

**CONCEPTUALIZACIÓN DE LA TRASLACIÓN
CON LA MEDIACIÓN DEL PROGRAMA CABRI ELEM**

**ADRIANA LUCÍA MORA DÍAZ
ANGI JULIANA LUCENA GUTIÉRREZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2010**

**CONCEPTUALIZACIÓN DE LA TRASLACIÓN
CON LA MEDIACIÓN DEL PROGRAMA CABRI ELEM**

ADRIANA LUCÍA MORA DÍAZ

ANGI JULIANA LUCENA GUTIÉRREZ

**Trabajo de Grado para obtener el título de
Licenciada en Matemáticas**

Director

Martín Eduardo Acosta Gempeler

Doctor en Didáctica de las Matemáticas

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE MATEMÁTICAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

BUCARAMANGA

2010

**A todos nuestros compañeros por sus
Consejos y por los buenos momentos compartidos
Siempre los recordaremos.**

AGRADECIMIENTOS

A mi padre celestial que es quien me motiva con su amor y me acompaña en cada momento de mi vida y quien ha permitido paso a paso la realización de este gran sueño.

A mi madre por ser incondicional conmigo, por su gran esfuerzo y por apoyarme en todos los aspectos de mi vida. Le doy gracias por haberme enseñado el valor de la responsabilidad.

A mi hermana por su compañía en el cumplimiento de este logro en mi vida.

A mi novio Francisco Cabarique por sus consejos, por su gran apoyo, por su comprensión y por brindarme su amor.

A mí querida familia por creer en mí y en la realización de este sueño.

Al profesor Juan de Dios Urbina quien fue el primero en creer en este proyecto, en su afán por una mejor forma enseñanza.

Al profesor Martín Acosta, a quien admiro, por su orientación, por su dedicación y por su gran aporte para mi crecimiento profesional.

Angi

A Dios por darme el regalo de su amor, por estar conmigo a cada momento y ser el timón de mi vida, sea para él toda la gloria y la honra.

A mis padres por su amor, esfuerzo y dedicación, por ser parte indispensable en mi vida y mi desarrollo como persona.

A mi familia en Cristo, por brindarme amor y apoyo.

A Oscar Javier, por su amistad incondicional y amor en todo tiempo.

A los profesores Martín Acosta y Juan Urbina por su orientación, y por habernos dado la oportunidad de trabajar en este proyecto.

Adriana

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN.....	1
1 PRELIMINARES.....	4
2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	6
2.1 Teoría de las Situaciones Didácticas.....	6
2.2 Cabri-Elem como medio en una situación a-didáctica.....	7
2.2.1 Ejemplo de situación a-didáctica donde Cabri-elem es el medio	8
3 METODOLOGIA.....	15
4 ANALISIS DE LAS ACTIVIDADES	18
4.1 TRASLACIÓN.....	18
4.1.1 ACTIVIDAD 1: MANZANAS Y CÍRCULOS	18
4.1.2 ACTIVIDAD 2: COMETAS Y FLORES	48
4.1.3 ACTIVIDAD 3: REYES 2	68
4.1.4 ACTIVIDAD 4: REYES 3	84
5 PROCESO DE INSTITUCIONALIZACIÓN	100
5.1 INSTITUCIONALIZACION TRASLACIÓN	100
6 CONCLUSIONES GENERALES.....	107
6.1 OBSERVACIONES Y SUGERENCIAS.....	110
BIBLIOGRAFIA	111

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Medio	9
Figura 2: Medio	11
Figura 3: Actividad manzanas y círculos.	19
Figura 4: Actividad manzanas y círculos. Tarea 4.....	22
Figura 5: Actividad manzanas y círculos. Tarea 5.....	24
Figura 6: Dibujo 1	28
Figura 7 :Dibujo 2.....	29
Figura 8: Foto 1	34
Figura 9: Foto 2.....	40
Figura 10: Foto 3.....	40
Figura 11: Foto 4.....	41
Figura 12: Foto 5.....	41
Figura 13: Foto 6.....	41
Figura 14: Foto 7.....	42
Figura 15: Foto 8.....	45
Figura 16: Actividad 2 cometas y triángulos.....	49
Figura 17: Actividad 2 cometas y triángulos. Tarea 2.....	51
Figura 18: Actividad 2 flores y pétalos.....	52
Figura 19: Actividad 2 flores y pétalos. Tarea 2	53
Figura 20: Actividad Reyes 2.....	69
Figura 21: Foto 9.....	73
Figura 22: Foto 10.....	74
Figura 23: Foto 11	75
Figura 24: Foto 12.....	76
Figura 25: Foto 13.....	77
Figura 26: Foto 14.....	78
Figura 27: Dibujo 5.....	79

Figura 28: Dibujo 6	79
Figura 29: Dibujo 7	80
Figura 30: Dibujo 8	80
Figura 31: Actividad Reyes 3.....	84
Figura 32: Foto 15	88
Figura 33: Foto 16	88
Figura 34: Foto 17	89
Figura 35: Foto 18	90
Figura 36: Foto 19	91
Figura 37: Foto 20	92
Figura 38: Dibujo 9	94
Figura 39: Dibujo 10	94
Figura 40: Dibujo 11	95
Figura 41: Dibujo 12	95

RESUMEN

TITULO:

CONCEPTUALIZACIÓN DE LA TRASLACIÓN CON LA MEDIACIÓN DEL PROGRAMA CABRI ELEM

AUTORAS: LUCENA GUTIERREZ, Angi Juliana y MORA DIAZ, Adriana Lucia.

PALABRAS CLAVES:

1. Traslación.
2. Cabri Elem.
3. Exploración.
4. Estrategias.

El programa Cabri Elem (nuevo software de geometría para primaria) permite visualizar la geometría de forma dinámica, es por esto que lo escogimos como medio para la adaptación y aplicación de una serie de actividades del trabajo de grado "Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri Geometry II" de Lilian Andrea Monroy Blanco y Karol Lisette Rueda Gómez, y así enseñar la traslación a tres grupos de cuarto primaria del colegio Liceo Patria. En cada actividad planteamos situaciones problema basándonos en la Teoría de las Situaciones Didácticas, de tal manera que los estudiantes tuvieran que buscar y emplear estrategias de solución.

La pregunta que es la base de nuestro trabajo de grado es: **¿Cómo utilizar el programa Cabri Elem para lograr que los estudiantes de cuarto grado de primaria del Colegio Liceo Patria conceptualicen la traslación?** Y para dar respuesta a la pregunta planteada nos trazamos el siguiente objetivo: Adaptar y aplicar actividades diseñadas en Cabri Elem para estudiantes de cuarto grado, que permitan una óptima conceptualización de la traslación. Para dar cumplimiento al objetivo planteado hicimos una adaptación y aplicación de actividades, una investigación de aula y un análisis a priori y a posteriori de las actividades.

Esta investigación la hicimos teniendo en cuenta los datos que recolectamos durante la aplicación de las actividades y lo que observamos mientras los estudiantes las realizaban. El uso del programa Cabri Elem, ayudó a que los estudiantes identificaran las propiedades y características de la traslación gracias a las potencialidades y restricciones que este tiene.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ciencias - Escuela de Matemáticas, - Licenciatura en Matemáticas.

Director: ACOSTA GEMPELER, Martin Eduardo; Doctor en Didáctica de las Matemáticas

SUMMARY

TITLE*:

CONCEPTUALIZATION OF THE TRANSLATION WITH THE MEDIATION OF THE PROGRAM CABRI ELEM

AUTHORS: LUCENA GUTIERREZ, Angi Juliana y MORA DIAZ, Adriana Lucia **.

KEY WORDS:

Transformations, Cabri geometry, Exploration, Strategies

DESCRIPTION:

The program Cabri Elem (new geometry software for primary) allows to visualize the geometry of dynamic form, that's why we chose as a means for the adaptation and application of a series of activities of the work of degree "Conceptualization of the axial symmetry and the translation with the mediation of the program Cabri Geometry II" between Lilian Andrea Monroy Blanco and Karol Lisette Rueda Gómez, and this way to teach the translation to three groups of fourth primary school Liceo Patria. In each activity we raised situations problem based on the Theory of the Didactic Situations, in such a way that the students had to look and use solution strategies.

The question that is the base of our work of grade is: **How to use the program Cabri Elem to achieve that the students of the fourth grade of primary of the School Lyceum Homeland conceptualize the translation?** And to give answer to the raised question we plan the following target: To adapt and to apply activities designed in Cabri Elem for students of the fourth grade, who allow an ideal conceptualization of the translation. To fulfill the raised target we did an adaptation and activities application, an investigation of classroom and an analysis a priori and a retrospective of activities.

This research we taking into account the data we collect during the implementation of the activities and what we see while students the performed. The use of the program Cabri Elem helped the students identify the properties and characteristics of the translation thanks to the potentialities and restrictions that this one has.

* Graduation Project

** Faculty of Sciences - Mathematics School - Mathematics Licensure.

Director: ACOSTA GEMPELER, Martin Eduardo; PhD in Didactics of Mathematics

INTRODUCCIÓN

Durante la práctica pedagógica realizada en el colegio Liceo Patria con estudiantes de cuarto primaria, donde trabajamos la geometría con lápiz y papel, observamos que a los niños les cuesta trabajo asimilar esta área. Lo anterior podría estar relacionado con el hecho de no poder manipular los objetos de la geometría, y precisamente una de las ventajas de los computadores es la posibilidad de manipular virtualmente objetos teóricos como los de la geometría. Por esto nos pareció interesante trabajar con programas de geometría dinámica como por ejemplo, el software “Cabri”, que brinda la posibilidad de manipular los objetos geométricos en la pantalla. Gracias a esto los estudiantes podrían superar algunas de las dificultades que tienen al estudiar geometría.

Además como actualmente contamos con nuevas tecnologías en los colegios, queremos implementarlas en las aulas de clase. Por esta razón aceptamos la propuesta de los profesores Juan de Dios Urbina y Martin Acosta de trabajar con la nueva versión de Cabri “Cabri Elem” para estudiantes de primaria. Para conocer las potencialidades de este programa el profesor Martín nos dio a conocer unas actividades orientadas por él y creadas por las estudiantes Lilian Andrea Monroy Blanco y Karol Lisette Rueda Gómez en el trabajo de grado “Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri Geometry II”. Este trabajo presenta actividades donde se manipulan objetos geométricos y gracias a esa manipulación el aprendizaje puede ser más eficaz.

Consideramos interesante adaptar y enriquecer las actividades de la traslación diseñadas por Rueda y Monroy en su trabajo, utilizando las nuevas

potencialidades de Cabri Elem. Aprovechando que este programa ofrece diversas posibilidades de retroalimentación e integra las posibilidades de experimentación con objetos virtuales y herramientas de control de la actividad del estudiante, entre otras, modificamos el ambiente de aprendizaje de los estudiantes haciéndolo aún más dinámico y permitiéndole una mayor independencia con respecto al profesor.

Por esto hemos planteado la siguiente pregunta que será la base de nuestro trabajo de grado: **¿Cómo utilizar el programa Cabri Elem para lograr que los estudiantes de cuarto grado de primaria del Colegio Liceo Patria conceptualicen la traslación?**. Y para responder a esta pregunta se ha trazado el objetivo: adaptar y aplicar actividades en Cabri Elem para estudiantes de cuarto grado, que fueron diseñadas por Rueda y Monrroy y dirigidas por el profesor Martín Acosta, permitiendo así una óptima conceptualización de la traslación. Para poder cumplir con nuestro objetivo realizamos una ingeniería didáctica que consiste en: la adaptación de actividades sobre traslación, la realización de una experiencia de clase en el grado cuarto en el colegio liceo patria y el análisis a priori y a posteriori de las actividades diseñadas.

En el primer capítulo: “PRELIMINARES” daremos una justificación del trabajo de grado y se contarán algunas características importantes que tiene el programa Cabri Elem.

En el segundo capítulo: “FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA” definimos la fundamentación didáctica de las actividades, con base en la Teoría de las Situaciones Didácticas y la traslación que es el tema a trabajar en este proyecto.

En el tercer capítulo “METODOLOGÍA” explicamos en qué consiste la ingeniería didáctica utilizada para el análisis a priori y análisis a posteriori de las actividades.

En el cuarto capítulo “ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES” presentamos el análisis a priori y el análisis a posteriori de las actividades. En cada actividad mostramos la forma como los estudiantes lograban hacer la actividad, contando las fortalezas y dificultades que los estudiantes tenían durante su desarrollo.

En el quinto capítulo: “CONCLUSIONES GENERALES” mostraremos las propiedades que fueron identificadas por los estudiantes en el desarrollo de las actividades. También mostraremos los aspectos positivos de Cabri Elem y de cómo ayudaron estos para que durante el desarrollo de las actividades su aprendizaje fuera significativo. Por otro lado este capítulo comprende unas observaciones y sugerencias donde el lector podrá tener en cuenta unos aspectos importantes para el desarrollo eficaz de las actividades.

1 PRELIMINARES

La enseñanza de la geometría escolar se ha visto beneficiada gracias a las nuevas posibilidades que brindan los programas de geometría dinámica. La gran ventaja que esta tiene frente a otros medios como el que generalmente se utiliza (lápiz y papel) es que brinda la posibilidad de visualizar y manipular los objetos geométricos en la pantalla. Ejemplo: si hay un triángulo y su traslación, los estudiantes pueden arrastrar el triángulo (figura original) y ver que su imagen por una traslación se mueve.

Los programas de geometría dinámica tienen como objetivo ofrecer entornos de experimentación, que permiten construir conceptos teóricos de la geometría, relacionándolos con fenómenos observables en la pantalla del computador.

Estos programas permiten:

- La construcción y exploración de objetos en la pantalla del computador.
- La representación gráfica en dos y tres dimensiones de los objetos.
- La manipulación directa y dinámica (capacidad de arrastre) de los objetos en la pantalla del computador. Este dinamismo marca la diferencia entre el entorno tradicional (de lápiz y papel) con el de la geometría dinámica.

“Como las construcciones son dinámicas, las figuras en la pantalla adquieren una temporalidad: ya no son estáticas, sino móviles, y por lo tanto sus propiedades deberán estar presentes en todas las posibles posiciones que tomen en la pantalla. Con esta opción, es posible reconocer los invariantes de una construcción, según si el arrastre conserva las propiedades matemáticas de dicha construcción o no. Así, la capacidad de arrastre de los objetos de una construcción favorece la búsqueda de propiedades de la figura, que permanecen “vivas” durante la deformación a la que sometemos

la figura original. Estas son las propiedades geométricas *genuinas*. El *objeto geométrico* queda definido entonces por dichas propiedades."¹

Cabri Elem no sólo es un programa de geometría dinámica sino que además tiene herramientas importantes que le permiten al profesor controlar el avance de la actividad (por medio del control del tiempo, de la evaluación de las soluciones propuestas por los estudiantes, etc.), dar instrucciones y diversas posibilidades de evaluación y retroalimentación. También le permite al estudiante la posibilidad de arrastrar los objetos, la interacción con imágenes realistas, más autonomía a la hora de hacer las actividades y verificar (al experimentar) si la solución a la tarea es correcta o no. El hecho de que los estudiantes aprendan a partir de la experimentación con objetos concretos en la pantalla del computador está de acuerdo con la perspectiva piagetiana en la que el conocimiento se construye mediante una interacción constante entre el sujeto y el entorno.

Es precisamente esta idea de construcción del conocimiento a partir de la interacción del sujeto con el medio, la que desarrolla Brousseau en su Teoría de las Situaciones Didácticas, analizando los factores de ese medio que promueven esa construcción. Por esta razón, adoptaremos la Teoría de las Situaciones Didácticas como referente teórico para el diseño y análisis de las actividades.

Pensamos que este proyecto va a ser importante para la comunidad de profesores de matemáticas, pues les permitirá conocer este nuevo programa, apreciar sus potencialidades en la enseñanza de la traslación, conocer una propuesta novedosa para dicha enseñanza, y tener un primer acercamiento a la Teoría de las Situaciones Didácticas.

¹ MONROY, L., RUEDA, K. (2009). Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri Geometry II. Tesis de grado. Bucaramanga, Colombia., 2009. p7.

2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Para estudiar las potencialidades de las herramientas de Cabri Elem en la enseñanza y aprendizaje de la traslación, utilizaremos la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau.

2.1 Teoría de las Situaciones Didácticas

Los elementos fundamentales de esta teoría son los conceptos de situación didáctica y situación a-didáctica, que podemos enunciar de la siguiente manera:

Una situación didáctica comprende tres elementos: un profesor, un saber y un estudiante (o grupo de estudiantes) y se caracteriza por la intervención directa del profesor para enseñar el saber a los estudiantes. Por su parte, una situación a-didáctica es una situación problema que se caracteriza por la no intervención del profesor para enseñar el saber (el profesor interviene únicamente para evitar que el estudiante renuncie a resolver el problema). Si el profesor no interviene para enseñar el saber, ¿cómo es posible que el estudiante aprenda? Según la TSD, el estudiante aprende gracias a la interacción con un medio material² de la siguiente manera:

1. El estudiante realiza una acción sobre el medio,
2. El medio reacciona a esa acción (lo que se llama retroacción)
3. El estudiante interpreta esa retroacción del medio y decide modificar o reforzar su acción (a esta modificación o refuerzo se le llama aprendizaje por adaptación).

Entonces el medio es un elemento fundamental para garantizar el aprendizaje por adaptación. En realidad, el profesor interviene para enseñar al estudiante, pero de

² En la TSD el medio no necesariamente es material, pero en nuestro trabajo tomaremos como medio figuras construidas en Cabri Elem, y por lo tanto es esencialmente un medio material.

manera indirecta, a través del medio. Es decir, el profesor toma decisiones sobre las características que debe tener el medio, con el fin de que la interacción del estudiante con el medio conduzca a un aprendizaje que esté estrechamente relacionado con el saber que desea enseñar. Un medio tiene potencialidades (posibilidades de acción que se le ofrecen al estudiante) y restricciones (límites a las posibles acciones del estudiante). El profesor selecciona las potencialidades y restricciones del medio que necesita para encaminar el aprendizaje hacia el saber que desea enseñar.

Pero el aprendizaje no concluye al finalizar la situación a-didáctica, pues entonces el profesor interviene de nuevo directamente para resaltar los aspectos del aprendizaje realizado por los estudiantes, y ponerlos en relación con el saber. Es lo que la TSD llama fase de institucionalización.

La TSD distingue también el saber del conocimiento. El saber es llamado 'saber sabio', es decir es el producto de una comunidad con autoridad reconocida y por lo tanto es institucional. Por el contrario, el conocimiento es esencialmente personal y no institucional. Es el producto de las experiencias personales de los estudiantes.

La operacionalización de la TSD en la práctica, requiere analizar el saber que se desea enseñar, y caracterizar el conocimiento correspondiente como una estrategia ganadora para resolver un problema. El profesor debe seleccionar las potencialidades del medio que favorecen el uso de esa estrategia y las restricciones que impiden el uso de otras estrategias.

2.2 Cabri-Elem como medio en una situación a-didáctica

De acuerdo con lo anterior, podemos caracterizar a Cabri-elem como un medio material para realizar situaciones a-didácticas. Es decir, un medio en el cual el

alumno puede realizar acciones, recibir retroacciones e interpretarlas para modificar o reforzar sus acciones, con miras a resolver un problema.

La gran ventaja de Cabri-Elem es el hecho de que las retroacciones que ofrece corresponden a propiedades matemáticas, posibilitando al profesor establecer relaciones entre los conocimientos construidos por los alumnos, y el saber matemático que desea enseñar. Además, Cabri-elem le permite al profesor controlar de diferentes maneras las acciones de los alumnos (para evaluarlas, bloquearlas, o entregar retroalimentación sobre las mismas), enriqueciendo las posibilidades de organización de situaciones a-didácticas.

2.2.1 Ejemplo de situación a-didáctica donde Cabri-elem es el medio

- **El saber:** El saber es la traslación, la cual se define a continuación de la siguiente manera:

TRASLACIÓN

La traslación es un movimiento en el plano de tal forma que a cada punto de la figura original le corresponde un vector de traslación (único y fijo). Es decir, una traslación de vector \mathbf{v} asocia a cada punto A de la figura un punto A' de forma que $\overrightarrow{AA'}$ es un vector de igual magnitud dirección y sentido que \mathbf{v} .

La traslación tiene las siguientes propiedades:

- ❖ La traslación conserva los ángulos, las longitudes, las áreas y la forma.
- ❖ El sentido de los vértices de la figura original y su figura imagen es el mismo.
- ❖ Un segmento, una semirrecta, una recta, son paralelos a sus imágenes.

- **El conocimiento:** el conocimiento (asociado a la traslación) son las estrategias ganadoras que los estudiantes van a utilizar para el desarrollo de la tarea. Los estudiantes en el dibujo deben identificar la magnitud, dirección y sentido; de manera que estén en capacidad de ponerlo en práctica en otra situación.

- **¿Cómo funciona el medio “Cabri-Elem”?**

Mostraremos en el siguiente ejemplo cómo utilizamos las ideas de la teoría de las situaciones didácticas a través del programa Cabri-Elem.

Actividad “Manzanas y círculos”. Primera actividad.

Tarea 2



Figura 1: Medio

El medio: está compuesto por una figura de Cabri Elem, en la que aparecen 6 manzanas (tres rojas y tres verdes), un círculo y la instrucción “Ahora lleva las

manzanas verdes al círculo”. Las posibles acciones del estudiante, las retroacciones del medio, los efectos de las retroacciones y las estrategias ganadoras (o estrategia ganadora) se muestran a continuación:

Acciones	Retroacciones	Efectos de las retroacciones	Estrategia ganadora
Arrastrar las manzanas verdes.	Las manzanas verdes no se pueden arrastrar.	El estudiante abandona las manzanas verdes.	Ubicar las manzanas verdes dentro del círculo, arrastrando las manzanas rojas.
Arrastrar el círculo.	El círculo no se puede arrastrar.	El estudiante abandona el círculo.	
Arrastrar las manzanas rojas.	Las manzanas rojas se pueden arrastrar.	El estudiante va a llevar las manzanas verdes al círculo, arrastrando las rojas. Constatan que las manzanas rojas quedan agrupadas de la misma forma que las verdes conservando entre ellas (manzanas verdes y rojas) la misma distancia.	
	Las manzanas verdes se mueven.		
	Al mover las manzanas verdes, conservan la distancia con respecto a las manzanas rojas.		
	Al moverse las manzanas verdes conservan la dirección y sentido.		

Tarea 5

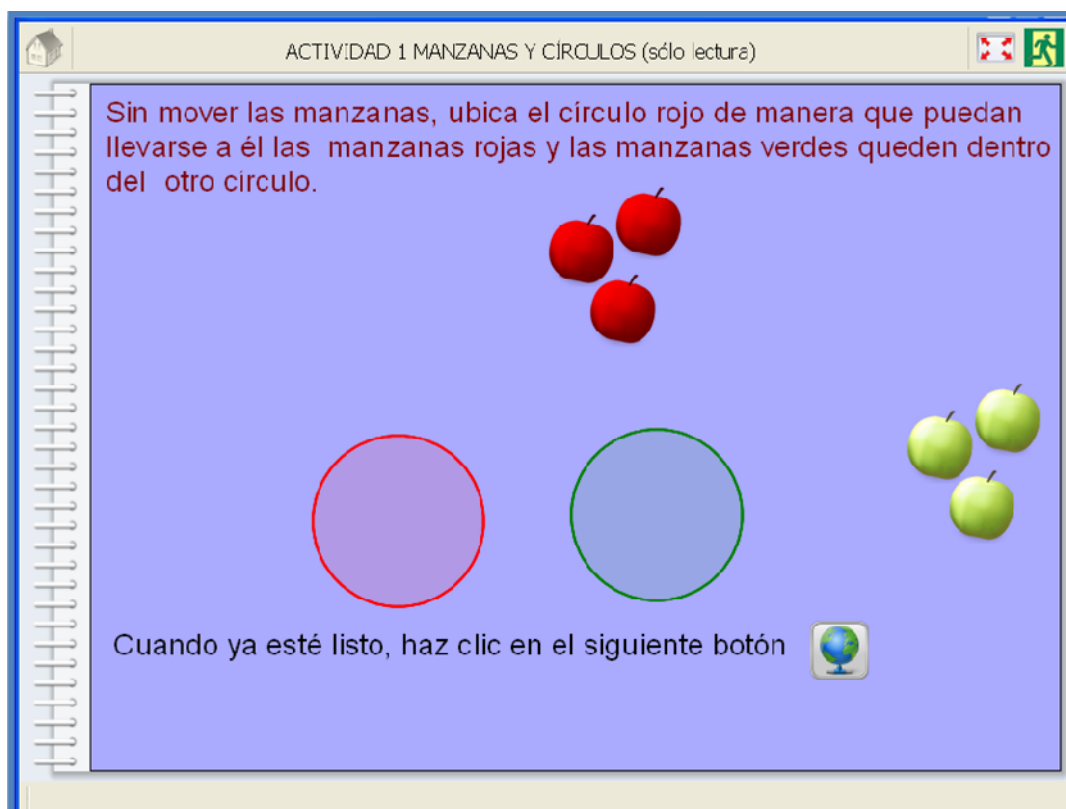


Figura 2: Medio

El medio: está compuesto por una figura de Cabri Elem, en la que aparecen nuevamente las 6 manzanas (tres rojas y tres verdes), dos círculos (uno rojo y uno verde), además aparecen dos instrucciones, una es “Sin mover las manzanas, ubica el círculo rojo de manera que puedan llevarse a él las manzanas rojas y las manzanas verdes queden dentro del otro círculo” y la otra “Cuando ya esté listo, haz clic en el siguiente botón”. Las posibles acciones del estudiante, las retroacciones del medio, los efectos de las retroacciones y las estrategias ganadoras (o estrategia ganadora) se muestran a continuación:

Acciones	Retroacciones	Efectos de las retroacciones	Estrategia ganadora
Arrastrar las manzanas rojas.	Las manzanas rojas no se pueden arrastrar.	El estudiante abandona las manzanas rojas.	Que el estudiante anticipe la distancia, esto es leer la distancia que separa las manzanas (verdes y rojas) y repetirla con los círculos. Teniendo en cuenta la dirección que tiene el vector de traslación.
Arrastrar las manzanas verdes.	Las manzanas verdes no se dejan arrastrar.	El estudiante abandona las manzanas verdes.	
Arrastrar el círculo rojo sobre las manzanas rojas.	Muestra las manzanas rojas dentro del círculo.	El estudiante va hacia el círculo verde.	
Arrastrar el círculo verde sobre las manzanas verdes.	El círculo verde no se deja arrastrar.	El estudiante abandona el círculo verde y va hacia la instrucción de la parte inferior de la figura.	
Hace clic en el mundo.	Aparece una nueva instrucción "Ahora mueve las manzanas rojas para verificar" y el letrero "inténtalo de nuevo" con una flecha para volver a hacer la tarea.	El estudiante observará el letrero que le indica que la tarea le quedó mal.	
	Posibilidad de arrastrar las manzanas rojas.		

	El círculo rojo quedará inmóvil sobre las manzanas rojas.		
Hace clic en la flecha que acompaña el letrero “inténtalo de nuevo”	Aparecerá nuevamente la figura inicial.	El estudiante abandonará la estrategia de llevar el círculo rojo sobre las manzanas rojas.	
Arrastrar el círculo rojo hasta el lugar donde ellos crean que cuando metan las manzanas rojas al círculo rojo, las manzanas verdes quedan dentro del círculo verde. Y hacer clic en el mundo para verificar. (Esta acción se repetirá hasta que logren emplear la estrategia ganadora)	Aparece una nueva instrucción “Ahora mueve las manzanas rojas para verificar”. La posibilidad de arrastrar las manzanas rojas. El círculo rojo quedará inmóvil en la posición dada por el estudiante, y el círculo verde seguirá inmóvil.	Ir a las manzanas rojas para arrastrarlas hacia el círculo rojo.	

El estudiante arrastrará las manzanas rojas hacia el círculo rojo.	Observará que las manzanas verdes se mueven en la misma dirección y sentido que las manzanas rojas.	Dependiendo de la posición dada (por el estudiante) al círculo rojo. Le aparecerá una retroalimentación positiva si las manzanas verdes quedan dentro del círculo verde o una retroalimentación negativa si las manzanas verdes quedan fuera del círculo verde.	
	Observará que durante el arrastre las manzanas rojas y verdes permanecen separadas por la misma distancia.		

3 METODOLOGÍA

Para realizar este proyecto decidimos emplear una metodología de investigación denominada “Ingeniería Didáctica”, que comprende tres fases:

Fase de Diseño: En esta fase el profesor hace el papel de un ingeniero didáctico, al analizar las posibles acciones del estudiante en el desarrollo de la situación didáctica y así restringir aquellas acciones que pudieran promover estrategias no adecuadas. En esta fase el profesor hace un análisis a priori de las conductas que los estudiantes pueden tener, a fin de mirar si la forma como está diseñada la actividad contribuye en el proceso de aprendizaje.

Fase Experimental: Es la fase donde se aplican las actividades ya planeadas a un determinado grupo de estudiantes. Se observa si los planeamientos hechos en cada una de las actividades y la forma como los estudiantes respondieron a las retroacciones (que el medio les presentaba) era la esperada.

Fase de Validación: En esta fase se hace una comparación de lo que realmente hicieron los estudiantes con lo que esperábamos que hicieran. Es decir, una confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.

Cómo usamos la metodología:

1. Adaptación de actividades: La estructura general de las actividades es la misma que se utilizó en el trabajo de Lilian Andrea Monroy Blanco y Karol Lisette Rueda Gómez. Es decir, aparecen dos figuras (una de ellas imagen de

la otra por una traslación) pero el vector de traslación está oculto. La idea es que cuando los estudiantes manipulen las figuras, los fenómenos de movimiento hagan presente esos objetos (teóricos) que están ocultos. Lo que buscamos es que los estudiantes pongan en acción su conocimiento al construir estrategias (relacionadas con la traslación) que les faciliten la realización de las tareas, además de que den argumentos donde justifiquen la forma como hacen las tareas o la imposibilidad de hacerlas.

2. Población: Para la aplicación de las actividades escogimos los tres grupos de cuarto primaria del Colegio Liceo Patria, cada grupo tenía 35 estudiantes aproximadamente. Hubo 5 sesiones cada una con una duración de dos horas. El análisis de las actividades desarrolladas por los estudiantes se hizo sólo con el grado 4-3. Cada actividad estaba planeada para trabajar por parejas de manera que los desempeños académicos de los estudiantes fueran diferentes. Durante la práctica pedagógica I, tuvimos la oportunidad de trabajar con los mismos estudiantes, entonces al escoger las parejas de trabajo se hizo teniendo en cuenta el desempeño que tuvieron con nosotras durante la práctica pedagógica. En el aula de informática había aproximadamente 40 computadores de los cuales se usaron de 17 a 18 de manera que a cada pareja le correspondiera un computador, el cual se turnaban durante el desarrollo de las tareas de cada actividad.

3. Tenemos como datos:

- Los apuntes (escritura y dibujos) que recogimos de los estudiantes.
- Los videos de dos estudiantes del grado 4-3, teniendo en cuenta que uno fuera buen estudiante (fuerte) y el otro no (débil) para que se complementaran entre sí. La selección de los estudiantes se hizo basándonos en el trabajo realizado con ellos en el proyecto I de la práctica

pedagógica. Estos videos están transcritos en el análisis a posteriori de las actividades.

- Las observaciones que hicimos en el aula de clase; es decir, lo que recordamos que sucedió en el desarrollo de las actividades.

Adaptamos y aplicamos 6 actividades de las cuales analizamos sólo 4. En el siguiente capítulo se presentará el análisis del diseño de cada actividad, es decir la descripción de las figuras que componen la actividad, la forma como esperábamos que los estudiantes actuaran frente a cada tarea y la planeación de las preguntas que hicimos durante la puesta en común. También mostraremos el análisis del desarrollo de cada actividad donde describiremos la forma como los estudiantes la hicieron y el desarrollo de la puesta en común.

4 ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES

Como ya mencionamos, las siguientes actividades fueron planeadas para trabajar en parejas, con el fin de que los estudiantes pudieran discutir entre ellos. Como sólo uno puede controlar el ratón, ellos deciden quién empezará a realizar la actividad. Cada uno debe copiar en su cuaderno la forma como desarrolló cada tarea. Les pedimos que dibujaran para que representaran gráficamente lo que estaban viendo. Cada actividad está formada por series de tareas utilizando una figura de Cabri-Elem donde hay un vector oculto, esas series de tareas se repiten varias veces cambiando el vector de traslación. A cada serie la vamos a llamar ronda y al terminar cada ronda se pide a los estudiantes que cambien de roles.

4.1 TRASLACIÓN

4.1.1 ACTIVIDAD 1: MANZANAS Y CÍRCULOS

OBJETIVOS

1. Reconocer algunas propiedades de la traslación como:

Sentido del vector de traslación: Para esto se hace una dependencia entre la figura original y la figura trasladada, ya que observarán que para poder mover la figura trasladada, deben arrastrar la figura original. Es decir, los estudiantes al arrastrar las figuras podrán darse cuenta que si la figura original se mueve hacia cualquier lado, la imagen de esta por una traslación se mueve en el mismo sentido (derecha, izquierda, arriba, abajo).

Dirección del vector de traslación: al pasar de una serie de tareas a otra, los estudiantes se darán cuenta que la dirección del vector de traslación cambia.

Magnitud del vector: Los estudiantes al hacer el movimiento notarán que cuando arrastran la figura original, la imagen de esta (dada por una traslación) se mueve, y que la distancia entre ellas permanece invariante.

ANÁLISIS A PRIORI DE LA ACTIVIDAD

DESCRIPCIÓN DE LA FIGURA

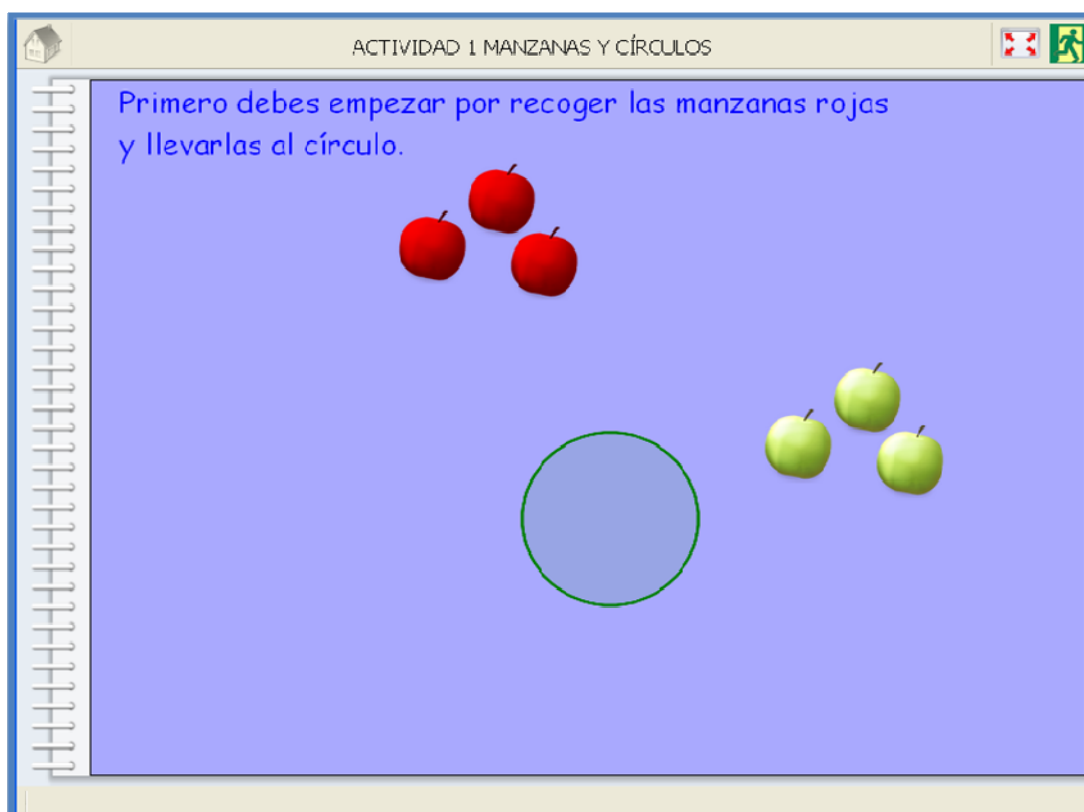


Figura 3: Actividad manzanas y círculos.

Se trabajarán tres rondas, cada una con un vector diferente. En la figura se pueden observar tres manzanas rojas, tres manzanas verdes y un círculo. Las manzanas verdes son traslación de las manzanas rojas respecto a un vector que está oculto (en la primera ronda, el vector es diagonal con sentido hacia abajo, en

la segunda ronda el vector es vertical con sentido hacia abajo y en la tercera ronda el vector es horizontal con sentido hacia la izquierda). Las manzanas rojas pueden ser arrastradas con el ratón, las verdes no. El movimiento de las manzanas verdes depende del movimiento de las manzanas rojas (es decir las manzanas verdes sólo se mueven cuando se arrastran las manzanas rojas). Cuando las manzanas rojas se arrastran en cualquier dirección, las manzanas verdes se mueven en la misma dirección y sentido conservando la distancia que tienen con las rojas. El círculo no puede arrastrarse.

Al abrir la actividad aparece la instrucción con la tarea 1, cuando hayan hecho la actividad correctamente aparece la retroalimentación positiva y podrán pasar a la siguiente tarea.

TAREA 1: Primero debes empezar por recoger las manzanas rojas y llevarlas al círculo.

Los estudiantes podrán arrastrar directamente las manzanas rojas al círculo, y cuando las arrastren se podrán dar cuenta que cuando arrastran una manzana roja se mueve una manzana verde. Los estudiantes podrán ver que las manzanas quedan dentro del círculo al tiempo que les sale una retroalimentación positiva con una flecha para continuar con la siguiente tarea.

TAREA 2: Ahora lleva las manzanas verdes al círculo

Algunos estudiantes tratarán de coger las manzanas verdes y se darán cuenta de que no se pueden arrastrar, entonces si tienen en cuenta la tarea 1, van a arrastrar las manzanas rojas para poder mover las verdes y así cumplir con la segunda tarea. Y otros al intentarlo varias veces dirán que esta tarea no se puede hacer. En ese momento la profesora intervendrá para ayudar a solucionar la tarea, sin dar la respuesta, haciendo la siguiente pregunta: ¿Qué pasó en la actividad anterior cuando movía las manzanas rojas? Al hacer esta pregunta queremos que

el estudiante recuerde que al arrastrar las manzanas rojas al círculo, las verdes se movieron. De esta manera reconocen la relación de dependencia que hay entre las manzanas rojas y verdes. Además se dan cuenta que la magnitud permanece constante durante el arrastre. Al realizar esta tarea de manera correcta aparece una retroalimentación positiva y podrán pasar a la siguiente actividad.

TAREA 3: Ahora lleva todas las manzanas al círculo

Para esta tarea esperamos que ellos arrastren las manzanas rojas al círculo (porque son las que se pueden arrastrar) y se den cuenta que las verdes quedan por fuera o que lleven las manzanas verdes al círculo (arrastrando las rojas) y se den cuenta que las rojas quedan por fuera. Después de varios intentos podrán concluir que la tarea que se les pidió es imposible.

Con el fin de evitar que los estudiantes pasen a la siguiente tarea sin haber intentado realizar esta, se deja un minuto sin la posibilidad de pasar a la siguiente tarea. Al cabo de ese minuto, aparecerá un icono (mundo) y la instrucción “si ya lo intentaste haz clic en el mundo”. Cuando hagan clic en el mundo les aparecerá otra instrucción “Escribe en tu hoja cómo lo hiciste y si no pudiste di por qué”, para que ellos justifiquen el hecho de no poder realizar la tarea. Esperamos que hagan justificaciones como las siguientes:

- El círculo es muy pequeño y por eso no pueden llevar todas las manzanas a él.
- Las manzanas están separadas por una distancia muy grande y por eso no puedo hacer la tarea.
- Cuando meto las manzanas rojas, las verdes quedan afuera y cuando meto las manzanas verdes las rojas quedan afuera.

Les damos un minuto para que escriban su justificación y después aparecerá una flecha y la instrucción “si ya escribiste haz clic en la flecha para continuar”.

TAREA 4: DESCRIPCIÓN DE LA FIGURA

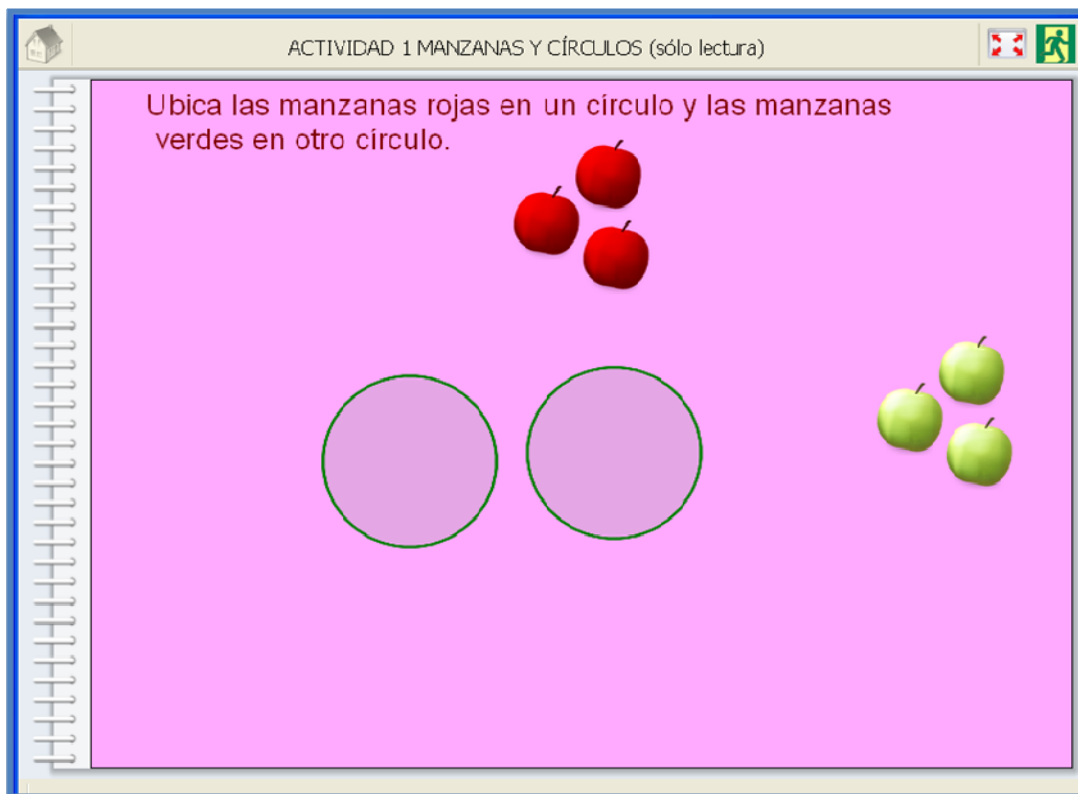


Figura 4: Actividad manzanas y círculos. Tarea 4

Esta figura es la misma que la figura 3, con la diferencia que en esta hay dos círculos, el círculo de la derecha no se deja arrastrar, mientras que el círculo de la izquierda se puede arrastrar libremente.

Cuando los estudiantes hagan la tarea verán las manzanas rojas en un círculo y las manzanas verdes en otro círculo notarán entonces que la tarea está bien hecha. Al tiempo les aparecerá un icono (mundo), una retroalimentación positiva y la instrucción de que anote (en su hoja) cómo hizo la tarea. Cuando haga clic en el icono les aparecerá una flecha y otra instrucción que les pide mostrar los apuntes

a la profesora. Finalmente pasarán a la siguiente tarea haciendo clic en la flecha que aparece.

TAREA 4: Ubica las manzanas rojas en un círculo y las manzanas verdes en otro círculo.

Para esta tarea fijamos el círculo de la derecha, con el fin de que los estudiantes arrastren las manzanas rojas y observen la distancia que las separa de las manzanas verdes. Esperamos que ubiquen el círculo que se puede arrastrar sobre las manzanas rojas e intenten arrastrar el otro círculo sobre las manzanas verdes. Al ver que de esta forma no pueden realizar la tarea podrán hacerla de dos formas:

1. Meter las manzanas rojas en el círculo fijo y poner el círculo móvil sobre las manzanas verdes.
2. Meter las manzanas verdes en el círculo fijo y poner el círculo que se arrastra sobre las manzanas rojas.

TAREA 5: DESCRIPCION DE LA FIGURA

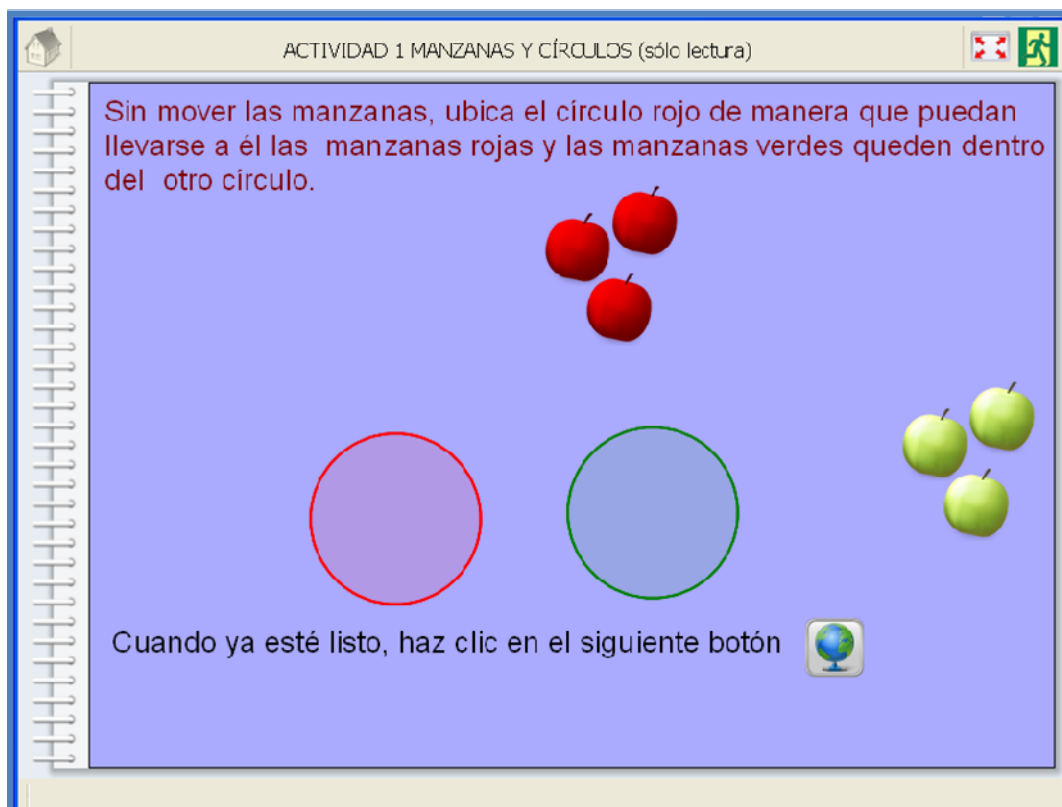


Figura 5: Actividad manzanas y círculos. Tarea 5

Esta figura es igual a la figura 4, con la diferencia que en esta el círculo que se puede arrastrar es rojo y las manzanas no se pueden arrastrar. Además en la parte inferior de la tarea aparece la instrucción “Cuando ya esté listo, haz clic en el siguiente botón” y un botón (mundo que se ve en la figura). Cuando hagan clic sobre este botón, quedan fijos los círculos y las manzanas rojas se pueden arrastrar. Aparece la instrucción “ahora lleva las manzanas dentro de los círculos para verificar”; si las manzanas quedan dentro de los círculos correspondientes, aparece la retroalimentación positiva “¡¡¡muy bien!!! La ubicación de tu círculo es la correcta, ahora cédele el turno a tu compañero en la segunda ronda” y una flecha que permitirá pasar a la siguiente actividad. En el caso en que las manzanas rojas

quedan dentro del círculo rojo y las verdes quedan fuera del círculo verde, aparece la retroalimentación negativa “inténtalo de nuevo” y una flecha para regresar a la situación inicial. Después de esta tarea vienen dos series más para que ellos puedan comparar que cambia la magnitud, dirección y sentido.

TAREA 5: Sin mover las manzanas, ubica el círculo rojo de manera que puedan llevarse a él las manzanas rojas y las manzanas verdes queden dentro del otro círculo.

Con esta tarea esperamos que los estudiantes reconozcan que las manzanas están separadas con la misma distancia. Además de que ellos puedan anticipar la distancia (leer la distancia que separa las manzanas y repetirla con los círculos) con la que están separadas las manzanas y verifiquen posteriormente si tenían bien la posición de los círculos.

Al iniciar la tarea ellos podrían hacer dos cosas:

1. Tratar de arrastrar las manzanas rojas.
2. Arrastrar el círculo rojo sobre las manzanas rojas e intentar arrastrar el círculo verde sobre las manzanas verdes.

Como no podrán hacer la tarea con ninguna de las dos formas anteriores ellos podrán pensar que la tarea no se puede hacer. En ese momento la profesora podrá intervenir y afirmarle que la tarea se puede hacer. En un intento por hacer la tarea harán clic en el icono, y les aparecerá la instrucción “Ahora mueve las manzanas rojas para verificar”, notarán que las manzanas rojas se pueden arrastrar al círculo rojo. Cuando hagan el arrastre de las manzanas rojas notarán que las manzanas verdes quedaron por fuera o dentro del círculo verde dependiendo de qué tan acertada está la posición de su círculo rojo. La retroalimentación negativa de “inténtalo de nuevo” o positiva de “Muy bien” les

saldrá sólo cuando hayan arrastrado las tres manzanas rojas al círculo rojo, cuando les sale “inténtalo de nuevo” podrán hacer la tarea nuevamente. Después de que hagan un segundo o tercer intento esperamos que ellos puedan anticipar la distancia (esto es leer la distancia que separa las manzanas y repetirla con los círculos) para hacer la actividad correctamente. Una de las conductas que también esperamos es que hablen de la distancia entre las manzanas o que ellos señalen con sus dedos la distancia que separa las manzanas en la pantalla.

ANÁLISIS A PRIORI DE LA PUESTA EN COMÚN

Para la puesta en común de la actividad 1. Manzanas y círculos diseñamos algunas preguntas para ver si los estudiantes identificaron algunas propiedades de la traslación durante el desarrollo de las diferentes tareas. Si por el contrario los estudiantes no habían identificado las propiedades planeamos hacer algunas tareas frente a ellos para que vean su desarrollo e identifiquen las propiedades.

Para ver si los estudiantes reconocieron la dependencia de las manzanas verdes con respecto a las manzanas rojas planeamos las siguientes preguntas:

- **¿Qué pasaba cuando se movían las manzanas rojas?**

Esta pregunta hace referencia a la tarea 1 “Primero debes empezar por recoger las manzanas rojas y llevarlas al círculo”. Esperamos que los estudiantes digan que cuando arrastraban las manzanas rojas las manzanas verdes se movían.

- **¿Para mover las manzanas verdes que debían hacer?**

Esta pregunta hace referencia a la tarea 2 “Ahora lleva las manzanas verdes al círculo”. Esperamos que digan mover las manzanas rojas para mover las manzanas verdes. En ese momento se les podría mencionar la siguiente frase para que la completen: Las manzanas verdes dependen de las manzanas... A lo que esperamos que respondan inmediatamente “las rojas”.

Para verificar que los estudiantes identificaron que las manzanas estaban separadas por una distancia se planearon las siguientes preguntas:

- **¿Podían meter todas las manzanas al círculo?**

Esta pregunta hace referencia a la tarea 3 “Ahora lleva todas las manzanas al círculo”. Ellos podrán responder rápidamente que no, debido a que tienen en cuenta que las manzanas están separadas por una distancia que permanece invariante. Si al hacer esta pregunta hay estudiantes que dicen que esta tarea si se puede hacer entonces haremos esta tarea frente al grupo, y esperamos que ellos mismos lleguen a la conclusión de que es imposible llevar todas las manzanas al círculo.

- **¿Por qué no se podían meter todas las manzanas en el círculo?**

Si la respuesta a la anterior pregunta es no, les pediremos que justifiquen sus respuestas. Una de las respuestas que esperamos es que las manzanas están separadas por una distancia, otra posible respuesta es que cuando llevaban las manzanas rojas al círculo las manzanas verdes quedaban por fuera. O que cuando llevaban las manzanas verdes al círculo las manzanas rojas quedaban por fuera del círculo.

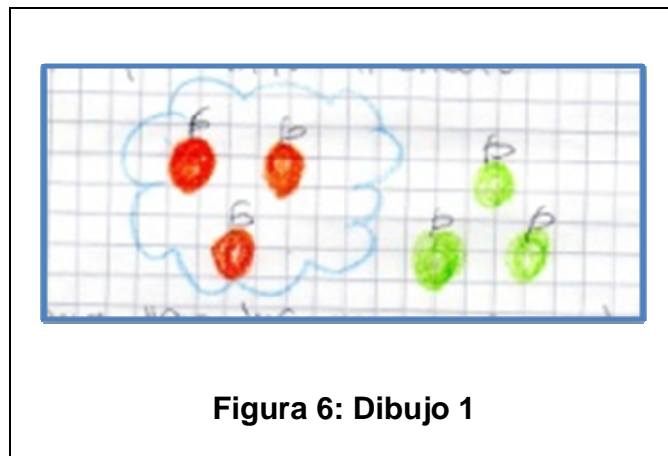
Para ver si los estudiantes identificaron que todas las manzanas estaban separadas por la misma distancia ubicaremos las manzanas rojas en línea recta. Se darán cuenta que las manzanas verdes también quedaron en línea recta separadas todas por una misma distancia de las manzanas rojas.

ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA ACTIVIDAD

TAREA 1: Primero debes empezar por recoger las manzanas rojas y llevarlas al círculo.

Primera ronda

En esta ronda los estudiantes no tuvieron mayores dificultades pues ellos fueron directamente a arrastrar las manzanas rojas. Cuando ellos hacían el arrastre notaban que cuando se arrastraban las manzanas rojas, las verdes se movían. Sin embargo, en algunos de los dibujos realizados por los estudiantes vemos bien reflejadas el sentido y dirección del vector. Por ejemplo, en el **Figura 6** se ve un grupo de manzanas rojas, un grupo de manzanas verdes, pero no hay una correspondencia de traslación.



Mientras que en el **Figura 7** se confirma la relación de dependencia, y la dirección, pues se ve una correspondencia de traslación y que las manzanas están ubicadas de forma diagonal tal como se muestra en la figura de la tarea 1.

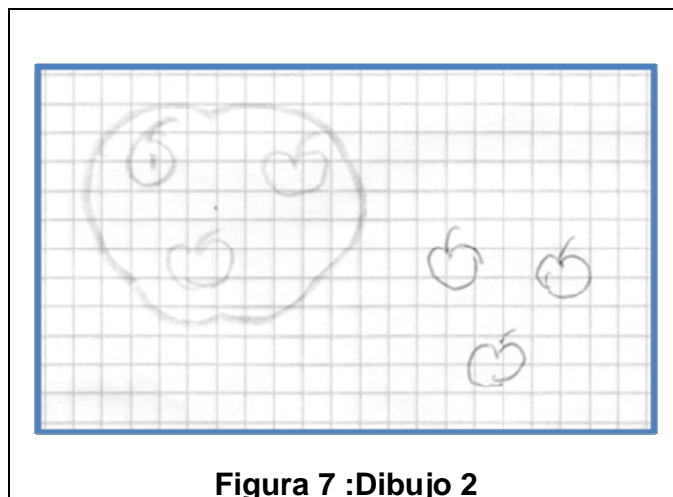


Figura 7 :Dibujo 2

Segunda ronda

Para la segunda ronda de esta tarea los estudiantes no tuvieron dificultades. Unos hicieron la tarea rápidamente recordando la tarea anterior y otros con ayuda de su compañero subieron hacia las manzanas rojas para arrastrarlas. Por esto se ve que el hecho de que los estudiantes trabajaran por parejas fue una buena opción para el desarrollo de las actividades, pues ayudó a los estudiantes a darse cuenta de sus errores por sí mismos y a corregirlos

Tercera ronda

En esta última ronda los estudiantes ya han interiorizado el hecho de que para mover una manzana verde, deben arrastrar una manzana roja. Esto se evidencia en lo que hizo uno de los estudiantes filmados, veamos:

E1: (toma el ratón, arrastra directamente todas las manzanas rojas al círculo y hace clic en la flecha)

Vemos que ellos pudieron identificar finalmente que la manzana verde depende de la roja, y aunque esto no es una propiedad geométrica de la traslación si ayuda a que identifiquen a través de este hecho el sentido del vector de traslación.

Aunque en sus dibujos no se ven muy claras las propiedades que esperábamos que observaran. Esta primera tarea no varía mucho al compararla con el trabajo de Rueda y Monrroy, a esta se le aporta el hecho de poder estimular al estudiante con las retroalimentaciones y de darle más autonomía.

TAREA 2: Ahora lleva las manzanas verdes al círculo

Primera ronda

En esta tarea los estudiantes fueron directamente a arrastrar las manzanas verdes. En vista de que estas no se podían arrastrar algunos fueron hacia las manzanas rojas para arrastrarlas y de esta manera lograron mover las manzanas verdes ubicándolas dentro del círculo. Y otros estudiantes alzaron la mano llamando a una de las dos profesoras para que los orientara. Esto último se evidencia cuando uno de los estudiantes filmados le expresa a la profesora que no puede mover las manzanas verdes, veamos lo que sucedió.

Estudiante: profe no las puedo mover

Profesora: ¿entonces?

Estudiante: ¿qué hago?

Profesora: ¿qué pasó cuando movió las manzanas rojas en la anterior actividad?

Estudiante: se movieron también las verdes

Profesora: ¿entonces qué debe hacer para meter las verdes en el círculo?

Estudiante: Ahhh ya, mover las rojas

Podemos ver que la intervención de la profesora les ayudó a recordar que las manzanas verdes se movían con el arrastre de las manzanas rojas (justamente una de las cosas que se habían previsto).

En la siguiente descripción vemos nuevamente que gracias a que la tarea se realizó en parejas los estudiantes por si mismos se dieron cuenta de sus errores y

los corrigieron. Lo cual es muy importante para construir un nuevo conocimiento
Veamos:

E2: mire las verdes, no las rojas

E1: pero las verdes no se mueven

E2: muestre (le quita el ratón a E1 e intenta arrastrar las manzanas verdes y no lo logra), ahh si

E2: entonces mueva la rojas hacia este lado (señala con las manos el lado izquierdo) para meter las verdes en el círculo

Segunda ronda

En esta ronda aunque los estudiantes fueron nuevamente a intentar arrastrar las manzanas verdes, rápidamente se dieron cuenta que no podían y fueron a arrastrar las manzanas rojas para poner las verdes dentro del círculo. Para esta ronda ya los estudiantes no tuvieron que llamar a la profesora, sino que ellos solos hicieron la tarea.

Tercera ronda

En esta ronda aunque ellos ya habían comprobado en las rondas anteriores que las manzanas verdes no las podían arrastrar, fueron nuevamente a arrastrar las manzanas verdes. Al ver que no las pudieron arrastrar fueron rápidamente a arrastrar las manzanas rojas para meter dentro del círculo las manzanas verdes.

Con estas observaciones pudimos notar que los estudiantes, siguen intentando arrastrar las manzanas verdes, y sólo en un segundo momento arrastran las rojas para mover las verdes. Este comportamiento lo observamos también en otras parejas; sin embargo hay que anotar que rápidamente abandonan el intento de arrastrar las manzanas verdes; en muchos casos, el estudiante que observa le dice al que tiene el ratón, que debe coger las manzanas rojas. Nuevamente al

comparar esta tarea con la de Monrroy y Rueda el aporte que se le hace es el de implementar las retroalimentaciones para estimular a los estudiantes.

TAREA 3: Ahora lleva todas las manzanas al círculo

Primera ronda

Al iniciar esta tarea los estudiantes empezaron a arrastrar las manzanas rojas al círculo y se dieron cuenta que las verdes quedaban afuera. La mayoría trataba entonces de meter las manzanas verdes y también se dieron cuenta que las rojas quedaron afuera. Intentaron entonces hacer combinaciones de manzanas rojas y verdes dentro del círculo puesto que les parecía imposible estar ante una tarea que no se podía hacer. Pero en definitiva concluyeron que no se podían meter todas las manzanas dentro del círculo. Los estudiantes tenían que copiar en sus apuntes por qué no lograron hacer la tarea. Esto se ve más claro con la siguiente descripción de lo que hicieron los estudiantes que participaron en el video:

E2: (arrastra una manzana roja e intenta llevar las dos manzanas al círculo haciendo arrastres para ver si logra poner las dos manzanas)

E1: Si mueve esta (señala manzana roja) mueve esta (señala manzana verde), si mueve esta (señala manzana verde) mueve esta (señala manzana roja). (El estudiante dice lo anterior mientras su compañero intenta llevar las dos manzanas al círculo)

E2: (El estudiante arrastra tres manzanas rojas al círculo y deja las manzanas verdes por fuera)

Profesora: (cuando no pudieron hacer más la profesora interviene para continuar con la actividad) Ya lo intentaste, haz clic en el mundo.

E2: Ya le di.

Profesora: (Lee) “Escribe en tu hoja como lo hiciste y si no lo lograste escribe por qué”. Escribe ¿si lo pudieron hacer?

E1: (El estudiante señala con sus dedos que las verdes quedaban por fuera)

Profesora: Entonces escriba ¿por qué?

E2: El estudiante escribe en sus apuntes lo siguiente: No lo hice porque estaba muy difícil y las dos manzanas se movían al mismo tiempo

E1: El estudiante escribe en sus apuntes lo siguiente: No lo pude hacer por que las dos manzanas se movían al tiempo, o sea si uno movía una la otra también se movía. Veamos dos comentarios de estudiantes que no estaban siendo filmados:

“No pude mover las manzanas verdes porque si las echaba se movían las manzanas rojas”

“Primero cogimos las manzanas rojas y se movían y se movían las manzanas verdes y no pudimos, pero si cogimos unos, los dos eran de diferente distancia y no se podrían meter”

En estos argumentos vimos como los estudiantes justifican la imposibilidad de la tarea haciendo una referencia indirecta a la distancia, entre las manzanas rojas y verdes, que permanece constante.

Segunda ronda

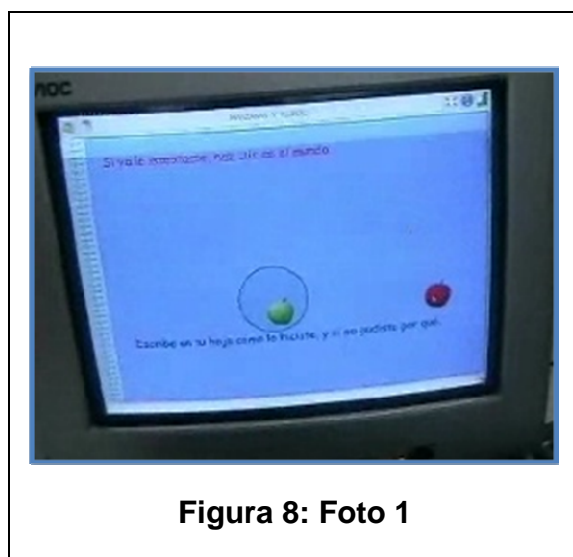
En esta segunda ronda los estudiantes ya no intentaron hacer combinaciones con las manzanas rojas y verdes. Es decir, dentro del círculo metían o todas las manzanas rojas o todas las manzanas verdes. Esto indica que ya tienen claro que cuando meten las manzanas rojas las verdes quedan afuera o que cuando meten las manzanas verdes las rojas quedan afuera.

Tercera ronda

Con esta última ronda aunque el estudiante no dice de inmediato que la tarea no se puede hacer, notamos que ya tiene claro que no puede meter todas las manzanas dentro del círculo. Puesto que hacen intentos por meter o todas las

manzanas rojas o todas las manzanas verdes, pero no ambas. Esto se ve más claro con la siguiente descripción de lo que hizo uno de los estudiantes que participó en el video.

Mientras uno de los estudiantes realiza la tarea en un momento une todas las manzanas rojas en una sola y por tanto las manzanas verdes en una sola (lo cual nos parece muy interesante ya que deja ver que la distancia que separa todas las manzanas es la misma). La foto 1 nos deja ver esto



Al contrario de lo que habíamos previsto en el análisis a priori de la actividad, en la primera ronda ninguno de los dos estudiantes observados nombró la distancia por la que estaban separadas las manzanas. Tampoco dicen que cuando las manzanas rojas están dentro del círculo, las manzanas verdes quedan por fuera o viceversa. En cambio en las siguientes dos rondas vemos que ellos ya tienen más clara esta idea, puesto que ya no hacen combinaciones de las manzanas rojas y verdes dentro del círculo. Esto indica que tienen la idea de que cuando meten las manzanas rojas, las verdes se salen o viceversa.

En general los estudiantes que participaron en el video no lograron argumentar correctamente porque no era posible hacer la tarea. Sin embargo hubo otros estudiantes que mencionaron la distancia y el hecho de que las manzanas entren y salgan como observamos en los comentarios de la primera ronda de la tarea 3. En el trabajo de Rueda y Monroy esta tarea se hace para comparar la traslación con la simetría al verificar que no hay un punto de unión entre las figuras. Sin embargo en nuestro proyecto sirvió para verificar que las manzanas rojas estaban separadas por una distancia (que permanece invariante durante el arrastre) de las verdes. En la socialización de la actividad hubo un estudiante que mencionó el tamaño del círculo, afirmando que si el círculo era más grande, si podría meter en este todas las manzanas.

TAREA 4: Ubica las manzanas rojas en un círculo y las manzanas verdes en otro círculo

Primera ronda

Esta tarea fue un poco complicada para algunos estudiantes, incluso habiendo trabajado tareas anteriores donde ellos observaron que las manzanas rojas quedaban a un lado y las manzanas verdes a otro lado. Algunos estudiantes lo primero que hicieron fue tomar un círculo y ubicarlo sobre las manzanas rojas e intentar poner el otro círculo sobre las manzanas verdes. Sin embargo al ver que no lo podían arrastrar decidieron llevar las manzanas rojas al círculo fijo y ubicar el otro círculo sobre las manzanas verdes. Otros estudiantes llevaron las manzanas verdes al círculo fijo y ubicaron el otro círculo sobre las manzanas rojas, dándose cuenta que había dos formas de realizar la tarea.

En general, los estudiantes tienen muchas dificultades para describir claramente sus acciones. Por eso los textos producidos por ellos no muestran claramente qué fue lo que hicieron. Veamos qué escribieron los estudiantes:

“Movimos los círculos para colocar las manzanas rojas y las manzanas verdes cada una en un círculo”

“Un círculo se podía mover y el otro no y moví las verdes al que no se podía mover y las rojas las junte y les puse el círculo que se podía mover”

“Primero ubiqué el círculo y luego cogí las manzanas y las metí adentro”

“Primero moví el círculo de la izquierda y así empecé a meter las manzanas”

“Las manzanas las ubiqué y moví el círculo y me quedaron iguales”

“Cuando lo hice fue cuando cogí las manzanas rojas y como las manzanas verdes se quedaron a fuera entonces moví el círculo”

Vemos en lo que hizo uno de los estudiantes filmados, lo que esperábamos que hicieran en el desarrollo de la tarea “E1: mire si uno mete esta (el estudiante señala la manzana roja) la otra no se mete (señala la manzana verde) y si uno mete esta (señala la manzana verde) la otra no se mete (señala la manzana roja)”. Sin embargo a pesar de haber reconocido esto, a los estudiantes se les dificulta hacer la tarea y la profesora interviene diciéndole “inténtenlo, se puede hacer”. Gracias a esto finalmente el estudiante logra hacerla de la siguiente manera “mueve nuevamente dos manzanas verdes dentro del círculo y ubica el círculo que se puede arrastrar sobre las manzanas rojas, luego lleva la otra manzana verde al círculo”.

Escribieron:

E1: Las metí corriendo los círculos en el lugar en el que quedaban las manzanas para poderlas ubicar.

E2: Lo hice cuando se podían mover los dos círculos de un lado a otro hay entendí que era muy fácil.

Segunda ronda

En esta segunda ronda los estudiantes hicieron la tarea más rápido y sin dificultades ubicando las manzanas rojas en un círculo y las verdes en el otro. Una estrategia interesante se evidencia en la siguiente descripción:

E1: (mete una manzana roja dentro del círculo fijo y arrastra el círculo móvil hasta donde quedó la manzana verde. Luego arrastra las dos manzanas rojas que quedan sobre el círculo fijo, y las verdes quedan automáticamente en el círculo móvil)

Tercera ronda

En esta última ronda los estudiantes sabían que había dos soluciones para esta tarea: meter las manzanas verdes en el círculo fijo y las rojas en el móvil, o viceversa. Unos lo hicieron muy rápido y contentos decían “ya profe”. Otros intentaban mover el círculo fijo y al ver que no podían, arrastraban el otro círculo hasta que quedaban en uno las manzanas rojas y en el otro las manzanas verdes. Otros llamaban a la profesora y le mostraban las dos formas de hacer la tarea.

Como ya lo habíamos dicho, los estudiantes que se escogieron para la observación debían ser uno fuerte y uno débil; para esta actividad E1 era fuerte y E2 era débil. Esto se evidencia ya que se ve dificultad sólo en la primera y tercera ronda (en las que trabajo E2) mientras que la ronda dos se desarrolló rápidamente y como lo habíamos previsto (en la que trabajo E1). Vemos que a pesar de que E2 desarrolló la primera y tercera ronda para esta misma tarea tuvo muchas dificultades durante su desarrollo, aunque en la última se desarrolló más rápidamente. Mientras que E1 sólo con observar lo que su compañero hizo en la primera ronda tuvo para realizar la tarea de forma rápida y eficaz.

Con los textos citados y con la conversación podemos decir que los estudiantes ya tienen claro que las manzanas verdes sólo se mueven cuando se arrastran las manzanas rojas. Al contrario de lo que habíamos previsto en el análisis a priori, los estudiantes no parecen constatar que las manzanas rojas y verdes están separadas por una distancia que permanece invariante. Al comparar esta tarea con la de Monrroy y Rueda vemos que gracias a que el programa Cabri Elem permite bloquear el arrastre de las figuras pudimos agregar a esta tarea la imposibilidad de mover uno de los círculos (en el caso de ellas canastos) con el fin de verificar que realmente los estudiantes tuvieran una anticipación.

TAREA 5: Sin mover las manzanas, ubica el círculo rojo de manera que puedan llevarse a él las manzanas rojas y las manzanas verdes queden dentro del otro círculo.

Primera ronda

Inicialmente para esta tarea hubo mucha dificultad para entender que era lo que la tarea les pedía, pues ellos querían poner las manzanas dentro de los círculos y esto no era posible. Lo que la actividad les pedía era que colocaran los círculos y posteriormente se podrían mover las manzanas para meterlas en los círculos. Los estudiantes no lograron anticipar que en un segundo momento podrían mover las manzanas; entonces la mayoría tuvo que hacer la misma actividad varias veces. Se dieron cuenta de cómo debían hacer la actividad cuando hicieron clic en el mundo (que aparecía en la figura) y pudieron mover las manzanas hacia los círculos (que estaban inmóviles). Fue entonces que después de varios intentos notaron que tenían que tener en cuenta la dirección y distancia de las manzanas para ubicar los círculos de la manera correcta.

En esta tarea no se les pedía anotar cómo lo habían hecho, sin embargo algunos estudiantes que no estaban siendo observados hicieron los siguientes textos al terminar la tarea:

“Colocamos los círculos nivelados y espichamos el mundo para mover las manzanas rojas y verdes cada una en su círculo”

“Colocamos el círculo en la trayectoria correcta y movimos las manzanas rojas y así las manzanas rojas y verdes estuvieron en el círculo”

En los textos mencionados no se ve muy claro la forma como desarrollaron la tarea, pero es interesante ver como uno de los estudiantes menciona que ubicó los círculos en la trayectoria correcta. Podría entenderse como la distancia o dirección correcta.

Segunda ronda

Para esta ronda ya los estudiantes no presentaron tantas dificultades como en la ronda anterior puesto que ya sabían que después de hacer clic en el mundo que se les mostraba en la pantalla, podían hacer el movimiento de las manzanas. Muchos estudiantes ubicaron el círculo rojo de la misma forma que en la primera ronda y hacían clic en el mundo para comprobar. Una vez hacían clic en el mundo movían las manzanas verdes hacia el círculo verde y ponían el dedo donde quedaron las manzanas rojas. Después hacían clic en la flecha de inténtalo de nuevo, sin quitar su dedo, y ubicaban el círculo rojo donde tenían el dedo, hacían clic en el mundo para comprobar y de esta forma realizaron la tarea. Y algunos estudiantes, que aún tenían dificultades para hacer la tarea, llamaban a la profesora para que los orientara. Se evidencia una de las cosas anteriormente mencionadas en la descripción de cómo dos estudiantes realizaron la segunda ronda.

E1: (Hace lo que se describe en la siguiente tabla. La primera columna describe lo que el estudiante va haciendo y en la segunda columna se comprueba la descripción con una foto).

Ubica el círculo rojo sobre las manzanas rojas. Luego arrastra el círculo rojo, dejando los círculos en la misma dirección que la ronda anterior, y hace clic en el mundo para comprobar. Después arrastra las manzanas rojas al círculo rojo y ubica su dedo donde quedaron las manzanas verdes (ver foto 2), hace clic en la flecha que acompaña la retroalimentación negativa “inténtalo de nuevo”. (En la foto 2 se observa la ubicación de las manzanas rojas y verdes, y el dedo del estudiante sobre las manzanas verdes)

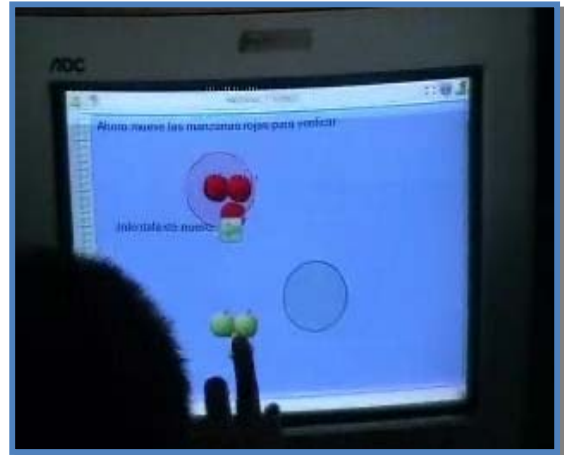


Figura 9: Foto 2

Ahora ubica el círculo rojo cerca de donde tiene el dedo y vuelve a hacer clic en el mundo para comprobar (ver foto 3).

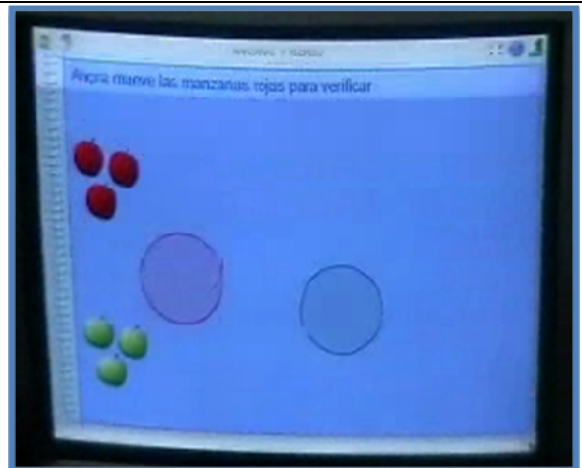


Figura 10: Foto 3

Después de hacer clic en el mundo ubica una manzana verde sobre el círculo verde, el estudiante pone un dedo donde quedo la manzana verde (foto 4) y ubica el mismo dedo donde quedo la manzana roja. Lleva el resto de manzanas rojas al círculo rojo. (Se observa en la foto 5 como los estudiantes dejan el dedo donde quedan las manzanas rojas para posteriormente ubicar el círculo rojo de forma correcta. No se alcanza a observar bien la ubicación del otro dedo sobre las manzanas verdes).

En seguida ubica las manzanas rojas sobre el círculo rojo para que aparezca la retroalimentación negativa con la flecha. Sin quitar el dedo, de donde estaban las manzanas rojas, hace clic en la flecha (ver foto 6).

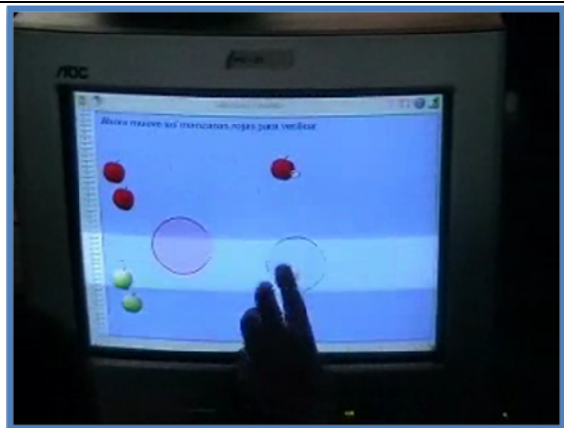


Figura 11: Foto 4

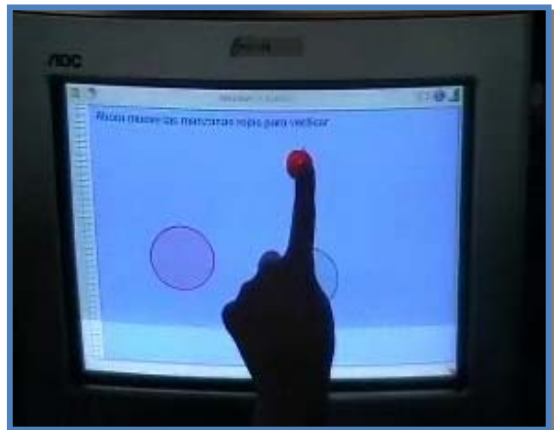


Figura 12: Foto 5



Figura 13: Foto 6

Finalmente ubica el círculo rojo donde tiene el dedo y al comprobar le aparece una retroalimentación positiva. (En la foto 7 se comprueba la descripción anterior).



Figura 14: Foto 7

Tercera ronda

En esta última ronda fueron muy pocos los estudiantes que no entendían la tarea. La mayoría hizo la tarea igual que en la segunda ronda, otros después de intentarlo varias veces lograron hacerla. Y otros hicieron la tarea poniendo uno de sus dedos sobre las manzanas rojas y otro sobre las manzanas verdes, manteniendo sus dedos separados por una distancia (la misma que separaba las manzanas). Luego, manteniendo la distancia, ubicaron un dedo sobre el círculo verde y el otro quedó separado en otro lugar, donde ubicaron el círculo rojo.

Durante el desarrollo de la tarea encontramos dos estrategias de solución que no habíamos previsto en el análisis a priori. La primera de ellas es que en el análisis del diseño de la actividad para esta tarea no habíamos contemplado que ellos se fijaran en la distancia entre las manzanas verdes y el círculo verde. Y la segunda es que ellos guardaran con su dedo la solución de la tarea y luego ubicaban allí el círculo rojo. Sin embargo algunos estudiantes si desarrollaron la tarea de la forma como esperábamos, es decir con sus dedos leían la distancia entre las manzanas y la reproducían para hacer correctamente la ubicación del círculo.

Vemos lo anterior cuando para la primera ronda ellos (los estudiantes del video) no se fijaron en la distancia que había entre las manzanas, sino que se fijaron en la distancia entre las manzanas y el círculo. Sin embargo en las siguientes rondas esta forma de solución ya desapareció debido a que la distancia entre las manzanas verdes y el círculo verde ya era mayor. Pero la segunda forma de solución que ellos utilizaban para realizar la tarea si fue utilizada en las otras rondas. Para evitar esto se podría cambiar la magnitud del vector de traslación cuando el estudiante intente hacer la tarea nuevamente. De todas formas fue interesante ver cómo los estudiantes con sus dedos trataban de predecir la ubicación de los círculos de diferentes maneras y la distancia con la que estaban separadas las manzanas. Incluso lo más interesante fue cuando dos estudiantes sacaron una regla para medir la distancia que hay entre las manzanas, y así ubicar los círculos de manera correcta. El aporte que hacemos a esta actividad es hacer que la tarea tenga los dos momentos ya mencionados, que aunque les causó un poco de dificultad al iniciar, después permitió la anticipación por parte de los estudiantes que era lo que se quería.

ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA PUESTA EN COMÚN

Para la puesta en común de esta actividad planeamos preguntas con el fin de que los estudiantes respondan de acuerdo con lo que habían trabajado. También proyectamos algunas tareas con un video beam para que los estudiantes vieran nuevamente las actividades y recordaran cómo lo habían hecho. La siguiente es la conversación que se tuvo con los estudiantes durante la puesta en común.

Profesora: (Lee nuevamente la actividad) ¿qué pasaba con las círculos? ¿Qué pasaba con las manzanas?

E1: que cuando se movían las rojas se movían las verdes.

Profesora: Le pedían que moviera las manzanas rojas y cuando movía las manzanas rojas...

E: se movían las verdes

Profesora: ¿Para mover las verdes que tenían que hacer?

E: Mover las rojas

Profesora: ¿Las verdes dependían de qué?

E: Las rojas

Profesora: Haber otra cosa es que cuando ustedes estaban haciendo la actividad podían meter las dos manzanas en el círculo (Les pregunta por la tarea 3)

E: (La mayoría de los estudiantes respondieron que no, mientras que una minoría respondió que sí)

Profesora: ¿Las rojas y las verdes al mismo tiempo?

Estudiantes: no

Profesora: ¿Por qué no?

E2: Porque sólo había un círculo

E3: Porque si movíamos las rojas no podíamos mover las verdes.

Profesora: ¿Por qué? ¿Qué pasaba?

E4: Porque al mover las rojas se movían las verdes.

Profesora: Al mover las rojas se movían las verdes, muy bien. Entonces que pasaba usted nunca podía meter todas las manzanas en el mismo círculo.

E5: Con un círculo grandote se podía.

Profesora: Con un círculo grandote, pero ¿qué tan grande?

E6: Aquí están las manzanas rojas, aquí están las manzanas verdes y el círculo en todo (El estudiante con sus manos señala en la pared manzanas rojas y verdes, para que se comprenda que el círculo debe ser tan grande que logre meterlas todas)

Profesora: ¿Y si se hace más grande la distancia entre ellas?

E6: Pues se hace más grande el círculo.

Profesora: ¿Y si se hace mucho mas grande la distancia?

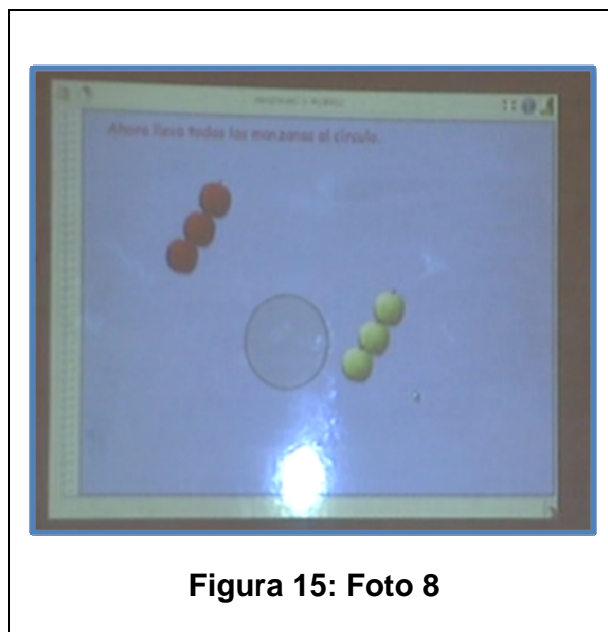
E: Pues se hace más grande el círculo.

Profesora: Puede ser. (La profesora abre la tarea 3 de manzanas y círculos e intenta hacerlo frente a los estudiantes) ¿Pudieron hacerlo, llevar todas las manzanas al círculo?

Estudiantes: No se podía hacer.

Profesora: ¿Qué pasa con las verdes y las rojas? ¿Qué tienen en común?

Profesora: (La profesora puso las manzanas como lo muestra la siguiente figura para que notaran que todas tenían la misma distancia).



E7: Tienen la misma distancia.

E8: Tienen una distancia que no se puede cambiar.

E9: Estaban casi iguales.

Profesora: Por eso no podían meterlas al tiempo, porque estaban separadas siempre por la misma distancia entonces eso era imposible. Además cuando la una se mueve (manzana roja) también se mueve la otra (manzana verde).

En la puesta en común y de acuerdo con la conversación anterior notamos que los estudiantes identificaron que al arrastrar una manzana roja, se movía una manzana verde. Lo cual deja ver que reconocieron la dependencia de las manzanas verdes con respecto a las manzanas rojas. También pudimos ver que los estudiantes no mencionan desde el comienzo la distancia que hay entre las manzanas, pero con ayuda de la profesora, lo hicieron. Las respuestas dadas por ellos nos dejan ver que los estudiantes identificaron que las manzanas estaban separadas por una distancia que permanecía invariante durante el arrastre. Finalmente mostramos que las manzanas rojas y verdes estaban separadas por la misma distancia.

CONCLUSIONES DE LA PRIMERA ACTIVIDAD

El hecho de que los estudiantes trabajen en parejas promueve la discusión entre ellos y la formulación de sus acciones y sus razonamientos. Gracias a esto podemos tener evidencias de que identificaron algunas características de la traslación. Sin embargo, hay que anotar que aunque los estudiantes logran resolver las tareas no saben describir con precisión lo que hicieron; por eso nos apoyamos también en las observaciones de los videos.

Propiedades que empezaron a ser identificadas:

- El sentido del vector de traslación a través de la dependencia entre las figuras; por ejemplo, cuando en la tarea 2 les pedíamos llevar las manzanas verdes al círculo, ellos en las dos primeras rondas intentaban arrastrar directamente las manzanas verdes. Y en la tercera ronda arrastran directamente las manzanas rojas para mover las verdes. También en la puesta en común ellos en sus

respuestas decían que al mover las manzanas rojas se movían las manzanas verdes.

- La magnitud. Cuando los estudiantes en la tarea tres pusieron una manzana sobre la otra dejando ver que todas estaban separadas por la misma distancia (ver foto 1). También cuando les preguntamos en la puesta en común si podían llevar todas las manzanas sobre el círculo y un estudiante dice que con un círculo más grande se puede. Otra cosa fue cuando visualizamos en el tablero las manzanas en línea recta y los estudiantes al observarlas decían que estaban separadas por la misma distancia.

Defectos del diseño

En general las primeras rondas de las tareas 1, 2, 3 y 4 se desarrollaron como habíamos previsto. La tarea 5 no funcionó como esperábamos. Primero porque no quedó claro que para el desarrollo de la tarea iban a haber dos momentos; un primer momento donde no podrán arrastrar las manzanas y un segundo momento donde podrán arrastrar las manzanas rojas para verificar. Para solucionar esto se podría (antes de hacer la tarea) pasar al frente a un estudiante para que los otros observen los dos momentos que hay. En segundo lugar porque hubo estrategias de solución no previstas. Una de ellas fue el hecho de poner el círculo verde tan cerca de las manzanas verdes ya que hizo que los estudiantes leyeran la distancia entre las manzanas y el círculo y no entre las manzanas verdes y rojas. Esta estrategia se dio sólo para la primera ronda pues en las otras la distancia entre el círculo y las manzanas era mayor. Por esto sugerimos que los círculos queden lejos de las manzanas. Otra estrategia utilizada por los estudiantes fue que guardaran con su dedo la solución de la tarea y para un segundo intento ubicaban el círculo rojo donde tenían el dedo. Para evitar esto se podría cambiar la magnitud en el vector de traslación cada vez que intenten hacer la tarea.

Faltó preparar preguntas en el diseño de la puesta en común para que notaran que el sentido y la dirección cambiaban en las 3 rondas.

En general pudimos evidenciar que estas actividades les gustan a los estudiantes por lo cual es más fácil obtener motivación y concentración por parte de ellos, aspectos fundamentales a la hora de aprender.

4.1.2 ACTIVIDAD 2: COMETAS Y FLORES

OBJETIVOS

1. Reforzar la identificación de la propiedad del sentido en el vector de traslación a través de la dependencia entre las figuras.
2. Reforzar la identificación de la magnitud
3. Identificar la dirección y el sentido del vector de traslación.
4. Visualizar y evidenciar otras propiedades que no varían durante el arrastre tales como:
 - Conservación de la forma y el tamaño: los estudiantes podrán darse cuenta que una figura y su imagen por una traslación tienen el mismo tamaño, la misma forma y la misma orientación.

Para esta actividad trabajamos con las tareas dos y tres de la primera actividad pero con dos contextos diferentes. El primer contexto con cometas y triángulos, el segundo contexto con flores y pétalos. Esta actividad está compuesta de 4 rondas,

la primera y tercera ronda con cometas y triángulos, la segunda y cuarta ronda con flores y pétalos. Para las rondas de cometas y triángulos la dirección del vector es horizontal pero el sentido cambia, para las rondas de flores y pétalos la dirección y el sentido cambia. Para comodidad del análisis y un mejor entendimiento del lector presentaremos en primer lugar la sección de cometas y triángulos, en segundo lugar la sección de flores y pétalos.

ANALISIS A PRIORI DE LA ACTIVIDAD

DESCRIPCION DE LA FIGURA

FIGURA 1: COMETAS Y TRIÁNGULOS

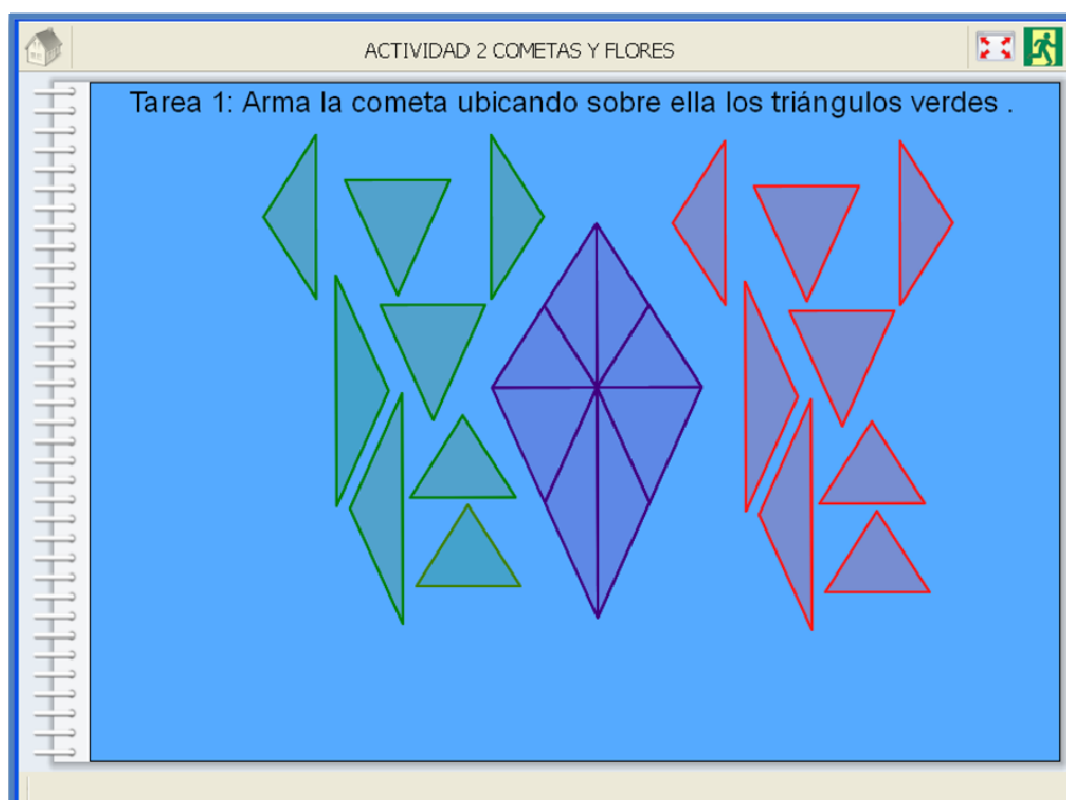


Figura 16: Actividad 2 cometas y triángulos.

Se trabajarán dos rondas con esta figura (la primera y la tercera), cada una con un vector diferente. En la figura se pueden observar ocho triángulos de color verde, ocho triángulos de color rojo y una cometa de color morado formada por ocho triángulos congruentes con los triángulos verdes y rojos. Los triángulos verdes son traslación de los triángulos rojos respecto a un vector que está oculto; en la primera ronda, el vector es horizontal hacia la izquierda y en la tercera ronda se invierte el sentido conservando la magnitud y la dirección. Los triángulos verdes sólo se mueven cuando se arrastran los triángulos rojos. Cuando se arrastran los triángulos rojos hacia cualquier dirección los verdes lo hacen en la misma dirección y sentido; y la distancia entre ellos se conserva. La cometa no se puede mover.

Los alumnos deben colocar los triángulos verdes y rojos sucesivamente en la cometa, cuando ubiquen todos los triángulos verdes sobre la cometa, aparecerá el letrero “¡¡¡ MUY BIEN!!! Observa lo que se formó con los triángulos rojos”. Junto con la retroalimentación aparece una flecha que permite pasar a la siguiente tarea.

TAREA 1: Arma la cometa ubicando sobre ella los triángulos verdes

Esperamos que ellos vayan directamente a arrastrar los triángulos verdes. Al darse cuenta que estos no se pueden arrastrar, irán hacia los triángulos rojos y los arrastrarán para mover los verdes (recordando la actividad de manzanas y círculos). Después de ubicar todos los triángulos verdes sobre la cometa, esperamos que observen que la forma que tiene la cometa con los triángulos verdes es la misma forma que tiene la cometa con los triángulos rojos. Al terminar su tarea tendrán que consignar en sus apuntes cómo hicieron la tarea (consigna oral dada por la profesora al comienzo).

Para las otras rondas esperamos que los estudiantes arrastren directamente los triángulos rojos para ubicar los triángulos verdes sobre la cometa.

TAREA 2: DESCRIPCIÓN DE LA FIGURA

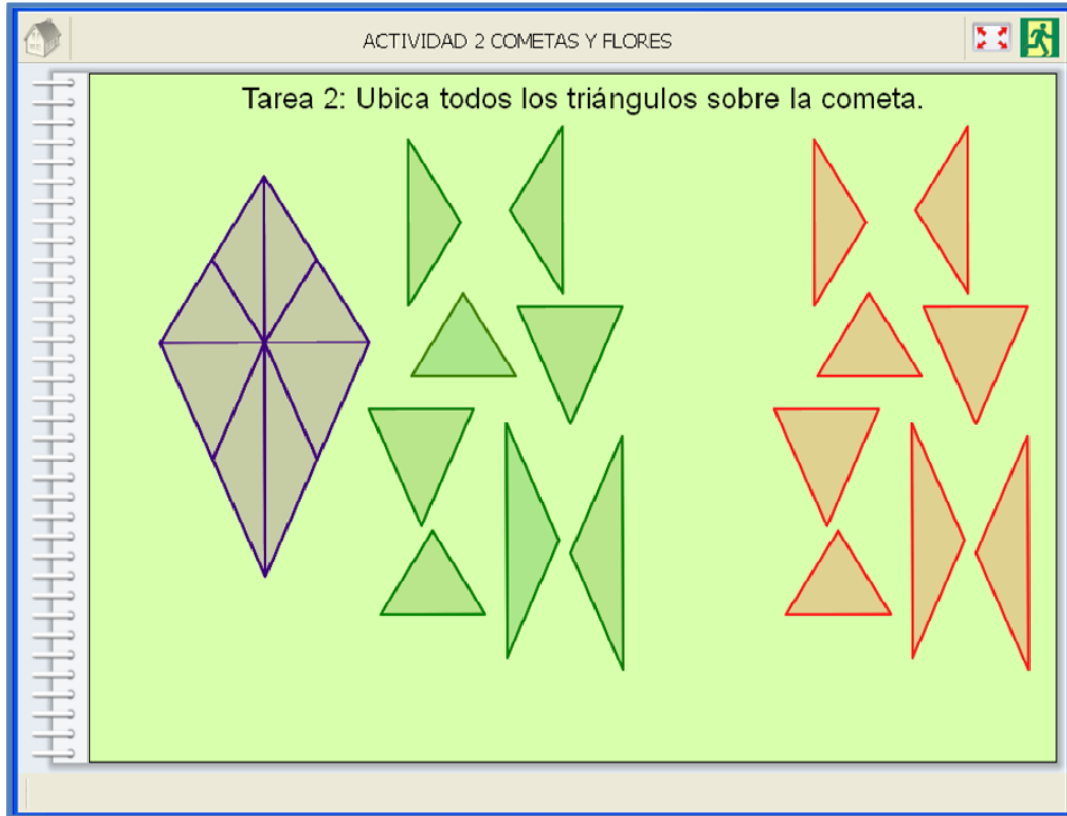


Figura 17: Actividad 2 cometas y triángulos. Tarea 2

Es la misma figura anterior. Como la tarea es imposible, a los 20 segundos (tiempo estimado para que ellos intenten hacer la tarea) aparece la instrucción “Anota en tu hoja como lograste hacer la tarea y si no lo lograste di por qué” y desaparece la instrucción con la tarea 2. Después de 15 segundos (para que ellos comiencen a escribir) aparece un icono (mundo) y la instrucción “Cuando termines haz clic en el mundo”. Cuando hagan clic en el mundo, les saldrá una flecha (que les permitirá pasar a la siguiente ronda) y el letrero “¡¡¡Muy buen trabajo!!! Pasa a la siguiente ronda”.

TAREA 2: Ubica todos los triángulos sobre la cometa.

Esperamos que los estudiantes actúen de alguna de las dos siguientes formas:

1. Los estudiantes van a arrastrar algunos triángulos rojos sobre la cometa y se darán cuenta que los triángulos verdes quedan por fuera o viceversa.
2. Los estudiantes recuerden lo que hicieron con las manzanas y círculos en la tarea 3 y digan rápidamente que no se puede hacer.

FIGURA 2: FLORES Y PÉTALOS.

DESCRIPCIÓN DE LA FIGURA



Figura 18: Actividad 2 flores y pétalos.

Se trabajarán dos rondas con esta figura (la segunda y la cuarta), cada una con un vector diferente. En la figura se pueden observar cinco pétalos de color azul, cinco pétalos de color fucsia y un tallo de flor. Los pétalos fucsias son la traslación de los pétalos azules con respecto a un vector que está oculto (en la segunda ronda

el vector es diagonal con sentido hacia abajo – derecha y en la cuarta ronda el vector es horizontal con sentido hacia la izquierda). Los pétalos fucsias no se pueden arrastrar, estos se mueven cuando se arrastran los pétalos azules. Cuando se arrastran los pétalos azules hacia cualquier dirección los fucsias se mueven en la misma dirección y sentido, la distancia entre ellos se conserva. El tallo no se puede mover. Finalmente cuando lleven todos los pétalos azules a la flor, les saldrá el letrero “¡¡¡ MUY BIEN!!! Observa lo que se formó con los pétalos fucsias” y una flecha con la que pueden pasar a la siguiente tarea.

TAREA 1: Ubica los pétalos azules sobre la flor.

Por un error de digitación pusimos que llevaran los pétalos que se podían arrastrar a la flor, por esto se pierde el sentido que tenía la tarea.

TAREA 2: DESCRIPCIÓN DE LA FIGURA

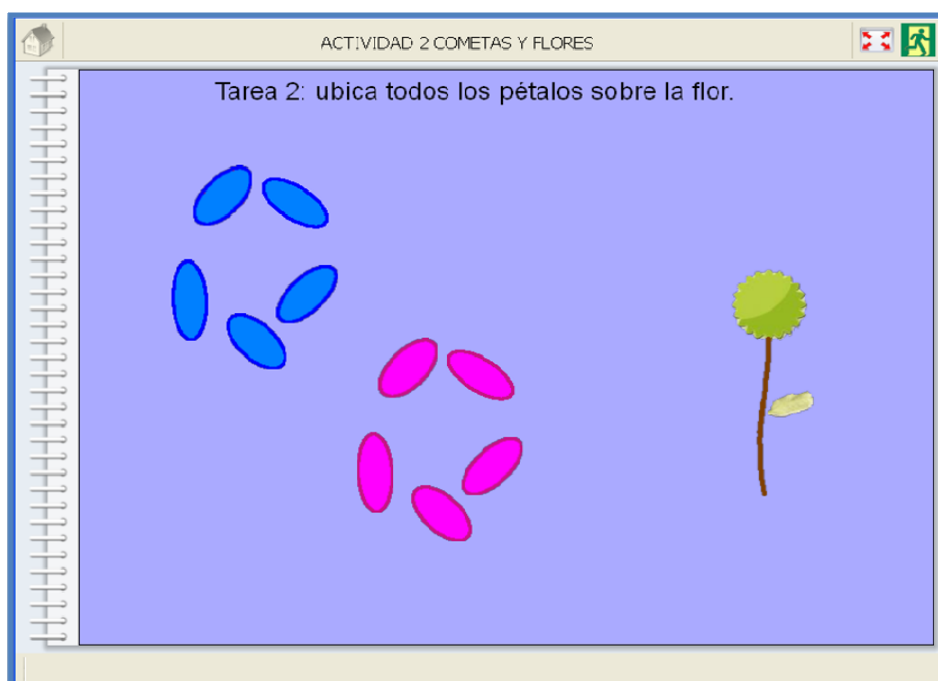


Figura 19: Actividad 2 flores y pétalos. Tarea 2

Es la misma figura anterior. Como la tarea es imposible, a los 20 segundos (tiempo estimado para que ellos intenten hacer la tarea) aparece la instrucción “Anota en tu hoja como lograste hacer la tarea y si no lo lograste di por qué” y desaparece la instrucción con la tarea 2. Después de 15 segundos (para que ellos comiencen a escribir) aparece un icono (mundo) y la instrucción “Cuando termines haz clic en el mundo”. Cuando hagan clic en el mundo, les saldrá una flecha (que les permitirá pasar a la siguiente ronda) y el letrero “¡¡¡Muy buen trabajo!!! Pasa a la siguiente ronda”.

TAREA 2: Ubica todos los pétalos sobre la flor.

Esperamos que ellos digan rápidamente (sin necesidad de hacer ningún arrastre) que la tarea es imposible de realizar.

ANÁLISIS A PRIORI DE LA PUESTA EN COMÚN.

Para la puesta en común de la actividad 2: Cometas y flores, planteamos en primer lugar preguntas para la sesión de cometas y triángulos. Y en segundo lugar preguntas para la sesión de flores y pétalos. Las preguntas están diseñadas para que los estudiantes, de acuerdo a las propiedades que ellos identificaron en el desarrollo de las tareas, respondan. Las siguientes preguntas corresponden a la sesión de cometas y triángulos.

- **¿Se podían mover los triángulos verdes?**

Esta pregunta hace referencia a la tarea 1 “Arma la cometa ubicando sobre ella los triángulos verdes”. Esperamos que los estudiantes respondan rápidamente que debían arrastrar los triángulos rojos para mover los verdes.

- **Cuando llevaron los triángulos verdes a la cometa, ¿qué se formó con los triángulos rojos?**

Ellos podrán ver que la cometa que se armó con los triángulos verdes tiene la misma forma que la que se armó con los triángulos rojos. Esperamos que digan que tiene la misma forma que la cometa con los triángulos verdes o que se formaron dos cometas iguales.

- **¿Pudieron meter todos los triángulos en la cometa?**

Esta pregunta se hace de acuerdo a la tarea 2 “Ubica todos los triángulos sobre la cometa”. Esperamos que ellos respondan rápidamente que no se puede debido a que no pudieron hacer esta tarea. Si hay estudiantes que afirman que esta tarea se puede hacer, entonces haremos la tarea frente a ellos para que se den cuenta que no se pueden poner todos los triángulos sobre la cometa.

- **¿Por qué no pudieron poner todos los triángulos sobre la cometa?**

Con esta pregunta queremos que los estudiantes justifiquen la respuesta a la pregunta anterior. Esperamos que algunos estudiantes digan que sucedía lo mismo con la actividad de manzanas y es imposible de hacer por la distancia que separa las figuras. También otros podrían mencionar la distancia por la que están separados los triángulos. Otro tipo de respuesta que podrán dar es que cuando metían los triángulos rojos a la cometa los triángulos verdes quedaban por fuera o que cuando metían los triángulos verdes a la cometa los triángulos rojos quedaban por fuera.

La primera y tercera ronda son de cometas y triángulos, con la siguiente pregunta queremos que los estudiantes comparen estas dos rondas y vean las diferencias que hay.

- **¿Qué diferencia hay entre la primera y tercera ronda?**

Los estudiantes compararán la primera ronda de cometas y triángulos con respecto a la tercera ronda. Esperamos que los estudiantes noten que el sentido del vector de traslación en las rondas es diferente pero su dirección es la misma. Podrían referirse a los triángulos rojos o verdes, y dirán por ejemplo, que los triángulos verdes en la primera ronda estaban a la izquierda y en la tercera ronda estaban en la derecha. Si en el desarrollo de la puesta en común no sucede lo que esperamos entonces les mostraremos la primera y la tercera ronda varias veces preguntándoles **¿Qué diferencias observan?** con la intención de que ellos mismos lo descubran sin necesidad de que las profesoras den la respuesta a la pregunta.

Las siguientes preguntas corresponden a la sección de flores y pétalos:

- **¿Cuándo llevaron los pétalos azules sobre la flor, qué se formó con los pétalos fucsias?**

Esperamos que digan que la figura que se formó con los pétalos azules es la misma figura que se formó con los pétalos fucsias o viceversa. Si la respuesta de ellos no es la que esperamos entonces se realizará la tarea frente a ellos y les preguntaremos **¿Qué forma tienen los pétalos fucsias con respecto a los azules?** Después de esto esperamos que los estudiantes respondan como lo habíamos previsto inicialmente.

- **¿Pudieron meter todos los pétalos sobre la flor?**

Su respuesta podrá ser no inmediatamente debido a que no pudieron hacer esta tarea. En caso contrario de que haya estudiantes que afirmen que la tarea se puede hacer, entonces haremos la tarea frente a ellos para que vean que no se pueden poner todos los pétalos sobre la flor.

- **¿Qué diferencia hay entre la segunda y cuarta ronda con respecto a la sección de flores y pétalos?**

Sus respuestas deben ser que en la segunda ronda los pétalos están ubicados de forma diagonal, y en la cuarta ronda los pétalos están ubicados en forma horizontal. También puede ocurrir que los estudiantes señalen con sus manos la dirección, que tiene el vector de traslación, en cada ronda.

ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA ACTIVIDAD

COMETAS Y TRIÁNGULOS

TAREA 1: Arma la cometa ubicando sobre ella los triángulos verdes

Primera ronda

Al inicio de la tarea hubo alguna dificultad, pues los triángulos verdes no se podían mover directamente, algunos de ellos se dieron cuenta que tocaba primero arrastrar los triángulos rojos. Otros pensaron que era una tarea imposible por lo cual la profesora intervino diciéndoles que si se podía hacer. En la siguiente descripción se evidencia una de las formas mencionadas anteriormente de cómo los estudiantes lograron hacer esta primera tarea.

Esta actividad se le dificultó a E1 (quien la estaba realizando). Primero porque no leyó bien la instrucción y llevó todos los triángulos rojos a la cometa. Y segundo porque intentaba arrastrar directamente los triángulos verdes lo cual nos hace notar que no había interiorizado aún que hay una relación de dependencia entre los triángulos. Con E2 notamos que si identificó la dependencia de los triángulos verdes con respecto a los rojos y el sentido al decir “Mueve los rojos, si usted mueve los rojos para allá mueve los verdes” e indicar con sus manos el lado hacia donde los debía llevar.

De acuerdo con los siguientes comentarios pudimos notar que los estudiantes reconocieron la dependencia de los triángulos verdes (figura trasladada) con respecto a los triángulos rojos (figura original).

“Cogimos los triángulos rojos para mover los verdes”

“Corriendo los rojos”

“Lo logré moviendo los rojos hacia el otro lado”

“Que movimos la roja y la verde la pusimos en la morada y construimos la cometa”

Y con los siguientes comentarios observamos que algunos estudiantes notaron que la cometa que se formó con los triángulos verdes era la misma que se formó con los triángulos rojos y esto les parecía interesante

“Que la cometa roja es igual a la verde”

“Se formó otra cometa”

“Que la cometa verde es igual a la roja”

Tercera ronda

La tarea 1 en esta ronda la desarrollaron rápidamente, la mayoría iba a los triángulos rojos para mover los verdes, aunque algunos estudiantes todavía persistían en ir a los triángulos verdes para arrastrarlos.

La actividad de las cometas la planeamos con el fin de que los estudiantes pudieran ver el cambio de sentido, sin embargo con lo que hizo uno de los estudiantes filmado observamos que no se cumplió este hecho pues el (E2) se ríe y dice “otra vez lo mismo”. Es decir, no reconoce que cambió el sentido en el vector de traslación, luego no se cumplió uno de los objetivos de esta tarea.

Vemos que E1 está empezando a interiorizar la dependencia ya que arrastra directamente un triángulo rojo sobre la cometa, y aunque debía llevar un triángulo verde y no uno rojo, al menos ya tiene claro que el rojo es el que se puede arrastrar. Con ayuda de su compañero E1 se da cuenta de que los triángulos que van sobre la cometa son los verdes y mueve un triángulo verde, arrastrando el rojo, y lo pone sobre la cometa, haciendo notar que ya ha interiorizado este hecho. E1 termina la tarea arrastrando los triángulos rojos, uno por uno, para poner los verdes sobre la cometa.

Analizando las rondas para la tarea 1 observamos que, a medida que van avanzando en las rondas, a los estudiantes se les va facilitando el desarrollo de la tarea debido a que van interiorizando la dependencia de las figuras (como se observó en las descripciones anteriores). Otro aspecto por rescatar es el hecho de que uno de los estudiantes dijera que la tercera ronda era la misma que la primera ronda pues aunque los triángulos rojos y verdes tenían la misma dirección no se fijó que el sentido era diferente.

Estas tareas las diseñamos basándonos en la actividad de pétalos y flores. Para esta tarea igualmente se implementaron retroalimentaciones, se agregaron nuevas instrucciones y además utilizamos cronómetros para el control de las tareas.

Comentario: Sorprende ver que E1 aún no ha interiorizado la dependencia a pesar de haberla trabajado en la actividad anterior y sólo hasta el final se vio que trabajó sin dificultades. Este estudiante al observarlo en clases normales es un niño que no está atento y no es participativo. Sin embargo notamos un cambio cuando estaba trabajando en estas actividades, estuvo más atento en comparación de otras clases. De todas formas se le dificultó interiorizar rápidamente las propiedades y características que queríamos que aprendieran durante el desarrollo de las tareas.

TAREA 2: Ubica todos los triángulos sobre la cometa

Primera ronda

Como los estudiantes ya habían trabajado algo parecido con la actividad anterior (de círculos y manzanas) esta vez no les causó mayor dificultad ver que la actividad no se podía realizar. Sin embargo ellos intentaron hacerla.

E1: escribe al terminar esta tarea lo siguiente: Porque estaba muy difícil al moverse un triángulo se mueve el otro, porque estaba muy distante.

Con la anterior tarea observamos que los estudiantes estaban un poco confundidos al principio porque no sabían cómo hacer la tarea. Además de que el tiempo determinado por los cronómetros (en el diseño de la tarea) fue muy corto ya que esperábamos que ellos dijeran rápidamente su respuesta. Sin embargo gracias a nuestra orientación ellos ya empezaron a entenderla mejor y en el intento por hacerla se dieron cuenta que era imposible de hacer. Al finalizar, en el comentario de E1 vemos que se identificó la distancia por la que estaban separados los triángulos.

Ningún estudiante dijo desde el principio que la tarea no se podía hacer, todos ensayaron para intentar hacerla. Sin embargo en los siguientes comentarios escritos de algunos estudiantes (que no participaron en el video) vemos que intentan justificar la imposibilidad de esta tarea, pero sin referirse de manera directa a la distancia. Los textos producidos por los estudiantes son más claros.

“No pude por que cuando se mueve una se mueve la otra”

“No lo logré por que cuando movíamos los verdes los rojos salían para otro lado”

“No es posible porque cuando se mueven las rojas se mueven las verdes”

Tercera ronda

TAREA 2: Ubica todos los triángulos sobre la cometa

La mayoría de los estudiantes aunque ya saben que la tarea no se puede realizar, mientras esperan que aparezcan las consignas hacen arrastres, llevando los triángulos rojos o verdes a la cometa.

Este comentario nos indica que ya tiene claro que no puede hacer la tarea
“E1: Eso nunca se puede”

PÉTALOS Y FLORES

TAREA 1: Ubica los pétalos azules sobre la flor

Esta tarea perdió el sentido debido a que hubo un error de digitación. Sin embargo sirvió para que lograran ver que la forma que tiene los pétalos rosados es la misma que tiene la flor con los pétalos azules. Es decir que conservan la forma, uno de los objetivos de la actividad.

TAREA 2: Ubica todos los pétalos sobre la flor

Segunda ronda

Para la segunda ronda de esta tarea algunos estudiantes se quedaban quietos esperando que les salieran las consignas. Y otros llevaban o los pétalos azules o los fucsias hacia la flor. Esto indica para el primer caso que ya asumen que la tarea no se puede realizar. Y en el segundo caso que no pueden ponerlos todos en la flor.

Se evidencia en la siguiente descripción que los estudiantes ya asumen que la tarea no se puede hacer, sin embargo en sus justificación es no mencionan la distancia (que era lo que se quería). Veamos:

E2: (arrastra dos pétalos fucsias hacia la flor) no se puede (escribe) “Porque al mover un pétalo el otro va hacia otro lugar”

Cuarta ronda

En esta última ronda para esta tarea la mayoría de los estudiantes ya tienen claro que la tarea no se puede hacer y hablan de la imposibilidad de hacer la tarea. Sin embargo hacen arrastres para confirmar.

Esta tarea en la primera ronda como ya se mencionó se les dificultó un poco. Sin embargo a medida que iban pasando a las siguientes rondas esperaban que pasara el tiempo como si ya supieran que no se podía hacer y escribían sus argumentos. No vimos lo previsto en el análisis a priori en cuanto a los argumentos producidos, pero en cuanto a las conductas esperadas si se dio como se planeó.

ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA PUESTA EN COMÚN.

En la puesta en común se iban mostrando las tareas con un video beam para que todos los estudiantes recordaran en qué consistía cada tarea, y les hacíamos preguntas de acuerdo a lo que íbamos mostrando y a lo que teníamos planeado. Algunas tareas las hacíamos para que, aquellos que aún no tenían claro el desarrollo de las tareas, vieran como se hacía y para resolver dudas si era el caso. La puesta en común tiene tres fases, la primera habla de la sección de cometas y triángulos, la segunda fase de la sección de flores y pétalos y la tercera fase comparan las diferentes rondas.

Primera fase

Cometas y triángulos

En la siguiente descripción se observa la conversación que se sostuvo con los estudiantes:

Profesora: ¿Qué pasaba con la cometa y con los triángulos? (Se muestra la tarea 1) sobre ella teníamos que ubicar los triángulos verdes.

E1: No se podía

Profesora: ¿No se podía?

Estudiantes: Sí, sí se podía. (Todos respondieron a la vez)

Profesora: ¿Lo que no se podía hacer es qué...?

E2: No se pueden meter las dos.

Profesora: No se podía meter las dos al mismo tiempo, eso es lo que no se podía. (Habla de los triángulos de color rojo y verde)

Profesora: ¿Se podían mover los verdes (triángulos)?

Estudiantes: No

Profesora: ¿Porque no se podían meter?

Estudiantes: (Algunos responden por la distancia y otros porque si se movía un triángulo el otro también se movía)

Profesora: Todos los triángulos están separados por la misma distancia. Este (rojo) y este (verde) están separados una distancia, que es la misma que tienen este (rojo) y este (verde). Es la misma distancia por la cual están separados, por eso es que no se podían meter todos en la misma cometa.

Fue interesante ver al preguntarles nuevamente si los triángulos verdes se podían mover, ellos respondieron rápidamente que no, ya que nos deja ver que reconocieron la dependencia de los triángulos verdes con respecto a los rojos. También se puede ver que reconocen la distancia que separa los triángulos rojos de los verdes cuando les preguntamos por qué no podían meter todos los

triángulos y los estudiantes mencionan que por la distancia de los triángulos, además que otros decían que al mover un triángulo se movía el otro.

Estas respuestas dejan ver que los estudiantes ya mencionan la distancia reconociendo con la orientación de las profesoras que los triángulos están separados por una distancia que permanece constante durante el arrastre.

Segunda fase

Flores y pétalos

La siguiente es la descripción de la forma como se desarrolló la puesta en común de la segunda ronda de la actividad.

Estudiantes: (leen) Ubica los pétalos azules sobre la flor

Profesora: Podían mover los fucsias.

Estudiantes: No, los azules

Profesora: (Hace la actividad y forma la flor con los pétalos fucsias) que forma tiene los fucsias con respecto a los azules.

Estudiantes: La misma forma.

Profesora: La misma forma de los azules. Y eso a qué se debe.

E1: A que si movemos los azules podemos mover los fucsias.

Profesora: Y aparte de eso a que.

E2: A que tienen la misma distancia.

Profesora: Exactamente, a que tienen la misma distancia.

Profesora: Pudieron ubicar todos los pétalos en la flor.

Estudiantes: No

Profesora: ¿Qué pasaba? ¿Por qué no? (Se eligió una niña del grupo para que explicara por qué no se podían meter todos los pétalos sobre la flor)

E3: Porque cada uno estaba separado

Profesora: Con que distancia.

E3: Por la misma (Todos respondieron igualmente que por la misma distancia)

Profesora: Y aparte de eso, ¿Qué pasa? No hay que...

E4: No hay dos flores

E5: No hay dos tallos

Profesora: Bueno puede ser, pero solamente esa flor es la que se tiene, por que no pudieron hacerlo.

Estudiantes: Porque están separados por la misma distancia.

Al preguntarles si podían mover los pétalos fucsias los estudiantes respondieron que no se podían mover, y se armó la flor delante de los estudiantes preguntándoles que forma tenían los pétalos fucsias con respecto a los azules y ellos respondieron que la misma forma. Por otro lado los estudiantes sabían que los pétalos estaban separados por una distancia y que todos los pétalos estaban separados por esa misma distancia.

Tercera fase

(Comparación de la rondas)

Para la tercera ronda, les preguntamos por las diferencias que hay entre la tercera ronda y las anteriores y surgió algo que no se había previsto: cuando un estudiante comparó la ronda de cometas y círculos con la de flores y pétalos. No estaba entre lo previsto pues las comparaciones se iban hacer con cometas-triángulos y flores-pétalos de forma independiente. El estudiante mencionó que los triángulos en la tercera ronda estaban en forma horizontal y los pétalos en la segunda ronda estaban en forma diagonal. Lo anterior nos deja ver como el estudiante identificó la dirección del vector de traslación independientemente de la figura con que se estuviera trabajando.

También les preguntamos por la ubicación de los triángulos verdes en la primera y tercera ronda. Ellos señalaban que en la primera ronda los triángulos verdes estaban hacia la izquierda y en la tercera ronda hacia la derecha, con lo anterior podemos decir que los estudiantes identificaron la dirección y el sentido del vector de traslación en las tareas realizadas.

CONCLUSIONES DE LA SEGUNDA ACTIVIDAD

Para esta actividad vimos que los estudiantes evidenciaron algunas propiedades, resaltando que las más trabajadas por ellos fue la del sentido en el vector de traslación al reconocer la dependencia entre la figura original y su imagen dada por una traslación.

Propiedades identificadas

- **Sentido en el vector de traslación**, esto se tiene gracias a la dependencia creada de una figura con respecto a la otra; por ejemplo cuando en la tarea 1 de cometas y triángulos los estudiantes hacían arrastres de triángulos rojos para llevar los verdes sobre la cometa. También la vemos reflejada cuando en la puesta en común algunos estudiantes con nuestra orientación mencionan que los triángulos verdes no pueden moverse directamente.
- **Magnitud del vector de traslación**. Cuando los estudiantes daban explicaciones del por qué no pudieron llevar todos los triángulos a la cometa o todos los pétalos a la flor. También en esta actividad notamos que ellos ya empezaron a mencionar la distancia por la que estaban separadas las figuras (se puede evidenciar esto en la puesta en común).

- **Dirección del vector de traslación.** Cuando logramos que los estudiantes compararán las diferentes rondas, por ejemplo, hubo un estudiante que en la puesta en común comparó la segunda y tercera ronda mencionando las direcciones respectivas. Sin embargo esta propiedad deberá ser trabajada de mejor manera en las siguientes actividades, ya que el hecho de que el estudiante compare no garantiza que la haya interiorizado.
- **Sentido del vector de traslación.** Aunque no vimos que durante el desarrollo de las actividades ellos lo hayan identificado, durante la puesta en común con ayuda de la profesora si lo hicieron. Esto lo vemos cuando ellos señalaron con sus manos la ubicación de los triángulos (rojos y verdes) en cada ronda respectivamente.

Defectos del diseño y desarrollo de la actividad

Para la sección de flores y pétalos (tarea 1) les pedimos llevar los pétalos azules a la flor, pero estos se podían arrastrar directamente. Esto fue causa de error de digitación. Para corregir esto la instrucción debe pedirles que lleven los pétalos fucsias a la flor. Así lograrán interiorizar de mejor forma la propiedad del sentido en el vector de traslación a través de la dependencia de las figuras.

Nos faltó resaltar que la figura y su imagen por una traslación conservan la forma, el tamaño y la orientación. Para la tarea 1 de cometas y triángulos este hecho si se logra evidenciar cuando al ubicar los triángulos sobre la cometa permanece invariante su forma, tamaño y orientación ya que cada triángulo tenía un lugar determinado en la cometa. De todas formas como se observó reforzamos esto durante la puesta en común cuando realizamos la tarea 1 frente a ellos. Con la forma como los estudiantes desarrollaron la actividad se ve que no se logró uno de

los objetivos propuestos pero para mejorar esto resaltamos la forma, la orientación y el tamaño de las figuras para que ellos tuvieran una primera visión de esto.

En general notamos un mejor desempeño de los estudiantes a medida que iban avanzando en las rondas. El efecto de la repetición de la misma tarea hace que disminuyan las conductas de ensayo y error, por tanto puede ayudar a que el estudiante mejore. Por lo cual todas las tareas se desarrollaron como esperábamos en el análisis a priori de la actividad. En cuanto a sus argumentos, aunque no mejoraron significativamente, si pudimos ver en los videos y explicaciones finales (en la puesta en común) que lograron identificar e interiorizar las propiedades ya mencionadas anteriormente.

4.1.3 ACTIVIDAD 3: REYES 2

OBJETIVOS

En esta actividad los estudiantes encontrarán por primera vez el vector como representante del movimiento de las coronas, y deberán manipularlo para que corresponda a ese movimiento. El objetivo es que los estudiantes identifiquen en el dibujo de las coronas la magnitud, la dirección y el sentido de la traslación, y los expliciten en el vector que podrán manipular.

Un segundo objetivo es que comiencen a analizar el dibujo de la corona no como una totalidad sino como compuesta de puntos, y constaten que entre todo punto de la corona original y su correspondiente en la corona trasladada existe la misma dirección, la misma magnitud y el mismo sentido.

DESCRIPCIÓN DE LA FIGURA

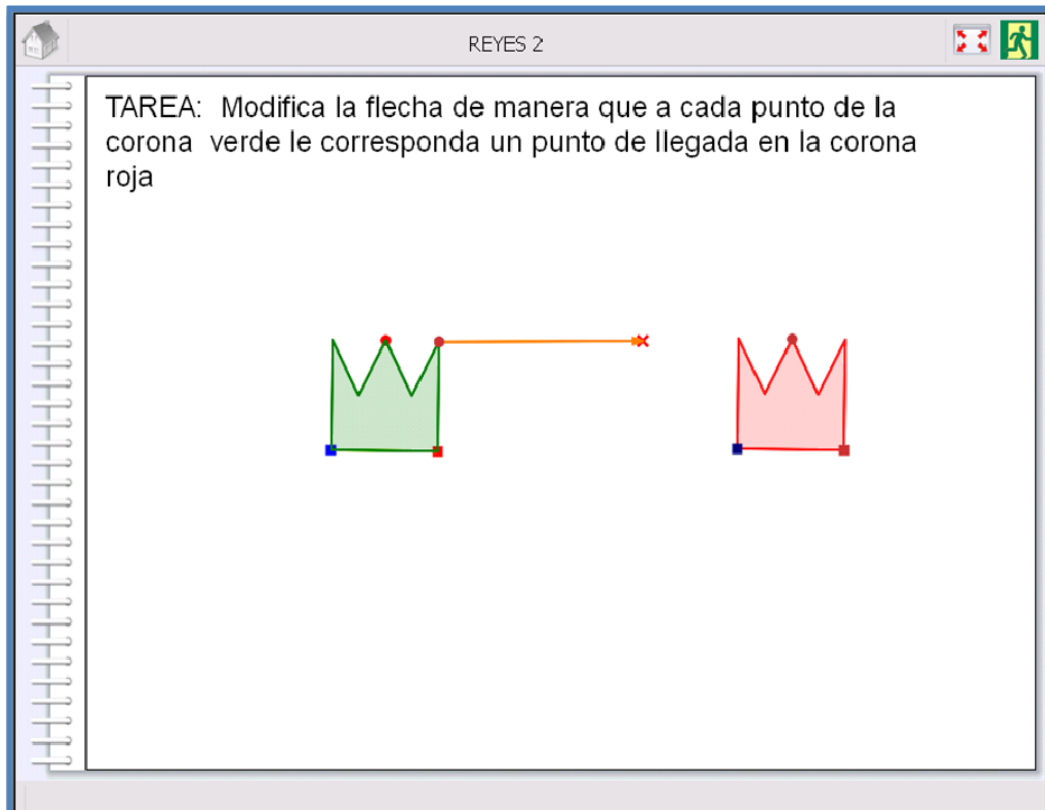


Figura 20: Actividad Reyes 2

Se trabajarán seis rondas, cada una con un vector diferente con el fin de que los estudiantes comparen las diferencias de magnitud, dirección y sentido. En la figura se pueden observar la instrucción de la tarea, una corona roja con tres puntos, una corona verde con tres puntos y una flecha naranja. Los tres puntos que se ven sobre las coronas son: dos rojos uno en forma de círculo y otro en forma de cuadrado, y uno azul en forma de cuadrado. El punto rojo en forma de cuadrado sirve para rotar la figura y el punto azul para trasladarla. La corona roja es traslación de la corona verde respecto a un vector que está oculto (en la primera ronda el vector es horizontal con sentido hacia la derecha, en la segunda ronda se invierte el sentido manteniendo constante la distancia. En la tercera ronda el

vector es diagonal con sentido hacia arriba – izquierda, en la cuarta ronda el vector es diagonal con sentido hacia abajo – derecha. En la quinta ronda el vector es vertical con sentido hacia arriba y en la sexta ronda se invierte el sentido manteniendo constante la magnitud y la dirección). Ninguna de las coronas se puede arrastrar. El punto de salida de la flecha se puede arrastrar pero sólo se mueve sobre la corona. El punto de llegada de la flecha se puede arrastrar a cualquier punto de la pantalla. Pasados 15 segundos (tiempo estimado para que ellos hagan la tarea) les aparecerá un botón gris y la instrucción “Cuando creas que esté bien haz clic en el botón”. Cuando hacen clic en el botón, el punto sobre la corona verde comienza a moverse automáticamente, y el vector mantiene la dirección, la magnitud y el sentido definidos por el alumno. También desaparecen las instrucciones anteriores y aparece “observa con el movimiento de la flecha si a cada punto de la corona verde, le corresponde un punto en la corona roja”. Después de 10 segundos (tiempo estimado para que ellos vean si la modificación de la flecha es la correcta) aparece una retroalimentación: si el vector es incorrecto, el letrero “inténtalo de nuevo” y una flecha si a cada punto de la corona verde no le corresponde un punto en la corona roja (si la flecha no alcanza a recorrer toda la corona roja) y al hacer clic en la flecha irán al inicio de la tarea. Si el vector es correcto, aparece una flecha y el letrero “MUY BIEN...CÉDELE EL TURNO A TU COMPAÑERO” y podrá pasar a la siguiente tarea haciendo clic en la flecha.

ANÁLISIS A PRIORI DE LA ACTIVIDAD

TAREA: Modifica la flecha de manera que a cada punto de la corona verde le corresponda un punto de llegada en la corona roja

La estrategia ganadora para esta tarea consiste en identificar el punto de la corona roja que corresponde al punto de salida de la flecha en la corona verde, y llevar el

punto de llegada de la flecha hasta ese punto. Sin embargo, en un primer momento, los estudiantes verán las coronas como figuras globales, sin identificar puntos correspondientes. Por lo tanto, esperamos que en un primer intento, simplemente lleven el punto de llegada de la flecha hasta la corona roja. En este caso, cuando hagan clic en el botón de verificación, la animación (que se mueve alrededor de las coronas) les mostrará que para algunos puntos de la corona verde, la flecha no llega hasta la corona roja. Al intentarlo de nuevo podrán identificar los puntos correspondientes como ya se describió, y podrán verificarlo nuevamente.

En las otras rondas esperamos que identifiquen rápidamente los puntos correspondientes en las dos coronas.

Además, al comparar las diferentes rondas, podrán darse cuenta de que existen dos sentidos opuestos para una misma dirección, y que además de la magnitud, pueden variar la dirección y el sentido.

ANÁLISIS A PRIORI DE LA PUESTA EN COMÚN

Para ver si los estudiantes reconocieron la magnitud, dirección y sentido en el vector de traslación se plantearon las siguientes preguntas:

- **¿Podían ubicar la punta de la flecha en cualquier lugar de la corona roja?**

Esperamos que ellos respondan que no, debido a que observaron que si no ubicaban la flecha de forma correcta entonces con el movimiento que hacia la flecha notaban que no recorría toda la corona roja. En el caso en que alguno de los estudiantes diga que sí, mostraremos en la pantalla que cuando se ubica la punta de la flecha en cualquier lugar esta no se moverá alrededor de toda la corona roja.

- **La flecha salía de un punto de la corona verde y llegaba a un punto específico en la corona roja ¿Cómo hacían para identificar el punto de llegada en la corona roja?**

Esperamos que los estudiantes digan que como el punto de referencia estaba en una punta de la corona verde entonces arrastraron la cabeza de la flecha hasta el punto correspondiente en la corona roja.

- **¿Qué diferencias observaban en las cuatro rondas?**

Esperamos que en sus respuestas mencionen que la dirección en las dos primeras rondas era horizontal y en las dos últimas rondas estaban en forma diagonal, por otro lado que mencionen el cambio en el sentido del vector de traslación.

ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA ACTIVIDAD

TAREA: Modifica la flecha de manera que a cada punto de la corona verde le corresponda un punto de llegada en la corona roja

Primera ronda

Ante esta tarea para la primera ronda algunos estudiantes modificaban la flecha hasta cualquier lugar de la corona y hacían clic en el botón, tal como lo habíamos previsto. Otros estudiantes modificaban, en un primer intento la flecha correctamente. Con esto podemos ver que el estudiante asoció al punto de la figura original, el punto correspondiente en la figura trasladada, lo cual es interesante pues lo hace en un primer momento. La mayoría de los estudiantes reaccionaron de la forma como se esperaba.

Se evidencia en la siguiente descripción que como E1 no tiene muy claro lo que debe hacer vuelve a leer la actividad. Una vez lee y tiene claro lo que debe hacer

interviene E2 indicándole con su dedo la segunda punta de la corona roja para que allí ponga la punta de la flecha (ver foto 9).

Entonces E1 lleva la punta de la flecha donde le indicó su compañero, en ese momento interviene otro estudiante indicándoles el lugar donde debe quedar la punta de la flecha en la corona. Cuando pasa esto E1 le dice a E2 “Ahí si ve, yo le dije” y modifica la flecha de manera que a cada punto de la corona verde le corresponda un punto de llegada en la corona roja (lleva la punta de la flecha hacia el punto correspondiente de la corona roja. Hace clic en el botón y les sale la instrucción “observa con el movimiento de la flecha si a cada punto de la corona verde, le corresponde un punto en la corona roja” y la flecha recorre toda la corona, les sale la retroalimentación “MUY BIEN....CÉDELE EL TURNO A TU COMPAÑERO”)

E2: oh my God. Muy bien

E1: Escribe en sus apuntes la forma como logró hacer la tarea: Correr la flecha a la última punta de la corona

E2: Escribe en sus apuntes la forma como logró hacer la tarea: Corriendo la flecha hasta que pase a todas las puntas de la corona.

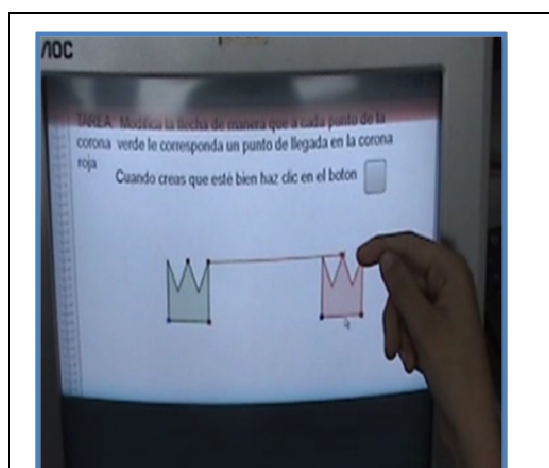


Figura 21: Foto 9

Segunda ronda

Para esta segunda ronda la mayoría de los estudiantes rápidamente modificaron la flecha correctamente. Otros después de varios intentos lograban hacerlo. En la siguiente descripción se evidencia que los estudiantes lograron asociar a un punto de la corona verde el punto correspondiente en la corona roja. Veamos:

E2: (coge la punta de la flecha que esta con una equis y la lleva hasta la punta superior izquierda de la corona roja. En la foto 10 se muestra como ubicaron la flecha en la corona roja. Le da clic en el icono que aparece y observan que la flecha recorre toda la corona, segundos después les sale una retroalimentación positiva) yeah, si chóquelas Tanner.

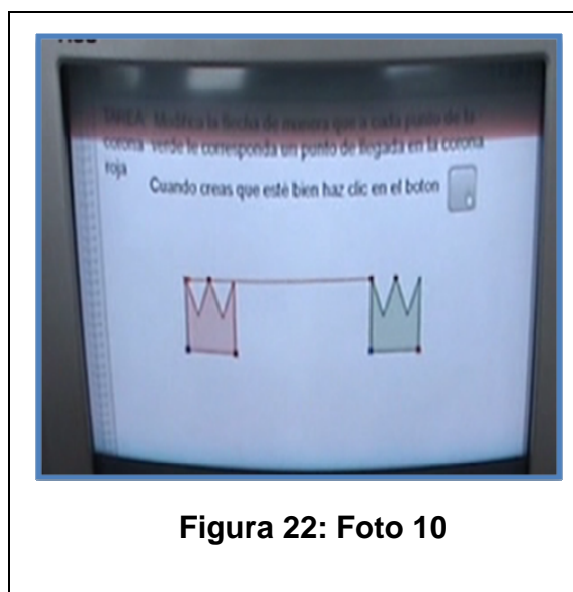


Figura 22: Foto 10

E2: Escribe en sus apuntes la forma como logró hacer la tarea: Corriendo la flecha hasta que pase a todas las puntas de la corona.

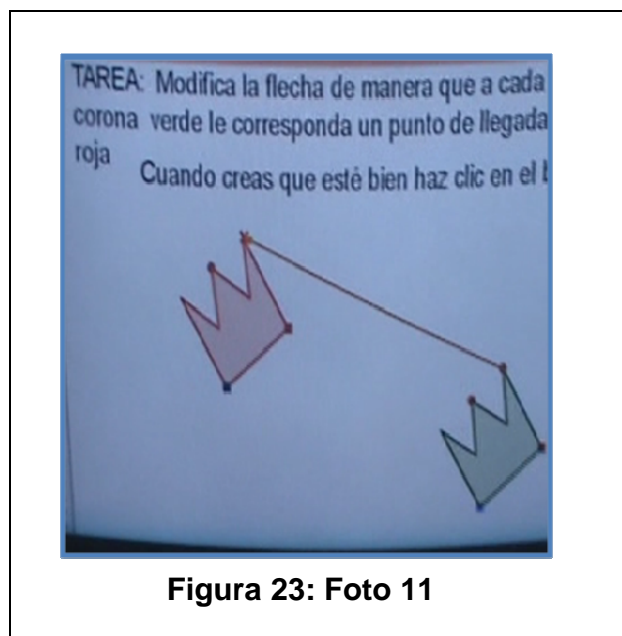
Tercera ronda

Esta ronda fueron pocos los estudiantes que con un intento la hicieron correctamente, la mayoría de los estudiantes no la hicieron tan rápido como la

segunda debido al cambio de inclinación de la corona. Sin embargo después de uno o dos intentos modificaban correctamente la flecha.

En la siguiente descripción vemos que a ellos les costó un poco asumir el cambio de dirección del vector así como la inclinación de la corona. Por esto no hicieron la actividad tan rápido como en las anteriores rondas, sin embargo la hicieron correctamente, dejando ver el cumplimiento de uno de los objetivos planteados. Veamos:

E1: (Arrastra la punta de la flecha hasta la esquina superior derecha de la corona roja, en la foto 11 se observa como modificaron la flecha. Le da clic en el icono y después de que observaron que la flecha recorre toda la corona roja les sale una retroalimentación positiva y la flecha con la que pasan a la siguiente ronda)



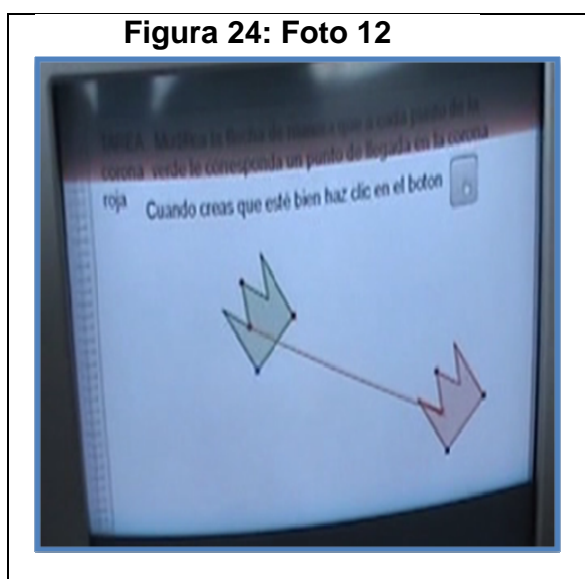
E1: Escribe en sus apuntes la forma como logró hacer la tarea: correr la flecha que estaba en la verde a la roja además estaban inclinadas

En esta ronda los estudiantes que participaron en el video no tuvieron dificultades para hacer la tarea, en el primer intento la hicieron correctamente. A pesar de que la orientación y la dirección en las coronas ubicaron la punta de la flecha en el punto correspondiente de la corona verde.

Cuarta ronda

Esta la hicieron más rápido ya que la orientación y dirección de las coronas se conservaba respecto a la tercera ronda. La mayoría de los estudiantes modificaron la flecha correctamente. En la siguiente descripción se evidencia que los estudiantes han logrado asociar a cada punto de la corona roja, el punto correspondiente en la corona verde. Cumpliendo de esta manera uno de los objetivos planteados para la actividad. Veamos:

E2: (Arrastra la punta de la flecha hasta el lugar que le corresponde en la corona roja, en la foto 12 se observa como ubicaron la flecha en la corona roja. Le dan clic al botón, observan que la flecha recorre toda la corona roja y les sale una retroalimentación positiva).



E2: Escribe en sus apuntes la forma como logró hacer la tarea: correr la flecha desde la esquina hasta la otra.

Quinta ronda

En esta ronda los estudiantes llevaron de forma rápida la punta de la flecha al punto correspondiente en la corona roja (La Foto 13 muestra la forma como hicieron la actividad). En general la mayoría de estudiantes en esta ronda no tuvieron dificultad pues identificaban rápidamente el punto correspondiente en la corona roja.

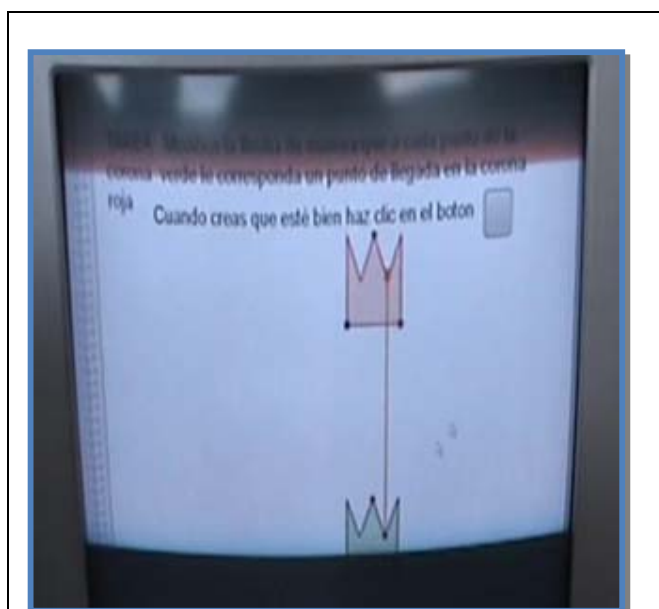


Figura 25: Foto 13

E1: Escribe en sus apuntes la forma como logró hacer la tarea: Moviendo la flecha a la corona de arriba.

Con el argumento dado por el estudiante vimos que identificó de forma intuitiva que el sentido en el vector de traslación era hacia arriba.

Sexta ronda

En esta ronda evidenciamos nuevamente que los estudiantes identificaban rápidamente el punto donde llegaba la flecha en la corona roja, debido a que lo hacían rápido y sin dudar. (La Foto 14 muestra la forma como hicieron la actividad)



E2: Escribe en sus apuntes la forma como logró hacer la tarea: Moviendo la flecha de la esquina a la otra corona de la misma posición.

En general vimos que para las últimas dos y tres rondas los estudiantes identificaban rápidamente el punto correspondiente en la corona roja, además que el hecho de repetir varias veces la misma tarea, reduce las conductas de ensayo y error.

Veamos el bosquejo de las tareas que hicieron los dos estudiantes que participaron en el video

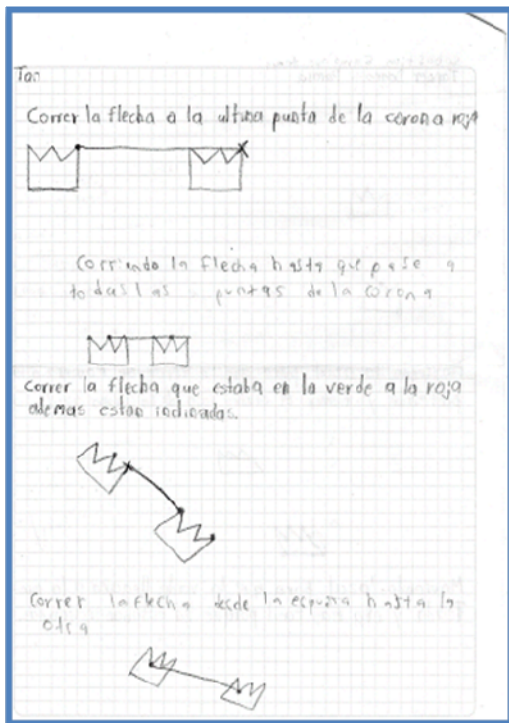


Figura 27: Dibujo 5

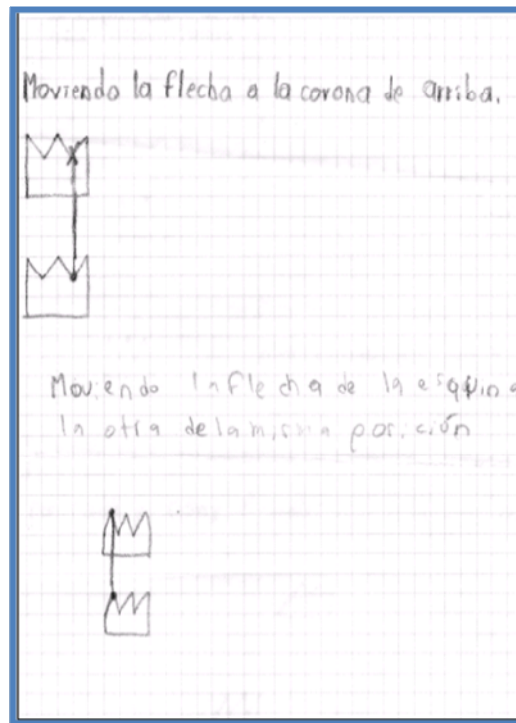


Figura 28: Dibujo 6

Durante el desarrollo de las rondas vimos que al inicio tuvieron un poco de dificultad, pero con la ayuda de un compañero y cuando leyeron y entendieron bien en qué consistía la tarea, la hicieron correctamente. Así mismo las otras rondas las hacían de forma correcta y más rápida. El movimiento de la flecha (que se hacía automáticamente) en las coronas confirmaba que la posición de la flecha en la corona roja era la correcta, esto producía en los estudiantes satisfacción de que la tarea les había quedado bien. En cuanto a los textos elaborados no fueron muy claros, pero sus dibujos dejan ver claramente que identificaron el cambio de dirección en el vector de traslación.

Veamos los textos producidos por algunos estudiantes:

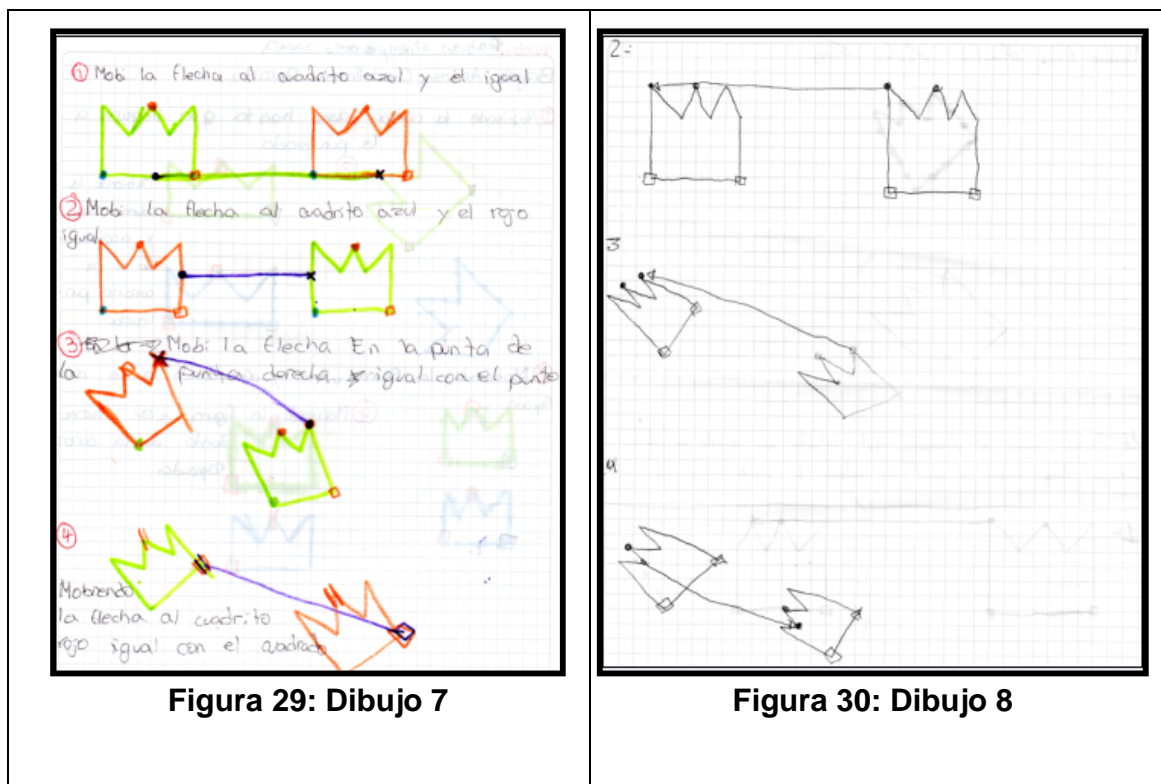


Figura 29: Dibujo 7

Figura 30: Dibujo 8

En el dibujo 7 se observa que los dos estudiantes que estaban haciendo las tareas identificaron el cambio de dirección del vector de traslación en las rondas. También vemos claramente que los estudiantes identificaron el cambio de sentido en el vector de traslación (teniendo en cuenta la ubicación de la corona. La ubicación de la flecha en la corona roja se ve que es la correcta en la primera, tercera y cuarta ronda.

En el dibujo 8 vemos que los estudiantes identificaron el cambio de dirección del vector de traslación en las diferentes rondas, además con la ubicación de la flecha vemos que se identificó el cambio en el sentido del vector de traslación. También la ubicación de la flecha es la correcta puesto que el punto de donde sale la flecha es el correspondiente con el punto donde llega la flecha en la corona roja. Sin

embargo no hay apuntes donde podamos ver la forma como ellos argumentan cómo hicieron la tarea.

ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA PUESTA EN COMÚN

Durante el desarrollo de la puesta en común los estudiantes estuvieron atentos, motivados y muchas de sus respuestas dadas coincidieron con lo que esperábamos en el análisis a priori de la puesta en común. A continuación describiremos al desarrollo de la puesta en común.

Profesora: En la actividad vimos una flecha. La flecha tenía un cierto punto y una cruz (la profesora les recuerda que el punto de la flecha estaba ubicado sobre la corona y les pregunta a donde tenían que llevar la punta de la flecha)

E1: la otra corona

Profesora: ¿Qué pasaba? ¿Podían ubicar en cualquier lugar la flecha?

Estudiantes: No

Profesora: ¿Tenían que tener qué?

E2: Tenían que estar alienados

Estudiantes: Tenían que tener la misma distancia.

Profesora: ¿La misma qué?

Estudiantes: Distancia

Profesora: Para que cuando se moviera toda la flechita...

E3: Se moviera en todo a la vez

E4: Recorriera toda

Profesora: Recorriera toda la corona. No podían ponerla en cualquier lado, cierto

E5: Porque se salía

Profesora: (Les pregunta por las diferencias que había en las cuatro rondas)

E6: (Menciona que en cada ronda habían diferentes lugares)

Profesora: Habían diferentes lugares, como dice ella, horizontales y diagonales

Estudiantes: (Con sus manos indican las diferentes direcciones que tenían las rondas)

Profesora: No siempre era lo mismo, pero de todas maneras la distancia tenía que ser la misma. Alguien más quiere aportar de la actividad, algo que les pareció interesante

E7: Que la azul movía la verde para que la verde se pusiera sobre la corona punteada.

Profesora: Eso era de la actividad uno.

E8: O también que hacer el movimiento de la corona (con sus manos indica que la flecha debía recorrer toda la corona)

Profesora: ¡El movimiento de la flecha les gusto!, podían verificar que efectivamente estaba bien.

Durante la puesta en común, vemos que los estudiantes mencionan que para poner la flecha tenían que tener en cuenta la distancia, para que posteriormente la punta de la flecha recorriera toda la corona. También notaron el cambio de dirección en las diferentes rondas.

CONCLUSIONES DE LA TERCERA ACTIVIDAD

Durante el desarrollo de la puesta en común evidenciamos que los estudiantes identificaron:

- La magnitud del vector. Cuando los estudiantes llevaban la punta de la flecha en forma de cruz al punto correspondiente en la corona roja. Además en la puesta en común cuando ellos con nuestra orientación afirmaban que la flecha no se podía poner en cualquier lugar de la corona roja porque se salía y no la recorría toda.

- El sentido del vector se ve reflejado cuando en sus dibujos para la primera y la segunda ronda ponen la de color verde a la izquierda y luego a la derecha respectivamente. De igual forma sucedió con la tercera y cuarta ronda. Aunque no todos los dibujos tenían colores esto también lo vemos reflejado cuando la flecha primero sale de una corona y llega a su correspondiente punto en la otra. Y para la otra ronda vemos que ya no sale del mismo lugar sino de la corona donde había llegado antes la flecha.
- La dirección en el vector. Cuando en la puesta en común los estudiantes mencionan a la vez que señalan con sus manos las diferentes direcciones que tenía el vector en cada ronda. En sus dibujos también se ve reflejado el cambio de dirección de una ronda a otra. Además que se ve que la orientación de las coronas cambia.
- Se evidencia que los estudiantes finalmente asocian a la figura original un punto correspondiente en la figura trasladada. Esto lo hacen para lograr que la flecha recorra toda la corona.

En general la actividad se dio como esperábamos, los estudiantes reaccionaron positivamente ante la animación de la flecha. Con este movimiento de la flecha también podían verificar si la tarea les había quedado bien sin necesidad de que la consigna se lo mostrara. La consigna sólo les confirmaba si estaba bien o mal hecha la tarea.

4.1.4 ACTIVIDAD 4: REYES 3

OBJETIVOS

- Identificar la posición de la imagen por una traslación.
- Reforzar el hecho de que la figura está asociada por puntos.
- Fortalecer la identificación de la magnitud, la dirección y el sentido del vector de traslación.

ANÁLISIS A PRIORI DE LA ACTIVIDAD

DESCRIPCIÓN DE LA FIGURA

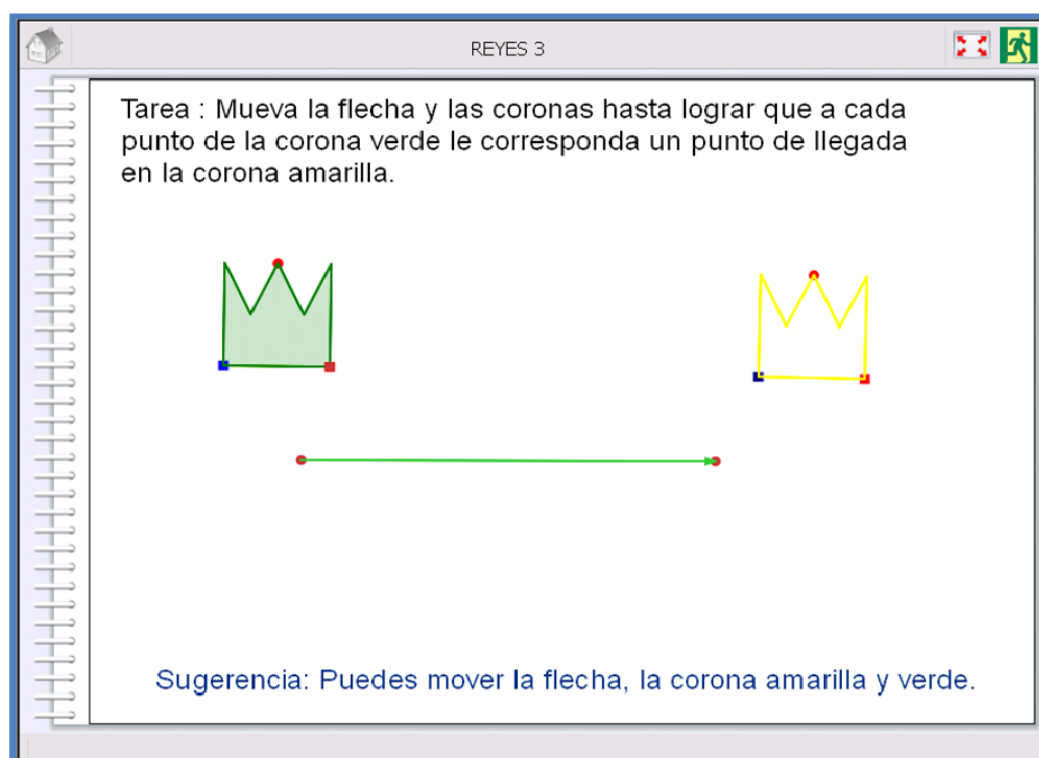


Figura 31: Actividad Reyes 3

Se trabajarán seis rondas, cada una con un vector diferente. En la figura se puede observar una corona verde, una corona amarilla y un vector (flecha verde). Las

coronas verde y amarilla se pueden arrastrar independientemente, la imagen de la corona verde por una traslación esta oculta. Las coronas verde y amarilla se pueden arrastrar cogiendo de las coronas el punto rojo en la parte superior de las coronas o el punto azul en forma de cuadrado, y se pueden rotar por el punto rojo en forma de cuadrado de la corona azul. La flecha (el vector) se puede arrastrar (en la primera ronda este vector es horizontal con sentido hacia la derecha, en la segunda ronda se invierte el sentido dejando constante la magnitud. En la tercera ronda el vector es diagonal con sentido hacia arriba – izquierda, en la cuarta ronda el vector es diagonal con sentido hacia abajo – derecha. En la quinta ronda el vector es vertical con sentido hacia arriba y en la sexta ronda se invierte el sentido, dejando constante la magnitud del vector). En la parte inferior de la tarea aparece una sugerencia, que les indica que pueden mover las coronas y la flecha (vector).

Pasados 7 segundos después de abrir la actividad le sale un botón y la instrucción “Cuando creas que este bien haz clic en el botón”. Cuando crean que la tarea está bien, harán clic en el botón, en ese momento desaparece la instrucción con la tarea y les aparece la instrucción “Observa el movimiento de la flecha y verifica si están bien la posición de tu flecha y corona”. Las coronas verde y amarilla quedan en la posición que el estudiante les dio y no se podrán arrastrar. La flecha empezará el movimiento automáticamente recorriendo toda la corona verde y amarilla (la animación es una herramienta de Cabri Elem), con el fin de que el estudiante verifique que a cada punto de la corona verde le corresponda un punto de llegada en la corona amarilla. Después de 10 segundos (tiempo estimado para que ellos vean si la ubicación de la corona es la correcta) aparece una retroalimentación: si la ubicación es incorrecta, el letrero “inténtalo de nuevo” y una flecha si a cada punto de la corona verde no le corresponde un punto en la corona roja (si la flecha no alcanza a recorrer toda la corona roja) y al hacer clic en la flecha irán al inicio de la tarea. Si el vector es correcto, aparece una flecha y el

letrero “MUY BIEN....CÉDELE EL TURNO A TU COMPAÑERO” y podrá pasar a la siguiente tarea haciendo clic en la flecha.

Tarea: Mueva la flecha y las coronas hasta lograr que a cada punto de la corona verde le corresponda un punto de llegada en la corona amarilla.

Esperamos que los estudiantes primero ubiquen el punto inicial de la flecha donde termina la corona verde y después podrán ubicar la corona amarilla de dos formas:

- Una es que ubiquen la flecha en un punto (cualquiera) de la corona verde y pongan la corona amarilla al final del vector. Cuando comprueben y vean que la flecha no recorre toda la corona, les saldrá una retroalimentación negativa y podrán (después de varios intentos) ubicar correctamente la corona amarilla.
- Otra forma, es que ubiquen la cola del vector sobre uno de los puntos de la corona verde y ubique el punto correspondiente (a ese) de la corona amarilla en donde finaliza el vector. Cuando compruebe notará que la flecha recorre toda la corona y le saldrá una retroalimentación positiva. Esto lo hará con la ayuda del vector y mirando que a cada punto de la corona verde le corresponde un punto de la corona amarilla.

Para realizar la tarea correctamente los estudiantes deben asociar la figura por puntos y no como un todo.

ANÁLISIS A PRIORI DE LA PUESTA EN COMÚN

Para la puesta en común diseñamos las siguientes preguntas con el objetivo de que los estudiantes respondan de acuerdo a lo que trabajaron en la actividad de reyes 3.

- **¿Qué les pedían hacer en la tarea?**

Esperamos que los estudiantes respondan que debían ubicar las coronas de tal forma que la flecha recorriera la corona amarilla sin salirse.

- **¿La flecha qué tenía que recorrer?**

Esperamos que ellos respondan que todos los puntos de la corona amarilla o que digan que toda la corona amarilla sin salirse. Si no lo hacen les mostraremos esto en la pantalla para que ellos lo comprueben.

- **¿Cuándo ubican las coronas con ayuda de la flecha qué debían tener en cuenta?**

Esperamos que en sus respuestas mencionen la distancia por la que estaban separados los puntos. Si vemos claridad en sus respuestas o no mencionan la distancia les haremos tener en cuenta esto mostrándoles la distancia, por la que están separadas las coronas, con la animación de la flecha.

- **¿Qué diferencias observaron en las diferentes rondas?**

Esperamos que mencionen que en las rondas las coronas quedaban en forma horizontal, vertical y diagonal o haciendo referencia a la dirección. De igual forma que mencionen el sentido del vector de traslación en las diferentes rondas.

ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA ACTIVIDAD

Tarea: Mueva la flecha y las coronas hasta lograr que a cada punto de la corona verde le corresponda un punto de llegada en la corona amarilla.

Primera ronda

La primera ronda de esta tarea se desarrolló fácilmente. Algunos estudiantes empiezan haciendo intentos por arrastrar la flecha para ponerla al final de la corona verde y después de esto ubicaron la corona amarilla donde termina la flecha. Finalmente después de observar la animación de la flecha y ver que no recorre toda la corona amarilla, ubicaron la flecha correctamente. Justamente como esperábamos. Otros estudiantes después de hacer el arrastre de la flecha al punto final de la corona verde (rojo en forma de cuadro), pusieron la corona

amarilla en el lugar correcto y pasaron a la siguiente ronda. Y otros estudiantes ubicaron la punta inicial de la flecha en una de las tres puntas superiores de la corona verde y la punta del final de la flecha en la misma punta superior pero en la corona amarilla. Haciendo correctamente la actividad. Se muestra a continuación la descripción de una de las formas como los estudiantes que participaron en el video realizan esta ronda.

La foto 15 muestra una imagen de lo que pasó durante el movimiento de la flecha y la ubicación de las coronas. En la foto 16 se observa que al inicio del movimiento de la flecha las coronas están ubicadas correctamente.

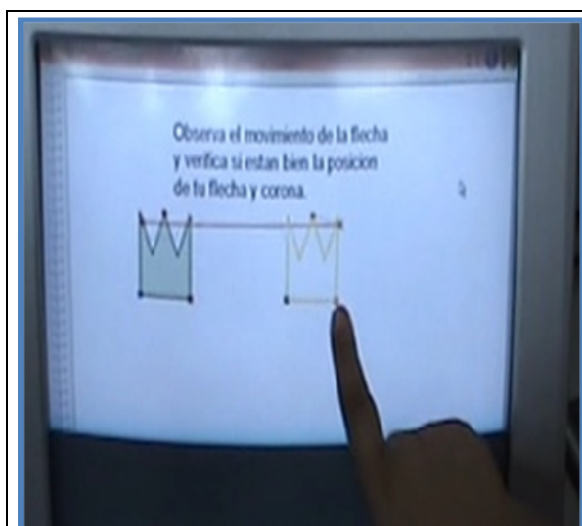


Figura 32: Foto 15

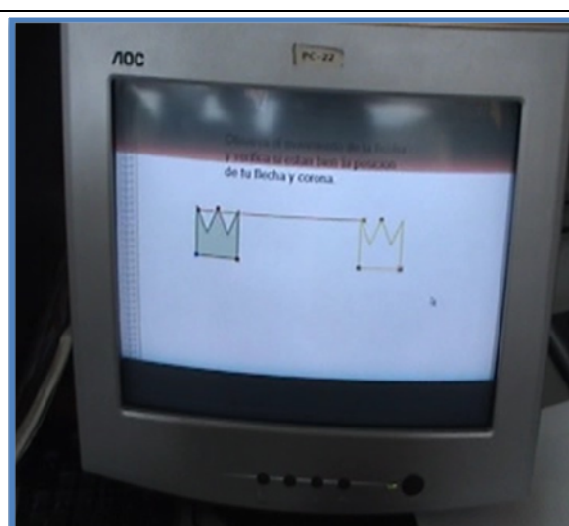


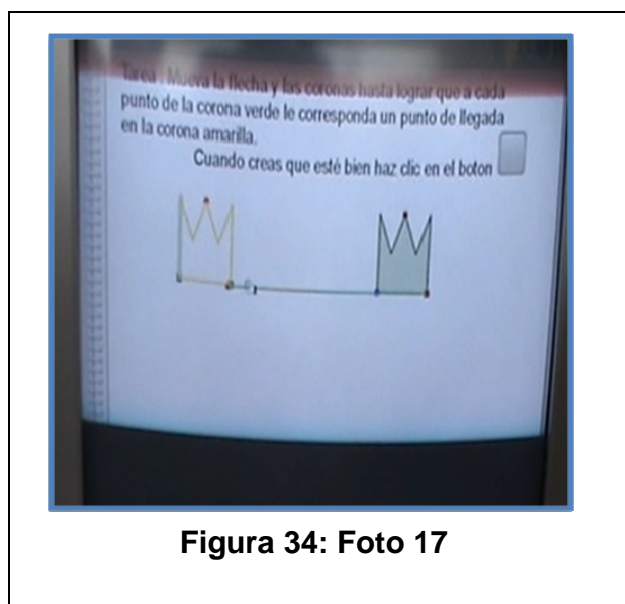
Figura 33: Foto 16

E1: Escribe en sus apuntes la forma como logró hacer la tarea: Moviendo la corona amarilla para que quedara como la verde.

Segunda ronda

Para esta segunda ronda la mayoría de los estudiantes reaccionan de la forma como esperábamos. Sin embargo otros ubican nuevamente la punta inicial de la flecha en una de las tres puntas de la corona verde y la punta final de la corona amarilla en la punta correspondiente a esa en la corona amarilla. Veamos a continuación la descripción de la forma como los estudiantes desarrollaron la tarea para esta ronda:

E2: (Ubicó la flecha en el punto rojo, en forma de cuadrado, de la corona verde y donde termina la flecha ubicó el punto rojo, en forma de cuadrado, de la corona amarilla. Le da clic al icono, los estudiantes observan con el movimiento de la flecha que recorre toda la corona amarilla y les sale una retroalimentación positiva y la flecha para pasar a la siguiente tarea. La foto 17 muestra la forma como quedaron ubicadas las coronas y la flecha).

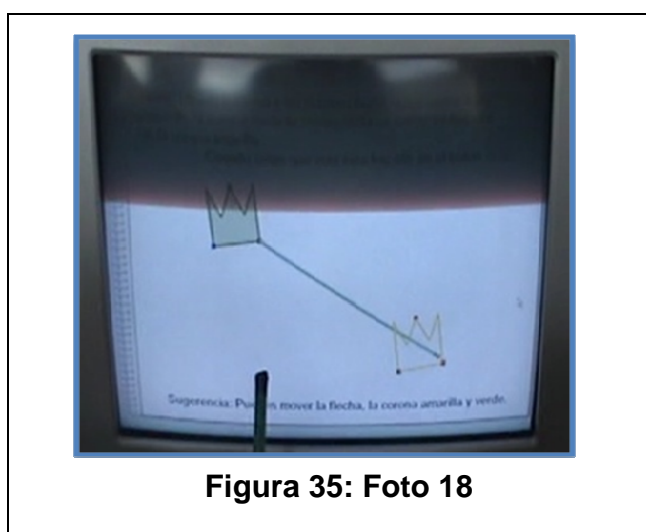


E2: Escribe en sus apuntes la forma como logró hacer la tarea: Moviendo la corona amarilla y la flecha para que quedaran en posición.

Tercera ronda

En esta ronda los estudiantes no actuaron tan rápido como en las rondas anteriores debido a que se presentó un cambio en la dirección del vector de traslación, sin embargo la mayoría hizo la tarea como esperábamos en el diseño de la actividad. Además que superponen las coronas para orientarlas igualmente. A continuación se muestra la descripción de la forma como los estudiantes realizan la tarea para esta ronda:

E1: (Ubica el punto rojo, en forma de cuadrado, de la corona amarilla donde termina la flecha y giran con ese mismo punto la corona. Al darse cuenta que la corona amarilla no quedó igual a la corona verde por el giro que hicieron, entonces llevan la corona amarilla hasta la verde y hacen que la corona amarilla tenga la misma orientación que la verde. Ubican la flecha en el punto rojo, en forma de cuadro, de la corona verde y hacen que el punto correspondiente en la corona amarilla quede donde termina la flecha. Le dan clic al icono y observan con el movimiento de la flecha que la actividad quedó bien y les sale la retroalimentación positiva. Anota en sus apuntes como logró hacer la tarea y pasan a la cuarta ronda. En la foto 18 se muestra cómo los estudiantes ubicaron las coronas y la flecha).



E1: Escribe en sus apuntes la forma como logró hacer la tarea: Bajando la corona amarilla para que quedara alineada con la otra por medio de la línea.

Cuarta ronda

El desarrollo de esta ronda ya fue más rápido ya que era igual a la ronda anterior sólo que se le cambiaba el sentido. Esta ronda la desarrollaron de forma similar al desarrollo de la ronda anterior, pero ya más rápidamente.

Veamos a continuación la descripción de la forma como se desarrolló esta ronda:

E1: (Ubica la flecha en el punto rojo, en forma de cuadrado, de la corona verde y hace que donde termina la flecha quede el punto rojo, en forma de cuadrado, de la corona amarilla. Le dan clic al icono y observan con el movimiento de la flecha que la tarea les quedó bien, les sale la retroalimentación positiva. Anota como logró realizar la tarea “Moviendo la flecha arriba y abajo también la corona amarilla para quedar en posición” y continúan con la quinta ronda. En la foto 19 se muestra la forma como los estudiantes ubicaron las coronas y la flecha).

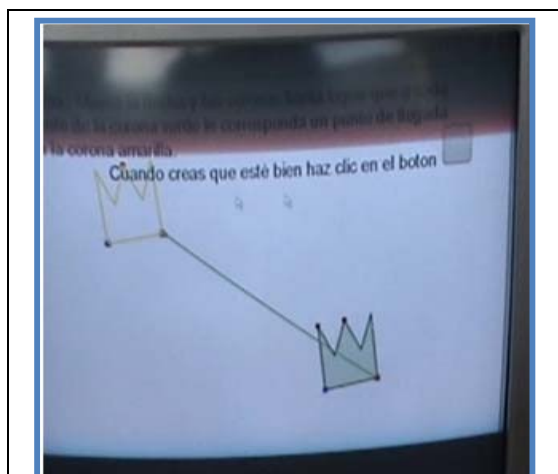
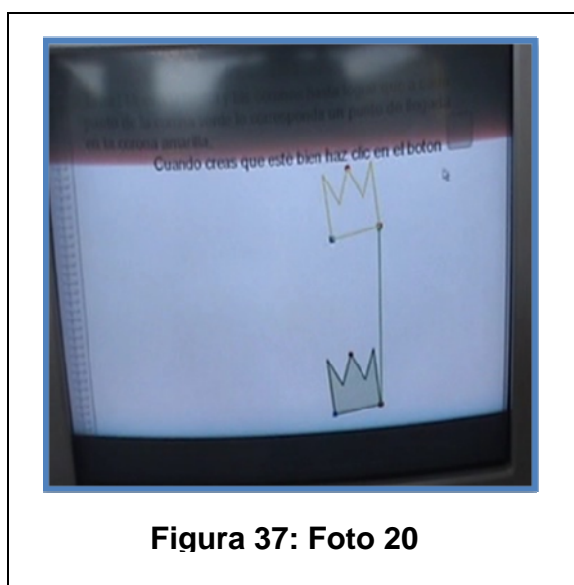


Figura 36: Foto 19

Quinta ronda

Durante el desarrollo de esta ronda no tienen ninguna dificultad pues los estudiantes ya han trabajado las rondas anteriores y han utilizado diferentes estrategias para ubicar correctamente la corona amarilla. La mayoría de los estudiantes resuelven esta ronda de la forma como esperábamos en el análisis a priori de la actividad. Algunos otros persisten en ubicar la punta inicial de la flecha en una de las puntas superiores de la corona amarilla y el final de la flecha en una de las puntas superiores de la corona verde (dependiendo de donde ubicó la punta inicial). Veamos en la siguiente descripción la forma como los estudiantes desarrollan la ronda para esta tarea:

E2: (Ubican la flecha en el punto rojo en forma de cuadrado de la corona verde y llevan la corona amarilla donde termina la flecha y hacen que el punto correspondiente de la corona amarilla coincida. Le dan clic en el mundo y observan con el movimiento de la flecha que la tarea les quedó bien, les sale la retroalimentación positiva. Anota en su hoja como hizo la tarea “subiendo la corona amarilla y la flecha a la derecha” y pasan a la sexta ronda. En la foto 20 se muestra como los estudiantes ubicaron las coronas y la flecha).



Sexta ronda

Durante el desarrollo de esta última ronda casi todos los estudiantes actuaron rápidamente de la forma como esperábamos. Otros estudiantes aún utilizaban la estrategia de poner la punta inicial de la corona sobre una de las puntas de la corona verde y la punta final sobre una de las puntas de la corona amarilla (dependiendo de la ubicación de la punta de la flecha en la corona verde). A continuación en la siguiente descripción se observará la forma como dos estudiantes realizaron la tarea para esta ronda:

E1: (Ubica la flecha en el punto rojo, en forma de cuadrado, de la corona verde y hacen con la ayuda de la flecha la correspondencia de ese punto con respecto a la corona amarilla. Observan el movimiento de la flecha y les sale la retroalimentación positiva y la flecha para que continúen y al pasar a la siguiente página les sale la retroalimentación positiva. Anotan en su hoja la forma como hicieron la actividad “Moviendo la flecha y abajo también moviendo la corona amarilla”. Esta ronda tiene la misma dirección que la ronda anterior pero con sentido hacia abajo).

En general vimos que al inicio de la actividad los estudiantes no hicieron una correspondencia entre los puntos de la corona verde y amarilla, pero con un segundo intento hicieron que al punto azul, en forma de cuadrado, de la corona verde le correspondiera ese mismo punto en la corona amarilla. Pudimos ver que la mayoría de los estudiantes actuaron como lo habíamos previsto logrando ver que había una correspondencia entre los puntos de las coronas y de esta manera no tuvieron dificultades en las rondas.

Veamos los bosquejos que hicieron los estudiantes que participaron en el video:



Figura 38: Dibujo 9

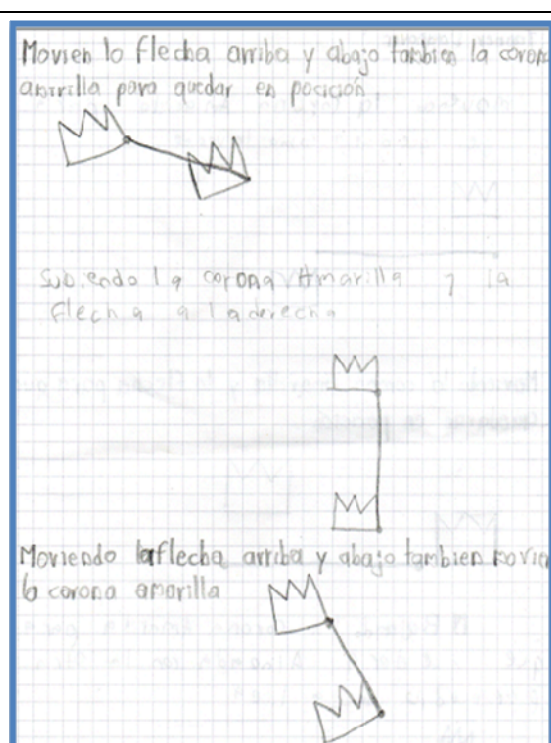


Figura 39: Dibujo 10

En los dibujos hechos por los estudiantes vemos que inicialmente dibujaron las tareas como se les daba, pero no dibujaron la solución final de la tarea. Sin embargo para la cuarta, quinta y sexta ronda los estudiantes dibujaron de forma correcta la ubicación de las coronas y la flecha en el punto correspondiente de la corona amarilla. En los dibujos de las rondas se ve que identificaron el cambio de dirección pero no queda muy claro si identificaron el cambio de sentido en el vector de traslación.

Veamos los bosquejos de Reyes 3 que hicieron dos estudiantes:

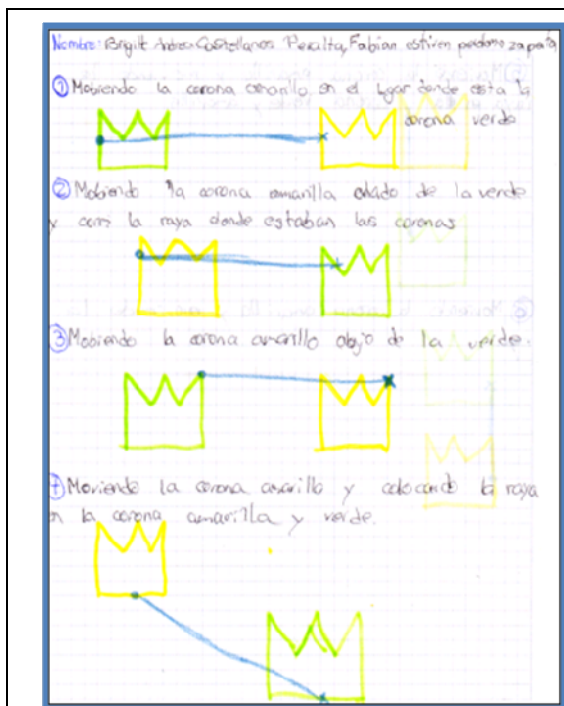


Figura 40: Dibujo 11

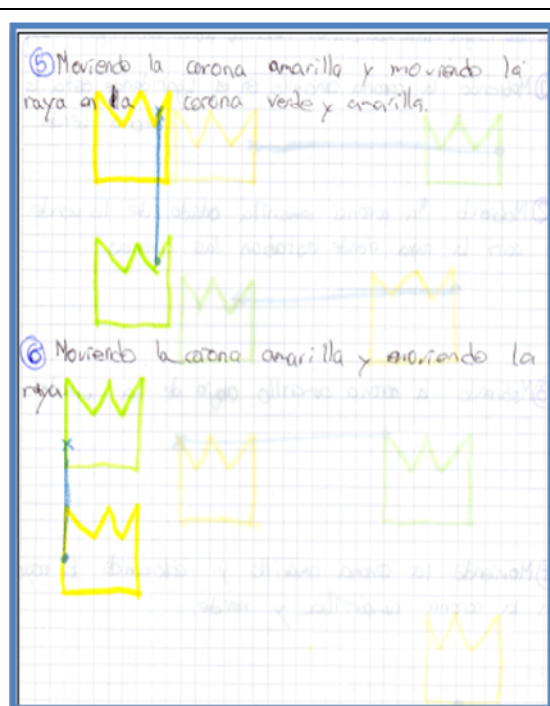


Figura 41: Dibujo 12

En los dibujos observamos que los dos estudiantes que estaban haciendo la actividad notaron cambio de dirección y sentido en las coronas, pero en la ronda tres no lograron identificar el cambio de dirección en las coronas. Vemos el cambio de sentido cuando los colores en las coronas cambian, donde antes estaba la corona verde la colorean de amarillo. En cuanto a la correspondencia entre los puntos, vemos que ubicaron la flecha de manera correcta en todas las rondas exceptuando la segunda. Pero no siempre dibujaron el punto de salida en la corona verde y el punto de llegada (equis) en la corona amarilla.

ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA PUESTA EN COMÚN

Para la puesta en común los estudiantes estuvieron motivados, participativos y dispuestos, creando un ambiente propicio para aprender. Veamos a continuación la descripción de lo que sucedió durante la puesta en común.

Profesora: Entonces que pasaba niños con esta actividad, ¿qué les pedían? (Al ver que los estudiantes no participaban la profesora escoge un niño para que responda) Haber voy a hacer una pregunta ¿Qué les pedían? Usted

E1: De que organizáramos bien las coronas y así podíamos pasar a la otra actividad.

Profesora: A ver más o menos, pero tiene que aclarar las ideas

E2: Teníamos que colocar la amarilla al lado de la verde o encima

Profesora: Con ayuda de que...

Estudiantes: La raya

Profesora: Esa raya como se llama

Estudiantes: La flecha

Profesora: La flecha o rayo, acuérdense

Profesora: A ver, bueno, ¿Qué era lo que tenían que hacer? Mover la flecha y la corona, cierto. De manera que...

E3: La línea se moviera alrededor de las coronas

Profesora: Y tocara ¿Qué?, todos los que...

Estudiantes: puntos

Profesora: Que más

E4: Profe, que de la corona amarilla a la corona verde, el rayo tenía que movilizarse por dos coronas, o sea que no se saliera

Profesora: Exactamente, eso es lo que acabamos de decir. ¿Otra cosa fue qué? Sólo la flecha iba hacia al lado de allá (señala con sus manos dirección horizontal con sentido hacia la derecha)

Estudiantes: No

E5: Y que tenía la misma distancia

Profesora: Los puntos entre ella tenían la misma distancia, por eso es que la flecha recorre toda la corona, por eso es que la flecha recorre toda la corona. ¿Qué otra cosa?, ¿Sólo iba hacia el lado de allá? (Con sus manos hace que se vea dirección horizontal con sentido hacia la derecha)

Estudiantes: No. Diagonales, horizontales

Profesora: También era vertical.

E6: Y las coronas también.

Profesora: Las coronas también a veces estaban arriba, abajo... diagonal hacia el otro lado (les habla de los diferentes sentidos que tenían las tareas)

E7: Que la flecha siempre estaba horizontal o vertical o diagonal.

Profesora: (Escoge un estudiante y le hace una pregunta) A ver ¿qué vio de particular en la actividad? ¿Qué hizo usted en la actividad?

E8: Puse todas las flechas.

Profesora: ¿Cómo ponía las flechas para que tocara las coronas?

E8: De lado a lado.

Profesora: De lado a lado. Si bien, pero ¿qué tenía que tener en cuenta?

E8: Un puntico.

E9: La indicación del enunciado.

Profesora: La distancia, si usted media solamente la distancia de dos punticos de la corona ya se media para todos puntos de la corona ¿Por qué? Porque estaban separados por...

Estudiantes: La misma distancia.

Durante la puesta en común cuando les preguntamos ¿qué les pedían en la actividad? un estudiante respondió que debía poner la corona al lado de la verde o encima, esto nos deja ver inicialmente que identificó en algunas rondas la orientación de las coronas. También los estudiantes mencionaban que la flecha debía moverse alrededor de las coronas y cuando les dijimos que la flecha debía

tocar todos los... ellos completaron diciendo que los puntos, con lo anterior vemos que asociaron la figura por puntos y no como un todo (justamente uno de los objetivos que habíamos propuesto). Un estudiante durante la puesta en común mencionó la distancia sin hablar aún de la magnitud del vector, y la profesora les dice que los puntos (correspondientes) entre las dos coronas tenían la misma distancia. También cuando se habló de las diferencias en las rondas, los estudiantes hablaron de que las coronas estaban en forma horizontal, vertical y diagonal, señalando con sus manos esas direcciones. Lo cual demuestra que los estudiantes con la orientación de la profesora lograron identificar los diferentes sentidos.

CONCLUSIONES DE LA CUARTA ACTIVIDAD

Se vio que los estudiantes identificaron las siguientes propiedades de la traslación.

Propiedades identificadas:

- La magnitud del vector, cuando los estudiantes al mover las coronas y la flecha hacían que a cada punto de la corona verde le correspondiera un punto de llegada en la corona. Y con la animación de la flecha podían verificar que efectivamente recorría toda la corona. En los textos algunos estudiantes mencionaban que debían poner las coronas iguales para que coincidiera los puntos. Durante la puesta en común los estudiantes con ayuda de la profesora mencionaron que la flecha debía recorrer todos los puntos de la corona amarilla. Lo anterior permite ver que los estudiantes identificaron que a cada punto de la corona verde le correspondía un punto específico en la corona amarilla y ellos mencionaban que no se podía poner la punta de la flecha en cualquier lugar de la corona amarilla. Durante la puesta en común nosotras les explicábamos que la distancia era la misma para todos los puntos correspondientes entre la corona

verde y amarilla. Al mencionarles lo anterior, también de manera intuitiva les decíamos que la figura y su imagen por una traslación siempre están separadas por la misma distancia.

- El sentido del vector, cuando en la actividad el vector de traslación de una ronda a otra tiene la misma dirección pero cambia el sentido, entonces ellos en sus dibujos dejan ver que donde antes estaba la corona amarilla ahora está la corona verde y viceversa. En sus textos cuando hablan de cómo ubicaron la corona amarilla, ellos dicen que pusieron la corona amarilla al lado, encima o debajo de la verde (dependiendo de cada ronda). Lo anterior nos deja ver que identificaron el sentido en el vector de traslación. También durante la puesta en común les mencionamos los diferentes sentidos que tenía el vector de traslación en las rondas para que los pudieran identificar.

- La dirección del vector de traslación. La vemos reflejada en sus dibujos cuando de una ronda a otra los estudiantes cambian la posición de las coronas correctamente. Los estudiantes en general identificaron el cambio de dirección en el vector de traslación. Durante la puesta en común cuando les preguntamos si la flecha estaba horizontalmente hacia la derecha, los estudiantes dijeron que no. Entonces ellos señalaban las diferentes direcciones que tenía el vector de traslación en las rondas.

En general el desarrollo de esta actividad fue como lo esperamos, los estudiantes a medida que iban realizando cada ronda identificaban más rápidamente el punto correspondiente en la corona amarilla. También identifican el cambio de dirección y sentido en el vector de traslación. De igual manera notamos que los estudiantes pusieron en práctica lo que habían aprendido en actividades anteriores y por esto se les facilitó la identificación de magnitud, sentido y dirección en el vector de traslación.

5 PROCESO DE INSTITUCIONALIZACIÓN

El concepto de institucionalización es definido por Brousseau (1994) como:

“La consideración “oficial” del objeto de enseñanza por parte del alumno, y del aprendizaje del alumno por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: este doble reconocimiento constituye el objeto de la institucionalización.”³

Teniendo en cuenta lo anterior podemos decir que en el proceso de institucionalización el docente formaliza lo que el estudiante ha venido trabajando en el desarrollo de las actividades. Es en este momento donde el docente toma el control con respecto al saber y lo hace evidente a los estudiantes para que los estudiantes vean formalmente lo referente a un tema determinado.

5.1 INSTITUCIONALIZACIÓN TRASLACIÓN

Para la institucionalización vamos a presentar todas las actividades realizadas (por medio de un retroproyector) para que los estudiantes puedan visualizar y recordar cada actividad realizada. Queremos conseguir que los estudiantes lleven al lenguaje formal las propiedades de la traslación.

Las características y propiedades que queremos que recuerden y lleven al lenguaje formal son las siguientes:

- Dependencia y movimiento.
- Conservación de la forma y el tamaño.
- Conservación de la orientación de la figura.

³ PANIZZA Mabel, Il conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas.p14

- Invariabilidad de la magnitud en el vector de traslación.
- La magnitud, dirección y sentido del vector de traslación.

Veamos a continuación una descripción de cómo realizamos la institucionalización de la traslación con los estudiantes.

Profesora: Mientras nosotras vamos mostrando las actividades, ustedes nos van diciendo que recuerdan y también vamos a ver las características que hemos visto durante todas las actividades. La primera actividad fue manzanas, si se acuerdan

Estudiantes: si señora

Profesora: Entonces que recuerdan de las manzanas

Estudiantes: Que si uno movía la manzana roja la verde se movía

Profesora: ¿Yo puedo mover la manzana verde?

E1: No tenía que mover la roja

E2: La roja movía la verde

E3: Que cuando movía la roja, la verde también se movía.

Profesora: Exactamente, para poder mover la manzana verde tiene que mover la manzana roja, entonces a eso se le tiene un nombre especial. Por el hecho de que la manzana verde pueda moverse solamente si se mueve la manzana roja, se dice que la manzana verde depende de la roja. Y esa característica es la característica de dependencia. ¿Por qué se llama dependencia?

Estudiantes: porque depende de la otra

E4: porque la verde depende de la roja

Profesora: Exactamente, muy bien. La otra propiedad que vimos, ¿cual fue?

Cuando nosotros movíamos la manzana roja, la verde también se movía, y lo hacían con la misma distancia o...

Estudiantes: Tenían la misma distancia

Profesora: A esa propiedad la llamamos conservación de la distancia, si ustedes se daban cuenta, por lo menos aquí, esta manzana (roja) y esta manzana (verde)

están separadas por una distancia que es esta misma distancia (muestra otro par de manzanas), cierto, y esta misma distancia (muestra otro par de manzanas). Es igual cierto.

Otra cosa importante que teníamos que mirar es que por ejemplo, la manzana verde por el hecho de no dejarse mover, recibe el nombre de imagen trasladada de la manzana...

Estudiantes: Roja

Profesora: Entonces, de que nos podemos dar cuenta, mire el palito de la manzana (roja), hacia donde va

Estudiantes: A la derecha

Profesora: Mire el palito de la manzana verde, hacia donde va

Estudiantes: Hacia la derecha

Profesora: Hacia el mismo lado también, cierto. Entonces que se conserva ahí. La orientación. O ustedes ven que el palito de la manzana esta hacia allá (derecha), entonces el palito de la manzana debería estar hacia allá (izquierda).

Estudiantes: No

Profesora: No cierto, porque se supone que esta (manzana verde) es la imagen trasladada de la manzana roja. Se acuerdan de las actividades de los pétalos (dibuja en el tablero dos pétalos como estaban en la actividad, con dirección horizontal y sentido hacia la derecha) tenía esta misma dirección

Estudiantes: Usted movía la azul, movía la rosada.

E5: La orientación se conserva.

Profesora: ¿Será que si podemos tener este pétalo (muestra el pétalo dibujado en el tablero, la orientación del pétalo era hacia la derecha) y que la imagen trasladada sea esta? (muestra el otro pétalo pero con orientación hacia la izquierda).

Estudiantes: No

Profesora: No cierto, entonces es importante que se conserve la orientación. Otra cosa importante es que, por ejemplo, cuando movemos la manzana verde se hace más grande o más pequeño si se mueve.

Estudiantes: No

Profesora: No cierto, quedan del mismo tamaño y de la misma...

Estudiantes: Distancia

Profesora: Tiene la misma distancia y la forma. Entonces eso también se debe conservar la distancia y la forma. El tamaño, que cuando se mueve no se hace más grande ni más pequeña.

Esta distancia que hay de esta manzana (roja) a esta manzana (verde) es a la misma distancia que hay de esta manzana (roja) a esta manzana (verde)

Estudiantes: si

Profesora: si, entonces también se dice que...

Estudiantes: la misma distancia

Profesora: se conserva la distancia, entonces a eso le llamamos invariabilidad de la magnitud del vector de traslación, ahorita vamos a hablar que es eso del vector de traslación.

(Se muestra la actividad de cometas) que vemos en al de cometa, lo mismo cierto.

(Se mostro la actividad de cometas y se les hablaba preguntando donde veían la dependencia, también se les preguntaba si se conservaba la orientación, forma y tamaño. Los estudiantes mencionaron que la distancia que separaba los triángulos es la misma)

Reyes 2

Profesora: Bueno que otra actividad recuerdan

E: Lo de de reyes

Profesora: (muestra actividad reyes 2) ¿Qué tocaba hacer ahí?

E: haber hasta donde las flechas llegaran

Profesora: Arriba que dice, modificar la...

Estudiantes: Flecha

Profesora: Entonces que se supone que hacíamos aquí. Modificamos esta flecha (coge la punta de la flecha y la lleva hasta el primer punto superior de la corona roja ¿hasta este punto?

E: No, toca hasta la otra (la profesora mueve la flecha hasta donde los estudiantes le dice que debe ponerla)

Profesora: Pues resulta que aquí al hacerle esto a la flechita, estamos modificando la magnitud por el hecho de hacerla más grande o más pequeña. Esto tiene un nombre, "la magnitud". Cuando llevamos la flecha hasta acá (punto verdadero) esa es la magnitud propia para eso, porque ¿Qué pasa si pongo esta flecha hasta acá? (pone la flecha un punto de la corona roja que no es el correcto)

Estudiantes: Queda mal

E: Se sale de la corona

Profesora: No recorre toda la corona cierto (se hace clic en el icono y la flecha se mueve alrededor de la corona roja pero sin tocar todos los puntos, aparece el letrero inténtalo de nuevo

Estudiantes: Inténtalo de nuevo

Profesora: Aquí tenemos que intentarlo hacerlo de nuevo, hasta hacerlo llegar hasta la magnitud propia donde nosotros sepamos que si va a recorrer toda la corona (pones la flecha en el punto correcto de la corona). Entonces si nos damos cuenta cada punto de esta corona (verde) va recorrer igualmente cada punto de esta corona (roja). (Hace clic en el icono y observa en el movimiento de la flecha alrededor de toda la corona roja) por ejemplo este punto con este (muestra un punto en la corona verde y el punto correspondiente en la corona roja

Vamos a ver tres características que tiene la flecha. La primera es la magnitud, vamos a ver otra característica. Mire ¿Dónde tenemos la corona verde?

Estudiantes: Derecha

Profesora: es horizontal y va hacia a la derecha. En la siguiente actividad...

E: La roja (corona) a la izquierda, verde (corona) a la derecha.

Profesora: Ahora que pasa la flecha esta...

E: Horizontal pero a la izquierda

Profesora: También horizontal pero ahora está hacia la izquierda. Entonces cuando decimos derecha o izquierda estamos hablando del sentido, `por ejemplo, está en sentido hacia la derecha o sentido hacia la izquierda, y lo mismo cuando es hacia arriba hacia abajo, también estamos hablando del sentido. Ahora cuando nosotros decimos que siempre estuvo horizontal, entonces a lo horizontal, a lo diagonal o a lo vertical se le llama... (Se le recuerda las diferentes direcciones que tenían la cuarta ronda de reyes 2) cambiaba la dirección. Cuando yo digo horizontal solamente hablo de dirección pero también me interesa también hacia dónde va, hacia la derecha o hacia la izquierda (se muestran otras rondas de reyes 2 y se les pide a los estudiantes que identifiquen la dirección y el sentido en el vector de traslación. Cuando se les mostraba las rondas los estudiantes decía la dirección y el sentido del vector correctamente). Cuando la flecha cumple las tres características (magnitud, dirección y sentido) ya no le podemos llamar flecha. En matemáticas a todo se le pone un nombre, le llamamos vector.

Si lo habían visto en todas las actividades, ustedes a veces decían, ¡pero es lo mismo! se dan cuenta que no era lo mismo, o la dirección era diferente o el sentido era diferente.

Bueno todas estas características las teníamos para llegar a un concepto muy importante, lo que estuvimos trabajando durante este tiempo. Se llama traslación.

Reyes 3

Profesora: Última actividad

Estudiantes: Reyes 3

Profesora: Esta era muy parecida (Se les muestra a los estudiantes la primera ronda y se pone la cola del vector en el punto rojo en forma de cuadrado de la corona verde y donde termina el vector se pone el punto azul en forma de cuadrado de la corona amarilla, sin haber una correspondencia entre los puntos de la corona)

Estudiantes: No

Profesora: ¿Por qué no?

E: Por que cuando usted va a mover el botón la flechita no va recorrer

Profesora: Vamos a ver (da clic en el botón y la flecha no recorre toda la corona amarilla) la flecha no recorre toda la corona amarilla, vamos a intentarlo de nuevo (ubica el punto rojo en forma de cuadrado de la corona amarilla donde termina la flecha, de modo que haya una correspondencia entre los puntos de las coronas,. Al hacer clic en el botón se dan cuenta que la flecha recorre toda la corona amarilla. Para terminar se les pregunta el nombre que recibe la flecha) Esto como se llama (flecha) ¿Cómo?

Estudiantes: Vector.

Fue interesante ver que los estudiantes recordaban las características y las propiedades de la traslación, pero sin tener un lenguaje formal de ellas. Entonces lo que hicimos fue darles nombres a esas características y propiedades que ellos habían trabajado en todas las actividades.

6 CONCLUSIONES GENERALES

En cuanto al programa escogido y a la metodología empleada

Con el trabajo realizado podemos decir que se ve una gran diferencia entre trabajar la geometría con lápiz y papel y trabajar la geometría de forma dinámica a través de programas como Cabri-Elem. Esto lo decimos porque vemos más interés de los estudiantes cuando manipulan y visualizan los objetos en la pantalla que cuando solamente los ven dibujados en el tablero. Es por esto que creemos que este programa puede contribuir significativamente en la enseñanza de la geometría en la básica primaria.

Además de esto, pensamos que no fue sólo el hecho de usar este tipo de programas lo que ayudó a los estudiantes a tener un mejor aprendizaje, sino también la metodología y la utilización de las TSD para la enseñanza de la traslación. Por esta razón recomendamos la aplicación de las TSD para la enseñanza de este tema en matemáticas, complementándola con el uso de programas de geometría dinámica.

El hecho de haber trabajado con el programa Cabri Elem nos ayudó que los estudiantes pudieran ver las diferentes formas de representación de un mismo objeto en la pantalla del computador. También nos gustó trabajar con este programa por la autonomía que el estudiante adquiere frente a la resolución de un problema y porque le permite al profesor un mayor control sobre el medio en el cual va a trabajar.

Otra cosa que nos gustó es que en las actividades se vio reflejada la interacción entre el estudiante, el medio y el profesor, lo cual nos hace pensar que fue buena idea tomar a Cabri Elem como medio para realizar situaciones a-didácticas

Cabe resaltar que aunque Cabri-Elem nos puede traer muchos beneficios también nos toca tener cuidado a la hora de escoger las imágenes que se les van a presentar a los estudiantes porque (en algunas ocasiones) pueden salirse del contexto que se está trabajando. De igual forma hay que tener cuidado con el hecho de que Cabri Elem permita controlar el tiempo, pues esto limita en cierta forma al estudiante a la hora de desarrollar una tarea.

En cuanto al aprendizaje

Algo que pudimos notar es que a los estudiantes les cuesta trabajo escribir con precisión lo que hacen (es decir argumentar), sin embargo a medida que ellos avanzan en las actividades, mejoran sus escritos.

Evidenciamos en el análisis a posteriori de las actividades y en la institucionalización, que muchos estudiantes lograron identificar:

- La dependencia al decir que para mover las manzanas verdes (figura trasladada) debían mover las manzanas rojas (figura original) o que para mover los triángulos verdes (figura trasladada) debían mover los rojos (figura original). De igual forma cuando al arrastrar y girar la corona azul los estudiantes observan que la corona verde también se mueve y se gira en el mismo sentido. Como ya lo hemos mencionado aunque esta no es una propiedad geométrica si sirve para identificar el sentido del vector de traslación.

- La magnitud (al justificar la imposibilidad de reunir todas las figuras en un sólo lugar por la distancia que las separa). Además cuando les mostramos a los estudiantes en la puesta en común las manzanas en línea recta para que ellos mismos deduzcan que las manzanas rojas están separadas por la misma distancia de las manzanas verdes. Esto también se ve cuando el estudiante ve que la distancia, que separa cualquier punto de la corona original con su respectivo punto en la corona trasladada, es la misma.
- La dirección y el sentido se reflejan cuando los estudiantes comparan las rondas en cada actividad y se refieren a estas propiedades diciendo arriba, abajo, a la derecha a la izquierda (para el sentido) y horizontal, vertical, diagonal (para la dirección).
- Otra cosa que nos pareció interesante fue el hecho de que los estudiantes pasaran de ver la figura como una totalidad a verla por puntos. Esto se refleja en la actividad de reyes 2 cuando los estudiantes asociaron a un punto de la corona verde (figura original) el punto correspondiente en la corona roja (figura trasladada). Además cuando los estudiantes ubican las coronas o el vector de tal forma que a cada punto de la figura original le corresponda el respectivo en la figura trasladada.

Este proyecto fue provechoso para nosotras gracias a la oportunidad de poder conocer y manejar un nuevo software de geometría dinámica para primaria como es el Cabri Elem. Así mismo fue enriquecedor para nosotras poder trabajar nuestras actividades basándonos en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau puesto que aprendimos una excelente forma de enseñanza que podremos implementar en un futuro como docentes.

Durante la aplicación de las actividades aprendimos el verdadero papel que cumple el docente en el aula de clase, y tuvimos en cuenta la interacción continua que debe haber entre profesor, estudiante y medio. Aprendimos también que el conocimiento se construye en la interacción del estudiante con el medio; es decir, cuando el estudiante es capaz de interpretar las retroacciones del medio y crear estrategias ganadoras para la solución de una situación problema.

Como autoras de este trabajo esperamos que este proyecto incentive a otros compañeros a trabajar con programas de geometría dinámica para la básica primaria. Ya que creemos que es allí donde se construyen las bases para un buen desempeño en geometría en años posteriores. A continuación presentamos unas observaciones y sugerencias a tener en cuenta para mejorar nuestro trabajo.

6.1 OBSERVACIONES Y SUGERENCIAS

- El profesor debe tener un buen manejo del programa Cabri Elem Creador (Cabri Elem es un entorno en el que los estudiantes trabajan en las actividades de los archivos que han sido creados con Cabri Elem Creador).
- Mirar previamente y resolver las actividades antes de que los estudiantes trabajen sobre ellas, para prevenir inconvenientes que puedan surgir durante el desarrollo de las actividades.
- Estar supervisando el trabajo hecho por los estudiantes para hacerles caer en cuenta de sus errores permitiendo así que ellos tengan la posibilidad de corregirlos en otros intentos por hacer la tarea.

BIBLIOGRAFIA

SANCHEZ José. Geometría dinámica para el aula. IES San Blas. Alicante
Recuperado de: <http://www.galega.org/emdg/web/geodinaMora.pdf>

MONROY, L., RUEDA, K. (2009). Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri Geometry II. Tesis de grado. Bucaramanga, Colombia., 2009

PANIZZA Mabel, Il conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas.
Recuperado de: http://www.crecerysonreir.org/docs/Matematicas_teorico.pdf

MARGOLINAS Claire, La importancia de lo verdadero y de lo falso en la clase de matemáticas. Ediciones UIS, Bucaramanga, 2009

ACUÑA, N., SAIZ, I. La didáctica de la matemática como disciplina científica.
Recuperado de: http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-sintesis-del-desarrollo-de-algunas-teorias-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica/la_didactica_de_la_matematica.php?page=3

FLORES Helwer, Conociendo la simetría, reflexión y traslación de las figuras.
Recuperado de: <http://www.scribd.com/doc/5108927/SimetriaReflexion-y-Traslacion>

Chavarría Jessenia. La teoría de las situaciones didácticas. Escuela de matemática. Universidad Nacional.
<http://www.cimm.ucr.ac.cr/una/materiales/Teoria%20de%20las%20situaciones%20didacticas.pdf>