

Doctora en Educación

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias Humanas

Escuela de Educación

Bucaramanga

2026

Dedicatoria

A mis padres, *Yomar Rodríguez y Saul Castellanos*, quienes siempre han estado a mi lado brindándome su amor y apoyo incondicional.

A mi hermano, *Brayhan Saul*, quien es mi motivación en superarme día a día para que vea en mí el reflejo inspiración.

A mi pareja, *Brandon Sneider*, quien ha sido luz en mi camino, gracias por siempre creer en mí, por los consejos y el constante apoyo en cada paso de este proceso.

A todos aquellos *familiares y amigos* que han creído en mí y me han impulsado en seguir mis sueños y hacer lo que me apasiona, gracias.

Agradecimientos

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que han sido parte de esta travesía académica y que han contribuido al avance en mis estudios.

En primer lugar, agradezco a mis padres, por su amor incondicional y su apoyo constante, además del gran apoyo económico.

A la Universidad Industrial de Santander, por brindarme espacios que me hicieron sentir como en casa, y por todo lo bonito en general que tuve a disposición para que este viaje fuera reconfortante, familiar y motivador.

A mi profesora, Jenny Patricia Acevedo Rincón, por su invaluable guía y apoyo durante este proceso, su pasión por la Educación y su dedicación me han inspirado a seguir adelante en mis estudios.

A mis profesores y mentores, por su orientación, paciencia y dedicación, que me impulsaron a no desistir de mi formación académica y fueron motivo de inspiración.

Agradezco a todos aquellos que han estado a mi lado durante este recorrido, ya sea con palabras de aliento o con gestos de apoyo. Cada uno de ustedes ha dejado una huella en mi vida y ha contribuido a mi crecimiento personal y académico.

Tabla de Contenido

Introducción....11

1. El Problema de Investigación....12

1.1 Descripción del Problema....12

1.2. Formulación del Problema....15

1.3. Justificación....16

1.4. Objetivos....19

2. Aproximación Teórica....19

2.1. Antecedentes de la Investigación....20

2.2. El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas....24

2.2.1. Conocimiento Matemático (MK)....27

2.2.2 Conocimiento Didáctico del Contenido....29

3. Aproximación Metodológica....31

3.1. Descripción del Proceso Metodológico....32

3.2. Técnicas e Instrumentos....34

3.3. Participantes....36

3.4. Aspectos Éticos....37

4. Análisis de Resultados....39

4.1. Selección de Documentos para el Análisis....39

4.2. Presentación de la Planeación Seleccionada....40

4.3. Análisis de la Información....46

4.3.1. Análisis del Momento: Engagement....48

4.3.2. Análisis del Momento: Exploration....55

4.3.3. Análisis del Momento: Explanation....62

4.3.4. Análisis del Momento: Elaboration....67

4.3.5. Análisis del Momento: Evaluation....72

4.4. Análisis Transversal de la Planeación....77

5. Conclusiones....80

Referencias Bibliográficas....88

Apéndices....90

Lista de Tablas

Tabla 1.Indicadores por Subdominio para el Conocimiento Matemático....28

Tabla 2.Indicadores por Subdominio para el Conocimiento Didáctico del Contenido....30

Tabla 3.Técnicas e Instrumentos Utilizados en Relación con las Fases de Investigación....35

Tabla 4.Organización de Categorías de cada Subdominio de acuerdo con el Momento 5e....46

Tabla 5 Analísis del Momento Engaement....49

Tabla 6. Analísis del Momento Exploration....56

Table 7. Analísis del Momento Explanation....62

Tabla 8. Analísis del Momento Elaboration....67

Table 9. Analísis del Momento Evaluation....73

Lista de Figuras

Figura 1 Categorías de análisis de la literatura 21

Figura 2. Modelo teórico MTSK 26

Figure 3. Procesos Metodológicos de la Investigación..... 33

Figura 4. Planeación del grupo G3 “El mundo de las figuras” 42

Lista de Apéndices

Apéndice A. Programa de la asignatura Didáctica de la matemática II 90

Apéndice B. Ejemplo de planeaciones IN propuestas 101

Apéndice C. Ejemplo de planeaciones IA propuestas 110

Apéndice D. Matriz de subdominios para clasificación de información para el análisis por subdominio emergente. .. 121

Apéndice E. Consentimiento informado 122

Lista de Siglas

IA: Inteligencia Artificial

IAGen: Inteligencia Artificial Generativa

MEN: Ministerio de Educación Nacional de Colombia

MinCiencias: Ministerio de Ciencia y Tecnología de Colombia

OCDE: Organización para la cooperación y el desarrollo económico

ONU: Organización de las naciones unidas

UNESCO: La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura

4RI: Cuarta Revolución Industrial

MTSK: Conocimiento especializado del profesor de matemáticas

PCK: Conocimiento didáctico del contenido

CMM: Conocimiento de la materia

CCP: Conocimiento del contenido pedagógico

CC: Conocimiento curricular

MK: Conocimiento matemático

Kot: Conocimiento de los temas

KSM: Conocimiento de la estructura matemática

KPM: Conocimiento de la práctica matemática

KMT: Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas

KFLM: Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas

KMLS: Conocimiento de los estándares de aprendizaje de matemáticas

Resumen

Título: Conocimiento Especializado del Futuro Profesor de Matemáticas: Sinergias entre la Inteligencia Artificial Generativa y las Planeaciones Didácticas[*]

Autor: Valentina Rodríguez Villamizar[**]

Palabras Clave: Inteligencia Artificial Generativa, planeaciones didácticas, formaciones de los profesores y enseñanza de la matemática.

Descripción: La investigación parte de la necesidad de comprender las planeaciones didácticas en la formación inicial de maestros. Las cuales se enriquecen con la integración de herramientas de Inteligencia Artificial Generativa en la labor docente. Esto resulta especialmente relevante en la formación docente, especialmente en el programa de Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Industrial de Santander. A través del modelo teórico del Conocimiento Especializado del profesor que enseña Matemáticas, se realiza un diseño metodológico cualitativo, de tipo revisión documental, donde los estudiantes desarrollan las propuestas de enseñanza en cursos clave como Didáctica de la Matemática I y II. El análisis de las planeaciones realizadas previamente, y enriquecidas con Inteligencia Artificial evidencia diversas formas de comprensión sobre los tópicos matemáticos, la estructuración de actividades y su articulación con el contexto escolar. Ante ello, reflexiones iniciales indican que la interacción con herramientas de Inteligencia Artificial generativa puede transformar estas propuestas iniciales, favoreciendo una mirada crítica y reflexiva sobre la enseñanza de las matemáticas en la formación docente.

[*] Trabajo de grado

[**] Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Jenny Patricia Acevedo Rincón. Doctora en Educación.

Abstract

Title: Specialized Knowledge of Future Mathematics Teachers: Synergies between Generative Artificial Intelligence and Lesson Planning*

Author(s): Valentina Rodríguez Villamizar**

Key Words: Generative Artificial Intelligence, lesson planning, teacher education, mathematics teaching.

Description: The research stems from the need to understand the support that lesson planning provides in the initial training of teachers. It promotes the integration of Generative Intelligence tools into teaching practices. This is particularly relevant in teacher education, especially in the Bachelor's Degree Program in Primary Education at the Universidad Industrial de Santander. Through the theoretical framework of Specialized Knowledge of Mathematic's Teachers, a qualitative methodological design is carried out, specifically a documentary review, in which students develop teaching proposals in key courses such as Mathematics Didactics I and II. The analysis of lesson plans previously designed and later enricher with Artificial Ingelligence reveals diverse ways of understanding mathematical topics, structuring activities, and articulating them with the school context. Initial reflections suggest that interaction with generative Artificial Intelligence tools can transform these early proposals, fostering a critical and reflective perspective teaching of mathematics in teacher education.

* Degree work

** Faculty of Human Sciencies. School of Education. Jenny Patricia Acevedo Rincón. PhD in Education.

Introducción

Actualmente la formación para docentes de primaria se encuentra con el gran reto de enlazar estrategias pedagógicas con las posibilidades que ofrecen las nuevas tecnologías. Especialmente, la enseñanza de las matemáticas necesita de propuestas que fortalezcan la creatividad, la reflexión crítica y la compresión conceptual de los términos que se van aprender. Es por esto que las herramientas de Inteligencia Artificial Generativa (IAGen) son llevados al aula como recursos emergentes que permitan en los procesos de las planeaciones didácticas mejorarlas significativamente. Sin embargo, a pesar del interés creciente de parte de algunos docentes por integrar las tecnologías en los procesos educativos, aún son limitados los estudios que analizan el papel de la IAGen en la elaboración de planeaciones didácticas de matemáticas de los futuros docentes. Como docente en formación al comprender que esta interacción puede ser de gran importancia se busca evidenciar sus contribuciones, puesto que puede permitir valorar en qué medida dichas herramientas impulsan el desarrollo del conocimiento especializado del profesor que enseña matemática.

Por este motivo, se lleva a cabo este estudio en el marco de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Industrial de Santander, con estudiantes de los cursos de Didáctica de la Matemática I y II, quienes principalmente con su inteligencia natural (IN) realizan la elaboración de una planeación de clase para luego mediante el uso de la IAGen enriquecer las actividades propuestas, para que de esta manera los niños tengan un mejor desarrollo del conocimiento matemático.

1. El Problema de Investigación

Nuevas herramientas surgen cada día, las cuales permiten enriquecer las profesiones, como es el caso de la actual integración de la Inteligencia Artificial Generativa (IAGen) al campo de la Educación. Este capítulo pretende aproximar el estudio hacia la realidad del uso de la IAGen desde la formación inicial de maestros, a partir del planteamiento del problema de investigación. Para esto, se argumenta sobre los posibles beneficios de investigar alrededor de la articulación propuesta, y se plantean unos objetivos clave para dar respuesta a la pregunta de investigación.

1.1 Descripción del Problema

En el contexto actual de la formación docente, los futuros profesores enfrentan el reto de diseñar experiencias de enseñanza que no solo promuevan la comprensión conceptual, sino que además respondan a las demandas de un entorno educativo cada vez más mediado por tecnologías digitales (Cabero-Almenara & Llorente-Cejudo, 2020). Este escenario implica una transformación del rol docente, donde se espera que los educadores no solo sean transmisores de conocimiento, sino también facilitadores de aprendizajes apoyados en el uso crítico de herramientas tecnológicas emergentes.

En los últimos años, la Inteligencia Artificial Generativa (IAGen) ha comenzado a incorporarse en distintos ámbitos, incluido el educativo, abriendo nuevas posibilidades para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje; sin embargo, en el contexto colombiano su uso en educación aún es limitado y, en muchos casos, se da sin una orientación pedagógica clara lo cual genera una situación particular y es que aunque existen herramientas con gran potencial, el docente no siempre se sabe cómo integrarlas de manera adecuada en el aula.

En el caso de la formación inicial docente, esta situación se vuelve aún más relevante, porque desde el proceso de formación los estudiantes de licenciatura no solo deben aprender a usar herramientas tecnológicas, sino también a tomar decisiones pedagógicas fundamentadas sobre su uso. No obstante, en muchos procesos formativos, la incorporación de la IAGen no está del todo articulada con espacios clave como la didáctica, el currículo o la evaluación, lo que dificulta que los futuros docentes comprendan realmente su utilidad dentro de la planeación de clases.

En este sentido, el problema de investigación se centra en la necesidad de comprender de qué manera la Inteligencia Artificial Generativa puede aportar a la construcción y mejora de las planeaciones didácticas en docentes en formación, sin perder de vista la importancia del criterio pedagógico. Esto implica analizar no solo el uso de la herramienta, sino también las decisiones que toman los estudiantes al integrarla, así como su capacidad para evaluar la pertinencia y calidad de los recursos generados. De esta manera, se hace necesario indagar cómo los futuros docentes están incorporando la IAGen en sus procesos de planeación, qué tipo de transformaciones se generan en sus propuestas didácticas y hasta qué punto este uso contribuye realmente al fortalecimiento de su formación pedagógica.

Particularmente, en el programa de Licenciatura en Educación Básica Primaria (LEBP) de la Universidad Industrial de Santander, los estudiantes en formación desarrollan planeaciones didácticas orientadas a la enseñanza de contenidos en los cursos de Didáctica de la Matemática I, Didáctica de la Matemática II, Didáctica de la Lengua I, Didáctica de la Lengua II, Didáctica de la Matemática I, Didáctica de las Ciencias I y Didáctica de las Ciencias II, además de iniciar proyectar planeaciones desde los cursos del ciclo de Básico de Pedagogía. Este ejercicio constituye un espacio privilegiado para formar a los futuros profesores en habilidades de planeación didáctica, y reconocimiento del currículo desde la perspectiva nacional e internacional.

Principalmente, en los cursos de Didáctica de la Matemática I y Didáctica de la Matemática II se evidencia cómo los futuros docentes conciben la enseñanza de las Matemáticas, abordan los tópicos disciplinares, seleccionan contextos y diseñan estrategias pedagógicas. No obstante, al revisar estos productos iniciales, se evidencia una diversidad de comprensiones en torno al tratamiento disciplinar de la Matemática[5], a la estructura de las actividades de enseñanza[6] y al vínculo con el contexto educativo real.

De esta forma, el uso de la Inteligencia Artificial Generativa (IAGen) ha sido visto como una estrategia de mediación pedagógica, que permite a los estudiantes en formación replantear sus planeaciones iniciales. Esta intervención no solo enriquece los procesos de diseño didáctico, sino que también posibilita observar el proceso de reconfiguración de su propuesta pedagógica al interactuar con la IA, a partir de reflexiones sobre: ¿qué elementos mantienen de la planeación inicial?, ¿cuáles de ellos transforman?, y, ¿qué nuevas comprensiones emergen respecto a los conceptos, procesos y contextos matemáticos?, además, ¿cuáles son sus aplicaciones, y su relación con el contexto educativo?

Este proceso cobra especial relevancia si se considera que los profesores de las nuevas generaciones enfrentan una realidad educativa en constante cambio, caracterizada por el avance acelerado de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). En este contexto, ya no basta con dominar enfoques tradicionales de enseñanza: los futuros docentes deben evolucionar

[5] En general, refiere al conocimiento de los (futuros) profesores sobre la disciplina, específicamente en: definiciones, propiedades y sus fundamentos, procedimientos, fenomenología y sus aplicaciones, significados, prácticas y estructuras en general.

[6] Basado en las características de aprendizaje de las Matemáticas, la enseñanza de las Matemáticas y los estándares de aprendizaje de las matemáticas

en su manera de enseñar, asumir una postura crítica frente a los recursos tecnológicos disponibles y, sobre todo, desarrollar y mantener una actitud investigativa constante que les permita actualizar sus saberes y prácticas pedagógicas. La capacidad de integrar herramientas como la IAGen, no solo desde una perspectiva técnica sino también pedagógica, se convierte así en una competencia clave para responder a las exigencias de una escuela contemporánea diversa, digital y en transformación constante, y sobre todo, responderá a los retos impuestos por nuevas generaciones de estudiantes.

Por tanto, para el campo de la formación de profesores, especialmente en Matemáticas, se hace necesario estudiar de manera rigurosa la identificación y comprensión de las características de la enseñanza y de los tópicos matemáticos que se hacen explícitas o implícitas en las planeaciones didácticas apoyadas por tecnologías emergentes. Estas planeaciones, al ser inspiradas en contextos actuales de desarrollo tecnológico, permiten analizar en qué medida los futuros profesores están en capacidad de integrar los avances de la era digital de forma coherente con los propósitos educativos.

Este análisis resulta no solo pertinente, sino prioritario, para aportar a la discusión sobre la transformación de la formación docente en matemáticas, el papel de la IA en la mejora de las prácticas educativas, y la forma en que los futuros maestros construyen significados sobre la enseñanza de las matemáticas desde los primeros niveles de escolaridad.

1.2. Formulación del Problema

A partir de este enfoque, el presente estudio se orienta a responder la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué características de las matemáticas y de su enseñanza se revelan en las

planeaciones didácticas de los futuros profesores de matemáticas de EBP al usar IA generativa para replantear sus planificaciones iniciales con IN?

Para lo cual se hace pertinente plantear las siguientes preguntas directrices:

- ¿Qué características de las planeaciones de los futuros profesores de EBP se infieren a partir del tratamiento del concepto matemático, aplicaciones, contextos y estrategias de enseñanza registrados en los formatos de planeación didáctica extendida con IN?
- ¿Qué contribuciones para las prácticas de aula emergen de la comparación de planeaciones (IN-IA[7]) a partir del análisis de *prompt* y la toma de decisiones para la enseñanza?

1.3. Justificación

La formación docente en el siglo XXI enfrenta una transformación sustancial debido a la integración progresiva de tecnologías emergentes en los sistemas educativos motivada por los avances de la Cuarta Revolución Industrial (4RI) y la digitalización del conocimiento. En este escenario, la UNESCO (2019) enfatiza que los docentes deben desarrollar un conjunto de competencias que les permitan actuar como diseñadores de experiencias de aprendizaje, facilitadores del pensamiento crítico y guías en el uso ético de las tecnologías digitales. Esta transformación demanda que los futuros profesores no solo adquieran conocimientos disciplinares,

[7] Inteligencia Natural (IN) reconocida como aquel conocimiento propio del ser humano, influenciado por factores del contexto en el que se encuentra. Por su parte la IAGen, es la inteligencia artificial generativa, la cual permite crear contenido nuevo y original, a partir de datos recolectados en la web y que se da en respuesta a una instrucción o un mensaje del usuario. Está basada en modelos de *machine learning* denominados modelos de *deep learning*, que son aquellos algoritmos que simulan el proceso de aprendizaje, los cuales codifican e identifican los patrones y las relaciones en grandes cantidades de datos.

sino que también construyan una mirada pedagógica, capaz de integrar recursos digitales en función de propósitos educativos contextualizados y relevantes.

La Cuarta Revolución Industrial (4RI) ha dado como resultado cambios importantes en casi todas las profesiones, y la docencia no es la excepción. Se evidencia que hoy en día, enseñar ya no se limita a transmitir información, sino que implica adaptarse a un contexto cambiante, donde la tecnología tiene un papel cada vez más presente. Es por esto que, las instituciones educativas, como espacios de formación, están llamadas a responder a estas transformaciones, promoviendo prácticas que no solo sean innovadoras, sino también críticas. Partiendo de esto, tal como lo plantean Cabero-Almenara y Llorente-Cejudo (2020), el docente debe diseñar experiencias de aprendizaje que realmente ayuden a comprender los contenidos, integrando las herramientas digitales de manera consciente y con un propósito claro.

Debido a esta situación, la Inteligencia Artificial Generativa (IAGen), ha empezado a ganar espacio en el ámbito educativo. Se ha logrado ir evidenciando que su uso puede facilitar muchas tareas docentes, como la creación de materiales, la personalización de actividades o la retroalimentación a los estudiantes (Luckin et al., 2016). Sin embargo, no se trata solo de usarla por novedad, puesto que es necesario que los futuros docentes aprendan a cuestionarla, a evaluar qué tan confiable es y si realmente aporta al proceso de enseñanza. En Colombia, aunque la IAGen ya se utiliza más en áreas como el marketing o la creación de contenido digital (Pineda & Ramírez, 2023), en educación todavía se está explorando, lo que abre un campo interesante para su integración pedagógica.

Frente a esto, la formación docente cobra aún más importancia, porque no basta con lo que se aprende al inicio de la carrera; en el proceso de educación es necesario seguir formándose constantemente. Según la Universitat Oberta de Catalunya (UOC, 2022), algunos de los retos

actuales que se presentan tienen que ver con el manejo de lo digital, la capacidad de adaptarse a los cambios y el uso crítico de la tecnología en el aula, esto no solo depende de tener acceso a recursos, sino también de la disposición del docente para investigar, trabajar con otros y seguir aprendiendo . Así mismo, la UNESCO (2022) resalta que los docentes deben estar preparados para liderar procesos de innovación educativa, haciendo un uso ético y pertinente de las herramientas tecnológicas, además de fomentar el trabajo colaborativo. La formación inicial ya no es suficiente para responder a todas las exigencias actuales, por eso, se hace necesario asumir una actitud flexible frente al conocimiento, que permita actualizarse, probar nuevas herramientas y reflexionar sobre su impacto en la enseñanza. En este punto, cobra sentido la idea de aprender a lo largo de la vida, especialmente en lo relacionado con el uso pedagógico de tecnologías como la IAGen en esta era digital.

Finalmente, formar docentes en el uso crítico de la IAGen también implica pensar en lo que ellos van a promover en sus estudiantes, se pretende desarrollar en ellos habilidades como la creatividad, la innovación y la alfabetización digital porque se han vuelto algo fundamental. Cuando estas herramientas se integran de manera adecuada, es posible generar espacios de aprendizaje donde los estudiantes no solo repiten información, sino que crean, analizan y resuelven problemas. Esto se relaciona con los planteamientos de la UNESCO (2019), que propone una educación enfocada en aprender a conocer, hacer, vivir juntos y ser, es decir, la educación no solo busca desarrollar conocimientos, sino también formar personas críticas, autónomas y conscientes de su entorno digital. Así, el docente deja de ser solo un transmisor de contenidos y se convierte en un acompañante en el proceso de formación de ciudadanos.

1.4. Objetivos

El presente estudio pretende *establecer el conocimiento especializado de los futuros profesores de EBP que se manifiesta al usar IA generativa en la planificación didáctica de conceptos matemáticos mediante una comparación entre las planeaciones realizadas con IN y con IA con el fin de revelar el conocimiento de los tópicos matemáticos y el conocimiento de la enseñanza al integrar las IAs.* Para lo anterior, se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Inferir las características de las planeaciones de los futuros profesores de EBP mediante los formatos de planeación extendida (con IN) propuesta con el fin de examinar: el uso del concepto matemático y sus aplicaciones, los contextos y estrategias de enseñanza.
- Comparar las planeaciones didácticas finales (producto de la negociación IN-IA) mediante el análisis de los formatos extendida y el análisis de *prompt* con el fin de identificar un potencial uso en las prácticas de aula.

2. Aproximación Teórica

El presente capítulo contiene los sustentos teóricos que orientan a esta investigación. Con base en la revisión de la literatura se expondrán las principales categorías, enfoques y modelos que permiten a su vez comprender y analizar el tema de estudio. En primer lugar, se hará la revisión de la literatura existente sobre la enseñanza de las Matemáticas, donde se destaca la información más importante de tal manera que aporten significativamente a aquellas características y enfoques de enseñanza pensadas en los futuros profesores de las matemáticas que les permitan replantear sus planeaciones de clases en Educación Básica Primaria. Por otro lado, se define el modelo MTSK y se analizan sus principales aportes, que constituyen las bases conceptuales para la revisión de

las secuencias didácticas elaboradas por los estudiantes de Licenciatura en Educación Básica Primaria.

2.1. Antecedentes de la Investigación

Con el propósito de contextualizar el objeto de estudio y reconocer los avances previos frente a entorno a la enseñanza de las Matemáticas en Educación Básica Primaria, este apartado presenta los principales antecedentes identificados. Para esto se consultaron bases de datos especializadas, específicamente *Scopus* AI y el repositorio de la Universidad Industrial de Santander, lo que permitió acceder a artículos y trabajos de investigación recientes y pertinentes para esta investigación.

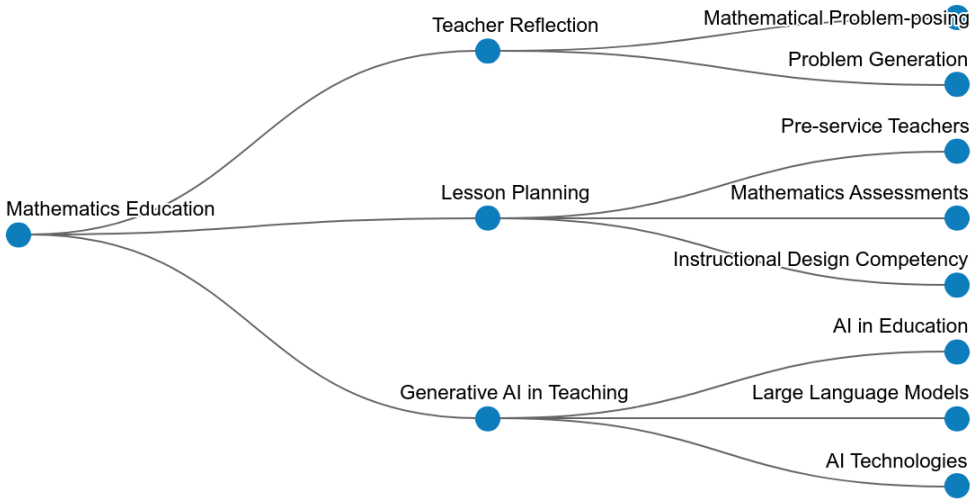
La revisión de estas bases teóricas cumple una doble función: en primer lugar, brindar un panorama sobre cómo se ha abordado el tema en diferentes escenarios académicos tanto internacionales como locales, y, en segundo lugar, evidenciar los varios y las oportunidades de investigación que justifican el desarrollo del presente trabajo. A continuación, se sintetizan los aportes más significativos.

La selección de los documentos con base en la pregunta de investigación: *What characteristics of mathematics and its teaching are revealed in the lesson plans of prospective mathematics teachers in elementary school when using generative AI to rethink their initial plans with Natural intelligence?*

Donde se obtuvo como resultado que las investigaciones consultadas se agrupan en tres categorías (Figura 1): *Reflexión del profesor*, *planificación de las clases* y *la IA generativa en la enseñanza.*

Figura 1

Categorías de análisis de la literatura



Nota. Mapa generado por Scopus AI en agosto de 2025.

Con el fin de comprender las características del conocimiento de las Matemáticas y su enseñanza, en los planes de clase enriquecidos con IA generativa de los futuros profesores de matemáticas, se hace necesario reconocer los avances frente a los temas a partir de los estudios reportados en la Figura 1.

En primera instancia, se identifican estudios que incorporan MATH41 y la IA generativa en la formación inicial de docentes de matemáticas para evidenciar la creación de múltiples variantes y tareas personalizadas (Oh, 2025). La exploración de estrategias de enseñanza más variadas y el hecho de generar recursos visuales permite que las representaciones dinámicas enriquezcan la enseñanza, por lo cual las clases se transforman en innovadoras para los estudiantes. Sin embargo, se realizan algunas consideraciones críticas y es que, si las actividades extraídas no se alinean pedagógicamente, estos recursos de IA pueden quedarse en lo meramente técnico, por

lo cual es necesario una supervisión docente para adaptar los problemas generados y responder a las necesidades reales de los estudiantes.

La planeación de secuencias didácticas es un proceso complejo y decisivo para su efectividad en la enseñanza de las matemáticas, por lo tanto, *lesson study* fortalece las habilidades de planeación de clase en docentes en formación al evidenciar que los futuros docentes pueden mejorar sustancialmente su capacidad de diseñar estas planeaciones cuando se interesan por reflexionar sobre lo presentado, constituyéndose en una estrategia efectiva, que reduce hasta en un 62,5% los problemas presentados al planear (Fitriati, Rosli & Iksan 2023). Lo cual confirma que este enfoque posibilita la construcción de saber pedagógico y didáctico en la formación inicial de maestros. Además, el apoyo colaborativo entre toda la comunidad educativa (estudiantes en formación, docentes en ejercicio y formadores universitarios) generan un ambiente de retroalimentación constante que mejora la calidad de las planeaciones.

Ahora bien, ChatGPT se ha convertido en una herramienta de IA generativa que apoya tanto tareas escolares como en la vida cotidiana. En particular, es innovadora para el aprendizaje y la extracción de información, puesto que ofrece explicaciones y brinda acompañamientos en cualquier contenido básico. Desde el momento en que fue descubierta esta herramienta, las personas evidenciaron un alto entusiasmo e interés por su potencial educativo, lo cual refleja una actitud positiva en el discurso social y académico sobre la inclusión de la IA en entornos de aprendizaje. Sin embargo, esta herramienta presenta limitaciones importantes como la falta de comprensión profunda de la información, la incapacidad de corregir concepciones erróneas y la dependencia de la claridad de las instrucciones y los datos ingresados (Wardat, Tashtoush, AlAli & Jarrah, 2023)

El análisis del papel de la IAGen en la planeación didáctica, en el cual permite observar los desafíos del contexto en la Educación Básica Primaria, evidencia que gracias al uso de esta se diversifica la metodología y el enfoque interdisciplinar. Puesto que promueve las metodologías activas, es decir, aquellas que se centren en el estudiante, en el desarrollo de la creatividad, la autonomía y el pensamiento crítico. Sin embargo, se sigue resaltando la necesidad del rol docente, ya que es indispensable para contextualizar y resignificar lo producido por la IAGen, porque en ocasiones proporciona contenidos genéricos y pocos contextualizados (Barrera, 2025).

Las planeaciones de clase presentadas por los futuros docentes de Educación Básica Primaria resaltan la importancia del uso de las inteligencias artificiales para resolver problemas, adaptar tareas matemáticas, mejorar y apoyar en la organización de la clase. Estas herramientas permiten mejorar actividades de tal manera que se vuelven más significativas, lo cual motiva al profesor en formación a explorar más estrategias didácticas para incrementar su creatividad e incrementar la confianza en la integración de recursos digitales. El impacto de la IA generativa en las planeaciones iniciales es evidenciable, puesto que mejora la calidad de las planeaciones iniciales presentadas. Sin embargo, aunque los docentes en formación reconocen su potencial, existe la incertidumbre sobre cómo integrarla de manera adecuada a la enseñanza de las matemáticas.

En cuanto a retos y oportunidades se resalta la necesidad de formación en el uso de *prompts*, consideraciones éticas, enfoques pedagógicos y trabajo colaborativo para reforzar las competencias en IA generativa. Esta nueva tecnología favorece la motivación estudiantil, el planteamiento de problemas, y el desarrollo del pensamiento crítico y la resolución de problemas, siempre que exista un alineamiento pedagógico que evite aprendizajes superficiales o dependencias excesivas de la IA.

Finalmente, se destaca las diferencias en el enfoque de enseñanza entre la IA generativa y los métodos tradicionales. Con la IA, los futuros docentes tienden a diversificar sus estrategias mediante la creación automatizada de problemas, visualizaciones dinámicas y experiencias de aprendizaje adaptativas, mientras que, por el otro lado, se observa la predominancia de recursos más estáticos.

2.2. El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas

A lo largo de los años se ha buscado la manera de ver en qué nivel o cuál es la forma en que los docentes aplican sus clases y si son efectivas o no para el aprendizaje. Se evalúa la capacidad de ellos para llevar a cabo en sus estudiantes el desarrollo de un aprendizaje significativo, que promueva en ellos el desarrollo cognitivo, personal e integral y, además, si ellos cuentan con los conocimientos sobre los conceptos a enseñar en el área de Matemáticas.

Lee Shulman en 1986, en su artículo " *Those Who Undestand*" introduce el concepto de PCK, el cual se enfoca en el conocimiento del profesor de matemáticas, pero separando el concepto del conocimiento del contenido disciplinar y la pedagogía. Es por esto que Shulman planteo que la enseñanza necesita de un tipo de conocimiento especializado, el cual es una combinación entre el saber disciplinar (saber qué enseñar) y el saber llevarlo al aula (saber cómo enseñar).

En los intentos de Shulman por organizar de una manera estructurada el conocimiento del profesor de matemáticas, en el cual identifico tres principios: Conocimiento de la Materia (CMM), Conocimiento del Contenido Pedagógico (CCP), y Conocimiento Curricular (CC); en la cual su contribución más importante fue la inclusión del CCP y la disciplina a enseñar como la característica definitiva del conocimiento docente.

Con miras a ampliar y concretar lo correspondiente al conocimiento especializado, en el Seminario SIDM de la Universidad de Huelva (España) se sintetizan los estudios teóricos para lanzar el modelo del Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés), que permite evidenciar el conocimiento didáctico y disciplinar de los futuros profesores (Carillo et at, 2018), durante el ejercicio de planeación.

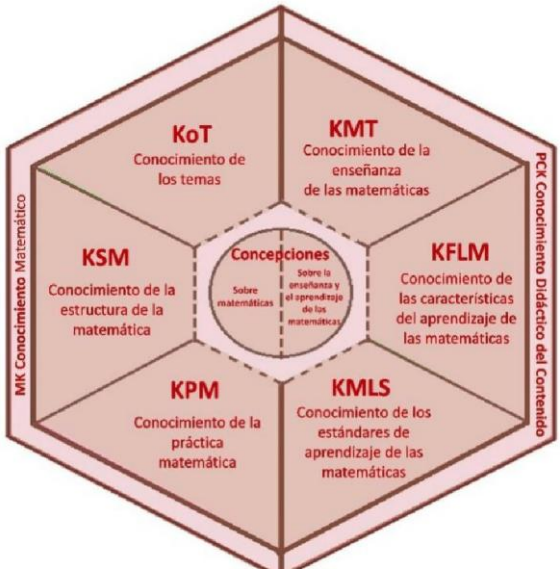
El MTSK es una herramienta teórico-analítica que clasifica aquellos elementos del conocimiento del profesor donde la matemática, como objeto de enseñanza y aprendizaje, es determinante, excluyendo el conocimiento pedagógico general, aunque, naturalmente, reconoce su relevancia (Carrillo-Yañez, et al., 2018). Es pertinente, puesto que, parte de la idea de que el profesor posee un conocimiento más especializado lo cual lo diferencia de otras profesiones que hagan el uso de la matemática como, por ejemplo, el quehacer de un físico o ingeniero. El docente de matemáticas no simplemente debe conformarse con tener dominio de la Matemática como ciencia, sino que debe pensar en cómo transformar dicho conocimiento disciplinar en conocimiento enseñable en la etapa escolar, de manera que esos conocimientos sean enseñados y aprendidos adecuadamente.

Este modelo MTSK (Figura 1) permite ver con mayor detalle los conocimientos didácticos y matemáticos que un profesor debería dominar para la enseñanza de esta disciplina. Este hexágono cuenta con la división de los dos grandes dominios, a su vez, en el centro aparece “concepciones”, que son aquellas que atraviesan ambos dominios.

Sobre la matemática, menciona el entendimiento del profesor por la naturaleza de las matemáticas como, por ejemplo, la ciencia exacta, el lenguaje, la construcción cultural, etc. Por otro lado, sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas habla sobre las ideas y creencias que influyen en cómo el docente enseña y cómo espera que los estudiantes aprendan (Figura 2).

Figura 2.

Modelo teórico MTSK



Nota. El modelo MTSK encuentra dividido en dos grandes dominios: dominio del Conocimiento matemático (*Mathematics Kowledge*, MK) y Conocimiento pedagógico del contenido (*Pedagogical Knowledge*, PCK).

Por parte del dominio del Conocimiento matemático (MK), se encuentran los siguientes subdominios: Conocimiento de los temas o topics (*Knowledge of Topics*, KoT), Conocimiento de la estructura de las matemáticas (*Knowledge of the Structure of Mathematics*, KSM), y, Conocimiento de la práctica matemática *(Knowledge of the Practice of Mathematics*, KPM). Por su parte, en el dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), se encuentran los siguientes subdominios: Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (*Knowledge of Mathematics Teaching,* KMT), Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (*Knowledge of Features of Learning Mathematics*, KFLM) y Conocimiento de los estándares de aprendizaje de matemáticas *(Knowledge of Mathematics Learning Standars* KMLS).

Por otra parte, el dominio del conocimiento pedagógico del contenido (*Pedagogical Content Knowledge*, PCK), se encuentran los subdominios: Conocimiento de la enseñanza de la matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching*, KMT), Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (*Knowledge of Features of Learning Mathematics*, KFLM) y Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (*Knowledge of Mathematics Learning Standars*, KMLS). Y, finalmente, el centro del modelo representa las concepciones y creencias tanto de la Matemática (*Beliefs on Mathematics*) como de su enseñanza-aprendizaje (*Beliefs on Mathematics Teaching and Learning*)

2.2.1. Conocimiento Matemático (MK)

La matemática es vista como una red de conocimiento que está estructurada según su propio lenguaje y reglas. El dominio MT (Tabla 1) está enfocado en el saber matemático del profesor, es decir, es aquel saber profundo, organizado y que se cuenta con la capacidad de aplicarlo en contexto de enseñanza. A su vez, este dominio incluye tres subdominios: (i) el KoT (Conocimiento de los temas), es aquel conocimiento detallado y profundo sobre un tema matemático, es decir se tiene definiciones, propiedades, representaciones, significados y ejemplos; (ii) el KSM (Conocimiento de la estructura de las matemáticas), es aquel que permite la organización, relación y conexión de los distintos temas dentro de las matemáticas; y, el KPM (Conocimiento de la práctica matemática), es aquel conocimiento que se tiene sobre la naturaleza de la actividad matemática, permite ver cómo se generan problemas y se platean ideas, los argumentos y demostraciones, etc.

Tabla 1

Indicadores por subdominio para el Conocimiento Matemático

Dominio	*Subdominios*	*Categorías*
Conocimiento Matemático (MK)	*Conocimiento de los temas (KoT)*	Procedimientos
		Definiciones, propiedades y sus fundamentos
		Registros de representación
		Fenomenología y aplicaciones/ significados
	Conocimiento de la estructura de la matemática (KSM)	Conexiones basadas en el incremento de complejidad
		Conexiones basadas en la simplificación
		Conexiones transversales
		Conexiones auxiliares
	Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos
		Formas de validación y demostración
		Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal
		Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas
		Prácticas particulares del quehacer matemático (p. ej. Modelación)
		Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones

Nota. En la anterior tabla se observa que los indicadores propuestos abarcan tanto aquellos aspectos relacionados con los contenidos matemáticos (procedimiento, representación, definición), como con la estructura como tal de las matemáticas y el quehacer matemático.

El MK está estructurado de tal manera que presenta dominios y subdominios que permiten caracterizar la forma en la cual los futuros maestros comprenden, estructuran y ponen en práctica el conocimiento matemático. Por tal motivo, se considera necesario precisar aquellos indicadores que orienten el análisis de las planeaciones didácticas que fueron elaboradas por los maestros en formación.

2.2.2 Conocimiento Didáctico del Contenido

Este dominio va enfocado a la parte del saber enseñar, para este es necesario el conocimiento del contenido, pero lo articula con estrategias pedagógicas, la comprensión que se puede adquirir y los marcos curriculares. A su vez, este incluye también tres subdominios, los cuales son: (i) el KMT (Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas), que es aquel que permite saber cómo se va a presentar un contenido matemático y que sea efectivo, aquí nos enfocamos en la secuencia que se va segur, la elección de recursos y metodologías; (ii) el KFLM (Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas), acá se enfoca más en los estudiantes, en como ellos aprenden, que concepciones previas tienen acerca de los que se va a enseñar, y, que errores o dificultades podrían presentar; y, (iii) el KMLS (Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas), permite ver el conocimiento del docente sobre el currículo y los estándares de aprendizaje que indican que debe aprenderse y cuando dependiendo de cada nivel educativo.

Además del Conocimiento Matemático que debe desarrollar cada profesor, el modelo del Conocimiento Especializado del profesor de Matemáticas, incluye el conocimiento didáctico del contenido (PCK), que permite orientar a los docentes la manera en la cual pueden transformar el saber matemático en propuestas de enseñanza significativas para los estudiantes. Este domino busca incluir aspectos relacionados con las teorías de aprendizaje, el uso de recursos didácticos y la organización de los contenidos, de igual manera, tiene en cuenta las concepciones que los docentes sostienen sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Por tal motivo, la Tabla 2 presenta los indicadores definidos para cada subdominio, los cuales funcionan como guía para el análisis de las planeaciones didácticas realizadas por los docentes en formación utilizadas para una clase en Educación Básica Primaria.

Tabla 2.

Indicadores por subdominio para el Conocimiento Didáctico del Contenido

Dominios	*Subdominios*	*Categorías*
Conocimiento didáctico del contenido (PCK)	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)	Teorías de aprendizaje matemático.
		Fortalezas y debilidades en el aprendizaje matemático.
		Formas de interacción del alumno con un contenido matemático.
		Aspectos emocionales en el aprendizaje de las matemáticas.
	Conocimiento de las características del	Teoría de enseñanza de las matemáticas.
		Recursos didácticos (físicos y digitales).

	aprendizaje de las matemáticas (KFLM)	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos.
	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)	Resultados de aprendizaje esperado.
		Nivel de desarrollo conceptual/procedimental esperado.
		Secuenciación de los temas
Concepciones	Sobre las Matemáticas	TE Tendencia didáctica Espontaneísta. TI Tendencia didáctica Investigativa. TR Tendencia didáctica Tradicional. T TE Tendencia didáctica Tecnológica.
	Sobre la enseñanza y el aprendizaje	

Nota. Los indicadores del PCK se centran en la enseñanza conocimiento matemático: fortalezas y dificultades de los estudiantes, recursos y estrategias, o los estándares de aprendizaje esperado.

3. Aproximación Metodológica

En el presente apartado se describe brevemente el proceso y la metodología de la presente investigación. En un primer instante, se define que la perspectiva de esta será mediante un enfoque cualitativo, puesto que se busca comprender a profundidad las características de las planeaciones de clase y los cambios introducidos en estas a partir del uso de IA Gen, este enfoque permite a su vez interpretar significados, identificar patrones y analizar como los estudiantes conciben la enseñanza de las matemáticas.

La elección de esta metodología se enfoca en la necesidad de abordar el fenómeno desde una perspectiva que privilegia la comprensión e interpretación, más que la cuantificación de datos (Hernández-Sampieri, et. al. 2014). Este enfoque resulta pertinente puesto que nos permite analizar

con profundidad aquellos significados que estos futuros docentes incluyen en sus propuestas didácticas, así como los cambios que se producen cuando interactúan con IAGen.

De igual manera, se escoge *el análisis documental* como método, entendido como aquel método que permite examinar de manera sistemática y rigurosa un conjunto de documentos con el fin de identificar elementos significativos, patrones y relaciones en un contexto determinado (Cellard, 1994). Esto, ya que el corpus principal de información está constituido por las planeaciones tanto realizadas con IN como aquellas enriquecidas con IAGen. Con este diseño se compara las producciones escritas y se examinan con el fin de identificar dichos patrones.

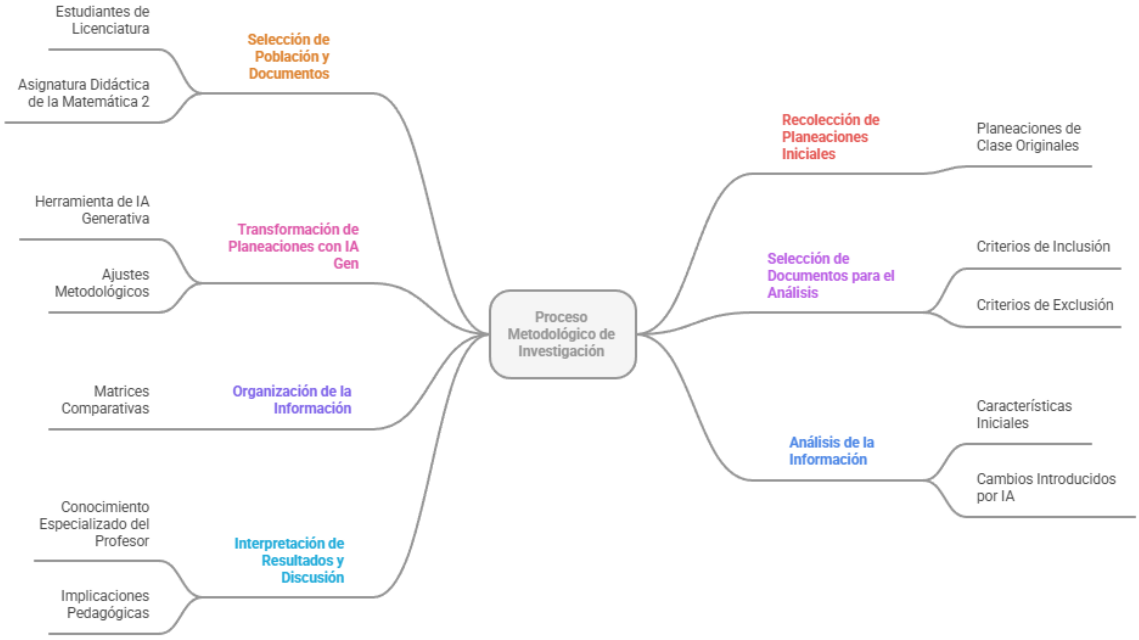
3.1. Descripción del Proceso Metodológico

El proceso metodológico de esta investigación se desarrolló en varias etapas designadas desde MathIAs[8] con el propósito de garantizar la rigurosidad del análisis y la coherencia con los objetivos planteados como se muestra en la Figura 3.

[8] Es necesario aclarar que esta propuesta y sus asignaciones corresponden al proyecto MathIAs, desde donde se designan a los pasantes en investigación las actividades concretas para el desarrollo de la investigación.

Figura 3.

Procesos Metodológico de la Investigación



Nota. ©Napkin IA.

Para la fase de *selección de la población y documentos de análisis* se partió de la población conformada por nueve grupos de estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Industrial de Santander, inscritos en la asignatura Didáctica de la Matemática 2. Cada grupo elaboró una planeación de clase orientada a la enseñanza de las matemáticas en primaria. Al abordar la fase de *recolección de las planeaciones iniciales*, se recopilan las planeaciones de clase diseñadas por los estudiantes en su versión original, constituyéndose en el primer insumo documental de la investigación. Ya en la fase de *Transformación de planeaciones con IA Gen*, las planeaciones fueron sometidas a un proceso de mejoramiento con apoyo de una herramienta de IA generativa. Con esto se obtiene una segunda versión de la planeación, con ajustes, sugerencias y transformaciones en aspectos metodológicos, didácticos y discursivos.

Posterior, en la fase de *selección de documentos para el análisis*, se utilizan criterios de inclusión y exclusión, de manera que, de las nueve planeaciones y sus respectivas versiones enriquecidas, se incluyeron solo aquellas que cumplían con criterios de pertinencia y desarrollo (claridad en la estructura, coherencia en los objetivos, aplicabilidad en el contexto escolar). Esta selección fue de carácter intencional, respondiendo a los objetivos de la investigación. Después, en la fase de *organización de la información*, las planeaciones seleccionadas fueron organizadas en matrices comparativas que permitieron sistematizar los elementos clave de cada una, tanto en su versión inicial como en la versión asistida por IA.

Luego, en la fase de *análisis de la información*, se aplicó un análisis de contenido cualitativo, con el fin de identificar: (i) las características de las planeaciones iniciales; (ii) los cambios introducidos por la IA generativa; y, (iii) las diferencias entre las propuestas elaboradas únicamente por los estudiantes y aquellas enriquecidas con el apoyo tecnológico. Para ello, se definieron categorías de análisis relacionadas con la estructura didáctica, el uso de recursos, la claridad de los objetivos y la pertinencia metodológica.

Finalmente, en la fase de *interpretación de los resultados y discusión*, se articulan los hallazgos a la luz de los subdominios del Conocimiento Especializado del profesor que enseña Matemática emergentes en la planeación, en su paso de IN a IA Gen, lo que permite comprender las implicaciones pedagógicas del uso de IA en la formación de futuros docentes de matemáticas y comunicar los resultados basados en evidencia empírica.

3.2. Técnicas e Instrumentos

Para llevar a cabo el desarrollo de esta investigación se hizo uso de varias técnicas e instrumentos que permitieron organizar, recopilar y analizar la información de manera sistemática,

los cuales fueron articulados con cada una de las fases metodológicas. En la Tabla 3 se presenta mediante una tabla la organización por medio de fases y aquellas técnicas e instrumentos utilizados.

Tabla 2

Técnicas e instrumentos utilizados en relación con las fases de investigación

Fases	*Técnica*	*Instrumento*
Selección de la población y documentos de análisis	Revisión documental	➢ Programa de la asignatura Didáctica de la matemática II y documentos curriculares (Anexo 1)
Recolección de las planeaciones iniciales	Revisión documental	➢ Planeaciones IN propuestas (Archivo del investigador)
Transformación de planeaciones	Revisión documental	➢ Planeaciones IN propuestas (Archivo del investigador, ejemplo en Anexo2) ➢ Planeaciones IA propuestas (Archivo del investigador, ejemplo en Anexo 3)
Selección de documentos para el análisis	Análisis de contenido	➢ Planeaciones IA propuestas por los estudiantes (Archivo del investigador, ejemplo en Anexo 3)
organización de la información	Análisis de contenido	➢ Matriz de subdominios vs P-IN y P-IAGen (Apéndice A)
Análisis de la información	Análisis de contenido	➢ Ficha de clasificación de información para el análisis por subdominio emergente (Apéndice A).
Interpretación de los resultados y discusión	Divulgación científica	➢ Informe final

La Tabla 3 evidencia la relación entre las técnicas e instrumentos a utilizar en cada fase de la investigación; la primera fase corresponde a *la selección de población y documentos de análisis,*

la segunda fase a *la recolección de las planeaciones iniciales,* la tercera fase a la *transformación de planeaciones,* la cuarta a la *selección de documentos para el análisis*, la quinta, *la organización de la información* y finalmente, la sexta, *la interpretación de los resultados y discusión*.

En cada una, se hace uso de técnicas en específico que permiten dar solución al objetivo planteado para cada fase, como lo es: revisión documental, entendida como aquella que permite analizar, recolectar, recopilar y seleccionar información de las lecturas de documentos, revistas, libros, grabaciones, periódicos, artículos, entre otros; en ella la observación se encuentra presente en el análisis de datos, y su articulación con el objeto de estudio (Guerrero Dávila, 2015). En este caso, será de gran utilidad puesto que nos permite recolectar la información necesaria en la web, para profundizar más sobre la IA, la IAGen y su articulación de una manera positiva en el impacto educativo.

Por otro lado, el análisis de contenido que corresponde a una técnica de investigación la cual pretende ser objetiva y sistemática en el estudio del contenido manifiesto de la comunicación (Berelson, 1952). Esta técnica será de utilidad para realizar la revisión de patrones que se encuentren presentes tanto en la manera en que se hacían las preguntas a la IAGen, tanto como a las respuestas obtenidas y la finalización de cada secuencia didáctica.

3.3. Participantes

El escenario en el cual se desarrolla la investigación está establecido por estudiantes (futuros profesores) de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Industrial de Santander en Bucaramanga. Para la unidad de estudio, se estableció que la muestra de la población se rige según los tres criterios: (i) estudiantes de licenciatura en Educación Básica Primaria, (ii) estudiantes que matriculados en el curso Pensamiento Matemático II, (iii) estudiantes

que tuvieran un vínculo con el modelo MTSK desde la aprobación del curso Pensamiento Matemático I; y (iv) estudiantes que hubieran estado en todo el curso y participado del trabajo desde la planeación inicial (IN) hasta la constitución de la planeación enriquecida (IA) llegando a un mayor nivel de desarrollo y profundidad en su estructura.

En ese sentido, la tarea matemática escolar se realiza a una población de 28 estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Industrial de Santander, los cuales cumplen con los criterios establecidos. Por lo que, la población del estudio se subdividió en grupos nueves grupos de trabajo, conformados por dos o tres de estudiantes de la asignatura Didáctica de la Matemática II en la cual los estudiantes se rigen mediante un programa estipulado por la docente (Apéndice A), pertenecientes a la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Industrial de Santander. Cada grupo ha elaborado una planeación de clase como parte de su formación en didáctica. Dichas planeaciones están realizadas principalmente con IN (Apéndice B) , estructuradas de tal manera que lo primero en encontrarse es la descripción y el contexto de la población; seguido de esto se realiza una caracterización de la clase, luego de manera grupal los estudiantes realizan la planeación con IN, la cual presenta: contexto de la unidad, rol del estudiante, materiales, los estándares, el objetivo de la clase, el propósito de aprendizaje y el propósito de enseñanza; luego, se divide en 5 momentos, *engagement, exploration, explanation, elaboration y evaluation.* Seguidamente, se encuentran aquellas modificadas con IAGen (apéndice C), que mantienen la misma estructura.

3.4. Aspectos Éticos

La presente investigación se desarrolla bajo aquellos procedimientos éticos que orientan la investigación educativa, en la cual se busca garantizar el respeto, la protección y bienestar de los

docentes en formación que deciden participar. Por tal manera, de acuerdo con lo estipulado por el Código de Ética del Investigador de Educación (MEN, 2019), se vela en todo momento por el cumplimiento de dichos principios.

El primer principio que fue adquirido es el respeto por las personas, mediante el cual se garantiza la participación voluntaria de los estudiantes mediante la firma de consentimientos informados (Apéndice F). En el presente documento se especifica de manera clara el propósito, los procedimientos y el uso de aquella información obtenida, asegurando de tal manera su derecho a decidir libremente sobre su participación. De igual manera, se garantiza el anonimato y la confidencialidad de los datos, codificando de tal manera la información para evitar la exposición de la identidad de los estudiantes.

De esta manera, en concordancia con lo enunciado en el informe Belmont (1979), de beneficencia y no maleficencia, se propone que esta investigación genere beneficios formativos tanto para los futuros profesores que participaron como para la comunidad académica, minimizando cualquier riesgo, promoviendo de esta manera un trato inclusivo y respetuoso. De tal manera que se analiza los aportes a planeaciones bien fundamentadas a partir del uso de IAGen, facilitando una comprensión más precisa de la complementariedad entre la inteligencia natural y artificial en el diseño de clases.

En segundo lugar, los principios de integridad, honestidad, transparencia y responsabilidad en el proceso investigativo implicaron evidenciar de esta manera los resultados de forma clara y precisa, sin manipular datos de forma arbitraria, así como reconocer fuentes de información utilizadas mediante la adecuada citación académica. De igual manera, en todo momento se mantuvo una postura imparcial y reflexiva evitando que algunos juicios pudieran afectar la interpretación de los resultados.

4. Análisis de Resultados

En este capítulo se presentan y analizan los resultados obtenidos a lo largo del proceso investigativo, en coherencia con el enfoque cualitativo que orienta el estudio. El interés principal no está en mostrar datos de manera numérica, sino en comprender cómo se evidencia el conocimiento especializado del profesor en las planeaciones de clase elaboradas por los estudiantes, así como en reconocer los cambios que surgen cuando se incorpora la IAGen en este proceso. Desde esta perspectiva, el análisis se centra en la interpretación de las producciones seleccionadas, más que describir lo que aparece en las planeaciones, se busca entender cómo se configuran estas propuestas, qué relaciones se establecen en su interior y qué tipo de transformaciones se observan al comparar la versión inicial, elaborada solo con Inteligencia Natural, con aquella que ha sido mediada por la IAGen.

Para llevar a cabo este análisis, se definieron criterios que permitieran abordar los documentos de manera organizada y coherente con los propósitos del estudio, tomando como referente el modelo teórico MTSK, analizando las categorías y subcategorías, esto permite dar cuenta de la complejidad que implica el conocimiento docente en la enseñanza de las matemáticas. En este sentido, el capítulo no solo presenta resultados, sino que se convierte en un espacio de interpretación que permite responder a los objetivos planteados en la investigación.

4.1. Selección de Documentos para el Análisis

En el marco del presente estudio desarrollado con estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Industrial de Santander, se recopilaron inicialmente nueve planeaciones de clase correspondientes a la asignatura Didáctica de la Matemática II. Cada

grupo elaboró una planeación original (IN) y posteriormente realizó un proceso de mejora mediante el uso de Inteligencia Artificial Generativa (IAGen), obteniendo así una segunda versión del mismo diseño didáctico.

Puesto que el objetivo del estudio no se centra en establecer comparaciones cuantitativas entre todas las producciones, sino en realizar un análisis cualitativo profundo desde el modelo teórico MTSK (*Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*), se hizo necesario establecer criterios de selección que permitieran elegir una planeación que posibilitara un análisis detallado, riguroso y significativo.

La selección se realizó principalmente bajo el criterio de completitud estructural, en donde se valoró que la planeación incluyera todos los momentos didácticos (*engagement*, *exploration*, *explanation*, *elaboration*, *evaluation*), así como la explicitación de objetivos, actividades, recursos y estrategias evaluativas. Esto garantizaba que el análisis pudiera abarcar la totalidad de los subdominios del MTSK sin vacíos de información. Por otra parte, en cuanto a la pertinencia didáctica, se examinó que las actividades propuestas guardaran coherencia con el contenido matemático trabajado (concepto de área y su relación con el perímetro), que existiera alineación entre objetivos, actividades y evaluación, y que las tareas fueran acordes al nivel educativo al que estaban dirigidas. Además, se consideró especialmente relevante que la planeación evidenciara modificaciones claras tras el uso de IAGen, permitiendo identificar diferencias en la explicitación del conocimiento especializado del profesor.

4.2. Presentación de la Planeación Seleccionada

Aunque se contaba con nueve propuestas de planeación de clases, se decidió seleccionar únicamente una planeación (con sus dos versiones: IN e IAGen) por las razones metodológicas

expuestas seguidamente: Inicialmente, se conoce que el modelo MTSK implica un análisis detallado de múltiples subdominios tanto del Conocimiento Matemático como del Conocimiento Didáctico del Contenido. Analizar las nueve planeaciones con el mismo nivel de detalle hubiese limitado la profundidad del estudio. Al seleccionar la misma planeación en sus dos versiones (IN e IAGen) permite controlar la variable del contenido y centrarse exclusivamente en las transformaciones derivadas del uso de la Inteligencia Artificial Generativa. De esta manera, las diferencias encontradas pueden atribuirse al proceso de mediación tecnológica y no a variaciones entre grupos.

La planeación escogida presentaba suficiente densidad conceptual y didáctica para evidenciar manifestaciones claras de los subdominios del MTSK, lo cual la convertía en un caso representativo y analíticamente fértil.

A continuación, se presenta la planeación del grupo codificado como: G3, títulada “El mundo de las figuras”, compuesto por tres estudiantes de Licenciatura en Educación Básica Primaria. La planeación de manera general se desarrolla en dos partes claves. En un primer momento, se evidencia el análisis de 3 clases realizadas en el grado 4-01 sobre el tema “El perímetro”, aplicadas por la docente a cargo, se hizo una observación exhaustiva del comportamiento de los niños, el interés por la clase y sus saberes previos. En segundo lugar, se puede identificar que esta es producto de la observación continua de un salón de clases real intencionada desde el modelo de las 5E para las planeaciones basadas en IN y IaGen. Ambas buscan aproximarse a los conceptos de “Área y el perímetro”, principalmente se encuentra aquella planeación desarrollada con IN, con un tiempo estimado en 120 minutos. Se tiene un enfoque orientado a promover la adquisición de habilidades prácticas para que apliquen los conceptos en

su vida diaria. Por otro lado, la planeación mejorada por IaGen busca potenciar el trabajo colectivo, el incentivo de hacer preguntas, y la solución de problemas prácticos (Figura 4).

Figura 4

Planeación del grupo G3 "El mundo de las figuras"

Nombre de la sesión	El mundo de las figuras	
Contexto de la unidad	Está sesión está orientada a la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos claves relacionados con el área y el perímetro de figuras geométricas, como el cuadrado, el rectángulo y el triángulo. Este enfoque se centra en el pensamiento métrico y el pensamiento numérico, permitiendo a los estudiantes identificar, calcular y argumentar sobre las relaciones entre el área y el perímetro de diversas figuras geométricas. A través de una serie de actividades prácticas y visuales, los estudiantes aprenderán a medir, comparar y razonar sobre las dimensiones de las figuras que los rodean, utilizando unidades convencionales y estandarizadas de medida. Además, se promueve el trabajo en equipo, la formulación de preguntas y la solución de problemas prácticos.	
Rol del estudiante	En 5E, el rol de los docentes y estudiantes cambia de perspectiva, horizonte y ruta. Sus funciones asignadas tradicionalmente se revierten y cobran nuevos matices. Los estudiantes cumplen roles activos, protagónicos, responsables y comprometidos con su aprendizaje como afirmaban Viegas y Brito (2022).	
Materiales	- Cartón paja - Fichas con la figura de un cuadrado, rectángulo o triángulo. - Metro. - Lápiz y borrador. - Guías con instrucciones para colorear. - Guías de medición con lugares específicos. - Guía de autoevaluación.	
Estándar(es)	**Pensamiento Numérico y sistemas numéricos**	Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.
	Pensamiento métrico y sistema de medidas	Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas
	Pensamiento métrico y sistema de medidas.	Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
Objetivo de la clase	Comprender y aplicar el concepto de área, utilizando fórmulas específicas para calcular el área de diferentes figuras geométricas, mientras desarrollan habilidades prácticas en la medición.	
Propósito de aprendizaje	Proporcionar a los estudiantes una comprensión profunda de los conceptos de área y perímetro, mientras son guiados en el uso adecuado de fórmulas matemáticas para calcular áreas. Además, se busca que los estudiantes desarrollen habilidades prácticas para aplicar estos conceptos en situaciones cotidianas, como medir espacios en su entorno escolar.	

Propósito de enseñanza	Identificar y calcular el área de diversas figuras geométricas, comprendan la relación entre el área y el perímetro, y utilicen herramientas adecuadas para medir y resolver problemas prácticos. Además, se espera que desarrollen la capacidad de trabajar en equipo y formular preguntas para aclarar dudas.		
Momento 1: Engagement			
Tiempo estimado	Veinte minutos		
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación
A cada estudiante se le entregará una hoja/guía, en la que aparecerá un dibujo en blanco, acompañado de instrucciones específicas de cómo colorearlo. En las indicaciones, cada parte del dibujo estará asociada a una figura; ésta a su vez estará asociada a un color; un ejemplo sería: el triángulo será verde, por lo tanto, cada espacio en blanco que traiga consigo en una parte la figura del triángulo tendrá que ser coloreado de color verde.	El profesor realiza una pequeña presentación de la hoja/guía que los estudiantes desarrollarán, así mismo, dará una breve explicación de esta.	Los estudiantes pueden presentar dificultades en: 1. La comprensión de la actividad 2. En la asociación de colores 3. En la identificación de figuras geométricas	El estudiante que presente inconvenientes en la comprensión de la actividad, se le dará una explicación personalizada, resolviendo dudas e inquietudes que se manifiesten. Antes de realizar la actividad, se harán preguntas de identificación tanto de colores como de figuras geométricas, esto para identificar si algún estudiante requiere más de nuestra atención
Esto se repetirá con todas las figuras y sus colores correspondientes hasta tener el dibujo completamente coloreado. Terminada esta actividad, la docente mostrará tres rompecabezas que ella realizó; dichos rompecabezas tienen la forma de un cuadrado, triángulo y rectángulo, entonces las fichas de estos estarán más ubicadas y se saldrán del borde planteando el problema de que la docente no sabe armar un rompecabezas de figuras geométricas.			

Momento 2: Exploration			
Tiempo estimado	Veinte minutos		
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación
Seguido con lo anterior, se le pedirá a cada estudiante que ayude a la docente a armar bien el rompecabezas. Para esto, a cada estudiante se le entregará de manera aleatoria un octavo de cartón paja, en este se encontrará una figura plasmada, ya sea un cuadrado, un rectángulo o un triángulo; además de esto, cada figura tendrá unas fichas (rectángulos, cuadrados y triángulos) correspondientes para poder armar la figura. Dichas fichas serán entregadas de manera que se pueda armar la figura, es decir, no se van a entregar más de las que sean necesarias, con el fin de que los estudiantes armen un tipo rompecabezas.	En esta actividad la intervención del profesor se limitará a la transmisión de las indicaciones a seguir para realizar la misma.	Los estudiantes pueden presentar dificultades en: 1. La comprensión de la actividad. 2. En la asociación de colores. 3. En la identificación de figuras geométricas. 4. Relación de las figuras geométricas con conceptos como lados, base, altura, largo o ancho.	El estudiante que presente inconvenientes en la comprensión de la actividad, se le dará una explicación personalizada, resolviendo dudas e inquietudes que se manifiesten. Se realizarán de nuevo preguntas de identificación de figuras y colores para identificar si algún estudiante requiere un poco más de atención. Se dará una retroalimentación antes de la actividad sobre los conceptos de lado, base, altura, largo y ancho. Si algún estudiante sigue presentando dificultades, se le hará acompañamiento en la realización de la actividad.

Momento 3: Explanation			
Tiempo estimado	Cuarenta minutos		
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación
Para esta actividad utilizaremos el rompecabezas anteriormente realizado. En primera instancia se les explicará a los estudiantes que es el área y cómo se calcula. Seguido de esto se utilizará el rompecabezas para realizar un primer ejercicio de explicación donde los estudiantes tendrán que hallar el área de la figura que armaron y realizar otras dos figuras (diferentes una de otra con ayuda de sus compañeros). Se procede a la explicación de las fórmulas del área de cada una de las figuras, siendo estas: • El cuadrado: Lado x lado • El rectángulo: Largo x ancho El triángulo: Base X Alto dividido en 2.	En este momento, la mayor parte es intervención del profesor, los estudiantes también participan (se espera que de manera activa, haciendo preguntas para aclarar dudas y ampliar su conocimiento).	Los estudiantes pueden presentar dificultades en: 1. Comprensión de la formula del triangulo 2. comprensión en el concepto de área 3. Retención de las fórmulas de área.	Para mejor comprensión y retención de las fórmulas, se propone realizar más ejercicios enfocados en este tema, así mismo, podemos realizar flashcards de las fórmulas y su respectiva figura, para estudiar o repasar. La fórmula del triángulo al ser una fórmula con multiplicación y división, puede ser un poco complicada para algunos estudiantes, si las flashcards no funcionan con esta fórmula, se propone hacerles acompañamiento a los estudiantes. Antes de nombrar conceptos como área y perímetro, primero se hará una introducción a estos, pidiendo a los estudiantes que participen activamente haciendo preguntas para aclarar cualquier duda

para dejar mayor claridad, y por último se les dejará la actividad de medir y hallar el área de su figura y de dos diferentes que encontrarán con el pentominó.			
Momento 4: Elaboration			
Tiempo estimado	Cuarenta minutos		
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación
Para esta actividad, cada estudiante recibirá una hoja asignada con el nombre de un lugar específico del colegio; los lugares variarán según la cantidad de estudiantes. En la hoja encontrarán el nombre del lugar y una fórmula como recordatorio. La actividad comenzará con la entrega de la guía y una breve explicación sobre su desarrollo. Se revisarán los materiales necesarios: un metro, un lápiz y la guía donde anotarán las medidas de las figuras correspondientes. Luego, saldrán del salón hacia los lugares asignados para tomar las medidas necesarias. Al finalizar, regresarán al salón para compartir las áreas que cada uno pudo calcular y explicar el método utilizado	En este momento, la intervención del docente será un orientador para la actividad a realizar; en el transcurso de la toma de mediciones el docente realizará un acompañamiento a los estudiantes por si en esos momentos surgen dudas o equivocaciones al desarrollar la actividad.	Los estudiantes pueden presentar inconvenientes en; 1. Identificar figuras en los lugares asignados 2. Mal uso del metro 3. Aplicación de las fórmulas	Para que ellos identifiquen correctamente las figuras en los espacios asignados, en la guía irán ejemplos de esto y así mismo, la docente se acercará a cada grupo dándoles un ejemplo. Antes de la actividad la docente les dará indicaciones de cómo usar el metro con precisión y cuidado, así mismo, estará al pendiente por si algún grupo presenta dificultades. Al momento de aplicar las fórmulas, se tendrá el espacio libre para verificar y corregir individualmente a cada grupo y así mismo resolver inquietudes.

- Trabaja de manera activa, de ser posible ayudando a tus compañeros o pidiendo ayuda al momento de tener falencias. Después de cada criterio, el estudiante escribirá si cumple o no, en dado caso de no cumplir, deberá explicar cuál es su falencia			

A continuación, se presenta el análisis correspondiente a la planeación, segmentado por cada momento (*engagement*, *exploration*, *explanation*, *elaboration*, *evaluation*).

4.3. Análisis de la Información

Este análisis se realizó a partir de dos versiones de una misma planeación elaborada por un grupo de estudiantes: la versión inicial (IN) y la versión ajustada mediante el uso de Inteligencia Artificial Generativa (IAGen). Ambas corresponden al mismo contenido matemático y mantienen la misma estructura general, lo que permite realizar una comparación directa y controlada.

Cada planeación estaba organizada en **cinco momentos didácticos**, los cuales estructuran la secuencia de enseñanza-aprendizaje: *engagement*, *exploration*, *explanation*, *elaboration*, *evaluation*. El análisis se centra en identificar, describir y comparar las manifestaciones del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, desde el modelo MTSK (*Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*), considerando tanto, Conocimiento Matemático (MK) y Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK). Para cada momento se examinaron las categorías y subcategorías del modelo mostradas en la Tabla 4.

Tabla 3.

Organización de categorías en cada subdominio de acuerdo con el momento 5E

Dominio	Sub Dominio	Categoría	Engagement			Exploration			Explanation			Elaboration			Evaluation		
			IN	IAGen	Obs.	IN	IAGen	Obs.	IN	IAGen	Obs.	IN	IAGen	Obs.	IN	IAGen	Obs.
Conocimiento matemático	KOT	Fenomenología y aplicaciones.															
		Definiciones, propiedades y fundamentos.															
		Registros de representación.															
		Procedimientos															
	KSM	Complejización															
		Simplificación															
		Contenidos transversales															
		Conexiones auxiliares															
	KPM	Jerarquización y argumentación para la resolución de problemas.															
		Argumentación lógica.															
		Lógica proposicional.															

		Las formas de proceder.
Conocimiento didáctico del contenido	**KFLM**	Teorías personales o institucionales de aprendizaje.
		Recursos materiales o virtuales de enseñanza.
		Actividades, tareas, ejemplos, ejercicios, etc., para la instrucción.
		Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de las matemáticas, inherentes a la matemática en general, un contenido particular o un contexto específico de aprendizaje (grupo o escenario particular)
		Formas de interacción de los alumnos con el contenido matemático, referentes a los procesos y estrategias de los estudiantes (habituales y no habituales), o al lenguaje o vocabulario usado comúnmente al abordar un contenido.
		Los principales intereses y expectativas de los estudiantes al abordar un contenido matemático específico.
	KMLS	Contenido de nivel que se atiende
		Nivel de desarrollo conceptual
		Secuenciación con temas precios y posteriores.

Se analizaron las planeaciones de un mismo grupo con IA y IN, centrándose en las categorías y subcategorías del MTSK, y se opta por 3 colores que significan:

: no está presente la categoría

: está presente de manera superficial.

: está presente de manera completa.

Este sistema permite identificar no solo la presencia o ausencia de los componentes del MTSK, sino también el nivel de profundidad con el que se manifiestan en cada versión de la planeación.

A continuación, se presentan los análisis detallados teniendo en cuenta cada uno de los cinco momentos de la planeación. En cada apartado se realiza una descripción sintética del momento, la identificación de las categorías y subcategorías del MTSK presentes, la comparación entre la versión IN y la versión de planeación construida con IAGen (Learnt.ai) y la interpretación de las diferencias encontradas. Este procedimiento permite evidenciar cómo se configura el conocimiento especializado del profesor en cada momento didáctico y cómo este se transforma o no tras la mediación de la Inteligencia Artificial Generativa.

4.3.1. Análisis del Momento: Engagement

El momento de *engagement* en ambas planeaciones se tiene como propósito introducir la temática del área y su relación con el perímetro, activar conocimientos previos y generar disposición hacia el aprendizaje. Este momento resulta fundamental porque allí se establecen las primeras decisiones didácticas que evidencian cómo el docente comprende el contenido matemático y cómo anticipa su enseñanza.

A partir de la colorimetría que se presentará a continuación, se podrá observar que en la versión IN predominan categorías en nivel superficial o ausente, mientras que en la versión IAGen se incrementa la presencia de categorías en nivel completo, particularmente en aspectos vinculados al conocimiento didáctico del contenido.

Tabla 4

Caracterización de las planeaciones según modelo MTSK

Dominio	Subdominio	Categoría	IN	IAGen
Conocimiento matemático	KOT	Fenomenología y aplicaciones.		
		Definiciones, propiedades y fundamentos.		
		Registros de representación.		
		Procedimientos		
	KSM	Complejización		
		Simplificación		
		Contenidos transversales		
		Conexiones auxiliares		
	KPM	Jerarquización y argumentación para la resolución de problemas.		
		Argumentación lógica.		
		Lógica proposicional.		
		Las formas de proceder.		
Conocimiento didáctico del contenido	KMT	Teorías personales o institucionales de aprendizaje.		
		Recursos materiales o virtuales de enseñanza.		
		Actividades, tareas, ejemplos, ejercicios, etc., para la instrucción.		
		Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de las matemáticas, inherentes a la matemática en general, un contenido particular o un contexto específico de aprendizaje (grupo o escenario particular)		
		Formas de interacción de los alumnos con el contenido matemático, referentes a los procesos y estrategias de los estudiantes (habituales y no		

		habituales), o al lenguaje o vocabulario usado comúnmente al abordar un contenido.	
	KFLM	Los principales intereses y expectativas de los estudiantes al abordar un contenido matemático específico.	
	KMLS	Contenido de nivel que se atiende	
		Nivel de desarrollo conceptual	
		Secuenciación con temas precios y posteriores.	

En este momento se evidencian diferencias importantes entre la planeación inicial (IN) y la planeación mediada por Inteligencia Artificial Generativa (IAGen), tanto en la manera como se introduce el contenido como en la intencionalidad didáctica que subyace a cada propuesta.

En relación con la *fenomenología* (KoT) y aplicaciones del contenido matemático, en la IN la contextualización se realiza dentro del entorno inmediato del aula. La actividad consiste en entregar a los estudiantes una hoja con un dibujo compuesto por diferentes espacios delimitados por figuras geométricas, específicamente triángulos, cuadrados y rectángulos, los cuales deben ser coloreados siguiendo instrucciones como “el triángulo será verde”. De esta manera, el estudiante reconoce las figuras geométricas a partir de su forma visual y de su presencia dentro del dibujo que debe completar. Esta aproximación se apoya en objetos gráficos concretos que el estudiante manipula directamente. Por su parte, en la IAGen la contextualización se realiza a través de la presentación de un video en el que se muestran ejemplos del uso del área y el perímetro en situaciones cotidianas, como la construcción de espacios, el diseño de superficies o la organización de campos deportivos. En este caso, la fenomenología no se limita al objeto gráfico dentro del aula, sino que se amplía a situaciones externas donde las medidas de superficies y contornos tienen utilidad práctica.

En cuanto a *definiciones, propiedades y fundamentos matemáticos* (KoT), en la IN no se presentan definiciones explícitas de conceptos matemáticos. Sin embargo, en el momento de *engagement* no se explica qué es una figura geométrica plana ni se introduce formalmente qué caracteriza a un triángulo, un cuadrado o un rectángulo. La actividad se limita a que los estudiantes reconozcan estas formas visualmente para poder asociarlas con un color determinado. Por ejemplo, si en la guía aparece un triángulo dentro de una sección del dibujo, el estudiante debe colorearlo de verde según la instrucción dada. En contraste, en la IAGen el video inicial introduce de manera explícita los conceptos de área y perímetro, explicando que el área corresponde a la medida de la superficie que ocupa una figura y que el perímetro se relaciona con la medida del contorno de la figura. Aunque esta explicación es introductoria, sí aparece una aproximación conceptual que no está presente en la IN.

Respecto a los *registros de representación* (KoT), en la IN predomina el registro icónico, representado por las figuras geométricas dibujadas en la hoja de trabajo (triángulos, cuadrados y rectángulos) que los estudiantes deben identificar visualmente. A esto se suma un registro simbólico simple, dado por la correspondencia entre figura y color establecida en las instrucciones, por ejemplo: “triángulo = verde”. En la IAGen, en cambio, se presenta una mayor diversidad de registros desde el inicio. El video incorpora registro visual, al mostrar imágenes de superficies y espacios reales; registro verbal, al explicar los conceptos mediante narración; y registro contextual, al vincular el área y el perímetro con actividades cotidianas. Esta variedad amplía las formas en que los estudiantes pueden aproximarse al contenido.

En relación con los *procedimientos* (KoT), en la IN la tarea consiste en seguir instrucciones específicas para completar el dibujo. El procedimiento es lineal y cerrado: el estudiante debe identificar la figura geométrica presente en cada sección del dibujo y colorearla

con el color indicado. Por ejemplo, si un espacio del dibujo contiene un triángulo, el estudiante debe colorearlo de verde; si contiene un cuadrado, deberá usar el color asignado para esa figura. Este procedimiento no admite múltiples estrategias ni interpretaciones. En la IAGen, el procedimiento propuesto consiste en observar el video, identificar las situaciones donde aparecen el área y el perímetro, y participar en una discusión guiada por el docente. En este caso, el proceso es más abierto, ya que los estudiantes pueden expresar sus ideas sobre dónde han visto estos conceptos en su vida cotidiana, por ejemplo en la medición de una cancha o en la organización de un espacio.

En cuanto a la *complejización del contenido matemático* (KSM), en la IN el nivel cognitivo se mantiene en un plano básico, centrado en la identificación visual de figuras geométricas planas y en la asociación directa entre figura y color. No se plantea una progresión conceptual ni se introducen propiedades o relaciones entre las figuras. Por el contrario, en la IAGen se introduce desde el inicio el lenguaje matemático relacionado con área y perímetro, lo que implica una mayor demanda conceptual, ya que estos conceptos suponen comprender la diferencia entre medir superficies y medir contornos.

Desde la *perspectiva de la simplificación* (KSM), en la IN el contenido matemático se reduce a una relación directa entre forma y color, lo que constituye una simplificación por reducción del contenido conceptual. El estudiante no necesita comprender propiedades geométricas ni relaciones entre medidas, únicamente reconocer visualmente las figuras. En la IAGen también existe una simplificación, pero esta se da mediante la contextualización del concepto en situaciones cotidianas, utilizando el video como mediador para hacer más accesible la comprensión inicial de área y perímetro.

En relación con los *contenidos transversales* (KSM), en la IN no se evidencian conexiones con otros contenidos matemáticos o con otras áreas del conocimiento. Las figuras geométricas aparecen aisladas dentro de la actividad de coloreado. En la IAGen se presenta una conexión parcial con contextos reales, por ejemplo cuando el video menciona la medición de superficies en construcciones o espacios deportivos, aunque no se establecen relaciones explícitas con otros conceptos matemáticos como la medición o las unidades de longitud.

En cuanto a las *conexiones auxiliares* (KSM), en la IN las figuras geométricas se presentan como elementos independientes dentro de la actividad, sin relacionarse con otros conceptos matemáticos. En la IAGen, en cambio, se intenta activar conocimientos previos de los estudiantes sobre área y perímetro, preguntando si han visto estos conceptos en situaciones reales o en aprendizajes anteriores.

Respecto a la *jerarquización y argumentación para la resolución de problemas* (KPM), esta categoría no se encuentra presente en la IN, ya que no se plantea ninguna situación problémica que requiera tomar decisiones o justificar procedimientos. Aunque en la planeación con IAGen se propone una discusión posterior al video, pero tampoco se presenta un problema matemático estructurado que exija argumentación formal.

En relación con la *argumentación lógica* (KPM), en la IN no se solicita que los estudiantes expliquen o justifiquen sus decisiones al colorear las figuras. La actividad se centra únicamente en la ejecución de la instrucción. En la IAGen, aunque no se plantea una argumentación formal, las preguntas abiertas del docente pueden generar explicaciones verbales por parte de los estudiantes, por ejemplo cuando preguntan ¿dónde han visto el uso del área o del perímetro? La lógica proposicional no aparece en ninguna de las dos planeaciones dentro de este

momento inicial, ya que no se presentan enunciados matemáticos formales ni relaciones lógicas entre proposiciones, esto es, no está relacionado con el tema de la planeación.

En cuanto a las *formas de proceder* (KPM), en la IN predomina un proceder algorítmico y dirigido, donde el estudiante sigue instrucciones claras para completar la tarea. En la IAGen, el proceder es exploratorio y dialógico, ya que se basa en la observación, la reflexión y la participación en una discusión guiada.

En lo referente a las *teorías de aprendizaje implícitas* (KMT), la IN refleja un enfoque cercano a una perspectiva conductual, en la que el estudiante responde a instrucciones específicas para completar una tarea. En la IAGen se centra más en el socio-constructivismo, al promover la activación de saberes previos y el intercambio de ideas mediante el diálogo.

Respecto a los *recursos didácticos* (KMT), la IN utiliza principalmente material impreso, es decir, la hoja guía con el dibujo que contiene las figuras geométricas que deben colorearse. En la IAGen el recurso principal es un video educativo, lo que introduce una mediación digital en la presentación del contenido.

En relación con las *actividades propuestas* (KMT), la IN plantea un ejercicio cerrado de correspondencia entre figuras y colores, cuyo objetivo es que el estudiante identifique visualmente triángulos, cuadrados y rectángulos dentro de un dibujo. En la IAGen esta consiste en observar un video y participar en una discusión sobre la presencia del área y el perímetro en la vida cotidiana, lo que evidencia una intencionalidad didáctica diferente: mientras la primera busca activar la identificación de formas, la segunda busca potenciar el reconocimiento conceptual.

En cuanto a las *formas de interacción con el contenido matemático* (KFLM), en la IN la interacción es principalmente individual y perceptiva, ya que cada estudiante realiza su hoja de

trabajo identificando las figuras por su forma. En la IAGen la interacción es colectiva y discursiva, pues los estudiantes participan en un diálogo guiado por el docente sobre lo observado en el video.

Respecto a los *intereses y expectativas de los estudiantes* (KMLS), en la IN estos no aparecen explícitamente considerados dentro de la actividad. En la IAGen, en cambio, la referencia a situaciones de la vida cotidiana pretende generar mayor motivación y cercanía con el contenido.

Finalmente, en relación con el *nivel del contenido matemático* (KSM), la IN se mantiene en un nivel básico centrado en el reconocimiento de figuras geométricas planas (triángulo, cuadrado y rectángulo). En la IAGen el nivel conceptual es mayor, ya que se introducen desde el inicio los conceptos de área y perímetro. En consecuencia, mientras en la IN predomina una aproximación perceptiva a las formas geométricas, en la IAGen se inicia un acercamiento conceptual hacia la medición de superficies y contornos.

4.3.2. Análisis del Momento: Exploration

A partir de esta activación inicial del contenido, en este momento se espera que los estudiantes interactúen de manera más directa con las tareas propuestas, movilizando estrategias para comprender y aplicar los conceptos abordados al inicio de la clase. Desde la perspectiva del modelo MTSK, este momento resulta especialmente relevante, ya que permite observar con mayor claridad la articulación entre el conocimiento matemático (MK) y el conocimiento didáctico del contenido (PCK) a través de las actividades, los recursos utilizados, las posibles respuestas de los estudiantes y las estrategias de intervención del docente. En este sentido, el análisis del momento *exploration* permitirá profundizar en las formas en que cada planeación promueve la interacción

de los estudiantes con el contenido matemático y en el tipo de procesos cognitivos que se espera que desarrollen durante la actividad.

Tabla 5.

Análisis del momento Exploration

Dominio	**Subdominio**	**Categoría**	**IN**	**IAGen**
Conocimiento matemático	KOT	Fenomenología y aplicaciones.		
		Definiciones, propiedades y fundamentos.		
		Registros de representación.		
		Procedimientos		
	KSM	Complejización		
		Simplificación		
		Contenidos transversales		
		Conexiones auxiliares		
	KPM	Jerarquización y argumentación para la resolución de problemas.		
		Argumentación lógica.		
		Lógica proposicional.		
		Las formas de proceder.		
Conocimiento didáctico del contenido	KMT	Teorías personales o institucionales de aprendizaje.		
		Recursos materiales o virtuales de enseñanza.		
		Actividades, tareas, ejemplos, ejercicios, etc., para la instrucción.		
		Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de las matemáticas, inherentes a la matemática en general, un contenido particular o un contexto específico de aprendizaje (grupo o escenario particular)		

	Formas de interacción de los alumnos con el contenido matemático, referentes a los procesos y estrategias de los estudiantes (habituales y no habituales), o al lenguaje o vocabulario usado comúnmente al abordar un contenido.	
KFLM	Los principales intereses y expectativas de los estudiantes al abordar un contenido matemático específico.	
KMLS	Contenido de nivel que se atiende	
	Nivel de desarrollo conceptual	
	Secuenciación con temas precios y posteriores.	

En el momento de *exploration*, ambas planeaciones proponen actividades en las que los estudiantes interactúan de manera más directa con figuras geométricas planas, específicamente cuadrados, rectángulos y triángulos, con el objetivo de comenzar a relacionar estas figuras con conceptos geométricos como: lado, base, altura, largo y ancho. Este momento resulta particularmente relevante desde la perspectiva del modelo MTSK, ya que permite analizar cómo se plantean los procedimientos para abordar el contenido matemático, qué nivel de complejidad conceptual se propone, y qué tipo de interacciones se anticipan entre los estudiantes y las tareas matemáticas.

En la planeación IN, la actividad de exploración consiste en que cada estudiante reciba un octavo de cartón paja en el que aparece dibujada una figura geométrica —un cuadrado, un rectángulo o un triángulo— junto con un conjunto de piezas geométricas que permiten reconstruir dicha figura a modo de rompecabezas. Por ejemplo, un estudiante puede recibir un cuadrado grande y varias piezas más pequeñas con forma de rectángulos o triángulos que, al organizarse

correctamente, permiten formar nuevamente el cuadrado original. Esta actividad implica que el estudiante manipule físicamente las piezas, observe sus formas y trate de organizarlas para reconstruir la figura inicial.

Por su parte, en la planeación IAGen, la exploración se plantea mediante el trabajo colaborativo en grupos de cuatro o cinco estudiantes, quienes reciben una hoja de trabajo con diversas figuras geométricas y deben calcular su área y perímetro. En este caso, el contenido matemático se centra directamente en dos conceptos geométricos fundamentales: El perímetro se refiere a la medida del contorno de una figura, es decir, la suma de las longitudes de todos sus lados. Por ejemplo, en un rectángulo cuyo largo mide 8 cm y cuyo ancho mide 5 cm, el perímetro se obtiene sumando todos sus lados: 8 + 5 + 8 + 5. Por otro lado, el área corresponde a la medida de la superficie que ocupa una figura en el plano. En el caso del rectángulo, el área se calcula multiplicando el largo por el ancho, mientras que en el triángulo se utiliza la fórmula base por altura dividido entre dos.

Desde la categoría de *procedimientos* (KoT), en la planeación IN se observa un proceder principalmente manipulativo y perceptivo. Los estudiantes deben organizar las piezas geométricas hasta lograr que encajen dentro del contorno de la figura base. En este sentido, el procedimiento consiste en ensayar diferentes combinaciones de piezas hasta reconstruir la figura completa. Por ejemplo, si el estudiante recibe varias piezas triangulares, deberá identificar cuáles de ellas pueden unirse para formar un cuadrado o un rectángulo. En cambio, en la planeación IAGen el procedimiento implica identificar las medidas de los lados de cada figura y aplicar fórmulas matemáticas para calcular área y perímetro, lo que supone un tipo de procedimiento más cercano

al cálculo matemático y al uso de algoritmos, dejando de lado la exploración y construcción del conocimiento para llegar a la aplicación directa de la fórmula.

En cuanto a la *complejización del contenido matemático* (KSM), la planeación IN mantiene un nivel conceptual relativamente básico. Aunque los estudiantes trabajan con figuras geométricas como triángulos, cuadrados y rectángulos, la actividad se centra principalmente en el reconocimiento y manipulación de las formas, sin que necesariamente se profundice en las propiedades geométricas de dichas figuras. Por ejemplo, no se solicita a los estudiantes analizar cuántos lados tiene cada figura, cuáles son paralelos o cuáles tienen la misma longitud. En contraste, la planeación IAGen introduce directamente conceptos más abstractos como área y perímetro, lo que supone una mayor demanda cognitiva, ya que los estudiantes deben comprender que el perímetro corresponde a la suma de los lados de una figura y que el área representa la medida de la superficie.

En cuanto a la *simplificación del contenido* (KSM), en la planeación IN se observa que la actividad es más sencilla porque se reduce lo que el estudiante tiene que hacer, básicamente, solo debe reconstruir la figura con las piezas que ya se le dan, sin necesidad de analizar propiedades geométricas ni hacer cálculos. Además, la tarea está muy guiada, ya que las piezas corresponden exactamente a la figura que se quiere formar. En cambio, en la planeación con IAGen, la simplificación se da de otra forma, ya que primero se explican conceptos como lado, base, altura, largo y ancho, con la intención de facilitar la comprensión al momento de calcular el área y el perímetro.

Por otro lado, en relación con *los contenidos transversales* (KSM), en la planeación IN no se evidencian conexiones claras con otros temas matemáticos, se observa que las figuras se trabajan de manera aislada, sin relacionarlas con aspectos como la medición o el cálculo de

superficies. En la planeación con IAGen, en cambio, se logra una pequeña conexión con el tema de medición, ya que para calcular el perímetro es necesario entender que los lados tienen una longitud que se puede medir y sumar.

En cuanto a las *conexiones auxiliares* (KSM), en la planeación IN casi no se evidencian, ya que la actividad no exige que los estudiantes usen conocimientos previos de manera clara, ellos pueden resolver el rompecabezas simplemente probando y acomodando las piezas o reconociendo las formas visualmente. En cambio, en la planeación con IAGen sí se ponen en juego algunos conocimientos previos, como identificar figuras geométricas y reconocer sus partes, por ejemplo, los lados de un cuadrado o la base y la altura de un triángulo.

Por otro lado, en relación con la argumentación y la lógica matemática (KPM), en ninguna de las dos planeaciones se proponen actividades donde los estudiantes tengan que justificar de manera formal lo que hacen. Sin embargo, en la planeación con IAGen hay más posibilidades de que los estudiantes expliquen con sus propias palabras cómo llegaron a un resultado, por ejemplo, cuando dicen que sumaron los lados de una figura para hallar el perímetro, por ejemplo, indicando que sumaron los cuatro lados de un rectángulo para hallar su perímetro.

En cuanto a las *formas de proceder* (KPM), la planeación IN es más práctica y se basa en la manipulación, ya que los estudiantes van probando diferentes formas hasta lograr armar la figura. Por su parte, la planeación con IAGen plantea un trabajo más analítico, donde los estudiantes deben fijarse en las medidas de los lados y aplicar fórmulas para obtener resultados.

Desde el punto de vista de las *teorías de aprendizaje* (KMT), la planeación IN se acerca más a un aprendizaje basado en la manipulación, en este caso, los estudiantes trabajan directamente con materiales concretos, lo que les permite reconocer las figuras geométricas a partir de la experiencia. En cambio, en la planeación con IAGen se observa un enfoque más cercano al

trabajo colaborativo, ya que se promueve que los estudiantes trabajen en grupo, compartan ideas y reciban orientación del docente durante la actividad. Además, hay una diferencia clara en la forma en que se presentan las figuras. En la planeación IN se utilizan materiales reales, como rompecabezas y figuras físicas, mientras que en la planeación con IAGen se trabaja más desde lo abstracto, a través de ejercicios impresos relacionados con el cálculo de área y perímetro.

En cuanto a los *recursos didácticos* (KMT), la planeación IN hace uso principalmente de materiales manipulativos, como el cartón paja y las piezas geométricas, permitiendo que los estudiantes experimenten y comprendan visualmente cómo se forman las figuras de manera más fácil. Por su parte, la planeación con IAGen utiliza recursos más enfocados en el cálculo, como guías o talleres con figuras dibujadas, en donde los estudiantes deben aplicar fórmulas para hallar el área y el perímetro.

Respecto a las *formas de interacción con el contenido matemático* (KFLM), en la planeación IN esta se produce principalmente entre el estudiante y el material manipulativo; mientras que en la planeación IAGen la interacción se amplía hacia el trabajo grupal y el intercambio de ideas entre los estudiantes.

Finalmente, en cuanto al nivel conceptual del contenido, la planeación IN se mantiene en un nivel introductorio centrado en la identificación y manipulación de figuras geométricas planas. En cambio, la planeación IAGen avanza hacia un nivel más conceptual al introducir el cálculo del área y el perímetro, aunque sin profundizar aún en las propiedades geométricas que sustentan dichas fórmulas.

4.3.3. Análisis del Momento: Explanation

En el momento de *Explanation*, las planeaciones buscan que los estudiantes expresen y organicen lo que han comprendido sobre las figuras geométricas. Este momento se orienta principalmente a la verbalización y estructuración del conocimiento construido durante la exploración; sin embargo, el modo en que se desarrollan los contenidos matemáticos y las estrategias didácticas presenta diferencias entre la planeación realizada de manera natural (IN) y aquella elaborada con apoyo de inteligencia artificial generativa (IAGen), mostrado en Tabla 7.

Table 6.

Análisis del momento Explanation

Dominio	**Subdominio**	**Categoría**	**IN**	**IAGen**
Conocimiento matemático	KOT	Fenomenología y aplicaciones.		
		Definiciones, propiedades y fundamentos.		
		Registros de representación.		
		Procedimientos		
	KSM	Complejización		
		Simplificación		
		Contenidos transversales		
		Conexiones auxiliares		
	KPM	Jerarquización y argumentación para la resolución de problemas.		
		Argumentación lógica.		
		Lógica proposicional.		
		Las formas de proceder.		
	KMT	Teorías personales o institucionales de aprendizaje.		
		Recursos materiales o virtuales de enseñanza.		

Conocimiento didáctico del contenido		Actividades, tareas, ejemplos, ejercicios, etc., para la instrucción.	
		Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de las matemáticas, inherentes a la matemática en general, un contenido particular o un contexto específico de aprendizaje (grupo o escenario particular)	
		Formas de interacción de los alumnos con el contenido matemático, referentes a los procesos y estrategias de los estudiantes (habituales y no habituales), o al lenguaje o vocabulario usado comúnmente al abordar un contenido.	
	KFLM	Los principales intereses y expectativas de los estudiantes al abordar un contenido matemático específico.	
	KMLS	Contenido de nivel que se atiende	
		Nivel de desarrollo conceptual	
		Secuenciación con temas precios y posteriores.	

En relación con la *fenomenología* (KoT), en la planeación IN la explicación de las figuras geométricas continúa vinculada principalmente al reconocimiento visual de las formas trabajadas anteriormente. Los estudiantes explican qué figura identificaron y cómo la reconocen, por ejemplo, señalando que un círculo se parece a una rueda o que un cuadrado tiene forma similar a una ventana o a una baldosa. En este caso, la explicación se centra en analogías simples con objetos conocidos, lo que permite reforzar la identificación de las figuras, pero sin profundizar en su estructura matemática. Por su parte, en la planeación IAGen la fenomenología se amplía al incorporar ejemplos más variados del entorno cotidiano para justificar las características de las

figuras. Por ejemplo, se discute cómo las señales de tránsito triangulares o las pantallas rectangulares de algunos dispositivos presentan formas geométricas específicas. Esta relación con el entorno permite que la explicación se vincule con experiencias reales de los estudiantes.

En cuanto al *conocimiento de definiciones y propiedades* (KoT), en la planeación IN las explicaciones continúan siendo principalmente descriptivas y basadas en la forma visual. Por ejemplo, un estudiante puede decir que el triángulo "tiene tres puntas" o que el cuadrado "tiene cuatro lados", pero estas características no siempre se sistematizan como definiciones geométricas formales. No se profundiza, por ejemplo, en propiedades como que el cuadrado tiene cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos, o que el rectángulo posee lados opuestos paralelos e iguales. En la planeación IAGen, en cambio, la explicación se orienta de manera más explícita hacia la identificación de algunas propiedades básicas de las figuras. Durante la discusión, se mencionan características como el número de lados de cada figura, la diferencia entre figuras con tres lados (triángulos) y aquellas con cuatro lados (cuadriláteros), o la presencia de lados iguales en el cuadrado. Aunque estas explicaciones siguen siendo sencillas y adaptadas al nivel de los estudiantes, permiten comenzar a estructurar una comprensión más conceptual de las figuras geométricas.

Respecto a los *registros de representación* (KoT), en la planeación IN se mantiene un predominio del registro icónico, apoyado en las imágenes de las figuras que los estudiantes observan o manipulan. Las explicaciones se producen señalando o describiendo estas imágenes. Por ejemplo, un estudiante puede señalar un dibujo y afirmar que es un triángulo porque tiene "tres lados". En la planeación IAGen, además del registro icónico, se refuerza el registro verbal, ya que los estudiantes son invitados a explicar con palabras las características de las figuras. Asimismo, se utilizan ejemplos contextuales que funcionan como un registro adicional, en el cual las figuras

geométricas se relacionan con objetos reales como mesas rectangulares, ruedas circulares o señales triangulares. Esta diversidad de representaciones favorece una comprensión más flexible de las figuras.

En relación con los *procedimientos matemáticos* (KoT), en la planeación IN el procedimiento de explicación consiste principalmente en que los estudiantes describan o nombren las figuras que han identificado previamente. El docente puede pedir, por ejemplo, que un estudiante explique por qué considera que una figura es un cuadrado o un círculo, pero las respuestas suelen limitarse a características visibles. En la planeación IAGen, en cambio, se fomenta un procedimiento más reflexivo, donde los estudiantes comparan figuras y explican sus diferencias. Por ejemplo, pueden analizar en qué se diferencia un triángulo de un rectángulo al observar que el primero tiene tres lados, mientras que el segundo tiene cuatro lado, en conclusión se puede ver que este tipo de comparación favorece una comprensión más estructurada de las figuras.

En cuanto al nivel de demanda cognitiva, la planeación IN se mantiene en un nivel básico, ya que se centra principalmente en que los estudiantes reconozcan y describan las figuras geométricas, la actividad consiste en nombrarlas y decir cómo son, lo que implica procesos como identificar y describir. Por su parte, en la planeación con IAGen, aunque sigue siendo un nivel introductorio, se observa un poco más de exigencia, ya que se les pide a los estudiantes que expliquen las características de las figuras y las comparen entre sí, lo que requiere analizar y diferenciar.

Respecto a *la simplificación* (KSM), en la planeación IN el contenido se hace más sencillo a través de ejemplos visuales y explicaciones basadas en la forma de las figuras lo cual ayuda a una comprensión inicial, pero no profundiza mucho en sus propiedades. En la planeación con

IAGen, en cambio, la simplificación se da de manera más progresiva, explicando poco a poco las características de las figuras y usando ejemplos cercanos, lo que permite que el contenido siga siendo accesible sin perder del todo su parte conceptual.

En cuanto a *las conexiones matemáticas* (KSM), en la planeación IN cada figura se trabaja por separado, sin relacionarla con otras ni con otros temas. En la planeación con IAGen, en cambio, sí se empiezan a hacer algunas relaciones, por ejemplo, al comparar las figuras según el número de lados o su forma, lo cual permite establecer diferencias básicas, como entre triángulos y cuadriláteros.

En relación con el *razonamiento y la argumentación* (KPM), en la planeación IN las respuestas de los estudiantes son más descriptivas y simples, y por su parte en la planeación con IAGen, por el contrario, se promueve un poco más que los estudiantes expliquen lo que piensan, por ejemplo, cuando justifican por qué una figura es un rectángulo y no un cuadrado, o cuando indican cuántos lados tiene, aunque no son argumentos formales, sí ayudan a desarrollar el razonamiento poco a poco.

Desde los *modelos de enseñanza* (KMT), la planeación IN es más guiada por el docente, quien dirige la actividad y hace preguntas puntuales. En cambio, la planeación con IAGen se acerca más a un enfoque participativo, donde los estudiantes tienen más espacio para opinar y construir las respuestas entre todos.

Finalmente, en cuanto a la *interacción en el aula* (KFLM), en la planeación IN la comunicación se da principalmente entre el docente y cada estudiante. Por el contrario, en la planeación con IAGen, se promueve más la participación grupal, ya que las respuestas se comparten y se discuten entre todos, permitiendo comparar diferentes ideas sobre las figuras geométricas.

4.3.4. Análisis del Momento: Elaboration

El momento de *Elaboration* dentro de la secuencia didáctica busca que los estudiantes pongan en práctica lo que han aprendido, lo amplíen y lo apliquen en nuevas situaciones. La idea es que ya no solo repitan lo visto, sino que puedan usar ese conocimiento en contextos más cercanos a su realidad y con mayor autonomía. Desde el modelo MTSK, este momento es especialmente importante, porque permite ver con más claridad cómo se combinan el conocimiento matemático y el didáctico, en donde los estudiantes no solo aplican procedimientos, sino que también toman decisiones, usan distintas formas de representar la información y, en algunos casos, explican cómo llegaron a sus resultados.

A continuación, en la Tabla 8. se presenta el análisis detallado de este momento, teniendo en cuenta las categorías y subcategorías del modelo, así como la visualización previa de la colorimetría, la cual permite identificar de manera general la presencia, ausencia o nivel de desarrollo de cada uno de los elementos analizados en ambas planeaciones.

Tabla 7.

Análisis del momento Elaboration

Dominio	**Subdominio**	**Categoría**	**IN**	**IAGen**
Conocimiento matemático	KOT	Fenomenología y aplicaciones.		
		Definiciones, propiedades y fundamentos.		
		Registros de representación.		
		Procedimientos		
	KSM	Complejización		
		Simplificación		

		Contenidos transversales	
		Conexiones auxiliares	
	KPM	Jerarquización y argumentación para la resolución de problemas.	
		Argumentación lógica.	
		Lógica proposicional.	
		Las formas de proceder.	
Conocimiento didáctico del contenido	KMT	Teorías personales o institucionales de aprendizaje.	
		Recursos materiales o virtuales de enseñanza.	
		Actividades, tareas, ejemplos, ejercicios, etc., para la instrucción.	
		Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de las matemáticas, inherentes a la matemática en general, un contenido particular o un contexto específico de aprendizaje (grupo o escenario particular)	
		Formas de interacción de los alumnos con el contenido matemático, referentes a los procesos y estrategias de los estudiantes (habituales y no habituales), o al lenguaje o vocabulario usado comúnmente al abordar un contenido.	
	KFLM	Los principales intereses y expectativas de los estudiantes al abordar un contenido matemático específico.	
	KMLS	Contenido de nivel que se atiende	
		Nivel de desarrollo conceptual	
		Secuenciación con temas precios y posteriores.	

En el momento de *Elaboration*, ambas planeaciones buscan que los estudiantes apliquen los conceptos trabajados previamente —principalmente área y, en menor medida, perímetro— en situaciones más cercanas a la realidad. Sin embargo, las diferencias entre la planeación inicial (IN) y la planeación mediada por AGen se hacen más evidentes en la forma en que se concibe la aplicación del conocimiento, el nivel de autonomía del estudiante y el tipo de tareas propuestas.

En la planeación IN, la actividad consiste en que cada estudiante se desplace a un lugar específico del colegio —por ejemplo, el salón de clases, el patio, el pasillo o una cancha— y realice mediciones utilizando un metro. A partir de estas mediciones, debe identificar figuras geométricas presentes en el entorno, como rectángulos (puertas, tableros), cuadrados (baldosas, ventanas) o, en menor medida, triángulos, y posteriormente calcular el área de dichas figuras. Por ejemplo, un estudiante puede medir el largo y el ancho de una mesa rectangular (por ejemplo, 120 cm de largo y 60 cm de ancho) y aplicar la fórmula del área del rectángulo (largo x ancho) para obtener el resultado.

En la planeación con IAGen, la actividad se plantea como un trabajo en grupo donde los estudiantes deben diseñar un espacio, como un parque, una habitación o una cancha, usando papel milimetrado. En este caso, no solo aplican fórmulas, sino que también deben dibujar el espacio, decidir las medidas y organizar las figuras dentro del plano, por ejemplo, pueden crear un parque donde incluyan una zona rectangular para juegos, un espacio cuadrado para descansar y caminos que lo rodeen, calculando el área de cada parte.

Desde la *fenomenología* (KoT), en la planeación IN el contenido se relaciona directamente con el entorno real del estudiante, se puede observar que medir objetos como mesas, salones o patios ayuda a entender el área como algo concreto, sin embargo, esta actividad es más guiada. Por otro lado, en la planeación con IAGen, se va un poco más allá, ya que los estudiantes no solo

observan la realidad, sino que también la imaginan y la representan al diseñar un plano, lo cual hace que el nivel de abstracción sea mayor, porque deben pensar el espacio, dibujarlo y calcular sus dimensiones.

En cuanto a las *definiciones y propiedades* (KoT), en la planeación IN se aplican directamente las fórmulas del área, como en el caso del rectángulo (base x altura) o del cuadrado (lado × lado), pero sin profundizar en por qué estas fórmulas funcionan. Por ejemplo, el estudiante utiliza la fórmula para calcular el área de una puerta rectangular, pero no se analiza que esta fórmula surge de contar unidades cuadradas que cubren la superficie. En la planeación IAGen, aunque tampoco se profundiza completamente en la justificación de las fórmulas, sí se observa una mayor integración de conceptos como escala, proporcionalidad y organización espacial, especialmente al trabajar con papel milimetrado, donde cada cuadrícula puede representar una unidad de medida.

Respecto a los *registros de representación* (KoT), en la planeación IN predominan los registros numérico y concreto: el estudiante mide con el metro (registro concreto) y registra valores numéricos para luego realizar cálculos. Por ejemplo, anota medidas como 3 metros de largo y 2 metros de ancho, y calcula el área. En la planeación IAGen se integran múltiples registros: gráfico (diseño en papel milimetrado), numérico (medidas), simbólico (uso de fórmulas) y verbal (explicación del proyecto). Esta articulación de registros permite una comprensión más completa del concepto de área.

En relación con los *procedimientos* (KoT), en la planeación IN el proceso es más directo y sigue pasos claros: primero se mide, luego se registra, después se aplica la fórmula y finalmente se obtiene el resultado, lo cual es un proceso organizado y guiado por la docente. Por su parte, en la planeación con IAGen el procedimiento es más amplio, ya que los estudiantes deben imaginar

un espacio, dibujarlo, definir medidas, calcular áreas y, además, preparar una presentación, lo cual permite que los estudiantes no solo apliquen fórmulas, sino que también tomen decisiones sobre cómo organizar y representar el espacio.

En cuanto a la *complejidad del contenido* (KSM), la planeación IN se mantiene en un nivel medio, porque aunque trabaja el área en situaciones reales, la actividad es bastante directa. Por el contrario, en la planeación con IAGen se observa mayor complejidad, ya que los estudiantes deben integrar varios elementos y tomar decisiones, lo que exige un pensamiento más elaborado.

Respecto a la *simplificación* (KSM), en la planeación IN la tarea se facilita usando objetos reales y mediciones directas, lo que hace que sea más concreta. En la planeación con IAGen, la simplificación se da a través del papel milimetrado, que ayuda a organizar el espacio en cuadrículas y facilita tanto el dibujo como los cálculos.

En cuanto a los *contenidos transversales* (KSM), en la planeación IN se trabaja principalmente la medición, por ejemplo, con el uso del metro. En la planeación con IAGen, además de la medición, se incluyen otros elementos como la representación del espacio, la organización y, en algunos casos, la proporcionalidad, lo que amplía las conexiones.

Sobre las *conexiones auxiliares* (KSM), en la planeación IN estas se limitan a reconocer figuras en el entorno. En la planeación con IAGen, en cambio, se relacionan varios conceptos al mismo tiempo, como las figuras geométricas, el área, la representación en plano y el diseño de espacios.

En relación con *la argumentación* (KPM), en la planeación IN es poca, ya que el estudiante se enfoca más en obtener un resultado. En la planeación con IAGen, al tener que presentar el proyecto, se genera más espacio para explicar decisiones, como por qué eligieron ciertas medidas o cómo calcularon el área de cada parte.

Desde las *formas de proceder* (KPM), la planeación IN es más de seguir pasos y aplicar fórmulas, mientras que la planeación con IAGen es más creativa, ya que implica diseñar, pensar y reflexionar sobre lo que se está haciendo.

En cuanto a las *teorías de aprendizaje* (KMT), la planeación IN responde a un enfoque más guiado y práctico. En cambio, la planeación con IAGen se acerca más a un aprendizaje colaborativo, donde los estudiantes construyen el conocimiento mientras trabajan juntos en una tarea con sentido.

En cuanto a los *recursos* (KMT), en la planeación IN se utilizan herramientas más concretas, como el metro y elementos del entorno escolar. En cambio, en la planeación con IAGen se usa el papel milimetrado, que permite representar mejor el espacio y trabajar de forma más organizada.

En relación con la *interacción* (KFLM), en la planeación IN el trabajo es más individual, mientras que en la IAGen se promueve el trabajo en grupo, donde los estudiantes construyen el proyecto entre todos.

Finalmente, respecto al *nivel conceptual* (KMLS), en la planeación IN se trabaja el área de forma directa en figuras como el cuadrado y el rectángulo. En la planeación con IAGen, en cambio, este concepto se amplía, ya que se aplica dentro de un diseño más completo donde también se representa el espacio.

4.3.5. Análisis del Momento: Evaluation

El momento de *Evaluation* dentro de la secuencia didáctica tiene como propósito valorar el nivel de comprensión alcanzado por los estudiantes, así como identificar los avances y dificultades en relación con los contenidos matemáticos trabajados, en este caso, los conceptos de

área y perímetro, junto con los procedimientos asociados a su cálculo, como la medición y el uso de fórmulas. Desde la perspectiva del modelo MTSK, este momento permite analizar no solo qué se evalúa, sino también cómo se evalúa, evidenciando la relación entre el conocimiento matemático y las decisiones didácticas (Tabla 9) que orientan los procesos de valoración del aprendizaje.

Table 8.

Análisis del Momento Evaluation

Dominio	**Subdominio**	**Categoría**	**IN** **IAGen**
Conocimiento matemático	KOT	Fenomenología y aplicaciones.	
		Definiciones, propiedades y fundamentos.	
		Registros de representación.	
		Procedimientos	
	KSM	Complejización	
		Simplificación	
		Contenidos transversales	
		Conexiones auxiliares	
	KPM	Jerarquización y argumentación para la resolución de problemas.	
		Argumentación lógica.	
		Lógica proposicional.	
		Las formas de proceder.	
Conocimiento didáctico del contenido	KMT	Teorías personales o institucionales de aprendizaje.	
		Recursos materiales o virtuales de enseñanza.	
		Actividades, tareas, ejemplos, ejercicios, etc., para la instrucción.	

	Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de las matemáticas, inherentes a la matemática en general, un contenido particular o un contexto específico de aprendizaje (grupo o escenario particular)	
	Formas de interacción de los alumnos con el contenido matemático, referentes a los procesos y estrategias de los estudiantes (habituales y no habituales), o al lenguaje o vocabulario usado comúnmente al abordar un contenido.	
KFLM	Los principales intereses y expectativas de los estudiantes al abordar un contenido matemático específico.	
KMLS	Contenido de nivel que se atiende	
	Nivel de desarrollo conceptual	
	Secuenciación con temas precios y posteriores.	

En el momento de *Evaluation,* ambas planeaciones buscan valorar el aprendizaje de los estudiantes en relación con los conceptos trabajados, especialmente el área y su relación con el perímetro, así como aspectos procedimentales como la medición y el uso de fórmulas. No obstante, se evidencian diferencias importantes entre la planeación inicial IN y la planeación mediada por AGen en la forma en que se concibe la evaluación, el tipo de participación del estudiante y los procesos cognitivos que se promueven.

En la planeación IN, la evaluación se plantea a través de una rúbrica de autoevaluación individual, en la que cada estudiante debe valorar su propio desempeño a partir de criterios específicos. Entre estos criterios se encuentran: comprender el concepto de área y su relación con el perímetro, aplicar correctamente las fórmulas —por ejemplo, $lado * lado$ para el cuadrado o

largo × ancho para el rectángulo—, medir con precisión utilizando el metro y participar activamente en la actividad. El estudiante debe indicar si cumple o no con cada criterio y, en caso negativo, explicar cuál fue su dificultad. Por ejemplo, un estudiante podría señalar que no logró aplicar correctamente la fórmula del área del rectángulo porque confundió el largo con el ancho.

En la planeación con IAGen, la evaluación se desarrolla a través de la presentación de un proyecto grupal, en este espacio, los estudiantes exponen el diseño que realizaron, como por ejemplo un parque o una habitación, y explican cómo aplicaron los conceptos de área y perímetro. Para ello, se utiliza una rúbrica que permite valorar el trabajo del grupo, teniendo en cuenta no solo el resultado, sino también la forma en que explican el proceso; por ejemplo, un grupo puede mostrar cómo calculó el área de una zona rectangular dentro de su diseño, mencionando las medidas y la fórmula utilizada.

Por otro lado, desde la *fenomenología* (KoT), en la planeación IN la evaluación se mantiene en un nivel más individual, ya que el estudiante reflexiona sobre su propio desempeño a partir de actividades realizadas previamente, como medir o calcular áreas. En cambio, en la planeación con IAGen, la evaluación se vuelve más social, porque los estudiantes deben presentar su trabajo y explicarlo frente a sus compañeros, lo que permite que el conocimiento matemático se exprese en un contexto de comunicación.

En cuanto a las *definiciones y propiedades matemáticas* (KoT), en la planeación IN se espera que el estudiante comprenda conceptos como el área y el perímetro, aunque esto no siempre se evidencia directamente en la evaluación. En la planeación con IAGen, en cambio, estos conceptos se hacen más visibles, ya que los estudiantes deben explicarlos durante la presentación, al mostrar cómo resolvieron cada parte de su diseño.

De igual forma, en relación con *los registros de representación* (KoT), en la planeación IN predomina lo escrito, ya que los estudiantes expresan sus ideas en la rúbrica. Mientras tanto, en la planeación con IAGen se utilizan varios tipos de representación al mismo tiempo: lo oral al explicar, lo gráfico en el diseño, lo numérico en los cálculos y lo simbólico al usar fórmulas.

Asimismo, si se observan los *procedimientos* (KoT), en la planeación IN estos se centran en la reflexión individual, donde el estudiante analiza sus aciertos y dificultades. Por el contrario, en la planeación con IAGen, el estudiante no solo reflexiona, sino que también debe explicar y justificar su trabajo, lo que implica un proceso más elaborado.

En cuanto a la *complejidad del contenido* (KSM), la planeación IN se mantiene en un nivel medio, ya que la evaluación se basa en la autoevaluación. En cambio, en la planeación con IAGen, la exigencia es mayor, porque los estudiantes deben integrar conocimientos, explicar lo que hicieron y responder preguntas durante la presentación.

Sin embargo, en términos de *simplificación* (KSM), en la planeación IN el proceso se facilita mediante criterios claros y ejemplos dados por el docente. En la planeación con IAGen, aunque la actividad es más compleja, la rúbrica sigue funcionando como una guía que orienta el proceso de evaluación.

Por otra parte, en relación con los *contenidos transversales* (KSM), en la planeación IN se evidencia principalmente la metacognición, ya que el estudiante reflexiona sobre su aprendizaje. Mientras que en la planeación con IAGen, además de esta reflexión, se desarrollan habilidades como la comunicación y el trabajo en equipo.

En cuanto a las *conexiones auxiliares* (KSM), en la planeación IN estas se centran en relacionar el desempeño con los contenidos trabajados. En cambio, en la IAGen se amplían, ya que se conectan con la experiencia de diseño realizada previamente.

En relación con *la argumentación* (KPM), en la planeación IN esta es básica, pues se limita a explicar dificultades. Por el contrario, en la planeación con IAGen se fortalece, ya que los estudiantes deben justificar sus decisiones durante la exposición.

De manera similar, en las *formas de proceder* (KPM), la planeación IN se enfoca en la reflexión individual, mientras que la IAGen promueve un enfoque más comunicativo y colaborativo.

En cuanto a las *teorías de aprendizaje* (KFLM), la planeación IN refleja un enfoque centrado en la metacognición individual. En cambio, la IAGen se acerca más a una visión socioconstructivista, donde el aprendizaje se construye a través de la interacción.

Por otro lado, en relación con los *recursos* (KMT), en ambas planeaciones se utiliza la rúbrica, aunque en la IAGen esta se complementa con el proyecto y su presentación.

Finalmente, en cuanto a la *interacción* (KFLM), la planeación IN se desarrolla de forma individual, mientras que la IAGen favorece el trabajo grupal. En términos del nivel conceptual (KMLS), aunque en ambas se evalúan conceptos como el área y el perímetro, en la IAGen estos se aplican en un contexto más amplio y articulado.

4.4. Análisis Transversal de la Planeación

El análisis de las planeaciones permite ver algunos aspectos en común y también varias diferencias a lo largo de los cinco momentos de la secuencia didáctica, lo cual permite entender mejor cómo aparecen los distintos elementos del modelo MTSK en cada propuesta. Al comparar la planeación inicial (IN) con la planeación apoyada en Inteligencia Artificial Generativa (IAGen), no solo se notan cambios en la forma de las actividades, sino que también es posible interpretar esas diferencias desde lo teórico trabajado en la investigación.

En primer lugar, frente al uso de la IA en la planeación, los resultados coinciden con lo que plantea Oh (2025), en el sentido de que estas herramientas permiten proponer actividades más variadas, de esta forma se evidencia en la planeación con IAGen, debido a que se incluyen recursos como videos, trabajo en grupo, discusiones y proyectos. Por el contrario, en la planeación IN predominan actividades más estructuradas, como colorear figuras, armar rompecabezas o aplicar fórmulas de manera directa, en conclusión se puede decir que la IAGen amplía las formas de representar el contenido (visual, verbal, gráfico y simbólico), lo que facilita diferentes maneras de acercarse a las matemáticas.

Sin embargo, también es importante tener en cuenta lo que advierte Oh (2025), y es que aunque las actividades con IAGen son más variadas, no siempre están bien conectadas desde lo pedagógico. Esto se nota en que, aunque en la planeación sea trabajada con inteligencia artificial, conceptos como el área y el perímetro, desde el inicio y se aplican en situaciones más cercanas, en algunos casos no se profundiza lo suficiente. Por ejemplo, se usan fórmulas como la del área del rectángulo o del triángulo, pero no siempre se explica qué significan realmente o cómo se relacionan con las unidades de medida, esto conlleva a que la IA puede aportar ideas, pero sigue siendo necesario que el docente intervenga para darles más sentido y profundidad.

En esta misma línea, los hallazgos también se relacionan con lo planteado por Wardat et al. (2023), quienes señalan que herramientas como ChatGPT pueden ofrecer explicaciones y apoyar la organización de contenidos, pero presentan limitaciones en cuanto a la comprensión profunda y la corrección de posibles vacíos conceptuales. Esto se evidencia en la planeación IAGen, donde hay una mayor riqueza en la propuesta didáctica (KMT), pero no necesariamente un fortalecimiento equivalente en el conocimiento matemático (MK), especialmente en lo relacionado con definiciones, propiedades y fundamentos (KoT).

Por otro lado, el análisis muestra que la planeación IN, aunque más limitada en términos de variedad metodológica, presenta una mayor coherencia interna en la secuenciación de actividades, lo cual puede relacionarse con lo planteado por Fitriati, Rosli & Iksan (2023) sobre el valor del *lesson study*. En este caso, se evidencia que la planeación sigue una progresión clara: reconocimiento de figuras (triángulo, cuadrado, rectángulo), manipulación mediante rompecabezas, introducción de fórmulas y aplicación en contextos reales (medición de espacios del colegio). Esta secuencia, aunque básica, responde a una lógica estructurada que favorece la organización del contenido, lo que se vincula con el subdominio KMLS (secuenciación y progresión del aprendizaje) dentro del MTSK.

En cuanto al *conocimiento didáctico del contenido* (PCK), las diferencias entre ambas planeaciones se notan con más claridad. En la planeación IN se observa un enfoque más tradicional, donde el estudiante sigue indicaciones específicas, como colorear una figura o armar un rompecabezas, de esta manera el desarrollar este tipo de actividades limita un poco la posibilidad de que el estudiante tome decisiones o explique lo que hace.

Por el contrario, en la planeación con IAGen se ve un enfoque más participativo, cercano a lo que plantea Barrera (2025), donde el estudiante tiene un papel más activo en su aprendizaje. Esto se refleja, por ejemplo, en actividades como discutir en grupo para qué sirve el área en la vida diaria o diseñar un espacio usando medidas reales, por este motivo en estos casos, el estudiante no solo aplica fórmulas, sino que también debe pensar, tomar decisiones, explicar sus ideas y trabajar con otros.

Así mismo, tal como señala Barrera (2025), también se confirma que la IAGen tiende a generar propuestas más generales y poco contextualizadas, lo cual se observa en actividades como “diseñar un parque o una habitación”, sin una conexión explícita con el contexto inmediato del

estudiante. Por el contrario, la planeación IN, aunque más simple, logra una mayor contextualización situada, por ejemplo, al pedir a los estudiantes medir espacios reales dentro del colegio, lo cual fortalece la fenomenología del contenido matemático.

Desde el modelo MTSK, se puede ver que el uso de la IAGen fortalece sobre todo aspectos relacionados con las estrategias, los recursos y las tareas (KMT), y en parte también mejora la interacción y la participación de los estudiantes (KFLM). Por su parte, la planeación IN, aunque es más limitada en algunos aspectos, muestra mayor claridad en la organización y secuencia de los contenidos (KMLS). Aun así, en ambos casos se evidencian dificultades en lo relacionado con la práctica matemática (KPM), ya que no se trabajan con fuerza procesos como la argumentación, la justificación o la validación de resultados.

Por último, estos resultados también muestran una tensión entre lo tradicional y el uso de la IA, por un lado, la planeación IN se apoya más en recursos concretos y actividades guiadas y por otro lado, la planeación con IAGen incorpora elementos más dinámicos que generan mayor interés en los estudiantes. Sin embargo, ese interés no siempre significa que el aprendizaje sea más profundo, debido a eso, se hace necesario que los docentes se formen mejor en el uso de estas herramientas, especialmente en cómo diseñar actividades, orientar su uso y darles un sentido pedagógico dentro del aula.

5. Conclusiones

La presente investigación se orientó a responder la pregunta: ¿Qué características de las matemáticas y de su enseñanza se revelan en las planeaciones didácticas de los futuros profesores de Educación Básica Primaria (EBP) al usar IA generativa para replantear sus planificaciones iniciales?

A partir del análisis realizado con el modelo MTSK, se puede evidenciar que el uso de la IA generativa genera cambios importantes, sobre todo en el conocimiento didáctico del contenido (PCK), especialmente en lo relacionado con las estrategias de enseñanza (KMT). En las planeaciones apoyadas en IA se observa una mayor variedad de actividades, como el uso de videos, el trabajo en grupo, las discusiones y el desarrollo de proyecto, esto permite que los estudiantes tengan más formas de interactuar con el contenido y muestra una tendencia hacia metodologías más activas.

Sin embargo, cuando se analiza el conocimiento matemático (MK), especialmente en el conocimiento de los temas (KoT), no se evidencian avances tan claros. Aunque la IA permite trabajar conceptos como el área y el perímetro en situaciones cercanas, muchas veces estos se abordan de forma superficial, centrándose en aplicar fórmulas sin profundizar en su significado. Lo cual confirma que usar IA no garantiza por sí solo un aprendizaje más profundo, como también lo mencionan Wardat et al. (2023).

En relación con la primera pregunta de investigación, se encontró que las planeaciones con IN presentan una mejor organización de los contenidos y una mayor conexión con el contexto cercano de los estudiantes, por ejemplo, al trabajar con espacios del colegio, además, tienden a ser más guiadas. Por su parte, las planeaciones con IA muestran mayor variedad en las actividades y en las formas de representar el contenido, aunque en algunos casos pierden profundidad conceptual y no siempre se conectan de manera tan directa con el contexto.

Por otro lado, frente a la segunda pregunta, la comparación entre las planeaciones IN e IA permite ver que la IA aporta en la diversificación de las prácticas de aula, favoreciendo la creatividad, la interacción y el uso de recursos digitales. No obstante, también deja claro que el docente sigue teniendo un papel clave, ya que debe tomar decisiones sobre cómo usar estas

herramientas, cómo adaptar lo que generan y cómo darle sentido pedagógico, tal como lo plantea Barrera (2025), es decir, el impacto de la IA depende en gran medida del criterio del docente.

En cuanto al objetivo general, se logró identificar el conocimiento especializado de los futuros docentes al usar IA en la planeación didáctica, evidenciando que su mayor impacto se da en lo didáctico, más que en la profundización del contenido matemático.

Respecto al primer objetivo específico, se logró caracterizar las planeaciones elaboradas con IN, encontrando que tienen una estructura más organizada, una secuencia progresiva de los contenidos y una mayor cercanía con el contexto. Sin embargo, también presentan limitaciones, como poca variedad en las actividades y escaso desarrollo de la argumentación.

En cuanto al segundo objetivo específico, se pudo comparar las planeaciones resultantes del uso combinado de IN e IA, evidenciando que la IA permite enriquecer las estrategias de enseñanza y promover actividades más dinámicas. Aun así, estas planeaciones requieren del acompañamiento del docente para asegurar que tengan coherencia y profundidad, tal como lo señala Oh (2025).

Finalmente, este trabajo aporta a la Educación Matemática en varios sentidos, por un lado, muestra que el modelo MTSK es útil para analizar tanto planeaciones tradicionales como aquellas mediadas por tecnologías como la IA. Por otro lado, evidencia que la IA tiene un gran potencial para transformar la enseñanza, al facilitar la creación de actividades más variadas y centradas en el estudiante, lo cual coincide con lo planteado por diferentes autores.

Es por esto que, a partir de los resultados obtenidos, se pueden proponer algunas líneas de investigación como: Estudiar el impacto de la IAGen en la argumentación matemática y en el desarrollo del pensamiento crítico, analizar cómo la formación en el diseño de *prompts* influye en

la calidad de las planeaciones generadas y realizar una observación de cómo es el impacto real de las actividades propuestas por IAGen en el aula.

A partir de los hallazgos obtenidos en el presente estudio, se hace evidente la necesidad de fortalecer la formación inicial de los futuros docentes en el uso pedagógico de la inteligencia artificial generativa, no como un recurso aislado, sino como una herramienta que debe integrarse de manera crítica y reflexiva dentro de la planeación didáctica. En este sentido, una de las principales recomendaciones se orienta a promover procesos formativos que no solo enseñen el uso técnico de herramientas como ChatGPT, sino que profundicen en la intencionalidad pedagógica detrás de su implementación, especialmente en lo relacionado con la articulación entre el conocimiento matemático (MK) y el conocimiento didáctico del contenido (PCK), tal como lo propone el modelo MTSK.

De acuerdo con lo que se evidenció en el análisis, aunque la planeación con IAGen aporta variedad en estrategias y recursos, todavía se queda corta en la profundidad de los conceptos. Por eso, es importante que en la formación docente se haga más énfasis en fortalecer el conocimiento matemático, especialmente en aspectos como las definiciones, las propiedades y el sentido de conceptos como el área y el perímetro.

En este sentido, no basta con que los futuros docentes apliquen fórmulas como largo por ancho o base por altura dividido en dos. También es necesario que comprendan qué significan y que sepan explicarlo, por ejemplo, a partir de ideas como las unidades cuadradas o la descomposición de figuras, puesto que ayudaría a que las actividades apoyadas en IAGen no se queden solo en lo básico, sino que realmente aporten al aprendizaje.

Asimismo, se recomienda fortalecer la formación en el diseño de *prompts*, ya que, como se evidenció en el contraste entre las planeaciones, la calidad de las propuestas generadas por la

IA depende en gran medida de la claridad, especificidad y orientación pedagógica de las instrucciones proporcionadas. En este sentido, es necesario que los futuros docentes desarrollen habilidades para formular solicitudes que no solo generen actividades variadas, sino que también estén alineadas con objetivos de aprendizaje, niveles de desarrollo conceptual y contextos específicos de los estudiantes.

De igual manera, se considera pertinente promover el uso de estrategias como los estudios de clase (*Lesson Study, Fujii 2014).* , en las cuales los docentes en formación puedan reflexionar de manera colaborativa sobre sus planeaciones, analizar críticamente las propuestas generadas con IA y realizar ajustes que respondan a las necesidades reales del aula, debido a que este tipo de espacios permitiría fortalecer no solo el conocimiento didáctico, sino también la capacidad de tomar decisiones fundamentadas, aspecto clave en la enseñanza de las matemáticas.

Por otro lado, se recomienda que la integración de la IAGen en la planeación didáctica no sustituya el uso de contextos cercanos y significativos para los estudiantes, porque, como se evidenció en la planeación inicial, actividades como la medición de espacios reales dentro del colegio favorecen una comprensión más situada del concepto de área. En este sentido, es importante que los docentes logren articular las propuestas generadas por IAGen con el contexto inmediato de los estudiantes, evitando que las actividades se mantengan en un nivel genérico o descontextualizado.

Finalmente, se sugiere promover un equilibrio entre la innovación didáctica y el rigor matemático, de tal manera que las propuestas de enseñanza no solo sean motivadoras y diversas, sino también conceptualmente sólidas, lo cual implica reconocer que la IA generativa es una herramienta de apoyo, pero que el papel del docente sigue siendo fundamental en la selección,

adaptación y resignificación de los recursos, garantizando así una enseñanza de las matemáticas que sea tanto significativa como rigurosa.

A manera de conclusión, el presente estudio también evidenció algunas limitaciones, las cuales son importantes reconocer para contextualizar el alcance de los resultados obtenidos. En primer lugar, el análisis se centró en un número reducido de planeaciones, específicamente en una seleccionada en profundidad para la comparación entre su versión inicial (IN) y su versión mediada por inteligencia artificial generativa (IAGen). Aunque esta decisión permitió realizar un análisis detallado y profundo desde el modelo MTSK, también limita la posibilidad de generalizar los resultados a otros contextos o poblaciones, por lo que los hallazgos deben interpretarse como aproximaciones situadas.

En segundo lugar, el estudio se enfocó exclusivamente en el análisis de las planeaciones didácticas, sin considerar su implementación en el aula, de esta manera implica que no se pudo observar cómo las decisiones plasmadas en los documentos se traducen en prácticas reales de enseñanza, ni cómo los estudiantes responden a las actividades propuestas. En este sentido, es posible que algunas de las fortalezas o debilidades identificadas se manifiesten de manera diferente en la práctica, lo cual abre la posibilidad de futuras investigaciones que incluyan la observación directa de clases.

Otra limitación importante está relacionada con la naturaleza misma de la inteligencia artificial generativa. Como se evidenció en el análisis, la calidad de las planeaciones producidas con IA depende en gran medida de los *prompts* utilizados por los docentes en formación. Sin embargo, en este estudio no se realizó un control sistemático de la calidad de dichos *prompts*, lo que implica que las diferencias encontradas entre las planeaciones pueden estar influenciadas tanto

por la herramienta como por la forma en que fue utilizada. Esto introduce una variable adicional que complejiza la interpretación de los resultados.

Asimismo, se reconoce que, aunque el modelo MTSK permitió un análisis profundo del conocimiento matemático y didáctico, su aplicación se centró en un contenido específico, como lo es el cálculo de áreas y el reconocimiento de figuras geométricas planas (triángulos, cuadrados y rectángulos). Por lo tanto, no es posible afirmar que los resultados se mantendrían de la misma manera en otros contenidos matemáticos que impliquen, por ejemplo, mayor nivel de abstracción o diferentes tipos de razonamiento.

Finalmente, se identifica como limitación el hecho de que la integración de la IA en la planeación didáctica es un campo relativamente reciente, lo que implica que aún no existen suficientes referentes consolidados que orienten su uso de manera sistemática en la formación docente. Esto hace que los resultados de este estudio deban entenderse como una contribución inicial a un campo en construcción, que requiere seguir siendo explorado y problematizado desde diferentes enfoques teóricos y metodológicos.

Consecuentemente, el estudio evidenció que la incorporación de la inteligencia artificial generativa en la planeación didáctica de las matemáticas no constituye en sí misma una garantía de mejora en la calidad del conocimiento matemático que se enseña, pero sí representa una oportunidad significativa para transformar las prácticas de enseñanza, especialmente en lo relacionado con la diversificación de estrategias, el uso de múltiples representaciones y la promoción de metodologías más activas y participativas. No obstante, los resultados también muestran que estas potencialidades solo se concretan cuando el docente en formación cuenta con un conocimiento especializado que le permita analizar, adaptar y resignificar las propuestas generadas por la IA, asegurando su coherencia pedagógica y su profundidad conceptual. En este

sentido, más que reemplazar el papel del docente, la inteligencia artificial pone en evidencia su papel central como mediador del conocimiento, reafirmando la necesidad de una formación docente que articule de manera sólida el saber matemático con el saber enseñar, en función de una educación matemática crítica, contextualizada y significativa.

Referencias Bibliográficas

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Barrera Ortiz, L. S. (2025). La Inteligencia Artificial generativa en la planeación didáctica en Educación Básica Primaria: Una revisión de recursos aplicables en áreas STEM. [Trabajo de grado, Universidad Industrial de Santander]. Repositorio Institucional UIS.

Berelson, B. (1952). *Content Analysis in Communication Researches*. Glencoe III, Free Press.

Cabero-Almenara, J., & Llorente-Cejudo, C. (2020). La inteligencia artificial y sus posibilidades en la educación. RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 23(2), 9–23. https://doi.org/10.5944/ried.23.2.26519

Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Contreras, L. C., Montes, M. Á., Escudero-Ávila, D., & Flores-Medrano, E. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Fujii, T. (2014). Implementing Japanese lesson study in foreign countries: Misconceptions revealed. *Mathematics Teacher Education and Development, 16*(1), 65–83.

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista, P. (2014). Metodología de la investigación (6ª ed.). McGraw-Hill Education.

Marco de competencias de los docentes en materia de TIC (versión 3). Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2016). Lineamientos de formación inicial de docentes en educación básica y media. MEN.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2019). Código de Ética del Investigador en Educación. Bogotá, Colombia: MEN.

National Commission for the Protection of Human Subjects of Biomedical and Behavioral Research. (1979). The Belmont report: Ethical principles and guidelines for the protection of human subjects of research. U.S. Department of Health, Education, and Welfare. https://www.hhs.gov/ohrp/regulations-and-policy/belmont-report/read-the-belmont-report/index.html

Reyes-Ruiz, L. & Carmona Alvarado, F. A. (2020). La investigación documental para la comprensión ontológica del objeto de estudio.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4–14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1–22. UNESCO. (2019).

Oh, J. (2025). Integrating generative AI tools in pre-service mathematics teacher education: Opportunities and pedagogical challenges. International Journal of STEM Education, 12(1), 45–62.

Wardat, Y., Tashtoush, M. A., AlAli, R., & Jarrah, A. M. (2023). ChatGPT: A revolutionary tool for teaching and learning mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, *19*(7), em2286. https://doi.org/10.29333/ejmste/13272

Apéndices

Apéndice A. *Programa de la asignatura Didáctica de la matemática II*

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACION

Licenciatura en Educación Básica Primaria

ASIGNATURA: Didáctica de la matemática II	CRÉDITOS: 3	
CÓDIGO: 28957	II SEMESTRE DE 2024	
REQUISITOS: 28950		
INTENSIDAD HORARIA SEMANAL: 3 HORAS		TAD: 3 TI: __
DOCENTE: Jenny Patricia Acevedo Rincón	TEÓRICA: 2	PRACTICA: 1

JUSTIFICACIÓN

Tanto en el aula como en las prácticas educativas de formación docente, el sistema educativo actual necesita cambios significativos. La Educación Básica Primaria necesita reevaluar el uso de las disciplinas que orientan el currículo escolar durante los primeros cinco años y pasar de la matemática instrumental a una educación que promueva estudiantes matemáticamente competentes. Esto significa que los escenarios del mundo real de otras disciplinas, así como las propias matemáticas, utilicen experimentos de enseñanza, estudios de clases, desde los primeros años de educación. Además, permitir el desarrollo de procesos que van más allá de la ejecución de procedimientos e involucran el modelado, la resolución de problemas, la comunicación y el razonamiento en cualquier situación dada. Por último, es necesario que los estudiantes de educación básica reciban una educación matemática que les permita convertirse en una materia crítica, útil y, lo más importante, que contribuya adecuadamente a la toma de decisiones.

Para lograrlo, la educación matemática que experimentan los profesores en formación requiere de una reflexión continua sobre los procesos de enseñanza, y un replanteamiento de las prácticas de enseñanza de los formadores de profesores. Es decir, que, desde la experimentación propia del desarrollo de situaciones de los diferentes contextos, el profesor en formación reconozca métodos, estrategias y prácticas que lo lleven a reformular su ideal de enseñanza en el aula, pues de no lograrse, se continuarán desarrollando las milenarias prácticas de ejercitación, y privilegiando la enseñanza de algunos pensamientos (numérico y variacional), sobre otros (espacial, geométrico y aleatorio). Lo que implica, una formación disciplinar contundente, en el dominio de los cinco pensamientos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, para la formación de niños de primero a quinto nivel de la educación básica.

En este sentido, esta reformulación de las prácticas de enseñanza implica que durante el curso de didáctica de la matemática II, esté orientado a fortalecer conocimientos sobre: las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM), la enseñanza de las matemáticas (KMT), Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) ya que esta es una parte de las matemáticas trabajada muy poco desde la educación básica primaria, secundaria y media. Además, este curso pretende que los estudiantes se impliquen en sus propios aprendizajes, participando de las dinámicas, y reconociendo los distintos factores que en ellas inciden, con el fin de aplicar conocimientos para transformar realidades educativas a partir de situaciones de clase. En consecuencia, la Escuela de Educación de la Universidad Industrial de Santander, propone el espacio formativo de Pensamiento Matemático I para desarrollar competencias en el campo disciplinar de las matemáticas básicas, desde el reconocimiento de la geometría bidimensional y tridimensional, así como de situaciones que involucran la medición,

que le permitan identificar, estudiar y resolver problemas relacionados con sus (futuras) prácticas pedagógicas, desde la formación disciplinar.

Los profesores de Educación Básica Primaria deben ser conscientes de la responsabilidad que poseen en el sentido de proporcionar a los estudiantes a su cargo una sólida formación en nociones, deben concebir las Matemáticas de una manera distinta a otros profesionales o a otras personas inmersas exclusivamente en la cultura matemática formal, y ver las matemáticas escolares como un producto en elaboración y no acabado. Desde esta perspectiva, el docente de matemáticas debe considerar el contenido a enseñar y las estrategias empleadas en el aula.

Por consiguiente, la necesidad de un perfeccionamiento profesional enfocado al desarrollo de destrezas demanda una formación de docentes en matemáticas direccionada al dominio de las bases y fundamentos del conocimiento profesional, indispensables para llevar a cabo con eficacia y habilidad la enseñanza, y es allí donde la Didáctica juega un papel crucial. Para tal fin, es necesario abordar dos tipos de componentes, cuyo desarrollo dan forma concreta al trabajo en el aula de clase, componentes de tipo cognitivo y componentes de enseñanza.

En este sentido, la orientación de la Didáctica de la Matemática en el segundo ciclo (cuarto a quinto grado) se apoya en actividades y experiencias, ejecutadas en espacios de afecto y confianza, considerando el juego como uno de los principales recursos educativos, que permite la interacción entre los niños y las niñas para que mediante la acción y la experimentación construyan el conocimiento matemático con el descubrimiento de propiedades y relaciones entre los objetos. Esto es, una formación docente centrada en el conocimiento especializado de la didáctica del contenido matemático.

Propósito de la actividad académica

El propósito general de la asignatura es: Generar experiencias de aprendizaje de los procesos matemáticos a través del reconocimiento de: las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM), la enseñanza de las matemáticas (KMT), Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) con el fin de desarrollar conocimiento didáctico y pedagógico para su enseñanza en el segundo ciclo (cuarto a quinto grado) desde una formación integral de los futuros profesores de educación básica primaria.

COMPETENCIAS

Cognitivas	• Desarrolla habilidades discursivas para la toma de decisiones como sujeto reflexivo y ético que valora las prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente. • Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia relacionados con la Matemática, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva. • Analiza diferentes tipos de estrategias didácticas seleccionando las más apropiadas para desarrollar y/o potenciar procesos matemáticos en cada uno de los pensamientos y sistemas del área. • Identifica estrategias didácticas que propician el dominio de saberes matemáticos y llevan al logro de los aprendizajes esperados de manera continua e integrada. • Manifiesta la articulación del carácter crítico, basado en principios de pedagogía integrados a la enseñanza del saber matemático con una valoración afectica y ética del propio ejercicio de la docencia. • Explicita ideas y desarrolla acciones significativas relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje del campo disciplinar, apoyadas tanto en el

	saber disciplinar como de las ciencias de la educación, para responder a exigencias de situaciones puntuales que requieran intervenciones educativas. • Propone y desarrolla planes didácticos y de intervención en entornos educativos a partir del estudio de las necesidades pedagógicas y didácticas que surgen en el aula de clase. • Coordina sus operaciones cognitivas y sus acciones, en función de retos particulares y reales; de las exigencias que plantea el ambiente de trabajo; de los objetivos que persiguen; y de los problemas que debe resolver • Diseña materiales didácticos de calidad y adecuados a los procesos de aprendizaje que desarrolle en una situación educativa. • Realiza procesos de evaluación formativa en el desarrollo de planes y estrategias de mediación pedagógica en el aula.
Procedimentales	• Articula los saberes disciplinares (ciencias, matemáticas, lengua y sociales) y pedagógicos (curricular, didáctico y de evaluación) en su ejercicio docente para fortalecer el desarrollo del ser individual y social en su contexto personal y profesional. • Identifica problemáticas en los diferentes contextos para el diseño de situaciones de aprendizaje que permitan la aplicación de conocimientos desde el planteamiento de diversas alternativas de solución. • Desarrolla capacidad para utilizar como herramientas de trabajo habituales las tecnologías de la información y comunicación en las actividades de enseñanza y aprendizaje. • Asume el análisis de las situaciones pedagógicas y didácticas que surgen en el aula como motivación para plantear estrategias que generen aprendizajes significativos en la población escolar. • Investiga documentalmente sobre los procesos de análisis de las necesidades de entornos de aprendizaje organizados por la acción del mediador docente para, con ello, describir, analizar y proponer alternativas frente a las realidades observadas.
Actitudinales	• Emplea un lenguaje especializado en la comunicación oral y escrita que sustentan la selección de modelos didácticos para el diseño de proyectos de aula. • Participa cooperativa y analíticamente en la planificación y ejecución de planes orientados a mejorar las condiciones de aprendizaje en una situación educativa específica. • Planifica y desarrolle su actuar en función de las necesidades de aprendizaje • Socializa los resultados de los procesos de análisis de situaciones educativas. • Asume su proceso de formación con responsabilidad y agrado hacia la enseñanza de la Matemática en Educación Básica Primaria como proyecto

	de vida. • Comparte y participa activamente en espacios académicos actuando con respeto y valorando las ideas los demás.

CONTENIDOS CONCEPTUALES, PROCEDIMENTALES Y ACTITUDINALES A APROPIAR

La actividad académica propone el desarrollo del pensamiento matemático a partir de tres ejes problematizadores, centrados en: (i) Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM); Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT); Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS), para lo cual se incorporan elementos conceptuales, procedimentales y actitudinales en pro del desarrollo integral del estudiante.

Eje problematizador 1: Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM)

- ¿Qué características de aprendizaje de las matemáticas tienen los estudiantes del segundo ciclo (cuarto a quinto grado) de la Educación Básica Primaria?
- ¿En qué condiciones aprenden Matemáticas los estudiantes del segundo ciclo (cuarto a quinto grado) de la Educación Básica Primaria?
- ¿Cuáles son las teorías de aprendizaje matemático que permiten desarrollar competencias del pensamiento en niños del segundo ciclo (cuarto a quinto grado) de la Educación Básica Primaria?
- ¿Qué características tienen las formas de interacción de los estudiantes con los contenidos, prácticas y estructuras matemáticas en el segundo ciclo (cuarto a quinto grado) de la Educación Básica Primaria?
- ¿Cómo se incorporan los aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de segundo ciclo (cuarto a quinto grado) de la Educación Básica Primaria ciclo?

Eje problematizador 2: Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)

- ¿Cuáles son las teorías de enseñanza de las matemáticas que permiten desarrollar competencias del pensamiento en niños del segundo ciclo (cuarto a quinto grado) de la Educación Básica Primaria?
- ¿Qué papel desempeñan los recursos didácticos, tecnológicos y materiales en el desarrollo del pensamiento matemático de estudiantes de segundo ciclo (cuarto a quinto grado) de Educación Básica Primaria?
- ¿Cuáles son las principales estrategias, técnicas, tareas y ejemplos que pueden contribuir en el descubrimiento, y desarrollo del pensamiento matemático para su desarrollo en estudiantes de segundo ciclo (cuarto a quinto grado) de Educación Básica Primaria?

profesor analice su propio desempeño y tome decisiones informadas para mejorar su práctica. A su vez, implica la observación y análisis de la propia práctica docente, la reflexión crítica sobre los resultados obtenidos y la toma de decisiones informadas para mejorar la práctica. Esta estrategia busca que el profesor sea consciente de sus fortalezas y debilidades, y que tome medidas para mejorar su desempeño. Además, se constituye en una estrategia muy efectiva en la formación de profesores, ya que permite a los docentes mejorar su práctica y adaptarse a las necesidades y habilidades de sus estudiantes.

El aula invertida es una estrategia de enseñanza y aprendizaje que se enfoca en invertir el proceso de enseñanza tradicional. En lugar de que el profesor presente la información en el aula y los estudiantes la trabajen en casa, en el aula invertida los estudiantes reciben la información en casa a través de materiales multimedia (videos, lecturas, etc.) y trabajan en la aplicación de los conceptos en el aula, con la guía y supervisión del profesor. Esta estrategia contribuye en la formación de profesores, el aula invertida es una técnica pedagógica muy efectiva, ya que permite a los estudiantes trabajar de manera autónoma y desarrollar habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas, a través de sencillos procesos de consulta, investigación y sistematización intencionada de información relacionada con el diseño de tareas. Además, esta estrategia fomenta la participación efectiva de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, lo que aumenta su motivación y compromiso con el tema que se está tratando. Además, permite al profesor adaptar su metodología de enseñanza a las necesidades y habilidades individuales de cada estudiante, ya que los estudiantes pueden trabajar a su propio ritmo y recibir la atención y orientación necesarias en el aula.

El error didáctico en la formación de profesores, permite al profesor desarrollar procesos reflexivos a través de una mirada crítica de su práctica. Este, dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje. Este error puede verse desde diferentes tipos, como errores en la planificación de la clase, errores en la presentación de la información, errores en la evaluación de los estudiantes, entre otros. Como estrategia de enseñanza y aprendizaje en la formación de profesores, el error didáctico es una oportunidad para el aprendizaje y la mejora continua. Los errores cometidos por el profesor pueden ser analizados y utilizados para mejorar la práctica docente y adaptarse a las necesidades y habilidades de los estudiantes. También permite a los estudiantes desarrollar habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas, ya que les permite identificar y analizar los errores cometidos por el profesor y proponer soluciones viables y efectivas.

La lectura, la observación y la comunicación se constituyen como estrategias de enseñanza y aprendizaje muy efectivas en la formación de profesores, ya que permiten el desarrollo de habilidades cognitivas, sociales y comunicativas de los futuros profesores de Educación Básica Primaria. La lectura es una estrategia que permite a los estudiantes adquirir conocimientos y habilidades de manera autónoma; fomenta la comprensión lectora, la reflexión crítica y la capacidad de análisis y síntesis. En la formación de profesores, la observación de clases y la práctica docente permiten a los estudiantes desarrollar habilidades prácticas y resignificar su propia identidad como docentes. La comunicación como estrategia permite a los estudiantes desarrollar habilidades comunicativas y sociales; fomenta la capacidad de expresión oral y

escrita, síntesis y persuasión. En la formación de profesores, la exposición de trabajos y proyectos permite a los estudiantes compartir sus ideas y conocimientos de búsquedas orientadas en bases de datos especializadas en la formación de profesores de básica primaria e interactuar y compartir sus hallazgos con sus compañeros y con el profesor, y les permite recibir retroalimentación y mejorar su desempeño.

La ejercitación y comparación son herramientas que hacen parte del buen aprendizaje en matemáticas. La ejercitación implica practicar con ejercicios relacionados con un tema específico, variando condiciones y complejizando las situaciones. Esta estrategia ayuda a reforzar los conceptos y habilidades matemáticas, así como a desarrollar la fluidez y la apropiación de procedimientos y algoritmos en los cálculos. La práctica constante permite a los estudiantes familiarizarse con los procedimientos y fortalecer su confianza en sus habilidades matemáticas. Además, la comparación implica analizar y contrastar diferentes conceptos, propiedades o soluciones matemáticas, ya que pueden identificar similitudes, diferencias y patrones, lo que les ayuda a comprender mejor los conceptos y a desarrollar un pensamiento crítico.

Abordaje de situaciones o problemas complejos que surgen en los contextos de aula, escuela y sociedad, que incorporen además otros tipos de conocimientos, por ejemplo, de economía. Estrategias de apropiación y comprensión del lenguaje de las matemáticas, entre otras estrategias que posibiliten la articulación de los pensamientos y sistemas matemáticos, y los estudiantes, docentes en formación, diseñen propuestas articuladoras, en las que expresen cómo lograr una transposición didáctica, en la que ellos mismos y luego, los escolares logren interrelaciones entre un lenguaje abstracto de las matemáticas y un lenguaje común dado por las situaciones concretas de aprendizaje o las situaciones que nacen de la experiencia.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

En la valoración de las actividades que se desarrollan durante el semestre, se tendrán en cuenta los desempeños de las competencias cognitivas, procedimentales y actitudinales. A continuación, se presentan los acuerdos entre el docente y los estudiantes sobre la conversión cuantitativa de los indicadores de las respectivas competencias, para efectos de registro de calificaciones en el sistema académico de la Universidad Industrial de Santander y, en todo caso, se evaluarán diversos momentos del proceso del desarrollo de la práctica, incluyendo la socialización de los resultados de esta. Se espera que los elementos evaluados contemplen evidencias e indicadores relacionados con las competencias enunciadas arriba (cf. Competencias), basados en una conversión cuantitativa sobre el peso de las actividades propuestas.

Competencia	Evidencia de desempeño	Estrategia de evaluación	Equivalencia Cuantitativa
Cognitivas	*Reconocimiento de saberes* Reconoce en los distintos escenarios escolares las situaciones de aprendizaje de las prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente.	*Cuestionario e intervenciones en el aula* que permitan identificar saberes previamente construidos en espacios escolares o sociales promuevan el desarrollo y	• 0%

	Argumenta con posturas críticas según sus saberes (como estudiante observador de las prácticas docentes) sobre las prácticas de enseñanza y formas de aprendizaje en/para la da diversidad.	solución de las situaciones propuestas. Se plantean actividades que posibiliten a cada participante reconocer los saberes que tiene sobre la respuesta a la pregunta propuesta en cada eje problematizador (en cada corte).	
	Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM) •Reconoce las teorías del aprendizaje de las matemáticas escolares para el diseño de situaciones didácticas de primer ciclo (primer a tercer grado) de la Educación básica Primaria. •Identifica las fortalezas y debilidades de los estudiantes frente al aprendizaje del contenido matemático escolar	*Rúbrica de evaluación del documento de estrategias de aprendizaje* apoyadas por recursos interactivos, recursos didácticos e IA que permitan identificar diversos escenarios de aprendizaje de los procesos matemáticos para el desarrollo de las dimensiones de los estudiantes de Educación Básica Primaria.	• 20%
	•Describe las formas de interacción de los alumnos en la triada del conocimiento (profesor-estudiante-saber) que pueden incorporarse en el diseño de situaciones de aprendizaje de las matemáticas de primer ciclo. •Asocia aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas escolares a	*Rúbrica de evaluación sobre control de lectura* quincenal a través de la creación del guión del Podcast (MathVoiceCast project).	• 20%

	factores relacionados con la buena enseñanza.		
Procedimentales	*Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)* • Comprende las teorías de aprendizaje de las matemáticas escolares para el primer ciclo (primer a tercer grado) de la Educación básica Primaria. • Analiza la importancia de incorporar diversos recursos didácticos (físicos y digitales) en el diseño de escenarios de aprendizaje de las matemáticas escolares del primer ciclo (primer a tercer grado) de la Educación básica Primaria. • Explica diversas estrategias, técnicas, tareas y ejemplos usados en la planeación de clases de primer ciclo (primer a tercer grado) de la Educación básica Primaria.	*Rúbrica de evaluación sobre observación de clase* de matemáticas en los dos ciclos de educación básica primaria para la formulación de propuestas de clase de matemáticas que involucre los procesos matemáticos en el desarrollo de las dimensiones de los estudiantes de Educación Básica Primaria.	• 20%
	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) • Articula los saberes disciplinares propios de las matemáticas en pro de los resultados de aprendizaje esperados para el primer ciclo (primer a tercer grado) de la Educación básica Primaria. • Propone una secuenciación adecuada a partir de la comprensión del desarrollo conceptual y	*Rúbrica de evaluación sobre documento con la formulación e implementación de* prompts de IAs que permitan desarrollar una(s) clase(s) para el aprendizaje de los 5 pensamientos y los 5 procesos matemáticos en estudiantes de la Educación Básica Primaria (tomando por base los 3 contextos: las matemáticas, las otras áreas y la cotidianidad).	• 30%

	procedimental esperado para el nivel cognitivo de los estudiantes del primer ciclo (primer a tercer grado) de la Educación básica Primaria.		
Actitudinales	*Reflexión sobre el proceso de aprendizaje* • Valora el proceso de enseñar y aprender matemáticas desde una postura crítica y reflexiva • Reconoce los aportes de otros (profesores, investigadores, pares, etc.) en la construcción de una propuesta didáctica.	Texto reflexivo en el que describe su proceso de construcción de aprendizajes del semestre, para lo cual valora su asistencia y participación, y constante preparación y prácticas que involucra el desarrollo de la didáctica de la matemática.	• 10%

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía básica:

Artigue, M. (1995). El lugar de la didáctica en la formación de profesores. En M. Artigue, Moreno, P. Gómez (Eds.), Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá: Una empresa docente. México. Ed. Iberoamericana.7-23 ·

Batanero, C. y Godino, J. D., 2003. Estocástica y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84- 932510-0-3, disponible en http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/

Boyer C., 1968. Historia de la matemática. Alianza Editorial, Madrid

Brousseau, G. (1987), Fundamentos y métodos de la didáctica de la Matemática, Córdoba, Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba.

Castro, E., 2001. Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria. Madrid: Síntesis · Chamorro, C. y Belmonte, J. M., 1988. El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales (núm. 17). Madrid: Editorial Síntesis S. A.

Chevallard, I., Gascón, J.; Bosch, M. (1997), Estudiar Matemática. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje, Barcelona, Ice-Horsori.

Cid, E., Godino, J. D., y Batanero, C., 2003. Sistemas numéricos y su didáctica para maestros, Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-4-6, disponible en http://www.ugr.es/~jgodino/edumat- maestros/

Donaldson, M., 1978. Children's Minds. London: Fontana/Croom Helm, ISBN 0- 85664-759-4.

Edo, M.; Deulofeu, J. Investigación sobre juegos, interacción y construcción de conocimientos matemáticos. Dpto. de Didáctica de las matemáticas Universidad Autónoma de Barcelona. 2009. [en línea] disponible en: http://pagines.uab.cat/meque/sites/pagines.uab.cat.meque/files/Ens_Ciencias_24_2 57-

268_0.pd
Grouws, D. (Ed.). (1992). Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan · Lineamientos y Estándares Básicos de Competencia Matemática para la Educación Básica Primaria. MEN
Muñoz, M. Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas. Grado en Educación Primaria Universidad de la Rioja 2014. España.
NCTM, 1991. Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, VA: NCTM.
Nomdedeu, R., 2012. Didáctica de las Matemáticas, Universitat Internacional Valenciana / VIU (en prensa)
Nortes Checa, A., 1993. Matemáticas y su didáctica. Tema-DM.
Paenza, A. (2005). Matemática... ¿Estás Ahí? Ep.1. Ed. Siglo XXI, 118p.
Paenza, A. (2006). Matemática... ¿Estás Ahí? Ep.2. Ed. Siglo XXI, 118p.
Paenza, A. (2007). Matemática... ¿Estás Ahí? Ep.3,14. Ed. Siglo XXI, 118p.
Paenza, A. (2010). Matemática... ¿Estás ahí? La vuelta al mundo en 34 problemas y 8 historias. Ed. Siglo XXI, 223p.
Paenza, A. (2011). ¿Cómo, esto también es matemática? Ed. Siglo XXI, 311p.
Porras, O. (2010). Una introducción a las estructuras algebraicas básicas. Ed. Universidad de los Andes, 131p.
Rivero, F. (1995). Reflexiones sobre la Matemática y el mundo que nos rodea. Ed. Universidad de los Andes, 76p.
Tejçon, F. (2006). Manual de uso del ábaco japonés Soroban. Ed. Krayono. 112p.
Van de Walle, J. A., 2001. Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally (4ª ed.). New York: Longman.

Bibliografía complementaria

Acevedo-Rincón, J. P., Camargo, L. (2012). El Tetris como mediador visual para el reconocimiento de movimientos rígidos en el plano (rotación y traslación). Revista Tecné Episteme y Didaxis TED.
Ángel, Allen R. (2004). Álgebra intermedia, Editorial Pearson, sexta edición.
Bello, I. (2004). Álgebra, México, Thompson Editores,
Bolt, B. (1987). Divertimientos matemáticos, Barcelona, Editorial Labor, primera edición.
Beaton, A.E., Mullis, I.V.S., Martin, M.O., González, E.J., Kelly, D.L., Smith, T.A (1996). Mathematics Achievement in the Middle School Years: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). TIMSS International Study Center. Boston. USA.
Boyer C., 1968. Historia de la matemática. Alianza Editorial, Madrid
Brousseau, G. (1987), Fundamentos y métodos de la didáctica de la Matemática, Córdoba, Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba.
Carrillo Y., J., Climent, N., Contreras González, L. C., Montes Navarro, M. A., Ortega, T. Llinares, S., Callejo de la Vega, M., Fernández, C., &Moreno, M del M. (2016). Didáctica de las Matemáticas para Maestros de Educación Primaria. 372p. Ed. Paraninfo.
Chevallard, I., Gascón, J. & Bosch, M. (1997), Estudiar Matemática. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje, Barcelona, Ice-Horsori.

De Guzmán, M. (1991). Para pensar mejor. Labor.

Del Grande, J. (1990) Spatial Sense.Arithmetic Teacher. Vol. 37.6, 14-20

Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O., 1991. El aprendizaje de las matemáticas. Madrid: MEC y Ed. Labor

Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. (Traducción de Miryam Vega). Universidad del Valle.

Flórez-Pabón, C. E. & Acevedo-Rincón, J. P. (2016). Habilidades e processos de visualização desenvolvidos com estudantes de licenciatura em matemáticas no ensino de conceitos geométricos. Conferencia: Apresentação oral: Universidade Federal da Grandes Dourados

Font, V. (20105). Reflexión en la clase deDidáctica de las Matemáticas sobre una "situación rica", en Badillo, E. Couso,D., Perafrán, G., Adúriz-Bravo, A.(eds.) Unidades didácticas en Cienciasy Matemáticas, Bogotá, p. 59-91.

Gal, H; Linchevski, L. (2010). To see ornot to see: analyzing difficulties ingeometry from the perspective of visualperception. Educational Study ofMathematics, 74:163–183.

Gardner, M. (1983) ¡Ajá!, paradojas. Paradojas que hacen pensar, Barcelona, Editorial Labor, tercera edición.

Gaulin, C. (1986). Tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas a nivel internacional (1). Números, 14, pp. 11-18.

Gutiérrez, A. (1998) Procesos y habilidades de visualización espacial.Memorias del tercer congreso Internacional sobre investigación eneducación matemática, 1998, Valencia,p. 44-59.Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional Geometry.In search of aframework.En L. Puig y A. Gutiérrez(Eds) Proceedings of the 20th PMEconference, v.1, 3-19. 89.

Lineamientos y Estándares Básicos de Competencia Matemática para la Educación Básica Primaria. MEN.

Mankiewicz, R. (2000). Historia de las matemáticas, Barcelona, Ediciones Paidós.

Martínez Ravelo, P. F. Acevedo-Rincón, J. P. (2018). La noción de medida en el bosque de los colores: uso de medidas no estandarizadas. X Simposio Nororiental de Matem´aticas

Mason, J. Burton, L y Stacey, K. (1988). Pensar matemáticamente. M.E.C. – Labor. [Versión en español de la obra Thinking Mathematically, publicada por AddisonWesley originariamente en 1982 y revisada en 1985]

Miller, Ch. (2006). Matemáticas: razonamiento y aplicaciones, Pearson Adison Wesley, décima edición.

Monereo, C., Castelló, M., Clariana, M., Palma, M., y Pérez, M. L. (1999). Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Barcelona, España: Graó

NCTM, 1991. Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, VA: NCTM

Mason, J. Burton, L y Stacey, K. (1988). Pensar matemáticamente. M.E.C. – Labor. [Versión en español de la obra Thinking Mathematically, publicada por Addison- Wesley originariamente en 1982 y revisada en 1985]

NCTM, 1991. Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, VA: NCTM

Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. Trillas, México. [Versión en español de la obra How to solve it publicada por Princeton University Prees en1945]

Sandoval Más Romy Kelly. Estrategias para desarrollar el área matemática para la educación

Apéndice B. ***Ejemplo de planeaciones IN propuestas***

Grado	Tercero 3°	Estudiante(s)	Paula Mariana Ardila Rey Maria Alejandra Joya Rosas Heydy Tatiana Roa Jaimes	Tiempo total en minutos	120 minutos
Nombre de la sesión		Mixto e Impropio ¡Descubramos su igualdad!			
Contexto de la unidad		En esta unidad se busca trabajar que los estudiantes entiendan la igualdad que hay entre las fracciones mixtas y las fracciones impropias, por medio de distintas actividades, además de que aprendan cómo pasar de una fracción mixta a una fracción impropia, y pasar de una fracción impropia a una fracción mixta.			
Rol del estudiante		El estudiante asume un rol activo en su participación en las diversas actividades, involucrándose de manera dinámica y comprometida en cada una de ellas.			
Materiales		Los materiales que se usan en estas sesion son: para la primera actividad se usará un problema, para la segunda actividad se harán distintos dibujos en el tablero, para la siguiente actividad se usan legos, y para la última actividad se darán unas guias.			
Estándar(es)		**Pensamiento numérico y sistema de números.**	Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones		
		Pensamiento aleatorio y sistema de datos.	Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).		
		Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.	Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.		
Objetivo de la clase		El objetivo de la clase es que los estudiantes aprendan la igualdad que hay entre una fracción mixta y una impropia, además que aprendan cómo pasar de una fracción mixta a una impropia y viceversa por medio de diferentes actividades.			

16

Propósito de aprendizaje	El propósito de aprendizaje es que los estudiantes vean la igualdad entre una fracción mixta que se les muestre y una fracción impropia y que entiendan porque se da esta igualdad.		
Propósito de enseñanza	El propósito de la enseñanza es ayudar a los estudiantes a entender el porqué de la igualdad entre una fracción y mixta y una fracción impropia, además que sean capaces de convertir una fracción mixta a impropia y viceversa.		
Momento 1: Engagement			
Tiempo estimado	15 minutos		
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación
Consiste en presentarles una pregunta que se asocia con su entorno, entonces se les mostrará tres imágenes (Anexo 1), la primera de 4 panes enteros y uno a la mitad luego de colocar esta imagen en el tablero se procederá a colocar debajo de esto que hay 4 panes y se dejará un espacio para que los estudiantes participen diciendo la fracción que iría en ese espacio la cual es ½ esto mismo se hará con las otras dos imágenes.	Inicia la clase saludando a los alumnos y diciendo lo que van a iniciar con una actividad en la deben observar muy bien. empezará mostrando una primera imagen y la profesora dirá: Tenemos cuatro panes enteros, escribirá en número cuatro en el tablero y dejará un espacio al lado de este , y hay medio pan le dice a los estudiantes, después le pregunta a los estudiantes como se representa ese pan en fracción, se espera a que los estudiantes respondan correctamente y se escribe la respuesta al lado del cuatro, y dice que van hacer lo mismo con las siguientes dos imágenes.	**Respuestas Correctas.**	**Retroalimentación del profesor a respuestas correctas.**
		Es un medio o la mitad.	¡Muy bien!, esa parte del pan es un medio o la mitad.
		Un pan está partido por la mitad, entonces es ½":	¡Correcto! La fracción que representa el pan partido es
		Hay 4 panes enteros y medio pan	¡Excelente! Me gusta que hayas explicado el porqué de tu respuesta. Eso muestra que entiendes cómo funcionan las fracciones.
		Respuestas incompletas.	**Retroalimentación del profesor a respuestas incompletas.**
		Es un pan partido	Así es, un pan está partido, ahora pensemos en cómo representamos esa parte con una fracción. Si el pan está dividido en dos partes iguales, ¿cómo le llamamos a una de esas partes?
		Cuatro y un poquito más"	Tienes razón, hay cuatro panes completos y algo más. Ese 'poquito más' lo podemos representar con una fracción. ¿Sabes cuál podría ser?
		Cinco panes, pero uno no está completo	Hay cinco pedazos, pero uno no es un pan completo. ¿Cómo podríamos expresar ese último pedazo como una fracción?.
		Respuestas incorrectas.	**Retroalimentación del profesor a respuestas incorrectas.**

		Hay cinco panes	Entiendo por qué piensas que hay cinco panes, porque hay cinco partes en la imagen. Pero mira bien, uno de los panes no está completo. ¿Cómo podríamos representar ese pedazo?
		Es un cuarto	No es un cuarto, pero estás cerca. Piensa: ¿en cuántas partes está dividido ese pan? Esas partes nos ayudan a saber cuál es la fracción correcta.
		Es un pedazo o es un poco menos de uno	Es cierto que es un pedazo. Ahora, ¿puedes pensar en cómo expresar ese pedazo en términos matemáticos? Recuerda, se usan fracciones para eso.
Momento 2: Exploration			
Tiempo estimado	15 minutos		
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación
Se les presentará en el tablero una serie de representaciones gráficas de fracciones mixtas, pero estas serán resueltas entre todos, para esto se dibujara la primera fracción que será 2 ¼ en la cual se hacen tres cuadrados y cada uno de estos se divide en 4 partes iguales de estos dos están coloreados en su totalidad y otro está coloreado solo un cuadrito, entonces se les preguntara a ellos cuántos cuadrados ven que están coloreados en su totalidad aquí la respuesta debería ser	El docente hará la representación gráfica de cada una de las fracciones mixtas y estas se irán resolviendo con ayuda de los estudiantes preguntando cuántas figuras ven completamente coloreadas y que fracción sería la que queda sin colorear completamente. Fracciones que se representan gráficamente: - 2 ⅓ - 3 ⅗ - 9 2/4	**Respuestas Correctas.**	**Retroalimentación del profesor a respuestas correctas.**
		Hay dos cuadrados completos.	Es correcto, hay dos cuadrados completamente coloreados. Eso significa que tenemos dos enteros.
		El cuadrado que tiene solo una parte pintada es un cuarto.	Muy bien, ese cuadrado está dividido en cuatro partes iguales, y solo una está coloreada. Eso se representa como ¼.
		Respuestas incompletas.	**Retroalimentación del profesor a respuestas incompletas.**
		Hay tres cuadrados, pero uno no está completo.	Si hay tres figuras, ahora pensemos: ¿cuántas de esas figuras están completamente

dos, entonces la docente colocará el dos al lado de la representación gráfica luego les preguntará qué cuál es la fracción que corresponde al cuadrado que solo tiene un lado con color, aquí ellos responden que ¼ y esta fracción se coloca al lado del número dos, esto mismo se haría con tres fracciones mixtas más para que se sientan un poco familiarizados con el tema que a continuación se les explicara			coloreadas? Sí, dos. ¿Y cómo podríamos expresar la parte coloreada del último cuadrado?
		Hay dos cuadrados y un pedacito.	Hay dos cuadrados completos. Ahora, pensemos en el pedacito: ¿qué fracción representa? Recuerda que está dividido en cuatro partes iguales.
		Respuestas incorrectas.	**Retroalimentación del profesor a respuestas incorrectas.**
		El cuadrado con una parte pintada es un tercio	Bien,pero no es un tercio, mira bien el cuadrado está dividido en cuatro partes iguales, no en tres. Entonces, ¿cómo llamamos a una de esas partes?
		Es 2 y un poquito más.	Ese "poquito más" lo podemos escribir como una fracción. Observa el último cuadrado, ¿en cuántas partes está dividido?.

Momento 3: Explanation			
Tiempo estimado	30 minutos		
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación
Se explica el concepto de fracciones mixtas, mostrando cómo se combinan una parte entera y una fracción. A través de ejemplos, se ilustran situaciones donde se utilizan estas fracciones, mostrando cómo se representan y cómo se pueden convertir entre fracciones mixtas e impropias.	La docente iniciará dando un breve repaso sobre las fracciones impropias, diciendo que una fracción impropia es aquella donde el numerador es mayor que el denominador y escribe en el tablero los siguientes ejemplos donde se puede observar lo que dice anteriormente: 10/3, 5/2, 11/4 y 25/7. Ahora anunciara que hablaremos de algo nuevo lo cual es el número mixtos lo cual es el que tiene una parte entera y otra fraccionaria por ejemplo una fracción impropia sería 3 ⅛ , donde el número 3 es la parte entera y ⅛ es la fracción propia. Y ahora que ya saben esto aprenderán a cómo expresar fracciones impropias como números mixtos y viceversa Entonces empezará por explicar como convertir un número mixto en fracción y anunciara que para hacer esto solo tienen que multiplicar el entero por el denominador y le sumas el numerador, y como denominador debes conservar el mismo y les colocara un ejemplo en el tablero y hará el procedimiento: 3 ⅛ =3X6+1/6 = 19/6 Ahora explicara sobre como pasar una fraccion a un numero entero en la cual deben seguir los siguientes tres pasos: 1. Se divide el numerador por el denominador 2. El cociente de la división anterior se convierte en el entero del número mixto. 3. El resto de la división es el numerador de la fracción. Y se hará un ejemplo de esto en el tablero. Por último la docente presentará un juego llamado "Froggy Jumps: Fracciones propias e impropias y números mixtos", diseñado para reforzar los conceptos aprendidos de una manera	**Respuestas correctas.**	**Retroalimentación del profesor a respuestas correctas.**
		Para convertir 2 ¼ a fracción impropia, sumo las partes: 2 × 4 + 1 = 9, así que es 9/4.	Muy bien,has aplicado el procedimiento correctamente. Multiplicaste los enteros por el denominador, sumaste el numerador y lo escribiste como 9/4.
		Por ejemplo, 2 ¼ tiene 2 enteros y un cuarto más.	Muy bien que uses un ejemplo para explicarlo. Eso muestra que entendiste el concepto.
		Una fracción mixta tiene un número entero y una fracción	Has definido muy bien lo que es una fracción mixta.
		Respuestas incompletas.	**Retroalimentación del profesor a respuestas incompletas.**
		Si convierto a fracción impropia, multiplico 2 por algo y sumo lo que queda.	Multiplicas los enteros por el denominador y luego sumas el numerador. Vamos a intentarlo juntos para asegurarnos de que entendiste el proceso.
		Para convertirla, hay que juntar los enteros con la fracción.	Lo que hacemos es convertir los enteros en fracciones y sumarlos con la fracción que ya tenemos.
		Es como una suma, porque hay un entero y algo más.	Sí, es como una suma: los enteros se combinan con una fracción. Ahora, veamos cómo podemos representarlo correctamente como una fracción mixta.

	divertida y dinámica. Este juego permitirá que los estudiantes pongan en práctica lo que han aprendido sobre fracciones propias, impropias y números mixtos, y se resolverá de manera colaborativa, fomentando el trabajo en equipo y la discusión entre todos para asegurar que cada estudiante pueda afianzar su comprensión del tema. Froggy Jumps: Fracciones propias e impropias y números mixtos (matemáticas - 5º - Educación básica) Froggy Jumps: Fracciones propias e impropias y números mixtos (matemáticas - 5º - Educación básica)	**Respuestas incorrectas.**	**Retroalimentación del profesor a respuestas incorrectas.**
		2 ¼ es igual a 2/4.	No es lo mismo, 2/4 representa solo una fracción. En una fracción mixta, el número entero indica cuántos enteros completos hay, y la fracción muestra la parte adicional.
		Una fracción mixta es como una fracción normal.	Entiendo por qué lo dices, porque ambas usan numerador y denominador. Sin embargo, una fracción mixta también incluye un número entero. Vamos a revisarlo con un ejemplo "Imagina que tienes una pizza cortada en 3 partes iguales: Si comes 5 de esas partes, has comido 5/3, pero también se puede expresar como 1 ⅔ : una pizza completa (1 entero) y 2/3 de otra pizza".
		Para convertirla, solo sumas el número entero con el numerador.	No exactamente, pero estás cerca. Para convertirla, necesitamos multiplicar el número entero por el denominador y luego sumar el numerador.
Momento 4: Elaboration			
Tiempo estimado	30 minutos		
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación
Se arman cuatro grupos y cada uno de esto se les proporcionará una cantidad de legos para que armen las fracciones que se les anunciara, para esto esta actividad consiste en darles un papel en el cual viene una	El docente armara los grupos correspondientes, dará los legos a cada grupo, luego de esto les dará el papel con la fracción que les corresponde a cada uno de los grupos y se encargará de mirar que cada uno de los grupos cuando anuncien que ya terminaron hayan hecho la representación con los legos correctamente. Por último les	**Respuestas correctas.**	**Retroalimentación del profesor a respuestas correctas.**
		Para 2 ¾, hacemos 2 × 4 + 3, que es 11, entonces es 11/4. Ponemos 11 legos y los dividimos en	Muy bien explicado, hiciste los cálculos correctamente y lograste mostrar que ambas fracciones representan

fracción mixta entonces lo primero que tienen que hacer es representar con los legos esta fracción mixta cuando ya la tengan lista deberán convertir esta fraccion mixta a una fracción impropia y está igualmente la deberán representar con los legos, con esto se espera que los estudiantes vean que estas dos fracciones son iguales al representarlas.	mencionara a los estudiantes que observen las dos representaciones que acaban de hacer y se puede ver que son iguales.	grupos de 4 para ver que es igual.	la misma cantidad.
		Las dos formas son iguales porque usamos la misma cantidad de legos, solo que las acomodamos diferente.	Entendiste perfectamente que, aunque cambie la forma en que las escribimos o agrupamos, la cantidad sigue siendo la misma.
		Respuestas Incompletas.	**Retroalimentación del profesor a respuestas incompletas.**
		Para 2 ¾, pongo dos grupos completos, pero no sé cuántos usar para el cuarto.	Recuerda que el ¾ significa que necesitas tres partes de un grupo que está dividido en cuatro. Vamos a hacerlo juntos: ¿cuántos legos necesitas en total?.
		Se parecen, pero no estoy seguro si son iguales porque están en diferentes grupos.	A veces puede parecer que estamos usando más o menos grupos, pero si cuentas el total de piezas, verás que son las mismas
		Respuestas incorrectas.	**Retroalimentación del profesor a respuestas incorrectas**
		Creo que 1 ½ es igual a 2/3 porque el número de legos cambia.	En este caso 1 ½ no es igual a 2/3 porque la cantidad de piezas en total no cambia. Vamos a usar los legos para contar las partes juntas y entenderlo mejor.
		Para 2 ¾, pongo dos legos y luego tres legos, ¿está bien así?	Recuerda que los dos representan grupos completos, y cada grupo tiene cuatro piezas. Vamos a volver a formar los grupos para que quede más claro.

Momento 5: Evaluation			
Tiempo estimado	20 minutos		
Descripción de la(s) tarea(s)	Intervención del profesor	Posibles respuestas	Retroalimentación
Se proporciona una guía en la que deben pasar las fracciones mixtas a impropias donde las respuestas deben buscarlas en el dibujo que aparece en la guía coloreando la respuesta correspondiente a cada fracción mixta.	El docente reparte la guia a todos los estudiantes y les explicara que deben convertir las fracciones mixtas que aparecen en fracciones impropias la respuesta la deben colorear de color naranja en el dibujo que aparece en la guia, esto para descubrir el dibujo secreto y se den cuanta de la igualdad de las fracciones.	**Para "5 ⅗"** **Respuestas correctas:**	**Retroalimentación del profesor a respuestas correctas.**
		Multiplicamos 5×3+2 , que es 17, entonces 5 ⅗ - 17/3. Si usamos 17 caramelos y los dividimos en grupos de 3, nos da la misma cantidad.	Entendiste el procedimiento y explicaste con claridad. Usar ejemplos como caramelos hace más fácil visualizar las fracciones. Sigue aplicando este enfoque práctico
		Ambas formas son iguales porque tienen el mismo valor, solo que una está en forma mixta y la otra como fracción impropia.	
		Respuestas incompletas:	**Retroalimentación del profesor a respuestas incompletas.**
		Sé que es 5×3=15, pero no entiendo cómo agregar los otros 2.	Sabes cómo empezar (multiplicar el entero por el denominador), pero no sumaste el numerador. Recuerda: en 5 2/3 , 5×3+2=17.
		Creo que son iguales, pero no sé cómo probarlo porque una tiene números grandes.	Las fracciones mixtas y las impropias son iguales, solo que se escriben diferente. Puedes usar ejemplos prácticos, cómo dividir caramelos, para comprobarlo.

		Respuestas incorrectas:	**Retroalimentación del profesor a respuestas incorrectas.**
		5 ⅔ = 25/3 porque sumé 5 más 2 y lo multipliqué por 3.	El error en 5 ⅔ = 25/3 viene de sumar primero los números sin seguir el procedimiento adecuado. Recuerda que debes multiplicar primero el número entero por el denominador y luego sumar el numerador.
		5 ⅔ = 7 porque 5+2= 7	En 5 ⅔ =7, parece que hubo una confusión entre fracciones mixtas y números enteros. Recuerda que 5+2 no es la forma correcta de convertir una fracción mixta. Piensa en 5 ⅔ como "5 enteros y dos tercios más." Eso te ayudará a evitar sumar el entero y el numerador directamente.

Apéndice C. *Ejemplo de planeaciones IA propuestas*

Grado:	Tercero 3°	Estudiante(s):	Paula Mariana Ardila Rey Maria Alejandra Joya Rosas Heydy Tatiana Roa Jaimes	Tiempo total en minutos:	120 minutos
Nombre de la sesión:	Mixto e Impropio ¡Descubramos su igualdad!				
Contexto de la unidad:	En esta unidad se busca trabajar que los estudiantes entiendan la igualdad que hay entre las fracciones mixtas y las fracciones impropias, por medio de distintas actividades, además de que aprendan cómo pasar de una fracción mixta a una fracción impropia, y pasar de una fracción impropia a una fracción mixta.				
Rol del estudiante:	El estudiante asume un rol activo en su participación en las diversas actividades, involucrándose de manera dinámica y comprometida en cada una de ellas.				
Materiales:					
Estándar(es):	**Pensamiento numérico y sistema de números.**	Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones			
	Pensamiento aleatorio y sistema de datos.	Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).			
	Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.	Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.			
Objetivo de la clase:	El objetivo de la clase es que los estudiantes aprendan la igualdad que hay entre una fracción mixta y una impropia, además que aprendan cómo pasar de una fracción mixta a una impropia y viceversa por medio de diferentes actividades.				
Propósito de aprendizaje:	El propósito de aprendizaje es que los estudiantes vean la igualdad entre una fracción mixta que se les muestre y una fracción impropia y que entiendan porque se da esta igualdad.				
Propósito de enseñanza:	El propósito de la enseñanza es ayudar a los estudiantes a entender el porqué de la igualdad entre una fracción y mixta y una fracción impropia, además que sean capaces de convertir una fracción mixta a impropia y viceversa.				
Momento 1: Engagement					
Tiempo estimado:	15 minutos				
Descripción de la(s) tarea(s):	Intervención del profesor:		Posibles respuestas:	Retroalimentación	
Presentación Visual:	Presentación Visual		Respuestas correctas	Para respuestas correctas	

27

Comienza mostrando imágenes de diferentes objetos que se pueden fraccionar. Por ejemplo, una pizza cortada en 8 porciones, un pastel en 6 partes o una barra de chocolate en secciones. Pregunta a los estudiantes: "¿Cuántas porciones tiene esta pizza?" o "Si quisiéramos compartir este pastel, ¿cómo lo haríamos?" **Discusión en Pequeños Grupos:** Divide a los estudiantes en grupos pequeños y pídeles que discutan las imágenes. Pregunta: "¿Cómo representarían algunas de estas porciones con fracciones?". Cada grupo puede elegir un objeto y pensar en diferentes maneras de dividirlo. Por ejemplo, si eligen la pizza, pueden pensar en cuántas porciones hay y cuántas se pueden comer. **Presentación de Ideas:** Luego, cada grupo presenta su objeto y sus ideas sobre cómo representarlo con fracciones. Pueden utilizar el pizarrón para dibujar o utilizar los materiales manipulativos para ilustrar sus conceptos.	Iniciar la conversación: Al mostrar las imágenes, el profesor puede preguntar: "¿Quién puede decirme cuántas partes tiene esta pizza?" o "¿Cómo podríamos compartir este pastel entre nuestros amigos?" Esto activa el interés y fomenta la participación de los estudiantes. **Guiar la Discusión**: Si los estudiantes tienen dificultades para responder, el profesor puede dar pistas o ejemplos, como "Si tenemos 8 porciones de pizza y solo comemos 3, ¿qué fracción de la pizza hemos comido?". **Discusión en Pequeños Grupos** Monitorear y Asistir: Mientras los estudiantes trabajan en grupos, el profesor debe moverse entre ellos para observar sus discusiones. Puede hacer preguntas adicionales para ayudarles a pensar más profundamente, cómo "¿Cómo podrían representar esas partes en una fracción?" **Fomentar el Trabajo en Equipo**: Recordarles que escuchen las ideas de todos y que cada uno tenga la oportunidad de compartir sus pensamientos. Animar a los estudiantes a utilizar ejemplos que se relacionen con sus propias experiencias. **Presentación de Ideas - Facilitar la Presentación:** Cuando cada grupo presente, el profesor debe estar atento a las explicaciones y		
		"La pizza tiene 8 porciones, lo que significa que cada porción es 1/8 de la pizza."	"¡Excelente! Has identificado correctamente que la pizza tiene 8 porciones. Además, explicaste muy bien cómo cada porción representa 1/8 de la pizza. Esto muestra que entiendes bien la relación entre el número de partes y el total."
		"Si dividimos el pastel en 6 partes, podemos decir que cada parte es 1/6 del pastel."	"Muy bien explicado, al decir que el pastel se divide en 6 partes. Has hecho un buen trabajo al usar el término 1/6. Esto es esencial para entender cómo se utilizan las fracciones en la vida diaria."
		"Podemos representar la barra de chocolate en fracciones, por ejemplo, si la dividimos en 4 secciones, cada sección sería 1/4."	"Gran trabajo al representar la barra de chocolate como 1/4. Me gusta que hayas usado un ejemplo práctico para mostrar cómo se aplican las fracciones a algo que disfrutamos."
		"Al repartir la pizza, si comemos 2 porciones, hemos comido 2/8, que se puede simplificar a 1/4."	"Excelente observación al simplificar 2/8 a 1/4. ¡Eso muestra que no solo entiendes las fracciones, sino también cómo simplificarlas!"
		Respuestas incompletas	**Retroalimentación de respuestas incompletas**
		"La pizza tiene algunas porciones, creo que son 8, pero no estoy seguro."	"Has hecho un buen intento al decir que la pizza tiene 8 porciones, pero es normal tener dudas en el uso de términos. Recuerda que si estamos seguros de algo, podemos explicarlo mejor. ¿Cómo podrías verificar eso?"

28

Anima a los estudiantes a usar el vocabulario de fracciones mientras presentan, como "mitad", "tercio", "cuarto", etc. **Reflexión Colectiva:** Al final de las presentaciones, reúnelos en un círculo y reflexiona sobre lo que han aprendido. Pregunta: "¿Por qué es importante entender las fracciones en la vida diaria?" Escribe en el pizarrón las respuestas de los estudiantes y resalta conceptos clave que ellos han mencionado. Conexión con la Lección: **Concluye la actividad** conectando sus ideas con el objetivo de la clase: "Hoy vamos a aprender sobre fracciones mixtas e impropias, y cómo podemos convertir entre ellas. Así como hemos visto en nuestras imágenes, a veces usamos fracciones para describir partes de un todo"	puede hacer preguntas de seguimiento para profundizar la discusión, como "¿Por qué eligieron esa representación? ¿Cómo saben que es correcto?" **Validar Esfuerzos:** Agradecer a cada grupo por su presentación y resaltar los puntos importantes sobre las fracciones que han mencionado. **Reflexión Colectiva** **Guiar la reflexión:** Durante la reflexión en grupo, el profesor debe animar a todos los estudiantes a participar compartiendo sus ideas. Puede preguntar: "¿Cómo utilizan las fracciones en sus actividades diarias?" para conectar la lección con sus vidas. **Escribir en el Pizarrón:** Anotar las respuestas de los estudiantes en el pizarrón para que todos puedan verlas. Conectar las respuestas con los conceptos que se explorarán en la lección. **Conexión con la Lección** **Introducir el Tema de la Clase:** Al finalizar la actividad, el profesor debe hacer una transición suave hacia el tema central del día, diciendo algo como: "Hoy vamos a aprender sobre fracciones mixtas e impropias, que son herramientas útiles para describir partes de un todo, tal como lo hicimos con las imágenes de la pizza y el pastel." **Establecer Expectativas**: Explicar qué aprenderán y cómo se relacionará con lo	"El pastel se puede dividir, no sé cuántas partes exactas, pero hay fracciones."	"Es un buen comienzo reconocer que el pastel se puede dividir, pero intenta recordar cuántas partes exactas tiene. Hacerlo te ayudará a ser más preciso al hablar de fracciones."
		"Podemos hacer fracciones con la barra de chocolate, pero no sé cuántas secciones."	"Entiendo que las fracciones pueden ser complicadas. Trata de pensar en cuántas secciones tiene la barra de chocolate. ¿Puedes visualizarla mejor si la dibujas?"
		"La pizza tiene partes, pero no sé cómo decirlo en fracciones."	"Entiendo que no estás seguro sobre las fracciones, pero es importante aprender a decirlas. ¿Qué tal si practicamos juntos algunos ejemplos más para que te sientas más cómodo?"
		Respuestas incorrectas	**Retroalimentación para las respuestas incorrectas**
		"La pizza tiene 10 porciones." (cuando en realidad son 8)	"Parece que te confundiste en la cantidad de porciones de la pizza. La respuesta correcta es 8. Intentemos contar juntos las porciones para que podamos verlas claramente."
		"Si quisiéramos compartir el pastel, podríamos cortarlo en 5 partes." (si el pastel solo se puede dividir en 6 partes)	"Es interesante que hayas propuesto dividir el pastel en 5 partes, pero recuerda que se puede dividir en 6. Esto es importante para que puedas entender cómo se representan las fracciones correctamente."
		"La barra de chocolate tiene 2/4, pero eso no tiene sentido porque no la	"Mencionaste 2/4, pero eso no tiene sentido si no hemos hecho la división. Es normal confundirse, pero intentemos

29

	que ya han discutido. Esto ayuda a los estudiantes a ver la relevancia de la lección.	hemos dividido."	juntos visualizar la barra de chocolate y cuántas partes tiene."
		"No necesitamos fracciones, podemos solo comer lo que queramos."	"Comprendo que piensas que no necesitamos fracciones, pero las fracciones son herramientas muy útiles en situaciones cotidianas. ¿Cómo podríamos demostrar su utilidad en una situación de compartir?"
Momento 2: Exploration			
Tiempo estimado:	20 Minutos		
Descripción de la(s) tarea(s):	Intervención del profesor:	Posibles respuestas:	Retroalimentación
Introducción a la Actividad: Comenzar explicando que los estudiantes van a simular un mercado donde pueden "comprar" fracciones. Cada tipo de objeto tendrá un precio en fracciones mixtas. Presentar los materiales y explicar que cada estudiante tendrá que "comprar" diferentes objetos usando las fracciones que se les proporcionen. **Asignación de Fracciones:** Entregar a cada estudiante una tarjeta con una fracción mixta (por ejemplo, 1 1/2). Explicar que esta fracción representa	**Introducción a la Actividad** Explicación Clara: Comenzar explicando el objetivo de la actividad de manera clara y entusiasta. Por ejemplo: "Hoy vamos a jugar a ser compradores en un mercado. ¿Quién está listo para aprender sobre fracciones mientras hacemos compras?" - **Motivar la Participación:** Hacer preguntas para captar la atención de los estudiantes. Por ejemplo: "¿Alguna vez has comprado algo en el mercado? ¿Cómo lo hiciste?" Esto ayudará a conectar la actividad con sus experiencias previas. **Asignación de Fracciones** **Distribución de Tarjetas:** Al entregar las tarjetas con fracciones, el profesor debe asegurarse de que cada estudiante	**Respuestas correctas** **Al comprar un objeto:** -"Quiero comprar 1 1/2 naranjas." -"Me gustaría comprar 2 1/4 pasteles." **Al explicar su fracción:** -"1 1/2 significa que tengo una naranja completa y media naranja más." -"2 1/4 pasteles significa que tengo dos pasteles enteros y un cuarto de un pastel." **Durante la discusión:** -"He aprendido que	**Retroalimentación a las respuestas correctas** **Al comprar un objeto:**** - "¡Excelente! Dices que quieres comprar 1 1/2 naranjas. Eso es exactamente como lo entendemos, ¡gran trabajo!" - "Me gusta cómo comprendes que 2 1/4 pasteles significa dos pasteles enteros y una parte del cuarto. Muy bien hecho." **Al explicar su fracción:** -"Perfecto, 1 1/2 significa que tienes una naranja completa y media más. Has explicado muy bien la fracción." -"Correcto, 2 1/4 pasteles son dos pasteles enteros y un cuarto de un pastel. ¡Eso es un gran entendimiento de las fracciones!" **Durante la discusión:** -"Eso es correcto, las fracciones mixtas representan

la cantidad de un objeto que pueden "comprar". Distribuir tarjetas de objeto que correspondan a las fracciones (por ejemplo, un dibujo de una naranja para 1 1/2 naranjas o un pastel para 2 1/4 pasteles). **Juego de "Compras":** Los estudiantes deben "comprar" sus objetos en el mercado, lo que significa que cada uno debe ir a la mesa y decir qué fracción mixta están comprando. Por ejemplo, un estudiante podría decir: "Quiero comprar 1 1/2 naranjas". El resto de los estudiantes o el profesor les dirá si la compra es correcta o no, basándose en la representación visual de los objetos en el mercado. **Reflexión y Discusión:** Después de que todos hayan hecho sus compras, reunir a los estudiantes en círculo y preguntar sobre su experiencia. Preguntar cosas como: "¿Cómo entendiste lo que significaba 1 1/2 naranja?" o "¿Qué	comprenda su fracción mixta. "Recuerden, 1 1/2 significa que tienen una naranja entera y media más. ¿Quién puede mostrarme eso con las manos?" **Clarificación de Objetos:** Explicar los objetos disponibles en el "mercado" y asegurarse de que los estudiantes comprendan qué representa cada fracción en términos de cantidad. Por ejemplo, preguntar: "Si digo que quiero comprar 2 1/4 pasteles, ¿cuántos pasteles están comprando realmente?" **Juego de "Compras"** **Guiar las Compras:** Mientras los estudiantes realizan sus compras, el profesor debe observar y escuchar las interacciones. Si un estudiante dice, "Quiero 1 1/2 naranjas", el profesor puede responder: "¡Muy bien! Pero, ¿cuántas naranjas completas tienes en tu compra? ¿Puedes mostrarme?" **Reforzar el Aprendizaje:** Validar las respuestas correctas y corregir amablemente si hay confusión. Por ejemplo: "Eso es correcto, pero recuerda que 2 1/4 significa que tienes más de dos pasteles. ¿Cómo podrías mostrar eso en el mercado?" **Reflexión y Discusión** **Fomentar la reflexión**: Al reunir a los estudiantes, el profesor debe hacer preguntas abiertas para promover la discusión. Por	las fracciones mixtas representan cantidades que son más de un entero." -"Si quiero comprar más de 2 naranjas, necesito entender cómo sumar las fracciones."	cantidades mayores a un entero. Es muy importante entenderlo." -"¡Exactamente! Si compramos más de 2 naranjas, debemos sumar las fracciones. ¡Bien pensado!"
		Respuestas incompletas	**Retroalimentación para respuestas incompletas**
		Al comprar un objeto: -"Quiero comprar una naranja y... algo más." (No terminan de expresar la fracción completa) -"Me gustaría comprar un pastel... creo que es 2 algo." (No recuerdan la fracción exacta)	**Al comprar un objeto:**** - "Buen intento al querer comprar una naranja y algo más. ¿Puedes recordar cuál es la fracción completa? ¿Qué fracción representa eso?" - "Está bien que no estés seguro sobre el número de ese pastel. ¿Te gustaría intentar recordar cuántas partes son 2 1/4?"
		Al explicar su fracción: -"1 1/2 es una naranja, pero no estoy seguro de qué más significa." -"2 1/4 es un pastel, pero no sé cuántas porciones son."	**Al explicar su fracción:** -"Has mencionado que 1 1/2 es una naranja, pero ¿qué crees que significa 'y media' en esta fracción? Intenta pensar en la parte adicional." -"Buena observación sobre 2 1/4, pero ¿puedes pensar en cuántas porciones serían en total? Vamos a visualizarlas juntos."
		Durante la discusión: -"Entiendo que las fracciones tienen que ver con partes,	**Durante la discusión:** -"Entiendo que las fracciones pueden ser complicadas. ¿Qué ejemplos podríamos buscar en

crees que pasaría si tuviéramos que comprar más de 2 naranjas o 3 pasteles?" Esto puede llevar a una conversación sobre cómo las fracciones mixtas pueden ser representadas en situaciones del mundo real.	ejemplo: "¿Cómo se sintieron al comprar fracciones? ¿Fue fácil o difícil?" **Conectar con el concepto:** Asegurarse de que los estudiantes comprendan que las fracciones mixtas representan partes de un todo y son útiles en situaciones cotidianas. Responder a preguntas y guiar la conversación: "¿Qué haríamos si quisiéramos comprar 3 naranjas y tuviéramos sólo 1 1/2? ¿Cómo lo resolveríamos?	pero no sé cómo usarlas en la vida real." -"Creo que necesitamos más ejemplos para entender mejor."	nuestra vida diaria para comprender mejor?" -"Es cierto que podrías necesitar más ejemplos. Te animo a pensar en situaciones donde uses fracciones en la cocina o al compartir."
		Respuestas incorrectas	**Retroalimentación para las respuestas incorrectas**
		Al comprar un objeto: -"Quiero comprar 3 naranjas." (No se ajusta a la fracción que tienen) -"Me gustaría comprar 1 naranja y 1/4 de un pastel." (Confunden las cantidades)	****Al comprar un objeto:**** - "Veo que quieres comprar 3 naranjas. Recuerda que tu tarjeta dice 1 1/2. ¿Cómo podrías describir eso correctamente?" - "No es correcto que quieras comprar 1 naranja y 1/4 de un pastel. ¿Qué significa 1 1/2 en términos de naranjas?"
		Al explicar su fracción: -"1 1/2 significa que tengo dos naranjas." (Interpretación errónea de la fracción) -"2 1/4 es lo mismo que 3 pasteles." (Confusión entre las fracciones)	**Al explicar su fracción:** -"Recuerda que 1 1/2 no significa dos naranjas. ¿Puedes intentar dibujar o representar eso para visualizarlo mejor?" -"La fracción 2 1/4 no es lo mismo que 3 pasteles. Piensa en cómo se descompone. ¿Cuántos pasteles completos y cuántas partes tienes?"
		Durante la discusión: -"Las fracciones son solo números y no tienen nada que ver con objetos." (Desconexión con el concepto) -"No es importante	**Durante la discusión:** -"Es natural pensar que las fracciones son solo números, pero son herramientas útiles en situaciones reales. ¿Cómo podríamos aplicar esto en una compra real?" -"Es importante entender las fracciones, ya que las usamos

Momento 3: Explanation			
Tiempo estimado:	30 minutos		
Descripción de la(s) tarea(s):	Intervención del profesor:	Posibles respuestas:	Retroalimentación
Revisión de Conceptos Anteriores: Comenzar la clase recordando lo que los estudiantes han aprendido sobre fracciones mixtas e impropias en actividades anteriores. Preguntar: "¿Alguien puede recordarnos qué es una fracción mixta y qué es una fracción impropia?" Escuchar sus respuestas y escribirlas en el pizarrón para visualizarlas. Hacer énfasis en las definiciones clave. **Introducción a la Conversión:** Explicar que hoy aprenderán a convertir entre fracciones mixtas e impropias. Presentar el concepto usando un ejemplo sencillo. Por ejemplo, tomar la fracción mixta 2 1/3 y mostrar cómo se convierte en una fracción impropia. Usar el pizarrón para mostrar el proceso: Multiplicar el número entero por el denominador: 2 × 3 = 6. Sumar el numerador: 6 + 1 = 7. Escribir la fracción impropia: 7/3. **Ejemplo Práctico:** Hacer otro ejemplo en el pizarrón, esta vez utilizando una fracción impropia y convirtiéndola a	**Revisión de Conceptos Anteriores** **Iniciar la clase:** "Hola, clase. Hoy vamos a recordar lo que hemos aprendido sobre fracciones. ¿Alguien puede decirme qué es una fracción mixta? ¿Y qué es una fracción impropia?" **Escuchar con Atención:**"¡Excelente! Escucharé todas sus respuestas y las anotaré en el pizarrón. Así, podemos ver las ideas que tienen y en qué conceptos debemos enfocarnos." **Introducción a la Conversión Presentar el Tema:** "Hoy vamos a aprender cómo convertir entre fracciones mixtas e impropias. Vamos a empezar con un ejemplo sencillo." **Ejemplo en el Pizarrón:**"Tomemos la fracción mixta 2 1/3. Para convertirla en impropia, multiplicamos el número entero por el denominador y luego sumamos el numerador. Vamos a hacerlo juntos: ¿cuánto es 2 por 3?" **Fomentar la Participación:** "Así es, ¡6! Ahora, ¿qué hacemos con el 1? Exacto, lo sumamos. Entonces, ¿cuál es nuestra fracción impropia?" **Ejemplo Práctico Realizar otro ejemplo:** "Veamos otro ejemplo. ¿Qué pasaría si empezamos con la fracción impropia 9/4? Vamos a convertirla en fracción mixta. Primero, dividimos 9 entre 4. ¿Cuánto es eso?" **Guiar la conversación:** "Así es, 2 con un resto de 1. ¿Cómo lo escribimos como una fracción mixta? Muy bien, sería 2 1/4. ¡Excelente trabajo!" **Práctica Guiada Distribuir Tarjetas y**	**Respuestas correctas** **Definiciones Claras:** "Una fracción mixta es un número entero más una fracción, y una fracción impropia es cuando el numerador es mayor que el denominador." **Proceso de Conversión:** -"Para convertir 2 1/3 a una fracción impropia, multiplico 2 por 3 y luego le sumo 1, así que se convierte en 7/3." -"Cuando convierto 9/4 a una fracción mixta, divido 9 entre 4 y el resultado es 2 con un residuo de 1, por lo que es 2 1/4." **Aplicación Práctica:** "Esto es útil en la cocina cuando necesitamos medir ingredientes."	**Retroalimentación para respuestas correctas:** **Definiciones Claras:** **Retroalimentación:** "¡Excelente trabajo! Has dado una definición muy clara. Vamos a jugar un juego rápido: ¿puedes darme un ejemplo de una fracción mixta y otra impropia? ¡Veamos cuántos ejemplos podemos compartir en 30 segundos!" **Proceso de Conversión:** **Retroalimentación:** "¡Muy bien! Has explicado el proceso de conversión correctamente. Ahora, ¿puedes ayudarme a convertir una fracción mixta en impropia? Dime qué pasos seguirías si tuviéramos 3 2/5. ¡Practiquemos juntos!" **Aplicación Práctica:** **Retroalimentación:** "¡Genial! Relacionar las fracciones con situaciones de la vida real es clave. ¿Quién puede pensar en otra situación en la que usamos fracciones?

		exactamente cómo."	al pensar en cómo se usan las fracciones, pero vamos a ser más específicos. ¿Quién puede ayudar a este compañero a pensar en una receta que use fracciones? ¡Hagamos una lluvia de ideas!"
		Respuestas incorrectas	**Retroalimentación para las respuestas incorrectas**
		Definiciones Incorrectas: "Una fracción mixta es solo una fracción, y la impropia es lo mismo, solo que más grande."	**Definiciones Incorrectas:** **Retroalimentación:** "Parece que hay un malentendido, ¡no te preocupes! Vamos a aclararlo juntos. ¿Qué te parece si hacemos un pequeño juego de roles? Uno de nosotros explica la fracción mixta y el otro la impropia, ¡y el resto de la clase puede hacer preguntas!"
		Errores en el Proceso de Conversión: -"Para 2 1/3, multiplico 2 por 1 y luego sumo 3, así que es 5/1." -"Para convertir 9/4, simplemente le quito el 4 y me quedo con 9."	**Errores en el Proceso de Conversión:** **Retroalimentación:** "Entiendo que este proceso puede ser confuso. Vamos a practicarlo de una manera divertida. Imaginemos que tenemos una pizza. Si tenemos 2 1/2 pizzas, ¿cómo convertiríamos eso usando trozos de papel para representar cada parte? ¡Vamos a

			construirlo juntos!"
		Aplicación Errónea: -"No creo que necesitemos fracciones en la vida diaria, solo en matemáticas."	**Aplicación Errónea:** **Retroalimentación:** "Es normal pensar que las fracciones solo están en las matemáticas. Pero, ¡hablemos de cuándo las usamos en la vida real! ¿Puedes recordar una vez que tú o alguien más usó fracciones? Quizás en una cocina o en un juego. ¡Hagamos una lista de ejemplos!"
Momento 4: Elaboration			
Tiempo estimado:	35 minutos		
Descripción de la(s) tarea(s):	Intervención del profesor:	Posibles respuestas:	Retroalimentación
Preparación del Juego: Antes de la clase, preparar el tablero de juego y las tarjetas con fracciones mixtas e impropias. Asegúrate de que haya suficientes tarjetas para que varios grupos puedan jugar al mismo tiempo. **Organizar las tarjetas en dos pilas:** una para fracciones mixtas y otra para impropias. **Explicación de las Reglas del Juego:** Dividir a los estudiantes en grupos pequeños (de 3 a 4 estudiantes). Cada grupo elegirá un peón y lo colocará en la casilla de inicio del tablero. Explicar que en cada turno, un miembro del	**Introducción de Conceptos** Comienza con una breve explicación teórica sobre las fracciones, diferenciando claramente entre fracciones mixtas (como 2 1/3) y fracciones impropias (como 7/3). Utiliza ejemplos visuales, como dibujos en la pizarra, para representar ambas fracciones. Por ejemplo, mostrar cuántas partes tiene un entero y cómo se agrupan en fracciones mixtas e impropias. **Explicación Clara de Reglas** Explica las reglas detalladamente y asegúrate de que todos los estudiantes tengan la oportunidad de hacer preguntas. Proporciona ejemplos de qué sucederá en cada tipo de casilla del tablero. Por ejemplo, "Si caen en una casilla marcada como 'Fracción Mixta', tomen una tarjeta de esa pila y conviertan la fracción."	**Respuestas correctas** **Definiciones y Comprensión:** -"Una fracción mixta, como 2 1/3, es un número entero más una fracción, y se puede convertir a impropia como 7/3." -"Entiendo que 3/2 es lo mismo que 1 1/2 porque se puede dividir en partes iguales." **Proceso de Conversión:** -"Para convertir 1 3/4 a una fracción impropia, multiplico 1 por 4 y luego sumo 3, así que es	**Retroalimentación para las respuestas correctas** **Definiciones y Comprensión:** **Retroalimentación:** "¡Excelente! Has explicado claramente lo que es una fracción mixta y una fracción impropia. Entender estas definiciones es clave para trabajar con ellas. Sigue así, ¡estás en el camino correcto!" **Proceso de Conversión:** **Retroalimentación:** "Gran trabajo al convertir fracciones. Tu proceso para convertir 1 3/4 a 7/4 es correcto.

	malentendidos. **Conexión con Conceptos Previos** -Pregunta a los estudiantes cómo lo que aprendieron sobre fracciones se relaciona con otros temas matemáticos que han visto, como sumas y restas de fracciones, o la equivalencia de fracciones. Puedes hacer preguntas como: "¿Cómo puede ayudarles este conocimiento sobre fracciones a resolver problemas más complejos en matemáticas?"	entero, pero no puedo recordar el proceso."	esté más claro."
		Conexiones a la Vida Diaria: "Sé que usamos fracciones en la cocina, pero no puedo pensar en un ejemplo específico."	**Conexiones a la Vida Diaria:** **Retroalimentación:** "Es bueno que sepas que usamos fracciones en la cocina, pero intentemos pensar en un ejemplo específico. ¿Qué tal si discutimos algunas recetas que conocen? Esto hará que el concepto sea más tangible."
		Respuestas incorrectas	**Retroalimentación para las respuestas incorrectas**
		Definiciones Incorrectas: "Una fracción mixta es solo un número entero y las fracciones son lo mismo, no hay diferencia."	**Definiciones Incorrectas:** **Retroalimentación:** "Parece que hay un malentendido sobre las definiciones. Las fracciones mixtas y las impropias son diferentes. Vamos a revisarlas nuevamente juntos para que puedas explicarlas correctamente. ¡No te preocupes, es parte del aprendizaje!"
		Errores en el Proceso de Conversión: -"Para convertir 1 1/2 a impropia, solo le quito el 1 y me queda 1/2." -"Si tengo 9/4, solo le agrego 4 y me da 13, así que eso es la fracción mixta."	**Errores en el Proceso de Conversión:** **Retroalimentación:** "Parece que hay confusión en cómo convertir las fracciones. Recuerda que al convertir 1 1/2 a impropia, multiplicas el número entero por el denominador y sumas el numerador. Practicaremos más

39

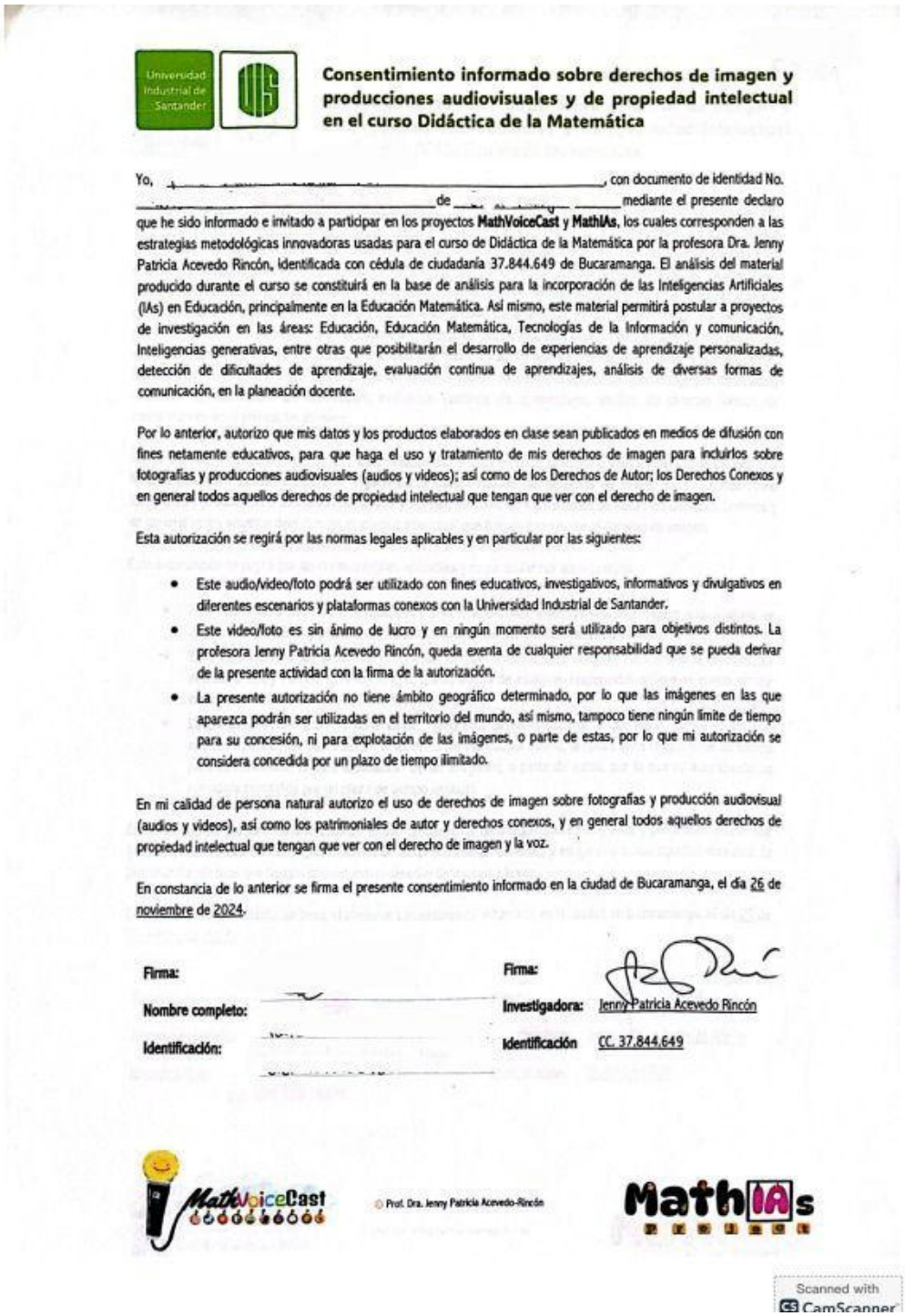
Estación 5: Problema de palabras: "Si tienes 4 3/8 de un pastel, ¿cuántas porciones de 1/8 tienes?" **Instrucciones:** Cada grupo comenzará en una estación y tendrá un tiempo limitado (5 minutos) para completar la tarea de esa estación y registrar sus respuestas en una hoja de respuesta. Luego, rotarán a la siguiente estación hasta que todos los grupos hayan pasado por cada estación. **Discusión de Respuestas:** Al final de la actividad, reúne a todos los grupos y revisa las respuestas de cada estación en conjunto. Pregunta a los estudiantes cómo llegaron a sus respuestas y aclara cualquier confusión. **Evaluación Final:** Entrega una breve hoja de evaluación que incluya: Preguntas de opción múltiple sobre el proceso de conversión. Un ejercicio corto donde deben convertir una fracción mixta a impropia y viceversa en un espacio limitado.	tendrán que completar. Les daré 5 minutos para trabajar en cada estación, así que asegúrense de concentrarse y utilizar el tiempo sabiamente." "Las estaciones son las siguientes:" Estación 1: Convertir 3 1/2 a una fracción impropia. Estación 2: Convertir 7/4 a una fracción mixta. Estación 3: Convertir 2 2/5 a una fracción impropia. Estación 4: Convertir 9/5 a una fracción mixta. Estación 5: Problema de palabras: "Si tienes 4 3/8 de un pastel, ¿cuántas porciones de 1/8 tienes?" **Instrucciones para la Actividad:** "Cada grupo comenzará en la estación asignada. Cuando suene el temporizador, comenzarán a trabajar en la tarea de esa estación y registrarán sus respuestas en una hoja de respuesta que les he proporcionado. ¡No olviden revisar sus pasos y asegurarse de que todos en el grupo participen!" "Cuando termine el tiempo, les avisaré para que roten a la siguiente estación. Así continuarán hasta que todos los grupos hayan pasado por cada estación." **Supervisión Durante la Actividad:** "Mientras trabajan en las estaciones, estaré caminando alrededor del aula para observarlos y brindarles apoyo. Si tienen dudas sobre cómo convertir las fracciones, ¡no duden en preguntar! Estoy aquí para ayudarles a entender." **Discusión de Respuestas:** "Al finalizar la actividad, reuniré a	pero no creo que esté bien." **Estación 2:** Convertir 7/4 a una fracción mixta. **Respuesta Positiva:** "Convertimos 7/4 a una fracción mixta y obtuvimos 1 3/4. Dividimos 7 entre 4, que da 1, y el residuo es 3, así que eso se convierte en 3/4." **Respuesta Confusa:** "No sabía si debía dividir o sumar, así que intenté hacer ambas cosas y terminé confundido." **Estación 3:** Convertir 2 2/5 a una fracción impropia. **Respuesta Positiva:** "Convirtimos 2 2/5 a 12/5. Multiplicamos 2 por 5, que es 10, y luego sumamos 2, dándonos 12. Así que 2 2/5 es igual a 12/5."	fracción. Multiplicar el entero por el denominador y luego sumarlo es el camino correcto. Si quieres, podemos practicar esto juntos para que te sientas más seguro." **Estación 2:** Convertir 7/4 a una fracción mixta. **Respuesta Positiva: Profesor:** "¡Muy bien hecho! Convertiste 7/4 a 1 3/4 correctamente. Has hecho un buen trabajo al dividir y recordar el residuo. ¡Sigue practicando y te volverás aún más rápido en estos cálculos!" **Respuesta Confusa: Profesor:** "Es comprensible que te confundas entre sumar y dividir. Recuerda que al convertir a una fracción mixta, siempre debes dividir el numerador por el denominador. Podemos hacer más ejemplos juntos para aclarar esto." **Estación 3:** Convertir 2 2/5 a una fracción impropia. **Respuesta Positiva: Profesor:** "¡Perfecto! Convertiste 2 2/5 a 12/5 de manera correcta. Has hecho bien al multiplicar el entero por el denominador y sumar el numerador. ¡Sigue así, estás avanzando muy

Apéndice D. ***Matriz de subdominios para clasificación de información para el análisis por subdominio emergente.***

Dominio	Subdominio	Categoría	Manifestación FP	Observaciones
Conocimiento matemático	KOT	Fenomenología y aplicaciones.		
		Definiciones, propiedades y fundamentos.		
		Registros de representación.		
		Procedimientos		
	KSM	Complejización		
		Simplificación		
		Contenidos transversales		
		Conexiones auxiliares		
	KPM	Jerarquización y argumentación para la resolución de problemas.		
		Argumentación lógica.		
		Lógica proposicional.		
		Las formas de proceder.		
Conocimiento didáctico del contenido	KMT	Teorías personales o institucionales de aprendizaje.		
		Recursos materiales o virtuales de enseñanza.		
		Actividades, tareas, ejemplos, ejercicios, etc., para la instrucción.		
	KFLM	Teorías personales o institucionales de aprendizaje.		
		Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de las matemáticas, inherentes a la matemática en general, un contenido particular o un contexto específico de aprendizaje (grupo o escenario particular)		
		Formas de interacción de los alumnos con el contenido matemático, referentes a los procesos y estrategias de los estudiantes (habituales y no habituales), o al lenguaje o vocabulario usado comúnmente al abordar un contenido.		
		Los principales intereses y expectativas de los estudiantes al abordar un contenido matemático específico.		
	KMLS	Contenido de nivel que se atiende		
		Nivel de desarrollo conceptual		
		Secuenciación con temas precios y posteriores.		

Nota. Adaptado de Sarmiento (2023).

Apéndice E. *Consentimiento informado*



Consentimiento informado sobre derechos de imagen y producciones audiovisuales y de propiedad intelectual en el curso Didáctica de la Matemática

Yo, _____, con documento de identidad No. _____ de _____ mediante el presente declaro que he sido informado e invitado a participar en los proyectos **MathVoiceCast** y **MathIAs**, los cuales corresponden a las estrategias metodológicas innovadoras usadas para el curso de Didáctica de la Matemática por la profesora Dra. Jenny Patricia Acevedo Rincón, identificada con cédula de ciudadanía 37.844.649 de Bucaramanga. El análisis del material producido durante el curso se constituirá en la base de análisis para la incorporación de las Inteligencias Artificiales (IAs) en Educación, principalmente en la Educación Matemática. Así mismo, este material permitirá postular a proyectos de investigación en las áreas: Educación, Educación Matemática, Tecnologías de la Información y comunicación, Inteligencias generativas, entre otras que posibilitarán el desarrollo de experiencias de aprendizaje personalizadas, detección de dificultades de aprendizaje, evaluación continua de aprendizajes, análisis de diversas formas de comunicación, en la planeación docente.

Por lo anterior, autorizo que mis datos y los productos elaborados en clase sean publicados en medios de difusión con fines netamente educativos, para que haga el uso y tratamiento de mis derechos de imagen para incluirlos sobre fotografías y producciones audiovisuales (audios y videos); así como de los Derechos de Autor; los Derechos Conexos y en general todos aquellos derechos de propiedad intelectual que tengan que ver con el derecho de imagen.

Esta autorización se regirá por las normas legales aplicables y en particular por las siguientes:

- Este audio/video/foto podrá ser utilizado con fines educativos, investigativos, informativos y divulgativos en diferentes escenarios y plataformas conexos con la Universidad Industrial de Santander.
- Este video/foto es sin ánimo de lucro y en ningún momento será utilizado para objetivos distintos. La profesora Jenny Patricia Acevedo Rincón, queda exenta de cualquier responsabilidad que se pueda derivar de la presente actividad con la firma de la autorización.
- La presente autorización no tiene ámbito geográfico determinado, por lo que las imágenes en las que aparezca podrán ser utilizadas en el territorio del mundo, así mismo, tampoco tiene ningún límite de tiempo para su concesión, ni para explotación de las imágenes, o parte de estas, por lo que mi autorización se considera concedida por un plazo de tiempo ilimitado.

En mi calidad de persona natural autorizo el uso de derechos de imagen sobre fotografías y producción audiovisual (audios y videos), así como los patrimoniales de autor y derechos conexos, y en general todos aquellos derechos de propiedad intelectual que tengan que ver con el derecho de imagen y la voz.

En constancia de lo anterior se firma el presente consentimiento informado en la ciudad de Bucaramanga, el día 26 de noviembre de 2024.

Firma: _____ **Firma:** _____

Nombre completo: _____ **Investigadora:** Jenny Patricia Acevedo Rincón

Identificación: _____ **Identificación** CC. 37.844.649

MathVoiceCast Prof. Dra. Jenny Patricia Acevedo-Rincón MathIAs

Scanned with CamScanner