

MODELAMIENTO, DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN BANCO DE PRUEBAS
PARA EL ESTUDIO DE LA FUERZA DE DESBALANCE EN ROTORES
FLEXIBLES TENIENDO EN CUENTA EL EFECTO GIROSCÓPICO

LUIS FELIPE ACEVEDO GONZÁLEZ
JUAN SEBASTIÁN PINTO FIGUEROA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2018

MODELAMIENTO, DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN BANCO DE PRUEBAS
PARA EL ESTUDIO DE LA FUERZA DE DESBALANCE EN ROTORES
FLEXIBLES TENIENDO EN CUENTA EL EFECTO GIROSCÓPICO

LUIS FELIPE ACEVEDO GONZÁLEZ
JUAN SEBASTIÁN PINTO FIGUEROA

Trabajo de grado para optar por el título de Ingeniero Mecánico

Director
Heller Guillermo Sánchez Acevedo
PhD. Ingeniería mecánica

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2018

DEDICATORIA

A mi madre por el ser el pilar fundamental de todo lo que soy y apoyarme incondicionalmente, a ella dedico todas y cada una de las metas que he alcanzado y alcanzaré en el futuro.

A toda mi familia y amigos por creer en mí y ayudarme en cada momento.

A todas las demás personas que me apoyaron en este proceso de formación pero que nombrarlas haría muy extensa esta dedicatoria.

Luis Felipe Acevedo González

DEDICATORIA

A Dios por darme su mano amiga, a mis padres Amparo Figueroa y Juan Carlos Pinto por su amor y su apoyo incondicional que siempre me han brindado, les estaré eternamente agradecido.

A mis hermanas Mafe y Natalia por sus consejos y su compañía en este camino de conocimiento.

A Luisa Jasbleidy Diaz por su amor, por sus palabras de motivación en los momentos difíciles y a mis amigos Luis Felipe Acevedo, Jaime Vega, Adrián Camilo López y Edward Muñoz por sus consejos y amistad y demás amigos quienes de una u otra forma estuvieron presentes en esta importante etapa de mi vida.

Juan Sebastián Pinto Figueroa

AGRADECIMIENTOS

Al profesor Heller Guillermo Sánchez Acevedo por su apoyo y colaboración durante todas las etapas de desarrollo de este proyecto. Gracias por brindarnos su confianza.

A todos los profesores de la Escuela de Ingeniería Mecánica por su entrega y dedicación en la formación de profesionales de gran calidad.

A la Escuela de Ingeniería Mecánica por el apoyo económico dado para la elaboración de este proyecto.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	20
1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	21
1.1 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA.....	21
1.2 JUSTIFICACIÓN PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA.....	22
2. OBJETIVOS.....	23
2.1 OBJETIVO GENERAL.....	23
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:	23
3. MARCO REFERENCIAL	24
3.1 ROTOR TIPO JEFFCOTT	24
3.2 EFECTO GIROSCÓPICO	25
3.3 ANÁLISIS MODAL.....	26
3.4 RESPUESTA AL DESBALANCE	27
3.5 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	29
4. MODELAMIENTO NUMÉRICO DE ROTOR TIPO JEFFCOTT	31
4.1 MODELO MATEMÁTICO DEL ROTOR TIPO JEFFCOTT	31
4.2 MODELO DEL ROTOR TIPO JEFFCOTT BASADO EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	35
4.2.1 Matrices de los elementos.....	37
4.2.2 Ensamble matricial	41
4.2.3 Condiciones de frontera	43
4.2.4 Análisis modal del sistema rotodinámico.....	44
4.2.5 Análisis armónico del sistema rotodinámico.....	48
4.2.6 Interfaz gráfica.....	50
4.2.7 Convergencia de malla.....	52
5. MODELAMIENTO DEL ROTOR TIPO JEFFCOTT USANDO ANSYS	57

5.1 ANÁLISIS MODAL.....	58
5.1.1 Prueba 1.....	59
5.1.2 Prueba 2.....	61
5.1.3 Prueba 3.....	62
5.2 ANÁLISIS ARMÓNICO.....	63
5.2.1 Prueba 1.....	64
5.2.2 Prueba 2.....	66
6. DISEÑO Y PUESTA EN MARCHA DEL BANCO DE PRUEBAS DE ROTODINÁMICA.....	68
6.1 ESPECIFICACIONES DE DISEÑO.....	68
6.2 CRITERIOS DE DISEÑO.....	68
6.3 SELECCIÓN DE COMPONENTES.....	68
6.3.1 Diseño del eje.....	70
6.3.2 Selección de rodamientos.....	78
6.4 ADQUISICIÓN DE SEÑALES.....	79
6.5 PUESTA EN MARCHA DEL BANCO DE PRUEBAS.....	79
6.6 AJUSTE DEL DESBALANCE DEL BANCO.....	81
7. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DE LA SIMULACIÓN.....	84
7.1 ANÁLISIS MODAL EXPERIMENTAL DEL ROTOR.....	84
7.1.1 Prueba 1.....	84
7.1.2 Prueba 2.....	85
7.1.3 Prueba 3.....	86
7.2 CÁLCULO DE LAS VELOCIDADES CRÍTICAS.....	86
7.2.1 Rotor Jeffcott configuración 1.....	87
7.2.2 Rotor Jeffcott configuración 2.....	90
7.2.3 Rotor Jeffcott configuración 3.....	93
7.2.4 Rotor Jeffcott configuración 4.....	95

7.3 RESPUESTA AL DESBALANCE	99
7.3.1 Rotor Jeffcott configuración 1	100
7.3.2 Rotor Jeffcott configuración 2.....	101
7.3.3 Rotor Jeffcott configuración 3.....	103
7.3.4 Rotor Jeffcott configuración 4.....	104
8. COSTOS DEL PROYECTO	106
9. CONCLUSIONES	108
10. RECOMENDACIONES	109
BIBLIOGRAFÍA.....	110
ANEXOS.....	115

LISTA DE TABLAS

pág.

Tabla 1. Primeros resultados del análisis modal para convergencia de malla.....	53
Tabla 2. Primeros resultados del análisis armónico para convergencia de malla..	55
Tabla 3. Geometría del rotor prueba 1	59
Tabla 4. Velocidades críticas sin efecto giroscópico prueba 1	60
Tabla 5. Velocidades críticas con efecto giroscópico prueba 1	60
Tabla 6. Geometría del rotor prueba 2.....	61
Tabla 7. Velocidades críticas sin efecto giroscópico prueba 2.....	61
Tabla 8. Velocidades críticas con efecto giroscópico prueba 2	62
Tabla 9. Geometría del rotor prueba 3.....	62
Tabla 10. Velocidades críticas sin efecto giroscópico prueba 3.....	63
Tabla 11. Velocidades críticas con efecto giroscópico prueba 3	63
Tabla 12. Frecuencias naturales para eje de diámetro 1/2”	71
Tabla 13. Frecuencias naturales para eje de diámetro 3/8”	71
Tabla 14. Frecuencias naturales para eje de diámetro 1/4”	72
Tabla 15. Propiedades del acero 1020	74
Tabla 16. Velocidades críticas diámetro ¼” con disco 1	75
Tabla 17. Velocidades críticas diámetro ¼” con disco 2	75
Tabla 18. Velocidades críticas diámetro 1/2” con disco 1	75
Tabla 19. Velocidades críticas diámetro 1/2” con disco 2	76
Tabla 20. Configuraciones de ejes.....	77
Tabla 21. Características de los discos	77
Tabla 22. Resultados análisis modal experimental prueba 1	85
Tabla 23. Resultados análisis modal experimental prueba 2.....	85
Tabla 24. Resultados análisis modal experimental prueba 3.....	86
Tabla 25. Geometría configuración 1	87
Tabla 26. Resultados pruebas con configuración 1	90

Tabla 27. Geometría configuración 2.....	90
Tabla 28. Resultados pruebas con configuración 2	92
Tabla 29. Geometría configuración 3.....	93
Tabla 30. Resultados pruebas con configuración 3	95
Tabla 31. Geometría configuración 4.....	95
Tabla 32. Resultados pruebas con configuración 4	97
Tabla 33. Costos de la construcción del banco	106
Tabla 34. Costos intelectuales y de construcción.	107

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Modelo del rotor tipo Jeffcott.....	24
Figura 2. Tipos de cabeceo.	26
Figura 3. Fuerza de desbalance en el disco.	27
Figura 4. Diagrama de Bode.....	28
Figura 5. Discretización de un sistema continuo.....	29
Figura 6. Esquema rotor tipo Jeffcott.....	31
Figura 7. Diagrama de cuerpo libre del disco en el plano x-y.....	31
Figura 8. Diagrama de flujo de la simulación.....	36
Figura 9. Rotor Jeffcott discretizado con 5 elementos.....	37
Figura 10. Elemento viga con 8 GDL.....	37
Figura 11. Eje discretizado.....	41
Figura 12. Ensamble de la matriz global de masa.....	42
Figura 13. Nodos del rotor en la matriz global de masa.....	43
Figura 14. Vectores de los desplazamientos en los soportes.....	44
Figura 15. Diagrama de Campbell.....	46
Figura 16. Formas propias de un rotor Jeffcott.....	48
Figura 17. Diagrama de Bode.....	49
Figura 18. Interfaz de la simulación.....	50
Figura 19. Primeros resultados del análisis modal para convergencia de malla....	54
Figura 20. Primeros resultados del análisis armónico para convergencia de malla	55
Figura 21. Diagramas de Campbell obtenidos en ANSYS y en la simulación.....	59
Figura 22. Respuesta al desbalance con y sin efecto giroscópico obtenida en ANSYS prueba 1.....	64
Figura 23. Comparativa de la respuesta al desbalance con y sin efecto giroscópico obtenida en ANSYS prueba 1.....	65

Figura 24. Respuesta al desbalance obtenida en MATLAB prueba 1.....	65
Figura 25. Respuesta al desbalance con y sin efecto giroscópico obtenida en ANSYS prueba 2	66
Figura 26. Respuesta al desbalance con y sin efecto giroscópico obtenida en ANSYS prueba 2	67
Figura 27. Respuesta al desbalance obtenida en MATLAB prueba 2.....	67
Figura 28. Motor trifásico SIEMENS 1LA7 070-2YA60	69
Figura 29. Variador de frecuencia SIEMENS Sinamics V20 6SL3210.....	70
Figura 30. Diagrama de cuerpo libre y diagrama de momento del rotor tipo Jeffcott.	76
Figura 31. Eje con disco	77
Figura 32. Selección de los rodamientos	78
Figura 33. Banco de pruebas de rotodinámica	80
Figura 34. Espectro de frecuencia obtenida por el analizador OROS OR35 para la primera configuración del rotor sin masa de desbalance.....	82
Figura 35. Espectro de frecuencia obtenido por la OROS OR35 para la primera configuración del rotor con desbalance.	83
Figura 36. Esquema banco de pruebas	87
Figura 37. Diagrama de Campbell obtenido en la simulación configuración 1.....	88
Figura 38. Diagramas de Campbell y cascada prueba 1	88
Figura 39. Diagramas de Campbell y cascada prueba 2	89
Figura 40. Diagrama de Campbell obtenido en la simulación configuración 2.....	91
Figura 41. Diagramas de Campbell y cascada prueba 1	91
Figura 42. Diagramas de Campbell y cascada prueba 2	92
Figura 43. Diagrama de Campbell obtenido en la simulación configuración 3.....	93
Figura 44. Diagramas de Campbell y cascada prueba 1	94
Figura 45. Diagramas de Campbell y cascada prueba 2	94
Figura 46. Diagrama de Campbell obtenido en la simulación configuración 3.....	96
Figura 47. Diagramas de Campbell y cascada prueba 1	96
Figura 48. Diagramas de Campbell y cascada prueba 4	97

Figura 49. Oil whirl y oil whip.	98
Figura 50. Diagrama de Bode configuración 1 extraído de la simulación	100
Figura 51. Diagrama de Bode prueba 1 y 2	101
Figura 52. Diagrama de Bode configuración 2 extraído de la simulación	102
Figura 53. Diagrama de Bode prueba 1 y 2	102
Figura 54. Diagrama de Bode configuración 3 extraído de la simulación	103
Figura 55. Diagrama de Bode prueba 1 y 2	103
Figura 56. Diagrama de Bode configuración 4 extraído de la simulación	104
Figura 57. Diagrama de Bode prueba 1 y 2	105

LISTA DE ANEXOS

	pág.
ANEXO A. Paneles de la simulación ROTOJEFF.....	115
ANEXO B. Código de la simulación ROTOJEFF	118
ANEXO C. Prueba convergencia de malla	138
ANEXO D. Código análisis modal ANSYS.....	140
ANEXO E. Gráficos de análisis modal ANSYS.....	143
ANEXO F. Código análisis armónico ANSYS	145
ANEXO G. Gráficos de análisis armónico ANSYS.....	148
ANEXO H. Carta de Charlotte.....	150
ANEXO I. Imágenes análisis modal experimental.....	151
ANEXO J. Equipos para la adquisición de datos	156
ANEXO K. Componentes utilizados.....	158
ANEXO L. Prueba de velocidad.....	160
ANEXO M. Puesta a punto	161
ANEXO N. Pruebas	165
ANEXO O. Planos del banco de rotodinámica.....	167
ANEXO P. Configuración de parámetros del variador de frecuencia SINAMICS V20	183
ANEXO Q. Código para el procesamiento de datos	185
ANEXO R. Diagramas de cascada y Campbell experimentales	187
ANEXO S. Guía para el uso del banco de pruebas	192

RESUMEN

TITULO: MODELAMIENTO, DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN BANCO DE PRUEBAS PARA EL ESTUDIO DE LA FUERZA DE DESBALANCE EN ROTORES FLEXIBLES TENIENDO EN CUENTA EL EFECTO GIROSCÓPICO*

AUTORES: LUIS FELIPE ACEVEDO GONZÁLEZ**
JUAN SEBASTIÁN PINTO FIGUEROA**

PALABRAS CLAVE: Efecto giroscópico, elementos finitos, banco de pruebas, rotor Jeffcott, rotodinámica.

DESCRIPCIÓN: La determinación de las frecuencias naturales y las velocidades críticas en la rotodinámica siempre ha sido un reto importante para la ingeniería. Con la implementación de los elementos finitos en este campo, se pueden incluir diferentes efectos que ocurren en la realidad con el fin de aumentar el grado de precisión de los cálculos y obtener un diseño óptimo que permita valorar el comportamiento real de los equipos rotativos utilizados en la industria.

En el presente proyecto se elabora una simulación mediante el método de elementos finitos utilizando software Matlab con el fin de predecir el comportamiento de rotores tipo Jeffcott con diferentes configuraciones geométricas del eje, disco y soportes. El programa realiza el análisis modal y armónico de los rotores basándose en la teoría de vigas de Timoshenko incluyendo fenómenos como la inercia rotatoria y los efectos giroscópicos, pudiendo obtener el diagrama de Campbell, la respuesta al desbalance y los modos propios de vibración. Los resultados obtenidos en la simulación son comparados con modelos construidos en el software comercial de elementos finitos ANSYS.

Por otra parte, se diseña y construye un banco de pruebas de rotodinámica basado en el rotor tipo Jeffcott el cual usa como método de excitación el desbalance inducido en el disco con el objetivo de contrastar experimentalmente los resultados obtenidos en la simulación y ser una herramienta de aprendizaje en el laboratorio de vibraciones mecánicas.

*Proyecto de grado

**Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de ingeniería mecánica. Director: Heller Guillermo Sánchez Acevedo. PhD. Ingeniería mecánica.

ABSTRACT

TITLE: MODELING, DESIGN AND CONSTRUCTION OF A TEST BANK FOR THE STUDY OF THE UNBALANCE FORCE IN FLEXIBLE ROTORS, INCLUDING THE GYROSCOPIC EFFECT*

AUTHORS: LUIS FELIPE ACEVEDO GONZÁLEZ**
JUAN SEBASTIÁN PINTO FIGUEROA**

KEYWORDS: Gyroscopic effect, finite elements method, test bench, Jeffcott rotor, Rotordynamic.

DESCRIPTION: The determination of natural frequencies and critical speeds in rotordynamic has always been a challenge for engineering. With the implementation of finite element methods in this field, different effects which occur in the reality can be included with the objective of increase the degree of accuracy of the calculations and obtain an optimum design that allow assess the real behavior of rotative equipment in used in industry.

In the present project a finite elements simulation is developed using the software Matlab to predict the behavior of Jeffcott rotors with different geometrical configurations of the shaft, disk and supports. The program elaborates the modal and harmonic analysis of rotors based on the theory of Timoshenko beams including phenomena as the rotary inertia and the gyroscopic effects, being able to obtain the Campbell diagram, the unbalance response and modes of vibration. The results obtained in the simulation are compared with models built in the commercial software of finite elements ANSYS.

Additionally, a rotodynamic test bench is designed and constructed using the unbalance force induced in the disk as excitation method with the objective of experimentally comparing the results obtained in the simulation and be a tool of learning in the laboratory of mechanical vibrations.

* Bachelor thesis

** Physic mechanical Engineering Faculty. Mechanical Engineering School. Director: Heller Guillermo Sanchez Acevedo, PhD. Mechanical Engineering.

INTRODUCCIÓN

La rotodinámica es el estudio del comportamiento dinámico en las máquinas rotatorias¹. Esto permite conocer los problemas que se presentan en el sistema debido a múltiples fenómenos tanto internos como externos y de esta forma determinar el método adecuado para corregirlos. Uno de los problemas más frecuentes en los rotores es el desbalance, causado generalmente por heterogeneidades en el material.

Los rotores en turbomáquinas se consideran flexibles ya que este tipo de maquinaria se caracteriza por girar a altas velocidades originando grandes momentos inerciales. Esta particularidad de la turbo maquinaria obliga a que en su estudio se tengan en cuenta diferentes efectos que influyen directamente en el comportamiento de la estructura. Uno de estos efectos es el de Coriolis o efecto giroscópico².

Para evaluar el efecto giroscópico se requiere de un análisis rotodinámico de la respuesta del sistema al desbalance, el cual permite obtener las velocidades críticas del sistema, las frecuencias naturales y las amplitudes de las vibraciones y compararlas con un modelo numérico obtenido del sistema.

¹ CHILDS, Dara. Turbomachinery Rotordynamics, phenomena, modeling and analysis. New York: Wiley, 1993. p. 1

² RAO, Singiresu. History of rotating machinery dynamics. ed. 20. Series Editor: Marco Ceccarelli, 2014. p. 185-203

1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.1 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Las vibraciones mecánicas son un área de creciente investigación en la ingeniería ya que es de suma importancia describir de manera eficaz la respuesta que tienen los sistemas rotodinámicos a estas, sus causas y los métodos para corregirlas. En los últimos años, el modelamiento de sistemas rotodinámicos usando el método de elementos finitos ha servido de gran ayuda en su estudio, ya que este, permite predecir el comportamiento dinámico que va a tener un sistema en la vida real.

En los sistemas rotodinámicos se observan diferentes fenómenos físicos que influyen en su comportamiento, entre ellos el efecto giroscópico. Dicho efecto genera cambios en la rigidez del sistema provocando variaciones en sus frecuencias naturales, por tal razón sus velocidades críticas se modifican. Debido a esto, en una simulación es importante incluir la mayoría de los fenómenos que se presentan, y de esta forma obtener resultados con alto grado de confiabilidad.

En nuestro país, varias universidades han realizado investigaciones en rotodinámica. Sin embargo, pocos autores se han centrado en estudiar la influencia que ocasiona el efecto giroscópico en los rotores. En algunos sistemas este efecto no es considerable, pero al alcanzarse ciertos parámetros como las altas velocidades de giro o grandes momentos de inercia, sus consecuencias afectan en gran medida la respuesta del sistema.

En el laboratorio de vibraciones mecánicas de escuela de ingeniería mecánica de la Universidad Industrial de Santander se busca que los estudiantes apropien los conceptos adquiridos en clase, observando claramente los fenómenos en los diferentes bancos de pruebas que posee. Actualmente el laboratorio no cuenta con

el banco para lograr analizar de manera adecuada el efecto que tienen los momentos giroscópicos en un sistema rotodinámico, por lo que el estudiante no puede corroborar de manera experimental la teoría apropiada en clase. En el mercado un banco que permita realizar este estudio, con ciertas características como la variación controlada de la velocidad de giro y la adición de masas de desbalanceo se encuentran por un precio entre los 10.000 USD y 35.000 USD.

1.2 JUSTIFICACIÓN PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA

En la industria, la mayoría de las máquinas cuentan con elementos rotatorios que giran a grandes velocidades. Este movimiento produce fuerzas inerciales (entre ellas fuerzas giroscópicas) que dependiendo de la velocidad de giro afectan de una u otra manera la respuesta dinámica que tiene el sistema. El estudio de estos fenómenos en las máquinas rotatorias es fundamental para predecir las velocidades críticas a las cuales un elemento no debe girar ya que, de hacerlo, el sistema entraría en resonancia y las amplitudes serían tales que causarían su falla.

La Universidad Industrial de Santander cuenta con un laboratorio de vibraciones Mecánicas que permite al estudiante afianzar los conocimientos adquiridos en la materia de vibraciones mecánicas. Sin embargo, no cuenta con un banco de ensayos que permita al estudiante analizar la respuesta dinámica en rotores flexibles generada por los efectos giroscópicos.

De igual manera, es importante implementar un modelo numérico que permita al estudiante entender las diferentes variables y fenómenos propios de la configuración del sistema, que influyen en su respuesta dinámica y que su vez logre predecirla de manera eficaz. Por otra parte, apoyar las actividades de investigación que en la materia se está realizando por parte del director del proyecto.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Realizar un modelo de simulación basado en el Método de los Elementos Finitos para el estudio de la respuesta dinámica de un rotor flexible teniendo en cuenta el efecto giroscópico generado por fuerzas de desbalanceo, validado mediante la contrastación teórico experimental.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

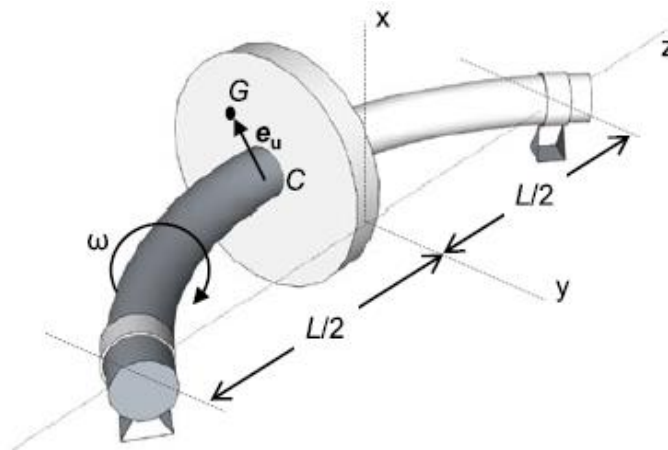
- Implementar un modelo numérico para el estudio de la respuesta dinámica del rotor tipo Jeffcott, basado en el método de elementos finitos, que logre calcular las velocidades críticas del sistema, teniendo en cuenta el efecto giroscópico.
- Diseñar y construir un banco de pruebas basado en el modelo de rotor tipo Jeffcott, que permita la adición controlada de masas de desbalance y la variación de la velocidad de rotación del eje.
- Validar los datos obtenidos en el modelo numérico mediante la contrastación teórico experimental con los valores adquiridos por el banco de pruebas.

3. MARCO REFERENCIAL

3.1 ROTOR TIPO JEFFCOTT

La primera teoría desarrollada para el estudio de la rotodinámica fue elaborada por August Föppl y Henry Homan Jeffcott a finales del siglo XIX y principios del siglo XX³. Para su análisis desarrollaron un sistema simplificado de rotor con rodamientos denominado rotor tipo Jeffcott. Este sistema ha sido empleado durante muchos años para describir de forma sencilla sistemas rotodinámicos. Consiste en un disco con una masa de desbalance ubicada en el centro de un eje con masa despreciable apoyado en soportes rígidos. Muchas variantes han surgido a lo largo de los años añadiendo diferentes características como amortiguamiento y rigidez de los rodamientos, masa del eje y diferentes de posiciones del disco.

Figura 1. Modelo del rotor tipo Jeffcott



Fuente: Science and Education Publishing [en línea] [citado enero de 2018]
<http://pubs.sciepub.com/ajme/2/7/23/>

³ YOON, Se Young, ZONGLI, Lin, y ALLAIRE Paul. Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearings. En: Springer. 2013. p. 18

El modelo mostrado en la Figura 1 tiene un eje de longitud L y de masa despreciable apoyado en soportes rígidos y con un disco ubicado en el centro del eje. El centro geométrico del disco está localizado en el punto C y su centro de masa en el punto G .

3.2 EFECTO GIROSCÓPICO

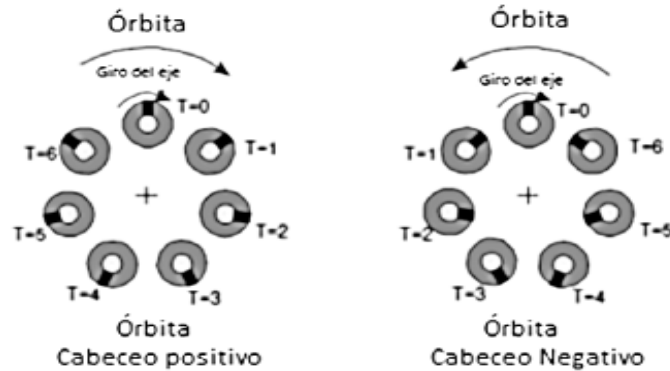
El efecto giroscópico es un fenómeno dinámico que se origina cuando un objeto ubicado en un eje gira a altas velocidades generando un momento sobre el eje perpendicular al eje de rotación⁴. Este fenómeno se hace más evidente cuando la velocidad de rotación es muy alta.

Cuando el eje está en rotación se presentan fuerzas centrífugas que provocan que el eje se flexione en dirección de la excentricidad del rotor. En el momento en que el rotor flexionado gira entorno a la línea de centro a se conoce como cabeceo o *whirling*.

La órbita de cabeceo puede tener el mismo sentido o sentido contrario a la velocidad de rotación del eje. Cuando la dirección de movimiento es la misma se denomina cabeceo positivo o *forward*, por el contrario, si son diferentes se denomina cabeceo negativo o *backward*. Además, la velocidad de la órbita puede ser igual o no a la velocidad de giro del rotor. (Ver Figura 2). Cuando estas velocidades son iguales la órbita se denomina órbita síncrona.

⁴ CRUZ, Pedro. Caracterización Modal de sistemas giroscópicos empleando fuerzas de desbalance. Tesis doctoral. México: Centro nacional de investigación y desarrollo tecnológico. Departamento de ingeniería mecánica. 2012. p. 8

Figura 2. Tipos de cabeceo.



Fuente: CRUZ, Pedro. Caracterización Modal de sistemas giroscópicos empleando fuerzas de desbalance. Tesis doctoral. México: Centro nacional de investigación y desarrollo tecnológico. Departamento de ingeniería mecánica. 2012. p. 11

3.3 ANÁLISIS MODAL

Todas las estructuras poseen frecuencias naturales y modos de vibración que dependen básicamente de la masa, amortiguamiento y rigidez de la estructura. En el diseño es necesario identificar estas frecuencias y conocer cómo afectan la respuesta de la estructura cuando una fuerza actúa sobre la misma.

El análisis modal es un proceso de determinación de la dinámica de un sistema mecánico y es necesario para la posterior formulación de un modelo numérico que describa el comportamiento dinámico de dicho sistema. Esta modelización se lleva a cabo con base en los parámetros modales (frecuencias naturales, modos naturales de vibración y relaciones de amortiguamiento) propios del sistema.

“El análisis modal puede ser teórico o experimental. El teórico se basa en técnicas analíticas o simulaciones. El experimental se basa en ensayos que constan de 4 pasos fundamentales que son: Excitación de la estructura, medición mediante

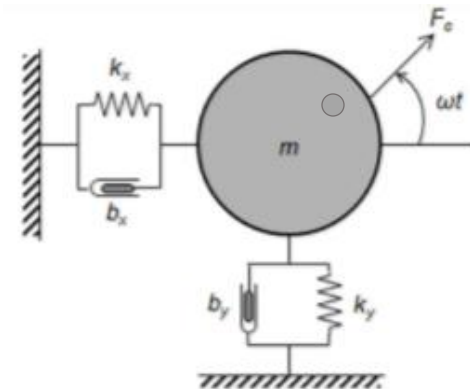
acelerómetros, tratamiento digital y análisis de las señales y aplicación de modelos.”⁵

3.4 RESPUESTA AL DESBALANCE

Cuando el centro de masa de la estructura rotatoria y su centro de rotación no coinciden se dice que existe un desbalance. (ver Figura 3). Esto provoca que la energía del rotor se transforme en vibraciones. La magnitud de esta fuerza es directamente proporcional a la masa de desbalance, la excentricidad y la velocidad a la que gira el rotor y se denota como:

$$F_c = m_d * e * \omega^2 \quad (1)$$

Figura 3. Fuerza de desbalance en el disco.



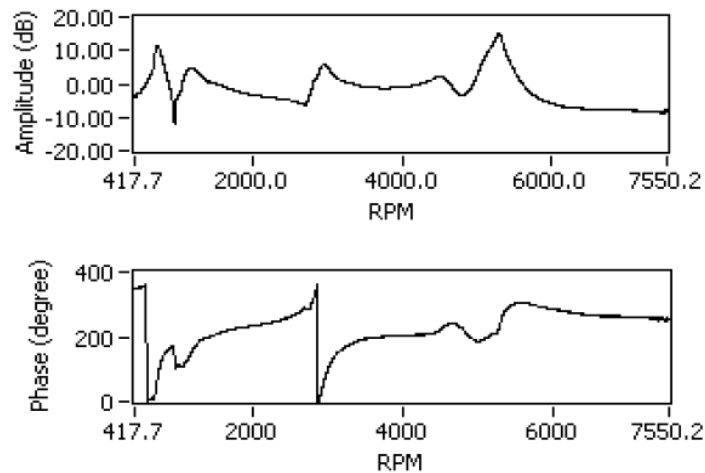
Fuente: Analysis of Balancing of Unbalanced Rotors and Long Shafts using GUI MATLAB [en línea] [citado enero de 2018]
<https://www.intechopen.com/books/matlab-applications-for-the-practical-engineer/analysis-of-balancing-of-unbalanced-rotors-and-long-shafts-using-gui-matlab>

⁵ Centro avanzado de tecnologías aeroespaciales. Análisis modal. [en línea], [revisado 5 de diciembre 2017]. Disponible en internet: <http://www.catec.aero/materiales-y-procesos/lisis-modal.htm>

El desbalance en las máquinas rotatorias es ocasionado por una gran variedad de factores como lo son: heterogeneidad del material, procesos de fabricación defectuosos o poco exactos, excentricidad, problemas en los rodamientos, entre otros⁶. El desbalance es una de las principales causas de fallas en las estructuras rotatorias, sin embargo, puede ser utilizado para caracterizar las propiedades de dicha máquina ya que logra excitarlo sin la necesidad de conectarlo a equipos excitadores.

El análisis de los datos obtenidos del estudio de la fuerza de desbalance generalmente se representa en el gráfico denominado diagrama de Bode. (ver Figura 4). Esta muestra la respuesta del sistema en función de frecuencia y se encuentra separado en dos sub-gráficas, una de ellas mostrando la magnitud de la respuesta y la otra la fase.

Figura 4. Diagrama de Bode



Fuente: Catálogo Spectraquest

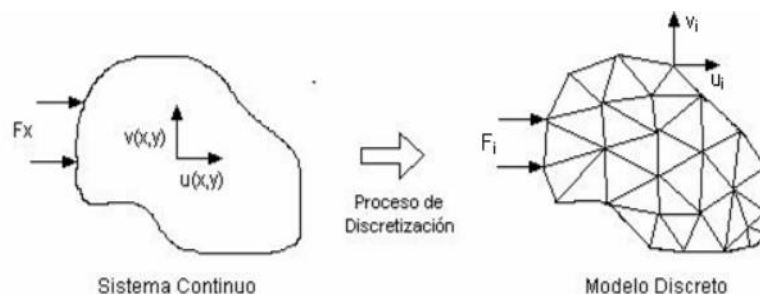
⁶ Ramírez, Andrés. Diseño, construcción e instrumentación de un sistema rotor chumaceras basado en el modelo Jeffcott para el análisis de vibraciones. Tesis de pregrado. Ciudad de Huajuapán de León.: Universidad tecnológica de la Mixteca. 2013. p. 5

3.5 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

El método de elementos finitos es un método numérico que permite el cálculo aproximado de diferentes problemas estáticos y dinámicos en sistemas continuos. Este método puede ser aplicado en diferentes problemas de tipo análisis de estrés, fluidos, transferencia de calor, vibraciones, etc.⁷ Puede ser usado para resolver problemas con geometrías muy complejas, donde el cálculo analítico sería muy complicado de realizar, y una aproximación numérica puede otorgar resultados aceptables.

La primera etapa de este proceso se denomina discretización⁸. Esta consiste en dividir la estructura en un número finito de pequeñas piezas de forma simple representado en la Figura 5 y que haya sido previamente estudiada (por ejemplo, barras o discos), estas piezas son denominadas elementos finitos. Dentro de cada elemento existen una serie de puntos representativos llamados nodos, los cuales pueden ser compartidos por varios elementos. El conjunto de estos nodos es lo que se denomina malla.

Figura 5. Discretización de un sistema continuo



Fuente: Universidad tecnológica nacional [en línea] [citado enero de 2018]
<https://www.frbb.utn.edu.ar/utec/utec/9/n03.html>

⁷ KELLY, Graham. Fundamentals of mechanical vibrations. 2 ed. Singapore.: McGraw-Hill. 200. p. 501

⁸ Ibíd., p. 501

Después de determinar las ecuaciones para cada uno de los elementos se combinan en un sistema de ecuaciones el cual es proporcional al número de nodos y a las variables de cada uno de ellos (denominados grados de libertad). Este sistema se programa y se resuelve computacionalmente para obtener la solución aproximada del sistema.

La precisión de la solución depende de la cantidad de elementos, el tipo de estos y su tamaño. Actualmente existen diferentes softwares especializados para el análisis de problemas usando este método los cuales buscan optimizar la selección del tipo de elemento y sus características con el fin de obtener resultados mucho más exactos.

4. MODELAMIENTO NUMÉRICO DE ROTOR TIPO JEFFCOTT

4.1 MODELO MATEMÁTICO DEL ROTOR TIPO JEFFCOTT

Para el modelo del rotor Jeffcott, se consideró que el rotor trabaja como un cuerpo elástico por lo que se hace una aproximación a una viga simplemente apoyada como la mostrada en la Figura 6, en donde se tuvieron en cuenta los siguientes factores: efectos giroscópicos, inercia rotatoria, esfuerzos axiales, deformaciones producidas por el esfuerzo cortante, rodamientos rígidos, excentricidad de la masa y amortiguamiento interno.

Figura 6. Esquema rotor tipo Jeffcott

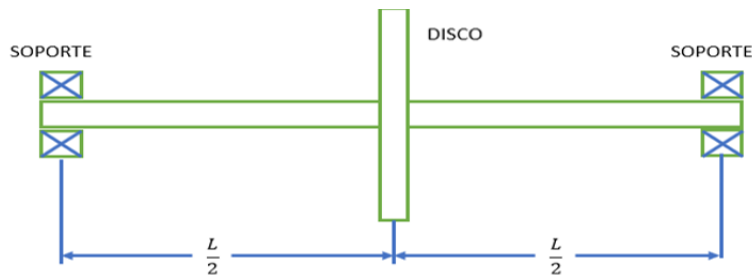
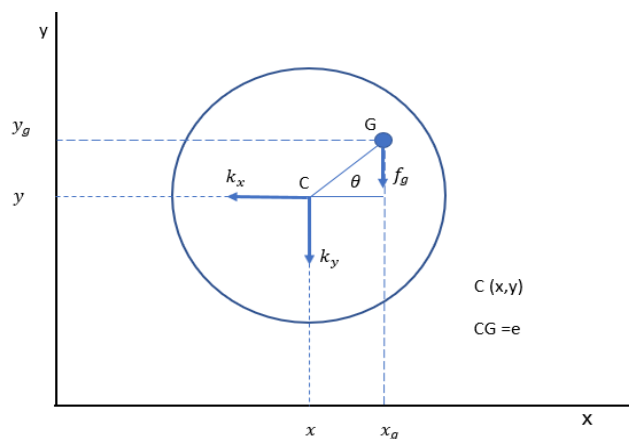


Figura 7. Diagrama de cuerpo libre del disco en el plano x-y



Se parte del diagrama de cuerpo libre del disco (ver Figura 7) para obtener las ecuaciones del movimiento derivadas de la segunda ley de Newton.

Con las relaciones entre desplazamiento y ángulo:

$$x_g = x + e \cos(\theta) \quad (2)$$

$$y_g = y + e \sin(\theta) \quad (3)$$

Al derivar (1) y (2) se obtiene:

$$\ddot{x}_g = \ddot{x} - e\dot{\theta}^2 \cos(\theta) - e\ddot{\theta} \sin(\theta) \quad (4)$$

$$\ddot{y}_g = \ddot{y} - e\dot{\theta}^2 \sin(\theta) + e\ddot{\theta} \cos(\theta) \quad (5)$$

Con las fuerzas y los momentos mostrados se tiene que:

$$m\ddot{x}_g = -kx - c\dot{x} \quad (6)$$

$$m\ddot{y}_g = -ky - c\dot{y} - f_g \quad (7)$$

$$I_p \ddot{\theta} = M + ke(y \cos(\theta) - x \sin(\theta)) \quad (8)$$

Reemplazando las ecuaciones (4) y (5) en las ecuaciones (6), (7) y (8) obtenemos las ecuaciones diferenciales que describen el movimiento del rotor Jeffcott:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = me\dot{\theta}^2 \cos(\theta) + me\ddot{\theta} \sin(\theta) \quad (9)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = me\dot{\theta}^2 \sin(\theta) - me\ddot{\theta} \cos(\theta) - f_g \quad (10)$$

$$mI_p^2 \ddot{\theta} = M + ke(y \cos(\theta) - x \sin(\theta)) \quad (11)$$

Se comprueba por medio del método de las energías la ecuación que rige el movimiento del sistema las siguientes ecuaciones: ⁹

El *Lagrangiano* sería:

$$L = \sum_{k=1}^{n_e} (T_e - V_e)_k + \sum_{k=1}^{n_d} (T_d)_k \quad (12)$$

Función de disipación de Rayleigh:

$$R = \sum_{k=1}^{n_e} (R_e)_k \quad (13)$$

Ecuación de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_s} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_s} = 0 \quad (14)$$

Energías cinéticas del disco:

$$T_{disco} = \frac{1}{2} \{\dot{q}^d\}^T [M]^d \{\dot{q}^d\} + \frac{1}{2} I_p \dot{\theta}^2 - \dot{\theta} \{\dot{q}\}^T [H]^d \{q\} + \dot{\theta} \{\dot{q}\}^T \{V\}^d \quad (15)$$

Energía cinética, potencial y Rayleigh del elemento:

$$T_{elem} = \frac{1}{2} \{\dot{q}^e\}^T [M]^d \{\dot{q}^e\} + \frac{1}{2} I_p \dot{\theta}^2 - \dot{\theta} \{\dot{q}\}^T [H] \{q\} + \dot{\theta} \{\dot{q}\}^T \{V\} \quad (16)$$

⁹ VIÑOLAS, J y VERA, E. Análisis dinámico de rotores flexibles mediante el método de los elementos finitos. Artículo de investigación.

$[q]$: coordenadas generalizadas

$[V]$: matriz de descentramientos

$[H]$: matriz que dará lugar a la matriz giroscópica

Para la energía potencial del rotor se tiene como la suma de las energías debido al momento flector, al esfuerzo cortante y a la carga axial, por ello se han deducido interpolando los desplazamientos y velocidades para cualquier sección, en función de los valores de los nodos extremos. Estas funciones de interpolación han sido obtenidas a través de la Teoría de la Viga de Timoshenko¹⁰

$$V_R + V_T + V_A = \frac{1}{2} \{q^e\}^T [[K] + [A]] \{q^e\} \quad (17)$$

$$V_{elem} = \frac{1}{2} \{q^e\}^T [[K] + [A]] \{q^e\} \quad (18)$$

Energía de disipación de Rayleigh:

$$R_{elem} = \frac{1}{2} \{\dot{q}^e\}^T [C^e] \{\dot{q}^e\} \quad (19)$$

Reemplazando en (13) las expresiones (11) y (12) se llega a la ecuación del movimiento del sistema:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [G]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = F_i \quad (20)$$

¹⁰ TIMOSHENKO, S.P. Resistencia de materiales. Madrid: Espasa.Calpe, S.A.1957 p. 84-91.

4.2 MODELO DEL ROTOR TIPO JEFFCOTT BASADO EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Con el objetivo de poder caracterizar un rotor tipo Jeffcott de manera rápida y precisa, se implementó un modelo matemático basado en el método de elementos finitos. Dicho modelo analiza el comportamiento de los elementos del rotor (eje, disco, rodamientos, masa de desbalance) y calcula el diagrama de Campbell mostrando las velocidades críticas, la respuesta al desbalance en magnitud y fase y las formas modales del rotor.

Como ya se explicó anteriormente, la base fundamental del método de elementos finitos es discretizar el sistema en elementos simples de fácil estudio, los cuales después de solucionarlos puedan ser ensamblados en una matriz global que represente la totalidad del sistema y converja en su solución aproximada.

Para el desarrollo del programa se utilizó el software MATLAB^{*} debido a la capacidad que tiene para el manejo de matrices y su facilidad a la hora de programarlas en su lenguaje propio (lenguaje M). Haciendo uso de la función GUIDE de MATLAB, se logra elaborar de forma sencilla una interfaz que permita al usuario caracterizar sistemas rotodinámicos variando los parámetros de entrada como las dimensiones del rotor, propiedades de los rodamientos, propiedades del material, entre otras.

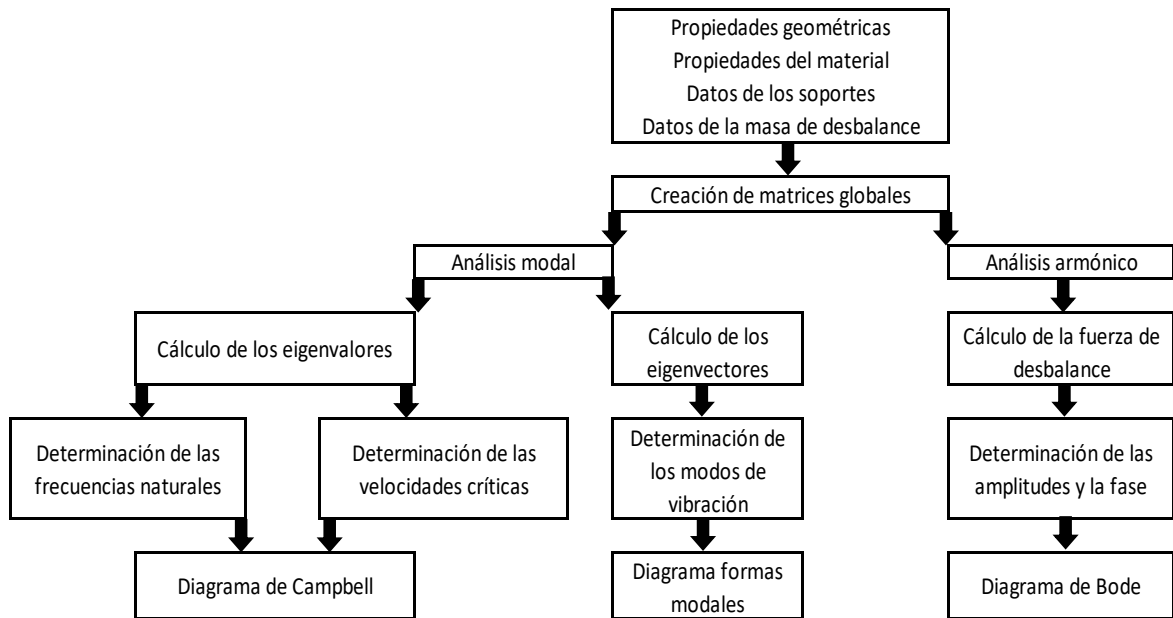
La cantidad de elementos a utilizar en el método es función de la complejidad de la geometría del sistema. Sin embargo, el uso desmedido de elementos puede llegar a ocasionar poca precisión debido a la dificultad al realizar el ensamble matricial. Se debe programar un número de elementos que satisfaga de manera adecuada los criterios de tiempo y precisión. Este valor se puede calcular de varias maneras,

^{*} MATLAB R2017b © 1994-2018 The MathWorks. Inc.

una de las más usadas es la denominada convergencia de malla, la cual se explicará más adelante.

En la Figura 8 se puede observar la secuencia de desarrollo ejecutada en la simulación. El usuario ingresa las propiedades de los materiales y los datos geométricos del modelo Jeffcott. El software calcula las matrices globales del sistema y procede a resolver el análisis modal y el armónico. Al desarrollar estos problemas el usuario puede obtener el diagrama de Campbell donde se visualizan las frecuencias naturales y las velocidades críticas del rotor, el diagrama de Bode donde se encuentran las amplitudes de las vibraciones en un rango de velocidades y el diagrama de formas modales que tiene dicho rotor en cada uno de los modos propios de vibración.

Figura 8. Diagrama de flujo de la simulación

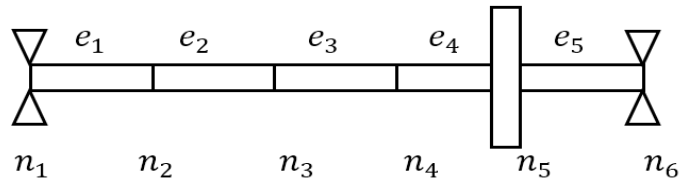


4.2.1 Matrices de los elementos

El modelo simplificado se expresa según la ecuación de movimiento del sistema (20), donde M, C, G y K son las matrices de masa, amortiguamiento, giroscópica y rigidez del sistema y F las fuerzas externas que actúan sobre rotor.

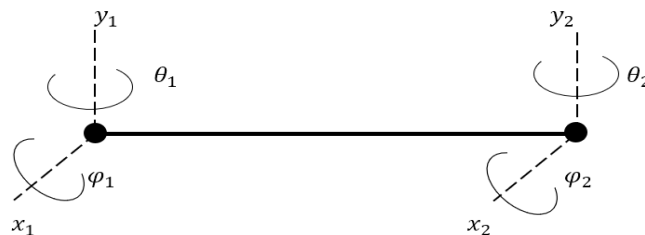
El sistema es discretizado en un número finito de elementos con la misma longitud (ver Figura 9). En cada uno de los elementos se calculan las matrices M, C, G y K para su posterior ensamble.

Figura 9. Rotor Jeffcott discretizado con 5 elementos



En la Figura 10 se observa una representación del elemento usado en este estudio y sus grados de libertad. Este elemento es del tipo viga con 8 grados de libertad¹¹ (4 por nodo). Dichos grados de libertad son los desplazamientos en x y y de cada uno de sus nodos y sus respectivas rotaciones.

Figura 10. Elemento viga con 8 GDL.



¹¹ SMITH, Ian; GRIFFITHS, Vaughan y MARGETTS, Lee. Programming the finite element method. 5 ed. Chennai.: Wiley, 2014. p. 115-168.

El vector que representa los desplazamientos (vector nodal) de cada uno de los elementos tipo viga es¹²:

$$q = [x_1 \ y_1 \ \varphi_1 \ \theta_1 \ x_2 \ y_2 \ \varphi_2 \ \theta_2] \quad (21)$$

Donde:

$$\varphi_i = \frac{\partial x_i}{\partial z} \quad \theta_i = \frac{\partial y_i}{\partial z} \quad (22)$$

Para el cálculo de las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento de los elementos tipo viga, se basó en la teoría de vigas de Timoshenko, desarrollada en 1920 por el ingeniero Stephen Timoshenko y la cual incluye los efectos de la inercia rotativa, deformación de corte y el efecto giroscópico¹³.

Según esta teoría las matrices de masa relacionadas con la inercia rotacional y traslacional respectivamente son:

$$M = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22l & 54 & 0 & 0 & 13l \\ 0 & 156 & 22l & 0 & 0 & 54 & -13l & 0 \\ 0 & 22l & 4l^2 & 0 & 0 & 13l & -3l^2 & 0 \\ -22l & 0 & 0 & 4l^2 & -13l & 0 & 0 & -3l^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13l & 156 & 0 & 0 & 22l \\ 0 & 54 & 13l & 0 & 0 & 156 & -22l & 0 \\ 0 & -13l & -3l^2 & 0 & 0 & -22l & 4l^2 & 0 \\ 13l & 0 & 0 & -3l^2 & 22l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

¹² TIWARI, Rajiv. Theory and practice of rotordynamics. NPTEL. [en línea], [revisado 24 de noviembre 2017]. Disponible en internet: <http://nptel.ac.in/courses/112103024/30>

¹³ GENTA, Giancarlo. Dynamics of rotating systems. 1 ed. New York: Springer, 2005. p. 139-201.

$$M_s = \frac{\rho l}{30} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3l & -36 & 0 & 0 & -3l \\ 0 & 36 & 3l & 0 & 0 & -36 & 3l & 0 \\ 0 & 3l & 4l^2 & 0 & 0 & -3l & -l^2 & 0 \\ -3l & 0 & 0 & 4l^2 & 3l & 0 & 0 & -l^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3l & 36 & 0 & 0 & 3l \\ 0 & 54 & -3l & 0 & 0 & 36 & -3l & 0 \\ 0 & -13l & l^2 & 0 & 0 & -3l & 4l^2 & 0 \\ -3l & 0 & 0 & l^2 & 3l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$M_{eje} = M + M_s \quad (25)$$

Donde:

l : longitud de cada elemento calculada dividiendo la longitud total (L) del eje por el número de elementos (n)

A : área transversal del eje calculada por la ecuación πr^2 donde r es el radio del eje

ρ : densidad del material

La matriz de rigidez es descrita como:

$$K_{eje} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6l & -12 & 0 & 0 & -6l \\ 0 & 12 & 6l & 0 & 0 & -12 & 6l & 0 \\ 0 & 6l & 4l^2 & 0 & 0 & -6l & 2l^2 & 0 \\ -6l & 0 & 0 & 4l^2 & 6l & 0 & 0 & -2l^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6l & 12 & 0 & 0 & 6l \\ 0 & -12 & -6l & 0 & 0 & 12 & -6l & 0 \\ 0 & 6l & 2l^2 & 0 & 0 & -6l & 4l^2 & 0 \\ -6l & 0 & 0 & 2l^2 & 6l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Donde:

E : módulo de Young del material

I : momento de inercia de área descrito por la ecuación $\pi r^4/4$

La matriz de amortiguamiento para el eje se define como:

$$C_{eje} = \frac{\rho l}{15l} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3l & 0 & 0 & 36 & -3l & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3l & -36 & 0 & 0 & -3l \\ 3l & 0 & 0 & -4l^2 & -3l & 0 & 0 & l^2 \\ 0 & 3l & 4l^2 & 0 & 0 & -3l & -l^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3l & 0 & 0 & -36 & 3l & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3l & 36 & 0 & 0 & 3l \\ 3l & 0 & 0 & l^2 & -3l & 0 & 0 & -4l^2 \\ 0 & 3l & -l^2 & 0 & 0 & -3l & 4l^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Las propiedades del disco y los soportes son añadidas en la matriz global ubicando sus matrices en los nodos donde se encuentran estos elementos. Como cada nodo tiene 4 grados de libertad, las matrices de dichos elementos son 4x4.

Para el disco, su matriz de masa es:

$$M_{disco} = \begin{bmatrix} md & 0 & 0 & 0 \\ 0 & md & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Idd & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Idd \end{bmatrix} \quad (28)$$

Donde md es la masa del disco y Idd es la inercia de masa calculada como:

$$Idd = 0.5Ipd + \frac{md * espesor_{disco}^2}{12} \quad (29)$$

Los efectos giroscópicos no son considerables en gran parte de las máquinas rotatorias. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, a altas velocidades estos efectos tienen impactos significativos en el sistema rotodinámico ya que generan momentos que perturban el sistema y son ubicados en los puntos donde existe una masa considerable.

En el disco se presenta este fenómeno y se incluye dentro de la matriz de amortiguamiento del elemento. Dicha matriz llamada matriz giroscópica, tiene la siguiente forma:

$$G_{disco} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Ipd \\ 0 & 0 & -Ipd & 0 \end{bmatrix} w \quad (30)$$

Donde w es la velocidad angular del rotor y Ipd es la inercia polar de la disco calculada de la siguiente manera:

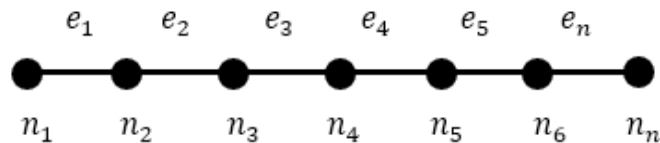
$$Ipd = \frac{md}{2} * \frac{Diametro_{disco}^2 + Diametro_{eje}^2}{4} \quad (31)$$

Como la matriz giroscópica es función de la velocidad de giro, las frecuencias naturales que se calculen lo van a ser también. Esto se visualiza en el diagrama de Campbell (ver Figura 15), donde en el eje Y se pueden observar los valores de frecuencia natural, y en el eje X la velocidad angular del rotor.

4.2.2 Ensamble matricial

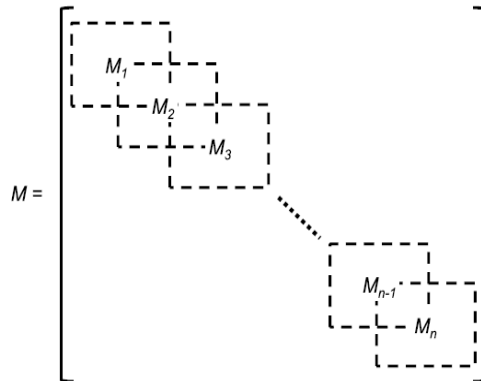
Después de tener todas las matrices de los elementos se procede a ensamblarlas en las matrices globales de masa, rigidez y la de amortiguamiento. Como se observa en la Figura 11, el eje se divide en pequeñas vigas (con 2 nodos cada una) donde cada elemento está conectado con el siguiente por uno de sus nodos y con el anterior por su otro nodo.

Figura 11. Eje discretizado



Por ejemplo, el elemento 2 (e_2) posee los nodos n_2 y n_3 , con los cuales se conecta a los elementos 1 y 3 respectivamente. Esto significa que las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento de cada elemento deben acoplarse en los nodos comunes de los otros elementos.

Figura 12. Ensamble de la matriz global de masa

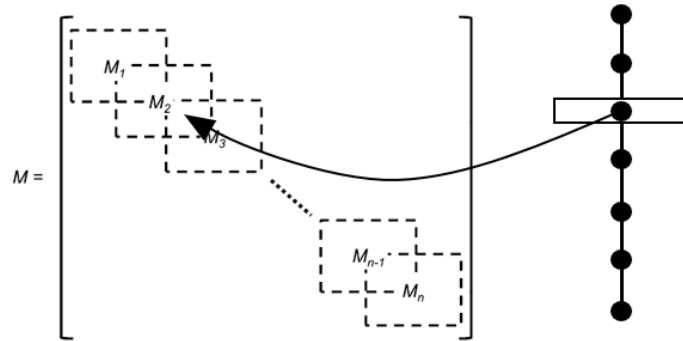


Fuente: YOON, Se Young, ZONGLI, Lin, y ALLAIRE Paul. Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearings. En: Springer. 2013. p. 55

Después de acoplar cada uno de los elementos del eje en las matrices globales, se procede a añadir las matrices de masa y giroscópica del disco. Como el disco es delgado, se asume que este se ubica en un solo nodo del eje, y en dicho nodo se suman sus matrices.

Por ejemplo, si se asume que el disco rígido se encuentra en el nodo 3 del eje, sus matrices $[M]$ y $[G]$ se sumaran a las matrices de masa y amortiguamiento del eje en dicho nodo.

Figura 13. Nodos del rotor en la matriz global de masa



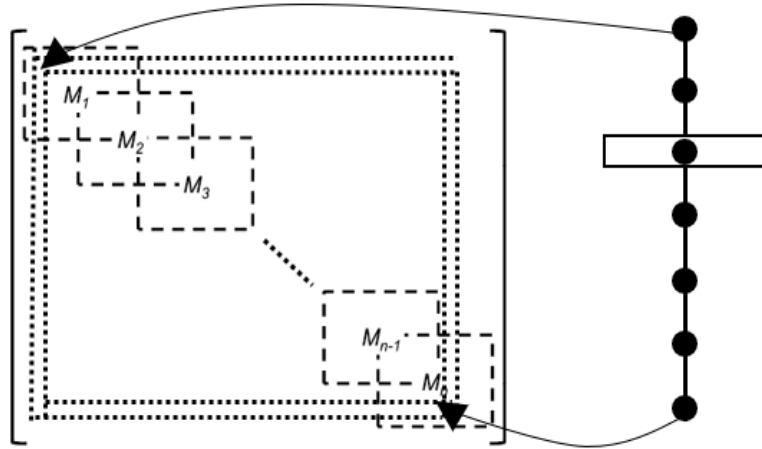
4.2.3 Condiciones de frontera

Generalmente los soportes se toman como rígidos para facilitar el proceso de cálculo. Cuando esto sucede, se eliminan de la matriz global de rigidez y amortiguamiento los vectores correspondientes a los desplazamientos lineales de los nodos donde se encuentran los soportes (las rotaciones se mantienen). Asumir de esta forma los apoyos es bastante útil cuando no se tienen propiedades de los rodamientos como su rigidez y amortiguamiento ($K_{xx}, K_{xy}, K_{yx}, K_{yy}, C_{xx}, C_{xy}, C_{yx},$ y C_{yy})¹⁴.

En la Figura 14 las líneas punteadas corresponden a los vectores que se eliminan en las matrices globales correspondientes a los desplazamientos en los rodamientos.

¹⁴ MIRANDA, Wederley y FARIA, Marco. Finite element analysis of critical speeds and stability of flexible rotors supported by fluid film bearings. En: International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (12: 26 febrero-2 marzo, 2007). Belo Horizonte: 2007.

Figura 14. Vectores de los desplazamientos en los soportes



Si se tienen las propiedades de los rodamientos, se pueden añadir a la matriz de rigidez y amortiguamiento del nodo donde se ubica el soporte al igual que se hizo con el disco. Las matrices de los soportes tienen la forma:

$$K_{soporte} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & 0 & 0 \\ K_{yx} & K_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$C_{soporte} = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & 0 & 0 \\ C_{yx} & C_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

4.2.4 Análisis modal del sistema rotodinámico

En análisis modal consiste en calcular las frecuencias naturales de un sistema y los modos en vibración libre. Para este cálculo se parte de la ecuación generalizada del movimiento (19)¹⁵.

¹⁵ PASCUAL, Rodrigo. Análisis de vibraciones en máquinas rotatorias. 1 ed. Santiago de Chile: 2011. p. 77-120

Tomando el sistema como vibración libre y multiplicando la ecuación anterior por la inversa $[M]$ toma la siguiente forma:

$$\ddot{q} + [M]^{-1}[C]\dot{q} + [M]^{-1}[K]q = 0 \quad (34)$$

Ahora es de gran ayuda transformar los desplazamientos y sus derivadas en otras variables.

$$y_1 = q \quad y_2 = \dot{q} \quad (35)$$

Donde:

$$\dot{y}_1 = \dot{x} \quad (36)$$

$$\dot{y}_2 = \ddot{q} = -[M]^{-1}[K]q - [M]^{-1}[C]\dot{q} \quad (37)$$

El vector conformado por las variables y_1 y y_2 se denomina vector de estado (y). Ahora reordenando los valores se obtiene la siguiente¹⁶:

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0y_1 + Iy_2 \\ -M^{-1}Ky_1 - M^{-1}Cy_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = Ay \quad (38)$$

Donde I es la matriz identidad, 0 es una matriz de ceros y A es la denominada matriz de estado.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad (39)$$

La solución de la ecuación anterior es asumida de la forma $y = ze^{\lambda t}$ ya que $\dot{y} = \lambda ze^{\lambda t}$

Reemplazando en la ecuación (38)

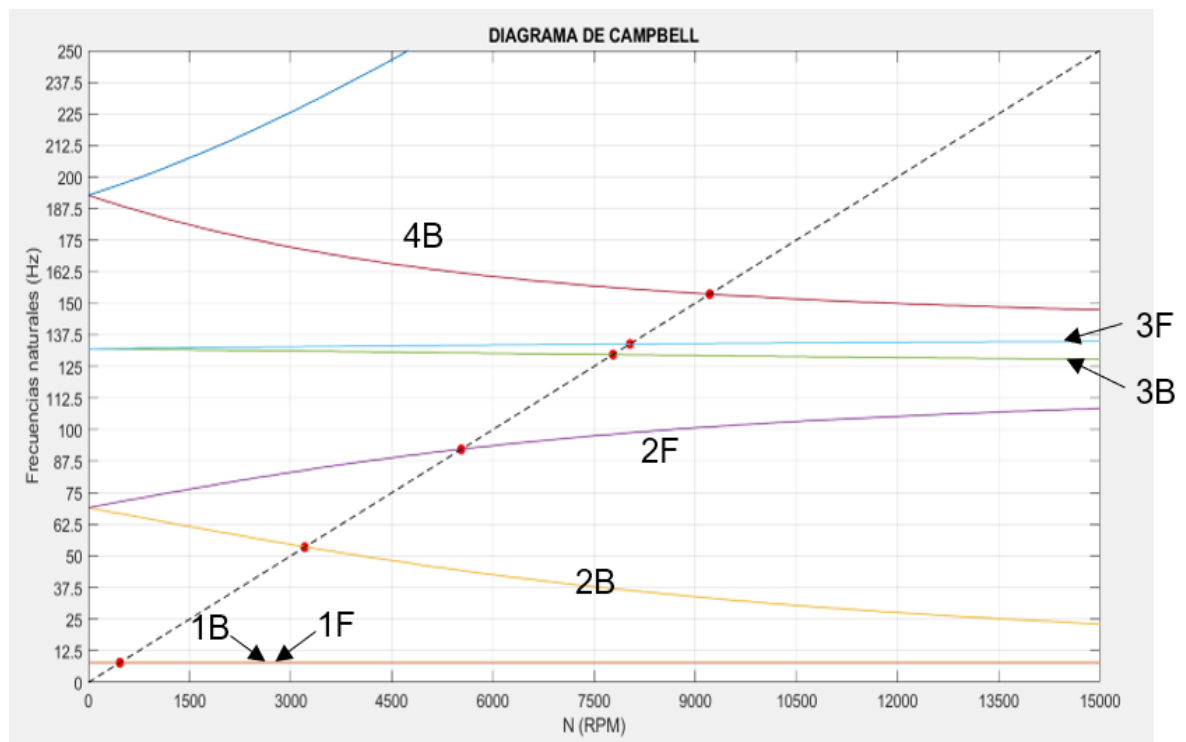
$$Az = \lambda z \quad (40)$$

¹⁶ INMAN, Daniel. Engineering vibration. 3 ed. New Jersey: Prentice Hall, 2007. p. 359-364

La expresión anterior es lo que se denomina sistema propio y su solución consiste en el cálculo de los valores y vectores propios (eigenvalores y eigenvectores).

La diagonal de la matriz de los eigenvalores son las frecuencias naturales¹⁷ del sistema y estas se visualizan en el diagrama de Campbell.

Figura 15. Diagrama de Campbell



En la Figura 15 se puede observar claramente como las frecuencias naturales varían en función de la velocidad de rotación. Las dos primeras frecuencias, denominadas rígidas no presentan ningún cambio significativo. Sin embargo, para las siguientes se observa la separación de sus curvas.

¹⁷ LALANNE, Michael y FERRARIS, Guy. Rotordynamics prediction in engineering. 2 ed. Michigan: Wiley, 1998. p. 20-27.

Se pueden ver que las frecuencias naturales que decrecen en su magnitud son las denominadas *backward* (hacia atrás), donde la órbita que describe el rotor tiene la dirección contraria a la velocidad de giro de este. Por otro lado, las curvas que se dividen hacia arriba son las llamadas *forward* (hacia adelante), y es donde el giro de cabeceo del rotor tiene la misma dirección que el giro del eje.

La línea diagonal corresponde a la excitación sincrónica debido al desbalance. Los puntos esta línea donde cortan las curvas de las frecuencias naturales son las denominadas velocidades críticas, donde el rotor entra en resonancia, fenómeno que produce oscilaciones que pueden afectar gravemente el mecanismo.

Con la simulación es posible realizar un análisis modal del rotor sin tener en cuenta los apoyos, es decir suspensión libre. Esto es útil para comprobar el análisis modal experimental (EMA)¹⁸. El EMA es usado para caracterizar elementos mediante el cálculo de las sus frecuencias naturales. Sin embargo, hay que tener en cuenta que dichas frecuencias van a cambiar en el momento de ubicar la pieza en los soportes. En el caso de los rotores, las frecuencias además se verán alteradas por la velocidad de giro, al inducirse los efectos giroscópicos y de inercia rotacionales.

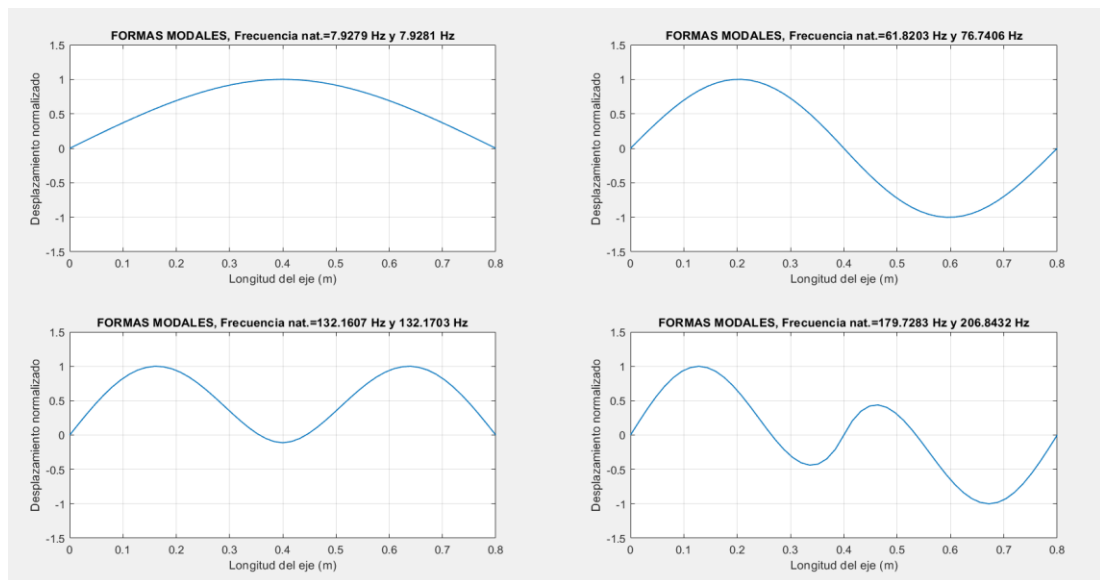
De la ecuación (40) se puede extraer la matriz de los valores propios la cual nos muestra los modos propios de vibración del eje. Estos modos son vectores que representan un modo de vibración correspondiente a cada frecuencia natural, es decir, como el sistema vibra en cada una de estas frecuencias.

Después de extraer cada uno de estos vectores es necesario normalizarlos ya que estos valores solo me muestran la relación entre cada uno de ellos, no valores de amplitud reales. Para realizar este procedimiento se toma el valor máximo de cada vector, a se dividen todos los valores por este número.

¹⁸ Centro avanzado de tecnologías aeroespaciales. Op. cit.

En la Figura 16 se muestran las 4 primeras formas propias de vibración de un eje de 80 cm de largo con un disco en la mitad y girando a una velocidad de 1500 rpm. Al observar la Figura 15 a la velocidad de 1500 rpm se puede ver que los puntos donde se cortan las curvas de frecuencia natural se presentan los modos propios de vibración. Los modos tienen la misma forma sin importar si la curva es hacia adelante o hacia atrás, ya que ambas corresponden a la división de una frecuencia natural debido al efecto giroscópico.

Figura 16. Formas propias de un rotor Jeffcott



4.2.5 Análisis armónico del sistema rotodinámico¹⁹

Partiendo de la ecuación de movimiento (19)

Donde:

$$F = f_0 e^{j\omega t} \quad (41)$$

$$F = m_{desbalance} D * \omega^2 (\cos(\omega t) + j \text{sen}(\omega t)) \quad (42)$$

¹⁹ MUSZYNSKA, Agnieszka. Rotordynamics. 1 ed. Minden: 2005, Taylor and Francis. p. 15-28.

Donde D es la excentricidad o radio de la masa de desbalance y w la velocidad angular de sistema.

Debido a la linealidad del sistema se puede asumir que la respuesta al desbalance tiene la forma:

$$x = x_o e^{j\omega t} \quad (43)$$

Al derivar la ecuación anterior se tiene:

$$\dot{x} = j\omega x_o e^{j\omega t} \quad (44)$$

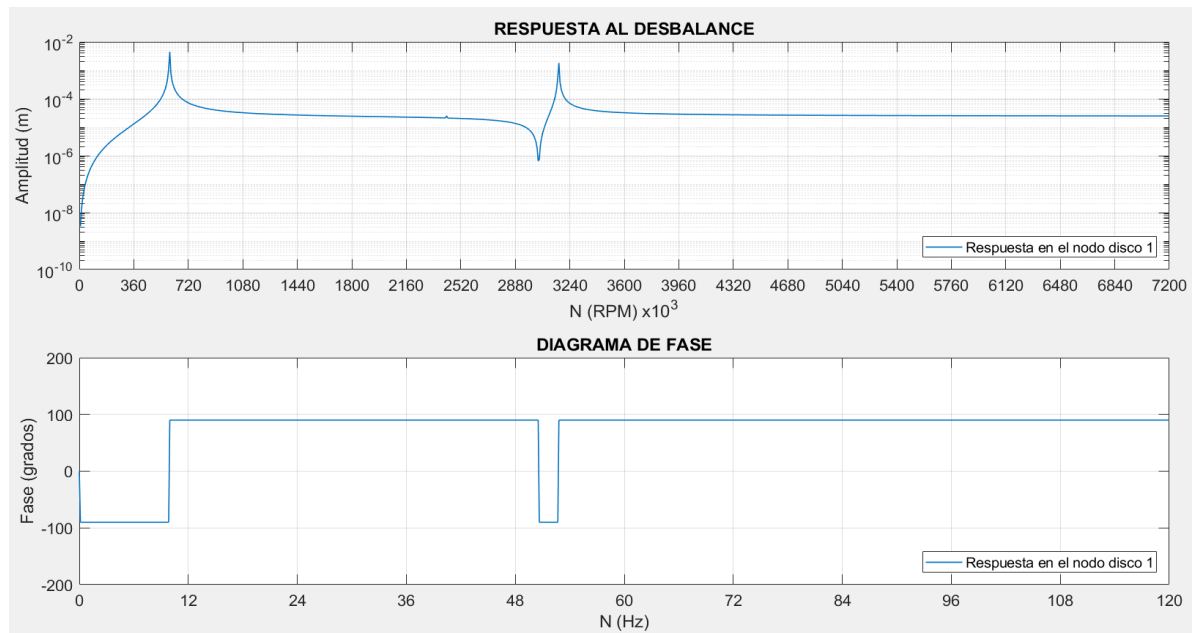
$$\ddot{x} = -\omega^2 x_o e^{j\omega t} \quad (45)$$

Reemplazando en la ecuación de movimiento se obtiene:

$$(-\omega^2 M + j\omega C + K)x_o e^{j\omega t} = m_{desbalance} D * \omega^2 e^{j\omega t} \quad (46)$$

$$x = Z^{-1} f_o e^{j\omega t} \quad (47)$$

Figura 17. Diagrama de Bode

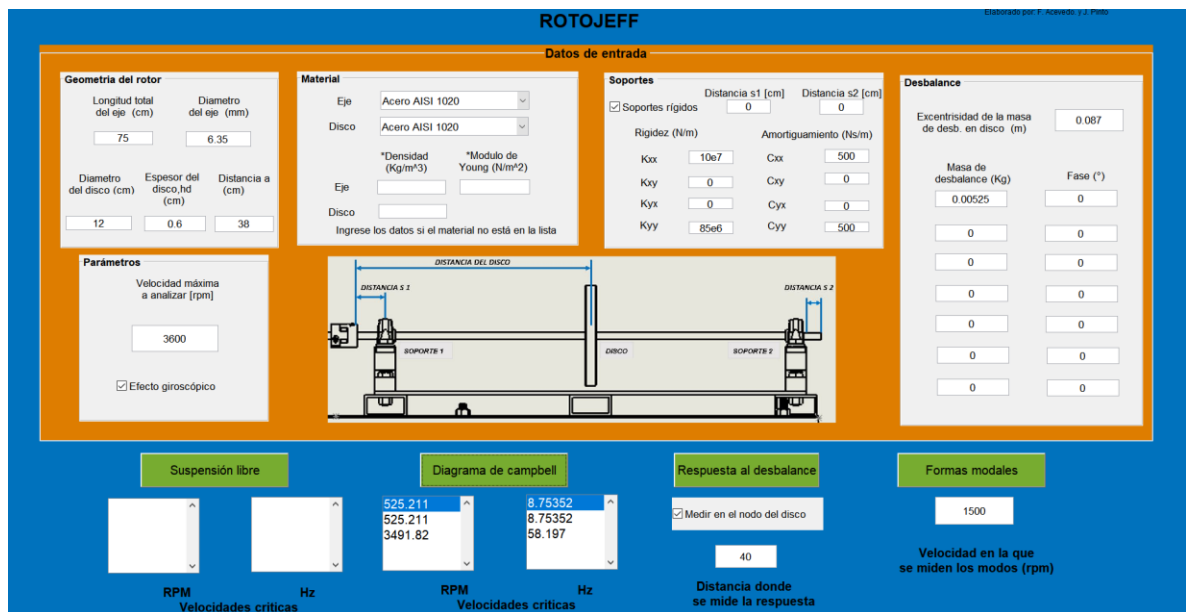


El diagrama de Bode muestra los picos de amplitud cuando la frecuencia de excitación iguala alguna frecuencia natural del rotor. Estos picos se dan en los puntos marcados en el diagrama de Campbell como velocidades críticas. Además, en la gráfica de fase (ver Figura 17), los puntos donde se produzca un cambio de 180° nos indica la existencia de una velocidad crítica²⁰.

4.2.6 Interfaz gráfica

Gracias a la función Guide de MATLAB se pueden elaborar fácilmente interfaces para los códigos con el fin de facilitar su uso. En la Figura 18 se puede observar la interfaz desarrollada, la cual contiene cinco paneles para ingresar los datos de la simulación, cuatro botones para realizar diferentes estudios y una zona donde se muestran los resultados numéricos.

Figura 18. Interfaz de la simulación



²⁰Métodos de detección de resonancia. Curso de análisis de vibraciones. Sinais ingeniería de mantenimiento. [en línea], [revisado 30 de noviembre 2017]. Disponible en internet: http://www.sinais.es/Recursos/Curso-vibraciones/resonancia/deteccion_resonancia.html

En el panel Geometría del rotor, el usuario puede modificar los parámetros geométricos del eje. Estos parámetros son: longitud del eje, diámetro del eje, diámetro de los discos, espesor del disco y distancia a la cual se encuentra midiéndola desde el acople al motor.

En el panel Material se pueden modificar las propiedades del material del eje y el disco seleccionándolos de una lista. Si el material que el usuario no aparece en dichas listas se pueden añadir sus propiedades en las cajas de la parte inferior.

En el Soportes se ingresan las propiedades de los soportes y su ubicación. Las distancias s_1 y s_2 son las distancias de los soportes a los extremos del eje. Si se tienen las propiedades de rigidez y amortiguamiento de los soportes en cada una de sus direcciones se pueden ingresar en este panel. Si para el análisis esto no es importante, es factible asumir que los soportes son rígidos seleccionando esta opción en la parte superior del panel.

En el Desbalance se ingresan las propiedades de las masas de desbalance. Si solo se va a usar una masa en las demás casillas se colocan ceros.

En el panel Parámetros se ingresan la velocidad máxima que la simulación va a tomar para realizar los cálculos (en rpm) y la inclusión del efecto giroscópico en el análisis.

Con los botones (cuadros verdes en la parte inferior de la interfaz) y se realizan los análisis correspondientes a cada uno de ellos. Sus resultados se muestran en las ventanas de la parte inferior y las gráficas aparecen como ventanas emergentes. En el análisis de la respuesta al desbalance, el usuario puede escoger a que distancia desde uno de los soportes se va a realizar la medición. También si lo desea puede observar cómo es la respuesta en el disco. En los cálculos de las formas modales

se ingresa la velocidad en rpm a la cual se van a determinar las frecuencias naturales.

Para observar los paneles con mejor detalle consultar el Anexo A.

El código programado en MATLAB para el desarrollo de la simulación ROTOJEFF** se encuentra en el Anexo B.

4.2.7 Convergencia de malla

Generalmente, cuando se aplica el método de elementos finitos para resolver un problema, la malla es el apartado más importante para tener en cuenta. Entre más refinada sea esta, la solución se puede acercar al valor real, sin embargo, el tiempo de cálculo se hace más largo. Existen softwares especializados para realizar el mallado de estructuras con el fin de optimizar dicha malla y obtener resultados precisos en un corto tiempo. Como el modelo desarrollado no requiere un estudio complejo sobre la forma de la malla, simplemente de manera manual se calcularán el número de elementos necesarios para obtener resultados exactos y ahorrar recursos computacionales.

Para realizar el estudio de convergencia de malla, se deben seguir una serie de pasos²¹:

- Crear una malla con el menor número razonable de elementos que pueda resolver el problema.

** ROTOJEFF, versión 1.0. Elaborada por Autores.

²¹Cómo realizar un estudio de convergencia de malla. Autodesk. [en línea], [revisado 30 de noviembre de 2017], disponible en línea: <https://knowledge.autodesk.com/es/support/simulation-mechanical/learn-explore/caas/sfdcarticles/sfdcarticles/ESP/How-to-Perform-a-Mesh-Convergence-Study.html>

- Crear una malla con un número de elementos mayor y comparar los resultados con los anteriores
- Seguir aumentando la cantidad de elementos hasta encontrar un valor donde los resultados converjan.

En este caso se analizaron los datos que se obtienen de la simulación al realizar los análisis modal y armónico. Para cada uno de ellos se busca el valor de elementos óptimo. Para este estudio se usaron dos configuraciones geométricas del rotor con el fin de comparar si los valores hallados de elementos en ambas configuraciones son similares.

- Configuración 1. Longitud del eje: 0.8 m. Diámetro del eje: 6.35 mm. Posición del disco: 0.4 m del extremo. Masa del disco: 0.8 Kg. Soportes en los extremos.

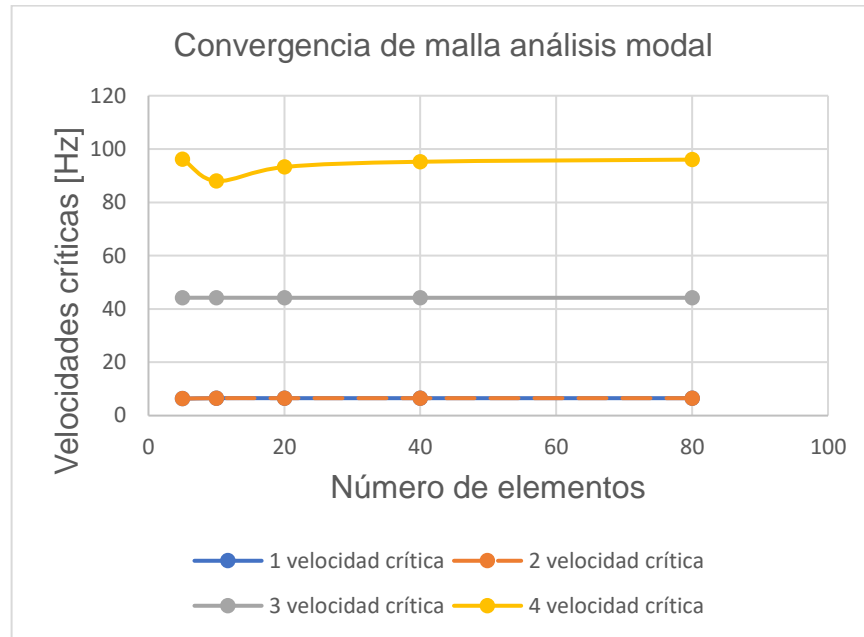
Análisis modal:

En la Tabla 1 se puede observar los valores de las velocidades críticas obtenidos con la primera configuración variando el número de elementos con que se realiza el análisis rotodinámico.

Tabla 1. Primeros resultados del análisis modal para convergencia de malla

No. Elementos	1 Vel Crítica [Hz]	2 Vel. Crítica [Hz]	3 Vel. Crítica [Hz]	4 Vel. Crítica [Hz]
5	6.37	6.37	44.21	96.2
10	6.53	6.53	44.22	88.03
20	6.53	6.53	44.2	93.25
40	6.53	6.53	44.2	95.23
80	6.53	6.53	44.2	96.03

Figura 19. Primeros resultados del análisis modal para convergencia de malla



Se puede observar en la Figura 19 que los valores de las velocidades críticas empiezan a converger cuando se usan 20 elementos. Para mejorar la precisión de la simulación se escogen 40 elementos ya que presenta aproximadamente los mismos resultados que al usar 80, con mucho menos tiempo de procesamiento.

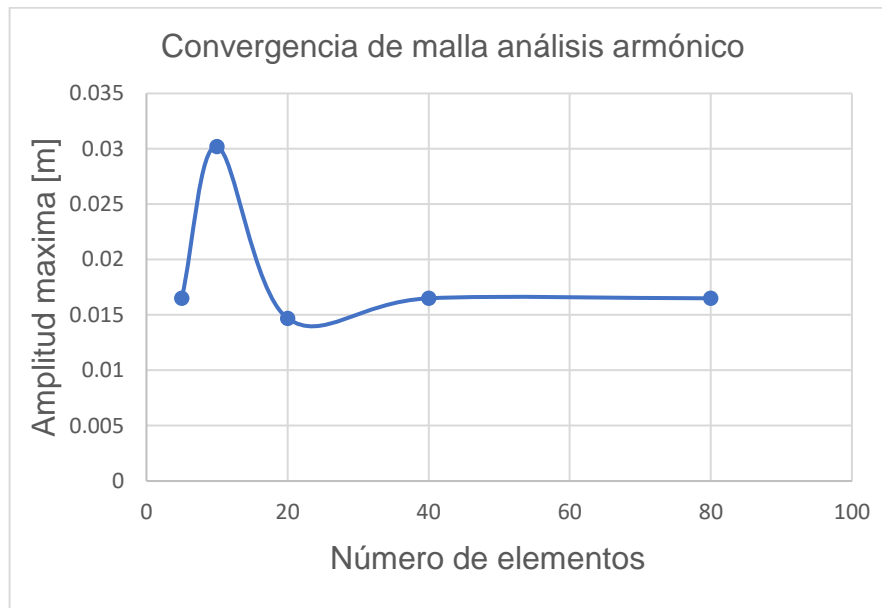
Análisis armónico:

Al igual que en el análisis modal, se ejecutó el código variando el número de elementos. Para este caso se obtuvieron los valores de amplitud máxima en un nodo en específico. En la Tabla 2 se pueden observar estos valores en función del número de elementos.

Tabla 2. Primeros resultados del análisis armónico para convergencia de malla

No. Elementos	Valor amplitud máxima [m]
5	0.0165
10	0.0302
20	0.0147
40	0.0165
80	0.0165

Figura 20. Primeros resultados del análisis armónico para convergencia de malla



En la Figura 20 se observa que al igual que en el análisis armónico, desde los 20 elementos los resultados se acercan a un solo valor, es por esto por lo que se toman 40 como el número de elementos a analizar.

- Configuración 2. Longitud del eje: 0.6 m. Diámetro del eje: 9.525 mm. Posición del disco: 0.4 m del extremo. Masa del disco: 0.8 Kg. Soportes en los extremos.

Los resultados de la prueba con la segunda configuración se encuentran en el Anexo C.

Al igual que con la primera configuración, los valores convergen desde los 40 elementos. Se concluye que tomando ese número elementos en la simulación, los resultados serán bastante precisos sin tomar demasiado tiempo de computo.

5. MODELAMIENTO DEL ROTOR TIPO JEFFCOTT USANDO ANSYS

ANSYS* es un software de simulación ingenieril basado en el método elementos finitos. Es usado para resolver diferentes tipos de problemas que se presentan en la industria, incluyendo la rotodinámica. El software tiene la capacidad de realizar análisis modales y armónicos a estructuras rotatorias en muy corto tiempo y con alto grado de precisión. En este capítulo se analizarán las pruebas realizadas a diferentes configuraciones de ejes en ANSYS y en la simulación de MATLAB ROTOJEFF con el fin de compararlas corroborar los valores obtenidos.

El procedimiento para realizar el estudio en ANSYS es el siguiente²²:

- Modelamiento del rotor: Se crean los *keypoints* correspondientes a los extremos del rotor y al punto donde va ubicado el disco. Luego se unen cada uno de ellos con líneas rectas.
- Seleccionar los tipos de elementos: En este apartado se deben escoger 3 tipos de elementos. Para el mallado del eje se selecciona el elemento *Beam188* con dos nodos y 6 grados de libertad por nodos. Este tipo de elemento incluye los efectos de deformación por corte y el efecto giroscópico además de usar poco tiempo en el análisis de los datos. Para el estudio del disco se opta por mallar el nodo donde se ubica con el elemento *Mass21* analizando dicho elemento como una masa puntual incluyendo sus propiedades como la masa y la inercia polar y diametral. El elemento resorte amortiguador *Combi214* se usa para el mallado de los rodamientos ya que se pueden ingresar las propiedades de rigidez y amortiguamiento.

* ANSYS Student 19.0. ANSYS, Inc.

²² SRIKRISHNANIVAS, Deepak. Rotor dynamic analysis of RM12 jet engine rotor using ANSYS. Tesis de maestría. Karlskrona: Blekinge Institute of Technology. Department of mechanical engineering. 2012. p. 15-17.

- Aplicar las constantes reales: Se aplican las propiedades del disco y de los rodamientos en cada uno de los elementos para su posterior mallado.
- Aplicar las propiedades del material: Se introducen la densidad, el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson.
- Crear la malla: Se mallan cada uno de los componentes con sus respectivos elementos preseleccionados.
- Seleccionar el tipo de análisis: Se escoge el tipo de análisis que se quiere realizar, en este caso primero se hace el análisis modal (cálculo de velocidades críticas) y después el armónico (respuesta al desbalance)
- Aplicar las cargas: Se aplican las cargas de la masa de desbalance para el análisis armónico.
- Aplicar las condiciones de contorno: Se restringen los desplazamientos en los rodamientos y es desplazamiento axial y en todos los nodos del eje.
- Resolver el análisis: Se ejecuta cada respectivo análisis.
- Observar los datos obtenidos en el post-procesamiento: En el análisis modal se grafica en diagrama de Campbell y se obtiene las velocidades críticas del rotor. En el análisis armónico se obtiene la respuesta al desbalance en amplitud y fase.

5.1 ANÁLISIS MODAL²³

Para el análisis modal deben realizar varias soluciones con el fin de observar la variación de las frecuencias naturales debido al efecto giroscópico. Esto se hace resolviendo el análisis en un rango de velocidades con el comando *Do* de ANSYS y el comando *Coriolis*. El código realizado para efectuar este estudio se encuentra en el Anexo D.

²³ *Ibíd.*, p. 18.

5.1.1 Prueba 1

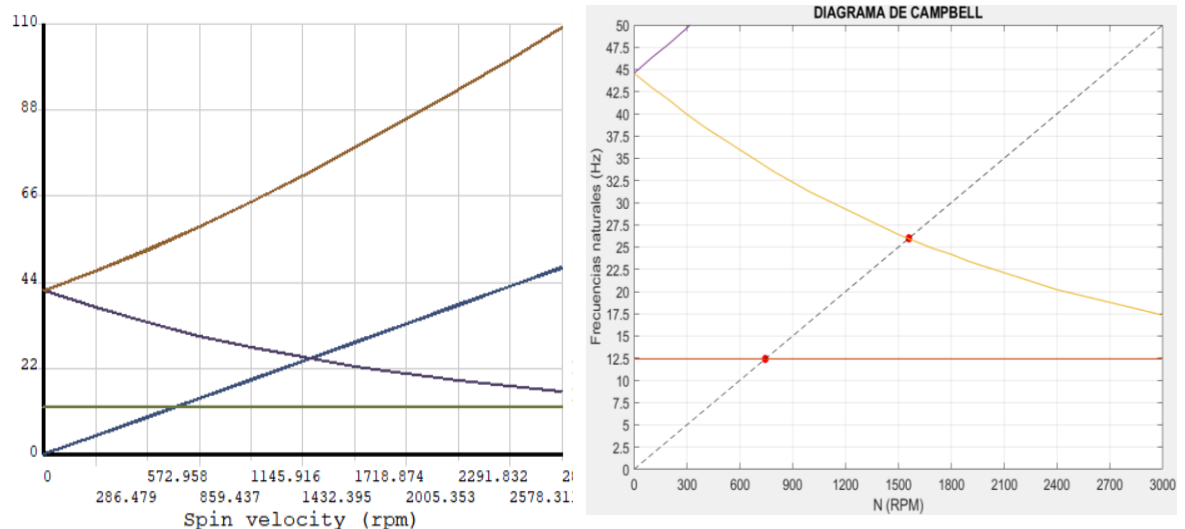
Para la primera prueba se modela un rotor tipo Jeffcott fabricado con un material de densidad $7800 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$ y un módulo de Young de $2.1 \times 10^{11} \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}$ y tomando los soportes como rígidos. Las propiedades geométricas del rotor se encuentran en la Tabla 3

Tabla 3. Geometría del rotor prueba 1

Longitud del eje [m]	Diámetro del eje [mm]	Diámetro del disco [m]	Espesor disco [m]	Distancia del disco [m]	Distancia a extremo izquierdo [m]	Distancia a extremo derecho [m]
1.2	40	0.68	0.044	0.6	0	0

Después de realizar el análisis de elementos finitos en ANSYS y en MATLAB, se comparan los resultados obtenidos con los valores teóricos mostrados en la referencia²⁴. En la Figura 21 se encuentran los diagramas de Campbell extraídos de la simulación en MATLAB y el modelado en ANSYS.

Figura 21. Diagramas de Campbell obtenidos en ANSYS y en la simulación



²⁴ SRIKRISHNANIVAS. Op. Cit., p. 23-29

Se puede observar en la Tabla 4 que los resultados del análisis sin el efecto giroscópico obtenidos tanto en el análisis de ANSYS como los obtenidos en la simulación en MATLAB son bastante precisos ya que el error máximo es de 1.731%. En la Tabla 5 correspondiente al análisis con el efecto giroscópico los resultados de ambos modelos son cercanos a los valores teóricos obteniendo un error máximo de 3.431%.

Tabla 4. Velocidades críticas sin efecto giroscópico prueba 1

Frecuencias naturales	ANSYS [Hz]	Simulación [Hz]	Referencia [Hz]	% Error ANSYS	% Error simulación
1	12.137	11.92	12.13	0.057	1.731
2	42.039	42.615	42.03	0.021	1.392
3	354.16	356.57	352.67	0.422	1.105
4	355.13	357.365	353.62	0.427	1.059

Tabla 5. Velocidades críticas con efecto giroscópico prueba 1

Frecuencias naturales	ANSYS [Hz]	Simulación [Hz]	Referencia [Hz]	% Error ANSYS	% Error simulación
1	12.13	11.93	12.13	0	1.649
2	12.13	12.09	12.13	0	0.330
3	24.48	25.32	24.48	0	3.431

Al analizar los diagramas de Campbell se observa como la segunda frecuencia natural se divide en dos líneas de frecuencias, una en la dirección de cabeceo positivo y las otras en dirección del cabeceo negativo. Esto provoca que las velocidades críticas del rotor sean muy diferentes a los valores obtenidos sin tener en cuenta el efecto giroscópico. También es importante observar como dicho efecto no tiene casi relevancia en la primera velocidad crítica ya que su valor permanece casi constante sin importar la variación de las velocidades de rotación.

5.1.2 Prueba 2

En esta prueba el material del rotor tiene una densidad de $7850 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$ y un módulo de Young de $2.1 \times 10^{11} \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}$. La geometría del rotor se encuentra en la Tabla 6.

Tabla 6. Geometría del rotor prueba 2

Longitud del eje [m]	Diámetro del eje [mm]	Diámetro del disco [m]	Espesor disco [m]	Distancia del disco [m]	Distancia a extremo izquierdo [m]	Distancia a extremo derecho [m]
0.4	6.35	0.08	0.025	0.2	0	0

En las Tablas 7 y 8 se encuentran los resultados obtenidos comparados con los valores de referencia. Al igual que con la primera prueba, los errores obtenidos en la simulación y en el análisis de ANSYS no superan el 6.2% con respecto a los valores teóricos²⁵.

Los diagramas de Campbell y los modos de vibración para esta prueba se encuentran en el Anexo E.

Tabla 7. Velocidades críticas sin efecto giroscópico prueba 2

Frecuencias naturales	ANSYS [Hz]	Simulación [Hz]	Referencia [Hz]	% Error ANSYS	% Error simulación
1	17.42	17.7	17.16	1.515	3.146
2	154.88	156.23	154	0.571	1.448
3	510.93	513.25	535	4.499	4.065

²⁵ JAHROMI, Ali y BHAT, Rama. Forward and backward whirling of a rotor with gyroscopic effect. En: ResearchGate. Septiembre 2014. p. 886

Tabla 8. Velocidades críticas con efecto giroscópico prueba 2

Frecuencias naturales	ANSYS [Hz]	Simulación [Hz]	Referencia [Hz]	% Error ANSYS	% Error simulación
1	17.41	17.66	17.16	1.457	2.913
2	17.41	17.65	17.16	1.457	2.855
3	98.5	99.114	105	6.190	5.605
4	459	429.16	444	3.378	3.342

5.1.3 Prueba 3

El rotor al igual que en la prueba anterior, tiene una densidad de $7850 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$ y un módulo de Young de $2.1 \times 10^{11} \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}$. Los valores geométricos del rotor se encuentran en la Tabla 9.

Tabla 9. Geometría del rotor prueba 3

Longitud del eje [m]	Diámetro del eje [mm]	Diámetro del disco [m]	Espesor disco [m]	Distancia del disco [m]	Distancia a extremo izquierdo [m]	Distancia a extremo derecho [m]
1	10	0.2	0.038	0.25	0	0

En las Tablas 10 y 11 se encuentran tabulados los valores de las frecuencias naturales obtenidos en este análisis y su porcentaje de error con respecto a la referencia teórica. Aunque en esta prueba el error en la simulación llegó al 8% comparado con los valores teóricos²⁶, se considera aceptable.

Al igual que con las pruebas anteriores, las gráficas se pueden encontrar en el Anexo E. En estas gráficas se pueden ver como las formas modales cambian

²⁶ TIWARI. Op. Cit.

respecto a las pruebas anteriores ya que el disco no está ubicado en el centro del rotor.

Tabla 10. Velocidades críticas sin efecto giroscópico prueba 3

Frecuencias naturales	Simulación [Hz]	ANSYS [Hz]	% Error simulación
1	4.86	4.58	6.113
2	37.09	38.95	4.775
3	63.42	58.73	7.985
4	181.14	174.61	3.734

Tabla 11. Velocidades críticas con efecto giroscópico prueba 3

Frecuencias naturales	ANSYS	Simulación	Referencia	% Error ANSYS	% Error simulación
1	4.51	4.58	4.53	0.441	1.103
2	4.63	4.75	4.75	2.526	0
3	25.95	24.4	26.5	2.075	7.924

5.2 ANÁLISIS ARMÓNICO²⁷

Para realizar el análisis armónico en ANSYS, se ingresan la fuerza de desbalance como el producto entre la masa de desbalance y la excentricidad. Se especifica el rango de frecuencias en el cual se va a realizar la simulación y se activa el efecto giroscópico con el comando Coriolis. El código usado se puede visualizar en el Anexo F.

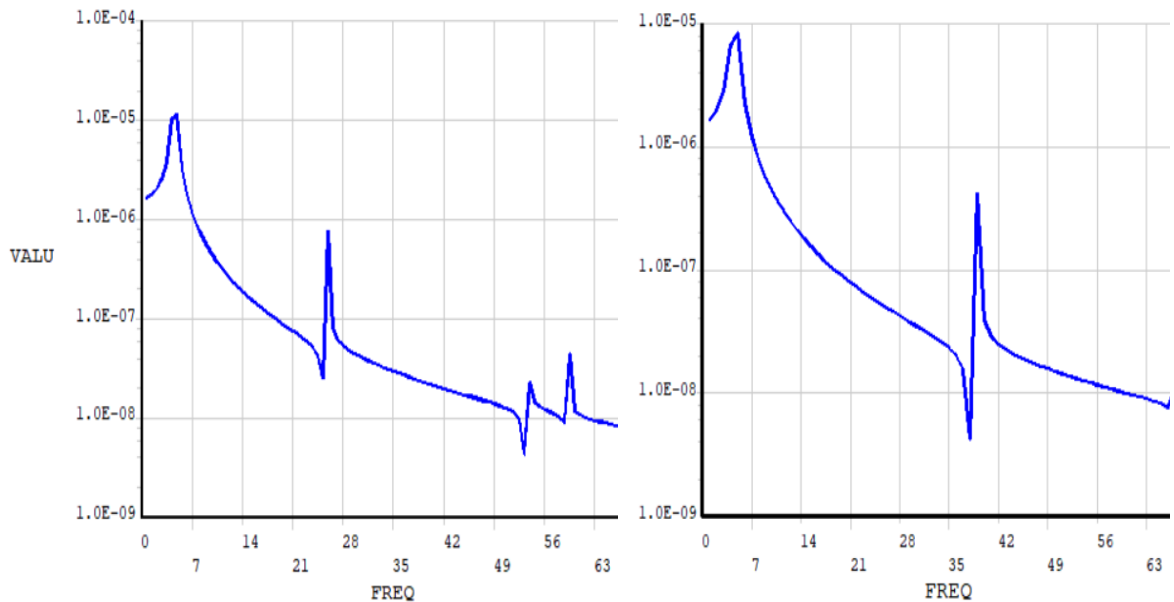
²⁷ SRIKRISHNANIVAS. Op. Cit., p. 19-20.

5.2.1 Prueba 1

Se toman los mismos datos del rotor usado para realizar la tercera prueba del análisis modal, tomando como masa de desbalance una masa de 0.001 Kg y una excentricidad de 0,01 m.

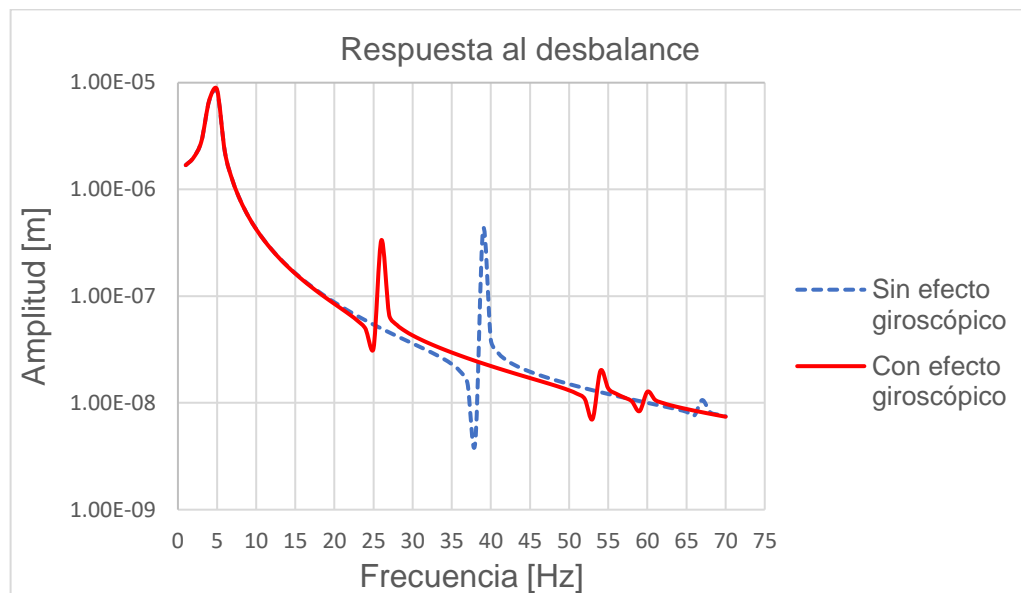
Al observar los picos de amplitud en la Figura 22 creada en el ANSYS se aprecia el impacto que tiene el efecto giroscópico en los análisis rotodinámicos. En la Figura 23 se puede ver como las frecuencias naturales del rotor se dividen al tener en cuenta dicho efecto. La segunda frecuencia natural calculada sin el efecto (37 Hz) se separa en dos frecuencias diferentes con valores de 24 Hz y 54 Hz.

Figura 22. Respuesta al desbalance con y sin efecto giroscópico obtenida en ANSYS prueba 1



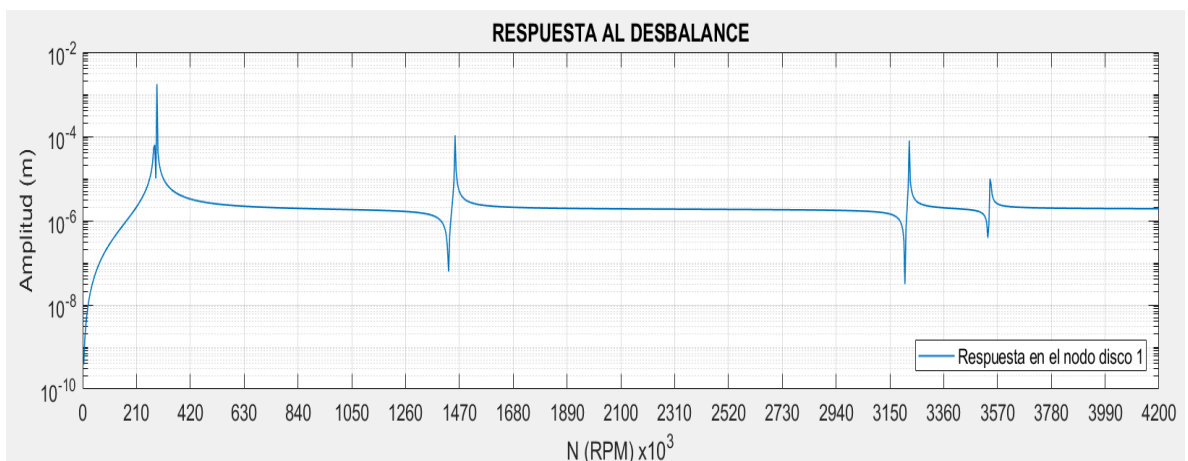
El diagrama de fase la de la prueba 1 con el efecto giroscópico se encuentra en el Anexo G.

Figura 23. Comparativa de la respuesta al desbalance con y sin efecto giroscópico obtenida en ANSYS prueba 1



Al realizar el análisis de la respuesta al desbalance en MATLAB, se pueden observar los picos de amplitud en los modos de vibración hacia adelante y hacia atrás (ver Figura 24).

Figura 24. Respuesta al desbalance obtenida en MATLAB prueba 1



Las gráficas de fase de la respuesta se pueden ver en el Anexo G. En dichas gráficas se puede ver cómo el ángulo de fase cambia 180° al llegar a una velocidad crítica ya que la frecuencia de excitación iguala a la frecuencia natural.

5.2.2 Prueba 2

En esta prueba se analizan los datos de un rotor similar al construido en el presente proyecto. Se tiene un eje de 70 cm con un diámetro de 0.25 pulgadas con un disco de 16 cm de diámetro y un espesor de 1 cm ubicado en el centro del eje.

Se observa en la Figura 25 que nuevamente en la simulación en ANSYS se ven picos de amplitud en las velocidades críticas. También se muestran las diferencias de los modelos obtenidos en una sola gráfica en la Figura 26.

Figura 25. Respuesta al desbalance con y sin efecto giroscópico obtenida en ANSYS prueba 2

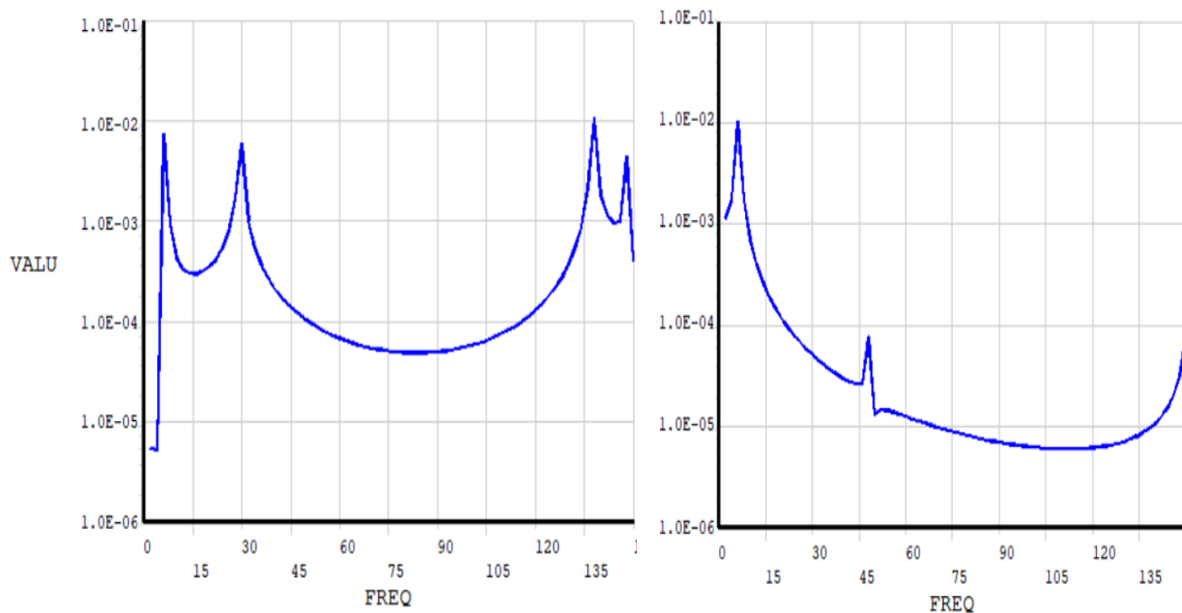
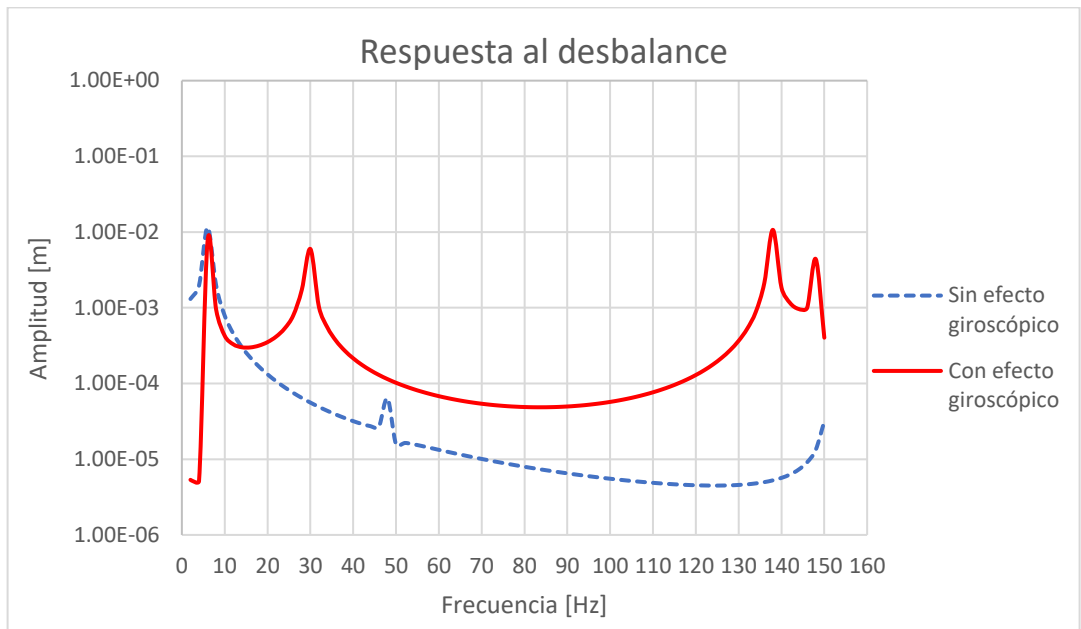
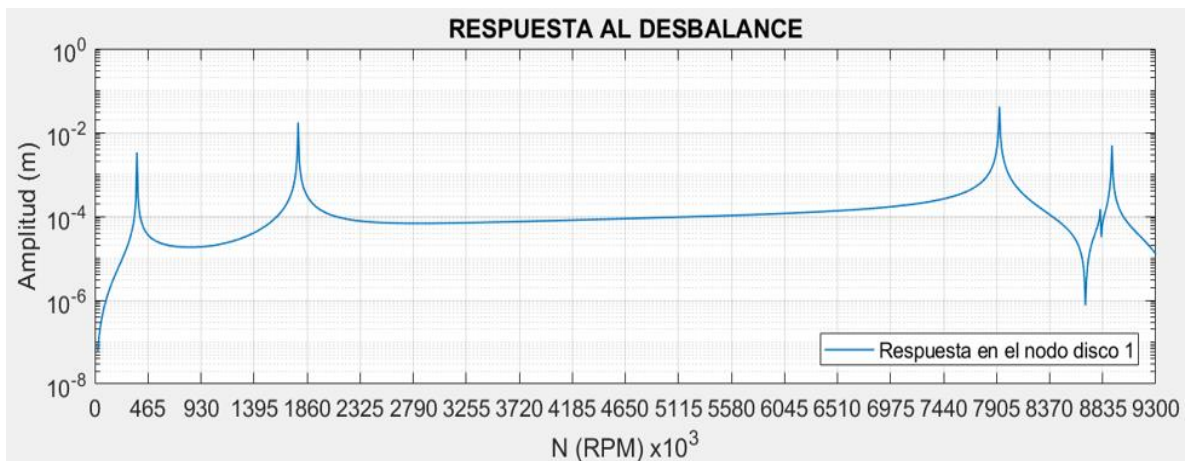


Figura 26. Respuesta al desbalance con y sin efecto giroscópico obtenida en ANSYS prueba 2



La Figura 27 corresponde a la obtenida en la simulación hecha en MATLAB incluyendo el efecto giroscópico. Se puede observar la similitud con la gráfica obtenida en ANSYS mostrando los mismos picos de amplitud en los puntos de resonancia.

Figura 27. Respuesta al desbalance obtenida en MATLAB prueba 2



6. DISEÑO Y PUESTA EN MARCHA DEL BANCO DE PRUEBAS DE ROTODINÁMICA

6.1 ESPECIFICACIONES DE DISEÑO

Las especificaciones están dadas de acuerdo con las condiciones necesarias para obtener un banco de pruebas que sea multifuncional para las clases de vibraciones mecánicas y que sirva principalmente a la obtención de datos experimentales para la validación de una simulación basada en elementos finitos para rotores flexibles teniendo en cuenta el efecto giroscópico. Para ello se hace necesario la variación de la velocidad del motor, el cambio de longitud y diámetro de los ejes con el desplazamiento de los soportes.

6.2 CRITERIOS DE DISEÑO

El banco de pruebas de rotodinámica consiste en un rotor tipo Jeffcott, formado por un eje de sección circular que lleva un disco en su centro geométrico perforado para la disposición de las masas de desbalance. Este rotor es soportado en sus extremos por rodamientos con la función de transmitir las cargas generadas hacia las bases, como lo son los esfuerzos axiales, esfuerzos cortantes y flexión.

6.3 SELECCIÓN DE COMPONENTES

El diseño del banco de pruebas se inicia con la selección del motor eléctrico el cual debe brindar un rango de velocidades suficiente para el análisis dinámico de rotores flexibles. Además, como el eje del banco no está conectado a un mecanismo que necesite un alto consumo de potencia (eje con disco) la potencia nominal del motor no debe ser muy alta.

El variador de frecuencia debe permitir controlar de manera adecuada y precisa el encendido y apagado del motor, su velocidad y además su rampa de aceleración. En el mercado local, el rango de velocidades más alto en los motores eléctricos es de 0 a 3600 rpm. Es por esto, que se elige un motor trifásico SIEMENS de dos polos con una potencia nominal de 0.75 HP como el mostrado en la Figura 28.

Las especificaciones técnicas del motor se encuentran en el Anexo K.

Figura 28. Motor trifásico SIEMENS 1LA7 070-2YA60



El variador de frecuencia debe seleccionar con un rango de potencia ligeramente más alto con el fin de controlar la velocidad máxima de operación del motor sin presentar deslizamiento. Según este criterio se selecciona un variador (Ver Figura 29) con una potencia de salida del variador es de 1 HP, el cual garantiza proporcionalidad de la velocidad del motor y su variación para las pruebas que se van a realizar en el banco.

Figura 29. Variador de frecuencia SIEMENS Sinamics V20 6SL3210



6.3.1 Diseño del eje

Dado que unos de los mayores requerimientos del banco y del proyecto es que el rotor sea flexible se tomó como criterio lo siguiente:

- El rotor debe cumplir con la relación $longitud \geq 5 * diámetro$ para ser modelado según la teoría de vigas de Timoshenko.
- Se requiere que el rotor presente al menos tres velocidades críticas dentro del rango de velocidad del motor (0 - 3600 rpm)
- Debe girar con un disco ubicado en su centro donde se ubican las masas de desbalance.

Para la obtención de un diámetro y una longitud que cumplieran con los parámetros establecidos se dispuso del programa de simulación ANSYS. En él se obtuvieron los modos de vibración flexibles para diferentes configuraciones de eje con disco de diferente peso y diámetro.

Se hizo el análisis para 3 diámetros comerciales de eje de acero 1020 $\frac{1}{2}$ ", $\frac{3}{8}$ " y $\frac{1}{4}$ " con variaciones de longitud de 10 cm hasta 1 m.

Tabla 12. Frecuencias naturales para eje de diámetro 1/2"

Diámetro 1/2 "		
Longitud [cm]	Valor de la 1 y 2 FN [Hz]	Valor 3 FN [Hz]
20	176.7	262.1
30	94.3	213.3
40	60.3	181.9
50	42.4	158.8
60	31.7	139.8
70	24.7	123.1
80	19.9	108.2
90	16.4	94.5
100	13.8	82.45

Tabla 13. Frecuencias naturales para eje de diámetro 3/8"

Diámetro 3/8 "		
Longitud [cm]	Valor de la 1 y 2 FN [Hz]	Valor 3 FN [Hz]
20	100.7	148.46
30	54.27	120.56
40	34.8	103.5
50	24.6	91.34
60	18.6	81.6
70	14.6	73.4
80	11.7	66.1
90	9.6	59.5
100	8.27	53.37

Tabla 14. Frecuencias naturales para eje de diámetro 1/4"

Diámetro ¼ "		
Longitud [cm]	Valor de la 1 y 2 FN [Hz]	Valor 3 FN [Hz]
20	45.2	65.8
30	24.5	53.7
40	15.75	46.35
50	11.3	4.19
60	8.4	37.27
70	6.68	34.05
80	5.4	31.3
90	4.45	28.8
100	3.80	26.6

De acuerdo con los datos de las frecuencias naturales de las tablas 12, 13 y 14 se logra establecer que los ejes con diámetro ¼" y longitudes cercanas a 1 [m] es posible obtener tres velocidades críticas lo cual es requerido para el análisis de los efectos giroscópicos.

Con las configuraciones establecidas se procede a determinar el factor de seguridad dependiendo de la velocidad de régimen de cada rotor tanto como el de ½ "como el de ¼" con la resistencia a la fatiga

Para una carga estática se tiene:

$$F_{estatica} = P_{disco} + P_{eje} \quad (48)$$

$$F_{estática} = m_{disco} * g + (\rho_{eje} * Volumen_{eje}) * g \quad (49)$$

La fuerza dinámica que actúa sobre el rotor cuando este opera a una velocidad de régimen es la fuerza centrífuga dada por la ecuación (50) proveniente de la masa de desbalance que estará a una distancia e llamada excentricidad y depende del disco que se quiera montar, para ello se dispone de dos discos de diferente diámetro y masa.

$$F_c = m_{desbalance} * \omega^2 * (e + \delta) \quad (50)$$

$$F_T = F_{estática} + F_{dinámica} \quad (51)$$

Esta fuerza es la que tiene que soportar los dos rodamientos en A y en B, será:

$$\frac{F_T}{2} = F_A = F_B$$

Se aplica el criterio de resistencia a la fatiga:

M = momento flector máximo del eje

C = distancia desde el centro hasta el punto de interés

I = momento de inercia del eje

N = factor de seguridad

σ_{max} = esfuerzo máximo

$\sigma_{mín}$ = esfuerzo mínimo

σ_{alt} = esfuerzo alternante

σ_{medio} = esfuerzo medio

S_n = resistencia a la fatiga

S'_n = resistencia a la fatiga real

C_{carga} = factor de carga

$C_{tamaño}$ = factor de tamaño

$C_{superficie}$ = factor de superficie

$C_{temperatura}$ = factor de temperatura

$C_{confiabilidad}$ = factor de confiabilidad

$$\sigma_{max} = \frac{M * C}{I} \quad \sigma_{min} = \frac{-M * C}{I} \quad \sigma_{alt} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (52)$$

$\sigma_{medio} = 0$, debido a que no hay cargas fluctuantes.

Para hallar una aproximación a la resistencia a la fatiga se asume que:

$$S_n = 0,5 * S_u \quad (53)$$

$$\begin{aligned} C_{tamaño} &= 1 \text{ para } D \leq 7,62 & C_{temperatura} &= 1 & C_{superficie} &= 0,88 \\ C_{confiabilidad} &= 0,75 & C_{carga} &= 1 \text{ (sometido a flexión rotativa)} \end{aligned}$$

$$S'_n = S_n * C_{carga} * C_{tamaño} * C_{temperatura} * C_{confiabilidad} * C_{superficie} \quad (54)$$

$$S'_n = 155,1 \text{ MPa}$$

:

$$N = \frac{S'_n * S_u}{\sigma_{alt} * S_u + \sigma_m * S_n} \quad (55)$$

Donde S_u es el esfuerzo último del material, que en este caso es el acero 1020 debido a su flexibilidad y alta disponibilidad en el mercado local. (Ver Tabla 15)

Tabla 15. Propiedades del acero 1020

Resistencia a la fluencia	S_y	530 MPa
Resistencia ultima a la tracción	S_u	630 MPa

Fuente: Libro diseño de máquinas MOTT, Robert L

Se establece la velocidad de régimen dependiendo de las frecuencias naturales para cada uno de los diámetros de $\frac{1}{2}$ [in] y $\frac{1}{4}$ [in] con una longitud 85 [cm], y con

ello se procede a determinar el factor de seguridad para dichas velocidades como se indica para cada caso en las tablas 16,17,18 y 19.

Tabla 16. Velocidades críticas diámetro ¼” con disco 1

Eje con disco 1				
Diámetro [in]	Longitud [m]	Velocidad crítica [Hz]	Velocidad de régimen [Hz]	Fs
1/4	0,85	12,57	10	1,94
		12,67	10	1,94
		60,58	50	0,5

Tabla 17. Velocidades críticas diámetro ¼” con disco 2

Eje con disco 2				
Diámetro [in]	Longitud [m]	Velocidad crítica [Hz]	Velocidad de régimen [Hz]	Fs
1/4	0,85	7,16	5	2,13
		7,16	5	2,13
		50,84	40	0,68

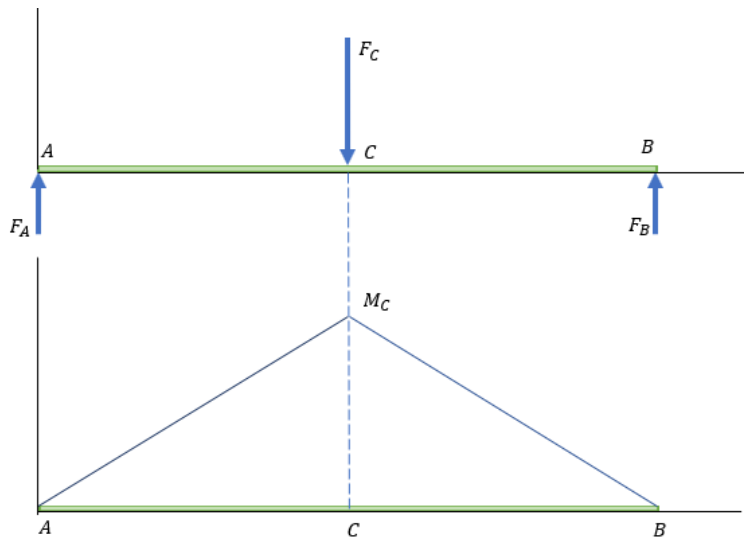
Tabla 18. Velocidades críticas diámetro 1/2” con disco 1

Eje con disco 1				
Diámetro [in]	Longitud [m]	Velocidad crítica [Hz]	Velocidad de régimen [Hz]	Fs
1/2	0,85	19,89	10	9,54
		19,89	10	9,54
		-	-	-

Tabla 19. Velocidades críticas diámetro 1/2" con disco 2

Eje con disco 2				
Diámetro [in]	Longitud [m]	Velocidad críticas [Hz]	Velocidad de régimen [Hz]	F _s
1/2	0,85	23,87	18	12,2
		23,87	18	12,2
		-	-	-

Figura 30. Diagrama de cuerpo libre y diagrama de momento del rotor tipo Jeffcott.



En la Figura 30 se muestra el diagrama de cuerpo libre y el máximo momento flector M_C del eje considerado como viga en donde F_C es la fuerza centrífuga, F_A y F_B son las fuerzas que actúan en los apoyos.

Se establecieron otras configuraciones de ejes, mostrados en la Tabla 20, para llevar a cabo el análisis de los efectos giroscópicos y discos perforados con diferente masa y diámetro. (Ver Anexo K)

Tabla 20. Configuraciones de ejes

Eje	Diámetro (in)	Longitud (cm)	Masa (g)
1	1/4	85	207,3
2	1/4	70	171,9
3	1/4	55	134
4	1/2	85	840
5	1/2	70	687
6	1/2	55	542,7

Tabla 21. Características de los discos

Disco	Diámetro externo (cm)	Diámetro interno (cm)	Masa (g)
1	12	1,3	635
2	14	1,3	945
3	16	1,3	1214

Figura 31. Eje con disco

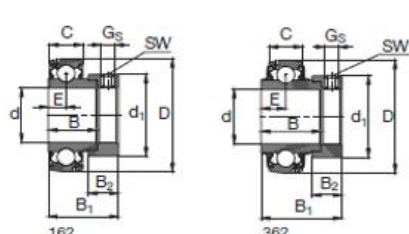


6.3.2 Selección de rodamientos

La selección de los rodamientos (Ver Figura 32) se basó en las fuerzas que deben soportar y el diámetro del eje establecido. Tomando como requerimiento que los rodamientos sean aptos para soportar velocidades muy altas además de cargas radiales y axiales, se eligen rodamientos rígidos de bolas.

Figura 32. Selección de los rodamientos

Rodamientos FAG tipo S
para ejes métricos y en pulgadas
Series 162, 362, 562, 762B.2RSR



Eje	Dimensiones										Capacidad de carga		Denominación abreviada Rodamiento con dispositivo de seguridad FAG	Peso ~ kg
	d	D	C	B	B ₁	d ₁ max	B ₂	E	G _s	SW	din. C	estát. C ₀		
mm in	mm										kN			
12	12	40	12	19,1	28,6	28,6	13,5	6,5	M6x0,75	3	9,5	4,75	16203/12	0,13
1/2	12,7	40	12	19,1	28,6	28,6	13,5	6,5	M6x0,75	3	9,5	4,75	16203.008	0,128
9/16	14,288	40	12	19,1	28,6	28,6	13,5	6,5	M6x0,75	3	9,5	4,75	16203.009	0,123

Fuente: Catálogo FAG.

Establecido el soporte para el eje de 0,5" se utilizan bujes mecanizados con alta precisión con un diámetro interno de 0.25" y un diámetro externo de 0.5" que son insertados en los rodamientos con el fin de operar el rotor Jeffcott con el eje de acero de diámetro 0.25" puesto que en el mercado no se consigue chumaceras de este diámetro.

Los planos del banco de rotodinámica se encuentran en el Anexo O

6.4 ADQUISICIÓN DE SEÑALES

Las señales de vibración fueron adquiridas con dos acelerómetros uniaxiales cada uno con una sensibilidad de 100.44 mV/g y de 99.47 mV/g y un rango de medición de (rango de medición) dispuestos en forma radial en cada uno de los soportes y registradas con el analizador OROS OR35 (ver Anexo J).

El manejo de la información obtenida se lleva a cabo en el analizador OROS OR35 el cual permite obtener un *recorder* durante la variación de la velocidad de rotación del rotor y mostrar la gráfica del comportamiento de las señales de aceleración durante el periodo de tiempo establecido.

6.5 PUESTA EN MARCHA DEL BANCO DE PRUEBAS

Para el acondicionamiento del banco de rotodinámica se procedió por medio del estroboscopio led a verificar la velocidad de giro del motor a diferentes frecuencias del variador. Se comprobó que las velocidades mostradas por el variados son las mismas del motor. (Ver Anexo L)

Se configuró en el variador de frecuencia Sinamics V20 una rampa de aceleración de [0- 60] Hz (ver Anexo P), es decir, de 0 a 3600 rpm en 60 s para la velocidad de giro del motor con el fin de obtener resultados durante ese intervalo de frecuencia.

Por medio del espectro de frecuencias adquiridas en el banco de pruebas (Ver anexo M), se permite valorar las características mecánicas y las posibles fallas presentes con el fin de corregirlas y poner a punto el banco. Las fallas más comunes que se presentan son el desalineamiento, desbalance y posibles fallas en los rodamientos.

Se partirá de la misma metodología para cada una de las pruebas a realizar en las diferentes configuraciones de ejes.

Figura 33. Banco de pruebas de rotodinámica



Composición del banco de pruebas de rotodinámica:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------|
| 1. Variador de frecuencia | 6. Rieles |
| 2. Motor eléctrico | 7. Base |
| 3. Acople flexible | 8. Disco |
| 4. Rodamientos | 9. Soporte proximiores |
| 5. Soporte de los rodamientos | 10. Cubierta protectora |

6.6 AJUSTE DEL DESBALANCE DEL BANCO

La contrastación experimental de la simulación mostrada en el capítulo siguiente se realiza con cuatro configuraciones geométricas explicadas en dicho capítulo. Para cada una de estas se debe garantizar que el banco se encuentra desbalanceado con el fin de que el sistema sea excitado de esa forma y no necesite conectarse equipos excitadores.

La norma ISO 1940 permite establecer el desbalance residual permisible en las máquinas rotatorias (ver Anexo M). Según esta norma, el grado de desbalance para este tipo de maquinaria (motor eléctrico con velocidades sobre 950 r/min) es G 2.5 donde la magnitud de desbalance permisible es de 2.5 mm/s. Partiendo de este hecho, se afirma que el banco está desbalanceado manejando un valor de desbalance por encima de lo establecido por la norma.

Con el objetivo de verificar el desbalance residual se realizan los respectivos espectros de frecuencia con cada una de las configuraciones. Si el desbalance obtenido es menor a 2.5 mm/s se añaden controladamente masas excéntricas al disco para alcanzar este valor.

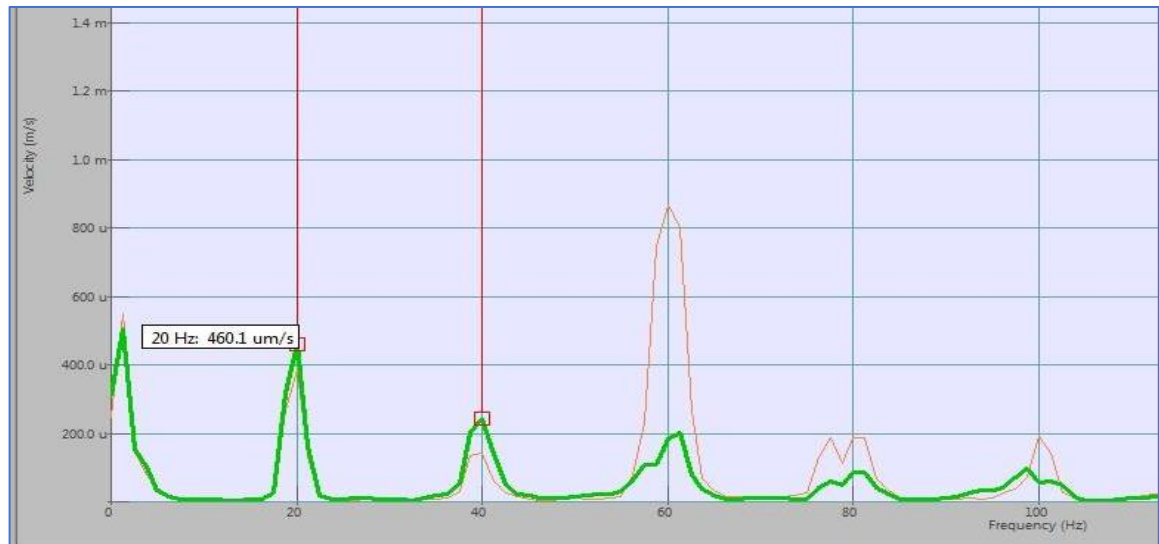
Para cada una de las configuraciones se toma una velocidad lo suficientemente alejada del valor de velocidad crítica calculada en la simulación. Además, en dicha velocidad el banco no debe presentar altas vibraciones que afecten los valores medidos por los acelerómetros.

Para la primera configuración se selecciona una velocidad constante de 1200 rpm (velocidad de estabilidad del rotor) y se toman los valores de los acelerómetros. Mediante el software de análisis de datos NVGate* se realizan los respectivos espectros de frecuencia a velocidad constante. En estas gráficas se visualizan picos

* NVGate software, OROS, Measuring noise and vibration. 2018.

en los 1x y 2x lo cual según las tablas de Charlotte (Ver Anexo H) son propios de desbalance y desalineamiento angular respectivamente.

Figura 34. Espectro de frecuencia obtenida por el analizador OROS OR35 para la primera configuración del rotor sin masa de desbalance.

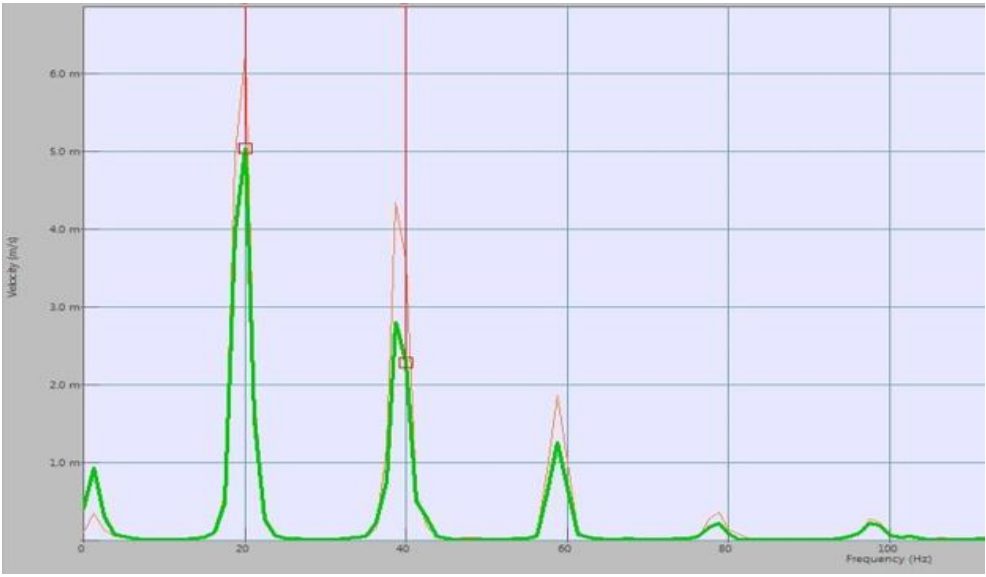


Se observa un pico en la 1x que resulta ser un pequeño desbalance pero que no se considera como una buena excitación y un pico en la 2x indicando desalineamiento del eje.

Para esta prueba se agrega una masa de desbalance de 5,4 g con el objetivo de aumentar al desbalance y se realiza de nuevo un espectro de frecuencia a la misma velocidad que el anterior (ver Figura 35). En este espectro se logra comprobar que el desbalance es superior al límite establecido por la norma ISO 1940, por consiguiente, se considera el sistema como desbalanceado.

Las gráficas de los espectros de frecuencia realizados para las demás configuraciones se encuentran en el Anexo M.

Figura 35. Espectro de frecuencia obtenido por la OROS OR35 para la primera configuración del rotor con desbalance.



7. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DE LA SIMULACIÓN

7.1 ANÁLISIS MODAL EXPERIMENTAL DEL ROTOR

Con el fin de verificar los resultados obtenidos en la simulación al usar la función de análisis en suspensión libre, se realizan los análisis modales experimentales (EMA) de varios ejes. Con esta prueba, se pueden calcular las frecuencias naturales del eje en suspensión libre y a velocidad cero. Para esto se utiliza el equipo de adquisición de datos Oros OR35 y el excitador dinámico *Hammer* (Ver Anexo J)

Los pasos para realizar la prueba son los siguientes:

- Suspender el eje a una estructura metálica mediante unas bandas elásticas con el fin de estudiarlo sin tener en cuenta los soportes. (Ver Anexo I)
- Marcar una serie de puntos equidistantes en la geometría del eje donde se realiza la excitación de la estructura.
- Ubicar el acelerómetro en el nodo central del eje con el objetivo de detectar las vibraciones inducidas por el *Hammer*.
- Golpear la estructura con el excitador dinámico en cada uno de los nodos marcados y guardar los datos en el software NV Gate.
- Procesar los datos por medio del software y calcular las frecuencias naturales y sus respectivos modos de vibración.

7.1.1 Prueba 1

Para esta prueba se analizará un eje de acero 1020 con 0.5” de diámetro y una longitud de 85 cm.

Tabla 22. Resultados análisis modal experimental prueba 1

Modo	Frecuencia experimental [Hz]	Frecuencia simulación [Hz]	% Error
1	79.3	79.42	0.151
2	217.15	219	0.852
3	424.66	429.2	1.069
4	701.12	709	1.124

Las imágenes de las pruebas se encuentran en el Anexo I.

Al observar los resultados se comprueba que la simulación predice de manera bastante exacta los resultados realizados para este eje ya que el mayor porcentaje de error obtenido es de 1.12 %

7.1.2 Prueba 2

En esta prueba se estudia el mismo eje de la prueba anterior, solo que en este caso se ubica un disco de acero 1020 con 6 mm de espesor y un diámetro de 12 cm.

Tabla 23. Resultados análisis modal experimental prueba 2

Modo	Frecuencia experimental [Hz]	Frecuencia simulación [Hz]	% Error
1	62.6	62.2	0.638
2	205	206.6	0.780
3	338.2	343.8	1.655
4	539.9	564.5	4.556

Al igual que con la prueba anterior, los resultados de la simulación son cercanos a los obtenidos experimentalmente. Se puede observar que el porcentaje de error

aumenta a medida que los valores de frecuencia incrementan. Sin embargo, en el cuarto modo su diferencia solo llega a ser de un 4.55%.

7.1.3 Prueba 3

En esta prueba se usa un eje de acero 1020 con un diámetro de 0.25” y una longitud de 85 cm.

Tabla 24. Resultados análisis modal experimental prueba 3

Modo	Frecuencia experimental [Hz]	Frecuencia simulación [Hz]	% Error
1	39.8	40.6	2.010
2	109.8	112.2	2.185
3	215.3	219.9	2.136
4	354	363.5	2.683

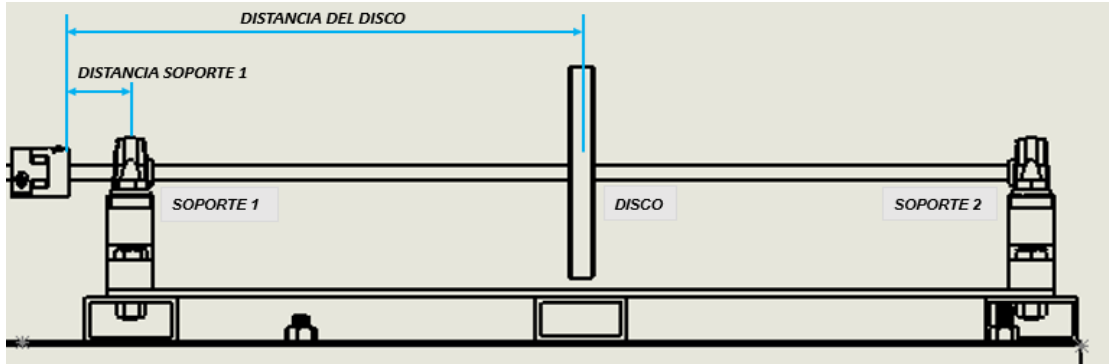
Los datos obtenidos con estas dimensiones del eje mostrados en la Tabla 24 también fueron muy cercanos a los obtenidos experimentalmente. Aunque el error en los primeros modos aumento a aproximadamente un 2%, se mantuvo casi constante durante el cálculo de las demás frecuencias naturales.

7.2 CÁLCULO DE LAS VELOCIDADES CRÍTICAS

Para contrastar los datos obtenidos en la simulación con los experimentales, se realizan 20 pruebas con 4 distintas configuraciones geométricas estudiando varios tipos de ejes de diferentes longitudes y diámetros. Para cada prueba se realiza un análisis modal con el equipo Oros OR35 y los acelerómetros variando la velocidad del motor de 0 a 3600 rpm de forma constante. Esto se hace programando la rampa de aceleración del variador de frecuencia con el comando P1120. (Ver Anexo P) en

un tiempo determinado. Se escogió como tiempo de aceleración 60 segundos, es decir el motor tarda 1 minuto en pasar de 0 a 3600 rpm.

Figura 36. Esquema banco de pruebas



Gracias al software NVGate se pueden tomar los datos de los acelerómetros ubicados en los rodamientos del rotor y exportarlos como vectores al MATLAB para su tratamiento (Código usado en el Anexo Q). Con los datos cargados en MATLAB se calcula el diagrama de cascada donde se observa el espectro en frecuencia en cada línea de datos con el fin de visualizar en que puntos el desbalance (línea 1 vez la velocidad del rotor o línea 1X) presenta las amplitudes máximas. Al analizar esa gráfica desde la zona superior se logran distinguir las velocidades críticas del rotor además de las líneas correspondientes a las frecuencias naturales con el fin de compararlas con las gráficas y valores obtenidos en la simulación.

7.2.1 Rotor Jeffcott configuración 1

Tabla 25. Geometría configuración 1

Longitud del eje [cm]	Distancia soporte 1 [cm]	Distancia soporte 2 [cm]	Distancia del disco [cm]	Diámetro del eje [mm]	Diámetro del disco [cm]	Espesor disco [cm]
85	6	0	46	12.7	16	0.8

Figura 37. Diagrama de Campbell obtenido en la simulación configuración 1

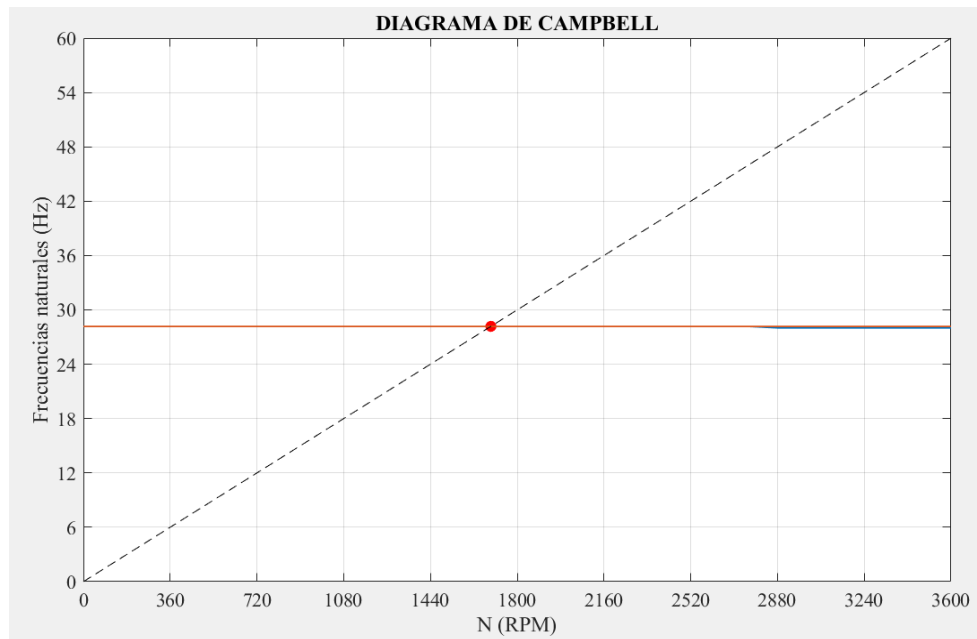


Figura 38. Diagramas de Campbell y cascada prueba 1

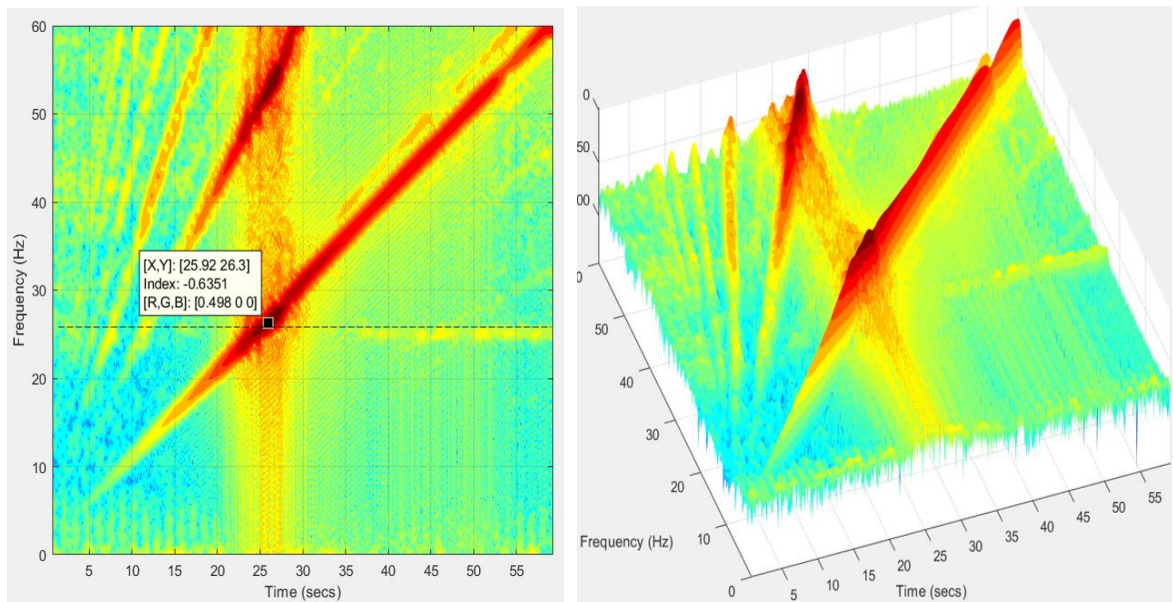
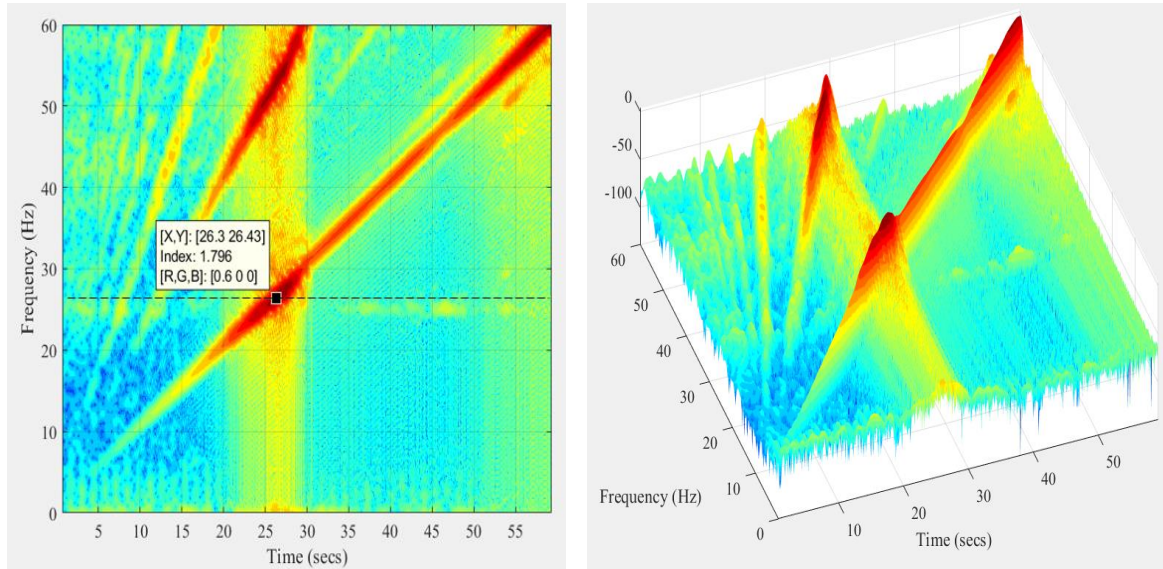


Figura 39. Diagramas de Campbell y cascada prueba 2



Las gráficas obtenidas en las pruebas 3, 4 y 5 pertenecientes a esta misma configuración se encuentran en el Anexo Q.

Al analizar la gráfica de la cascada, se pueden determinar los picos de amplitud donde el rotor entra en resonancia y de esta forma trazar las líneas de las frecuencias naturales. Con la simulación se calculan las velocidades críticas y el diagrama de Campbell para posteriormente compararlas con los datos experimentales.

Según lo observado en las gráficas de las diferentes pruebas, la franja de amplitudes mostrada como una línea gruesa vertical en el diagrama de Campbell muestra que en el rango donde el sistema entra en resonancia las amplitudes son tan altas que provocan que la base del banco vibre excitando todos los componentes. Esto se comprueba con las gráficas obtenidas con el eje de 0.25" de diámetro (configuración 3 y 4) donde la excitación no genera vibraciones generalizada del banco de pruebas.

La línea 2x muestra un pico de amplitud a la misma frecuencia donde se excita la frecuencia natural con la línea 1x. Este pico podría deberse a que en la franja de resonancia la deflexión del eje es tan alta que crea desalineación angular momentáneamente en el banco de pruebas, mostrando picos en la línea 2x perteneciente a dicho fenómeno.

Tabla 26. Resultados pruebas con configuración 1

Vel. crítica	Prueba 1 [Hz]	Prueba 2 [Hz]	Prueba 3 [Hz]	Prueba 4 [Hz]	Prueba 5 [Hz]	Prom. [Hz]	Simulación [Hz]	% Error
1	25.9	26.3	26.6	26.3	25.9	26.2	29.27	11.71
2	25.9	26.3	26.6	26.3	25.9	26.2	29.44	12.36

Los datos obtenidos en la simulación son bastante aproximados a los datos experimentales. El error es muy bajo considerando que en la simulación se asumen los soportes como rígidos, y en la realidad estos tienen propiedades de rigidez y amortiguamiento que alteran las frecuencias naturales del rotor.

7.2.2 Rotor Jeffcott configuración 2

Tabla 27. Geometría configuración 2

Longitud del eje [cm]	Distancia soporte 1 [cm]	Distancia soporte 2 [cm]	Distancia del disco [cm]	Diámetro del eje [mm]	Diámetro del disco [cm]	Espesor disco [cm]
70	6	0	38	12.7	16	0.8

Figura 40. Diagrama de Campbell obtenido en la simulación configuración 2

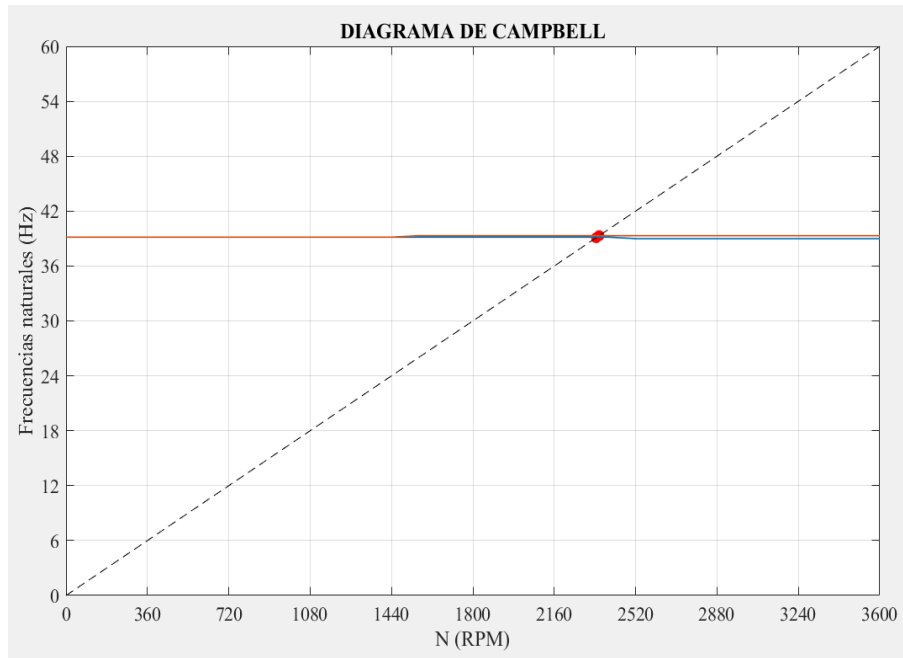


Figura 41. Diagramas de Campbell y cascada prueba 1

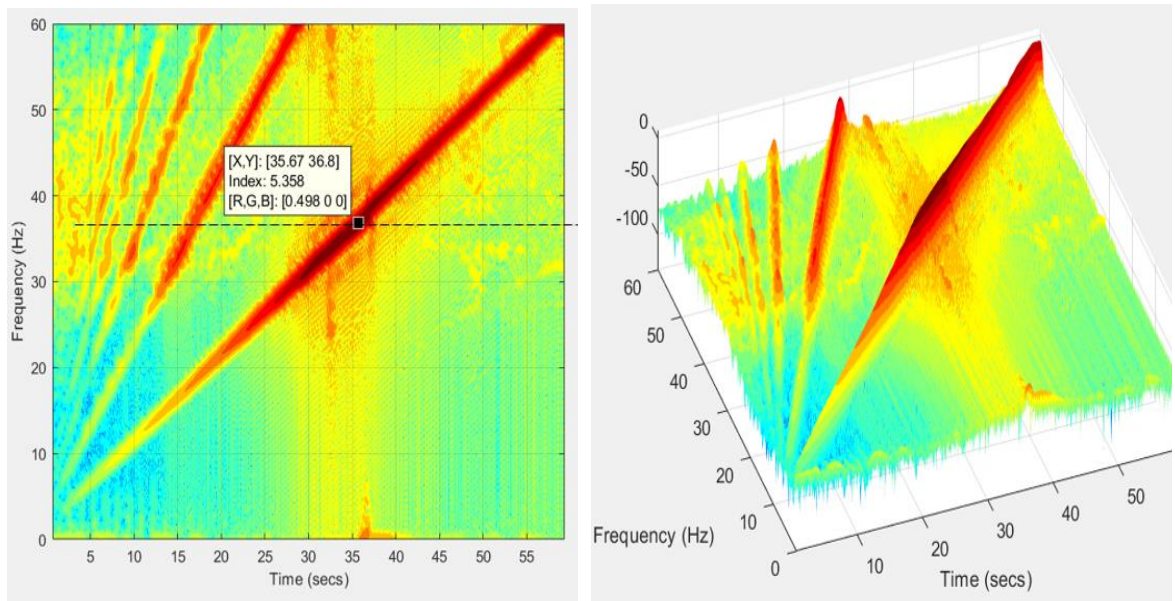


Figura 42. Diagramas de Campbell y cascada prueba 2

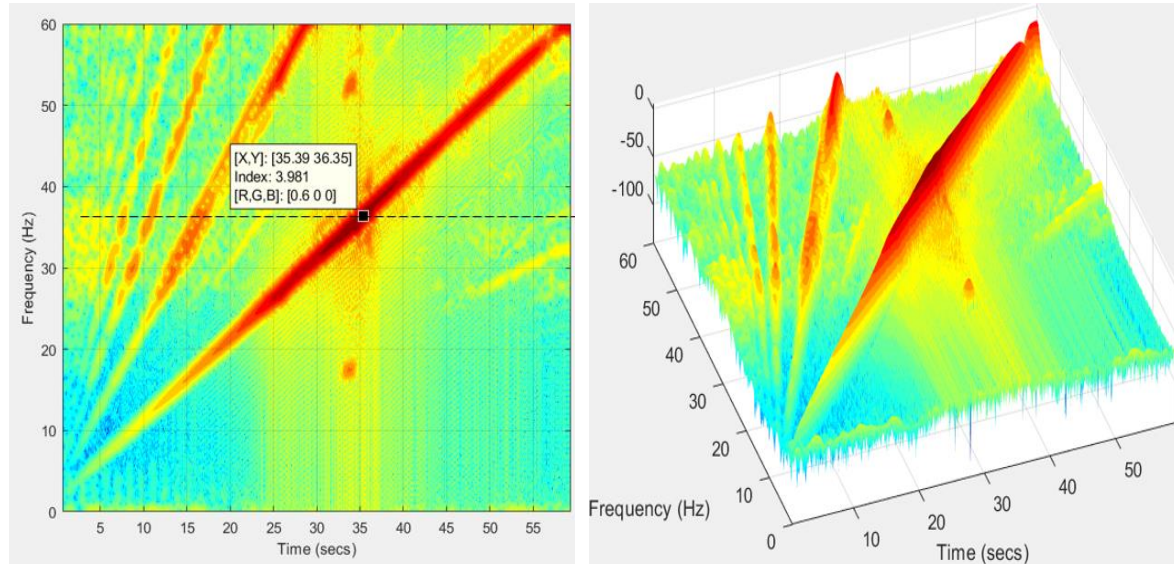


Tabla 28. Resultados pruebas con configuración 2

Vel. crítica	Prueba 1 [Hz]	Prueba 2 [Hz]	Prueba 3 [Hz]	Prueba 4 [Hz]	Prueba 5 [Hz]	Prom. [Hz]	Simulación [Hz]	%Error
1	35.7	35.4	35.5	36.6	36.3	35.9	40.07	11.68
2	35.7	35.4	35.5	36.6	36.3	35.9	40.09	11.73

Al igual que en la configuración anterior, el error en la estimación de las velocidades críticas es muy bajo considerando las aproximaciones tomadas en la simulación. Se puede observar que la primera y segunda velocidad crítica son muy cercanas, evidenciando que el primer modo de vibración de rotor no se ve muy afectado por el efecto giroscópico cuando el disco se encuentra en la mitad²⁸. Además, el segundo modo de vibración no se encuentra en el rango de velocidades del motor por lo que no se logra alcanzar una tercera velocidad crítica. Para estos casos se ubica el disco en otras posiciones y se estudia un eje con un diámetro menor con el

²⁸ SWANSON, Erik; POWELL, Chris y WEISSMAN. A Practical Review of Rotating Machinery Critical Speeds and Modes. Sound and vibration. 2005. 17 p.

fin de poder visualizar de forma clara el efecto giroscópico como en las configuraciones 3 y 4.

7.2.3 Rotor Jeffcott configuración 3

Tabla 29. Geometría configuración 3

Longitud del eje [cm]	Distancia soporte 1 [cm]	Distancia soporte 2 [cm]	Distancia del disco [cm]	Diámetro del eje [mm]	Diámetro del disco [cm]	Espesor disco [cm]
85	6	0	24	6.35	12	0.6

Figura 43. Diagrama de Campbell obtenido en la simulación configuración 3

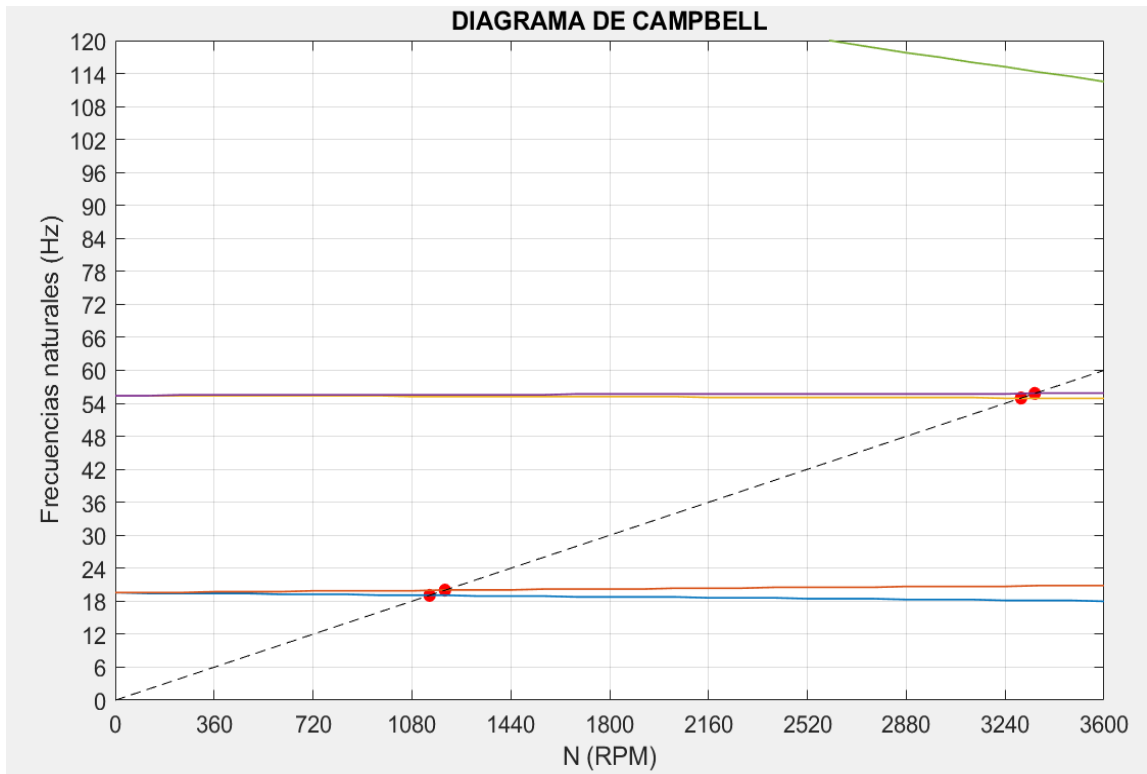


Figura 44. Diagramas de Campbell y cascada prueba 1

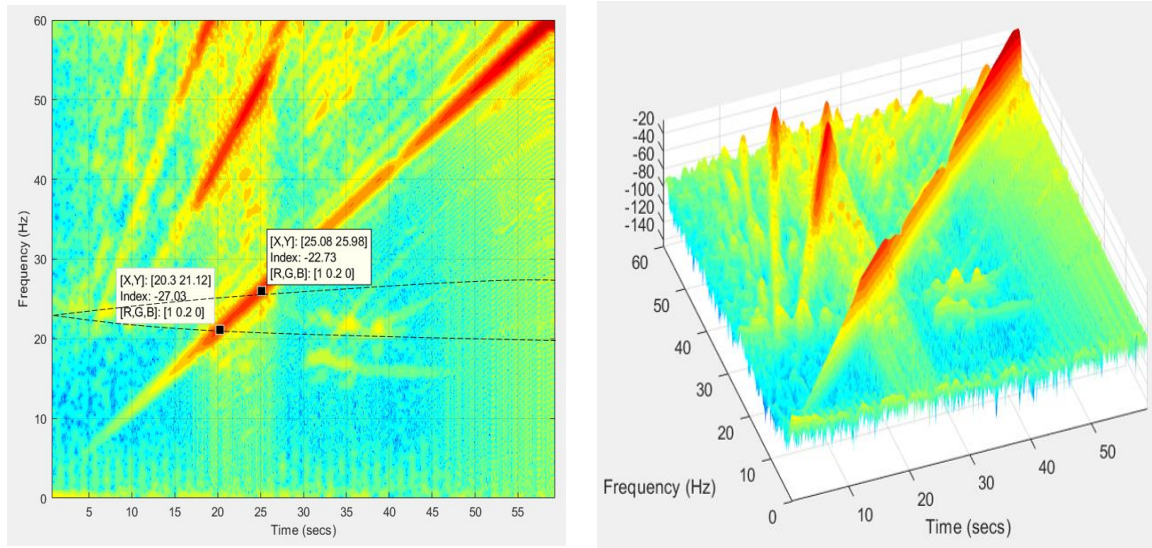


Figura 45. Diagramas de Campbell y cascada prueba 2

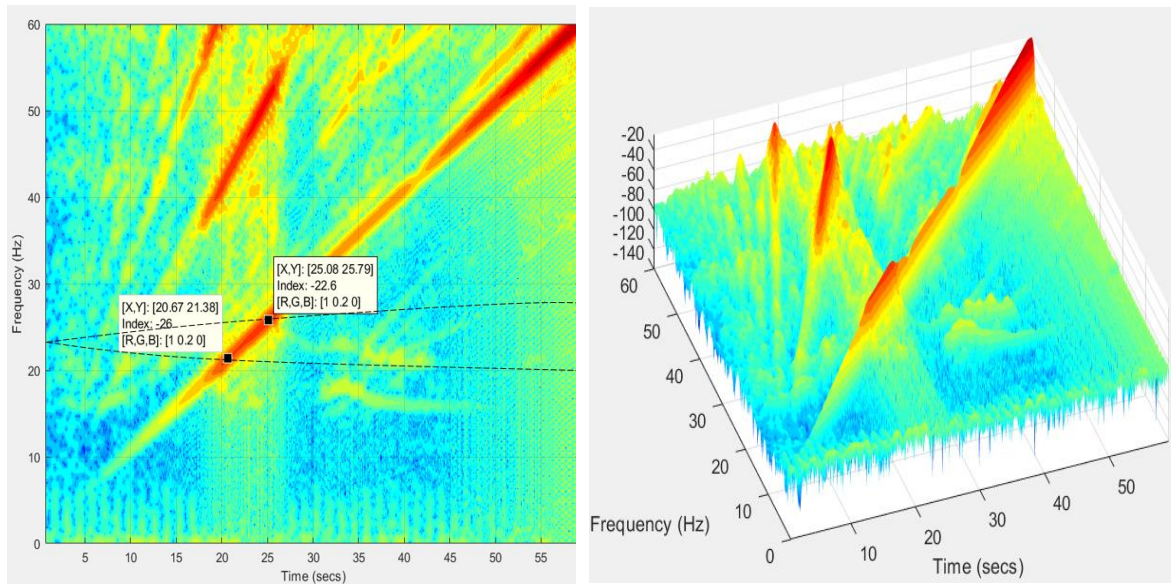


Tabla 30. Resultados pruebas con configuración 3

Vel. crítica	Prueba 1 [Hz]	Prueba 2 [Hz]	Prueba 3 [Hz]	Prueba 4 [Hz]	Prueba 5 [Hz]	Prom. [Hz]	Simulación [Hz]	%Error
1	22	20.3	20.7	20.1	17.2	20.06	19.21	4.23
2	25.6	25	25	24.9	25.1	25.12	21.09	16.04
3	-	-	-	-	-	-	54.95	-

El estudiar los diagramas de Campbell se encuentra que con esta configuración el primer modo de vibración se ve afectado por el efecto giroscópico y sus frecuencias naturales se separan en dos líneas (*forward* y *backward*). En los datos experimentales se observa que en la zona por donde pasan las frecuencias naturales del primer modo se encuentran dos picos de amplitud correspondientes a 2 velocidades críticas. Según la simulación la separación de las velocidades críticas no era tan amplia, sin embargo, en los datos experimentales dicha apertura es bastante considerable ocasionando errores del 20% en la segunda velocidad crítica. Según la simulación, la tercera velocidad crítica se encuentra a los 55 Hz. No obstante, según en los datos experimentales a esta frecuencia solo se ve el rotor empieza a entrar a una zona de resonancia. Aunque el rango de velocidades de motor no permite ver esa tercera velocidad crítica, se podría estimar como cercana a los 65 Hz. Sin embargo, se necesitaría un motor con un mayor rango de velocidad para confirmar la estimación.

7.2.4 Rotor Jeffcott configuración 4

Tabla 31. Geometría configuración 4

Longitud del eje [cm]	Distancia soporte 1 [cm]	Distancia soporte 2 [cm]	Distancia del disco [cm]	Diámetro del eje [mm]	Diámetro del disco [cm]	Espesor disco [cm]
70	6	0	22	6.35	14	0.8

Figura 46. Diagrama de Campbell obtenido en la simulación configuración 3

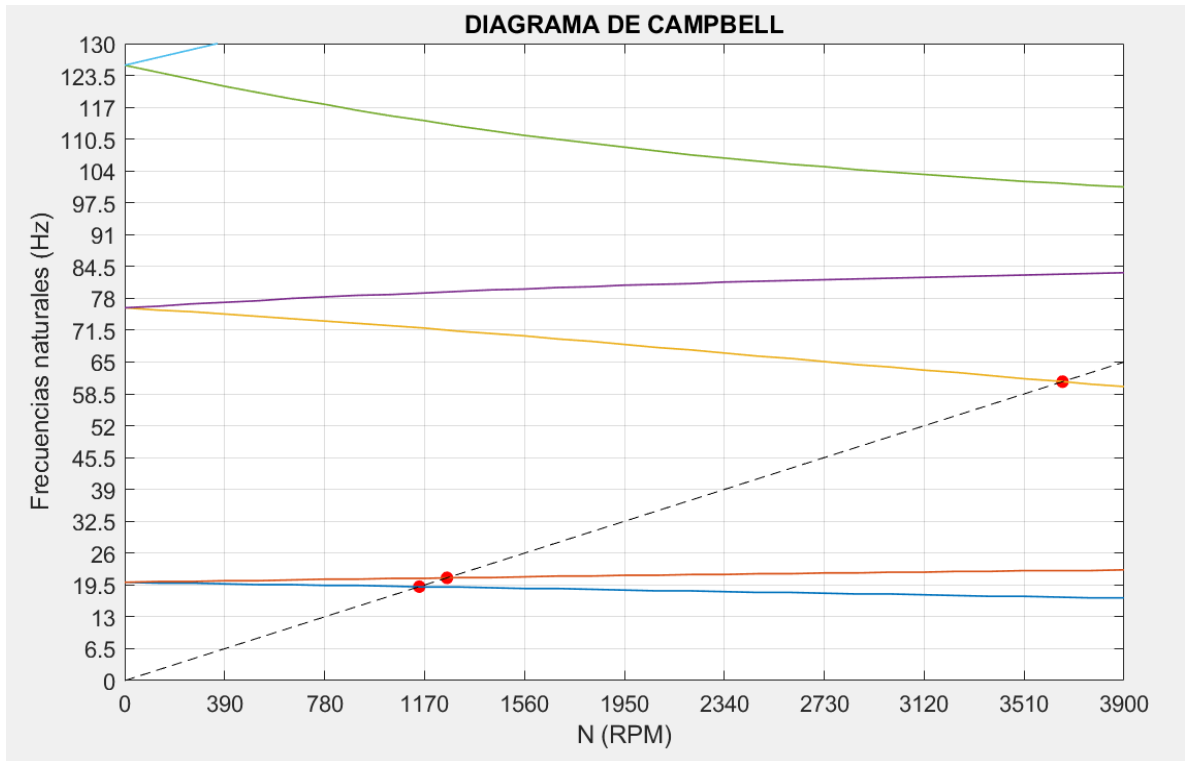


Figura 47. Diagramas de Campbell y cascada prueba 1

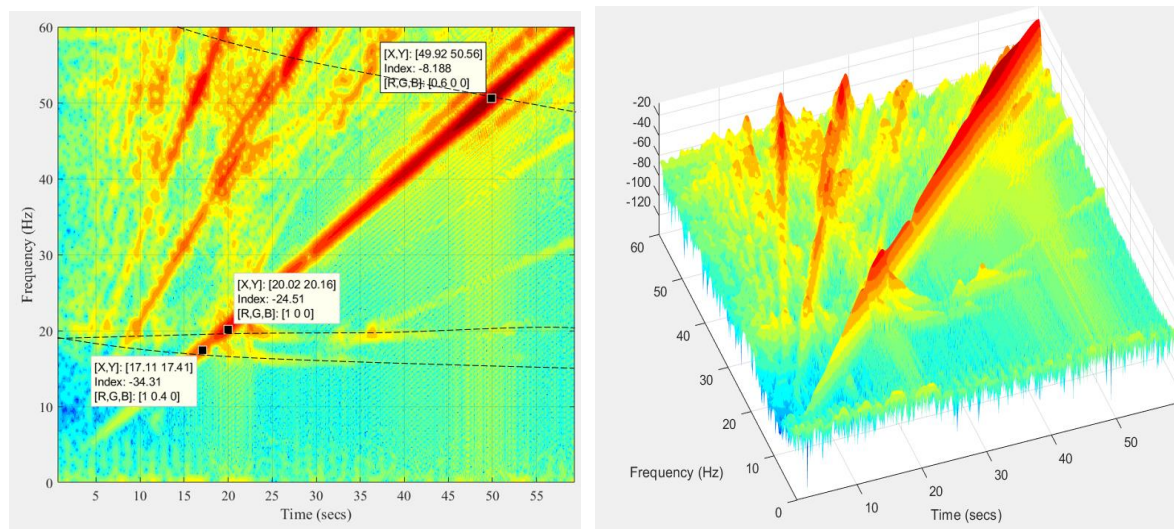


Figura 48. Diagramas de Campbell y cascada prueba 4

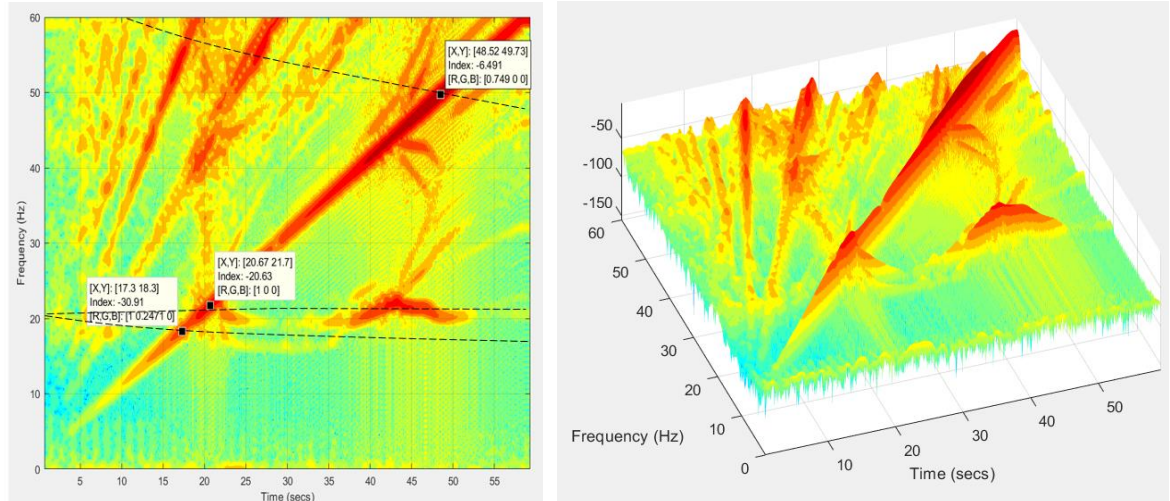


Tabla 32. Resultados pruebas con configuración 4

Vel. crítica	Prueba 1 [Hz]	Prueba 2 [Hz]	Prueba 3 [Hz]	Prueba 4 [Hz]	Prueba 5 [Hz]	Prom. [Hz]	Simulación [Hz]	%Error
1	17.1	17.3	17.5	17.6	17.6	17.42	16.56	4.67
2	20	20.3	21.2	21.1	21.1	21.1	17.55	15.52
3	49.9	49.9	50.2	49	49	49.7	55.64	12.10

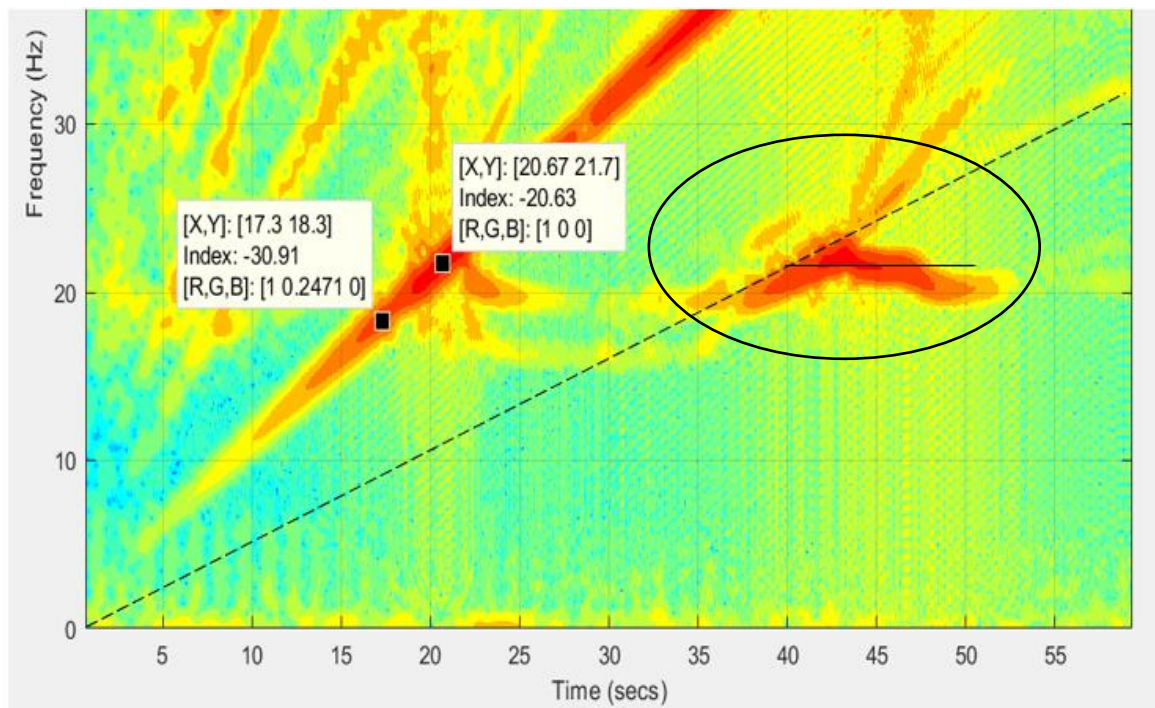
Con esta configuración es posible observar de nuevo la separación de tanto el primero como el segundo modo de vibración debido al efecto giroscópico. En estas pruebas se logra alcanzar una tercera velocidad crítica correspondiente al segundo modo hacia atrás en un valor de frecuencia cercano a los 50 Hz. El error en el cálculo de esta 3 velocidad crítica (segundo modo hacia atrás) es bastante alto y puede deberse simplificación de no tener en cuenta el amortiguamiento y rigidez de los soportes, que, según lo escrito por Cruz²⁹ en su investigación, puede afectar drásticamente el cabeceo negativo o *backward*.

²⁹ CRUZ. Op. Cit., p 23

El significativo porcentaje de error en las pruebas realizadas con el eje de 0.25" de diámetro, puede deberse a las altas amplitudes en la flexión del rotor, ocasionando que no se cumplan las linealidades propias del modelo matemático, y de esta forma no se predice de manera exacta lo que sucede en la realidad. Además, otra posible causa del error es el desfase en la toma de los datos y el arranque del motor, provocando que los valores de la velocidad del rotor se desvíen un poco de su valor real.

Otro fenómeno por analizar en la 4 y 5 prueba con esta configuración (imágenes de la 5 prueba en Anexo R) es el observado en la línea 0.5X, (línea punteada de la Figura 49) donde se observa un pico de amplitudes.

Figura 49. Oil whirl y oil whip.



Las amplitudes sobre la línea 0.5 son las denominadas látigo de aceite u *oil whip*, y según Khonsari³⁰ este complejo fenómeno se debe a una película de aceite en el cojinete girando a una velocidad cercana al 50% de la velocidad de giro del rotor. Esto ocasiona altas vibraciones afectando el rendimiento de la máquina. Las amplitudes en la línea horizontal se denominan remolino de aceite u *oil whirl* y ocurre cuando la frecuencia de la de giro de la película de aceite coincide con la frecuencia natural del rotor.

Otra posible explicación a la excitación de esos subarmónicos de 1x son las holguras mecánicas³¹. Esto puede ocurrir debido al uso de bujes para el montaje del rotor de 0.25" de diámetro. Aunque los bujes fueron mecanizados con alta precisión puede mostrar este problema al girar a altas velocidades y acercarse a una velocidad crítica.

7.3 RESPUESTA AL DESBALANCE

Con las masas de desbalance aplicadas en la puesta a punto del banco se elabora el diagrama de Bode en la simulación con la cual predecir las amplitudes de vibración del banco observando los picos y los cambios de fase. Con los datos obtenidos con los acelerómetros se elabora un Bode con el fin de comparar los resultados obtenidos. Sin embargo, las gráficas extraídas con los datos no ofrecen los valores de amplitud de la vibración en unidades de longitud [m] sino en unidades de aceleración [g] en los rodamientos. Esto es debido a que para obtener los valores de amplitud se deben realizar las tomas con algún instrumento de medición de distancia como los proximitores, sensores los cuales deben calibrarse con distancias muy cercanas al objeto que están midiendo, ya que si se alejan demasiado no realizan una correcta toma de datos.

³⁰ KHONSARI, M. Preventing oil whirl for better bearing operation. Louisiana State University. Vero Beach: 2013

³¹ A-MAQ S.A. Tutorial de vibraciones para mantenimiento mecánico. 2005. p. 21

Como el banco varía su velocidad de 0 a 3600 rpm, es bastante complejo calibrar una distancia donde los proximitores tomen los datos en todo el rango de velocidad sin que sea golpeado por el rotor cuando las amplitudes son altas. Es por esto por lo que se tomaron los valores medidos con los acelerómetros es los rodamientos como entrada en la elaboración de los diagramas de Bode, mostrando de igual manera los puntos donde se presenta la resonancia.

7.3.1 Rotor Jeffcott configuración 1

Se pueden observar efectivamente la presencia de picos de amplitud en los valores cercanos a punto de resonancia visto en los diagramas de Campbell. En la figura 46 observa en cambio de fase de 180° comprobando la presencia de una velocidad crítica en esa región.

Figura 50. Diagrama de Bode configuración 1 extraído de la simulación

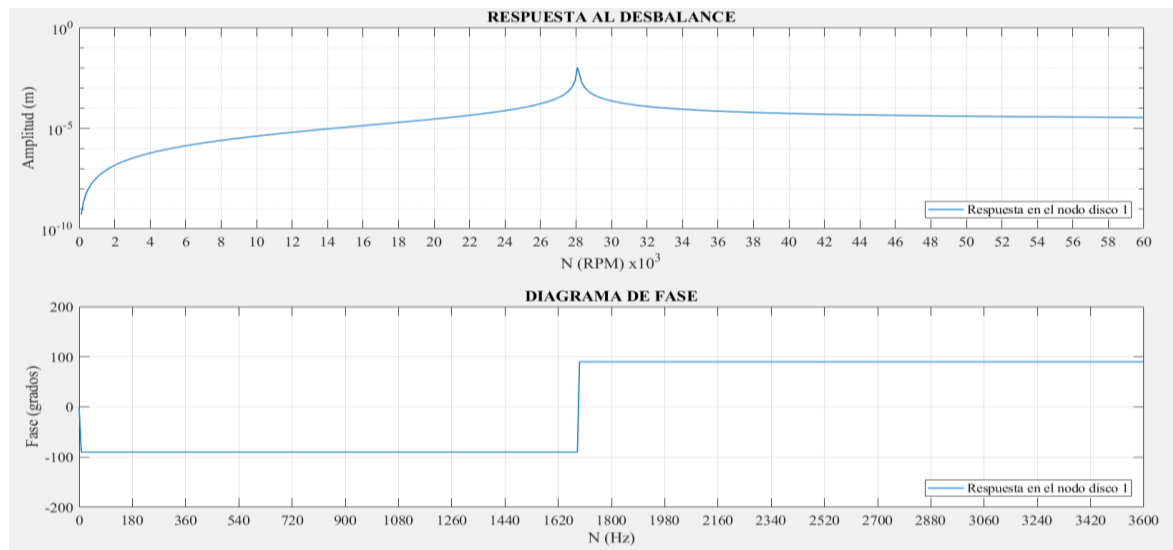
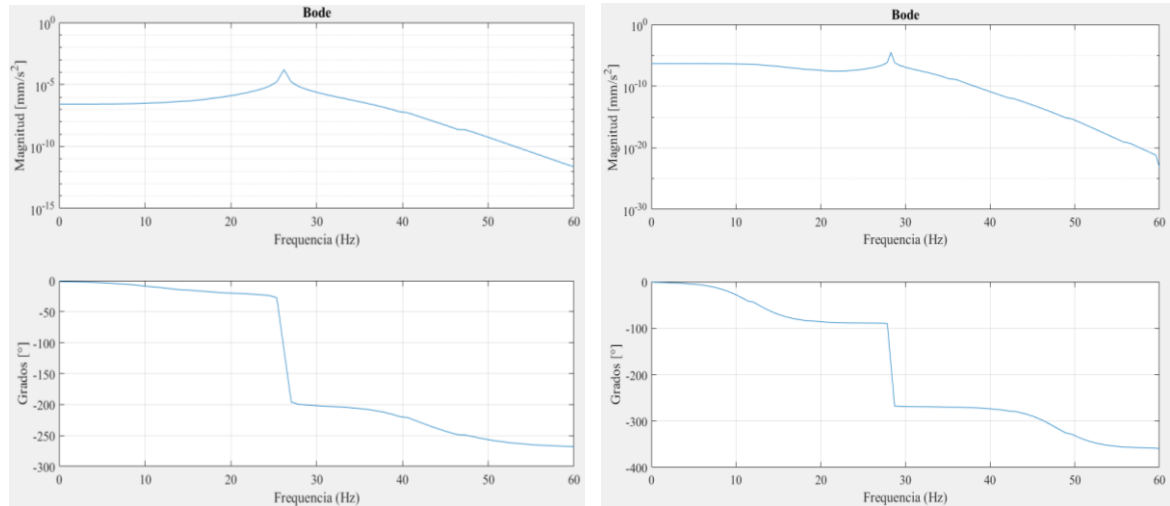


Figura 51. Diagrama de Bode prueba 1 y 2



7.3.2 Rotor Jeffcott configuración 2

En el diagrama de Bode (ver Figura 50) de la primera prueba se puede ver la presencia de una velocidad crítica alrededor de los 15 Hz. No obstante, en el Campbell de las pruebas no se observa presencia de un pico de amplitud en esa zona en la línea 1X. El punto de resonancia mostrado puede deberse a la excitación de una frecuencia natural debido a otras causas diferentes al desbalance, como podría ser el desalineamiento.

Sin embargo, se comprueba que los puntos de resonancia mostrados en el diagrama de Campbell también generan picos de amplitud y cambio de fase en el diagrama de Bode.

Figura 52. Diagrama de Bode configuración 2 extraído de la simulación

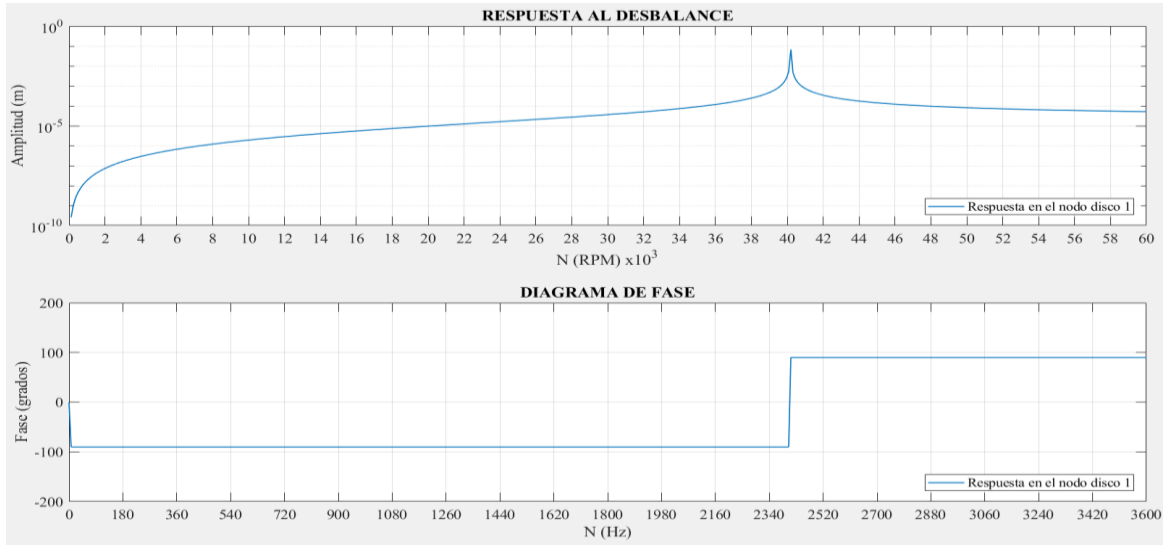
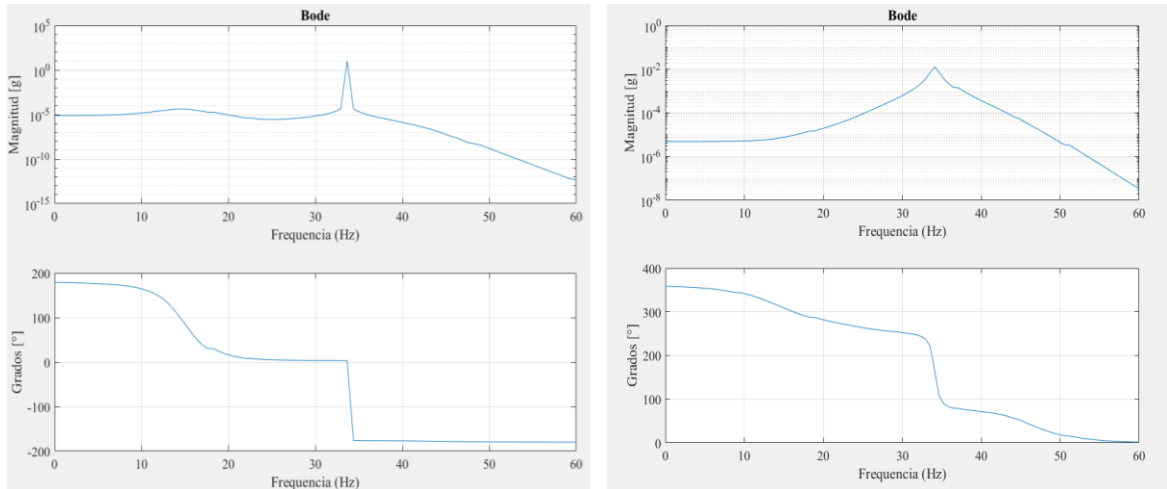


Figura 53. Diagrama de Bode prueba 1 y 2



7.3.3 Rotor Jeffcott configuración 3

Figura 54. Diagrama de Bode configuración 3 extraído de la simulación

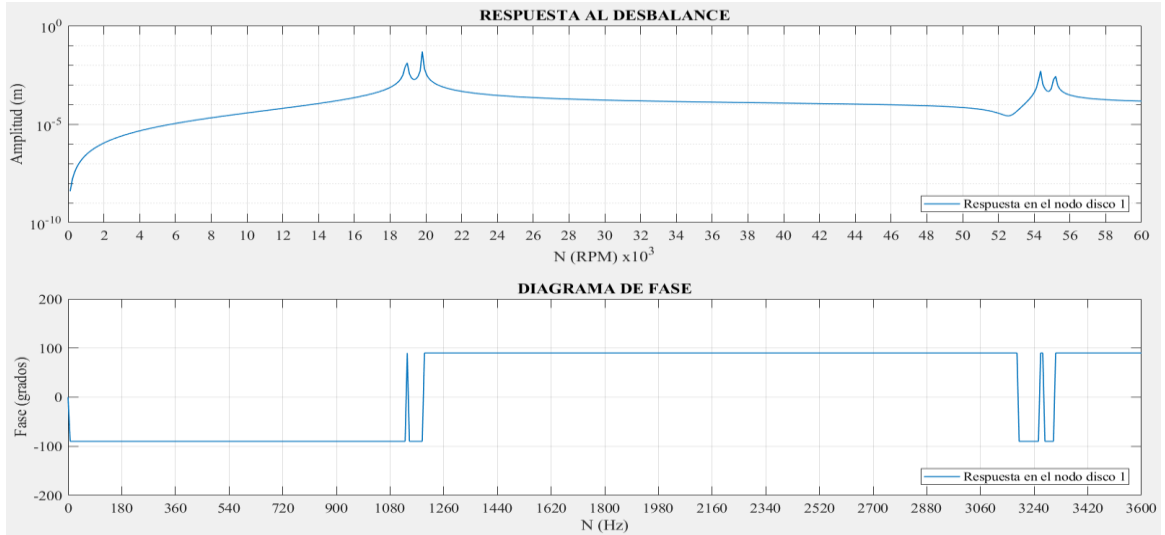
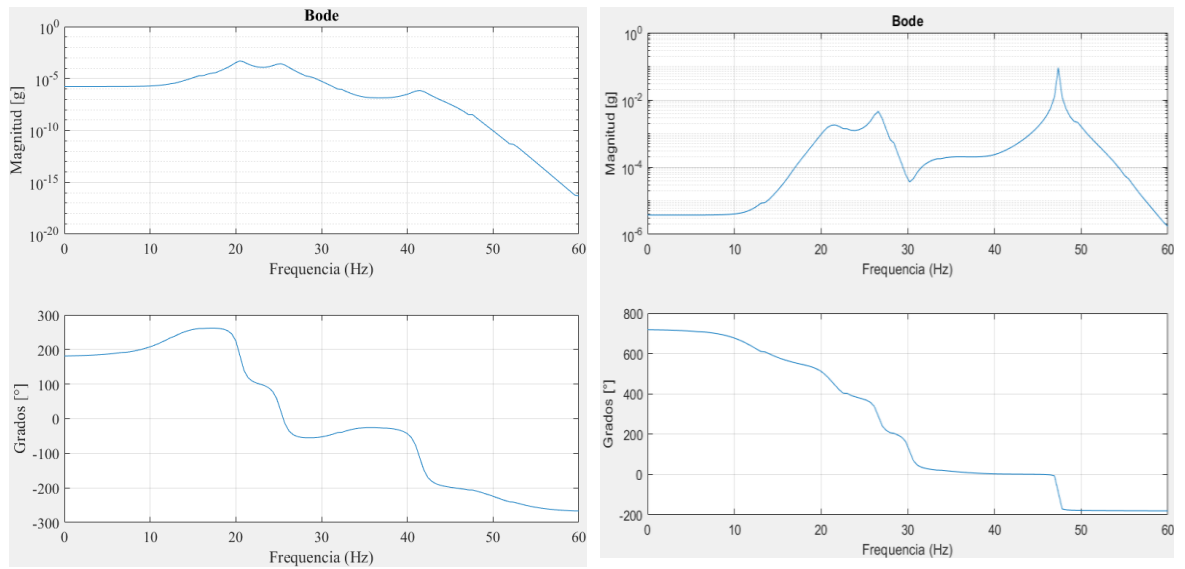


Figura 55. Diagrama de Bode prueba 1 y 2



En los diagramas de Bode se observan los dos picos de amplitud de las dos velocidades críticas pertenecientes al primer modo de vibración del rotor. Cercano a los 40 Hz se detecta un aumento de la amplitud acompañada de un cambio de fase mostrando una velocidad crítica. Al igual que en la prueba anterior, esa frecuencia natural no es excitada por el desbalance sino por otros fenómenos, el más probable el desbalance.

7.3.4 Rotor Jeffcott configuración 4

Al igual que en la prueba anterior, en el primer diagrama de Bode (Ver Figura 56) se observan las 3 velocidades críticas encontradas en el diagrama de Campbell y una más posiblemente alcanzada por otro tipo de excitación diferente al desbalance. En la segunda gráfica (ver Figura 57) esta velocidad no es visible siendo la gráfica muchos más similar a la obtenida en la simulación.

Figura 56. Diagrama de Bode configuración 4 extraído de la simulación

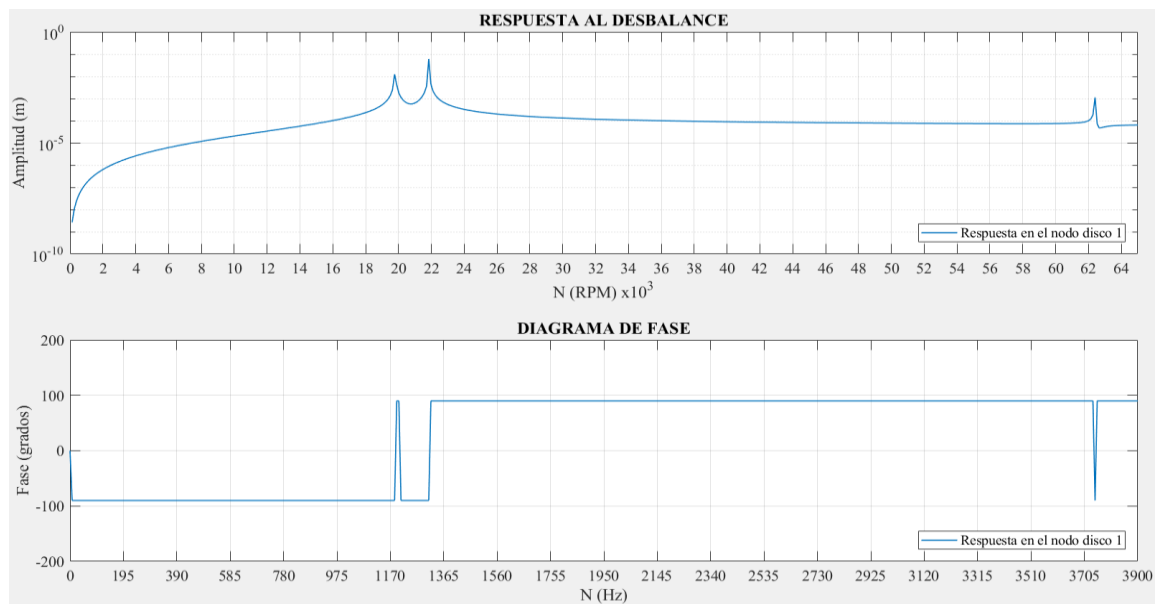
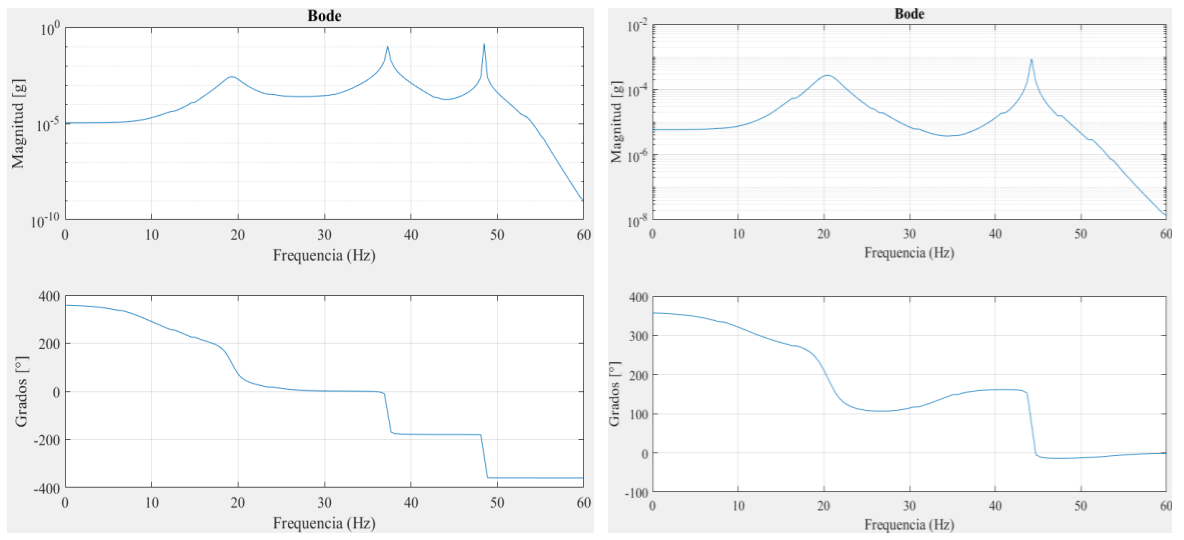


Figura 57. Diagrama de Bode prueba 1 y 2



8. COSTOS DEL PROYECTO

Tabla 33. Costos de la construcción del banco

ELEMENTO	CANTIDAD	VALOR C/U	VALOR TOTAL
Rodamientos rígidos de bolas	2	\$ 16.000	\$ 32.000
Eje acero 1020	6	\$ 6.000	\$ 20.000
Perfiles de acero	2	\$ 6.000	\$ 12.000
Acople flexible	1	\$ 32.000	\$ 32.000
Lámina calibrada	2	\$ 10.000	\$ 20.000
Base de madera	1	\$ 35.000	\$ 35.000
Base de acero 1020	1	\$ 40.000	\$ 40.000
Soporte motor y variador	1	\$ 120.000	\$ 120.000
Variador Sinamics V20	1	\$ 534.000	\$ 534.000
Motor trifásico 0.75 Hp	1	\$ 364.000	\$ 364.000
Breakers y elementos de conexión	1	\$ 65.000	\$ 65.000
Otros (masilla plástica, pintura, perforaciones, soldaduras, embellecido)	1	\$ 133.000	\$ 133.000
Soldadura	1	\$ 20.000	\$ 20.000
Bases niveladoras	2	\$ 15.000	\$ 30.000
Tornillería	1	\$ 7.500	\$ 7.500
Bujes	4	\$ 15.000	\$ 60.000
Cubierta protectora	1	\$ 220.000	\$ 220.000
Transporte	20	\$ 5.000	\$ 100.000
TOTAL			\$ 1.844.500

Tabla 34. Costos intelectuales y de construcción.

RECURSOS HUMANOS					
CONCEPTO	UNIDAD	VALOR	CANTIDAD	DÍAS	VALOR TOTAL
Construcción y ensamble del banco	Hora/día	\$ 3.250	4	60	\$ 780.000
Programación de la Simulación	Hora/día	\$ 3.250	5	120	\$ 1.950.000
Pruebas	Hora/día	\$ 3.250	6	15	\$ 292.500
TOTAL					\$ 3.022.500

La construcción del banco de pruebas y el diseño de la simulación tiene un precio total de \$4.867.000

9. CONCLUSIONES

- El efecto giroscópico influye en las frecuencias naturales de las máquinas rotatorias generando duplicidad en estas y por consiguiente cambiando las velocidades críticas. Es importante incluir dicho efecto en el diseño de este tipo de maquinaria para seleccionar de manera inequívoca la velocidad de funcionamiento del equipo. Si este parámetro es inalterable se deben modificar las propiedades de rigidez y amortiguamiento del rotor para cambiar sus velocidades críticas y que durante su operación no se logren excitar.
- El banco de pruebas construido permite de manera controlada por el usuario modificar diferentes parámetros geométricos de los rotores como distancia entre soportes, tamaño y posición del disco, diámetro y longitud del eje y parámetros de funcionamiento como el desbalance y la velocidad de rotación. Esto es útil para la elaboración de futuros estudios en el campo de la rotodinámica en nuestra universidad.
- La simulación basada en el método de elemento finitos ROTOJEFF permite valorar con un porcentaje de error promedio del 11.55% el cálculo de las velocidades críticas para varias configuraciones de rotor tipo Jeffcott teniendo en cuenta el efecto giroscópico. El error obtenido tiene diversas causas, donde una de las más probables es asumir los soportes como rígidos. Este supuesto permite simplificar los cálculos matemáticos, aunque en la realidad se observa que propiedades de los soportes tienen una fuerte influencia en las frecuencias naturales de las máquinas rotatorias.

10.RECOMENDACIONES

- Modelar el comportamiento dinámico del rotor con múltiples discos y contrastar los resultados con pruebas experimentales con el fin de observar la influencia del efecto giroscópico en el rotor.
- Elaborar un rodamiento activo que permita modificar sus propiedades de rigidez y amortiguamiento logrando cambiar las propiedades globales del sistema y su respuesta al desbalance. Esto permitirá controlar y las velocidades críticas del rotor y sus amplitudes además de corroborar los resultados obtenidos en la simulación.
- Modificar el rango de velocidades del motor con el fin de alcanzar las velocidades críticas del rotor del tercer modo, permitiendo validar con más precisión los valores obtenidos en la simulación.
- Estudiar las amplitudes de la vibración con proximiores de mayor rango de medición el cual permita contrastar los valores de amplitudes obtenidos en la simulación.

BIBLIOGRAFÍA

A-MAQ S.A. Tutorial de vibraciones para mantenimiento mecánico. 2005. p. 21

AUTODESK. Cómo realizar un estudio de convergencia de malla. [en línea], [revisado 30 de noviembre de 2017], disponible en línea: <https://knowledge.autodesk.com/es/support/simulation-mechanical/learn-explore/caas/sfdarticles/sfdarticles/ESP/How-to-Perform-a-Mesh-Convergence-Study.html>

BENNETT, K. Analysis of balancing of unbalanced rotors and long shafts using GUI Matlab. En: Matlab, Applications for the Practical Engineer. Intech, 2014. Capítulo 19.

CENTRO AVANZADO DE TECNOLOGÍAS AEROESPACIALES. Análisis modal. [en línea], [revisado 5 de diciembre 2017]. Disponible en internet: <http://www.catec.aero/materiales-y-procesos/lisis-modal.htm>

CHILDS, Dara. Turbomachinery Rotordynamics, phenomena, modeling and analysis. New York: Wiley, 1993. p. 1

COLÍN, J., D., OROZCO L. y REYES, D. Análisis armónico de un rotor no simétrico incluyendo el efecto giroscópico con MEF. En: Congreso nacional anual de la Somim (16: 2010: Monterrey). Memorias del XVI congreso nacional anual de la Somim. Salamanca: Universidad de Guanajuato. 2010.

CRUZ, Pedro. Caracterización Modal de sistemas giroscópicos empleando fuerzas de desbalance. Tesis doctoral. México: Centro nacional de investigación y desarrollo tecnológico. Departamento de ingeniería mecánica. 2012. 116 p.

GENTA, Giancarlo. Dynamics of rotating systems. 1 ed. New York: Springer, 2005. p. 139-201.

HATCH, Michael. Vibration Simulation Using MATLAB And ANSYS. 1 ed. Boca Raton,FL: Chapman & Hall, 2001. 369-401

INMAN, Daniel. Engineering vibration. 3 ed. New Jersey: Prentice Hall, 2007. p. 359-364

JAHROMI, Ali y BHAT, Rama. Forward and backward whirling of a rotor with gyroscopic effect. En: ResearchGate. Septiembre 2014. p. 886

KELLY, Graham. Fundamentals of mechanical vibrations. 2 ed. Singapore.: McGraw-Hill. 200. p. 501

KHONSARI, M. Preventing oil whirl for better bearing operation. Louisiana State University. Vero Beach: 2013

KWON, Young y BANG, Hyochoong. The Finite Element Method Using MATLAB. Boca Raton: CRC Press, 2000.

LALANNE, Michael y FERRARIS, Guy. Rotordynamics prediction in engineering. 2 ed. Michigan: Wiley, 1998. p. 20-27.

MENDIVELSO, Carlos. Modelamiento del comportamiento rotodinámico de un eje asimétrico sometido a carga combinada lateral y torsional. Tesis de maestría. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia. 2014. p. 19-44.

MIRANDA, Wederley y FARIA, Marco. Finite element analysis of critical speeds and stability of flexible rotors supported by fluid film bearings. En: International

Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (12: 26 febrero-2 marzo, 2007).
Belo Horizonte: 2007.

MONTOYA, Nelson y CARDONA, Luis. Diseño y montaje de un banco de pruebas para ensayos de velocidad crítica y desbalance. Tesis de pregrado. Santiago de Cali: Universidad autónoma de occidente. Facultad de ingeniería. Departamento energética y mecánica. 2014. 74 p.

MUSZYNSKA, Agnieszka. Rotordynamics. 1 ed. Minden: Taylor and Francis, 2005 p. 15-28.

PALOMINO, Evelio. Elementos de medición y análisis de vibraciones en máquinas rotatorias. 5 ed. Habana: Centro de estudios de ingeniería de mantenimiento, 2007. p. 125-160

PASCUAL, Rodrigo. Análisis de vibraciones en máquinas rotatorias. 1 ed. Santiago de Chile: 2011. p. 77-120

RAO, Singiresu. History of rotating machinery dynamics. ed. 20. Series Editor: Marco Ceccarelli, 2014. p. 185-203

RILEY, W. y STURGES, L. Vibraciones mecánicas. En: Ingeniería mecánica, dinámica. Barcelona: Reverté, 2005. p. 448.

SALDES, Raúl. Determinación de coeficientes de amortiguación y rigidez de un descanso hidrodinámico. Tesis de pregrado. Santiago de Chile: Universidad de Chile. 2013. p. 5-14

SÁNCHEZ A, Heller Guillermo. Modelo Analítico Para el Estudio de la Torsión en Rotores Flexibles. En: Revista UIS Ingenierías. Junio, 2010. vol. 9, no. 1, p. 69-76.

SINAIS INGENIERÍA DE MANTENIMIENTO. Métodos de detección de resonancia. Curso de análisis de vibraciones [en línea], [revisado 30 de noviembre 2017]. Disponible en internet: http://www.sinais.es/Recursos/Curso-vibraciones/resonancia/deteccion_resonancia.html

SMITH, Ian; GRIFFITHS, Vaughan y MARGETTS, Lee. Programming the finite element method. 5 ed. Chennai.: Wiley, 2014. p. 115-168.

SPECTRAQUEST. Machinery fault simulator, rotor dynamics simulator. Richmond.

SRIKRISHNANIVAS, Deepak. Rotor dynamic analysis of RM12 jet engine rotor using ANSYS. Tesis de maestría. Karlskrona: Blekinge Institute of Technology. Department of mechanical engineering. 2012. p. 15-29.

RAMÍREZ, Andrés. Diseño, construcción e instrumentación de un sistema rotor chumaceras basado en el modelo Jeffcott para el análisis de vibraciones. Tesis de pregrado. Ciudad de Huajuapán de León: Universidad tecnológica de la Mixteca. 2013. p. 5

SWANSON, Erik; POWELL, Chris y WEISSMAN. A Practical Review of Rotating Machinery Critical Speeds and Modes. Sound and vibration. 2005. 17 p.

TIMOSHENKO, S.P. Resistencia de materiales. Madrid: Espasa. Calpe, S.A. 1957 p. 84-91.

TIWARI, Rajiv. Theory and practice of rotordynamics. NPTEL. [en línea], [revisado 24 de noviembre 2017]. Disponible en internet: <http://nptel.ac.in/courses/112103024/30>

VIÑOLAS, J y VERA, E. Análisis dinámico de rotores flexibles mediante el método de los elementos finitos. Artículo de investigación.

WHITE, Glen. Introducción al fenómeno de vibración. Introducción al análisis de vibraciones. Massachusetts: Azima DLI, 2010. p. 19-34.

YOON, Se Young, ZONGLI, Lin, y ALLAIRE Paul. Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearings. En: Springer. 2013. p. 18

ANEXOS

ANEXO A. PANELES DE LA SIMULACIÓN ROTOJEFF

Panel geometría del eje

Geometria del rotor		
Longitud total del eje (cm)	Diametro del eje (mm)	
<input type="text" value="85"/>	<input type="text" value="6.35"/>	
Diametro del disco (cm)	Espesor del disco,hd (cm)	Distancia a (cm)
<input type="text" value="12"/>	<input type="text" value="0.6"/>	<input type="text" value="40"/>

Panel propiedades de los materiales

Material		
Eje	<input type="text" value="Acero AISI 1020"/>	
Disco	<input type="text" value="Acero AISI 1020"/>	
	*Densidad (Kg/m ³)	*Modulo de Young (N/m ²)
Eje	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Disco	<input type="text"/>	
Ingrese los datos si el material no está en la lista		

Panel propiedades de los soportes

Soportes

Soportes rígidos

Distancia s1: Distancia s2:

Rigidez (N/m)		Amortiguamiento (Ns/m)	
Kxx	<input type="text" value="10e6"/>	Cxx	<input type="text" value="500"/>
Kxy	<input type="text" value="0"/>	Cxy	<input type="text" value="0"/>
Kyx	<input type="text" value="0"/>	Cyx	<input type="text" value="0"/>
Kyy	<input type="text" value="5e6"/>	Cyy	<input type="text" value="250"/>

Panel masa de desbalance

Desbalance

Excentricidad de la masa de desb. en disco (m):

Masa de desbalance (Kg)	Fase (°)
<input type="text" value="0.00525"/>	<input type="text" value="0"/>
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>

Panel parámetros de la simulación

Parámetros

Velocidad
máxima
a analizar [rpm]

9000

Efecto giroscópico

ANEXO B. CÓDIGO DE LA SIMULACIÓN ROTOJEFF

%LEER DATOS Y CALCULAR MATRICES

global n

material=get(handles.popupmenu1,'Value'); %Tomar valores de la lista de materiales

switch material

case 1

E=2.1e11;

rho=7750;

case 2

E=2.05e11;

rho=7850;

case 3

E=1.9e11;

rho=8000;

case 4

E=6.9e10;

rho=2700;

case 5

E=str2double(get(handles.edit14,'string'));

rho=str2double(get(handles.edit13,'string'));

end

material_disco=get(handles.popupmenu6,'Value'); %tomar valores para el disco de la 2 lista de materiales

```

switch material_disco
    case 1
        rho_disco=7750;
    case 2
        rho_disco=7850;
    case 3
        rho_disco=8000;
    case 4
        rho_disco=2700;
    case 5
        rho_disco=str2double(get(handles.edit56,'string'));
end

longitud=str2double(get(handles.edit1,'string'))/100; %longitud del eje
a=str2double(get(handles.edit8,'string'))/100; %distancia donde se encuentra el
disco 1
Deje=str2double(get(handles.edit39,'string'))/1000; %diametro del eje en cm
hd=str2double(get(handles.edit41,'string'))/100; %espesor del disco 1 en cm
Dd=str2double(get(handles.edit43,'string'))/100; %diametro del disco 1 en cm
Drespuesta=str2double(get(handles.edit12,'string'))/100; %distancia de medicion de
respuesta en cm
s1=str2double(get(handles.edit34,'string'))/100; %distancia soporte 1 en cm
s2=longitud-str2double(get(handles.edit29,'string'))/100; %distancia soporte 2 en
cm
w2=str2double(get(handles.edit59,'string')); %velocidad maxima en rpm

%errores
if s2>longitud
errordlg('S2 debe ser menor a la longitud','Error');
end

```

```

if s1>longitud
errordlg('S1 a debe ser menor a la longitud','Error');
end

%calculos de constantes de las matrices
nodos=n+1; %número de nodos totales
l=(longitud/n); %longitud de cada elemento
Area=(pi*Deje^2)/4; %area del eje
I=(pi*Deje^4)/64; %Inercia del eje
constantemc=rho*Area*l/420; %constante matriz de masa 1
constantems=rho*l/(30*I); %constante matriz de masa 2
constantek=E*I/I^3; %constante matriz de rigidez
constanteg=rho*l/(15*I); %constante matriz de amortiguamiento

%matrices de los elementos
%eje
Mc=[156/2 0 0 -22*I 54 0 0 13*I;0 156/2 22*I 0 0 54 -13*I 0;0 0 4*I^2/2 0 0 13*I -3*I^2
0;...
0 0 0 4*I^2/2 -13*I 0 0 -3*I^2;0 0 0 0 156/2 0 0 22*I;0 0 0 0 0 156/2 -22*I 0;...
0 0 0 0 0 4*I^2/2 0;0 0 0 0 0 0 0 4*I^2/2]; %matriz de masa simétrica
Mc=Mc+Mc'; %matriz de masa 1 completa
Ms=[36/2 0 0 -3*I -36 0 0 -3*I;0 36/2 3*I 0 0 -36 3*I 0;0 0 4*I^2/2 0 0 -3*I -I^2 0;0 0 0
4*I^2/2 3*I 0 0 -I^2;...
0 0 0 0 36/2 0 0 3*I;0 0 0 0 0 36/2 -3*I 0;0 0 0 0 0 0 4*I^2/2 0;0 0 0 0 0 0 0 4*I^2/2];
%matriz de masa 2 simétrica
Ms=Ms+Ms'; %matriz de masa 2 completa
M=constantemc*Mc+constantems*Ms; %Calculo de matriz de masa de cada
elemento del eje

K=[12/2 0 0 -6*I -12 0 0 -6*I;0 12/2 6*I 0 0 -12 6*I 0;0 0 4*I^2/2 0 0 -6*I 2*I^2 0;...

```

```

0 0 0 4*I^2/2 6*I 0 0 2*I^2;0 0 0 0 12/2 0 0 6*I;0 0 0 0 0 12/2 -6*I 0;...
0 0 0 0 0 0 4*I^2/2 0;0 0 0 0 0 0 0 4*I^2/2]; %matriz de rigidez simétrica
K=constantek*(K+K'); %Calculo de matriz de rigidez de cada elemento del eje

C=[0 -36 -3*I 0 0 36 -3*I 0; 0 0 0 -3*I -36 0 0 -3*I;0 0 0 -4*I^2 -3*I 0 0 I^2; 0 0 0 0 0 -
3*I -I^2 0;...
0 0 0 0 0 -36 3*I 0; 0 0 0 0 0 0 0 3*I; 0 0 0 0 0 0 0 -4*I^2; 0 0 0 0 0 0 0 0]; %matriz
de amortiguamiento simétrica
C=constanteg*(C-C'); %Calculo de amortiguamiento de masa de cada elemento del
eje

%matriz global
x=4*(n+1); %dimension de las matrices globales
Mglobal=zeros(x,x); %creación matriz global masa
Kglobal=zeros(x,x); %creación matriz global rigidez
Gglobal=zeros(x,x); %creación matriz global giroscópica
Cglobal=zeros(x,x); %creación matriz global amortiguamiento

%Ensamble de las matrices de los elementos del eje
for i=1:n
    Mglobal(4*i-3:4*i+4,4*i-3:4*i+4)=Mglobal(4*i-3:4*i+4,4*i-3:4*i+4)+M;
    Kglobal(4*i-3:4*i+4,4*i-3:4*i+4)=Kglobal(4*i-3:4*i+4,4*i-3:4*i+4)+K;
    Cglobal(4*i-3:4*i+4,4*i-3:4*i+4)=Cglobal(4*i-3:4*i+4,4*i-3:4*i+4)+C;
end

%cálculos del disco
md=pi*rho_disco*hd*(Dd^2-Deje^2)/4; %masa del disco 1
Ipd=md/2*(Dd^2+Deje^2)/4; %inercia polar del disco 1
Idd=0.5*Ipd+md*hd^2/12; %inercia diametral del disco 1
Md=diag([md md Idd Idd]); %Matriz de masa del disco 1

```

```

Gd=zeros(4,4);          %Matriz giroscópica del disco 1
Gd(3,4)=-lpd;
Gd(4,3)=lpd;

%posicion del disco 1 en la matriz global
nd=(a*(n/longitud)+1); %nodo del disco 1
if (nd-fix(nd))>=0.5
    nododisco=fix(nd)+1; %Adecuación del nodo del disco
else if (nd-fix(nd))<0.5
    nododisco=fix(nd);
end
end

%Ubicación de las matrices de los discos en las matrices globales
coordinadadisco=4*nododisco-3:4*nododisco; %coordenadas disco 1
Mglobal(coordinadadisco,coordinadadisco)=
Mglobal(coordinadadisco,coordinadadisco)+Md; %Matriz de masa global con
disco 1
Gglobal(coordinadadisco,coordinadadisco)=
Gglobal(coordinadadisco,coordinadadisco)+Gd; %Matriz giroscópica con disco 1

```

%CÁLCULO DE LOS SOPORTES

```

global n
%Llamar función leerdatos
[Deje,a,s1,s2,w2,E,rho,rho_disco,x,longitud,Mglobal,Cglobal,Kglobal,Gglobal,nodo
disco,Drespuesta]=leerdatos(hObject, eventdata, handles);
format long
%si los soportes son flexibles:

```

```

vy=1:x; %vector de la longitud total de las matrices globales
y=length(vy); %longitud vector vy
kxx1=str2double(get(handles.edit19,'string')); %rigidez soportes en dirección xx
kxy1=str2double(get(handles.edit26,'string')); %rigidez soportes en dirección xy
kyx1=str2double(get(handles.edit27,'string')); %rigidez soportes en dirección yx
kyy1=str2double(get(handles.edit28,'string')); %rigidez soportes en dirección yy
kxx2=kxx1; %propiedades del soporte 2 iguales a las del 1
kxy2=kxy1;
kyx2=kyx1;
kyy2=kyy1;
cxx1=str2double(get(handles.edit30,'string')); %amortiguamiento soportes en
dirección xx
cxy1=str2double(get(handles.edit31,'string')); %amortiguamiento soportes en
dirección xy
cyx1=str2double(get(handles.edit32,'string')); %amortiguamiento soportes en
dirección yx
cyy1=str2double(get(handles.edit33,'string')); %amortiguamiento soportes en
dirección yy
cxx2=cxx1; %propiedades del soporte 2 iguales a las del 1
cxy2=cxy1;
cyx2=cyx1;
cyy2=cyy1;

Ks1=[kxx1 kxy1 0 0;kyx1 kyy1 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0]; %matriz de rigidez soporte 1
Ks2=[kxx2 kxy2 0 0;kyx2 kyy2 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0]; %matriz de rigidez soporte 2
Cs1=[cxx1 cxy1 0 0;cyx1 cyy1 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0]; %matriz de amortiguamiento
soporte 1
Cs2=[cxx2 cxy2 0 0;cyx2 cyy2 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0]; %matriz de amortiguamiento
soporte 2

```

```

%posición de los soportes
nds1=(s1*(n/longitud)+1); % nodo soporte 1
if (nds1-fix(nds1))>0.5
    nodos1=fix(nds1)+1;
else if (nds1-fix(nds1))<=0.5
    nodos1=fix(nds1); % adecuación nodo soporte 1
end
end

nds2=(s2*(n/longitud)+1); %nodo soporte 2
if (nds2-fix(nds2))>0.5
    nodos2=fix(nds2)+1;
else if (nds2-fix(nds2))<=0.5
    nodos2=fix(nds2); % adecuación nodo soporte 1
end
end

coordenadas1=4*nodos1-3:4*nodos1; %coordenadas soporte 1
Kglobal(coordenadas1,coordenadas1)=
Kglobal(coordenadas1,coordenadas1)+Ks1; %Ensamble con matriz global de
rigidez
Cglobal(coordenadas1,coordenadas1)=
Cglobal(coordenadas1,coordenadas1)+Cs1; %Ensamble con matriz global de
amortiguamiento

coordenadas2=4*nodos2-3:4*nodos2; %coordenadas soporte 2
Kglobal(coordenadas2,coordenadas2)=
Kglobal(coordenadas2,coordenadas2)+Ks2; %Ensamble con matriz global de
rigidez

```

```

Cglobal(coordenadas2,coordenadas2)=
Cglobal(coordenadas2,coordenadas2)+Cs2; %Ensamble con matriz global de
amortiguamiento

```

```

%cuando los soportes son rígidos

```

```

if (get(handles.checkbox3,'value'))==1

```

```

% frontera=[4*nodos1-3,4*nodos1-2,4*nodos2-3,4*nodos2-2]; %coordenadas
donde están los desplazamiento x y de los soportes

```

```

frontera=[1,2,4*nodos1-3,4*nodos1-2,4*nodos2-3,4*nodos2-2]; %coordenadas
donde están los desplazamiento x y de los soportes

```

```

vectorx=1:x; %vector de tamaño total

```

```

vy=setdiff(vectorx,frontera); %vector sin los desplazamientos en los soportes

```

```

y=length(vy); %tamaño del vector sin desplazamientos en los soportes

```

```

else

```

```

frontera=[1,2]; %coordenadas donde están los desplazamiento x y de los soportes

```

```

vectorx=1:x; %vector de tamaño total

```

```

vy=setdiff(vectorx,frontera); %vector sin los desplazamientos en los soportes

```

```

y=length(vy); %tamaño del vector sin desplazamientos en los soportes

```

```

end

```

```

%ANÁLISIS MODAL

```

```

global n

```

```

n=40; %número de elementos

```

```

%Llamar la función leerdatos

```

```

[Deje,a,s1,s2,w2,E,rho,rho_disco,x,longitud,Mglobal,Cglobal,Kglobal,Gglobal,nodo
disco,Drespuesta]=leerdatos(hObject, eventdata, handles);

```

```

%Llamar función soportes

```

```
[nodos1,nodos2,y,vy,Mglobal,Cglobal,Kglobal,Gglobal]=soportes(hObject,  
eventdata, handles);
```

```
%Ajuste número de pasos del cálculo de eigenvalores
```

```
if w2>=6000  
pasos=w2/100-50;  
elseif 3000<w2<6000  
pasos=30;  
elseif 1000<w2<3000  
pasos=5;  
else  
pasos=3;  
end
```

```
S=[];
```

```
h = waitbar(0,'Espere un momento...');
```

```
w1=0;
```

```
%Solución del eigen problema
```

```
%tomar el efecto giroscópico
```

```
if (get(handles.checkbox2,'value'))~=1
```

```
Gglobal=zeros(x,x);
```

```
end
```

```
for i=1:pasos+1
```

```
w=w1*pi/30+(i-1)*w2/pasos*pi/30; %frecuencia de cálculo en rad/s
```

```
A=[zeros(y,y) eye(y,y);
```

```
-inv(Mglobal(vy,vy))*Kglobal(vy,vy)
```

```
inv(Mglobal(vy,vy))*((Cglobal(vy,vy)+w*Gglobal(vy,vy))]; %matriz de estado
```

```
[V,D]=eig(A); %cálculo eigenvalores
```

```
x=sort(abs(diag(D))); %Ajuste de valores
```

```
N(i)=w*30/pi; %Velocidades en rpm
```

```

S=[S x(:)]; %Guarda los resultados actuales
waitbar(i/pasos) %Barra de espera
end

% Regresión polinómica para el cálculo de las velocidades críticas
S=S'; %transpuesta de las frecuencias naturales
S=fix(S)*30/pi; %Frecuencias naturales en rpm
numcurvas=w2/500; %Numero de curvas de frecuencias naturales a graficar
if numcurvas<10
    numcurvas=10;
end
S=S(:,1:2:2*numcurvas); %Toma de datos de cada curva
vel=[];
nn=[];

i=1;
%Regresión de las siguientes frecuencias naturales
while i<=numcurvas %ciclo de regresión de cada curva
Y=(S(:,i));
x=N';
p=(polyfit(x,Y,4)); %coeficientes del polinomio
syms y1 y2 X
y1=X;
y2=p(1)*X^4+p(2)*X^3+p(3)*X^2+p(4)*X+p(5);
corte=(double((solve(y1==y2)))); %calculo de los puntos de corte

%toma el menor punto de corte
if i==1
positivos=find(corte>0);
vc=min(corte(positivos));

```

```

else
positivos=sort(find(corte>=(vel(i-1)-vel(i-1)/20)));
vc=min(corte(positivos));
end

nn=[nn corte]; %guarda todos los puntos donde corta la regresion
vel=[vel vc]; %Guarda la velocidad crítica

if numel(vel)<i %rompe el ciclo cuando no hay intercepción
    break
end
i=i+1;
end

format bank
vc=find(abs(vel)<w2);
velocidades=vel(vc);

%Diagrama de Campbell
figure('Position', [200 50 1000 600]) %posicion y tamaño de la ventana
plot(abs(velocidades),abs(velocidades)/60,'r','markersize',25) %grafica de los
puntos de corte
hold on
plot(N,abs(S)/60,'LineWidth',1) %grafica de las curvas
hold on
% plot(N,N/30,'k--','LineWidth',0.5)
% hold on
plot(N,N/60,'k--','LineWidth',0.5)
hold on
set(gca, 'fontsize', 13,'xtick',[w1:(w2-w1)/10:w2],'ytick',[w1/60:(2*w2-
w1)/1200:w2/60]) %ajuste de los ejes

```

```

xlabel('N (RPM)'),ylabel('Frecuencias naturales (Hz)') %nombre de los ejes
title('DIAGRAMA DE CAMPBELL')
set(gca,'ylim',[0 w2/60],'xlim',[w1 w2]) %limites
zoom on %habilitar zoom
grid on %rejilla
close(h)
set(handles.listbox2,'string',sort(velocidades)); %mostrar velocidades críticas en
rpm
    set(handles.listbox4,'string',sort(velocidades/60)); %mostrar velocidades críticas
en Hz

```

%ANÁLISIS ARMÓNICO

```
global n
```

```
n=40; %número de elementos
```

```
%Llamar la función leerdatos
```

```
[Deje,a,s1,s2,w2,E,rho,rho_disco,x,longitud,Mglobal,Cglobal,Kglobal,Gglobal,nodo
disco,Drespuesta]=leerdatos(hObject,eventdata, handles);
```

```
%Llamar función soportes
```

```
[nodos1,nodos2,y,vy,Mglobal,Cglobal,Kglobal,Gglobal]=soportes(hObject,
eventdata, handles);
```

```
%excentricidad en los disco
```

```
e=str2double(get(handles.edit10,'string')); %excentricidad en el disco 1
```

```
%masas de desbalance
```

```
masades=str2double(get(handles.edit9,'string'))/10; %masa de desbalance 1
```

```
masades2=str2double(get(handles.edit44,'string'))/10; %masa de desbalance 2
```

```
masades3=str2double(get(handles.edit45,'string'))/10; %masa de desbalance 3
```

```
masades4=str2double(get(handles.edit46,'string'))/10; %masa de desbalance 4
```

```

masades5=str2double(get(handles.edit47,'string'))/10; %masa de desbalance 5
masades6=str2double(get(handles.edit61,'string'))/10; %masa de desbalance 6
masades7=str2double(get(handles.edit65,'string'))/10; %masa de desbalance 6

```

```

%Fase de las masas de desbalance

```

```

fase=str2double(get(handles.edit48,'string'))*pi/180; %fase de la masa de
desbalance 1

```

```

fase2=str2double(get(handles.edit49,'string'))*pi/180; %fase de la masa de
desbalance 2

```

```

fase3=str2double(get(handles.edit50,'string'))*pi/180; %fase de la masa de
desbalance 3

```

```

fase4=str2double(get(handles.edit51,'string'))*pi/180; %fase de la masa de
desbalance 4

```

```

fase5=str2double(get(handles.edit52,'string'))*pi/180; %fase de la masa de
desbalance 5

```

```

fase6=str2double(get(handles.edit62,'string'))*pi/180; %fase de la masa de
desbalance 6

```

```

fase7=str2double(get(handles.edit66,'string'))*pi/180; %fase de la masa de
desbalance 6

```

```

pasos=500; %numero de pasos de cálculo

```

```

Fdesbalance=zeros(y,1); %creación del vector de fuerza en disco 1

```

```

coordenadafuerza=[4*nododisco-3;4*nododisco-2]; %punto de aplicacion de fuerza
en el disco 1

```

```

Fdesbalance(coordenadafuerza)=Fdesbalance(coordenadafuerza)+masades*e*ex
p(fase*j)*[j;-j]+...

```

```

masades2*e*exp(fase2*j)*[j;-j]+masades3*e*exp(fase3*j)*[j;-
j]+masades4*e*exp(fase4*j)*[j;-j]+...

```

```

masades5*e*exp(fase5*j)*[j;-j]+masades6*e*exp(fase5*j)*[j;-
j]+masades7*e*exp(fase7*j)*[j;-j]; %fuerza de desbalance en disco 2

```

```

h2 = waitbar(0,'Espere un momento...');
A=[];
w1=0;
%tomar el efecto giroscópico
if (get(handles.checkbox2,'value'))~=1
Gglobal=zeros(x,x);
end
%cálculo de la respuesta del sistema
for i=1:pasos+1
w=w1*pi/30+(i-1)*w2/pasos*pi/30; %velocidad en rad/s
% Z=(-w^2*Mglobal+j*w*((Cglobal+w*Gglobal))+Kglobal); %Matriz Z
Z=(-w^2*Mglobal(vy,vy)+j*w*((Cglobal(vy,vy)+w*Gglobal(vy,vy)))+Kglobal(vy,vy));
%Matriz Z
F=Fdesbalance*w^2; %Calculo fuerza de desbalance en funcion de la velocidad de
rotación
c=Z\F; %Respuesta del sistema en w
A=[A c]; %Guardar resultados
R(i)=w*30/pi; %Velocidad en rpm
waitbar(i/pasos)
end

%Punto de medicion de la respuesta
if (get(handles radiobutton3,'value'))==1
    nodorespuesta=4*(nododisco+1)-3 %medir en un disco
else
    %Nodo donde se mide la respuesta en función de la distancia
nr=(Drespuesta*(n/longitud)+1);
if (nr-fix(nr))>=0.5
    nodor=fix(nr)+1;

```

```

else if (nr-fix(nr))<0.5
    nodor=fix(nr);
end
end
nodorespuesta=[4*nodor-3];
end

A=A(nodorespuesta,:); %Respuesta al desbalance en el punto seleccionado
w11=0; %limite inferior de la gráfica
w22=w2; %limite superior de la gráfica

%Diagrama de Bode
figure('Position', [200 50 1000 600]) %posicion y tamaño de la ventana
subplot(211) %Grafica de amplitudes
semilogy(R/60,abs(A),'LineWidth',1) %Escala logaritmica en el eje Y para la
amplitud
set(gca, 'fontsize', 13,'xtick',[w11/60:floor(w2/1500):w22/60]) %configuracion de los
limites
xlabel('N (RPM) x10^3'),ylabel('Amplitud (m)') %nombre de los ejes
if (get(handles.radiobutton3,'value')==1
legend('Respuesta en el nodo disco 1','Respuesta en el nodo disco
2','Location','SouthEast') %leyendas
else
text = ['Respuesta a una distancia ' num2str(Drespuesta) 'm ']; %leyenda
legend(text,'Location','SouthEast')
end
title('RESPUESTA AL DESBALANCE')
set(gca,'xlim',[w11/60 w22/60]) %límites
zoom on
grid on

```

```

subplot(212) %Grafica de fase
% ajuste de los componentes reales del gráfico
for i=1:length(A)
    if real(A(i))>0
        A(i)=A(i)-abs(real(A(i)));
    else if real(A(i))<0
        A(i)=A(i)+abs(real(A(i)));
    end
end
end
end

plot(R,(-180/pi)*angle(A.),'LineWidth',1) %Gráfico de la fase de respuesta
set(gca, 'fontsize', 13,'xtick',[w11:floor(w2/20):w22]) %configuracion de los limites
xlabel('N (Hz)' ) %nombre del eje x
ylabel('Fase (grados)' ) %nombre del eje y
title('DIAGRAMA DE FASE') %título de la gráfica
if (get(handles.radiobutton3,'value'))==1
    legend('Respuesta en el nodo disco 1','Respuesta en el nodo disco
2','Location','SouthEast') %leyenda
else
    text = ['Respuesta a una distancia ' num2str(Drespuesta) 'm ']; %leyenda
    legend(text,'Location','SouthEast')
end
end
set(gca,'xlim',[w11 w22]) %limite eje x
set(gca,'ylim',[-200 200]) %limite eje y
grid on %rejilla
zoom on %habilitar zoom
close(h2)

```

%FORMAS MODALES

global n

n=50; %numero de elementos

%Llamar la función leerdatos

[Deje,a,s1,s2,w2,E,rho,rho_disco,x,longitud,Mglobal,Cglobal,Kglobal,Gglobal,nodo disco,Drespuesta]=leerdatos(hObject, eventdata, handles);

%Llamar función soportes

[nodos1,nodos2,y,vy,Mglobal,Cglobal,Kglobal,Gglobal]=soportes(hObject, eventdata, handles);

l=(longitud/n); %longitud de cada elemento

x=4*(n+1); %dimension de las matrices globales

wrpm=str2double(get(handles.edit35,'string')); % velocidad a la cual se miden las frecuencias en rpm

w=wrpm*pi/30; %velocidad en rad/s

A=[zeros(y,y) eye(y,y);

-inv(Mglobal(vy,vy))*Kglobal(vy,vy)

inv(Mglobal(vy,vy)*((Cglobal(vy,vy)+w*Gglobal(vy,vy)))]); %matriz de estado

[V,D]=eig(A); %cálculo de eigen vectores y eigen valores

[D,orden] = sort(diag(D)); %tomar el orden de cada frecuencia natural

V = V(:,orden); %relacionar la frecuencia natural ordenada con su respectivo modo

eigenvectores(vy,:) = V(1:y,:); %guardar el modo en un vector

modover=[4,8,12,16]; %ver las 4 primeras formas modales

Frecver=[2,4,6,8,10,12,14,16]; %ver las primeras 8 velocidades críticas

modo=eigenvectores(:,modover); %seleccionar de la matriz de modos los que se desean ver

frecuencia=D(Frecver); %seleccionar la correspondiente frecuencia natural a esa velocidad

p=abs(frecuencia)/(2*pi); %pasar la frecuencia a Hz

```

z=0:l:longitud; %Establecer la longitud del eje X como la longitud del eje
modox=modo(1:4:x,:); %modo en direccion x
modoy=modo(2:4:x,:); %modo en direccion y
prueba=abs(modoy); %toma de valores modo en y

%normalizacion de los vectores
i=0;
for i=1:4
[xmax,posy] = max(abs(modox(:,i))); %valor maximo del vector modo x
[ymax,posx] = max(abs(modoy(:,i))); %valor maximo del vector modo y

modoy(:,i)=modoy(:,i)/modoy(posy,i); %normalizar dividiendo en valor maximo
modox(:,i)=modox(:,i)/modox(posx,i);
end

N=0:l:longitud; %vector del eje x

%Diagrama de las formas propias de vibración
figure('Position', [200 50 1000 600]) %posicion y tamaño de la ventana
subplot(2,2,1),plot(N,real(modoy(:,1)), 'LineWidth', 1) %grafica 1 forma
xlabel('Longitud del eje (m)'),ylabel('Desplazamiento normalizado') %titulos de ejes
title(['FORMAS MODALES, Frecuencia nat.= ',num2str(p(1)), ' Hz y ',num2str(p(2)), '
Hz']); %titulo de subgrafica
set(gca,'ylim',[-1.5 1.5]) %limite eje y
set(gca,'xlim',[0 longitud]) %limite eje x
zoom on %rejilla
grid on %activar zoom

subplot(2,2,2),plot(N,real(modoy(:,2)), 'LineWidth', 1) %grafica 2 forma
xlabel('Longitud del eje (m)'),ylabel('Desplazamiento normalizado')

```

```

title(['FORMAS MODALES, Frecuencia nat.=',num2str(p(3)),' Hz y ',num2str(p(4)),
Hz']);
set(gca,'ylim',[-1.5 1.5])
set(gca,'xlim',[0 longitud])
zoom on
grid on

```

```

subplot(2,2,3),plot(N,real(modoy(:,3)), 'LineWidth', 1) %grafica 3 forma
xlabel('Longitud del eje (m)'),ylabel('Desplazamiento normalizado')
title(['FORMAS MODALES, Frecuencia nat.=',num2str(p(5)),' Hz y ',num2str(p(6)),
Hz']);
set(gca,'ylim',[-1.5 1.5])
set(gca,'xlim',[0 longitud])
zoom on
grid on

```

```

subplot(2,2,4),plot(N,real(modoy(:,4)), 'LineWidth', 1) %grafica 4 forma
xlabel('Longitud del eje (m)'),ylabel('Desplazamiento normalizado')
title(['FORMAS MODALES, Frecuencia nat.=',num2str(p(7)),' Hz y ',num2str(p(8)),
Hz']);
set(gca,'ylim',[-1.5 1.5])
set(gca,'xlim',[0 longitud])
zoom on
grid on

```

%ANÁLISIS MODAL SUSPENSIÓN LIBRE

```

global n
n=50;
%Llamar la función leerdatos

```

```
[Deje,a,s1,s2,w2,E,rho,rho_disco,x,longitud,Mglobal,Cglobal,Kglobal,Gglobal,nodo
disco,Drespuesta]=leerdatos(hObject, eventdata, handles);
```

```
w=0; %rad/s velocidad de la prueba
vy=1:x; %vector del tamaño matrices globales
y=length(vy); %tamaño del vector vy
```

```
A=[zeros(y,y) eye(y,y);
-inv(Mglobal(vy,vy))*Kglobal(vy,vy)
inv(Mglobal(vy,vy))*((Cglobal(vy,vy)+w*Gglobal(vy,vy)))]; %matriz de estado
[V,D]=eig(A); %cálculo de eigenvalores
fn=sort(abs(diag(D))); %organizar valores de menor a mayor
fn=fn';
S=fix(fn)*30/pi; %pasar valores de frecuencia a rpm
S=S(1,1:30); %definir vector de numero de frecuencias a mostrar
```

```
%eliminar frecuencias repetidas
```

```
frec=[];
for i=2:length(S)
if S(:,i)~=S(:,i-1);
frec=[frec S(i)];
end
end
```

```
set(handles.listbox5,'string',sort(frec)); %mostrar valores de frecuencias naturales
en rpm
```

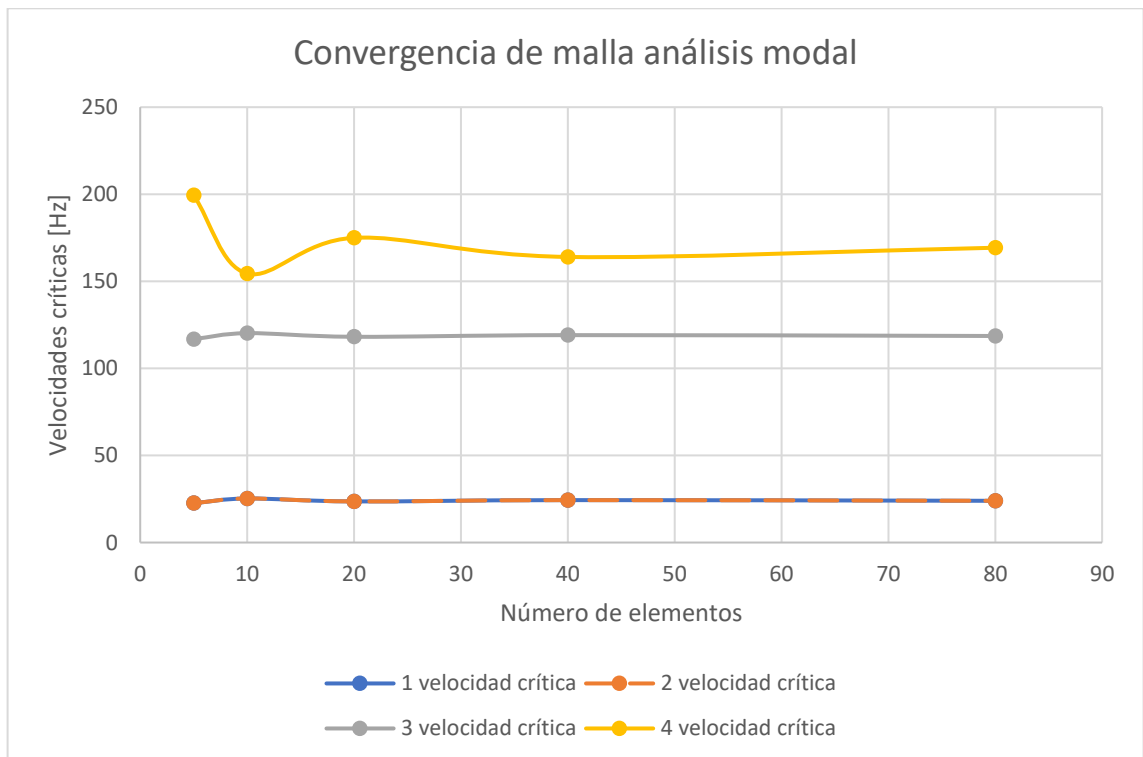
```
set(handles.listbox6,'string',sort(frec/60)); %mostrar valores de frecuencias
naturales en Hz
```

ANEXO C. PRUEBA CONVERGENCIA DE MALLA

Resultados numéricos del análisis modal para convergencia de malla

No. Elementos	1 vel. crítica	2 vel. crítica	3 vel. crítica	4 vel. crítica
5	22.61	22.61	116.82	199.43
10	25.28	25.28	120.22	154.5
20	23.61	23.61	118.16	174.99
40	24.37	24.37	119.1	164.01
80	23.96	23.96	118.62	169.31

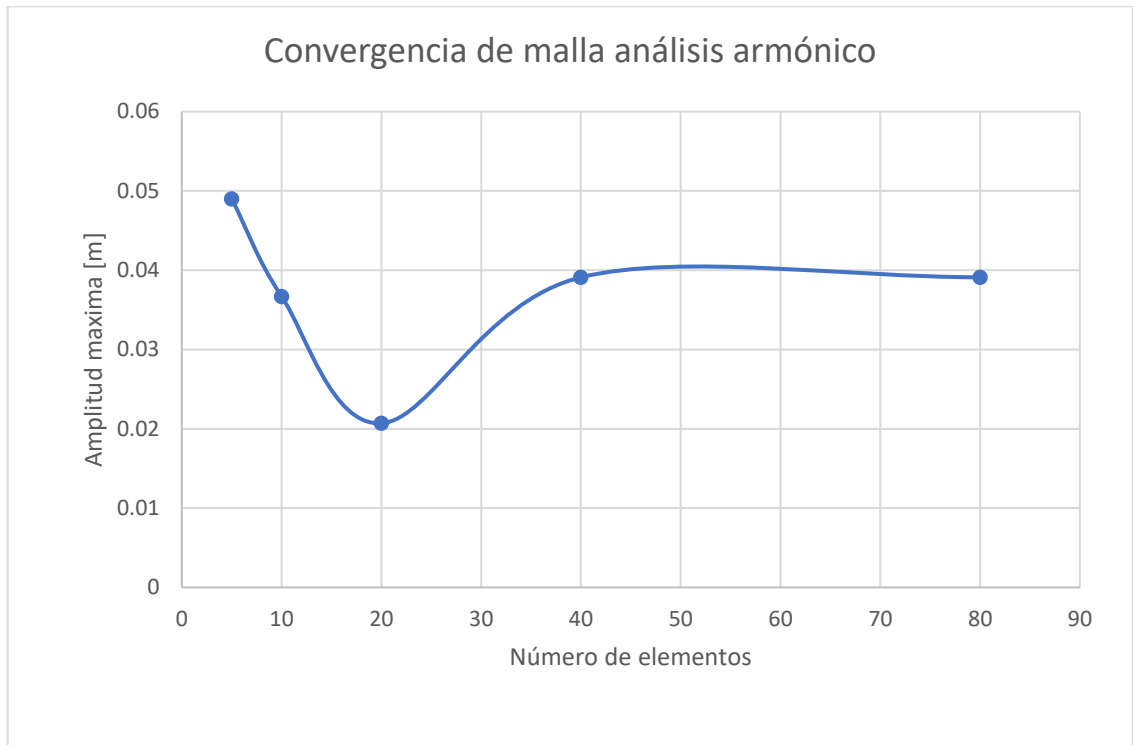
Grafica de los resultados numéricos del análisis modal para convergencia de malla



Resultados numéricos del análisis armónico para convergencia de malla

No. Elementos	Valor amplitud máxima
5	0.049
10	0.0367
20	0.0207
40	0.0391
80	0.0391

Grafica de los resultados numéricos del análisis modal para convergencia de malla



ANEXO D. CÓDIGO ANÁLISIS MODAL ANSYS

```
/PREP7
ET,1,BEAM188
ET,2,MASS21
ET,3,COMBI214
R,1,10,10,10,0.04,0.02,0.02,
R,2, , , , , ,
RMORE, , ,
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,1,,7800
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,2.1e11
MPDATA,PRXY,1,,0.3
SECTYPE, 1, BEAM, CSOLID, , 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.005,20,20,0,0,0,0,0,0,0,0,0
K, ,0,0,,
K, ,0.25,0,,
K, ,1,0,,
LSTR, 1, 2
LSTR, 2, 3
TYPE, 1
```

MAT, 1
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM, 1
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
CM,_Y,LINE
LSEL, , , P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,20, , , ,1
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
LMESH,P51X
TYPE, 2
MAT, 1
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM, 1
KMESH, 2
TYPE, 3
MAT, 1
REAL, 2
ESYS, 0
SECNUM, 1
FLST,2,2,3,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,3

```

KMESSH,P51X
/UI,MESH,OFF
FINISH
/SOL
ANTYPE,2
MODOPT,DAMP,10
MXPAND,0, , ,0
LUMPM,0
PSTRES,0
FLST,2,2,3,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,3
DK,P51X, ,0, ,0,UY,UZ, , , ,
FLST,2,21,1,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-21
D,P51X, ,0, , , ,UX,ROTX, , , ,
CORIOLIS,1, , ,1,1
CGLOC,0,0,0,
CGOMGA,0,0,0,
DCGOMG,0,0,0,
*DO, w, 0, 500,50
omega,w
SOLVE
*ENDDO
FINISH
/POST1
PLCAMP,1,1,RPM,0, ,0

```

ANEXO E. GRÁFICOS DE ANÁLISIS MODAL ANSYS

Diagrama de Campbell obtenido en ANSYS prueba 2

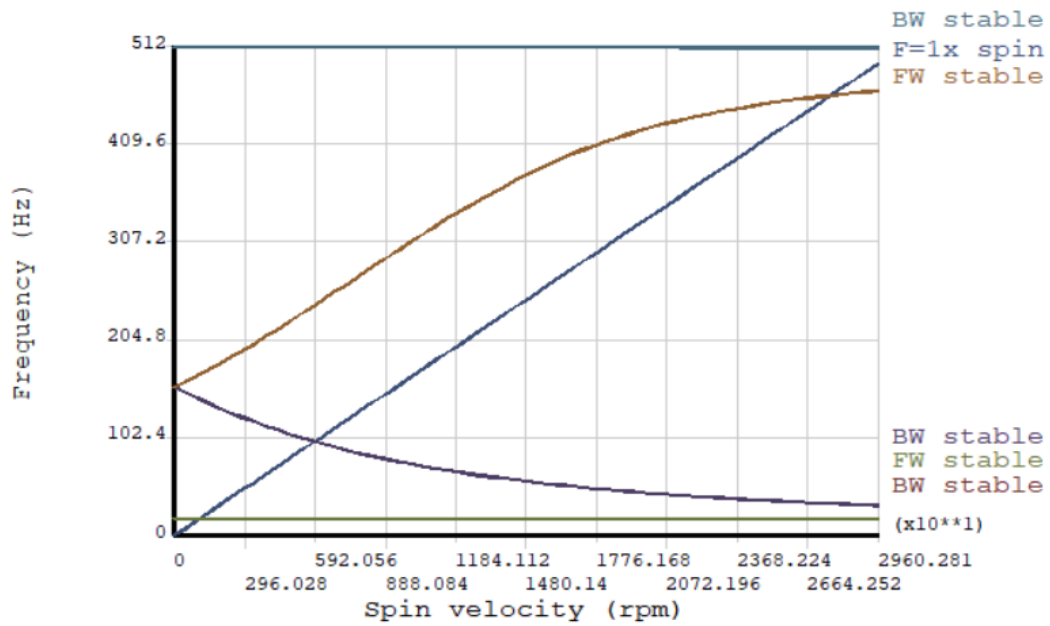


Diagrama de Campbell obtenido en MATLAB prueba 2

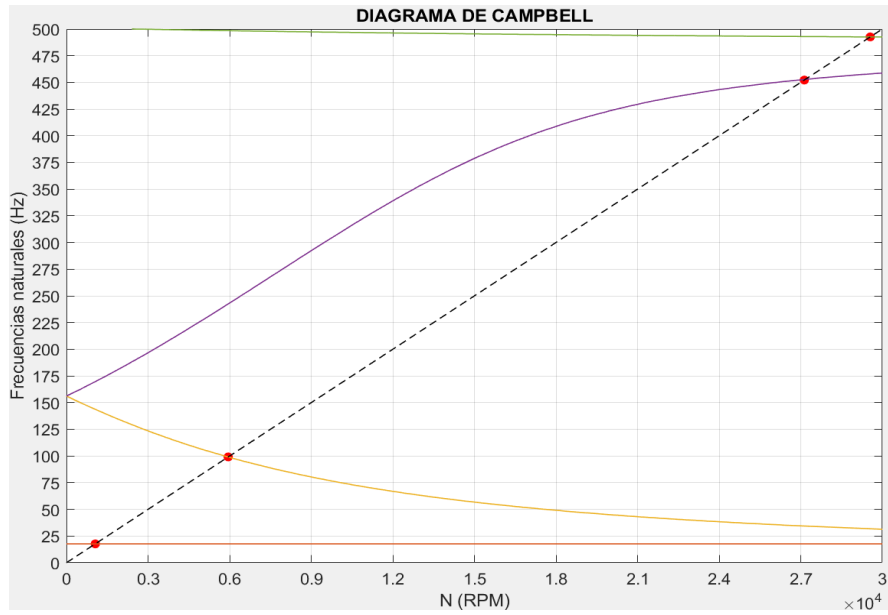


Diagrama de Campbell obtenido en ANSYS prueba 3

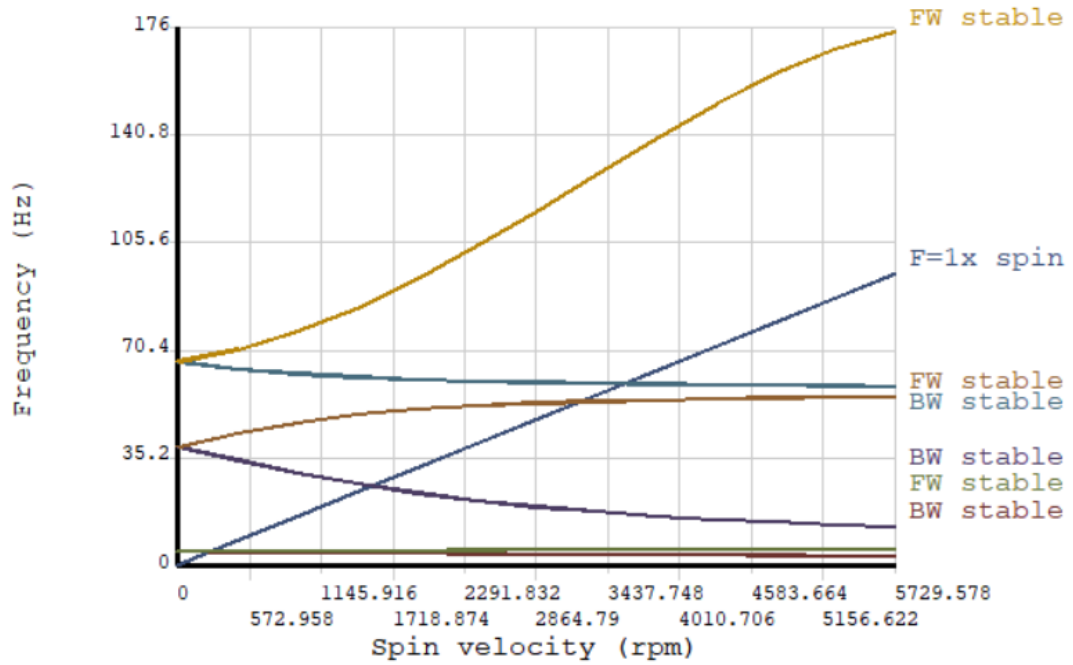
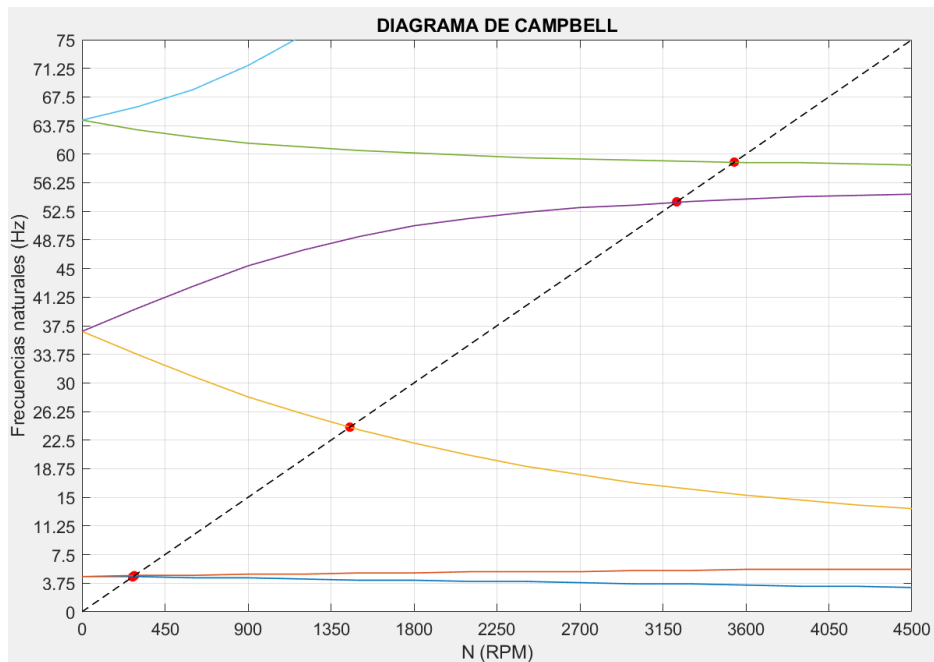


Diagrama de Campbell obtenido en MATLAB prueba 3



ANEXO F. CÓDIGO ANÁLISIS ARMÓNICO ANSYS

```

/SOLU
ANTYPE,3
HROPT,FULL
HROUT,ON
LUMPM,0
EQSLV, ,0,
PSTRES,0
FLST,2,2,1,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,22
D,P51X, , , , ,UY,UZ, , , ,
FLST,2,41,1,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-41
D,P51X, , , , ,UX,ROTX, , , ,
FLST,2,1,1,ORDE,1

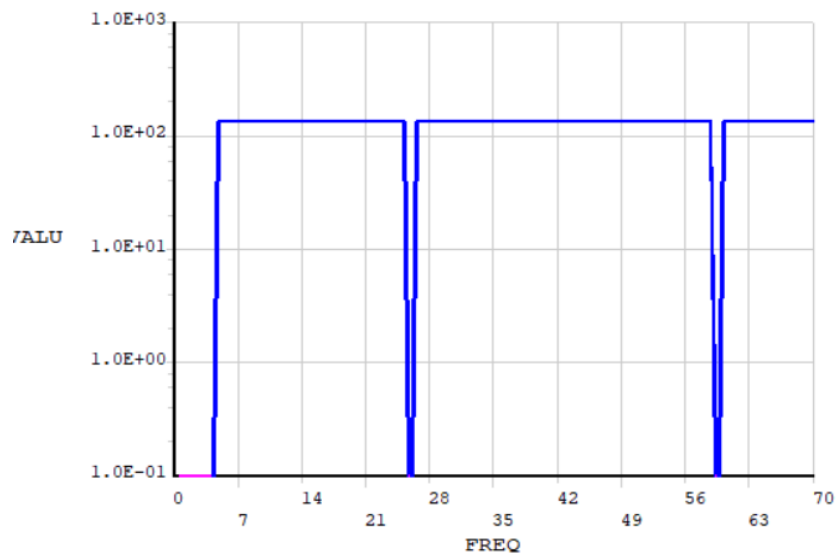
```

```
FITEM,2,2
F,P51X,FY,0.1,-0.1
OMEGA,1,0,0,
SYNCHRO,1,
CORIOLIS,1, , ,1,1
HARFRQ,0,70,
NSUBST,70,
KBC,1
/STATUS,SOLU
SOLVE
/AXLAB,X,
/AXLAB,Y,
/GTHK,AXIS,2
/GRTYP,0
/GROPT,ASCAL,ON
/GROPT,LOGX,OFF
/GROPT,LOGY,ON
/GROPT,AXDV,1
/GROPT,AXNM,ON
/GROPT,AXNSC,1,
/GROPT,DIG1,4,
/GROPT,DIG2,3,
/GROPT,XAXO,0,
/GROPT,YAXO,0,
/GROPT,DIVX,
/GROPT,DIVY,
/GROPT,RE VX,0
/GROPT,RE VY,0
/GROPT,L TYP,0
/XRANGE,DEFAULT
```

```
/YRANGE,DEFAULT,,1  
FINISH  
/POST26  
FILE,'analysis','rst',''  
/UI,COLL,1  
NUMVAR,200  
SOLU,191,NCMIT  
STORE,MERGE  
PLCPLX,0  
PRCPLX,1  
FILLDATA,191,,1,1  
REALVAR,191,191  
NSOL,2,2,U,Y, UY_2,  
STORE,MERGE  
XVAR,1  
PLVAR,2,
```

ANEXO G. GRÁFICOS DE ANÁLISIS ARMÓNICO ANSYS

Diagrama de fase prueba 1



Respuesta al desbalance prueba 1

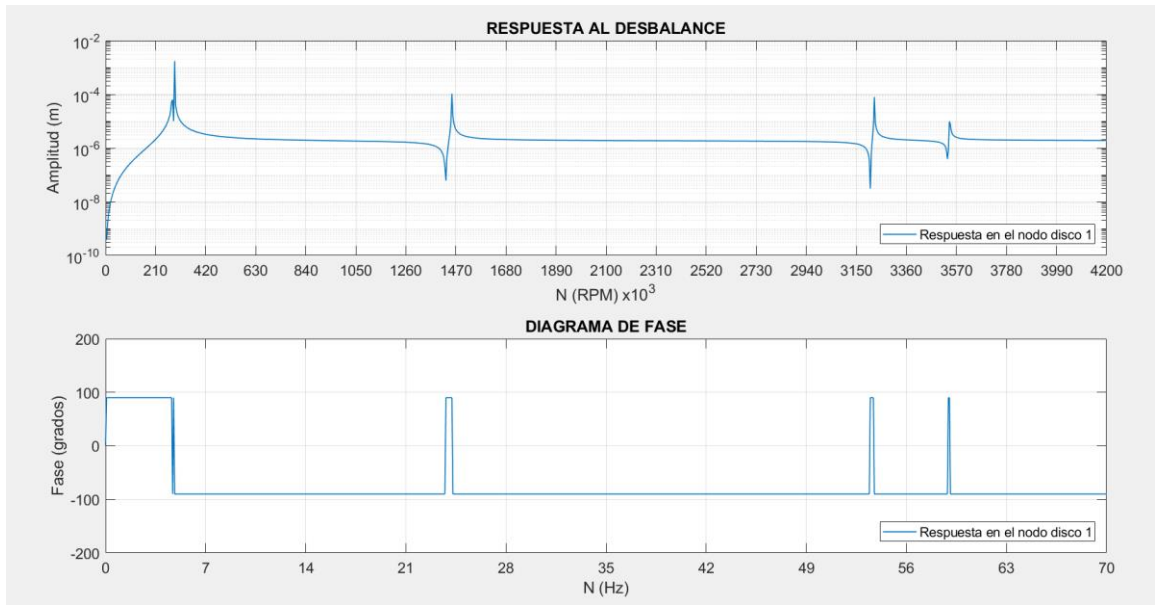
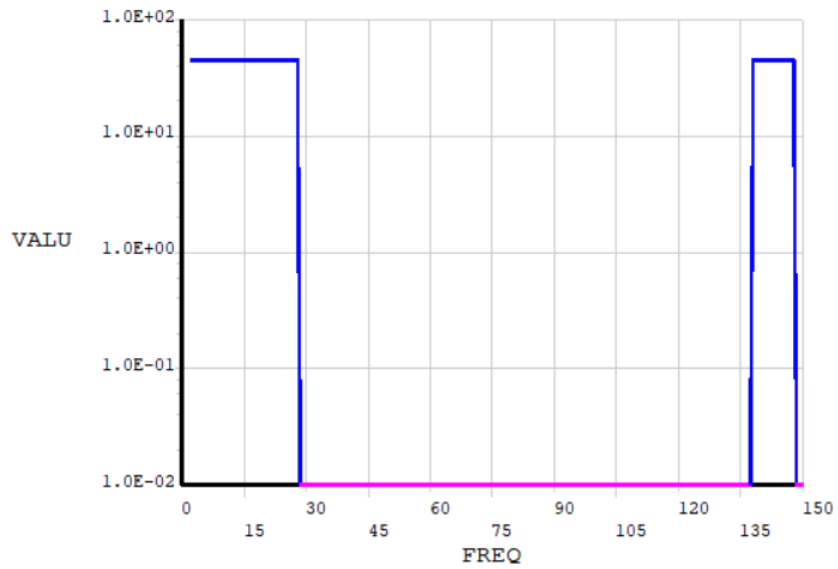
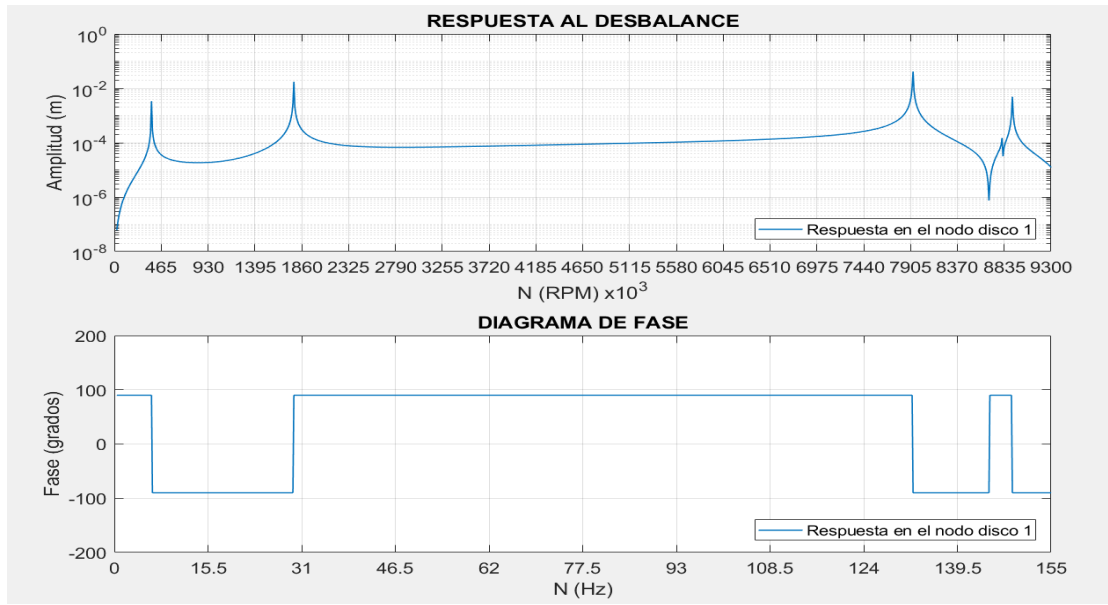


Diagrama de fase prueba 1

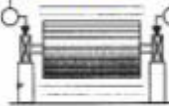


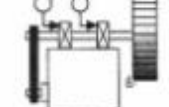

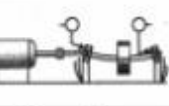
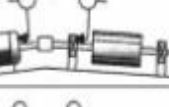
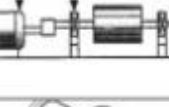



Respuesta al desbalance prueba 1



ANEXO H. CARTA DE CHARLOTTE

TABLA I - CARTA ILUSTRADA DE DIAGNOSTICO DE VIBRACIÓN

FUENTE DEL PROBLEMA	ESPECTRO TÍPICO	RELACIÓN DE FASE	OBSERVACIONES
Desbalanceo A. Desbalanceo Estático	1X RADIAL		El Desbalanceo Estático estará en fase y estable. La amplitud debido al desbalanceo aumenta por el cuadrado de la velocidad incrementada estando por debajo de la primera crítica del rotor (un incremento de velocidad de 2X = una vibración a 9X mayor). 1X RPM siempre estará presente y por lo general domina el espectro. Puede ser corregido colocando un solo peso de corrección de balanceo en un plano en el Centro de Gravedad del Rotor (CG). Una diferencia de fase aproximadamente de 0° debe existir entre las lecturas Horizontales (O&H), así como entre las Verticales (O&V). Usualmente también ocurre una diferencia de fase aproximadamente de 90° entre las lecturas de fase Horizontal y Vertical en cada rodamiento del rotor desbalanceado ($\pm 30^\circ$).
B. Desbalanceo de Par de Fuerzas	1X RADIAL		Un Desbalanceo de Par de Fuerzas resulta en un desfase de 180° del movimiento en el mismo eje. 1X RPM siempre está presente y normalmente domina el espectro. La amplitud varía por el cuadrado de la velocidad incrementada por debajo de la primera velocidad crítica del rotor. Puede causar una alta vibración axial así como radial. La corrección requiere la colocación de los pesos de balanceo en al menos 2 planos. Note que debe existir una diferencia aproximada de 180° entre las lecturas O&H así como entre las Verticales O&V. También usualmente ocurre una diferencia aproximada de 90° entre las lecturas Horizontal y vertical en cada rodamiento ($\pm 30^\circ$).
C. Desbalanceo Dinámico	1X RADIAL		El Desbalanceo Dinámico es el tipo de desbalanceo que se consigue más comúnmente y es una combinación de Desbalanceo estático y de par de fuerzas. 1X RPM domina el espectro y realmente necesita una corrección en 2 planos. Aquí la diferencia de fase Radial entre los rodamientos externos e internos puede estar en cualquier lugar del rango entre 0° y 180°. Sin embargo, la diferencia de fase Horizontal debe cuadrar usualmente con la diferencia de fase Vertical, cuando se comparan las mediciones de los rodamientos externos e internos ($\pm 30^\circ$). Si el desbalanceo predomina una diferencia de fase de 90° resulta entre las lecturas Horizontal y Vertical de cada rodamiento ($\pm 40^\circ$).
D. Desbalanceo de Rotor en Voladizo	1X AXIAL & RADIAL		El Desbalanceo de Rotor en Voladizo causa un alto 1X RPM en las direcciones Axial y Radial. Las lecturas Axiales tienden a estar en fase mientras que las lecturas de fase Radial pueden estar inestables. Sin embargo, las diferencias de fase Horizontal usualmente cuadrar con las diferencias de fase Vertical en el rotor desbalanceado ($\pm 30^\circ$). Los Rotores en Voladizo tienen desbalanceos Estáticos y de Par de Fuerzas, cada uno de los cuales requiere una corrección. Así, los pesos de corrección casi siempre tendrán que ser colocados en dos planos para contrarrestar ambos desbalanceos, el estático y el de par de fuerzas.
Rotor Excéntrico	1X FAN 1X MOTOR 1X RADIAL		La excentricidad ocurre cuando el centro de rotación está fuera de la línea de centro geométrico de una pala, engranaje, rodamiento, armadura del rotor, etc. La vibración mayor ocurre a 1X RPM del componente excentrico en una dirección a través de la línea que une el centro de ambos rotores. Comparativamente, las lecturas de fase Horizontal y verticales usualmente difieren 0° a 180° (cada una de las cuales indica el movimiento en línea recta). El intentar balancear un rotor excentrico resulta en reducir la vibración en un dirección radial pero incrementarla en la otra (dependiendo de la cantidad de excentricidad).
Eje Doblado	1X AXIAL 2X		Los problemas de Eje Doblado causan una alta vibración axial con un desfase de fase axial tendiendo a 180° en el mismo componente de la máquina. La vibración dominante ocurre normalmente a 1X si está doblado cerca del centro del eje, pero ocurre a 2X si está doblado cerca del acople. (Ser cuidadoso al tomar en cuenta la orientación del transmisor para cada medición axial si usted veifica la dirección de la prueba). Use un indicador de dial para confirmar el doblar de eje.
Desalineación A. Desalineación Angular	1X AXIAL 2X 3X		La Desalineación Angular se caracteriza por una alta vibración axial, 180° fuera de fase a través del acople típicamente tendrá una vibración axial en 1X RPM y 2X RPM. Sin embargo no es inusual que tenga 1X, 2X ó 3X dentro. Estos síntomas también pueden indicar problemas de acople. Una severa desalineación angular puede excitar muchas armónicas de 1X RPM. A diferencia de la soldadura mecánica de tipo C, estas múltiples armónicas no tienen típicamente un incremento de ruido en el piso del espectro.
B. Desalineación Paralela	1X 2X 3X RADIAL		La desalineación paralela posee síntomas de vibración similares a la angular pero muestra una alta vibración radial que se aproxima a 180° fuera de fase a través del acople. 2X es por lo regular mayor que 1X, pero su altura respecto a 1X es por lo general debida a el tipo de acople y configuración de este. Cuando cualquier desalineación, Angular o Radial, se vuelve severa, puede generar tanto picos de gran amplitud a altas armónicas (4X-10X) como también toda una serie de armónicas de alta frecuencia, similares en apariencia a la soldadura mecánica. El tipo de acople y el material influyen de gran manera a todo el espectro cuando la desalineación es severa. No presenta por lo general un incremento de ruido en el piso.
C. Desalineación de Rodamiento Inclinado Sobre el Eje	1X 2X 3X AXIAL		Un rodamiento inclinado genera una vibración Axial considerable. Puede causar un movimiento torsional con un cambio de fase aproximado de 180° de arriba a abajo y lo de lado a lado cuando se mide en dirección Axial de la misma carcasa del rodamiento. Intente de alinear el acople o balancear el rotor no aliviana el problema. Es necesario remover el cojinete e instalarlo correctamente.

Fuente: Ademinsa Colombia S.A.S.

ANEXO I. IMÁGENES ANÁLISIS MODAL EXPERIMENTAL

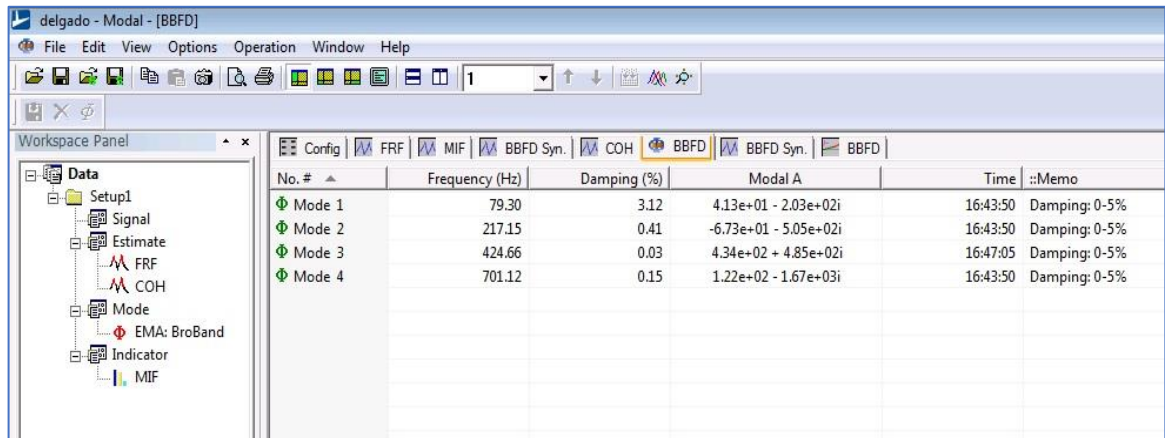
Montaje del rotor en las bandas elásticas



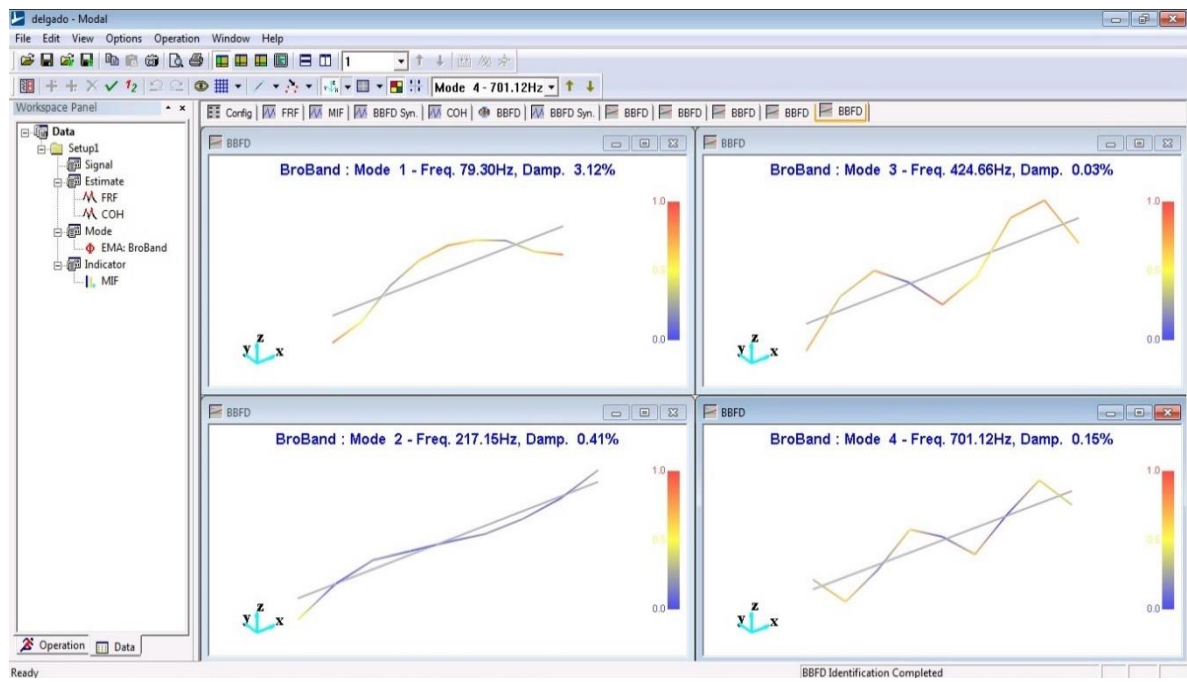
Posición del acelerómetro en el rotor



Resultados EMA prueba 1



Formas modales extraídas del EMA prueba 1



X

Resultados EMA prueba 2

delgado - Modal - [BBFD]

File Edit View Options Operation Window Help

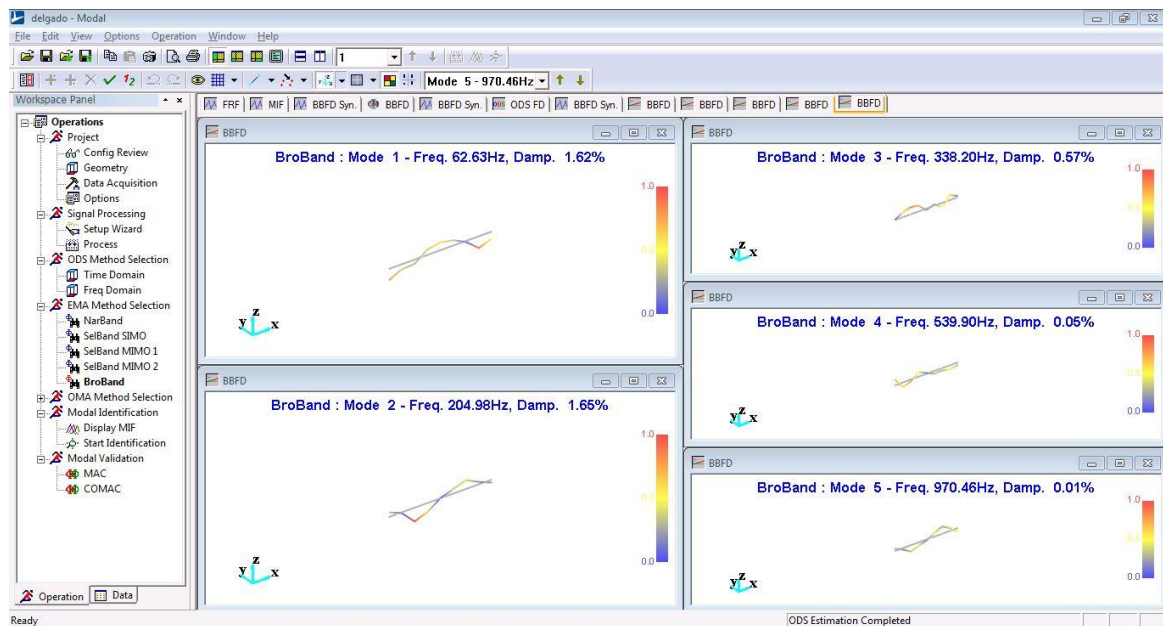
Workspace Panel

Operations

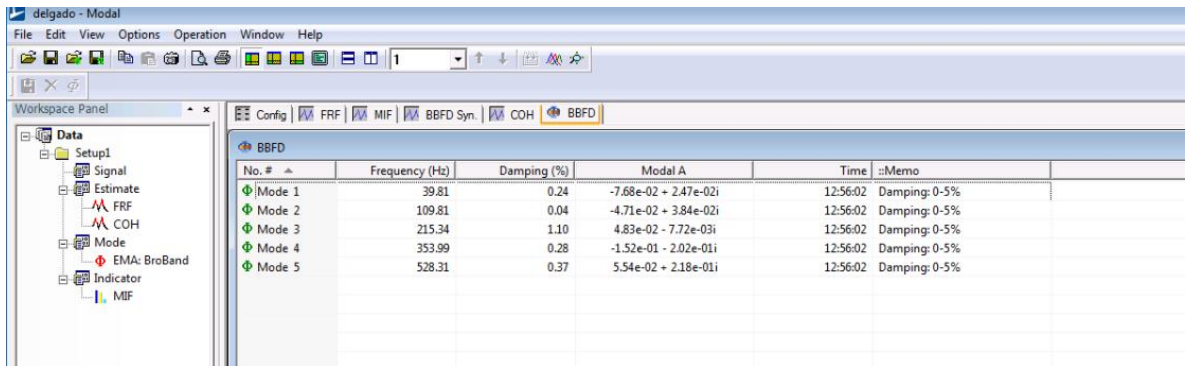
- Project
 - Config Review
 - Geometry
 - Data Acquisition
 - Options
 - Signal Processing
 - Setup Wizard
 - Process
 - ODS Method Selection
 - Time Domain
 - Freq Domain
 - EMA Method Selection
 - NarBand
 - SelBand SIMO
 - SelBand MIMO 1
 - SelBand MIMO 2
 - BroBand
 - OMA Method Selection
 - Modal Identification
 - Display MIF
 - Start Identification
 - Modal Validation
 - MAC
 - COMAC

No. #	Frequency (Hz)	Damping (%)	Modal A	Time	::Memo
Mode 1	62.63	1.62	3.78e-01 - 1.61e-01i	17:34:57	Damping: 0-5%
Mode 2	204.98	1.65	5.41e-02 + 2.37e-01i	17:34:57	Damping: 0-5%
Mode 3	338.20	0.57	-2.29e-01 - 2.63e-01i	17:34:57	Damping: 0-5%
Mode 4	539.90	0.05	-5.11e+00 + 8.09e+00i	17:34:57	Damping: 0-5%
Mode 5	970.46	0.01	1.68e-03 + 5.35e-02i	17:31:30	Damping: 0-5%
Mode 6	970.46	0.01	-1.58e-03 - 5.33e-02i	17:31:30	Damping: 0-5%
Mode 7	981.54	0.02	-4.59e+00 + 1.20e+01i	17:34:57	Damping: 0-5%

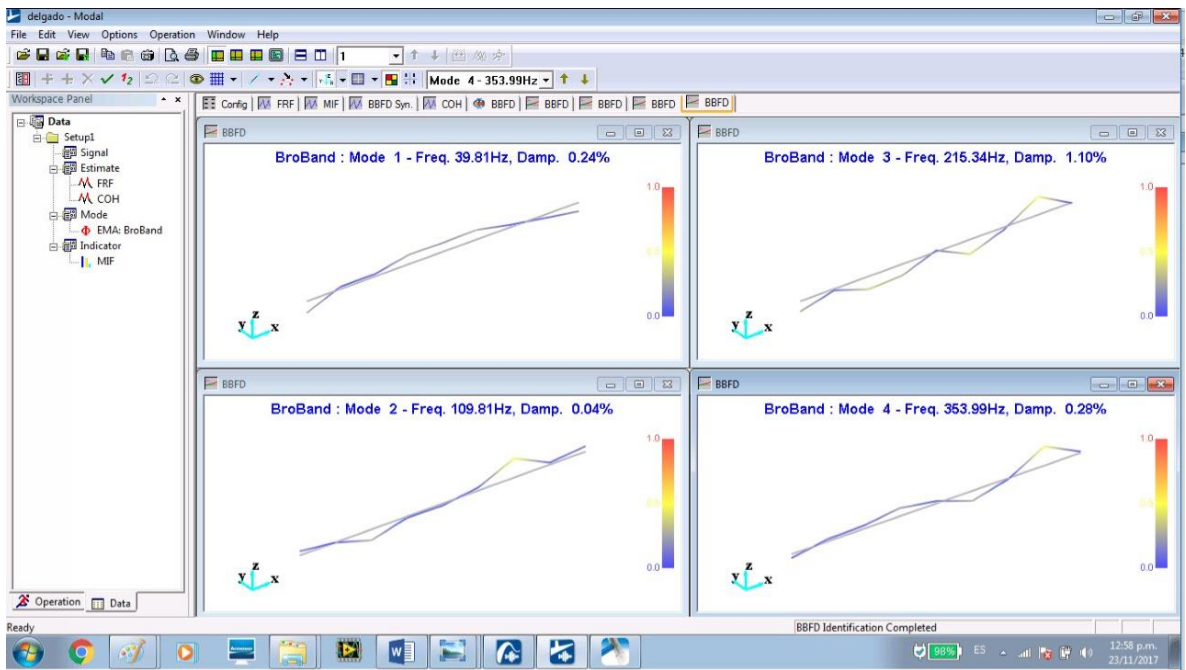
Formas modales extraídas del EMA prueba 2



Resultados EMA prueba 3



Formas modales extraídas del EMA prueba 3



ANEXO J. EQUIPOS PARA LA ADQUISICIÓN DE DATOS

Excitador dinámico *Hammer*



Por medio del analizador de vibraciones OROS 35* se obtuvo el *recorder* de los datos obtenidos por los acelerómetros uniaxiales** en cada uno de los soportes.

Analizador de vibraciones oros or35



* Sistema de adquisición y análisis de señales de vibraciones mecánicas analizador OR35 con 8 canales FFT S/N 902581.

** Acelerómetros uniaxiales sensibilidad 100,71 mV/g y 99,44 mV/g.

Acelerómetro ubicado en el soporte 2

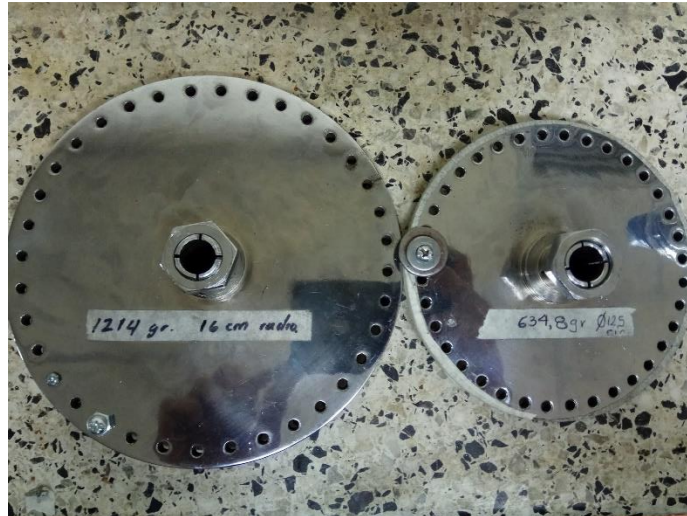


Acelerómetro ubicado en el soporte 1



ANEXO K. COMPONENTES UTILIZADOS

Discos



Juego de ejes



Datos técnicos nominales del motor eléctrico

Velocidad 3600 rpm, 2 polos, 60 Hz															
Código	Tipo	Frame IEC Tamaño	Potencia		F.S.	In		Eficiencia η %	Factor de potencia $\cos \phi$	Velocidad nominal rpm	Torque nominal Nm	Torque de arranque Tarr / Tn	Cte. de arranque Iarr / In	Momento de inercia kg m ²	Peso kg
			HP	kW		220V A	440V A								
25000001083	1LA7 070-2YA60	71M	0,75	0,56	1,15	2,40	1,20	79	0,79	3430	1,56	2,7	6	0,00035	4,3

Fuente: Motores trifásicos Siemens

Especificaciones técnicas variador de frecuencia Sinamics V20

Componente	Potencia nominal de salida	Corriente nominal de entrada	Corriente nominal de salida	Corriente de salida a 480 V a 4 kHz/40 °C	Referencia	
					No filtrado	Filtrado
Tamaño de bastidor A (sin ventilador)	0,37 kW	1,7 A	1,3 A	1,3 A	6SL3210-5BE13-7UV0	6SL3210-5BE13-7CV0
	0,55 kW	2,1 A	1,7 A	1,6 A	6SL3210-5BE15-5UV0	6SL3210-5BE15-5CV0
	0,75 kW	2,6 A	2,2 A	2,2 A	6SL3210-5BE17-5UV0	6SL3210-5BE17-5CV0
	0,75 kW ¹⁾	2,6 A	2,2 A	2,2 A	-	6SL3216-5BE17-5CV0

Fuente: Catálogo Siemens Sinamics V20

ANEXO L. PRUEBA DE VELOCIDAD

Prueba de velocidad a 60 Hz o 3600 rpm



Prueba de velocidad a 57 Hz o 3420 rpm



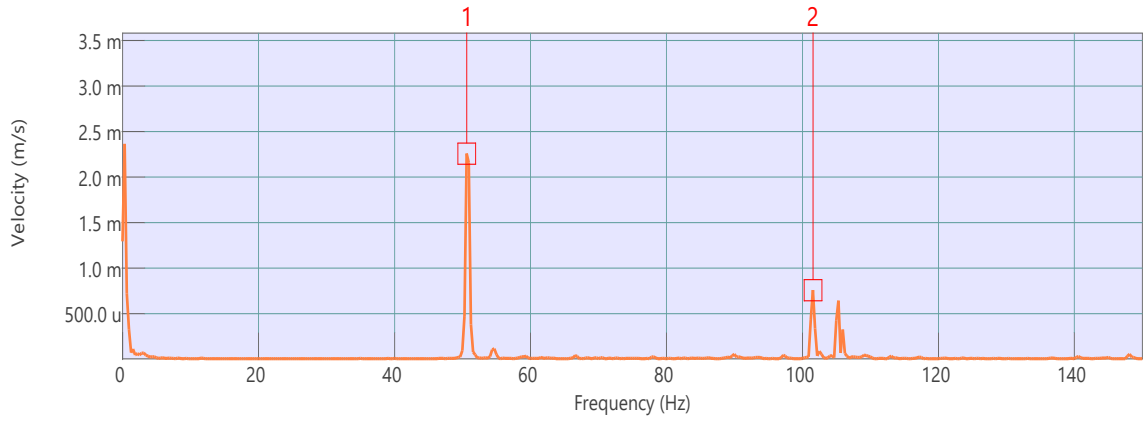
ANEXO M. PUESTA A PUNTO

Tabla. Orientación para grados de calidad de equilibrio para rotores en un estado constante según la norma ISO 1940

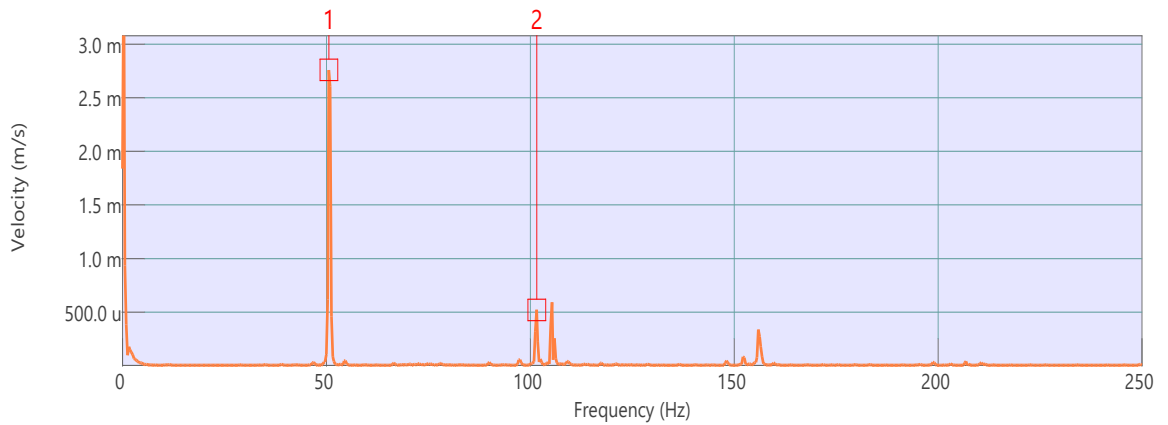
Machinery types: General examples	Balance quality grade G	Magnitude $\epsilon_{\text{per}} \cdot \Omega$ mm/s
Crankshaft drives for large slow marine diesel engines (piston speed below 9 m/s), inherently unbalanced	G 4000	4 000
Crankshaft drives for large slow marine diesel engines (piston speed below 9 m/s), inherently balanced	G 1600	1 600
Crankshaft drives, inherently unbalanced, elastically mounted	G 630	630
Crankshaft drives, inherently unbalanced, rigidly mounted	G 250	250
Complete reciprocating engines for cars, trucks and locomotives	G 100	100
Cars: wheels, wheel rims, wheel sets, drive shafts Crankshaft drives, inherently balanced, elastically mounted	G 40	40
Agricultural machinery Crankshaft drives, inherently balanced, rigidly mounted Crushing machines Drive shafts (cardan shafts, propeller shafts)	G 16	16
Aircraft gas turbines Centrifuges (separators, decanters) Electric motors and generators (of at least 80 mm shaft height), of maximum rated speeds up to 950 r/min Electric motors of shaft heights smaller than 80 mm Fans Gears Machinery, general Machine-tools Paper machines Process plant machines Pumps Turbo-chargers Water turbines	G 6,3	6,3
Compressors Computer drives Electric motors and generators (of at least 80 mm shaft height), of maximum rated speeds above 950 r/min Gas turbines and steam turbines Machine-tool drives Textile machines	G 2,5	2,5
Audio and video drives Grinding machine drives	G 1	1
Gyroscopes Spindles and drives of high-precision systems	G 0,4	0,4

PRUEBA 2

Espectro de frecuencia obtenida de la prueba 2 sin masas de desbalance

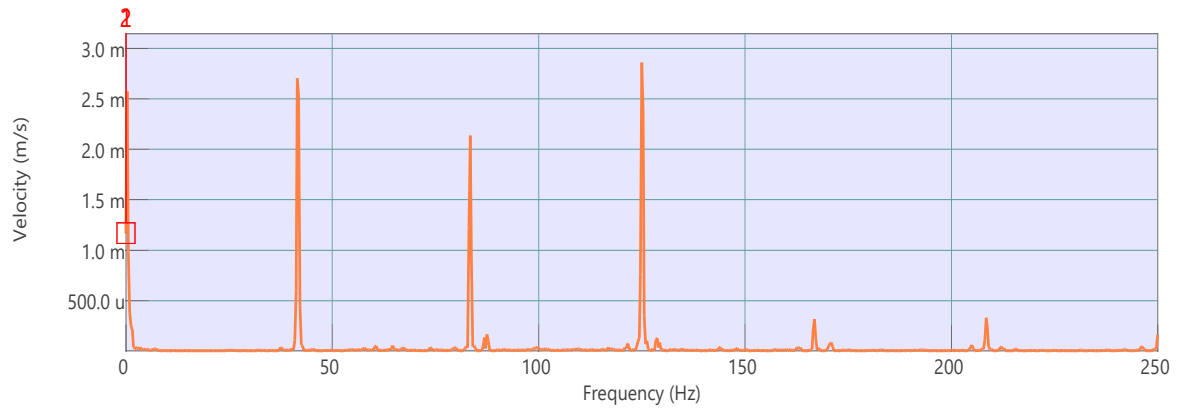


Espectro de frecuencia obtenida de la prueba 2 con masas de desbalance

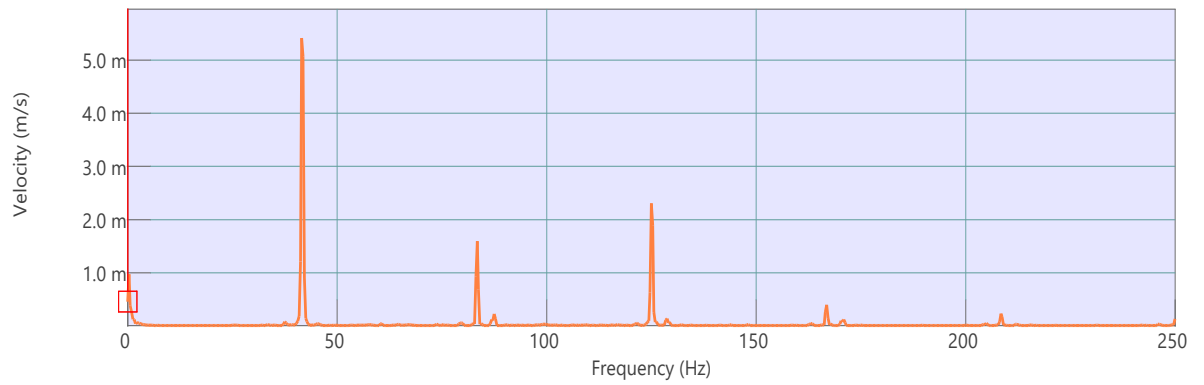


PRUEBA 3

Espectro de frecuencia obtenida de la prueba 3 sin masas de desbalance

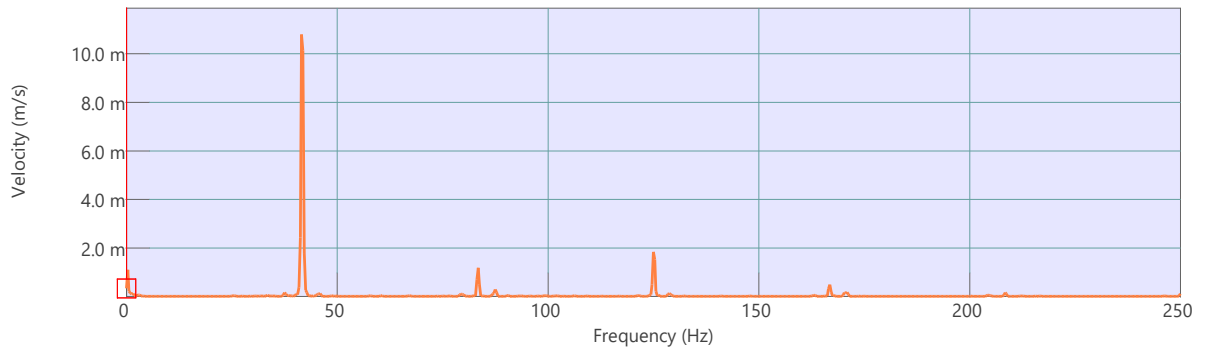


Espectro de frecuencia obtenida de la prueba 3 con masas de desbalance



PRUEBA 4

Gráfica. Espectro de frecuencia obtenida de la prueba 4 sin masas de desbalance



ANEXO N. PRUEBAS

Instalación de los equipos de adquisición de datos.



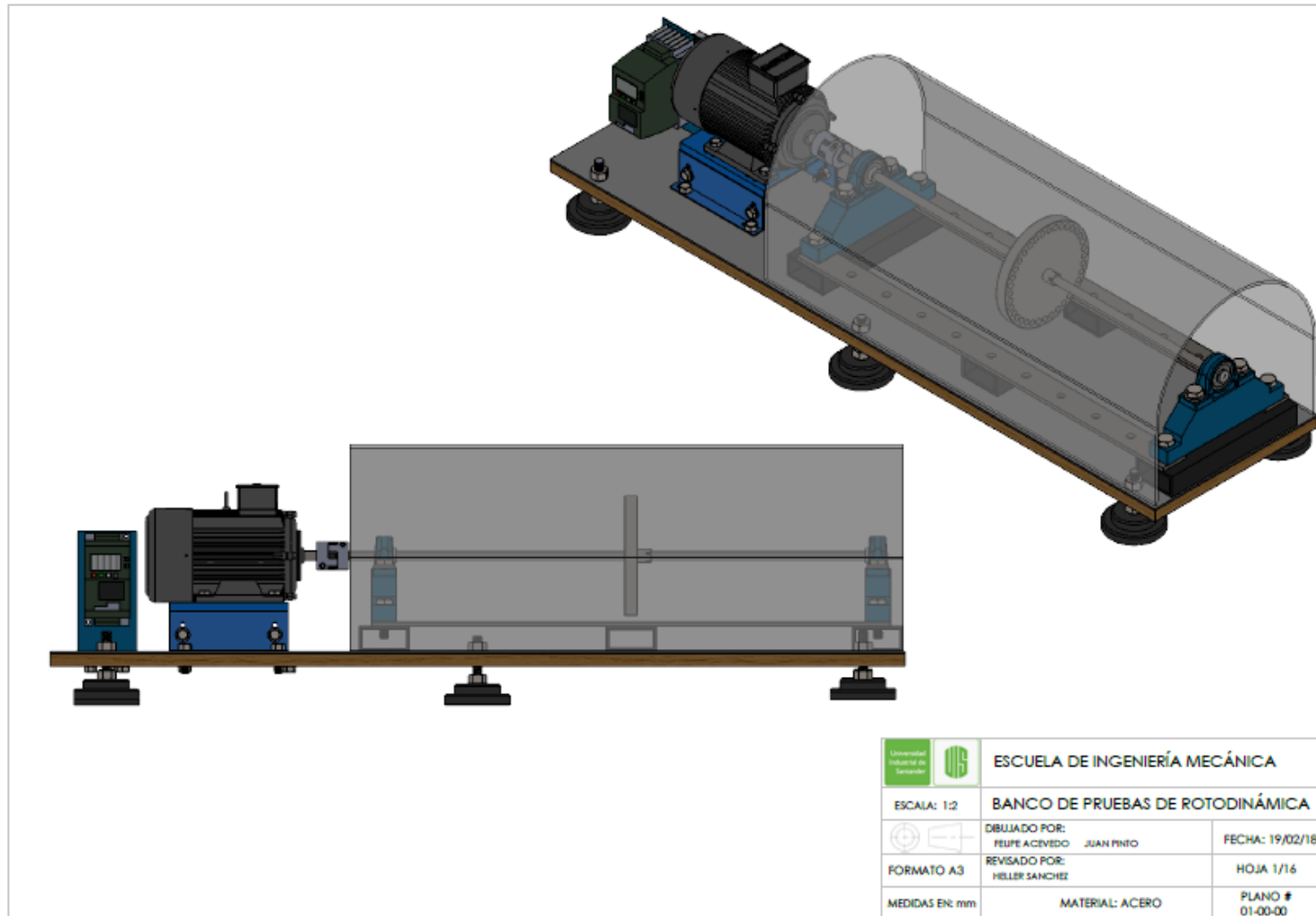
Banco de pruebas con acelerómetros configuración 3






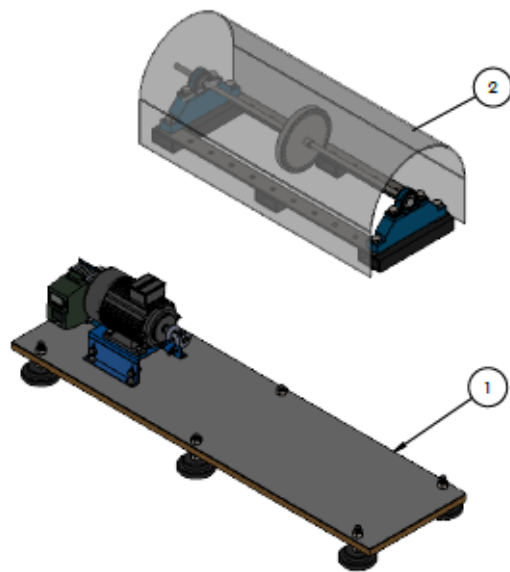
Banco de pruebas con acelerómetros configuración 4






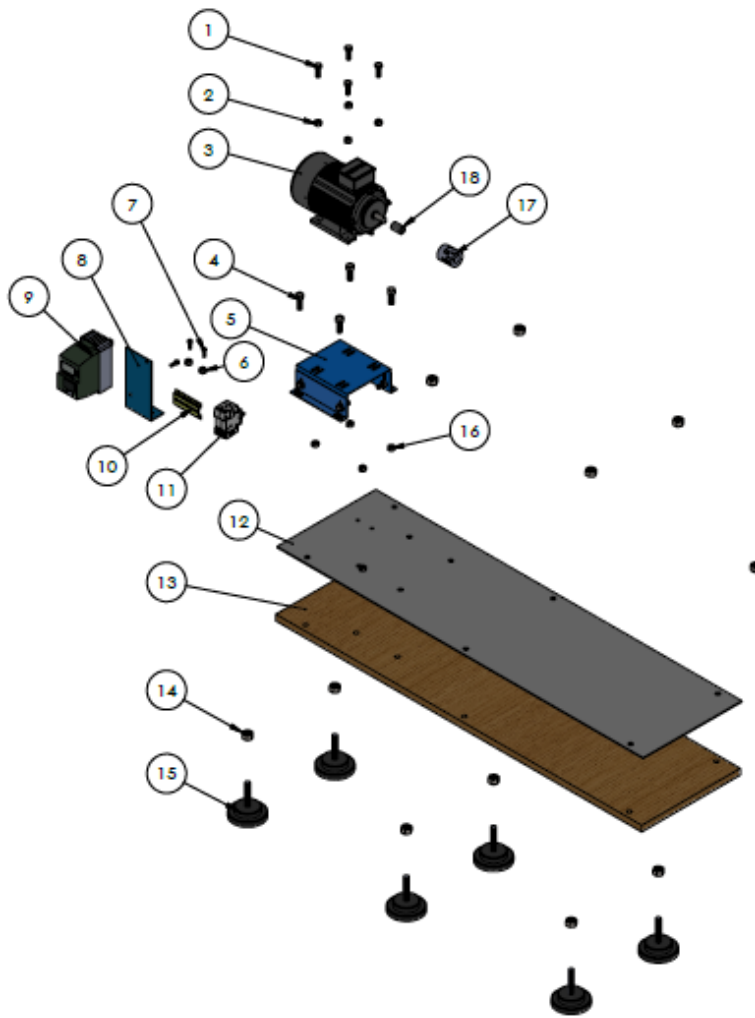
ANEXO O. PLANOS DEL BANCO DE ROTODINÁMICA





 	ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA	
ESCALA: 1:2	BANCO DE PRUEBAS DE ROTODINÁMICA	
	DIBUJADO POR: FELIPE ACEVEDO JUAN PINTO	FECHA: 19/02/18
FORMATO A3	REVISADO POR: HELLER SANCHEZ	HOJA 1/16
MEDIDAS EN: mm	MATERIAL: ACERO	PLANO # 01-00-00

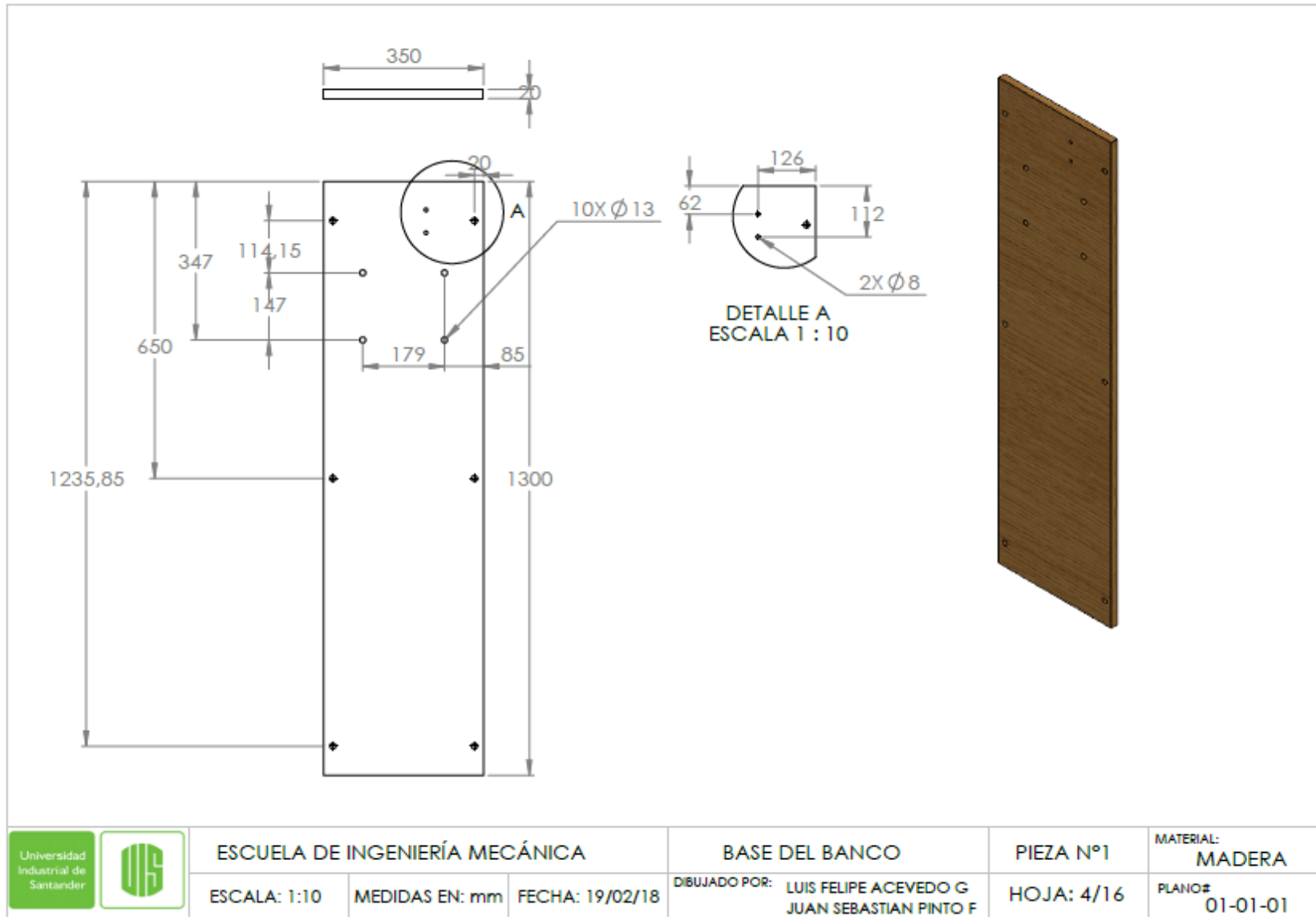


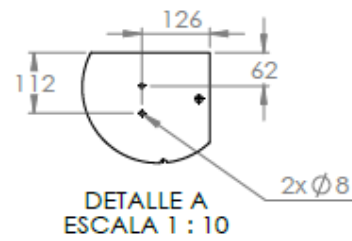
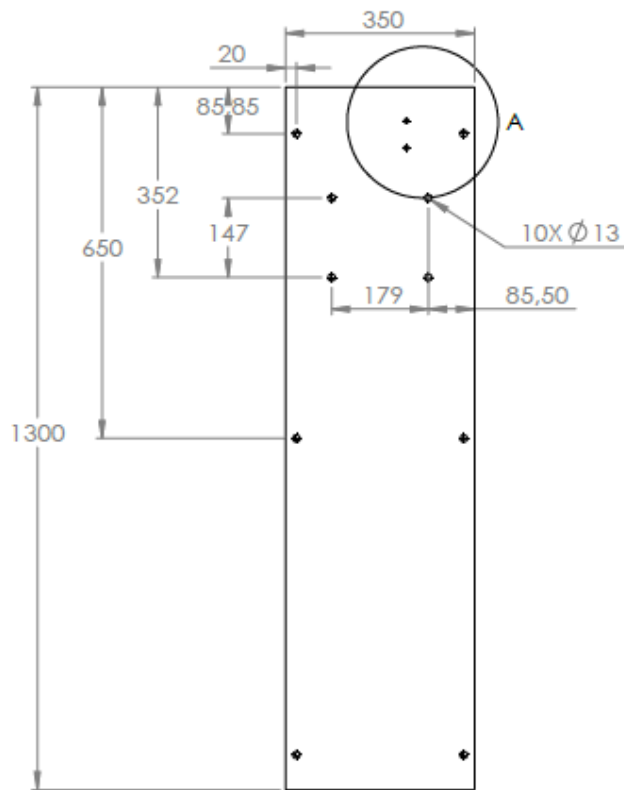
2	CONJUNTO ROTOJEFF	1	MATERIAL
1	CONJUNTO BASE MOTOR	1	MATERIAL
N°	NOMBRE	CANT	MATERIAL
 		ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA	
ESCALA: 1:2	BANCO DE PRUEBAS DE ROTODINÁMICA		
	DIBUJADO POR: FELIPE ACEVEDO JUAN PINTO	FECHA: 19/02/18	
FORMATO A3	REVISADO POR: HELLER SANCHEZ	HOJA 2/16	
MEDIDAS EN: mm	MATERIAL: ACERO	PLANO # 01-00-00	





18	BUJE	1	ACERO
17	ACOPLE FLEXIBLE	1	MATERIAL
16	TUERCA 1/2"		ACERO GALVANIZADO
15	BASE NIVELADORA	6	MATERIAL
14	TUERCA 1/2"	8	ACERO GALVANIZADO
13	BASE MADERA	1	MADERA AGLOMERADA
12	BASE ACERO	1	ACERO A35
11	BREAKER 2 POLOS	2	MATERIAL
10	RIEL OMEGA	1	MATERIAL
9	VARIADOR DE FRECUENCIA	1	MATERIAL
8	SOPORTE VARIADOR	1	MATERIAL
7	TORNILLO 1/4"	3	ACERO GALVANIZADO
6	TUERCA 1/4"	1	ACERO GALVANIZADO
5	BASE DEL MOTOR	1	ACERO GALVANIZADO
4	TORNILLO 1/2"	1	ACERO GALVANIZADO
3	MOTOR ELÉCTRICO	1	MATERIAL
2	TUERCA 3/8"	4	ACERO GALVANIZADO
1	TORNILLO 3/8"	4	ACERO GALVANIZADO
Nº	NOMBRE	CANT	MATERIAL

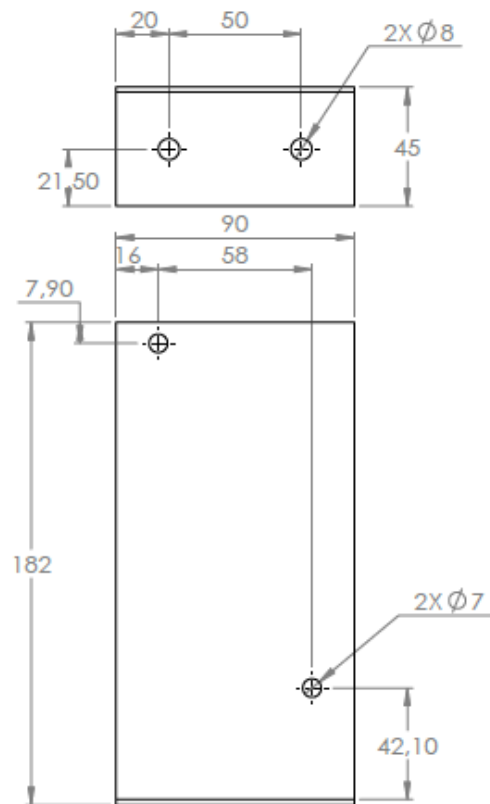
 ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA			
ESCALA: 1:2		CONJUNTO BASE MOTOR	
 DIBUJADO POR: FEUPE ACEVEDO		JUAN PINTO	FECHA: 19/02/18
FORMATO A3 REVISADO POR: HELLER SANCHEZ		HOJA 3/16	
MEDIDAS EN: mm		MATERIAL: ACERO	
		PLANO # 01/01/00	







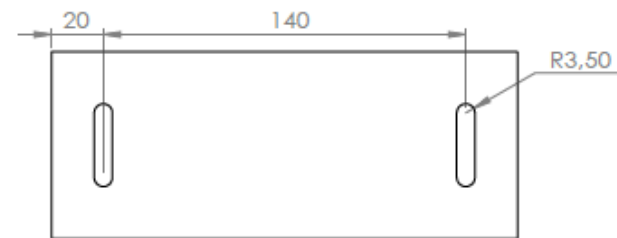
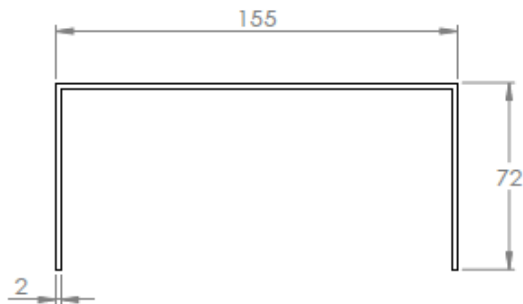
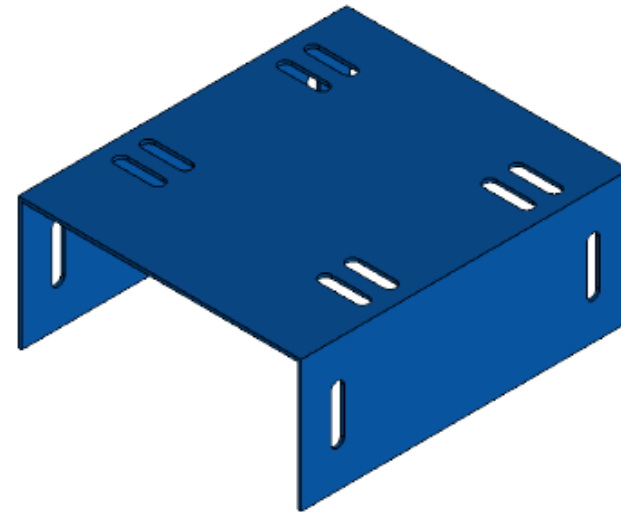
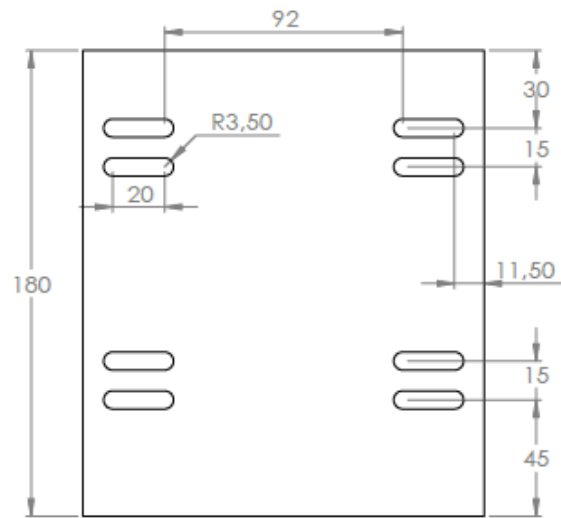
NOTA: Lámina de acero calibre 11



		ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA			BASE DE ACERO	PIEZA Nº 2	MATERIAL: ACERO
		ESCALA: 1:10	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 19/02/18	DIBUJADO POR: LUIS FELIPE ACEVEDO JUAN SEBASTIAN PINTO	HOJA: 5/16	PLANO# 01-01-02

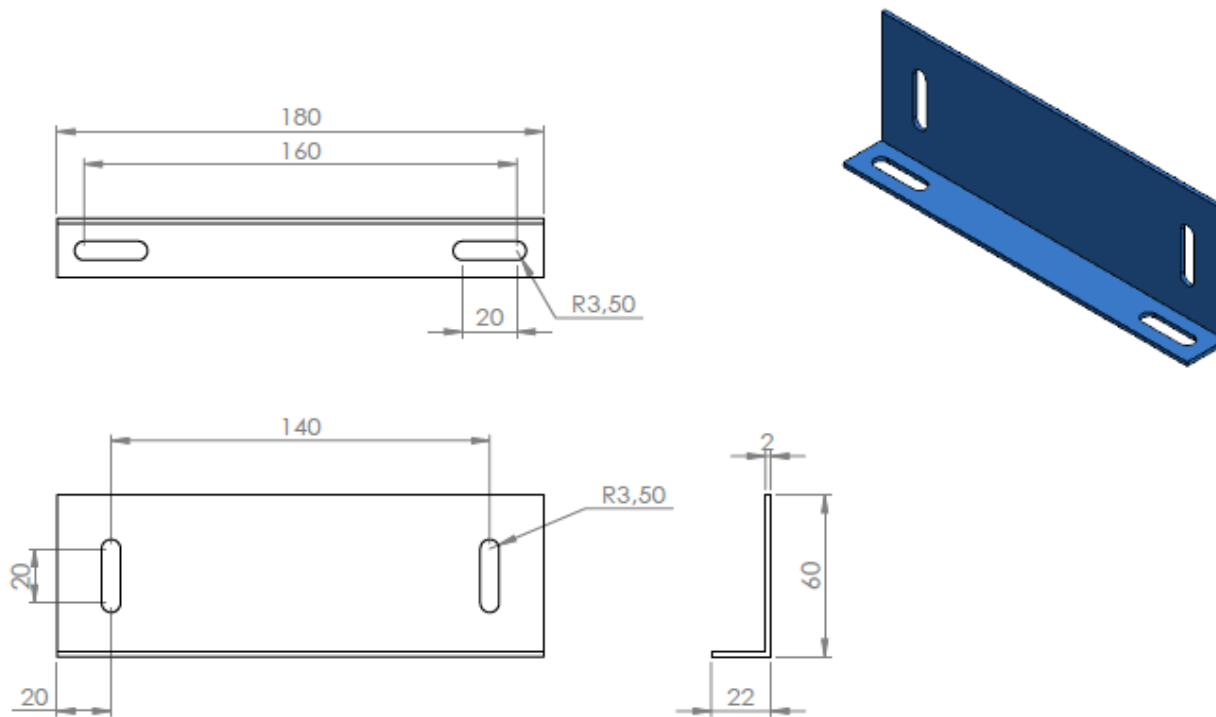



NOTA: Lámina de acero calibre 14

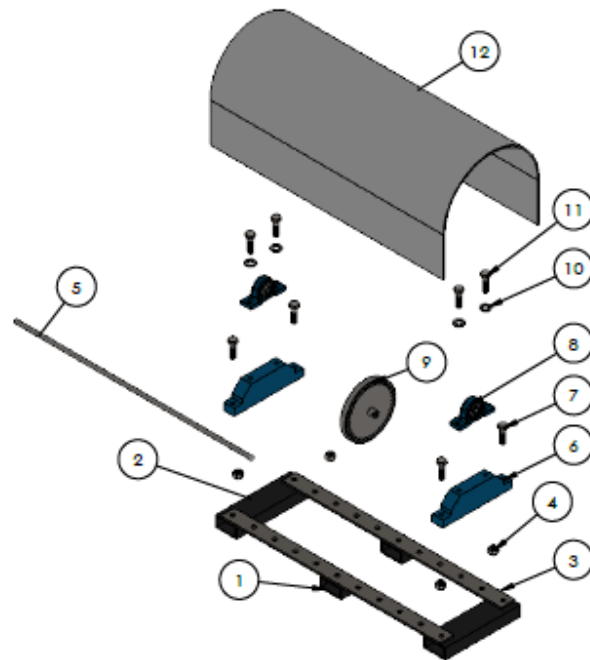
		ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA		SOPORTE VARIADOR DE FRECUENCIA	PIEZA N°6	MATERIAL: ACERO GALVANIZADO
		ESCALA: 1:2	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 19/02/18	DIBUJADO POR: LUIS FELIPE ACEVEDO G JUAN SEBASTIAN PINTO F	HOJA: 6/16



		ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA			BASE DEL MOTOR	PIEZA N° 5	MATERIAL: ACERO GALVANIZADO
		ESCALA: 1:2	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 19/02/18	DIBUJADO POR: LUIS FELIPE ACEVEDO G JUAN SEBASTIAN PINTO F	HOJA: 7/16	PLANO# 01-01-05



		ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA			BASE DEL MOTOR	PIEZA N° 4	MATERIAL: ACERO GALVANIZADO
		ESCALA: 1:2	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 19/02/18	DIBUJADO POR: LUIS FELIPE ACEVEDO G JUAN SEBASTIAN PINTO F	HOJA: 8/16	PLANO# 01-01-04



12	CUBIERTA PROTECTORA	1	ACRÍLICO
11	TORNILLO 1/2"	4	ACERO GALVANIZADO
10	ARANDELA 1/2"	4	ACERO GALVANIZADO
9	DISCO	1	ACERO
8	CHUMACERA 1/2"	2	MATERIAL
7	TORNILLO 1/2"	4	ACERO GALVANIZADO
6	SOPORTES RODAMIENTOS	2	ACERO A35
5	EJE	1	ACERO 1020
4	TUERCA	4	ACERO GALVANIZADO
3	RIEL	2	ACERO
2	PERFIL 2	2	ACERO
1	PERFIL 1	2	ACERO
Nº	NOMBRE	CANT	MATERIAL



ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

ESCALA: 1:2

CONJUNTO ROTOJEFF



DIBUJADO POR:
FELIPE ACEVEDO JUAN PINO

FECHA: 19/02/18

FORMATO A3

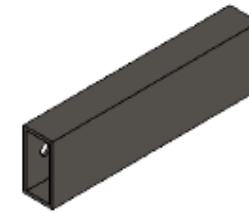
REVISADO POR:
HELLER SANCHEZ

HOJA 9/16

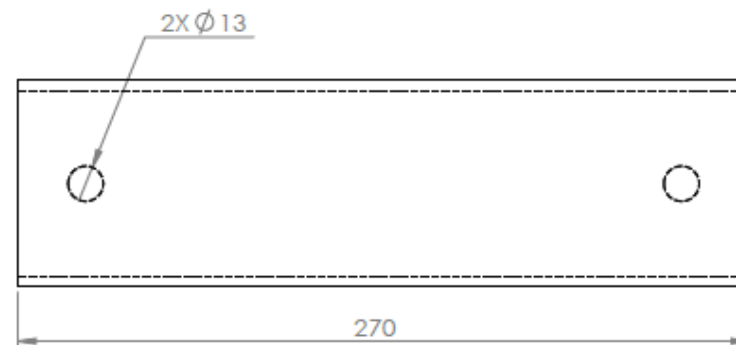
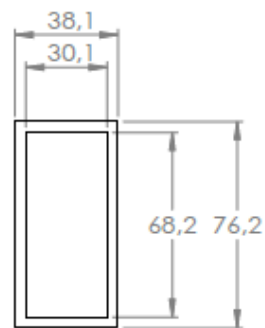
MEDIDAS EN: mm



MATERIAL: ACERO

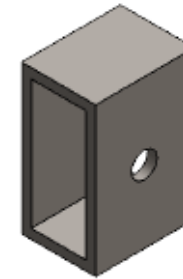
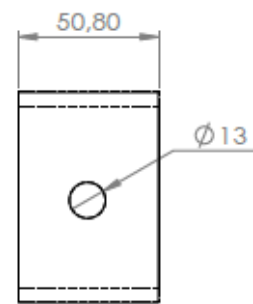
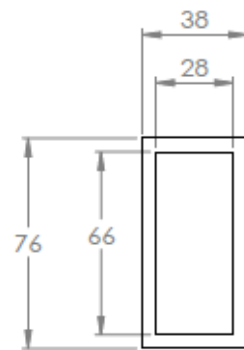
PLANO #
01-01-00





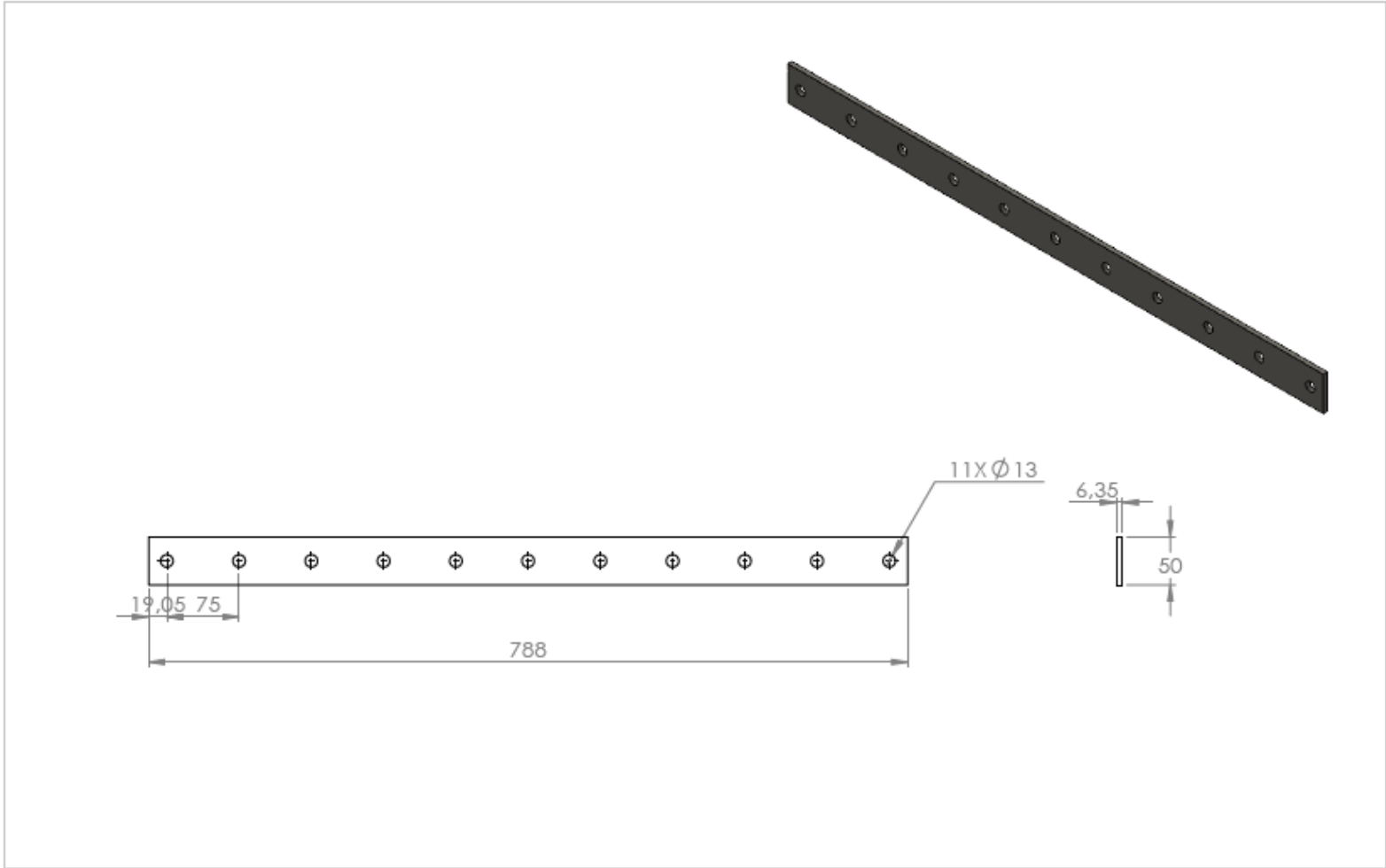
ESCALA 1:5



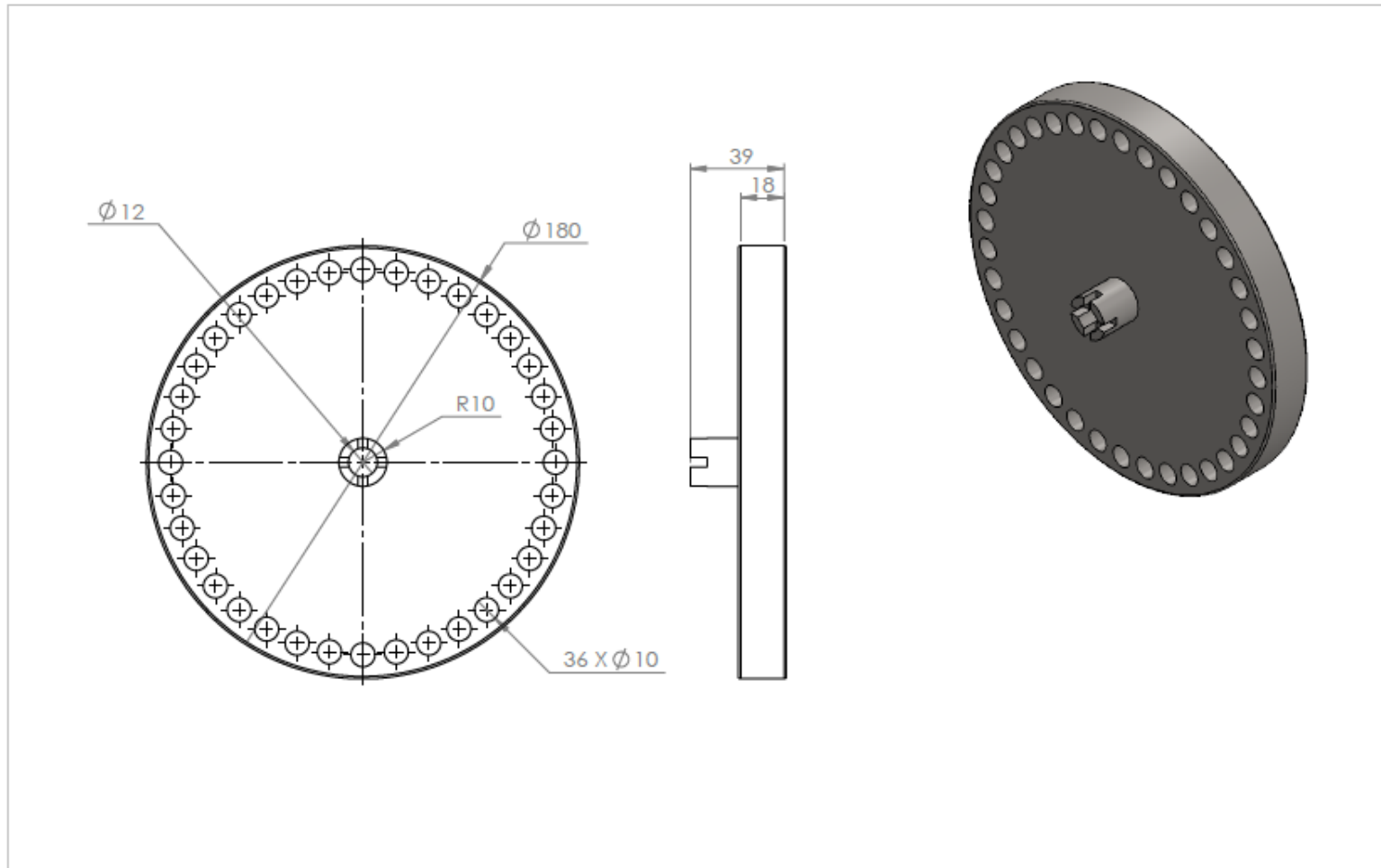
		ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA			PERFIL	PIEZA Nº 1	MATERIAL: ACERO GALVANIZADO
		ESCALA: 1:2	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 19/02/18	DIBUJADO POR: LUIS FELIPE ACEVEDO G JUAN SEBASTIAN PINTO F	HOJA: 10/16	PLANO# 01-02-01




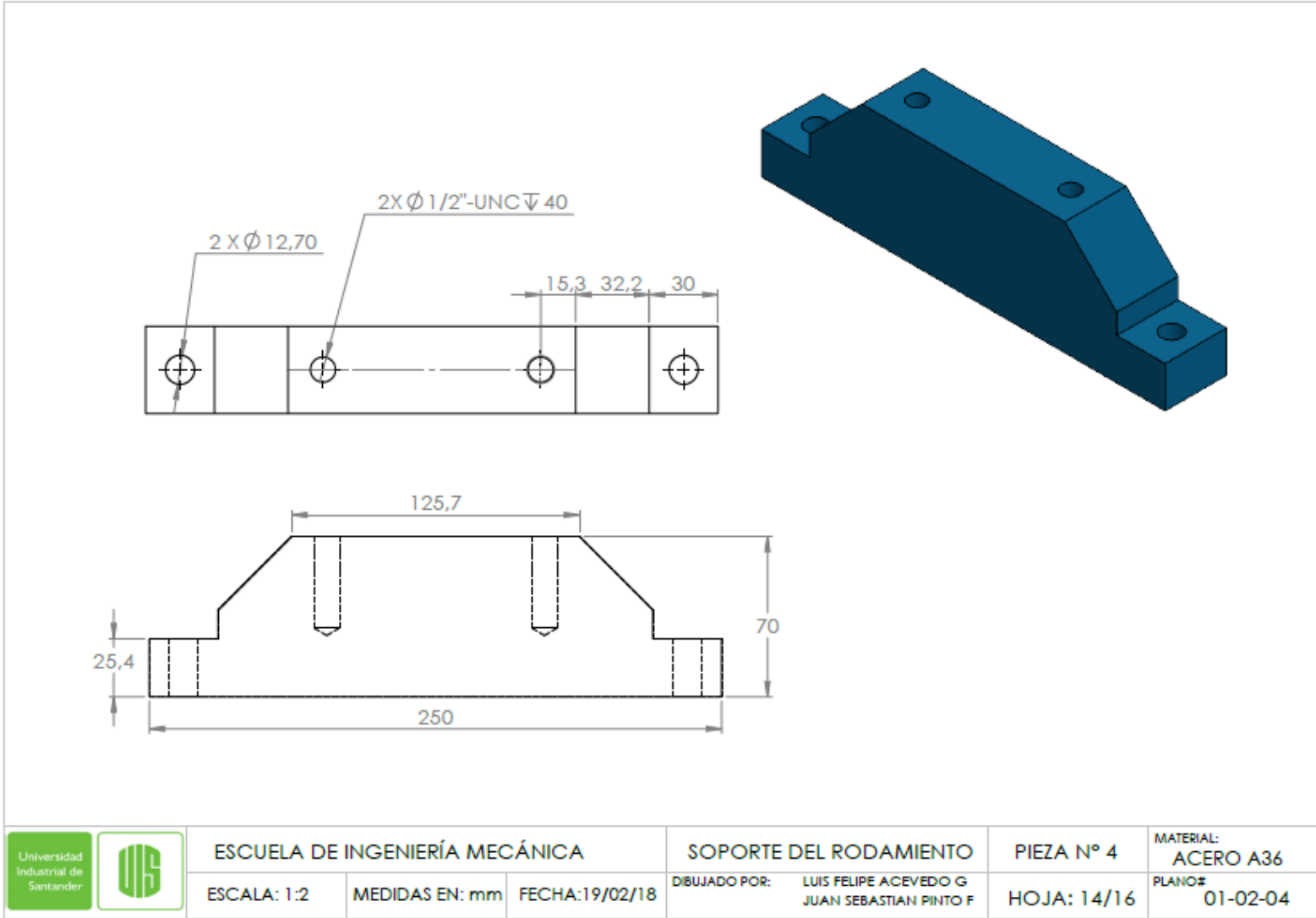
				ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA	PERFIL MEDIO	PIEZA N° 2	MATERIAL: ACERO GALVANIZADO
	ESCALA: 1:2	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 19/02/18	DIBUJADO POR: LUIS FELIPE ACEVEDO G JUAN SEBASTIAN PINTO F	HOJA: 11/16	PLANO# 01-02-02	

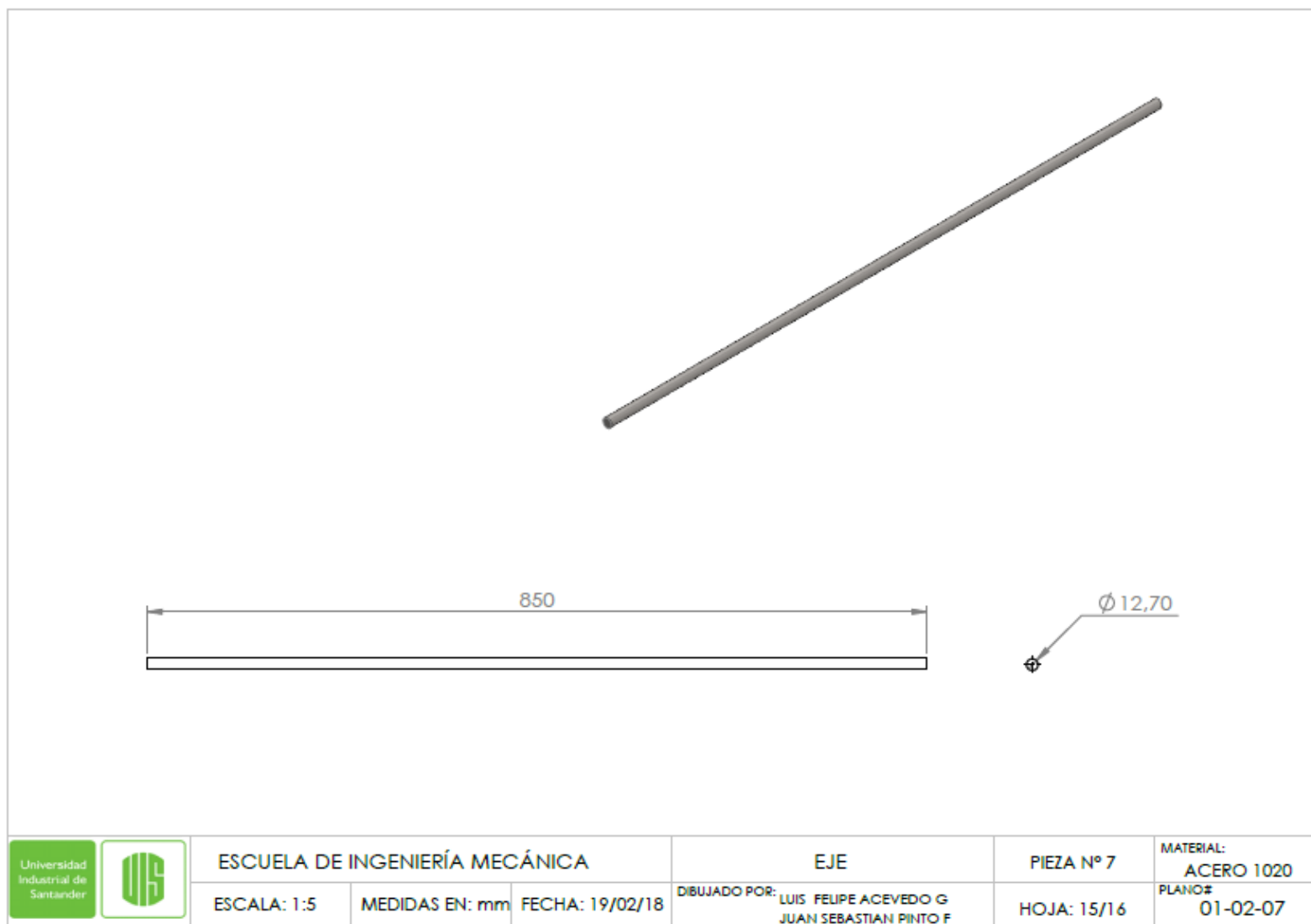




	ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA			RIEL	PIEZA N° 3	MATERIAL: ACERO A36
	ESCALA: 1:5	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 19/02/18	DIBUJADO POR: LUIS FELIPE ACEVEDO G JUAN SEBASTIAN PINTO F	HOJA: 12/16	PLANO# 01-02-03

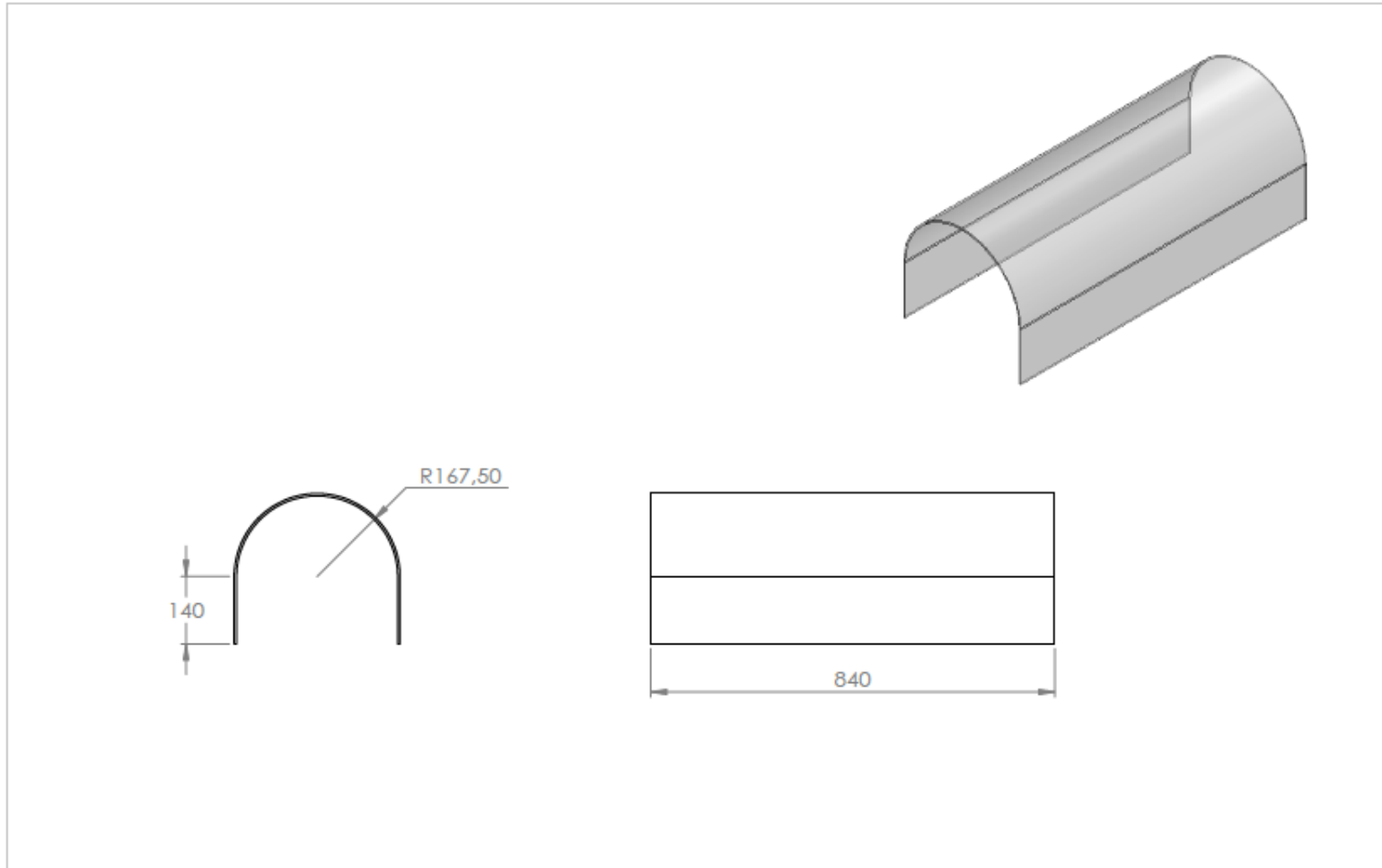




	ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA			DISCO DE DESBALANCE	PIEZA Nº 5	MATERIAL: ACERO SAE 1020
	ESCALA: 1:2	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 19/02/18	DIBUJADO POR: LUIS FELIPE ACEVEDO G JUAN SEBASTIAN PINTO F	HOJA: 13/16	PLANO# 01-02-05





				EJE	PIEZA N° 7	MATERIAL: ACERO 1020
	ESCALA: 1:5	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 19/02/18	DIBUJADO POR: LUIS FELIPE ACEVEDO G JUAN SEBASTIAN PINTO F	HOJA: 15/16	PLANO# 01-02-07



		ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA			CUBIERTA PROTECTORA	PIEZA Nº 6	MATERIAL: ACRÍLICO
		ESCALA: 1:10	MEDIDAS EN: mm	FECHA: 19/02/18	DIBUJADO POR: LUIS FELIPE ACEVEDO G JUAN SEBASTIAN PINTO F	HOJA: 16/16	PLANO# 01-02-06

ANEXO P. CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS DEL VARIADOR DE FRECUENCIA SINAMICS V20

Parámetro	Función	Configuración
P0003	Nivel de acceso de usuario	= 3 (nivel de acceso experto)
P0010	Parámetro de puesta en marcha	= 1 (puesta en marcha rápida)
P0100	Selección de 50/60 Hz	Establecer un valor, si es necesario: =0: Europa [kW], 50 Hz (valor predeterminado de fábrica) =1: Norteamérica [hp], 60 Hz =2: Norteamérica [kW], 60 Hz
P0304[0] •	Tensión nominal del motor [V]	Rango: De 10 a 2000 Nota: La entrada de los datos de la placa de características tiene que corresponder con el cableado del motor (en estrella/triángulo).

Parámetro	Función	Configuración
P0305[0] •	Corriente nominal del motor [A]	Rango: De 0,01 a 10000 Nota: La entrada de los datos de la placa de características tiene que corresponder con el cableado del motor (en estrella/triángulo).
P0307[0] •	Potencia nominal del motor [kW/hp]	Rango: De 0,01 a 2000,0 Nota: Si P0100 = 0 o 2, unidad de potencia del motor = [kW] Si P0100 = 1, unidad de potencia del motor = [hp]
P0308[0] •	Factor de potencia nominal del motor (cosφ)	Rango: De 0,000 a 1,000 Nota: Este parámetro es visible solamente cuando P0100 = 0 o 2.
P0309[0] •	Eficiencia nominal del motor [%]	Rango: De 0,0 a 99,9 Nota: Visible solamente cuando P0100 = 1 El ajuste 0 produce el cálculo interno del valor.
P0310[0] •	Frecuencia nominal del motor [Hz]	Rango: De 12,00 a 599,00
P0311[0] •	Velocidad nominal del motor [RPM]	Rango: De 0 a 40000
P0335[0]	Refrigeración del motor	Establecer según el método real de refrigeración del motor: = 0: Ventilación natural (ajuste predeterminado de fábrica) = 1: Ventilación forzada = 2: Ventilación natural y ventilador interno = 3: Ventilación forzada y ventilador interno
P0640[0]	Factor de sobrecarga del motor [%]	Rango: De 10.0 a 400.0 (ajuste predeterminado de fábrica: 150.0) Nota: El parámetro define el límite de corriente de sobrecarga del motor en relación con P0305 (corriente nominal del motor).

P0700[0]	Selección de la fuente de señales de mando	= 0: Ajuste predeterminado de fábrica = 1: Panel de mando (ajuste predeterminado de fábrica) = 2: Borne = 5: USS/MODBUS por RS485
P1000[0]	Selección de consigna de frecuencia	Rango: De 0 a 77 (ajuste predeterminado de fábrica: 1) = 0: Sin consigna principal = 1: Consigna MOP = 2: Consigna analógica = 3: Frecuencia fija = 5: USS por RS485 = 7: Consigna analógica 2 Para ver ajustes adicionales, véase el capítulo "Lista de parámetros (Página 137)".

Parámetro	Función	Configuración
P1080[0]	Frecuencia mínima [Hz]	Rango: De 0,00 a 599,00 (ajuste predeterminado de fábrica: 0.00) Nota: El valor configurado aquí es válido para ambos sentidos de giro, horario y antihorario.
P1082[0]	Frecuencia máxima [Hz]	Rango: De 0,00 a 599,00 (ajuste predeterminado de fábrica: 50.00) Nota: El valor configurado aquí es válido para ambos sentidos de giro, horario y antihorario.
P1120[0]	Tiempo de aceleración [s]	Rango: De 0,00 a 650,00 (ajuste predeterminado de fábrica: 10.00) Nota: El valor configurado aquí simboliza el tiempo que tarda el motor en acelerar estando parado hasta la frecuencia máxima del motor (P1082) cuando no se utiliza redondeo.
P1121[0]	Tiempo de deceleración [s]	Rango: De 0,00 a 650,00 (ajuste predeterminado de fábrica: 10.00) Nota: El valor configurado aquí simboliza el tiempo que tarda el motor en decelerar desde la frecuencia máxima del motor (P1082) hasta quedarse parado cuando no se utiliza redondeo.
P1300[0]	Modo de regulación	= 0: U/f con característica lineal (ajuste predeterminado de fábrica) = 1: U/f con FCC = 2: U/f con característica cuadrática = 3: U/f con característica programable = 4: U/f con eco lineal = 5: U/f para aplicaciones textiles = 6: U/f con FCC para aplicaciones textiles = 7: U/f con eco cuadrático = 19: Modo U/f con consigna de tensión independiente
P3900	Fin de la puesta en marcha rápida	= 0: Sin puesta en marcha rápida (ajuste predeterminado de fábrica) = 1: Fin de la puesta en marcha rápida con restablecimiento de los ajustes de fábrica = 2: Fin de la puesta en marcha rápida = 3: Fin de la puesta en marcha rápida solamente para datos del motor

Fuente: Instrucciones de servicio convertidor Siemens V20

ANEXO Q. CÓDIGO PARA EL PROCESAMIENTO DE DATOS

```
clc
clear all
Fs=320; % Frecuencia de muestreo
T=1/Fs; % Tiempo de la muestra
L=19200; % Longitud de la señal
t=(0:L-1)*T; % vector de tiempo
load pp33.txt %cargar datos
X=pp33(:,1); %vector acelerómetro 1
Y=pp33(:,2); %vector acelerómetro 1

%%%Bode
d=iddata(X,t',T); %datos de entrada
sys=tfest(d,5,4); %función de transferencia
[mag,phase,wout]=bode(sys); %bode de los datos
mag=squeeze(mag); %magnitud del bode
phase=squeeze(phase); %fase del bode
figure
w=60*linspace(0,1,length(wout));
subplot(211)
semilogy(w,mag) %gráfica de la magnitud
title('Bode')
xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('Magnitud [g]')
grid on
subplot(212)
plot(w,phase) %gráfica de fase
xlabel('Frecuencia (Hz)')
```

```

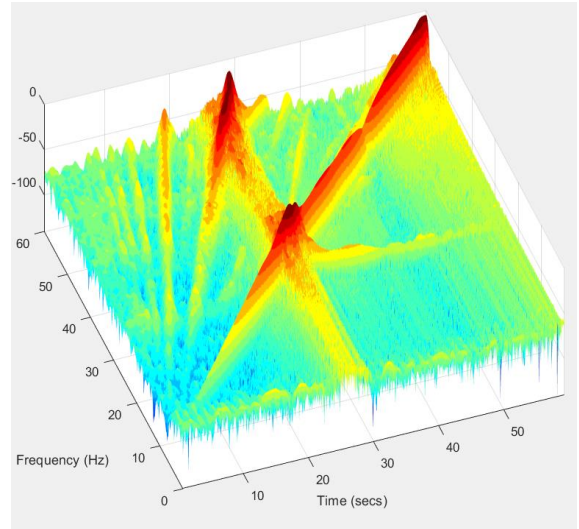
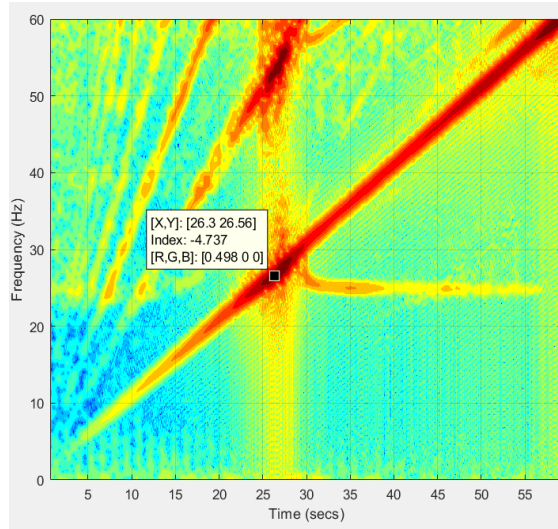
ylabel('Grados [°]')
grid on
%%%Aceleraciones
figure
subplot(211)
plot(t,X,'b') %grafica del acelerómetro izquierdo
title('Soporte izquierdo')
xlabel('Tiempo [ms]')
ylabel('Aceleración [mm/s^2]')
xlim([0 60])
grid on
subplot(212)
plot(t,Y,'r') %grafica del acelerómetro izquierdo
title('Soporte derecho')
xlabel('Tiempo [ms]')
ylabel('Aceleración [mm/s^2]')
xlim([0 60])
grid on
%%%Cascada
figure
window=hamming(450); %parámetros de la grafica
noverlap=420;
nfft=5000;
spectrogram(Y>window,noverlap,nfft,320,'yaxis'); %grafica del espectrograma
view(-20,65) %vista en 3d
ylim([0 60])
colormap(jet(20))
hold on
grid on
colorbar off

```

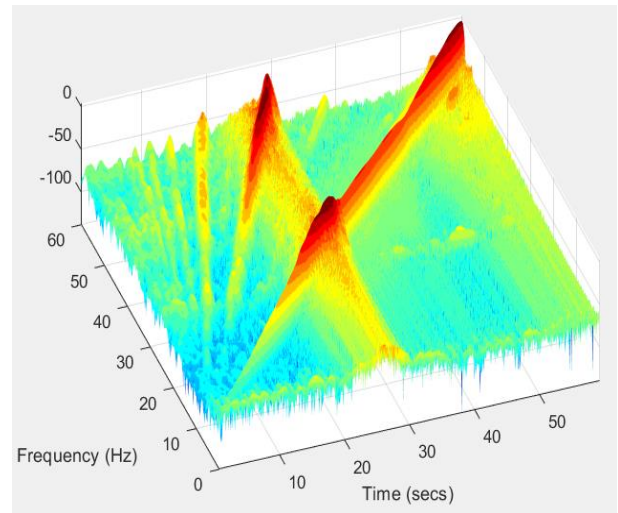
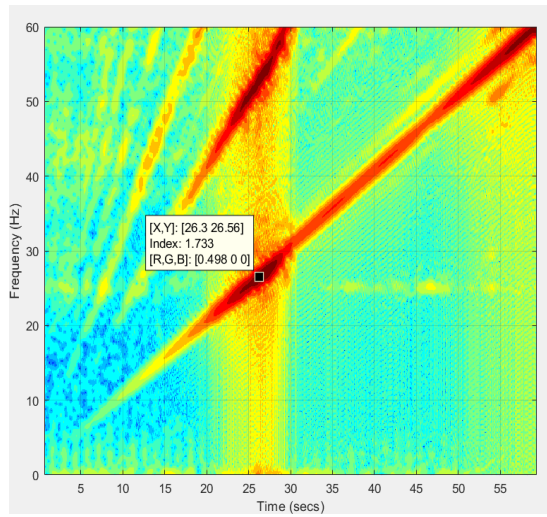
ANEXO R. DIAGRAMAS DE CASCADA Y CAMPBELL EXPERIMENTALES

CONFIGURACIÓN 1

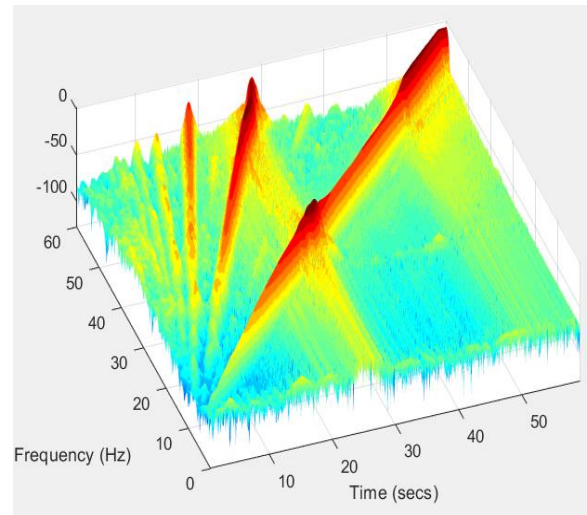
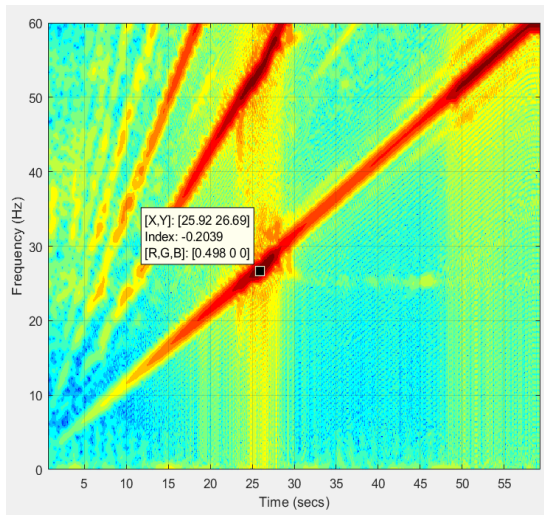
Diagramas de Campbell y cascada prueba 3



Diagramas de Campbell y cascada prueba 4

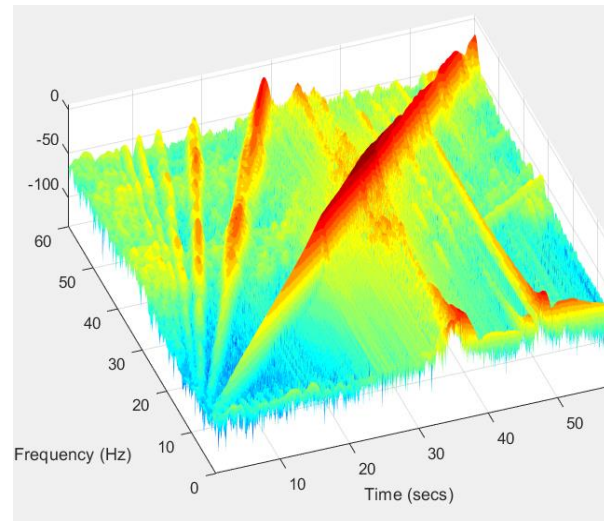
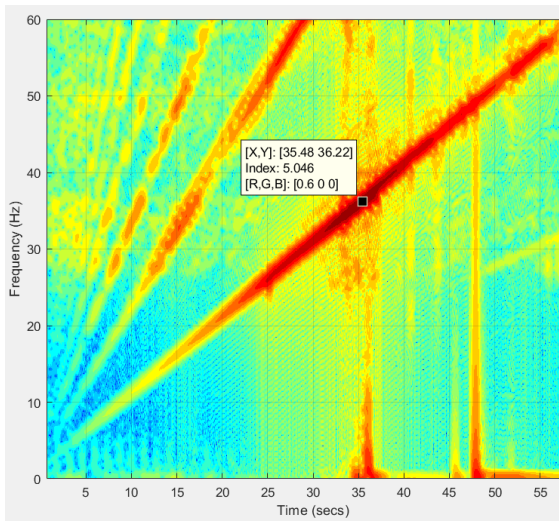


Diagramas de Campbell y cascada prueba 5

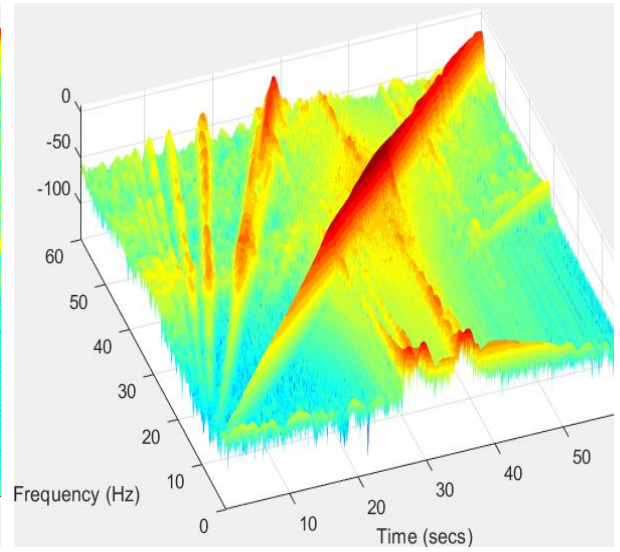
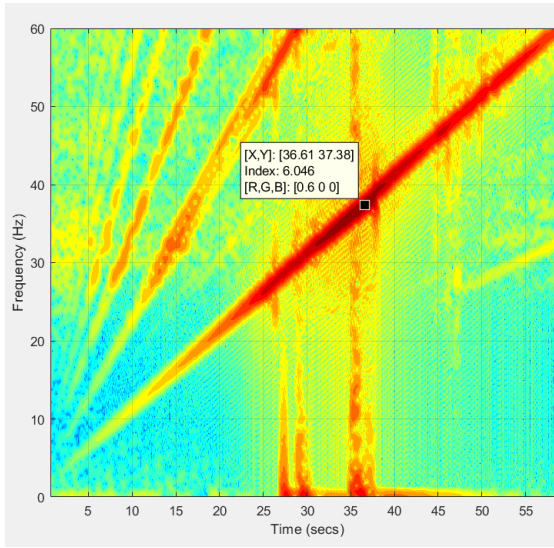


CONFIGURACIÓN 2

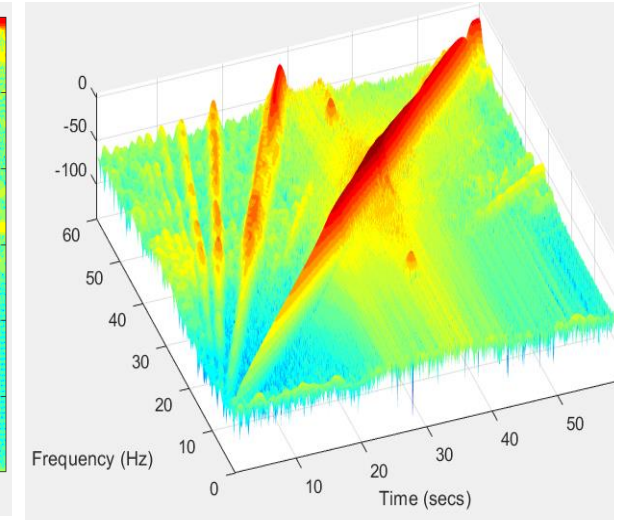
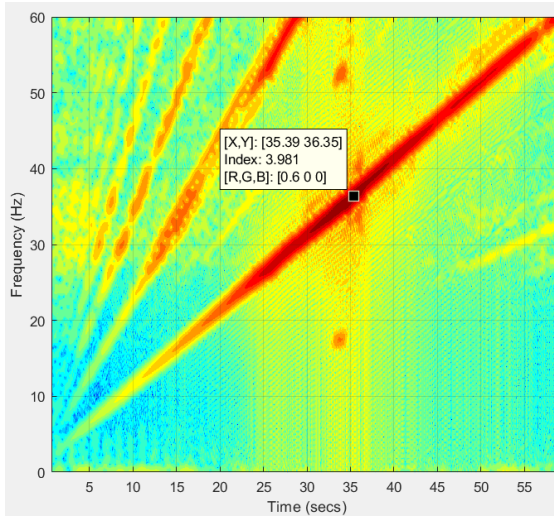
Diagramas de Campbell y cascada prueba 3



Diagramas de Campbell y cascada prueba 4

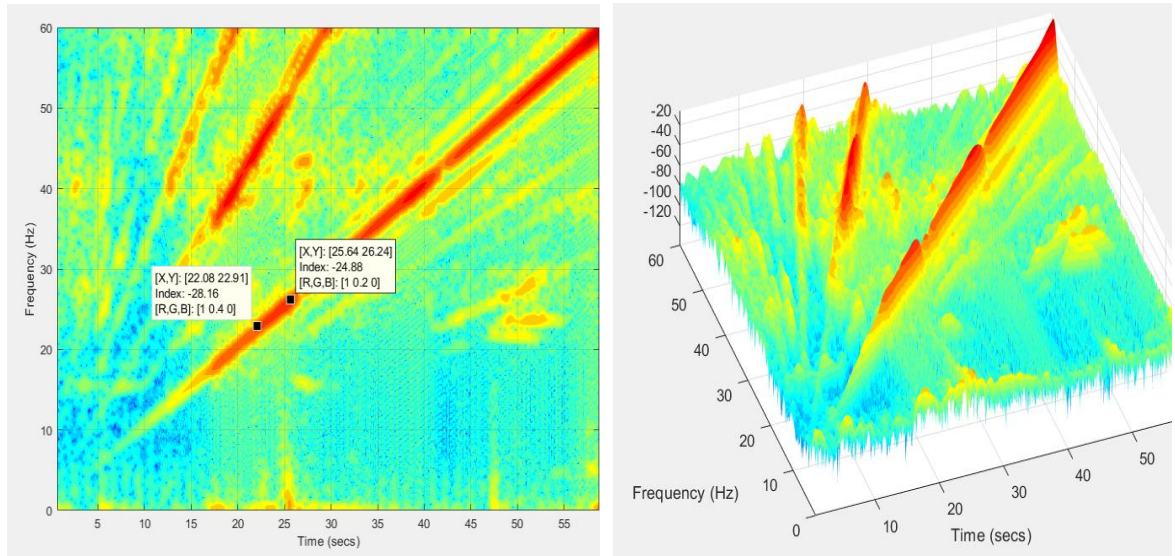


Diagramas de Campbell y cascada prueba 5

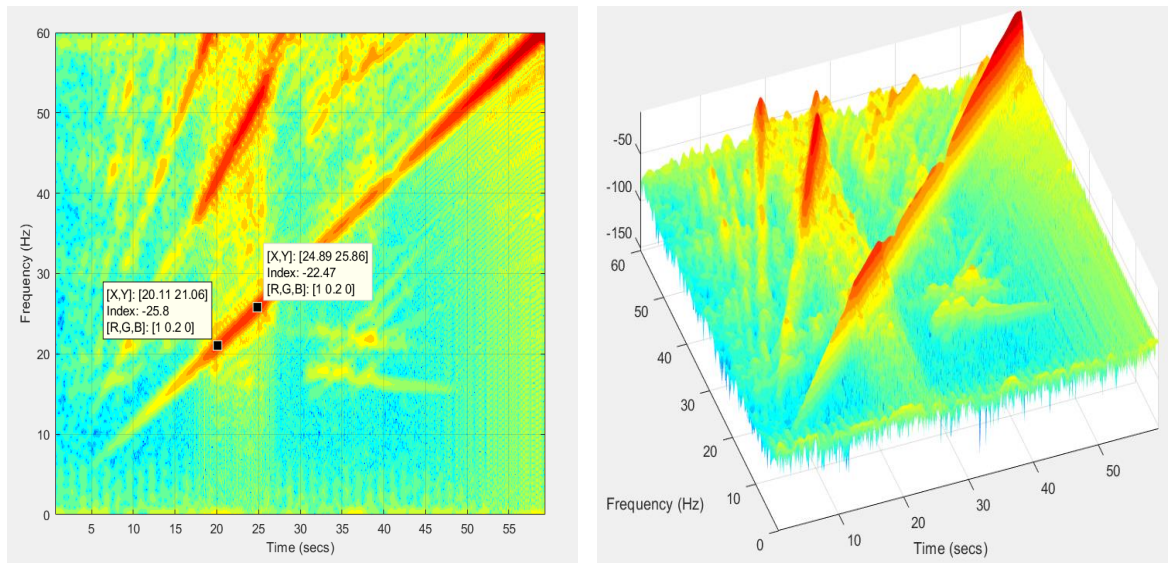


CONFIGURACIÓN 3

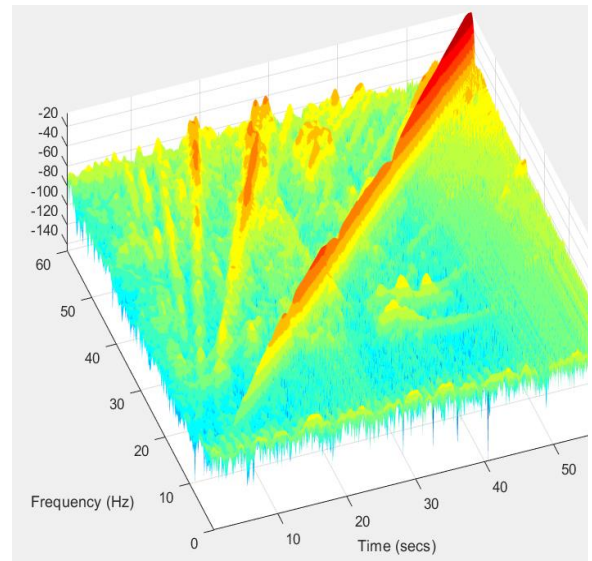
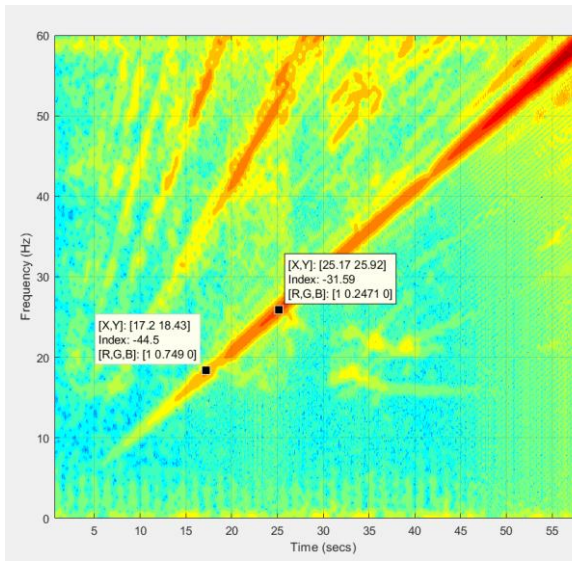
Diagramas de Campbell y cascada prueba 3



Diagramas de Campbell y cascada prueba 4

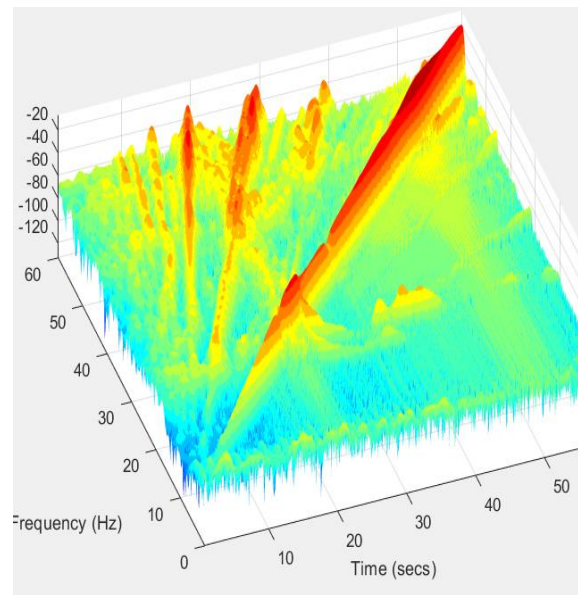
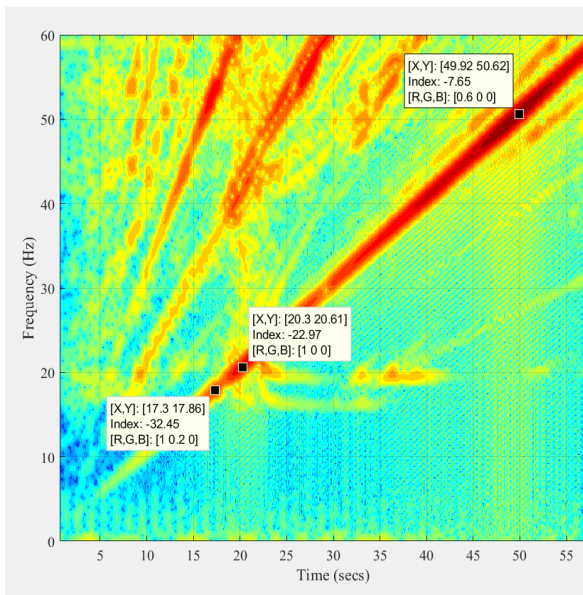


Diagramas de Campbell y cascada prueba 5

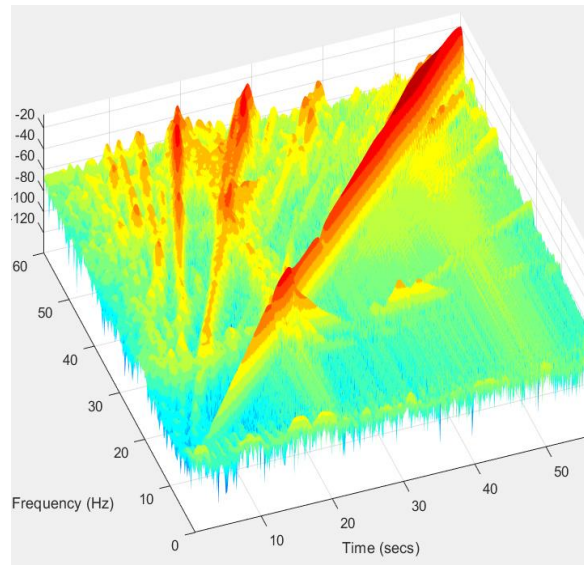
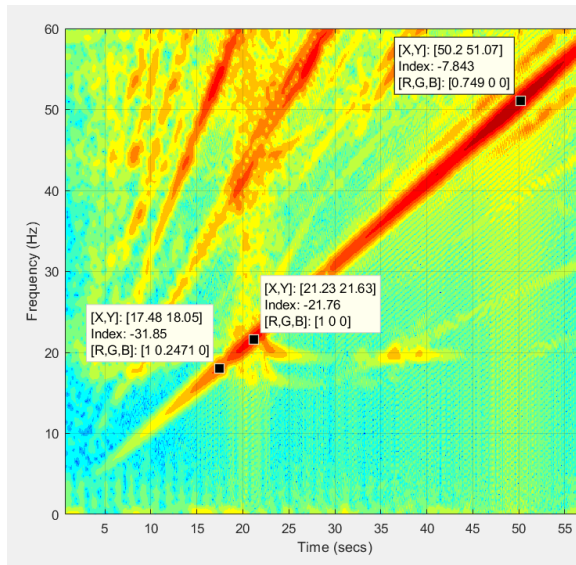


CONFIGURACIÓN 4

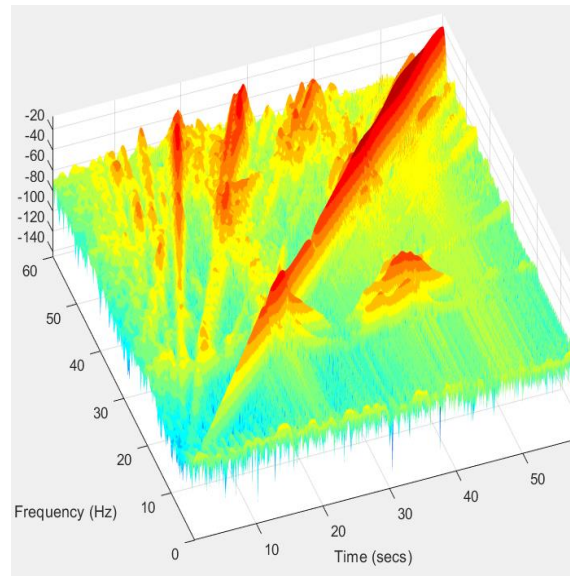
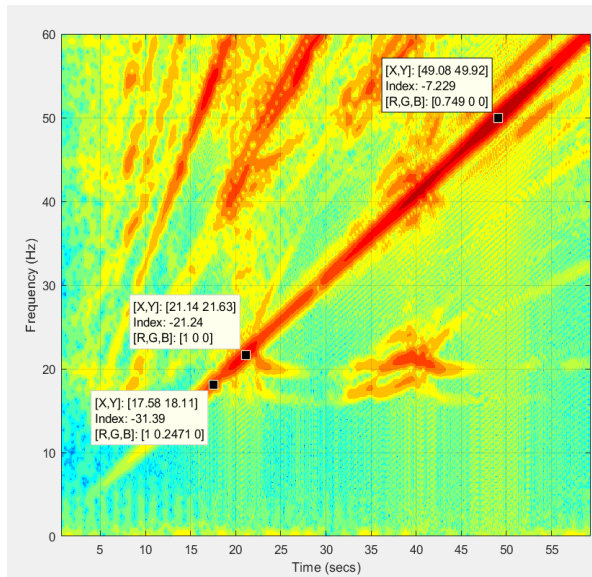
Diagramas de Campbell y cascada prueba 3



Diagramas de Campbell y cascada prueba 4



Diagramas de Campbell y cascada prueba 5



ANEXO S. GUÍA PARA EL USO DEL BANCO DE PRUEBAS

Para una correcta operación del banco de pruebas de rotodinámica se hacen necesario los siguientes pasos:

- Verificar que todo el equipo se encuentre completo de acuerdo con la tabla de componentes del banco Ver. Figura 33.
- Limpiar las superficies de los componentes para evitar la acumulación de polvo.
- Se verifica que las conexiones entre variador y motor se encuentren en buen estado.
- Se procede a conectar el banco a una toma trifásica que dará el encendido al sistema por ende estará listo para configurar el variador a la frecuencia deseada por medio del código P1120 que indicará la frecuencia máxima a la cual se quiere operar el motor.
- Para el manejo adecuado del variador de frecuencia remitirse al manual de funcionamiento de este en donde están de manera explícita sus funciones (Anexo P).
- Utilizando el equipo de adquisición de datos OROS se procede a tomar el espectro de frecuencia para verificar si el banco tiene desalineamientos, desbalanceo, daños en los rodamientos puesto que esto puede afectar la toma de datos y para el respectivo ajuste del desbalance necesario.
- El banco cuenta con unos seis ejes disponibles para su uso y con tres discos perforados con diferente diámetro para las diferentes configuraciones de rotores, referenciados en la cubierta protectora del

banco. Para ellos se dispone de las herramientas adecuadas para su ensamble en el laboratorio de vibraciones.