LAS REGLETAS DE CUISENAIRE COMO UNA ESTRATEGIA EN LA CONSTRUCCIÓN Y EN LA APLICACIÓN DEL CONCEPTO DE PROPORCIÓN

Presentado por:
JEAN CARLOS BAENA ELJACH
RUTH STELLA VEGA VEGA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA
2007

LAS REGLETAS DE CUISENAIRE COMO UNA ESTRATEGIA EN LA CONSTRUCCIÓN Y EN LA APLICACIÓN DEL CONCEPTO DE PROPORCIÓN

JEAN CARLOS BAENA ELJACH
RUTH STELLA VEGA VEGA

Tesis de Grado como requisito para optar al titulo de: Especialista en Matemáticas

DIRECTORA
D. DIANA JARAMILLO QUICENO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA
2007

AGRADECIMIENTOS

A Oscar, Yerly, Camila, Carmenza y Juanita[1] quienes con su deseo de aprender fueron el pilar que permitió llevar a cabo esta investigación.

Al Instituto de Educación Básica Sagrado Corazón de Jesús de la ciudad de Aguachica (César), que nos brindó su colaboración en pro del mejoramiento de la institución.

A nuestra directora Diana Jaramillo, quien con su constancia y orientación nos llevó a reflexionar sobre nuestra práctica docente y a emprender y culminar esta experiencia.

A nuestras familias por su comprensión y colaboración en el proceso de la especialización.

[1] Estos son nombres ficticios de los alumnos que colaboraron en la experiencia.

“Quien quiera enseñarnos una verdad que no nos la diga , simplemente que nos ayude a construir algunas trayectorias, para que al deslizarnos sobre ellas lleguemos nosotros mismos a la nueva verdad”

Rosalba Osorio

“La misión de la Educación debe ser educar Formalmente a los hombres y mujeres de nuestra sociedad, para ser frente de manera creativa y constructiva a los retos que un mundo cambiante y cada vez más exigente nos plantea. Esta Formación integral se refiere por supuesto, al desarrollo armónico y equilibrado de las dimensiones espiritual, racional, afectiva y física de todo ser humano”.

“Educación para el desarrollo” Informe de Comisionados y Colección documentos de la misión, Volumen 2.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN

TITULO
LAS REGLETAS DE CUISENAIRE COMO UNA ESTRATEGIA EN LA CONSTRUCCIÓN Y EN LA APLICACIÓN DEL CONCEPTO DE PROPORCIÓN[*]

AUTORES
JEAN CARLOS BAENA ELJACH
RUTH STELLA VEGA VEGA[**]

PALABRAS CLAVES
1. Regletas de Cuisenaire. 2. Estrategia metodológica. 3. Proporción
4. Manipulación

DESCRIPCION O CONTENIDO

La experiencia de aula que presentamos se traduce en una estrategia metodológica, con actividades que permitieron llegar a la construcción y aplicación del concepto de proporción utilizando una herramienta didáctica como son las regletas de Cuisenaire.

Teniendo en cuenta esta alternativa de trabajo surgió la siguiente pregunta: **¿Cómo el empleo de las regletas de Cuisenaire posibilita que estudiantes de sexto grado construyan y apliquen el concepto de proporción?** A través de ella pretendíamos exaltar la importancia de las interacciones que se producen en el aula entre los estudiantes, los profesores, el saber matemático y el uso de las regletas, buscando un ambiente propicio para el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes y el desarrollo de habilidades en su aplicación.

De esta manera, el objetivo que nos propusimos para realizar este trabajo fue: **Elaborar una estrategia metodológica empleando las regletas de Cuisenaire para la construcción y aplicación del concepto de proporción.**

A través de esta experiencia promovimos el trabajo colectivo, la socialización, la confrontación y la argumentación en los estudiantes. Esta experiencia fue desarrollada con estudiantes del grado sexto del Instituto de Educación Básica Sagrado Corazón de Jesús del municipio de Aguachica. Estos niños tienen edades que oscilan entre 10 y 15 años. De estos estudiantes se extrajo un grupo de 5 para realizar el análisis del trabajo.

---

[*] Trabajo de Grado
[**] Facultad de Ciencias. Especialización en Educación Matemática. Dra. Diana Jaramillo Quiceno

SUMMARY

I TITLE
THE REGLETAS DE CUISENAIRE LIKE A STRATEGY IN THE CONSTRUCTION AND IN THE APPLICATION OF THE CONCEPT OF PROPORTION*

AUTHORS
JEAN CARLOS BAENA ELJACH
RUTH STELLA VEGA VEGA**

KEY WORDS
1. Regletas of Cuisenaire. 2. Methodological strategy. 3. Proportion
4. Manipulation

DESCRIPTION OR CONTENT

The classroom experience that we present is translated in a methodological strategy, with activities that allowed to arrive to the construction and application of the proportion concept using a didactic tool as they are the regletas of Cuisenaire.

Keeping in mind this work alternative the following question arose: How does the employment of the regletas of Cuisenaire facilitate that students of sixth grade build and do apply the proportion concept? Through her we sought to exalt the importance of the interactions that you/they take place in the classroom among the students, the professors, the mathematical knowledge and the use of the regletas, looking for a favorable atmosphere for the development of the mathematical thought in the students and the development of abilities in their application.

This way, the objective that we intended to carry out this work was: To elaborate a methodological strategy using the regletas of Cuisenaire for the construction and application of the proportion concept.

Through this experience we promoted the collective work, the socialization, the confrontation and the argument in the students. This experience was developed with students of the grade sixth of the Institute of Education Basic Sacred Heart of Jesus of the municipality of Aguachica. These children have ages that oscillate between 10 and 15 years. Of these students a group of 5 was extracted to carry out the analysis of the work.

* Work of Grade
** Ability of Sciences. Specialization in Mathematical Education. Dra. Diana Jaramillo Quiceno

1. PANORÁMICA DE LA EXPERIENCIA

La labor del maestro no solamente es educar a los niños, es también buscar alternativas de solución para aquellas dificultades encontradas en determinados temas.

El hecho de ver estudiantes solucionando ejercicios y problemas de proporción mecánicamente nos inquietaba, porque nos dejaba el sin sabor de que no comprendían este concepto y lo miraban simplemente como un algoritmo más que hay que aplicar sin tener en cuenta su conceptualización, es decir, el aprendizaje del concepto que mostraban los estudiantes era memorístico e instantáneo ya que en el momento ellos decían haber entendido y cuando lo trataban de aplicar no lograban hacerlo. Esta dificultad fue el motivo principal para plantearnos la pregunta de nuestra investigación **¿Cómo el empleo de las Regletas de Cuisenaire posibilita que los estudiantes de sexto grado adquieran una construcción y aplicación del concepto de Proporción?** Delimitada ésta por el objetivo de **Elaborar una estrategia metodológica empleando las Regletas de Cuisenaire para la construcción y aplicación del concepto de Proporción.**

Otra de las motivaciones para elaborar dicha estrategia en la construcción y aplicación del concepto de proporción, entendido éste desde el enfoque de la medida, es que somos concientes de que las matemáticas están en constante crecimiento y también lo deben estar los mecanismos para enseñarla.

La investigación que abordamos fue una investigación en el aula de tipo fenomenológico-hermenéutico, ya que nos permitió interpretar al objeto de estudio y su relación con el contexto, y además nos permitió reflexionar sobre nuestra práctica docente.

En esta experiencia de aula se desarrollaron actividades, las cuales se diseñaron teniendo en cuenta la observación directa y la manipulación de las Regletas de Cuisenaire, para favorecer la construcción y aplicación del concepto de proporción (desde el punto de vista de medida), de igual manera promovimos el trabajo colectivo, la socialización, la confrontación y la argumentación en nuestros estudiantes. Todas estas actividades debidamente evidenciadas tanto en forma fotográfica como en forma audiovisual.

La experiencia se desarrolló en el grado sexto A, del Instituto de Educación Básica Sagrado Corazón de Jesús de la ciudad de Aguachica (Cesar). Se extrajo un grupo de 5 estudiantes: **Oscar, Yerly, Camila, Carmenza y Juanita,** para realizar el análisis del trabajo, siendo un criterio de selección de estos niños la continuidad en el proceso de la investigación. Es de aclarar que los nombres que aparecen de los cinco estudiantes son ficticios.

Para profundizar el análisis de la información obtenida se tuvo en cuenta las categorías que emergieron de las voces de nuestros estudiantes, las voces de los autores que validan la teoría y nuestras voces como autores de esta investigación.

A continuación queremos realizar una breve presentación de nuestros mayores colaboradores:

Oscar, es un joven de 14 años de edad, a quien le gustaban y apasionaban las matemáticas, presentó una capacidad de comprensión y análisis mayor que la de sus compañeros en el desarrollo de la asignatura durante el año lectivo de 2006.

Camila, es una chica de 13 años, que mostró inseguridad en el manejo de las temáticas ya que le teme equivocarse. En el proceso de enseñanza se le dificultaba argumentar las soluciones que proponía. Alcanzó los logros de la asignatura con un juicio valorativo de Aceptable.

Yerly, una niña de 13 años, a la cual se le facilitaba la comprensión de las matemáticas, debido a su dedicación y a la responsabilidad de no defraudar a sus padres. Expresaba que la matemática es sencilla si se le presta atención a las explicaciones en el salón de clases. Su desempeño académico fue bueno durante el año lectivo.

Carmenza, es una niña de 15 años, que presentaba atención dispersa en clase, expresaba que las matemáticas le parecían muy complicadas, por lo cual no fue fácil motivarla para trabajar en ella, su rendimiento en la asignatura era bajo.

Juanita, es una niña de 13 años, con la cual no fue fácil el proceso ya que es muy callada, y en ocasiones no sabíamos si había entendido o no el tema. Alcanzó los logros de la asignatura con un juicio valorativo de Aceptable.

Esta investigación está dividida en cuatro capítulos que describiremos brevemente a continuación:

1. El primer capítulo, "El camino hacia la proporción", aquí mostramos el camino que seguimos para desarrollar esta experiencia, describiendo los motivos que nos llevaron a plantear la experiencia de aula y la estrategia metodológica, describiremos el objetivo de nuestra investigación, lo importante de realizar la experiencia, como fue el planteamiento y ejecución de las actividades y el proceso de análisis de la información obtenida.

2. En el segundo capítulo, “Narrando las actividades”, en este capítulo presentamos las actividades propuestas para el desarrollo por parte de los estudiantes, al igual que una muestra de las respuestas que se generaron, sin que ello implique que se presente un análisis allí.

3. En el tercer capítulo: “Análisis de las categorías” Es aquí donde presentamos las categorías de análisis que emergieron de la realización de las actividades (talleres y entrevistas) y las cuales son: 1. Manipulando el material, 2. Construyendo paso a paso el concepto de proporción 3. Aplicando el concepto de proporción, cuyo análisis se realizó teniendo en cuenta las voces de nuestros estudiantes, las voces de los autores que validan la teoría y nuestras voces como autores de esta investigación.

4. En el cuarto capítulo: “Concluyendo y recomendando” Es en este capítulo donde presentamos las conclusiones que se generaron al igual que las recomendaciones y los aportes que la misma nos generó en nuestra práctica pedagógica.

2. EL CAMINO HACIA LA PROPORCIÓN

Como docentes del área de matemáticas, observamos que los procesos de aprendizaje en la educación básica secundaria posibilitan en los alumnos el desarrollo de su capacidad de reflexión lógica, al mismo tiempo que adquieren un conjunto de instrumentos para explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla. Se trata en definitiva de continuar el proceso de construcción del conocimiento matemático iniciado durante la primaria, avanzan progresivamente hacia niveles más elevados de abstracción y formalización; mantienen validez los principios generales de conceder prioridad al trabajo práctico e intuitivo; potenciar el cálculo mental y la capacidad de estimar resultados y magnitudes; introducir las notaciones simbólicas y las formalizaciones a partir de la comprensión y el interés por los conceptos y procedimientos matemáticos, y prestar especial atención al desarrollo de estrategias personales de resolución de problemas.

Tenemos claro, que el desarrollo de un aprendizaje significativo exige que un alumno observe, se haga preguntas, formule hipótesis y las compruebe sistemáticamente, relacione los conocimientos nuevos con los que ya posee, obtenga conclusiones lógicas de las proposiciones y datos a su alcance, analice y explore todas las variables pertinentes que intervienen en los fenómenos o situaciones tratadas; motivo que nos llevó a considerar esta experiencia de aula, la cual surgió de la siguiente pregunta que se convirtió en el “pilar” de nuestra experiencia: **¿Cómo el empleo de las Regletas de Cuisenaire posibilita que los estudiantes de sexto grado adquieran una construcción y aplicación del concepto de Proporción?.**

A continuación resaltamos la importancia de la noción de proporción, la cual se ha tenido desde la antigüedad, un ejemplo de ello fue el griego Tales de Mileto (640 - 550 a. de c.) quien la utilizó en su experimento para determinar la altura de la Gran

Pirámide, comparando la sombra de ésta con la de una vara vertical. De igual manera, las formas de comparar objetos de la misma especie descritas a través de las relaciones, se convirtieron en un medio para ordenar y jerarquizar el mundo. Fue durante la edad de oro de Grecia, donde el estudio de las comparaciones, y se estructuró como un cuerpo de conocimientos matemáticos llamados Teoría de las proporciones numéricas. Eudoxio de Cnido (408-355 a. de c.) los concibió como uno de los principales generadores del conocimiento matemático. Siglos más tarde Galileo las utilizó para estudiar la caída libre de los cuerpos. Hasta el siglo XVII, la teoría de las Proporciones Numéricas fue una herramienta matemática sólida para resolver problemas. Además las proporciones fueron de gran utilidad durante el Renacimiento; al igual que en la vida diaria se convirtieron en una herramienta necesaria; por ejemplo: en la elaboración de dietas alimenticias y en la preparación de recetas; igualmente, en el estudio de algunas ciencias como por ejemplo en la química, las proporciones se utilizan para hacer el cálculo de elementos que se requieren al realizar determinadas mezclas.

La pregunta de investigación anteriormente mencionada surgió, porque en algunas actividades habíamos observado (en instituciones educativas diferentes) que se estaban presentando los mismos inconvenientes al trabajar el tema de proporción; los estudiantes expresaban comprender el concepto pero al momento de aplicarlo no podían hacerlo, ya que el concepto no era claro, debido tal vez a la no construcción del mismo. Además los estudiantes parecen no saber resolver problemas donde se deba trabajar más de una variable (un ejemplo de ello fue la prueba diagnóstica en la que se enfrentaron a trabajar con más de una variable: vasos de naranjada, vasos de azúcar, vasos de agua y vasos de jugo de naranja), donde debían comparar y llegar a un nivel más complejo de abstracción.

Lo anterior nos llevó a proponer esta experiencia de aula cuya intención fue que a través de actividades específicas y la manipulación de material concreto “Regletas de Cuisenaire”, nuestros estudiantes pudieran construir y aplicar el concepto de proporción a través de comparaciones entre longitudes de las Regletas o trenes de Regletas; para lo cual tuvieron en cuenta que la construcción del concepto se logra empleando algunas propiedades que poseen las proporciones. De igual manera tuvieron que aplicar el concepto para la resolución de problemas en diferentes contextos.

Consientes de que en el siglo XX han surgido innovaciones de carácter pedagógico que conviene conocer y eventualmente rescatar, mencionamos algunos trabajos que se han realizado sobre el tema de proporción y el empleo de las Regletas de Cuisenaire; material que fue ideado por el belga George Cuisenaire para la enseñanza de las matemáticas.

En Colombia el profesor Italiano Federici (2002), enriqueció con sus aportes la educación de nuestro país a través de su trabajo en la Universidad Nacional de Colombia. Puesto que este autor consideró que la noción de medida es el fundamento del trabajo con las regletas, al igual que planteó que lo ideal para el aprendizaje de los sistemas numéricos en los niños es empezar de lo concreto, de piedrecitas, de regletas, de ábacos, o con problemas que involucren las cuentas con objetos o con dinero; pues debe superarse el cálculo mecánico y pasar al reconocimiento del orden válido de las relaciones.

En cuanto a los trabajos realizados sobre el concepto de proporción encontramos el realizado por Edgar Guacaneme (2001), tesis de maestría realizada en la Universidad del Valle, donde hace un estudio didáctico de la proporción y proporcionalidad a través de una aproximación a los aspectos matemáticos.

A nivel regional se encuentra el trabajo realizado por Baena (2002) basado en el empleo de las regletas de Cuisenaire para la enseñanza de la divisibilidad de los números naturales y de gran aporte para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. También encontramos el trabajo de Villamizar (1999), realizado en la Licenciatura en Matemáticas, que enfoca el concepto de razón y proporción con resolución de problemas dando origen a un mejor desempeño en la actividad académica de los estudiantes.

Habiendo reseñado los trabajos de investigación que con sus aportes influyeron en la realización de nuestra investigación retomamos la metodología empleada, aunque aclaramos que ya habíamos mencionado algunos aspectos de la misma en Panorámica de la experiencia.

A continuación describiremos las actividades que se desarrollaron:

La actividad de iniciación fue la actividad diagnóstica la cual llamamos **“Midiendo”** en la cual pretendíamos observar los presaberes de los estudiantes sobre el tema de proporción, propiciando en ellos la observación, el análisis, el trabajo en grupo, y la comunicación, elementos muy importantes en el aprendizaje.

La primera fue la actividad de manipulación de material la cual denominamos **“Familiarízate con las Regletas”,** donde se daba libertad a nuestros estudiantes para que exploraran las características de las Regletas mediante la construcción de diferentes figuras y se les daban algunas instrucciones para comprender las operaciones básicas como suma y resta empleando las Regletas de Cuisenaire.

La segunda actividad fue la continuación de la anterior, es decir, comprender las operaciones faltantes (multiplicación y división) empleando las Regletas, la cual denominamos **“Operaciones con las Regletas: Multiplicación y División”**; se enseñó a nuestros estudiantes a realizar operaciones con las regletas como la multiplicación y la división y se les dio la posibilidad de ver la relación existente entre la suma y la multiplicación, y la resta con la división.

La tercera actividad la titulamos **“Razón y Proporción”,** en la cual se daban las herramientas necesarias para la construcción del concepto de proporción, empleando su propiedad fundamental.

La cuarta actividad la titulamos **“Aplicación de la Proporción”**; en la cual se hace uso de las propiedades de la proporción con las regletas para dar solución a situaciones problemas.

Una vez ejecutadas las actividades con los estudiantes, iniciamos el análisis de las mismas. Para profundizar el análisis de la información obtenida tuvimos en cuenta las siguientes categorías:

1) *Manipulando el material*: en esta categoría se muestra aquellos sentimientos expresados por nuestros estudiantes, experiencias con las Regletas de Cuisenaire y comentarios que realizaron nuestros estudiantes, los cuales fueron fundamentales para este análisis.

2) *Construyendo paso a paso el concepto de proporción*: en esta categoría plasmamos como fue la evolución del concepto de proporción empleando el material concreto por parte de nuestros estudiantes, partiendo de la familiarización del material, el recorrido de las operaciones básicas y las instrucciones del manejo del concepto con el material. Aquí tomamos las informaciones que de una u otra forma nos permitieron ahondar en los procesos operacionales y formales que presentaron los niños. Para tal fin nos centramos en las definiciones dadas por Guacaneme (2001) y Fiol y Fortuny (1990).

3) *Aplicando el concepto de proporción*: en esta categoría tuvimos en cuenta los resultados obtenidos de la actividad concerniente a los diferentes movimientos que se pueden hacer con las partes de las proporciones empleando las Regletas de Cuisenaire. Cabe resaltar que estos movimientos son las mismas propiedades de

que gozan las proporciones. En la experiencia se tuvieron en cuenta solo dos propiedades para así dejar a nuestros estudiantes que exploraran las demás; dichas propiedades fueron tomadas de Guacaneme (2001).

3. NARRANDO LAS ACTIVIDADES

A continuación centramos nuestra atención en cada una de las actividades que desarrollaron los estudiantes, aclaramos que cada una tiene su intencionalidad acorde con lo que se pretendía en nuestra experiencia. Además recordamos que se realizaron cinco actividades incluyendo la actividad diagnóstica.

El trabajo realizado por nuestros estudiantes se estableció a partir de actividades que se desarrollaron de forma individual y grupal, posibilitando así la comunicación entre ellos, generando procesos de percepción, visualización y comparación, conforme a los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional (1998); todo esto a través de la manipulación de las Regletas de Cuisenaire.

A continuación presentamos las actividades en el orden en que se fueron desarrollando con nuestros estudiantes, parte de sus contenidos fueron tomadas de Baena (2002) y Davidson (2000). Posteriormente presentaremos un análisis más profundo de cada una de ellas.

La actividad **“Midiendo”** fue la actividad diagnóstica, en la cual nuestros estudiantes se enfrentaron a resolver situaciones problemas que involucraron conocimientos sobre proporción.

A continuación mostramos la actividad diagnóstica aplicada a nuestros estudiantes, tomada y modificada de Obando, Vanegas y Vásquez (2006).

INSTITUTO DE EDUCACIÓN BÁSICA SAGRADO CORAZÓN DE JESÚS
¡MIDIENDO!

_Nombre:_____________________________ Grado:_______ Fecha:_______

***Objetivo**: Resolver situaciones problemas sobre proporción.*

Para el desarrollo de esta actividad es necesario que te reúnas con un compañero y trates de dar solución a las siguientes situaciones:

1. Si en tu colegio se fuera a llevar a cabo una fiesta y te tocara preparar la naranjada, y tienes claro que para obtener treinta vasos de la misma es necesario poner en una jarra 20 vasos de jugo de naranja, 10 vasos de agua y 2 vasos de azúcar ¿Cuántos vasos de jugo de naranja, y cuántos vasos de agua y de azúcar deberán ponerse en la jarra para obtener una buena naranjada?, de tal forma que alcance para:

Vasos de jugo de naranja	Vasos de naranjada	Vasos de azúcar	Vasos de agua
4			
10			
30			
40			

En otro curso les correspondió preparar jugo de tamarindo para los cholados (raspados) de la fiesta. En una botella pusieron 3 vasos de agua y 5 cucharadas de pulpa de tamarindo. En otra botella pusieron 8 vasos de agua y 10 cucharadas de la misma pulpa. En otra botella pusieron 6 vasos de agua y 8 cucharadas del concentrado de tamarindo.

Carlos, uno de los estudiantes, dice: la esencia que tiene más sabor es el de la segunda botella, Juan dice: que el que tiene más sabor es el de la tercera botella. ¿Quién tiene la razón? ¿Por qué?

2. En la casa de Juan se desea hacer una sopa de cebolla y tienen la receta para 8 personas, cuyos ingredientes son:

8 cebollas
3 tazas de agua
2 cubos de caldo de gallina
2 cucharadas de caldo de margarina de mesa
½ taza de crema de leche
Sal y pimienta al gusto

Si se quiere preparar sopa para cuatro personas. ¿Cuántos cubos de caldo de gallina serían necesarios? ¿Alcanza 1 taza de crema de leche? ¿Sobra? ¿Falta? ¿Cuánto? ¿Cómo sería la receta si se quisiera preparar sopa para 1 persona? ¿Qué cantidad de ingredientes serían necesarios para preparar sopa para 12 personas?

El trabajo que se debía desarrollar a partir de la actividad diagnóstica **“Midiendo”** tenía por objetivo conocer los presaberes que nuestros estudiantes tenían sobre la proporción.

Para el desarrollo de la actividad diagnóstica los alumnos de sexto grado se debían reunir con un compañero para dar solución a la situación del inciso 1 “Preparación de vasos de jugo de naranja” lo podían realizar empleando material concreto, pero trataron de hacerlo recordando las ocasiones en que en sus casas han preparado jugo de naranja, y de esa manera le dieron solución a la situación. Algunos presentaron aciertos y otros desaciertos, uno de los aciertos es que las cantidades de vasos de naranjada y vasos de agua propuesta por Juanita resultan la cantidad pedida de vasos de jugo de naranja.

1. Si en tu colegio se fuera a llevar a cabo una fiesta y te tocara preparar la naranjada, y tienes claro que para obtener treinta vasos de la misma es necesario poner en una jarra 20 vasos de jugo de naranja, 10 vasos de agua y 2 vasos de azúcar ¿Cuántos vasos de jugo de naranja, y cuántos vasos de agua y de azúcar deberán ponerse en la jarra para obtener una buena naranjada?. de tal forma que alcance para:

Vasos de jugo de naranja	Vasos de naranjada	Vasos de azúcar	Vasos de agua
4	2	1	2
10	5	3	5
30	15	6	15
40	20	10	20

Un desacierto lo encontramos en la anterior respuesta con relación a las expresiones numéricas correspondientes a los vasos de azúcar, ya que se limitó a utilizar números enteros por temor a equivocarse con el empleo de los números decimales o fraccionarios.

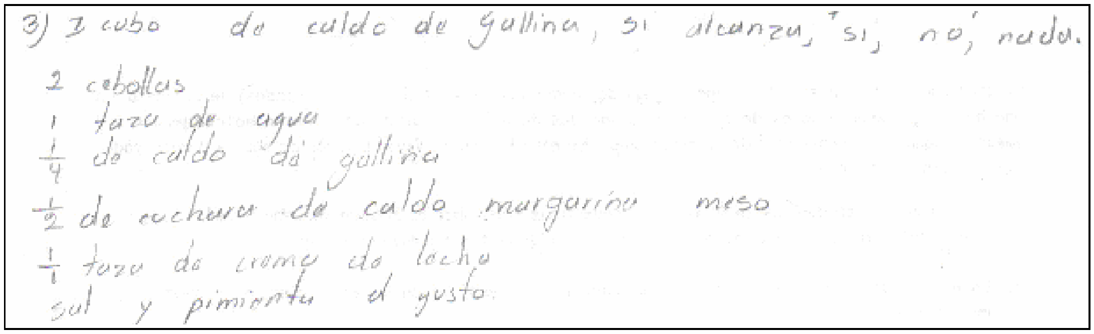
Otro desacierto que encontramos en otras respuestas, es que se les dificultó comprender cual cantidad fraccionaria es mayor o cual es menor en relación a otra, pues creen que entre mayor sea el denominador de una fracción ésta es mayor con relación a una fracción de menor denominador. Creemos que estos desaciertos fueron ocasionados en parte por nosotros al presentarles 4 variables a la vez (Vasos de naranja, vasos de azúcar, vasos de agua, vasos de jugo de naranja), ya que nuestros estudiantes no están acostumbrados a trabajar al mismo tiempo con tantas variables, máximo trabajan con una sola variable. Además, las comparaciones entre las cantidades de vasos para las cuatro variables las hicieron por tanteo más no por la utilización del algoritmo de la proporcionalidad.

Vasos de jugo de naranja	Vasos de naranjada	Vasos de azúcar	Vasos de agua
4	3	$\frac{1}{4}$	1
10	7	$\frac{1}{7}$	3
30	20	2	10
40	30	$2\frac{1}{7}$	10

(Oscar, actividad diagnóstica, 16 de Noviembre de 2006)

Cuando pasaron a responder la segunda situación "Preparación de sopa de Cebolla", expresaron que era más sencilla, ya que esa sopa sí la habían preparado en la casa y además las cantidades eran más exactas. Sin embargo, cuando tuvieron que emplear cantidades fraccionarias como en el caso de la crema de leche, se les empezó a complicar la situación, porque el tema de las fracciones no lo manejaban bien. A continuación mostramos parte de la segunda situación

> Si se quiere preparar sopa para cuatro personas. ¿Cuántos cubos de caldo de gallina serían necesarios? ¿Alcanza 1 taza de crema de leche? ¿Sobra? ¿Falta? ¿Cuánto? ¿Cómo sería la receta si se quisiera preparar sopa para 1 persona? ¿Qué cantidad de ingredientes serían necesarios para preparar sopa para 12 personas?


3) 1 cubo de caldo de gallina, si alcanza, si, no, nada.

2 cebollas

1 taza de agua

$\frac{1}{4}$ de caldo de gallina

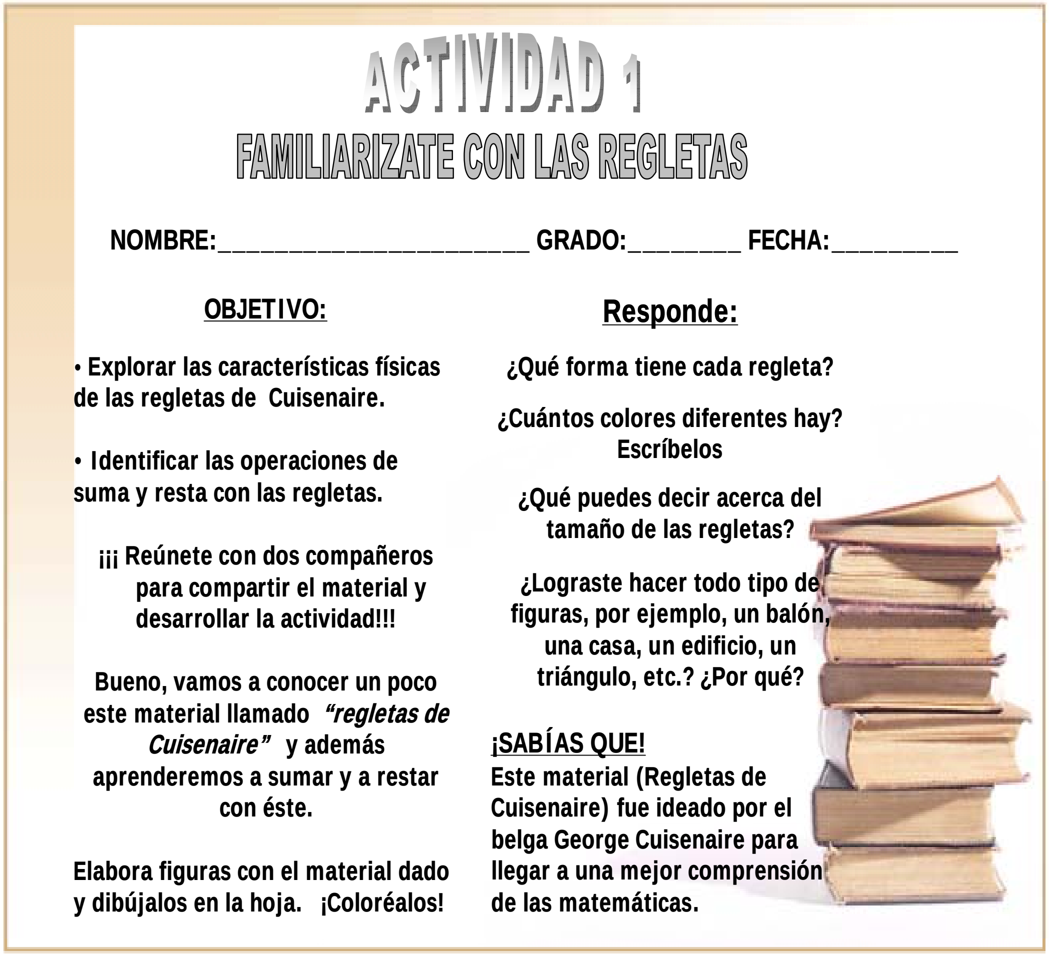
$\frac{1}{2}$ de cuchara de caldo margarina meso

$\frac{1}{1}$ taza de crema de leche

sal y pimienta al gusto.

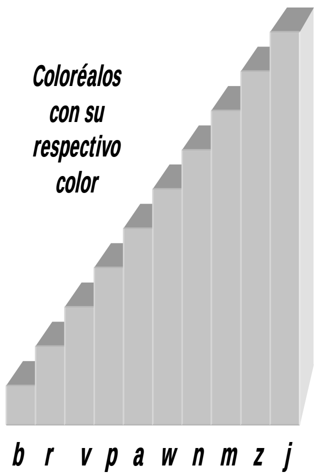
Otro aspecto que notamos fue la poca argumentación de nuestros estudiantes cuando daban las respuestas, se limitaban a dar un valor numérico, a dar un sí o un no, sin argumentación alguna.

Terminado la actividad diagnóstica iniciamos las actividades relacionadas con el material concreto.



La actividad 1 la cual denominamos **"Familiarízate con las Regletas",** donde se realizó la manipulación del material y se llevó a cabo por nuestros estudiantes los días 16 y 18 de Noviembre.

Si formamos una escalera con las regletas, se obtiene algo como:



Si observas, cada regleta tiene una letra, así las vamos a llamar de ahora en adelante.

<u>¡SABÍAS QUE!</u>

"Cada regleta tiene un valor numérico, y se debe a su tamaño"

Por ejemplo, la regleta w representa el número 6

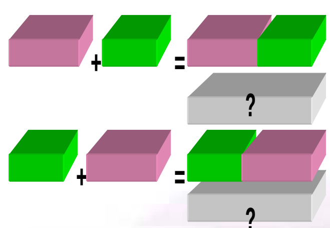
Teniendo en cuenta lo anterior completa los valores numéricos para cada regleta.

Representa con las regletas los valores de 22, 12, 31, entre otros.

¡Dibújalos y coloréalos!

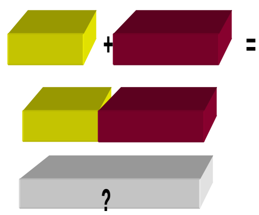
¿Cómo hiciste para representarlos?

Complementando lo anterior, si haces un tren con regletas y éste es menor que la regleta *j*, entonces, se busca una regleta que tenga igual longitud a la del tren formado, así:



Realiza dos ejemplos más.

Si haces un tren con regletas, y éste es mayor que la regleta *j*, entonces, se formará un tren de tantas regletas *j* como sean necesarias, más cualquier otra regleta que complete la longitud del tren así:



Si, efectivamente estas haciendo sumas de cantidades pequeñas.

Ahora realiza 5 sumas con regletas y verifícalas con su valor numérico.

¡Dibújalas y coloréalas!

Escoge dos trenes de los que hiciste de diferente longitud, y busca la o las regletas que permitan que la longitud de esos trenes sean iguales.

<u>¡SABÍAS QUE!</u>

"Con lo anterior, acabas de hacer restas de cantidades pequeñas"

Realiza dos ejemplos más con el mismo procedimiento.

¡Dibújalos y coloréalos!

Verifica cada ejemplo con su valor numérico.

¡¡ÉXITO!!

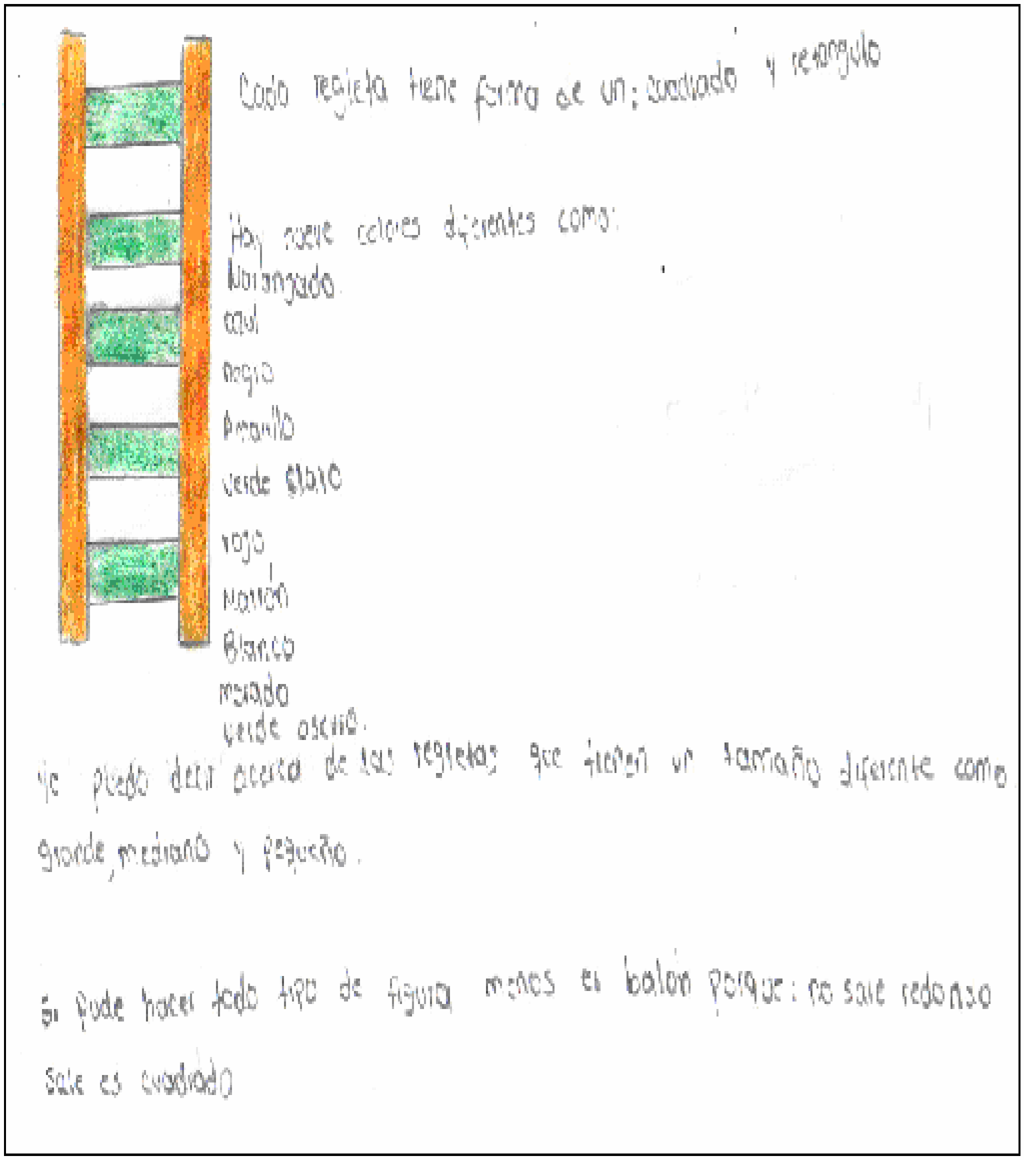
Esta actividad tenía por objetivos: en primer lugar que nuestros estudiantes exploraran las características físicas de las "Regletas de Cuisenaire", sin intervención de nosotros (los investigadores), y en segundo lugar observar las relaciones que surgen y la representación mental que poseen los estudiantes frente a operaciones como suma y resta empleando las Regletas.

Respecto a las características físicas de las Regletas nuestros estudiantes construyeron diversas figuras, como carros, comedores con sus respectivas sillas, trenes, trataron de construir un balón con las regletas, pero tomaron un grupo de regletas y solo pudieron obtener una figura parecida a un circulo, ya que no trabajaron en tercera dimensión sino que llevaron las regletas al plano.

A continuación vemos unas de las figuras realizadas por Yerly y Carmenza:

(Actividad 1, 16 de Noviembre de 2006)

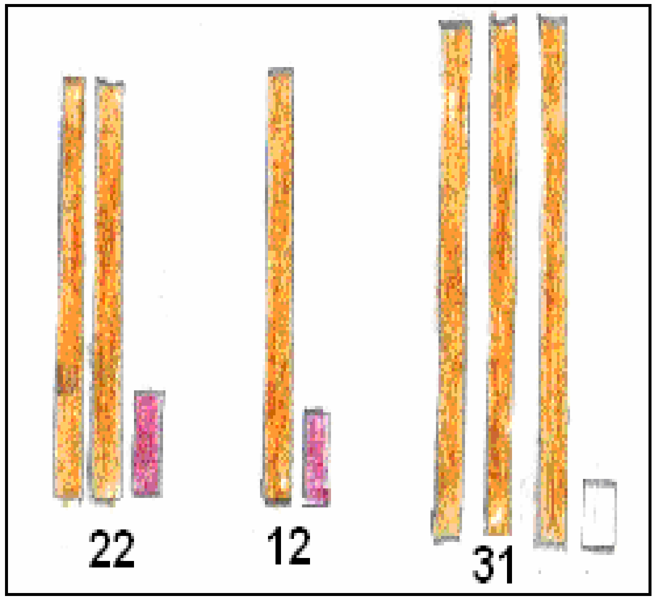
De igual manera presentamos el trabajo de **Juanita** que fue plasmado en una hoja de respuestas, donde se observó que elaboró una escalera con regletas color naranja y verde, y aunque visualizó que los colores de las regletas eran nueve escribió 10 colores, así: anaranjada, azul, negro, amarillo, verde claro, rojo, marrón, blanco, morado, y verde oscuro.



(Actividad 1, 16 de Noviembre de 2006)

Cuando se le pidió que representara los números 22, 12 y 31, lo dijo y lo representó de la siguiente manera:

"empleando la suma de las regletas que representaban el valor numérico".

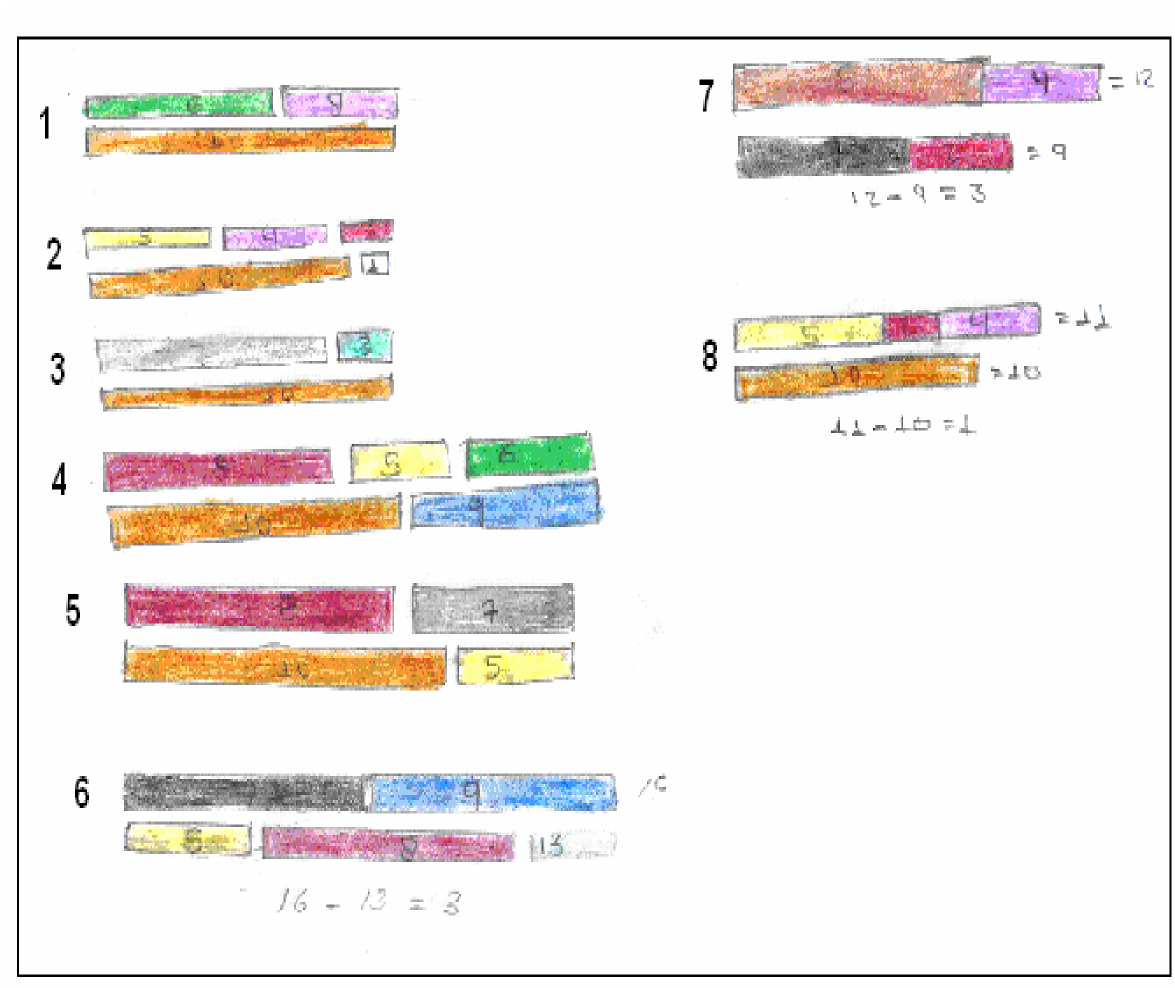


(Actividad 1, 16 de Noviembre de 2006)

Así, por ejemplo al representar el 22 empleó dos regletas anaranjadas (cada una tiene un valor de 10) y una roja (vale 2) es decir, 10 +10+2 = 22, sin embargo no lo hizo en forma de trenes, sino que lo hizo colocándolas una al lado de la otra como se ve en la figura anterior.

En segundo lugar se observó que nuestros estudiantes clasificaron por colores y longitudes las regletas, y al realizar la escalera (formada por las diez regletas de diferente color), se dieron cuenta que hay una unidad patrón que es la regleta color blanco o madera y que a partir de ella se relaciona la longitud de las demás. Pero a su vez, vieron que no sólo eran regletas con las que podían jugar y entretenerse, sino que les aportaban para una mejor comprensión de operaciones como suma y resta, encontrando propiedades de la suma como la asociativa y la conmutativa.

A continuación vemos la actividad de suma y resta realizada por **Juanita:**



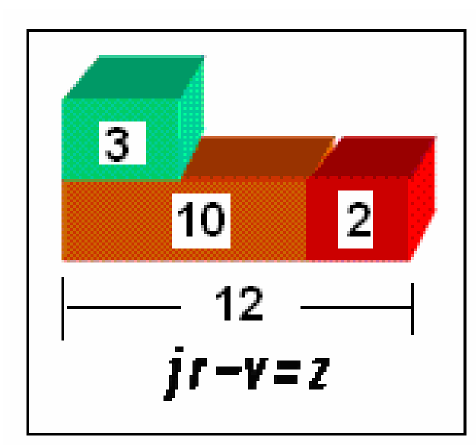
(Actividad 1, 16 de Noviembre de 2006)

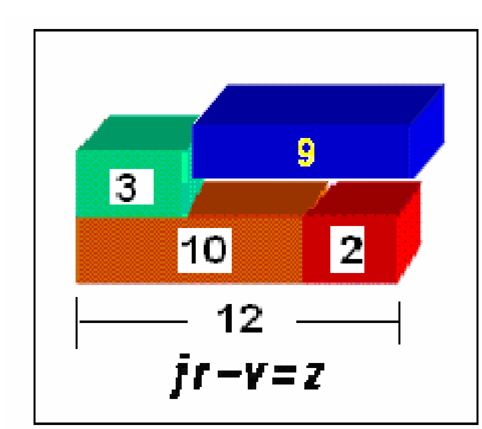
Aquí observamos que en el ejercicio 1 Juanita al desarrollar la suma tomó dos regletas (la verde oscura cuyo valor es de 6 y la rosada cuyo valor es de 4) y las puso punta con punta formando un tren, y luego buscó una regleta que al colocarla al lado de las anteriores fuera igual en longitud al tren formado o que casara con la longitud de ese tren. En este caso la regleta que cumplió con esta condición fue la regleta anaranjada que tiene un valor de 10. Es decir, para representar 6 + 4 = 10 dibujó las regletas verde oscura+rosada = anaranjada.

En el ejercicio 4 vemos que Juanita tomó tres regletas la morada, amarilla y la verde oscura y les asignó un valor numérico así 8+5+6, formando un tren cuya longitud total fue 19 y para igualarlo buscó dos regletas que al unirlas fueran iguales en longitud al tren de las tres regletas y estas fueron la anaranjada y la azul que formaron el tren que representaba 10 + 9 = 19.

Al desarrollar la resta Juanita en el ejercicio 7, formó un tren cuya longitud fue de 12 (regleta morada + regleta rosada) y le restó el tren cuya longitud fue de 9 (regleta negra + roja) y buscó una regleta verde clara completando así la longitud del tren. Es decir, para restar empleó la suma: 8 + 4 = 12 y 7 + 2 = 9, por lo cual 12 - 9 = 3.

Para mayor claridad del proceso de la resta, en la actividad 2 hay un ejemplo de este procedimiento. Se tenía un tren "jr" formado por las regletas anaranjada y roja las cuales se denotaron por las letras j y r respectivamente. Restándosele la regleta verde clara (v), es decir, 10 + 2 = 12 y 12 - 3 = 9 representándose el resultado con la regleta azul.





La actividad 2 "Operaciones básicas con las Regletas: Multiplicación y División", esta actividad fue desarrollada por nuestros estudiantes el día 23 de Noviembre. A continuación presentamos el modelo de la actividad dirigida a los estudiantes.

ACTIVIDAD 2

OPERACIONES BÁSICAS CON LAS REGLETAS: Multiplicación y División

NOMBRE:______________________ GRADO:________ FECHA:_________

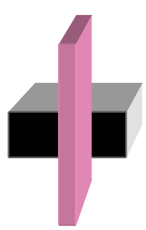
OBJETIVO:

- **Aprender a multiplicar y dividir con las Regletas de Cuisenaire.**

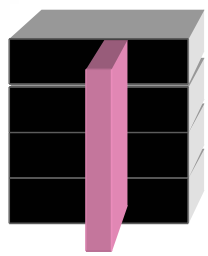
En esta actividad vamos a aprender a multiplicar y dividir con las Regletas de Cuisenaire empleando lo estudiado en la actividad anterior.

¡¡¡ ÁNIMO!!!

Construye una cruz con regletas de diferente tamaño, así:

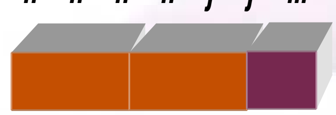


Coloca por debajo de la regleta p la cantidad de regletas *n* necesarias para completar la longitud de la regleta *p*. (ver figura)

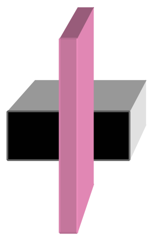


Luego con las regletas de abajo construye el tren, así:

$n + n + n + n = j + j + m$



y por ultimo se iguala la cruz con el tren formado por las regletas *j* y la regleta *m*.



=

¿Qué pasará si cambias el orden de las regletas del punto (*b*) y haces la operación?

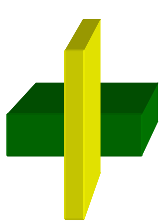
¡Dibújalo y coloréalo!

Ahora con los valores numéricos de las regletas utilizadas, verifica la operación matemática trabajada.

Repite el procedimiento para:

a. Operar cruces de regletas de igual color.

b. Resolver la siguiente operación



¡SABÍAS QUE!

Con el método de las cruces estas haciendo multiplicaciones de cantidades pequeñas.

Verifica los ejemplos anteriores utilizando el valor numérico de las regletas empleadas.

Plantea una forma para multiplicar tres cantidades con las regletas. Verifícala con los valores numéricos.

Bien, ahora vas a coger un tren de regletas, por ejemplo *jr* y le pones encima otra regleta por ejemplo la *v* y se restan

j r – v = z

Observa y responde, ¿cuántas veces puedes restar la regleta *v* en el tren *j r*?

<u>¡SABÍAS QUE!</u>

La cantidad de veces que se puede restar la regleta v del tren j r representa al cociente de la división entre *j r* y *v*.

j r ÷ v = p

Verifícalo numéricamente.

En este ejemplo la cantidad de veces que se restó la regleta v fue exacta, es decir alcanzó a cubrir la longitud de *j r*.

Ahora, ¿qué pasará si en vez de la regleta v tomamos la regleta *a,* y se resuelve la división *j r ÷ a* ?

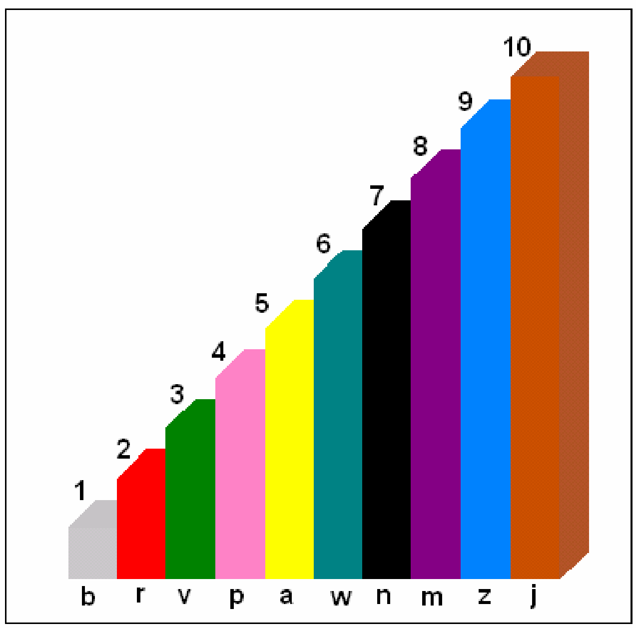
¿La división es inexacta o exacta? ¿Cuál será el residuo de la división? ¿El cociente?

¡¡ÉXITO!!

La actividad 2 tenía como objetivo que nuestros estudiantes aprendieran a multiplicar y dividir empleando las Regletas de Cuisenaire, aclaramos que no es que no realizaran los procesos de multiplicación y división, si no que emplearan un material concreto y diferente para realizar dichos procesos.

Observamos que para nuestros estudiantes fue indispensable volver a construir la escalera con las regletas, recordando el valor numérico asignado a las mismas de acuerdo a su longitud y color.

Esta fue la escalera que tuvieron que realizar para recordar el valor numérico de las regletas.

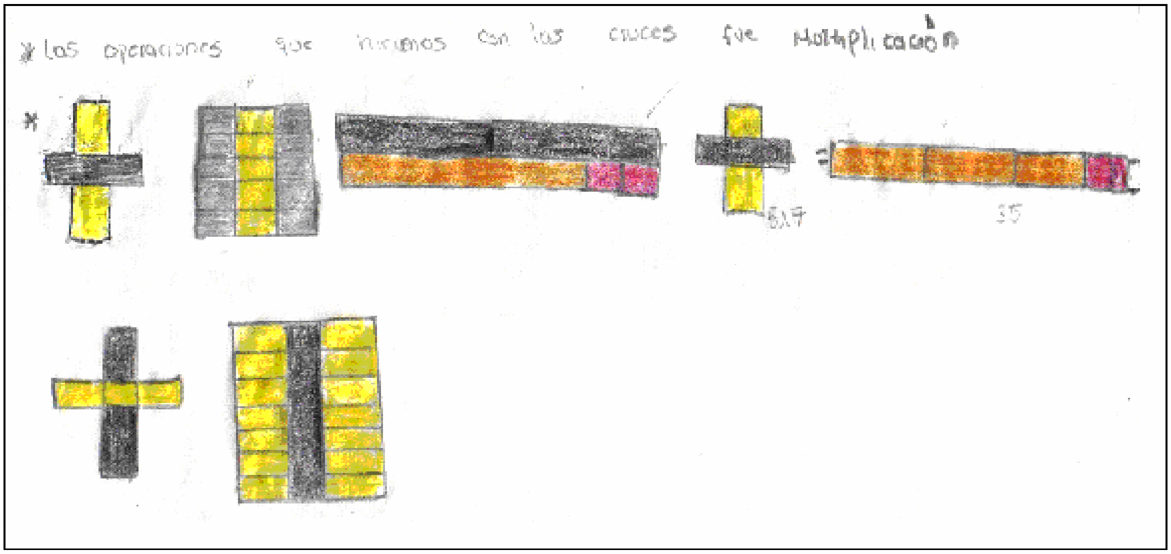


La elaboración de la escalera les sirvió como herramienta para realizar multiplicaciones, y los llevó a verificar propiedades como la conmutativa y la asociativa. Además, relacionaron la multiplicación con la suma repetitiva de una misma cantidad, y plantearon multiplicaciones de tres cantidades pequeñas como por ejemplo la multiplicación de 5 X 4 X 2.

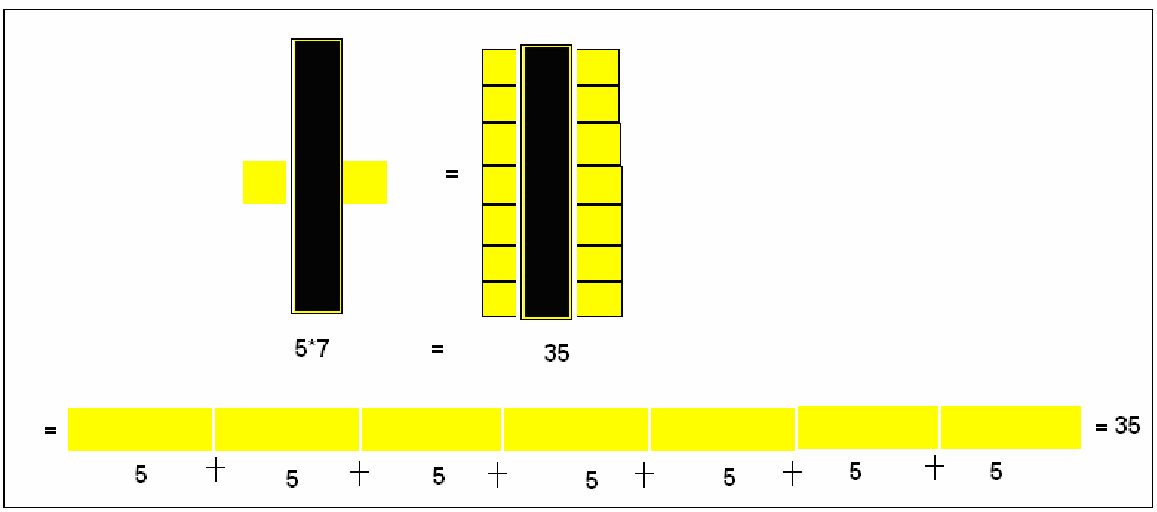
En cuanto a la forma en que realizaron las multiplicaciones lo hicieron de la siguiente manera:

Hicieron una cruz con las dos regletas que representaban los números que querían multiplicar, en el caso de Carmenza tomó las regletas negra y la amarilla para realizar la multiplicación, la cual leyó negra cruz amarilla (7 x 5), donde dicha cruz representaba la cantidad de regletas negras que formaron el piso bajo la regleta amarilla. Posteriormente se retiró la regleta amarilla y se realizó un tren con las regletas negras que formaban el piso, verificando que el resultado era 35. Es decir, tuvieron que colocar cinco regletas negras de piso y al formar el tren y sumarlas les dio 35. Además, en la actividad vimos que Carmenza colocó las regletas a la inversa para verificar si el resultado era el mismo o cambiaba, comprobando que aunque en este caso debió colocar siete regletas amarillas de piso el resultado fue el mismo. Aquí aplicó la propiedad conmutativa de la multiplicación que enuncia que el orden de los factores no altera el producto, es de aclarar, que nosotros no estábamos formalizando dichas propiedades, sin embargo, los estudiantes al realizar el trabajo con las regletas se dieron cuenta del cumplimiento de las dos propiedades.

A continuación presentamos el trabajo de Carmenza con relación a esta actividad:



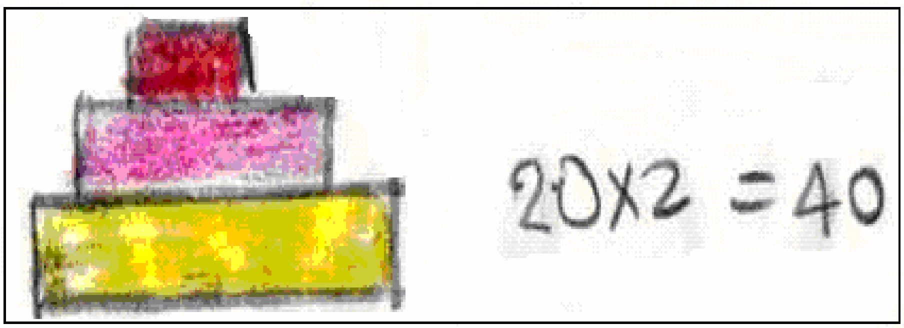
Como observamos en el desarrollo de la actividad a Carmenza le faltó retirar la regleta negra y formar el tren con las siete regletas amarillas. Por lo cual nosotros completamos el proceso para que se pudiera visualizar, por lo cual lo presentamos a continuación:

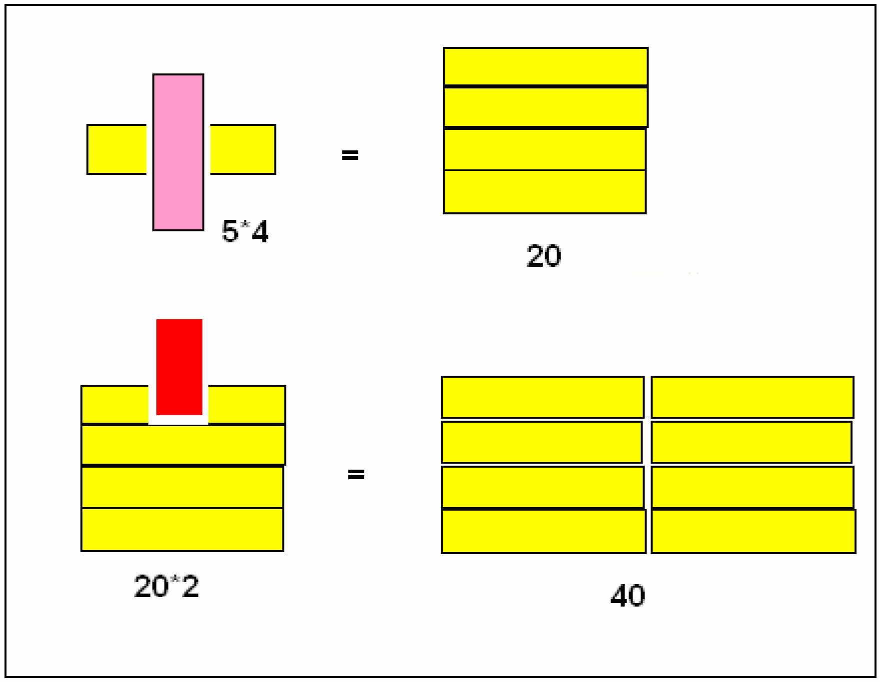


(Actividad 2, 23 de Noviembre de 2006)

En el caso de Juanita ella no solo realizó multiplicación con dos números empleando las regletas, sino que realizó una torre, es decir, multiplicación con más de dos regletas. Ella empleó las regletas amarilla, rosada y roja y procedió de la siguiente manera para desarrollar la multiplicación:

Desarrolló primero el producto a • p, es decir, tomó las regletas amarilla y la rosada para realizar la multiplicación la cual leyó “amarilla cruz rosada”, luego formó el piso de la cruz con 4 regletas amarillas que le equivalían a 20, retiró la regleta rosada y puso de forma vertical el piso de la cruz, es decir, se formó una pared de regletas amarillas, a la cual le colocó una regleta roja en la parte superior indicando que debía completar la pared con el doble de regletas amarillas. Al finalizar el proceso se dio cuenta que tenía un total de 8 regletas amarillas que le equivalieron a 40.

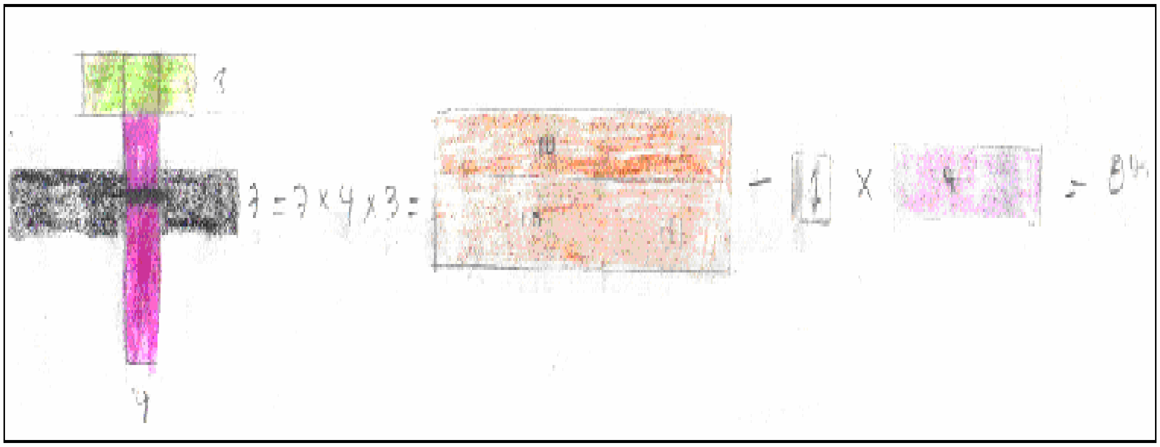




(**Actividad 2, Noviembre 18**)

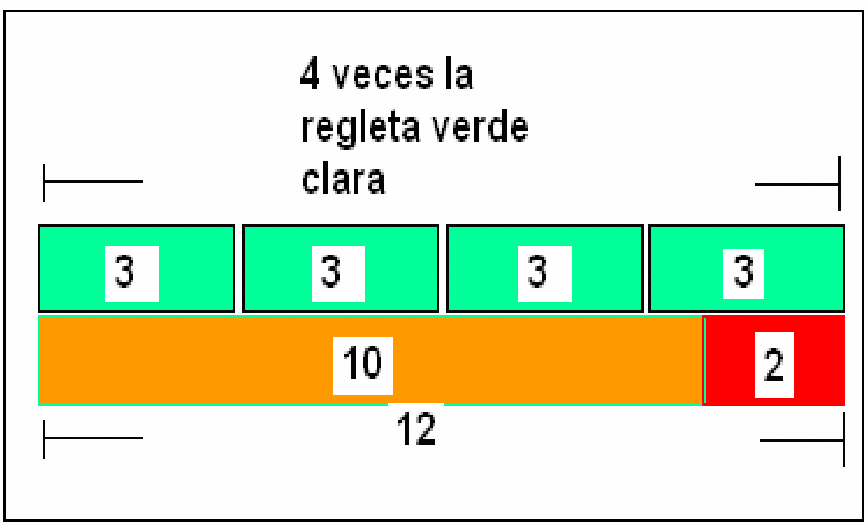
Aquí vimos como Carmenza empleo las propiedades: asociativa porque agrupó las dos primeras regletas e hizo la operación entre ellas, tomando el resultado para multiplicarlo por la tercera regleta; y la clausurativa porque al multiplicar los valores de las regletas obtuvo el valor de un tren de regletas.

En el caso de Oscar se ve como él trabajó la multiplicación de tres números (7 x 4 x 3) e hizo una asociación con la suma, es decir, expresó el resultado de esa multiplicación por medio de la suma de dos regletas anaranjada (10 + 10 =20) más una regleta blanca (valor 1) y el resultado lo multiplicó por una regleta rosada (valor 4), es decir: (20+1) x 4 = 84.

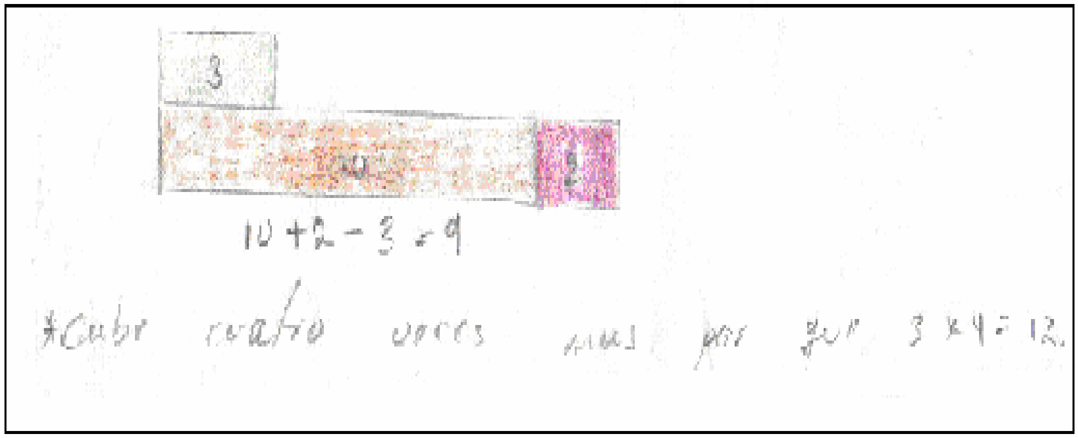


(Actividad 2, 23 de Noviembre de 2006)

En el caso de la división se les solicitó que verificaran cuántas veces estaba contenida la regleta verde clara en el tren anaranjado-roja, a lo que Oscar respondió que era una división exacta y realizó el procedimiento de la siguiente manera:

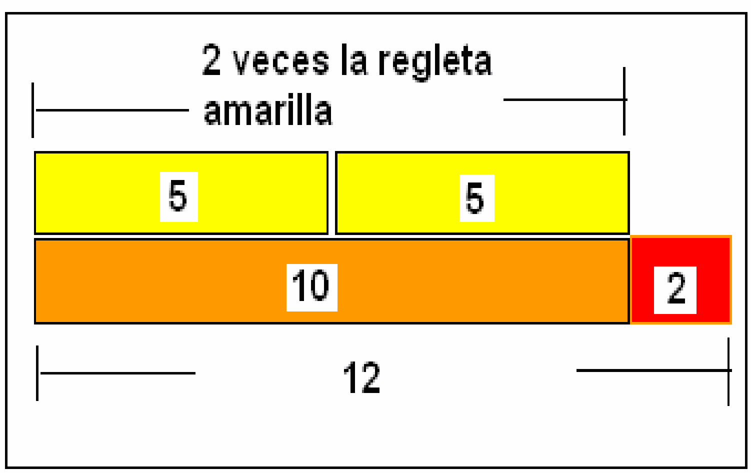


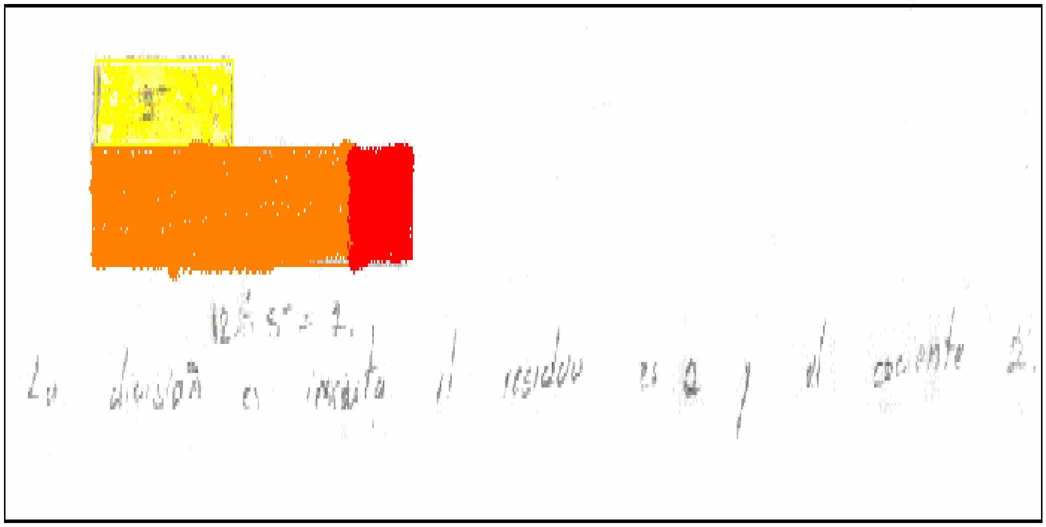
Teniendo el tren formado por las regletas anaranjada + roja, sobrepuso 4 regletas verdes claras ya que buscaba completar la longitud del tren.



(Actividad 2, 23 de Noviembre de 2006)

Luego en la misma actividad 2 se les solicitó que teniendo el mismo tren naranja-rojo determinaran cuantas veces estaba contenida la regleta amarilla y la respuesta de Oscar fue que era una división inexacta, porque sólo se cubría la regleta naranja con dos regletas amarillas y quedaba sobrando la regleta roja, es decir, estaba contenida la regleta amarilla 2 veces en el tren y sobraba la regleta roja de valor 2.





(Actividad 2, 23 de Noviembre de 2006).

Aunque Oscar realizó bien el procedimiento se le dificultó ubicar el cociente y el residuo, por tal motivo se le dio la explicación por parte de los docentes, así: la cantidad de regletas amarillas representa el cociente que en este caso es 2 regletas y la regleta que sobra es la que representa el residuo que en este caso es 2 por ser la regleta roja la que sobró.

La Actividad 3 "Razón y Proporción" se desarrolló el 28 de Noviembre cuyo objetivo fue que los estudiantes construyeran el concepto de proporción, además de comprender el concepto de razón y su relación con la proporción. A continuación presentamos el modelo de la actividad dirigida a los estudiantes.

ACTIVIDAD 3

RAZÓN Y PROPORCIÓN

NOMBRE:____________________________ GRADO:__________ FECHA:___________

OBJETIVO:

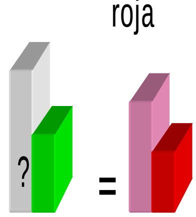
• Construir el concepto de proporción.

Realiza comparaciones con las regletas para encontrar respuesta

Halle una regleta que sea más larga que la amarilla pero más corta que la negra. Dibújala y coloréala.

Encuentre una regleta que sea el triple de la regleta verde clara. Dibújala y coloréala.

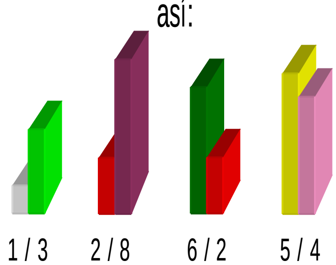
Halle una regleta que sea la misma parte de la verde que la rosada es de la roja



¡SABÍAS QUE!

"Sin importar los valores numéricos que se le den a las regletas, y sin tener en cuenta la clase de operaciones que se efectúan con ellas, las relaciones entre sus longitudes no cambia"

Ahora toma algunas regletas y la pones al lado de otra, así:

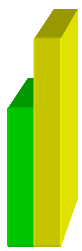


Observa la parte numérica, ¿qué relación hay con las representaciones? ¡Escríbelas!

Realiza tres ejemplos más, dibújalos y coloréalos.

Representa con las Regletas de Cuisenaire las siguientes expresiones la tercera parte de la regleta *j* la mitad del tren *z n*

De ahora en adelante la regleta unidad para nosotros es la regleta *b*, es decir, si tenemos:



$= \frac{3}{5}$

Podemos afirmar que una regleta verde clara al lado de una amarilla también puede ser leída como 3 es a 5 ó como 3 de 5 ya que la regleta verde clara contiene tres longitudes de regleta blanca mientras la amarilla contiene cinco.

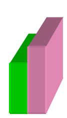
¡SABÍAS QUE!

"Este tipo de relación entre los tamaños de dos regletas se denomina Razón"

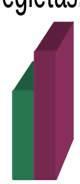
Forma 5 razones más con las regletas y escribe su lectura. Dibújalas y coloréalas.

Bien, ahora veamos como podemos comparar dos razones con las regletas.

Tomemos las siguientes razones:

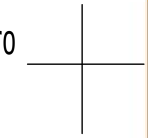


v / p

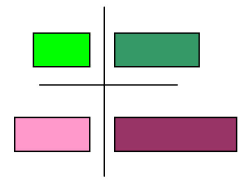


w / m

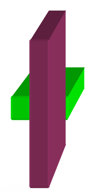
En una hoja o en el piso formemos cuatro cuadrantes así:



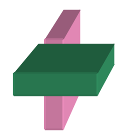
Ahora ubiquemos las regletas en forma vertical y conservando su orden así:



Luego multipliquemos las diagonales respectivas para obtener los siguientes productos:



3 x 8



6 x 4

¡SABÍAS QUE!

"Si el resultado de las cruces son iguales, entonces, se dice que las dos razones forman una proporción"

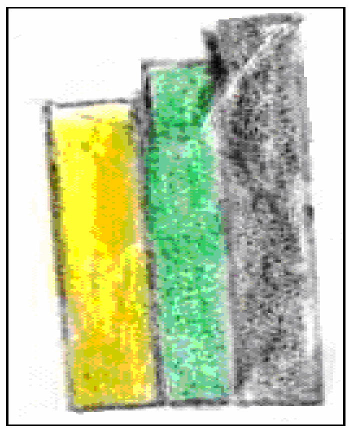
¿Qué se dirá si el resultado de las cruces es diferente?

Toma dos razones de las 5 que hiciste, y verifica si forman una proporción.

Repite el procedimiento para otras parejas de razones.

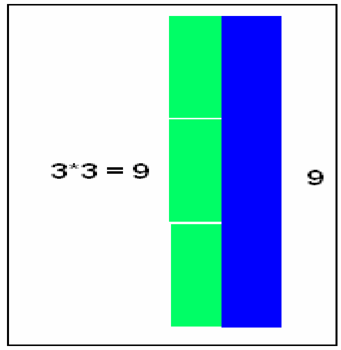
Para realizar esta actividad inicialmente nuestros estudiantes debían realizar comparaciones entre regletas para encontrar las relaciones entre sus longitudes.

Al inicio de la actividad se les solicitó que buscaran una regleta que fuera más larga que la regleta amarilla, pero más corta que la regleta negra, y observamos que Yerly tomó las regletas amarilla y negra para comparar la longitud dándose cuenta que había una diferencia de 2 unidades, por lo cual buscó la regleta que encajara en medio de las dos, y encontró que la que encajaba era la regleta verde Oscura, así:

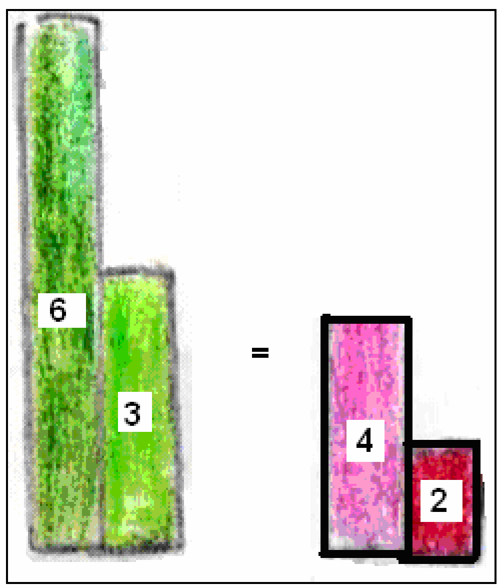


(Actividad 3, 28 de Noviembre de 2006)

Posteriormente se les pidió encontrar una regleta que fuera el triple de la regleta verde clara, para lo cual los estudiantes hicieron un tren con tres regletas verdes claras (3 + 3 + 3 = 9) y luego buscaron una regleta cuya longitud fuera exacta a la del tren formado; la regleta que cumplió con esta condición fue la azul que representa el valor de 9.



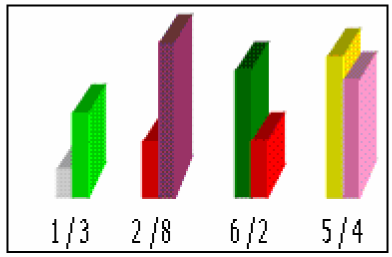
Para finalizar debían comparar un par de regletas y buscar una regleta que al colocarla junto a la verde clara tuviera la misma relación que existe entre la regleta roja con respecto a la regleta rosada. En el caso de Yerly ella se dio cuenta que necesitaba una regleta que fuera el doble de la verde clara, ya que la rosada era el doble de la roja.



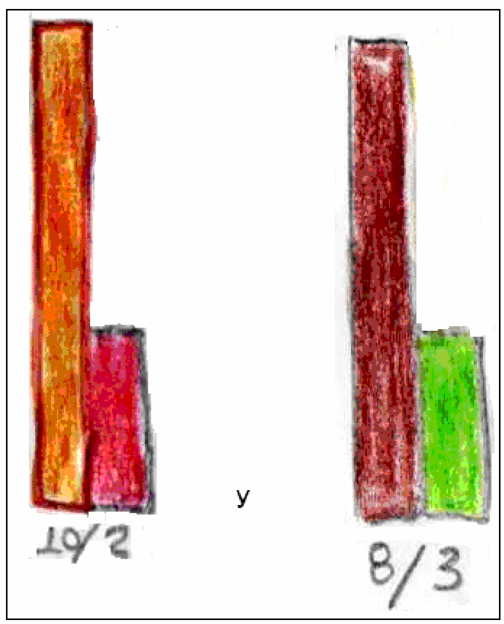
(Actividad 3, 28 de Noviembre de 2006)

Estas comparaciones entre las regletas se realizaron con el fin de ver las relaciones que surgen, una de ellas que la regleta roja es la mitad de la regleta rosada o que la regleta verde oscura es el doble de la regleta verde clara, además de introducirlos en el concepto de razón.

De igual manera en la actividad 3 se les dieron varios ejemplos de comparación de regletas para ver que relación encontraban y se les pidió que cada uno diera sus propios ejemplos.



Aquí Juanita dijo que en el primer ejemplo la relación era que la regleta verde contenía tres veces la regleta blanca o que en el segundo caso la regleta roja contenía 2 veces la regleta blanca, mientras la regleta morada contenía 8 veces la regleta blanca. Los ejemplos que ella realizó fueron los siguientes:

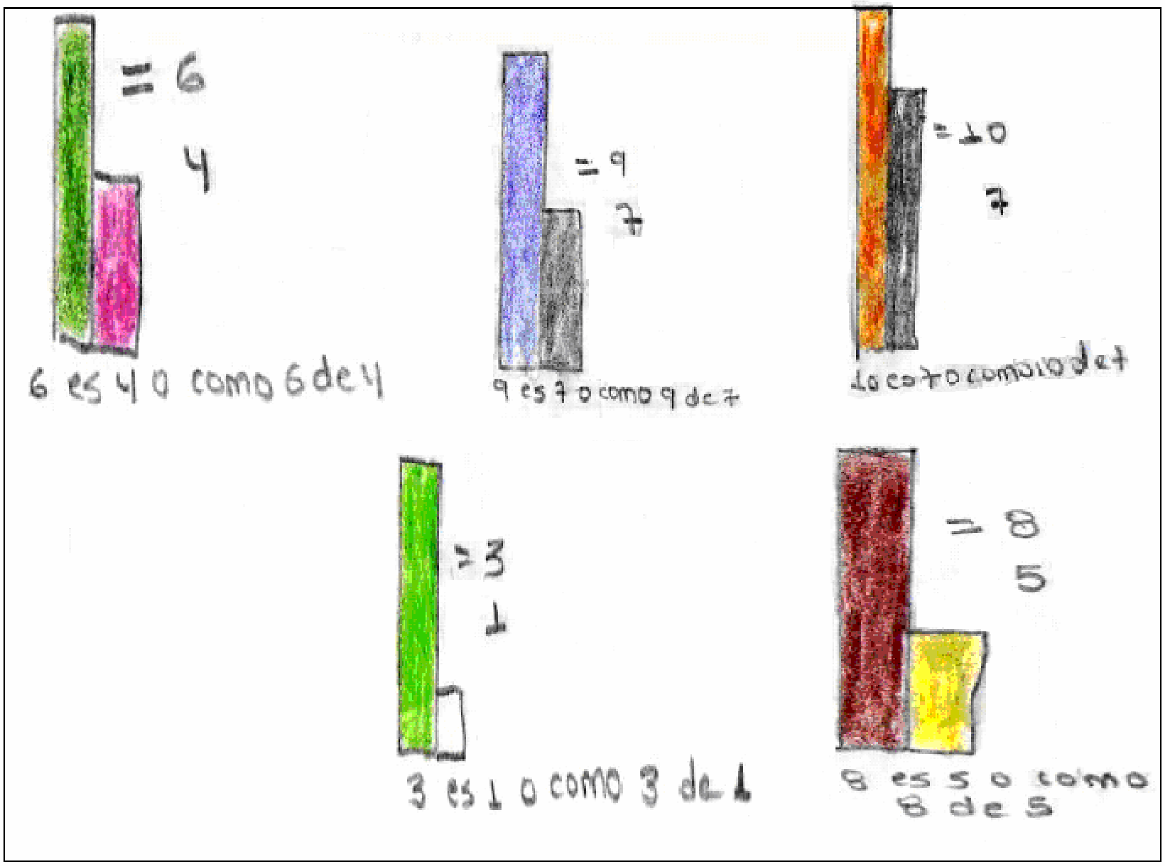


(Actividad 3, 28 de Noviembre de 2006)

Describiendo que la relación en el primer ejemplo era que la regleta anaranjada contenía 10 longitudes de la regleta blanca mientras la roja contenía sólo 2

longitudes de la blanca y en el segundo ejemplo la regleta marrón contenía 8 longitudes de la regleta blanca, mientras que la verde clara sólo contenía 3 longitudes de la regleta blanca. Además, que como se indicó en la actividad estas relaciones se podían leer de la siguiente manera: “Una regleta anaranjada al lado de una regleta roja puede ser leída como 10 es a 2 ó como 10 de 2 ya que como lo indicamos anteriormente la regleta anaranjada contiene 10 veces la regleta blanca mientras la roja contiene sólo 2 veces la blanca”. Es decir, que a este tipo de relación entre los tamaños de dos regletas se les podía denominar Razón.
Los estudiantes sólo realizaron la comparación de la regleta anaranjada con la regleta roja, no realizaron la comparación del caso recíproco, es decir la regleta roja comparada con la regleta anaranjada.

Posteriormente cada estudiante realizó 5 ejemplos de razones, a continuación mostramos algunos realizados por Yerly:

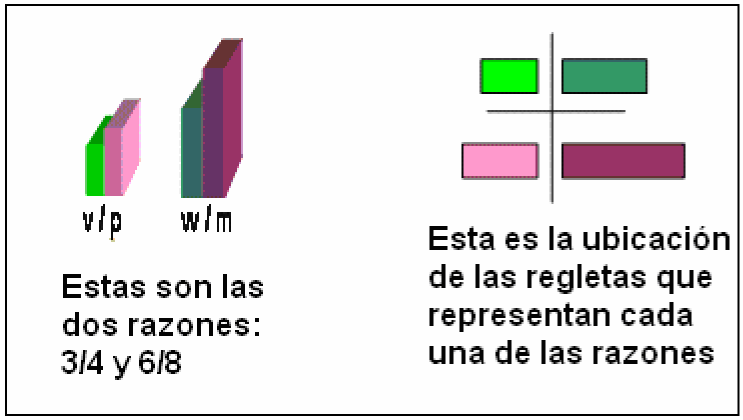


(Actividad 3, 28 de Noviembre de 2006)

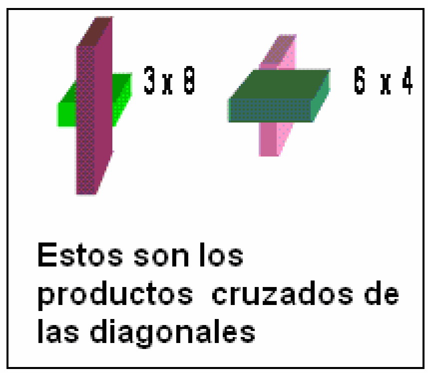
Quien nos manifestó que

“las razones eran relaciones de longitudes entre las regletas, que no eran simplemente relación entre números”.

Luego de proponer los 5 ejemplos de razones debían comparar dos razones y para ello tuvieron que dividir un espacio en el piso convirtiéndolo en cuatro cuadrantes para ubicar verticalmente las regletas que formaban cada una de las razones como se muestra a continuación:



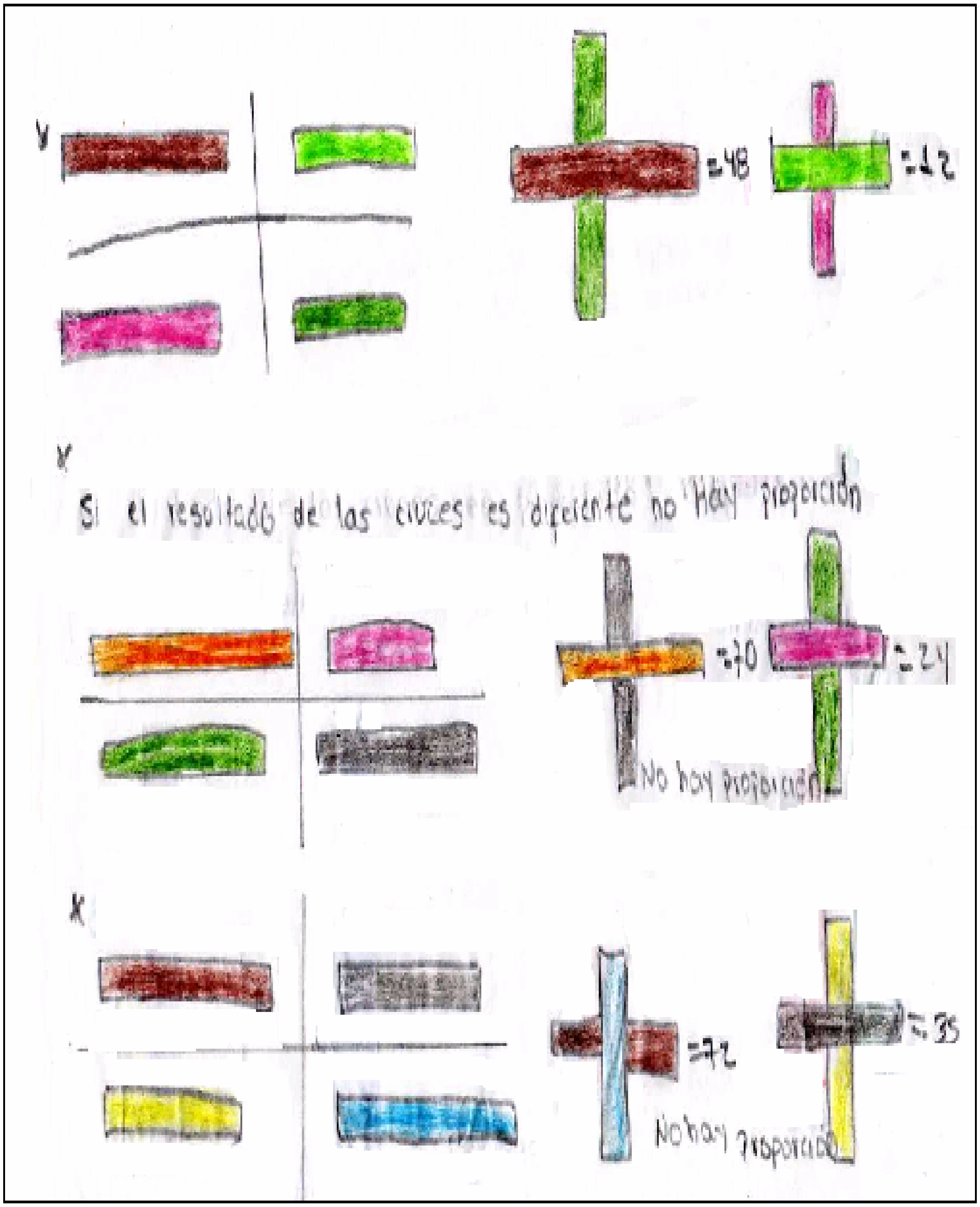
Posteriormente se multiplicaron las diagonales para obtener los siguientes productos:



Y los estudiantes encontraron que los resultados de los productos de las diagonales eran iguales, ratificando como se enunció en la actividad 3 que estas dos razones formaban una proporción; ya que 3 x 8 = 24 y 6 x 4 = 24.

En el último punto de la actividad se les pidió a los estudiantes que tomaran un par de razones e hicieran el mismo procedimiento y verificaran si el resultado de las cruces era el mismo o en caso contrario que ocurría.

A continuación presentamos el trabajo de **Yerly** con relación a esta actividad:



(Actividad 3, 28 de Noviembre de 2006)

Yerly al realizar la actividad respondió que como el resultado del producto de las diagonales fue diferente no hay proporción. Además lo demostró con los tres ejemplos presentados anteriormente.

Cabe resaltar que a partir de aquí las secciones fueron un poco maratónicas porque se finalizaba el año lectivo y estaban en los procesos que esto acarrea en las instituciones; la actividad 3 se realizó en la jornada de la mañana mostrando, por parte de nuestros estudiantes, un dominio en el manejo de las regletas.

La Actividad 4 "**Aplicación de la Proporción"** se desarrolló el 28 de Noviembre (por la tarde) cuyo objetivo era que nuestros estudiantes a través del empleo del concepto de proporción y de algunas de sus propiedades dieran solución a algunas situaciones problema. A continuación presentamos el modelo de la actividad dirigida a los estudiantes.

ACTIVIDAD 4

APLICACIÓN DE LA PROPORCIÓN

NOMBRE:______________________ GRADO:________ FECHA:_________

OBJETIVO:

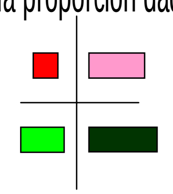
- Resolver problemas concretos de proporciones.

Ya sabemos que una proporción es una comparación de dos razones, en donde el producto cruzado es igual.

Teniendo en cuenta lo anterior, son posibles varias manipulaciones con las regletas desde una proporción dada.

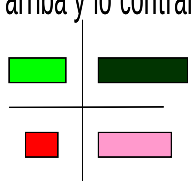
Por ejemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \quad =$$



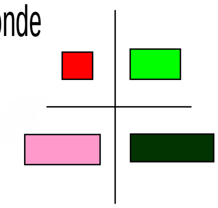
Verifica si es proporción o no.

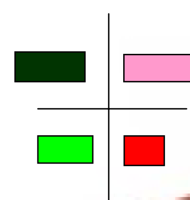
Movimiento 1: Voltea las razones, de abajo hacia arriba y lo contrario, así y...



Verifica numéricamente si permanece la proporción o no.

Movimiento 2: A partir de la proporción dada, intercambia una diagonal cualquiera así, y responde





¿Serán proporciones estas dos comparaciones?

Movimiento 3: ¿Qué pasa si hacemos los dos movimientos diagonales simultáneamente?

Realiza otros movimientos diferentes, escríbelos, dibújalos y verifica numéricamente si te dan proporciones o no.

Veamos cómo podemos dar respuesta a un problema concreto.

Problema: En la tienda de la esquina dan 6 caramelos por 15 tapas de gaseosas, ¿cuántos caramelos recibes si entregas 25 tapas?

Caramelos	6	?	6	15	6	3	6	6
Tapas	15	25	?	25	?	5	?	10

Hagamos el producto cruzado:

6 x 10 = ? x 6 El valor de ? es____

Completa los pasos utilizados para dar solución al problema.

1. Se plantea la proporción con los datos del problema
2. ______________________________
3. ______________________________
4. Se necesita que las razones queden_____ iguales para formar la proporción._______

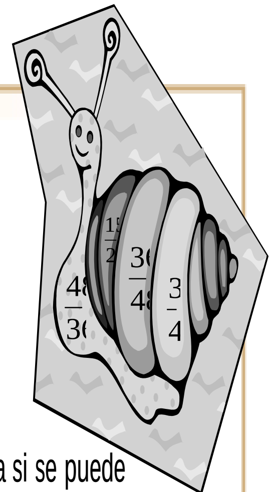
Bueno, ahora muéstranos lo aprendido a lo largo de las actividades realizadas.

En la parte izquierda aparecen razones con un color asignado. Si la razón que aparece en el dibujo forma una proporción con una razón de la izquierda, esta parte se colorea con el color asignado.

Amarillo $\frac{4}{3}$

Azul oscuro $\frac{5}{7}$

Azul claro $\frac{9}{12}$



En cada enunciado verifica si se puede plantear una proporción o no.

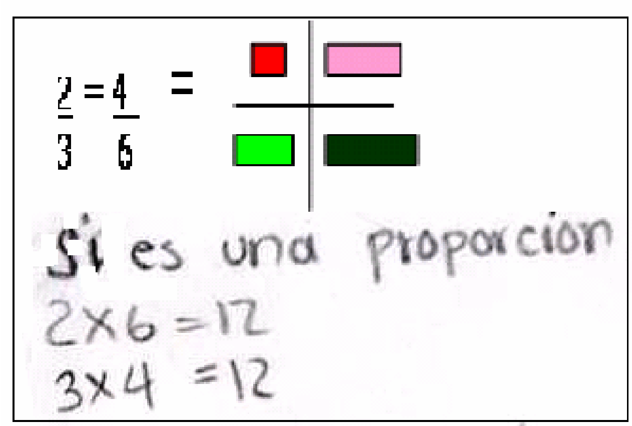
- Con 15 guayabas se producen 120 bocadillos. Empleando la misma técnica, con 23 guayabas se obtienen 184 bocadillos.
- Un empleado produce 3 vestidos en 2 días y otro 5 vestidos en 3 días.

Resuelve los siguientes problemas:

- Si con $300 se pueden comprar 5 bombones, entonces ¿cuántos de esos mismos bombones se pueden adquirir con $420?
- Un poste de 4 m de altura, en cierto instante, da una sombra de 6 m. ¿Cuánto mide de alto otro poste, si en ese mismo instante, da una sombra de 15 m?

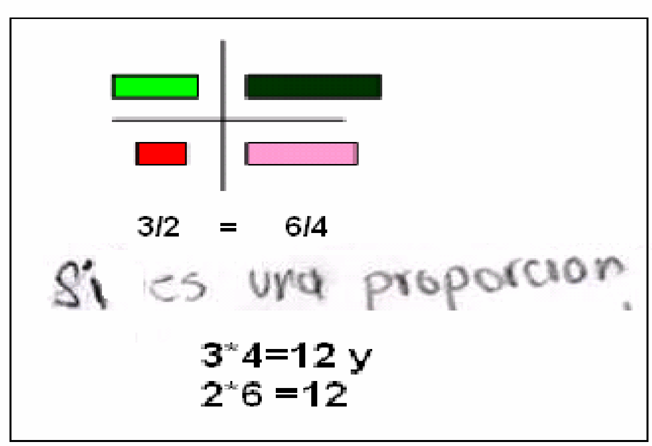
En esta actividad nuestros estudiantes debían realizar algunos movimientos a partir de una proporción dada representada con las regletas, y luego realizar el respectivo procedimiento para verificar si se mantiene la proporción entre las razones obtenidas.

Un ejemplo de ello fue la actividad desarrollada por Camila quien tomó dos razones dadas y multiplicó sus diagonales haciendo los siguientes productos y comprobando que si formaban una proporción.



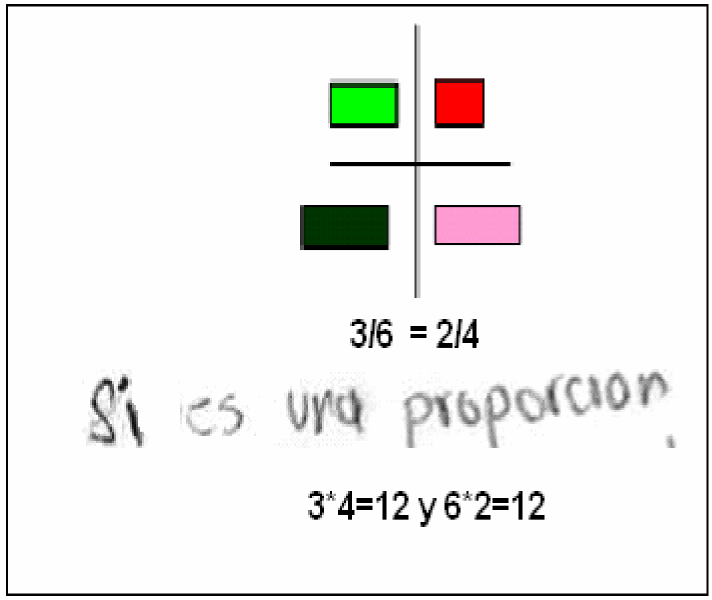
(Actividad 4, 28 de Noviembre de 2006)

De igual manera, se realizaron otros movimientos al devolver las regletas a su posición original, como por ejemplo poniéndolas patasarriba así,



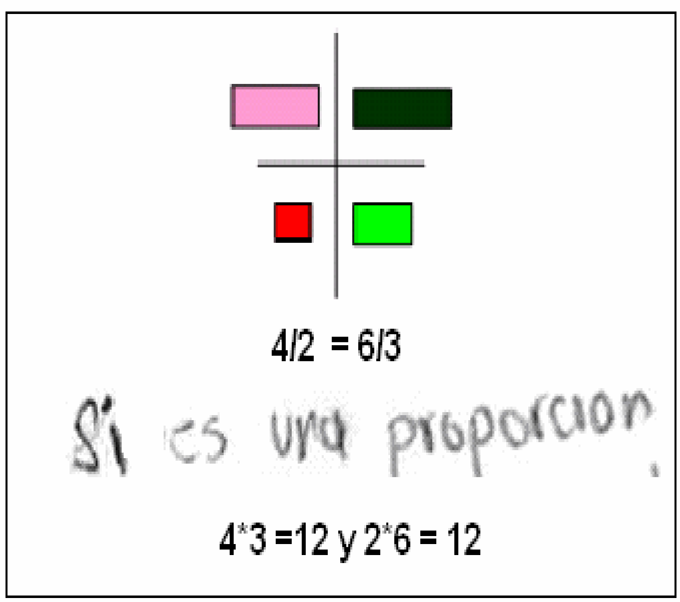
(Actividad 4, 28 de Noviembre de 2006)

Intercambiando la posición de la regleta verde clara y la regleta verde oscura así:



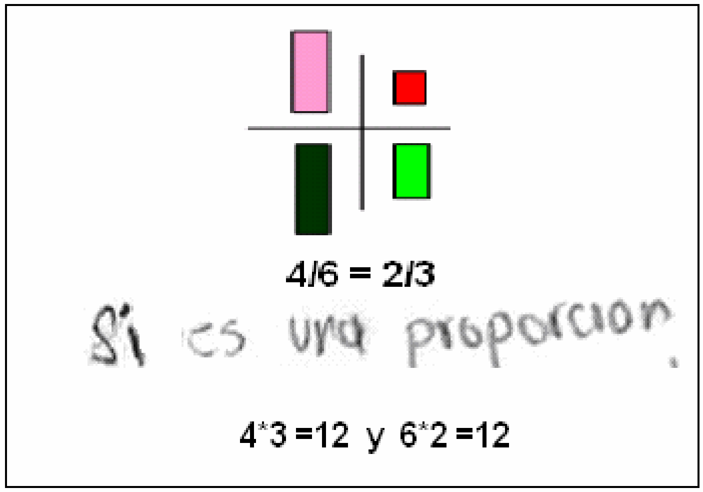
(Actividad 4, 28 de Noviembre de 2006)

Intercambiando las regletas verde clara y la rosada así:



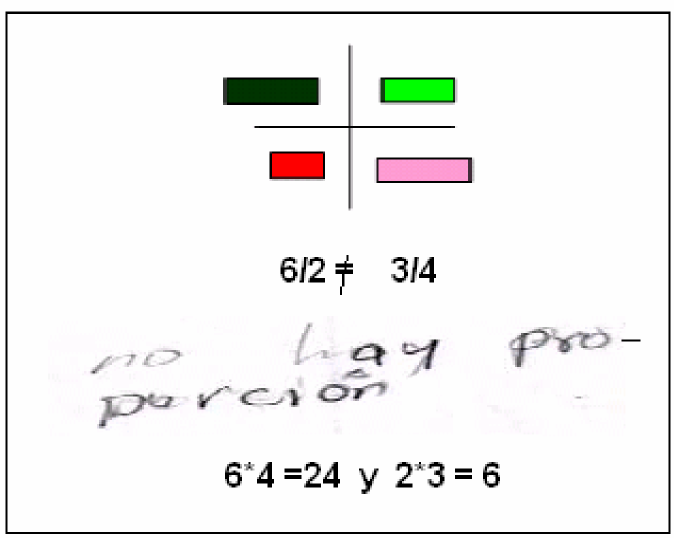
(Actividad 4, 28 de Noviembre de 2006)

Efectuando dos movimientos diagonales simultáneos nos lleva a nuestra proporción original pero a la inversa así:



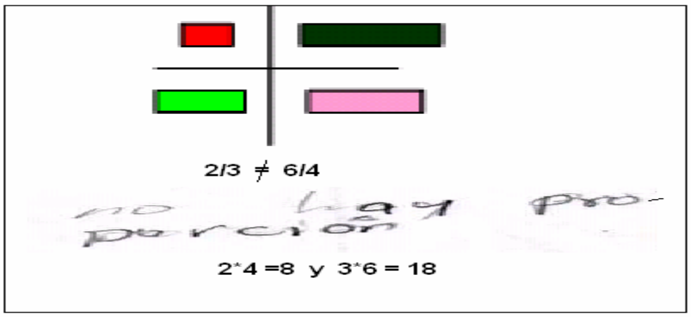
(Actividad 4, 28 de Noviembre de 2006)

Si cambiamos de arriba hacia abajo lo que ocurre es esto:



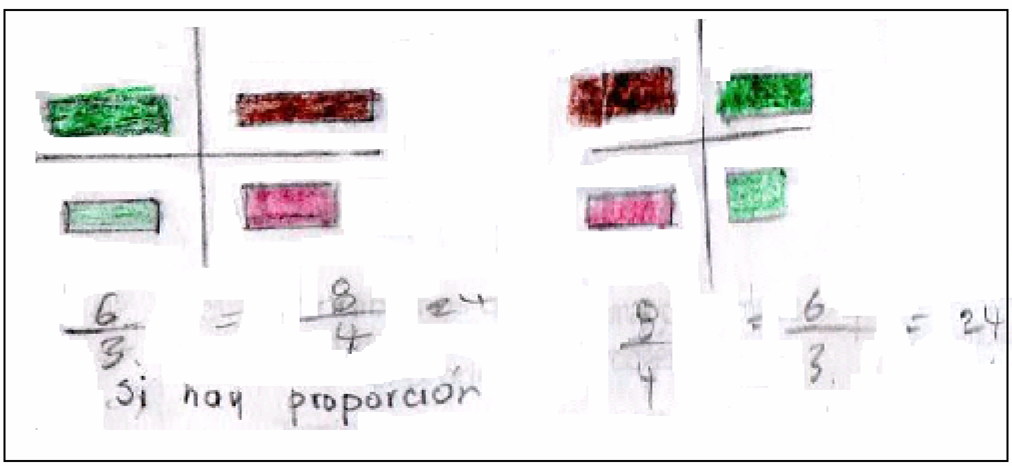
(Actividad 4, 28 de Noviembre de 2006)

Si cambiamos de lado a lado lo que ocurre es:



(Actividad 4, 28 de Noviembre de 20006)

Este es otro de los ejemplos de los movimientos que realizó Camila:



(Actividad 4, 28 de Noviembre de 20006)

Posteriormente nuestros estudiantes, empleando algunas propiedades de la proporción, pasaron a dar solución a los problemas que se les presentaron y observamos que algunos de ellos no tuvieron necesidad de emplear las regletas para dar solución a los mismos. De igual manera, estas situaciones problemas hacían el papel evaluativo de la experiencia.

En la parte de la evaluación hay que resaltar que se hizo en forma individual y sin orientación de nosotros, ya que buscábamos que nuestros estudiantes aplicaran lo aprendido a lo largo de las actividades realizadas en la investigación. La evaluación comenzó relacionando razones que conformaban una proporción, luego se planteaban situaciones en la cual los niños decidían si la información dada formaban proporción o no, y por último, situaciones problemas para desarrollarlas por los procedimientos que ellos escogieran.

A continuación presentamos el trabajo de **Camila** con relación a esta actividad:

Jessica

Problema: En la tienda de la esquina dan 6 caramelos por 15 tapas de gaseosas, ¿cuántos caramelos recibes si entregas 25 tapas?

Caramelos	6	10	6	15	6	3	6	6
Tapas	15	25	15	25	15	5	15	10

Hagamos el producto cruzado:

6 x 10 = ? x 6 El valor de ? es 10

Completa los pasos utilizados para dar solución al problema.

1. Se plantea la proporción con los datos del problema
2. Se multiplica diagonalmente
3. el resultado de las multiplicaciones se da una proporcion
4. Se necesita que las razones queden iguales para formar la proporción.

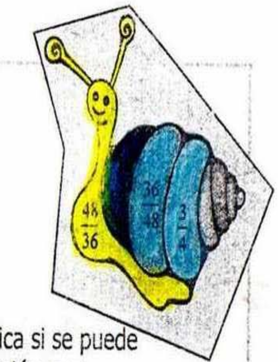
Bueno, ahora muéstranos lo aprendido a lo largo de las actividades realizadas.

En la parte izquierda aparecen razones con un color asignado. Si la razón que aparece en el dibujo forma una proporción con una razón de la izquierda, esta parte se colorea con el color asignado.

Amarillo $\frac{4}{3}$

Azul oscuro $\frac{5}{7}$

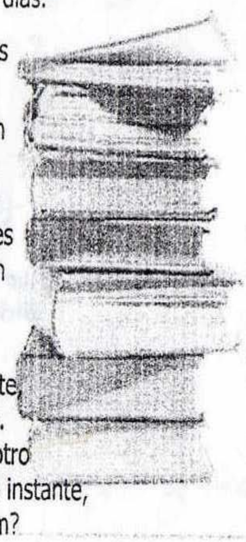
Azul claro $\frac{9}{12}$



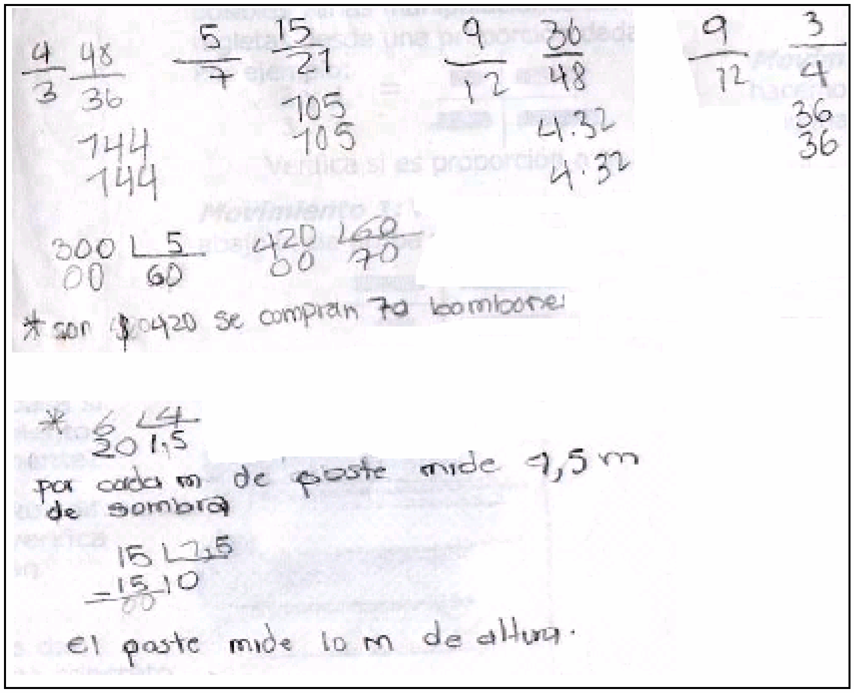
En cada enunciado verifica si se puede plantear una proporción o no.

- Con 15 guayabas se producen 120 bocadillos. Empleando la misma técnica, con 23 guayabas se obtienen 184 bocadillos.
- Un empleado produce 3 vestidos en 2 días y otro 5 vestidos en 3 días.

Resuelve los siguientes problemas:



- Si con $300 se pueden comprar 5 bombones, entonces ¿cuántos de esos mismos bombones se pueden adquirir con $420?
- Un poste de 4 m de altura, en cierto instante da una sombra de 6 m. ¿Cuánto mide de alto otro poste, si en ese mismo instante, da una sombra de 15 m?



(Actividad 4, 28 de Noviembre de 2006).

En este capítulo se mostró la estrategia metodológica empleada, para que los lectores tuvieran una herramienta válida para entender el trabajo de investigación y un aporte para posteriores investigaciones sobre el tema de proporción o sobre las Regletas de Cuisenaire.

4. CATEGORÍAS PARA EL ANÁLISIS

4.1 MANIPULANDO EL MATERIAL

…"Me divertí y aprendí jugando"
Yerly

Esta es una de las apreciaciones que hacen nuestros estudiantes, al igual que Yerly, cuando tienen la oportunidad de aprender matemáticas por medio de la manipulación de material concreto, en nuestra experiencia nos centramos en el empleo de las Regletas de Cuisenaire como una herramienta pedagógica. Concordamos con Piaget, Bruner y Dienes *apud* Dickson, et al (1991) quienes opinan que la manipulación de objetos "concretos" constituye la base del conocimiento humano en general y de las matemáticas en particular, pero además estamos convencidos que uno de los objetivos primordiales cuando se trabaja con material concreto es hacer que nuestros niños pasen fácilmente de la actividad espontánea del juego a la actividad planeada o sugerida en el trabajo escolar. "EL juego y el trabajo escolar orientados ayudarán a la socialización del niño, uno de los aspectos fundamentales para su formación integral" Gutiérrez (2006).

Además consideramos que si en las clases de matemáticas se parte del mundo real en que viven nuestros estudiantes y el uso del material concreto, el aprendizaje por parte del educando se hace más significativo, pues como lo plantean los Lineamientos Curriculares (1998, p. 122): "el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones que puedan vivir y en la que los conocimientos van a aparecer como la solución óptima y descubrible en los problemas planteados".

A continuación presentamos unas evidencias fotográficas que permiten observar la actividad realizada por nuestros estudiantes.

Foto 1

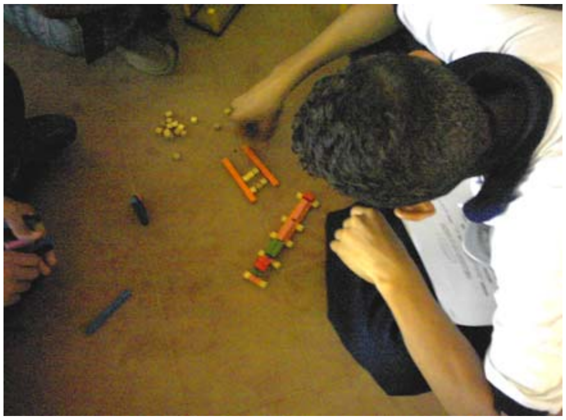


Foto 2

Foto 3

Al comienzo de la actividad se dedicaron a jugar, como dicen ellos, pero en sí estaban representando con las regletas algunas cosas que están acostumbrados a ver diariamente. En la fotografía N° 3 se muestra el sol que aunque no lo pudieron hacer redondo lo trataron de hacer de la forma mas similar posible, para lo cual Carmenza expresó **“no lo hacemos redondo porque las regletas no son curvas”** (actividad 1, 16 noviembre). Sin embargo, observamos que aunque no lograron realizar las figuras como querían, no se dieron por vencidos y las realizaron lo más parecidas posible, ya que las regletas generaron en ellos una actividad especial, les permitieron explorar, expresar lo que pensaban y los interrogantes que se les presentaron, de igual forma les permitieron encontrar en ellas algunas respuestas. De igual manera en conformidad con lo que plantea Gutiérrez (2006) “El juego manipulativo con material concreto es una actividad que puede describirse como la explotación del objeto llevado por la curiosidad, a través de la actividad, el niño descubre las propiedades y las relaciones de los materiales con que se juega”

Sin embargo, consideramos que no solamente el niño tiene la necesidad de aprender con el juego y el empleo del material manipulativo, sino que nosotros como docentes también necesitamos de ellos para una mejor comprensión de los conceptos para luego poder enseñarlos a nuestros estudiantes.

Un ejemplo claro de esta necesidad de aprender mediante el empleo del material manipulable se dio en la actividad 1, ya que permitió que nuestros estudiantes encontraran las características físicas de las regletas resaltando en ellas color, tamaño y forma, como lo expresó **Juanita**: **“Cada regleta tiene forma de un cuadrado y rectángulo”** aquí Juanita visualiza la forma de las regletas en el plano, es decir observa las caras de las regletas, más no, como un paralelepípedo o tridimensionalmente, y eso se debe a que “la mayor parte de las experiencias matemáticas que propiciamos a nuestros niños son bidimensionales”. Osorio (2005). De igual manera lo hizo Camila quien comparó el tamaño de dos regletas y comentó lo siguiente:

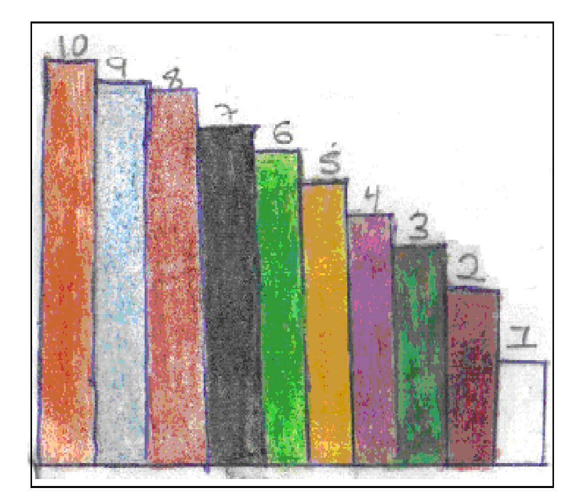
“Profesor, la roja llega hasta la mitad de la rosada, faltaría otra roja para alcanzar la rosada; es decir, la rosada equivale a dos rojas”

(Entrevista, Noviembre 27de 2006)

Con este comentario Camila nos deja ver que hay una búsqueda empírica que se realiza a través del empleo de las regletas, hay una intencionalidad en la actividad ya que comparó regletas de distinto color, generando estructuras más racionales y no se quedó en el simple descubrimiento.

En el desarrollo de la actividad observamos que nuestros estudiantes estaban entusiasmados, hubo una gran participación y se generó un diálogo con los compañeros, con lo cual se trató de aclarar dudas y se gestó un ambiente propicio para el aprendizaje. Sin embargo, al momento de analizar las respuestas proporcionadas por nuestros estudiantes en esta actividad vimos que se presentaba gran dificultad al comunicar de forma apropiada las ideas sobre las características de las Regletas, debido tal vez al poco manejo del lenguaje matemático que ellos poseen. Un ejemplo claro fue la siguiente respuesta proporcionada por Yerly:

“Cada una tiene un tamaño diferente, cada una va por estatura y así se puede organizar”



(Actividad 1, 16 de Noviembre de 2006)

Aquí Yerly no utilizó un lenguaje adecuado para transmitir la información sobre el tamaño de las Regletas, sin embargo observamos que posee la noción de orden entre las longitudes de las mismas, lo hace de mayor a menor y les asigna un valor numérico a cada regleta relacionado con su tamaño. Además observamos los intentos de organización que realizaron nuestros estudiantes que no demoraron en clasificar el material por colores y longitudes, elaboraron ‹‹trenes» de diferentes longitudes, la escalera, entre otras figuras.

En el caso de Oscar observamos que se expresa matemáticamente mejor que sus compañeros y que posee nociones de geometría, ya que respondió que la forma que tenían las regletas eran: **“Rectangular, cuadrada y cubo” (Oscar, 16 de noviembre),** él tuvo en cuenta la forma que presentaba la regleta blanca y la tomó como un cubo por tener sus caras iguales. (Conversación con Oscar, Noviembre 17 de 2006).

Como lo mencionábamos anteriormente el empleo de material concreto en nuestras clase de matemáticas debe tener una intencionalidad al igual que debe estar concadenado con el programa académico establecido, así como lo afirma Claudi et al (1996, p. 195) *apud* Rodríguez (2004): “los materiales tienen como objetivo prioritario servir de soporte manipulativo de los contenidos matemáticos que se quieren trabajar en el aula”, porque de no ser así, seguirá siendo simplemente una actividad que ayuda a que el niño se distraiga un rato y no le ayudará en el aprendizaje.

Uno de los autores con el cual coincidimos respecto a la importancia del material es Vargas (1998, p. 20) *apud* (Rodríguez, 2004) quien expresa lo siguiente:

> “Los materiales educativos, además de estar articulados con el material textual y con las directrices de trabajo de los educadores, deben relacionarse entre sí para facilitar a los niños las conexiones lógicas en los diferentes campos del conocimiento. Cuando un niño formula conjeturas y hace predicciones relacionadas con su entorno natural y descubre que un instrumento de medida le permite verificar matemáticamente su hallazgo a la vez que describirlo y simbolizarlo, está acercándose a la visión holística del universo y borrando las fronteras entre conocimientos fragmentados”.

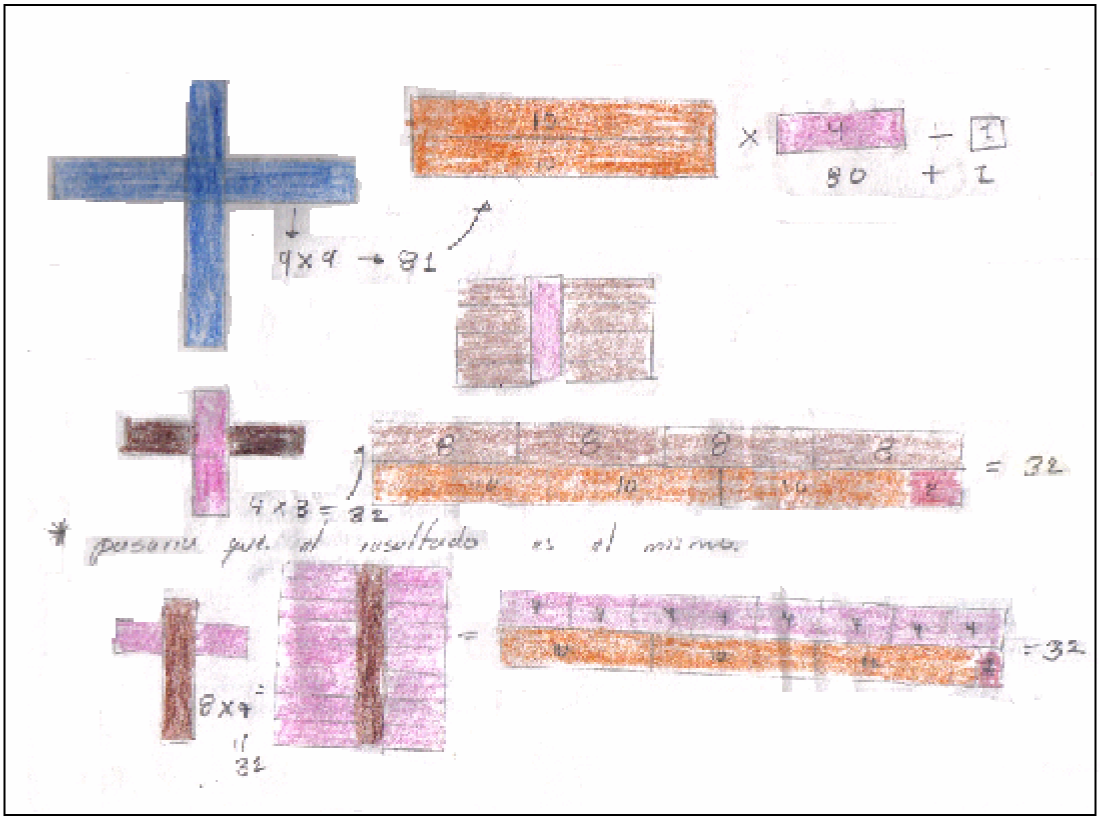
De acuerdo con lo expresado por Vargas tenemos el comentario de Oscar **“Me gustó el trabajo con las regletas porque uno aprende a dividir, sumar, restar, y a multiplicar de una forma que yo no sabía”.**

(Entrevista, Noviembre 20 de 2006)

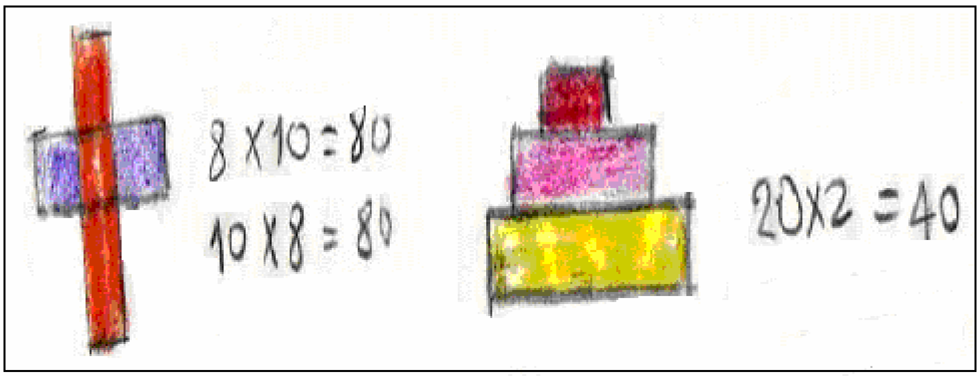
Aquí observamos que el trabajo que Oscar realizó con las Regletas fue agradable para él, y que le aportó para afianzar los conocimientos que ya tenía. Sin embargo manifestó: **“pero fue difícil la división porque no sabía en donde iba el cociente y el residuo utilizando las regletas”**

(Entrevista, Noviembre 20 de 2006)

Al manifestar esto destacamos que a Oscar aunque se le presentaron algunas dificultades al relacionar las partes de la división con sus representaciones en las Regletas de Cuisenaire, logró concluir con éxito el objetivo de la actividad, además de que obtuvo satisfacción de si mismo por el trabajo realizado.

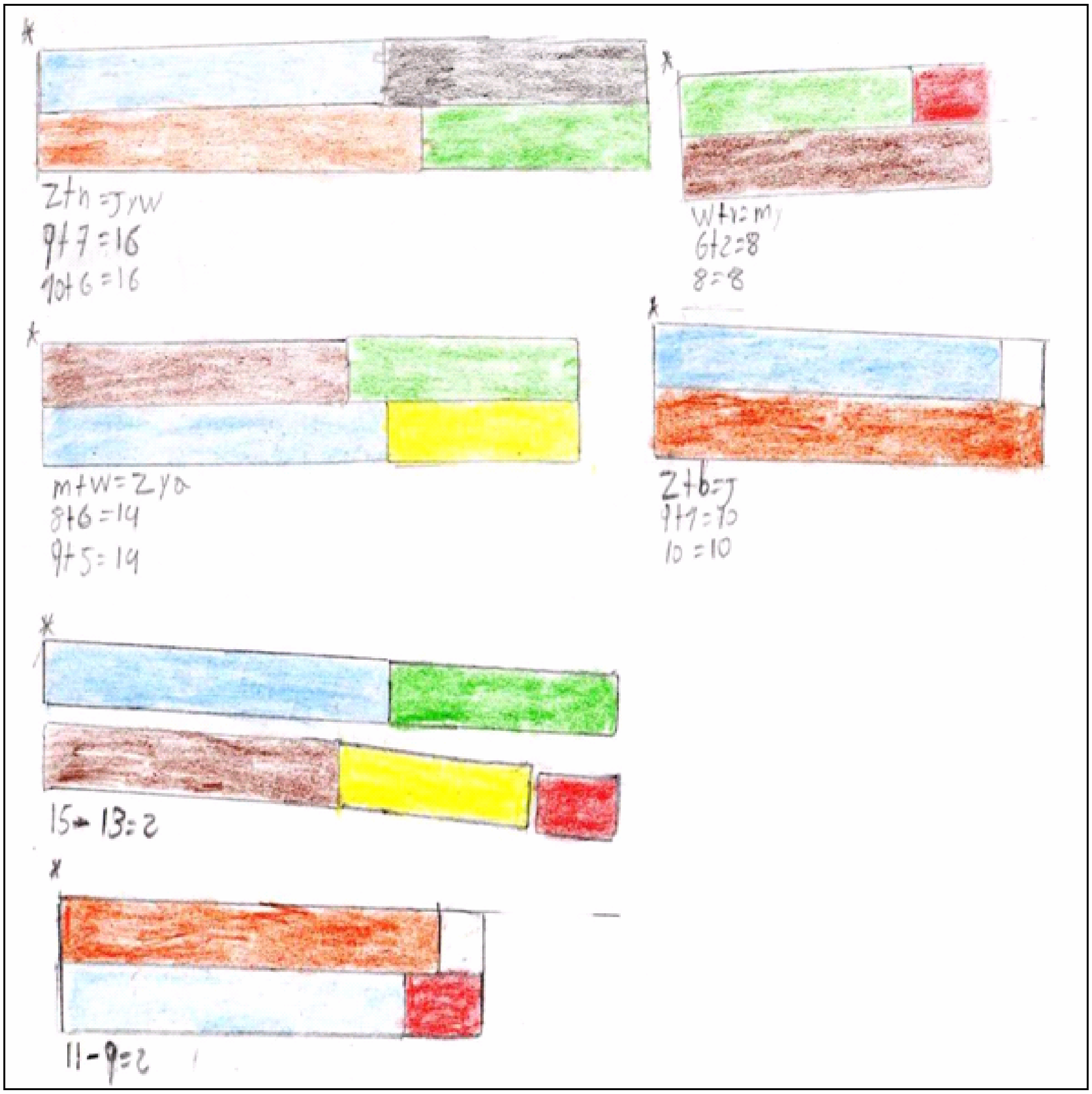


Esta es la hoja de respuesta de Oscar (**Actividad desarrollada el 18 de Noviembre de 2006**), donde se ve la representación de la multiplicación con las regletas de Cuisenaire y la utilización de los símbolos numéricos para verificar los procedimientos estudiados en las operaciones matemáticas. Observamos que Oscar adquirió una mejor comprensión del efecto de las operaciones mediante el empleo de las Regletas, siendo más evidente el proceso de la multiplicación, ya que como se estipula en los Lineamientos Curriculares (1998): "Una conceptualización completa de una operación implica la comprensión del efecto de la operación sobre varios números incluyendo Naturales y Racionales". A menudo se usan modelos para ayudar a los estudiantes a comprender la acción de la operación, por ejemplo modelar la multiplicación como una adición repetida suministra una forma concreta de ayudar a los alumnos a pensar en la multiplicación así como también cómo resolverla. Es importante explorar varios modelos para la multiplicación para que los estudiantes vean tanto el poder de un modelo como sus limitaciones”. **Oscar** realizó la multiplicación como una suma repetida y a su vez se dio cuenta que cumplía con propiedades como la conmutativa, de igual manera lo realizó **Juanita** quien además planteó que no solo se podían multiplicar dos números entre sí, sino que lo podían hacer con tres números (empleando tres Regletas de diferentes colores) a la vez como se muestra en la imagen, el procedimiento se explicó en el capítulo “Narrando las actividades”.



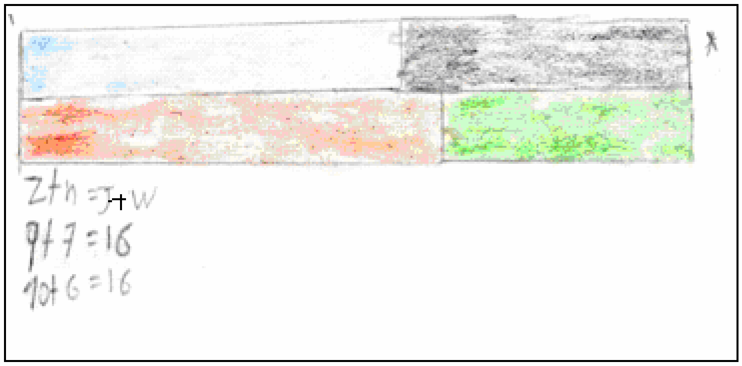
(Actividad 2, Noviembre 18 de 2006)

Con lo anterior vemos que el material concreto (Regletas de Cuisenaire) prepara el camino para que los estudiantes adquieran conceptos matemáticos formales, otro ejemplo de ello es el caso de Camila, que a través de la actividad en la cual debían sumar empleando las regletas obtuvo a su vez ecuaciones de índole algebraico, se observó que espontáneamente estableció relaciones numéricas y literales sin dificultad, mostrando así su creatividad, lo cual podemos observar en su hoja de respuestas

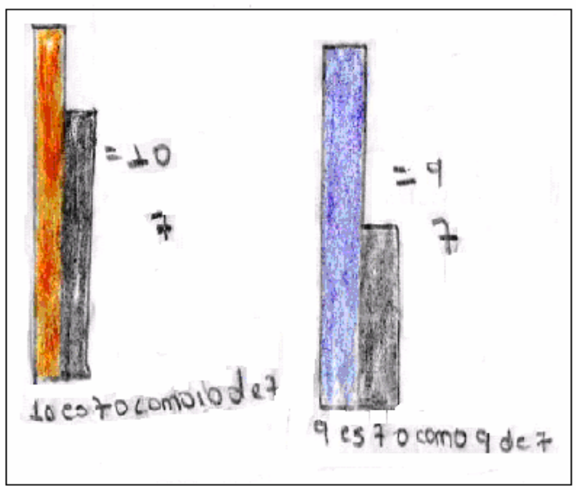


(Actividad 1, Noviembre 16 de 2006)

En estas respuestas podemos observar que Camila establece compensaciones aditivas como **z + n = j + w** y su verificación numérica **9 + 7 = 10 + 6** como lo estipula Piaget en el estadio 4 de la evolución intelectual del niño, es decir, el niño debe ir de forma gradual en el proceso de relaciones entre objetos. Fiol y Fortuny (1990 p.109)



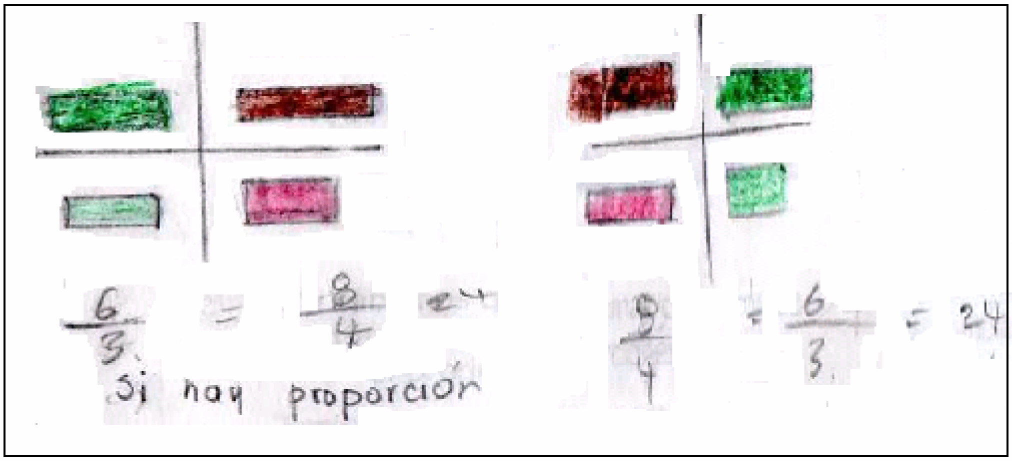
De igual manera se evidenció que la manipulación del material Regletas de Cuisenaire contribuyó para la iniciación de la construcción del concepto de proporción ya que en el caso de **Yerly** ella llegó a formular las correlaciones cualitativas entre las Regletas, como por ejemplo: 10 es a 7 o como 10 de 7, tal como lo mostramos a continuación



(Actividad 3, Noviembre 28 de 2006)

Expresando que la regleta naranja contenía diez longitudes de la regleta blanca mientras que la regleta negra contenía sólo 7 longitudes de la regleta blanca y que en el segundo caso la regleta azul contenía 9 longitudes de la regleta blanca, mientras la regleta negra contenía 7 longitudes de la regleta blanca.

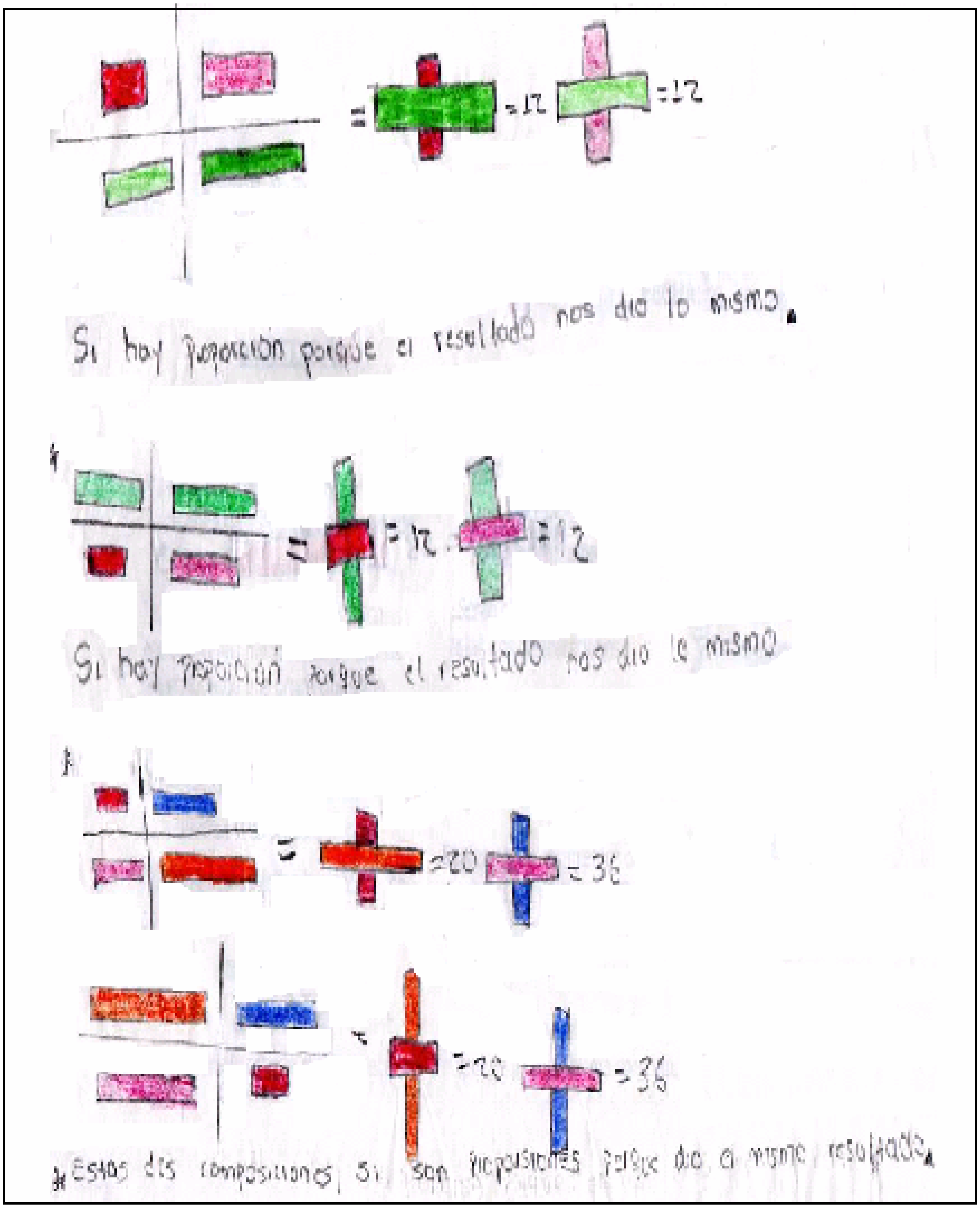
Además de concebir razones, e incluso en algunos casos comprender la igualdad de dos razones como lo hizo **Juanita**



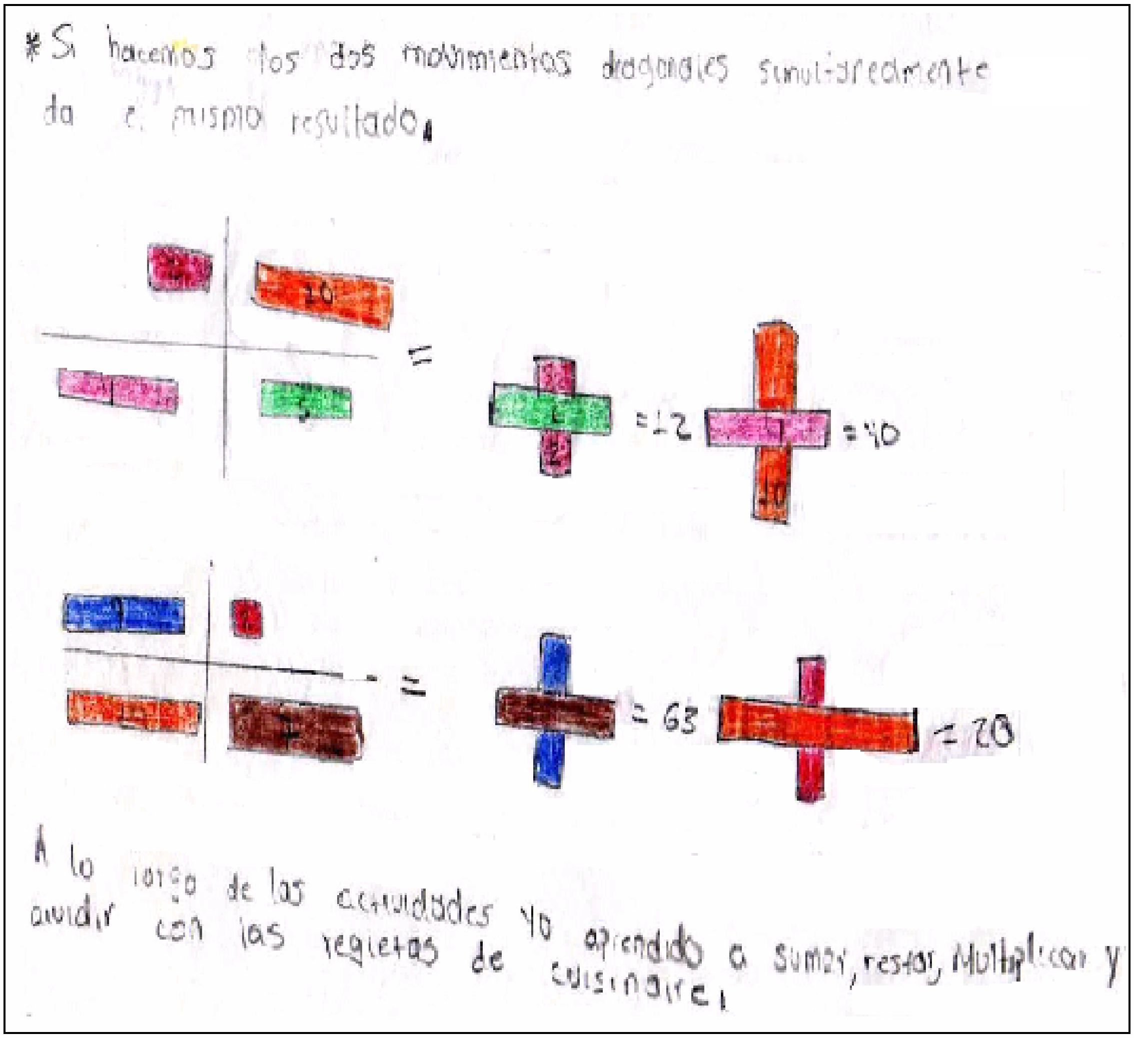
(Actividad 3, Noviembre 28 de 2006)

Aquí observamos que se generaron movimientos con las regletas tales como el intercambio horizontal de las razones representadas con las regletas y se halló posteriormente el producto de las diagonales para verificar si el resultado fue el mismo o no, en el caso de Juanita vimos que tomó dos razones como fueron 6/3 y 8/4 y realizaron el producto cruzado obteniendo 6*4 = 24 y 3*8 = 24 lo cual la hizo concluir que sí se formaba una proporción con esas dos razones. Luego hizo el intercambio horizontal de la regleta marrón y la regleta verde oscura y al realizar los productos cruzados obtuvo que se conservaba la proporción.

Otro movimiento con un par de razones es cuando se mueven simultáneamente las regletas que representa cada proporción así como se muestra en las siguientes presentaciones



(Actividad 4, Noviembre 28 de 2006)



Estas son las respuestas de **Camila** en la **actividad 4, Noviembre 28 de 2006.**

Aquí evidenciamos que se realizó todo un proceso en el cual fueron de gran importancia las Regletas de Cuisenaire para la construcción del concepto de Proporción.

4.2 CONSTRUYENDO PASO A PASO EL CONCEPTO DE PROPORCION

“La Matemática es complicada a veces, pero trabajar con las regletas es otra forma de aprender”
Oscar

Para empezar este análisis recordemos la pregunta que marcó el comienzo de esta experiencia: ¿Cómo el empleo de las Regletas de Cuisenaire posibilita que estudiantes de sexto grado construyan y apliquen el concepto de proporción? Esta pregunta se originó debido a la dificultad que tenían algunos de nuestros estudiantes en la resolución de problemas. Ya que durante mucho tiempo se observó que ellos “aprenden” el tema por mecanización y consecuentemente, no desarrollan el significado de dicho concepto.

Por lo tanto presentamos las observaciones que surgieron a lo largo del desarrollo de cada una de las actividades; en las cuales tuvimos en cuenta la parte teórica sobre proporción y didáctica, y las conjeturas realizadas por los estudiantes.

El concepto de proporción se trabajó desde el enfoque de medida, es decir comparando longitudes de material concreto, en este caso las Regletas de Cuisenaire; partiendo de los presaberes que nuestros estudiantes poseían del tema, para lo cual empleamos la actividad diagnóstica en la que los enfrentamos a situaciones problemas. Al desarrollar nuestros estudiantes dicha actividad vimos que los resultados obtenidos no fueron los esperados por nosotros ni por los estudiantes, así como expresó **Carmenza** refiriéndose a la actividad inicial:

“Profesor, usted nos pone problemas muy difíciles y no los entiendo”
(Actividad diagnóstica, 19 de Octubre de 2006)

Aquí Carmenza, al igual que la mayoría de nuestros estudiantes manifestó inconformidad con la actividad y eso fue porque cuando se vieron enfrentados a situaciones que involucraban más de una variable no tenían fundamentos teóricos para dar solución a las mismas. Un ejemplo de ello es la solución presentada por Carmenza al problema de la preparación de los vasos de jugo de naranja.

1. Si en tu colegio se fuera a llevar a cabo una fiesta y te tocara preparar la naranjada, y tienes claro que para obtener treinta vasos de la misma es necesario poner en una jarra 20 vasos de jugo de naranja, 10 vasos de agua y 2 vasos de azúcar ¿Cuántos vasos de jugo de naranja, y cuántos vasos de agua y de azúcar deberán ponerse en la jarra para obtener una buena naranjada?, de tal forma que alcance para:

Vasos de jugo de naranja	Vasos de naranjada	Vasos de azúcar	Vasos de agua
4	2	1	4
10	5	3	10
30	13	8	28
40	20	14	13

(Actividad diagnóstica, 19 de Octubre de 2006)

Aquí, Carmenza no tiene en cuenta la cantidad de vasos de naranja y de agua que le resultó, porque por ejemplo, para 4 vasos de jugo de naranja requeridos, el resultado dio 6 vasos de jugo de naranja, y así con las demás. Esto nos muestra que Carmenza no entendió el problema, sin embargo le dio solución (de forma errada) a la situación planteada.

Para la misma Situación Juanita presentó aciertos respecto a la cantidad de Vasos de agua relacionándola con la cantidad de vasos de jugo de naranja. Nos permitió observar que si poseía nociones sobre proporción, sin embargo nos aclaró que era muy difícil manejar todas esas variables (datos) a la vez. Esta es la solución que presentó Juanita a la situación problema.

Vasos de jugo de naranja	Vasos de naranjada	Vasos de azúcar	Vasos de agua
4	2	1	2
10	5	3	5
30	15	6	15
40	20	10	20

(Actividad diagnóstica, 19 de Octubre de 2006)

Juanita fue cuidadosa sobre la cantidad de vasos de naranja y de agua resultantes, además propuso que la mitad de vasos de jugo de naranja requeridos en el punto de la actividad diagnóstica fuera para las variables que tenían que ver con los vasos que representan los líquidos. Por ejemplo, para los 10 vasos de jugo de naranja ella escribió que 5 vasos eran de naranjada y 5 eran de agua, y como consecuencia de esto, la cantidad de vasos de azúcar también sería la mitad pero de la cantidad de los vasos de naranjada o de agua, entonces, para este mismo ejemplo la cantidad de azúcar fue de 3 vasos ya que trabajó con números enteros. Argumentando su procedimiento así:

"yo tengo un tío que vende jugo de naranja y mandarina, y he visto que él le hecha como la mitad de cada cosa, ah eso sí, el azúcar le va calculando mas o menos hasta que quede bien de sabor"
(Actividad diagnóstica, 19 de Octubre de 2006)

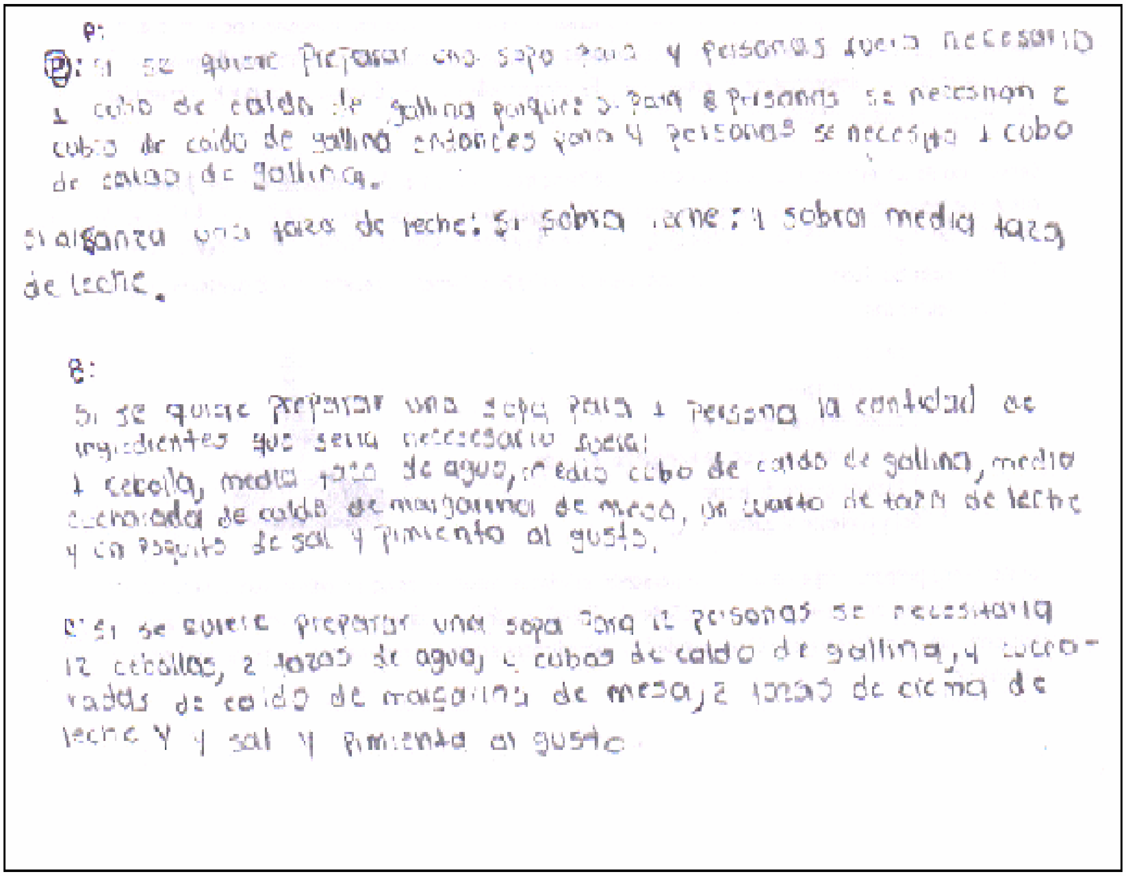
Además observamos que Juanita si realizó comparaciones con lo que tenía para encontrar los resultados de las otras, porque tomó la primera parte y dijo:

“Si para 2 vasos de naranjada hecho 1 de azúcar, entonces, para 5 vasos de naranjada hecho 3”

(Actividad diagnóstica, 19 de Octubre de 2006)

Ella afirmó que por cada 2 vasos de líquido echó la mitad de azúcar, pero como le daba 2,5 no lo puso así sino que le aumentó un poquito para que quedara un número entero, o sea 3. De esta forma la noción de proporción que manejó Juanita es correcta, ya que las comparaciones entre las razones que se pudieran formar con los datos propuestos mantendrían la proporción.

Cuando nuestros estudiantes se enfrentaron al segundo punto de la actividad diagnóstica, se les facilitó ya que las cantidades representadas en la receta eran enteras y podían con certeza dar soluciones correctas a la situación, puesto que asociaron el problema presentado a situaciones cotidianas. Veamos el caso de **Juanita** quien expresó en su hoja de respuesta lo siguiente:



A:
A: si se quiere preparar una sopa para 4 personas fuera necesario 1 cubo de caldo de gallina porque si para 8 personas se necesitan 2 cubos de caldo de gallina entonces para 4 personas se necesita 1 cubo de caldo de gallina.
si alcanza una taza de leche; si sobra leche; y sobra media taza de leche.

B:
Si se quiere preparar una sopa para 1 persona la cantidad de ingredientes que seria necesario fuera:
1 cebolla, media taza de agua, medio cubo de caldo de gallina, media cucharada de caldo de margarina de mesa, un cuarto de taza de leche y un poquito de sal y pimienta al gusto.

C: si se quiere preparar una sopa para 12 personas se necesitaria 12 cebollas, 2 tazas de agua, 6 cubos de caldo de gallina, 4 cucharadas de caldo de margarina de mesa, 2 tazas de crema de leche y y sal y pimienta al gusto.

(Actividad diagnóstica, 19 de Octubre de 2006)

Lo transcribimos porque no es tan claro en la hoja de respuesta

A: “Si se quiere preparar para 4 personas fuera necesario 1 cubo de caldo de gallina porque si para 8 personas se necesitan 2 cubos de caldo de gallina entonces para 4 personas se necesita 1 cubo de caldo de gallina”.
“Si alcanza una taza de leche; si sobra leche; y sobra media taza de leche”.

B: “Si se quiere preparar una sopa para 1 persona la cantidad de ingredientes que sería necesario fuera:

1 cebolla, media taza de agua, medio cubo de caldo de gallina, media cucharada de caldo de margarina de mesa, un cuarto de taza de leche y un poquito de sal y pimienta al gusto”.

C: “Si se quiere preparar una sopa para 12 personas se necesitaría 12 cebollas, 2 tazas de agua, 4 cubos de caldo de gallina, 4 cucharadas de caldo de margarina de mesa, 2 tazas de crema de leche y sal y pimienta al gusto”.

Ella relacionó la cantidad de personas para la cual estaba la receta inicialmente elaborada y de ahí tomó las mitades de los ingredientes para acercarse a lo que se le exigía en las preguntas del punto 2, al igual que recordó como preparaban en su casa esa sopa, logrando con éxito dar solución a la situación planteada.

Finalmente con la actividad diagnóstica observamos algunas relaciones que hicieron nuestros estudiantes para con las variables que se dieron en las situaciones problemas, aclaramos que relacionaron sólo dos variables.
Teniendo en cuenta los presaberes presentados por nuestros estudiantes, iniciamos las actividades con el material concreto (las Regletas de Cuisenaire), para poder llevarlos a que construyeran el concepto de proporción, ya que somos consientes de que: “Enseñar no es transmitir conocimiento, sino crear las posibilidades de su producción o de su construcción”. Freire (2002, p. 47)

Es así como iniciamos el proceso de construcción del concepto de proporción, proporcionándoles a nuestros estudiantes unas bases más sólidas y una estrategia metodológica (Regletas de Cuisenaire), que les permitiera por sí mismos construir dicho concepto.

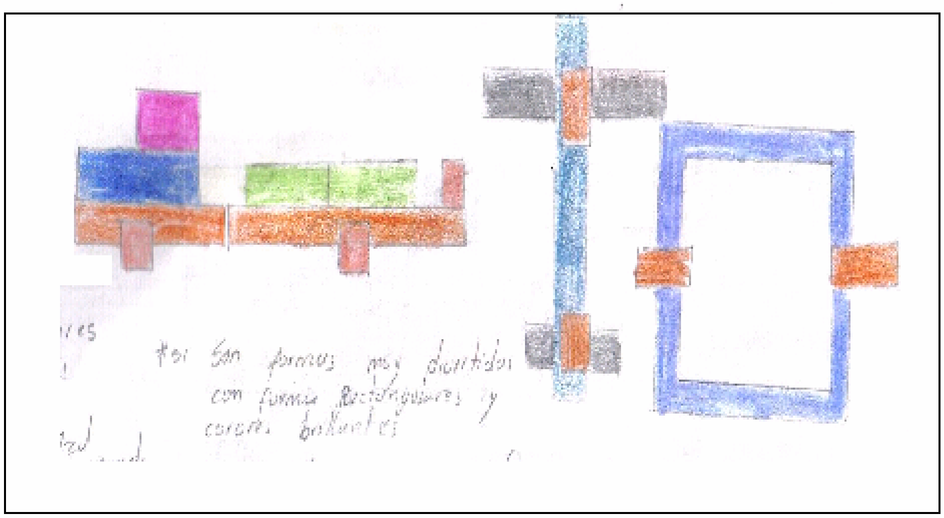
Inicialmente nos basamos en que: “El juego manipulativo con material concreto es una actividad que puede describirse como la explotación del objeto llevado por la curiosidad, a través de la actividad el niño descubre las propiedades y las relaciones de los materiales con que se juega” Gutiérrez (2006), aquí nosotros posibilitamos el espacio para que nuestros estudiantes exploraran el material y se familiarizaran con él, para posteriormente comprender el proceso de las operaciones básicas específicamente la multiplicación que nos aportaría para la construcción del concepto de proporción.

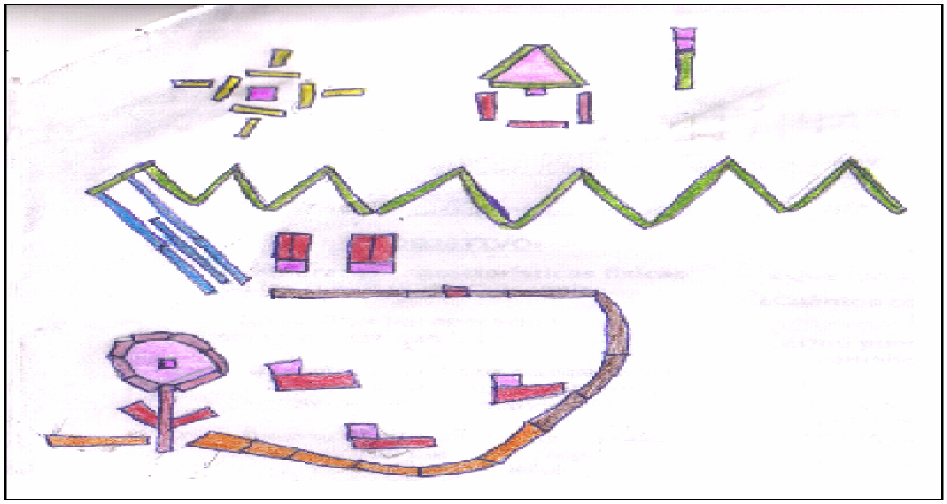
Cabe resaltar que las manifestaciones de agrado de la mayoría de nuestros estudiantes por trabajar con el material, no se hicieron esperar, y expresaron que nunca habían visto matemáticas de esta forma. Así como lo expresó **Yerly:**

…“Me divertí y aprendí jugando”

(Entrevista, 17 de Noviembre de 2006)

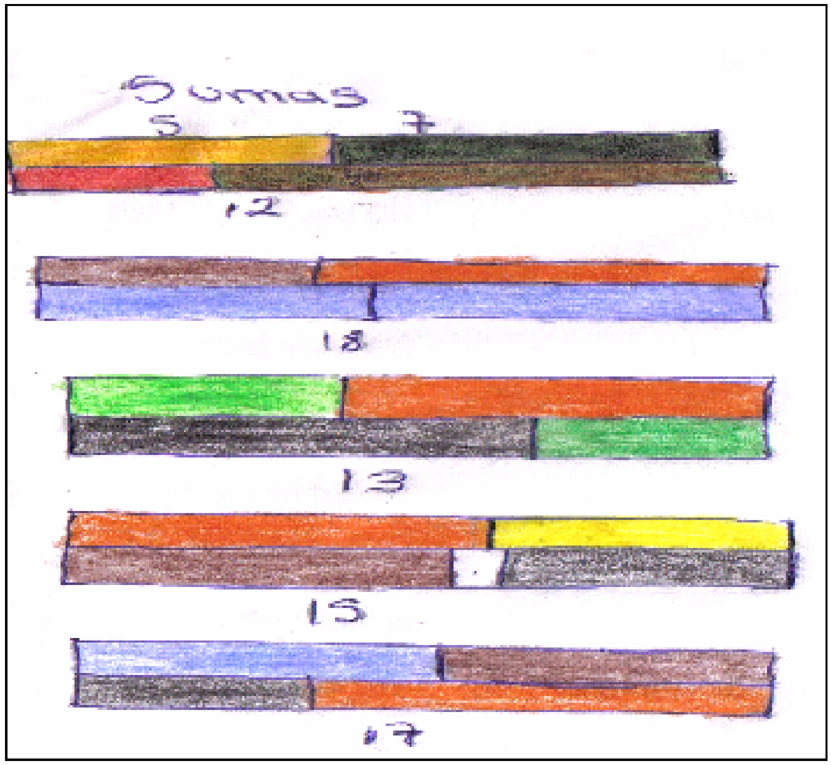
Algunas de las representaciones que realizaron nuestros estudiantes con las regletas de Cuisenaire fueron las siguientes: un carrito, un avión con su pista y un parque con bancas para descansar, río, montañas, una casita y un comedor al lado de la casa.





Aquí observamos como los estudiantes fueron creativos, descubrieron por si mismos relaciones entre las regletas, generaron nuevas experiencias y como lo expresa Rodríguez (2004 p.60) se cumplió lo expresado en la siguiente frase "Si lo oigo lo olvido, si lo hago lo comprendo, si lo descubro me motivo y si lo produzco es mío".

Retomando la comprensión del proceso de las operaciones básicas podemos expresar que en la actividad 1 logramos orientar a nuestros estudiantes para que comprendieran y representaran la suma empleando las regletas, proceso que los llevó a comprender la multiplicación la cual fue un elemento importante en la construcción del concepto de proporción. A continuación mostramos algunas sumas que Camila realizó empleando el material:



(Actividad 1, 16 de Noviembre de 2006)

Aquí observamos que para la suma realizó los trenes de regletas y ubicó otro tren de regletas (arriba) que alcanzara la longitud del tren de abajo, esto manifestó una igualdad y así lo relacionó **Camila** cuando verbalmente nos aclaraba que:

“como tienen el mismo largo esos trenes entonces son iguales”
(Entrevista, 18 de Noviembre de 2006)

Lo que le faltó a Camila fue la verificación numérica, pues no la plasmó en la hoja de respuestas debido a que, según ella, era algo obvio tal correspondencia, regleta – número.

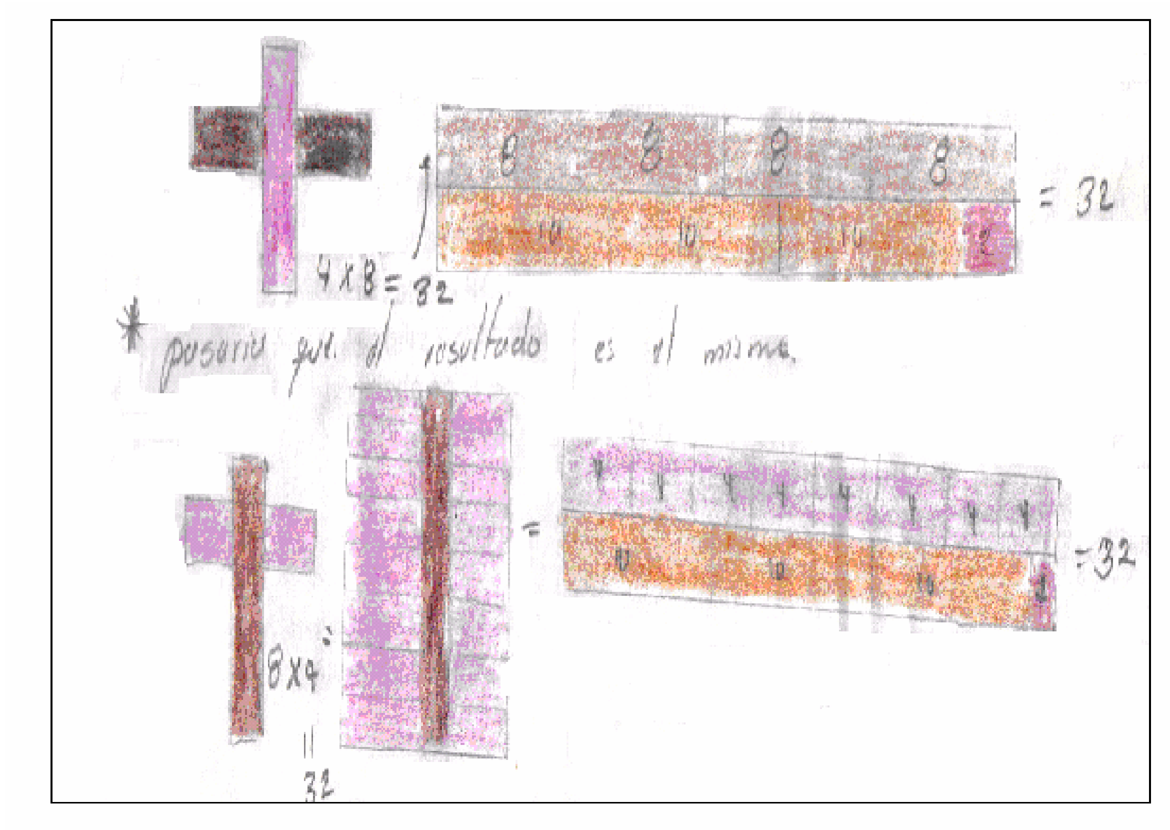
Luego de haber hablado con los estudiantes y haberles representado la suma con las regletas de Cuisenaire pasamos a que ellos trabajaran la multiplicación pues como lo enuncian Obando, Vanegas y Vásquez (2006); la multiplicación es una relación cuaternaria $\begin{matrix} 1 \rightarrow 250 \\ 4 \rightarrow x \end{matrix}$ que está relacionada con la proporcionalidad, sin embargo en la educación básica siempre se ha trabajado la multiplicación como una relación ternaria (4 X 250=1000), resultado de ejecutar una operación binaria. De igual manera reconocen que el modelo de la suma repetida de un sumando es importante para producir un modelo inicial de significación a la multiplicación.

En el desarrollo de la actividad 2 los estudiantes desarrollaron multiplicaciones, que permitieron hacer comentarios como el de **Yerly**

"Profe, aquí en la multiplicación se utilizan los trenes como en la suma"
(Actividad 2, 23 de Noviembre de 2006)

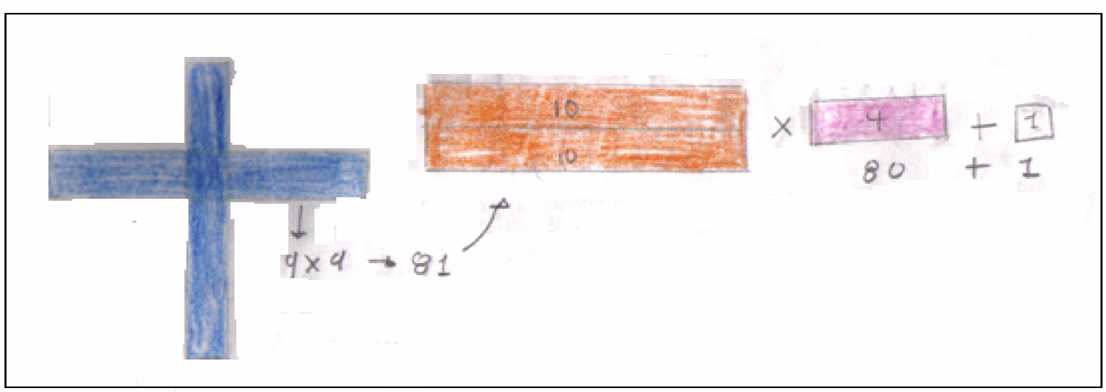
Aquí Yerly al igual que sus compañeros realizó los trenes en la multiplicación para comprobar que sí era el resultado de la operación y lo asocio con la suma. A continuación mostramos las multiplicaciones realizadas por Oscar donde se muestra el proceso.

Cabe recordar que los detalles del trabajo de las operaciones con las regletas han sido mencionados en el capítulo "narrando las actividades".



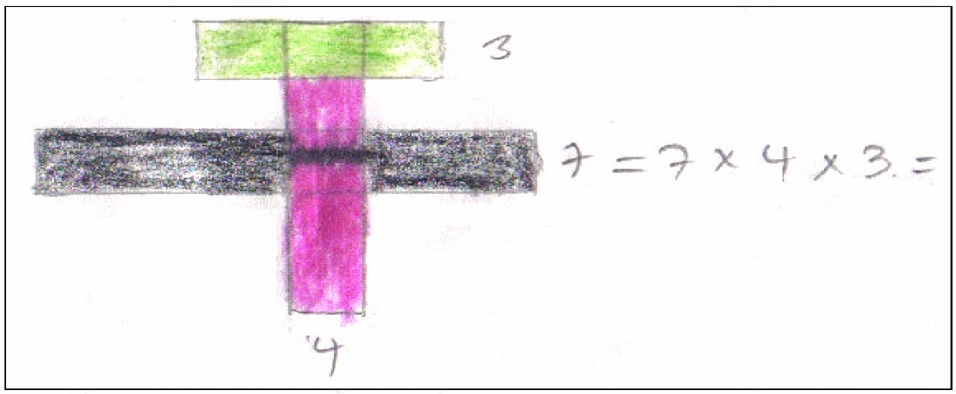
(Actividad 2, 23 de Noviembre de 2006)

Pero los estudiantes no se quedaron con el hecho de ver la multiplicación como una suma repetida de un sumando, sino que se originó en ellos nuevas estructuras como la que muestra **Oscar**:



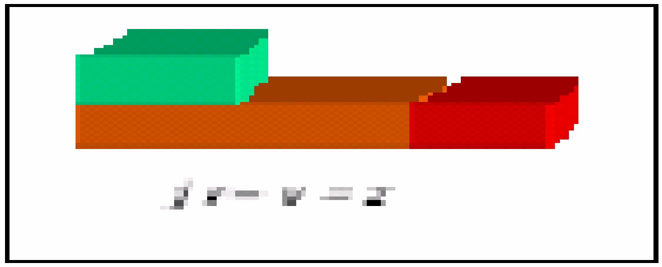
(Actividad 2, 23 de Noviembre de 2006)

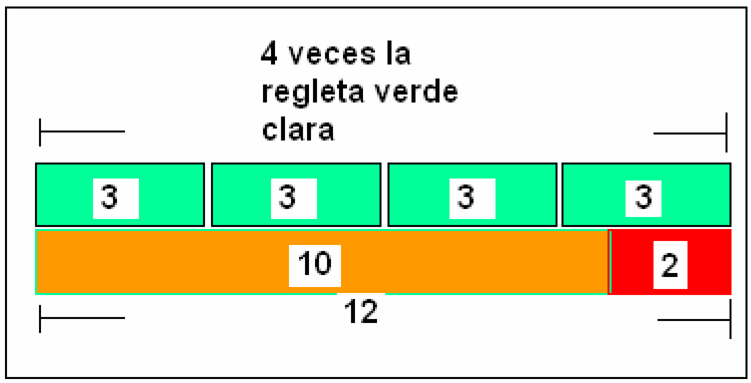
La estructura formada por Oscar es una muestra más de los logros alcanzados cuando se trabaja con material manipulativo, pues él no solamente operó con las regletas sino que formó estructuras operacionales a partir de ellas. Otro ejemplo fue el de **Camila** quien planteó la multiplicación para tres cantidades pequeñas empleando las regletas así como se muestra en la figura (**actividad 2, Noviembre 23 de 2006**)



En esos momentos, pudimos observar como Camila se desprendió del material manipulable, ya que no realizó el procedimiento con las regletas sino que lo llevó a un plano más abstracto.

Otra de las operaciones que trabajamos con nuestros estudiantes fue la división, aunque en ella no profundizamos, pues no fue un elemento priorizante para la construcción del concepto de proporción. Sin embargo, mencionamos que a los estudiantes en la división les llamó mucho la atención la forma de encontrar el cociente cuando la división era exacta ya que la longitud del tren completaba con la regleta divisor (regleta de encima), entonces la cantidad de veces que se restaba la regleta era un número entero y por lo tanto manifestaban agrado por tal solución.

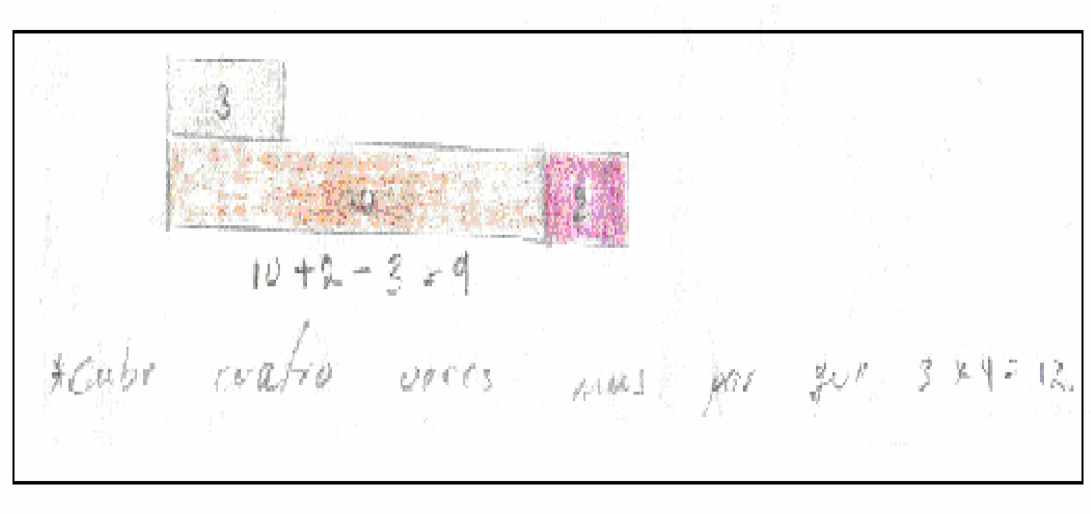




(Actividad 2, Noviembre 23 de 2006)

Pero, caso contrario ocurrió cuando la división fue inexacta, porque se enredaron en la parte de determinar quien era el cociente y el residuo; y además de esto, se presentó algo que nos llamó la atención "**¿cómo así que la división son restas profesor?"** dijo **Carmenza**, dando muestra que la parte algorítmica que tiene sobre la división es mecánica y no comprensiva.

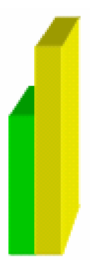
La actividad que mostramos a continuación fue desarrollada por Oscar, quien inicialmente estaba confundido al igual que Carmenza, pero posteriormente comprendió el proceso de la división empleando las regletas.



(Actividad 2, Noviembre 23 de 2006)

Teniendo claro las estructuras multiplicativas procedimos a seguir en la construcción del concepto de proporción desde el enfoque de medida, es decir, haciendo comparaciones de longitudes representadas por las Regletas de Cuisenaire. Para esto es necesario que el lector tenga claro algunos de los conceptos en los cuales nos basamos para dar respuesta a la pregunta propuesta en nuestra investigación.

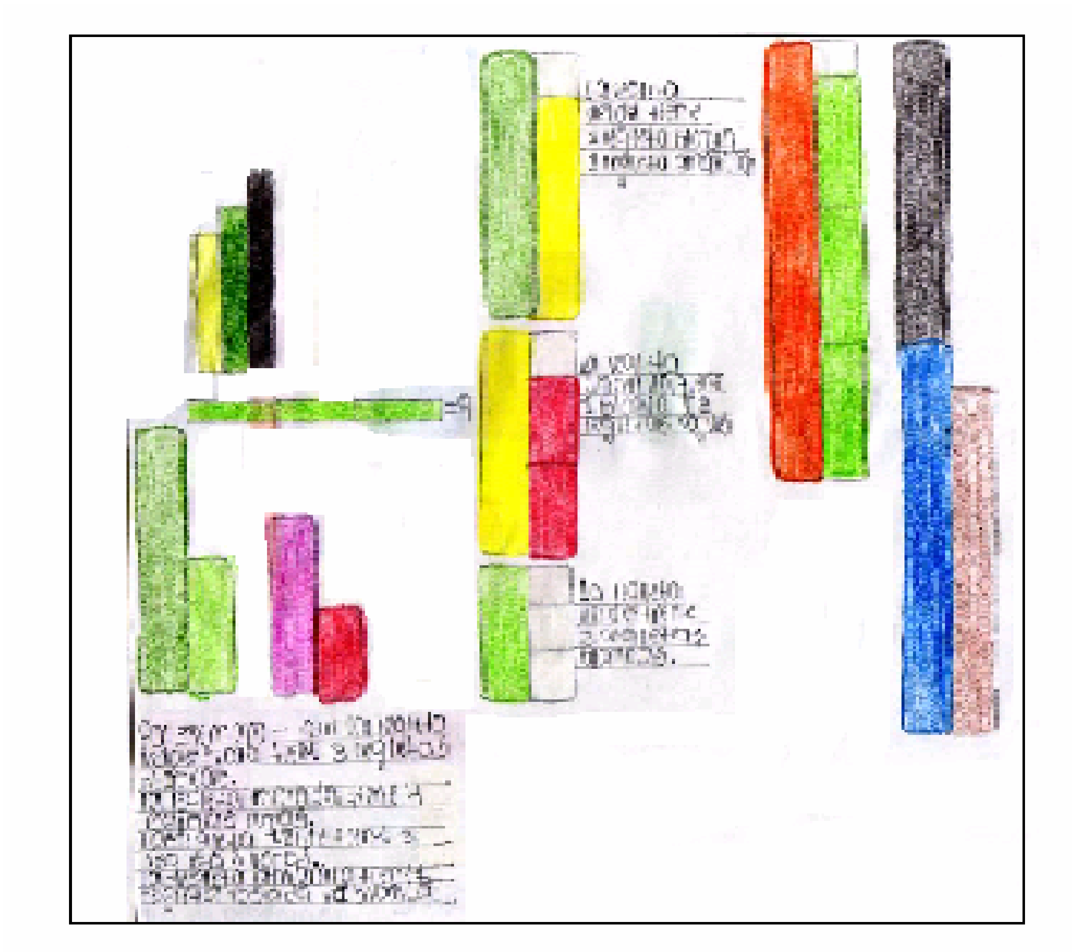
Según Fiol & Fortuny (1990, p 36): "La **razón** de dos cantidades es igual a la de sus medidas tomadas con la misma unidad". He aquí lo que decíamos anteriormente, las comparaciones de dos Regletas se hacen tomando la regleta blanca (regleta unidad en nuestro caso) para formar una Razón como por ejemplo la planteada en la actividad 3.



$$= \frac{3}{5}$$

Podemos afirmar que una regleta verde clara al lado de una amarilla también puede ser leída como 3 es a 5 ó como 3 de 5 ya que la regleta verde clara contiene tres longitudes de regleta blanca mientras la amarilla contiene cinco.

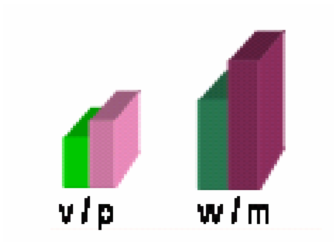
Nuestros estudiantes en el proceso de comparaciones mostraron mayor agilidad en encontrar las respuestas debido a que, como hemos dichos anteriormente, la manipulación del material y el conocimiento generado por el mismo, permite llegar a operaciones formales como en este caso de **Camila** que presenta la ordinalidad de las Regletas de Cuisenaire:



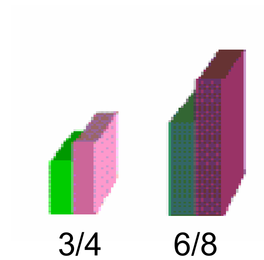
(Actividad 3, 28 de Noviembre de 2006)

Pero si observamos bien, en la hoja de respuestas no existe verificación numérica de las comparaciones, porque Camila no encontró las palabras o el lenguaje matemático que le permitiera hacerlo. Con esto queremos resaltar que la mayoría de nuestros estudiantes hacen lo mismo, es decir, solucionan o dan respuestas a lo que le pidamos pero no argumentan de forma adecuada.

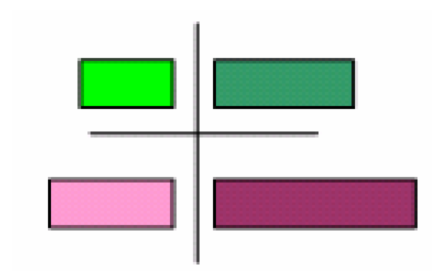
De igual manera, en nuestro proceso para la construcción del concepto de proporción, les solicitamos a los estudiantes que ya habían comprendido el concepto de razón, que compararan dos razones empleando las regletas, razones como las siguientes:



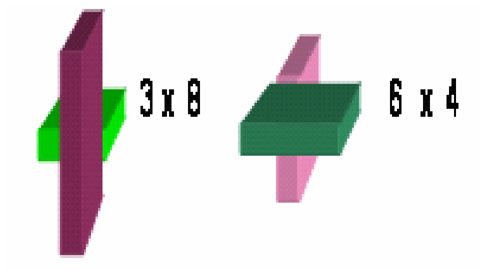
cuya relación numérica sería:



Para comparar dichas razones se les solicitó que en el piso formaran cuatro cuadrantes, ubicando las razones (representadas por las regletas) de forma vertical de manera que conservaran su orden así:

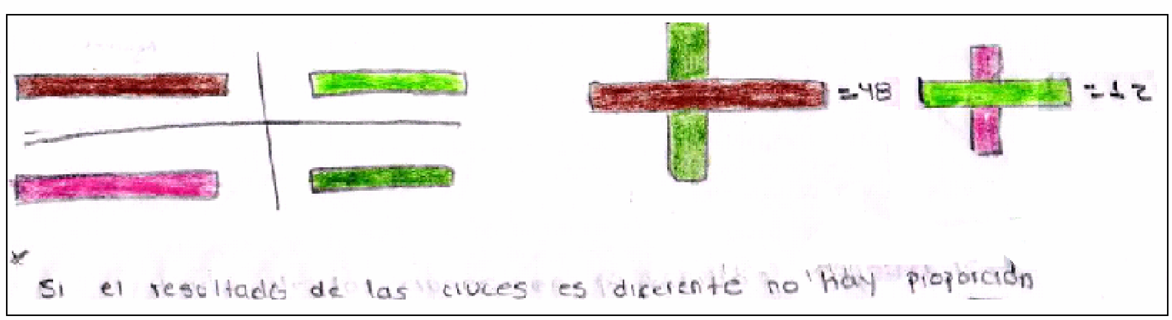


Posteriormente se les solicitó que multiplicaran las diagonales respectivas, a lo cual obtuvieron los siguientes productos:



Al realizar los productos se dieron cuenta que el resultado de dichos productos fue igual, y así afirmaron que al comparar esas dos razones formaban una proporción. Ya que como lo manifiesta Guacaneme (2001), Las razones no eran números, eran relaciones entre dos números racionales.

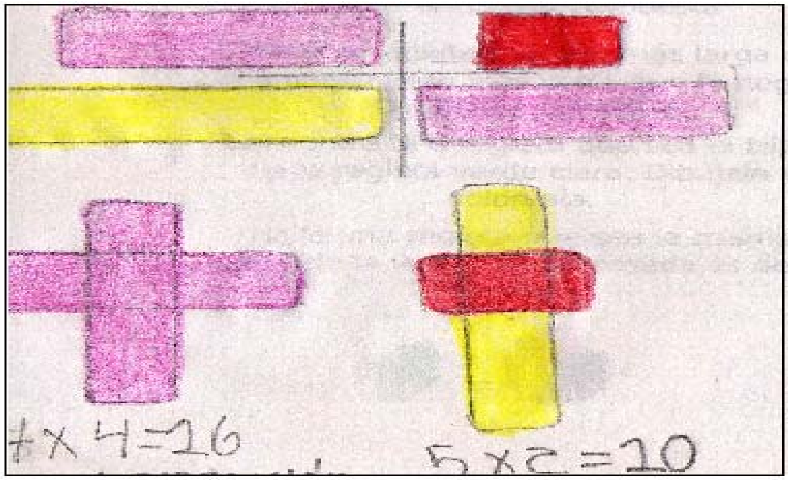
Además, se les preguntó que ocurriría en el caso de que el resultado de las cruces o los productos anteriores eran diferentes, a lo cual respondieron:



(Actividad 3, 28 de Noviembre de 2006)

Después de realizar la actividad se les solicitó que tomaran dos razones (las que ellos quisieran) y verificaran si formaban o no proporciones.

Estas fueron las razones que empleó Carmenza y como pudimos observar al comparar las razones no formaron una proporción



(Actividad3, 28 de Noviembre de 2006)

Como los estudiantes ya estaban en la construcción del concepto de proporción, nosotros consideramos que era conveniente basarnos en una de las definiciones que a nuestro concepto fue la más apropiada para darle respuesta a nuestra experiencia; sin embargo, queremos dar a conocer al lector algunas de las definiciones que encontramos sobre el concepto de proporción al realizar una revisión bibliográfica:

- Definición desarrollada por los pitagóricos: “dos razones se dicen ser proporcionales (las razones son $\frac{a}{b}\ y\ \frac{c}{d}$) si a es la misma parte o partes de b o múltiplo de b como c es de d” Guacaneme (charla en seminario, mayo 7, 1996).

- Definición de proporción de Eudoxio (def. 5 del libro V de Euclides): “Dos magnitudes, A y B son proporcionales a otras dos, C y D, cuando equimúltiplos arbitrarios, mA y mB, de las dos primeras son respectivamente iguales, mayores o menores que los equimúltiplos, también arbitrarios, nC y nD de las dos últimas. (Zubieta, 1991).

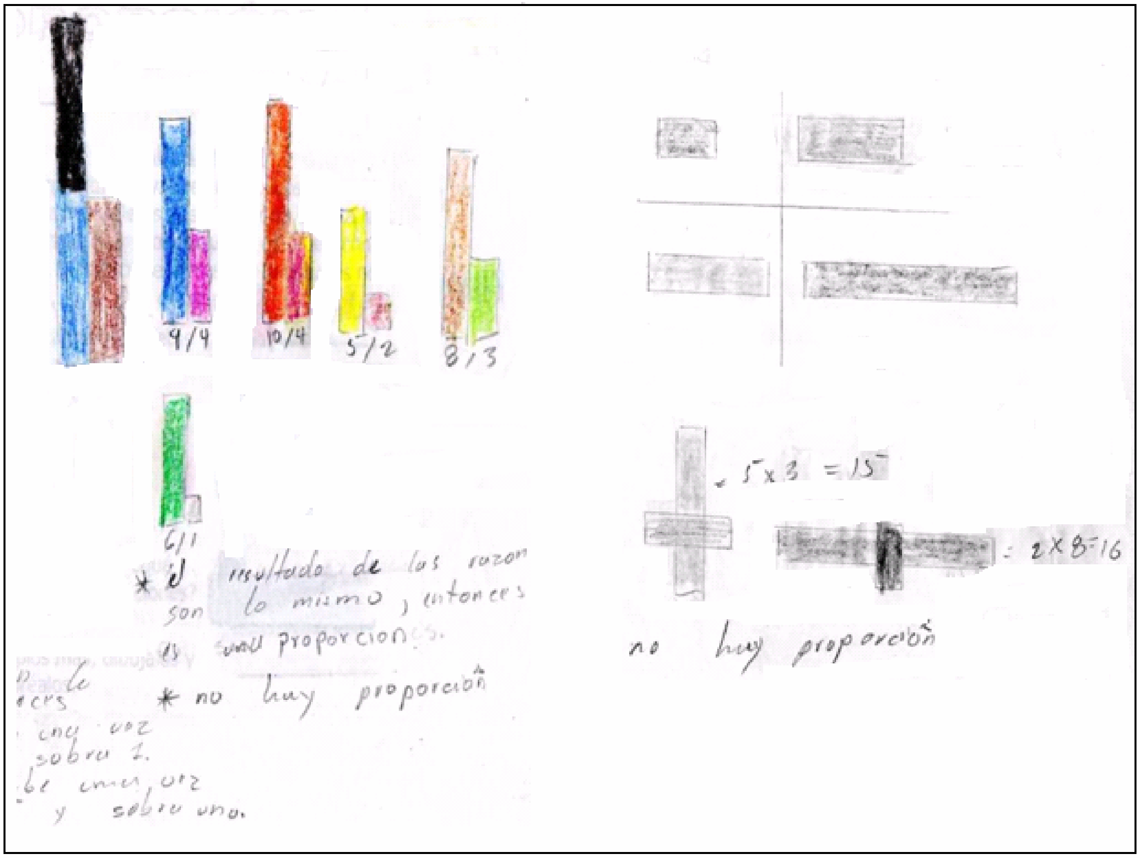
- La proporción es, por tanto una comparación entre dos diferentes razones dadas y no un esquema operacional entre cuatro cantidades numéricas. (Corry, 1994, p. 5).

- Finalmente, llamaremos **proporción** a la igualdad de dos razones y la escribiremos así: $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ o bien $\alpha : \beta = \gamma : \delta$

  donde los números α y δ se llaman **extremos** y los números β y γ **medios**; el número δ se denomina también **cuarta proporcional** de los números α, β y γ. (Guacaneme, 2001, p. 68).

Para nuestra investigación tomamos la última definición dada por Guacaneme (2001) acompañada por la propiedad que dice: "*en toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios*". La cual fue aplicada por nuestros estudiantes en el desarrollo de la actividad 3.

Un ejemplo claro fue las respuestas de **Oscar** las cuales mostramos a continuación:



(Actividad 3, 28 de Noviembre de 2006)

Aquí se evidenció que de las razones que había planteado Oscar tomó un par para compararlas, en este caso tomó las razones 5/2 y 8/3 y procedió a aplicar la propiedad que dice que para que exista una proporción el producto de los medios debe ser igual al producto de los extremos. Oscar nos demostró que construyó un conocimiento conceptual y representativo tanto para él como para sus compañeros que no dudaron en acercársele a preguntarle lo que no entendían para el desarrollo de la actividad.

Desde este momento empezamos a indagar en nuestros estudiantes para ver que tanto habían comprendido sobre la proporción y les dirigimos algunas preguntas como: ¿si yo no tengo razones para comparar no puede determinar una proporción?, ¿Cómo se que existe una proporción? , a lo cual Yerly respondió:

“profe, para formar una proporción necesito de dos razones, luego las igualo y hago la multiplicación en cruz, ah si las diagonales…eso fue lo que entendí profesor”
(Entrevista, 28 de Noviembre de 2006)

Aquí Yerly hizo un bosquejo general de lo que realizó para llegar al concepto de proporción conforme a la definición dada por Guacaneme (2001) pero la niña no mencionó la propiedad, la cual no fue dada explícitamente en la actividad, sino como condición para formar una proporción.

Sin embargo es de aclarar que no solo con lo realizado en la actividad 3 y descrito anteriormente, se llegó a la construcción del concepto de proporción, sino que además en la actividad 4 se desarrollaron una serie de propiedades con las cuales cumplen las proporciones y que les contribuyeron a los estudiantes para la construcción del concepto y su aplicabilidad.

Estas propiedades y el desarrollo de la actividad 4 se trataran en la siguiente categoría de análisis que se tituló aplicando el concepto de la proporción.

4.3 APLICANDO EL CONCEPTO DE LA PROPORCIÓN

Después de haber construido el concepto de proporción, entramos a analizar los resultados obtenidos de la actividad concerniente a los diferentes movimientos que se pueden hacer con las partes de las proporciones; empleando las Regletas de Cuisenaire. Cabe resaltar que estos movimientos son las mismas propiedades de que gozan las proporciones y que ayudaron para la construcción y solidificación del concepto de proporción; en la experiencia se tuvieron en cuenta solo dos, para así dejar a nuestros estudiantes que exploraran las demás.

A continuación mencionamos las propiedades de las proporciones que han sido utilizadas desde la antigüedad, asignándoseles un papel destacado dentro del panorama general de los conceptos matemáticos, siendo un ejemplo claro las definiciones que se presentan en los libros V, VI y VII de *Los Elementos de Euclides,* sobre la teoría de la proporción para magnitudes en general, (Guacaneme, 2001, p 38).

Consideramos que es fundamental tener una idea formal de las propiedades de la proporción para que el lector tenga un referente al leer. Las propiedades de la proporción que se mencionan a continuación son tomadas de la Tesis de Maestría de Guacaneme. Y fueron empleadas en nuestra experiencia de aula:

Partiendo de una proporción $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$

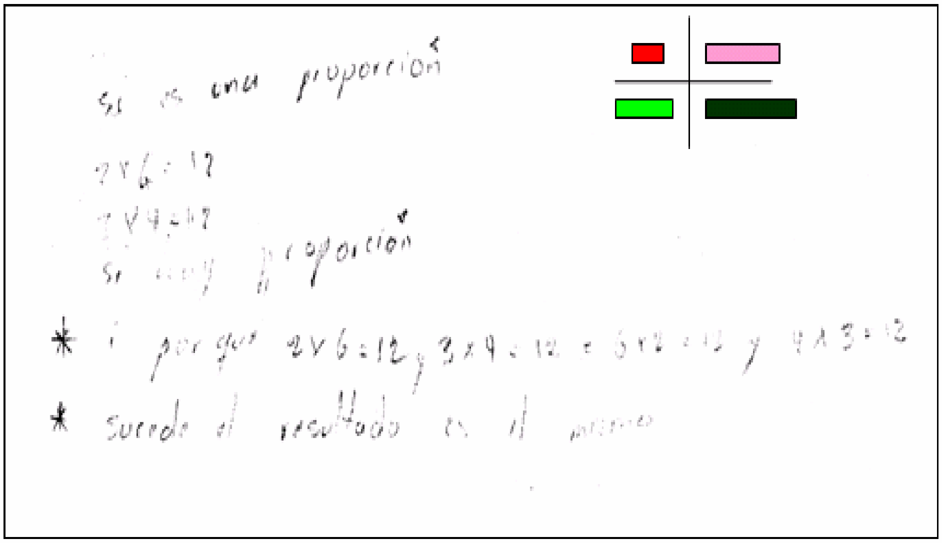
1) Multiplicando por $\beta \bullet \delta$ los dos miembros de la proporción

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$$

resulta $\alpha \bullet \delta = \beta \bullet \gamma$, lo cual se puede enunciar de la siguiente manera: *en toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios*. (Siendo $\alpha, \delta, \beta, \gamma$ números Reales). (Guacaneme, 2001, p 71)

La anterior propiedad fue empleada por nuestros estudiantes al realizar la **actividad 4 (Noviembre 28 de 2006)**, cuando dada una proporción $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ que además fue representada empleando las Regletas de Cuisenaire, verificaron qué era una proporción, ya que tomaron los valores numéricos de las regletas y efectuaron los productos de las diagonales, observando que el resultado de esos productos eran iguales.

En el caso de Oscar, hizo representaciones abstractas a partir de la manipulación del material concreto, ya que utilizó los símbolos numéricos y la igualdad de las razones dadas, además mostró la aplicación de propiedades de proporción sin utilizar las Regletas de Cuisenaire, demostrando que “Desde el punto de vista psicogenético se sabe que cada niño va aproximándose a una abstracción a través de las interacciones que él realiza con los objetos de su medio, y que luego los interioriza en operaciones mentales sin soportes concretos” Gutiérrez (2006).
A continuación presentamos la hoja de respuestas de Oscar,



(Actividad 4, 28 de Noviembre de 2006)

Según Guacaneme

La propiedad 1) de las proporciones es una *deducción* obtenida al *operar* los dos miembros de la proporción, de lo que se sigue naturalmente que la proporción preexiste a la propiedad y que en *este* contexto matemático, la propiedad no puede ser considerada como una definición de proporción. A través de esta observación, queremos resaltar que la proporción debe existir a priori y que es a posteriori que satisface la condición o propiedad, pero que la proporción no existe como consecuencia de la propiedad. Esta observación nos parece importante, ya que en algunos textos escolares de matemáticas la proporción

Posteriormente, nuestros estudiantes sin tener conocimiento de que empezarían a desarrollar las propiedades de la proporción, procedieron a realizar una serie de manipulaciones a través de las cuales comprobaron que se cumplía con la segunda propiedad que enunciamos a continuación:

2) Si dividimos sucesivamente los dos miembros de $\alpha \bullet \delta = \beta \bullet \gamma$ por $\beta \bullet \gamma$, $\gamma \bullet \delta$, $\beta \bullet \alpha$, $\gamma \bullet \alpha$ resultan las siguientes proporciones:

$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}, \qquad \frac{\alpha}{\gamma}=\frac{\beta}{\delta}, \qquad \frac{\delta}{\beta}=\frac{\gamma}{\alpha}, \qquad \frac{\delta}{\gamma}=\frac{\beta}{\alpha}$$

y alterando el orden de las razones tenemos estas otras cuatro proporciones:

$$\frac{\gamma}{\delta}=\frac{\alpha}{\beta}, \qquad \frac{\beta}{\delta}=\frac{\alpha}{\gamma}, \qquad \frac{\gamma}{\alpha}=\frac{\delta}{\beta}, \qquad \frac{\beta}{\alpha}=\frac{\delta}{\gamma}$$

Lo anterior podríamos resumirlo diciendo: si el producto (no nulo) de dos números es igual al producto de otros dos ($\alpha \bullet \delta = \beta \bullet \gamma$), con ellos pueden escribirse ocho proporciones; lo cual se apoya en las siguientes proposiciones: *permutando entre sí los medios o los extremos de una proporción resulta otra proporción, y, al invertir las razones de una proporción resulta otra proporción.* (Guacaneme, 2001, p 71)

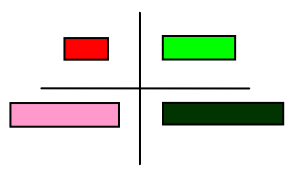
Recordemos que el proceso de manipulación del material para la comprensión de las propiedades de proporción está explicito en el capitulo de "narrando las actividades". Sin embargo presentamos algunos resultados de nuestros estudiantes.

En la actividad 4, cuando se les planteaba el movimiento 1"Voltea las razones, de abajo hacia arriba y lo contrario, verificando si permanece la proporción o no", la respuesta de nuestros estudiantes, fue que sí era una proporción y lo hicieron tanto numéricamente como con el material; un ejemplo de esto es la respuesta de Camila

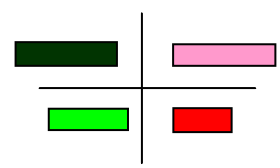
(Actividad 4, Noviembre 28 de 2006).

Aquí observamos que Camila parte de la proporción dada $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ y obtiene otra proporción al realizar el movimiento estipulado anteriormente; es decir; obtiene $\frac{\beta}{\alpha}=\frac{\delta}{\gamma}$ y en relación numérica partió de: $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$ y obtuvo $\frac{3}{2}=\frac{6}{4}$ y al realizar los productos cruzados obtuvo que 2*6 =3*4 al igual que 3*4=2*6. Aclaramos que Camila desarrolló esta parte de la actividad en su mayoría haciendo uso del material.

De igual manera sucedió cuando se les planteó el movimiento 2 “A partir de la proporción dada, intercambia una diagonal cualquiera y responde si son proporciones o no”. Al igual que en el movimiento anterior, las respuestas de nuestros estudiantes al realizar movimientos en diagonal fue que sí eran proporciones lo que se generaban. Una vez más Camila nos aportó evidencia para esta actividad y la mostramos a continuación.



$$\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$$



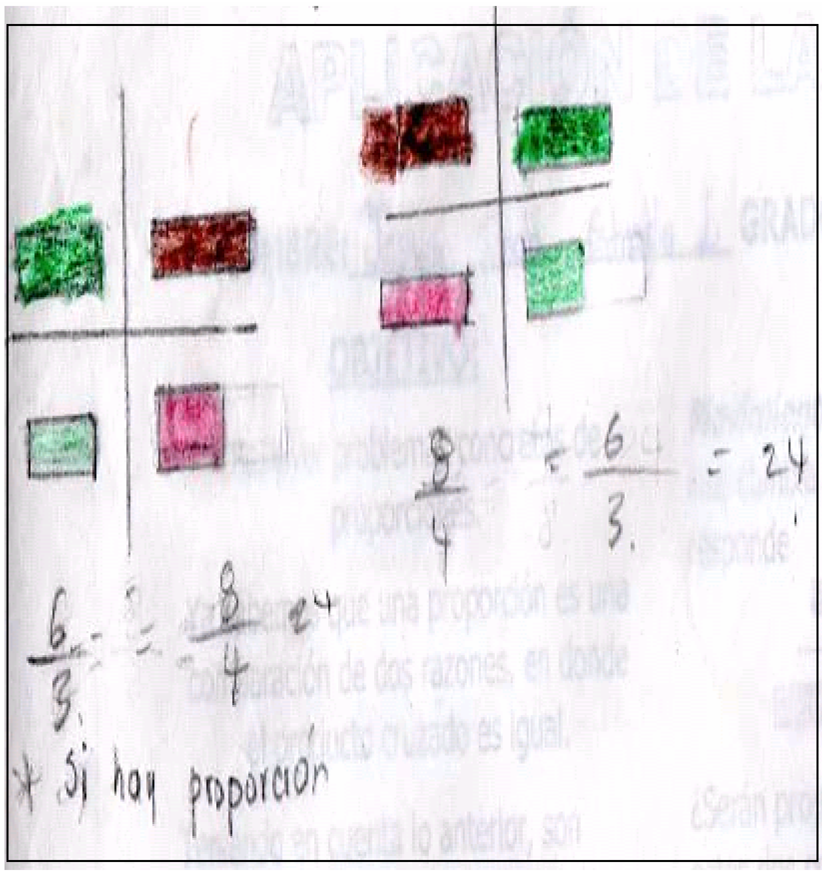
$$\frac{6}{3}=\frac{4}{2}$$

(Actividad 4, 28 de Noviembre de 2006)

Observamos que Camila parte de la proporción dada $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ obteniendo $\frac{\alpha}{\gamma}=\frac{\beta}{\delta}$ y $\frac{\delta}{\beta}=\frac{\gamma}{\alpha}$ que en relación numérica es $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$ y obtuvo $\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$ al igual que $\frac{6}{3}=\frac{4}{2}$.

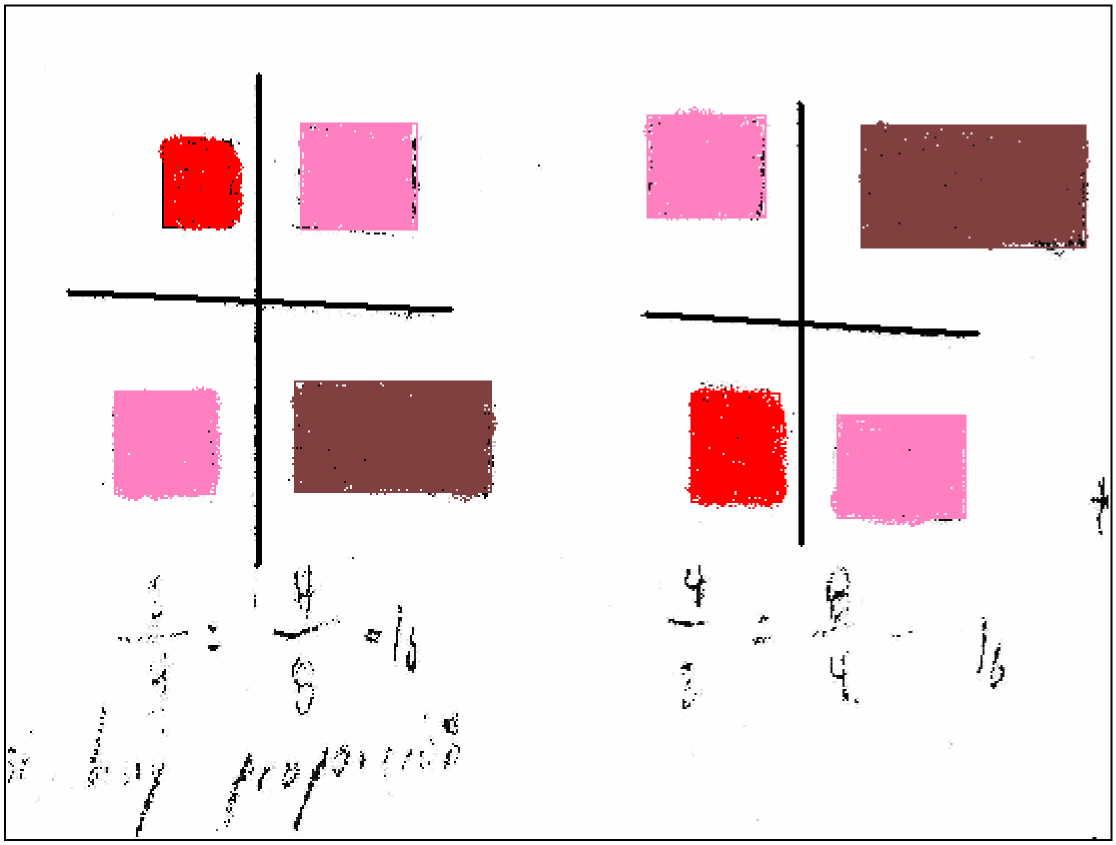
Queremos resaltar, como consideración respecto de la propiedad 2, el hecho de que se exige que los productos no sean nulos, ya que de ser así algunas de las operaciones realizadas tendrían sus restricciones.

Yerly realizó esos movimientos pero decidió trabajar con otras proporciones, es decir, empleó otras regletas que de igual manera al realizar los movimientos diagonales le permitieron comprobar que sí eran proporciones y que a nuestro parecer tenemos el criterio de que ella al proponer nuevas situaciones, ha consolidado más su aprendizaje como lo afirma Gutiérrez (2006) “Se ha comprobado en diferentes experiencias que cuando los mismos niños descubren determinadas relaciones matemáticas, su aprendizaje es mucho más consolidado y les resulta más fácil aplicarlo a nuevas situaciones”.



(Actividad 4, 28 de Noviembre de 2006)

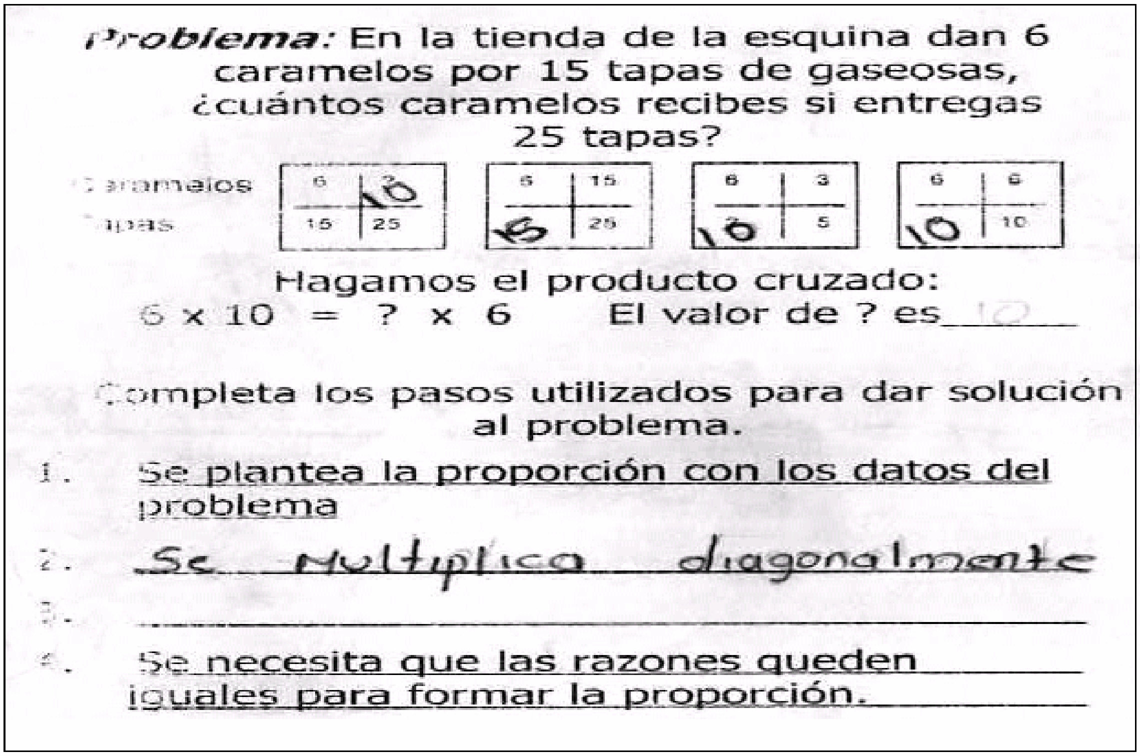
Para responder al interrogante formulado en la actividad en el movimiento 3 ¿Qué pasa si hacemos los dos movimientos diagonales simultáneamente?, Oscar respondió **“Sigue habiendo proporción”** y realizó el ejercicio con las regletas empleando sus respectivos valores.



(Actividad 4, 28 de Noviembre de 2006)

En este caso podemos apreciar que Oscar se interesó por comprobar que no solamente con el ejercicio de la proporción dada se cumple que sea proporción, sino que con cualquier proporción planteada, se hace este movimiento simultáneo y sigue siendo proporción, este proceso lo argumentamos con “El conocimiento lógico matemático tiene su origen en la capacidad de establecer relaciones entre los objetos y construir modelos de situaciones a partir de su acción, mediante procedimientos intuitivos o aproximaciones inductivas” Gutiérrez (2006).

En el problema que se planteó como ejemplo en la misma actividad 4 **“En la tienda de la esquina dan 6 caramelos por 15 tapas de gaseosas, ¿Cuántos caramelos recibes si entregas 25 tapas?,** Se observa claramente que los estudiantes emplearon las propiedades para dar solución al problema, planteando además los pasos que siguieron para ello. Un ejemplo de lo anterior fue realizado por Juanita y se presenta a continuación:



Problema: En la tienda de la esquina dan 6 caramelos por 15 tapas de gaseosas, ¿cuántos caramelos recibes si entregas 25 tapas?

Caramelos	6	10	6	15	6	3	6	6
Tapas	15	25	6	25	10	5	10	10

Hagamos el producto cruzado:

6 x 10 = ? x 6 El valor de ? es 10

Completa los pasos utilizados para dar solución al problema.

1. Se plantea la proporción con los datos del problema
2. Se multiplica diagonalmente
3.
4. Se necesita que las razones queden iguales para formar la proporción.

Finalizando queremos mencionar que los niños son personas activas que construyen, transforman e integran sus ideas cuando interactúan con el mundo físico, con objetos materiales, con otros niños y con los adultos; entonces será importante plantear las situaciones educativas como problemas relacionados con su vida cotidiana.

5. CONCLUYENDO Y RECOMENDANDO

Cuando observamos el amplio espectro investigativo que posee el tema de proporción, reconocemos que las acciones emprendidas y finalizadas en el presente trabajo de investigación en el aula, son apenas unas piezas de un complejo conocimiento a construir, en nuestro caso, las proporciones empleando como un medio para llegar a éste las Regletas de Cuisenaire.

Algunas de las acciones que implementamos en esta experiencia, fueron actividades que permitieron que nuestros estudiantes manipularan material concreto, el cual tenía una finalidad pedagógica específica; servir como herramienta para la construcción del concepto de proporción. Para esto se presentaron varias etapas en las cuales nuestros estudiantes agotaron su curiosidad y posibilidades de juego a través de la explotación y manipulación del material, y a su vez no se quedaron en la simple manipulación sino que las Regletas les permitieron aproximarse a abstracciones a través de las interacciones con ellas, y que luego fueron interiorizadas en operaciones mentales dejando de lado el material.

Observamos que las Regletas de Cuisenaire fueron de gran utilidad para la construcción del concepto de proporción y posterior aplicación del mismo, contribuyendo a la capacidad de establecer relaciones entre los objetos mejorando los modelos de situaciones problemas a partir de su acción, mediante procedimientos intuitivos o aproximaciones inductivas; un ejemplo claro fue el caso de la aplicación de las propiedades de la proporción donde pasaron del empleo de las regletas para los diferentes movimientos a abstracciones formales, al igual que hicieron cuando se vieron enfrentados a dar solución a los problemas que se les

plantearon en la actividad 4, donde no emplearon el material sino que los desarrollaron de forma abstracta.
Consideramos que las Regletas posibilitaron la construcción del concepto de proporción, ya que sirvieron como herramienta para que los estudiantes comprendieran mejor la estrategia de la multiplicación cruzada, y se apropiaran de las propiedades de la proporción, al igual que permitieron establecer la conservación de un resultado (al tener una proporción y realizar los diferentes movimientos que en últimas son las propiedades, se variaba la posición de las regletas). De igual manera, podemos decir que el conocimiento que nuestros estudiantes adquirieron no fue de memoria, por que de ser así se hubiera perdido, se hubiera olvidado y no se hubiera podido utilizar de manera efectiva para dar solución a los problemas que se les plantearon y a los que se les plantee en la vida.

El empleo de las regletas posibilitó que en los estudiantes aparecieran relaciones entre variables, relaciones operativas relacionadas con los conocimientos anteriores, al igual que introdujeron a nuestros estudiantes al tratamiento de la escritura algebraica, se vieron enfrentados a buscar ejemplos, nuevas situaciones, a traducir de un lenguaje a otro (de un lenguaje ordinario a uno matemático ya sea simbólico o gráfico).

Estamos convencidos que en nuestra actividad pedagógica debemos aprovechar al máximo el potencial de nuestros estudiantes, ya que ellos desde sus hogares llevan inmerso un caudal de vivencias el cual es necesario capitalizar, integrando las nociones matemáticas con el desarrollo intelectual, social y emocional. Hay que enseñar al niño a partir de lo que ya sabe y no de lo que debería saber para su edad.

Asimismo, como lo planteamos en el desarrollo de la investigación consideramos que los niños son personas activas que construyen, transforman e integran sus ideas cuando interactúan con el mundo físico, con objetos materiales, con otros niños y con los adultos; entonces será importante plantear las situaciones educativas como problemas relacionados con su vida cotidiana.

Consideramos que el aprendizaje de las matemáticas debe ser gradual por lo que recomendamos planificar los pasos a seguir en el proceso de aprendizaje de cada una de las experiencias, es decir, pasar de lo simbólico a lo representativo, de lo concreto a lo abstracto, de lo general a lo particular.

Esperamos que esta investigación ofrezca las pautas suficientes para que otros docentes la retomen en nuevas experiencias empleando las Regletas de Cuisenaire o con la profundización del tema de proporciones.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Baena, J. (2002). Regletas de Cuisenaire y divisibilidad de los números naturales. Tesis de pregrabo no publicado. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia.

Corry, L. (1994). La teoría de las proporciones de Eudoxio interpretado por Dedekind. Mathesis.

Davinson, J. (2000). Trabajando con las Regletas de Cuisenaire. Una guía Fototextual para Maestros. Cuisenaire Company of América Inc., 12 Church Street, New Rochelle NY 10805.

Dickson, Linda, Brown, M y Gibson, O. (1991). El aprendizaje de las Matemáticas. 1. Ed. editorial Labor, S.A. Barcelona, Madrid.

Federici, C. (2002). Interacción Discente-Docente: en este saber he creído, de este saber he vivido. Casa sobre Ciencia, Matemática y Docencia, Universidad Nacional de Colombia-Unibiblos Recuperado en mayo de 2006 de http://www.deslinde.org.co/Dsl25/carlo_federici.htm

Fiol, M y Fortuny, J. (1990). Proporcionalidad directa. La forma y el Número. Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje. Volumen 20. Madrid: Editorial Síntesis S.A.

Freire, P. (2002). Pedagogía de la autonomía. Saberes necesarios para la práctica educativa. Siglo XXI editores s.a. de c. v.Guacaneme, E. (1996). Una aproximación algunos aspectos histórico. Epistemológicos en la evolución del concepto de proporción. Universidad del Valle. Santiago de Calí, Colombia.

Guacaneme, E. (2001). Estudio didáctico de la proporción y proporcionalidad. Una aproximación a los aspectos matemáticos. Tesis de maestría no publicada. Universidad del Valle. Santiago de Calí, Colombia.

Gutiérrez, L. Aprestamiento a las Matemáticas. Recuperado el 18 de diciembre de 2006, de Universidad Peruano Unión:
http://www.tagnet.org/autores/monografias/mono.html.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Santa Fe de Bogotá: Panamericana Formas e Impresas S.A.

Misión de Ciencia, Educación y Desarrollo. "Educación para el desarrollo" informe de Comisionados 1. Colección documentos de la misión. Volumen 2.

Obando, Vanegas y Vásquez. (2006). Pensamiento Numérico y sistemas Numéricos. Modulo 1. Serie didáctica de las Matemáticas. Medellín.

Osorio, R. (2005) Hacia una didáctica de la Geometría. Aportes y Reflexiones. Universidad de Santander. Bucaramanga

Rodríguez, C. (2004). Figuras geométricas: Relación entre sus medidas y su dimensión. Tesis de Especialización no publicada. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia.

Villamizar, E. (1999). Resolución de Problemas; propuesta para el aprendizaje de los conceptos de razón y proporción en estudiantes de sexto grado. Tesis de pregrado no publicado. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

Zubieta, F. (1991). La definición de proporción de Eudoxio. La “exhausión” de Eudoxio aplicada al círculo. Mathesis. VII/1991.