

**ESTUDIO COMPUTACIONAL DE
CONFINAMIENTO DE PLASMAS RCE EN
TRAMPAS MAGNÉTICAS TIPO ESPEJO,
MÍNIMO-B Y CERO-B**

MAO TSETUNG MURILLO ACEVEDO

VALERIY DONDOKOVICH DUGAR-ZHABON

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA**

2014

ESTUDIO COMPUTACIONAL DE
CONFINAMIENTO DE PLASMAS RCE EN
TRAMPAS MAGNÉTICAS TIPO ESPEJO,
MÍNIMO-B Y CERO-B

MAO TSETUNG MURILLO ACEVEDO

Tesis presentada como requisito parcial para optar al
título de

Doctor en Ciencias Naturales-Física

Director

VALERIY DONDOKOVICH DUGAR-ZHABON, Ph.
D.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA

2014

Agradecimientos

- A Dios por lo que Es, por lo que hace, cuya cercanía es mi más caro anhelo.
- A Bahá'u'lláh, mi Maestro, mi Rey, por traernos más Escrituras Sagradas y por tu fortaleza para superar todas tus grandes tribulaciones.
- Al profesor Valeriy, por su guía apoyo y confianza, más que un director es un amigo.
- A mi amada esposa, por su apoyo y compañía.
- A mi compañero Eduardo Orozco, por su paciencia, apoyo y observaciones claves.
- A mis compañeros del laboratorio de física del plasma.
- A la UIS, por su apoyo, por su programa académico, que me permitió aprender, mucho más.

Índice general

INTRODUCCIÓN	8
1. Preliminares	21
1.1. Problemas de Trampas de RCE	21
2. Modelado Físico y Computacional	25
2.1. Dinámica de Plasmas Usando Partículas	26
2.2. Campos Externos	27
2.2.1. Campo Magnético de Confinamiento	28
2.2.2. Campo de Microondas	33
2.3. Modelado Numérico de la Dinámica del Plasma	34
2.3.1. Discretización Espacial	34
2.3.2. Discretización de la Ecuación de Newton-Lorentz	35
2.3.3. Método de Partícula en Celda	35
2.3.4. Macro-Partículas	36
2.3.5. Campo Eléctrico Autogenerado en Aproximación Electrostática	37
2.4. Mecanismo de Recuperación de Partículas	38
2.4.1. Absorción-Reaparición Aleatoria	39
2.4.2. Reflexión	39
2.5. Parámetro de Lawson	39
2.6. Criterios de Estabilidad Computacionales	40
2.7. Modelo de Programación	41
2.8. Validación del código	42
3. Trampa de Espejo	43
3.1. Modelo físico y Computacional	43
3.2. Superficie RCE y Perfil de Campo Magnético	45
3.3. Visualización del Campo Magnético de la Trampa	46
3.4. Resultados y Discusiones	48

4. Trampa Mínimo-B	55
4.1. Sistema Físico	55
4.2. Campo magnético y superficie RCE	57
4.3. Variables del Modelo de simulación	63
4.4. Resultados Usando el Mecanismo de Recuperación de Partículas	64
4.4.1. Distribuciones Espaciales y Energéticas de Electrones del Plasma	65
4.4.2. Función de Distribución Electrónica	67
4.4.3. Distribución Espacial Electrónica De las Partículas Por Energía Cinética y Confrontación de Resultados	70
4.4.4. Análisis de Trayectorias Electrónicas	74
4.5. Resultados sin el mecanismo de recuperación de partículas	81
4.5.1. Distribución de las Partículas Fugadas sobre las Paredes de la Cavity	82
4.6. Tiempo de Vida Media en la etapa Inicial de Desintegración del Plasma	87
5. Trampa Cero-B	92
5.1. Sistema Físico	92
5.2. Campo magnético y superficie RCE	93
5.3. Resultados Usando el Mecanismo de Recuperación de Partículas	96
5.3.1. Distribuciones Espacial y Energética de la Componente Electrónica del Plasma	97
5.3.2. Función de Distribución Electrónica	101
5.3.3. Distribución Espacial de Electrones de Mayor Energía Cinética	102
5.3.4. Análisis de Trayectorias Electrónicas	103
5.4. Resultados sin el Mecanismo de Recuperación de Partículas	106
5.4.1. Distribución de las Partículas Fugadas sobre las Paredes de la Cavity	108
5.5. Tiempo de Vida en la Etapa inicial de Formación del Plasma	111
6. Componente Iónica, Tiempo de Vida y Parámetro de Lawson	114
7. Conclusiones y Observaciones	119
APÉNDICES	122
A. Código	122
A.1. Programa principal	122
A.2. Librería: Hod01.cu	151
A.3. Librería: Pois01.h	170
A.4. Librería: NL01.h	176
A.5. Librería: grap01.h	186
A.6. Datos de Entrada: condit01.txt	204

A.7. Datos de Entrada: graph01.txt	206
A.8. Librería: book.h	208
BIBLIOGRAFÍA	209

Lista de Figuras

1.1. Vista tridimensional del anillo de plasma dentro de la cámara de descarga junto con las bobinas magnéticas de la trampa de espejo.	22
2.1. Líneas de fuerza magnética de un cusp lineal.	28
2.2. Líneas de fuerza magnética de un multicusp transversal.	29
2.3. Esquema, para el cálculo del campo magnético de una barra paralelepípeda	31
2.4. Sistema de Referencia Espacial	34
2.5. Ilustración de la ponderación de carga en el método PIC.	36
2.6. ciclo computacional	38
3.1. Sistema tipo espejo: 1-bobinas, 2-cámara cilíndrica, 3-Perfil de campo eléctrico de microondas, 4 – forma de la superficie de resonancia (hiperboloide de una hoja).	44
3.2. YZ Perfil de campo magnético sobre el eje z	46
3.3. XYZ vista de la superficie RCE.	46
3.4. YZ vista del campo magnético de la trampa tipo espejo.	47
3.5. Espectro energético electrónico: 1-electrones fríos, 2-electrones calientes, 3-electrones supercalientes.	48
3.6. XY distribución de los electrones supercalientes	49
3.7. YZ distribución de los electrones supercalientes	50
3.8. 3-D Trayectoria de una partícula ganando energía hasta convertirse en una supercaliente	50
3.9. XY Trayectoria de una partícula supercaliente	51
3.10. YZ Trayectoria de una partícula supercaliente	51
3.11. YZ distribución de electrones calientes	53
3.12. XY trayectoria de la formación de un electrón del grupo de calientes, hasta alcanzar 10 keV	53
3.13. XY trayectoria de un electrón con 17 keV	54
3.14. XYZ trayectoria de un electrón con 17 keV	54
4.1. descomposición del campo de los sistemas magnéticos que conforman la trampa mínimo-B	56

4.2. Sistema magnético principal de la trampa mínimo-B RCE: 1 - bobinas que producen el campo tipo espejo, 2 – cavidad cilíndrica, 3 - sextupolo que forma un campo multicusp, 4 - zona RCE.	56
4.3. XY vista del campo en el plano central transversal ($z=0$) de la zona RCE.	58
4.4. Magnitud de la componente radial de campo para las bobinas (línea roja) y para el sistema sextupolar (línea verde) para un radio $r= 2.0$ cm	58
4.5. XY vista vectorial del campo en el plano ($z=-2.7$ cm) en un extremo del elipsoide RCE.	59
4.6. XY vista vectorial del campo en el plano ($z=2.7$ cm) en un extremo del elipsoide RCE.	59
4.7. XY vista vectorial del campo en el plano central transversal ($z=7$ cm) de la zona RCE.	60
4.8. XY vista del campo en el plano central transversal ($z=-7$ cm) de la zona RCE.	60
4.9. XY vista vectorial del campo en el plano central transversal ($z=12.8$ cm) de la zona RCE.	61
4.10. XY vista del campo en el plano central transversal ($z=-12.8$ cm) de la zona RCE.	61
4.11. ZY vista del campo en el plano $x=0$ de la zona RCE.	62
4.12. XYZ vista de la zona RCE.	62
4.13. XY vista del corte central transversal de la zona RCE.	63
4.14. YZ vista del corte central longitudinal de la zona RCE.	63
4.15. Perfil de Campo Magnéticas sobre el eje z	64
4.16. XY vista del la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=0$ de 1 cm de espesor	66
4.17. XY vista del la distribución espacial-energética en el plano $z=3.5$ cm de 1 cm de espesor	66
4.18. XY vista del la distribución espacial-energética en el plano $z=-3.5$ cm de 1 cm de espesor	67
4.19. XY vista del la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=12.5$ cm	68
4.20. XY vista del la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=-12.5$ cm	68
4.21. YZ vista del la distribución espacial-energética alrededor del plano $x=0.0$ cm de 1 cm de espesor	69
4.22. Función de distribución electrónica	69
4.23. XY distribución electrónica, de las partículas pertenecientes al pico (plano $z=0$, espesor 2 cm)	70
4.24. sección de la distribución electrónica, de las partículas pertenecientes al pico en la distribución de energía, $(x + 2\cos(\pi/3))\cos(\pi/3) + (y + 2\sin(\pi/3))\sin(\pi/3) = 0$ con un ancho de 3.8 cm	70
4.25. XYZ vista del la distribución espacial electrónica de mayor energía, mostrando secciones transversales (xy)	71

4.26. Secuencia de fotos en el espectro visible de un plasma de RCE, con un campo magnético longitudinal en reducción (arriba); Distribuciones simuladas con el código TrapCAD (abajo) fuente [Rácz 2010]	72
4.27. XY distribución de las electrones fríos: (a) resultados de nuestro código (b) foto de un plasma real (Argón a 14.3 GHz) en el espectro visible, (c) simulación por computadora usando el código TrapCAD (fotos (b) y (c) tomadas de [Rácz 2011])	73
4.28. XY distribución de las electrones tibios: (a) simulación por computadora usando el código TrapCAD (b) foto de un plasma real en el espectro de los rayos X, (c) resultados de nuestro código (fotos (a) y (b) tomadas de [Rácz 2011])	73
4.29. XY distribución de las partículas más calientes (energía cinética en el rango de 10-50 KeV), parte a) nuestro resultado, parte b) resultado experimental [Grübling 2002], simulación de la radiación [Grübling 2002] .	74
4.30. YZ distribución de las partículas más calientes (energía cinética mayor a 15 KeV)	75
4.31. XY trayectoria de un electrón atrapado en las trampas lobulares	75
4.32. XY trayectoria del centro de guía de un electrón atrapado en las trampas lobulares	76
4.33. XYZ trayectoria de un electrón atrapado en las trampas lobulares . . .	76
4.34. XYZ trayectoria del centro de guía de un electrón atrapado en las trampas lobulares	77
4.35. trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón atrapado en las trampas lobulares	77
4.36. XY vista del recorrido de un electrón con una trayectoria en forma de estrella en su etapa inicial	78
4.37. XY vista del recorrido del centro de guía de un electrón con una trayectoria en forma de estrella	78
4.38. YZ recorrido de un electrón con una trayectoria en forma de estrella . .	79
4.39. YZ recorrido del centro guía de un electrón con una trayectoria en forma de estrella	79
4.40. trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella .	80
4.41. XY trayectoria de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella en su etapa inicial	80
4.42. XY trayectoria del centro de guía de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella	81
4.43. YZ trayectoria de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella	81
4.44. YZ trayectoria de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella	82
4.45. trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella .	82

4.46. XYZ trayectoria de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE	83
4.47. XYZ trayectoria de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE	84
4.48. YZ segmento de la trayectoria de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE	84
4.49. YZ segmento de la trayectoria del centro de guía de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE	85
4.50. XY trayectoria de un electrón de mayor energía dentro de la zona de RCE	85
4.51. XY trayectoria de un electrón de mayor energía dentro de la zona de RCE	86
4.52. trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE	86
4.53. trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE	87
4.54. Distribución de las regiones de fuga electrónica, sobre las paredes cilíndricas de la cavidad	88
4.55. XY distribución de los electrones fugados sobre la superficie de la tapa derecha $z=12.9$ cm	89
4.56. XY distribución de los electrones fugados sobre la superficie de la tapa izquierda $z=-12.9$ cm	89
4.57. fotografía la marca dejada por el plasma sobre la superficie de un extremo de cámara de descarga [Damon 2008]	90
4.58. simulación de las marcas dejada por el plasma sobre la superficie de la cámara de descarga [Biri 2007]	90
4.59. logaritmo natural del número de partículas presentes vs. tiempo en unidades del periodo de microondas.	91
5.1. Sistema magnético principal de la trampa mínimo-B RCE: 1 - bobinas que producen el campo tipo espejo, 2 – cavidad cilíndrica, 3 - sextupolo que forma un campo multicusp, 4 - zona RCE.	93
5.2. XY vista del campo vectorial en el plano central transversal ($z=0$) . . .	94
5.3. XY vista del campo vectorial en el plano transversal ($z=10$ cm)	94
5.4. XY vista del campo vectorial en el plano transversal ($z=12.8$ cm) . . .	95
5.5. ZY vista del campo en el plano $x=0$ de la zona RCE.	95
5.6. XYZ vista de la superficie RCE.	96
5.7. XY vista de la línea central de la zona RCE.	96
5.8. ZY vista de la zona RCE sobre el plano $x=0$	97
5.9. XY vista de la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=0$ de 1 cm de espesor	98

5.10. XY vista del la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=5$ de 1 cm de espesor	99
5.11. XY vista del la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=-5$ de 1 cm de espesor	99
5.12. XY vista del la distribución espacial-energética en el extremo de la cavidad de 1 cm de espesor	100
5.13. YZ vista del la distribución espacial-energética alrededor del plano $x=0.0$ cm de 1 cm de espesor	100
5.14. YZ vista del la distribución espacial-energética alrededor del plano $x=0.0$ cm de 0.2 cm de espesor	101
5.15. Función de distribución electrónica	101
5.16. XY vista de la distribución espacial-energética de los electrones con energía cinética desde 3.8 keV a 4.61 keV en el plano $z=0$ de 1 cm de espesor	102
5.17. ZX vista de la distribución espacial-energética de los electrones con energía cinética desde 3.8 keV a 4.61 keV centrada en el plano $y=2$ cm de 2 cm de espesor	103
5.18. XY vista de la distribución espacial-energética de los electrones con energía cinética superior a 1.5 keV centrada en el plano $z=0$ para toda la cavidad	103
5.19. XY vista de la distribución espacial-energética de los electrones con energía cinética superior a 1.5 keV centrada en el plano $z=0$ con un ancho de 5 cm	104
5.20. XY vista de la trayectoria de un electrón perteneciente a la acumulación lobular	105
5.21. XY vista de la trayectoria del centro de guía de un electrón perteneciente a la acumulación lobular	105
5.22. ZY vista de la trayectoria de un electrón perteneciente a la acumulación lobular	106
5.23. ZY vista de la trayectoria del cetro guía de un electrón perteneciente a la zona lobular	107
5.24. trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón perteneciente a la acumulación lobular	107
5.25. XY vista de la trayectoria de un electrón perteneciente a la acumulación lobular	108
5.26. XY vista de la trayectoria del centro de guía de un electrón perteneciente a la acumulación lobular	108
5.27. ZY vista de la trayectoria de un electrón perteneciente a la acumulación lobular	109
5.28. ZY vista de la trayectoria del cetro guía de un electrón perteneciente a la acumulación lobular	109
5.29. trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón perteneciente a la acumulación lobular	110

5.30. ZY vista de la trayectoria de un electrón que no logra cruzar el cusp longitudinal	110
5.31. ZY vista de la trayectoria del centro guía de un electrón que no logra cruzar el cusp longitudinal	111
5.32. Distribución de las regiones de fuga electrónica, sobre las paredes cilíndricas de la cavidad	112
5.33. XY distribución de los electrones justo antes de fugarse en la tapa derecha $z=12.9$ cm	112
5.34. XY distribución de los electrones justo antes de fugarse en la tapa derecha $z=-12.9$ cm	113
5.35. logaritmo natural del número de partículas presentes vs. tiempo en unidades del periodo de microondas.	113
6.1. Vista radial de la densidad iónica, 1- para la trampa mínimo-B y 2- para la trampa cero-B	115
6.2. Vista longitudinal de la densidad iónica, 1- para la trampa mínimo-B y 2- para la trampa cero-B	115
6.3. Vista longitudinal de la distribución espacial iónica en una capa central longitudinal para la trampa cero-B	116
6.4. Vista longitudinal de la distribución espacial electrónica en una capa central longitudinal para la trampa cero-B	116
6.5. Vista XY de la distribución espacial iónica en una capa central transversal para la trampa cero-B	117
6.6. Curva de decaimiento iónico para la trampa cero-B	118

Lista de Tablas

3.1. Datos de la Cámara de Descarga	45
3.2. Datos computacionales	45
4.1. Datos de la cámara de descarga	57
4.2. Bobinas Magnéticas	57
4.3. Sextupolo (ver sección 2.2.1)	57
4.4. Datos computacionales	64
5.1. Datos de la superficie RCE	95

RESUMEN

TÍTULO: ESTUDIO COMPUTACIONAL DE CONFINAMIENTO DE PLASMAS RCE EN TRAMPAS MAGNÉTICAS TIPO ESPEJO, MÍNIMO-B Y CERO-B¹

Autor: Mao Tsetung Murillo Acevedo ²

Palabras Claves: confinamiento magnético, mínimo-B, cero-B, anillos de electrones, plasma, plasma RCE.

CONTENIDO

En el presente trabajo se analiza mediante métodos computacionales el fenómeno de confinamiento y calentamiento de plasmas, en trampas magnéticas abiertas tipo espejo, mínimo-B y cero-B bajo condiciones de resonancia ciclotrónica electrónica (RCE). Para ello se usa la técnica de partícula en celda en aproximación electrostática.

Primero se estudia una trampa magnética de espejo, la cual posee una superficie de resonancia ciclotrónica electrónica en forma de hiperboloide de una hoja. El logro más importante es simular la formación de un anillo en rotación bajo condiciones RCE, el cual a sido detectado desde los años 60 del siglo XX en experimentos pero que no se había podido reproducir o explicar mediante simulaciones computacionales.

Se simula la trampa mínimo-B, la cual ya a sido estudiada tanto numérica como experimentalmente, por lo que se logran confrontar 6 tipos diferentes de resultados que nos sirven para validar nuestro código. De igual forma se analiza la trampa cero-B propuesta por el Dr. Dugar-Zhabon cuya característica principal es la nulidad del campo magnético en el centro de la trampa. Los resultados muestran el comportamiento detallado de la componente electrónica en la etapa inicial de formación del plasma. Dado el costo computacional del modelo usado que nos permitía modelar detalles finos de la dinámica de plasma solo se alcanzaron resultados en el tiempo de vida media de los electrones. Durante este periodo la trampa mínimo-B mostró ser mejor para la producción de iones que la trampa cero-B. Los resultados definitivos se obtienen midiendo el tiempo de vida iónico, mediante el uso de otro software, menos pesado computacionalmente, el cual alcanzó a medir el tiempo de vida media iónico, por lo que se obtuvo el parámetro de Lawson de ambas trampas, los cuales mostraron que la trampa cero-B obtiene un mejor desempeño frente a la trampa mínimo-B

¹Proyecto de Grado

²Facultad de Ciencias, Doctorado en Ciencias Naturales (Física). Director: Valeriy D. Dugar-Zhabon, Ph.D.

ABSTRACT

TITLE: COMPUTATIONAL STUDY OF CONFINEMENT OF ECR PLASMAS IN MIRROR, MINIMO-B AND CERO-B MAGNETIC TRAPS³

Author: Mao Tsetung Murillo Acevedo ⁴

Key Words: magnetic confinement, minimum-B, zero-B, electrons's ring, plasma, ECR plasma.

CONTENT:

This work analyzes through computational methods the phenomenon of confinement and heating of plasmas, in open magnetic traps, types mirror, Minimum-B, and zero-B under conditions of resonance electron cyclotron (ECR). This simulation is made using electrostatic particle in cell method.

First, study a magnetic mirror trap, which has a surface of electron cyclotron resonance in the form of hyperboloid of one sheet. The most important achievement is to simulate the formation of a ring rotating under ECR conditions, which had been detected since the sixties of the 20th century in experiments but that he had failed to show or explain through computer simulations.

It simulates the minimum-B trap, which has been studied both numerical and experimentally, by what are accomplished to confront 6 different types of results that help us to validate our code. In the same way is analyzed the zero-B trap, it trap is proposed by Dr. Dugar-Zhabon whose main characteristic is the nullity of the magnetic field in the center of the trap. The results show the detailed behavior of the electronic component in the initial stage of formation of plasma. Given the computational cost of the used model that allowed us to model fine details of the dynamics of plasma only reached results in the time of half-life of the electrons. During this period the minimum-B trap proved to be better for the production of ions than the zero-B trap. The final results are obtained by measuring ion life time, through the use of other software, less heavy computationally, which reached the Ionic average life time, so it was obtained the parameter of Lawson of both traps, which showed than the zero-B trap to get better performance front to the minimum-B trap.

³Proyecto de Grado

⁴Facultad de Ciencias, Doctorado en Ciencias Naturales (Física). Director: Valeriy D. Dugar-Zhabon, Ph.D.

INTRODUCCIÓN

Plasmas calentados en condiciones de resonancia ciclotrónica electrónica (RCE) se usan en varias áreas de investigación científica, tecnológica e industrial [Geller 1966], [Kawai 2010]. En casi todas las aplicaciones prácticas se necesitan plasmas de alta densidad que requieren que los iones y electrones sean confinados en un espacio limitado donde el plasma pueda conservar y aumentar su energía. La idea de termo-aislamiento de plasmas por campos magnetostáticos, con el objetivo de realizar síntesis termonuclear controlable, surgió en los años 50 del siglo XX. Cualquiera que sea la estructura del campo magnético su presencia permite disminuir el coeficiente de difusión del plasma en la dirección perpendicular a sus líneas de fuerza y por consiguiente aumenta el tiempo de vida de las partículas atrapadas. Hay un amplio círculo de problemas de carácter tecnológico y de investigación, que exigen plasmas de alta temperatura. El problema del calentamiento de plasmas de alta densidad, se puede resolver, con ayuda de ondas electromagnéticas cuya energía se transmite a los electrones en condiciones de resonancia ciclotrónica con efectividad que alcanza hasta un 90 % [Golovanivsky 1973]. La redistribución de energía electrónica entre otras componentes en el plasma ocurre por medio de colisiones Coulombianas de largo alcance.

En lo referente al confinamiento por campos magnetostáticos, primero fue propuesta la configuración de espejo magnético, donde las partículas cargadas pueden ser reflejadas desde regiones de mayor magnitud de campo magnético hacia regiones de campo de menor amplitud, siempre y cuando el ángulo entre el campo magnético y el vector velocidad de la partícula se encuentre fuera del cono de pérdidas [Miyamoto 2000, pg. 13]. La efectividad de confinamiento de dichos sistemas, depende del parámetro, conocido como razón de espejo, el cual es el cociente entre valores máximo y mínimo del campo magnético. Este tipo trampas se aplican en tecnologías que necesitan flujos plásmicos de alta densidad [Popov 1992].

Trampas de espejo con calentamiento plásmico RCE se encuentran en aceleradores GIRAC propuestos por Golovanivsky [Geller 1966, pg. 111], en generadores de rayos X de alta energía e intensidad [Dugar-Zhabon 1991], [Dugar-Zhabon 2004] y [Baskaran 2000], en fuentes de iones negativos [Geller 1966, pg. 357], como la fuente HELIOS [Dugar-Zhabon 2001] y el proyecto ECRIPAC [Geller 1992], entre otros. Es interesante que en todos los experimentos dedicados al calentamiento RCE de plasmas en trampas tipo espejo se detecta un anillo de electrones de alta energía ubicado en el plano central transversal de las trampas [Ikegami 1967, Dandl 1971]. Esta distribución en particular juega un papel crucial en el aumento de la eficiencia de las mismas.

Los primeros experimentos dedicados al confinamiento de plasmas, mostraron que la trampa de espejo es incapaz de asegurar la estabilidad magnetohidrodinámica del mismo, provocado por la forma convexa de las líneas de campo magnético [Dinklage 2005, pg. 147]; además, dado que el plasma, por efecto de la fuerza diamagnética, es llevado hacia las regiones de campo magnético menos intenso; entonces el plasma es expulsado a las paredes cilíndricas de la cavidad en su región central, ya que la dirección del gradiente de magnitud está dirigido opuesto a la dirección radial. Por tanto la trampa

de espejo no sirve para sustentar proceso que exijan largos tiempos de vida del plasma, por lo cual dichos sistemas fueron excluidos de los candidatos, para efectuar reacciones termonucleares controladas. La Inestabilidad magnetohidrodinámica, no solo impide encender reacciones termonucleares si no también, crear condiciones para la generación de iones multicargados. Los haces de iones multicargados son necesarios para alcanzar grandes energías especialmente en ciclotrones y sincrofasatrones pues la energía de la partícula en la salida de estos dispositivos es proporcional al cuadrado de la carga iónica. Para liberarse de problemas magnetohidrodinámicos fue desarrollado el sistema magnético denominado trampa mínimo-B donde el campo aumenta desde el centro de la trampa en todas las direcciones [Geller 1966, pg. 121]. En esta trampa la componente electrónica del plasma se calienta en condiciones de resonancia ciclotrónica. Este sistema constituye una base para todas las fuentes de iones multicargados que funcionan en los centros de alta energía. El nombre genérico de estas fuentes es ECRIS por sus siglas en inglés Electron Cyclotron Resonance Ion Source.

Una novedosa trampa denominada trampa cero-B difiere de la trampa mínimo-B ya que en el punto central de la misma el campo magnético es ausente, lo que permite suponer que la densidad de partículas plásmicas en esta trampa podría ser mayor que en trampas mínimo-B [Dugar-Zhabon 2000]. Este parámetro junto con la energía de electrones es responsable por el grado de ionización de la componente iónica. Según la dinámica de procesos ionización-recombinación y escape de partículas del volumen de confinamiento, el grado de ionización debe crecer con el aumento de la densidad del plasma y su tiempo de vida en la trampa. Si encontramos que el sistema cero-B es más efectivo respecto a uno de estos parámetros ó ambos podemos afirmar que la carga iónica del plasma debe crecer.

En esta tesis se estudian, la trampa de espejo, trampa mínimo-B y trampa cero-B que pertenecen a la familia de trampas abiertas, en donde las líneas de fuerza magnética salen del volumen de la misma a diferencia de trampas cerradas cuyas líneas de fuerza forman superficies cerradas y no abandonan el volumen de la región de confinamiento. Las esperanzas de crear reactores para generación de energía termonuclear de manera controlada están vinculadas con la trampa magnética conocida como tokamak que pertenece a sistemas cerrados [Wesson 1997].

El problema del comportamiento colectivo, de partículas individuales y de interacción plasma-microondas en un plasma RCE confinado en campos magnéticos de estructura compleja, tales como la mínimo-B o la cero-B que no poseen algún tipo simetría global, pertenecen al área de la física no-lineal. Esta propiedad en las ecuaciones de movimiento para un plasma RCE, aún en campos magnéticos de estructura simple como la trampa de espejo hace que estas ecuaciones no se puedan resolver por métodos teórico-analíticos. Todos los éxitos en el estudio analítico de plasmas en trampas de espejo y otras configuraciones fueron obtenidos en la aproximación adiabática, que no considera efectos de resonancia de ningún tipo ni grandes valores del gradiente de campo magnético.

Dado que el estudio del plasma como un sistema de muchas partículas, calentado en condiciones de RCE en estas tres configuraciones magnéticas, presenta insuperables dificultades

tades para un desarrollo teórico relacionadas con no-linealidad del problema 3D y la no claridad en los procesos físicos que ocurren al interior de plasmas RCE y sus partículas individuales, el sistema se estudia mediante experimentación numérica-computacional ya que de esta manera se tiende un puente entre la teoría que establece las leyes y principios físicos y experimentos reales, esclareciendo detalles del comportamiento tanto colectivo como de partículas individuales.

Los tres sistemas magnéticos son estudiados mediante el método de PIC electrostático. Si bien hay varios métodos numéricos de simulación de la evolución de plasmas y descargas gaseosas entre los cuales mencionamos métodos híbridos [Davies 1971], métodos FCT (Flux-Corrected Transport Method) [Djali 1987, Morrow 1981], método de elementos finitos (FEM) [Sadiku 2000, cap. 6], etc. Sin embargo, los métodos partícula-celda ocupan el primer lugar en el área de simulaciones de la cinética de plasmas [Birdsall 1991]. En el caso de la trampa de espejo, se pudo explicar cómo se forma el anillo observado experimentalmente, que energía poseen y como es la trayectoria de los electrones que lo componen. Con respecto a la trampa mínimo-B, se simula la dinámica del plasma, el tiempo suficiente (3×10^4 periodos de microondas) como para alcanzar un equilibrio dinámico de la componente electrónica. Se extrae información relevante como distribuciones electrónicas, trayectorias y función de distribución. Se modelan tres fotografías del plasma, las cuales se asemejan a unas obtenidas de experimentos reales, al igual que el tiempo de vida media obtenido se encuentra del orden de magnitud esperado y finalmente las marcas del plasma sobre las paredes también posee correspondencia con la realidad; por lo que se nos brinda confianza con respecto a la calidad del software. Finalmente se estudia la trampa cero-B, con un modelo idéntico al usado en la trampa mínimo-B, de manera que la única diferencia en los dos sistemas es el sentido de la corriente de alimentación de las bobinas magnéticas ubicadas en los extremos de la cavidad. Se extraen detalles importantes para comprender la dinámica del plasma y se obtienen sus valores de densidad y tiempo de vida. Dada la gran cantidad de información (tan solo 6×10^7 variables de precisión doble para las posiciones y las velocidades de las macro-partículas) y ecuaciones por manejar (calcular 1×10^7 para las partículas y resolver $1,73 \times 10^5$ para los campos), la programación en paralelo ha sido implementada en los códigos de simulación. Sin embargo en el tiempo real de la simulación es del orden de unidades de μs que no es suficiente para alcanzar el equilibrio termodinámico en la componente iónica y determinar el tiempo de vida de plasma. Por lo que los tiempos de vida más largos en el plasma no pudieron ser calculados de esta manera.

Para alcanzar hasta un 1 ms de tiempo real fue gastado más de 2 años de continuo funcionamiento de un computador, con una ejecución secuencial de un modelo computacionalmente más liviano. Estas simulaciones numéricas fueron ejecutados en colaboración con el Dr. Umnov de la Universidad Rusa de Amistad de los Pueblos (Moscú, Rusia). Las cuales corrieron el tiempo suficiente para alcanzar a medir la curva de decaimiento del plasma. Con estos resultados se comparan los parámetros de Lawson, para cada trampa, justificándose adecuadamente los resultados.

Capítulo 1

Preliminares

1.1. Problemas de Trampas de RCE

El estudio que se presenta en este trabajo está dedicado a plasmas confinados por campos magnetostáticos no homogéneos y de configuración compleja, que en el caso de trampas mínimo-B y cero-B no poseen ningún tipo de simetría global. Además surge el inconveniente de que el plasma se encuentra en condiciones RCE, no solo en una superficie ó una parte del volumen plásmico, sino en varias partes de estas trampas. Nuestro estudio de la trampa tipo espejo fue motivado por un problema que no fue resuelto desde finales de los años 60 del siglo XX: la explicación, de como se forma un anillo que se encuentra en el plano central transversal de la cámara de descarga, cuyo eje de simetría coincide con el eje de la cavidad cilíndrica, el cual se encuentra rotando alrededor de dicho eje (ver figura 1.1), y también qué características poseen las partículas que lo conforman.

Estos anillos, fueron observados desde los primeros experimentos dedicados, a la verificación experimental de calentamiento de plasmas por medio de microondas, realizados en los límites de programas termonucleares [Ikegami 1967, Dandl 1971] y en programas de diseño de fuentes de iones negativos de hidrógeno y deuterio, relacionadas con el proyecto ITER [ITER Organization]. En lo referente al plasma en la trampa mínimo-B, hay un análisis fenomenológico obtenido a partir de algunos datos experimentales, realizado por un grupo encabezado por Dr. Dugar-Zhabon en el cual se logró esclarecer la estructura general del plasma y que los electrones se dividen a tres grupos (fríos, calientes y supercalientes). Dada la naturaleza de este estudio en su análisis no se puede describir detalles finos del comportamiento de plasmas, sus propiedades y valores cuantitativos de sus parámetros. También fue realizado un experimento computacional del plasma en una trampa mínimo-B mostrando la estructura espacial que tiene el plasma confinado; pero que no logró encontrar el tiempo de vida del plasma en esta trampa que multiplicada con la densidad forma un parámetro crucial (parámetro de Lawson)

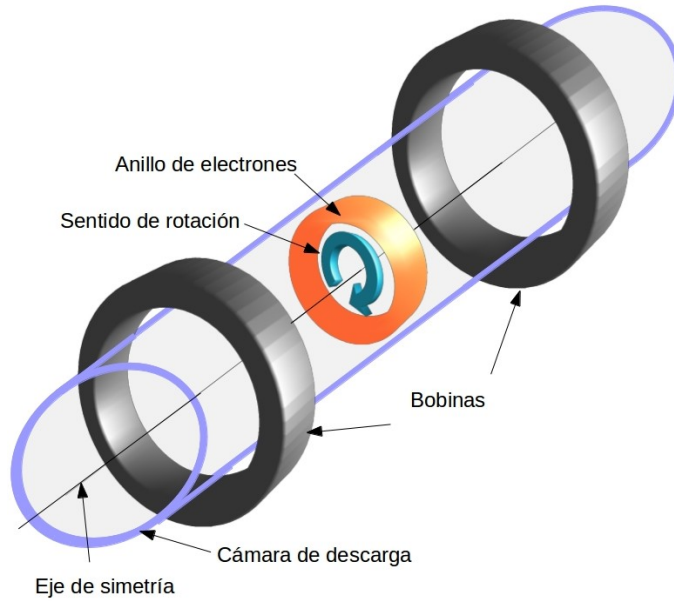


Figura 1.1: Vista tridimensional del anillo de plasma dentro de la cámara de descarga junto con las bobinas magnéticas de la trampa de espejo.

del punto de vista de generación de iones multicargados [Dugar-Zhabon 2002].

En lo referente a la trampa cero-B, hay trabajos preliminares hechos por el mismo grupo [Dugar-Zhabon 2000], que mostraron que esta trampa puede garantizar mayor densidad de plasma que la presente en la trampa mínimo-B; ambos dispositivos, se diseñan de los mismos elementos magnéticos. Sin embargo, dicha ventaja, no permite afirmar que la trampa cero-B es más efectiva que la mínimo-B, ya que, las dos trampas se puede comparar solo mediante el criterio de Lawson, que es el producto de la densidad de plasma n y el tiempo de vida τ , esto es $n\tau$. Entre mayor sea este parámetro, es más probable la generación de iones multicargados. Sin embargo, los electrones deben poseer la energía suficiente para arrancar del átomo la cantidad de electrones necesarios. En este trabajo se pretende encontrar este parámetro lo que podría esclarecer cuál trampa es de mayor efectividad.

El plasma es calentado por la interacción entre una onda electromagnética y la componente electrónica del plasma confinado en el campo magnetostático. Como los electrones giran en torno a las líneas de campo magnético (movimiento de Larmor), la transmisión de energía es máxima cuando la onda electromagnética gira con igual frecuencia que el movimiento rotacional electrónico. En este caso se dice que se presenta el fenómeno de resonancia ciclotrónica electrónica o RCE. Esta interacción con el campo de microondas, es complicada especialmente en caso de trampas magnéticas de estructura compleja.

La región de campo magnético donde el electrón gira con una frecuencia igual a la de microondas es conocida como zona de resonancia ciclotrónica electrónica o zona RCE.

Es de apuntar que en condiciones de RCE el electrón puede tanto ganar como perder energía. En su movimiento un electrón gana energía si el campo eléctrico del campo de microondas tiene una componente antiparalela a la velocidad del electrón, esto ocurre si el ángulo entre el campo eléctrico de microondas y el vector velocidad del electrón se encuentra entre $\pi/2$ y π . Entonces la velocidad de la partícula aumenta y se dice que se encuentra en la banda de aceleración.

Si la frecuencia de microondas es ω y la frecuencia de rotación de electrones debido al campo magnético, la cual es conocida como la frecuencia de Larmor dada por $\Omega = eB/(cm)$. Entonces los puntos de RCE forman una superficie que se puede determinar por la expresión:

$$B_{0e} = \frac{m_e \omega c}{e}, \quad (1.1)$$

donde m_e representa la masa del electrón, e el valor absoluto de la carga del electrón y c es la velocidad de la luz. Según esta fórmula la interacción RCE tiene lugar sólo cuando el electrón alcanza esta superficie y por esta razón primero fue desarrollada la teoría de interacción RCE como choque entre el electrón su campo electromagnético de resonancia, otras teorías son estocásticas basadas en la ecuación de Fokker-Planc, que no permiten mostrar cómo se forman anillos. Hay una teoría que explica las razones por las cuales se forman los anillos plásmicos, no solo en condiciones RCE, también bajo resonancia en armónicos de la frecuencia ciclotrónica fundamental, dado que dicha teoría, aborda el problema de manera fenomenológica [Golovanivsky 1995], y por esto no puede aclarar el proceso de formación y mantenimiento de los anillos plásmicos. Explicar este proceso es uno de los retos de este trabajo y el otro es obtener la información sobre qué tipo de partículas forman parte de anillos y su función de distribución energética.

Realmente la interacción RCE, se realiza no en una superficie sino en una capa de grosor que depende de los ángulos entre los vectores de la velocidad de electrones y el campo magnético. Este efecto se puede tomar en consideración en su totalidad sólo en el caso de muchas partículas interactuantes, el cual se puede resolver únicamente por métodos computacionales. Recientemente fue demostrado que la interacción RCE se puede sostenerse durante largo movimiento en campos magnetostáticos no homogéneos. Este fenómeno que es denominado Space AutoResonance Acceleration (SARA) fue descrito analíticamente y computacionalmente en [Dugar-Zhabon 2009].

Otro problema que es difícil de resolver de manera analítica está relacionado con el campo magnético y eléctrico producido por movimientos de las mismas partículas plásmicas; los campos de esta naturaleza son conocidos como autosostenidos. Principalmente no hay dificultades insuperables para tomar en consideración todos los campos autosostenidos en cálculos computacionales, solo tenemos que incluirlos en las ecuaciones discretizadas tanto para campo, como para movimiento, en programas de computadora. Es evidente que, estas simulaciones exigen un enorme tiempo computacional y por esto las integración de las ecuaciones de movimiento en nuestro trabajo usan una aproximación electrostática que toma en cuenta sólo la componente eléctrica del campo autosostenido.

Capítulo 2

Modelado Físico y Computacional

La teoría del plasma describe sistemas de muchas partículas principalmente mediante dos modelos: cinético e hidrodinámico. En el modelo cinético se estudia el plasma como un gas común mediante la ecuación cinética para la función de distribución de partículas en el espacio de fase 6D. En este caso se introducen las funciones de distribución para cada especie de cargada $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$. La condición de normalización se da en la densidad para cada elemento del volumen geométrico por: $n(\vec{r}, t) = \int f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v}$ y la ecuación cinética expresa la conservación de la densidad de partículas en un elemento dado del volumen de fase que mueve juntamente con el grupo elegido de partículas:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + q(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B}) \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0, \quad (2.1)$$

donde $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son los campos eléctrico y magnético respectivamente. La ecuación 2.1 no permite seguir en el tiempo y en el espacio la trayectoria de una partícula individual, esto acarrea la pérdida de detalles finos en el comportamiento del plasma que son especialmente importantes en casos de resonancia y otros fenómenos de tipo no-lineal.

Las ecuaciones de la aproximación hidrodinámica se deducen a partir de las ecuaciones cinéticas. En este modelo el plasma es tratado como una mezcla de líquidos electrónico e iónico, y es aplicable cuando las dimensiones características del plasma son muchísimo mayor, que la longitud de la carrera libre de iones y electrones y los tiempos característicos de procesos acaecidos en el plasma es grande respecto al tiempo entre dos colisiones. Las condiciones anteriores se pueden cumplir en plasmas de alta densidad, que no es el caso de plasmas confinados en trampas magnéticas. Ya que en éstos, la longitud de carrera libre se encuentra mayor que las dimensiones del volumen de confinamiento.

El rápido progreso, referente a la velocidad de tratamiento de datos en computadores, permite actualmente seguir el movimiento de cada partícula en sistemas de muchas partículas. A diferencia de los modelos analíticos mencionados arriba; los métodos computacionales nos dan una visión al plasma a partir de comportamiento de cada partícula, es decir, los efectos colectivos se manifiestan como resultado de la suma de las acciones

de cada partícula individual. Sin embargo los métodos computacionales, presentan la desventaja de que solo pueden trabajar en un medio discreto, y con límites en la precisión de los datos dada su limitada memoria. Por ende, los cálculos ejecutados, para la solución de modelos continuos limita la exactitud de los resultados y por ende las conclusiones generales. Actualmente existe una variedad de métodos de simulación de sistemas de muchas partículas, que se dividen a dos clases principales: métodos de dinámica molecular y métodos de partículas. Los métodos de dinámica molecular se aplican cuando las principales fuerzas entre las partículas en la escala atómica son de corto alcance. Estos métodos son viables para la descripción de medios condensados, principalmente sólidos. El comportamiento colectivo de plasmas que pertenecen a medios gaseosos se determina por fuerzas de largo alcance, lo que quiere decir que los procesos de colisiones directos se pueden tratar como despreciables y la interacción predominante entre las partículas se realiza a través de fuerzas electromagnéticas de largo alcance que se producen por las mismas partículas. Entonces el plasma en dispositivos de confinamiento se encuentra bajo influencia tanto de campos externos como autosostenidos de largo alcance y su simulación se puede efectuar apropiadamente mediante métodos de partículas.

2.1. Dinámica de Plasmas Usando Partículas

En esta manera de simular el plasma, se considera el comportamiento individual de partículas cargadas dentro del mismo, esto es, sometidas tanto a campos externos como a los generados por la interacción mutua. Por tanto, el movimiento de partículas se describe por las ecuaciones de Newton-Lorentz:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{E}_T + q\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}_T, \quad (2.2)$$

donde q es la carga eléctrica de la partícula y c es la velocidad de la luz en el vacío, $\vec{E}_T$ y $\vec{B}_T$ son los campos totales tanto eléctrico como magnético respectivamente, los cuales gobiernan el movimiento de las partículas. Es necesario anotar que para los electrones la ecuación de Newton-Lorentz debe ser tomada de forma relativista, no solo por lo que en condiciones RCE la energía del electrón puede alcanzar un valor comparable con su energía en reposo, también por la excepcional sensibilidad del corrimiento de la fase de interacción RCE [Dugar-Zhabon 2010] debido a la perturbación de la frecuencia por efecto de la variación de la masa relativista del mismo (ver ecuación 1.1). Esto significa que el impulso del electrón debe ser escrito en forma: $\vec{p} = m_0\gamma\vec{v}$, donde $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$ es el factor relativista. Los iones no experimentan efectos de resonancia y por ende su energía en un plasma RCE es muchos órdenes de magnitud menor su energía de reposo. Esta situación permite despreciar el factor relativista y tomar el impulso de forma puramente Newtoniana, $\vec{p} = M_0\vec{v}$, donde M_0 es la masa del ión en

reposo.

Dado que, en muchos experimentos relacionados con trampas magnéticas de espejo el calentamiento RCE se ejecuta con plasmas de hidrógeno, pues a menor masa de la partícula más rápido se puede alcanzar un estado de equilibrio; Por esta razón y ya que el estudio se enfoca principalmente en la efectividad de confinamiento del plasma en el presente trabajo todos los plasmas a simular son de hidrógeno. Es decir, consistente de electrones y de protones. (no se toma en consideración iones multicargados; ya que el estudio se enfoca principalmente en la efectividad de confinamiento del plasma en estas trampas magnéticas.)

Para hallar el campo eléctrico total sobre una partícula se debe considerar que las demás partículas constitutivas son poseedoras de carga, por lo cual generan campo, esto hace que todas las partículas se afecten mutuamente. Debido a ello, el campo total sobre una partícula se calcula superponiendo los campos externos (sistemas de microondas y confinamiento) más el generado por las mismas partículas (2.3). Éste último se denomina campo auto-generado ó auto-sostenido y depende del estado particular del plasma; es decir de la distribución espacial y de velocidades de las partículas que conforman el mismo. Dado que dichas distribuciones varían con el tiempo, el campo auto-generado también es auto-consistente [Dinklage 2005, p. 3]. Por tanto el campo eléctrico total se puede escribir de la siguiente manera:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_{ext} + \vec{E}_{auto}, \quad (2.3)$$

donde los subíndices *ext* y *auto* se usan para representar los campos externo y auto-generado respectivamente.

En el modelo electrostático, basta con encontrar la densidad de carga a partir de la distribución espacial tanto iónica como electrónica. Esto permite resolver la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 \Phi(\vec{r}, t) = -4\pi\rho(\vec{r}, t), \quad (2.4)$$

donde Φ representa el potencial eléctrico y ρ la densidad de carga. Donde el campo eléctrico se puede determinar como el negativo del gradiente de este potencial:

$$\vec{E}_{auto}(\vec{r}, t) = -\nabla\Phi(\vec{r}, t). \quad (2.5)$$

2.2. Campos Externos

Los campos externos reciben su nombre debido a que son generados por fuentes que se encuentran fuera del volumen de confinamiento. En nuestro caso, son el campo magnetostático de confinamiento y el campo de microondas.

2.2.1. Campo Magnético de Confinamiento

El campo magnético de trampas abiertas se genera por bobinas de corriente directa (d.c.) o imanes permanentes. Dicho campo se calcula previamente y es memorizado en un archivo. Las bobinas producen campos de configuración de espejo si los ejes de bobinas coinciden entre sí, se localizan simétricamente respecto al centro de la trampa y son alimentadas con corriente directa de igual valor y en el mismo sentido. Sin embargo, el valor de las corrientes de alimentación de las bobinas en las fuentes de iones RCE, pueden no coincidir; pero su diferencia normalmente no supera el 10 %. Tal diferencia facilita la extracción de iones lo largo del eje de sistema dirigiéndolos hacia la bobina de menor corriente. El campo magnético de las trampas mínimo-B y cero-B se genera por combinación de los campos de bobinas y el campo producido por un sistema de 6 imanes paralelepípedos ubicados sobre las paredes cilíndricas de la cámara de descarga de manera que se forma un campo cuyas líneas de fuerza se curvan formando ángulos agudos. Este tipo de trayectoria seguida por las líneas de campo se denomina “cusp”. El nombre cusp se traduce como “agudo”. Un sistema cusp simple puede formarse, si en las bobinas eje-simétricas pasa corriente en sentidos opuestos (cusp lineal o spin cusp). El esquema y líneas de fuerza magnética del sistema cusp lineal se da en la figura 2.1. El crecimiento de la componente radial del campo magnético en trampas mínimo-B y

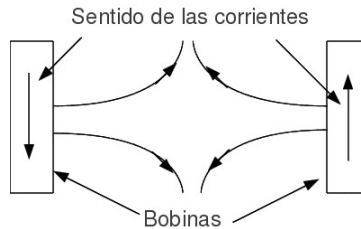


Figura 2.1: Líneas de fuerza magnética de un cusp lineal.

cero-B se garantiza por sistemas de imanes permanentes tipo multicusp, ubicados sobre las paredes cilíndricas a lo largo del eje de la misma. En la práctica suelen usarse 6 ó 8 imanes permanentes, la cantidad no es mayor dado que el tamaño de la superficie cilíndrica. Estos dispositivos magnéticos se llaman sextupolo y octupolo respectivamente. Una figura del campo transversal generado por un sextupolo es mostrada en la figura 2.2:

Campo de Bobinas d.c.

El campo de las bobinas se halla resolviendo la ecuación de Biot-Savart (2.6), primero para una espira con corriente estacionaria [Jackson 1999, p. 175-176] y después superponiendo hasta conformar el campo de una bobina:

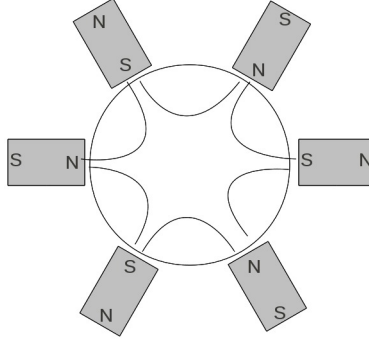


Figura 2.2: Líneas de fuerza magnética de un multicusp transversal.

$$\vec{B}_p = \frac{I}{c} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}_{dlp}}{r_{dlp}^3}, \quad (2.6)$$

donde $\vec{B}_p$ es el campo magnético en el punto de interés, $d\vec{l}$ es el diferencial de longitud que sigue la corriente y $\vec{r}_{dlp}$ es el vector que va desde la posición del $d\vec{l}$ hasta el punto de observación. Para el caso del campo de una espira circular de radio R con corriente estacionaria I cuyo eje de simetría es el eje z , con centro en el punto $(0, 0, z_s)$; el vector $d\vec{l}$ se puede escribir de la siguiente manera:

$$d\vec{l} = R\cos\theta\hat{i} + R\sin\theta\hat{j} + z_s\hat{k}$$

y el vector $\vec{r}_{dlp}$ es:

$$\vec{r}_{dlp} = (x - R\cos\theta)\hat{i} + (y - R\sin\theta)\hat{j} + (z - z_s)\hat{k}$$

Entonces la integral 2.6 se transforma en:

$$\vec{B}_p(x, y, z) = \frac{RI}{c} \int_0^{2\pi} \frac{(\cos\theta(z - z_s)\hat{i} + \sin\theta(z - z_s)\hat{j} - [y\sin\theta + x\cos\theta - R]\hat{k})}{[(x^2 + y^2 - 2R(x\cos\theta + y\sin\theta) + R^2 + (z - z_s)^2]^{3/2}} d\theta \quad (2.7)$$

Sin embargo no es necesario resolver la ecuación 2.7 para todos los puntos de la malla discreta, ya que sistema posee simetría axial, por tanto, basta calcular todos los puntos sobre el plano $y = 0$ para $x \geq 0$ e interpolar el campo en los demás puntos. Si se hace esto solo es necesario resolver dos integrales de manera numérica:

$$B_x = \frac{RI(z - z_s)}{c} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta d\theta}{[(x^2 - 2Rx\cos\theta + R^2 + (z - z_s)^2]^{3/2}} \quad (2.8)$$

$$B_z = \frac{RI}{c} \int_0^{2\pi} \frac{R - x\cos\theta}{[(x^2 - 2Rx\cos\theta + R^2 + (z - z_s)^2]^{3/2}} d\theta \quad (2.9)$$

Las ecuaciones 2.8 y 2.9, se resuelven generando el archivo de datos de los valores del campo en los nodos de la malla de para cálculo de campos. Como B_x hace las veces del campo radial, $B_x = B_\rho$, el valor de las componentes 'x' y 'y' en un nodo de la malla se puede calcular de la siguiente manera:

$$B_x(x, y) = B_\rho \frac{x}{\rho}$$

,

$$B_y(x, y) = B_\rho \frac{y}{\rho}$$

, donde $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Campo del Sextupolo

En este trabajo se estudian trampas con sistemas sextupolares, los cuales son denominados de esta manera ya que son conformados por 6 imanes permanentes. Los imanes poseen forma paralelepípeda colocados uniformemente alrededor de la cavidad cilíndrica paralelamente al eje del campo generado por las bobinas. Las barras se magnetizan en la dirección radial y los vectores de magnetizaciones de imanes vecinos se dirigen opuestamente, por lo que el número de barras de sistemas multicusp deben ser de par; esto es de tipo $2n$, donde n es el número de pares. La sección transversal de barras y de la cámara cilíndrica se da en la figura 2.2.

Para hallar el campo del sextupolo se puede superponer la contribución de cada imán. El campo magnético de un imán se puede hallar con el método del potencial magnético [Jackson 1999, p. 196-197], ya que no hay corrientes en el lugar donde se desea calcular el campo (2.10), puesto que los imanes están fuera de la cámara resonante:

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} = 0 \rightarrow \vec{B} = -\nabla \phi_m. \quad (2.10)$$

El potencial magnético se halla entonces a partir del vector de magnetización:

$$\phi_m = \int_{s(v)} \frac{\vec{M}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot d\vec{s} - \int_v \frac{\nabla' \cdot \vec{M}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv. \quad (2.11)$$

Para el cálculo del campo de una barra paralelepípeda como la mostrada en figura 2.3 y tomando el vector de magnetización constante dentro del volumen del imán y cero fuera:

$$\vec{M} = \begin{cases} M_0(\cos\theta\hat{i} + \sin\theta\hat{j}), & \text{dentro de la barra,} \\ 0, & \text{fuera de la barra} \end{cases}$$

entonces la segunda integral en la ecuación 2.11 se hace cero y el potencial de magnetización es igual a:

$$\phi_m = \int_{s(v)} \frac{\vec{M}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot d\vec{s} \quad (2.12)$$

Debido a que el vector de magnetización solo es paralelo al vector área de los polos del

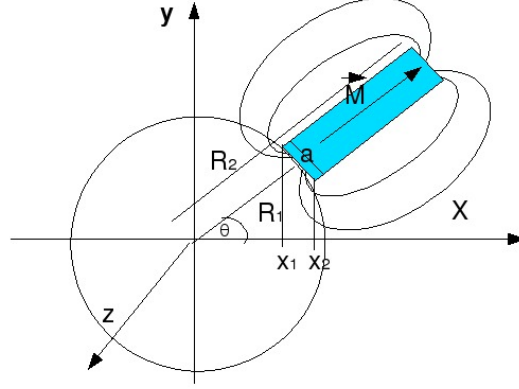


Figura 2.3: Esquema, para el cálculo del campo magnético de una barra paralelepípeda

imán mientras que en las demás caras del paralelepípedo el vector área y el vector de magnetización son perpendiculares. Entonces la integral cerrada 2.12 se reduce a dos integrales de superficie:

$$\phi_m = \int_{-b/2}^{b/2} \int_{x_2}^{x_{2R}} \frac{dz' dx'}{|\sin\theta| |\vec{r} - \vec{r}'|} \frac{M_0}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \int_{-b/2}^{b/2} \int_{x_1}^{x_{1R}} \frac{dz' dx'}{|\sin\theta| |\vec{r} - \vec{r}'|} \frac{M_0}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (2.13)$$

donde $\pm b/2$ son los límites del paralelepípedo sobre el eje z; (x_1, x_{1R}) son las proyecciones en el eje x del plano sobre el cual reside el polo magnético interno (radio R_1 en la figura 2.3); (x_2, x_{2R}) son las proyecciones sobre el eje x del plano que contiene el polo opuesto y θ representa la orientación del imán en el plano xy como es mostrado en la figura 2.3. Si bien la ecuación 2.13 posee solución analítica [Ravaud 2009]. En nuestro trabajo también se logra la solución analítica de dicha ecuación, mediante el siguiente procedimiento. Para ello se utiliza la siguiente notación con el objeto de no escribir ecuaciones tan largas:

$$u(x', R) = \frac{x'}{\sin\theta} + \cos\theta(y - \frac{R}{\sin\theta}) - x\sin\theta$$

$$p_x(R) = x - \sin\theta(x\sin\theta - \cos\theta(y - \frac{R}{\sin\theta}))$$

$$h^2(R) = x^2 + (y - \frac{R}{\sin\theta})^2 - (\cos\theta(y - \frac{R}{\sin\theta}) - x\sin\theta)^2$$

$$q(z', R) = \sqrt{h^2(R) + (z - z')^2}$$

$$f_x(x', z', R) = M_0 |\sin \theta| \left[\ln(\sqrt{(u(x', R))^2 + q^2(z', R)} + z - z') \right. \\ \left. - \frac{2p_x(R)}{\sin \theta h(R)} \arctan \frac{q(z', R) \frac{\sqrt{u(x', R)^2 + q^2(z', R)} + q(z', R) + u(x', R)}{\sqrt{u(x', R)^2 + q^2(z', R)} + q - u(x', R)} + (z - z')}{h(R)} \right]$$

Componente B_x

$$B_x = -\frac{\partial \phi_m}{\partial x} = f_x(x_{2R}, -b/2, R_2) - f_x(x_2, -b/2, R_2) - f_x(x_{2R}, b/2, R_2) + f_x(x_2, b/2, R_2) \\ - f_x(x_{1R}, -b/2, R_1) + f_x(x_1, -b/2, R_1) - f_x(x_{1R}, b/2, R_1) + f_x(x_1, b/2, R_1) \quad (2.14)$$

Componente B_y

Para el caso de la componente 'y' se necesita una nueva variable:

$$p_y = y - \frac{R_1}{\sin \theta} + (x \sin \theta - \cos \theta (y - \frac{R_2}{\sin \theta})) \cos \theta$$

$$f_y(x', z', R) = -\frac{M_0 |\sin \theta|}{\sin \theta} \left[\cos \theta \ln(\sqrt{(u(x', R))^2 + q^2(z', R)} + z - z') \right. \\ \left. + \frac{2p_y(R)}{h(R)} \arctan \frac{q(z', R) \frac{\sqrt{u(x', R)^2 + q^2(z', R)} + q(z', R) + u(x', R)}{\sqrt{u(x', R)^2 + q^2(z', R)} + q - u(x', R)} + (z - z')}{h(R)} \right]$$

$$B_y = -\frac{\partial \phi_m}{\partial y} = f_y(x_{2R}, -b/2, R_2) - f_y(x_2, -b/2, R_2) - f_y(x_{2R}, b/2, R_2) + f_y(x_2, b/2, R_2) \\ - f_y(x_{1R}, -b/2, R_1) + f_y(x_1, -b/2, R_1) - f_y(x_{1R}, b/2, R_1) + f_y(x_1, b/2, R_1) \quad (2.15)$$

Componente B_z

En el caso de la componente 'z' también se necesita una nueva variable:

$$p_z(x', R)^2 = (x - x')^2 + (y - \frac{R}{\sin \theta} + x' \cot g \theta)^2$$

$$f_z(x', z', R) = -\frac{M_0|\sin\theta|}{\sin\theta} \left[\ln(\sqrt{(p_z(x', R))^2 + (z - z')^2} + u(x', R)) \right]$$

$$B_z = -\frac{\partial\phi_m}{\partial z} = f_z(x_{2R}, b/2, R_2) - f_z(x_{2R}, -b/2, R_2) - f_z(x_2, b/2, R_2) + f_z(x_2, -b/2, R_2) \\ - f_z(x_{1R}, b/2, R_1) + f_z(x_{1R}, -b/2, R_1) + f_z(x_1, b/2, R_1) - f_z(x_1, -b/2, R_1) \quad (2.16)$$

Para encontrar el campo de las trampas mínimo-B y cero-B es necesario superponer los campos producidos por bobinas y por sextupolos:

$$\vec{B}_{trampa} = \vec{B}_{bobinas} + \vec{B}_{sextupolo}$$

Los valores numéricos acerca del campo magnético para cada tipo trampas se calculan previamente. Dichos valores se memorizan en un archivo y se usan en las operaciones de resolución computacional de las ecuaciones de movimiento de iones y electrones.

2.2.2. Campo de Microondas

El campo electromagnético que se aplica para calentamiento y aumento del tiempo de vida de plasmas en trampas RCE reales pertenece al rango de microondas, $\frac{\omega}{2\pi} \approx 10^9 - 10^{11}$ Hz, y por eso para nuestras simulaciones se eligen microondas. La estructura de este campo en el estado estacionario se puede encontrar analíticamente resolviendo las ecuaciones de Maxwell en vacío con condiciones de frontera. También en concordancia con dispositivos RCE reales con cámaras cilíndricas donde se encuentra el plasma, para las simulaciones se eligen campo de microondas de modo transversal eléctrico TE_{nmk}, cuyas componentes son [Jackson 1999, cap. 8]:

$$B_z = \frac{c\gamma^2 E_0}{\omega} \cos\left(\frac{n\pi z}{l}\right) \cos(m\phi - \omega t) J_m(\rho'),$$

$$\vec{E}_t = E_0 \cos\left(\frac{n\pi z}{l}\right) \frac{X_{mk}}{\rho_0} (J'_m(\rho') \sin(m\phi - \omega t) \hat{e}_\phi + \frac{m}{\rho'} J_m(\rho') \cos(m\phi - \omega t) \hat{e}_\rho),$$

$$\vec{B}_t = \frac{cn\pi E_0}{\omega l} \sin\left(\frac{n\pi z}{l}\right) \frac{X_{mk}}{\rho_0} (J'_m(\rho') \cos(m\phi - \omega t) \hat{e}_\rho - \frac{m}{\rho'} J_m(\rho') \sin(m\phi - \omega t) \hat{e}_\phi),$$

$$\gamma^2 = \frac{X_{mk}^2}{\rho_0^2} = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n\pi}{l}, \quad (2.17)$$

donde el eje z se toma como el eje de la cavidad, $\rho' = X_{mk} \frac{\rho}{\rho_0}$, X_{mk} representa la raíz k -ésima de la función derivada de Bessel de orde m , ρ_0 es el radio de la cavidad, ρ, ϕ, z representan las coordenadas cilíndricas, l es la longitud de la cavidad cilíndrica y n el numero cuántico longitudinal. El sistema de referencia usado es mostrado en la figura

2.4.

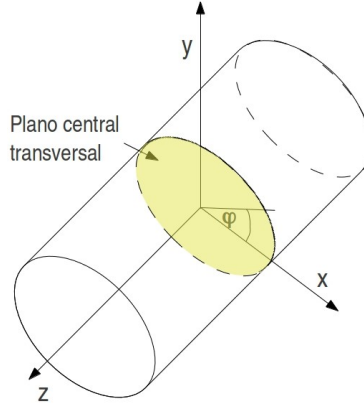


Figura 2.4: Sistema de Referencia Espacial

2.3. Modelado Numérico de la Dinámica del Plasma

En esta sección se dan las pautas del modelado numérico del plasma, tomando en cuenta que las operaciones computacionales se efectúan en un espacio discreto y limitado. Por lo que es necesario aprovechar lo mejor posible el uso de la memoria y sus diferentes maneras de representar los valores numéricos, en este sentido la mayoría de variables con que se trabaja fueron transformadas a cantidades adimensionales cuyo rango menor, se ajusta al tipo de variables usadas para su almacenamiento (tipo doble).

2.3.1. Discretización Espacial

Dado que el espacio debe discretizarse para resolver las ecuaciones de campo, se debe tomar en cuenta que el tamaño de la celda sea lo suficientemente pequeño, para que los errores de las diferencias finitas también lo sean. Sin embargo la celda debe ser lo suficiente grande para garantizar que en ella se hallen en promedio más de 1 macro-partículas, ya que entre más pequeño sea el volumen de la celda se necesitarán una mayor cantidad de macro-partículas para cumplir con el mínimo valor requerido. Lo anterior es muy importante dado los recursos limitados del computador específicamente hablando la memoria RAM. En este trabajo se tomó una malla uniforme, cuyos valores particulares pueden ser encontrados en la descripción de cada uno de los sistemas a estudiar.

2.3.2. Discretización de la Ecuación de Newton-Lorentz

Para resolver numéricamente la ecuación de Newton-Lorentz (2.2) es usual tomar el esquema de leap-frog, dado que es más preciso al trabajar con una malla descentrada [Birdsall 1991], normalizando las variables, ésta toma la forma:

$$\frac{\vec{u}^{n+1/2} - \vec{u}^{n-1/2}}{\Delta\tau} = \vec{g}^n + \frac{\vec{u}^{n+1/2} + \vec{u}^{n-1/2}}{2\gamma_B^n} \times \vec{b}^{n-1/2}, \quad (2.18)$$

donde $\vec{u} = \frac{\vec{v}}{c\gamma}$ – momento relativista en unidades de m_0c , $\vec{g} = \frac{\vec{E}_T}{B_0}$ – campo eléctrico total, $\vec{b} = \frac{\vec{B}_T}{B_0}$ – campo magnético total; ambos campos están normalizados a $B_0 = \frac{m_q\omega c}{q}$; $\gamma_B = \sqrt{1 + u^2}$ factor relativista, $\tau = \omega t$.

2.3.3. Método de Partícula en Celda

Como se menciona arriba estudiamos plasmas acolicionales, a los cuales pertenecen plasmas de densidades hasta 10^{12} cm^{-3} donde las partículas interactúan mediante fuerzas Coulombianas. Esto significa que en el plasma predominan efectos colectivos. Dicho método es usado para determinar, densidad de carga de las partículas, en los nodos de la malla espacial. El método partícula en celda o **PIC** por sus siglas en inglés “particle-in-cell”, recibe su nombre debido a que la partícula solo aporta carga en los nodos de la celda dentro de la cual se encuentra. Hay varias formas de los métodos PIC, los cuales difieren en el modo en que se asigna la carga a la malla y por ende la manera en que se obtiene el campo eléctrico. Entre estos métodos el método nube-en-celda se encuentra más aplicado ya que es menos ruidosa computacionalmente. Especialmente el método nube-en-celda es conocido como método partícula en celda.

Todos los valores en cálculos computacionales se hallan solo en nodos de la malla pero la nube cargada puede posicionarse dentro de la celda de cualquiera manera. Por ende es necesario distribuir la densidad de carga sobre los nodos de celda para seguir con los cálculos discretos. Este proceso que se llama ponderación de carga, que se ejecuta con nubes tanto de electrones como de iones resultando en la asignación de la carga en los nodos y generación del campo eléctrico autosostenido. En nuestro caso las dimensiones de la nube coinciden con tamaños de la celda computacional y su función de forma se describe por b-splin del orden cero. Equivalente a un ponderado trilineal el cual se ilustra en la figura y los factores de forma se muestran en la ecuación 2.19

$$\begin{aligned} \rho_A &= q \frac{V_G}{V}; & \rho_B &= q \frac{V_H}{V}; & \rho_C &= q \frac{V_E}{V}; & \rho_D &= q \frac{V_F}{V}; \\ \rho_E &= q \frac{V_C}{V}; & \rho_F &= q \frac{V_D}{V}; & \rho_G &= q \frac{V_A}{V}; & \rho_H &= q \frac{V_B}{V}; \end{aligned} \quad (2.19)$$

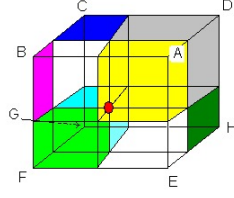


Figura 2.5: Ilustración de la ponderación de carga en el método PIC.

donde ρ_A representa la cantidad de carga asignada a dicho nodo, V_G es el volumen del octante adyacente a dicho nodo, esto es paralelepípedo celeste; ρ_D representa la cantidad de carga asignada a dicho nodo, V_F es el volumen del octante adyacente a dicho nodo, esto es paralelepípedo de color verde claro y así sucesivamente, es decir la posición de la partícula divide la celda en ocho paralelepípedos, y a cada nodo le corresponde una cantidad de carga que es igual a la carga total de la partícula por el volumen del octante opuesto sobre el volumen total.

Es de apuntar que dado que la frontera es cilíndrica, pero la celda usada es cúbica entonces algunas celdas del contorno no alcanzan a llenarse completamente ya que algunos de sus vértices quedan por fuera del volumen de la cámara de descarga; por eso es necesario que las celdas sean de tamaños adecuado para tener una adecuada resolución sobre la frontera cilíndrica

2.3.4. Macro-Partículas

El número total de partículas plásmicas en dispositivos de laboratorio y fuentes RCE de iones es del orden de $10^{15} - 10^{17}$ y el movimiento de cada una de éstas se describe mediante la ecuación de Newton-Lorentz. La integración simultánea de esta enorme cantidad de grados de libertad es un problema imposible aún para los más poderosos centros de cómputo. Para disminuir el número de ecuaciones hasta un valor manejable, las partículas reales se sustituyen por macro-partículas o partículas computacionales [Birdsall 1991], cada una de las cuales se compone de N_p partículas reales. Las macro-partículas pueden tratarse como nubes finitas de partículas reales y sus posiciones se determinan según sus centros de masas; sus velocidades son iguales a las velocidades medias de las mismas. Lo que permite usar mucho menos partículas para describir los efectos de las fuerzas electrostáticas. Una ventaja de este modelado, es que las macro-partículas se comportan en campos electromagnéticos de manera idéntica a las partículas reales. Las dimensiones de la macropartícula debe ser no menores que las dimensiones de celda. Cada macropartícula como una nube real puede pasar libremente a través de la otra. Sin embargo el número de macro-partículas en cada celda 3D debe

ser mayor que 1; para garantizar la validez estadística del método, en nuestro caso se toma 5×10^6 macro-partículas de cada especie (iones y electrones). De manera que el número total de partículas que componen la simulación de cada especie es $5N_p \times 10^6$. Subrayamos que la razón carga/masa de macropartículas es exactamente igual a la razón para las partículas reales lo que garantiza la coincidencia de trayectorias de macro partícula y partículas reales en los mismos campos electromagnéticos y bajo condiciones iniciales idénticas. En la simulación, se salva en un archivo la trayectoria de algunas macropartículas seleccionadas, de esta manera se permite visualizar con un programa adicional las trayectorias de partículas reales.

Los métodos de partículas exigen que el paso de tiempo en simulaciones sea lo suficientemente pequeño, como para seguir procesos más rápidos que suceden en el plasma, especialmente en condiciones de resonancia ciclotrónica. En este trabajo para no perder detalles de la interacción resonante el paso elemental de tiempo se elige como una fracción pequeña del periodo de rotación ciclotrónica.

2.3.5. Campo Eléctrico Autogenerado en Aproximación Electroestática

El campo se puede hallar como el gradiente del potencial eléctrico, el cual se encuentra resolviendo la ecuación de Poisson en cada paso de tiempo n -ésimo y las condiciones de frontera, que en nuestro caso se modelaron como las de un conductor perfecto aterrizado, esto es, potencial cero para cualquier nodo que se encuentre en la frontera de la cavidad o más allá; Entonces se resuelve el conjunto de ecuaciones lineales generadas por la ecuación de Poisson discretizada:

$$\frac{\Phi_{ijk+1}^n - 2\Phi_{ijk}^n + \Phi_{ijk-1}^n}{\Delta z^2} + \frac{\Phi_{i+1jk}^n - 2\Phi_{ijk}^n + \Phi_{i-1jk}^n}{\Delta x^2} + \frac{\Phi_{ij+1k}^n - 2\Phi_{ijk}^n + \Phi_{ij-1k}^n}{\Delta y^2} = -4\pi q(n_i(ijk)^n - n_e(ijk)^n), \quad (2.20)$$

donde los índices i, j, k recorren todos los nodos del sistema, las ecuaciones correspondientes se resuelven usando método iterativos [Sadiku 2000, sec. 3.5.2].

Al encontrar el potencial en nodos de la malla de la manera descrita arriba se puede encontrar el campo autogenerado:

$$\begin{aligned} E_{xijk}^n &= -\frac{\Phi_{i+1jk}^n - \Phi_{i-1jk}^n}{2\Delta x}, \\ E_{yijk}^n &= -\frac{\Phi_{ij+1k}^n - \Phi_{ij-1k}^n}{2\Delta y}, \\ E_{zijk}^n &= -\frac{\Phi_{ijk+1}^n - \Phi_{ijk-1}^n}{2\Delta z}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Entonces en la aproximación electrostática el campo eléctrico total se compone del campo auto-generado y la componente eléctrica del campo de microondas mientras que el campo magnético total es igual al campo externo que se genera por el sistema de bobinas con la corriente d.c. Tomando en consideración estas características, el algoritmo para un ciclo computacional se presenta en la figura 2.6.

Como los campos son calculados en los puntos discretos, su valor en un punto cual-

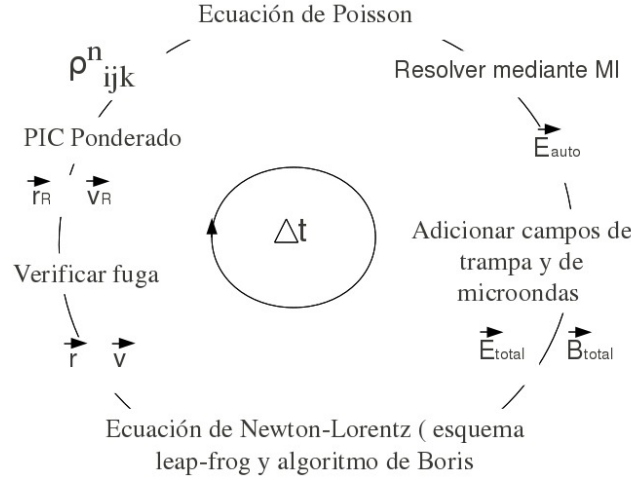


Figura 2.6: ciclo computacional

quiera dentro de la celda es encontrado mediante interpolación trilineal de los campos en los nodos de dicha celda, con el mismo factor de forma, que en el caso del ponderado de carga, con el objeto de evitar la autofuerza [Birdsall 1991, p.19] (es decir que la partícula se acelere a si misma). El proceso de interpolación para el campo eléctrico en el punto donde se encuentra la partícula queda entonces de la siguiente forma:

$$\vec{E}_q = \frac{1}{V} [\vec{E}_A V_G + \vec{E}_B V_H + \vec{E}_C V_E + \vec{E}_D V_F + \vec{E}_E V_C + \vec{E}_F V_D + \vec{E}_G V_A + \vec{E}_H V_B], \quad (2.22)$$

donde los subíndices, usados son tomados de acuerdo a la figura 2.5.

2.4. Mecanismo de Recuperación de Partículas

Encontrar un modelo de interacción del plasma con las paredes es muy importante para simular adecuadamente dicho sistema, especialmente en mecanismos de donde se pretende mantener una fusión termonuclear prolongada, como el ITER, donde la erosión causada por el plasma no solo afecta el comportamiento del mismo debido a contaminación por difusión de impurezas si no que además restringe la vida útil del contenedor [Samm 2006]. Por tanto dicha interacción se ha convertido en un reto

científico en la investigación de generación de energía por fusión [Devaux-Manfredi 2007, Kirschnera 2000]. En nuestro caso el objetivo principal es el estudio de la dinámica del plasma, esto es su calentamiento y confinamiento bajo el campo magnético de la trampa, además en fuentes de iones el tiempo de ejecución es menor por lo que la erosión de las superficies es despreciable. Además de lo anterior, la implementación de un modelo de interacción del plasma puede generar un aumento considerable en el tiempo de cómputo. Sin embargo es importante mantener constante el número de partículas en la simulación, ya que en la práctica todos los equipos basados en trampas magnéticas funcionan en el estado estacionario, esto es, el número total de partículas se mantiene constante mediante la inyección de un flujo de plasma adentro de la cámara o por ionización de flujo de gas que inmediatamente se ioniza en la cámara. Por estas razones se usa un mecanismo de recuperación de las partículas que alcanzan la frontera, con el objetivo de mantener la neutralidad total del plasma y el número total de las partículas en confinamiento constante. Para lo cual se cuenta con dos alternativas:

2.4.1. Absorción-Reaparición Aleatoria

Toda partícula que se fuga del plasma reaparece dentro de la cavidad en una posición y velocidad aleatoria; la magnitud de la velocidad varía desde el valor de la distribución inicial hasta un cincuentavo de la misma, para ello se usan técnicas Monte Carlo [Sadiku 2000, cap. 8].

2.4.2. Reflexión

En este caso la partícula rebota con las paredes de manera que su momento racionalizado normal ($\vec{u}_n$) se invierte. Se considera que debe existir una relación entre la energía incidente y la reflejada para ello se considera que el momento racionalizado se reduce en un factor $floss < 1$ el cual es determinado por el usuario esto es: $|u_R|/|u_I| = floss$ donde $\vec{u}_I$ representa el momento racionalizado incidente y $\vec{u}_R$ es el momento racionalizado reflejado.

2.5. Parámetro de Lawson

Con el objeto de medir la eficiencia de una fuente de iones multicargados, se debe calcular el parámetro de Lawson: $n\tau$ (véase sección 1.1), el cual es clave para garantizar procesos de fusión [Dinklage 2005, pg 137]. A una temperatura dada, el valor del parámetro de Lawson, determina la probabilidad en la generación de iones de cierta carga, poseyendo un valor crítico por debajo del cual no se efectuarían ionizaciones

[Freidberg 2007, pg. 67]. Para medir dicho parámetro se planea correr la simulación, con el mecanismos de recuperación de partículas fugadas, hasta que los electrones que componen el plasma alcancen cierto nivel estacionario, es decir que su configuración espacial no presente una variación mayor. Una forma de medir si el sistema a alcanzado la estabilidad es a través del numero de partículas que se fugan de la cámara, si dicha cantidad se estabiliza entonces es un indicativo del nivel de estabilidad. Una vez se cumpla dicho lapso, el programa es modificado para permitir la fuga de las partículas. En este régimen se determina la velocidad de desintegración del plasma en trampas a partir de la curva del número de partículas que se encuentran en el plasma contra el tiempo. De esta forma se puede calcular su tiempo de vida, el cual se puede encontrar mediante la expresión:

$$\tau = \frac{\int_{t_1}^{t_2} tN(t)dt}{\int_{t_1}^{t_2} N(t)dt} \quad (2.23)$$

Otra forma en la cual se puede medir el tiempo de vida, es suponiendo que la razón de cambio del número de partículas por unidad de tiempo, es proporcional a la cantidad actual de las mismas, esto genera un decaimiento exponencial de la densidad, $n(t) = n_0 e^{-t/\tau}$ y hacer una gráfica de $\ln(n)$ contra tiempo y del inverso del valor de la pendiente de la recta obtener el tiempo de vida del plasma. Sin embargo es necesario considerar que el plasma en estas condiciones de confinamiento puede poseer mas de un tiempo de vida de acuerdo con su posición dentro de la región de confinamiento, pues es de esperar que las partículas dentro de la zona de RCE puedan tener un tiempo de vida mayor; por tanto la suposición de decaimiento exponencial, puede verse representada mediante una recta a trazos con diferentes pendientes, de las cuales se puede obtener los distintos valores del tiempo de vida.

Para el cálculo de la densidad se toma como referencia el volumen encerrado por la superficie RCE, el cual es de mayor interés puesto que es allí donde se generan predominantemente los iones multicargados de una fuente de iones. Entonces multiplicando el tiempo de vida por la densidad media dentro de la región mencionada, se puede determinar dicho parámetro, para medir la eficiencia de las reacciones de fusión.

2.6. Criterios de Estabilidad Computacionales

Para evitar la propagación de errores computacionales los tamaños de la malla deben ser restringidos. En el método PIC existen dos criterios de estabilidad a tomar en cuenta [Lapenta 1995]: El primer criterio relaciona la frecuencia plásmica electrónica con el valor de paso temporal:

$$\omega_{pe}\Delta t < 2, \quad (2.24)$$

La frecuencia electrónica del plasma es: $56,4\sqrt{n_e}$ [Callen 2003, p. 18] en el sistema MKS donde n_e representa la densidad numérica de electrones, entonces la ecuación anterior

se puede escribir de la forma $56,4\sqrt{n_e}\Delta t < 2$, entonces el criterio 2.24 toma la siguiente forma:

$$\sqrt{n_e}\Delta t < 0,0355 \quad (2.25)$$

Este criterio de estabilidad es para garantizar que el paso de tiempo sea menor que el periodo de las ondas de Langmuir, las cuales determinan la escala temporal de respuesta inercial del plasma. El siguiente criterio de estabilidad toma en cuenta la resolución espacial, ya que desde el punto de vista macroscópico el plasma puede apantallar el campo eléctrico, en distancias mayores que la longitud de Debye (λ_D). Por ende la longitud de Debye, es un indicador de la variación espacial del plasma:

$$\Delta x < \alpha \lambda_{De}, \quad (2.26)$$

donde α es una constante de orden de 1.

Como $\lambda_{De} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_e e^2}}$ la cual puede escribirse de la siguiente forma $\lambda_{De} \approx 7434 \sqrt{\frac{T_e(\text{eV})}{n_e}}$ [Callen 2003, p. 4], tomando una temperatura media de 5 keV (que es característico para los electrones en la zona activa) tenemos: $\lambda_D = \frac{5,2567 \times 10^5}{\sqrt{n_e}}$ entonces tomando $\alpha = 2$ se obtiene $\Delta x < \frac{1,0513 \times 10^6}{\sqrt{n_e}}$ que se puede escribir como:

$$\sqrt{n_e}\Delta x < 1,0513 \times 10^6 \quad (2.27)$$

2.7. Modelo de Programación

Dado que el sistema a resolver no solo es de muchas partículas, sino que además es dependiente del tiempo, la simulación requiere alto tiempo de máquina. Por tanto en esta simulación se ejecuta el código en paralelo, con lo cual se reduce el tiempo de cálculo. Existen dos formas principales de la programación en paralelo desde el punto de vista del hardware: memoria compartida (sistemas multinúcleo) y memoria distribuida (cluster-grid). En nuestro caso se utiliza un sistema de memoria compartida, ya que si todos los procesos comparten la memoria, se evita gastar tiempo de comunicación entre los mismos para la toma de decisiones. Por tanto éste tipo de modelo es el más veloz. En el caso del uso de memoria compartida, se destacan dos librerías: openmp [Chapman 2008] y CUDA C [Nvidia 2010]. El primero aprovecha los núcleos del procesador y el segundo utiliza los núcleos de la tarjeta de video NVIDIA. Nosotros utilizamos un sistema híbrido, ya que incorpora tanto a la librería Openmp como CUDA C, el programa se ejecutó en el cluster guane de la Universidad Industrial de Santander, en la cual se pueden encontrar nodos de 4, 16 y 24 núcleos, con tarjetas de video Nvidia Tesla M2050.

Las simulaciones PIC sobre GPUs son usadas para simular la dinámica del comportamiento de plasmas como se puede mostrar en [Kong 2011], [Stantchev 2008], [Can-qun 2013]

y [Bureau 2010], para mencionar algunos. En la mayoría de estos trabajos se usa un hardware bastante robusto con varias tarjetas de video lo que permite realizar estudio de la escalabilidad del software. La distribución de memoria se realiza sobre las celdas de la malla computacional y no sobre los índices de las partículas. Es decir que las diferentes grillas del cluster representan un conjunto de celdas computacionales. Esta distribución de memoria se realiza para garantizar la ampliabilidad del software, de allí la importancia de encontrar algoritmos de deposito de carga óptimos ampliables y escalables como se aprecia en: [Kong 2011], [Stantchev 2008], [Can-qun 2013], [Germaschewski 2013], [George 2011]. Sin embargo en nuestro caso, en el cual solo se cuenta con una GPU, la distribución de memoria en la gpus se realiza de manera lineal asignando los hilos de cálculo a cada uno de los índices de la partícula. Este modelo optimiza el tiempo de cálculo al trabajar sobre una sola tarjeta de video, ya que no consume tiempo en algoritmos de mapeo para los depósitos de carga; pero no es ampliable desde el punto de vista de más de una tarjeta de video. Las pruebas realizadas muestran que en el caso de la integración de la ecuación de movimiento la ejecución en las GPUs es apropiadamente 8.5 veces más rápido frente a una ejecución secuencial.

2.8. Validación del código

La validación de un código es muy importante ya que nos permite determinar el grado de confiabilidad de los resultados obtenidos, en especial en el estudio numérico-experimental de nuevos sistemas, de los cuales no se tiene un marco de referencia para confrontar los resultados. En la física computacional del plasma, se distinguen dos condiciones necesarias para determinar la validez de un software de simulación. La primer condición hace referencia a las condiciones de estabilidad computacionales para evitar la propagación y crecimiento de errores computacionales (ver sección 2.6) y la segunda es que se reproduzca un fenómeno observable. Dado que la primer condición posee una serie de procedimientos preestablecidos, basta con seguir estos requerimientos para satisfacer la estabilidad del código; (lo anterior es una condición necesaria pero no suficiente ya que por ejemplo las condiciones de frontera o usar grillas no estructuradas pueden introducir errores computacionales difíciles de determinar o medir [Taflöv 2005]). Por tanto la segunda condición es considerada como la más importante ya que un software válido es aquel que puede reproducir un fenómeno real [Rácz 2011], [Melzani 2013]. En este sentido los resultados presentados y confrontados en los capítulos 3 y 4 sirven para hacer la validación del software, y hacernos una idea de la confiabilidad de los resultados.

Capítulo 3

Trampa de Espejo

En los años 50 del siglo XX se tenían grandes esperanzas en realizar procesos de síntesis termonuclear en trampas magnéticas tipo espejo. Se esperaba que el plasma en esta trampa pudiera ser calentado hasta una temperatura del orden de 7000 K el tiempo suficiente para que se inicien las reacciones de síntesis termonuclear del deuterio. Sin embargo los experimentos mostraron que la configuración de espejo es inestable por lo que es imposible crear un reactor termonuclear basado en la trampa tipo espejo. No obstante, esta estructura magnética es usada en dispositivos donde el plasma se calienta bajo condiciones RCE entre otras aplicaciones para: tratamiento de superficies de sólidos mediante flujos plásmicos [Popov 1992], generación de iones negativos de hidrógeno y deuterio [Dugar-Zhabon 2001], producción de rayos x [Dugar-Zhabon 1991], [Dugar-Zhabon 2004], [Baskaran 2000]. Los dos últimos sistemas se caracterizan por la configuración específica de superficies RCE la cual es en forma de hiperboloide de una hoja. En estas condiciones en el plano medio de la trampa se forma uno o más anillos (en la frecuencia fundamental de microondas y sus armónicos) que se observan desde los primeros experimentos dedicados a calentamiento RCE del plasma [Ikegami 1967]. A pesar de la relativamente larga historia que trata explicar la existencia del anillo en plasmas RCE confinadas en trampas magnéticas [Golovanivsky 1995] sólo nosotros recientemente hemos logrado demostrar de cuál manera se forma el anillo y explicar por qué en estos plasmas la componente electrónica se divide en tres grupos energéticos con mecanismos de aceleración diferentes [Dugar-Zhabon, Murillo 2009].

3.1. Modelo físico y Computacional

El modelo físico del sistema de trampa magnética RCE tipo espejo se caracteriza por lo simple de su diseño el cual se muestra en la figura 3.1. Un campo magnético se genera por dos bobinas d.c. (1) colocadas simétricamente respecto al plano mediano de

la cavidad (2). La cavidad de forma cilíndrica de 13.2 cm en diámetro y 14.4 cm de longitud se ubica entre las bobinas eje-simétricamente. Los centros de la cavidad y de la trampa coinciden. El campo magnético estático se produce por la corriente de 55A que corre por las bobinas conectadas sucesivamente cuyas dimensiones son: radio máximo es 7.5 cm, radio mínimo 2.1 cm, número de espiras para cada bobina 500x18. El campo magnético en el centro es 965 Gs con la relación de espejo de 4.4. La superficie RCE tiene la forma de hiperboloide de una hoja la cual se nota como (4) en la Figura 3.1. La cavidad se excita en el modo TE_{111} de una amplitud en centro de la cavidad de 2 kV/cm y la frecuencia igual a 2.45 GHz. El z-perfil de la componente eléctrica se marca como (3) en la Figura 3.1. Notemos que el término “hiperboloide de una hoja” e “hiperboloide de dos hojas” fue introducido por Dugar-Zhabon y después usado por otros autores [Baskaran 2000] y [Roulie 2002] para describir la superficie resonante, por lo que el este término tiene un carácter convencional. La superficie RCE es de hecho cerrada y no puede formar un hiperboloide regular que tiende al infinito. Bajo ciertas geometrías de bobinas y valores de corrientes La superficie RCE puede tener aproximadamente la forma de hiperboloide de una hoja en la parte central del espacio entre las bobinas (ver figura 3.1) como es nuestro caso.

Para ejecutar los cálculos computacionales el volumen de la cavidad se divide en una

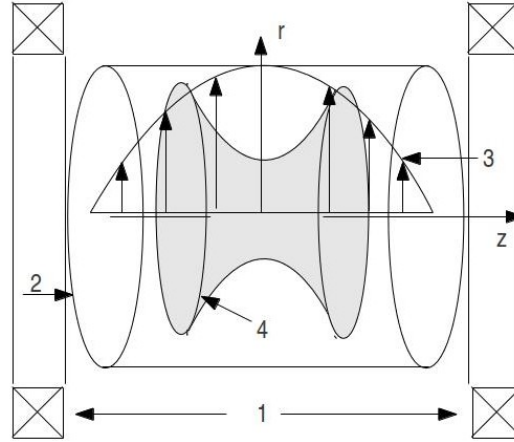


Figura 3.1: Sistema tipo espejo: 1-bobinas, 2-cámara cilíndrica, 3-Perfil de campo eléctrico de microondas, 4 – forma de la superficie de resonancia (hiperboloide de una hoja).

mallla tri-dimensional de dimensiones 89x89x97. El número de macropartículas de cada especie (electrones e iones) es de 5×10^6 , cada una representa 1×10^8 partículas reales, por lo que en total sistema simula 1×10^{15} partículas

A partir de una distribución homogénea inicial se busca los potenciales en posiciones de todos los nodos de la mallla que permitan calcular los valores del campo eléctrico en los puntos de localización de las macropartículas. Este campo autosostenido se adiciona al

campo eléctrico de microondas y el campo total se introduce en la ecuación de Newton-Lorentz tanto para electrones como para iones. Este procedimiento se repite en cada paso temporal que es $1/125$ parte del periodo de microondas.

Los datos de entrada del sistema físico fueron organizados en tabla 3.1, mientras que los datos computacionales, se muestran en la tabla 3.2, donde Nz representa los nodos longitudinales y Nr los Nodos radiales. Esta selección hace que en la maya discreta al interior de la cámara de descarga se encuentren aproximadamente 541870 celdas de forma cúbica.

Tabla 3.1: Datos de la Cámara de Descarga

Radio, cm	Longitud, cm	Modo-Onda	Frecuencia, GHz	Amplitud-Onda, Kv/cm
6.6	14.7	TE_{121}	2.45	5.0

Tabla 3.2: Datos computacionales

Macro-partículas por especie	partículas por macro-partícula	divisiones del periodo de microondas	Nz	Nr
5×10^6	1×10^8	250	97	45

3.2. Superficie RCE y Perfil de Campo Magnético

Las dimensiones de las bobinas y su corriente mostradas en la tabla 3.1 fueron elegidas para obtener una zona de RCE, en forma de hiperboloide de una hoja cuya sección transversal en el plano central de la trampa es una circunferencia de 2.0cm de radio; y con un razón de espejo sobre el eje z de 4.4, el perfil de campo magnético sobre el eje z es mostrado en la figura 3.2. El mínimo valor de campo corresponde a un valor de 960 G en el centro de la cavidad y un máximo de 4300 G en sus extremos.

Con el objeto de tener mayor claridad sobre la superficie RCE ($B=875.89$ G), se incluye la figura 3.3, donde se muestra una versión 3D de dicha zona.

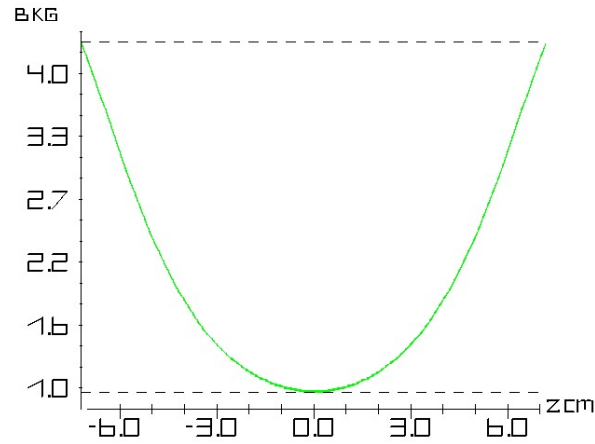


Figura 3.2: YZ Perfil de campo magnético sobre el eje z

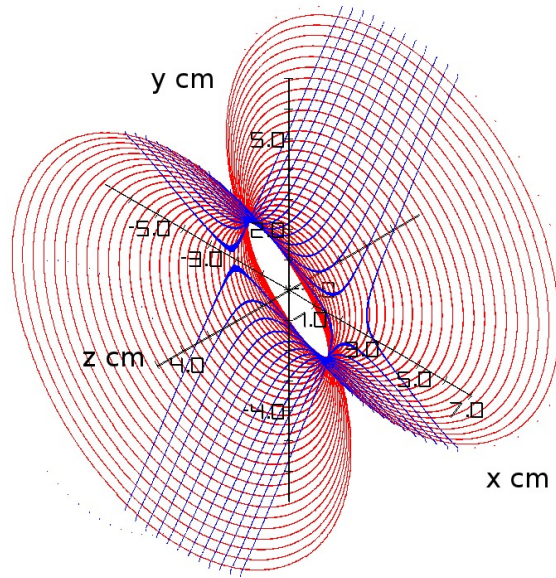


Figura 3.3: XYZ vista de la superficie RCE.

3.3. Visualización del Campo Magnético de la Trampa

El campo magnético de la trampa tipo espejo, es axialmente simétrico, por lo que solo se da una visualización sobre el plano YZ, ver figura 3.4, de dicha figura se puede apreciar que la magnitud de campo magnético disminuye hacia el centro de la cavidad a lo largo del eje z (eje de simetría de la cavidad). También en la región central transversal el campo se reduce radialmente hacia las paredes cilíndricas, este cambio en la magnitud

del campo hace que el plasma sea presionado hacia dichas regiones por efecto de la fuerza diamagnética y la presión magnética. El gradiente en la dirección radial, puede empujar el plasma hacia las paredes de la cavidad, lo que desfavorece la capacidad de confinamiento

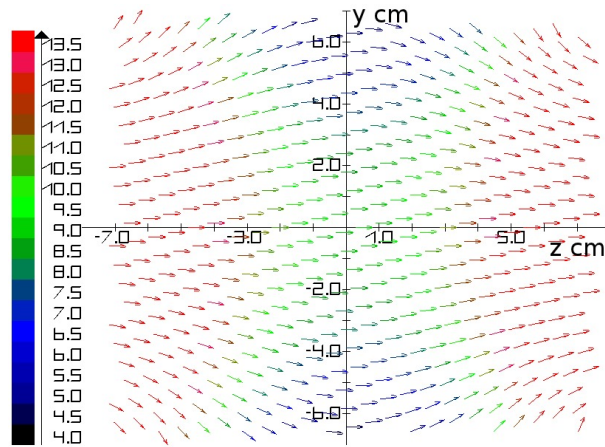


Figura 3.4: YZ vista del campo magnético de la trampa tipo espejo.

3.4. Resultados y Discusiones

El experimento computacional se considera finalizado cuando la distribución del plasma en el espacio de la cavidad y la función de distribución por energía de electrones sufren solo pequeñas variaciones que pueden considerarse como una leve fluctuación. En el caso del plasma RCE en la trampa magnética de espejo esto sucede después de $4,78 \times 10^5$ ciclos computacionales. El espectro energético estacionario se da en figura 3.5.

Se puede ver que a pesar de que la distribución en energías se prolonga de manera

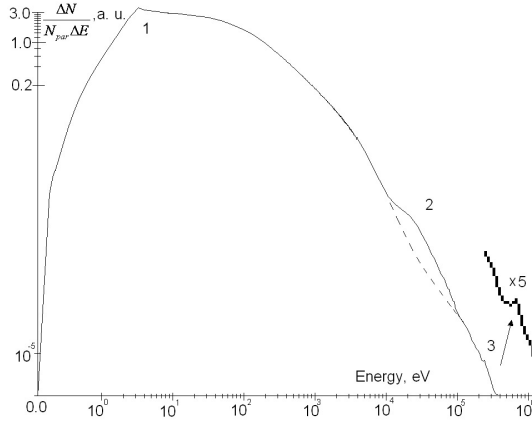


Figura 3.5: Espectro energético electrónico: 1-electrones fríos, 2-electrones calientes, 3-electrones supercalientes.

continúa hasta 440 keV se distinguen tres grupos: grupo frío, grupo caliente y grupo supercaliente. Para obtener una imagen real respecto a la relación cuantitativa entre estos grupos de electrones se tiene que tomar en consideración que la gráfica presentada en la figura 3.5 está dada en escala logarítmica. Estos grupos se diferencian además por sus localización en el volumen de la trampa y por la manera en que se originan. La principal parte de no menos que el 87.5 % del total de electrones en la trampa consiste en los electrones fríos con una energía media de 0.7 keV. Los electrones fríos no interactúan directamente con el campo de microondas y obtienen sus energías a través de interacciones Coulombianas con los electrones que se encuentran calentados en las zonas RCE. El grupo de electrones calientes componen aproximadamente 12.4 % de la total población. El grupo supercaliente es de máxima energía cuya población no supera 0.1 % del número total de partículas en la trampa. Los electrones clasificados como supercalientes fueron detectados en plasmas RCE confinados en trampas de espejo hace más de 50 años; pero el mecanismo de aceleración de estos electrones hasta energías que cubre el rango energético entre 200 keV y 400 keV no quedaba claro. En el año 2002 Dugar-Zhabon y sus colegas hicieron una simulación 3D del plasma RCE en una trampa mínimo-B que mostró que algunos electrones obtienen altas energías hasta 400 keV. Ya que ninguna teoría no pudo explicar como el electrón puede alcanzar

está energía en las condiciones de esta simulación se supuso que las condiciones RCE se mantienen automáticamente a pesar del movimiento del electrón al lado de crecimiento del campo magnético. El fenómeno de auto-mantenimiento de la resonancia ciclotrónica en campos magnéticos homogéneos fue bien estudiado bajo el nombre autoresonancia ciclotrónica. La teoría analítica del fenómeno de aceleración autoresonante en campos magnéticos no homogéneos fue desarrollada de manera analítica por Dugar-Zhabon y Orozco [Dugar-Zhabon 2009]. Este fenómeno denominado SARA por sus siglas en inglés “Space AutoResonant Acceleration” fue probado mediante experimentos numéricos [Dugar-Zhabon 2009]. Entonces se puede suponer que el grupo supercaliente consiste de los electrones captados en el régimen de autoresonancia espacial. Esta hipótesis se verifica analizando la localización y trayectorias de estos electrones en el campo no homogéneo. Sus localizaciones en una capa transversal (x, y , centrada en $z=0.2$ cm con el origen de coordenadas en el centro de la trampa) de un grosor de 0.4 cm se da en la figura 3.6. Se puede ver claramente que los electrones supercalientes se localizan alrededor del círculo RCE de un radio aproximadamente de 3 cm. El círculo RCE mostrado en la figura 3.6 es el corte del hiperboloide RCE por el plano transversal central. La localización de estos electrones en una capa longitudinal (x, z , centrada en $y=0.0$ cm) de un grosor de 7.0 cm se da en la figura 3.7 donde el eje z coincide con el eje de simetría de la trampa. A partir de estas localizaciones sigue que los electrones supercalientes se acumulan en la zona central de la trampa.

La trayectoria seguida por un electrón mientras gana energía hasta convertirse en un

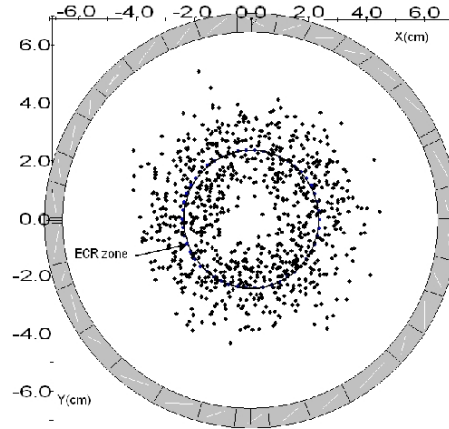


Figura 3.6: XY distribución de los electrones supercalientes

electrón perteneciente al grupo de supercalientes es presenta en figura 3.8. Se puede ver que a medida que el electrón se acerca a la zona de resonancia clásica de $B_0=875$ Gs del lado de campo de valor menor la energía se aumenta rápido y al atravesar esta zona no cae sino que sigue creciendo. La transferencia de la energía de microondas al electrón en su movimiento en un campo magnético creciente es posible solo en condiciones de resonancia ciclotrónica espacial bajo la condición de permanencia constante del ángulo entre los vectores del campo magnético y la velocidad de la partícula en la banda de

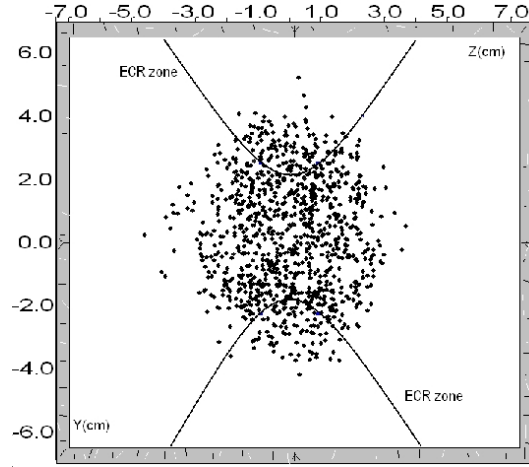


Figura 3.7: YZ distribución de los electrones supercalientes

aceleración $((\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}))$. De tal manera el electrón que inicialmente pertenecía al grupo frío alcanza la energía de 400 keV y entra en el grupo supercaliente.

La proyección xy de la trayectoria 3D de este electrón se da en la figura 3.9 que muestra

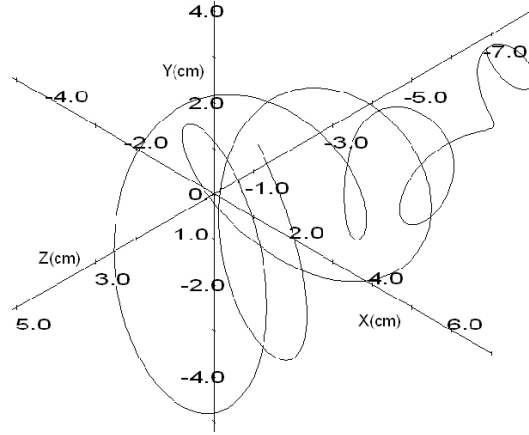


Figura 3.8: 3-D Trayectoria de una partícula ganando energía hasta convertirse en una supercaliente

que el electrón atraviesa el plano transversal central de la trampa y después regresa a este plano moviéndose de manera circular. En el estado estacionario tales electrones oscilan en la dirección longitudinal respecto al plano central (a este movimientos cuasi periódico se le denomina oscilaciones de bounce) forman un anillo de radio aproximadamente 3 cm que es el radio de Larmor (determinado por la energía de la partícula y la magnitud de campo magnético). La imagen de la trayectoria de como un electrón de energía de 410 keV forma el anillo se da en la figura 3.9.

La fuerza diamagnética $\vec{F} = -\mu \nabla B$ (donde , $\mu = W/B$ donde W – energía del movimiento rotacional, $-\nabla B$ gradiente de campo magnético) estabiliza el anillo en el plano central respecto movimientos longitudinales pues el campo magnético crece a ambos lados del plano central transversal. Debido a la acción de esta fuerza la anchura del anillo se encuentra del orden de 4 cm. El movimiento bounce en una corto lapso de tiempo se puede ver en la figura 3.10.

La estabilización radial del anillo se determina por el criterio elaborado para el movi-

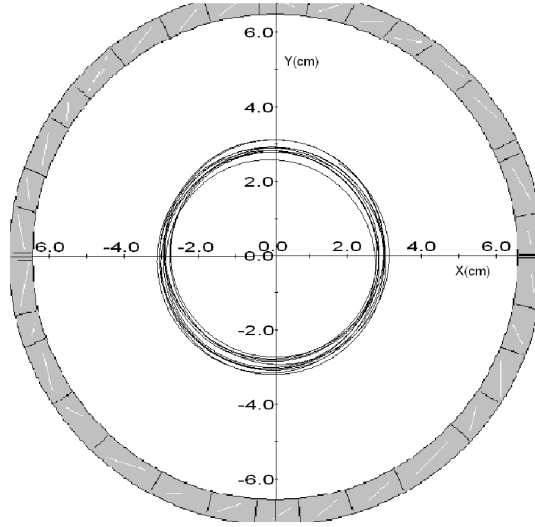


Figura 3.9: XY Trayectoria de una partícula supercaliente

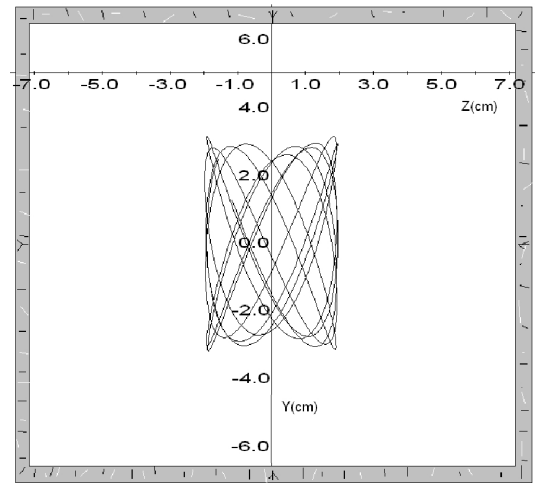


Figura 3.10: YZ Trayectoria de una partícula supercaliente

miento circular de partículas cargada en campos magnéticos radialmente no homogé-

neos. El cual requiere que el factor $N = \frac{r}{B} \frac{\partial B}{\partial r}$, se encuentre en los límites $0 < N < 1$ [Kerst 1941]. En nuestro caso la estabilización del anillo es garantizado pues tenemos $N = 0,2$.

El grupo de electrones calientes con energía media aproximadamente de 16.4 keV obtiene su energía debido a la interacción RCE clásica, es decir interactúan con microondas de manera resonante durante un periodo corto y no cae en el régimen autoresonante que es evento muy raro. Estos electrones se encuentran parcialmente capturados en la zona central de la trampa como se puede ver en la figura 3.11. La figura 3.12 muestra en la proyección transversal de la manera en que un electrón perteneciente al grupo caliente empieza a formar una trayectoria de tipo circular. La fase final de este movimiento se da en la figura 3.13 de donde se puede ver que el centro de guía de este electrón hace rotaciones y forma un anillo del mismo radio que el radio de anillo formado por electrones supercalientes. Parece que el movimiento acimutal de los electrones calientes tiene carácter de deriva en campos cruzados del campo magnético y el campo eléctrico generado por el anillo de los electrones calientes pero este problema necesita en un estudio computacional especial que está fuera de los objetivos de esta tesis. Además del movimiento acimutal los electrones calientes participan en el movimiento de Larmor, los electrones se rotan alrededor de sus centros de guía. El radio de rotación del electrón de energía de 17 keV es de 0.5 cm según las simulaciones, lo que coincide bien con el radio de Larmor clásico calculado. Entonces los electrones calientes participan simultáneamente en el movimiento rotacional de radio grande y en el movimiento de Larmor de radio pequeño. En la figura 3.14 se puede ver que el electrón caliente hace también oscilaciones bounce longitudinales. Como en el caso de los electrones supercalientes por este movimiento es responsable la fuerza diamagnética. Este efecto concuerda bien con las observaciones experimentales [Dugar-Zhabon 1984], [Ikegami 1967]. En lo referente a los iones, ellos adquieren sus energías en campos eléctricos autosostenidos de los electrones. El objetivo de esta parte de tesis está relacionado solo con el anillo electrónico y los iones en este sentido se tratan solo como un fondo que es de poco interés.

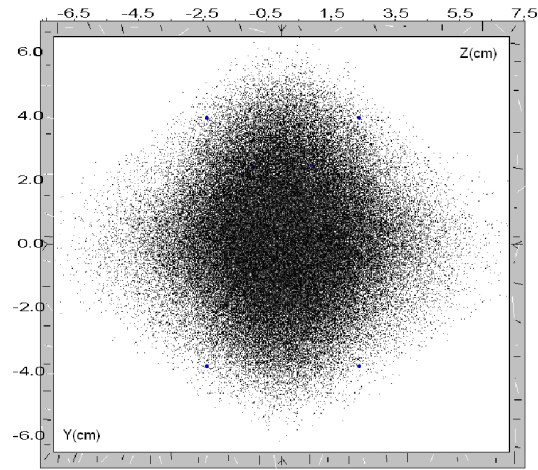


Figura 3.11: YZ distribución de electrones calientes

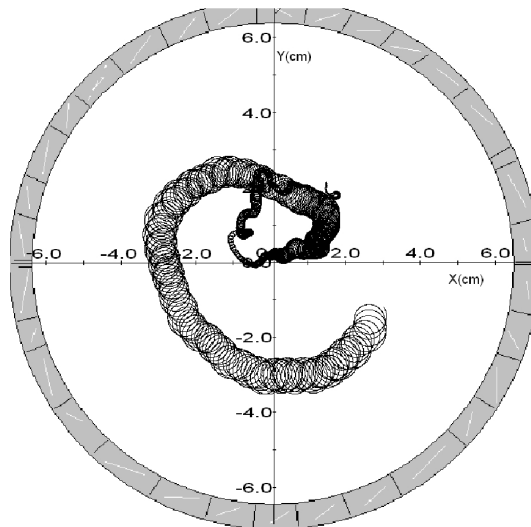


Figura 3.12: XY trayectoria de la formación de un electrón del grupo de calientes, hasta alcanzar 10 keV

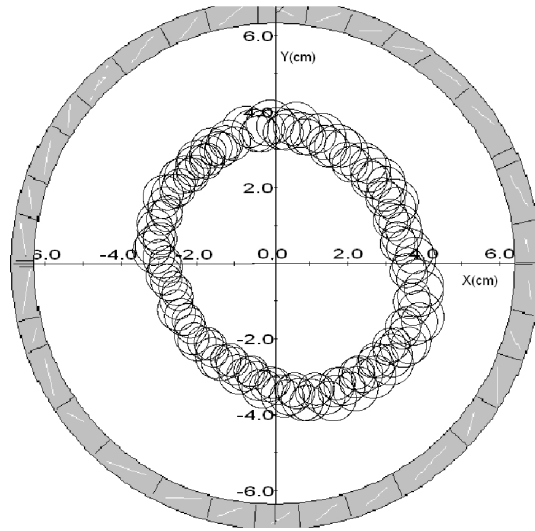


Figura 3.13: XY trayectoria de un electrón con 17 keV

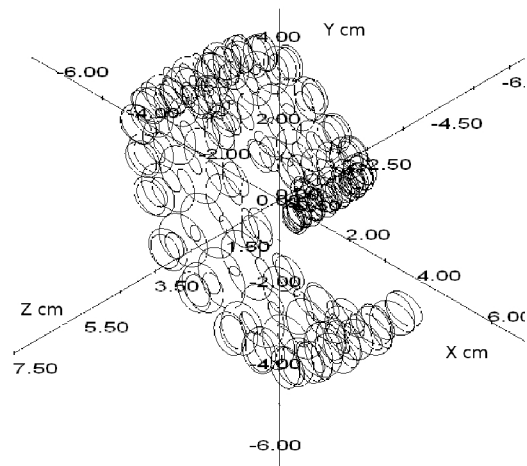


Figura 3.14: XYZ trayectoria de un electrón con 17 keV

Capítulo 4

Trampa Mínimo-B

La trampa mínimo-B en estudio, se compone de un sistema de bobinas d.c. y un sextupolo (ver sección 2.2.1) el cual aporta un campo magnético trasversal (ver figura: 4.1(a)) con respecto al campo generado por las bobinas (ver figura 4.1(b)), lo que produce un cambio tanto en la curvatura como en el gradiente de campo magnético. El campo total de bobinas e imanes se caracteriza por la curvatura cóncava de sus líneas de fuerza magnética, lo que remueve las inestabilidades magnetohidrodinámicas del plasma confinado y también porque la magnitud es más fuerte hacia las paredes. Esta estructura de campo magnético hace que la dirección de la fuerza diamagnética se dirija hacia el centro de la cavidad, de manera que el plasma es presionando hacia el interior tanto radial como longitudinalmente. Como el campo magnético en el centro de la cavidad es mínimo, la trampa recibe el nombre de “*mínimo-B*”. Actualmente todos los centros de alta energía tienen fuentes de haces intensos de iones multicargados que se diseñan como fuentes RCE mínimo-B.

Los resultados obtenidos corresponden a la etapa de llegada de la componente electrónica del plasma al estado de cuasi equilibrio y a la etapa de desintegración del plasma cuando las partículas caídas a las paredes de la cámara no se sustituyen por otras del mismo tipo (electrones o iones). A continuación se dan las especificaciones tanto del sistema físico como de parámetros computacionales

4.1. Sistema Físico

El sistema físico de la trampa mínimo-B consta de una cámara de descarga de forma cilíndrica, un par de bobinas y un sextupolo. El plasma es calentado por microondas mediante interacción resonante electrónica, la forma de la superficie RCE es de tipo elipsoidal. El esquema de este sistema se puede apreciar en la figura 4.2

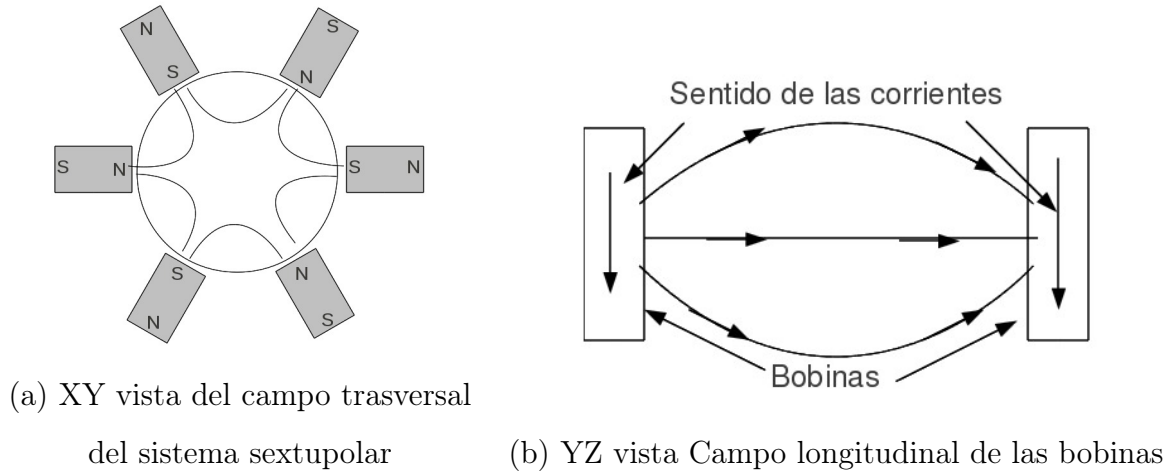


Figura 4.1: descomposición del campo de los sistemas magnéticos que conforman la trampa mínimo-B

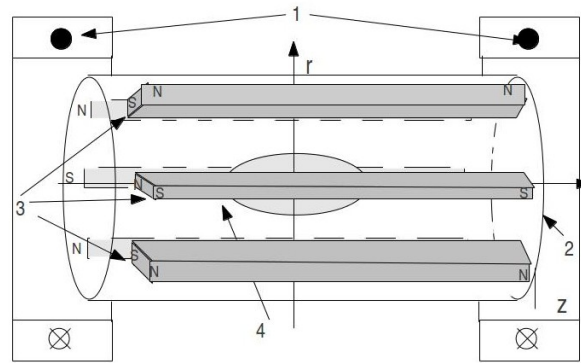


Figura 4.2: Sistema magnético principal de la trampa mínimo-B RCE: 1 - bobinas que producen el campo tipo espejo, 2 – cavidad cilíndrica, 3 - sextupolo que forma un campo multicusp, 4 - zona RCE.

Datos de Entrada: Los datos se seleccionaron tomando en cuenta el modo de microondas, que la malla discreta es homogénea, y para garantizar en promedio al menos 8 macropartículas por celda. Los datos de entrada fueron organizados en las tablas 5.1, 4.2 y 4.3:

Es de aclarar que el hilo que compone las espiras de las bobinas, tiene la sección transversal cuadrada y que por separación entre las bobinas se entiende la distancia entre sus extremos más cercanos.

Para los datos del sextupolo nos apoyamos en la figura 2.3

Tabla 4.1: Datos de la cámara de descarga

Cámara de Descarga		Microondas			Elipsoide RCE, semiejes		
Radio	Longitud	Modo	Frecuencia	Amplitud	y	z	Volumen
3.9956 cm	25.9720 cm	TE_{114}	14 GHz	1.0 kV/cm	1.9 cm	2.85 cm	131.6340 cm^3

Tabla 4.2: Bobinas Magnéticas

Radio Interno	Radio Externo	Separación de Bobinas	Área Transversal del hilo	Espiras Radiales	Espiras Longitudinales	Densidad de Corriente $\frac{statamp}{cm^2}$
7.296 cm	12.296 cm	15.972 cm	1,0 cm^2	5	8	$9,6 \times 10^{12}$

Tabla 4.3: Sextupolo (ver sección 2.2.1)

R1	R2	θ	a	Longitud Axial	Magnetización
4.1 cm	7.1 cm	30°	2.5 cm	21.0cm	$2,21 \times 10^3$ G

4.2. Campo magnético y superficie RCE

La forma de las líneas de campo magnético de confinamiento, es muy importante ya que su configuración junto con la localización de la zona RCE son los principales responsables de la distribución espacial del plasma y el espectro energético de electrones. Por ello se presentan varias gráficas, con el objeto de dar una idea de la configuración del campo de confinamiento, y que además sirven de soporte para justificar los resultados obtenidos, especialmente en la componente electrónica que conforma nuestro sistema. En la gráfica 4.3 en el plano $z = 0$ donde se puede apreciar con buen detalle el campo sextupolar, dado que la componente radial del campo de las bobinas es nula en dicho plano. De la misma figura (4.3) se puede apreciar que el campo transversal además de una simetría azimutal local (se puede rotar alrededor del eje z 120° y el campo no varía) también posee un gradiente en dirección radial positiva, ya que la magnitud de campo es mayor cerca a las paredes

Dado que la componente radial de campo magnético de las bobinas es positiva si $z < 0$ y negativa si $z > 0$, dada su forma convexa (ver figura 4.1), la cual crece con el $|z|$ pero vuelve a disminuir hacia los extremos de la cavidad, esto va creando una asimetría en las líneas de campo magnético de confinamiento. Ya que para $z < 0$ el campo cercano a los polos sur es reforzado mientras que en el campo cercano a los polos norte es contrarrestado. Como en $z > 0$ la componente radial invierte su signo, entonces el efecto es inverso. A pesar de esto, el cambio no es tan significativo en la zona de RCE, para ilustrar lo anterior se muestran el perfil de campo radial tanto para las bobinas como para el sistema sextupolar para un radio $r = 2.0$ cm en la figura 4.4, donde se puede

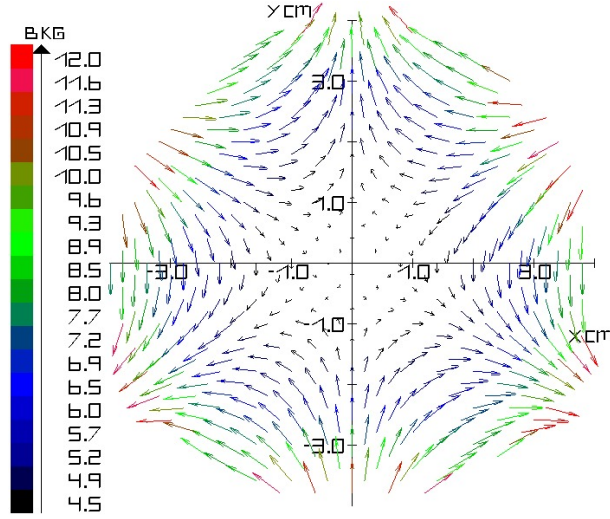


Figura 4.3: XY vista del campo en el plano central transversal ($z=0$) de la zona RCE.

apreciar que el campo radial de la bobinas en el extremo de la zona de RCE, apenas ha alcanzado 300 G esto es un 11.5 % de valor del campo radial sextupolar. Se muestra la distribución de campo en el plano transversal correspondiente a cada extremo longitudinal de la zona RCE en la figura 4.5 (plano $z=-2.7$ cm), para el extremo izquierdo y en la figura 4.6 (plano $z=2.7$ cm) para el derecho.

Al aumentar aún mas el $|z|$, esto es al alejarse del plano central transversal, la magni-

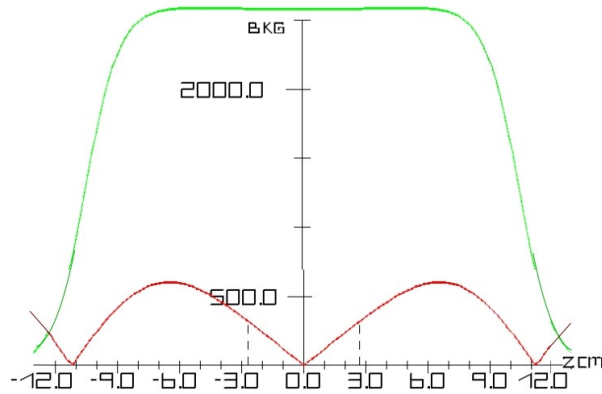


Figura 4.4: Magnitud de la componente radial de campo para las bobinas (línea roja) y para el sistema sextupolar (línea verde) para un radio $r = 2.0$ cm

tud del campo radial de las bobinas aumenta hasta alcanzar su máximo en $z \approx \pm 7$ cm donde la asimetría acimutal es mas fuerte (ver figura 4.4). Para la parte donde $z > 0$ las regiones de adyacentes los polos nortes del sistema sextupolar se ven por tanto refor-

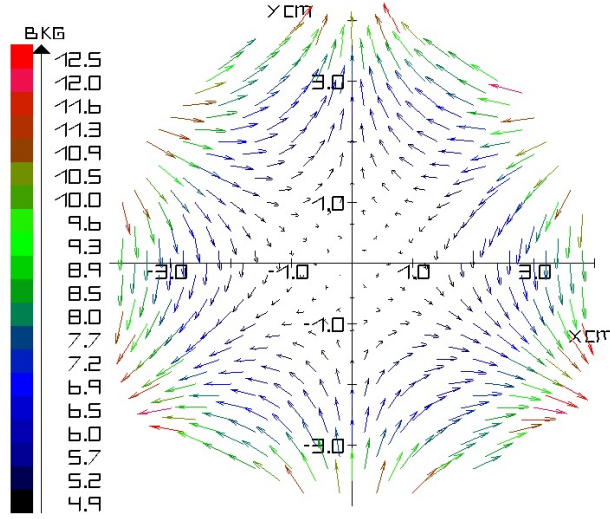


Figura 4.5: XY vista vectorial del campo en el plano ($z=-2.7$ cm) en un extremo del elipsoide RCE.

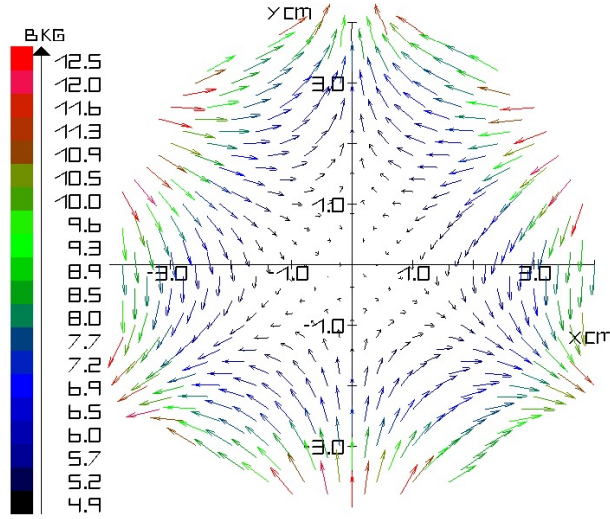


Figura 4.6: XY vista vectorial del campo en el plano ($z=2.7$ cm) en un extremo del elipsoide RCE.

zadas generando gradientes en dirección acimutal, como se apreciable en la gráfica 4.7 observando la escala de colores para la amplitud magnética. En la parte donde $z < 0$ las regiones de adyacentes a los polos sur del sistema sextupolar se ven por tanto reforzadas generando gradientes en dirección acimutal, como se puede apreciar en la figura 4.8.

Si bien el campo radial es cero nuevamente en $z \approx \pm 11$ cm (ver figura 4.4) si se avanza

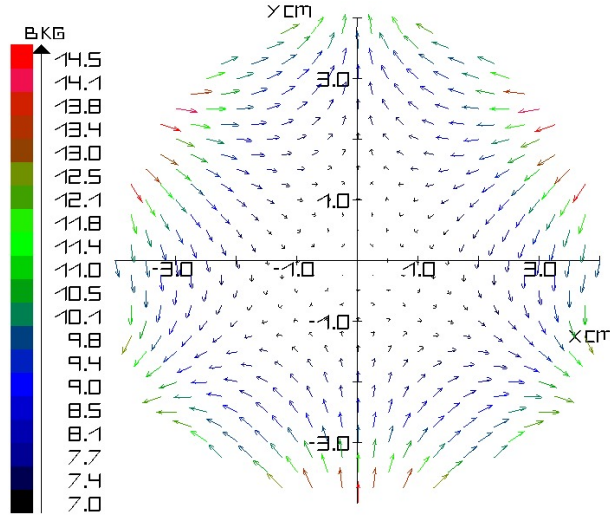


Figura 4.7: XY vista vectorial del campo en el plano central transversal ($z=7$ cm) de la zona RCE.

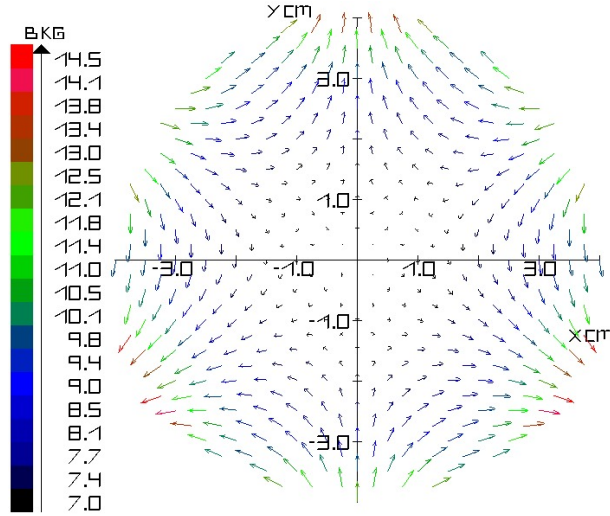


Figura 4.8: XY vista del campo en el plano central transversal ($z=-7$ cm) de la zona RCE.

longitudinalmente hacia las paredes de la cavidad la componente radial del campo de las bobinas se invierte. Sin embargo dado que los imanes terminan en $z = \pm 11,5$ cm la componte transversal por parte de los imanes también se invierte lo que permite que los gradientes acimutales se mantengan en la misma región transversal, esto se puede apreciar en la figuras para 4.9 y 4.10 correspondientes a los extremos de la cavidad. Esta asimetría transversal logra que en una porción del área de las tapas la magnitud

de campo aumente, de manera que la región de campo más débil forma una especie de región triangular (ver figura 4.9 y 4.9).

El campo aumenta en la dirección longitudinal a medida que $|z|$ crece como se muestra

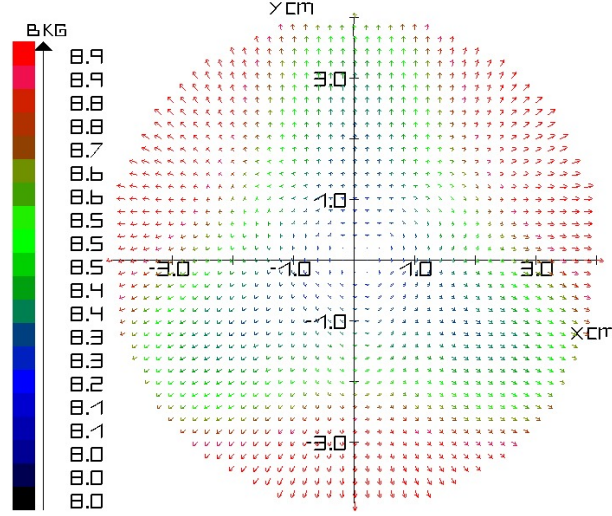


Figura 4.9: XY vista vectorial del campo en el plano central transversal ($z=12.8$ cm) de la zona RCE.

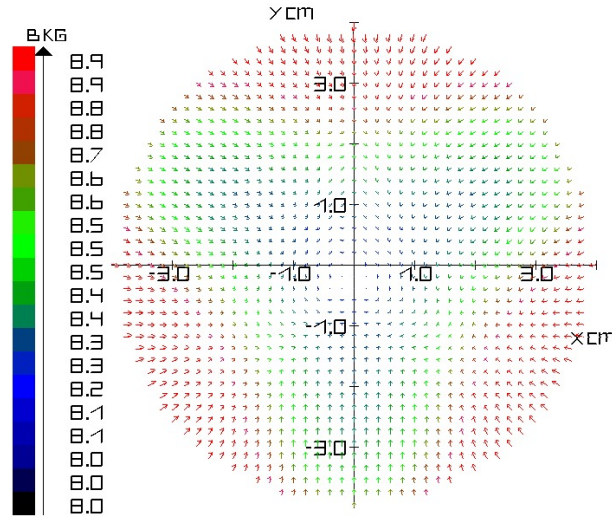


Figura 4.10: XY vista del campo en el plano central transversal ($z=-12.8$ cm) de la zona RCE.

gracias a la escala de colores en la gráfica 4.11 donde se muestra el campo en el plano $x = 0$. Por tanto el campo es mínimo en su región central.

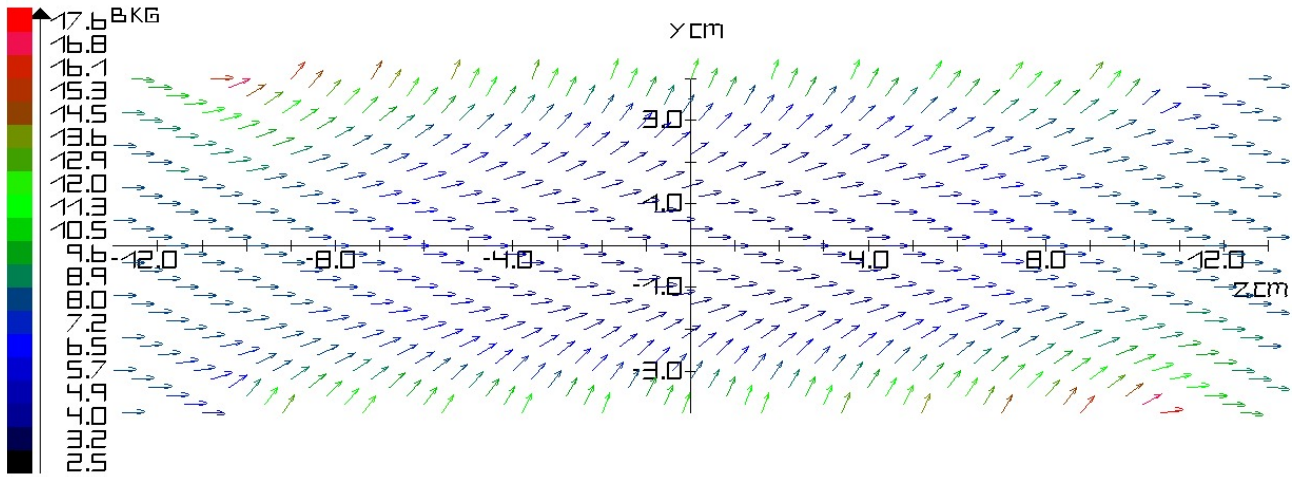


Figura 4.11: ZY vista del campo en el plano $x=0$ de la zona RCE.

El valor del campo magnético RCE es de 5005.102 G y la forma de la superficie en el cual la magnitud de campo magnético posee dicho valor se denomina como zona RCE, la cual se asemeja a un elipsoide achatado en sus extremos, como se puede apreciar en la figura 4.12. Las líneas rojas corresponden a curvas planas paralelas al plano XY, mientras que las curvas azules representan curvas sobre planas paralelas al plano YZ. Para encontrar las longitudes de los semiejes en el plano transversal se dibuja la curva

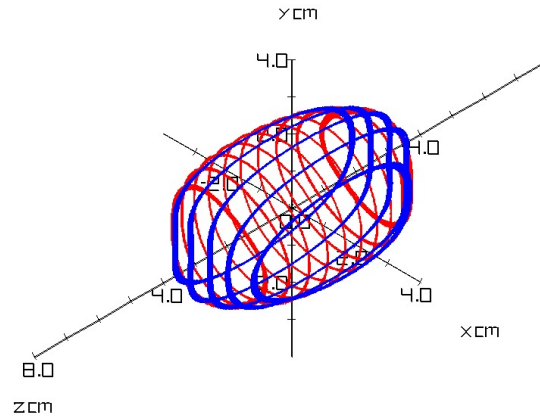


Figura 4.12: XYZ vista de la zona RCE.

generada por la superficie RCE (figura 4.13) al ser cortada por el plano $z = 0$ (correspondiente al plano central transversal), la cual es muy similar a un círculo de radio 1.9 cm. Para hallar el semieje z , se dibuja la curva generada por la superficie RCE, al cortarse con el plano $x = 0$ (figura 4.13) obteniéndose un valor de 2.85 cm.

El perfil de campo magnético a lo largo del eje z se ilustra en la figura 4.15, donde se

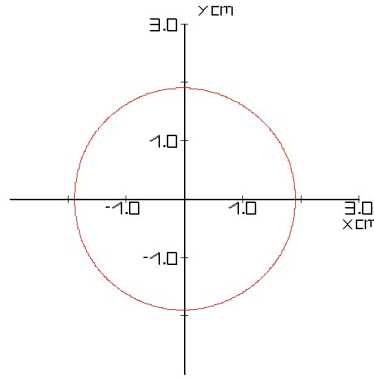


Figura 4.13: XY vista del corte central transversal de la zona RCE.

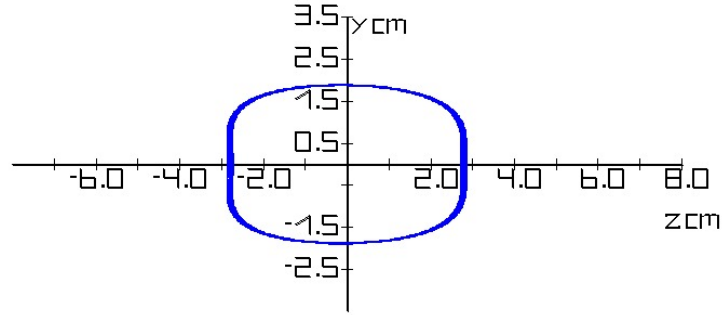


Figura 4.14: YZ vista del corte central longitudinal de la zona RCE.

puede notar que hay dos puntos de máximo en el campo, ubicados en $z = \pm 11.19 \text{ cm}$ con valor de 8.56 kG esto se explica ya que en dichos puntos se encuentran muy cercanos a los centros geométricos de las bobinas, el valor mínimo es de 4.536 KG en el centro de la cavidad ($z=0$); por lo que el radio de espejo es de 1.8896.

4.3. Variables del Modelo de simulación

En esta sección presentaremos el valor de los datos computacionales. Empezaremos con el paso de la malla computacional, con un valor de 0.1998 cm con el cual resultan 41 nodos para el diámetro del cilindro de la cámara de descarga, esto es 21 nodo a lo largo del radio (N_r) y 131 nodos para la longitud del mismo (N_z). Entonces resultan 610726 celdas aproximadamente, por lo que el número de macropartículas de cada especie seleccionado es de 5×10^6 con lo que se garantiza un promedio de 8.2 macro-partículas por celda, que se encuentra en un rango aceptable. Cada macropartícula se compone de 1×10^6 partículas reales, entonces la densidad numérica electrónica promedio en

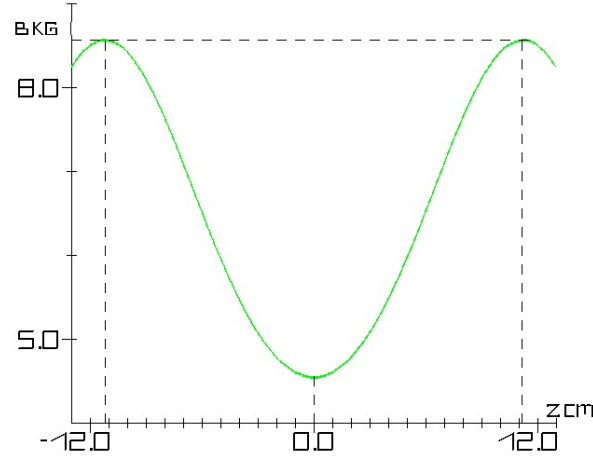


Figura 4.15: Perfil de Campo Magnéticas sobre el eje z

Tabla 4.4: Datos computacionales

Macro-partículas por especie	partículas por macro-partícula	N_z	N_r	paso	
				espacial	temporal $N_T = 160$
5×10^5	1×10^6	131	21	0.1998 cm	$2,55 \times 10^{-12} s = T/N_T$

con estos valores es de $3,8382 \times 10^{15} m^{-3}$. El paso temporal tomado equivale a $T/160$ donde T es el periodo de microondas. Entonces $\sqrt{n_e} \Delta t = 0,017 < 0,0355$, cumpliendo el criterio de estabilidad 2.25. También $\sqrt{n_e} \Delta x = 1,2378 \times 10^5 < 1,0513 \times 10^6$, cumpliendo además con el criterio de estabilidad 2.27. Por tanto los valores seleccionados cumplen los criterios de estabilidad mencionados en la sección 2.6. Los datos computacionales son presentados en la tabla 4.4.

4.4. Resultados Usando el Mecanismo de Recuperación de Partículas

Los resultados aquí presentados han alcanzado 30000 ciclos de microondas, luego de los primeros 10000 ciclos se pudo observar que la distribución espacial de la componente de formada por electrones en el plasma no era significativamente variable. El paso de tiempo es igual a $1/160$ parte del periodo de microondas, por lo que se requirieron $4,8 \times 10^6$ ciclos computacionales, esta enorme cantidad de procesos computacionales logró se alcanzada gracias a que algunas tareas del ciclo computacional se ejecutaron en

paralelo para reducir el tiempo de computo. Para ello se usó principalmente, un nodo de alto rendimiento del cluster Guane de la Universidad Industrial de Santander. Usando tanto los cores del procesador para resolver la ecuación de Poisson y el cálculo de los campos, como GPUs para la ecuación de movimiento.

Como se cuenta con dos modos en los cuales recuperar las partículas que alcanzan las paredes de la cavidad, en esta investigación se usan ambas opciones, solo que asignando una probabilidad a cada método, esto es: por cada 4 partículas que se fugan, 3 retornan usando el método de “absorción-reaparición aleatoria” (ver sección 2.4.1) y una de ellas lo hace con el mecanismo de “reflexión” (ver sección 2.4.2), con un factor “floss” de 0.3. Las razones para dicha elección se basan principalmente en el hecho de que una partícula cargada es atraída a un conductor aterrado y por ende es más probable que sea absorbida.

4.4.1. Distribuciones Espaciales y Energéticas de Electrones del Plasma

En esta sección se muestra la distribución espacial de la componente electrónica del plasma en ciertas regiones, indicándose mediante una escala de color la energía cinética de cada una de las macropartículas. Dado que los presentes resultados se han mantenido relativamente estables para la distribución espacial electrónica del plasma la distribución energética presentada nos da una idea de la configuración térmica electrónica

En la gráfica 4.16 se muestra una capa de ancho 1 cm, centrada en el plano $z=0$; donde se puede apreciar un gradiente radial de temperatura: las partículas de mayor energía se ubican en la región central, al interior de la zona de RCE, con una frontera circular. Se puede ver claramente que la distribución de los electrones se determina por la configuración del campo sextupolar, se encuentran 6 lóbulos que se ubican entre los polos del sistema sextupolar fuera de la zona de RCE, donde la geometría del campo magnético, producida por los espejos magnéticos en la región cercana a los polos del sistema sextupolar, la forma cóncava de las líneas de campo y al gradiente de campo longitudinal que empuja el plasma hacia su centro ($z=0$) genera trampas locales. También es interesante que en la zona periférica se ubiquen las trampas locales tipo banana donde se acumulan los electrones de baja energía, inferior a 1 keV.

Un corte de la distribución electrónica en transversal, centrada en el plano $z=3.5$ cm para una capa de espesor 1 cm, se muestra la figura 4.17. En dicha figura se puede observar una disminución de la energía de los electrones con respecto a su distribución central (ver escala vertical de colores). Este efecto se debe a que los electrones se calientan en la superficie cerrada RCE y se captan dentro de esta zona debido a sus momentos magnéticos elevados. Otro fenómeno importante es que las partículas de los lóbulos se conectan formando un sistema de tres cúmulos, los puentes que conectan cada par de lóbulos se ubican justo en frente de los polos nortes, en cuyo lugar el campo es mas débil

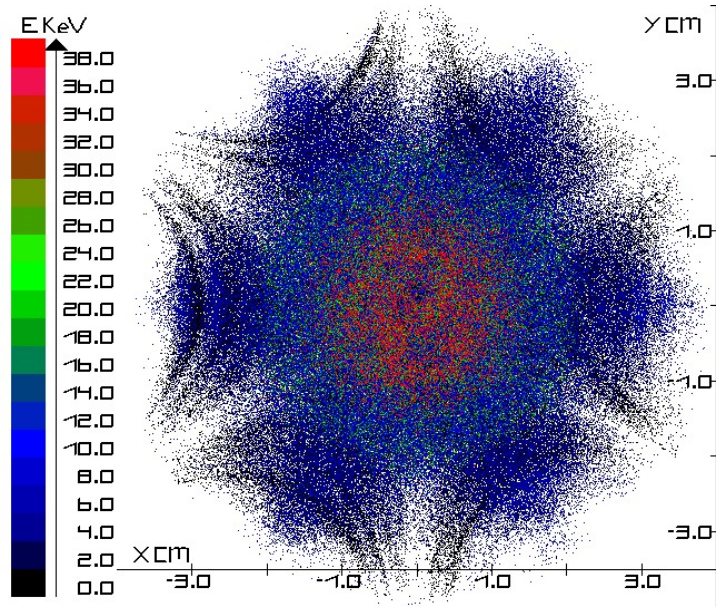


Figura 4.16: XY vista de la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=0$ de 1 cm de espesor

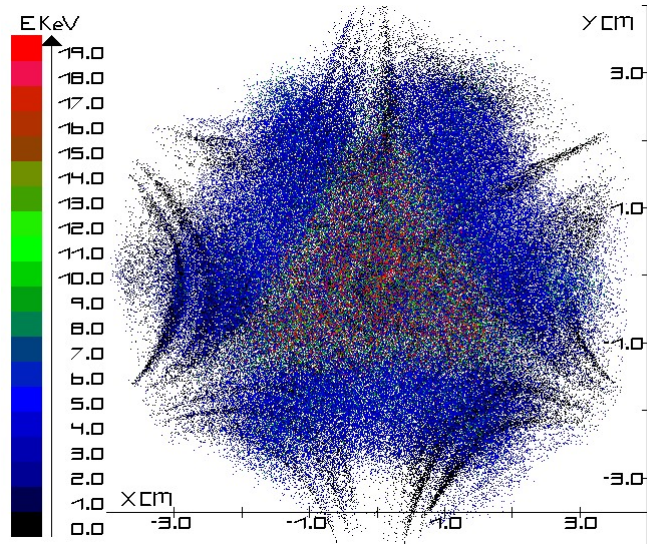


Figura 4.17: XY vista de la distribución espacial-energética en el plano $z=3.5$ cm de 1 cm de espesor

comparado con la región frente a los polos sur (ver sección 4.2), por lo que podemos suponer que el gradiente acimutal sería uno de los responsables de este comportamiento. Un caso similar puede observarse en la distribución de partículas centrada en el plano

$z=-3.5$ cm para una capa de espesor 1 cm, presentada en la figura 4.18. En la anterior figura se observa que las distribuciones lobulares se conectan formando un sistema de tres cúmulos. Los puentes que los conectan esta vez se ubican justo en frente de los polos sur, en cuyo lugar el campo es más débil comparado con la región frente al los polos norte (ver sección 4.2), por lo que nuevamente el gradiente acimutal sería uno de los responsables de este comportamiento.

Finalmente se muestra la distribución de las partículas en los extremos de la cavi-

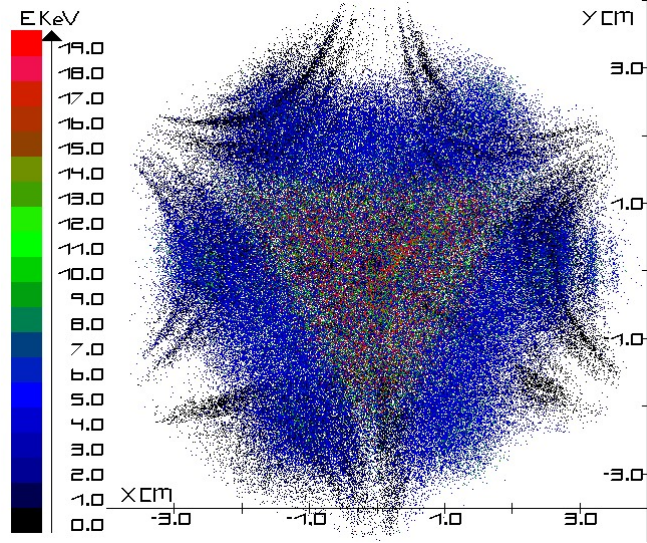


Figura 4.18: XY vista de la distribución espacial-energética en el plano $z=-3.5$ cm de 1 cm de espesor

dad figuras 4.19 y 4.20, donde se ha aumentado el tamaño de las partículas ya que su densidad es menor, en esta imagen se puede ver que las regiones de campo débil se convierten en zonas de acumulación, esto se puede explicar gracias al efecto de la fuerza diamagnética, acorde a la distribución de campo mostrada en las figuras 4.9 y 4.10.

Es importante mostrar ahora la distribución YZ, en una capa de ancho de 1 cm, centrada en el plano $x=0$ (figura 4.21). En esta distribución, se aprecia que la energía electrónica del plasma es mayor en la región central de la cavidad, en especial dentro de la zona RCE.

4.4.2. Función de Distribución Electrónica

Una característica global muy importante, es la función de distribución energética electrónica del plasma, ya que se considera clave para determinar la densidad de probabilidad de variables termodinámicas de interés, como la temperatura y la presión gasocinética entre otras. La energía cinética media de los electrones del plasma es igual

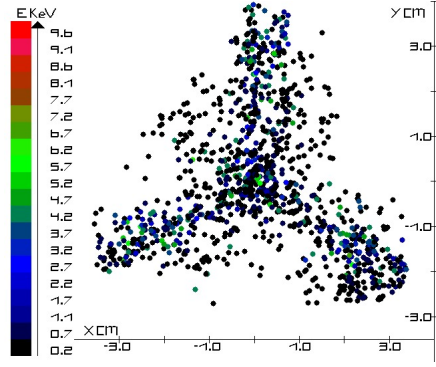


Figura 4.19: XY vista de la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=12.5$ cm

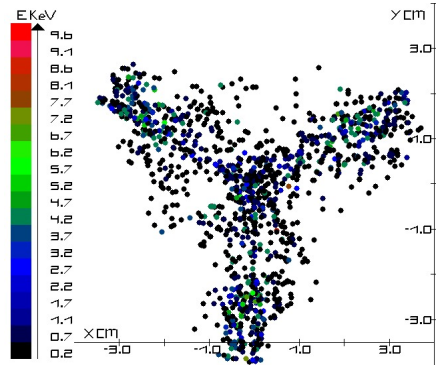


Figura 4.20: XY vista de la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=-12.5$ cm

a 7.26 keV.

Como se aprecia de la figura 4.22, el plasma posee un pico en su función de distribución energética, ubicado en 4.5 keV. Una explicación acerca de éste, se debe a que dicho valor de energía se encuentra en el rango de las partículas atrapadas en forma de lóbulos. Para ilustrar esto, se presenta la figura 4.23, donde se grafica la distribución espacial en la región central (capa de 2 cm de espesor centrada en el plano $z=0$) de las partículas en dicho rango energético (desde 3.80-4.61 keV). Se puede ver que en este intervalo de energía hay una concentración en los cúmulos lobulares.

Se mostró en las figuras 4.17 y 4.18, que algunas de las distribuciones lobulares se unen, por efecto del gradiente acimutal. Para ilustrar lo anterior se muestra la distribución electrónica espacial centrada en el plano $(x + 2\cos(\pi/3))\cos(\pi/3) + (y + 2\sin(\pi/3))\sin(\pi/3) = 0$ con un ancho de 3.8 cm (este plano se vería como un corte diagonal en la figura 4.23). En la figura 4.24, se puede apreciar una distribución en forma de 's'. Esta figura muestra que los lóbulos se extienden por la longitud de cavi-

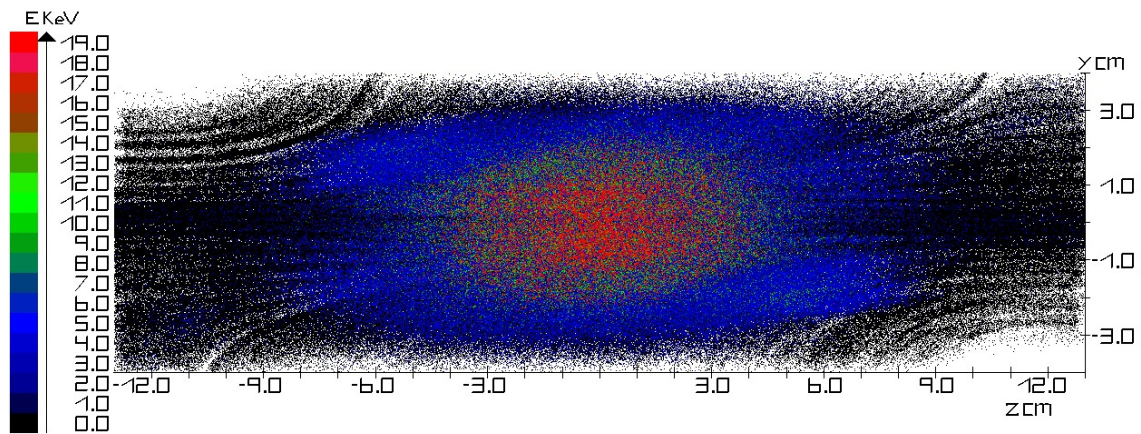


Figura 4.21: YZ vista de la distribución espacial-energética alrededor del plano $x=0.0$ cm de 1 cm de espesor

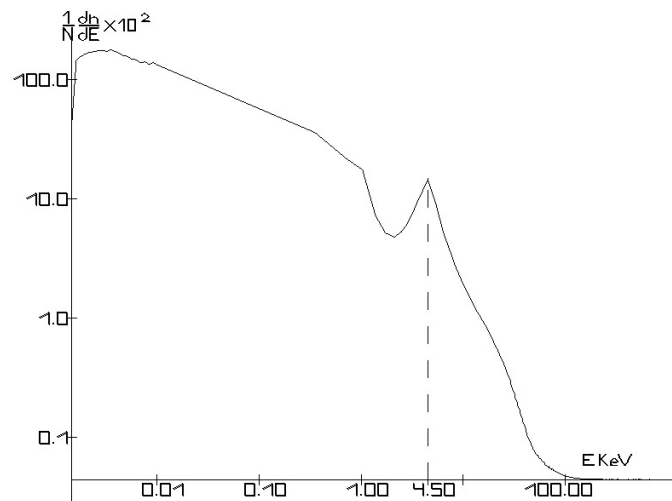


Figura 4.22: Función de distribución electrónica

dad hasta 16 cm. Es de aclarar que en dicha figura se han quitado todas las partículas dentro de un cilindro de radio 1.4 cm con eje de simetría sobre el eje z ; para poder apreciar las forma geométrica de ésta distribución

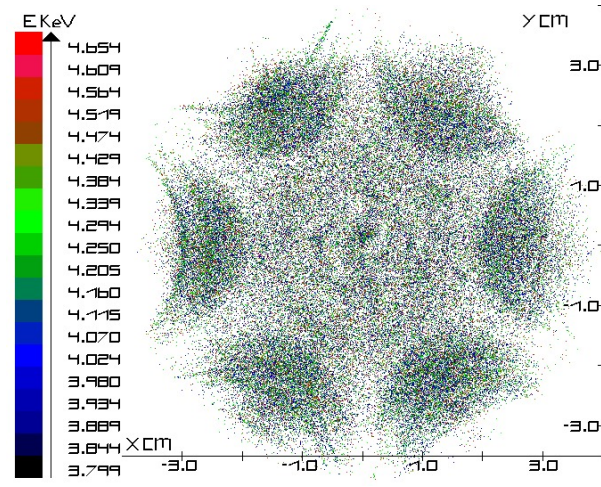


Figura 4.23: XY distribución electrónica, de las partículas pertenecientes al pico (plano $z=0$, espesor 2 cm)

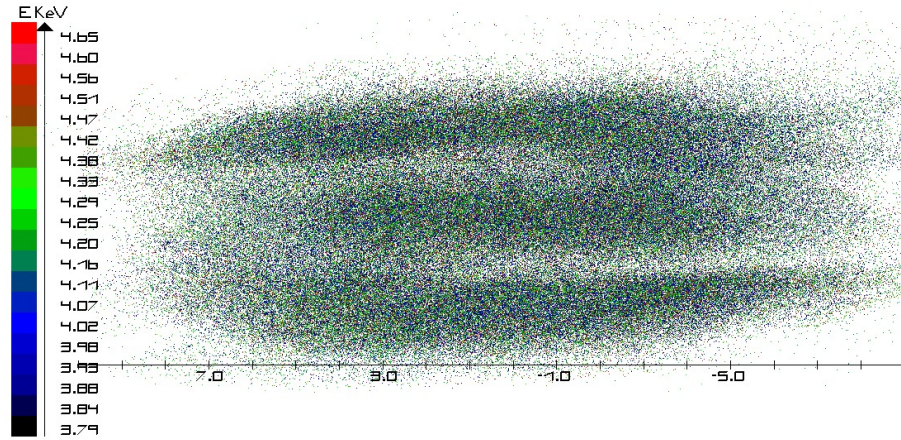


Figura 4.24: sección de la distribución electrónica, de las partículas pertenecientes al pico en la distribución de energía, $(x+2\cos(\pi/3))\cos(\pi/3)+(y+2\sin(\pi/3))\sin(\pi/3) = 0$ con un ancho de 3.8 cm

4.4.3. Distribución Espacial Electrónica De las Partículas Por Energía Cinética y Confrontación de Resultados

Para mostrar la configuración espacial de electrones con energía superior a 15 keV, se anexa la figura 4.25, donde se aprecian 11 diferentes secciones xy correspondientes a los planos $z=-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ cm; cada sección tiene un grosor de 1 cm. Se puede observar que la región central es de tipo hexagonal y alberga a las partículas

de mayor energía en su región interna; a medida que nos alejamos de dicha zona la distribución se deforma hasta formar triángulos invertidos en cada uno de sus extremos. Este efecto se atribuye a la asimetría del campo de confinamiento como ya se ha mencionado con anterioridad. Sin embargo al solapar todas las figuras como sería el resultado observable mediante una fotografía (vista 2D de un objeto 3D) se obtendría una estrella. La intensidad generada por la radiación electromagnética de las partículas aceleradas se suman y se solapan, mientras que las diferencias de intensidad pueden ser causadas bien sea por baja energía como por una mayor distancia a la pantalla receptora de la información visual, de manera que los detalles finos del contorno y el efecto de profundidad es prácticamente imposible de apreciar. Sin embargo el plasma no es una fuente de radiación en el espectro visible únicamente, por lo que una fotografía en este rango solo muestra una parte de la distribución espacial-energética del plasma. En el espectro visible es común encontrar estructuras en forma de estrella o hexágonoales como se aprecia en fotografías en el espectro visible del plasma [Rácz 2010], [Rácz 2011] y [Biri 2010]. La forma de la distribución en el espectro visible depende de la intensidad del campo, de manera que al disminuir la componente longitudinal del mismo la forma de la distribución puede cambiar desde forma de estrella de 6 puntas a una distribución de tipo hexagonal, esto se ilustra en la figura 4.26:

También se puede ver un video de la evolución de un plasma RCE en el rango visible

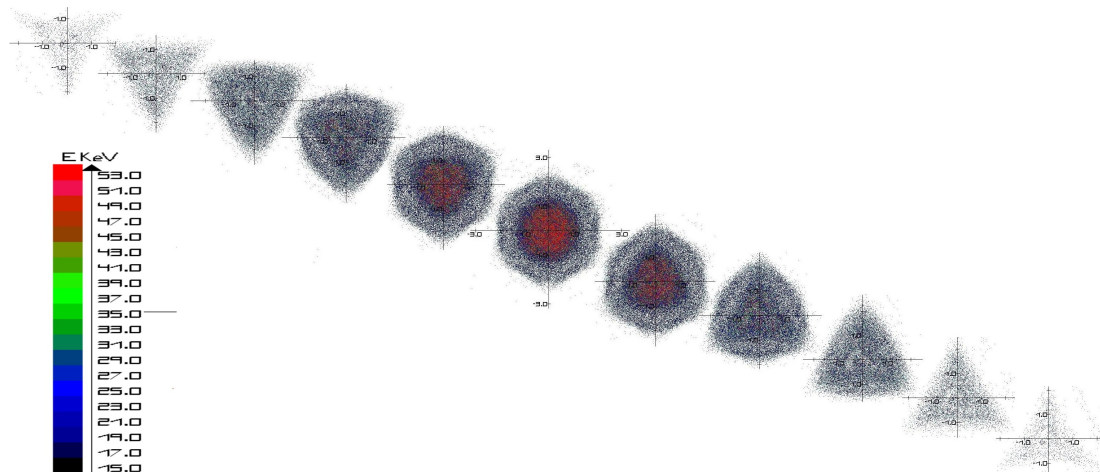


Figura 4.25: XYZ vista de la distribución espacial electrónica de mayor energía, mostrando secciones transversales (xy)

producido por “Argonne National Laboratory” en Estados Unidos en el siguiente enlace: <http://www.youtube.com/watch?v=yQJgIVAikaU>

A pesar de que en una foto de un plasma se pierden detalles, es una buena forma de validar nuestros resultados, por lo menos en cuanto a la distribución de las partículas de en un rango de emisión de energía. Para presentar una fotografía del plasma simulado,

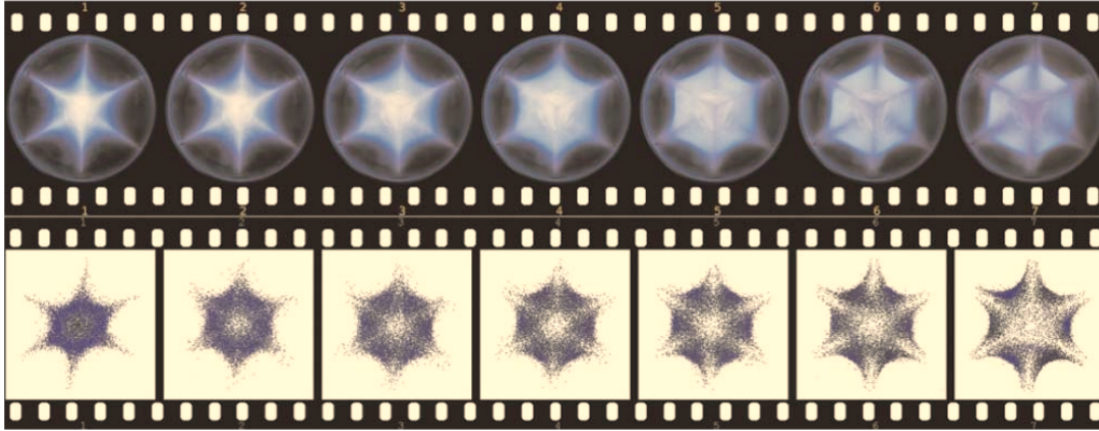


Figura 4.26: Secuencia de fotos en el espectro visible de un plasma de RCE, con un campo magnético longitudinal en reducción (arriba); Distribuciones simuladas con el código TrapCAD (abajo) fuente [Rácz 2010]

la cual en nuestro caso se toma como un patrón de intensidad, se debe tomar en cuenta que el brillo de un pixel, no solo depende de la energía de las partículas dentro del área de éste, sino que también influye la concentración de las mismas, para ello se propone el siguiente algoritmo: sumar todas las energías presentes en un rango dado, sobre una celda del área de visualización del espacio, sin considerar la profundidad de visualización para otorgar brillo al pixel mediante una correspondencia lineal. Para poner la intensidad del brillo se usa la escala de colores RGB.

Para ingresar los datos en nuestro programa nos falta definir que tipo de electrones emiten en el rango del espectro visible, que según [Rácz 2011] y [Xie 1998] corresponde a los electrones fríos cuya energía está comprendida entre 1 y varias centenas de eV. Por tanto presentamos la simulación de una fotografía para los electrones con energía comprendida entre 1 eV y 1 keV en la figura 4.27, donde hemos puesto un resultado experimental y otro generado por otra simulación [Rácz 2011], para contrastar los resultados.

En la figura 4.27, se pueden apreciar los resultados de la distribución de los electrones fríos de acuerdo con nuestra simulación, y se puede comparar con una foto de un plasma real de Argón a 14.3 GHz, que aunque posee una zona RCE de mayor radio los resultados se asemejan lo que implica que el plasma simulado no está tan lejos de la realidad. También se muestra los resultados de otra simulación la cual también se asemeja al plasma simulado, pero que tampoco reproduce el fenómeno de manera exacta, lo cual respalda también nuestro software ya que no estamos tan alejados del ámbito internacional.

En [Rácz 2011], [Biri 2004], [Takács 2005] y [Biri 2011] se presenta una foto de rayos X de la distribución espacial de los electrones con energías entre 3.5-10 keV. Dado que

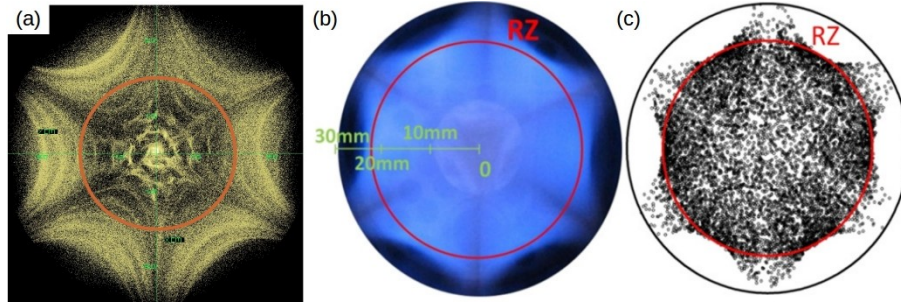


Figura 4.27: XY distribución de las electrones fríos: (a) resultados de nuestro código (b) foto de un plasma real (Argón a 14.3 GHz) en el espectro visible, (c) simulación por computadora usando el código TrapCAD (fotos (b) y (c) tomadas de [Rácz 2011])

en este rango de energía se encuentran los electrones de las distribuciones lobulares, entonces se toma el rango de 4.2-4.8 keV para comparar los resultados ya que dicha distribución es la más estable puesto que generan un pico en la función de distribución electrónica. Los resultados: experimental, nuestro y el generado por otro simulador (con el código TrapCAD) son presentados en la figura 4.28, donde se puede apreciar que los resultados en este rango también son parecidos, si bien los resultados se deben parecer dado que las condiciones son similares pero no idénticas, ya que el perfil de campo magnético no es el mismo, sin embargo en nuestros resultados se puede apreciar que las distribución se encuentra una parte dentro de la zona como fuera, según lo muestra el experimento real, mientras en la simulación mostrada con el código TrapCAD (parte (a) en la figura 4.28) el plasma solo se encuentra al interior de la zona RCE.

Continuando con el estudio de la distribución espacial del plasma por energías también

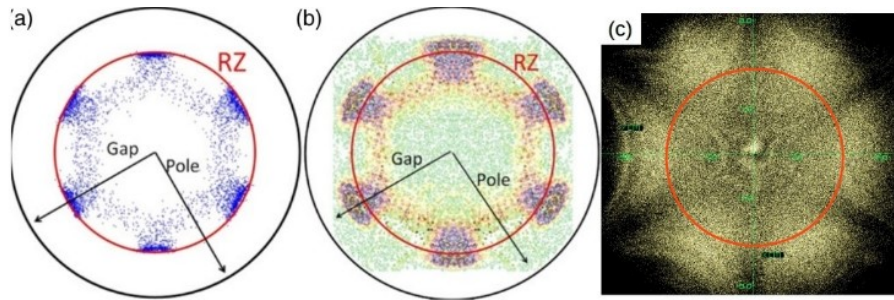


Figura 4.28: XY distribución de las electrones tibios: (a) simulación por computadora usando el código TrapCAD (b) foto de un plasma real en el espectro de los rayos X, (c) resultados de nuestro código (fotos (a) y (b) tomadas de [Rácz 2011])

se cuenta con otra foto de rayos x (ver figura 4.29) pero esta vez la captura es para electrones con energía superior a 25 keV (imagen para la línea de emisión del Kriptón

$K - \alpha$) [Grübling 2002], o con energía comprendida entre 5-50 keV según [Lehnert 1996] ver figura 4.29 parte b. Entonces nosotros decidimos tomar el rango de 10-50 keV, para realizar la simulación de la fotografía de rayos x. Como se puede apreciar nuestro resultado es similar al experimental por lo menos en que la distribución es de tipo semejante a un círculo y los gradientes de temperatura se dirigen hacia el centro de la cavidad (ver figura 4.29 parte a), si se observa en la otra simulación de la radiación de rayos x (figura 4.29 parte c), la distribución es más circular pero el gradiente de temperatura no coincide.

También se presenta una imagen de la proyección YZ figura 4.30 Para mostrar los

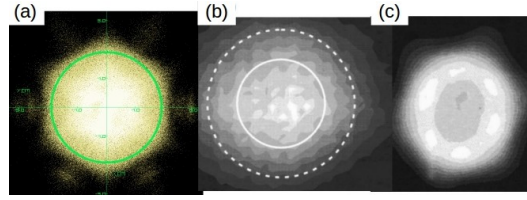


Figura 4.29: XY distribución de las partículas más calientes (energía cinética en el rango de 10-50 KeV), parte a) nuestro resultado, parte b) resultado experimental [Grübling 2002], simulación de la radiación [Grübling 2002]

gradientes longitudinales de temperatura obtenidos. Es de mencionar que tanto en la proyección XY como en la YZ, se observan gradientes de energía hacia el centro de la cavidad lo que sugiere que dicha zona es la de mayor concentración energética y queda completamente al interior de la zona de RCE. Este resultado esta en concordancia con [Lehnert 1996], la cual muestra un perfil longitudinal del plasma

4.4.4. Análisis de Trayectorias Electrónicas

En esta sección se muestra la trayectoria de algunas partículas que ayuda tanto en la comprensión del comportamiento del plasma como en la manera en que las partículas pueden ser atrapadas o fugadas de la cavidad. Se empieza mostrando la trayectoria, de un electrón, perteneciente al pico energético, el cual se encuentra principalmente localizado en las regiones lobulares. Para ilustrar ello se muestra la figura 4.31, donde se aprecia que la partícula puede ganar energía a medida que recorre las trampas locales (ver escala de colores). El centro de giro de la trayectoria a su vez tiene un movimiento helicoidal solo que de radio mucho menor que el radio de Larmor, como se aprecia en la figura 4.32. El centro de guía de las partículas oscila sobre el eje z, lo cual explica la distribución de las partículas lobulares y la forma como se comunican. Una proyección 3D de dicha trayectoria es mostrada en la figura y en la trayectoria de su centro de guía es dada en 4.34, note que este tipo de trayectoria mostrado explica cómo los electrones

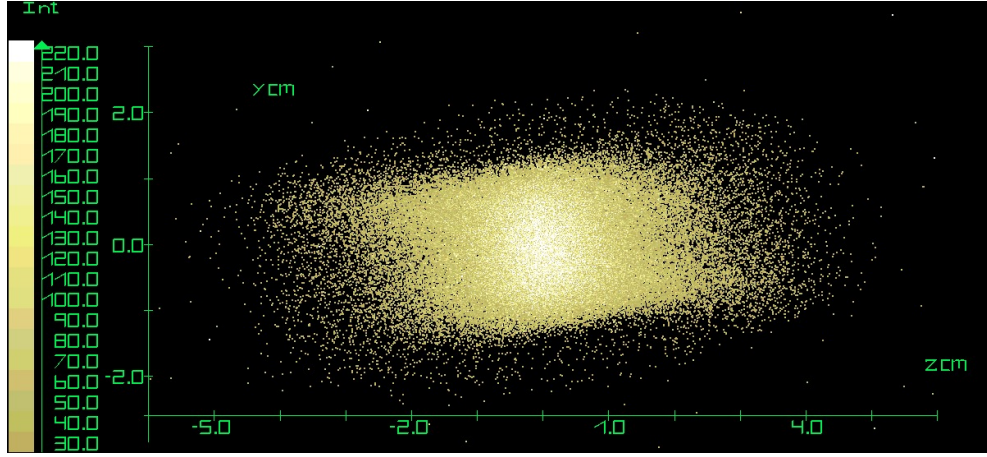


Figura 4.30: YZ distribución de las partículas más calientes (energía cinética mayor a 15 KeV)

forman las distribuciones lobulares, que se aprecian en las fotos de rayos x [Rácz 2011], [Biri 2004], [Takács 2005] y [Biri 2011]

Otra característica importante para la trayectoria anterior es la curva de energía con-

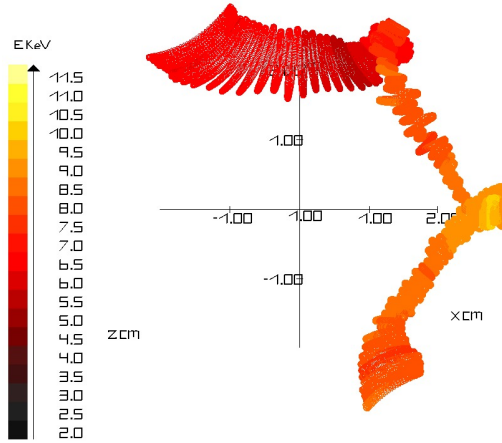


Figura 4.31: XY trayectoria de un electrón atrapado en las trampas lobulares

tra magnitud de campo magnético 4.35, donde se aprecia la ganancia energética, de la partícula, la cual pasa de menos de 6 keV hasta un poco más de 10 keV. Se aprecia que cuando la energía es de 10 keV la trayectoria de la partícula reduce la variación de campo magnético en su trayectoria espacial. Los anteriores resultados muestran que una partícula confinada de dicha forma es estable, lo cual ayuda a explicar porque en dicho rango de energía se presenta acumulación de partículas (pico de la función de distribución electrónica del plasma).

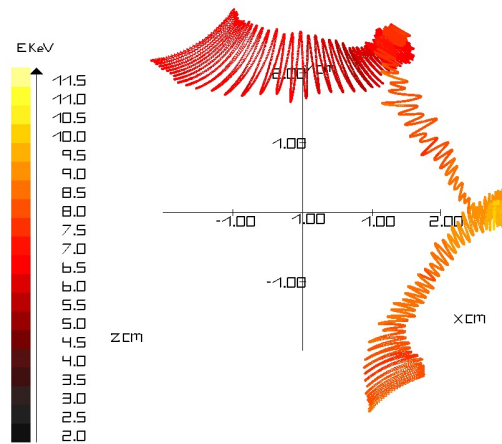


Figura 4.32: XY trayectoria del centro de guía de un electrón atrapado en las trampas lobulares

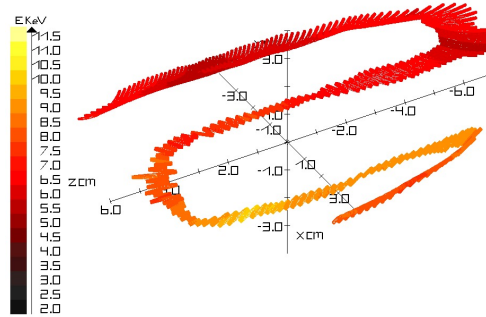


Figura 4.33: XYZ trayectoria de un electrón atrapado en las trampas lobulares

El rango de energía en el cual una partícula puede permanecer en la distribución lobular es de 3.8-4.6 keV (ver figura 4.23), lo cual corresponde a un radio de Larmor de aproximadamente de 0.32 mm y 0.35 mm respectivamente. A una energía mayor el crecimiento del radio de Larmor, implica un aumento en la variación de la magnitud de campo, por ende la fuerza diamagnética hace que la partícula sea expulsada hacia otra región de campo magnético.

Una trayectoria importante que ayuda a entender cómo se forman las puntas de la estrella, es mostrada en la figura 4.36, donde el centro guía del movimiento helicoidal se dirige hacia los centros de los polos del sistema sextupolar (ver figura 4.37), el cual rebota cerca de las paredes de la cavidad por el fenómeno de espejo pero en su rotación alrededor de la línea de campo magnético las cuales se juntan cerca de los polos, la trayectoria del electrón no retorna por la misma línea sino que toma una que finaliza en otro polo consecutivo, este movimiento en la sección transversal ocurre, mientras oscila

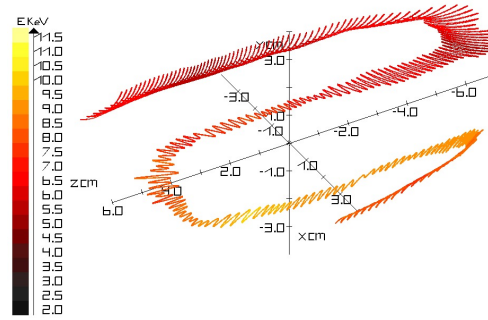


Figura 4.34: XYZ trayectoria del centro de guía de un electrón atrapado en las trampas lobulares

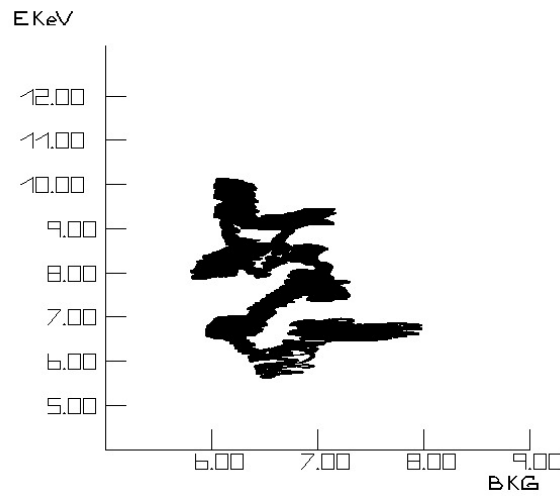


Figura 4.35: trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón atrapado en las trampas lobulares

sobre el eje z (ver figura 4.38 y figura 4.39 para su centro de guía).

El movimiento de esta partícula hace que cruce repetidas veces la zona RCE, esto le permite ir ganando energía, ello se puede apreciar en la figura 4.40, donde se muestra la energía cinética vs. la magnitud de campo magnético de confinamiento. A medida que la partícula aumenta su energía tiende a permanecer cerca de la superficie RCE como se aprecia en las figuras 4.41 para la proyección XY y la figura 4.42 para la proyección XY de su centro de guía, este fenómeno hace que se reduzca la longitud de las puntas, así como la amplitud de la oscilación sobre el eje z como se muestra en la figura 4.43 para la proyección YZ de su trayectoria y 4.44 para la proyección YZ de su centro de guía. Cuando la partícula ha ganado una energía entre los 10-18 keV la variación de su

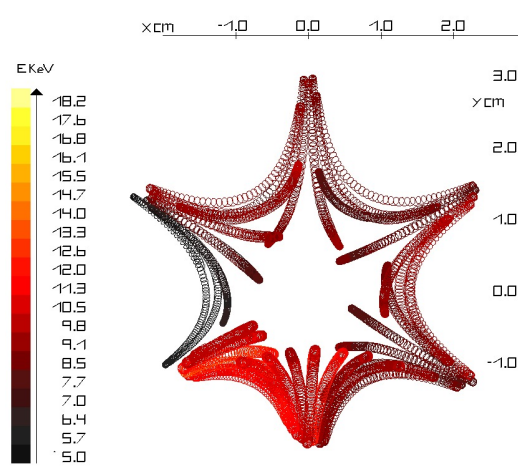


Figura 4.36: XY vista del recorrido de un electrón con una trayectoria en forma de estrella en su etapa inicial

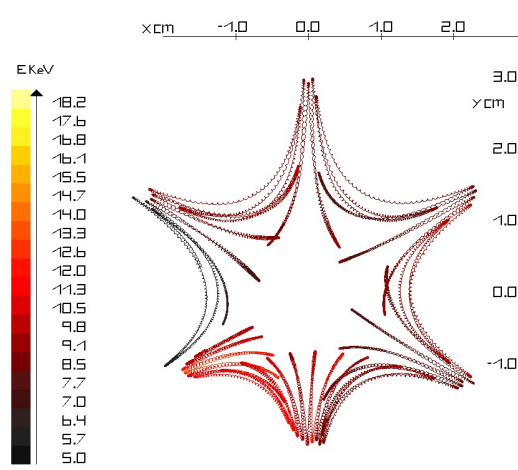


Figura 4.37: XY vista del recorrido del centro de guía de un electrón con una trayectoria en forma de estrella

campo magnético se reduce a menos de 0.5 kG, esto se aprecia en la figura 4.45

Ahora se muestra la trayectoria de dos electrones de mayor energía (del orden de 245 keV) dentro de la zona de RCE, los cuales se caracterizan por un movimiento de bounce (movimiento oscilatorio) en la dirección del eje z de corta amplitud (ver figuras 4.46 y 4.47). El centro de guía a su vez rota alrededor del eje z, con un radio de giro que varía desde 0.2 cm a 0.5 cm, en el caso de la trayectoria mostrada en la figura 4.47, siendo su radio de Larmor aproximadamente de 0.28 cm. Un segmento YZ de la trayectoria mostrada en la figura 4.47 es dado en la figura 4.48 y en la figura 4.49 para la trayectoria de su centro de guía.

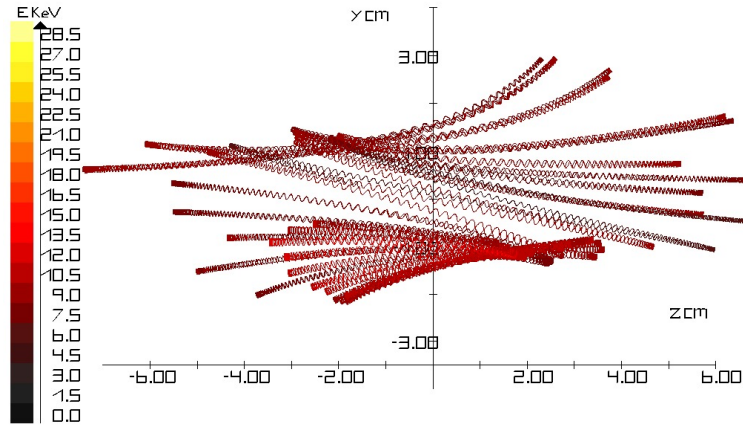


Figura 4.38: YZ recorrido de un electrón con una trayectoria en forma de estrella

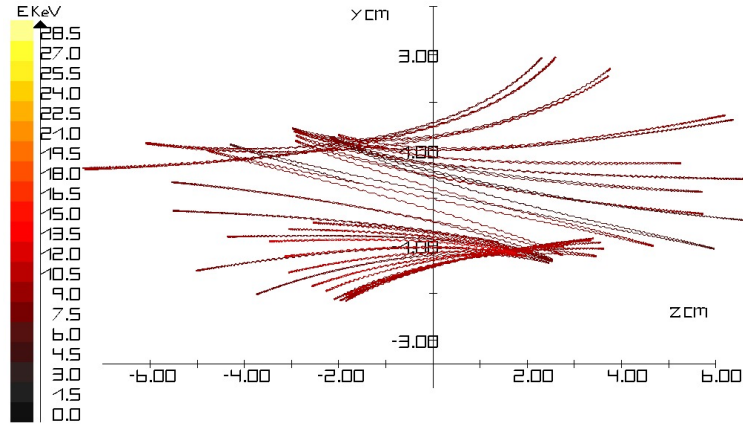


Figura 4.39: YZ recorrido del centro guía de un electrón con una trayectoria en forma de estrella

En las trayectorias que describen las partículas de mayor energía se observa, que éstas siempre permanecen dentro del volumen encerrado por la superficie RCE. Una proyección XY es dada en las figuras 4.50 y 4.51, al observar las respectivas escalas energéticas, se puede verificar que la energía cinética de la partícula con mayor radio de Larmor y menor radio de giro de su centro de guía (4.51) es superior a la que posee un mayor radio de giro de su centro de guía pero menor radio de Larmor (4.50).

Finalmente se muestran las figuras 4.52 y 4.53, donde se aprecia la curva de calentamiento vs. magnitud del campo magnético de confinamiento para el primer y segundo electrones seleccionados. Se puede observar que este tipo de partículas poseen una trayectoria tal, que la magnitud de campo magnético no varía mucho, por lo que esta trayectoria es muy estable, lo anterior puede explicarse gracias a que las superficies

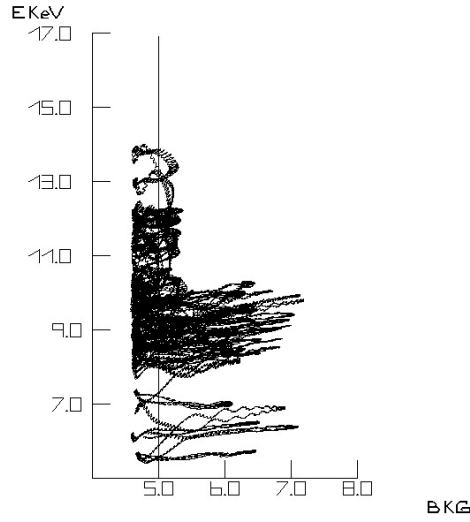


Figura 4.40: trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella

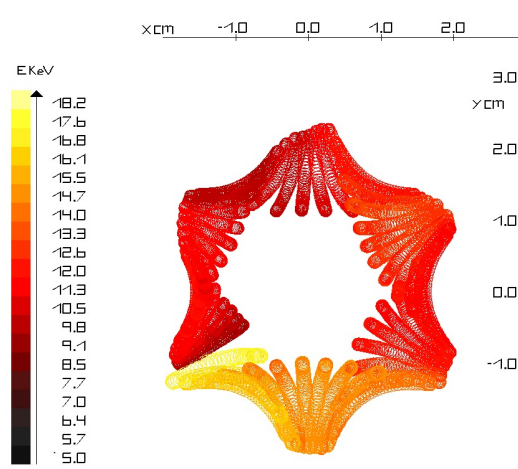


Figura 4.41: XY trayectoria de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella en su etapa inicial

magnéticas son cerradas al interior de la zona de RCE, y dado que los gradientes de campo magnético son radiales la fuerza diamagnética, genera derivas de las partículas en la dirección acimutal lo que explica la rotación del centro de giro. En las gráficas las partículas van perdiendo energía, lo anterior se debe a que la interacción no es resonante

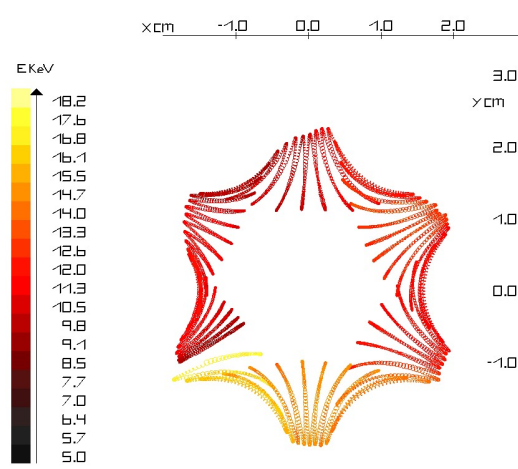


Figura 4.42: XY trayectoria del centro de guía de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella

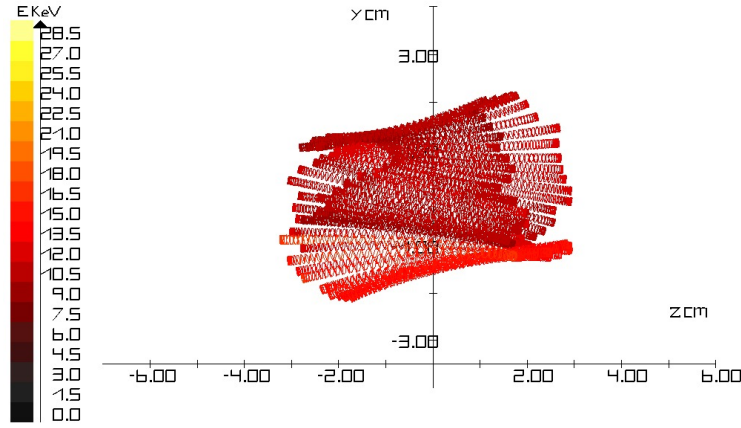


Figura 4.43: YZ trayectoria de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella

4.5. Resultados sin el mecanismo de recuperación de partículas

En esta sección se presentan algunos resultados referentes al periodo de decaimiento libre del plasma donde las partículas que alcancen las paredes no son reintegradas al volumen de confinamiento.

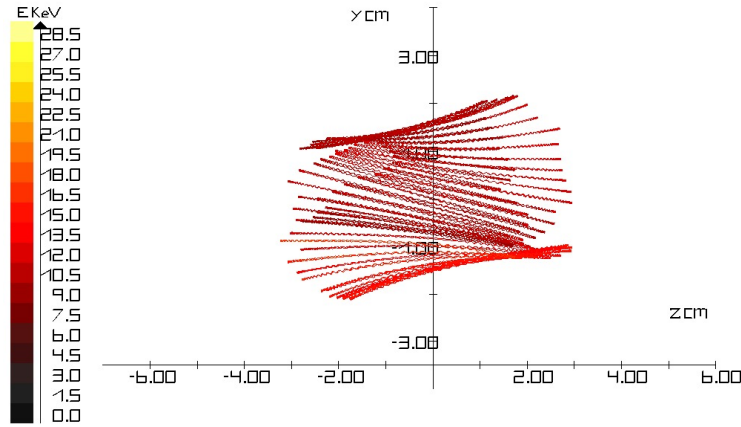


Figura 4.44: YZ trayectoria de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella

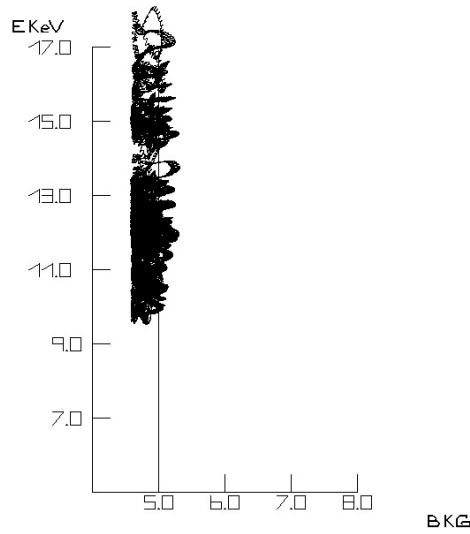


Figura 4.45: trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón que conforma el borde de la distribución en forma de estrella

4.5.1. Distribución de las Partículas Fugadas sobre las Paredes de la Cavidad

Los resultados muestran que las regiones adyacentes a los polos del sistema sextupolar, constituyen el principal canal de fuga para los electrones sobre las paredes cilíndricas de la cavidad; para ilustrar lo anterior, se presenta la figura 4.54, donde se muestra la distribución de las partículas fugadas sobre las paredes de la cavidad, estas

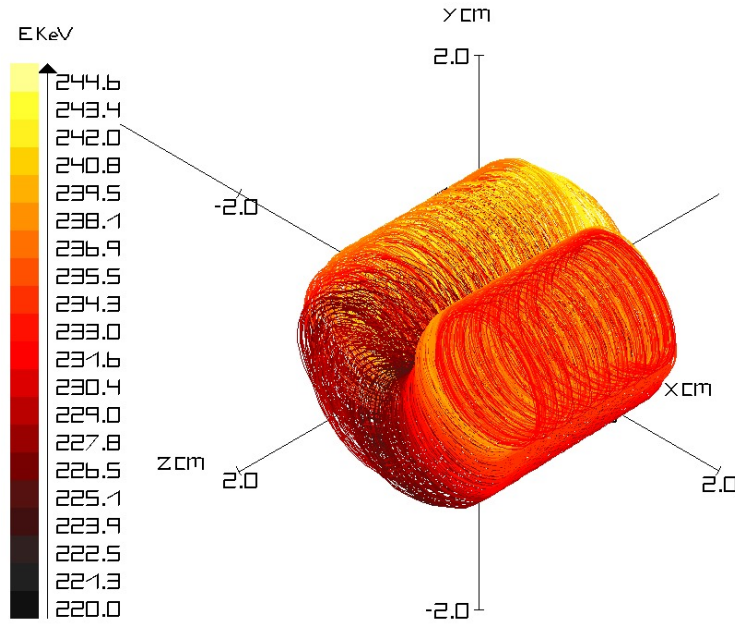


Figura 4.46: XYZ trayectoria de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE

Distribuciones están de acuerdo con los experimentos reales según [Biri 2007]. Como se observa en el caso $z > 0$ la fuga de las partículas es mayor en la región cercana a los polos nortes donde el campo es más intenso, esto se puede explicar debido a que las regiones de campo débil se convierten en zonas de acumulación, y por ende la repulsión electrostática ayuda a reducir las fugas en los polos sures. Para $z < 0$ dado que ahora el campo es más intenso en la región cercana a los polos sures éstos son ahora donde es más probable las fugas.

Para complementar se muestra la distribución de las partículas que se fugan en los extremos de la cavidad: figuras 4.55 y 4.56, donde se aprecian las distribuciones en forma estrella de tres puntas, estas regiones son los principales canales de fuga de partículas sobre las tapas. La forma de dichas distribuciones esta acorde con las distribución de campo débil sobre esta área (ver figuras 4.9 y 4.10). En esta caso la distribución de las partículas fugadas coincide con la de acumulación electrónica, sin embargo la concentración de las partículas adyacentes a las tapas en realidad es muy baja (ver figuras 4.19 y 4.20 y sus comentarios), por lo ende la fuerza de repulsión electrostática no compensa fuerza diamagnética.

Para confrontar los resultados obtenidos mostramos se muestra una fotografía de las marcas dejadas por el plasma en uno de los extremos de la cámara de descarga en 4.57, también se adiciona el resultado de una simulación de las marcas dejadas por el plasma tanto en las paredes como en los extremos de la cámara de descarga que se puede apreciar en la figura 4.58.

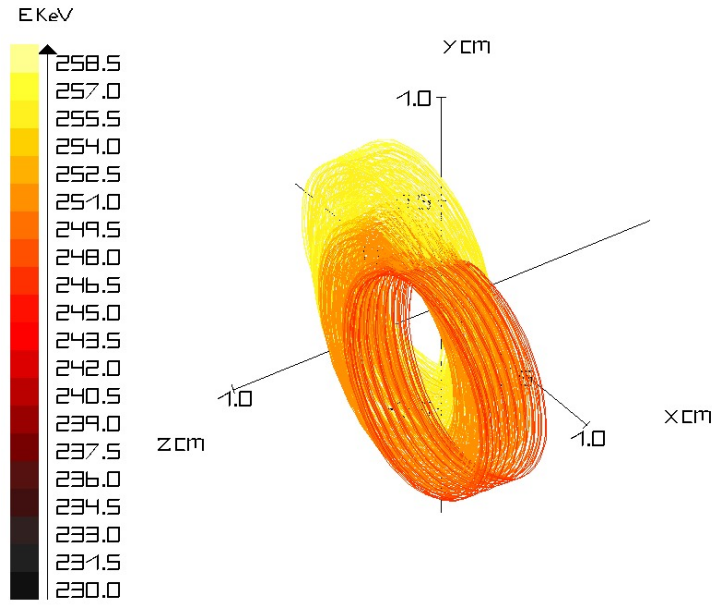


Figura 4.47: XYZ trayectoria de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE

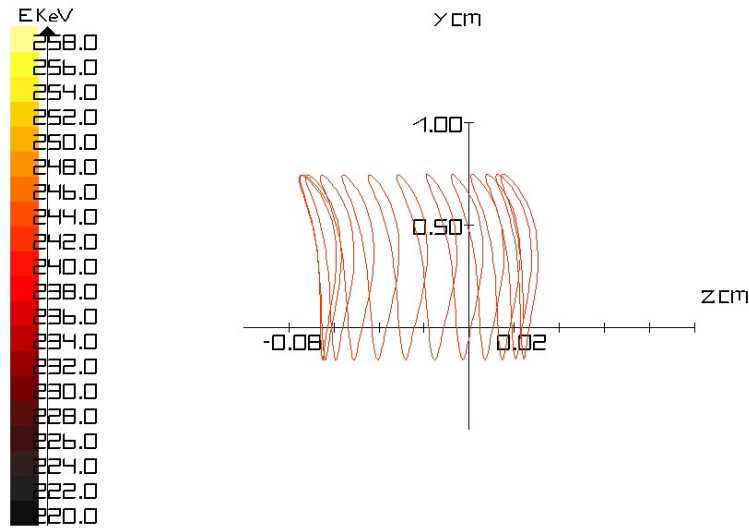


Figura 4.48: YZ segmento de la trayectoria de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE

La prueba sin el mecanismo de reingreso de partículas, se corrió durante 10000 ciclos de microondas. Al final de dicha prueba se habían fugado 423914 macropartículas, de

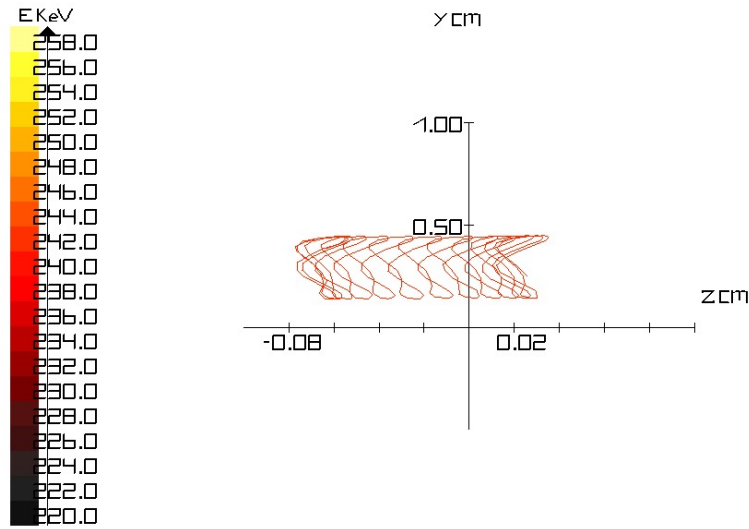


Figura 4.49: YZ segmento de la trayectoria del centro de guía de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE

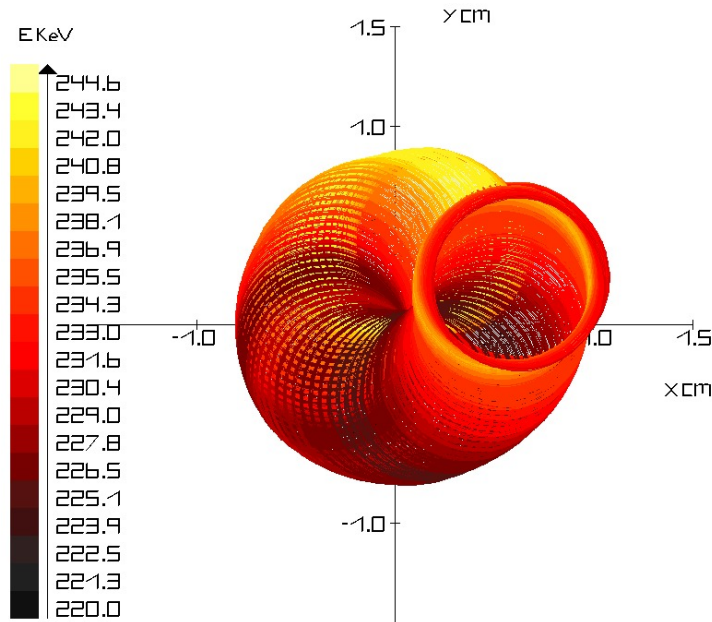


Figura 4.50: XY trayectoria de un electrón de mayor energía dentro de la zona de RCE

las cuales 164630 fueron sobre la superficie del cilindro y 259284 sobre las tapas, esto equivale a decir: que al término de la prueba se ha fugado el 8.48 %, de las partículas iniciales, que el 38.835707 % de los electrones se fugaron por la superficie cilíndrica,

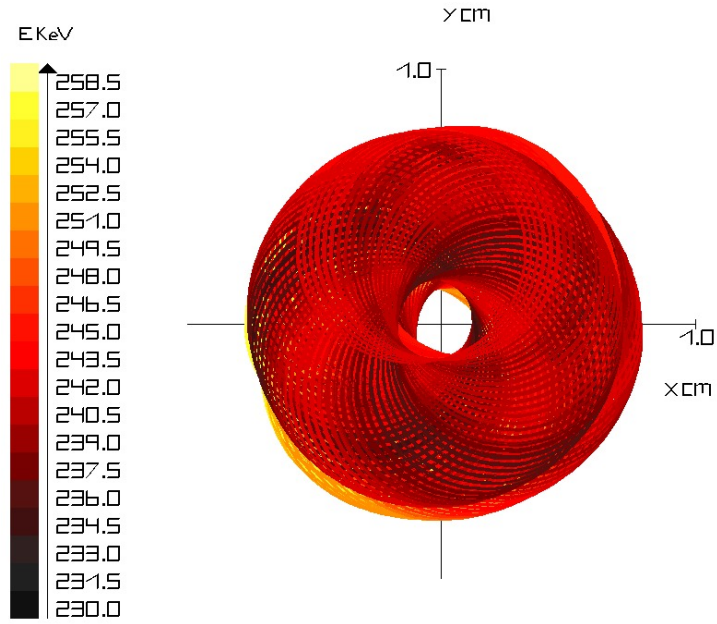


Figura 4.51: XY trayectoria de un electrón de mayor energía dentro de la zona de RCE

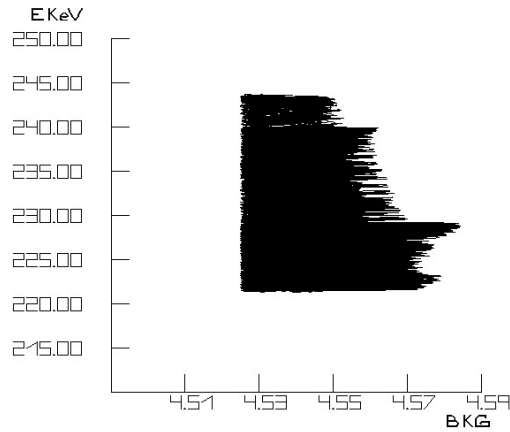


Figura 4.52: trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE

mientras que el 61.164293% por las tapas. Lo anterior muestra que la principal zona de fuga electrónica lo constituyen las tapas de la cavidad.

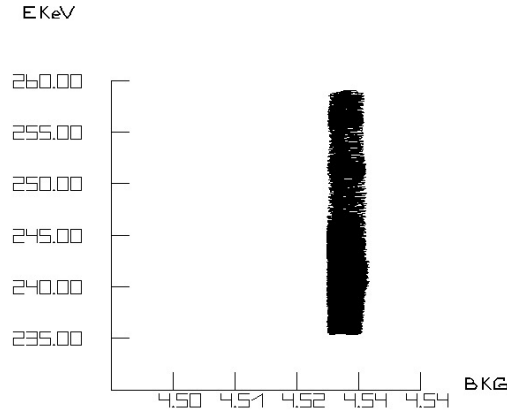


Figura 4.53: trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón con energía superior a 200 keV dentro del volumen encerrado por la superficie RCE

4.6. Tiempo de Vida Media en la etapa Inicial de Desintegración del Plasma

Para determinar, el tiempo de vida media de los electrones en la etapa inicial de desintegración del plasma, suponemos un decaimiento exponencial. Es de esperarse que hallan varios tiempos de vida el primero mas corto corresponde a los electrones que se encuentran cercanos a la paredes y aquellos de baja energía cuyas trayectorias coinciden con las líneas magnéticas. El segundo tiempo de vida es de partículas que también se encuentran fuera de la zona RCE pero a diferencia de la poca cantidad de partículas del primer grupo las trayectorias de partículas de este segundo grupo no coinciden con las líneas magnéticas y por eso su movimiento hacia las paredes se dificulta. El dato del tiempo de vida se extrae de una gráfica semilogarítmica ($\log(n)$ vs. t , véase 2.5), la cual se da la figura 4.59 de donde se tomaron dos tiempos de vida; en el primero se toma como referencia la pendiente entre el 10 y 300 ciclo de microondas, arrojando un valor de $1,880849 \times 10^{-6}$ s, para el segundo tiempo de vida se toma como referencia la pendiente entre 6000 y 9000 periodos de microondas, dando un valor de $1,184855 \times 10^{-5}$ lo cual está de acuerdo con [Xie 1995], según el cual el tiempo de vida de los electrones fríos con una energía entre 10-100 eV tienen un tiempo de vida de unos pocos microsegundos. El mismo autor revela resultado similar, publicado en [Xie 1998] en el cual afirma que el tiempo de vida de los electrones fríos con energía de por encima de cientos de eV tienen un tiempo de confinamiento desde unas pocas décimas hasta centenas de microsegundos.

Es de aclarar que el valor de tiempo de vida de partículas que se encuentran fuera de la zona RCE (el segundo tiempo de vida) tiene el carácter preliminar ya que corresponde

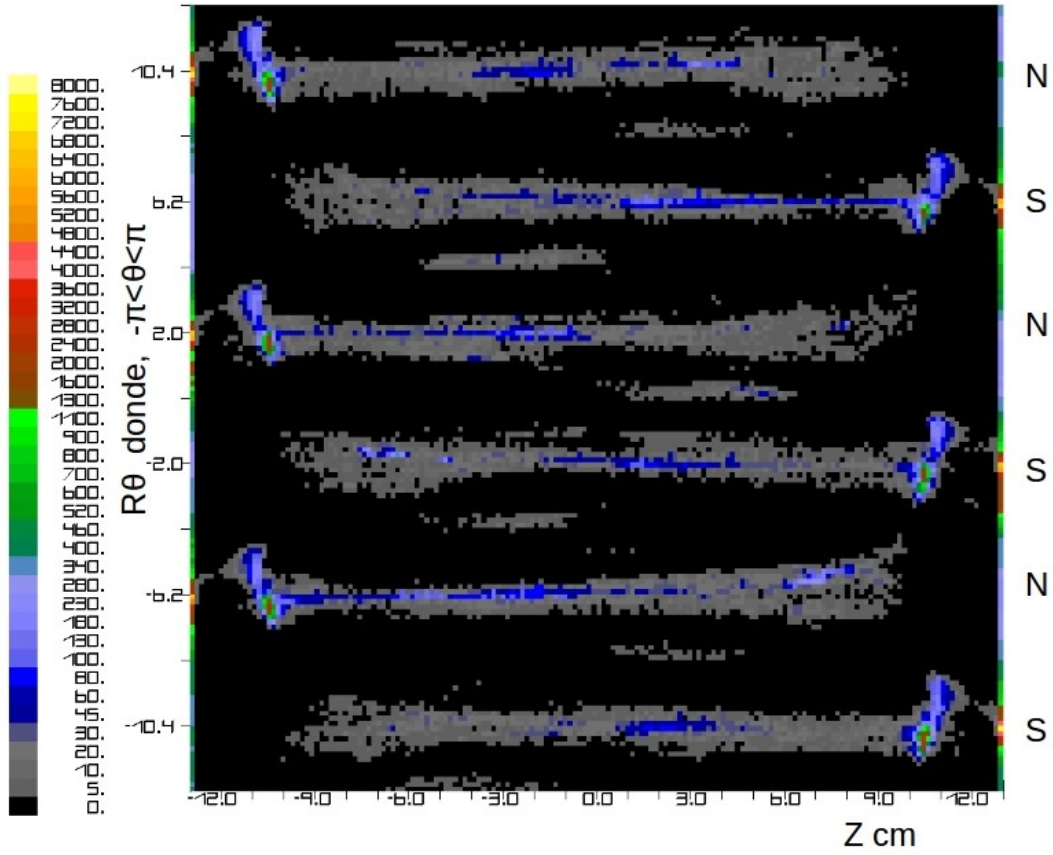


Figura 4.54: Distribución de las regiones de fuga electrónica, sobre las paredes cilíndricas de la cavidad

sólo a los electrones. Para encontrar el tiempo de vida del plasma es necesario seguir la desintegración del plasma durante mayor tiempo (cuando se establece el campo ambipolar y la velocidad de electrones se disminuye y flujos de iones se igualan al flujo de electrones). Para encontrar el tiempo de vida del plasma atrapado dentro del volumen abarcado por la zona RCE (el tercer tiempo de vida) tiene que simular la desintegración del plasma durante mucho más tiempo ya que este proceso se determina por la inercia de los iones. Es evidente que simulaciones del proceso de desintegración completa permitirá encontrar el verdadero valor para segundo tiempo de vida. Los resultados de esta simulación se presentaran más adelante.

El valor de la densidad media dentro de la zona de RCE; para la trampa mínimo-B el valor es de $8,882004577 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$.

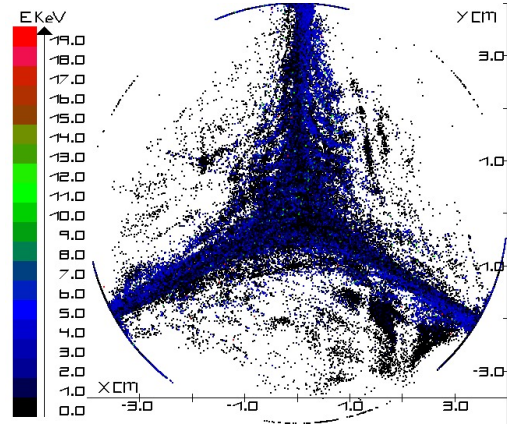


Figura 4.55: XY distribución de los electrones fugados sobre la superficie de la tapa derecha $z=12.9$ cm

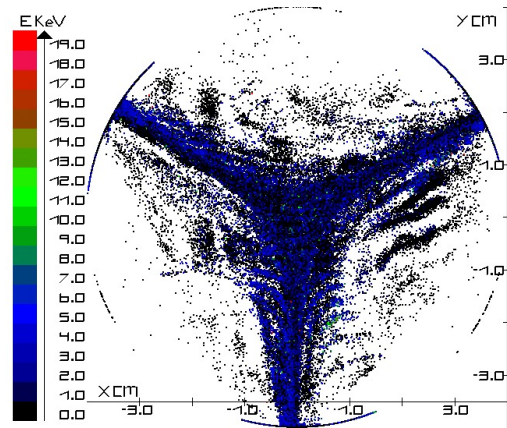


Figura 4.56: XY distribución de los electrones fugados sobre la superficie de la tapa izquierda $z=-12.9$ cm

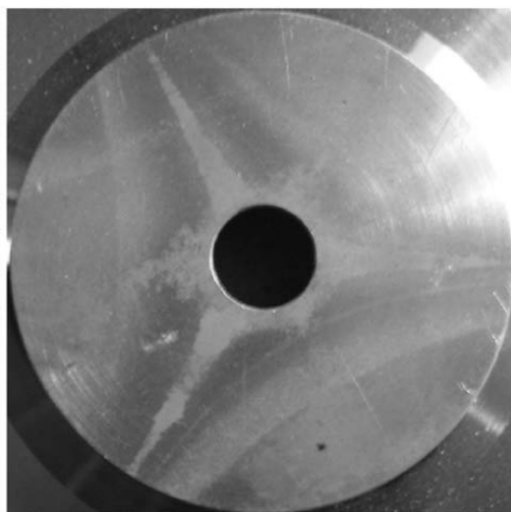


Figura 4.57: fotografía la marca dejada por el plasma sobre la superficie de un extremo de cámara de descarga [Damon 2008]

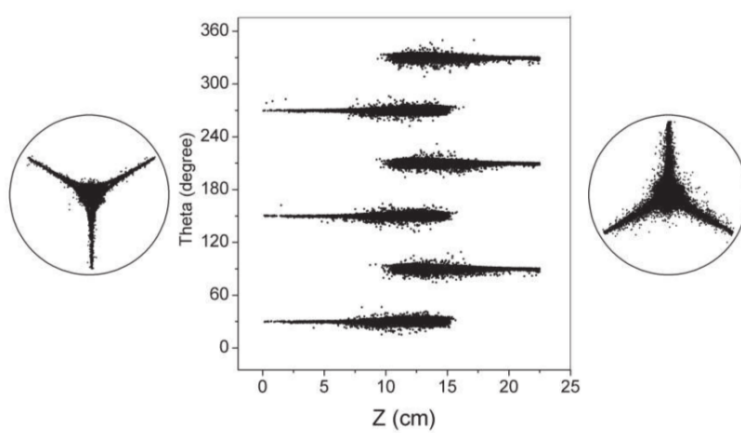


Figura 4.58: simulación de las marcas dejada por el plasma sobre la superficie de la cámara de descarga [Biri 2007]

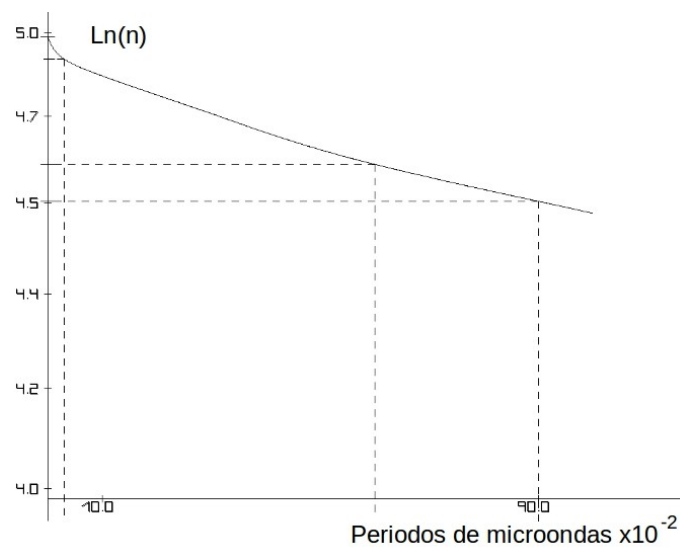


Figura 4.59: logaritmo natural del número de partículas presentes vs. tiempo en unidades del periodo de microondas.

Capítulo 5

Trampa Cero-B

La trampa cero-B se forma al superponer el cusp longitudinal (figura [2.1](#)) con el sistema multicusp transversal o sextupolo. La trampa cero-B es también magnetohidrodinámicamente estable como lo es la mínimo-B, sin embargo dado que el campo es cero en el centro geométrico de la trampa se espera con ello favorecer la acumulación de partículas en dicha zona y por ende aumentar el parámetro de Lawson. Siendo ésta la hipótesis principal que desea investigar.

Dado que la naturaleza del estudio es comparar las trampas cero-B y mínimo-B, en igualdad de condiciones, el campo de la trampa cero-B se forma invirtiendo el sentido de la corriente en la bobina de la derecha, esto es sin alterar el valor de las corrientes de las mismas. Tanto el modelo usado como la secuencia computacional son iguales, razón por la cual algunos datos se han omitido, para evitar redundancias, sin embargo el lector los puede encontrar en el capítulo anterior. A continuación se dan algunas especificaciones particulares para este sistema, tanto de valores físicos como de parámetros computacionales

5.1. Sistema Físico

El sistema físico de la trampa cero-B consta de un plasma de Hidrógeno, una cámara de descarga cilíndrica, un par de bobinas con corrientes en sentidos opuestos y el sextupolo. El plasma es calentado por microondas, la forma de la superficie RCE es de tipo elipsoidal. Una gráfica de dicho sistema se puede apreciar en la figura [5.1](#)

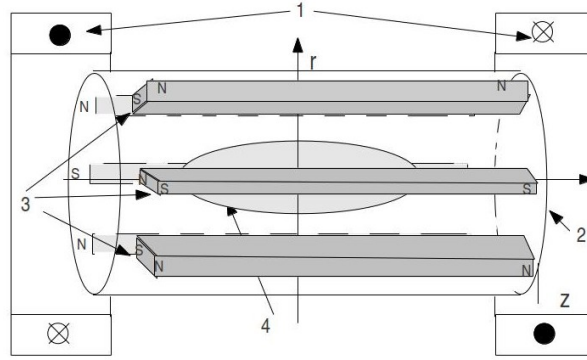


Figura 5.1: Sistema magnético principal de la trampa mínimo-B RCE: 1 - bobinas que producen el campo tipo espejo, 2 – cavidad cilíndrica, 3 - sextupolo que forma un campo multicusp, 4 - zona RCE.

5.2. Campo magnético y superficie RCE

Para dar una idea de la forma de las líneas de campo magnético de confinamiento se presentan varias gráficas, empezamos con la figura 5.2 del campo vectorial en el plano $z = 0$ donde se puede apreciar un gradiente radial de manera que la magnitud del mismo aumenta desde el valor de cero en el centro de la trampa; además se aprecia gradientes acimutales dado que el campo en las regiones donde se encuentran los polos surres del sistema sextupolar, son mas intensas frente a las regiones cercanas a los polos nortes. El fenómeno anterior se debe a que la componente radial del campo generado por el 'cusp' longitudinal de las bobinas es positiva y por tanto refuerza el campo proveniente de los polos surres y contrarresta el campo generado por los polos nortes. A medida que nos alejamos del centro de la cavidad la asimetría acimutal se hace menor ya que la componente radial del campo generado por las bobinas disminuye, para ello se muestra la figura 5.3 donde se aprecia una proyección transversal del campo en el plano $z=10$ cm y la figura 5.4 para el plano $z=12.8$ en el extremo de la cavidad. Dado que la componente radial de campo generado por las bobinas es simétrica respecto al plano XY ($z=0$). En el campo total de la zero-B también presenta dicha simetría por lo que generar gráficas adicionales de éste en las regiones para $z < 0$ es innecesario. Recordemos que la simetría se observa solo en ciertas secciones transversales pero el campo cero-B 3D como el campo Mínimo-B 3D posee ninguna simetría.

Se muestra una vista longitudinal del campo en el plano $x = 0$ en la gráfica 5.5 en la cual se aprecia que el campo aumenta a medida que $|z|$ aumenta y por tanto el campo se reduce hacia su plano central transversal.

Ahora se encuentra la forma de la superficie RCE, cuya magnitud de campo magnético posee un valor de 5001.07 G. Debido a que el campo magnético longitudinal generado por cada una de las bobinas es opuesto, el volumen de la zona de RCE se aumenta, con respecto al tamaño en la trampa mínimo-B. La forma de la superficie RCE se asemeja a

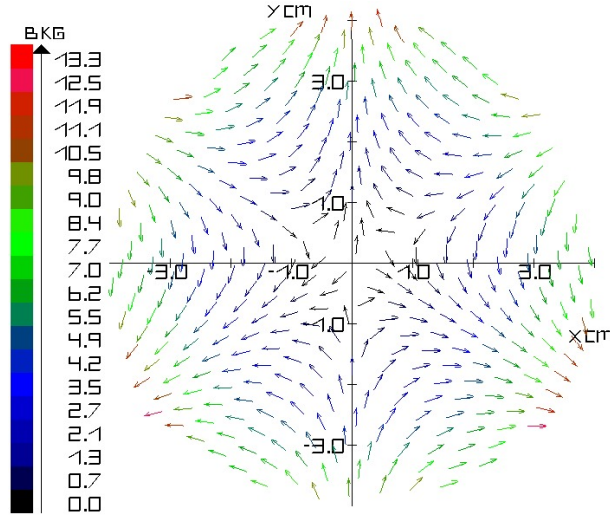


Figura 5.2: XY vista del campo vectorial en el plano central transversal ($z=0$)

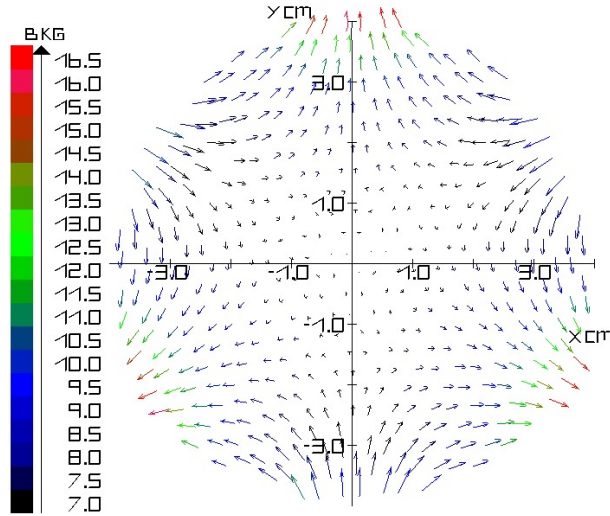


Figura 5.3: XY vista del campo vectorial en el plano transversal ($z=10$ cm)

un elipsoide pero de sección transversal no circular como se puede apreciar en la figura 5.6 y achatada en sus extremos. Sus características fueron organizados en la siguiente tabla:

Para medir los semiejes en el plano transversal se dibuja la línea formada por la superficie RCE (figura 5.7) en el plano $z = 0$ (correspondiente al plano central transversal), la cual posee una forma irregular, con un radio menor de 2.58 cm y uno mayor de 2.95 cm. Para hallar el semieje z , se dibuja la línea formada por superficie RCE (figura 5.8) al ser cortada por el plano $x = 0$ obteniendo un valor de 7.55 cm.

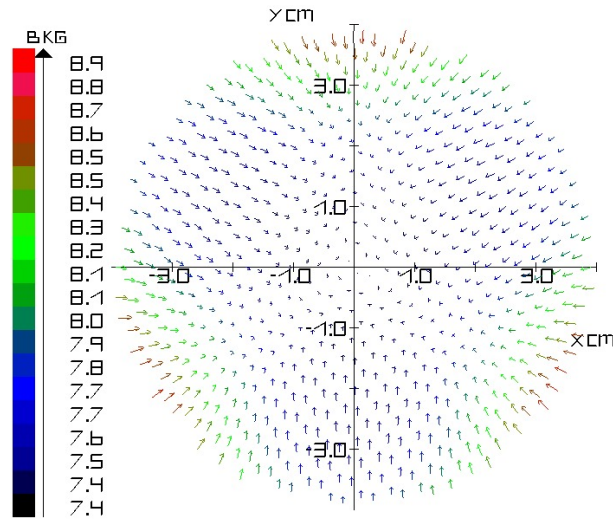


Figura 5.4: XY vista del campo vectorial en el plano transversal ($z=12.8$ cm)

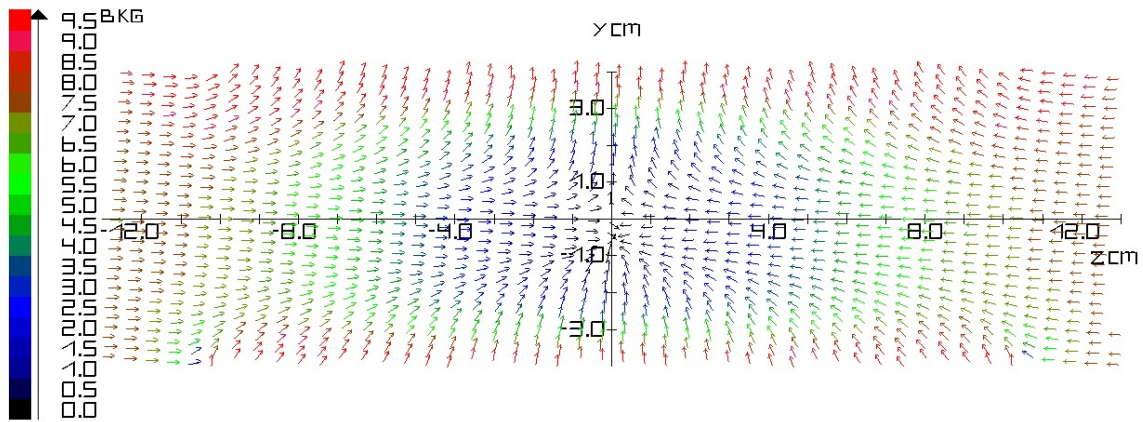


Figura 5.5: ZY vista del campo en el plano $x=0$ de la zona RCE.

Tabla 5.1: Datos de la superficie RCE

Elipsoide RCE			
semieje menor	semieje mayor	semieje z	volumen
2.58 cm	2.95 cm	7.55 cm	400.88 cm^3

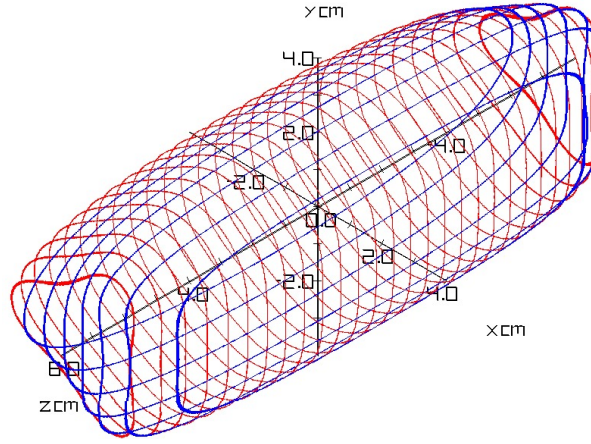


Figura 5.6: XYZ vista de la superficie RCE.

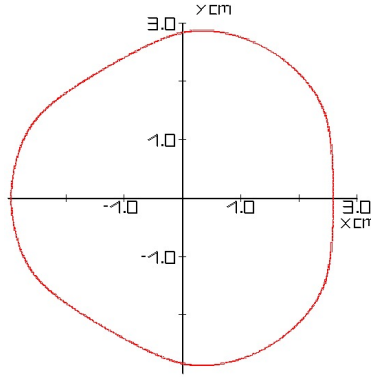


Figura 5.7: XY vista de la línea central de la zona RCE.

5.3. Resultados Usando el Mecanismo de Recuperación de Partículas

Los resultados aquí presentados han alcanzado 30000 ciclos de microondas, luego de los primeros 10000 ciclos se pudo observar que la distribución espacial de la componente electrónica del plasma no era significativamente variable. Debido a que el paso de tiempo es igual a $1/160$ parte del periodo de microondas, esto equivale a $4,8 \times 10^6$ ciclos computacionales, por lo que fue necesario ejecutar algunas tareas del ciclo computacional en paralelo para reducir el tiempo de cómputo. Para ello se usó principalmente, un nodo de alto rendimiento del cluster Guane de la Universidad Industrial de Santander. Usando tanto los cores del procesador para resolver la ecuación de Poisson y el cálculo de los campos, como GPUs para la ecuación de movimiento. El mecanismo de recuperación usado en esta simulación es idéntico al de la trampa

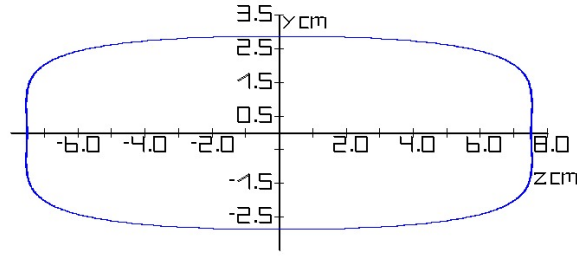


Figura 5.8: ZY vista de la zona RCE sobre el plano $x=0$.

mínimo-B.

5.3.1. Distribuciones Espacial y Energética de la Componente Electrónica del Plasma

En esta sección se muestra la distribución espacial de la componente electrónica del plasma en ciertas regiones, indicándose mediante una escala de color la energía cinética de cada una de las partículas. Dado que los presentes resultados se han mantenido relativamente estables, para la componente electrónica del plasma, la distribución energética presentada nos da una idea de la configuración térmica electrónica.

En la gráfica 5.9 se muestra la distribución de electrones en una capa de ancho 1 cm, centrada en el plano $z=0$; donde se puede apreciar, que las partículas se concentran principalmente en las regiones lobulares en el cual la configuración magnética genera trampas locales debido a los gradientes tanto acimutales como longitudinales de campo magnético. Estas trampas se localizan en las regiones comprendidas entre los polos del sistema sextupolar en la región central de la trampa. La baja densidad apreciada en la zona central de la trampa, y dentro de la zona de RCE, puede deberse a que justo en dicha zona las partículas encuentran el cusp longitudinal de manera que las partículas pueden acumularse especialmente en los polos nortes donde el campo es debilitado. Una disminución de la densidad de partículas en la zona cerca del plano transversal $z=0$ es una propiedad de este tipo trampa. Sin embargo la densidad puede aumentar significativamente en capas adyacentes a la zona central. Esto se demostrará más adelante. Debido a que la energía alcanzada no es muy alta la unión de las distribuciones lobulares se da principalmente en las regiones delante de los polos sures donde el campo es en principio mayor, dentro de la capa comprendida entre $2,5 < z < 6,0$ para la parte derecha y en la capa comprendida entre $-6,0 < z < -2,5$ para la parte izquierda. Este fenómeno puede explicarse por la cercanía entre las acumulaciones lobulares en los polos nortes, lo que genera una fuerza electrostática de repulsión y por ende empuja electrones, hacia las regiones de menor concentración; además la componente radial en esta zona se ha disminuido, por los que los gradientes acimutales no son tan fuertes.

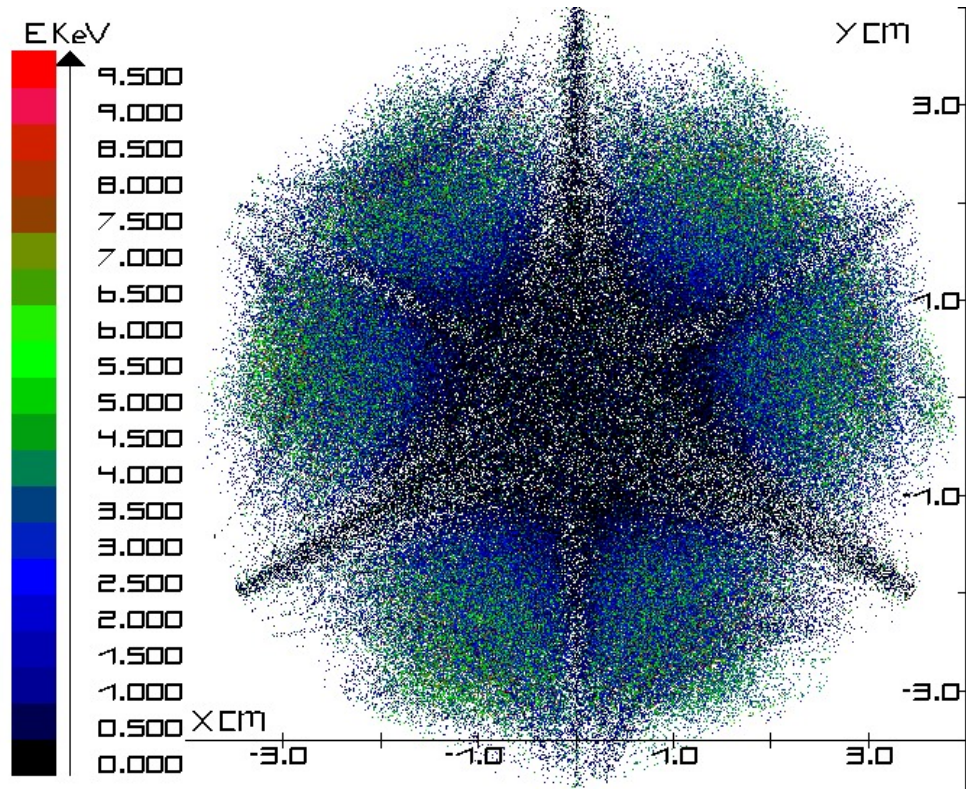


Figura 5.9: XY vista del la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=0$ de 1 cm de espesor

Una gráfica de la unión de las zonas lobulares se muestra en la figura 5.10 para una capa de espesor 1 cm centrada en el plano $z=5$ cm, dado que la distribución de campo es simétrica con respecto al plano central transversal (plano XY), la distribuciones de 1 cm de espesor centrada en el plano $z=-5$ cm es similar a la anterior, esto se puede observar en la figura 5.11

. Ahora se muestra la distribución de las partículas en el extremo de la cavidad en la figura 5.12, donde se ha aumentado el tamaño de las partículas ya que su densidad en esta región es reducida. Se puede ver como predomina el efecto de la fuerza diamagnética, ya que las regiones de campo débil se convierten en zonas de acumulación, acorde a la distribución de campo mostrada en la figura 5.4.

Para completar el estudio de la distribución espacial-energética electrónica del plasma, se muestra la distribución YZ, centrada en el plano $x=0$ para un ancho de 1 cm (figura 5.13). En esta distribución, se aprecia que la energía electrónica del plasma se concentra en los bordes de la zona RCE. Si bien la densidad aumenta hacia la región central de la cavidad, justo en plano central de la cavidad (plano XY), se encuentra una región de fuga, en especial para partículas de baja energía (energía < 1 keV). Debido a la concentración de partículas de mayor energía en las regiones lobulares se genera un campo

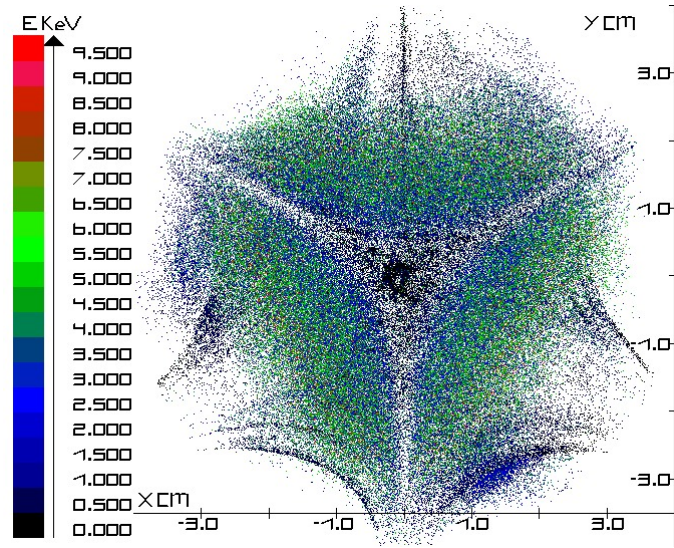


Figura 5.10: XY vista del la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=5$ de 1 cm de espesor

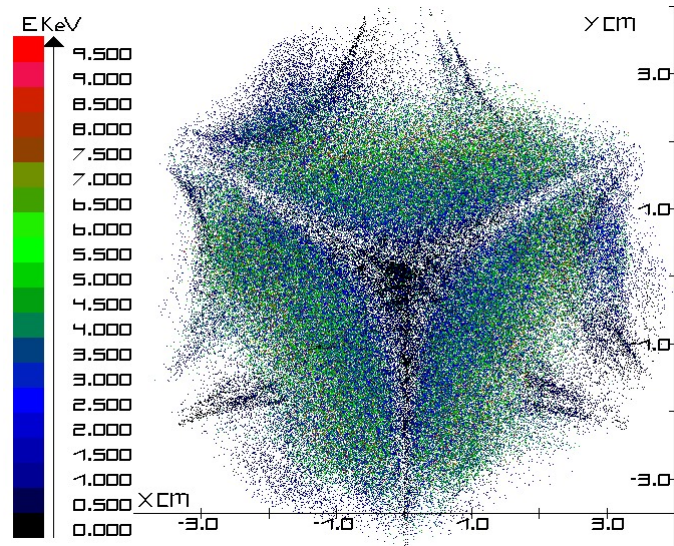


Figura 5.11: XY vista del la distribución espacial-energética alrededor del plano $z=-5$ de 1 cm de espesor

electrostático fuerte en la región cercana a los polos nortes donde el campo magnético es más débil, lo que genera tres canales de fuga en la región cercana a los polos sures, especialmente para las partículas de baja energía. Esto se aprecia en la figura 5.9 como una estrella de tres puntas un pico se encuentra a 90° , el otro a 210° y el otro a -30° (es decir las puntas terminan en la región adyacente a los polos sures del sistema sextu-

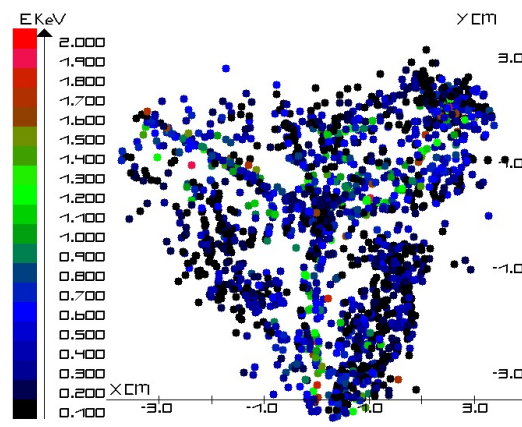


Figura 5.12: XY vista de la distribución espacial-energética en el extremo de la cavidad de 1 cm de espesor

polar). También se agrega la figura 5.14 para la distribución electrónica centrada en el plano $x=0$ para un ancho de 0.2 cm; donde se aprecia el pico de la estrella mencionada anteriormente que se encuentra a 90° . Por tanto un electrón de baja energía que intente cruzar el plano central de la cavidad que puede ser llevado hacia la pared cilíndrica.

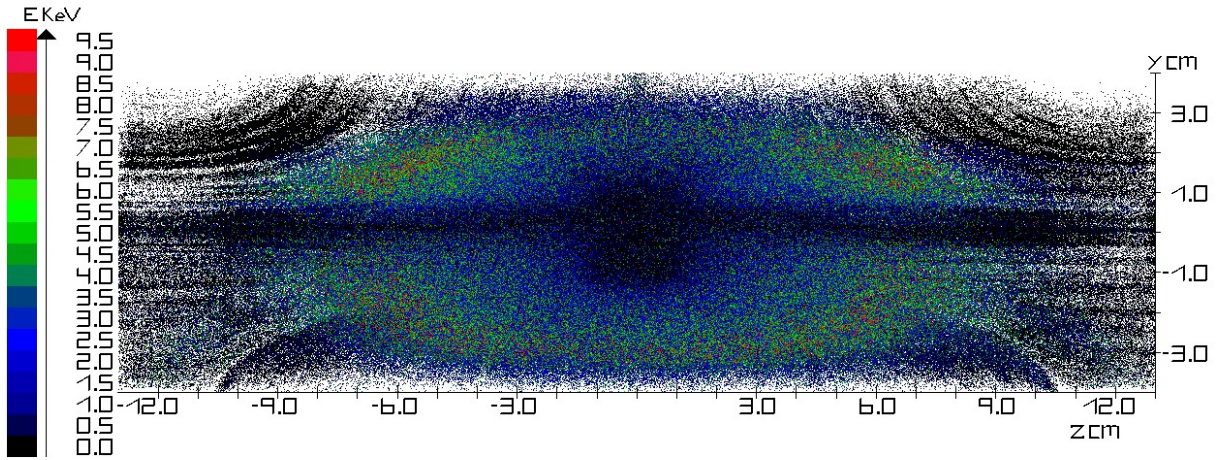


Figura 5.13: YZ vista de la distribución espacial-energética alrededor del plano $x=0.0$ cm de 1 cm de espesor

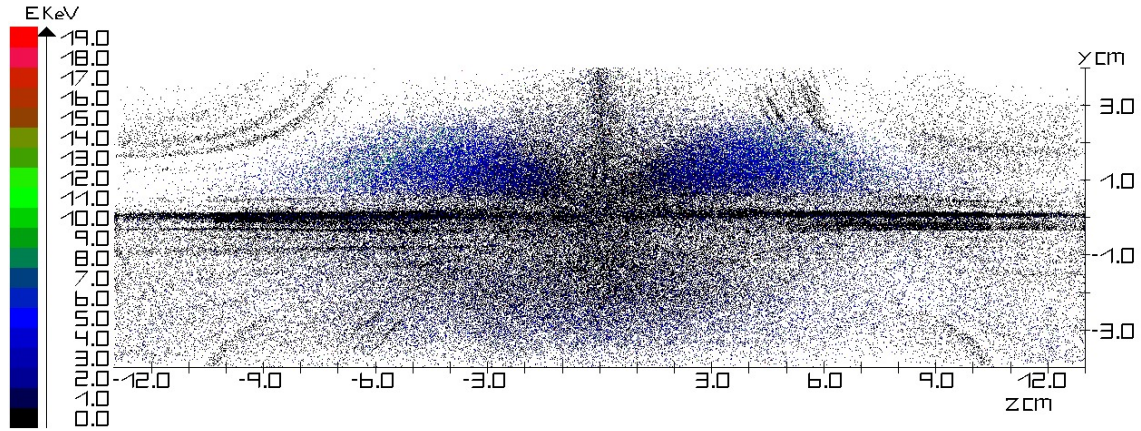


Figura 5.14: YZ vista de la distribución espacial-energética alrededor del plano $x=0.0$ cm de 0.2 cm de espesor

5.3.2. Función de Distribución Electrónica

En esta sección se incluye la figura 5.15 de la función de distribución electrónica del plasma. Se puede apreciar que la componente electrónica del plasma posee un pico en su función de distribución energética, que se encuentra en 4.5 keV. Una explicación acerca de éste, se debe a que dicho valor de energía se encuentra en el rango de las partículas atrapadas en forma de lóbulos los cuales son una región de acumulación.

Para ilustrar la distribución de las partículas lobulares, se presenta la figura 5.16, donde

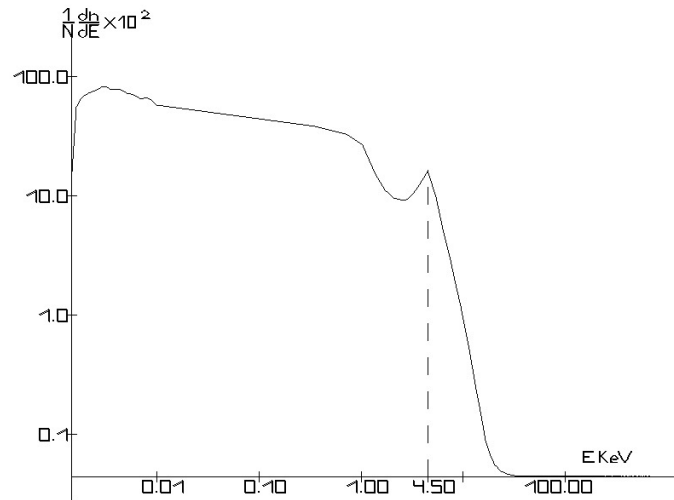


Figura 5.15: Función de distribución electrónica

se grafica la distribución espacial en la región central (capa transversal de espesor de 1 cm) de las partículas en dicho rango energético (desde 3.80-4.61 keV). Se puede ver

que en este rango de energía hay una concentración en los cúmulos lobulares. Se mostró en las figuras 5.10 y 5.11, que las distribuciones lobulares se unen por parejas.

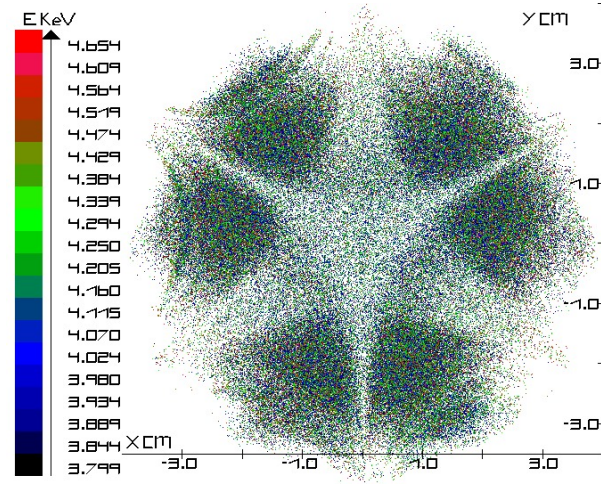


Figura 5.16: XY vista de la distribución espacial-energética de los electrones con energía cinética desde 3.8 keV a 4.61 keV en el plano $z=0$ de 1 cm de espesor

Para ilustrar lo anterior se muestra la distribución electrónica espacial centrada en el plano $y=2$ cm, de 2 cm de espesor para los electrones con energía cinética desde 3.8 keV a 4.61 keV, en la figura 5.17. En dicha figura se puede apreciar como la unión de las partículas lobulares forman una especie de acumulación rectangular. Por tanto una partícula atrapada en dicha zona no rota alrededor del eje z , esto es permanece solamente en dos lóbulos

5.3.3. Distribución Espacial de Electrones de Mayor Energía Cinética

Para mostrar la configuración espacial electrónica con energía superior a 1.5 keV, se anexa la gráfica, 5.18. En esta figura se usa la técnica descrita en la sección 4.4.3, con el objeto de simular una fotografía del plasma vista desde un extremo de la cavidad. En esta figura se aprecia que las partículas de mayor energía se ubican justo en las regiones lobulares, dejando la región cerca del eje con baja densidad.

Con el objeto obtener una mejor comprensión de la distribución espacial de las partículas de mayor energía en el plano central transversal de la cavidad, se adiciona la figura 5.19, para una capa de espesor de 5 cm, en la cual se observa la distribución lobular. De dicha figura se observa que la densidad es bastante reducida en el eje de la cavidad.

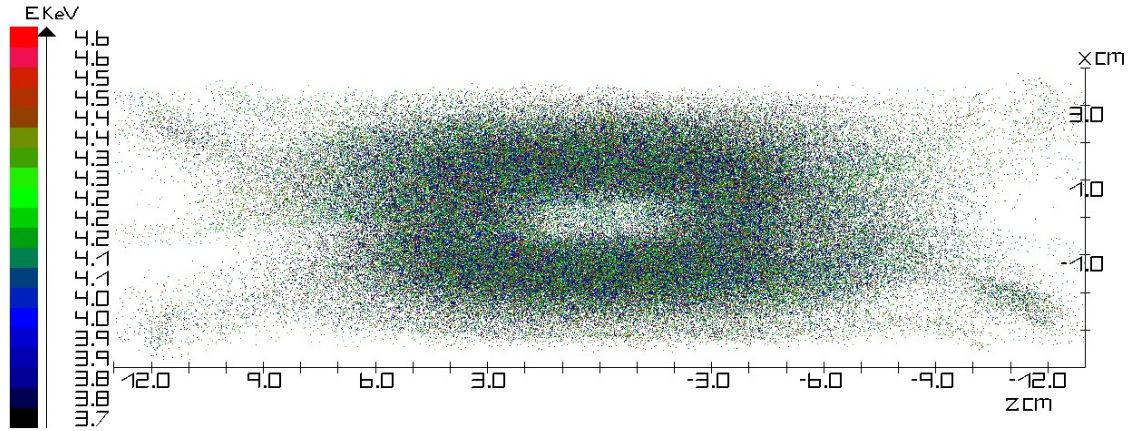


Figura 5.17: ZX vista de la distribución espacial-energética de los electrones con energía cinética desde 3.8 keV a 4.61 keV centrada en el plano $y=2$ cm de 2 cm de espesor

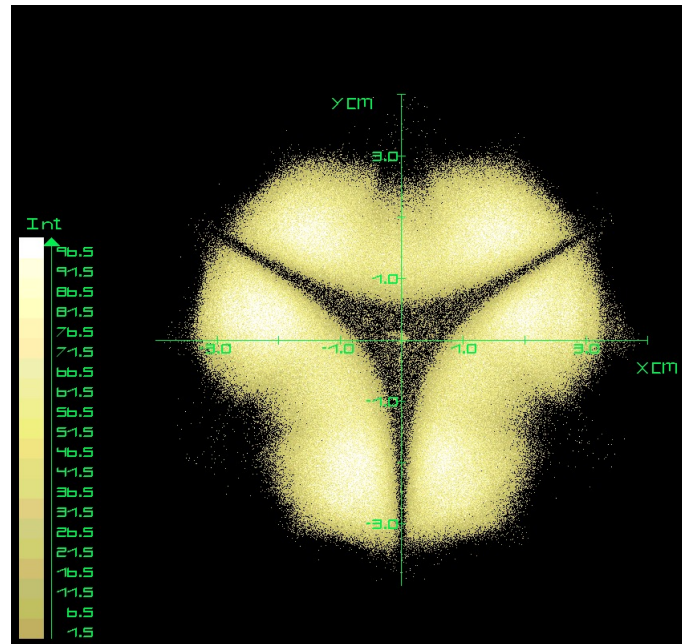


Figura 5.18: XY vista de la distribución espacial-energética de los electrones con energía cinética superior a 1.5 keV centrada en el plano $z=0$ para toda la cavidad

5.3.4. Análisis de Trayectorias Electrónicas

En esta sección se muestran las trayectorias de algunos electrones, como se verá a continuación el centro guía también rota esto se debe al alto gradiente de campo magnético por lo que el radio de giro cambia rápidamente debido a la variación de la

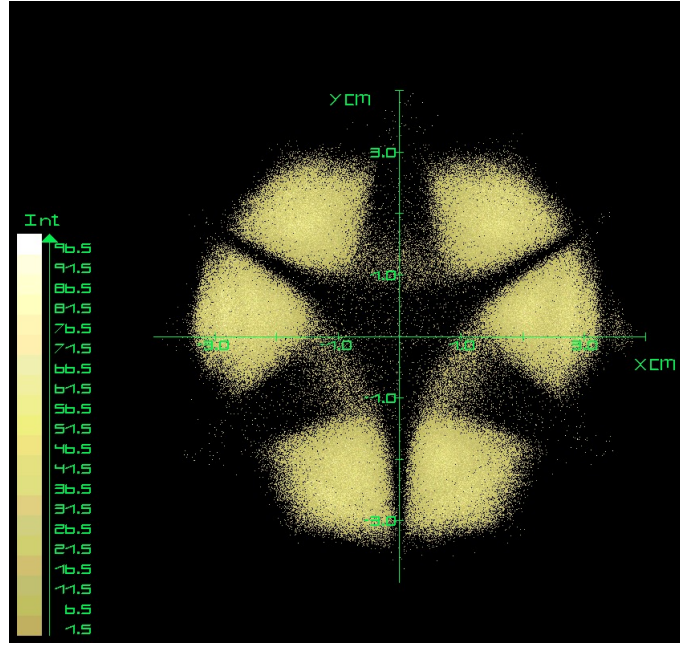


Figura 5.19: XY vista de la distribución espacial-energética de los electrones con energía cinética superior a 1.5 keV centrada en el plano $z=0$ con un ancho de 5 cm

fuerza centrípeta de rotación. Se empieza graficando la trayectoria XY de una partícula que compone la distribución lobular en la figura 5.20 y en en la figura 5.21 para su centro guía. En ésta se pude ver que la partícula posee una trayectoria helicoidal que oscila radialmente mientras su centro de guía se mueve acimutalmente. Lo anterior ocurre mientras que oscila sobre el eje z desde $z=1.5$ cm hasta $z= 3$ cm en el extremo derecho y entre $z= -2$ cm hasta $z= -3$ cm en el extremo izquierdo. Cuando la partícula en su oscilación acimutal toma su máxima amplitud, lo cual se da cuando su proyección en el eje 'y' alcanza los puntos $y= 0$ o $y=-1.5$ cm. Las partículas dejan de moverse acimutalmente y su centro guía se mueve sobre el eje z , oscilando cuasi radialmente de manera que puede pasar del extremo izquierdo al derecho y viceversa formando una trayectoria cerrada alrededor de un rectángulo, para ilustrar esto se muestra la figura 5.22 para la proyección YZ de su trayectoria y la figura 5.23 para su centro de guía.

La anterior trayectoria es consistente con las distribuciones lobulares mostradas en la figuras 5.16, 5.17, 5.18 y 5.19, sin embargo, dado que la partícula no entra en contacto con la superficie RCE, sino que permanece dentro de su interior, por lo que la partícula experimenta una pérdida de energía. Para ilustrar esto se muestra la figura 5.24, donde se da la variación de su energía vs. la magnitud de campo magnético

Otra trayectoria, de un electrón perteneciente a la distribución lobular que si entra en contacto con la zona RCE es presentada en su proyección XY en la figura 5.25 y el la figura 5.26 para su centro de guía. Al adicionar la figura 5.27 para la proyección de la trayectoria YZ y la figura 5.28, se puede ver que la partícula posee una trayectoria que

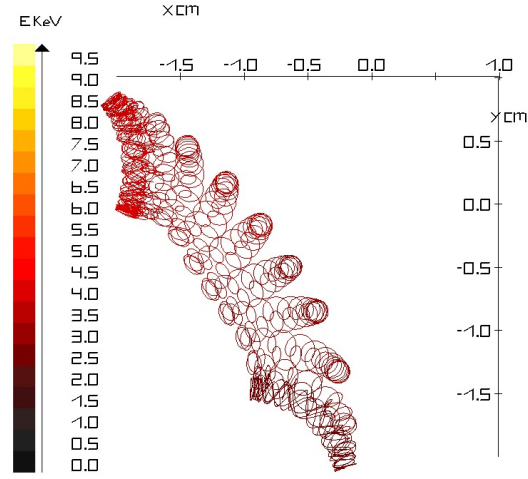


Figura 5.20: XY vista de la trayectoria de un electrón perteneciente a la acumulación lobular

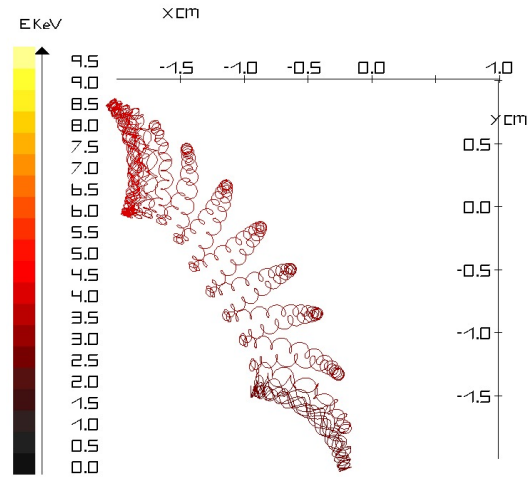


Figura 5.21: XY vista de la trayectoria del centro de guía de un electrón perteneciente a la acumulación lobular

sigue el contorno de un rectángulo. En este caso la partícula pierde energía al entrar en contacto con la zona RCE, lo que indica que la partícula atravesó la zona RCE fuera de la banda de aceleración. Esto se puede apreciar en la figura 5.29; ya que las partículas tienden a irse hacia el centro de la cavidad donde el campo es más débil. En este sentido dado que la trampa cero-B posee un valor de cero en su punto central, las partículas en

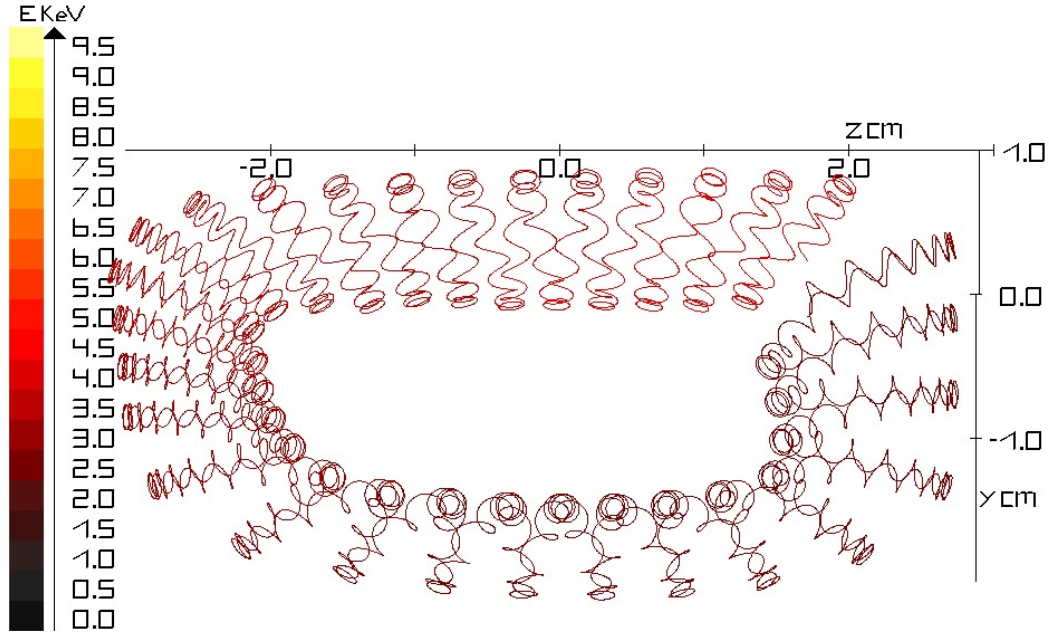


Figura 5.22: ZY vista de la trayectoria de un electrón perteneciente a la acumulación lobular

el interior de la zona pueden también ganar energía en las regiones de los sub-armónicos de la frecuencia fundamental.

En la trampa cero-B algunos de los electrones, que no pertenecen a las trampas lobulares, no atraviesen el plano central trasversal, ya que la forma del campo magnético del cusp longitudinal puede devolverlos o chocarlos con la pared cilíndrica. Para ilustrar lo anterior se muestra la figura 5.30 para la proyección YZ de su trayectoria y la figura 5.31. Este fenómeno puede ser una limitante para la ganancia energética de electrones.

5.4. Resultados sin el Mecanismo de Recuperación de Partículas

En esta sección se muestran los resultados en el caso de decaimiento libre del plasma, el cual empieza a correr cuando las componente electrónica del plasma ha alcanzado cierta estabilidad, del punto de vista de su distribución espacial.

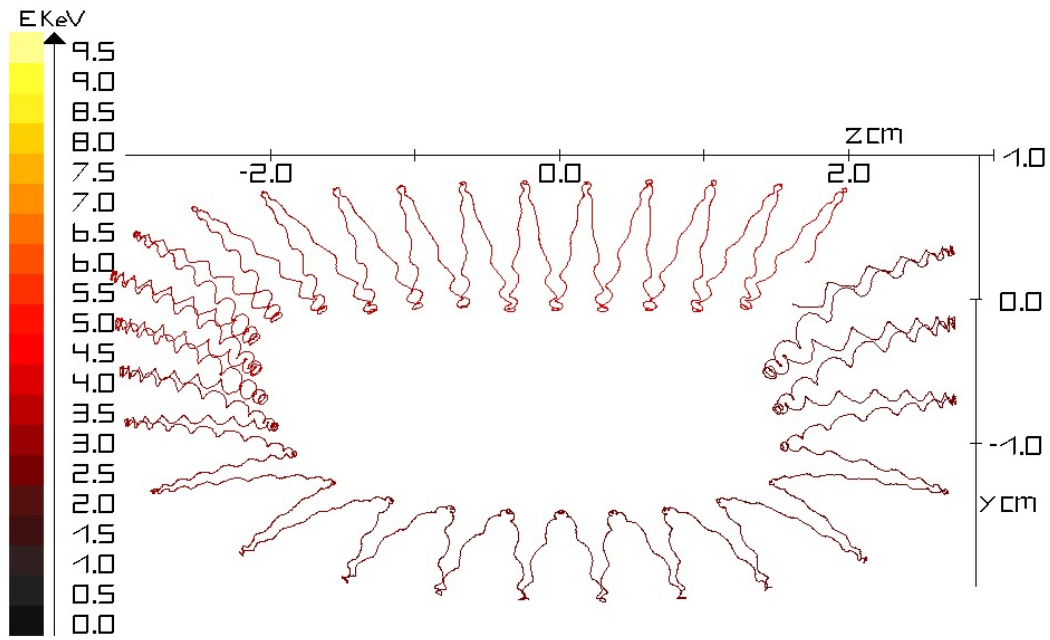


Figura 5.23: ZY vista de la trayectoria del cetro guía de un electrón perteneciente a la zona lobular

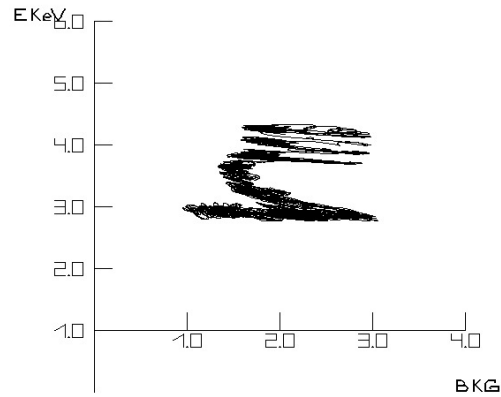


Figura 5.24: trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón perteneciente a la acumulación lobular

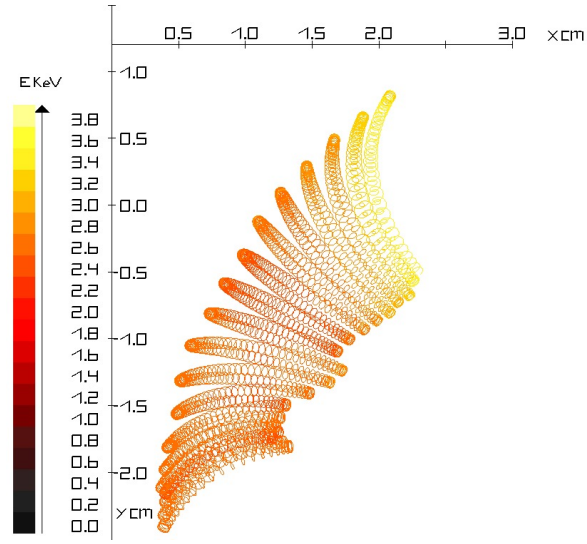


Figura 5.25: XY vista de la trayectoria de un electrón perteneciente a la acumulación lobular

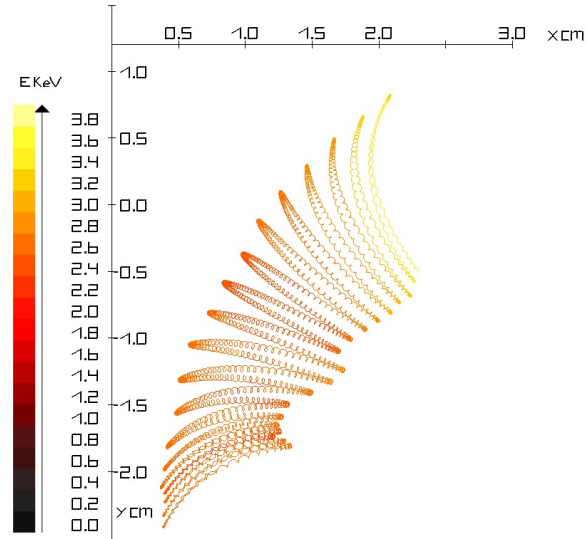


Figura 5.26: XY vista de la trayectoria del centro de guía de un electrón perteneciente a la acumulación lobular

5.4.1. Distribución de las Partículas Fugadas sobre las Paredes de la Cavidad

Conocer la distribución de los electrones fugados sobre las paredes de la cavidad, es importante para tener la información sobre carga térmica en diferentes zonas de las pa-

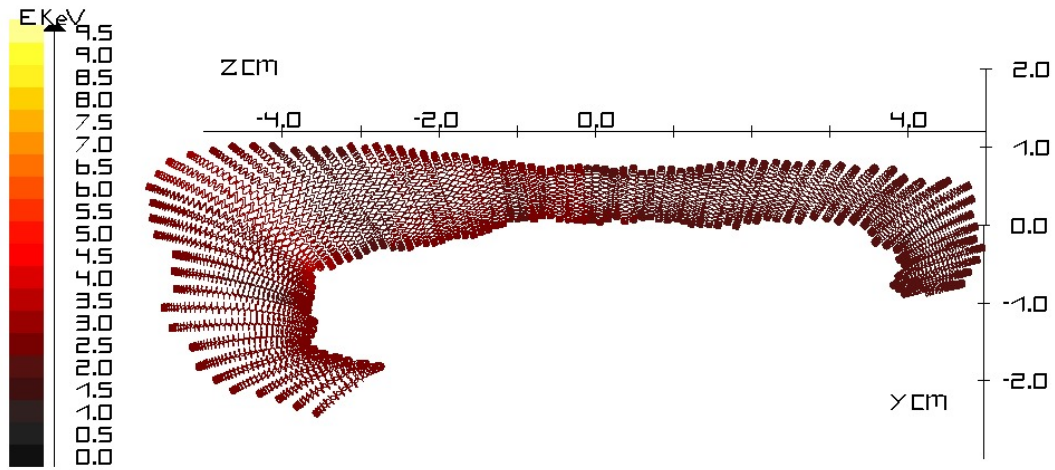


Figura 5.27: ZY vista de la trayectoria de un electrón perteneciente a la acumulación lobular

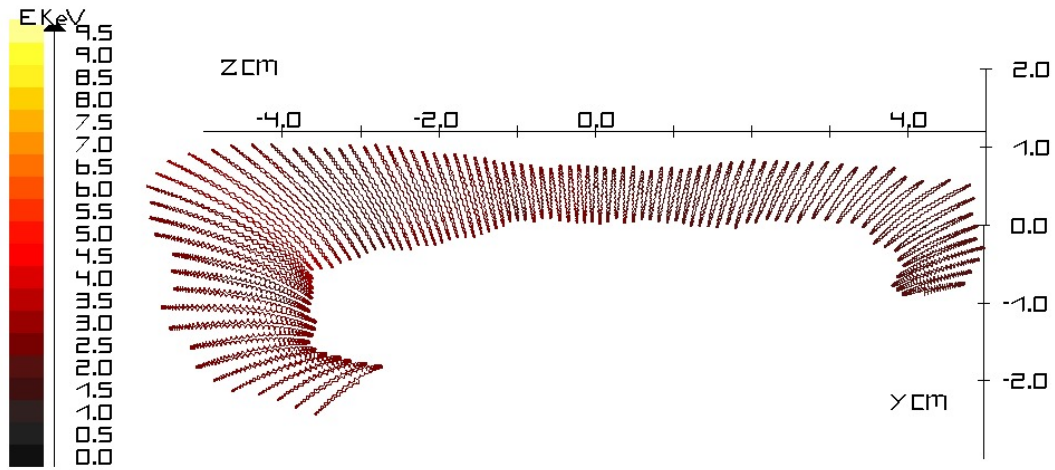


Figura 5.28: ZY vista de la trayectoria del cetro guía de un electrón perteneciente a la acumulación lobular

redes de la cámara. Mientras que las fortalezas y falencias de la configuración magnética respecto a la efectividad de confinamiento del plasma se puede determinar en el estado estacionario de la componente iónica. La distribución de los impactos electrónicos se da en la figura 5.32, donde se puede apreciar que la región central del cilindro presenta la mayor concentración de partículas fugadas, en especial los polos sur, esto se debe a que el gradiente longitudinal magnético, presiona los electrones, hacia el plano central los cuales guiados por la dirección de la líneas magnéticas pueden ser conducidos hacia las paredes cilíndricas de la cavidad. Otras regiones que son de importancia, se

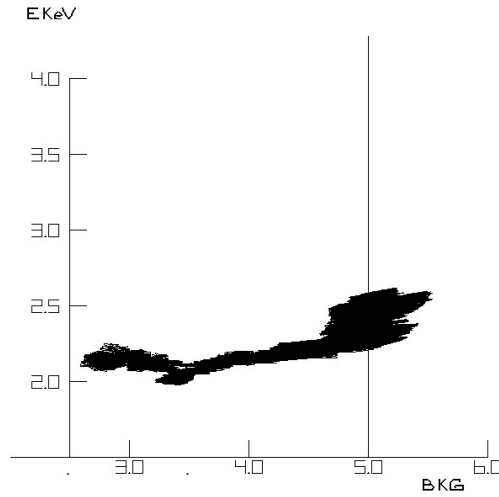


Figura 5.29: trayectoria energética vs. el campo magnético de confinamiento de un electrón perteneciente a la acumulación lobular

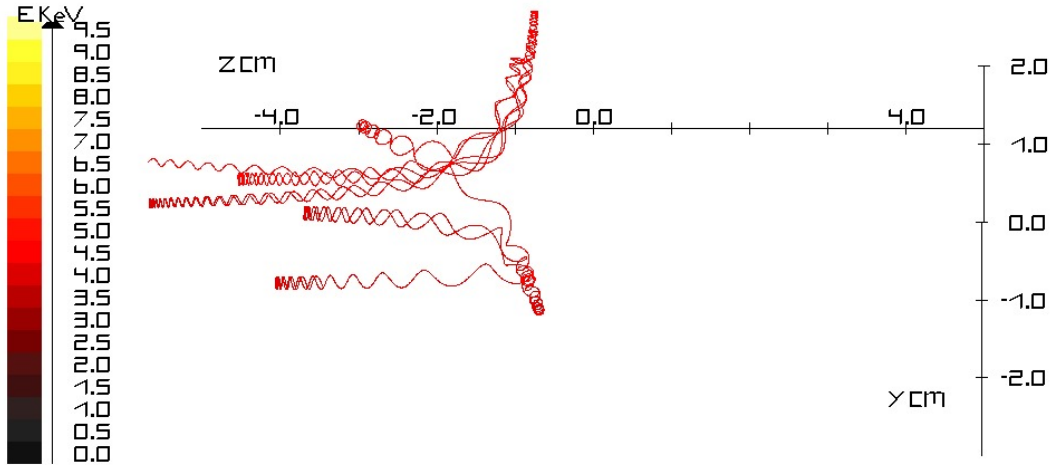


Figura 5.30: ZY vista de la trayectoria de un electrón que no logra cruzar el cusp longitudinal

encuentran en las regiones adyacentes a los polos nortes en $z = \pm 10,3$ cm la cual puede explicarse y ya que en dicha región se encuentran los bordes de los imanes, por lo que las líneas de campo del sistema sextupolar se curvan para alcanzar el polo opuesto de cada imán. Además en esta región se alcanza los centros geométricos de las bobinas por lo que las componentes transversales de campo se ven disminuidas y como es una región de baja densidad, las partículas se fugan con mayor probabilidad, en especial por la región adyacente a los polos nortes.

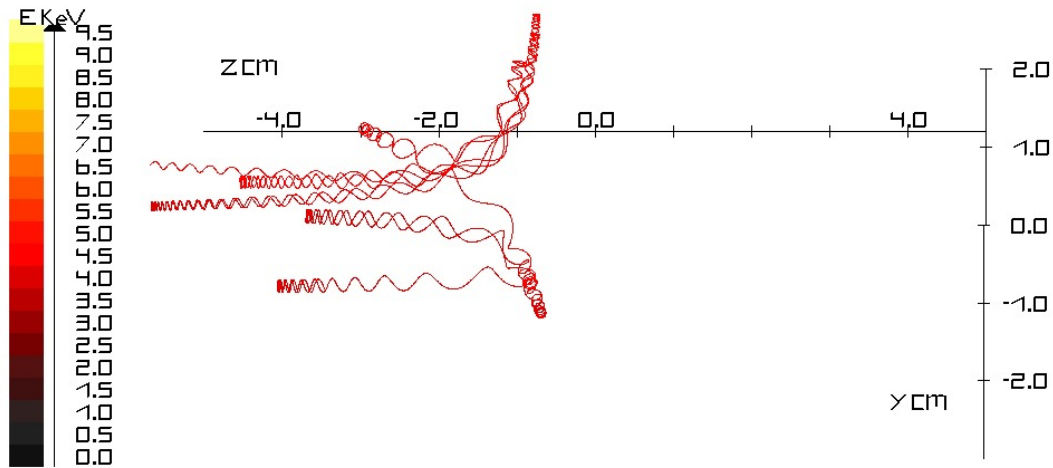


Figura 5.31: ZY vista de la trayectoria del centro guía de un electrón que no logra cruzar el cusp longitudinal

En las figuras 5.33 y 5.34 se muestra como es la distribución de las partículas que se fugan en los extremos de la cavidad. Estas distribuciones en forma de estrella de tres puntas, son las principales regiones, por medio de las cuales se fugan las partículas. La forma de dichas distribuciones esta acorde con las distribución de campo débil en dichas tapas (ver figura 5.4). Que la distribución de las partículas fugadas coincida con las de acumulación electrónica en dicha zona se debe a que la concentración en realidad es muy baja (ver figura 5.12 y sus comentarios)

En la prueba sin el mecanismo de reingreso de partículas, que se corrió durante 10000 ciclos de microondas. Se obtuvieron los siguientes datos: se fugaron 1028082 macro-partículas de electrones, de las cuales 941557 fueron sobre la superficie del cilindro y 86525 sobre las tapas, esto equivale a decir: que al término de la prueba se ha fugado el 20.56 %, de las partículas iniciales, que el 91.6 % de los electrones se fugaron por la superficie cilíndrica, mientras que el 8.4 % por las tapas. Lo anterior muestra que la principal zona de fuga electrónica lo constituyen la superficie cilíndrica de la cavidad.

5.5. Tiempo de Vida en la Etapa inicial de Formación del Plasma

Usando el modelo de decaimiento exponencial, el tiempo de vida media se extrae de la curva ($\log(n)$ vs. t), la cual se da la figura 5.35; en el primer tiempo de vida se toma como referencia la pendiente entre el 1 y 30 ciclo de microondas, con un valor de $1,015069 \times 10^{-6}$ s, para el segundo tiempo de vida se toma como referencia la pendiente

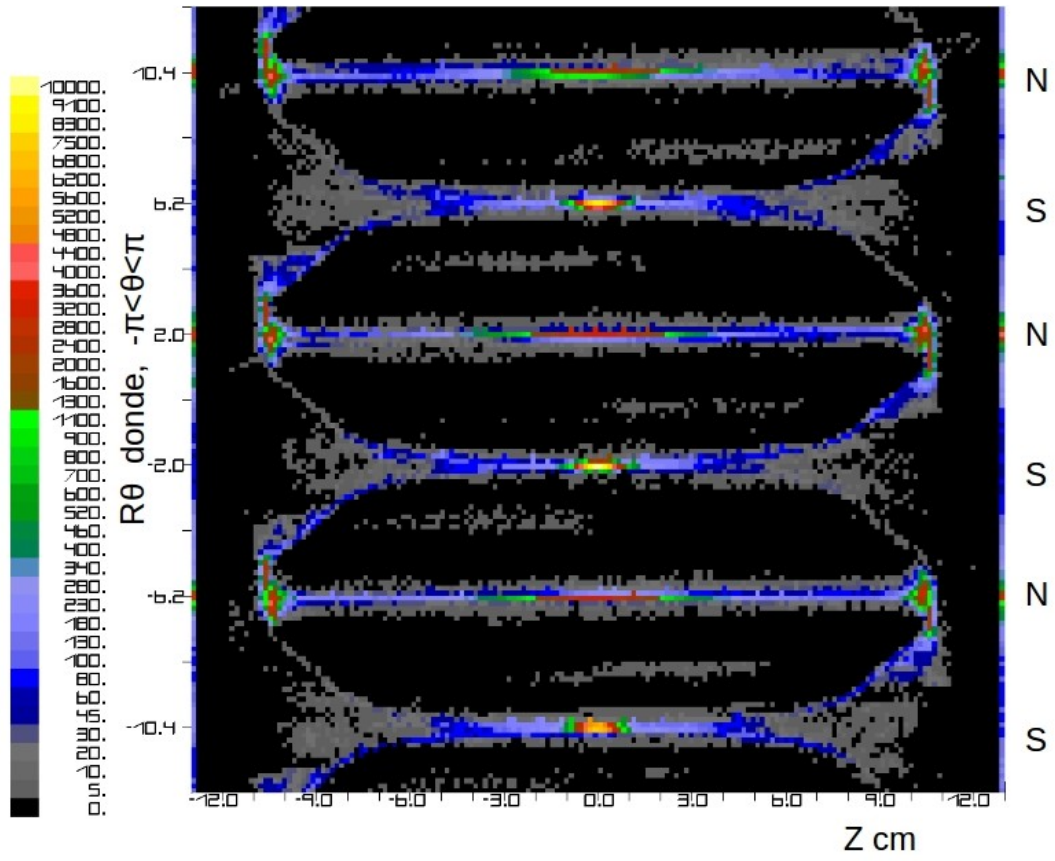


Figura 5.32: Distribución de las regiones de fuga electrónica, sobre las paredes cilíndricas de la cavidad

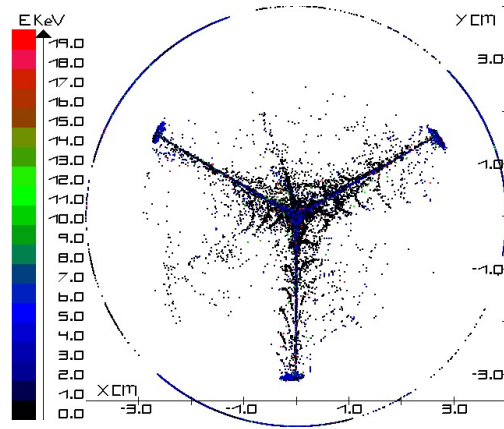


Figura 5.33: XY distribución de los electrones justo antes de fugarse en la tapa derecha $z=12.9$ cm

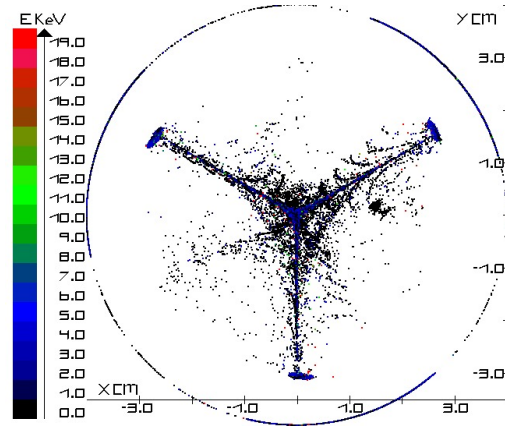


Figura 5.34: XY distribución de los electrones justo antes de fugarse en la tapa derecha $z = -12.9$ cm

entre 600 y 900 periodos de microondas, dando un valor de $3,780476 \times 10^{-6}$ s.

El valor de la densidad media en la etapa transitoria, dentro de la zona de RCE es de

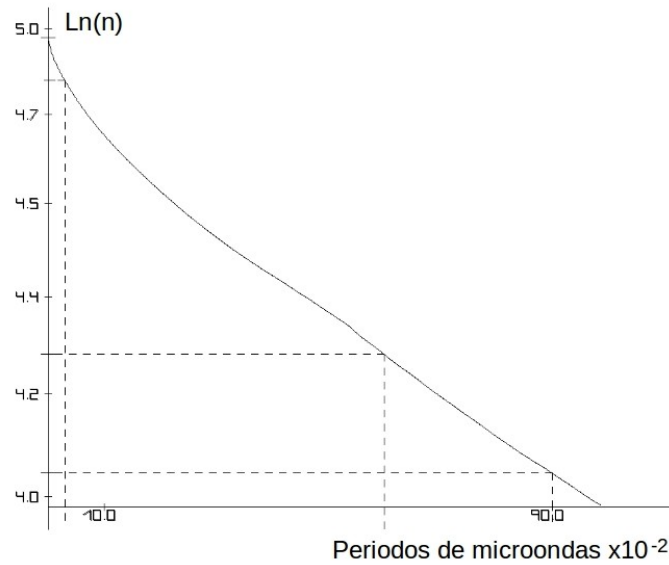


Figura 5.35: logaritmo natural del número de partículas presentes vs. tiempo en unidades del periodo de microondas.

$7,523711973 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$.

Capítulo 6

Componente Iónica, Tiempo de Vida y Parámetro de Lawson

Como fue mostrado arriba, durante el periodo inicial de la desintegración del plasma los electrones se fugan del plasma casi libremente. Esto es natural ya que los electrones son 1840 veces más livianos que los iones. Pero esto sucede sólo en la etapa inicial. Después se aumenta significativamente el campo ambipolar y los electrones se desaceleran hasta que la velocidad de flujo de electrones hacia las paredes se iguala con la de los iones. Es necesario notar que el comportamiento de iones en la trampa se difiere significativamente del comportamiento de los electrones. Los iones poco afectan por el campo de microondas y siendo en un campo magnético no homogéneo están forzados moverse a la zona donde el campo tiene valor mínimo.

Para la simulación el número total de macropartículas es de $4,2 \times 10^5$. La observación de los resultados, de forma periódica, muestran que los principales características como: la distribución espacial del plasma y la función de distribución por energías de la componente electrónica se convierte estable luego de 1×10^6 ciclos computacionales para la trampa mínimo-B y 5×10^6 de ciclos para la trampa cero-B.

Debido a que en la trampa cero-B el valor mínimo es cero la acumulación de iones en la zona central de esta trampa es mayor que en la trampa mínimo-B. Este efecto se encuentra claramente mostrado en las figuras 6.1 y 6.2 para distribuciones transversal y longitudinal de la densidad de iones, respectivamente. Cómo se ve en estas figuras la densidad en la zona central es aproximadamente 1.3 veces mayor en la trampa cero-B frente a la trampa mínimo-B.

Además dado que el volumen de la zona RCE es mayor en la trampa cero-B, la cantidad total de los iones capturados interior de la zona central (que se supone está limitada por la superficie RCE) de la trampa cero-B se encuentra a 3.7 veces mayor que en la trampa mínimo-B.

Las figuras 6.3 y 6.4, muestran la distribución longitudinal de la componente iónica y

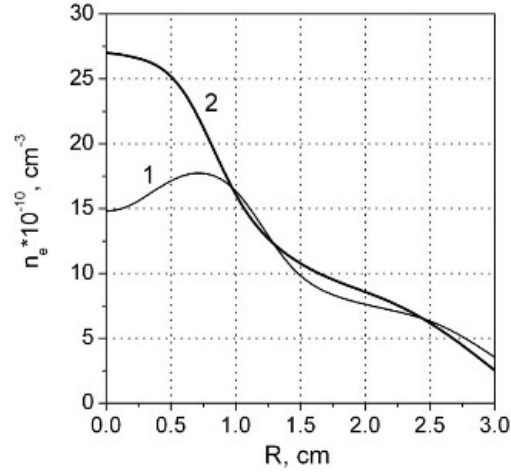


Figura 6.1: Vista radial de la densidad iónica, 1- para la trampa mínimo-B y 2- para la trampa cero-B

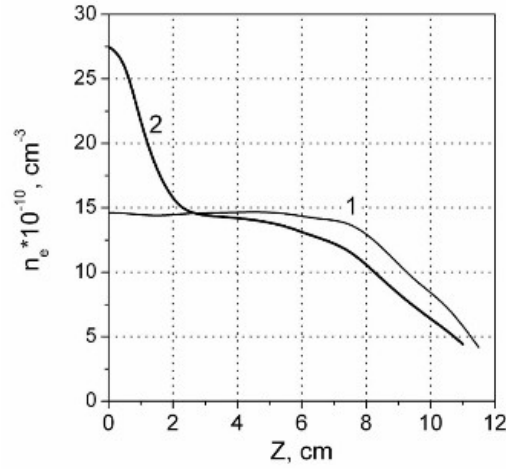


Figura 6.2: Vista longitudinal de la densidad iónica, 1- para la trampa mínimo-B y 2- para la trampa cero-B

electrónica respectivamente para una capa de 0.2 cm de espesor, en la trampa cero-B después de 10^{-4} s del tiempo real. Estas distribuciones espaciales especialmente para los electrones muestran que en la trampa cero-B el plasma atraviesa el plano transversal central con mucha dificultad. Este inconveniente no se presenta en la trampa mínimo-B. Fuera de la zona central los iones se localizan predominantemente formando una especie de barra cilíndrica de 0.6-0.8 cm de diámetro. La geometría de la distribución espacial iónica sugiere que la densidad de flujo de iones hacia las tapas de la cámara es signifi-

cativamente mayor que la densidad de flujo hacia la pared cilíndrica. Una configuración similar también se presenta en la trampa mínimo-B

En la figura 6.5 se presenta la distribución en el plano central transversal para un espe-

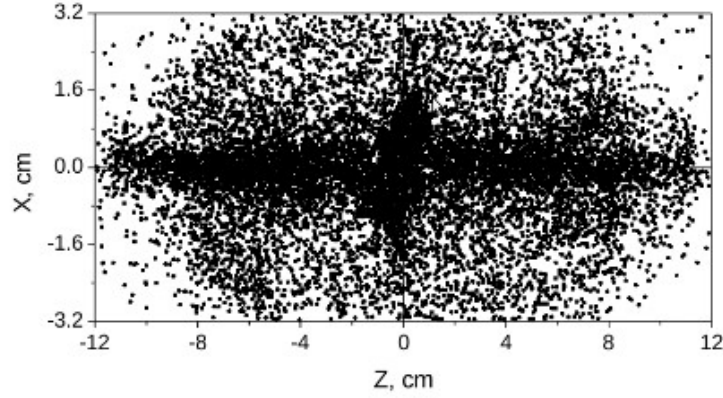


Figura 6.3: Vista longitudinal de la distribución espacial iónica en una capa central longitudinal para la trampa cero-B

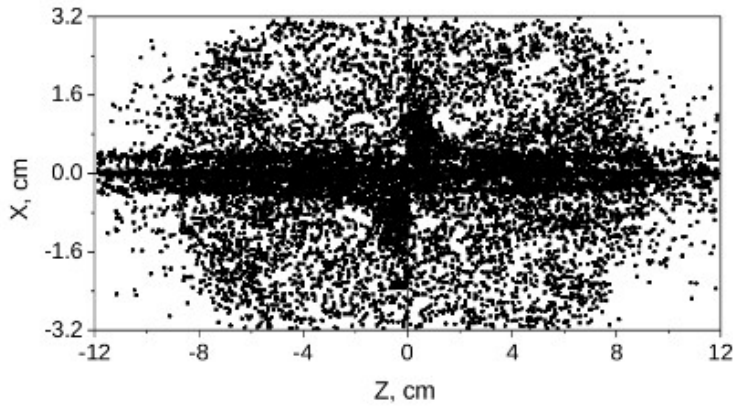


Figura 6.4: Vista longitudinal de la distribución espacial electrónica en una capa central longitudinal para la trampa cero-B

sor de 0.2 cm; donde se muestra que la geometría de localización de iones corresponde a la estructura del sextupolo magnético, igual que se observa en la trampa mínimo-B según [Dugar 2004].

El tiempo de vida media del plasma es medido para ambas trampas en el régimen de decaimiento libre, es decir sin el mecanismo de sustitución de las partículas fugadas. En la figura 6.6 se presenta la curva de decaimiento iónico para la trampa cero-B. Esta

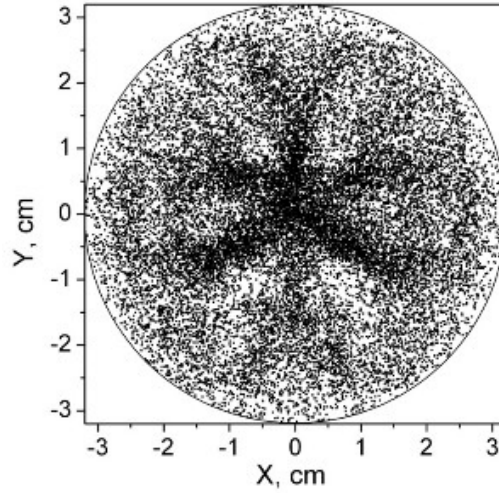


Figura 6.5: Vista XY de la distribución espacial iónica en una capa central transversal para la trampa cero-B

curva es dada en una escala semilogarítmica, la cual se puede dividir en tres intervalos. El primero correspondiente a los $5 \mu s$ iniciales donde la componente iónica cae abruptamente debido a la absorción de todas las partículas cercanas a la paredes. El segundo intervalo $10-75 \mu s$, puede ser asociado con las partículas externas a la zona de RCE, con un tiempo de vida media de 26μ . El lento decaimiento de la partículas puede observarse luego de $150 \mu s$, donde se puede determinar el tiempo de vida de las partículas de la zona central (dentro de la superficie RCE), el cual es estimado en 1.6 ms. La curva de decaimiento de la componente iónica para la trampa mínimo-B no es presentada, debido a que es prácticamente la misma que la de la cero-B (figura 6.6). Sus tiempos característicos por tanto son ligeramente diferentes. Para la trampa mínimo-B el tiempo de vida media de las partículas externas al volumen de RCE es de $30 \mu s$ y el tiempo de vida media de las partículas del volumen de RCE es de 1.4 ms. Con estos valores se puede calcular el parámetro de Lawson para cada trampa. Al hacer la razón de estos parámetros, se encuentra que la trampa cero-B es 1.3 veces más eficiente que la trampa mínimo-B. En este punto es apropiado recalcar que el volumen encerrado por la superficie RCE, que es la zona activa (por ejemplo para producción de iones multicargados) es 3.7 veces mayor en la trampa cero-B comparado con la mínimo-B.

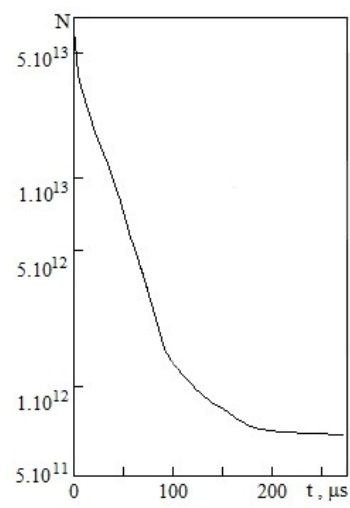


Figura 6.6: Curva de decaimiento iónico para la trampa cero-B

Capítulo 7

Conclusiones y Observaciones

1. Se logra elaborar un software y modelos físicos para simular el comportamiento detallado de un plasma en campos magnetostáticos fuertemente no homogéneos bajo condiciones de resonancia electrónica ciclotrónica en aproximación electrostática. Los resultados obtenidos para la componente electrónica en las trampas tipo espejo y mínimo-B están en concordancia con datos experimentales así como con algunos resultados procedentes de otras simulaciones. Para la trampa tipo espejo la reproducción del anillo de electrones en el plano central transversal de constituye la principal fuente de validación. En el caso de la trampa mínimo-B la distribución espacial de los electrones fríos (1-1000 eV), tibios (4.2-4.8 keV) y calientes (10-50 keV) de los que se contaba con fotografías en sus respectivos espectros de emisión, resultaron semejantes a los visto experimentalmente, las marcas dejadas por el plasma sobre las paredes de la cámara de descarga también coincide con los resultados vistos experimentalmente y generados por otros softwares. Finalmente el tiempo de vida media para los electrones fríos, coincide con otros resultados publicados. Todos estos resultados positivos nos permiten tener confianza en que los resultados obtenidos en la simulación de la trampa cero-B pueden considerarse como posibles. Gracias a la versatilidad del software se permite el estudio de múltiples propiedades del plasma por lo que se obtuvieron las respuestas no solo a los interrogantes iniciales sino también a aquellas inquietudes generadas por los resultados preliminares.
2. En el caso de la trampa magnética tipo espejo cuando la superficie RCE posee la forma de un hiperboloide de una hoja, por primera vez se logra mostrar cómo la componente electrónica de mayor energía del plasma forma un anillo. La simulación permite determinar las características tanto de los electrones que componen el anillo como de los que no forman parte del mismo. Con este estudio se abre la puerta para una investigación más profunda, la cual debe basarse en un

modelo puramente electromagnético. La inclusión en las simulaciones del campo magnético autogenerado puede esclarecer el efecto de creación de trampas locales en las regiones cercanas a los anillos y mostrar efectos finos tanto de resonancia ciclotrónica como de resonancia en subarmónicos de la frecuencia fundamental.

3. El estudio detallado de la componente electrónica del plasma en la trampa mínimo-B en su etapa inicial fué eficaz para entender mejor como el sistema plásmico alcanza el estado dinámico cuasi-estacionario. Por primera vez fueron descubiertas trampas locales en la región cercana a la zona RCE, cuya evidencia experimental es soportada por una fotografía del plasma en el rango de los rayos x. Mostrando que los electrones que los componen pertenecen a los denominados tibios, pues su rango de energía está alrededor de los 4.5 keV. La evidencia de que esta distribución es una zona de acumulación se da en el hecho de que la función de distribución por energías electrónica posee un pico centrado justo en 4.5 keV. También es mostrado el movimiento de uno de los electrones pertenecientes a estas trampas locales (lóbulos) así como su distribución espacial. La estabilidad de dicha configuración, se explica por el efecto de espejo magnético tanto en la dirección azimutal entre los polos del sistema sextupolar, como longitudinalmente por el gradiente a lo largo del eje de la cavidad generado por el sistema de bobinas. Las marcas dejadas por el plasma sobre las paredes permite evidenciar las debilidades del sistema de confinamiento y la simulación nos permitió comprender mejor como se efectúa físicamente este proceso, generado principalmente debido a la salida o entrada de las líneas de campo, y a la superposición de las componentes de campo radial del sistema de bobinas y el sextupolo. La claridad adicional sobre las regiones de fuga sirven como un orientador en el diseño de nuevos dispositivos de confinamiento de plasmas que busquen aumentar el tiempo de confinamiento.

4. El estudio detallado de la componente electrónica del plasma en la trampa cero-B en su etapa inicial también fué efectivo para entender mejor la dinámica del sistema plásmico y como éste puede alcanzar el estado dinámico cuasi-estacionario. Se detectaron trampas locales en la periferia de la zona RCE mostrando el movimiento de los electrones entre estas trampas locales (lóbulos). La energía de esta distribución es de alrededor de 4.5 keV. Debido a la configuración del campo magnético de confinamiento las paredes cilíndricas de la cavidad son el principal canal de fuga electrónica, lo que puede ser una desventaja debido a que no es el canal apropiado para una fuente de iones. En esta trampa se observa una baja densidad de electrones supercalientes (con energías superiores a 50 Kev). También es importante anotar que las corrientes de alimentación de la trampa cero-B son mayores que las de la mínimo-B, por lo que su funcionamiento consume más energía.

5. Con respecto a la comparación entre los sistemas mínimo-B y cero-B, el principal término usado es el parámetro de Lawson. Si bien en la fase inicial de formación del plasma la trampa mínimo-B posee un parámetro de Lawson mayor que el de la trampa cero-B, los resultados preliminares no pueden ser tomados dado que es necesario que la componente iónica alcance su estado de equilibrio dinámico. En el capítulo 6 se presenta dicho resultado, obtenida bajo la dirección del Dr. Dugar-Zhabon en cooperación con el Dr. Umnov de la Universidad Rusa de Amistad de los Pueblos (Moscú, Rusia). Obteniéndose que en la novedosa trampa cero-B el parámetro de Lawson es 30 % mayor que en la trampa mínimo-B. Además que el volumen de la zona activa abarcada por la superficie RCE en trampa cero-B es 3.7 veces más grande con respecto al de la trampa mínimo-B, lo que favorece la efectividad de la trampa cero-B en comparación con la trampa mínimo-B. Sin embargo la dificultad en la transición de las partículas entre las regiones de plasma que se encuentran a ambos lados del plano central transversal de la trampa zero-B puede impedir el uso práctico de este tipo de configuración. Para estudiar este efecto es necesario hacer simulaciones con inyección del plasma frío en la trampa como se hacen en las fuentes de iones multicargados.

Apéndice A

Código

Se adiciona el código empleado en el presente proyecto de investigación doctoral:

A.1. Programa principal

```
/* PROGRAM TO SIMULATE PLASMA CONFINEMENT IN A CILYNDER  
    CAMERA THROUGH PIC METHOD  
    IN ELECTROSTATIC APPROXIMATION USING CARTESIAN COORDINATES  
    */
```



```
#include <stdio.h>  
#include<math.h> // para compilar es necesario adicionar lm  
    para que tome esta libreria  
// gcc syssolmao.c -lm -o sys.exe  
#include<stdlib.h>  
#include <omp.h>  
#include <cuda.h>  
/*Set path variables  
export PATH=\$PATH:/usr/local/cuda/bin
```

```

export LD_LIBRARY_PATH=/usr/local/cuda/lib64:/usr/lib
para compilar: nvcc Espicp01.cu -lgomp -arch=sm_13 -o epc01
.out
-arch=sm_13 is to active binary double compatibility*/
#include "Hod01.cu"
#include "Pois01.h"
#include "NL01.h"
#include "grap01.h"
#include "book.h"

// number of snapshot or plasma photos
#define nphot 1000

int main () {
double **esavp,**savpi,**peecr,**piecr,**saveE,**Eecr,**siE
,**Eicr;
// indexes' values to save results
int iep[4],inp[4],ieecr[4],iiecr[4],nmi,*imi;
int i,j,k,l,kt,kt1,it1,it2,iE,jrl,icle,icli,jcon,mt,nrpurge
;
int icontrol,nene,neni,nper,isamp,nsam,nsave,nsavi,ig,nwz,
iram,iram0;
// to declaration of names' vectors
char enfxy[nphot][17],enfxz[nphot][17],enfsp[nphot][17],
infxy[nphot][17],infxz[nphot][17],infsp[nphot][17];
double f0,om,B0e,B0i,eradpart,epartlen,iradpart,ipartlen,x,
y,rad,apm,tem,xdB;
double Eke,Eki,teta,fitem,frfi,Eemax,Eimax,fr_ener;

```

```

// constantes electronic electric charge, mass electron in
    gram, speed light
char nBfx[10],nBfy[10],nBfz[10];
const double e=4.80298e-10,em=9.1095e-28,c=3.0e10,pm
    =1.67261e-24,Ee02=261845.5177,Ei02=88.2765682e16;
// files to save evolutions of some particles
FILE *epar,*ipar,*epecr,*ipecr,*epE,*ecrE,*iecrE,*ipEB,*
    fleak;

FILE *condit,*graph,*fbess;
FILE *enxy,*enxz,*ensp,*inxy,*inxz,*insp,*fBx,*fBy,*fBz;
test=fopen("test.txt","w");
enxy=fopen("enxy.txt","r");
enxz=fopen("enxz.txt","r");
ensp=fopen("ensp.txt","r");
inxy=fopen("inxy.txt","r");
inxz=fopen("inxz.txt","r");
insp=fopen("insp.txt","r");
fbess=fopen("Bessel.txt","r");
graph=fopen("graph01.txt","r");
condit=fopen("condit01.txt","r");

fscanf(condit,"%lf_ %lf_ %lf_ %lf_ %lf_ %d",&f0,&xdB,&E0,&Eke,&
    Eki,&ramU0);
fscanf(condit,"%lf_ %lf_ %lf_ %d",&Eemax,&Eimax,&fr_ener,&
    nrpurge);
fscanf(condit,"%d_ %d_ %d_ %d_ %d_ %lf_ %d_ %d",&nr,&nz,&nref,&
    macpar,&nwall,&floss,&nwz,&mwb);

```

```

// nwall is to each how much particle leakage it is
reboted

fscanf(condit,"%d_ _lf_ _lf_ _lf_ _lf",&icontrol,&eradpart,&
    epartlen,&iradpart,&ipartlen);
fscanf(condit,"%d_ _d_ _d_ _d_ _lf",&nper,&isamp,&nsam,&nmi,&
    frfi);
imi=(int *)malloc(sizeof(int)*nmi);
for(i=0;i<nmi;i++)fscanf(condit,"%d",&imi[i]);
// values to presition to iterive met
fscanf(condit,"%lf_ _lf_ _d_ _d_ _lf_ _d_ _lf",&tol,&w,&itemax,&
    nene,&delwe,&neni,&delwi);
fscanf(condit,"%d_ _d_ _d_ _d",&iiep[0],&iiep[1],&iiep[2],&iiep
    [3]);
fscanf(condit,"%d_ _d_ _d_ _d",&inp[0],&inp[1],&inp[2],&inp
    [3]);
fscanf(condit,"%d_ _d_ _d_ _d",&ieecr[0],&ieecr[1],&ieecr[2],&
    ieecr[3]);
fscanf(condit,"%d_ _d_ _d_ _d",&iiiec[0],&iiiec[1],&iiiec[2],&
    iiiec[3]);
fscanf(condit,"%lf_ _s_ _s_ _s",&apm,nBfx,nBfy,nBfz);
/*
f0 is microwave frecuency
xdB is derivative Bessell funtion raiz of order mwb
E0 is microwave electric field amplitud in KV/cm
Eke Eki are de kinetic energy, electronic and ionic in Kev
Eemax , Eimax are de maximum energy let to system, if
particle go out it range
velocity reduce a factor fr_ener

```

```

nrpurge is the rate to purge, it is each nrpurge to make
    purge of so energetic particles
nr is to radial nodes
nref is to divide radial step to refine mesh to confinement
    and microwaves fields
nz is to longitudinal nodes
ramU0 is aleatory variable to asign to racionalized momentum
    (is of module) iram=1+iram%rU0_d;
nwz is wave node number on z axis
mwb is order of Bessel function
nper amount of microwave periods between each save
isamp is to determine each how many step time to save
    results
nsam is to determine the amoung of samples form a period
nener number of nodes to energy
deltw is energy step or jump in KeV
tol is tolerance for iterative method
w is relaxation factor between (1,2)
itemax is maximun amount of iterations
apm is number of elemental particles for macro-particle
*/
fclose(condit);
// leer los datos del acondicionamiento grafico
fscanf(graph,"%d_ %d_ %d_ %d_ %d_",&itam,&izxmov,&jzxmov,&
    iromov,&jromov);
fscanf(graph,"%lf_ %lf_ %lf_ %lf_ %lf_ %lf_ %lf_ %lf_ %lf_",&syspe,&
    syspi,&szx,&sro,&zig,&zfg,&yig,&yfg);

```

```

fscanf(graph,"%s%s%s%lf%lf%lf%lf",bkgd,bfg,cchar,&
    Emin,&Eehop,&Eimin,&Eihop);
fscanf(graph,"%d%d%d%d%d",&px,&py,&npx,&npy,&npz);
fscanf(graph,"%lf%d",&drb,&nlines);
/*
    itam for zise of visual particle 1-3
    izxmov es una variable temporal para subir la grafica en
        la seccion xz
    jzxmov, para correr la grafica de forma horizontal para
        centrarla en la seccion xz
    iromov, para correr la grafica de forma horizontal para
        centrarla en la seccion xy
    jromov es una variable para subir la grafica en la seccion
        xy
    sysp es para estirar escala del espectro en y (valor
        maximo 1.0)
    szx es para encoger o estirar la escala en la seccion xz
    sro es para encoger o estirar la escala en la seccion xy
    zig,zfg is to z width on xy distribution
    yig,yfg i to y width on zx distribution

    ----- colors -----
    bkgd background
    bfg boundary foreground
    Emin, Eehop minimum electron energy and hop energy in KeV
    Eimin, Eihop minimum ion energy and hop energy in eV
    px,py pixels to spectrum
    npx, npy, npz pixels to spatial distributins

```

```

drb is to separation between lines to boundary
nlines is among lines to draw boundary
*/
fclose(graph);
// to reserve memory to graphs matrices
egmat=(char **)malloc(sizeof(char*)*py);
for(i=0;i<py;i++){
    egmat[i]=(char *)malloc(sizeof(char)*px);
}
egxymat=(char **)malloc(sizeof(char*)*npy);
for(i=0;i<npy;i++){
    egxymat[i]=(char *)malloc(sizeof(char)*npx);
}
egzxmat=(char **)malloc(sizeof(char*)*npx);
for(i=0;i<npx;i++){
    egzmat[i]=(char *)malloc(sizeof(char)*npz);
}
igmat=(char **)malloc(sizeof(char*)*py);
for(i=0;i<py;i++){
    igmat[i]=(char *)malloc(sizeof(char)*px);
}
igxymat=(char **)malloc(sizeof(char*)*npy);
for(i=0;i<npy;i++){
    igxymat[i]=(char *)malloc(sizeof(char)*npx);
}
igzxmat=(char **)malloc(sizeof(char*)*npx);
for(i=0;i<npx;i++){
    igzxmat[i]=(char *)malloc(sizeof(char)*npz);
}

```

```

}
tem=xdB/(M_PI*(nr-1));
pas=c/(2.0*f0)*sqrt(tem*tem+1.0/((nz-1)*(nz-1)));
rmax=pas*(nr-1);
zmax=pas*(nz-1.0)/2.0;
printf("rmax=%lfzmax=%lfpas=%lfxdB=%lftem=%lf\n",rmax
    ,zmax,pas,xdB,tem);
syspe=syspe*py/(delwe*macpar);
syspi=syspi*py/(delwi*macpar);
szx=szx*npx/(2.0*zmax);
sro=sro*npv/(2.0*rmax);
// to reserve memmory to save path's and energy - B magnitude
nsave=nper*nsam;
nsavi=nper*nmi;
esavp=(double **)malloc(sizeof(double*)*nsave);
savpi=(double **)malloc(sizeof(double*)*nsavi);
peecr=(double **)malloc(sizeof(double*)*nsave);
piecr=(double **)malloc(sizeof(double*)*nsavi);
saveE=(double **)malloc(sizeof(double*)*nsave);
Eecr=(double **)malloc(sizeof(double*)*nsave);
siE=(double **)malloc(sizeof(double*)*nsavi);
Eicr=(double **)malloc(sizeof(double*)*nsavi);

for(i=0;i<nsave;i++){
    esavp[i]=(double *)malloc(sizeof(double)*12);
    peecr[i]=(double *)malloc(sizeof(double)*12);
    saveE[i]=(double *)malloc(sizeof(double)*4);
    Eecr[i]=(double *)malloc(sizeof(double)*4);

```

```

}
for(i=0;i<nsavi;i++){
    savpi[i]=(double *)malloc(sizeof(double)*12);
    piecr[i]=(double *)malloc(sizeof(double)*12);
    siE[i]=(double *)malloc(sizeof(double)*4);
    Eicr[i]=(double *)malloc(sizeof(double)*4);
}
// to read Bessel datas
for(i=0;i<nod;i++){
    fscanf(fbess,"%lf□%lf",&bJ[i],&bdJ[i]);
}
fclose(fbess);
// dimentions for cavity
zmin=-zmax;
xmin=-rmax;
ymin=-rmax;
nd=2*nr-1;
// para paso de campo de confinamiento
pasf=pas/nref;
nrf=(nr-1)*nref+1;
ndf=(nd-1)*nref+1;
nzf=(nz-1)*nref+1;
jcon=0;
for(j=0;j<nd;j++){
    y=pas*j+ymin;
    for(i=0;i<nd;i++){
        x=pas*i+xmin;
        rad=sqrt(x*x+y*y);
    }
}

```

```

        if(rad < rmax)jcon++;
    }
}
printf("particulas_internas_%d\n",jcon);
icon=jcon;
ix=(int *)malloc(sizeof(int)*icon);
iy=(int *)malloc(sizeof(int)*icon);
jcon=0;
for(j=0;j<nd;j++){
    y=pas*j+ymin;
    for(i=0;i<nd;i++){
        x=pas*i+xmin;
        rad=sqrt(x*x+y*y);
        if(rad<rmax){
            ix[jcon]=i;
            iy[jcon]=j;
            jcon++;
        }
    }
}
printf("particulas_internas_%d\n",jcon);
// asignar nombres
for(i=0;i<nphot;i++){
    fscanf(enxy,"%s",enfxy[i]);
    fscanf(enxz,"%s",enfxz[i]);
    fscanf(ensp,"%s",enfsp[i]);
    fscanf(inxy,"%s",infxy[i]);
    fscanf(inxz,"%s",infxz[i]);

```

```

    fscanf(insp,"%s",infsp[i]);
}
fclose(enxy);
fclose(enxz);
fclose(ensp);
fclose(inxy);
fclose(inxz);
fclose(insp);
//

```

```

// ***** to reserve memory *****
xi=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);
yi=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);
zi=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);
uxi=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);
uyi=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);
uzi=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);

xe=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);
ye=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);
ze=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);
uxe=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);
uye=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);
uze=(double *)malloc(sizeof(double)*macpar);
i=nd*nd*nz;
j=ndf*ndf*nzf;
Ex=(double *)malloc(sizeof(double)*i);

```

```

Ey=(double *)malloc(sizeof(double)*i);
Ez=(double *)malloc(sizeof(double)*i);
Bx=(double *)malloc(sizeof(double)*j);
By=(double *)malloc(sizeof(double)*j);
Bz=(double *)malloc(sizeof(double)*j);
fi=(double *)malloc(sizeof(double)*i);
poe=(double *)malloc(sizeof(double)*i);
poi=(double *)malloc(sizeof(double)*i);
// read dates for field magnetic in Gauss
fBx=fopen(nBfx,"r");
fBy=fopen(nBfy,"r");
fBz=fopen(nBfz,"r");

for(k=0;k<nzf;k++){
  for(j=0;j<ndf;j++){
    for(i=0;i<ndf;i++){
      l=i+j*ndf+k*ndf*ndf;
      fscanf(fBx,"%lf",&Bx[l]);
      fscanf(fBy,"%lf",&By[l]);
      fscanf(fBz,"%lf",&Bz[l]);
    }
  }
}

fclose(fBz);
fclose(fBx);
fclose(fBy);
om=2.0*M_PI*f0;
// now normalized whit respec to magnetic fiel of resonance

```

```

// include some constants: charge, mass, speed of light (G
    cm/s)
rl= c/om;
//mt the number of times to divided wave period
mt=isamp*nsam;
dtpe=2.0*M_PI/mt;
dtpi=2.0*M_PI*frfi/nmi;
cfe=-4.0*M_PI*apm*e*dtpe/(4.0*pas*pas);
// resonance fiel for electrons
B0e=-c*om*em/e; // ! en Gauss
// calcular el nuevo campo de resonancia (para iones)
// resonance fiel for ions
B0i=c*om*pm/e; // en Gauss
// E0 en KVolts per centimeter to Gauss system E0=E0*1.0d5
    *1.0d-4/3.0
E0=E0*10.0/3.0;
printf("B0e=%lf, Bi=%lf E0=%lf rl=%lf\n", B0e, B0i, E0, rl);
//
-----

// wave parameter
wkz=nwz*M_PI/(2.0*zmax);
x0w=xdB/rmax;
cwB=c*nwz*M_PI*E0/(om*2.0*zmax);
amplBZ=c*E0*x0w*x0w/om;
pasBes=xdB/(nod-1);
printf("wave parameter wkz=%lf, x0w=%lf, cwB=%lf, amplBZ=%lf,
    pasBes=%lf\n", wkz, x0w, cwB, amplBZ, pasBes);

```

```

// to normalize graphics limist
zig=zig/rl;
zfg=zfg/rl;
yig=yig/rl;
yfg=yfg/rl;
// initials momentums racionalized
tem=Eke/511.7084304+1.0;
ue0=sqrt(tem*tem-1.0);
tem=Eki/9.39556109e8+1.0;
ui0=sqrt(tem*tem-1.0);
printf("u0e=%lf, ui0=%lf\n", ue0, ui0);

// Allocate vectors in device memory
double *x_d,*y_d,*z_d,*ux_d,*uy_d,*uz_d,*poe_d;
double *Bx_d,*By_d,*Bz_d,*Ex_d,*Ey_d,*Ez_d;
int *ist_d,*icl_d,*ist_h,*icl_h, fsize, psize, isize, size,
    fBsize;
fsize=sizeof(double)*nd*nd*nz;
fBsize=sizeof(double)*ndf*ndf*nzf;
psize=sizeof(double)*macpar;
// Copy constants values from host memory to device
    constant memory
isize=sizeof(int);
ist_h=(int *)malloc(sizeof(int));
icl_h=(int *)malloc(sizeof(int));
cudaMemcpyToSymbol(nz_d,&nz, isize);
cudaMemcpyToSymbol(nd_d,&nd, isize);
cudaMemcpyToSymbol(nr_d,&nr, isize);

```

```

cudaMemcpyToSymbol(nrf_d,&nrf, isize);
cudaMemcpyToSymbol(nzf_d,&nzf, isize);
cudaMemcpyToSymbol(ndf_d,&ndf, isize);
cudaMemcpyToSymbol(mapa_d,&macpar, isize);
i=nd*nd*nz;
cudaMemcpyToSymbol(ndim_d,&i, isize);
i=mult;
cudaMemcpyToSymbol(mult_d,&i, isize);
i=incr;
cudaMemcpyToSymbol(incr_d,&i, isize);
i=mod;
cudaMemcpyToSymbol(mod_d,&i, isize);
cudaMemcpyToSymbol(rU0_d,&ramU0, isize);
i=nwall;
cudaMemcpyToSymbol(nwall_d,&i, isize);
size=sizeof(double);
cudaMemcpyToSymbol(dt_d,&dtpe, size);
cudaMemcpyToSymbol(zm_d,&zmax, size);
cudaMemcpyToSymbol(rm_d,&rmax, size);
cudaMemcpyToSymbol(rl_d,&rl, size);
cudaMemcpyToSymbol(pas_d,&pas, size);
cudaMemcpyToSymbol(pasf_d,&pasf, size);
cudaMemcpyToSymbol(B0e_d,&B0e, size);
tem=B0e*B0e;
cudaMemcpyToSymbol(B0e2_d,&tem, size);
cudaMemcpyToSymbol(floss_d,&floss, size);
cudaMemcpyToSymbol(u0_d,&ue0, size);

```

```

int threadsPerBlock=256,blocksPerGrid;
blocksPerGrid=(macpar+threadsPerBlock-1)/threadsPerBlock;
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&ist_d, sizeof(int)));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&icl_d, sizeof(int)));

HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&Bx_d, fBsize));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&By_d, fBsize));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&Bz_d, fBsize));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&Ex_d, fsize));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&Ey_d, fsize));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&Ez_d, fsize));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&poe_d,fsize));

HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&x_d, psize));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&y_d, psize));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&z_d, psize));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&ux_d, psize));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&uy_d, psize));
HANDLE_ERROR( cudaMalloc( (void**)&uz_d, psize));
// -----
// to verify begin point
if(iconrol == 0){ // inicializa distribuciones espaciales
    // dr dl change dimentions for a part for initial
    // distribution, radii*radpart and lenght*partlen
    double dr,dl;
    dr=eradpart*rmax;
    dl=2.0*zmax*epartlen;

```

```

for(k=0;k<nz;k++)for(j=0;j<nd;j++)for(i=0;i<nd;i++){
    l=i+j*nd+k*nd*nd;
    poe[l]=0.0;
    poi[l]=0.0;
}

homodistribut(xe,ye,ze,poe,dr,dl);
dr=iradpart*rmax;
dl=2.0*zmax*ipartlen;
homodistribut(xi,yi,zi,poi,dr,dl);
// initial spectrum  $m*gm*c**2-mc**2=E_{kinetic}$   $mc**2=511000$ 
    eV and velocities
iram=iseed;
for(i=0;i<macpar;i++){
    // we start with initial energy to keep stability
        parameter magnetic constat then it took like zero
    iram=(mult*iram+incr)%mod;
    fitem=2.0*M_PI*((double)iram)/((double)mod);
    iram=(mult*iram+incr)%mod;
    teta=M_PI*(0.5+4.0*((double)iram)/((double)mod))/5.0;
    uze[i]=ue0*cos(teta);
    uxe[i]=ue0*sin(teta)*cos(fitem);
    uye[i]=ue0*sin(teta)*sin(fitem);
    iram=(mult*iram+incr)%mod;
    fitem=2.0*M_PI*((double)iram)/((double)mod);
    iram=(mult*iram+incr)%mod;
    teta=M_PI*(0.5+4.0*((double)iram)/((double)mod))/5.0;
    uzi[i]=ui0*cos(teta);
    uxi[i]=ui0*sin(teta)*cos(fitem);

```

```

    uyi[i]=ui0*sin(teta)*sin(fitem);
}
// to start time cycle
ist=iseed; // to start aleatory variable
ig=0;
savegraphic(nene, neni, enfxz[0], enfxz[0], enfsp[0], infxy[0],
    infxz[0], infsp[0]);
ig=1;
}
else{// to read field from file
    // Binaries files to save and load information
    FILE *fload;
    fload=fopen("dates.bin","rb");
    printf("we enter continuation\n");
    fread(xe,sizeof(double), macpar,fload);
    fread(ye,sizeof(double), macpar,fload);
    fread(ze,sizeof(double), macpar,fload);

    fread(uxe,sizeof(double), macpar,fload);
    fread(uye,sizeof(double), macpar,fload);
    fread(uze,sizeof(double), macpar,fload);

    fread(xi,sizeof(double), macpar,fload);
    fread(yi,sizeof(double), macpar,fload);
    fread(zi,sizeof(double), macpar,fload);

    fread(uxi,sizeof(double), macpar,fload);
    fread(uyi,sizeof(double), macpar,fload);

```

```

fread(uzi,sizeof(double), macpar,fload);

fread(&iram0,sizeof(int), 1, fload);
fread(&ig,sizeof(int), 1, fload);
fclose(fload);
ist=iram0; // to follow aleatory variable
rogen(poe,xe,ye,ze);
rogen(poi,xi,yi,zi);
if(ig==999)ig=-1;
ig=ig+1;
printf("we go on graph %d\n",ig-1);
}

// to start potential
for(k=0;k<nz;k++)for(j=0;j<nd;j++)for(i=0;i<nd;i++){
    l=i+j*nd+k*nd*nd;
    fi[l]=0.0;
}

HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(x_d, xe, psize,
    cudaMemcpyHostToDevice) );
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(y_d, ye, psize,
    cudaMemcpyHostToDevice) );
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(z_d, ze, psize,
    cudaMemcpyHostToDevice) );
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(ux_d, uxe, psize,
    cudaMemcpyHostToDevice) );
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(uy_d, uye, psize,
    cudaMemcpyHostToDevice) );

```

```

HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(uz_d, uze, psize,
    cudaMemcpyHostToDevice) );
printf("rl=%lf\n",rl);
//
-----

//
*****-----*****

//
// //////////////// Time cycle
// ////////////////

//
//
*****-----*****

//
-----

for(i=ig;i<nphot;i++){
    printf("we will go to graph %d\n",i);
    // count to particle is leakage
    icle=0;
    icli=0;
    for(j=0;j<nper;j++){
        for(k=0;k<nsam;k++){
            for(l=0;l<isamp;l++){
                potential();
            }
        }
    }
}

```

```

    iE=1+k*isamp;
    printf("on division %d of period %d\n",iE,j);
    fields(iE);
    ist_h[0]=ist;
    icl_h[0]=0;
    HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(ist_d, ist_h, isize,
        cudaMemcpyHostToDevice) );
    HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(icl_d, icl_h, isize,
        cudaMemcpyHostToDevice) );
    HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(poe_d, poe, fsize,
        cudaMemcpyHostToDevice) );
    HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(Bx_d, Bx, fBsize,
        cudaMemcpyHostToDevice) );
    HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(By_d, By, fBsize,
        cudaMemcpyHostToDevice) );
    HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(Bz_d, Bz, fBsize,
        cudaMemcpyHostToDevice) );
    HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(Ex_d, Ex, fsize,
        cudaMemcpyHostToDevice) );
    HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(Ey_d, Ey, fsize,
        cudaMemcpyHostToDevice) );
    HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(Ez_d, Ez, fsize,
        cudaMemcpyHostToDevice) );
    //      emotion(B0e,&kt);
    plasEvol<<<blocksPerGrid,threadsPerBlock>>>(Bx_d,By_d,Bz_d,
    Ex_d,Ey_d,Ez_d,poe_d,x_d,y_d,z_d
    ,ux_d,uy_d,uz_d,ist_d,icl_d);
    // Copy result from device memory to host memory

```

```

HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(poe,poe_d,fsize,
    cudaMemcpyDeviceToHost) );
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(ist_h,ist_d,ysize,
    cudaMemcpyDeviceToHost) );
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(icl_h,icl_d,ysize,
    cudaMemcpyDeviceToHost) );
icle+=icl_h[0];
ist=ist_h[0];
//    printf("icle=%d ist=%d \n",icle,ist);
}
for(jrl=0;jrl<nmi;jrl++) if(k==imi[jrl]){
    imotion(B0i,&kt);
    icli+=kt;
    // salvar resultados
    // the hottest ions
    it2=j*nmi+jrl;
    savpi[it2][0]=xi[inp[0]]*r1;
    savpi[it2][1]=yi[inp[0]]*r1;
    savpi[it2][2]=zi[inp[0]]*r1;
    savpi[it2][3]=xi[inp[1]]*r1;
    savpi[it2][4]=yi[inp[1]]*r1;
    savpi[it2][5]=zi[inp[1]]*r1;
    savpi[it2][6]=xi[inp[2]]*r1;
    savpi[it2][7]=yi[inp[2]]*r1;
    savpi[it2][8]=zi[inp[2]]*r1;
    savpi[it2][9]=xi[inp[3]]*r1;
    savpi[it2][10]=yi[inp[3]]*r1;
    savpi[it2][11]=zi[inp[3]]*r1;

```

```

// ecr ions
piecr[it2][0]=xi[iiecr[0]]*r1;
piecr[it2][1]=yi[iiecr[0]]*r1;
piecr[it2][2]=zi[iiecr[0]]*r1;
piecr[it2][3]=xi[iiecr[1]]*r1;
piecr[it2][4]=yi[iiecr[1]]*r1;
piecr[it2][5]=zi[iiecr[1]]*r1;
piecr[it2][6]=xi[iiecr[2]]*r1;
piecr[it2][7]=yi[iiecr[2]]*r1;
piecr[it2][8]=zi[iiecr[2]]*r1;
piecr[it2][9]=xi[iiecr[3]]*r1;
piecr[it2][10]=yi[iiecr[3]]*r1;
piecr[it2][11]=zi[iiecr[3]]*r1;
// to save energy to ions kinetic energy in eV
siE[it2][0]=sqrt(Ei02+Ei02*(uxi[inp[0]]*uxi[inp[0]]+uyi
[inp[0]]*uyi[inp[0]]+uzi[inp[0]]*uzi[inp[0]]))
-9.39556109e8;
siE[it2][1]=sqrt(Ei02+Ei02*(uxi[inp[1]]*uxi[inp[1]]+uyi
[inp[1]]*uyi[inp[1]]+uzi[inp[1]]*uzi[inp[1]]))
-9.39556109e8;
siE[it2][2]=sqrt(Ei02+Ei02*(uxi[inp[2]]*uxi[inp[2]]+uyi
[inp[2]]*uyi[inp[2]]+uzi[inp[2]]*uzi[inp[2]]))
-9.39556109e8;
siE[it2][3]=sqrt(Ei02+Ei02*(uxi[inp[3]]*uxi[inp[3]]+uyi
[inp[3]]*uyi[inp[3]]+uzi[inp[3]]*uzi[inp[3]]))
-9.39556109e8;
Eicr[it2][0]=sqrt(Ei02+Ei02*(uxi[iiecr[0]]*uxi[iiecr[0]]+
uyi[iiecr[0]]*uyi[iiecr[0]]+uzi[iiecr[0]]*uzi[iiecr[0]]))

```

```

-9.39556109e8;
Eicr[it2][1]=sqrt(Ei02+Ei02*(uxi[iiecr[1]]*uxi[iiecr[1]]+
    uyi[iiecr[1]]*uyi[iiecr[1]]+uzi[iiecr[1]]*uzi[iiecr[1]]))
-9.39556109e8;
Eicr[it2][2]=sqrt(Ei02+Ei02*(uxi[iiecr[2]]*uxi[iiecr[2]]+
    uyi[iiecr[2]]*uyi[iiecr[2]]+uzi[iiecr[2]]*uzi[iiecr[2]]))
-9.39556109e8;
Eicr[it2][3]=sqrt(Ei02+Ei02*(uxi[iiecr[3]]*uxi[iiecr[3]]+
    uyi[iiecr[3]]*uyi[iiecr[3]]+uzi[iiecr[3]]*uzi[iiecr[3]]))
-9.39556109e8;
}
// salvar resultados
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(xe, x_d, psize,
    cudaMemcpyDeviceToHost) );
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(ye, y_d, psize,
    cudaMemcpyDeviceToHost) );
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(ze, z_d, psize,
    cudaMemcpyDeviceToHost) );
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(uxe, ux_d, psize,
    cudaMemcpyDeviceToHost) );
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(uye, uy_d, psize,
    cudaMemcpyDeviceToHost) );
HANDLE_ERROR( cudaMemcpy(uze, uz_d, psize,
    cudaMemcpyDeviceToHost) );
// the hottest electrons
it1=j*nsam+k;
esavp[it1][0]=xe[iep[0]]*rl;
esavp[it1][1]=ye[iep[0]]*rl;

```

```

esavp[it1][2]=ze[iep[0]]*r1;
esavp[it1][3]=xe[iep[1]]*r1;
esavp[it1][4]=ye[iep[1]]*r1;
esavp[it1][5]=ze[iep[1]]*r1;
esavp[it1][6]=xe[iep[2]]*r1;
esavp[it1][7]=ye[iep[2]]*r1;
esavp[it1][8]=ze[iep[2]]*r1;
esavp[it1][9]=xe[iep[3]]*r1;
esavp[it1][10]=ye[iep[3]]*r1;
esavp[it1][11]=ze[iep[3]]*r1;
// ecr electrons
peecr[it1][0]=xe[ieecr[0]]*r1;
peecr[it1][1]=ye[ieecr[0]]*r1;
peecr[it1][2]=ze[ieecr[0]]*r1;
peecr[it1][3]=xe[ieecr[1]]*r1;
peecr[it1][4]=ye[ieecr[1]]*r1;
peecr[it1][5]=ze[ieecr[1]]*r1;
peecr[it1][6]=xe[ieecr[2]]*r1;
peecr[it1][7]=ye[ieecr[2]]*r1;
peecr[it1][8]=ze[ieecr[2]]*r1;
peecr[it1][9]=xe[ieecr[3]]*r1;
peecr[it1][10]=ye[ieecr[3]]*r1;
peecr[it1][11]=ze[ieecr[3]]*r1;
// to save energy to electrons kinetic energy in KeV
saveE[it1][0]=sqrt(Ee02+Ee02*(uxe[iep[0]]*uxe[iep[0]]+
    uye[iep[0]]*uye[iep[0]]+uze[iep[0]]*uze[iep[0]]))
    -511.7084304;

```

```

    saveE[it1][1]=sqrt(Ee02+Ee02*(uxe[iep[1]]*uxe[iep[1]]+
        uye[iep[1]]*uye[iep[1]]+uze[iep[1]]*uze[iep[1]]))
        -511.7084304;
    saveE[it1][2]=sqrt(Ee02+Ee02*(uxe[iep[2]]*uxe[iep[2]]+
        uye[iep[2]]*uye[iep[2]]+uze[iep[2]]*uze[iep[2]]))
        -511.7084304;
    saveE[it1][3]=sqrt(Ee02+Ee02*(uxe[iep[3]]*uxe[iep[3]]+
        uye[iep[3]]*uye[iep[3]]+uze[iep[3]]*uze[iep[3]]))
        -511.7084304;
    Eecr[it1][0]=sqrt(Ee02+Ee02*(uxe[ieecr[0]]*uxe[ieecr[0]]+
        uye[ieecr[0]]*uye[ieecr[0]]+uze[ieecr[0]]*uze[ieecr[0]]))
        -511.7084304;
    Eecr[it1][1]=sqrt(Ee02+Ee02*(uxe[ieecr[1]]*uxe[ieecr[1]]+
        uye[ieecr[1]]*uye[ieecr[1]]+uze[ieecr[1]]*uze[ieecr[1]]))
        -511.7084304;
    Eecr[it1][2]=sqrt(Ee02+Ee02*(uxe[ieecr[2]]*uxe[ieecr[2]]+
        uye[ieecr[2]]*uye[ieecr[2]]+uze[ieecr[2]]*uze[ieecr[2]]))
        -511.7084304;
    Eecr[it1][3]=sqrt(Ee02+Ee02*(uxe[ieecr[3]]*uxe[ieecr[3]]+
        uye[ieecr[3]]*uye[ieecr[3]]+uze[ieecr[3]]*uze[ieecr[3]]))
        -511.7084304;
}
}
// purge results of so energetic particles
if(i%nrpurge==0){
    //purge of so very hot particles
    j=0;
    k=0;

```

```

for(l=0;l<macpar;l++){
    tem=sqrt(Ee02+Ee02*(uxe[l]*uxe[l]+uye[l]*uye[l]+uze[l]*
        uze[l]))-511.7084304;
    if(tem>Eemax){
        uxe[l]=uxe[l]*fr_ener;
        uye[l]=uye[l]*fr_ener;
        uze[l]=uze[l]*fr_ener;
        j++;
    }
    tem=sqrt(Ei02+Ei02*(uxi[l]*uxi[l]+uyi[l]*uyi[l]+uzi[l]*
        uzi[l]))-9.39556109e8;
    if(tem>Eimax){
        uxi[l]=uxi[l]*fr_ener;
        uyi[l]=uyi[l]*fr_ener;
        uzi[l]=uzi[l]*fr_ener;
        k++;
    }
}

fleak=fopen("paths/leakage.txt","a");
fprintf(fleak,"there are %d electrons that exceed energy
    limit %lf\n",j,Eemax);
fprintf(fleak,"there are %d ions that exceed energy limit
    %lf\n",k,Eimax);
fclose(fleak);
}

// to call graphics subroutine
savegraphic(nene,neni,enfxy[i],enfyz[i],enfsp[i],infxy[i],
    infyz[i],infsp[i]);

```

```

// to save results
// to continue (reeplaze)
FILE *fsave;
fsave=fopen("dates.bin","wb");
fwrite(xe,sizeof(double), macpar,fsave);
fwrite(ye,sizeof(double), macpar,fsave);
fwrite(ze,sizeof(double), macpar,fsave);

fwrite(uxe,sizeof(double), macpar,fsave);
fwrite(uye,sizeof(double), macpar,fsave);
fwrite(uze,sizeof(double), macpar,fsave);

fwrite(xi,sizeof(double), macpar,fsave);
fwrite(yi,sizeof(double), macpar,fsave);
fwrite(zi,sizeof(double), macpar,fsave);

fwrite(uxi,sizeof(double), macpar,fsave);
fwrite(uyi,sizeof(double), macpar,fsave);
fwrite(uzi,sizeof(double), macpar,fsave);

fwrite(&ist,sizeof(int), 1, fsave);
fwrite(&i,sizeof(int), 1, fsave);

fclose(fsav);
// for save information (add)
// files to save evolutions of some particles
epar=fopen("paths/epar.txt","a");
ipar=fopen("paths/ipar.txt","a");

```

```

epecr=fopen("paths/eecr.txt","a");
iepecr=fopen("paths/iecr.txt","a");
epE=fopen("paths/epener.txt","a");
ecrE=fopen("paths/eecrener.txt","a");
iecrE=fopen("paths/iecrEnB.txt","a");
ipEB=fopen("paths/ipEnB.txt","a");
fleak=fopen("paths/leakage.txt","a");
fprintf(fleak,"graph_ %d_ leakage_ electrons: _ %d_ and_ ions: _ %d
    _\n",i,icle,icli);
fclose(fleak);
for(kt=0;kt<nsave;kt++){
    for(kt1=0;kt1<12;kt1++)fprintf(epar,"_ %10.5f_",esavp[kt][
        kt1]);
    fprintf(epar,"\n");
    for(kt1=0;kt1<12;kt1++)fprintf(epecr,"_ %10.5f_",peecr[kt
        ][kt1]);
    fprintf(epecr,"\n");
    for(kt1=0;kt1<4;kt1++)fprintf(epE,"_ %10.5f_",saveE[kt][
        kt1]);
    fprintf(epE,"\n");
    for(kt1=0;kt1<4;kt1++)fprintf(ecrE,"_ %10.5f_",Eecr[kt][
        kt1]);
    fprintf(ecrE,"\n");
}
for(kt=0;kt<nsavi;kt++){
    for(kt1=0;kt1<12;kt1++)fprintf(ipar,"_ %10.5f_",savpi[kt][
        kt1]);
    fprintf(ipar,"\n");
}

```

```

    for(kt1=0;kt1<12;kt1++)fprintf(ipecr,"%10.5f",piecr[kt
        ][kt1]);
    fprintf(ipecr,"\n");
    for(kt1=0;kt1<4;kt1++)fprintf(ipEB,"%10.5f",siE[kt][kt1
        ]);
    fprintf(ipEB,"\n");
    for(kt1=0;kt1<4;kt1++)fprintf(iecrE,"%10.5f",Eicr[kt][
        kt1]);
    fprintf(iecrE,"\n");
}
fclose(epar);
fclose(ipar);
fclose(epecr);
fclose(ipecr);
fclose(epE);
fclose(ecrE);
fclose(ipEB);
fclose(iecrE);
}
fclose(test);
    return 0;
}

```

A.2. Librería: Hod01.cu

```

#ifndef Homodist
#define Homodist
#define nod 201
/*

```

```

// aleatory variables
***** montecarlo's dates *****

mult multiplier
incr increment
mod module
iseed seed

now for new position
mt2,in2,md2,i2st,i2s
***** ----- *****

*/

#define mult 7
#define incr 49389
#define mod 70000000
#define iseed 108

/*
dimensions of field's arrays, nr radial nodes, nz lent
nodes number
macpar number of macro particles
nbess nodes for Bessel funtions
*/

// declarar este archivo como variable global para poder
usarlo desde cualquier funcion
// por ende solo debe ser cerrado desde el principal
FILE *test;

// globals variables
double rl,dtpe,dtpi,cfe,E0,pas,rmax,zmax,om,deltaw,tol,w,
xmin,ymin,zmin,delwe,delwi,floss,pasf;

```

```

double *xi,*yi,*zi,*uxi,*uyi,*uzi;
double *xe,*ye,*ze,*uxe,*uye,*uze;
double *poe,*poi,*Ex,*Ey,*Ez,*Bx,*By,*Bz;
double *fi;
double bdJ[nod],bJ[nod];

int px,py,npx,npj,npz,nlines,icon,*ix,*iy;
char bkgd[8],bfg[8],cchar[21];
char **egxymat,**egzxmat,**egmat,**igxymat,**igzxmat,**
    igmat;

int nd,nz,nr,macpar,nref,ndf,nrf,nzf;
int ist,itam,izxmov,jzxmov,iromov,jromov,itemax,mwb,nwall,
    ramU0;
double syspe,syspi,szx,sro,zig,zfg,yig,yfg,drb,Eemin,Eehop,
    Eimin,Eihop,ue0,ui0;
double wkz,x0w,cwB,amplBZ,pasBes;
// constant memmory to cuda
__constant__ int nz_d,nd_d,nr_d,mapa_d,ndim_d,nrf_d,ndf_d,
    nzf_d;
__constant__ int mult_d,incr_d,mod_d,nwall_d,rU0_d;
__constant__ double dt_d,zm_d,rm_d,rl_d,pas_d,B0e_d,B0e2_d,
    floss_d,u0_d,pasf_d;
//__device__ double *Bx_d,*By_d,*Bz_d,*Ex_d,*Ey_d,*Ez_d;
// Device code
__global__ void plasEvol(const double* Bx_d,const double*
    By_d,const double* Bz_d,const double*

```

```

Ex_d,const double* Ey_d,const double* Ez_d,double* poe_d,
    double* x_d,double* y_d
,double* z_d,double* ux_d,double* uy_d,double* uz_d,int*
    ist_d,int* icl_d){
const unsigned int il = blockDim.x * blockIdx.x + threadIdx
    .x;
int i,j,k;
double zn,xn,yn,dz0,dz1,dx0,dx1,dy0,dy1;
double v1,v2,v3,v4,v5,v6,v7,v8,Ezp,Exp,Eyp,Bzp,Bxp,Byp,umx,
    umy,umz,gmn;
double tx,ty,tz,upx,upy,upz,uxp,uyy,uzp,s,dg,ro,xnew,ynew,
    znew;
double rtem, fitem,teta;
int j1,k1,i1,iram;
unsigned int li0,li1,li2,li3,li4,li5,li6,li7;

if(il<mapa_d){
    xn=x_d[il]*r1_d/pas_d+nr_d-1;
    yn=y_d[il]*r1_d/pas_d+nr_d-1;
    zn=z_d[il]*r1_d/pas_d+(nz_d-1)/2;
    i=(int)xn;
    j=(int)yn;
    k=(int)zn;
    i1=i+1;
    j1=j+1;
    k1=k+1;
    dx0=xn-i;
    dy0=yn-j;

```

```

dz0=zn-k;
dx1=1.0-dx0;
dy1=1.0-dy0;
dz1=1.0-dz0;
v1=dx0*dy0*dz0;
v2=dx1*dy0*dz0;
v3=dx0*dy1*dz0;
v4=dx1*dy1*dz0;
v5=dx0*dy0*dz1;
v6=dx1*dy0*dz1;
v7=dx0*dy1*dz1;
v8=dx1*dy1*dz1;
li0=i+j*nd_d+k*nd_d*nd_d;
li1=i1+j*nd_d+k*nd_d*nd_d;
li2=i1+j1*nd_d+k*nd_d*nd_d;
li3=i+j1*nd_d+k*nd_d*nd_d;
li4=i+j*nd_d+k1*nd_d*nd_d;
li5=i1+j*nd_d+k1*nd_d*nd_d;
li6=i1+j1*nd_d+k1*nd_d*nd_d;
li7=i+j1*nd_d+k1*nd_d*nd_d;
if(li6<ndim_d){
//  Definition of self-generated plus micorwave electric
    fields at a particle point location

Ezp=Ez_d[li0]*v8+Ez_d[li1]*v7+Ez_d[li3]*v6+Ez_d[li2]*v5+
    Ez_d[li4]*v4+Ez_d[li7]*v2+Ez_d[li5]*v3+Ez_d[li6]*v1;

```

```

Exp=Ex_d[li0]*v8+Ex_d[li1]*v7+Ex_d[li3]*v6+Ex_d[li2]*v5+
    Ex_d[li4]*v4+Ex_d[li7]*v2+Ex_d[li5]*v3+Ex_d[li6]*v1;

Eyp=Ey_d[li0]*v8+Ey_d[li1]*v7+Ey_d[li3]*v6+Ey_d[li2]*v5+
    Ey_d[li4]*v4+Ey_d[li7]*v2+Ey_d[li5]*v3+Ey_d[li6]*v1;

// Definition of confinement magnetig field at a particle
    point location
xn=x_d[i1]*r1_d/pasf_d+nrf_d-1;
yn=y_d[i1]*r1_d/pasf_d+nrf_d-1;
zn=z_d[i1]*r1_d/pasf_d+(nzf_d-1)/2;
i=(int)xn;
j=(int)yn;
k=(int)zn;
i1=i+1;
j1=j+1;
k1=k+1;
dx0=xn-i;
dy0=yn-j;
dz0=zn-k;
dx1=1.0-dx0;
dy1=1.0-dy0;
dz1=1.0-dz0;
v1=dx0*dy0*dz0;
v2=dx1*dy0*dz0;
v3=dx0*dy1*dz0;
v4=dx1*dy1*dz0;
v5=dx0*dy0*dz1;

```

```

v6=dx1*dy0*dz1;
v7=dx0*dy1*dz1;
v8=dx1*dy1*dz1;
li0=i+j*ndf_d+k*ndf_d*ndf_d;
li1=i1+j*ndf_d+k*ndf_d*ndf_d;
li2=i1+j1*ndf_d+k*ndf_d*ndf_d;
li3=i+j1*ndf_d+k*ndf_d*ndf_d;
li4=i+j*ndf_d+k1*ndf_d*ndf_d;
li5=i1+j*ndf_d+k1*ndf_d*ndf_d;
li6=i1+j1*ndf_d+k1*ndf_d*ndf_d;
li7=i+j1*ndf_d+k1*ndf_d*ndf_d;
Bzp=Bz_d[li0]*v8+Bz_d[li1]*v7+Bz_d[li3]*v6+Bz_d[li2]*v5+
    Bz_d[li4]*v4+Bz_d[li7]*v2+Bz_d[li5]*v3+Bz_d[li6]*v1;

Bxp=Bx_d[li0]*v8+Bx_d[li1]*v7+Bx_d[li3]*v6+Bx_d[li2]*v5+
    Bx_d[li4]*v4+Bx_d[li7]*v2+Bx_d[li5]*v3+Bx_d[li6]*v1;

Byp=By_d[li0]*v8+By_d[li1]*v7+By_d[li3]*v6+By_d[li2]*v5+
    By_d[li4]*v4+By_d[li7]*v2+By_d[li5]*v3+By_d[li6]*v1;
}
//
//  Boris scheme
//
umx=ux_d[i1]+Exp/B0e_d;
umy=uy_d[i1]+Eyp/B0e_d;
umz=uz_d[i1]+Ezp/B0e_d;

gmn=-sqrt( B0e2_d+B0e2_d*(umx*umx+umy*umy+umz*umz) );

```

```

//to  calcule vector t
tx=Bxp*dt_d/(2.0*gm);
ty=Byp*dt_d/(2.0*gm);
tz=Bzp*dt_d/(2.0*gm);

// then vector rotation

upx=umx+umy*tz-umz*ty;
upy=umy+umz*tx-umx*tz;
upz=umz+umx*ty-umy*tx;

// constan for vector s
s=2.0/(1.0+tx*tx+ty*ty+tz*tz);

uxp=umx+s*(upy*tz-upz*ty);
uyp=umy+s*(upz*tx-upx*tz);
uzp=umz+s*(upx*ty-upy*tx);

ux_d[i]=uxp+Exp/B0e_d;
uy_d[i]=uyp+Eyp/B0e_d;
uz_d[i]=uzp+Ezp/B0e_d;

dg=dt_d*100.0/sqrt( 10000.0+10000.0*(ux_d[i]*ux_d[i]+
    uy_d[i]*uy_d[i]+uz_d[i]*uz_d[i]) );

x_d[i]=x_d[i]+ux_d[i]*dg;

```

```

y_d[il]=y_d[il]+uy_d[il]*dg;
z_d[il]=z_d[il]+uz_d[il]*dg;
ro=sqrt( x_d[il]*x_d[il]+y_d[il]*y_d[il] )*rl_d;
if(fabs(z_d[il])*rl_d >= zm_d || ro >= rm_d){
    icl_d[0]++;
    if(icl_d[0]%nwall_d != 0){// se absorve
        iram=ist_d[0];
        iram=(mult_d*iram+incr_d)%mod_d;
        rtem=0.8*rm_d/rl_d*((double)iram/((double)mod_d);
        iram=(mult_d*iram+incr_d)%mod_d;
        fitem=2.0*M_PI*((double)iram/((double)mod_d);
        xnew=rtem*cos(fitem);
        ynew=rtem*sin(fitem);
        iram=(mult_d*iram+incr_d)%mod_d;
        znew=(2.0*((double)iram/((double)mod_d)-1)*0.8*zm_d/rl_d;
        iram=(mult_d*iram+incr_d)%mod_d;
        fitem=2.0*M_PI*((double)iram/((double)mod_d);
        iram=(mult_d*iram+incr_d)%mod_d;
        teta=M_PI*(0.5+4.0*((double)iram/((double)mod_d))/5.0;
        ist_d[0]=iram;
        iram=1+iram%rU0_d;
        uz_d[il]=u0_d*iram*cos(teta);
        ux_d[il]=u0_d*iram*sin(teta)*cos(fitem);
        uy_d[il]=u0_d*iram*sin(teta)*sin(fitem);
    }
    else{// rebota se deja en el mismo punto antes de salir
        xnew=x_d[il]-ux_d[il]*dg;
        ynew=y_d[il]-uy_d[il]*dg;
    }
}

```

```

znew=z_d[il]-uz_d[il]*dg;
if(ro >=rm_d){
    dg=2.0*(ux_d[il]*x_d[il]+uy_d[il]*y_d[il])/(ro*ro);
    ux_d[il]=(ux_d[il]-dg*x_d[il])*floss_d;
    uy_d[il]=(uy_d[il]-dg*y_d[il])*floss_d;
    if(fabs(z_d[il])*r1_d >= zm_d)uz_d[il]=-uz_d[il];
    uz_d[il]=uz_d[il]*floss_d;
}
else {
    uz_d[il]=-uz_d[il]*floss_d;
    ux_d[il]=ux_d[il]*floss_d;
    uy_d[il]=uy_d[il]*floss_d;
}
}
x_d[il]=xnew;
y_d[il]=ynew;
z_d[il]=znew;
}
xn=x_d[il]*r1_d/pas_d+nr_d-1;
yn=y_d[il]*r1_d/pas_d+nr_d-1;
zn=z_d[il]*r1_d/pas_d+(nz_d-1)/2;
i=(int)xn;
j=(int)yn;
k=(int)zn;
i1=i+1;
j1=j+1;
k1=k+1;
dx0=xn-i;

```

```

dy0=yn-j;
dz0=zn-k;
dx1=1.0-dx0;
dy1=1.0-dy0;
dz1=1.0-dz0;
v1=dx0*dy0*dz0;
v2=dx1*dy0*dz0;
v3=dx0*dy1*dz0;
v4=dx1*dy1*dz0;
v5=dx0*dy0*dz1;
v6=dx1*dy0*dz1;
v7=dx0*dy1*dz1;
v8=dx1*dy1*dz1;
li0=i+j*nd_d+k*nd_d*nd_d;
li1=i1+j*nd_d+k*nd_d*nd_d;
li2=i1+j1*nd_d+k*nd_d*nd_d;
li3=i+j1*nd_d+k*nd_d*nd_d;
li4=i+j*nd_d+k1*nd_d*nd_d;
li5=i1+j*nd_d+k1*nd_d*nd_d;
li6=i1+j1*nd_d+k1*nd_d*nd_d;
li7=i+j1*nd_d+k1*nd_d*nd_d;
if(li6<ndim_d){
    poe_d[li0]+=v8;
    poe_d[li1]+=v7;
    poe_d[li2]+=v5;
    poe_d[li3]+=v6;
    poe_d[li4]+=v4;
    poe_d[li5]+=v3;

```

```

    poe_d[li6]+=v1;
    poe_d[li7]+=v2;
}
}
}
//-----
double amount(double past,double r, double z){
double x,y,zt,rt;
int nc,i,j,k,ntz,ntd,ntz2,ntd2;
nc=0;
ntd2=(int)(r/past);
ntd=2*ntd2+1;
ntz2=(int)(z/(2.0*past));
ntz=2*ntz2+1;
for(k=0;k<ntz;k++){
    zt=past*fabs(k-ntz2);
    for(j=0;j<ntd;j++){
        y=past*(j-ntd2);
        for(i=0;i<ntd;i++){
            x=past*(i-ntd2);
            rt=sqrt(x*x+y*y);
            if(rt<=r && zt<=z)nc++;
        }
    }
}
return (double)nc;
}

```

```
//
```

```
-----
```

```
//
```

```
-----
```

```
void homodistribut(double *xv,double *yv,double *zv,double
    *po,double dr,double dl){
double past,tol1=1.0e-4,tol2=1.0e-5,tol3=1.0e-6,del0,del1,
    prod2,sig;
double x,y,z,r,xt,yt,zt,dx0,dy0,dz0,dx1,dy1,dz1,v1,v2,v3,v4
    ,v5,v6,v7,v8;
int nc,i,j,k,ntz,ntd,ntz2,ntd2,ip,jp,kp,i1,j1,k1;
unsigned int li0,li1,li2,li3,li4,li5,li6,li7;
```

```
//
```

```
-----
```

```
// to find mesh step
```

```
//past=exp(log(M_PI*dr*dr*dl/macpar)/3.0);
past=pow(M_PI*dr*dr*dl/macpar,1.0/3.0);
del0=amount(past,dr,dl)-macpar;
if(del0 > 0.0){sig=1.0;}
else{sig=-1.0;}
```

```

//printf("primer sig=%lf, delcantidad=%lf past=%lf\n", sig,
    del0, past);
if(del0!=0){
    past=past+sig*tol1;
    del1=amount(past,dr,dl)-macpar;
    prod2=del0*del1;
    while(prod2 > 0.0){
        past=past+sig*tol1;
        del0=del1;
        del1=amount(past,dr,dl)-macpar;
        prod2=del0*del1;
    }
    del0=amount(past,dr,dl)-macpar;
    if(del0 > 0.0){sig=1.0;}
    else{sig=-1.0;}
// printf("segundo sig=%lf, delcantidad=%lf past=%lf\n", sig,
    del0, past);
if(del0 != 0.0){
    past=past+sig*tol2;
    del1=amount(past,dr,dl)-macpar;
    prod2=del0*del1;
    while(prod2 > 0.0){
        past=past+sig*tol2;
        del0=del1;
        del1=amount(past,dr,dl)-macpar;
        prod2=del0*del1;
    }
    del0=amount(past,dr,dl)-macpar;

```

```

    if(del0 > 0.0){sig=1.0;}
    else{sig=-1.0;}
    //printf("tercer sig=%lf, delcantidad=%lf past=%lf\n", sig,
        del0, past);
    if(del0 != 0.0){
        past=past+sig*tol3;
        del1=amount(past, dr, dl)-macpar;
        prod2=del0*del1;
        while(prod2 > 0.0){
            past=past+sig*tol3;
            del0=del1;
            del1=amount(past, dr, dl)-macpar;
            prod2=del0*del1;
        }
        del0=amount(past, dr, dl)-macpar;
    //printf("final sig=%lf, delcantidad=%lf past=%lf\n", sig,
        del0, past);
        if(del0 < 0.0)past=past-tol3;
    //printf("final sig=%lf, delcantidad=%lf past=%lf\n", sig,
        del0, past);
    }
}
}
// found mesh step
//
-----

```

```

// now to assign charge
nc=0;
ntd2=(int)(dr/past);
ntd=2*ntd2+1;
ntz2=(int)(dl/(2.0*past));
ntz=2*ntz2+1;
for(k=0;k<ntz;k++){
    z=past*(k-ntz2);
    for(j=0;j<ntd;j++){
        y=past*(j-ntd2);
        for(i=0;i<ntd;i++){
            x=past*(i-ntd2);
            r=sqrt(x*x+y*y);
            if(r<=dr && nc<macpar){
                // dimentionless coordenates
                xv[nc]=x/r1;
                yv[nc]=y/r1;
                zv[nc]=z/r1;
                xt=x/pas+nr;
                yt=y/pas+nr;
                zt=z/pas+1+(nz-1)/2;
                ip=(int)xt;    // ip es i del punto
                jp=(int)yt;
                kp=(int)zt;
                i1=ip+1;
                j1=jp+1;
                k1=kp+1;
                dx0=xt-ip; // ! longitud del segmento cercano a ip
            }
        }
    }
}

```

```

dy0=yt-jp; // ! longitud del segmento cercano a jp
dz0=zt-kp; // ! longitud del segmento cercano a kp
dx1=1.0-dx0; // ! longitud del segmento cercano a ip+1
    (atras)
dy1=1.0-dy0; // ! longitud del segmento cercano a jp+1
    (atras)
dz1=1.0-dz0; // ! longitud del segmento cercano a kp+1
    (atras)
v1=dx0*dy0*dz0; // ! corresponde a (ip+1,jp+1,kp+1)
v2=dx1*dy0*dz0; // ! corresponde a (ip,jp+1,kp+1)
v3=dx0*dy1*dz0; // ! corresponde a (ip+1,jp,kp+1)
v4=dx1*dy1*dz0; // ! corresponde a (ip,jp,kp+1)
v5=dx0*dy0*dz1;
v6=dx1*dy0*dz1;
v7=dx0*dy1*dz1;
v8=dx1*dy1*dz1;
li0=i+j*nd+k*nd*nd;
li1=i1+j*nd+k*nd*nd;
li2=i1+j1*nd+k*nd*nd;
li3=i+j1*nd+k*nd*nd;
li4=i+j*nd+k1*nd*nd;
li5=i1+j*nd+k1*nd*nd;
li6=i1+j1*nd+k1*nd*nd;
li7=i+j1*nd+k1*nd*nd;
po[li0]+=v8;
po[li1]+=v7;
po[li2]+=v5;
po[li3]+=v6;

```

```

        po[li4]+=v4;
        po[li5]+=v3;
        po[li6]+=v1;
        po[li7]+=v2;
        nc++;
    }
}
}
}
printf("contador de parrrticulas distribuidas nc=%d\n",nc);
}
// ***** subrutina for density generation
*****
void rogen(double *po,double *xv,double *yv,double *zv){
    int i,j,k,l;
    double zn,xn,yn,dz0,dz1,dx0,dx1,dy0,dy1;
    double v1,v2,v3,v4,v5,v6,v7,v8;
    int j1,k1,i1;
    unsigned int li0,li1,li2,li3,li4,li5,li6,li7;

    for(k=0;k<nz;k++)for(j=0;j<nd;j++)for(i=0;i<nd;i++){
        l=i+j*nd+k*nd*nd;
        po[l]=0.0;
    }

    for(l=0;l<macpar;l++){
        xn=xv[l]*r1/pas+nr-1;
        yn=yv[l]*r1/pas+nr-1;

```

```

zn=zv[l]*r1/pas+(nz-1)/2;
i=(int)xn;
j=(int)yn;
k=(int)zn;
i1=i+1;
j1=j+1;
k1=k+1;
dx0=xn-i;
dy0=yn-j;
dz0=zn-k;
dx1=1.0-dx0;
dy1=1.0-dy0;
dz1=1.0-dz0;
v1=dx0*dy0*dz0;
v2=dx1*dy0*dz0;
v3=dx0*dy1*dz0;
v4=dx1*dy1*dz0;
v5=dx0*dy0*dz1;
v6=dx1*dy0*dz1;
v7=dx0*dy1*dz1;
v8=dx1*dy1*dz1;
li0=i+j*nd+k*nd*nd;
li1=i1+j*nd+k*nd*nd;
li2=i1+j1*nd+k*nd*nd;
li3=i+j1*nd+k*nd*nd;
li4=i+j*nd+k1*nd*nd;
li5=i1+j*nd+k1*nd*nd;
li6=i1+j1*nd+k1*nd*nd;

```

```

    li7=i+j1*nd+k1*nd*nd;
    po[li0]+=v8;
    po[li1]+=v7;
    po[li2]+=v5;
    po[li3]+=v6;
    po[li4]+=v4;
    po[li5]+=v3;
    po[li6]+=v1;
    po[li7]+=v2;
}

}

#endif

```

A.3. Librería: Pois01.h

```

#ifndef Poisson
#define Poisson

// Poisson fields
void potential(){
    int i,j,k,l,icent,jcon;
    unsigned int li0,li1,li2,li3,li4,li5,li6;
    double res;
    // start algorithm of solution of system by of iterative
    methods
    icent=1;
    jcon=0;

```

```

//printf("entramos en potencial\n");
while(icent==1 && jcon<= itemax){
    icent=0;
    jcon++; // conter of iterations
    // only through interior points
    /*
    #pragma omp parallel for default(none) \
    shared(nz,nd,pas,poe,poi,rmax,fi,w,icent,tol,icon,ix,iy)
    private(k,l,j,i,x,y,r,res)
    */
    for(k=1;k<nz-1;k++){
        for(l=0;l<icon;l++){
            i=ix[l];
            j=iy[l];
            li0=i+j*nd+k*nd*nd;
            li1=i+j*nd+(k+1)*nd*nd;
            li2=i+j*nd+(k-1)*nd*nd;
            li3=i+(j+1)*nd+k*nd*nd;
            li4=i+(j-1)*nd+k*nd*nd;
            li5=i+1+j*nd+k*nd*nd;
            li6=i-1+j*nd+k*nd*nd;
            res=fi[li1]+fi[li2]+fi[li3]+fi[li4]+fi[li5]+fi[li6]-6.0*
                fi[li0]
                -poi[li0]+poe[li0];
            fi[li0]=fi[li0]+res*w/6.0; // I need divided by 6.0 to
                obtain remainder of potential fi[j][i][k]
            if( fabs(res)> tol )icent=1;
        }
    }

```

```

    }
}
printf("hizo %d iteraciones", jcon);
}
//-----
double BJfun(double x){
    int i;
    double BJ;
    i=(int)(x/pasBes);
    if(i <= nod)BJ=bJ[i];
    else BJ=0.0;
    return BJ;
}
//-----
double DBJfun(double x){
    int i;
    double dBJ;
    i=(int)(x/pasBes);
    if(i <= nod)dBJ=bdJ[i];
    else dBJ=0.0;
    return dBJ;
}
//-----
// Antenna microwave field calculation
void fwave(int iw,double x,double y,double z,double *Exw,
    double *Eyw){
    double r,tem,fif,Ampl,Efi,Ero,cs,sn;
    r=x0w*sqrt(x*x+y*y);

```

```

if(r == 0.0){
    if(mwb==1)tem=0.5;
    else tem=0.0;
    cs=1.0;
    sn=0.0;
    fif=0.0;
}
else {
    tem=mwb*BJfun(r)/r;
    cs=x/r;
    sn=y/r;
    // encontrar el angulo azimutal para colocarlo en las
    formulas
    fif=atan2(y,x);
}
Ampl=E0*cos(wkz*z)*x0w;
Efi=Ampl*DBJfun(r)*sin(mwb*fif-dtpe*iw);
Ero=Ampl*tem*cos(mwb*fif-dtpe*iw);
*Exw=Ero*cs-Efi*sn;
*Eyw=Ero*sn+Efi*cs;
}
//

```

*****-----

```

void fields(int ia){
int i,j,k,l;
unsigned int li0,li1,li2,li3,li4,li5,li6;

```

```

double x,y,z;
double Exw,Eyw;

for(k=1;k<nz-1;k++){
    z=zmin+pas*k;
    for(j=1;j<nd-1;j++){
        y=ymin+pas*j;
        for(i=1;i<nd-1;i++){
            x=xmin+pas*i;
            fwave(ia,x,y,z,&Exw,&Eyw);
            li0=i+j*nd+k*nd*nd;
            li1=i+j*nd+(k+1)*nd*nd;
            li2=i+j*nd+(k-1)*nd*nd;
            li3=i+(j+1)*nd+k*nd*nd;
            li4=i+(j-1)*nd+k*nd*nd;
            li5=i+1+j*nd+k*nd*nd;
            li6=i-1+j*nd+k*nd*nd;
            Ex[li0]=( fi[li6]-fi[li5] )*cfe+Exw*dtpe/2.0;
            Ey[li0]=( fi[li4]-fi[li3] )*cfe+Eyw*dtpe/2.0;
            Ez[li0]=( fi[li2]-fi[li1] )*cfe;
        }
    }
}

// *****----- calculate electric field in boundary
// -----*****

for(k=0;k<nz;k++){
    x=0.0;

```

```

y=ymin;
z=zmin+pas*k;
fwave(ia,x,y,z,&Exw,&Eyw);
li0=nr-1+0*nd+k*nd*nd;
li1=nr-1+1*nd+k*nd*nd;
Ey[li0]=-fi[li1]*cfe+Eyw*dtpe/2.0;
y=rmax;
fwave(ia,x,y,z,&Exw,&Eyw);
li0=nr-1+(nd-1)*nd+k*nd*nd;
li1=nr-1+(nd-2)*nd+k*nd*nd;
Ey[li0]=fi[li1]*cfe+Eyw*dtpe/2.0;
x=xmin;
y=0.0;
fwave(ia,x,y,z,&Exw,&Eyw);
li0=0+(nr-1)*nd+k*nd*nd;
li1=1+(nr-1)*nd+k*nd*nd;
Ex[li0]=-fi[li1]*cfe+Exw*dtpe/2.0;
x=rmax;
fwave(ia,x,y,z,&Exw,&Eyw);
li0=nd-1+(nr-1)*nd+k*nd*nd;
li1=nd-2+(nr-1)*nd+k*nd*nd;
Ex[li0]=fi[li1]*cfe+Exw*dtpe/2.0;
}

for(j=0;j<nd;j++){
y=ymin+pas*j;
for(i=0;i<nd;i++){
x=xmin+pas*i;

```

```

    z=zmin;
    li0=i+j*nd+0*nd*nd;
    li1=i+j*nd+1*nd*nd;
    Ez[li0]=-fi[li1]*cfe;
    z=zmax;
    li0=i+j*nd+(nz-1)*nd*nd;
    li1=i+j*nd+(nz-2)*nd*nd;
    Ez[li0]=fi[li1]*cfe;
}
}
for(k=0;k<nz;k++)for(j=0;j<nd;j++)for(i=0;i<nd;i++){
    l=i+j*nd+k*nd*nd;
    poe[l]=0.0;
}

}
#endif

```

A.4. Librería: NL01.h

```

#ifndef TNewtLore
#define TNewtLore
// NewtLoren
void newposition(double *xnew,double *ynew,double *znew,
                 double *uxnew,double *uynew,double *uznew,
                 double u0){
double rtem, fitem,teta;
int iram;

```

```

iram=ist;
iram=(mult*iram+incr)%mod;
rtem=0.8*rmax/rl*(double)iram/((double)mod);
iram=(mult*iram+incr)%mod;
fitem=2.0*M_PI*(double)iram/((double)mod);
*xnew=rtem*cos(fitem);
*ynew=rtem*sin(fitem);
iram=(mult*iram+incr)%mod;
*znew=(2.0*(double)iram/((double)mod)-1)*0.8*zmax/rl;
iram=(mult*iram+incr)%mod;
fitem=2.0*M_PI*((double)iram)/((double)mod);
iram=(mult*iram+incr)%mod;
teta=M_PI*(0.5+4.0*((double)iram)/((double)mod))/5.0;
ist=iram;
iram=1+iram%ramU0;
*uznew=u0*iram*cos(teta);
*uxnew=u0*iram*sin(teta)*cos(fitem);
*uynew=u0*iram*sin(teta)*sin(fitem);
}
//

```

```

*****----->

```

```

//

```

```

*****----->

```

//

*****----->

```
void imotion(double B0,int *icl){
int i,j,k,l;
double zn,xn,yn,dz0,dz1,dx0,dx1,dy0,dy1;
double v1,v2,v3,v4,v5,v6,v7,v8,Ezp,Exp,Eyp,Bzp,Bxp,Byp,umx,
    umy,umz,gmn;
double tx,ty,tz,upx,upy,upz,uxp,uyy,uzp,s,dg,ro,xnew,ynew,
    znew,uxnew,uynew,uznew;
int j1,k1,i1,jcon=0,li[8];
for(k=0;k<nz;k++){
    for(j=0;j<nd;j++){
        for(i=0;i<nd;i++){
            l=i+j*nd+k*nd*nd;
            poi[l]=0.0;
        }
    }
}
} // end parallel zone
#pragma omp parallel for default(none) \
shared(nz,nd,nr,macpar,rl,pas,xi,yi,zi,Ex,Ey,Ez,Bx,By,Bz,B0
    ,ui0,uxi,uyi,uzi,dtpi,dtpe,zmax,rmax,poi,jcon,nwall,floss
    ) \
private(l,xn,yn,zn,i,j,k,i1,j1,k1,dx0,dy0,dz0,dx1,dy1,dz1,
    v1,v2,v3,v4,v5,v6,v7,v8,uxnew,uynew,uznew,li) \
private(Exp,Eyp,Ezp,Bxp,Byp,Bzp,umx,umy,umz,uxp,uyy,uzp,upx
    ,upy,upz,tx,ty,tz,s,dg,ro,xnew,ynew,znew,gmn)
for(l=0;l<macpar;l++){
```

```

xn=xi[l]*r1/pas+nr-1;
yn=yi[l]*r1/pas+nr-1;
zn=zi[l]*r1/pas+(nz-1)/2;
i=(int)xn;
j=(int)yn;
k=(int)zn;
i1=i+1;
j1=j+1;
k1=k+1;
dx0=xn-i;
dy0=yn-j;
dz0=zn-k;
dx1=1.0-dx0;
dy1=1.0-dy0;
dz1=1.0-dz0;
v1=dx0*dy0*dz0;
v2=dx1*dy0*dz0;
v3=dx0*dy1*dz0;
v4=dx1*dy1*dz0;
v5=dx0*dy0*dz1;
v6=dx1*dy0*dz1;
v7=dx0*dy1*dz1;
v8=dx1*dy1*dz1;
li[0]=i+j*nd+k*nd*nd;
li[1]=i1+j*nd+k*nd*nd;
li[2]=i1+j1*nd+k*nd*nd;
li[3]=i+j1*nd+k*nd*nd;
li[4]=i+j*nd+k1*nd*nd;

```

```

li [5]=i1+j*nd+k1*nd*nd;
li [6]=i1+j1*nd+k1*nd*nd;
li [7]=i+j1*nd+k1*nd*nd;
// Definition of self electric field at a particle point
location

Ezp=Ez [li [0]]*v8+Ez [li [1]]*v7+Ez [li [3]]*v6+Ez [li [2]]*v5+Ez
[li [4]]*v4+Ez [li [7]]*v2+Ez [li [5]]*v3+Ez [li [6]]*v1;

Exp=Ex [li [0]]*v8+Ex [li [1]]*v7+Ex [li [3]]*v6+Ex [li [2]]*v5+Ex
[li [4]]*v4+Ex [li [7]]*v2+Ex [li [5]]*v3+Ex [li [6]]*v1;

Eyp=Ey [li [0]]*v8+Ey [li [1]]*v7+Ey [li [3]]*v6+Ey [li [2]]*v5+Ey
[li [4]]*v4+Ey [li [7]]*v2+Ey [li [5]]*v3+Ey [li [6]]*v1;

// Definition of confinement magnetig field at a particle
point location
xn=xi [1]*r1/pasf+nrf-1;
yn=yi [1]*r1/pasf+nrf-1;
zn=zi [1]*r1/pasf+(nzf-1)/2;
i=(int)xn;
j=(int)yn;
k=(int)zn;
i1=i+1;
j1=j+1;
k1=k+1;
dx0=xn-i;
dy0=yn-j;

```

```

dz0=zn-k;
dx1=1.0-dx0;
dy1=1.0-dy0;
dz1=1.0-dz0;
v1=dx0*dy0*dz0;
v2=dx1*dy0*dz0;
v3=dx0*dy1*dz0;
v4=dx1*dy1*dz0;
v5=dx0*dy0*dz1;
v6=dx1*dy0*dz1;
v7=dx0*dy1*dz1;
v8=dx1*dy1*dz1;
li[0]=i+j*ndf+k*ndf*ndf;
li[1]=i1+j*ndf+k*nd*nd;
li[2]=i1+j1*ndf+k*ndf*ndf;
li[3]=i+j1*ndf+k*ndf*ndf;
li[4]=i+j*ndf+k1*ndf*ndf;
li[5]=i1+j*ndf+k1*ndf*ndf;
li[6]=i1+j1*ndf+k1*ndf*ndf;
li[7]=i+j1*ndf+k1*ndf*ndf;

Bzp=Bz[li[0]]*v8+Bz[li[1]]*v7+Bz[li[3]]*v6+Bz[li[2]]*v5+Bz[
    li[4]]*v4+Bz[li[7]]*v2+Bz[li[5]]*v3+Bz[li[6]]*v1;

Bxp=Bx[li[0]]*v8+Bx[li[1]]*v7+Bx[li[3]]*v6+Bx[li[2]]*v5+Bx[
    li[4]]*v4+Bx[li[7]]*v2+Bx[li[5]]*v3+Bx[li[6]]*v1;

```

```

Byp=By[li[0]]*v8+By[li[1]]*v7+By[li[3]]*v6+By[li[2]]*v5+By[
    li[4]]*v4+By[li[7]]*v2+By[li[5]]*v3+By[li[6]]*v1;

//
// Boris scheme
//
dg=dtpi/(B0*dtpe);
umx=uxi[1]+Exp*dg;
umy=uyi[1]+Eyp*dg;
umz=uzi[1]+Ezp*dg;

gm=sqrt( 1.0+umx*umx+umy*umy+umz*umz );

//to calculate vector t
tx=Bxp*dtpi/(2.0*gm*B0);
ty=Byp*dtpi/(2.0*gm*B0);
tz=Bzp*dtpi/(2.0*gm*B0);

// then vector rotation

upx=umx+umy*tz-umz*ty;
upy=umy+umz*tx-umx*tz;
upz=umz+umx*ty-umy*tx;

// constan for vector s
s=2.0/(1.0+tx*tx+ty*ty+tz*tz);

```

```

uxp=umx+s*(upy*tz-upz*ty);
uyp=umy+s*(upz*tx-upx*tz);
uzp=umz+s*(upx*ty-upy*tx);

uxi[1]=uxp+Exp*dg;
uyi[1]=uyp+Eyp*dg;
uzi[1]=uzp+Ezp*dg;

gm=sqrt( 1.0+uxi[1]*uxi[1]+uyi[1]*uyi[1]+uzi[1]*uzi[1] );
// dg=dtpi;
dg=dtpi/gm;

xi[1]=xi[1]+uxi[1]*dg;
yi[1]=yi[1]+uyi[1]*dg;
zi[1]=zi[1]+uzi[1]*dg;
ro=sqrt( xi[1]*xi[1]+yi[1]*yi[1] )*r1;
if(fabs(zi[1])*r1 >= zmax || ro >= rmax){
    jcon++;
    if(jcon%nwall != 0){// se absorve
        newposition(&xnew,&ynew,&znew,&uxnew,&uynew,&uznew,ui0);
        uxi[1]=uxnew;
        uyi[1]=uynew;
        uzi[1]=uznew;
    }
    else{// rebota se queda en la posicion anterior
        xnew=xi[1]-uxi[1]*dg;
        ynew=yi[1]-uyi[1]*dg;
        znew=zi[1]-uzi[1]*dg;
    }
}

```

```

if(ro >=rmax){
    gmn=2.0*(uxi[l]*xi[l]+uyi[l]*yi[l])/(ro*ro);
    uxi[l]=(uxi[l]-gmn*xi[l])*floss;
    uyi[l]=(uyi[l]-gmn*yi[l])*floss;
    if(fabs(zi[l])*r1 >= zmax)uzi[l]=-uzi[l];
    uzi[l]=uzi[l]*floss;
}
else {
    uzi[l]=-uzi[l]*floss;
    uxi[l]=uxi[l]*floss;
    uyi[l]=uyi[l]*floss;
}
}
xi[l]=xnew;
yi[l]=ynew;
zi[l]=znew;
}
xn=xi[l]*r1/pas+nr-1;
yn=yi[l]*r1/pas+nr-1;
zn=zi[l]*r1/pas+(nz-1)/2;
i=(int)xn;
j=(int)yn;
k=(int)zn;
i1=i+1;
j1=j+1;
k1=k+1;
dx0=xn-i;
dy0=yn-j;

```

```

dz0=zn-k;
dx1=1.0-dx0;
dy1=1.0-dy0;
dz1=1.0-dz0;
v1=dx0*dy0*dz0;
v2=dx1*dy0*dz0;
v3=dx0*dy1*dz0;
v4=dx1*dy1*dz0;
v5=dx0*dy0*dz1;
v6=dx1*dy0*dz1;
v7=dx0*dy1*dz1;
v8=dx1*dy1*dz1;
li[0]=i+j*nd+k*nd*nd;
li[1]=i1+j*nd+k*nd*nd;
li[2]=i1+j1*nd+k*nd*nd;
li[3]=i+j1*nd+k*nd*nd;
li[4]=i+j*nd+k1*nd*nd;
li[5]=i1+j*nd+k1*nd*nd;
li[6]=i1+j1*nd+k1*nd*nd;
li[7]=i+j1*nd+k1*nd*nd;

poi[li[0]]+=v8;
poi[li[1]]+=v7;
poi[li[2]]+=v5;
poi[li[3]]+=v6;
poi[li[4]]+=v4;
poi[li[5]]+=v3;
poi[li[6]]+=v1;

```

```

    poi[li[7]]+=v2;

}
*icl=jcon;
}
#endif

```

A.5. Librería: grap01.h

```

#ifndef graphics
#define graphics
// "graph16.h"

void lineto(int i1,int j1,int i2,int j2,char fg,char** mat,
    int npi,int npj){
double pend,vai,vaj;
int i,j,isal,jsal;
// determnar el salto para saber por cual debe irse el for
    (debe irse por el mas largo para no dejar espacios en
    blanco)
isal=i2-i1;
jsal=j2-j1;
vai=(double)isal;
vaj=(double)jsal;
if(vai != 0.0)pend=vaj/vai;
vai=fabs(vai);
vaj=fabs(vaj);
//mirar si nos encontramos dentro de la zona permitida

```

```

if(i1>0 && i1<npi-1 && i2>0 && i2<npi-1 && j1>0 && j1<npj-1
    && j2>0 && j2<npj-1 ){
if(isal==0) //-----
    if(j1<j2)for(j=j1;j<=j2;j++)mat[j][i1]=fg;
    else for(j=j2;j<=j1;j++)mat[j][i1]=fg;
else if(jsal==0)//-----
    if(i1<i2)for(i=i1;i<=i2;i++)mat[j1][i]=fg;
    else for(i=i2;i<=i1;i++)mat[j1][i]=fg;
else if(vai >= vaj)//-----
    if(i1<i2)
        for(i=i1;i<=i2;i++){
            j=j1+(int)(pend*(i-i1));
            mat[j][i]=fg;
        }
    else
        for(i=i2;i<=i1;i++){
            j=j2+(int)(pend*(i-i2));
            mat[j][i]=fg;
        }
else//-----
    if(j1<j2)
        for(j=j1;j<=j2;j++){
            i=i1+(int)((j-j1)/pend);
            mat[j][i]=fg;
        }
    else
        for(j=j2;j<=j1;j++){
            i=i2+(int)((j-j2)/pend);

```

```

        mat[j][i]=fg;
    }
}
}
//
*****-----*****

//
*****-----*****

void xypoint(char** gxymat,int ip,int jp,int size,char x){
int i2,j2,i3[12],j3[12];
//mirar si nos encontramos dentro de la zona permitida
if(ip>=0 && ip<npx && jp>=0 && jp<npj){
    switch (size) {
        case 1: {gxymat[jp][ip]=x;break;}
        case 2: {i2=ip-1;j2=jp-1;
            gxymat[jp][ip]=x;
            if(i2>=0 && i2<npx && j2>=0 && j2<npj){
                gxymat[j2][i2]=x;
                gxymat[j2][ip]=x;
                gxymat[jp][i2]=x;
            }
            break;
        }
        case 3: {i3[0]=ip;j3[0]=jp-1;i3[1]=ip;j3[1]=jp-2;i3[2]=
            ip-1;j3[2]=jp-1;i3[3]=ip-1;j3[3]=jp;

```

```

        i3[4]=ip-2;j3[4]=jp;i3[5]=ip-1;j3[5]=jp+1;i3
            [6]=ip;j3[6]=jp+1;i3[7]=ip;j3[7]=jp+2;
        i3[8]=ip+1;j3[8]=jp+1;i3[9]=ip+1;j3[9]=jp;i3
            [10]=ip+2;j3[10]=jp;i3[11]=ip+1;j3[11]=jp-1;
        gxyamat[jp][ip]=x;
        if(j3[1]>=0 && j3[1]<npy && i3[4]>=0 && i3[4]<
            npx && j3[7]>=0 && j3[7]<npy && i3[10]>=0 &&
            i3[10]<npx){
            for(i2=0;i2<12;i2++){
                gxyamat[j3[i2]][i3[i2]]=x;
            }
        }
        break;
    }
    default:{gxyamat[jp][ip]=x;}
        break;
    }

}

}

//
*****-----*****

//
*****-----*****

void zxpoint(char** gzxmat,int ip,int jp,int size,char x){

```

```

int i2,j2,i3[12],j3[12];
//mirar si nos encontramos dentro de la zona permitida
if(ip>=0 && ip<npz && jp>=0 && jp<npx){
    switch (size) {
        case 1: {gzxmat[jp][ip]=x;break;}
        case 2: {i2=ip-1;j2=jp-1;
            gzxmat[jp][ip]=x;
            if(i2>=0 && i2<npz && j2>=0 && j2<npx){
                gzxmat[j2][i2]=x;
                gzxmat[j2][ip]=x;
                gzxmat[jp][i2]=x;
            }
            break;
        }
        case 3: {i3[0]=ip;j3[0]=jp-1;i3[1]=ip;j3[1]=jp-2;i3[2]=
            ip-1;j3[2]=jp-1;i3[3]=ip-1;j3[3]=jp;
            i3[4]=ip-2;j3[4]=jp;i3[5]=ip-1;j3[5]=jp+1;i3
                [6]=ip;j3[6]=jp+1;i3[7]=ip;j3[7]=jp+2;
            i3[8]=ip+1;j3[8]=jp+1;i3[9]=ip+1;j3[9]=jp;i3
                [10]=ip+2;j3[10]=jp;i3[11]=ip+1;j3[11]=jp-1;
            gzxmat[jp][ip]=x;
            if(j3[1]>=0 && j3[1]<npx && i3[4]>=0 && i3[4]<
                npz && j3[7]>=0 && j3[7]<npx && i3[10]>=0 &&
                i3[10]<npz){
                for(i2=0;i2<12;i2++){
                    gzxmat[j3[i2]][i3[i2]]=x;
                }
            }
        }
    }
}

```

```

        break;
    }
    default:{gzxmat[jp][ip]=x;}
        break;
}

}

}
//
*****-----*****

//
*****-----*****

void savegraphic(int nene,int neni,char enfxy[16],char
    enfxz[16],char enfsp[16],
        char infxy[16],char infxz[16],char infsp
            [16]){
double deni[neni],dene[nene],parener,x1,x2,y1,y2,r,theta,z1
    ,z2,ener;
char bg,cb,color[8];
int i,j,k,j0,i1,j1,i2,j2,ig,mtheta,nc=20;
FILE *egxy,*egxz,*egsp,*igxy,*igxz,*igsp,*fcol;
egxy=fopen(enfxy,"w");
egxz=fopen(enfxz,"w");

```

```

egsp=fopen(enfsp,"w");
igxy=fopen(infxy,"w");
igxz=fopen(infxz,"w");
igsp=fopen(infsp,"w");
bg='␣';cb='x';

//fill the matirx wiht foregraund spaces
for(j=0;j<py;j++)for(i=0;i<px;i++){egmat[j][i]=bg;igmat[j][
    i]=bg;}
for(j=0;j<npj;j++)for(i=0;i<npx;i++){egxymat[j][i]=bg;
    igxymat[j][i]=bg;}
for(j=0;j<npx;j++)for(i=0;i<npz;i++){egzxmat[j][i]=bg;
    igzxmat[j][i]=bg;}

for(i=0;i<nene;i++){
    dene[i]=0.0;
}
for(i=0;i<neni;i++){
    deni[i]=0.0;
}

// to graphics ionics distribution
for(k=0;k<macpar;k++){
    if(zi[k]>zig && zi[k]<zfg){// to secction xy first ionic
        distribution
        i=(int)(sro*(xi[k]*rl+rmax))+iromov;
        j=npj-(int)(sro*(yi[k]*rl+rmax))-jromov;

```

```

ener=(sqrt(1.0+uxi[k]*uxi[k]+uyi[k]*uyi[k]+uzi[k]*uzi[k])
      -1.0)*9.39556109e8-Eimin; //ion kinetic energy in eV;
j1=ener/Eihop;
if(j1>=nc)j1=nc-1;
if(j1<0)j1=0;
xypoint(igxymat,i,j,itam,cchar[j1]);
}
if(yi[k]>yig && yi[k]<yfg){// to secction xz first ionic
distribution
i=(int)(szx*(zi[k]*rl+zmax))+izxmov;
j=npx-(int)(szx*(xi[k]*rl+rmax))-jzxmov;
ener=(sqrt(1.0+uxi[k]*uxi[k]+uyi[k]*uyi[k]+uzi[k]*uzi[k])
      -1.0)*9.39556109e8-Eimin; //ion kinetic energy in eV;
j1=ener/Eihop;
if(j1>=nc)j1=nc-1;
if(j1<0)j1=0;
zxpoint(igzxmat,i,j,itam,cchar[j1]);
}
parener=(sqrt(1.0+uxe[k]*uxe[k]+uye[k]*uye[k]+uze[k]*uze[k]
              )-1.0)*511.708; // kinetic energy in KeV
i=(int)(parener/delwe+0.5);
if(i<nene && i>=0){
  dene[i]=dene[i]+1.0;
}
parener=(sqrt(1.0+uxi[k]*uxi[k]+uyi[k]*uyi[k]+uzi[k]*uzi[k]
              )-1.0)*9.39556109e8-Eimin; //ion kinetic energy in eV;
i=(int)(parener/delwi+0.5);
if(i<neni && i>=0){

```

```

    deni[i]=deni[i]+1.0;
}
}
// to graphics electron distribution
for(k=0;k<macpar;k++){
    if(ze[k]>zig && ze[k]<zfg){// to secction xy first
        i=(int)(sro*(xe[k]*rl+rmax))+iromov;
        j=npy-(int)(sro*(ye[k]*rl+rmax))-jromov;
        ener=(sqrt(1.0+uxe[k]*uxe[k]+uye[k]*uye[k]+uze[k]*uze[k])
            -1.0)*511.708-Eemin; // kinetic energy in KeV
        j1=ener/Eehop;
        if(j1>=nc)j1=nc-1;
        if(j1<0)j1=0;
        xypoint(egxymat,i,j,itam,cchar[j1]);
    }
    if(ye[k]>yig && ye[k]<yfg){// to secction xz first ionic
        distribution
        i=(int)(szx*(ze[k]*rl+zmax))+izxmov;
        j=npx-(int)(szx*(xe[k]*rl+rmax))-jzxmov;
        ener=(sqrt(1.0+uxe[k]*uxe[k]+uye[k]*uye[k]+uze[k]*uze[k])
            -1.0)*511.708-Eemin; // kinetic energy in KeV
        j1=ener/Eehop;
        if(j1>=nc)j1=nc-1;
        if(j1<0)j1=0;
        zxpoint(egzxmat,i,j,itam,cchar[j1]);
    }
}
// to draw circular boundary

```

```

mtheta=100;
theta=2.0*M_PI/mtheta;
for(i=0;i<nlines;i++){
    r=rmax+drb*i;
    for(j=0;j<mtheta;j++){
        x1=r*cos(theta*j);
        x2=r*cos(theta*(j+1));
        y1=r*sin(theta*j);
        y2=r*sin(theta*(j+1));
        i1=(int)(sro*(x1+rmax))+iromov;
        j1=npy-(int)(sro*(y1+rmax))-jromov;
        i2=(int)(sro*(x2+rmax))+iromov;
        j2=npy-(int)(sro*(y2+rmax))-jromov;
        lineto(i1,j1,i2,j2,cb,egxymat,npx,npj);
        lineto(i1,j1,i2,j2,cb,igxymat,npx,npj);
    }
}

// to draw rectangular boundary
for(i=0;i<nlines;i++){
    //vertical lines
    z1=zmin-drb*i;
    z2=zmax+drb*i;
    x1=xmin;
    x2=rmax;
    i1=(int)(szx*(z1+zmax))+izxmov;
    i2=(int)(szx*(z2+zmax))+izxmov;
    j1=npx-(int)(szx*(x1+rmax))-jzxmov;
    j2=npx-(int)(szx*(x2+rmax))-jzxmov;

```

```

lineto(i1,j1,i1,j2,cb,egzxmat,npz,npx);
lineto(i2,j1,i2,j2,cb,egzxmat,npz,npx);
lineto(i1,j1,i1,j2,cb,igzxmat,npz,npx);
lineto(i2,j1,i2,j2,cb,igzxmat,npz,npx);
// horizontal lines
z1=zmin-drb*(nlines-1.0);
z2=zmax+drb*(nlines-1.0);
x1=xmin-drb*i;
x2=rmax+drb*i;
i1=(int)(szx*(z1+zmax))+izxmov;
i2=(int)(szx*(z2+zmax))+izxmov;
j1=npx-(int)(szx*(x1+rmax))-jzxmov;
j2=npx-(int)(szx*(x2+rmax))-jzxmov;
lineto(i1,j1,i2,j1,cb,egzxmat,npz,npx);
lineto(i1,j2,i2,j2,cb,egzxmat,npz,npx);
lineto(i1,j1,i2,j1,cb,igzxmat,npz,npx);
lineto(i1,j2,i2,j2,cb,igzxmat,npz,npx);
}
// to save distributions
// save the graphics electron xy spatial distributions
fcol=fopen("color.txt","r");
fprintf(egxy,"/*_XPM_*/\n");
fprintf(egxy,"static_char*_plaid[]=_{\n");
fprintf(egxy,"/*_plaid_pixmap_\n");
fprintf(egxy,"*_width_height_ncolors_chars_per_pixel_*/\n"
);
fprintf(egxy,"\"%d_%d22_1_XPMEXT\", \n",npx,npj);
fprintf(egxy,"/*_colors_*/\n");

```

```

fprintf(egxy, "\"%cc_%s_m_white_s_colback\\",\n",bg,bkgd);
fprintf(egxy, "\"%c_c_%s_m_black_s_colfore\\",\n",cb,bfg);
for(i=0;i<nc;i++){
    fscanf(fcol,"%s",color);// si leo e imprimo de una vez no
        tengo problemas para usar la cadena de caracteres
// pero si primero leo todo entonces al imprimir una fila
    me quiere imprimir desde esta fila hasta el final
    fprintf(egxy, "\"%c_c_%s_m_black_s_colfore\\",\n",cchar[i],
        color);
// printf("\"%c c %s m black s colfore\\",\n",cchar[i],
    color);
}
fprintf(egxy, "/*_pixels_*/\n");
for(j=0;j<npj;j++){
    fprintf(egxy, "\\");
    for(i=0;i<npx;i++)fprintf(egxy, "%c",egxymat[j][i]);
    fprintf(egxy, "\\",\n");
}
fprintf(egxy, "\"XPMEXT_ext1_data1\\",\n");
fprintf(egxy, "\"XPMEXT_ext2\\",\n");
fprintf(egxy, "\"XPMENDEXT\\",\n");
fprintf(egxy, "}_");
fclose(egxy);
fclose(fcol);
//-----
// save the graphics ion xy spatial distributions
fcol=fopen("color.txt","r");
fprintf(igxy, "/*_XPM_*/\n");

```

```

fprintf(igxy, "static char *plaid[] = {\n");
fprintf(igxy, "/*plaid_pixmap\n");
fprintf(igxy, "/*width_height_ncolors_chars_per_pixel*/\n"
);
fprintf(igxy, "\"%d%d221XPMEXT\", \n", npx, npy);
fprintf(igxy, "/*colors*/\n");
fprintf(igxy, "\"%cc%s_m_white_s_colback\", \n", bg, bkgd);
fprintf(igxy, "\"%c%c%s_m_black_s_colfore\", \n", cb, bfg);
for(i=0; i<nc; i++){
    fscanf(fcol, "%s", color); // si leo e imprimo de una vez no
    tengo problemas para usar la cadena de caracteres
// pero si primero leo todo entonces al imprimir una fila
me quiere imprimir desde esta fila hasta el final
    fprintf(igxy, "\"%c%c%s_m_black_s_colfore\", \n", cchar[i],
        color);
}
fprintf(igxy, "/*pixels*/\n");
for(j=0; j<npj; j++){
    fprintf(igxy, "\"");
    for(i=0; i<npx; i++) fprintf(igxy, "%c", igxymat[j][i]);
    fprintf(igxy, "\", \n");
}
fprintf(igxy, "\"XPMEXT_ext1_data1\", \n");
fprintf(igxy, "\"XPMEXT_ext2\", \n");
fprintf(igxy, "\"XPMENDEXT\", \n");
fprintf(igxy, "}");
fclose(igxy);
fclose(fcol);

```

```

//-----
// save the graphics electron xz distributions
fcol=fopen("color.txt","r");
fprintf(egxz,"/*_XPM_*/\n");
fprintf(egxz,"static_char*_plaid[]_=_{\n");
fprintf(egxz,"/*_plaid_pixmap_\n");
fprintf(egxz,"*_width_height_ncolors_chars_per_pixel_*/\n"
);
fprintf(egxz,"\"%d_%d22_1_XPMEXT\", \n", npz, npx);
fprintf(egxz,"/*_colors_*/\n");
fprintf(egxz,"\"%cc_%s_m_white_s_colback\", \n", bg, bkgd);
fprintf(egxz,"\"%c_c_%s_m_black_s_colfore\", \n", cb, bfg);
for(i=0; i<nc; i++){
    fscanf(fcol,"%s",color); // si leo e imprimo de una vez no
    tengo problemas para usar la cadena de caracteres
// pero si primero leo todo entonces al imprimir una fila
    me quiere imprimir desde esta fila hasta el final
    fprintf(egxz,"\"%c_c_%s_m_black_s_colfore\", \n", cchar[i],
        color);
// printf("\"%c c %s m black s colfore\", \n", cchar[i],
    color);
}
fprintf(egxz,"/*_pixels_*/\n");
for(j=0; j<npz; j++){
    fprintf(egxz,"\"");
// for(i=0; i<npz; i++) putc(gmat2[j][i], gxz);
    for(i=0; i<npz; i++) fprintf(egxz,"%c", egzxmat[j][i]);
    fprintf(egxz,"\", \n");
}

```

```

}
fprintf(egxz, "\"XPMEXT_ext1_data1\", \n");
fprintf(egxz, "\"XPMEXT_ext2\", \n");
fprintf(egxz, "\"XPMENDEXT\", \n");
fprintf(egxz, "}_");
fclose(egxz);
fclose(fcol);

//-----
// save the graphics ion xz distributions
fcol=fopen("color.txt", "r");
fprintf(igxz, "/*_XPM_*/\n");
fprintf(igxz, "static_char*_plaid[]=_{\n");
fprintf(igxz, "/*_plaid_pixmap_\n");
fprintf(igxz, "_*_width_height_ncolors_chars_per_pixel_*/\n"
);
fprintf(igxz, "\"%d_%d22_1_XPMEXT\", \n", npz, npx);
fprintf(igxz, "/*_colors_*/\n");
fprintf(igxz, "\"%cc_%s_m_white_s_colback\", \n", bg, bkgd);
fprintf(igxz, "\"%c_c_%s_m_black_s_colfore\", \n", cb, bfg);
for(i=0; i<nc; i++){
    fscanf(fcol, "%s", color); // si leo e imprimo de una vez no
    tengo problemas para usar la cadena de caracteres
    // pero si primero leo todo entonces al imprimir una fila
    me quiere imprimir desde esta fila hasta el final
    fprintf(igxz, "\"%c_c_%s_m_black_s_colfore\", \n", cchar[i],
        color);
}
fprintf(igxz, "/*_pixels_*/\n");

```

```

for(j=0;j<npx;j++){
    fprintf(igxz,"");
    for(i=0;i<npz;i++)fprintf(igxz,"%c",igzxmat[j][i]);
    fprintf(igxz,"\\",\\n");
}
fprintf(igxz,"\\XPMEXT_ext1_data1\\",\\n");
fprintf(igxz,"\\XPMEXT_ext2\\",\\n");
fprintf(igxz,"\\XPMENDEXT\\",\\n");
fprintf(igxz,"}\\");
fclose(igxz);
fclose(fcol);

//-----
// now to make graphic of spectrum
ig=1;
i=0+ig;
j1=py-(int)(syspe*dene[0])-1;
for(k=1;k<nene;k++){
    // a discretizar a x le corresponde i toca buscar es j
    del punto
    j2=py-(int)(syspe*dene[k])-1;
    lineto(i,j1,k+ig,j2,cb,egmat,px,py);
    j1=j2;
    i=k+ig;
}
ig=1;
i=0+ig;
j0=py-(int)(syspi*deni[0])-1;

```

```

for(k=1;k<neni;k++){
    // a discretizar a x le corresponde i toca buscar es j
    del punto
    j=py-(int)(syspi*deni[k])-1;
    lineto(i,j0,k+ig,j,cb,igmat,px,py);
    j0=j;
    i=k+ig;
}
//-----
// save the graphics electron energy spectrum
fprintf(egsp,"/*_XPM_*/\n");
fprintf(egsp,"static_char*_plaid[]=_{\n");
fprintf(egsp,"/*_plaid_pixmap_\n");
fprintf(egsp,"*_width_height_ncolors_chars_per_pixel_*/\n"
    );
fprintf(egsp,"\"%d_%d2_1_XPMEXT\", \n",px,py);
fprintf(egsp,"/*_colors_*/\n");
fprintf(egsp,"\"%c_c_#ffffff_m_white_s_colback\", \n",bg);
fprintf(egsp,"\"%c_c_#000000_m_black_s_colfore\", \n",cb);
fprintf(egsp,"/*_pixels_*/\n");
for(j=0;j<py;j++){
    fprintf(egsp,"\"");
    for(i=0;i<px;i++)fprintf(egsp,"%c",egmat[j][i]);
    fprintf(egsp,"\", \n");
}
fprintf(egsp,"\"XPMEXT_ext1_data1\", \n");
fprintf(egsp,"\"XPMEXT_ext2\", \n");
fprintf(egsp,"\"XPMENDEXT\", \n");

```

```

fprintf(egsp,"}_");
fclose(egsp);

//-----
// save the graphics ion energy spectrum
fprintf(igsp,"/*_XPM_*/\n");
fprintf(igsp,"static_char*_plaid[]=_{\n");
fprintf(igsp,"/*_plaid_pixmap_\n");
fprintf(igsp,"*_width_height_ncolors_chars_per_pixel_*/\n"
    );
fprintf(igsp,"\"%d%d21_XPMEXT\", \n",px,py);
fprintf(igsp,"/*_colors_*/\n");
fprintf(igsp,"\"%c_c_#ffffff_m_white_s_colback\", \n",bg);
fprintf(igsp,"\"%c_c_#000000_m_black_s_colfore\", \n",cb);
fprintf(igsp,"/*_pixels_*/\n");
for(j=0;j<py;j++){
    fprintf(igsp,"\"");
    for(i=0;i<px;i++)fprintf(igsp,"%c",igmat[j][i]);
    fprintf(igsp,"\", \n");
}
fprintf(igsp,"\" XPMEXT_ext1_data1\", \n");
fprintf(igsp,"\" XPMEXT_ext2\", \n");
fprintf(igsp,"\" XPMENDEXT\", \n");
fprintf(igsp,"}_");
fclose(igsp);

}

#endif

```

A.6. Datos de Entrada: condit01.txt

```
14.0e9 11.70600 1.0 2.0e-3 1.0e-2 50
9.0e4 9.0e3 5.0e-2 10
21 131 4 5000000 4 0.3 1 1
0 0.9 0.9 0.8 0.95
10 5 32 4 0.8
0 8 16 24
2.0e-5 1.871 1000 500 0.2 500 1.0
13712 105341 115758 2715437
2371797 2818043 3521306 3805803
748 849 1250 2848
4156977 3958820 1963155 3453951
1.0e6 tmBx.txt tmBy.txt tmBz.txt
```

antes

```
230471 3908708 4174858 1280834
2371797 2818043 3521306 3805803
4453509 4556549 2303009 1815427
4156977 3958820 1963155 3453951
```

```
fscanf(condit, "%lf %lf %lf %lf %lf %d", &f0, &xdB, &E0, &Eke, &
    Eki, &ramU0);
fscanf(condit, "%lf %lf %lf %d", &Eemax, &Eimax, &fr_ener, &
    nrpurge);
fscanf(condit, "%d %d %d %d %d %lf %d %d", &nr, &nz, &nref, &
    macpar, &nwall, &floss, &nwz, &mwb);
```

```

// nwall is to each how much particle leakage it is
reboted

fscanf(condit,"%d_ _lf_ _lf_ _lf_ _lf",&icontrol,&eradpart,&
    epartlen,&iradpart,&ipartlen);
fscanf(condit,"%d_ _d_ _d_ _d_ _lf",&nper,&isamp,&nsam,&nmi,&
    frfi);
imi=(int *)malloc(sizeof(int)*nmi);
for(i=0;i<nmi;i++)fscanf(condit,"%d",&imi[i]);
// values to presition to iterive met
fscanf(condit,"%lf_ _lf_ _d_ _d_ _lf_ _d_ _lf",&tol,&w,&itemax,&
    nene,&delwe,&neni,&delwi);
fscanf(condit,"%d_ _d_ _d_ _d",&iiep[0],&iiep[1],&iiep[2],&iiep
    [3]);
fscanf(condit,"%d_ _d_ _d_ _d",&inp[0],&inp[1],&inp[2],&inp
    [3]);
fscanf(condit,"%d_ _d_ _d_ _d",&ieecr[0],&ieecr[1],&ieecr[2],&
    ieecr[3]);
fscanf(condit,"%d_ _d_ _d_ _d",&iiiec[0],&iiiec[1],&iiiec[2],&
    iiiec[3]);
fscanf(condit,"%lf_ _s_ _s_ _s",&apm,nBfx,nBfy,nBfz);
/*
f0 is microwave frecuency
xdB is derivative Bessell funtion raiz of order mwb
E0 is microwave electric field amplitude in KV/cm
Eke Eki are de kinetic energy, electronic and ionic in Kev
Eemax , Eimax are de maximum energy let to system, if
    particle go out it range
    velocity reduce a factor fr_ener

```

*nrpurge is the rate to purge, it is each nrpurge to make
 purge of so energetic particles
 nr is to radial nodes
 nref is to divide radial step to refine mesh to confinement
 and microwaves fields
 nz is to longitudinal nodes
 ramU0 is aleatory variable to asign to racionalized momentum
 (is of module) iram=1+iram%rU0_d;
 nwz is wave node number on z axis
 mwb is order of Bessel function
 nper amount of microwave periods between each save
 isamp is to determine each how many step time to save
 results
 nsam is to determine the amoung of samples form a period
 nener number of nodes to energy
 deltw is energy step or jump in KeV
 tol is tolerance for iterative method
 w is relaxation factor between (1,2)
 itemax is maximun amount of iterations
 apm is number of elemental particles for macro-particle
 /

A.7. Datos de Entrada: graph01.txt

```

1 30 30 20 20
0.5 0.9 2.9 0.93 -0.5 1.5 0.0 1.0
#000000 #808080 0123456789abcdefghijk 0.0 5.0 0.0 20
550 594 500 500 1500
0.02 5

```

```

fscanf(graph,"%d_%d_%d_%d_%d",&itam,&izxmov,&jzxmov,&
    iromov,&jromov);
fscanf(graph,"%lf_%lf_%lf_%lf_%lf_%lf_%lf_%lf",&syspe,&
    syspi,&szx,&sro,&zig,&zfg,&yig,&yfg);
fscanf(graph,"%s_%s_%s_%lf_%lf_%lf_%lf",bkgd,bfg,cchar,&
    Eemin,&Eehop,&Eimin,&Eihop);
fscanf(graph,"%d_%d_%d_%d_%d",&px,&py,&npx,&npy,&npz);
fscanf(graph,"%lf_%d",&drb,&nlines);
/*
    itam for zise of visual particle 1-3
    izxmov es una variable temporal para subir la grafica en
        la seccion xz
    jzxmov, para correr la grafica de forma orizontal para
        centrarla en la seccion xz
    iromov, para correr la grafica de forma orizontal para
        centrarla en la seccion xy
    jromov es una variable para subir la grafica en la seccion
        xy
    sysp es para estirar escala del espectro en y (valor
        maximo 1.0)
    szx es para encoger o estirar la escala en la seccion xz
    sro es para encoger o estirar la escala en la seccion xy
    zig,zfg is to z width on xy distribution
    yig,yfg i to y width on zx distribution

    ----- colors -----
    bkgd background

```

```

bfg boundary foreground
Eemin, Eehop minimum electron energy and hop energy in KeV
Eimin, Eihop minimum ion energy and hop energy in eV
px,py pixels to spectrum
npz, npy, npz pixels to spatial distributins
drb is to separation between lines to boundary
nlines is amoung lines to draw boundary
*/

```

A.8. Librería: book.h

Esta librería fué desarrollada por NVIDIA, así que se puede encontrar en la web.

Bibliográfia

- [Baskaran 2000] R. Baskaran, T. S. Selvakumaran “Studies on enhancement of x-ray flux in the compact electron cyclotron resonance plasma x-ray source”, *Rev. Sci. Instrum.*, 71, 1203 (2000)
- [Bernstein 1981] I. B. Bernstein, D. C. Baxter, *Phys. Fluids*, 24, 108 (1981).
- [Birdsall 1991] C. K. Birdsall and A. B. Langdon, “Plasma Physics via Computer Simulation”, IOP Publishing, Bristol (1991)
- [Biri 2004] S. Biri, A. Valek, and T. Suta, E. Takács and Cs. Szabó, L. T. Hudson “Imaging of ECR plasmas with a pinhole x-ray camera”, *REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS VOLUME 75, NUMBER 5* (2004)
- [Biri 2007] S. Biri, A. Derzsi, É. Fekete, I. Iván, “Upgraded TrapCAD Code”, *HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS*, Vol. 31, Supp. (2007)
- [Biri 2010] S. Biri, R. Rácz, J. Pálinkás “STUDIES OF THE ECR PLASMA IN THE VISIBLE LIGHT RANGE”, *Proceedings of ECRIS2010*, Grenoble, France (2010)
- [Biri 2011] Sándor Biri, Endre Takács, Richárd Rácz, Larry T. Hudson, and József Pálinkás “Pinhole X-Ray Camera Photographs of an ECR Ion Source Plasma”, *IEEE TRANSACTIONS ON PLASMA SCIENCE*, VOL. 39, NO. 11, NOVEMBER (2011)
- [Bliman 1982] S. Bliman, N. Chan Tung, *J. Phys.* 42, 1247 (1982).
- [Bureau 2010] Heiko Bureau, Renée Widera, Wolfgang Hönig, Guido Juckeland, Alexander Debus, Thomas Kluge, Ulrich Schramm, Tomas E. Cowan, Roland Sauerbrey, and Michael Bussmann, “PConGPU: A Fully Relativistic Particle-in-Cell Code for a GPU Cluster”, *IEEE TRANSACTIONS ON PLASMA SCIENCE*, VOL. 38, NO. 10, 2831-2838 (OCTOBER 2010)
- [Callen 2003] James D. Callen, “Fundamentals of Plasma Physics”, University of Wisconsin, Madison, June 3, 2003

- [Can-qun 2013] YANG Can-qun, WU Qiang, HU Hui-li, SHI Zhi-cai, CHEN Juan, TANG Tao “Fast weighting method for plasma PIC simulation on GPU-accelerated heterogeneous systems”, Springer J. Cent. South Univ. 20: 1527–1535 (2013)
- [Chapman 2008] Barbara Chapman, Gabriele Jost, Ruud van der Pas “Using OpenMP Portable Shared Memory Parallel Programming” The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England (2008)
- [Chen 1984] F.F. Chen, “Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion”, Vol. 1, 2nd ed. (Plenum Press, 1984).
- [Damon 2008] Damon S. Todd, Daniela Leitner, and Claude M. Lyneis, David P. Grote, “Simulation and beamline experiments for the superconducting electron cyclotron resonance ion source VENUS”, REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS 79, 02A316 (2008)
- [Dandl 1971] R. A. Dandl, H. O. Eason, P. H. Edmonds, A. C. England, Nucl. Fusion, 11, 411 (1971).
- [Davies 1971] A. J. Davies, C. S. Davies, C. J. Evans, Proc. Inst. Electr. Eng. 118, 816 (1971)
- [Devaux-Manfredi 2007] S. Devaux and G. Manfredi “Vlasov simulations of plasma-wall interactions in an argon-helium plasma” 34th EPS Conference on Plasma Phys. Warsaw, 2 - 6 July 2007 ECA Vol.31F, P-4.123 (2007)
- [Dinklage 2005] A. Dinklage T. Klinger G. Marx L. Schweikhard (Editors) “Plasma Physics Confinement, Transport and Collective Effects” Springer, 2005 .
- [Djali 1987] S. K. Djali, J. N. Lyness, J. Appl. Phys., 62, 4696 (1987)
- [Dugar-Zhabon 1984] V. D. Dugar-Zhabon, K. S. Golovanivsky and S.A Safonov, “An ECR source of multicharged ions HELIOS-12”, Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res., vol. 219, p. 263, 1984.
- [Dugar-Zhabon 1991] V. D. Dugar-Jabon, D. V. Reznikov, R. Santos Mayorga, Proc. 20th Int. Conf. Phenom. Ionized Gases, Il Ciocco (Barga, Italy), 8-12 July (1991), p.1065.
- [Dugar-Zhabon 1999] V. D. Dugar-Jabon, A. J. Chacon Velasco, A. M. Umnov, V. I. Kariaka, Phys. Scripta, 60, 250 (1999)
- [Dugar-Zhabon 2000] V. D. Dugar-Jabon, F. A. Vivas Mejia and A. M. Umnov, “Plasma Confinement in a Electron Cyclotron Double Cusp Trap” Physica Scripta vol 62 p. 183-185 (2000)

- [Dugar-Zhabon 2001] V. D. Dugar-Jabon. “Production of hydrogen and deuterium negative ions in an electron cyclotron resonance driven plasma”, *Phys. Scripta*, Vol. 63, 322 (2001)
- [Dugar-Zhabon 2002] V. D. Dugar-Jabon (V. D. Dugar-Zhabon), A. M. Umnov, D. Suescun Diaz, “Three dimensional simulation of an ECR plasma in a minimum-B trap”. *Rev. Sci. Instrum.*, 73, 629 (2002)
- [Dugar 2004] Dugar-Jabon V D, Umnov A M, and Suescun Diaz D 2004 *Phys Scripta* 70 38
- [Dugar-Zhabon 2004] V. D. Dugar-Jabon, “X-ray source based on electron cyclotron resonance discharge in a magnetic mirror trap”, *Phys. Scripta*, vol. 69, p. 313, 2004.
- [Dugar-Zhabon 2009] V. D. Dugar-Jabon, E. A. Orozco, “Cyclotron spatial autoresonance acceleration model”, *Physical Review, ST Acceleration and Beams*, 12, 0413011 (2009)
- [Dugar-Zhabon, Murillo 2009] V. D. Dugar-Zhabon, M. T. Murillo Acevedo “Formation of a hot electron ring in an ECR mirror trap through a particle-in-cell simulation study” *IEEE Transaction on Plasma Science*, vol. 38, p. 3449-3454.
- [Dugar-Zhabon 2010] Valeriy D. Dugar-Zhabon and Eduardo A. Orozco, “Three-Dimensional Particle-In-Cell Simulation of Spatial Autoresonance Electron-Beam Motion” *IEEE TRANSACTIONS ON PLASMA SCIENCE*, VOL. 38, NO. 10, OCTOBER 2010.
- [Dugar-Zhabon 2013] V. D. Dugar-Zhabon, A. M. Umnov and M. T. Murillo “SIMULATION OF PLASMA CONFINEMENT IN AN ELECTRON CYCLOTRON RESONANCE ZERO-B TRAP”
- [Freidberg 2007] Jeffrey P. Freidberg “PLASMA PHYSICS AND FUSION ENERGY” CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2007
- [Geller 1966] R. Geller, “Electron Cyclotron Resonance Ion Sources and ECR Plasmas”. (Institute of Physics Publishing Bristol Philadelphia, 1996)
- [Geller 1992] R. Geller, K. S. Golovanivsky, *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res.B*, 8, 7 (1992)
- [George 2011] Rejith George Joseph, Girish Ravunnikutty, Sanjay Ranka, Eduardo D’Azevedo and Scott Klasky “Efficient GPU implementation for Particle in Cell algorithm”, *IEEE International Parallel & Distributed Processing Symposium* (2011)
- [Ginzburg 1970] V. L. Ginzburg translated by J. B. Sykes and R. J. Tayler “The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas”, second edition, Pergamon Press 1970

- [Girard 2000] A. Girard, C. Pernot, G. Melin, Phys. Rev. E, 62, 1182 (2000)
- [Germaschewski 2013] Kai Germaschewski, William Fox, Narges Ahmadi, Liang Wang, Stephen Abbott, Hartmut Ruhl, Amitava Bhattacharjee, "The Plasma Simulation Code: A modern particle-in-cell code with load-balancing and GPU support", ELSEVIER, ScienceDirect (2013)
- [Golovanivsky 1973] K. S. Golovanivsky, V. D. Dugar-Zhabon, L. A. Pokhmelnikh, "Experimental investigation of quasielastic reflection of plasma by combined electromagnetic electrostatic mirror at ECR", Proceed. VI Europ. Conf. on Contr. Fusion & Plasma Phys., Moscow, USSR, 1, 289 (1973).
- [Golovanivsky 1980] K. S. Golovanivsky, V. D. Dugar-Zhabon, L.D. Pokhmelnih, Interaction of plasma fluids with an ECR barrier, Journal of Technical Physics, 50 (1980) 508
- [Golovanivsky 1995] Konstantin. S. Golovanivsky, Valery. D. Dugar-Jabon, and Dmitry V. Reznikov, "Proposed physical model for very hot electron shell structures in electron cyclotron resonance-driven plasmas", PHYSICAL REVIEW E VOLUME 52, NUMBER 3, SEPTEMBER 1995.
- [Grübling 2002] P. Grübling, J. Hollandt, and G. Ulm, "Topography of an electron cyclotron resonance plasma in the vacuum-ultraviolet spectral range", REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS, VOLUME 73, NUMBER 2 (2002)
- [Ikegami 1967] H. Ikegami, M. Ikezi, S. Tanaka, and K. Takayama, "Shell structure of a hot-electron plasma" Phys. Rev. Lett., vol. 19, p. 778, 1967.
- [ITER Organization] ITER Organization. Available from Internet: <http://www.iter.org>
- [Jackson 1999] John David Jackson, "Classical Electrodynamics" Third Edition, John Wiley & Sons, 1999
- [Jaeger 1972] F. Jaeger, A. J. Lichtenberg, M. A. Lieberman, Plasma Phys., 14, 1073 (1972)
- [Kawai 2010] by Yoshinobu Kawai (Editor), Hideo Ikegami (Editor), Noriyoshi Sato (Editor), Akihisa Matsuda (Editor), Kiichiro Uchino (Editor), Masayuki Kuzuya (Editor), Akira Mizuno (Editor) "Industrial Plasma Technology: Applications from Environmental to Energy Technologies", WILEY-VCH (2010)
- [Kerst 1941] D. W. Kerst and R. Serber, "Electron orbits in the induction accelerator", Phys. Rev., vol 60, p. 53, 1941.
- [Kirschner 2000] A. Kirschner, V. Philipps, J. Winterb, U. Kögler "Simulation of the plasma-wall interaction in a tokamak with the Monte Carlo code ERO-TEXTOR" Nuclear Fusion, Vol. 40, No. 5. 2000, IAEA, Vienna p. 989-1001

- [Kong 2011] Xianglong Kong, Michael C. Huang, Chuang Ren, Viktor K. Decyk “Particle-in-cell simulations with charge-conserving current deposition on graphic processing units”, *Journal of Computational Physics* 230, 1676–1685 (2011)
- [Lapenta 1995] G. Lapenta, F. Inoya, and J. U. Brackbill, “Particle in cell simulation of glow discharges in complex geometries”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 23, p. 769, 1995.
- [Lehnert 1996] U. Lehnert and G. Zschornack, “Xray imaging spectroscopy of an electron cyclotron resonance discharge”, *Review of Scientific Instruments* 67, 1264 (1996)
- [Ma 1985] M. T. Ma, M. Kanda et al., *Proceed. IEEE*, 73 (1985)
- [Manuel 1984] M. E. Mauel, *Phys. Fluids*, 27, 2899 (1984)
- [Melzani 2013] Mickaël Melzani, Christophe Winisdoerffer, Rolf Walder, Doris Folini, Jean M. Favre, Stefan Krastanov, and Peter Messmer, “Apar-T: code, validation, and physical interpretation of particle-in-cell results”, *Astronomy & Astrophysics manuscript no. Apar-T* (2013)
- [Miyamoto 2000] Kenro Miyamoto, “Fundamentals of Plasma Physics and Controlled Fusion” National Institute for Fusion Science, Japan, 2000.
- [Morrow 1981] R. Morrow, *J. Comput. Phys.* 43, 1 (1981)
- [Murillo 2008] Mao T. Murillo, Valery Dougar “Simulación de un Plasma RCE en una Trampa Tipo Espejo Mediante el Método Partícula en Celda”, *Tesis de maestría*, Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ciencias, Escuela de Física, 2008.
- [Nvidia 2010] NVIDIA CUDATM NVIDIA CUDA C Programming Guide Version 3.1.1 (7/21/2010)
- [Perret 1999] C. Perret, A. Girard, H. Khodja, G. Melin, *Phys. Plasmas* 6, 3408 (1999).
- [Popov 1992] O. A. Popov, S. Y. Shapovak, M. D. Yoder, *Plasma Source Sci. Technol.*, 1, 7 (1992)
- [Rácz 2010] R. Rácz, S. Biri, and J. Pálkás “Electron cyclotron resonance plasma photos”, *REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS* 81, 02B708 (2010)
- [Rácz 2011] R. Rácz, S. Biri and J. Pálkás, “ECR plasma photographs as a plasma diagnostic” *Plasma Sources Sci. Technol.* 20 025002, IOP PUBLISHING. (2011)
- [Ravaud 2009] R. Ravaud and G. Lemarquand “MAGNETIC FIELD PRODUCED BY A PARALLELEPIPEDIC MAGNET OF VARIOUS AND UNIFORM POLARIZATION” *Progress In Electromagnetics Research, PIER* 98, 207–219, 2009

- [Roulie 2002] Roulie C., Serebrenikov K., Bacal M. Rev. Sci. Instr. 73, 2287 (2002)
- [Sadiku 2000] Matthew N. O. Sadiku, Ph.D. “Numerical Techniques in Electromagnetics” Second Edition CRC Press Boca Raton London New York Washington, D.C. (2000)
- [Samm 2006] U. Samm “PLASMA-WALL INTERACTION” Transaction of Fusion Science and Technology Vol. 49 Feb. 2006 p. 234-239
- [Shirkov 1993] G. D. Shirkov, Plasma Source Sci. Technol. 2, 250 (1993)
- [Stantchev 2008] George Stantchev, William Dorland, Nail Gumerov, “Fast parallel Particle-To-Grid interpolation for plasma PIC simulations on the GPU”, J. Parallel Distrib. Comput. 68 1339–1349 (2008)
- [Timifeev 1974] A. V. Timifeev, Nucl. Fusion, 14, 165 (1974)
- [Taflove 2005] Allen Taflove and Susan C. Hagness, “Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method”, Third Edition, 2005 Artech House, Inc.
- [Takács 2005] E. Takács, B. Radics, C.I. Szabó, S. Biri, L.T. Hudson, J. Imrek, B. Juhász, T. Suta, A. Valek, J. Pálinkás “Spatially resolved X-ray spectroscopy of an ECR plasma – indication for evaporative cooling”, ELSEVIER, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B 235 120–125 (2005)
- [Umeda 2003] T. Umeda, Y. Omura, T. Tominaga, H. Matsumoto, “A new charge conservation method in electromagnetic particle-in-cell simulations” Computer and Physics Communications 156 (2003) 73-85.
- [Umeda 2005] Takayuki Umeda, Yoshiharu Omura, and Hiroshi Matsumoto, “Charge conservation methods for computing current densities in electromagnetic particle-in-cell simulations”, Proceedings of ISSS-7, 26-31 March, 2005.
- [Wesson 1997] J. Wesson, Tokamaks, Clarendon Press, Oxford, 1997
- [Xie 1995] Z. Q. Xie, C. M. Lyneis, “Two-frequency plasma heating in a high charge state electron cyclotron resonance ion source”, Rev. Sci. Instrum. 66, 4218 (1995)
- [Xie 1998] Z. Q. Xie “ Production of highly charged ion beams from electron cyclotron resonance ion sources (invited)” REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS VOLUME 69, NUMBER 2. (1998)