

TÉCNICA DE POSICIONAMIENTO APOYADA EN LA INTERACCIÓN DE
DISPOSITIVOS GPS INMERSOS EN AMBIENTES URBANOS.

WILLIAM JAVIER TRIGOS GUEVARA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
MAESTRÍA EN INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA

2019

TÉCNICA DE POSICIONAMIENTO APOYADA EN LA INTERACCIÓN DE
DISPOSITIVOS GPS INMERSOS EN AMBIENTES URBANOS.

WILLIAM JAVIER TRIGOS GUEVARA

Trabajo de Grado para optar al título de
Magister en Ingeniería de Sistemas e Informática

Director

Gabriel Rodrigo Pedraza Ferreira

Doctorado en Informática

Co-Director

Raul Ramos Pollán

Doctorado en Informática

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECAÑICAS
MAESTRÍA EN INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA

2019

DEDICATORIA

A Dios por darme el don de la vida y la oportunidad de alcanzar este nuevo logro. A él a quien también debo, la bendición de tener a las tres mujeres más grandiosas de mi vida.

Mi abuela, la del temple, la bendición y el orgullo del abuelo. A ellos a quienes me regalaron a la mujer más creativa, amorosa, dedicada e incasable como madre.

Finalmente a ti chiqui, porque me hiciste el hombre más afortunado, al cruzarme contigo en la vida, y porque aún teniendo mil caminos para huir, elegiste quedarte conmigo para apoyarme y regalarme días grandiosos, al lado de la mujer más inteligente, dedicada, creativa y amorosa que he podido conocer.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco el invaluable aporte, apoyo y dedicación de parte de los profesores Gabriel y Raúl, sin quienes no hubiese sido posible dar rumbo a mis ideas.

Igualmente al apoyo recibido de parte de mis compañeros de grupo de investigación, Sergio, Luis, Chaux, Dayanna, Diego's, Susana, Esteban, Wanda, Mike y más quienes hicieron de SC3 y CAGE - Computo Avanzado y a Gran Escala, una familia.

Gracias a la Vicerrectoría de Investigación y Extensión (VIE-UIS) por su apoyo; y de quien la comunidad sigue esperando dedicación incansable por mantener vivo el espíritu investigativo en nuestra alma mater.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	15
1. OBJETIVOS	18
2. ESTADO DEL ARTE	19
3. MARCO CONCEPTUAL	26
3.1. Sistema global de posicionamiento satelital - GNSS	26
3.2. El posicionamiento satelital.	26
3.2.1. Los sistemas de posicionamiento satelital	27
3.2.2. El Pseudorange	28
3.2.3. Técnicas de posicionamiento.	34
4. EL POSICIONAMIENTO DIFERENCIAL COOPERATIVO.	38
4.1. Mínimos cuadrados (LS)	38
4.2. Planteamiento del algoritmo de posicionamiento diferencial cooperativo	40
4.2.1. Modelo de pseudorange asumido.	41
4.2.2. El observable de distancia.	42
4.2.3. Matriz de cosenos directores.	42
4.2.4. Coseno director del observable de distancia	43
4.3. La matriz de cosenos directores cooperativa.	45
4.4. El vector de residuales.	47
4.5. Detalles adicionales acerca de WLS-DCP.	48
4.5.1. La técnica de mínimos cuadrados ponderados	48
4.5.2. El mecanismo de comunicación	50

5. DESARROLLO EXPERIMENTAL	59
5.1. Métrica de mejora.	59
5.2. Escenarios de Simulación	61
5.2.1. Modelos de corrección ionosférica.	62
5.2.2. Variación en el observable de distancia	66
6. RESULTADOS	68
6.1. El error de posicionamiento vs Cooperativo	68
6.2. Influencia de la incertidumbre en el observable de distancia.	72
7. CONCLUSIONES	74
BIBLIOGRAFÍA	77
ANEXOS	

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Esquematzación de un proceso transmisión de señales satelita- les GPS	29
Figura 2. Representación Geométrica de la trilateriación.	30
Figura 3. Representación geométrica del diferenciamiento sencillo.	35
Figura 4. Interpretación geométrica de la operación de diferenciamiento sencillo, según Rhedgecock hedgcock2014precise	36
Figura 5. Representación simplificada de un sistema de posicionamiento cooperativo	37
Figura 6. Ubicación geográfica de las estaciones estudiadas	67
Figura 7. Error posicionamiento Autónomo vs Cooperativo, Escenario 1.1 para las estaciones ($unpm, tgm x$) día 10 de enero de 2017	69
Figura 8. Error posicionamiento Autónomo vs Cooperativo, Escenario 1.2 para las estaciones ($unpm, tgm x$) día 10 de enero de 2017	70
Figura 9. Error posicionamiento Autónomo vs Cooperativo, Escenario 1.3 para las estaciones ($unpm, tgm x$) día 10 de enero de 2017	70
Figura 10. Error posicionamiento Autónomo vs Cooperativo Escenario 3.1 para las estaciones($unpm, tgm x$) día 10 de enero de 2017	71
Figura 11. Mapa de calor del índice de mejora ante la variación en la incerti- dumbre del observable de distancia.	72

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Modelos de corrección ionosférica para cada ambiente en que se evalúa WLS-CDP.	62
Tabla 2. Estaciones empleadas para evaluar WLS-DCP.	67

LISTA DE ANEXOS

pág.

(Ver anexos adjuntos en el CD, disponibles en Base de Datos de la Biblioteca UIS)

Anexo A. Algoritmo de posicionamiento diferencial cooperativo - WLS-DCP

GLOSARIO

LS : Least Squares

WLS : Weigth Least Squares

GPS : Global Positioning System

GNSS : Global Navigation Satellital System

DGPS : Differential Global Positioning Systems

WSN : Wireless Sensor Network

MANET : Mobile ad hoc networks (MANET)

RESUMEN

TÍTULO: TÉCNICA DE POSICIONAMIENTO APOYADA EN LA INTERACCIÓN DE DISPOSITIVOS GPS INMERSOS EN AMBIENTES URBANOS. *

AUTOR: William Javier Trigos Guevara **

PALABRAS CLAVE: POSICIONAMIENTO COOPERATIVO, POSICIONAMIENTO DIFERENCIAL, MÍNIMOS CUADRADOS PONDERADO, RECEPTORES GPS DE FRECUENCIA SENCILLA, MATRIZ DE COSENOS DIRECTORES.

DESCRIPCIÓN:

El propósito de esta investigación radica en el planteamiento de un algoritmo de posicionamiento cooperativo mediante el cual un conjunto de dispositivos GPS o GNSS, intercambia información satelital y emplea las distancias de separación entre parejas de dispositivos, para mejorar el nivel de precisión en posicionamiento de manera individual o grupal. La distancia puede ser obtenida mediante sensores acoplados a los receptores GPS, y es considerada información adicional que permite formular un sistema de ecuaciones que describe la tarea de posicionamiento en modo cooperativo. En cuanto al algoritmo de posicionamiento planteado está apoyado en la técnica de mínimos cuadrados ponderados, con el propósito de considerar que los satélites con mayor elevación tienen mejor ponderación con respecto a satélites de baja elevación. Los escenarios evaluados en la investigación consideran que los observables pueden provenir de receptores de altas y/o bajas prestaciones, y con capacidad de intercambiar su información satelital con dispositivos cercanos, para mejorar su precisión en posicionamiento. Los resultados han demostrado que es posible incrementar el nivel de precisión, cuando los receptores emplean un modelo de corrección ionosférica similar. Se evidencia variabilidad en el nivel de precisión cuando las distancias entre receptores es menor a 1 Km. Concluyendo que la incertidumbre o ruido sobre el observable de distancia, influye sobre la precisión en posicionamiento cuando las distancias de separación entre receptores es corta.

* Trabajo de Investigación de Maestría

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática. Director: Gabriel Pedraza, Doctor en Informática. Codirector: Raúl Ramos Pollan, Doctor en Informática.

ABSTRACT

TITLE: POSITIONING TECHNIQUE BASED ON THE INTERACTION OF GPS DEVICES IMMERS-
SED IN URBAN ENVIRONMENTS. *

AUTHOR: William Javier Trigos Guevara **

KEYWORDS: COOPERATIVE POSITIONING, DIFFERENTIAL POSITIONING, WEIGHTED LEAST
SQUARES, SINGLE FREQUENCY GPS RECEIVERS, MATRIX OF DIRECTION COSINES.

DESCRIPTION:

An approach to a cooperative positioning algorithm is described in this paper, where a set of devices exchange GPS satellite observables and distance estimations with nearby devices to increase their positioning accuracy. These distances obtained through remote sensors in the GPS receivers are considered as useful information to reformulate the equation systems that describe the positioning task in cooperative mode. Additionally, our approach is based on the weighted least squares method (WLS), which considers that satellites with higher elevation have better weights in relation to those with low elevation. We establish scenarios where main and remote receivers (high end o low-cost), broadcast and exchange their observables to nearby devices, which in turn use this information together with distance estimates resulting in enhanced position accuracy. Our results show our approach yields increased accuracy when all receivers use the same ionospheric correction model. A variability in position improvement does occur for shorter distances. This evidences that uncertainty in the measurement of the distance affects the positioning receiver's accuracy.

* Master's degree research work

** Department of Physical-Mechanical Engineering. School of Systems Engineering and Computer Science. Advisor: Gabriel Pedraza, Ph.D. in Computer Science. Co-advisor: Raúl Ramos Pollan, Ph.D. in Computer Science.

INTRODUCCIÓN

Una parte de las aplicaciones en tecnología hoy día requieren de conocer la información o la ubicación de las personas u objetos de la forma más precisa posible. Aunque existen soluciones de bajo costo con capacidad para proveer la ubicación de un objeto o una persona; como por ejemplo los receptores integrados dentro de los teléfonos móviles, es común, que estos dispositivos presenten altos niveles de error para ciertas condiciones o ambientes, debido a que no cuentan con hardware especializado para sortear los altos niveles de distorsión de las señales adquiridas

Por otra parte, los sistemas de posicionamiento satelital están caracterizados por tener un flujo de información unidireccional, es decir, la información viaja desde el satélite hacia el receptor y este último es responsable de recolectar toda la información necesaria para determinar su posición de la forma más precisa posible. Considerando que la capacidad de los receptores satelitales (GPS o GNSS) para alcanzar altos niveles de precisión en posicionamiento es proporcional a su costo, encontrar alternativas para reducir los niveles de error sin elevar la relación costo/precisión de los dispositivos de posicionamiento, puede ser considerado muy relevante para todas aquellas aplicaciones que emplean sistemas de navegación satelital (GNSS).

Es conocido que el nivel de precisión para las tareas de posicionamiento es aceptable para condiciones de cielo abierto. Sin embargo, no todos los ambientes ofrecen esta posibilidad a los dispositivos GNSS, como es el caso de los ambientes urbanos o áreas con alta interferencia electromagnética; condiciones bajo las cuales la precisión en posicionamiento en los receptores satelitales es fuertemente afectada, debido a la distorsión que sufren las señales captadas por los dispositivos

En estas condiciones, el posicionamiento cooperativo emerge como una alternativa para llevar a cabo tareas de localización, considerándose un paradigma mediante el cual, los receptores satelitales intercambian información para mejorar en el nivel de precisión en posicionamiento de manera individual o grupal.

El propósito de esta investigación radica en el planteamiento de un algoritmo de posicionamiento cooperativo mediante el cual un conjunto de dispositivos GPS o GNSS, intercambia información satelital y emplea estimaciones de distancias de separación entre parejas de dispositivos, para mejorar el nivel de precisión en posicionamiento de manera individual o grupal.

En la sección 1 se exponen los motivos que incentivaron el desarrollo de esta investigación, y los objetivos definidos para validar la idea de investigación que dio origen a su desarrollo.

En la sección 2 se hace un breve recorrido sobre el cuerpo de la literatura que abarca los temas de modelos de corrección ionosférica para receptores de frecuencia sencilla, algoritmos de posicionamiento cooperativo y aplicación de posicionamiento cooperativo, que fueron considerados de interés y relevancia para la presente investigación.

La sección 3 se introduce el marco contextual acerca de técnicas de posicionamiento y modelos de pseudorange.

En la sección 4, presenta el todo planteamiento matemático y consideraciones para el algoritmo propuesto. Junto con el mecanismo de comunicación que se propone a modo de trabajo futuro, para transformar la presente investigación en un prototipo

tecnológico de posicionamiento cooperativo que pueda ser evaluado en las condiciones propias de ciudades Colombianas.

La sección 5, se describe el diseño experimental y la definición de las métricas, empleadas para validar si existe o no mejora en el nivel precisión de posicionamiento de las estaciones de referencia empleadas para el estudio.

Finalmente en las secciones 6 presentan y discuten los resultados de los experimentos, y la sección 7 presenta las conclusiones de la investigación.

1. OBJETIVOS

Los objetivos planteados en este apartado tienen como propósito identificar los aspectos que permitan dar respuesta a la pregunta, ¿Es posible mejorar el nivel de precisión en localización, mediante la interacción de dispositivos de posicionamiento GPS?

Objetivo general

- Plantear un algoritmo de posicionamiento basada en la interacción de dispositivos GPS, para determinar si el intercambio de información entre dispositivos permite mejorar en el nivel de precisión dentro de ambientes urbanos.

Objetivos específicos Para alcanzar el objetivo general planteado en éste trabajo de investigación, se considera importante el desarrollo de las siguientes actividades:

- Plantear un algoritmo de posicionamiento basado en interacción de dispositivos GPS.
- Validar el algoritmo de posicionamiento mediante simulación, para saber si los resultados obtenidos concuerdan con el objetivo de la investigación.
- Seleccionar un mecanismo de interacción entre dispositivos gps, basado en la información requerida por el algoritmo para realizar el cálculo de posicionamiento.
- Evaluar el nivel de precisión alcanzado por los dispositivos dentro de ambientes urbanos, para identificar los casos de uso del algoritmo de posicionamiento planteado.

2. ESTADO DEL ARTE

En calidad de abordar la búsqueda de precisión decimétrica dentro de ambientes urbanos y/o hostiles para los sistemas de posicionamiento satelital, se ha realizado un breve recorrido por la literatura para clasificar aquellos trabajos que se consideren relevantes para el desarrollo de la presente investigación.

El uso de sistemas de posicionamiento satelital para aplicaciones de localización dentro de ambientes urbanos y sub-urbanos es un mercado en constante crecimiento. Esto se debe a que aplicaciones como el transporte público, la calidad y el costo de servicio por desplazamiento, son criterios sobre los cuales se podrían definir costos y demanda de servicio público ¹. Incluso aplicaciones novedosas como servicios de entrega de paquetes contra envío, empleando aeronaves no tripuladas (UAV), requieren de sistemas de navegación confiables para su operación dentro de este tipo de ambientes ².

Esta necesidad también es reportada por Tang ³, quien plantea el desarrollo de un sistema de transporte inteligente (ITS) a partir de vehículos autónomos, y para los cuales resalta que la navegación de precisión es imprescindible, ya que se requiere

¹ J Cosmen-Schortmann y col. "Integrity in urban and road environments and its use in liability critical applications". En: *Position, Location and Navigation Symposium, 2008 IEEE/ION*. IEEE. 2008, págs. 972 -983.

² Suraj Bijjahalli, Subramanian Ramasamy y Roberto Sabatini. "Masking and multipath analysis for unmanned aerial vehicles in an urban environment". En: *Digital Avionics Systems Conference (DASC), 2016 IEEE/AIAA 35th*. IEEE. 2016, págs. 1 -9.

³ Suhua Tang y col. "Experimental Evaluation of Cooperative Relative Positioning for Intelligent Transportation System". En: *International Journal of Navigation and Observation 2014* (2014), págs. 1 -12. DOI: 10.1155/2014/314371.

evitar al máximo cualquier tipo de colisión con otros vehículos e incluso con peatones. Otras aplicaciones relacionadas se encuentran dentro contexto de ciudades inteligentes (Smart Cities), como son las aplicaciones móviles se sugieren recorridos a centros comerciales y sitios turísticos apoyados en la ubicación y movimientos de turistas, estas aplicaciones son abordadas como caso de estudio en Barreca ⁴, Orellana ⁵, y Li ⁶.

Sin embargo, los ambiente urbanos presentan grandes desafíos para los receptores satelitales convencionales. Esto es debido a que este tipo de receptores se ve seriamente afectado por la limitada visibilidad de satélites, reflexión de señales en edificaciones y forestación de Spilker ⁷ y Wang ⁸. Muchas investigaciones enfocadas en el desarrollo de técnicas para mitigar el efecto de la interferencia y la no visibilidad de satélites, han sido enfocadas en el diseño de las antenas, el hardware de los receptores e incluso técnicas de postprocesado en software de las señales, para mejorar la precisión de los receptores. Como contraparte, se identifica que gran parte de estas técnicas no resultan ser completamente robustas, ya que están muy

⁴ Emanuele Barreca. *Future thinking on the Galileo Authentication Application*. 2010.

⁵ Daniel Orellana y col. "Exploring visitor movement patterns in natural recreational areas". En: *Tourism Management* 33.3 (2012), págs. 672 -682. DOI: 10.1016/j.tourman.2011.07.010.

⁶ Deren Li y col. "From digital Earth to smart Earth". En: *Chinese Science Bulletin* 59.8 (2014), págs. 722 -733. DOI: 10.1007/s11434-013-0100-x.

⁷ JJ Spilker. "Foliage attenuation for land mobile users". En: *Global Positioning System: Theory and applications*. 1 (1996), págs. 569 -583.

⁸ Lei Wang, Paul D Groves y Marek K Ziebart. "Multi-constellation GNSS performance evaluation for urban canyons using large virtual reality city models". En: *The Journal of Navigation* 65.3 (2012), págs. 459 -476.

ligadas al ambiente para el cual se desarrollan en AlJewari⁹, Leisten¹⁰, Groves¹¹, Mubarak¹², Groves¹³

Estudios abordados en el fenómeno multipath se resalta el trabajo desarrollado por Xia et al¹⁴, quien presenta un breve estado del arte acerca de las estrategias y desarrollos enfocadas al modelado y mitigación de los errores causados por Multipath, desde el punto de vista de hardware y software. Weill¹⁵ igualmente, presenta una reseña de las técnicas que pueden ser empleadas para la mitigación del efecto multipath, bien desde el punto de vista de las observaciones obtenidas por el receptor, con el uso de antenas y configuraciones específicas de las mismas, como el cálculo de correlaciones entre las señales con línea de vista directa e indirecta a satélites, para identificar y suprimir el efecto de distorsión sobre las señales contaminadas con multipath.

-
- ⁹ Younis H Karim AlJewari, R Badlishah Ahmed y Ali Amer Ahmed. "Mitigate Effects of Multipath Interference at GPS Using Separate Antennas". En: *International Journal of Engineering & Technology Sciences* Vol 6.No 3(0975-4024) (2014), págs. 1441-1446.
- ¹⁰ Oliver Leisten y Victor Knobe. "Optimizing small antennas for body-loading applications". En: *GPS World* 23.9 (2012), págs. 40 -44.
- ¹¹ Paul D Groves y col. "Novel multipath mitigation methods using a dual-polarization antenna". En: Institute of Navigation. 2010.
- ¹² Omer Mohsin Mubarak y Andrew G Dempster. "Analysis of early late phase in single-and dual-frequency GPS receivers for multipath detection". En: *GPS solutions* 14.4 (2010), págs. 381 -388.
- ¹³ Paul D Groves y Ziyi Jiang. "Height aiding, C/N 0 weighting and consistency checking for GNSS NLOS and multipath mitigation in urban areas". En: *The Journal of Navigation* 66.5 (2013), págs. 653 -669.
- ¹⁴ Linyuan Xia. "Multipath in GPS navigation and positioning". En: *GPS Solutions* 8.1 (2004), págs. 49 -50. DOI: 10.1007/s10291-004-0085-7.
- ¹⁵ L.R. Weill. "Conquering Multipath: The GPS Accuracy Battle". En: *GPS World* Vol. 8.No. 4 (1997), págs. 59 -66.

Otros estudios están más direccionados a la caracterización y descripción de los fenómenos de propagación de señales dentro de los ambientes urbanos y sub-urbanos, como los que se presentan en Lehner ¹⁶, Steingass ¹⁷; de los cuales se resalta que las principales problemáticas en este tipo de ambientes son, la escasa visibilidad de satélites y interferencia en la recepción de la señal debido a obstáculos como árboles y edificaciones. En cuanto al impacto de estas situaciones en la precisión del en posicionamiento, se menciona que generan pérdida del enganche de reloj, saltos de ciclo(cycle slips), dificultan la convergencia para la resolución de ambigüedad y por ende causan aumento de error en el posicionamiento.

Por otra parte, los estudios reportados en literatura acerca de técnicas de posicionamiento basados en trabajo colaborativo de sensores GPS, se encuentra el caso de Berfelt¹⁸, quienes reportan resultados de simulación de tres técnicas de navegación colaborativa en ambientes urbanos, de los cuales se resalta el uso de la una técnica denominada "Relative Vector", en la cuál un dispositivo GNSS, ubicado en coordenadas conocidas, es empleado por un segundo dispositivo como punto de referencia para determinar su posición, mitigando el impacto de la poca visibilidad de satélites y efecto multipath.

Es este grupo de trabajos, también se encuentran las investigaciones enfocadas al

¹⁶ Andreas Lehner y Alexander Steingass. "A novel channel model for land mobile satellite navigation". En: *Institute of Navigation Conference ION GNSS*. 2005, págs. 13 -16.

¹⁷ Alexander Steingass y Andreas Lehner. "Differences in multipath propagation between urban and suburban environments". En: *Proceedings of ION GNSS*. 2008, págs. 602 -611.

¹⁸ F Berfelt y col. "Collaborative gps/ins navigation in urban environment". En: *ION National Technical Meeting*. 2004.

desarrollo de algoritmos de posicionamiento para la mejora de la precisión. Se puede mencionar el caso de estudio en Salós¹⁹, enfocado a la simulación de un sistema de peaje electrónico apoyado en sistemas GNSS. En esta publicación, se emplea la técnica numérica de mínimos cuadrados ponderados (WLS) junto con la metodología de monitoreo de integridad para receptor autónomo (RAIM), en pro de agilizar el pago de peajes y flexibilizar la infraestructura necesaria para tal fin.

También se destaca la investigación de Du²⁰, en la cual se plantea un mecanismo de posicionamiento outdoor apoyado en tecnología WiFi, sirve para complementar de precisión de los sistemas de posicionamiento satelital. El enfoque y resultados de la investigación de Du, se consideran un buen candidato para complementar el desarrollo del presente trabajo de investigación. En Mahmoud²¹, se habla acerca alternativas para el intercambio de información de posicionamiento entre dispositivos, desde el punto de vista cooperativo. Mahmoud propone el uso de una infraestructura de comunicación de mediciones a corta distancia (Dedicated Short Range Communications – DSRC; la cual puede ser acompañada con la información de la dinámica de los receptores y mapas digitales. En estas condiciones según las simulaciones de trabajo de Mahmoud concluye que, el posicionamiento cooperativo puede alcanzar niveles de error de entre 1 – 2 metros para dispositivos de posicionamiento inmersos en ambientes urbanos.

¹⁹ Daniel Salós y col. "Receiver autonomous integrity monitoring of GNSS signals for electronic toll collection". En: *IEEE transactions on intelligent transportation systems* 15.1 (2014), págs. 94 -103.

²⁰ Hongwei Du y col. "A hybrid outdoor localization scheme with high-position accuracy and low-power consumption". En: *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking* 2018.1 (2018), pág. 4.

²¹ Mahmoud Efatmaneshnik y col. "A cooperative positioning algorithm for dsrc enabled vehicular networks". En: *Archiwum Fotogrametrii, Kartografii i Teledetekcji* 22 (2011).

Desde el punto de vista de las aplicaciones de aviación no tripulada UAV, la publicación de Fu²² plantea dos estrategias de posicionamiento cooperativo para un grupo de dispositivos UAVs. La primera de ellas enfocada al trabajo de un dispositivo líder encargado de recibir y fusionar la información proveniente de cada dispositivo a su alrededor para que estos luego tomen al dispositivo líder como referencia de alta precisión para realizar sus maniobras de vuelo cooperativo. Este tipo de estrategia es conocida como posicionamiento cooperativo centralizado, la cual ha sido objeto de investigación en Nemsick²³, Goel²⁴ y Darakeh²⁵.

La segunda estrategia planteada por Fu, plantea que cada dispositivo calcula su posición y el error derivado de esta estimación, para que el líder utilice esta información y pueda estimar la posición de todos los integrantes del grupo con mayor precisión. Esta técnica también denominada posicionamiento cooperativo distribuido ha sido abordada por Fabresse²⁶ para la localización de UAVs con referencia a robot líder en tierra. Igualmente, la estrategia distribuida es empleada en Wanasinghe²⁷, pa-

²² Xiaowei Fu, Haiyang Bi y Xiaoguang Gao. "Multi-UAVs cooperative localization algorithms with communication constraints". En: *Mathematical Problems in Engineering* 2017 (2017).

²³ Brian E Nemsick y col. "Cooperative inchworm localization with a low cost team". En: *Robotics and Automation (ICRA), 2017 IEEE International Conference on*. IEEE. 2017, págs. 6323 -6330.

²⁴ Salil Goel y col. "Cooperative Localization of Unmanned Aerial Vehicles Using GNSS, MEMS Inertial, and UWB Sensors". En: *Journal of Surveying Engineering* 143.4 (2017), pág. 04017007.

²⁵ Fatemeh Darakeh, Gholam-Reza Mohammad-Khani y Paeiz Azmi. "CRWSNP: cooperative range-free wireless sensor network positioning algorithm". En: *Wireless Networks* (2017), págs. 1 -17.

²⁶ Felipe R Fabresse, Fernando Caballero y Aníbal Ollero. "Decentralized simultaneous localization and mapping for multiple aerial vehicles using range-only sensors". En: *Robotics and Automation (ICRA), 2015 IEEE International Conference on*. IEEE. 2015, págs. 6408 -6414.

²⁷ Thumeera R Wanasinghe, George KI Mann y Raymond G Gosine. "Distributed leader-assistive

ra la navegación de un grupo de robots y su líder dentro de un ambiente indoor y tecnología WiFi.

localization method for a heterogeneous multirobotic system". En: *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 12.3 (2015), págs. 795 -809.

3. MARCO CONCEPTUAL

Este capítulo tiene como objeto introducir los conocimientos sobre sistemas de posicionamiento Global (GPS) y los aspectos técnicos relacionados con las señales y su recepción en dispositivos de posicionamiento satelital.

3.1. Sistema global de posicionamiento satelital - GNSS

El sistema de posicionamiento global (GPS), es el primer sistema global de navegación satelital GNSS. GPS consta de una constelación de 24 satélites sobre la orbital media de la tierra que transmiten continuamente señales de radio frecuencia hacia la tierra, permitiendo así que los dispositivos de posicionamiento puedan determinar su posición sobre la superficie terrestre.

La evolución de los sistemas embebidos y nuevas técnicas de manufactura e impresión de circuitos electrónicos, han permitido que una cantidad de dispositivos electrónicos de mano como celulares, agendas digitales y relojes, que hoy cuentan con la posibilidad recibir señales GPS y determinar ubicación. Esta masificación de los receptores GPS, da paso a nuevas aplicaciones con miras al desarrollo de ciudades inteligentes.

3.2. El posicionamiento satelital.

En esta sección se presentan conceptos relacionados con sistema de posicionamiento satelital y la técnica numérica de mínimos cuadrados ponderados, con el propósito de definir un marco de referencia teórico para el lector, que facilite la comprensión del planteamiento detrás del algoritmo de posicionamiento cooperativo diferencial desarrollado en esta investigación.

3.2.1. Los sistemas de posicionamiento satelital El fundamento y esencia del porqué de los sistemas de posicionamiento satelital (ej: GPS), puede resumirse en:

Si la distancia desde 3 satélites en el espacio hasta un punto fijo sobre la superficie de la Tierra (receptor gps) y la posición de los satélites al momento de transmitir una señal de frecuencia hacia el receptor; la posición del receptor puede ser determinada mediante la aplicación de conceptos trigonométricos, algebraicos en un sistema de coordenadas común para los dispositivos en mención. ²⁸.

Los sistemas de navegación satelital están caracterizados, por tener un flujo de información unidireccional; es decir, la información viaja del satélite hacia el receptor. Por tanto, este último es responsable de recibir y procesar estas señales de frecuencia para determinar su posición con respecto a los satélites, para un determinado instante de tiempo.

Uno de los inconvenientes detrás de los sistemas de posicionamiento satelital, es la precisión con que se determina la distancia a cada uno de los satélites visibles desde el receptor, pues el objetivo en estos sistemas es determinar la posición del receptor lo más preciso posible. Para tal fin los modelos de observables son importantes, ya que trabajan como herramientas matemáticas que permiten describir y modelar los fenómenos que afectan el viaje de la señal desde el satélite hasta el receptor, para determinar la distancia que los separa lo mas aproximado posible.

De manera más específica, un modelo de observable describe en términos de ciclos de reloj de la señal satelital la distancia existente entre el satélite y el receptor.

²⁸ Richard B. Thompson. "Global Positioning System: The Mathematics of GPS Receivers". En: *Mathematics Magazine* 71.4 (1998), pág. 260. DOI: 10.2307/2690697.

Esta distancia existente, puede ser descrito como un modelo físico representado mediante la multiplicación el tiempo de vuelo de la señal y la velocidad de la luz. Sin embargo, como se expone en las siguientes secciones, el modelo observable antes mencionado es demasiado simplista, para representar muchos de los fenómenos involucrados en el viaje de la señal satelital.

3.2.2. El Pseudorange Los sistemas de posicionamiento satelital trabajan bajo el concepto de transmitir señales de radiofrecuencia a través de la ionosfera. Para el caso particular de GPS, las señales transmitidas comprenden dos rangos de frecuencia 1227.60 MHz and 1575.42 MHz, bajo las cuales se transmiten varios tipos de información, entre ellos el código C/A y un mensaje de navegación, entre otros.

Una vez la señal es adquirida en el receptor, este es encargado de determinar su posición sobre la superficie terrestre. Para ello, el receptor mediante un bloque funcional lleva a cabo el cálculo de la correlación entre la señal de código (C/A) recibida, y una generada internamente a partir de códigos internos ya preestablecido.

A partir de este valor de correlación, el receptor selecciona la señal a partir de cual se obtendrá la distancia recorrida por la señal en función de sus ciclos de reloj interno. El valor numérico obtenido, representa la distancia de separación entre el receptor y el satélite y es conocido como observable de medición o pseudorange; como se representa en la figura 1.

Este proceso se realiza de manera simultánea para cada una de las señales recibidas desde cada satélite visible. Luego, a partir de los valores de pseudorange obtenidos y las coordenadas de cada uno de los satélites proveniente del mensaje de navegación, el receptor construye y resuelve un sistema de ecuaciones matricial mediante el cual obtiene un estimado de su posición.

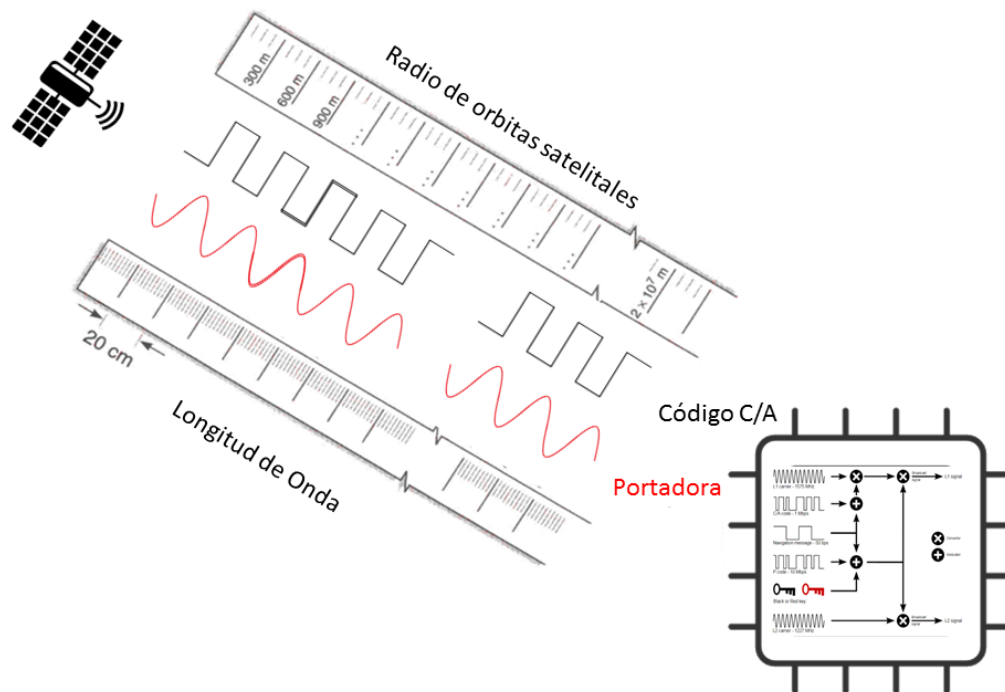


Figura 1. Esquematización de un proceso transmisión de señales satelitales GPS

El observable de pseudorango, es un concepto fundamental en el sistema GPS y/o los sistemas de posicionamiento satelital en general. Como se ha mencionado, es un valor numérico que representa la distancia física existente entre el satélite y receptor, pero a su vez incluye los efectos inherentes a errores de sincronismo en el reloj del receptor y el retardos de la señal satelital, comúnmente asociados a los fenómenos de dispersión de la ionosfera. Estas fuentes de error, son incluidas dentro de los modelos de observable o modelos de pseudorango, con el fin de obtener el monto de error correspondiente a cada fenómeno, para así determinar la posición del receptor de la manera más precisa posible.

Desde el punto de vista geométrico, para determinar la posición de un receptor sería

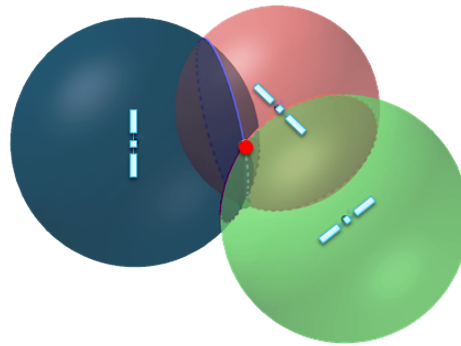


Figura 2. Representación Geométrica de la trilateración.

necesario representar el lugar geométrico de los satélites visibles por el receptor, tomando como punto de referencia las coordenadas en las que estos están ubicados al momento de enviar una señal, y la distancia de separación entre cada satélite y el receptor. Con ello, al encontrar la intersección entre los lugares geométricos de los satélites como se muestra en la figura 2, es posible determinar la posición del receptor con respecto a la ubicación de los satélites en un sistema de coordenadas en común.

Sin embargo, la intersección de los lugares geométricos para todos los satélites visibles difícilmente coincide en un solo punto del espacio, esto debido a que las señales que viajan desde los satélites son afectadas por distintos; ocasionando que el observable de pseudorange presente incertidumbre en su valor e impidiendo que se pueda determinar con mayor precisión la distancia que separa a cada satélite del receptor.

Una de las principales fuentes de error en el modelo de observable, es el efecto causado por la poca precisión del oscilador local y que gobierna el reloj del receptor. Este problema de precisión, ocasiona que la referencia de tiempo en el receptor esté levemente desplazada con respecto a la referencia de tiempo del sistema satelital

(ej: GPS time), y por ende adiciona error al estimado de la distancia de separación entre satélite y receptor sea mayor al que realmente existe. En orden de minimizar este componente de error, es necesario garantizar que el receptor puede obtener información desde mínimo cuatro satélites, para determinar su posición en un determinado instante de tiempo.

El valor del modelo de observable obtenido por el receptor, puede ser representado mediante un modelo físico en el cual, se toma la diferencia de tiempos entre el tiempo en que se emitió la señal de frecuencia y su recepción, para luego multiplicar dicha cantidad por el valor de la velocidad de la luz en el vacío, tal y como lo expresa la ecuación 1; obteniendo así, un modelo de distancia equivalente a partir de un componente de tiempos y un factor de velocidad de la señal. Sin embargo es importante aclarar que, la velocidad a la que viaja la señal satelital, no es equivalente a la velocidad de la luz en el vacío debido a que la ionosfera es un medio con densidad de electrones variable.

$$P_r^s = (T_r - T_s) * c + \eta \quad (1)$$

Donde:

- P_r^s es el valor del observable de pseudorange desde el receptor r al satélite s
- T_r es el tiempo en el cual se recibe la señal satelital en el receptor.
- T_s es el tiempo al momento del envío de la señal desde el satélite. Esta información hace parte del mensaje de navegación.
- c es el valor de la velocidad de la luz en el vacío.
- η es el término que agrupa y representa las fuentes de error en el valor de observable. Está definido en unidades de longitud.

Sin embargo el modelo anteriormente presentado es demasiado básico, para representar los diferentes fenómenos que ocurren durante el viaje de la señal a través de la atmósfera y que impide determinar la distancia entre el receptor y el satélite de forma precisa. Por ello, algunos modelos en la literatura, buscan representar el observable de pseudorango de la mejor forma posible, incorporando expresiones que describen el efecto de fenómenos que inciden sobre la señal satelital.

Bajos las anteriores consideraciones, es posible aumentar de forma significativa la complejidad y comprensión de los modelos. Este puede ser el caso de la ecuación generalizada para el modelo de pseudorango, presentada en la ecuación 2 y para la cual se incorporan los términos de error para los fenómenos de ionosfera, troposfera y multipath, los cuales, por si solos ya son objeto de estudio para muchas de las investigaciones y trabajos en la literatura.

$$P_r^s(t) = \rho_r^s(t) + c * \tau_r(t) - c * \tau^s(t) - d_{iono}^s(t) + d_{trop}^s(t) + M_{r,P}^s(t) + \eta \quad (2)$$

Donde:

- $P_r^s(t)$ es el valor de observable de pseudorango, que contiene los errores inherentes a la adquisición y procesamiento de la señal satelital.
- $\rho_r^s(t)$ representa la distancia geométrica entre el receptor y el satélite en un instante de tiempo t .
- c es la velocidad de la luz.
- τ_r es el error asociado con la mala sincronización de tiempo en el receptor, con respecto a la referencia de tiempo GPS (GPS Time).
- τ^s es el error asociado con la mala sincronización de tiempo en el satélite, con respecto a la referencia de tiempo GPS (GPS Time).

- d_{iono}^s es el componente de error asociado con el retraso ionosférico, en el tiempo t .
- d_{trop}^s es el componente de error asociado con el retraso troposférico, en el tiempo t .
- $M_{r,P}^s(t)$ es el componente de error asociado con fenómeno de multipath, en el tiempo t .
- η es el término que agrupa las fuentes de error en la medida del pseudorange P_r^s , para el instante de tiempo t .

Los planteamientos y desarrollos en la literatura, muestran que es posible apoyarse en las características ambientales y de los fenómenos atmosféricos, con el propósito de disminuir el nivel de complejidad en el modelo de observable; algunos modelos de observable, representan el error asociado a la desviación de posición del satélite con respecto a los orbitales de Kepler como una constante, considerando que el cambio instantáneo en la posición de los satélites, es muy lento en comparación con el tiempo de muestreo con que la señal satelital es adquirida en el receptor.

Una consideración similar toma como fundamento el planteamiento del posicionamiento diferencial, para el cual, se ha evidenciado en los casos de estudio El ²⁹, Blewitt ³⁰, que cuando los receptores están ubicados relativamente cerca entre si

²⁹ Ahmed El-Sayed El-Rabbany. *The effect of physical correlations on the ambiguity resolution and accuracy estimation in GPS differential positioning*. Department of Geodesy y Geomatics Engineering, University of New Brunswick, 1994.

³⁰ Geoffrey Blewitt. "Basics of the GPS technique: observation equations". En: *Geodetic applications of GPS* (1997), págs. 10 -54.

$d < 200[km]$, el retraso ionosférico puede asumirse similar para mediciones en tiempos consecutivos, al considerar que la razón de cambio en el contenido total de electrones (TEC), es lenta, en comparación con el tiempo de muestreo de la señal y que el contenido de electrones en el punto de perforación de la atmósfera es el mismo para ambos receptores.

3.2.3. Técnicas de posicionamiento. Aunque muchas técnicas de posicionamiento hacen uso de los modelos de pseudorange, no todas están en capacidad de compensar los efectos asociados a las distintas fuentes de error que afectan el viaje de la señales satelitales; y por ende, no logran la correcta estimación del valor de los observables, para determinar con precisión la ubicación de un receptor sobre la superficie terrestre.

Posicionamiento diferencial También conocido como modelo de línea base, es una técnica de posicionamiento que permite ubicar un objeto, tomando como referencia nodos o puntos de los cuales su posición es conocida. Este tipo de técnica de posicionamiento, es muy utilizada en aplicaciones donde la distancia de separación entre los receptores no excede los 200 Km.

La representación geométrica para el modelo de diferenciamiento sencillo o de primer orden, es presentado en la figura 3, y hace referencia a la diferencia entre los pseudoranges u observables de dos receptores (R_{x1} , R_{x2}) ubicados cercanamente entre sí y con respecto a un satélite visible en común, en un instante de tiempo t .

$$\begin{aligned}
 \Delta P_{AB}^s(t) &= P_B^s(t) - P_A^s(t) \\
 &= (\rho_B^s(t) - \rho_A^s(t)) + c * (\tau_B(t) - \tau_A(t)) + (\epsilon_B^s(t) - \epsilon_A^s(t)) \\
 &= \Delta \rho_{AB}^s(t) + c * \Delta(\tau_{AB}(t)) + \Delta(\epsilon_{AB}^s(t))
 \end{aligned} \tag{3}$$

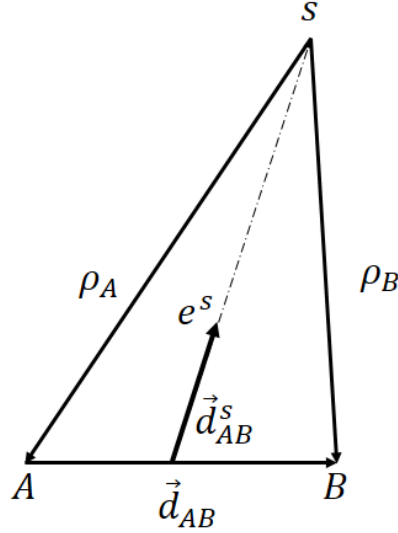


Figura 3. Representación geométrica del diferenciamiento sencillo.

La ecuación 3, describe el modelo matemático de diferenciamiento sencillo anteriormente descrito, y considera que los modelos de pseudorango para los receptores A y B , son:

$$\begin{aligned} P_A^s(t) &= \rho_A^s(t) + c * \tau_A(t) - c * \tau^s(t) - d_{iono}^s(t) + d_{trop}^s(t) + \epsilon_A^s \\ P_B^s(t) &= \rho_B^s(t) + c * \tau_B(t) - c * \tau^s(t) - d_{iono}^s(t) + d_{trop}^s(t) + \epsilon_B^s \end{aligned} \quad (4)$$

Donde para la ecuación 4, los términos $d_{iono}^s(t)$ y $d_{trop}^s(t)$ pueden considerarse similares para ambos receptores, debido a sus tasas de variación lentas, según se expone en los estudios de El ²⁹ y Blewitt ³⁰. Por consiguiente, las fuentes de error se cancelan entre sí, al llevar a cabo la diferencia entre los pseudorangos $P_A^s(t)$ y $P_B^s(t)$.

Según Rhedgecock **hedgecock2014precise** la diferencia entre los pseudorangos

obtenida del diferenciamiento sencillo, equivale a la proyección del vector línea de base que separa los receptores, y que apunta en dirección al satélite visible en común. La representación geométrica del planteamiento de Rhedgecock se presenta en la figura 4.

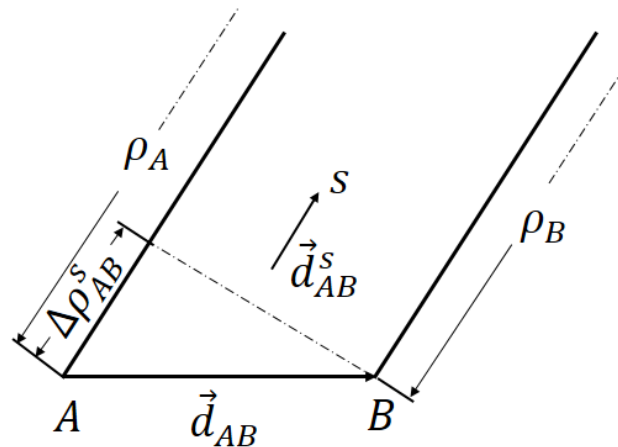


Figura 4. Interpretación geométrica de la operación de diferenciamiento sencillo, según Rhedgecock **hedgecock2014precise**

Adicionalmente Rhedgecock menciona que, al considera que la separación entre cada uno de los receptores y el satélite en común es mucho mayor que la distancia que separa a los receptores entre sí, la proyección del vector distancia sería igual para ambos receptores, y por ende, las fuentes de error asociadas a fenómenos ionosféricos se anulan entre sí.

El planteamiento de Rhedgecock's, es tomado como base para las consideraciones hechas en la definición del coseno director del observable de distancia, y que es presentado en el siguiente capítulo.

Posicionamiento cooperativo Por su parte, el planteamiento del posicionamiento cooperativo está orientado al intercambio de información entre receptores GNSS, como una alternativa para mejorar la precisión en posicionamiento de cada uno de los dispositivos en interacción. La figura 5, presenta una visión simplificada de la arquitectura de un sistema de posicionamiento cooperativo.

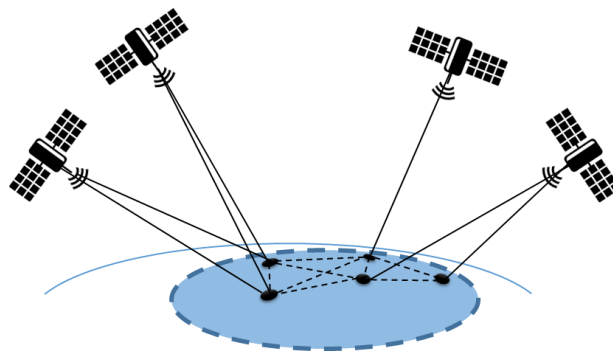


Figura 5. Representación simplificada de un sistema de posicionamiento cooperativo

Los anteriores enunciados, presentan el fundamento de esta investigación y cuya principal contribución es abordada en la siguiente sección.

4. EL POSICIONAMIENTO DIFERENCIAL COOPERATIVO.

En esta sección se presenta el planteamiento para una técnica de posicionamiento cooperativo entre los receptores GNSS, denominado posicionamiento diferencial cooperativo.

El algoritmo de posicionamiento cooperativo propuesto, define que un conjunto de dispositivos intercambia observables de satélites GPS y estimaciones de distancia con dispositivos cercanos para aumentar su precisión de posicionamiento. Estas distancias pueden ser obtenidas a través de sensores remotos en los receptores GPS se consideran información útil para reformular el sistema de ecuaciones que describe la tarea de posicionamiento en modo cooperativo. Adicionalmente, el algoritmo apoya en el método de mínimos cuadrados ponderados (WLS), para considerar que los satélites con mayor elevación tienen pesos altos en relación con aquellos con baja elevación.

A continuación se tomará como punto de partida el método de mínimos cuadrados, el cual puede ser empleado por un receptor para obtener su posición. Luego, apoyados en la terminología y estructura de la técnica de mínimos cuadrados, se introducen las modificaciones a cada uno de los términos que componen la ecuación de mínimos cuadrados, para dar origen a la versión del algoritmo de posicionamiento cooperativo diferencial.

4.1. Mínimos cuadrados (LS)

La técnica de mínimos cuadrados orientada a la solución del problema de posicionamiento autónomo GPS, establece un planteamiento de linealización para el modelo

de pseudorange, y que puede ser representado como:

$$\begin{aligned} P_{obs} &= \rho_{model} + noise \\ &= P(x, y, z, \tau) + \eta \end{aligned}$$

Para el modelo anterior, en el cual P_{obs} representa un valor obtenido en el receptor luego de procesar la señal satelital recibida y un componente de ruido en la medida.

Justamente el término ρ_{model} , representa la distancia entre el satélite y el receptor como una distancia Euclidiana en el sistema de referencia de coordenadas geocéntricas (ECEF), para la cual, su equivalente lineal es obtenido a partir de una expansión en series de Taylor alrededor del punto de operación (x_o, y_o, z_o, τ_o) .

La expansión en series de taylor para el modelo en mención, trunca los términos de orden superior y agrupa los errores asociados a fenómenos atmosféricos y de dispersión de la señal en un término de ruido η . Con propósitos demostrativos, el modelo lineal equivalente presentado en la ecuación 5, presenta la expansión en series de Taylor considerando que $\eta = 0$.

$$\begin{aligned} P(x, y, z, \tau) &= P(x_o, y_o, z_o, \tau_o) + (x - x_o) \frac{\partial P}{\partial x} + (y - y_o) \frac{\partial P}{\partial y} + (z - z_o) \frac{\partial P}{\partial z} + (\tau - \tau_o) \frac{\partial P}{\partial \tau} \\ &= P(x_o, y_o, z_o, \tau_o) + \frac{\partial P}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial P}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial P}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial P}{\partial \tau} \Delta \tau \end{aligned} \quad (5)$$

A partir de la ecuación 5, se puede establecer la diferencia entre el valor del observable obtenido por el receptor $P(x, y, z, \tau)$ y el valor del modelo lineal evaluado cerca del punto de operación $P(x_o, y_o, z_o, \tau_o)$, obteniendo así la ecuación 6 que representa el error del modelo lineal ΔP y su equivalente matricial.

$$\Delta P = \left(\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}, \frac{\partial P}{\partial t}, \frac{\partial P}{\partial \tau} \right) (\Delta x \Delta y \Delta z \Delta \tau)^T$$

$$\Delta P = H * \Delta X \quad (6)$$

Donde:

- $\Delta P = P_{obs} - P(x_o, y_o, z_o, \tau_o)$
- H : Matriz de cosenos directores
- $\Delta X = (\Delta x \Delta y \Delta z \Delta \tau)^T$

Es importante aclarar que la matriz H contiene los vectores unitarios que apuntan al satélite del cual obtiene el observable se pseudorange. Esta matriz, puede ser modificada en estructura y ponderada en los valores de su diagonal en función de la elevación de los satélites de la cual proviene la señales hasta el receptor, para optimizar la convergencia de soluciones numéricas a los valores ΔX .

La función de objetivo para el proceso de minimización del término de error ΔP , mediante la técnica de mínimos cuadrados es presentada en la ecuación 7.

$$\Delta P = \min(\Delta P - H * \Delta X) \quad (7)$$

4.2. Planteamiento del algoritmo de posicionamiento diferencial cooperativo

El planteamiento del algoritmo de posicionamiento diferencial cooperativo apoyado en la técnica de mínimos cuadrados ponderados (WLS-DCP), parte de asumir que la distancia entre los pares de receptores que conforman una agrupación y la información satelital disponible entre un conjunto de satélites el común entre sí, permite mejorar su nivel de precisión en posicionamiento.

El observable distancia obtenido entre pares de receptores que conforman la agrupación, puede ser obtenido con la ayuda de sensores de distancia acoplados al dispositivo de recepción satelital.

Se considera que una agrupación de receptores que trabaja en modo cooperativo, está compuesta por un receptor principal y un conjunto de receptores remotos, donde el dispositivo principal es tomado como referencia con respecto a quién obtiene el observable de distancia desde cada uno de los receptores remotos que hacen parte de la agrupación cooperativa.

Es importante aclarar que cualquier receptor de la agrupación, puede ser considerado como punto de referencia para los demás receptores, es decir, asumir el rol de receptor principal de la agrupación, para llevar a cabo la ejecución del algoritmo cooperativo, con el propósito de mejorar el nivel de precisión en posicionamiento tanto a nivel grupal como individual.

Adicionalmente, se asume que las siguientes condiciones se cumplen para cada instante de tiempo en el cual el algoritmo cooperativo obtiene una solución.

- Que la distancia entre parejas de receptores $d_{AB} \leq 10\text{km}$.
- Que el numero de visibles en común para el grupo de receptores es $n_{sats} \geq 4$.

Los detalles adicionales acerca del flujo de ejecución y variables empleadas por el algoritmo, pueden encontrarse en el anexo 7

4.2.1. Modelo de pseudorange asumido. El modelo de pseudorange asumido ρ_i para efectos del presente estudio, considera que el valor del observable de pseudorange es equivalente a, la distancia geométrica desde un receptor a un satélite

visible desde su posición, un término de error asociado al desfase en el reloj del receptor $c * \tau_i$ y un término de error ν_i , que agrupa los errores asociados el retraso ionosférico, troposférico entre otras fuentes de error.

Con propósito demostrativo se asume ($\nu_i = 0$), para definir un sistema de ecuaciones a partir del modelo de pseudorange descrito anteriormente, para un receptor A que tiene línea de vista a un grupo de cuatro satélites, como se presenta en el sistema de ecuaciones 8.

$$\begin{bmatrix} \rho_A^{(s1)} \\ \rho_A^{(s2)} \\ \rho_A^{(s3)} \\ \rho_A^{(s4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c * \tau^{s1} + \tau_A + \nu_A^{s1} + \sqrt{(-x^{s1} + x_A)^2 + (-y^{s1} + y_A)^2 + (-z^{s1} + z_A)^2} \\ -c * \tau^{s2} + \tau_A + \nu_A^{s2} + \sqrt{(-x^{s2} + x_A)^2 + (-y^{s2} + y_A)^2 + (-z^{s2} + z_A)^2} \\ -c * \tau^{s3} + \tau_A + \nu_A^{s3} + \sqrt{(-x^{s3} + x_A)^2 + (-y^{s3} + y_A)^2 + (-z^{s3} + z_A)^2} \\ -c * \tau^{s4} + \tau_A + \nu_A^{s4} + \sqrt{(-x^{s4} + x_A)^2 + (-y^{s4} + y_A)^2 + (-z^{s4} + z_A)^2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

4.2.2. El observable de distancia. Igualmente, para efectos del planteamiento, se define que la incertidumbre sobre el valor medido de la distancia entre un par de receptores es despreciable ($\epsilon_d = 0$), de forma que la distancia entre un receptor A y uno B , puede definirse como:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2} \quad (9)$$

La expresión en la ecuación 9, hace parte del vector de residuales que empleado por el algoritmo diferencial cooperativo.

4.2.3. Matriz de cosenos directores. La matriz de cosenos directores, es obtenida a partir de las coordenadas del receptor y las coordenadas de cada uno de los satélites visibles desde su posición. A modo de ejemplo, se considera que el receptor A tiene visibilidad a 4 satélites, ubicados en posiciones (x_i, y_i, z_i) ($i = 1..4$).

Por tanto, la matriz de cosenos directores estaría definida como:

$$H_A = \begin{bmatrix} \hat{H}_{x_A}^{s1} & \hat{H}_{y_A}^{s1} & \hat{H}_{z_A}^{s1} & 1 \\ \hat{H}_{x_A}^{s2} & \hat{H}_{y_A}^{s2} & \hat{H}_{z_A}^{s2} & 1 \\ \hat{H}_{x_A}^{s3} & \hat{H}_{y_A}^{s3} & \hat{H}_{z_A}^{s3} & 1 \\ \hat{H}_{x_A}^{s4} & \hat{H}_{y_A}^{s4} & \hat{H}_{z_A}^{s4} & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{x_A}^{s1} &= \frac{-x^{s1} + x_A}{\sqrt{(-x^{s1} + x_A)^2 + (-y^{s1} + y_A)^2 + (-z^{s1} + z_A)^2}} \\ \hat{H}_{y_A}^{s2} &= \frac{-y^{s2} + y_A}{\sqrt{(-x^{s2} + x_A)^2 + (-y^{s2} + y_A)^2 + (-z^{s2} + z_A)^2}} \\ \hat{H}_{z_A}^{s3} &= \frac{-z^{s3} + z_A}{\sqrt{(-x^{s3} + x_A)^2 + (-y^{s3} + y_A)^2 + (-z^{s3} + z_A)^2}} \\ \hat{H}_{z_A}^{s4} &= \frac{-z^{s4} + z_A}{\sqrt{(-x^{s4} + x_A)^2 + (-y^{s4} + y_A)^2 + (-z^{s4} + z_A)^2}} \end{aligned}$$

Son las expresiones para las derivadas parciales del modelo de pseudorango, con respecto al primer satélite visible desde el receptor, esto conforme al planteamiento presentado en las ecuaciones 5 y 6 respectivamente. Hasta este punto, matriz de cosenos directores y el modelo de pseudorango asumidos, son similares a los de un planteamiento de posicionamiento autónomo.

4.2.4. Coseno director del observable de distancia Recordando que el planteamiento del algoritmo de posicionamiento cooperativo diferencial, parte de considerar la distancia entre pares de receptores como un observable adicional, a la información obtenida de los satélites visibles en común por un conjunto de recepto-

res. Es correcto considerar, que el observable de distancia aporta un componente de coseno director a la matriz de cosenos directores, por cada pareja cooperativa conformada entre cada uno de los receptores remotos y el receptor principal.

Con ello, el observable de distancia presentado en la ecuación 9, modifica la estructura de la matriz de cosenos directores, de la siguiente manera:

$$H_B = \begin{bmatrix} \hat{H}_{x_B}^{s1} & \hat{H}_{y_B}^{s1} & \hat{H}_{z_B}^{s1} & 1 \\ \hat{H}_{x_B}^{s2} & \hat{H}_{y_B}^{s2} & \hat{H}_{z_B}^{s2} & 1 \\ \hat{H}_{x_B}^{s3} & \hat{H}_{y_B}^{s3} & \hat{H}_{z_B}^{s3} & 1 \\ \hat{H}_{x_B}^{s4} & \hat{H}_{y_B}^{s4} & \hat{H}_{z_B}^{s4} & 1 \\ \hat{d}_{AB}^x & \hat{d}_{AB}^y & \hat{d}_{AB}^z & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Donde las componentes del coseno director $\hat{d}_{AB}^x, \hat{d}_{AB}^y, \hat{d}_{AB}^z$, corresponden a:

$$\hat{d}_{AB}^x = \frac{-x_A + x_B}{\sqrt{(-x_A + x_B)^2 + (-y_A + y_B)^2 + (-z_A + z_B)^2}}$$

$$\hat{d}_{AB}^y = \frac{-y_A + y_B}{\sqrt{(-x_A + x_B)^2 + (-y_A + y_B)^2 + (-z_A + z_B)^2}}$$

$$\hat{d}_{AB}^z = \frac{-z_A + z_B}{\sqrt{(-x_A + x_B)^2 + (-y_A + y_B)^2 + (-z_A + z_B)^2}}$$

Para efectos del planteamiento anterior, se ha asumido que:

- la pareja cooperativa esta formada por los dispositivos GNSS A y B .
- que se considera al receptor A como el receptor principal y al B como el receptor remoto.

Gracias al plantemamiento del coseno director del observable de distancia presentado anteriormente, se establece una relación geométrica útil entre las coordenadas

de un par de receptores, de manera que si la estimación de la posición mejora en alguno de ellos, esta mejora se verá reflejada en su semejante.

Con ello, el algoritmo de posicionamiento diferencial cooperativo esta en capacidad de minimizar el error en la estimación de las coordenadas de cada uno de los receptores, al tiempo que se minimiza el error en la estimación de la longitud de la linea de base, existente entre cada pareja conformada con el receptor principal.

4.3. La matriz de cosenos directores cooperativa.

La matriz de cosenos directores cooperativa está conformada por, la ubicación de las matrices de cosenos directores para cada uno de los receptores que conforman la agrupación, sobre la diagonal principal de la matriz cooperativa H_{coop} , como puede apreciarse en la ecuación 12.

De forma que, en número de filas en la matriz H_{coop} , es equivalente a:

$$Filas_{H_{coop}} = n_{sats} * n_{rx} + (n_{rx} - 1)$$

Esto recordando que, por cada receptor remoto se adiciona una fila para el coseno director del observable de distancia.

Por su parte, el número de columnas está definido por la cantidad de receptores que trabajan en modo cooperativo, y el número de variables o incógnitas a resolver para la tarea de posicionamiento.

$$Columnas_{H_{coop}} = n_{vars} * n_{rx}$$

Para efectos de esta investigación, se ha considerado que el número de variables a

resolver para cada receptor es $n_{vars} = 4$.

Para las expresiones anteriormente presentadas se tiene que:

- n_{sats} es el número de satélites vistos en común por la agrupación de receptores.
- n_{rx} es la cantidad de receptores que conforman la agrupación.
- n_{vars} es el número de variables (x, y, z, τ) a resolver tras cada iteración del algoritmo WLS-DCP, para cada receptor de la agrupación.

Con propósitos ilustrativos, considérese que para una agrupación conformada por tres receptores GNSS ($n_{rx} = 3$) con visibilidad a cuatro satélites en común ($n_{sats} = 4$), la matriz de cosenos directores cooperativa estaría definida por:

$$H_{coop} = \begin{bmatrix} \hat{H}_{x_A}^{s1} & \hat{H}_{y_A}^{s1} & \hat{H}_{z_A}^{s1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{H}_{x_A}^{s2} & \hat{H}_{y_A}^{s2} & \hat{H}_{z_A}^{s2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{H}_{x_A}^{s3} & \hat{H}_{y_A}^{s3} & \hat{H}_{z_A}^{s3} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{H}_{x_A}^{s4} & \hat{H}_{y_A}^{s4} & \hat{H}_{z_A}^{s4} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{H}_{x_B}^{s1} & \hat{H}_{y_B}^{s1} & \hat{H}_{z_B}^{s1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{H}_{x_B}^{s2} & \hat{H}_{y_B}^{s2} & \hat{H}_{z_B}^{s2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{H}_{x_B}^{s3} & \hat{H}_{y_B}^{s3} & \hat{H}_{z_B}^{s3} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{H}_{x_B}^{s4} & \hat{H}_{y_B}^{s4} & \hat{H}_{z_B}^{s4} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{AB}^x & d_{AB}^y & d_{AB}^z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{H}_{x_k}^{s1} & \hat{H}_{y_k}^{s1} & \hat{H}_{z_k}^{s1} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{H}_{x_k}^{s2} & \hat{H}_{y_k}^{s2} & \hat{H}_{z_k}^{s2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{H}_{x_k}^{s3} & \hat{H}_{y_k}^{s3} & \hat{H}_{z_k}^{s3} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{H}_{x_k}^{s4} & \hat{H}_{y_k}^{s4} & \hat{H}_{z_k}^{s4} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{Ak}^x & d_{Ak}^y & d_{Ak}^z & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

El sistema de ecuaciones 12 describe la tarea de posicionamiento en modo cooperativo para el grupo de receptores en mención, y tiene la característica de ser un sistema sobre-determinado.

Para dar solución a este tipo de sistemas, es común aproximar la solución del sistema de ecuaciones de forma iterativa, bajo el enfoque de un problema de minimización que puede ser atacado mediante mínimos cuadrados.

4.4. El vector de residuales.

El concepto del vector de residuales está asociado con la diferencia o error existente, entre el valor medido y la estimación del valor a partir de un modelo matemático.

Para el caso particular en el planteamiento de WLS-DCP, el vector de residuales ΔP está conformado por todas las diferencias entre el valor de pseudorango medido y la estimación de su valor, a través de los modelos matemáticos presentados en las secciones 4.2.1 y 4.2.2; para cada uno de los receptores que constituyen la agrupación cooperativa.

Por ejemplo, para el caso ilustrativo de los receptores A y B , el vector de residuales en modo de posicionamiento autónomo estaría definido como:

$$\left(\begin{bmatrix} \Delta P_A^{(s1)} \\ \Delta P_A^{(s2)} \\ \Delta P_A^{(s3)} \\ \Delta P_A^{(s4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_A^{(s1)} - \rho_A^{(\hat{s}1)} \\ P_A^{(s2)} - \rho_A^{(\hat{s}2)} \\ P_A^{(s3)} - \rho_A^{(\hat{s}3)} \\ P_A^{(s4)} - \rho_A^{(\hat{s}4)} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Delta P_B^{(s1)} \\ \Delta P_B^{(s2)} \\ \Delta P_B^{(s3)} \\ \Delta P_B^{(s4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_B^{(s1)} - \rho_B^{(\hat{s}1)} \\ P_B^{(s2)} - \rho_B^{(\hat{s}2)} \\ P_B^{(s3)} - \rho_B^{(\hat{s}3)} \\ P_B^{(s4)} - \rho_B^{(\hat{s}4)} \end{bmatrix} \right)$$

Y para el escenario cooperativo, se tendría que:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_A^{(s1)} \\ \Delta P_A^{(s2)} \\ \Delta P_A^{(s3)} \\ \Delta P_A^{(s4)} \\ \Delta P_B^{(s1)} \\ \Delta P_B^{(s2)} \\ \Delta P_B^{(s3)} \\ \Delta P_B^{(s4)} \\ \Delta d_{AB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_A^{(s1)} + \tau^{s1} - \tau_A - \sqrt{(-x^{s1} + x_A)^2 + (-y^{s1} + y_A)^2 + (-z^{s1} + z_A)^2} \\ P_A^{(s2)} + \tau^{s2} - \tau_A - \sqrt{(-x^{s2} + x_A)^2 + (-y^{s2} + y_A)^2 + (-z^{s2} + z_A)^2} \\ P_A^{(s3)} + \tau^{s3} - \tau_A - \sqrt{(-x^{s3} + x_A)^2 + (-y^{s3} + y_A)^2 + (-z^{s3} + z_A)^2} \\ P_A^{(s4)} + \tau^{s4} - \tau_A - \sqrt{(-x^{s4} + x_A)^2 + (-y^{s4} + y_A)^2 + (-z^{s4} + z_A)^2} \\ P_B^{(s1)} + \tau^{s1} - \tau_B - \sqrt{(-x^{s1} + x_B)^2 + (-y^{s1} + y_B)^2 + (-z^{s1} + z_B)^2} \\ P_B^{(s2)} + \tau^{s2} - \tau_B - \sqrt{(-x^{s2} + x_B)^2 + (-y^{s2} + y_B)^2 + (-z^{s2} + z_B)^2} \\ P_B^{(s3)} + \tau^{s3} - \tau_B - \sqrt{(-x^{s3} + x_B)^2 + (-y^{s3} + y_B)^2 + (-z^{s3} + z_B)^2} \\ P_B^{(s4)} + \tau^{s4} - \tau_B - \sqrt{(-x^{s4} + x_B)^2 + (-y^{s4} + y_B)^2 + (-z^{s4} + z_B)^2} \\ d_{AB} - \sqrt{(-x_A + x_B)^2 + (-y_A + y_B)^2 + (-z_A + z_B)^2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Es importante recordar y mencionar que, el término asociado con el coseno director de la distancia hace parte del vector de residuales; ya que por cada par conformado entre el receptor principal y un receptor remoto, existe una medida de distancia y un modelo de estimación para su valor, en función de las coordenadas de los receptores que conforman la pareja.

4.5. Detalles adicionales acerca de WLS-DCP.

4.5.1. La técnica de mínimos cuadrados ponderados Considerando que un receptor GPS esta en capacidad de obtener señales desde 8 o 9 satélites en promedio a lo largo de un día. El sistema de ecuaciones que describe la tarea de posicionamiento, es de naturaleza sobredeterminada. Por ello, el problema de posicionamiento es comúnmente enfocado como un problema de minimización.

Para el desarrollo del algoritmo de posicionamiento diferencia cooperativo, se ha considerado el uso de la técnica de mínimos cuadrados ponderados (WLS), ya que

el planteamiento el observable de distancia, establece una relación de diferencias entre cada par de receptores conformado, con el receptor principal y con respecto aun conjunto de satélites en común.

Esta condición en especial, hace que los datos empleados en la estimación de las coordenadas de los receptores, a pesar de ser obtenidos por diferentes dispositivos, hagan que las coordenadas a estimar mediante la técnica numérica tenga un grado de correlación entre sí; ya que la información satelital ha sido obtenida con respecto a los mismo grupo de satélites; y por la condición impuesta mediante el observable de distancia entre parejas de receptores.

Las condiciones antes mencionadas, son necesarias y suficientes para dar al sistema de ecuaciones descrito por la matriz H_{coop} , la característica de un sistema con heterocedasticidad. Para la búsqueda de soluciones numéricas a este tipo de sistemas, es muy común y recomendado el uso de la técnica de mínimos cuadrados ponderados, con el propósito de ajustar la regresión en función de la calidad de las soluciones obtenidas tras cada alternación, es decir, dar mayor ponderación a los parámetros con menor varianza.

Todos los detalles acerca del uso de la técnica numérica WLS y las condiciones de heterocedasticidad, pueden ser consultados en los trabajos de Bremberg ³¹, Kermarrec ³², Nielsen ³³. En los que precisamente se abordan técnicas numéricas

³¹ Sebastian Bremberg. *Calibration of Multilateration Positioning Systems via Nonlinear Optimization*. 2015.

³² G Kermarrec y S Schön. "Fully populated VCM or the hidden parameter". En: *Journal of Geodetic Science* 7.1 (2017), págs. 151 -161.

³³ Allan Aasbjerg Nielsen. "Least squares adjustment: Linear and nonlinear weighted regression

enfocadas a la solución de problemas matriciales propios de las tareas de posicionamiento.

$$\varepsilon_{\text{WLS}} = (H^T W H)^{-1} H^T W b \quad (14)$$

En lo que respecta al planteamiento del algoritmo WLS-DCP propuesto en este trabajo de investigación, la solución a la función objetivo 7 mediante la técnica WLS se rige por la ecuación 14. En la cual, la matriz W corresponde a una matriz de pesos.

Para la construcción de la matriz de pesos, se asume que las observaciones o pseudorangs provenientes desde satélites con mayor elevación, tienen mayor ponderación con respecto a aquellos con elevaciones baja. Para tal propósito, sobre la diagonal de la matriz W , se ubican los pesos en función de la elevación del satélite.

En cuanto al peso de los términos asociados al observable de distancia, se rige conforme a la ley exponencial presentada dentro de los resultados obtenidos por Rhedgecock's ³⁴.

$$\epsilon = 2.476 \times 10^{-8} x^2$$

4.5.2. El mecanismo de comunicación En lo que respecta a la selección de un mecanismo de comunicación, el estudio de la literatura permite identificar 4 factores críticos para la construcción de una red de comunicación para un sistema de posicionamiento cooperativo, los cuales son, la pérdida de paquetes de información,

analysis". En: *Danish National Space Center/Informatics and mathematical modelling, Technical Univ. of Denmark* (2007).

³⁴ Ronald William Rhedgecock II. *Precise real-time relative localization using single-frequency GPS*. Vanderbilt University, 2014.

el retraso en la información, el volumen o cantidad de información a transferir y la disponibilidad de la información.

Debido a que la latencia en la comunicación impide que el receptor líder reciba la información de forma sincrónica y que la pérdida de paquetes impide que el líder pueda fusionar y beneficiarse de toda la información disponible en los dispositivos aledaños en determinado instante de tiempo, la precisión en posicionamiento del dispositivo líder se ve afectada fuertemente por estos dos factores.

Técnicas alternativas para mitigar la pérdida de paquetes proponen la construcción de modelos de latencia, con los cuales se estima la pérdida de paquetes de forma que pueda ponderarse la calidad de la información recibida por el dispositivo líder. Modelos apoyados en cadenas de Markov ³⁵ y distribución de variables aleatorias con distribución de Bernoulli ³⁶, son los más utilizados para este propósito.

Una de las propuestas para mitigar el efecto de la pérdida de paquetes y retraso en el intercambio de la información, está en el planteamiento de una arquitectura de comunicación centralizada, en la que un receptor líder recibe la información suministrada por los dispositivos aledaños y calcula su posición lo más preciso posible ²². Luego, los demás dispositivos se suplen de la posición del líder para calcular su posición relativa con respecto a él y absoluta con respecto a sistema de coordena-

³⁵ S. C. Smith y P. Seiler. "Estimation with lossy measurements: jump estimators for jump systems". En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 48.12 (2003), págs. 2163-2171. DOI: 10.1109/TAC.2003.820140.

³⁶ Jing Ma y Shuli Sun. "Information fusion estimators for systems with multiple sensors of different packet dropout rates". En: *Information Fusion* 12.3 (2011). Special Issue on Information Fusion in Future Generation Communication Environments, págs. 213 -222. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2010.11.003>.

das de referencia ³⁷.

Por otra parte, están los planteamientos de una arquitectura de comunicación distribuida en la cual cada dispositivo se suple de la información de los demás dispositivos a su alrededor y decide como procesar dicha información para su beneficio. Para este tipo de arquitectura se identifica que en la mayor parte de los trabajos consultados, la propuesta de filtros FIR, Kalman modificados y Filtros de partículas ³⁸, son la principal estrategia para ponderar la calidad de la información en función de los indicadores de o modelos estocásticos binarios que representan la distribución de la pérdida de paquetes de información.

Desde el punto de vista estrictamente técnico y tecnológico, las alternativas para establecer una red de intercambio de comunicación van desde infraestructura física centralizada hasta las redes tipo adhoc ³⁹; estas últimas las de mayor interés, pues son las que más flexibilidad y uso tienen en aplicaciones de redes de sensores (WSN) e internet de las cosas (IOT)⁴⁰.

La estructura de una red adhoc es la alternativa más flexible para construir un meca-

³⁷ J. M. Pak y col. "Accurate and Reliable Human Localization Using Composite Particle/FIR Filtering". En: *IEEE Transactions on Human-Machine Systems* 47.3 (2017), págs. 332-342. DOI: 10.1109/THMS.2016.2611826.

³⁸ Wen-An Zhang, Gang Feng y Li Yu. "Multi-rate distributed fusion estimation for sensor networks with packet losses". En: *Automatica* 48.9 (2012), págs. 2016 -2028. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2012.06.027>.

³⁹ Harry zheng. *Developing a Wireless Sensor Network (WSN) and Internet of Things (IoT) system over the AWS Cloud*. <https://goo.gl/p4QZGV>. (Accessed on 09/05/2018). Mayo de 2018.

⁴⁰ Daniel G Reina y col. "The role of ad hoc networks in the internet of things: A case scenario for smart environments". En: *Internet of Things and Inter-Cooperative Computational Technologies for Collective Intelligence*. Springer, 2013, págs. 89 -113.

nismo de comunicación, conforme a las características y necesidades del algoritmo de posicionamiento diferencial cooperativo. Debido a que las redes adhoc no dependen de una infraestructura preexistente, como enrutadores o de puntos de acceso inalámbricos rigurosamente administrados, y en lugar de ello, cada nodo participa en el encaminamiento y envío de datos hacia otros nodos. Esto permite y facilita la adición de nuevos dispositivos, con solo estar en el rango de alcance de un nodo de la red.

Una característica de las redes adhoc, es que los dispositivos de comunicación inalámbrica cuentan con parámetros de medición de intensidad de señal (RSSI), mediante los cual se puede estimar la distancia entre los nodos; esto con miras a trabajo futuro de esta investigación.

De todo lo mencionado hasta el momento, el mecanismo de comunicación para el intercambio de información entre los dispositivos que emplean el algoritmo de posicionamiento cooperativo (WLS-DCP), sería la definición de una red AD-HOC, con o sin autenticación según sean las necesidades de la aplicación final para la cual se enfoque el posicionamiento cooperativo. Sin embargo, algo importante a definir mas allá de los aspectos técnicos, son las variantes necesarias sobre el algoritmo WLS-DCP para fusionar, la información proveniente de los dispositivos circundantes.

WLS-DCP Distribuido Dos alternativas son viables para dar solución al problema que conlleva la fusión de la información cooperativa. La primera de ellas, implicaría que el dispositivo líder sea el encargado de recibir y procesar la información para calcular su posición. En este escenario, cada dispositivo tendrá como tarea de recolectar y enviar la información al dispositivo líder, para esperar de el una respuesta que le sea útil con el fin de mejorar su nivel de precisión. Este escenario, contrasta

con el enfoque del planteamiento desarrollado en este trabajo de investigación, el cual ha sido enfocado a que cualquier dispositivo pueda brindar o beneficiarse de la información de los dispositivos aledaños.

Por otra parte, una alternativa de solución surge al considerar un escenario distribuido en el cual, cada dispositivo es encargado de empaquetar la información más relevante para el posicionamiento cooperativo, tales como satélites en común, observables de frecuencia, relación señal a ruido, etc; para que esta pueda ser empleada por los demás dispositivos a su alrededor. Adicionalmente, tendría la tarea de estimar la calidad de la información empaquetada, para que los dispositivos que reciben información, decidan que información es mas relevante para su propio contexto o interés; es decir, si el dispositivo prioriza precisión, velocidad en el calculo de la posición o incluso, menor carga computacional para evitar altos consumos de energía.

Para este último enfoque, el planteamiento y escalabilidad matriz de posicionamiento cooperativo puede ser visto como un ejemplo de como la información cooperativa puede ser fusionada para el cálculo de posición de un dispositivo cualquiera. De forma similar, se puede definir un mecanismo de filtro de clasificación o un modelo matemático mediante el cual, la información recibida pueda ser ponderada según su nivel de latencia o pérdida de paquetes, y en función de la calidad o dispersión de la información; como por ejemplo las matrices de covarianza obtenidas en cada cada receptor de la agrupación.

Se ha considerado que la estrategia propuesta en Fu ²², es adaptable al modelo matemático planteado para WLS-DCP. Fu propone que:

- Si no existe retraso ni pérdida de paquetes, la información recibida puede ser

fusionada directamente.

- Si no hay pérdida de paquetes y se evidencia retraso en la información. Entonces, la información a fusionar debe pasar por una predicción de estado y luego por una predicción de MSE, para estimar el valor actual de la información.
- Si existe pérdida de paquetes, entonces la predicción de estado y la predicción MSE debe ser doble; es decir, de segundo orden.

Para clarificar lo anterior, el filtro Kalman para el algoritmo de posicionamiento cooperativo tiene las siguientes consideraciones:

- $x_{k,k}^i$ es la estimación de estado para el receptor i en el instante de tiempo k .
- $P_{k,k}^i$ es el estado MSE estimado para el receptor i en el instante de tiempo k .
- $x_{k,k-1}^i$ es la estimación de estado para el receptor i en el instante de tiempo $k-1$.
- $P_{k,k-1}^i$ es el estado MSE estimado para el receptor i en el instante de tiempo $k-1$.
- $x_{k,k-2}^i$ es la estimación de estado para el receptor i en el instante de tiempo $k-2$.
- $P_{k,k-2}^i$ es el estado MSE estimado para el receptor i en el instante de tiempo $k-2$.

donde un paso de predicción $x_{k,k}$ a partir del estado inmediatamente anterior está definido como:

$$\hat{x}_{k+1,k} = \hat{\phi}_k \hat{x}_{k,k} \quad (15)$$

y la estimación del error cuadrático medio (MSE), sería:

$$P_{k,k} = P_{k,k-1} - K_k Q_\epsilon(k) K_k^T$$

donde:

$$\begin{aligned} \epsilon_k &= \hat{y}_k - \hat{H}_k \hat{x}_{k,k-1} \\ &= \hat{H}_k(\hat{x}_k - \hat{x}_{k,k-1}) + \Delta \hat{H}_k - \xi_1^k \hat{v}_k \end{aligned}$$

y

$$Q_\epsilon(k) = \hat{H}_k P_{k,k-1} \hat{H}_k^T + \Delta \hat{H}_k Q_k \Delta \hat{H}_k^T + \alpha_1 Q_v \alpha_1$$

Continuando con el planteamiento del calculo de los estados de la información según la existencia o no de retraso de tiempo o perdida de paquetes, Fu plantea que, $\xi_1^i(k) = 1$ tiene como significado que la información es recibida sin retraso en el tiempo k. $\xi_2^i(k) = 1$ significa que la información llegó con retraso de tiempo en el instante k. Finalmente, $\xi_1^i(k) = 0$ y $\xi_2^i(k) = 0$ indica que no fue posible recibir información; es decir, existe pérdida de paquete.

Con lo anterior, el cálculo del estado siguiente para la información recibida que debe ser fusionada, está definida por la expresión:

$$\begin{aligned} x_k^i &= \xi_1^i(k) x_{k,k}^i + \xi_2^i(k) x_{k,k-1}^i + (1 - \xi_1(k) - \xi_2(k)) \\ &\quad x(\xi_1(k-1) x_{k,k-1}^i + (1 - \xi_1(k-1)) x_{k,k-2}^i) \\ P_k^i &= \xi_1^i(k) P_{k,k}^i + \xi_2^i(k) P_{k,k-1}^i + (1 - \xi_1(k) - \xi_2(k)) \\ &\quad x(\xi_1(k-1) P_{k,k-1}^i + (1 - \xi_1(k-1)) P_{k,k-2}^i) \end{aligned} \tag{16}$$

Donde los valores $\xi_1^i(k)$ y $\xi_2^i(k)$ son valores inciertos, cuya función de probabilidad pueden ser descrita mediante distribuciones de Bernulli; y son parámetros que representan la proporción en que la información recibida, tiene o no retraso de tiempo al momento de ser fusionada.

De esta forma, el algoritmo cooperativo puede ser contemplado en dos fases. La primera de ellas, la etapa en la cual cada dispositivo estima estado o posición bajo condiciones de comunicación desconocidas. De manera que si un dispositivo desea aportar información para el resto de la agrupación asume el rol de dispositivo móvil, y si quiere beneficiarse de la información de los demás asume el rol de dispositivo principal. Es importante mencionar, que son roles complementarios pero no excluyentes.

En este orden de ideas, cuando el dispositivo se comporta como dispositivo principal, obtiene su posición mediante la expresión

$$\begin{aligned}\hat{x}_k^1 &= \hat{x}_{k,k-1}^1 + K_k(z_k - H_k \hat{x}_{k,k-1}^1) \\ P_k^1 &= [I - K_k H_k] P_{k,k-1}^1\end{aligned}\tag{17}$$

Por su parte, cuando el dispositivo se comporta como móvil o donador de información, lleva a cabo el cálculo de su posición y la estimación del error cuadrático medió de su posición con dos niveles de retraso, es decir:

$$\begin{aligned}\hat{x}_k^i &= \hat{x}_{k,k-1}^i + K_k(z_k - H_k \hat{x}_{k,k-1}^i) \\ P_k^i &= [I - K_k H_k] P_{k,k-1}^i \quad i = 2, \dots, n\end{aligned}\tag{18}$$

La segunda fase, comprende la fusión de la información y es estrictamente obligatoria para el rol del dispositivo principal, que es quien busca suplirse de la información satelital que brindan los dispositivos circundantes. En esta etapa, la información es compensada empleando los parámetros de pérdida de paquetes y latencia ($\xi_1^i(k)$ y $\xi_2^i(k)$) descritos mediante modelos de Bernulli, para luego ser ponderados en función de la traza de matriz de covarianzas obtenida tras la fusión de la información, es decir:

1. compensación de la información

$$\begin{aligned}\hat{x}_k &= \alpha_1^i \hat{x}_{k,k}^i + \alpha_2^i \hat{x}_{k,k-1}^i + (1 - \alpha_1^i - \alpha_2^i)(\alpha_1^i \hat{x}_{k,k-1}^i + (1 - \alpha_1^i) \hat{x}_{k,k-2}^i) \\ P_k &= \alpha_1^i P_{k,k}^i + \alpha_2^i P_{k,k-1}^i + (1 - \alpha_1^i - \alpha_2^i)(\alpha_1^i P_{k,k-1}^i + (1 - \alpha_1^i) P_{k,k-2}^i)\end{aligned}\quad (19)$$

2. Ponderación de la calidad de la información

$$\hat{x}_k^0 = \sum_{i=1}^n a_k^i \hat{x}_k^i \quad P_k^0 = \sum_{i=1}^n (a_k^i)^2 P_k^i \quad (20)$$

Dado que el receptor que desarrolle el rol de dispositivo principal, es el mismo encargado de llevar a cabo la fusión de la información, la actualización del estado $\hat{x}_k^i$ y su covarianza P_k^i no implican retraso de comunicación o pérdida de paquetes, con lo cual:

$$\hat{x}_k^1 = \hat{x}_k^0 \quad P_k^1 = P_k^0 \quad (21)$$

La información presentada en esta sección del documento condensa parte del trabajo de Fu presentado en Fu ²², y que se consideran relevantes para la adaptación del algoritmo WLS-DCP desarrollado en la presente investigación, con miras a una construcción de un sistema de posicionamiento cooperativo completamente funcional. La adaptación del algoritmo junto con la implementación del sistema de comunicación, han sido encaminados de forma clara en esta sección de manera que puedan ser desarrollados como extensión de esta investigación, a modo de trabajo futuro.

5. DESARROLLO EXPERIMENTAL

En esta sección se presentan los diferentes escenarios bajo los cuales ha sido evaluado el posicionamiento diferencial cooperativo, para determinar si es posible mejorar la precisión en posicionamiento de un conjunto de receptores satelitales.

Para cada uno de los escenarios propuestos, se han empleado diferentes modelos matemáticos para compensar el efecto del retraso ionosférico, y un ajuste variable sobre nivel de incertidumbre en el observable distancia estimado entre pares de receptores. Esto con el propósito de evaluar la incidencia de estas variables sobre el nivel de precisión en posicionamiento, al ejecutar el algoritmo de posicionamiento cooperativo propuesto.

5.1. Métrica de mejora.

A continuación se presenta la definición de un indicador, bajo el cual se evalúa cada uno de los escenarios propuestos. Con base en los valores de este indicador, se determina en que condiciones el algoritmo cooperativo permite mejorar la precisión en posicionamiento de un receptor gps trabajando en modo cooperativo, y en qué cantidad o factor se mejora con respecto a su precisión en posicionamiento operando en modo autónomo.

El *índice de mejora* es definido como:

El promedio de la diferencia entre el error de posicionamiento en modo autónomo E_{stand} y el error de posicionamiento en modo cooperativo E_{coop} , para un grupo de cooperativo de m receptores, por un total de n observaciones de información sateli-

tal en común.

Para la definición de la métrica son importante mencionar que:

- Una agrupación cooperativa, es un conjunto de receptores que recoge información satelital desde un grupo de satélites en común, y lleva a cabo la ejecución del algoritmo de posicionamiento cooperativo diferencial; bien sea en uno o en todos los receptores de forma independiente.
- El medio de comunicación para el intercambio de información, debería estar apoyado en tecnología con baja latencia de transmisión, y un peer to peer,

El error cooperativo promedio. El error cooperativo promedio ($\hat{\Delta E}_{stand}^{coop}$), es obtenido a partir de promediar la diferencia entre el error de posicionamiento en modo autónomo E_{stand} y cooperativo E_{coop} para cada receptor GPS, para un determinado numero de soluciones de posicionamiento obtenidas mediante el algoritmo cooperativo WLS-DCP.

El valor promedio de la diferencia entre el error de posicionamiento en modo autónomo y cooperativo $\hat{\Delta E}_{stan}^{coop}$, es definido como:

$$\hat{\Delta E}_{stan}^{coop} = \frac{\sum_{i=1}^n (E(i)_{stand} - E(i)_{coop})}{n} \quad (22)$$

En la ecuación anterior $E(i)_{stand}$, hace referencia a la diferencia entre las coordenadas reales de un receptor en el sistema de coordenadas **ECEF**⁴¹ y la solución de posicionamiento en modo autónomo obtenida mediante el uso de la técnica de mínimos cuadrados (Least Squares). Por su parte, $E(i)_{coop}$ es la diferencia entre

⁴¹ ECEF: Earth-Centered, Earth-Fixed (ECEF) coordinate system. Es un sistema de coordenadas cartesiano que tiene como punto de referencia el centro de la tierra. Guowei Cai, Ben M Chen y Tong Heng Lee. *Unmanned rotorcraft systems*. Springer Science & Business Media, 2011

las coordenadas reales y la solución obtenida en modo cooperativo empleando el algoritmo WLS-DCP.

Índice de mejora El índice de mejora I_{pos} , hace referencia a cuanto mejora la precisión en posicionamiento de un receptor GPS, cuanto intercambia información satelital con receptores cercanos a él.

El valor del índice I_{pos} , es obtenido de promediar el valor de $\Delta\hat{E}_{stan}^{coop}$ para todos los receptores que conforman un grupo cooperativo de m receptores. El valor de I_{pos} , trabaja como un indicador de cuán posible es mejorar el nivel de precisión en posicionamiento de un receptor.

El índice de mejora es definido como:

$$I_{pos} = \frac{\sum_{j=1}^m (\Delta\hat{E}(j)_{stan}^{coop} - \Delta\bar{E}(j)_{stan}^{coop})}{m} \quad (23)$$

De manera que, si el valor de ($I_{pos} > 0$) es positivo, indicará que el error de posicionamiento en modo autónomo es mayor en comparación con el obtenido en modo cooperativo. Entonces, los escenarios con valores positivos ($I_{pos} > 0$) son considerados como caso de éxito para algoritmo WLS-DCP. Por el contrario, escenarios y condiciones bajo las cuales ($I_{pos} < 0$), son consideradas desfavorables.

5.2. Escenarios de Simulación

El diseño experimental planteado hace uso de los observables GPS C1 ó P1. Adicionalmente, la estimación de la distancia entre pares de receptores es considerada un observable adicional, que tiene asociado un nivel incertidumbre asociado a su medida; bien sea por errores del instrumento de medida o ruido en la medición.

Por otra parte, los días GPS 10, 11, 12, 13 del año 2017, han sido considerados para la evaluación del algoritmo WLS-DCP en los distintos escenarios propuestos,

para los cuales se busca determinar el impacto que tiene la variación del modelo de corrección de retraso ionosférico y la incertidumbre en el observable de distancia, sobre la precisión en posicionamiento de un receptor trabajando en modo cooperativo.

5.2.1. Modelos de corrección ionosférica. Considerando que el efecto de la dispersión de la señal satelital al atravesar la ionosfera, es una de las principales fuentes de error en las tareas de posicionamiento, se ha contemplado evaluar el algoritmo WLS-DCP en ausencia o presencia de diferentes modelos de para la corrección del retraso ionosférico, tanto en el receptor principal como en los remotos. Se ha definido un conjunto de 8 escenarios de simulación en los cuales se define un modelo de corrección ionosférica, tomando como referencia la metodología de las tareas de posicionamiento diferencia convencionales, en las que un receptor de altas prestaciones (receptor base), brinda correcciones a los dispositivos alrededor de la estación base (rover), con el propósito de que estos últimos puedan determinar su posición de manera mas precisa.

Los modelos de corrección para el retraso ionosférico en cada uno de los 8 escenarios definidos son:

Escenario	Descripción del escenario	receptor principal	receptor remoto
1	Sin corrección	NaN	NaN
2	Corrección Diferencial #1	Doble frecuencia	NaN
3	Corrección Diferencial #2	Doble frecuencia	klobuchar
4	klobuchar	klobuchar	klobuchar
5	Corrección Diferencial #3	Doble frecuencia	Capa Estándar
6	Modelo de Capa Estándar	Capa Estándar	Capa Estándar
7	Corrección Diferencial #4	Doble frecuencia	Capa Delgada
8	Modelo de Capa Delgada	Capa Delgada	Capa Delgada

Tabla 1. Modelos de corrección ionosférica para cada ambiente en que se evalúa WLS-CDP.

Escenario 1: Sin corrección. Para este escenario no se ha considerado modelo de corrección ionosférico para los receptores que conforman la agrupación. Es decir, receptor principal y receptores remotos no cuentan con corrección de retraso ionosférico.

Escenario 2: Corrección Diferencial #1 El propósito de este escenario, es representar el escenario de una técnica de posicionamiento RTK, en la cual, un conjunto de receptores dispone de información para la corrección ionosférica, desde un receptor de doble frecuencia o de altas prestaciones para mejorar su precisión en posicionamiento.

Escenario 3: Corrección Diferencial #2. A diferencia del escenario corrección diferencial anterior, en este los receptores remotos emplean un modelo de corrección ionosférica Klobuchar.

Escenario 4: Klobuchar. En este escenario, el índice de mejora es evaluado cuando todos los receptores emplean el modelo de corrección ionosférica Klobuchar.

$$I_{L1\text{delay}} = \begin{cases} \left[5 * 10^{-9} + A \left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} \right) \right] * F, & \text{if } |\chi| \leq 1.57 \\ 5 * 10^{-9} * F, & \text{if } |\chi| > 1.57 \end{cases} \quad (24)$$

Donde:

- $F = 1 + 16 * (0.53 - e)^3$
- $A = \sum_{n=0}^3 \beta_n \phi_m^n$ es una expresión para obtener la amplitud de retraso ionosférico.
- χ representa la fase del retraso ionosférico.

- α_n, β_n son coeficientes transmitidos en el mensaje de navegación GPS.
- ϕ_m representa la latitud geo-magnética del punto de perforación de la ionosfera.

El modelo de corrección ionosférico Klobuchar²⁴, es adoptado receptores GPS de una sola frecuencia, con el propósito de corregir el retraso ionosférico en observable de frecuencia (ej: C1, P1, L1). Este modelo es definido como modelo de una capa (SLM - Single Layer Model), porque en él, se asume que el contenido total de electrones (TEC), está concentrado en una capa infinitesimal a una altitud promedio de 350 km sobre la superficie de la tierra. Más detalles acerca de este modelo pueden encontrarse en Angrisano⁴² y Klobuchar⁴³.

Escenario 5: Diferencial #3. A diferencia del escenario diferencial # 2, las condiciones para este implican que los receptores remotos emplean el modelo de corrección de frecuencia sencilla Klobuchar.

Escenario 6: Modelo de capa Estándar. Para este escenario, todos los receptores emplean el modelo de capa estándar.

$$M_{STEC} = \frac{STEC}{VTEC} = \frac{1}{\cos(z)} \quad (25)$$

Donde:

- $STEC$ valor numérico que representa el contenido total de electrones en dirección oblicua, en la sección de la ionosfera intersecta la línea de vista entre

⁴² A Angrisano y col. "Ionospheric models comparison for single-frequency GNSS positioning". En: *Proceedings of the European navigation conference*. 2011, págs. 92 -106.

⁴³ John Klobuchar. "Ionospheric Time-Delay Algorithm for Single-Frequency GPS Users". En: *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* AES-23.3 (1987), págs. 325 -331. DOI: 10.1109/taes.1987.310829.

el receptor y el satélite.

- $VTEC$ valor numérico que representa el contenido total de electrones en dirección vertical, este es un caso particularizado de STEC en el que se considera que las señales satelitales atraviesan la ionosfera en dirección radial al centro de la tierra.
- M_{STEC} función de mapeo que permite establecer la relación entre el STEC y VTEC.
- z ángulo de perforación con que la señal satelital atraviesa la ionosfera.

Escenario 7: Diferencial #4. A diferencia del escenario diferencial 3, sus condiciones implican que los receptores remotos manejan el modelo de shell delgado

Escenario 8: Modelo ionosférico de capa delgada. En este escenario, el modelo de corrección propuesto 26, es un equivalente en series de Taylor para un modelo tridimensional presentado en el estudio de Smith⁴⁴.

$$M_{STEC} = \frac{STEC}{VTEC} = \frac{1}{\cos(z)} + \frac{\cos^2(z) - 1}{8r_s^2 \cos^5(z)} * d_{iono}^2 + \frac{7 - 10\cos^2(z) + 3\cos^4(z)}{128r_s^4 \cos^9(z)} * d_{iono}^4 + \dots \quad (26)$$

Donde:

- $STEC, VTEC, M_{STEC}$ and z are Slant TEC, Vertical TEC, Mapping TEC function and percing angle respectively.
- r_s distance to the center of dense electron layer of the ionosphere above the Earth's surface.

⁴⁴ Dru A Smith y col. "A comprehensive evaluation of the errors inherent in the use of a two-dimensional shell for modeling the ionosphere". En: *Radio Science* 43.6 (2008).

- d_{iono} thickness of shell ionosphere consider by the model.
- z piercing angle for a slanted ray travels through shell of ionosphere model.

El estudio de modelos de corrección y funciones de mapeo de la ionofera ha sido abordado ampliamente por Smith et al. ⁴⁴. Del cual Smith concluyen que para lograr altos niveles de precisión se requiere de un modelado tridimensional del contenido total de electrones en la sección donde la señal atraviesa la ionosfera con dirección al receptor. Sin embargo, los resultados de la expansión en series de Taylor planteada por Smith y presentada en la ecuación 26, presenta mejoras de hasta un 50 % en la corrección del retraso ionosférico con respecto a la corrección obtenida con un modelo de cascaron estándar, planteado en el escenario 7.

5.2.2. Variación en el observable de distancia Para todos los escenarios previos, se ha definido evaluar el impacto en la precisión en posicionamiento que tiene la variación en el nivel de incertidumbre en el observable de distancia entre los receptores que trabajan en modo cooperativo.

- Error en el observable distancia $\epsilon_d = 0 \%$
- Error en el observable distancia $\epsilon_d = 5 \%$
- Error en el observable distancia $\epsilon_d = 10 \%$

Las agrupaciones de receptores Las estaciones empleadas para evaluar el algoritmo WLS-DCP son $(cn20, tgmp)$, $(ljrn, p553, p554, fzhs)$ y $(unpm, tgmx)$ respectivamente. Los detalles acerca de su ubicación son presentados en la tabla 2. La figura 6, presenta una perspectiva geográfica de la ubicación de cada una de las agrupaciones.

Grupo	Receptores	Tamaño del grupo	Ubicación
1	(ljrn, p553, p554, fzhs)	4	USA
2	(CN20, TGPM)	2	Pánama
3	(TGMX, UNPM)	2	México

Tabla 2. Estaciones empleadas para evaluar WLS-DCP.



Figura 6. Ubicación geográfica de las estaciones estudiadas

Como información adicional, la distancia promedio entre los pares de estaciones (*ljrn*, *p553*, *p554*, *fzhs*) es cerca de 2.5 km. Mientras la distancia entre cada estación de los grupos (*cn20*, *tgmp*) y (*unpm*, *tgmex*), no se excede los 200 m.

6. RESULTADOS

En esta sección del documento se presenta el análisis y resultados obtenidos para cada uno de los escenarios en los que el algoritmo de posicionamiento diferencial cooperativo ha sido evaluado. Los resultados han sido obtenidos al llevar a cabo la ejecución del algoritmo sobre las tres (3) agrupaciones de receptores presentadas en la tabla 2, y para la cuales se han tomado muestras de observables GPS cada cuatro(4) minutos, a lo largo de los días GPS 10, 11, 12, 13 del año 2017.

6.1. El error de posicionamiento vs Cooperativo

Como se menciona en el sección 5.1, el error promedio cooperativo ($\hat{\Delta E}_{stand}^{coop}$), es obtenido a partir de promediar la diferencia entre el error de posicionamiento en modo autónomo E_{stand} y cooperativo E_{coop} . Para analizar este indicador se tomará como referencia el error de posicionamiento obtenido para las estaciones que conforman la agrupación (*unpm, tgm x*) a lo largo del 10 de enero de 2017.

En la figura 7 se aprecian 2 curvas en la parte superior, las cuales corresponden al error de posicionamiento autónomo obtenido por las estaciones en (*unpm, tgm x*) respectivamente. Las curvas que se encuentran en la parte inferior de la gráfica corresponden al error de posicionamiento cooperativo obtenido por las mismas estaciones para cada instante de tiempo en el que obtienen datos desde los satélites visibles.

De forma que al calcular el valor de $\hat{\Delta E}_{stan}^{coop}$ a partir de la expresión:

$$\hat{\Delta E}_{stan}^{coop} = \frac{\sum_{i=1}^n (E(i)_{stand} - E(i)_{coop})}{n}$$

Para la cual $E(i)_{stand}$ corresponde a los valores de las curvas en parte superior de

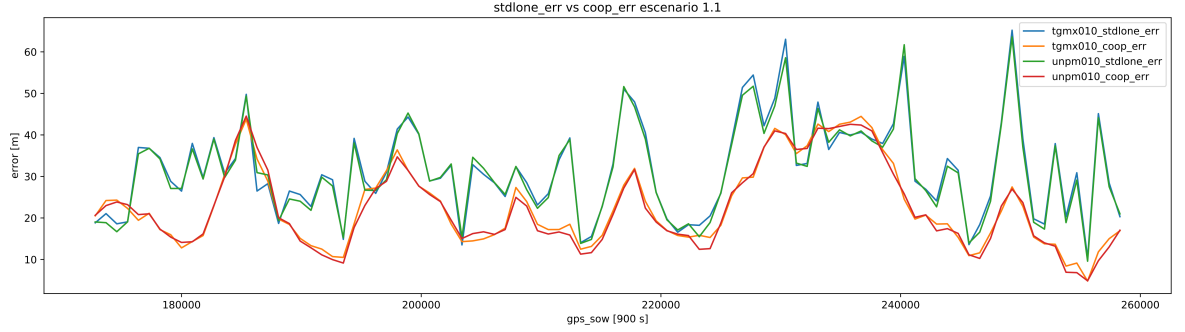


Figura 7. Error posicionamiento Autónomo vs Cooperativo, Escenario 1.1 para las estaciones (*unpm*, *tgmx*) día 10 de enero de 2017

la gráfica (colores oscuros); y $E(i)_{coop}$ las curvas en la parte inferior (colores claros). Evidentemente, la diferencia a lo largo del día corresponderá a un valor positivo, que indica que el error de posicionamiento en modo autónomo es mayor que el cooperativo a lo largo del día 10 de enero de 2017, con lo cual; para las condiciones del escenario 1.1 en la cual no se emplean modelos de corrección y el error en el observable de distancia es 0%; el posicionamiento cooperativo permite mejorar la precisión para ambos receptores GPS.

La deducción anterior sigue siendo válida para los escenarios 1.2 y 1.3 en los cuales, el error de posicionamiento autónomo y cooperativo son muy similares y conservan la misma relación, aún cuando se varía el nivel de incertidumbre en el observable entre 5% y 10% de su valor real, tal y como se muestra en las figuras 8 y 9, el error promedio cooperativo es positivo a lo largo del día es decir $\hat{\Delta E}_{stan}^{coop} > 0$. El índice de mejora obtenido para los escenarios 1.1, 1.2, 1.3 es obtenido a partir de promediar el error promedio cooperativo para las dos estaciones que conforman la agrupación (*unpm*, *tgmx*).

$$I_{pos} = \frac{\sum_{j=1}^m (\hat{\Delta E}(j)_{stan}^{coop} - \Delta \bar{E}(j)_{stan}^{coop})}{m}$$

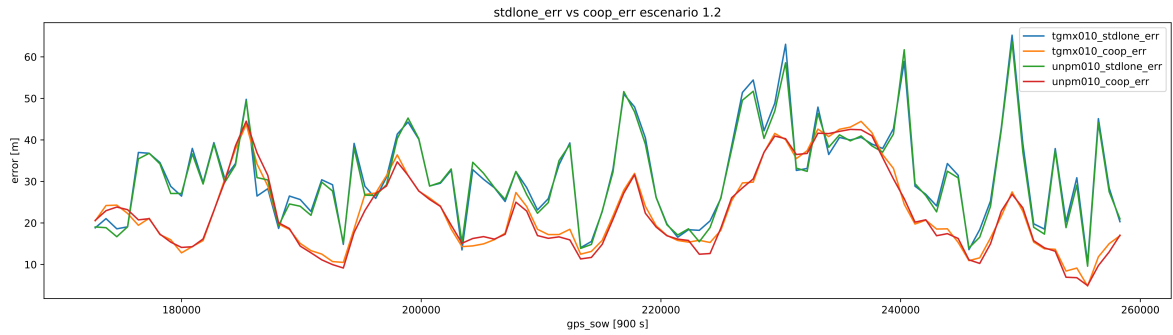


Figura 8. Error posicionamiento Autónomo vs Cooperativo, Escenario 1.2 para las estaciones (*unpm*, *tgm*) día 10 de enero de 2017

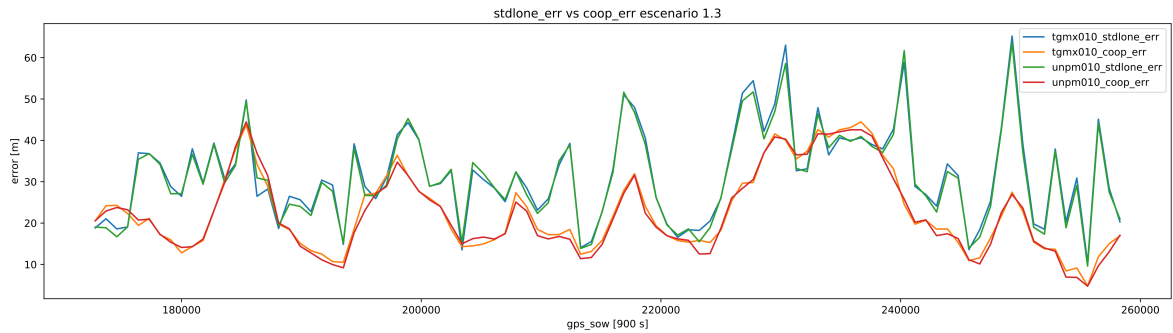


Figura 9. Error posicionamiento Autónomo vs Cooperativo, Escenario 1.3 para las estaciones (*unpm*, *tgm*) día 10 de enero de 2017

Teniendo en cuenta que para ambas estaciones el valor de ΔE_{stan}^{coop} es positivo; entonces el índice I_{pos} tendría un valor positivo ($I_{pos} > 0$). Los valores obtenidos para los escenarios anteriormente presentados, corresponden a los 3 primeros valores (8,96, 8,95, 8,96), de la novena (9) columna en el mapa de calor presentado en la Figura 11.

Por otra parte, para los casos en los cuales el índice de mejora ($I_{pos} < 0$) corresponden a valores oscuros en el mapa de calor de la figura 11. Esto se debe a que especialmente para las condiciones del escenario 3, el algoritmo cooperativo pre-

senta problemas de convergencia como puede apreciarse en la figura 10, el error de posicionamiento cooperativo para la agrupación, presenta picos pronunciados, que se traducen en índices de mejora muy negativos o problemas de convergencia para la solución.

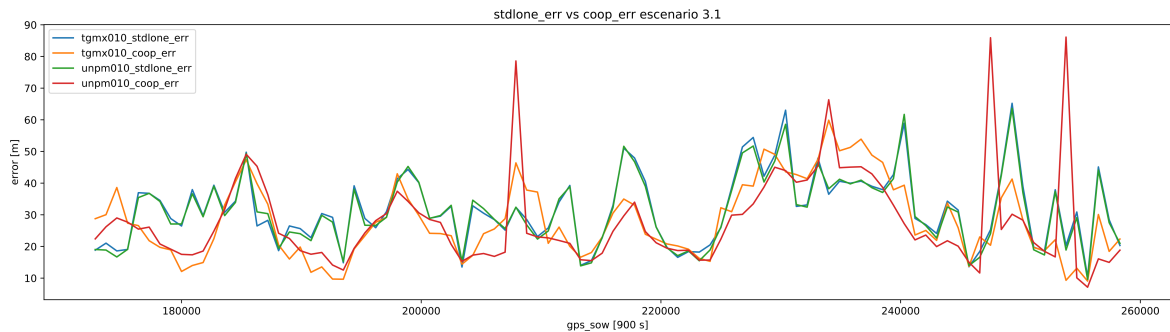


Figura 10. Error posicionamiento Autónomo vs Cooperativo Escenario 3.1 para las estaciones(*unpm, tgm*) día 10 de enero de 2017

El error de convergencia en modo cooperativo puede estar muy relacionado con otra característica importante apreciada en el mapa de calor de la figura 11, y es que: Para todos aquellos escenarios en que se emplean modelos de corrección diferentes entre los receptores (Escenarios 3, 5 y 7), los valores del índice de mejora son negativos o inferiores a los obtenidos cuando se emplean modelos de corrección similar, como en los escenarios 1, 4, 6, 8.

Con lo que se concluye que, cuando los receptores emplean modelos de corrección diferentes, el delta ionosférico originado por la diferencia en la naturaleza de los modelos de corrección, afecta fuertemente la convergencia de la solución en el método de mínimos cuadrados ponderados. Detectar y controlar este fenómeno a partir de un mecanismo de control de convergencia, podría ser considerado un tema de trabajo futuro, de forma que se perfeccione el algoritmo propuesto y desarrollado

en esta investigación.

6.2. Influencia de la incertidumbre en el observable de distancia.

Tomando como referencia los resultados presentados en el mapa de calor de la figura 11. Al apreciar en orden descendente los valores del índice de mejora para las parejas *cn20, tgmp* and *unpm, tgm_x*, se evidencia que la variación en el índice es mínima en comparación con los resultados obtenidos para la agrupación *ljrn, p553, p554 y fzh_s*.

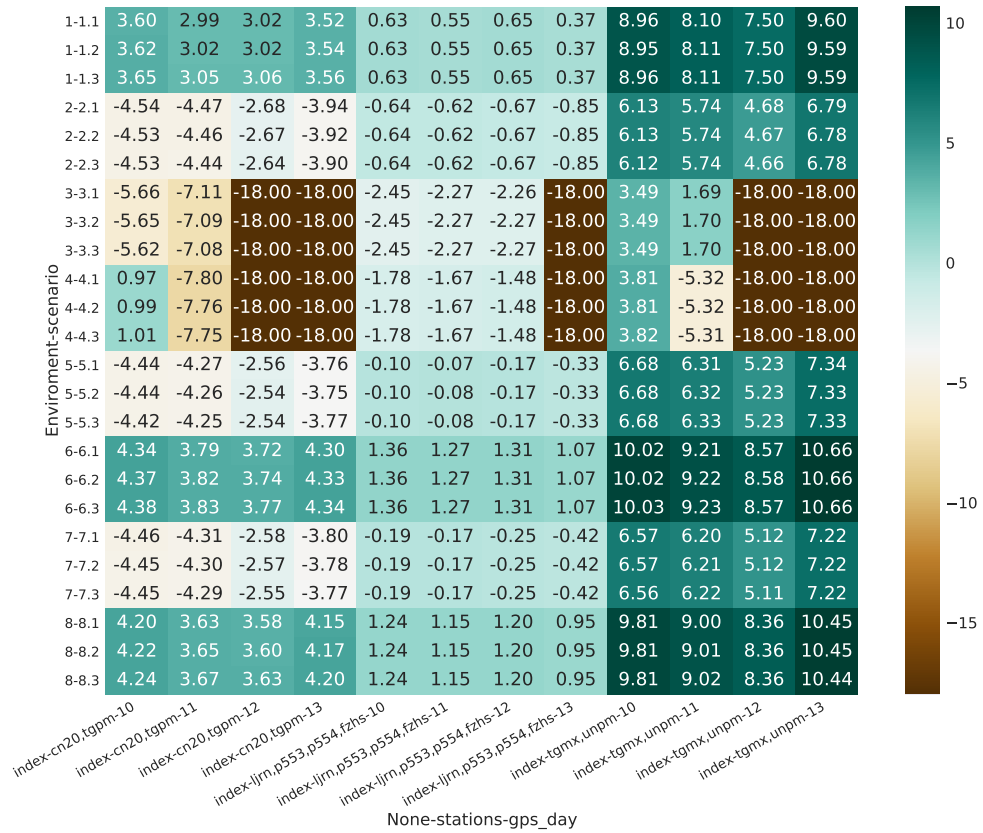


Figura 11. Mapa de calor del índice de mejora ante la variación en la incertidumbre del observable de distancia.

La explicación a este suceso puede estar relacionada a que la distancia prome-

dio entre los pares de estaciones $cn20, tgmp$ y $unpm, tgm x$ no supera los 200 m, mientras que para la agrupación $ljrn, p553, p554 y f z h s$ la distancia de separación en promedio entre las estaciones es alrededor de 2.5 Km, lo cual genera que la estimación de la longitud de línea de base entre cada par de estaciones obtenida en cada iteración del algoritmo tenga un nivel de error elevado.

Se puede decir que la variación en el índice de mejora I_{pos} es del orden de los centímetros o menor, lo cual se traduce en una mejora de precisión en posicionamiento promedio del orden $1 * 10^{-2}$ m de como mínimo, para las estaciones $cn20, tgmp$ and $unpm, tgm x$ en las que su distancia de separación no supera los 200m. Pero, para distancias mucho mayores como en el caso de la agrupación $ljrn, p553, p554 y f z h s$, la escala de mejora en precisión podría clasificarse en el orden de los decímetros, ya que la variación en el índice de mejora para esta agrupación se presenta en el segundo decimal.

Adicionalmente, se puede evidenciar que al recorrer visualmente en sentido vertical la figura 11, se aprecia que la variación del color es mínima para cada uno de los escenarios, cuando se modifica el nivel de incertidumbre en el observable de distancia. Esta característica en el mapa de calor, es valida aún para aquellos escenarios en que los resultados son desfavorables para el algoritmo.

7. CONCLUSIONES

Considerando los resultados presentados en la figura 11, los cuales corresponden al índice de mejora contenido para cada uno de los escenarios propuestos para evaluar el algoritmo de posicionamiento diferencial cooperativo, se concluye que:

- Que al emplear corrección de doble frecuencia en los escenarios de posicionamiento diferencial, no favorece a la reducción del nivel de error en posicionamiento de los receptores que trabajan en modo cooperativo. Tan solo un par de receptores *tgm x*, *unpm*, ha conseguido mejora en su nivel de precisión para las condiciones definidas para este escenario.
- La combinación de corrección ionosférica de doble frecuencia y Klobuchar, es el caso mas desfavorable para la mejora de precisión en posicionamiento empleando el algoritmo WLS-DCP. Esto considerando que para los escenarios 3 y 4, cerca del 95 % de los resultados de este escenario presentan índices de mejora negativos, incluso ocasionan problemas de convergencia en el algoritmo. El problema de convergencia, puede estar relacionado a la diferencia entre los dos modelos de corrección, que genera alta variación en el vector de residuales y a su vez influye sobre el factor de peso definido en la matriz de peso.
- En los escenarios 5 y 7, se empleó la corrección de doble frecuencia para el receptor principal. Allí, dos de tres grupos empleados para evaluar el escenario, fallan al mejorar la precisión. Los malos resultados pueden estar atribuidos a que, la agrupación conformada por las estaciones *ljrn*, *p553*, *p554*, *fzhs* es la que tiene mayor distancia promedio entre parejas de receptores; lo cual implica mayor nivel de error en la estimación de la longitud de línea de base, tras

cada iteración de WLS-DCP. Por otra parte, solo la pareja conformada por las estaciones *tgm_x*, *unpm* presenta índices de mejora positivos (colores azules). Los motivos por los cuales esta agrupación presenta buenos resultados para el escenario, pueden estar asociados a que la distancia entre los receptores es la más cercada de todas las agrupaciones evaluadas (150m). Adicionalmente, la ubicación y visibilidad de satélites es favorable para esta agrupación.

- Los escenarios más favorables para el algoritmo de posicionamiento diferencial cooperativo son 1, 6 y 8. Los cuales son escenarios con una característica en particular, todos ellos emplean el mismo modelo de corrección de retraso ionosférico para el receptor principal y remotos.
- Para los resultados obtenidos escenarios 1, 6 y 8, se distingue que el índice de mejora está cercanamente relacionado con la longitud de línea de base o la magnitud del observable de distancia, es decir, para distancias de separación cortas entre pares de receptores, como es el caso de las agrupaciones *cn20*, *tgmp* y *unpm*, *tgm_x* el índice de mejora es mayor en comparación con el valor obtenido para *ljrn*, *p553*, *p554* y *fzhs*, que es la agrupación con mayor distancia promedio entre parejas.
- Al apreciar los valores y la variación del color para las franjas de los escenarios 1, 6 y 8 en la figura 11, se distingue que aunque cada franja implica el uso de un modelo de corrección ionosférico diferente, el comportamiento del índice de mejora es similar entre ellos.
- En cuanto al nivel de incertidumbre en el observable de distancia, se puede concluir que para distancias de separación corta al variar en nivel de incertidumbre, el índice de mejora no presenta influencia. Por ello, para las parejas *cn20*, *tgmp* y *unpm*, *tgm_x* cuya distancia de separación es menor a los 200m, no se aprecia mayor variación en los valores del índice de mejora presentados

en el mapa de calor de la figura 11.

- Al apreciar los resultados para la agrupación *ljrn, p553, p554y fzh s* en la figura 11, se evidencia un comportamiento interesante ante la variación en el nivel de incertidumbre en el observable de distancia. Se percibe un leve incremento en el índice de mejora a medida que el nivel de incertidumbre aumenta de 0 a 10 % del valor del observable, esto tanto para los escenarios favorables y no favorables para el posicionamiento diferencial cooperativo. Este comportamiento parece contradictorio, pues pensar que el apoyarse en una medida con un nivel de error más elevado, permite mejorar levemente la precisión en posicionamiento, parece algo a primera vista fuera de toda lógica. Sin embargo, aunque no puede afirmarse que es un comportamiento generalizado, lo evidenciado en los resultados de la agrupación *ljrn, p553, p554y fzh s*, muestra que el algoritmo WLS-DCP cumple en cierta manera su objetivo aún en esta condición extrema de operación.

BIBLIOGRAFÍA

- AlJewari, Younis H Karim, R Badlishah Ahmed y Ali Amer Ahmed. "Mitigate Effects of Multipath Interference at GPS Using Separate Antennas". En: *International Journal of Engineering & Technology Sciences* Vol 6.No 3(0975-4024) (2014), págs. 1441-1446 (vid. pág. 21).
- Angrisano, A y col. "Ionospheric models comparison for single-frequency GNSS positioning". En: *Proceedings of the European navigation conference*. 2011, págs. 92 -106 (vid. pág. 64).
- Barreca, Emanuele. *Future thinking on the Galileo Authentication Application*. 2010 (vid. pág. 20).
- Berefelt, F y col. "Collaborative gps/ins navigation in urban environment". En: *ION National Technical Meeting*. 2004 (vid. pág. 22).
- Bijjahalli, Suraj, Subramanian Ramasamy y Roberto Sabatini. "Masking and multipath analysis for unmanned aerial vehicles in an urban environment". En: *Digital Avionics Systems Conference (DASC), 2016 IEEE/AIAA 35th*. IEEE. 2016, págs. 1 -9 (vid. pág. 19).
- Blewitt, Geoffrey. "Basics of the GPS technique: observation equations". En: *Geodetic applications of GPS* (1997), págs. 10 -54 (vid. págs. 33, 35).
- Bremberg, Sebastian. *Calibration of Multilateration Positioning Systems via Nonlinear Optimization*. 2015 (vid. pág. 49).

- Cai, Guowei, Ben M Chen y Tong Heng Lee. *Unmanned rotorcraft systems*. Springer Science & Business Media, 2011 (vid. pág. 60).
- Cosmen-Schortmann, J y col. "Integrity in urban and road environments and its use in liability critical applications". En: *Position, Location and Navigation Symposium, 2008 IEEE/ION*. IEEE. 2008, págs. 972 -983 (vid. pág. 19).
- Darakeh, Fatemeh, Gholam-Reza Mohammad-Khani y Paeiz Azmi. "CRWSNP: cooperative range-free wireless sensor network positioning algorithm". En: *Wireless Networks* (2017), págs. 1 -17 (vid. pág. 24).
- Du, Hongwei y col. "A hybrid outdoor localization scheme with high-position accuracy and low-power consumption". En: *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking* 2018.1 (2018), pág. 4 (vid. pág. 23).
- Efatmaneshnik, Mahmoud y col. "A cooperative positioning algorithm for dsrcc enabled vehicular networks". En: *Archiwum Fotogrametrii, Kartografii i Teledetekcji* 22 (2011) (vid. pág. 23).
- El-Rabbany, Ahmed El-Sayed. *The effect of physical correlations on the ambiguity resolution and accuracy estimation in GPS differential positioning*. Department of Geodesy y Geomatics Engineering, University of New Brunswick, 1994 (vid. págs. 33, 35).
- Fabresse, Felipe R, Fernando Caballero y Aníbal Ollero. "Decentralized simultaneous localization and mapping for multiple aerial vehicles using range-only sensors". En: *Robotics and Automation (ICRA), 2015 IEEE International Conference on*. IEEE. 2015, págs. 6408 -6414 (vid. pág. 24).

- Fu, Xiaowei, Haiyang Bi y Xiaoguang Gao. "Multi-UAVs cooperative localization algorithms with communication constraints". En: *Mathematical Problems in Engineering* 2017 (2017) (vid. págs. 24, 51, 54, 58).
- Goel, Salil y col. "Cooperative Localization of Unmanned Aerial Vehicles Using GNSS, MEMS Inertial, and UWB Sensors". En: *Journal of Surveying Engineering* 143.4 (2017), pág. 04017007 (vid. pág. 24).
- Groves, Paul D y Ziyi Jiang. "Height aiding, C/N 0 weighting and consistency checking for GNSS NLOS and multipath mitigation in urban areas". En: *The Journal of Navigation* 66.5 (2013), págs. 653 -669 (vid. pág. 21).
- Groves, Paul D y col. "Novel multipath mitigation methods using a dual-polarization antenna". En: Institute of Navigation. 2010 (vid. pág. 21).
- Kermarrec, G y S Schön. "Fully populated VCM or the hidden parameter". En: *Journal of Geodetic Science* 7.1 (2017), págs. 151 -161 (vid. pág. 49).
- Klobuchar, John. "Ionospheric Time-Delay Algorithm for Single-Frequency GPS Users". En: *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* AES-23.3 (1987), págs. 325 -331. DOI: 10.1109/taes.1987.310829 (vid. pág. 64).
- Lehner, Andreas y Alexander Steingass. "A novel channel model for land mobile satellite navigation". En: *Institute of Navigation Conference ION GNSS*. 2005, págs. 13 -16 (vid. pág. 22).
- Leisten, Oliver y Victor Knobe. "Optimizing small antennas for body-loading applications". En: *GPS World* 23.9 (2012), págs. 40 -44 (vid. pág. 21).

Li, Deren y col. "From digital Earth to smart Earth". En: *Chinese Science Bulletin* 59.8 (2014), págs. 722 -733. DOI: 10.1007/s11434-013-0100-x (vid. pág. 20).

Ma, Jing y Shuli Sun. "Information fusion estimators for systems with multiple sensors of different packet dropout rates". En: *Information Fusion* 12.3 (2011). Special Issue on Information Fusion in Future Generation Communication Environments, págs. 213 -222. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2010.11.003> (vid. pág. 51).

Mubarak, Omer Mohsin y Andrew G Dempster. "Analysis of early late phase in single-and dual-frequency GPS receivers for multipath detection". En: *GPS solutions* 14.4 (2010), págs. 381 -388 (vid. pág. 21).

Nemsick, Brian E y col. "Cooperative inchworm localization with a low cost team". En: *Robotics and Automation (ICRA), 2017 IEEE International Conference on*. IEEE. 2017, págs. 6323 -6330 (vid. pág. 24).

Nielsen, Allan Aasbjerg. "Least squares adjustment: Linear and nonlinear weighted regression analysis". En: *Danish National Space Center/Informatics and mathematical modelling, Technical Univ. of Denmark* (2007) (vid. pág. 49).

Orellana, Daniel y col. "Exploring visitor movement patterns in natural recreational areas". En: *Tourism Management* 33.3 (2012), págs. 672 -682. DOI: 10.1016/j.tourman.2011.07.010 (vid. pág. 20).

Pak, J. M. y col. "Accurate and Reliable Human Localization Using Composite Particle/FIR Filtering". En: *IEEE Transactions on Human-Machine Systems* 47.3 (2017), págs. 332-342. DOI: 10.1109/THMS.2016.2611826 (vid. pág. 52).

Reina, Daniel G y col. "The role of ad hoc networks in the internet of things: A case scenario for smart environments". En: *Internet of Things and Inter-Cooperative Computational Technologies for Collective Intelligence*. Springer, 2013, págs. 89 -113 (vid. pág. 52).

Rhedgecock II, Ronald William. *Precise real-time relative localization using single-frequency GPS*. Vanderbilt University, 2014 (vid. pág. 50).

Salós, Daniel y col. "Receiver autonomous integrity monitoring of GNSS signals for electronic toll collection". En: *IEEE transactions on intelligent transportation systems* 15.1 (2014), págs. 94 -103 (vid. pág. 23).

Smith, Dru A y col. "A comprehensive evaluation of the errors inherent in the use of a two-dimensional shell for modeling the ionosphere". En: *Radio Science* 43.6 (2008) (vid. págs. 65, 66).

Smith, S. C. y P. Seiler. "Estimation with lossy measurements: jump estimators for jump systems". En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 48.12 (2003), págs. 2163-2171. DOI: 10.1109/TAC.2003.820140 (vid. pág. 51).

Spilker, JJ. "Foliage attenuation for land mobile users". En: *Global Positioning System: Theory and applications*. 1 (1996), págs. 569 -583 (vid. pág. 20).

Steingass, Alexander y Andreas Lehner. "Differences in multipath propagation between urban and suburban environments". En: *Proceedings of ION GNSS*. 2008, págs. 602 -611 (vid. pág. 22).

Tang, Suhua y col. "Experimental Evaluation of Cooperative Relative Positioning for Intelligent Transportation System". En: *International Journal of Navigation and Observation* 2014 (2014), págs. 1 -12. DOI: 10.1155/2014/314371 (vid. pág. 19).

- Thompson, Richard B. "Global Positioning System: The Mathematics of GPS Receivers". En: *Mathematics Magazine* 71.4 (1998), pág. 260. DOI: 10.2307/2690697 (vid. pág. 27).
- Wanasinghe, Thumeera R, George KI Mann y Raymond G Gosine. "Distributed leader-assistive localization method for a heterogeneous multirobotic system". En: *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 12.3 (2015), págs. 795 -809 (vid. pág. 24).
- Wang, Lei, Paul D Groves y Marek K Ziebart. "Multi-constellation GNSS performance evaluation for urban canyons using large virtual reality city models". En: *The Journal of Navigation* 65.3 (2012), págs. 459 -476 (vid. pág. 20).
- Weill, L.R. "Conquering Multipath: The GPS Accuracy Battle". En: *GPS World* Vol. 8.No. 4 (1997). , págs. 59 -66 (vid. pág. 21).
- Xia, Linyuan. "Multipath in GPS navigation and positioning". En: *GPS Solutions* 8.1 (2004), págs. 49 -50. DOI: 10.1007/s10291-004-0085-7 (vid. pág. 21).
- Zhang, Wen-An, Gang Feng y Li Yu. "Multi-rate distributed fusion estimation for sensor networks with packet losses". En: *Automatica* 48.9 (2012), págs. 2016 -2028. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2012.06.027> (vid. pág. 52).
- zheng, Harry. *Developing a Wireless Sensor Network (WSN) and Internet of Things (IoT) system over the AWS Cloud*. <https://goo.gl/p4QZGV>. (Accessed on 09/05/2018). Mayo de 2018 (vid. pág. 52).

ANEXOS

Anexo A. Algoritmo de posicionamiento diferencial cooperativo - WLS-DCP

variables

$main_{rx}$: coordenadas del receptor principal
 $remotes_{rx}$: coordenadas de receptores remotos
 $distances$: distancias estimadas desde receptores remotos al receptor principal.
 $sats$: Satélites visibles en común para la agrupación.
 rx_i : coordenadas del receptor i
 s_j : coordenadas del satélite j
 w_j : ponderación para la observación del satélite j
 b_j : vector de residuales

procedure WLS-DCP

```
receivers[0]  $\leftarrow$   $main_{rx}$ 
remotesrx  $\leftarrow$   $getNeighbors()$ 
distances  $\leftarrow$   $getDistNeighbors()$ 
for  $rx$  in  $remotes$  do
     $sats \leftarrow getCommonSats(remotes_{RX}, main_{rx})$ 
▷ Obtener información desde satélites comunes
    if  $length(sats) \geq 4$  then
        for  $rx_i$  in  $remotes_{rx}$  do
             $receivers_i \leftarrow rx_i$ 
            for  $s_j$  in  $sats$  do
                 $Common_{sats}[i] \leftarrow s_j$ 
                 $Common_{info}[s_i] \leftarrow getSatelitalInfo(s_j)$ 
▷ Construir la matriz cooperativa y el vector de residuales
        for  $rx_i$  in  $receivers$  do
            for  $s_j$  in  $Common_{sats}$  do
                 $w_j \leftarrow 1/getElevation(s_j)$ 
                 $A_{coop_{i,j}} \leftarrow getDirectionCosines(rx_i, s_j)$ 
                 $b_j \leftarrow Pseudorange(s_j) - PseudorangeModel(rx_i, s_j)$ 
            if  $rx_i \neq main_{rx}$  then
                 $w_{j+1} \leftarrow 1/(k_d * getEuclidean(rx_i, rx_0)^2)$ 
                 $A_{coop_{i,j+1}} \leftarrow getDirectionCosines(rx_i, rx_0)$ 
                 $b_{j+1} \leftarrow distances(rx_i, rx_0) - distanceEuclidean(rx_i, rx_0)$ 
▷ Ejecución de mínimos cuadrados ponderados(WLS)
     $x \leftarrow zeros(2 * length(receivers) - 1)$ 
    for  $iter = 1$  to  $iterations$  do
         $\Delta X \leftarrow (A^T W A)^{-1} A^T W b$ 
         $x \leftarrow x + \Delta X$ 
```
