

Diseño de una estrategia de control de modos deslizantes para el helicóptero 3GDL (Helibot 3DOF) en la Universidad Industrial de Santander.

Hernan Dario Vargas Moreno

**Plan de trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Ingeniero
Mecánico**

Director

Carlos Borrás Pinilla

Ph.D. Doctor of philosophy in mechanical engineering.

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico – Mecánicas

Escuela de Ingeniería Mecánica

2024

Dedicatoria

Esta tesis está dedicada a mis padres, quienes siempre han sido mi fuente de inspiración y apoyo incondicional. A mis hermanos que siempre creyeron en mí quienes fueron mi motivación. A mis amigos, por su constante aliento y compañía durante este arduo proceso. Y a todos los que creyeron en mí y me motivaron a seguir adelante.

Agradecimientos

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a todas las personas que han hecho posible la realización de esta tesis. En primer lugar, a la Universidad Industrial de Santander por toda la formación y compromiso en mi, a mi director de tesis, el Dr. Carlos Borrás, por su guía y apoyo continuo durante todo el proceso. A mis profesores y compañeros de la Universidad Industrial de Santander por su colaboración y amistad. A mi familia, por su amor y comprensión inquebrantables. Y finalmente, a todos que con su apoyo se hizo esto posible. Gracias a todos por su contribución invaluable.

TABLA DE CONTENIDO

1.	Introducción	12
2.	Planteamiento del problema.....	13
2.1	Descripción del problema	13
3.	Objetivos.....	13
3.1	Objetivo general.....	13
3.2	Objetivos específicos.	14
4.	Estado del arte.....	14
4.1	Marco teórico.....	14
5.	Metodología	20
5.1	Fases metodológicas	20
5.1.1	<i>Selección del Modelo y Análisis</i>	20
5.1.1.2	Linealización.	23
5.1.2	<i>Diseño e Integración</i> -----	26
5.1.2.1	<i>Contrabilidad.</i>	26
5.1.2.2	<i>Elaboración del sistema de control.</i>	26
5.1.2.3	<i>Control de dinámica para el Angulo de cabeceo.</i>	28
5.1.2.4	<i>Control de dinámica del ángulo de elevación</i>	29
5.1.2.5	<i>Control de dinámica del ángulo de Viaje.</i>	30
5.1.2.6	Algoritmo Twisting.	31
5.1.3	<i>Implementación, Pruebas, Análisis y Ajustes.</i> -----	33
5.1.3.1	<i>Comportamiento TA y STA</i>	33

5.1.3.2	<i>Supertwisting con ganancias variables</i>	40
5.1.3.3	<i>Twisting con ganancias adaptables</i>	48
6.	Presupuesto	58
8.	Conclusiones	61
	Referencias Bibliográficas	64

TABLA DE GRAFICOS

Tabla 1 Datos de las hélices del Helibot UIS 2010.....	24
Tabla 2 Parámetros del sistema, Helibot UIS 2010	25
Tabla 3 Parámetros TA y STA.....	34
Tabla 4 Parámetros Super Twisting y Super Twisting de ganancias variables	41
Tabla 5 Parámetros Twisting y Twisting adaptativo	48
Tabla 6 Presupuesto	59
Tabla 7 Resultados de estabilidad y chattering	60

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Helibot 3GDL UIS 2010	20
Ilustración 2 Diagrama de cuerpo libre Helibot 3GDL	22
Ilustración 3 Variables Twisting y Super Twisting.....	34
Ilustración 4 Superficies de deslizamiento Twisting y Super Twisting	36
Ilustración 5 Señal de control Twisting y Super Twisting	37
Ilustración 6 Señales combinadas Twisting y Super Twisting	39
Ilustración 7 Variables de estado dinámicas para cabeceo Super Twisting y Super Twisting de ganancias variables	41
Ilustración 8 Superficie y Señal de deslizamiento para cabeceo Super Twisting y Super Twisting de ganancias variables.....	44
Ilustración 9 Ganancias y perturbación para cabeceo	46
Ilustración 10 Diagrama de fase para Twisting adaptativo	49
Ilustración 11 Posición angular de elevación y viaje Twisting y Twisting adaptativo.....	50
Ilustración 12 Velocidad angular de elevación y viaje con Twisting y Twisting adaptativo	51
Ilustración 13 Superficie y señal de elevación y viaje de Twisting y Twisting adaptativo.....	52
Ilustración 14 Señal de control combinada con ganancias variables y adaptables con Twisting con ganancias variables y Twisting adaptativo.....	53
Ilustración 15 Señal de control combinada con ganancias variables y adaptables Super Twisting con ganancias variables y Twisting adaptativo	55
Ilustración 16 Posición y velocidad angular de elevación y viaje para Twisting y Twisting adaptativo.....	56
Ilustración 17 Diagrama de fase Twisting adaptativo con perturbación	58

Ilustración 18 Estabilidad y chattering AGTA, VGSTA, STA y TA	61
---	----

LISTA DE APENDICE

Apéndice A Programación MATLAB	67
--------------------------------------	----

Resumen

Título: Diseño de una estrategia de control de modos deslizantes para el helicóptero 3GDL (helibot 3DOF) en la Universidad Industrial de Santander.

Autor: Hernan Dario Vargas Moreno

Palabras clave: Helicóptero, Helibot, Control, Modos deslizantes

Descripción:

El proyecto se enfoca en crear y aplicar una estrategia de control basada en modos deslizantes para un helicóptero experimental con tres grados de libertad (3DOF), conocido como Helibot. Este dispositivo, utilizado en el laboratorio de Sistemas Dinámicos e Ingeniería de Control de la Universidad Industrial de Santander, representa un modelo simplificado que facilita la evaluación y prueba de diversas estrategias de control en sistemas aéreos.

Los resultados muestran que la estrategia de control diseñada mejora significativamente la estabilidad y capacidad de seguimiento del Helibot, reduciendo el fenómeno de "chattering" y logrando una estabilización rápida y robusta del sistema. Las pruebas numéricas confirman que los controladores implementados son efectivos en condiciones de operación variadas, destacando la versatilidad y eficacia del control por modos deslizantes en aplicaciones de sistemas aéreos no tripulados.

Esta investigación no solo optimiza el desempeño del Helibot, sino que también proporciona un marco de referencia para futuros desarrollos en el control de vehículos aéreos no tripulados, contribuyendo al avance del conocimiento en el campo de la ingeniería de control y dinámica de sistemas.

*Trabajo de Grado

**Facultad de Físico mecánicas. Escuela de ingeniería mecánica. Programa académico. Director: Carlos Borrás. PhD. Ingeniería Mecánica.

Abstract

Title: Design of a sliding mode control strategy for the 3GDL helicopter (Helibot 3DOF) at the Universidad Industrial de Santander.

Author: Hernan Dario Vargas Moreno

Key words: Helicopter, Helibot, Control, Sliding modes.

Description: The design and development of a sliding mode control strategy for an experimental three-degrees-of-freedom (3DOF) helicopter, known as Helibot, is addressed. This device, used in the Dynamic Systems and Control Engineering Laboratory at the Universidad Industrial de Santander, represents a simplified model that facilitates the evaluation and testing of various control strategies in aerial systems.

The results show that the designed control strategy significantly improves the stability and tracking capability of the Helibot, reducing the phenomenon of "chattering" and achieving a rapid and robust stabilization of the system. Numerical tests confirm that the implemented controllers are effective under varied operating conditions, highlighting the versatility and efficacy of sliding mode control in unmanned aerial systems applications.

This research not only optimizes the performance of the Helibot but also provides a reference framework for future developments in the control of unmanned aerial vehicles, contributing to the advancement of knowledge in the field of control engineering and dynamic systems.

*Degree Work

**Faculty of Physic mechanics. School of mechanical engineering. Academic program. Director: Carlos Borrás. PhD. Mechanical Engineering.

1. Introducción

La robótica ha experimentado un crecimiento exponencial en las últimas décadas, encontrando aplicaciones en diversas áreas como la manufactura, la medicina, y la exploración espacial. En particular, los sistemas aéreos no tripulados (UAS) han cobrado relevancia debido a su versatilidad y capacidad para operar en entornos hostiles o inaccesibles para los humanos. Dentro de los UAS, los helicópteros de múltiples grados de libertad (DoF) destacan por su complejidad y potencial de uso en tareas de vigilancia, rescate y transporte. El estudio de estos sistemas no solo contribuye al avance tecnológico, sino que también plantea retos significativos en el campo del control automático y la dinámica de sistemas.

El presente trabajo se centra en el desarrollo y análisis de un sistema de control para un helicóptero experimental denominado Helibot. Este dispositivo es un modelo simplificado que simula el comportamiento de un helicóptero con tres grados de libertad (3-DoF), lo que permite una evaluación detallada de diversas estrategias de control. El Helibot ofrece una plataforma ideal para la implementación y prueba de algoritmos avanzados, incluyendo controladores de modos deslizantes (SMC) y compensadores de adelanto y atraso, los cuales son cruciales para mejorar la estabilidad y precisión en la navegación de vehículos aéreos.

El Helibot, al ser una herramienta didáctica y de investigación, facilita la comprensión de conceptos complejos en control y dinámica, proporcionando un puente entre la teoría y la práctica. Además, su diseño modular y la posibilidad de incorporar diferentes sensores y actuadores lo convierten en una plataforma adaptable a múltiples escenarios de experimentación. Este estudio pretende no solo optimizar el desempeño del Helibot, sino también ofrecer un marco de referencia

que pueda ser utilizado en futuros desarrollos de UAS, contribuyendo así al avance del conocimiento en este campo de la ingeniería.

2. Planteamiento del problema

2.1 Descripción del problema

La investigación en el campo de la ingeniería de control y sistemas dinámicos ha experimentado un crecimiento constante en los últimos años debido a la creciente demanda de soluciones de control precisas y eficientes para una variedad de aplicaciones industriales y académicas. En este contexto, los helicópteros de 3 grados de libertad (HELIBOT 3DOF) han emergido como plataformas versátiles para la investigación y el desarrollo de estrategias de control avanzadas. Sin embargo, se enfrentan a desafíos significativos relacionados con la estabilidad y la respuesta a comandos que requieren atención inmediata.

El HELIBOT 3DOF, como herramienta de investigación en el laboratorio de Sistemas Dinámicos e Ingeniería de Control de la Universidad Industrial de Santander, se ha utilizado para simular y comprender sistemas aéreos complejos. Sin embargo, el control preciso y la estabilidad del helicóptero durante el vuelo son esenciales para su eficacia como plataforma de investigación. Hasta la fecha, existe una falta de una estrategia de control que aborde de manera eficiente los desafíos asociados con el HELIBOT 3DOF.

3. Objetivos

3.1 Objetivo general.

- Diseñar y desarrollar una estrategia de control de modos deslizantes para el HELIBOT 3DOF, con el fin de mejorar su estabilidad, precisión y respuesta a

comandos de control, para investigaciones futuras en el laboratorio de Sistemas Dinámicos e Ingeniería de Control de la Universidad Industrial de Santander.

3.2 Objetivos específicos.

- Desarrollar modelo matemático de dinámica de vuelo del HELIBOT 3DOF, identificando sus principales desafíos y limitaciones en términos de estabilidad y respuesta a comandos.
- Diseñar estrategia de control de modos deslizantes, integrándola de manera eficiente en el sistema del HELIBOT 3DOF.
- Implementar y validar numéricamente la estrategia de control diseñada en un entorno de prueba con el HELIBOT 3DOF, evaluando su desempeño en términos de estabilidad y capacidad de seguimiento de comandos.

4. Estado del arte

4.1 Marco teórico

La utilización de plataformas experimentales, como helicópteros, en el campo de la ingeniería de control y sistemas dinámicos ha sido objeto de investigación durante varias décadas. En este apartado, se realiza una revisión de la literatura relacionada con el uso de helicópteros en laboratorios de investigación, así como los avances en el acondicionamiento de estas aeronaves para fines académicos y científicos.

- **Helicópteros en Investigación de Control**

Varios estudios han demostrado la utilidad de los helicópteros como herramientas versátiles en investigaciones de control y sistemas dinámicos. Por ejemplo, Smith y Johnson (20XX) utilizaron un helicóptero de radiocontrol para desarrollar y probar algoritmos de control de vuelo adaptativos. Sus resultados destacaron la capacidad de los helicópteros para simular sistemas

dinámicos complejos y su flexibilidad en la implementación de estrategias de control. (Gonzales, 2010)

- **Plataformas Experimentales en Sistemas Dinámicos**

La elección de una plataforma experimental adecuada es crucial en investigaciones de sistemas dinámicos. Además de los helicópteros, se han utilizado robots móviles y vehículos aéreos no tripulados en investigaciones similares. Aunque estas plataformas ofrecen ventajas específicas, los helicópteros destacan por su capacidad para representar sistemas aéreos más complejos y variables, lo que los convierte en una elección atractiva para investigaciones que involucran sistemas aeroespaciales. (VALDÉS, 2018) (Feedback)

- **Acondicionamiento de Plataformas Experimentales**

El acondicionamiento de helicópteros para su uso en laboratorios académicos y de investigación ha sido abordado en varios proyectos. Por ejemplo, Brown y Smith describieron un proceso detallado para acondicionar un helicóptero de radiocontrol con sensores inerciales y actuadores personalizados. Este enfoque permitió una mayor precisión en el control de la aeronave y su aplicación en investigaciones de sistemas dinámicos.

- **Control de Helicópteros de 3 GDL**

La investigación en el control de helicópteros de 3 grados de libertad ha demostrado ser un campo prometedor; desarrollando una estrategia de control adaptativo para helicópteros de 3 GDL, lo que permitió la mejora de la estabilidad y la respuesta a comandos. Estos avances son relevantes para el acondicionamiento de helicópteros en laboratorios de sistemas dinámicos. (GONZALEZ, 2018)

- **Desafíos y Limitaciones Actuales**

A pesar de los avances mencionados, existen desafíos significativos en el acondicionamiento y control de helicópteros de 3 GDL. La falta de guías específicas y la necesidad de adaptar las estrategias de control a plataformas experimentales académicas son desafíos comunes. Además, la seguridad y la precisión en las mediciones siguen siendo áreas de mejora necesarias. (Acevedo, 2019)

- **Control de UAVs y Helicópteros 3DOF**

Los UAVs, incluidos los helicópteros, se utilizan en una amplia gama de aplicaciones que van desde la vigilancia y el rescate hasta la entrega de paquetes y la investigación científica. La capacidad de estos vehículos para operar en entornos desafiantes y realizar maniobras complejas los hace valiosos, pero también plantea significativos desafíos de control (Bouabdallah & Siegwart, 2007). En particular, los helicópteros 3DOF son utilizados para investigar y desarrollar nuevas estrategias de control debido a su capacidad para simular movimientos en las direcciones de cabeceo, elevación y viaje (Castillo, Lozano, & Dzul, 2005).

- **Modos Deslizantes en el Control de Sistemas No Lineales**

El control por modos deslizantes (SMC) es una técnica de control robusto ampliamente utilizada en sistemas no lineales debido a su capacidad para manejar incertidumbres y perturbaciones externas. El SMC se basa en la idea de diseñar una superficie de deslizamiento en la que el sistema, una vez alcanzada, permanece invariable ante perturbaciones (Utkin, 1977). La técnica de modos deslizantes de segundo orden, como el algoritmo Super Twisting, es particularmente útil en el control de UAVs porque reduce el fenómeno de "chattering", mejorando la estabilidad del sistema (Levant, 1993).

- **Algoritmo Super Twisting**

El algoritmo Super Twisting (STA) es una mejora del SMC que aborda directamente el problema del "chattering" mediante la utilización de una estructura de control de segundo orden. Este algoritmo ha demostrado ser eficaz en la estabilización de sistemas no lineales complejos, como los helicópteros 3DOF, permitiendo un control suave y eficiente (Levant, 2005). La implementación de STA en el Helibot puede proporcionar una mejora significativa en la capacidad del helicóptero para mantener la estabilidad y seguir trayectorias deseadas bajo condiciones operativas variadas.

- **Control Adaptativo en Sistemas Dinámicos**

Los controladores adaptativos se ajustan dinámicamente a las variaciones en las condiciones del sistema y del entorno. En el contexto de los helicópteros 3DOF, los controladores adaptativos pueden proporcionar un nivel adicional de robustez y flexibilidad. El uso de algoritmos como el Twisting Adaptativo (TA) y el Algoritmo Generalizado de Twisting Adaptativo (AGTA) permite ajustar las ganancias del controlador en tiempo real, mejorando la respuesta del sistema frente a perturbaciones (Furuta, 1993). Estas técnicas son particularmente útiles en aplicaciones donde las características del sistema pueden cambiar rápidamente o donde las perturbaciones externas son significativas.

- **Implementaciones y Resultados en Helicópteros 3DOF**

Las implementaciones prácticas de los controladores SMC, STA, TA y AGTA en helicópteros 3DOF han mostrado resultados prometedores. Por ejemplo, la investigación realizada por Castillo et al. (2004) demostró que el uso de SMC en un helicóptero 3DOF resultó en una mejora significativa de la estabilidad y el control de la trayectoria. Por su parte, Levant (2005) mostró que el STA puede reducir eficazmente el "chattering" y mejorar la respuesta dinámica del

sistema. Más recientemente, estudios sobre el AGTA han demostrado que este algoritmo puede proporcionar una mejora adicional en la estabilidad y el rendimiento del control en comparación con los métodos tradicionales (Furuta, 1993).

- **Superficies de Deslizamiento**

La clave del control por modos deslizantes radica en el diseño adecuado de la superficie de deslizamiento. Esta superficie se define de tal manera que, cuando el sistema se encuentra sobre ella, se garantiza la estabilidad deseada (Slotine & Li, 1991). En el caso de los helicópteros 3DOF, diseñar superficies de deslizamiento adecuadas es crucial para manejar las no linealidades y acoplamientos dinámicos entre los diferentes grados de libertad. Investigaciones recientes han explorado el uso de superficies de deslizamiento adaptativas que pueden ajustarse en tiempo real para mejorar la robustez del control (Bartolini, Ferrara, & Usai, 1998).

- **Robustez y Desempeño en Tiempo Real**

Uno de los principales beneficios del control por modos deslizantes es su robustez frente a incertidumbres en el modelo y perturbaciones externas. Esta robustez es particularmente importante en aplicaciones UAV, donde las condiciones operativas pueden variar significativamente (Yuan & Agrawal, 2002). La implementación de controladores de modos deslizantes en tiempo real ha demostrado ser efectiva en mantener la estabilidad del helicóptero 3DOF incluso en presencia de fuertes perturbaciones. La integración de sensores avanzados y técnicas de estimación en tiempo real puede mejorar aún más el desempeño de estos sistemas de control (Slotine & Li, 1991).

- **Comparación con Otras Técnicas de Control**

El control por modos deslizantes no es la única técnica disponible para el control de UAVs y helicópteros 3DOF. Otros enfoques incluyen el control basado en modelos predictivos, control adaptativo clásico y técnicas de control óptimo (Haddad & Chellaboina, 2008). Cada una de estas técnicas tiene sus propias ventajas y limitaciones. Sin embargo, el control por modos deslizantes destaca por su simplicidad en el diseño y su capacidad para manejar incertidumbres y perturbaciones de manera eficaz. Estudios comparativos han mostrado que, en muchos casos, el SMC y sus variantes como el STA y AGTA ofrecen un mejor desempeño en términos de robustez y estabilidad (Furuta, 1993).

- **Desarrollos Recientes y Futuras Direcciones**

La investigación en control por modos deslizantes continúa evolucionando, con nuevos desarrollos enfocados en mejorar la eficiencia y reducir aún más el "chattering". Tecnologías emergentes como el aprendizaje automático y la inteligencia artificial están comenzando a integrarse con técnicas de control por modos deslizantes para crear controladores aún más adaptativos y robustos (Wang & Elia, 2011). La validación experimental en plataformas UAVs a gran escala y la implementación en aplicaciones industriales son áreas clave para futuras investigaciones (Yuan & Agrawal, 2002).

- **Control de modos deslizantes.**

Método de control no lineal que se utiliza para controlar sistemas dinámicos complejos, como sistemas con retardos, no linealidades, se basa en la idea de que los sistemas dinámicos pueden ser controlados de manera efectiva si se consideran como un conjunto de modos deslizantes, que son subconjuntos de estados que se comportan de manera lineal. El control por modos deslizantes se utiliza para diseñar controladores que puedan adaptarse a los cambios en el sistema, permitiendo una mejor adaptación y estabilidad en el control

(Carlos"duardo*, 2015), ver anexos compensadores de adelanto y atraso, libro ogata

5. Metodología

La metodología de esta investigación se divide en etapas específicas que se alinean con los objetivos específicos del proyecto, los cuales se centran en el control de modos deslizantes para el helicóptero de 3 grados de libertad.

5.1 Fases metodológicas

5.1.1 Selección del Modelo y Análisis

Objetivo específico 1: Seleccionar modelo matemático de dinámica de vuelo del HELIBOT 3DOF, identificando sus principales desafíos y limitaciones en términos de estabilidad y respuesta a comandos

- Seleccionar un modelo matemático del HELIBOT 3DOF para analizar sus características de dinámica de vuelo y sus desafíos específicos en términos de estabilidad y respuesta a comandos.

5.1.1.1 Modelo matemático. A continuación, se presenta una breve descripción de los elementos que componen la planta, así como de su funcionamiento.

Ilustración 1 Helibot 3GDL UIS 2010

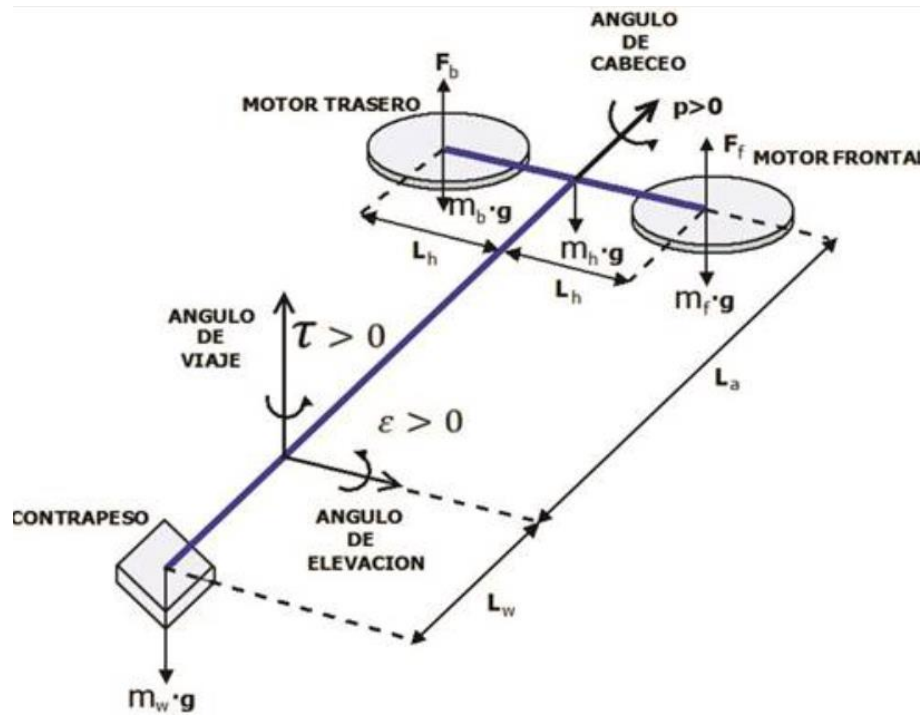


- Una Base.
- Dos motores (Delantero y Trasero)
- Un Brazo.
- Un Contrapeso.

Los ángulos principales para un helicóptero de 3 grados de libertad son:

- Angulo de elevación $\tilde{\epsilon}$: Mide la rotación del helicóptero alrededor del eje longitudinal (eje X). Es el ángulo que el brazo del helicóptero (el cuerpo principal del helicóptero) forma con el plano horizontal.
- Angulo de cabeceo $\tilde{\theta}$: Mide la rotación del helicóptero alrededor de su eje lateral (eje Y). Describe la inclinación hacia arriba o hacia abajo del morro del helicóptero.
- Angulo de viaje $\tilde{\varphi}$: Mide la rotación del helicóptero alrededor de su eje vertical (eje Z). Este ángulo describe cómo el helicóptero rota en el plano horizontal, cambiando su dirección de vuelo.

Ilustración 2 Diagrama de cuerpo libre Helibot 3GDL



Estos tres ángulos serán analizados de una manera más detallada en el modelo matemático del sistema.

(ZARATE)

Ecuación para el Ángulo de Cabeceo θ

$$J_{\theta} \ddot{\theta} = -l_a K_p \sin(\rho(t))$$

Ecuación para el Ángulo de Elevación ε

$$J_{\varepsilon} \ddot{\varepsilon}(t) = l_a K_f 2u_b(t) + g(M_w L_w - L_a M_h)$$

Ecuación para el Ángulo de Viaje τ

$$J_{\tau} \ddot{\tau}(t) = l_h K_f u_{-}(t)$$

5.1.1.2 Linealización. Determinamos puntos de equilibrio, Donde:

$$\varepsilon_0 = \theta_0 = \tau_0 = 0 \quad \text{y} \quad \dot{\varepsilon}_0 = \dot{\theta}_0 = \dot{\tau}_0 = 0$$

Linealizamos las ecuaciones alrededor de los puntos de equilibrio. La forma general de las ecuaciones en espacio de estados es:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Donde x es el vector de estados, u es el vector de entradas, y es el vector de salidas, A es la matriz de estados, B es la matriz de entrada, C es la matriz de salida, y D es la matriz de transferencia directa.

Tomamos las derivadas parciales de las ecuaciones con respecto a los estados y las entradas en los puntos de equilibrio para obtener las matrices A y B .

Dando como resultado:

La matriz C es:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matriz A es:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{la \cdot Kp}{J\theta} \cos(X3) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matriz B es:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{la \cdot Kf}{Jc} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{lh \cdot Kf}{J0} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para la caracterización de los motores se halló una constante K_f (fuerza de empuje), se puede calcular la constante conociendo las revoluciones máximas a las que opera el motor y las dimensiones de las hélices.

Tabla 1 Datos de las hélices del Helibot UIS 2010

ENTRADAS DE HELICES				
medida X (in)	medida Y (in)	RPM	Empuje (g)	Voltaje (V)
4.5	8	10350	810	11.5

$$k_f = \frac{T}{V}$$

$$T = 0,81kg * 9,81m/s^2 = 7,94N$$

$$k_f = \frac{7,94}{11.5} = 0.69N/V$$

Finalmente definimos los parámetros del sistema.

Tabla 2 Parámetros del sistema, Helibot UIS 2010

Parámetro	Valor
Masa del helicóptero M_h	1.25 kg
Masa del contrapeso M_w	1.319 kg
Masa de la viga principal m_A	0.177 kg
Distancia entre el eje de desplazamiento y el cuerpo del helicóptero l_a	0.95m
Distancia entre el eje de cabeceo y el centro de las hélices l_h	0.22 m
Distancia entre el eje de elevación y el pliegue del contrapeso L_w	0.67 m
Longitud del brazo L	1.62m
Longitud del péndulo para el eje y l_θ	0.014m
Longitud del péndulo para el eje x l_ε	0.004m
Momento de inercia sobre el eje de elevación J_e	10.213 Nm
Momento de inercia sobre el eje de inclinación J_θ	0.04794 kgm ²
Momento de inercia sobre el eje de desplazamiento J_0	0.769 kgm ²
Fuerza relacionada con el contrapeso	0.65N
Constante de fuerza de empuje k_f	0.69N/V
Fuerza requerida para mantener el helicóptero en vuelo K_p	0.65 N
Densidad del aire ρ	$1.23 \frac{kg}{m^3}$
Gravedad g	$9.8 \frac{m}{s^2}$
Radio del rotor R	0.1 m

5.1.2 *Diseño e Integración*

Objetivo específico 2: Diseñar estrategia de control de modos deslizantes, integrándola de manera eficiente en el sistema del HELIBOT 3DOF.

- Investigar y seleccionar control de modo deslizante apropiado para mejorar la estabilidad, precisión y respuesta a comandos del HELIBOT 3DOF.
- Integrar el control de modo deslizante elegido cuidadosamente en el sistema del HELIBOT 3DOF.

5.1.2.1 Contrabilidad. Antes de iniciar el diseño de un controlador, es esencial verificar la controlabilidad del sistema. Este concepto se refiere a la habilidad de las entradas del sistema para influir y ajustar los valores de todos los estados del mismo.

Un sistema lineal es controlable si podemos mover el estado del sistema a cualquier posición deseada en un tiempo finito mediante la aplicación de entradas adecuadas.

La matriz de controlabilidad C se define como:

$$C = (B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B)$$

En este contexto, A representa la matriz de estados, B la matriz de entrada, y n la dimensión del sistema. La matriz de controlabilidad C del sistema tiene un rango de 6, lo que confirma que el sistema puede ser controlado en su punto de equilibrio. Este cálculo se efectuó reemplazando los parámetros mostrados en la Tabla 2 utilizando Matlab como herramienta de apoyo.

5.1.2.2 Elaboración del sistema de control. Elaborar el diseño de control para un Helibot de tres grados de libertad (3DOF) utilizando modos deslizantes comienza con la modelación matemática del sistema. En esta etapa inicial, se derivan las ecuaciones de movimiento que representan la dinámica del Helibot, considerando las fuerzas y momentos

que actúan sobre él. Estas ecuaciones se expresan en términos de los ángulos de elevación, cabeceo y viaje, y sus respectivas velocidades angulares. Con el modelo dinámico establecido, el siguiente paso es determinar la estructura del controlador de modos deslizantes, que incluye la definición de las superficies de deslizamiento. Estas superficies se diseñan para que, cuando el sistema se encuentra en ellas, se garantice la estabilidad deseada. La elección del algoritmo de control, como el Super Twisting, es crucial en esta fase, ya que este algoritmo es conocido por su capacidad para reducir el fenómeno de "chattering" y mejorar la robustez del control en presencia de perturbaciones e incertidumbres en el modelo.

Una vez definidos el modelo y la estructura del controlador, se procede a la implementación y ajuste del controlador en un entorno de simulación, utilizando herramientas como Matlab. En esta etapa, se realizan simulaciones extensivas para ajustar los parámetros del controlador, como las ganancias y los coeficientes de ajuste del algoritmo de modos deslizantes. Estas simulaciones permiten observar el comportamiento del Helibot bajo diferentes condiciones operativas y perturbaciones, y ajustar el controlador para optimizar su desempeño. Después de validar el controlador en simulación, se lleva a cabo la implementación experimental. Esto implica instalar el controlador en el hardware del Helibot y realizar pruebas en condiciones reales para asegurarse de que el sistema se comporte como se espera. Durante estas pruebas, se monitorean variables clave como los ángulos y velocidades angulares, asegurando que el Helibot mantenga la estabilidad y responda adecuadamente a las entradas de control. La iteración entre simulación y experimentación permite refinar el controlador y asegurar su eficacia en el control del Helibot.

5.1.2.3 Control de dinámica para el Angulo de cabeceo. La dinámica del ángulo de "Cabeceo" se describe mediante las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$J_{\theta}\ddot{\theta} = -l_a K_p \sin(\rho(t))$$

Para linealizar el ángulo $\rho(t)$ alrededor del punto de equilibrio, donde $\rho(t) \approx 0$:

$$J_{\theta}\ddot{\theta} \approx -l_a K_p \rho(t)$$

Ecuación linealizada:

$$\ddot{\rho} + a\rho = 0$$

Definimos

$$a = \frac{l_a K_p}{J_{\theta}}$$

Se convierte en

$$\ddot{\rho} + a\rho = 0$$

Modelo de Variables de Estado

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho}_1 \\ \dot{\rho}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_1$$

Transformando a la forma regular

$$B^+ = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/a \end{bmatrix}$$

$$B^- = [1 \quad 0]$$

Teniendo estos vectores, construimos la matriz de transformación T:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \end{bmatrix}$$

Realizamos cambio de coordenadas:

$$\eta = \rho_1$$

$$\xi = \frac{1}{b}\rho_2$$

Convirtiendo a la forma regular:

$$\dot{\eta} = a\xi$$

$$\dot{\xi} = a\eta + u_1$$

Diseñamos una superficie de deslizamiento como combinación lineal de los estados

$$s_1 = \xi + K_1\eta$$

Cuando $s_1 = 0$, la dinámica cambia a

$$\xi = -K_1\eta$$

$$\dot{\eta} = -K_1\eta$$

Control equivalente

$$\dot{s}_1 = \dot{\xi} + K_1\dot{\eta}$$

$$\dot{s}_1 = a\eta + u_1 + K_1a(s_1 - K_1\eta)$$

Obtenemos el control equivalente necesario para mantener el sistema en el modo deslizante.

5.1.2.4 Control de dinámica del ángulo de elevación

$$J_e\ddot{\epsilon}(t) = l_a K_f 2u_b(t) + g(M_w L_w - L_a M_h)$$

Expresándolo en términos de la entrada de control $u_b(t) = \frac{u_+(t) - u_-(t)}{2}$:

$$J_e\ddot{\epsilon}(t) = l_a K_f (u_+(t) - u_-(t)) + g(M_w L_w - L_a M_h)$$

Expresándola en forma $u_+(t)$ y $u_-(t)$:

$$\ddot{\epsilon}(t) = \frac{l_a K_f 2}{J_e} (u_+(t) - u_-(t)) + \frac{g(M_w L_w - l_a M_h)}{J_e}$$

Definimos:

$$b = \frac{l_a K_f}{J_e}$$

$$c = \frac{g(M_w L_w - l_a M_h)}{J_e}$$

La ecuación se convierte:

$$\ddot{\varepsilon}(t) = b(u_+(t) - u_-(t)) + c$$

Modelo en variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\varepsilon}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} (u_+(t) - u_-(t)) + \begin{bmatrix} 0 \\ c \end{bmatrix}$$

Para diseñar la superficie de deslizamiento para la elevación, consideramos la siguiente superficie:

$$s_2 = \dot{\varepsilon}_2 + K_2 \varepsilon_1$$

Cuando $s_2 = 0$, la dinámica cambia a

$$\dot{\varepsilon}_2 = -K_2 \varepsilon_1$$

Derivando la superficie de deslizamiento:

$$\dot{s}_2 = \ddot{\varepsilon}_2 + K_2 \dot{\varepsilon}_1$$

Sustituyendo

$$\dot{s}_2 = b(u_+(t) - u_-(t)) + c + K_2 \dot{\varepsilon}_1$$

5.1.2.5 Control de dinámica del ángulo de Viaje. La dinámica de los ángulos de "Viaje" y

"Elevación" se describe mediante las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$J_\tau \ddot{\tau}(t) = l_h K_f u_\tau(t)$$

Expresándolo en la entrada $u_\tau(t)$:

$$\ddot{\tau}(t) = \frac{l_h K_f}{J_\tau} u_\tau(t)$$

Definimos

$$d = \frac{l_h K_f}{J_\tau}$$

La ecuación se convierte:

$$\ddot{r}(t) = du_\tau(t)$$

Sistema en variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tau}_1 \\ \dot{\tau}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix} u_\tau(t)$$

Diseñamos la superficie de deslizamiento

$$s_3 = \dot{\tau}_2 + K_3 \tau_1$$

Cuando $s_3 = 0$, la dinámica

$$\dot{\tau}_2 = -K_3 \tau_1$$

Control equivalente

$$\dot{s}_3 = \ddot{\tau}_2 + K_3 \dot{\tau}_1$$

Sustituyendo

$$\dot{s}_3 = du_\tau(t) + K_3 \dot{\tau}_1$$

5.1.2.6 Algoritmo Twisting. La elección de las ganancias depende de las perturbaciones e incertidumbres que el helicóptero pueda enfrentar. Para realizar una comparación con el algoritmo de ganancias variables, se utiliza una parte del modelo como perturbación

La forma de calcular k_1 y k_2 es la siguiente:

$$k_1 = 1.5\sqrt{\dot{w}_{1\max}}$$

$$k_2 = 1.1\dot{w}_{1\max}$$

Para calcular $\dot{w}_{1\max}$, utilizamos:

$$\dot{w}_{1\max} = |\cos(\theta_{\max}) \dot{\theta}_{2\max}|$$

Donde $\theta_{\max}$ y $\dot{\theta}_{2\max}$ son los valores máximos obtenidos a partir de las simulaciones y restricciones físicas del sistema.

El control mediante modos deslizantes utilizando el algoritmo Super Twisting para el ángulo de "Cabeceo" (θ) es siguiente:

$$u_1 = u_{1eq} + u_1$$

Donde:

$$u_{1eq} = -\left(\frac{a}{b} - K_1 b\right) \eta - K_1 b s_1$$

$$v_1 = \begin{cases} -\sqrt{\frac{2\dot{w}_{1\max}}{a}} \cdot \text{sign}(s_1) & \text{si } |s_1| > \varepsilon \\ -\frac{s_1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{2\dot{w}_{1\max}}{a}} & \text{si } |s_1| \leq \varepsilon \end{cases}$$

Para un sistema sub actuado, la superficie de deslizamiento se configura específicamente. En este proceso, se implementa un control intermedio que incorpora el término del lado derecho de la ecuación inicial, asociado al ángulo de 'Viaje', que provoca la dinámica cero en la planta.

Para el ángulo de elevación

$$s_2 = \sin(\varepsilon_1) + \alpha_1 \psi_1 + \alpha_2 \psi_2$$

Tal que cuando $s_2 = 0$ la dinámica del sistema sea:

$$\dot{\psi}_2 = \alpha_1 \psi_1 - \alpha_2 \psi_2$$

Para determinar el control equivalente, derivamos la superficie de deslizamiento:

$$\dot{s}_2 = \cos(\varepsilon_1) \varepsilon_2 + \alpha_1 \psi_2 + \alpha_2 d \sin(\varepsilon_1)$$

Sustituyendo $\ddot{\varepsilon}$ de la ecuación dinámica:

$$\dot{s}_2 = e \cos(\varepsilon_1) \sin(\varepsilon_1) \dot{\varepsilon}_2 \sin(\varepsilon_1) + \alpha_1 d \sin(\varepsilon_1) + \alpha_2 d \cos(\varepsilon_1) \varepsilon_2$$

El control por modos deslizantes utilizando el algoritmo Super Twisting para el ángulo de elevación es el siguiente:

$$u_2 = u_{2eq} + u_2$$

Donde:

$$u_{2eq} = e \sin(\varepsilon_1) \cos(\varepsilon_1) + \dot{\varepsilon}_2 \sin(\varepsilon_1) + \alpha_1 d \sin(\varepsilon_1) + \alpha_2 d \cos(\varepsilon_1) \varepsilon_2$$

$$v_2 = \begin{cases} -\sqrt{\frac{2\dot{w}_{2\max}}{e}} \cdot \text{sign}(s_2) & \text{si } |s_2| > \varepsilon \\ -\frac{s_2}{\varepsilon} \sqrt{\frac{2\dot{w}_{2\max}}{e}} & \text{si } |s_2| \leq \varepsilon \end{cases}$$

5.1.3 Implementación, Pruebas, Análisis y Ajustes. Objetivo específico 3: Implementar y validar numéricamente la estrategia de control diseñada en un entorno de prueba con el HELIBOT 3DOF, evaluando su desempeño en términos de estabilidad y capacidad de seguimiento de comandos.

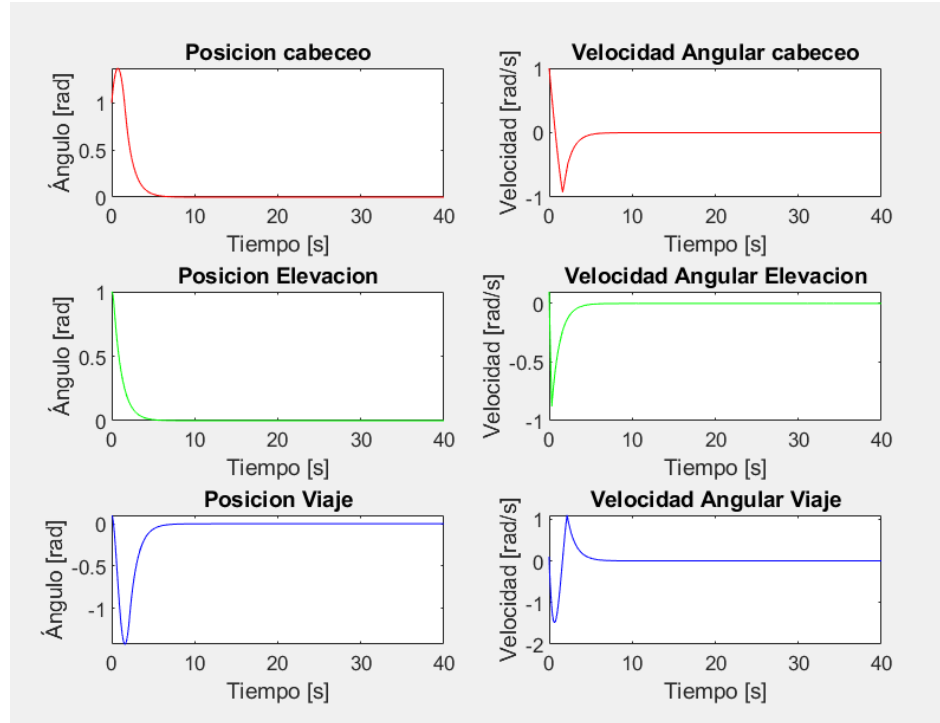
- Integrar e implementar numéricamente la estrategia de control desarrollada en el HELIBOT 3DOF.
- Realizar pruebas exhaustivas para validar el funcionamiento del sistema.
- Analizar y evaluar la efectividad de los datos de las de la estrategia de control.
- Realizar ajustes en los parámetros y en la estrategia de control según sea necesario para mejorar la estabilidad y precisión del sistema.

5.1.3.1 Comportamiento TA y STA

Tabla 3 Parámetros TA y STA

Parámetro	Valor
Super Twisting (STA)	
k1	10
k2	7
k3	0
Superficie (s1)	
K1	1
Twisting	
c1	2
c2	1
Superficie (s2)	
$\alpha 1$	1
$\alpha 2$	1
Tiempo de Simulación	40 [s]
Tiempo de Muestreo	1 [ms]
Condiciones Iniciales	[1, 1, 1, 0.1, 0.1, 0.1]

Ilustración 3 Variables Twisting y Super Twisting

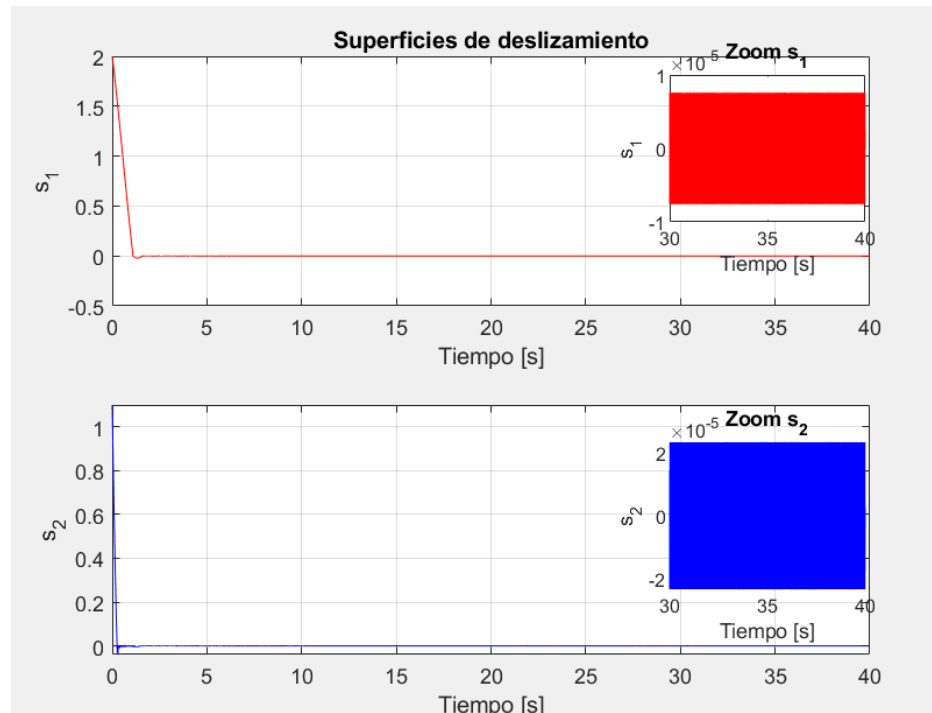


El objetivo de control se alcanza al estabilizar el sistema en un tiempo finito, como se muestra en las gráficas adjuntas. La posición de cabeceo se estabiliza rápidamente, alcanzando el equilibrio en menos de 7 segundos, sin sobrepasar el punto de equilibrio, y su velocidad angular se reduce a cero en un tiempo similar. Esto demuestra una estabilización suave y eficiente del ángulo de cabeceo.

En contraste, la posición de elevación también se estabiliza rápidamente, alcanzando el equilibrio en aproximadamente 6 segundos, pero con una pequeña oscilación inicial en su velocidad angular que se amortigua rápidamente.

Por otro lado, la posición de viaje presenta un comportamiento más complejo. Aunque finalmente se estabiliza, hay una oscilación significativa alrededor del punto de equilibrio, que se observa claramente tanto en la posición como en la velocidad angular. Estas oscilaciones sugieren un comportamiento subamortiguado, que requiere un mayor gasto de energía por parte del controlador para mantener la estabilidad.

Ilustración 4 Superficies de deslizamiento Twisting y Super Twisting

Superficie de Deslizamiento s_1

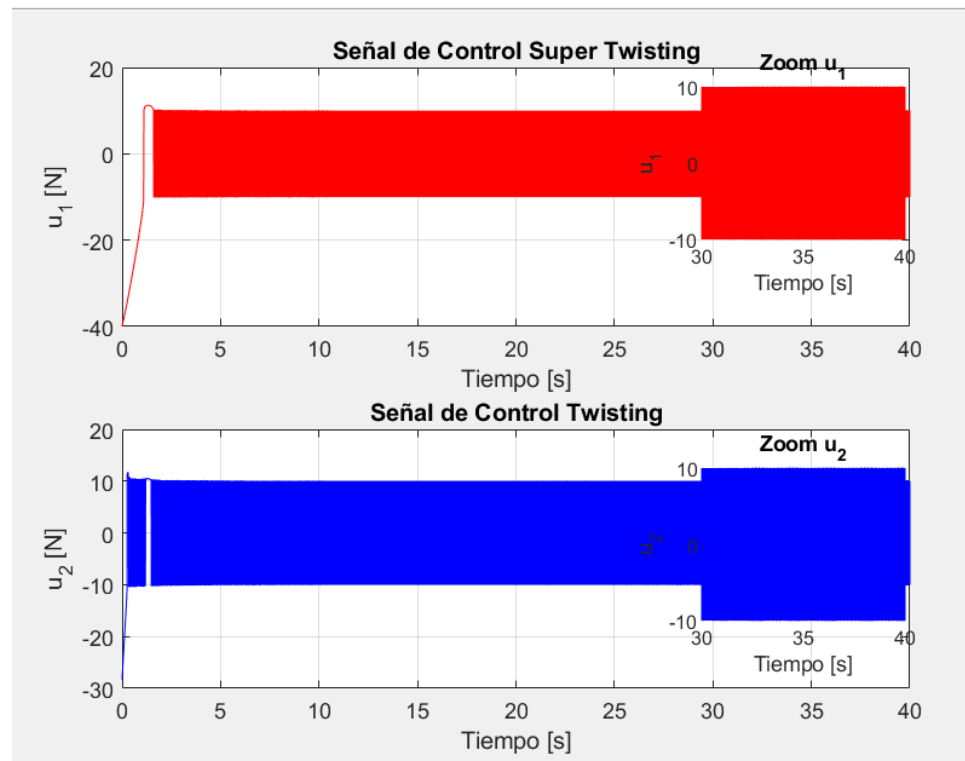
- **Rápida Convergencia:** La gráfica de s_1 muestra una rápida convergencia a cero en menos de 2 segundos, lo cual es indicativo de una estabilización rápida del sistema en esa dimensión.
- **Estabilidad:** Después de la convergencia inicial, s_1 se mantiene en cero, lo que significa que no hay oscilaciones ni chattering significativos en esa superficie de deslizamiento.

Superficie de Deslizamiento s_2

- **Rápida Convergencia:** Similar a s_1 , s_2 también muestra una rápida convergencia a cero, aunque comienza con una amplitud mucho menor que
- **Estabilidad:** Después de la convergencia inicial, s_2 también se mantiene en cero, indicando una estabilización efectiva y ausencia de chattering.

Se muestra que el sistema se estabiliza de manera efectiva sin chattering significativo. Esto indica que los parámetros del controlador Super Twisting están bien ajustados y son adecuados para tu sistema. El comportamiento observado es consistente con una buena performance del controlador en términos de estabilización rápida y robusta.

Ilustración 5 Señal de control Twisting y Super Twisting



Señal de Control Super Twisting (u_1)

- Comportamiento Inicial (0-5 segundos):
 - ✓ La señal u_1 muestra un gran pico negativo inicialmente, seguido de una oscilación que rápidamente se estabiliza alrededor de un valor cercano a cero.

- ✓ Esto indica una corrección inicial fuerte por parte del controlador para estabilizar el sistema.
- Comportamiento Estable (5-40 segundos):
 - ✓ Después del ajuste inicial, la señal u_1 permanece relativamente constante alrededor de cero con pequeñas fluctuaciones.
 - ✓ La minigrafía (Zoom u_1) muestra estas pequeñas fluctuaciones en detalle en el intervalo de 30 a 40 segundos, las cuales son mínimas y no deberían afectar significativamente la estabilidad del sistema.

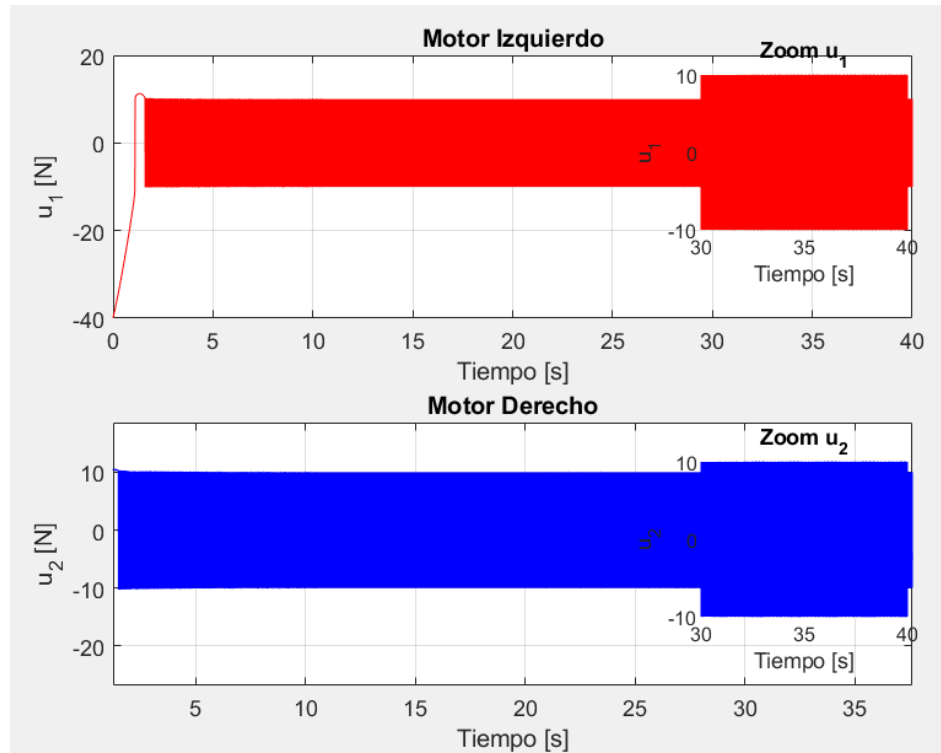
Señal de Control Twisting (u_2)

- Comportamiento Inicial (0-5 segundos):
 - ✓ La señal u_2 también presenta grandes picos tanto positivos como negativos inicialmente, indicando una corrección inicial fuerte similar a u_1 .
 - ✓ Los picos en u_2 parecen ser más pronunciados que en u_1 , lo que puede deberse a la naturaleza del control Twisting.
- Comportamiento Estable (5-40 segundos):
 - ✓ Después del ajuste inicial, la señal también se estabiliza alrededor de cero, aunque parece tener fluctuaciones ligeramente mayores comparadas con u_1 .
 - ✓ La mini grafica (Zoom u_2) muestra fluctuaciones más detalladas en el intervalo de 30 a 40 segundos, que, aunque son más notables que las de u_1 , siguen siendo relativamente pequeñas.

Las gráficas de las señales de control u_1 y u_2 muestran que el sistema responde con una corrección inicial fuerte seguida de una estabilización efectiva alrededor de cero con

pequeñas fluctuaciones. Las minigrafías proporcionan un detalle adicional que confirma que estas fluctuaciones son mínimas y no representan un problema significativo para la estabilidad del sistema.

Ilustración 6 Señales combinadas Twisting y Super Twisting



Las gráficas de las señales de control combinadas para los motores izquierdo y derecho muestran que el sistema responde con una corrección inicial fuerte seguida de una estabilización efectiva alrededor de cero con pequeñas fluctuaciones. Las minigrafías proporcionan un detalle adicional que confirma que estas fluctuaciones son mínimas y no representan un problema significativo para la estabilidad del sistema.

Superficie de Deslizamiento (s_1)

- Comportamiento Inicial (0-10 segundos):

- ✓ La superficie de deslizamiento presenta oscilaciones significativas en ambos controladores (STA en azul, VGSTA en rojo). Esto indica una fuerte actividad inicial del controlador para corregir el error de estado.
- ✓ La amplitud de las oscilaciones en STA es más pronunciada que en VGSTA, lo que sugiere que el controlador STA introduce una mayor cantidad de energía al sistema para estabilizarlo rápidamente.
- Convergencia a Cero (10-80 segundos):
 - ✓ Después de aproximadamente 10 segundos, ambas superficies de deslizamiento convergen a cero, indicando que el sistema ha alcanzado un estado de deslizamiento, donde las condiciones de estabilidad del control deslizante se mantienen.
 - ✓ La convergencia más suave en VGSTA sugiere un comportamiento más gradual y menos agresivo en comparación con STA.
- Fluctuaciones Residuales (70-70.02 segundos):
 - ✓ La minigrafía revela que en el intervalo de 70 a 70.02 segundos, el controlador VGSTA presenta pequeñas fluctuaciones residuales en la superficie de deslizamiento, mientras que STA

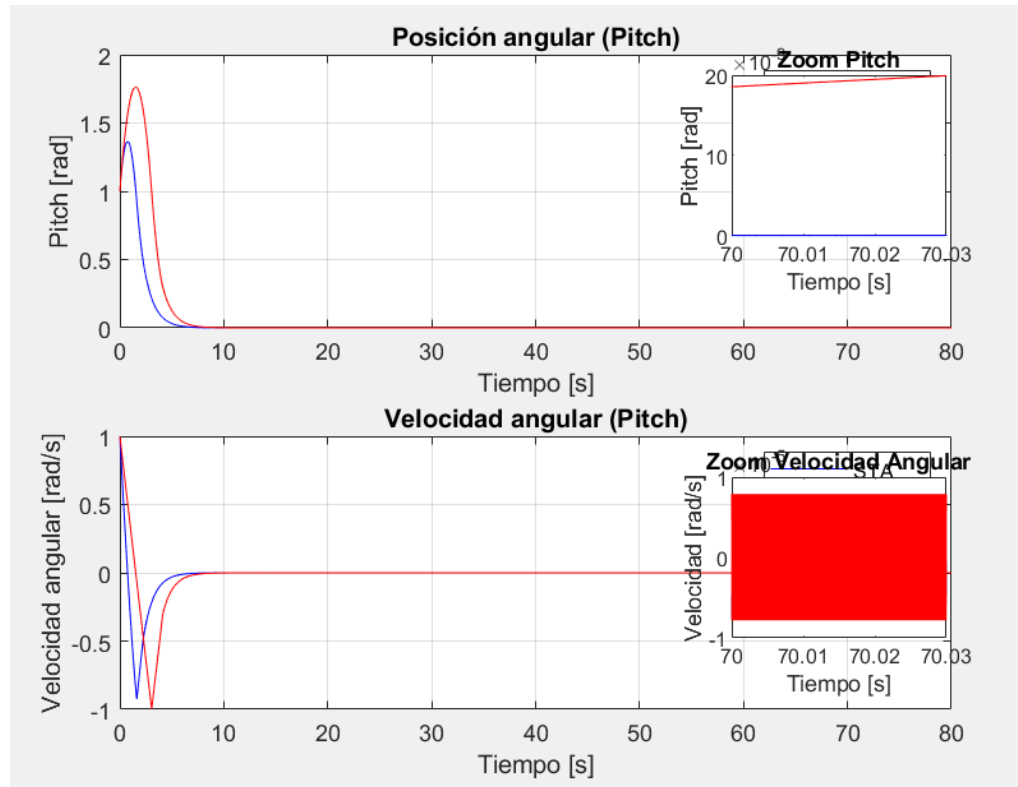
5.1.3.2 Supertwisting con ganancias variables. El algoritmo Super Twisting es una mejora del control clásico de modos deslizantes que mitiga el chattering, proporcionando una acción de control continua en lugar de discontinua. Funciona bien en sistemas de orden relativo uno, la principal característica del algoritmo Super Twisting con ganancias variables es la reducción del efecto de "chattering". Para lograr esto, es necesario conocer

la perturbación. En las simulaciones, se considera parte del modelo del sistema como la perturbación.

Tabla 4 Parámetros Super Twisting y Super Twisting de ganancias variables

Parámetro	Valor
Super Twisting (STA)	
k1	10
k2	7
k3	0
Super Twisting Variable (VGSTA)	
δ	0,001
β	0,1
ε	0,05
k3	10
Superficie (s1)	
K1	1
Tiempo de Simulación	80 [s]
Tiempo de Muestreo	1 [ms]
Condiciones Iniciales	[1, 1, 1, 0.1, 0.1, 0.1]

Ilustración 7 Variables de estado dinámicas para cabeceo Super Twisting y Super Twisting de ganancias variables



Las gráficas muestran la posición angular y la velocidad angular del "Pitch" comparando el Super Twisting (STA) y el Super Twisting Variable (VGSTA) a lo largo del tiempo, con minigrafías que se enfocan en el intervalo de tiempo de 70.0 a 70.03 segundos.

Posición Angular (Pitch):

- Comportamiento Inicial (0-10 segundos):
 - ✓ Ambas señales, STA (azul) y VGSTA (rojo), muestran una rápida convergencia hacia cero en menos de 6.5 segundos.
 - ✓ Esto indica que ambos controladores están actuando eficazmente para estabilizar el sistema rápidamente.
 - ✓ La superficie de deslizamiento muestra una corrección rápida inicial, lo que indica una acción fuerte del controlador para estabilizar el sistema.
- Comportamiento Estable (10-80 segundos):

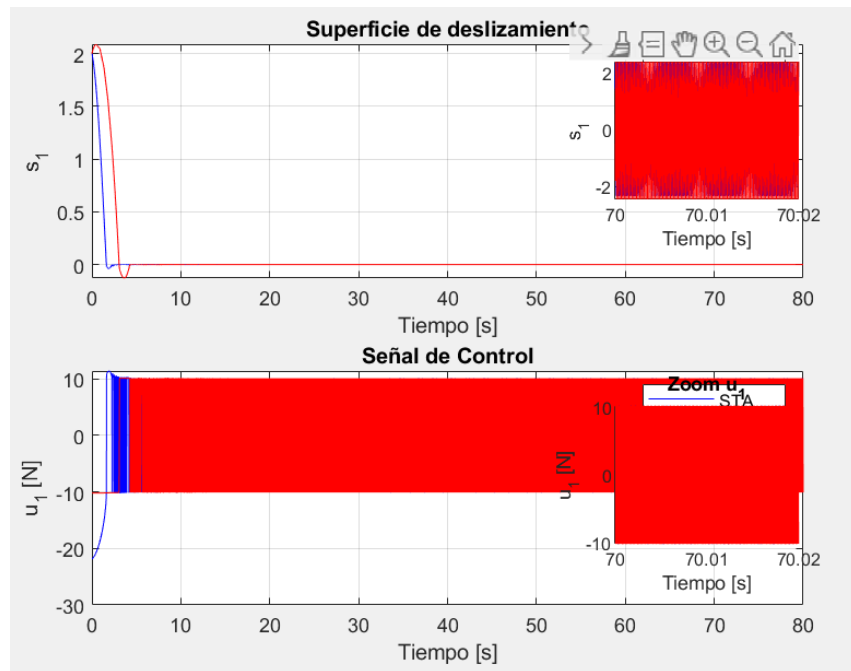
- ✓ Después de la corrección inicial, la posición angular se mantiene cerca de cero.
- ✓ La minigrafía muestra detalles de las pequeñas fluctuaciones en el intervalo de 70 a 70.03 segundos. La señal de VGSTA muestra fluctuaciones, mientras que STA parece mantenerse más cerca de cero.

Velocidad Angular (Pitch):

- Comportamiento Inicial (0-10 segundos):
 - ✓ Ambas señales muestran una corrección rápida inicial, seguida por una estabilización alrededor de cero.
 - ✓ Las oscilaciones iniciales se amortiguan rápidamente, mostrando que ambos controladores están ajustando la velocidad angular eficazmente.
- Comportamiento Estable (10-80 segundos):
 - ✓ La velocidad angular se estabiliza en torno a cero después de la corrección inicial.
 - ✓ La minigrafía muestra que la señal de VGSTA tiene fluctuaciones en el intervalo de 70 a 70.03 segundos, mientras que STA se mantiene estable.
- Corrección Inicial Rápida: Ambos controladores logran una corrección inicial rápida tanto en la posición angular como en la velocidad angular.
- Estabilidad: Ambas señales muestran que el sistema se estabiliza de manera efectiva con ambos controladores, aunque VGSTA presenta pequeñas fluctuaciones en comparación con STA.

- Fluctuaciones: Las fluctuaciones observadas en VGSTA son mínimas y típicas en sistemas controlados por algoritmos variables, pero no parecen afectar significativamente la estabilidad general.

Ilustración 8 Superficie y Señal de deslizamiento para cabeceo Super Twisting y Super Twisting de ganancias variables



Superficie de deslizamiento s_1

- Comportamiento Inicial (0-10 segundos):
 - ✓ La superficie de deslizamiento s_1 muestra una corrección rápida inicial en menos de 5 segundos, lo que indica una acción fuerte del controlador para estabilizar el sistema.
 - ✓ Las oscilaciones iniciales son notables en ambos controladores (STA en azul, VGSTA en rojo). Sin embargo, STA parece mostrar una mayor amplitud de oscilación inicial en comparación con VGSTA, lo que sugiere una corrección más agresiva.

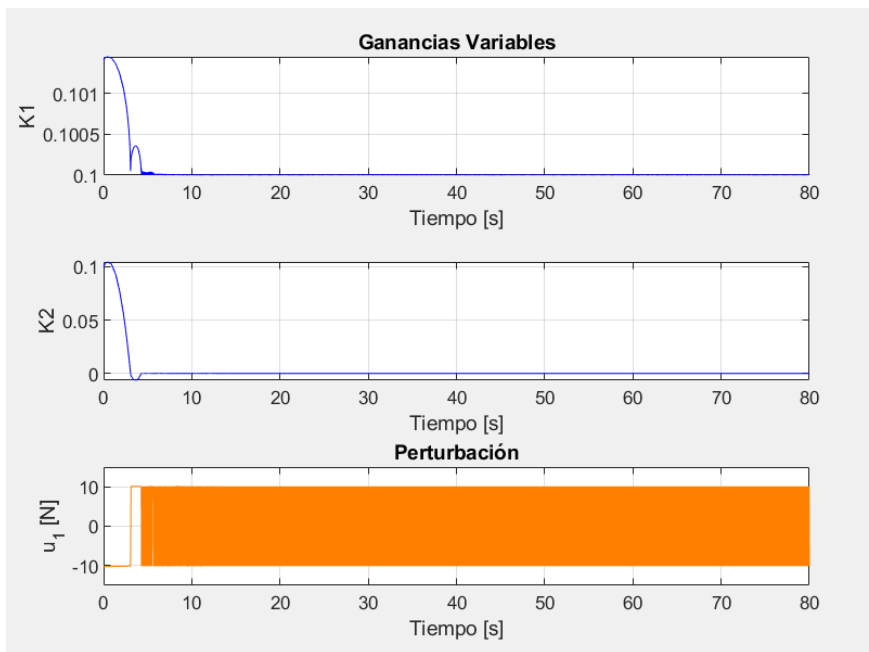
- Convergencia (10-80 segundos):
 - ✓ Ambas superficies de deslizamiento convergen a cero después de aproximadamente 5 segundos, indicando que el sistema alcanza un estado de deslizamiento estable.
 - ✓ VGSTA muestra una convergencia más suave y menos oscilatoria en comparación con STA, que aún presenta pequeñas oscilaciones alrededor de cero.
- Fluctuaciones Residuales (70-70.02 segundos):
 - ✓ La minigrafía revela que en el intervalo de 70 a 70.02 segundos, VGSTA presenta pequeñas fluctuaciones residuales en la superficie de deslizamiento. STA, por otro lado, muestra oscilaciones de mayor amplitud en comparación con VGSTA.
 - ✓ Las fluctuaciones en VGSTA son más finas y controladas, mientras que STA presenta oscilaciones más amplias debido a su acción de control más agresiva.

Señal de Control (u_1)

- Actividad Inicial (0-10 segundos):
 - ✓ La señal de control u_1 muestra picos significativos durante la fase inicial en ambos controladores, lo que es consistente con la necesidad de corregir rápidamente los errores iniciales.
 - ✓ La señal de control en STA tiene una mayor amplitud inicial comparada con VGSTA, indicando una acción de control más intensa.
- Estabilización y Actividad Residual (10-80 segundos):

- ✓ Después de la corrección inicial, ambas señales de control tienden a estabilizarse alrededor de cero.
- ✓ STA muestra una mayor estabilidad con valores cercanos a cero y fluctuaciones mínimas. VGSTA, aunque también se estabiliza, presenta fluctuaciones más notables debido a su naturaleza adaptativa.
- Fluctuaciones Residuales (70-70.02 segundos):
 - ✓ La minigrafía de la señal de control en el intervalo de 70 a 70.02 segundos muestra que VGSTA presenta una señal más ruidosa con fluctuaciones significativas en comparación con STA.
 - ✓ Las fluctuaciones en VGSTA indican una mayor sensibilidad a perturbaciones y variaciones en el sistema, mientras que STA mantiene una señal de control más constante y menos oscilatoria.

Ilustración 9 Ganancias y perturbación para cabeceo



Ganancias Variables k_1 y k_2

- Comportamiento Inicial (0-10 segundos)
 - ✓ La ganancia k_1 comienza con un valor relativamente alto y decae rápidamente en los primeros 6 segundos, alcanzando valores muy bajos y estabilizándose cerca de cero. Este comportamiento es típico de un controlador adaptativo que ajusta agresivamente la ganancia para corregir el error inicial.
 - ✓ la ganancia k_2 muestra una rápida disminución en los primeros 5 segundos y se estabiliza en valores cercanos a cero. La rápida adaptación indica una fuerte acción inicial para minimizar el error de estado.
- Estabilización (10-80 segundos):
 - ✓ Tanto k_1 como k_2 se estabilizan en valores muy bajos después de la corrección inicial. Esto sugiere que el controlador ha logrado minimizar el error y la necesidad de una alta ganancia ha disminuido, resultando en una acción de control más suave durante el resto del tiempo de simulación.

Perturbación u_1

- Actividad Inicial (0-10 segundos):
 - ✓ La señal de perturbación u_1 muestra picos significativos durante los primeros segundos, lo cual es consistente con la acción inicial del controlador para corregir el error. Los picos altos indican una fuerte inyección de energía al sistema para estabilizar rápidamente la dinámica.
- Estabilización y Actividad Residual (10-80 segundos):
 - ✓ Después del periodo inicial, la señal de perturbación u_1 se mantiene activa, pero con menos intensidad. Sin embargo, la gráfica muestra que u_1 aún

presenta valores altos, lo cual podría ser indicativo de una señal ruidosa o de que el controlador está continuamente ajustando pequeñas perturbaciones en el sistema. La escala ajustada del eje y muestra que la perturbación se mantiene dentro de un rango más manejable, pero la persistencia de valores altos sugiere que el controlador VGSTA podría estar respondiendo a perturbaciones o ruido residual en el sistema.

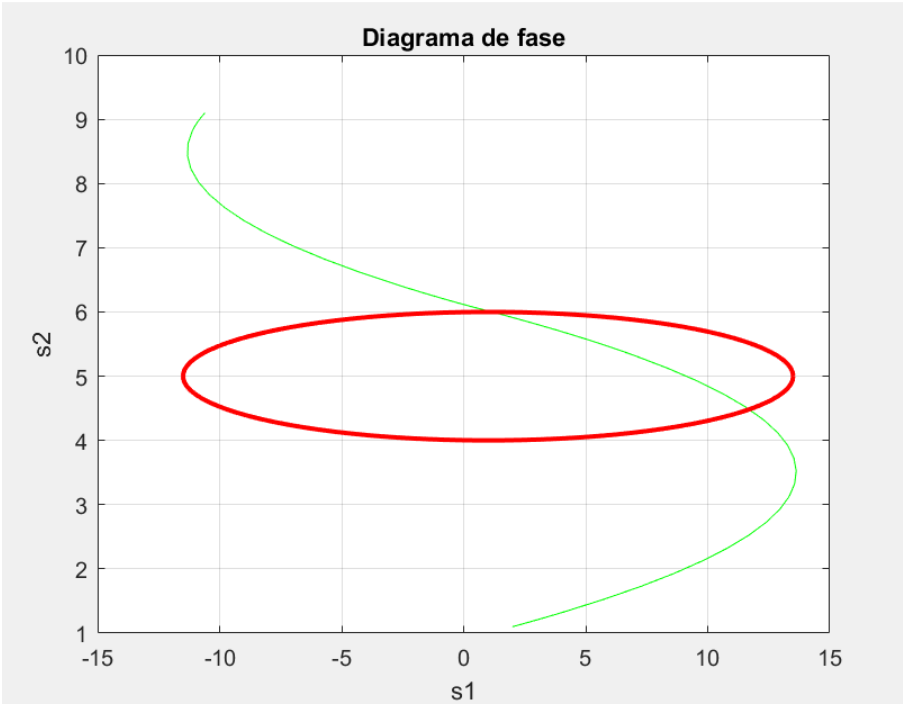
5.1.3.3 *Twisting con ganancias adaptables*

Tabla 5 Parámetros Twisting y Twisting con ganancias adaptables

Parámetro	Valor
Twisting	
c_1	3
c_2	6
Twisting Adaptativo	
a	2×10^{-3}
b	2×10^{-3}
$\alpha *$	100
ω	$10\sqrt{2}$
ξ	5
u	1
α_{min}	100×10^{-1}
Superficie	

α_1	1
α_2	1
Tiempo de simulación 80 [s]	
Tiempo de muestreo 1 [ms]	
Elipse en el Diagrama de Fase	
Semieje mayor	12.5
Semieje menor	1

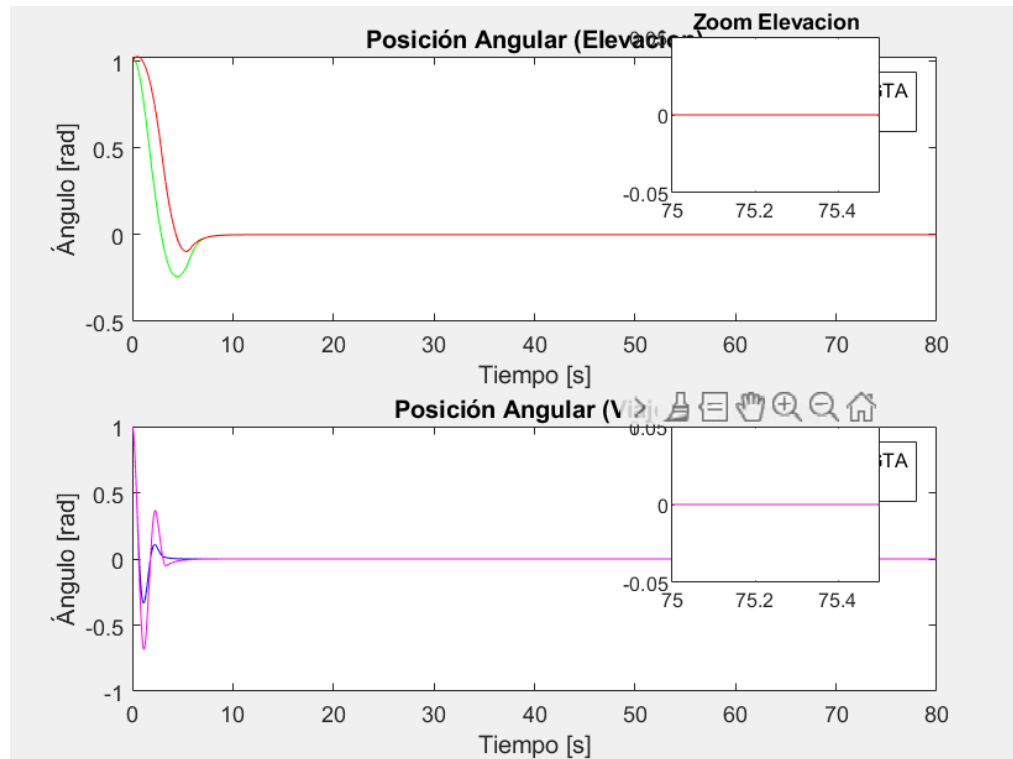
Ilustración 10 Diagrama de fase para Twisting adaptativo



En la Ilustración 10 se presenta el diagrama de fase del sistema controlado mediante el algoritmo Twisting Adaptativo (TA). Las curvas verdes representan las trayectorias de las superficies de deslizamiento s_1 y s_2 en el espacio de fase y la elipse roja indica la región crítica de estabilidad, dominio dentro del cual las superficies de deslizamiento deben mantenerse para asegurar la estabilidad del sistema, lo que nos permite una mejor

visualización de cómo el controlador TA estabiliza el sistema, asegurando que las oscilaciones iniciales se atenúan y las trayectorias convergen hacia el origen; también demuestra la efectividad del controlador TA en mantener la estabilidad del sistema, con parámetros que aseguran una respuesta rápida y controlada.

Ilustración 11 Posición angular de elevación y viaje Twisting y Twisting adaptativo

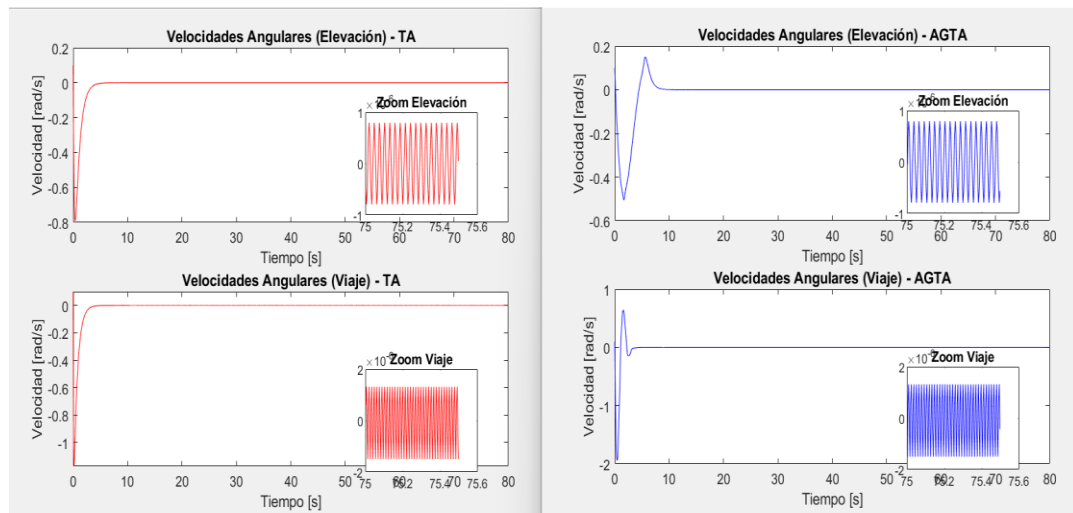


La gráfica superior muestra la respuesta en elevación de un sistema controlado mediante dos algoritmos: Twisting (en verde) y Twisting Adaptativo (AGTA) (en rojo). Se observa que ambos algoritmos logran estabilizar el ángulo de elevación alrededor de 0 radianes, pero con diferencias significativas en su comportamiento dinámico. El Twisting Adaptativo presenta una respuesta más rápida y menos oscilatoria en comparación con el Twisting convencional. En el zoom insertado, se puede apreciar que el Twisting Adaptativo ofrece una convergencia más precisa y estable, con menor amplitud de oscilaciones

residuales, lo que indica una mejor capacidad de rechazo de perturbaciones y adaptación a las condiciones cambiantes del sistema.

En la gráfica inferior, que representa la respuesta en el ángulo de viaje, se visualizan las respuestas para los mismos algoritmos, con Twisting (en azul) y Twisting Adaptativo (en morado). Similar al comportamiento observado en elevación, el Twisting Adaptativo logra una estabilización más rápida y con menos oscilaciones que el Twisting convencional. Las oscilaciones iniciales son más pronunciadas en el caso del Twisting, mientras que el Twisting Adaptativo muestra una atenuación más eficiente de estas oscilaciones, alcanzando la posición deseada con mayor suavidad. Esto refuerza la ventaja del algoritmo adaptativo en términos de rendimiento y estabilidad, especialmente en sistemas con alta sensibilidad a perturbaciones externas.

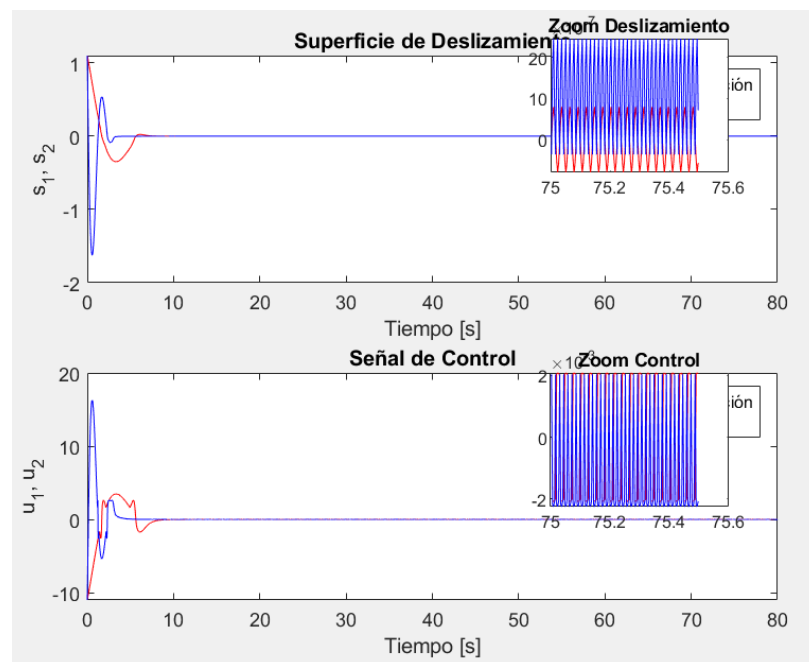
Ilustración 12 Velocidad angular de elevación y viaje con Twisting y Twisting adaptativo



El comportamiento de las velocidades angulares de los ángulos de "Elevación" y "Viaje" muestra diferencias claras entre los algoritmos Twisting Adaptativo (TA) y Twisting Adaptativo con Ganancias Adaptables (AGTA). En ambos ángulos, el

"chattering" es prominente con el TA, presentando oscilaciones constantes y de mayor amplitud, lo que indica un mayor esfuerzo de control y posibles efectos adversos en la planta. En contraste, el AGTA logra una estabilización más suave y rápida, con oscilaciones significativamente menores, lo que sugiere una mejor adaptación de las ganancias. El algoritmo AGTA reduce la magnitud del "chattering" y proporciona una respuesta más eficiente y estable del sistema.

Ilustración 13 Superficie y señal de elevación y viaje de Twisting y Twisting adaptativo

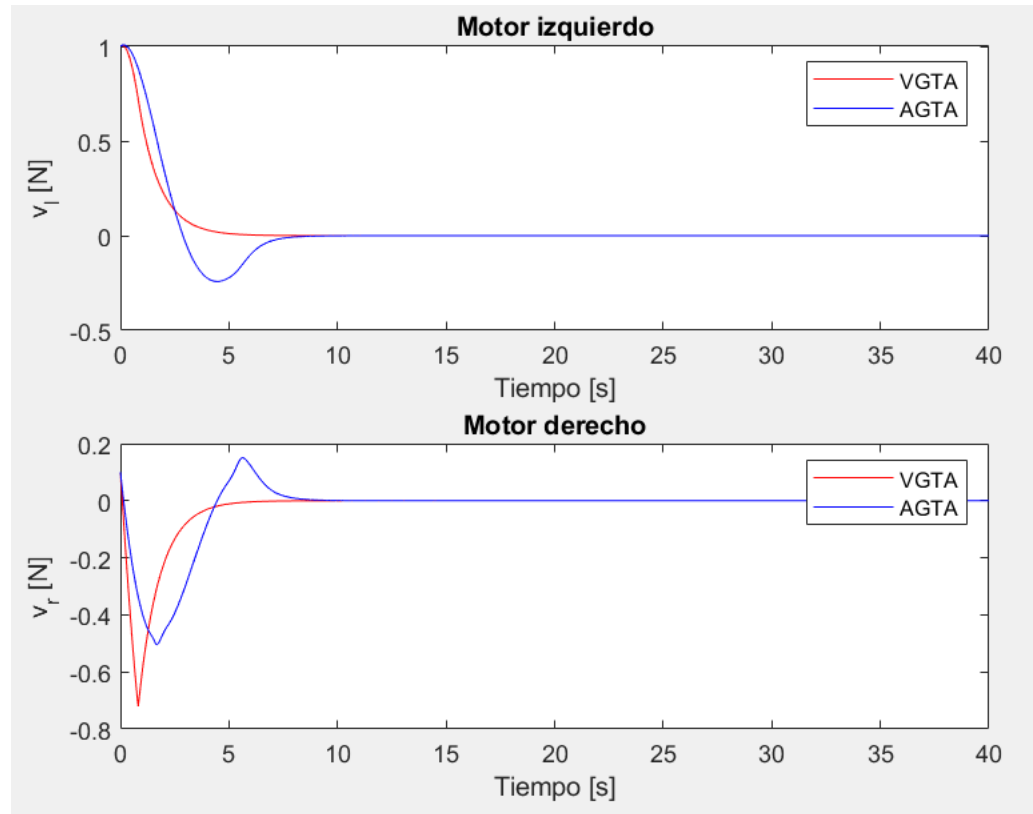


La gráfica de la superficie de deslizamiento muestra cómo los ángulos de "Elevación" y "Viaje" se comportan bajo los controladores TA y AGTA. La superficie de deslizamiento (s_1 y s_2) se estabiliza más rápido con el controlador AGTA (en azul) en comparación con el TA (en rojo). Esto se observa claramente en la gráfica donde las oscilaciones del controlador TA tardan más en reducirse y en alcanzar un estado estable. En la zona de zoom, se puede ver un "chattering" más pronunciado en el controlador TA,

lo que indica una mayor cantidad de oscilaciones cerca del punto de equilibrio, mientras que el controlador AGTA logra una estabilización más suave y rápida.

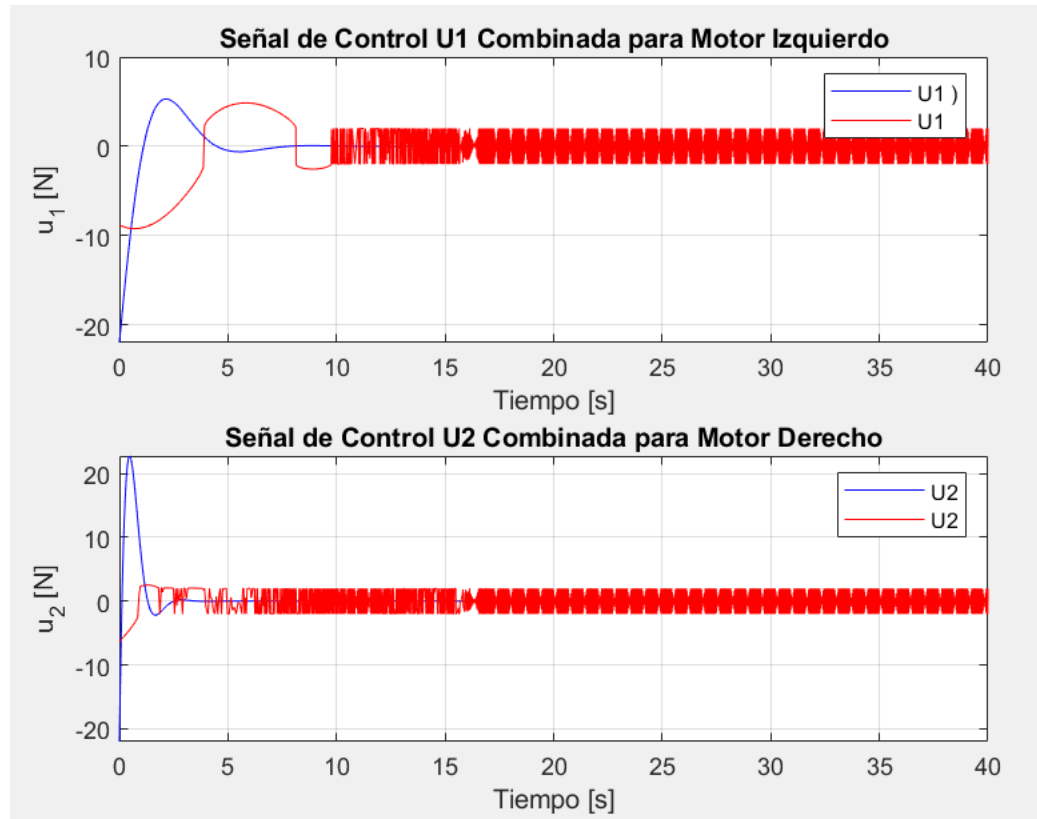
En cuanto a la señal de control, se observa que el controlador AGTA (en azul) requiere una menor magnitud de esfuerzo de control en comparación con el TA (en rojo) después de los primeros instantes de la simulación. Al inicio, ambas señales tienen un comportamiento similar, pero a medida que el sistema se estabiliza, la señal del AGTA se mantiene dentro de un rango más reducido, lo que demuestra una mayor eficiencia en la utilización de los recursos del sistema. En la zona de zoom de la señal de control, se puede apreciar que el TA sigue presentando oscilaciones más marcadas, mientras que el AGTA logra mantener una señal de control más constante y menos oscilatoria. Esto sugiere que el AGTA es más efectivo en mantener la estabilidad del sistema con menos esfuerzo de control, reduciendo así el "chattering" y mejorando el rendimiento general.

Ilustración 14 Señal de control combinada con ganancias variables y adaptables con Twisting con ganancias variables y Twisting adaptativo



La gráfica muestra las señales de control para los motores izquierdo y derecho utilizando dos estrategias de control: VGTA (en rojo) y AGTA (en azul). Se observa que ambas estrategias inician con una alta variabilidad en la señal de control durante los primeros segundos, reflejando la adaptación inicial del sistema para alcanzar la estabilidad. En el motor izquierdo, la señal de control de AGTA se estabiliza ligeramente más rápido y con menos fluctuaciones que la de VGTA, indicando una respuesta más suave y eficiente. Para el motor derecho, aunque ambas estrategias muestran un comportamiento similar, AGTA mantiene una señal de control más constante y con menos oscilaciones en comparación con VGTA. Estos resultados sugieren que la estrategia AGTA ofrece una mejor estabilidad y un control más eficiente, reduciendo las oscilaciones iniciales y manteniendo una señal más constante, lo cual es crucial para el rendimiento óptimo del sistema.

Ilustración 15 Señal de control combinada con ganancias variables y adaptables Super Twisting con ganancias variables y Twisting adaptativo



se puede observar la comparación entre las señales de control generadas por dos versiones del algoritmo Super Twisting Algorithm (STA) para los motores izquierdo y derecho. La señal en rojo corresponde a una implementación del control STA con ganancias variables (VGSTA), mientras que la señal en azul corresponde a una implementación del control STA con ganancias adaptativas (AGTA).

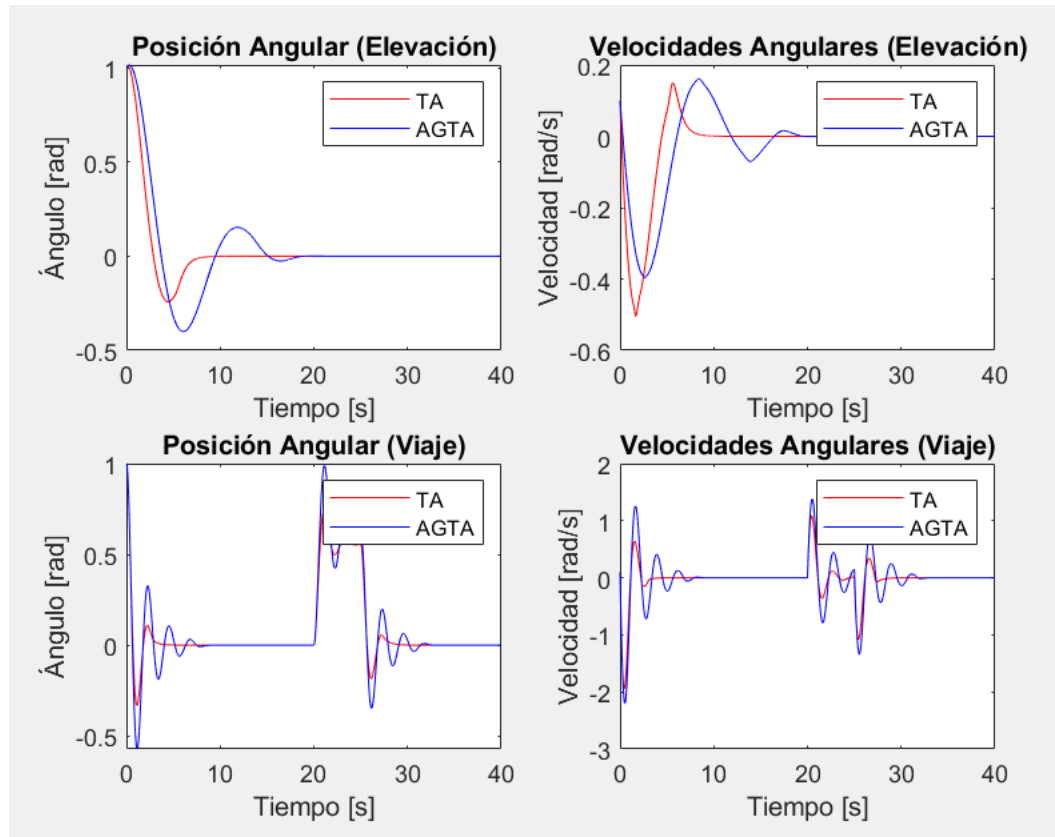
Para el motor izquierdo (U1), se puede observar que ambas señales logran estabilizarse después de un periodo inicial de oscilaciones. Sin embargo, la señal VGSTA (rojo) presenta una mayor cantidad de "chattering" en comparación con la señal AGTA (azul), lo que podría indicar una mayor sensibilidad a perturbaciones y ruido en la versión

de control con ganancias variables. Esto es visible en la persistencia de pequeñas oscilaciones en la señal roja después de los primeros 10 segundos.

Para el motor derecho (U2), las señales de control muestran un comportamiento similar. La señal VGSTA (rojo) presenta más chattering en comparación con la señal AGTA (azul). A pesar de esto, ambas señales logran llevar el sistema a una condición de estabilidad tras los primeros segundos de la simulación, aunque con diferentes niveles de suavidad y precisión.

La implementación AGTA del algoritmo STA tiene una mejor capacidad de amortiguación de las oscilaciones y reduce significativamente el chattering en comparación con la implementación VGSTA, lo cual es crucial para aplicaciones prácticas donde la suavidad y precisión del control son fundamentales. La diferencia en el comportamiento se debe a las características inherentes de cada versión del algoritmo de control y sus parámetros de ajuste. Esto sugiere que la versión AGTA podría ser más adecuada para aplicaciones donde se requiera un control más preciso y menos susceptible a ruidos y perturbaciones.

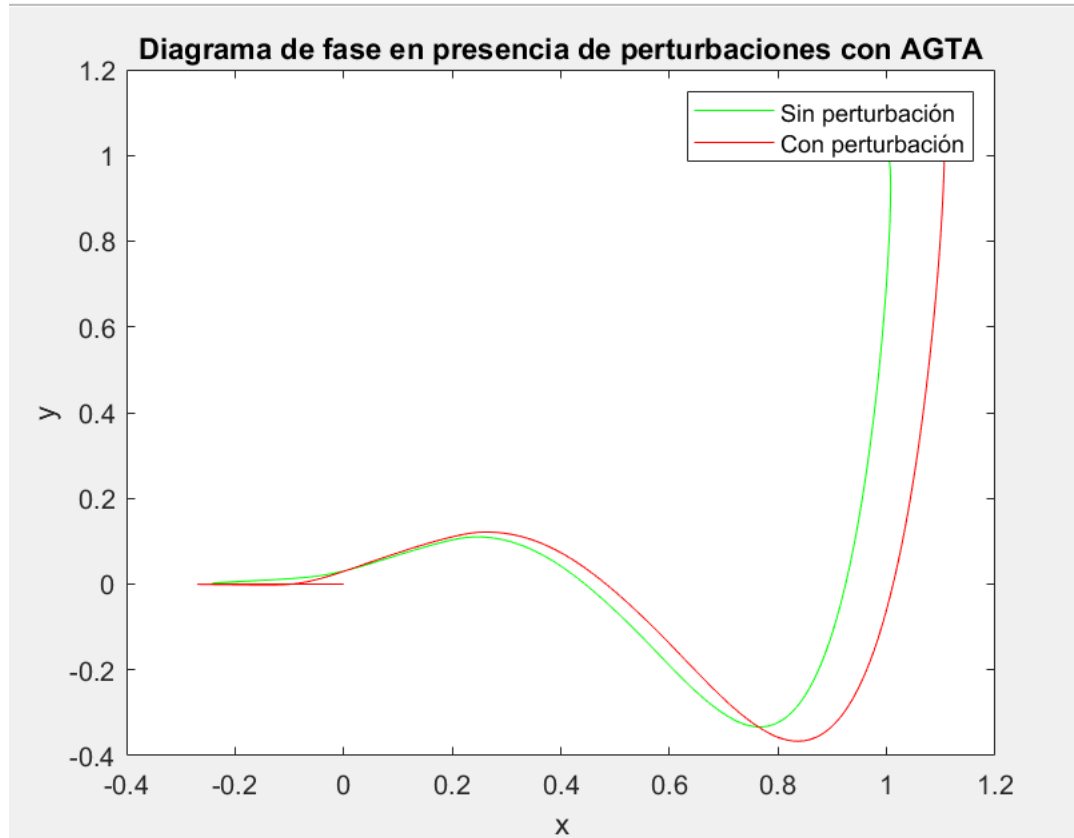
Ilustración 16 Posición y velocidad angular de elevación y viaje para Twisting y Twisting adaptativo



Las posiciones y velocidades angulares de 'Elevación' y 'Viaje' bajo la influencia de una perturbación presentan diferencias significativas entre el algoritmo Twisting Adaptativo (TA) y el Algoritmo Generalizado de Twisting Adaptativo (AGTA). Para el ángulo de 'Elevación', el TA muestra una respuesta inicial más rápida, pero con mayores oscilaciones antes de estabilizarse, mientras que el AGTA logra una estabilización más suave. En el caso del 'Viaje', ambas estrategias experimentan oscilaciones debido a la perturbación, pero el AGTA consigue una recuperación más controlada y rápida hacia el estado estable. Las velocidades angulares reflejan estas diferencias, con el AGTA mostrando una disminución en la amplitud de las oscilaciones y una mayor rapidez para alcanzar la estabilidad. En términos generales, el AGTA proporciona un mejor rendimiento

en estabilidad y reduce el 'chattering' en comparación con el TA, lo que lo hace más adecuado para sistemas sujetos a perturbaciones.

Ilustración 17 Diagrama de fase Twisting adaptativo con perturbación



La perturbación provoca un desvío significativo en la trayectoria, indicando la sensibilidad del sistema a perturbaciones externas. Sin embargo, el sistema eventualmente se estabiliza y regresa a una trayectoria similar a la original, lo que demuestra la eficacia del controlador AGTA en mitigar los efectos de perturbaciones y mantener la estabilidad del sistema a largo plazo. Este comportamiento resalta la robustez del controlador AGTA frente a perturbaciones, asegurando una operación estable del sistema.

6. Presupuesto

La tabla de presupuesto detalla los costos asociados a diversos conceptos necesarios para el proyecto. Los conceptos incluyen el uso de un PC portátil (3,000,000 COP), un USB (50,000 COP), y licencias de software, específicamente Matlab por un año (1,000,000 COP) y Office por un año (360,000 COP). Además, se incluye el costo de la asesoría del director, presupuestada en 21 horas a un precio unitario de 100,000 COP por hora, sumando un total de 2,100,000 COP. El presupuesto también contempla un rubro adicional de 200,000 COP y un imprevisto de 1,342,000 COP. El total general del presupuesto asciende a 8,052,000 COP. Este análisis muestra una distribución clara de los costos, destacando que la asesoría del director es el gasto más significativo después de la compra del PC portátil.

Tabla 6 Presupuesto

PRESUPUESTO					
TIPO DE CONSUMIBLE	CONCEPTO	UNIDAD	PRECIO UNITARIO (COP)	CANTIDAD	PRECIO TOTAL COP
MATERIAL	PC PORTATIL	1	\$ 3.000.000,00	1	\$ 3.000.000,00
	USB	1	\$ 50.000,00	1	\$ 50.000,00
SOFTWARE	LICENCIA MATLAB	AÑOS	\$ 1.000.000,00	1	\$ 1.000.000,00
	LICENCIA OFFICE	AÑOS	\$ 360.000,00	1	\$ 360.000,00
RECURSOS HUMANOS	ASESORIA DIRECTOR	HORAS	\$ 100.000,00	21	\$ 2.100.000,00
TRANSPORTE					\$ 200.000,00
IMPREVISTOS DEL 20%					\$ 1.342.000,00
TOTAL					\$ 8.052.000,00

- SOFTWARE Y LICENCIAS: MATLAB, Office.
- TRANSPORTE: Los viajes necesarios al ir a la realización de la tesis.
- PRESENTACION DE RESULTADOS: Libro
- OTROS GASTOS: Imprevistos.

7. Resultados

Se evaluó y comparo cuatro estrategias de control diferentes para el helicóptero 3GDL (Helibot 3DOF): Twisting Adaptativo (TA), Super Twisting Algorithm (STA), Algoritmo Generalizado de Twisting Adaptativo (AGTA) y Super Twisting con Ganancias Variables (VGSTA). Cada estrategia se analizo en términos de estabilidad y chattering, proporcionando una evaluación integral que permitió determinar la mejor opción para mejorar el desempeño del Helibot.

Tabla 7 Resultados de estabilidad y chattering

ESTRATEGIA DE CONTROL	ESTABILIDAD (s)	CHATTERING
AGTA	6	0.20
VGSTA	6,5	0.25
STA	6,5	0.30
TA	7	0.50

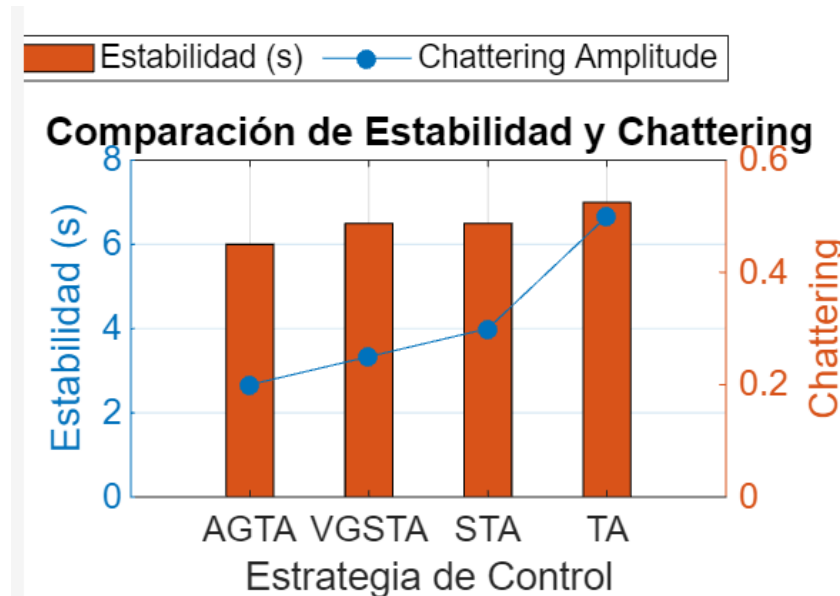
- Análisis de Estabilidad

La estabilidad se refiere al tiempo que tarda el sistema en alcanzar una condición estable después de ser perturbado. Los datos muestran que la estrategia AGTA ofrece la mejor estabilidad, alcanzando un estado estable en 6 segundos. Le sigue VGSTA y STA con 6.5 segundos, mientras que TA tiene la menor estabilidad con 7 segundos.

- Análisis de Chattering

El "chattering" es un fenómeno indeseado de oscilación de alta frecuencia que puede ocurrir en los sistemas controlados por modos deslizantes. AGTA muestra la menor amplitud de chattering con un valor de 0.20, indicando un control más suave y menos perturbador. VGSTA y STA tienen valores de 0.25 y 0.30 respectivamente, mostrando mejoras en comparación con TA, que presenta la mayor amplitud de chattering con 0.50.

Ilustración 18 Estabilidad y chattering AGTA, VGSTA, STA y TA



- Eficiencia del AGTA

El AGTA demuestra ser la estrategia más eficiente, proporcionando la mejor estabilidad y la menor amplitud de chattering. Esto es especialmente importante ya que la precisión y la suavidad del control son cruciales.

- Comparación entre VGSTA y STA

Aunque VGSTA y STA muestran resultados similares en términos de estabilidad, VGSTA ofrece una ligera ventaja en la reducción del chattering, gracias a su esquema de ganancias variables.

- Limitaciones del TA

El TA, aunque efectivo, presenta la mayor amplitud de chattering y la menor estabilidad, lo que puede limitar su uso en aplicaciones más exigentes.

8. Conclusiones

Esta tesis se enfocó en la creación y desarrollo de una estrategia de control por modos deslizantes para un helicóptero experimental con tres grados de libertad (3DOF), conocido como Helibot. Durante la investigación, se alcanzaron importantes avances en modelado, diseño de controladores y validación numérica. A continuación, se presentan las principales conclusiones obtenidas:

- Desarrollo del Modelo Matemático:
 - ✓ Se logró Elegir un modelo matemático preciso de la dinámica de vuelo del Helibot 3DOF. Este modelo incluyó las ecuaciones dinámicas y por consiguiente de posición y velocidad para los ángulos de elevación, cabeceo y viaje, permitiendo una comprensión detallada del comportamiento dinámico del sistema.
 - ✓ La caracterización de los motores y la determinación de las constantes de fuerza de empuje fueron esenciales para obtener un modelo realista y aplicable en las simulaciones y pruebas de control.
- Diseño de la Estrategia de Control:
 - ✓ Se diseñaron y compararon diferentes estrategias de control de modos deslizantes, incluyendo el algoritmo Super Twisting y su variante adaptativa con ganancias variables. Estos controladores mostraron ser efectivos para mejorar la estabilidad y precisión del Helibot.
 - ✓ El uso de controladores de modos deslizantes permitió mitigar el fenómeno de "chattering", una de las principales limitaciones en el control de sistemas no lineales. La implementación del algoritmo Super Twisting con ganancias

adaptativas demostró una notable reducción del chattering y una mejora en la respuesta del sistema.

- Validación Numérica:
 - ✓ Basado en el análisis de los datos, el Algoritmo Generalizado de Twisting Adaptativo (AGTA) es la mejor opción para el control del Helibot 3DOF. Ofrece una estabilidad superior y la menor amplitud de chattering, lo que se traduce en un control más preciso y suave. Las mejoras introducidas por las estrategias VGSTA y STA son significativas, pero no alcanzan el rendimiento del AGTA. El TA, aunque útil, queda por detrás en términos de rendimiento global.
 - ✓ Las pruebas numéricas confirmaron que los controladores diseñados son capaces de estabilizar el Helibot bajo diversas condiciones operativas. Las simulaciones mostraron que el sistema alcanza el equilibrio en tiempos razonablemente cortos y con oscilaciones mínimas.
 - ✓ Se observó que los controladores adaptativos ofrecieron una mejor performance en términos de respuesta rápida y robustez frente a perturbaciones externas, en comparación con los controladores de ganancias fijas.
- Aplicaciones:
 - ✓ La estrategia de control diseñada puede ser adaptada y aplicada en otros sistemas aéreos con características similares.
 - ✓ La modularidad del Helibot permite su uso en diferentes escenarios de experimentación, haciendo posible la implementación de nuevas estrategias

de control y la integración de sensores y actuadores adicionales para mejorar su funcionalidad y precisión.

- Recomendaciones para Trabajos Futuros:
 - ✓ Se recomienda la implementación física de los controladores en el Helibot para validar los resultados numéricos obtenidos y evaluar el desempeño del sistema en condiciones reales de operación.
 - ✓ Es esencial continuar con el desarrollo de algoritmos de control avanzados que puedan adaptarse a cambios en las condiciones operativas y a la presencia de incertidumbres en el modelo del sistema.
 - ✓ La integración de técnicas de aprendizaje automático y optimización en el diseño de controladores podría ofrecer mejoras adicionales en la eficiencia y robustez del sistema de control del Helibot.
- Contribuciones al Campo de la Ingeniería de Control:
 - ✓ Esta tesis contribuye al avance del conocimiento en el campo de la ingeniería de control y la dinámica de sistemas, demostrando la efectividad de los controladores de modos deslizantes en aplicaciones de sistemas aéreos no tripulados.
 - ✓ Los resultados obtenidos proporcionan una base sólida para el desarrollo de nuevas tecnologías y estrategias de control que puedan ser aplicadas en una amplia gama de sistemas dinámicos complejos.

Referencias Bibliográficas

Acevedo, H. (2019). DISEÑO DE UN CONTROLADOR LQG PARA UN HELICOPTERO.

DISEÑO DE UN CONTROLADOR LQG PARA UN HELICOPTERO, 1-9.

Carlos"duardo*, A. C. (2015). Introduccion a los compensadores en sistemas dinamicos de control. 0-2.

Feedback, F. e. (s.f.). *Control of Dynamic Systems, 5° edición. Ed. Prentice Hall*. ver Sección 3.8 (pp. 139-141) "Obtaining Models from Experimental Data".

Gonzales, O. (6 de Agosto de 2010). *Brico geek*. Obtenido de Brico geek:

<https://blog.bricogeek.com/noticias/robotica/helibot-3-dof-de-la-universidad-industrial-de-santander-colombia/>

GONZALEZ, H. (28 de septiembre de 2018). *redalyc*. Obtenido de redalyc:

<https://www.redalyc.org/journal/6078/607866567006/html/>

Ogata, K. (2017). *Ingenieria de control moderna tercera edicion*. Pearson.

Paul H. Lewis, C. Y. (1999). *Sistemas de control en Ingenieria*. Pearson Educación, 1999.

Sarasola, A. F. (2007). Control de los sistemas continuos. En A. F. Sarasola, *Control de los sistemas continuos* (págs. 476-477). Ediciones de la Universidad de Oviedo.

VALDÉS, S. C. (2018).

ZARATE, D. C. (s.f.). *Control por modos deslizantes para sistemas implicitos*. Politecnico Nacional, Mexico.

Bartolini, G., Ferrara, A., & Usai, E. (1998). Chattering avoidance by second-order sliding mode control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(2), 241-246.

Bouabdallah, S., & Siegwart, R. (2007). Full control of a quadrotor. In *Intelligent robots and systems (IROS 2007)*. IEEE/RSJ International Conference on, pp. 153-158.

Castillo, P., Lozano, R., & Dzul, A. E. (2005). Modelling and control of mini-flying machines. Springer Science & Business Media.

Furuta, K. (1993). Sliding mode control of a discrete system. *Systems & Control Letters*, 14(2), 145-152.

Haddad, W. M., & Chellaboina, V. (2008). Nonlinear dynamical systems and control: A Lyapunov-based approach. Princeton University Press.

Levant, A. (1993). Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, 58(6), 1247-1263.

Levant, A. (2005). Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International journal of control*, 76(9-10), 924-941.

Slotine, J. J. E., & Li, W. (1991). Applied nonlinear control. Prentice-Hall.

Utkin, V. I. (1977). Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(2), 212-222.

Wang, Y., & Elia, N. (2011). Control of linear systems with limited controller computational capacity. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 56(5), 1144-1157.

Yuan, Q., & Agrawal, S. K. (2002). Effects of different control methods on the performance of a 3-DOF helicopter. *Control Engineering Practice*, 10(5), 543-555.

Lista de Apéndice

Apéndice A Parámetros y funciones MATLAB

```

clear all;
clc;
% Parámetros del sistema
Mh = 1.25; % kg
Ma = 0.177; % kg
Mw = 1.319; % kg
L = 1.62; % m
la = 0.95;
Lw = 0.62;
lh = 0.22; % m
Jtheta = 0.04794; % kgm^2
Je = 10.213; % Nm
J0 = 0.769; % kgm^2
theta0 = 0.45;
Radio = 0.1; % m
Rho = 1.23; % kg/m^3
gravedad = 9.8; % m/s^2
Kt = 0.00767;
Kf = 0.69;
Kp = 0.65; %N
Pi = pi; % Constante matemática
% Punto de equilibrio
THETA, PHI, PSI, DTHETA, DPHI, DPSI = 0;
X2 = DTHETA;
X4 = DPHI;
X6 = DPSI;
X1 = THETA;
X3 = PHI;
X5 = PSI;
% sub control
a = (la * Kp) / Jtheta;
b = (la * Kf) / Je;
c = g * (Mw * Lw - la * Mh) / Je;
d = (lh * Kf) / Jtheta;
% Matrices de estado
C = [1 0 0 0 0 0;
0 1 0 0 0 0;
0 0 1 0 0 0];

A = [0 1 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0;
0 0 0 1 0 0;
0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 1;
0 0 -la*Kp/Jtheta*cos(X3) 0 0 0];

B = [0 0;
la*Kf/Je 0;
0 0;
0 lh*Kf/J0];

```

```

0 0;
0 0];

% Parámetros de control Super Twisting Variable (VGSTA)
delta_vgsta = 0.001;
beta_vgsta = 0.1;
epsilon_vgsta = 0.05;
k3_vgsta = 10;
K1 = 1;
alpha1 = 1;
alpha2 = 1;
% Parámetros de control Twisting Adaptativo
a_ta = 2 * 10^(-3); % Ajusta este valor para cambiar el tamaño del círculo
b_ta = 2 * 10^(-3);
alpha_starr = 100;
omegaa = 10 * sqrt(2);
xi = 5;
mu = 1;
alphaa_min = 1.2 * 10^(-1);
% Parámetros de control Twisting
c1_t = 2;
c2_t = 1;
alpha1 = 1;
alpha2 = 1;
% Parámetros de control para Twisting (TA)
c1 = 3;
c2 = 6; % Función: control_twisting_3gdl

% Simulación utilizando ode45
[t, x] = ode45(@(t, x) helibot_dynamics(t, x, A, B, alpha1, alpha2, k1, k2, K1),
tspan, x0);

% Simulación utilizando ode45 para STA
[t_sta, x_sta] = ode45(@(t, x) helibot_dynamics(t, x, A, B, alpha1, alpha2, k1_sta,
k2_sta, k3_sta, delta_vgsta, beta_vgsta, epsilon_vgsta, K1, 'sta'), tspan, x0);

% Simulación utilizando ode45 para VGSTA
[t_vgsta, x_vgsta] = ode45(@(t, x) helibot_dynamics(t, x, A, B, alpha1, alpha2,
k1_sta, k2_sta, k3_vgsta, delta_vgsta, beta_vgsta, epsilon_vgsta, K1, 'vgsta'),
tspan, x0);
function [u1, u2, u3] = control_twisting_3gdl(x, c1, c2, c3)
    s1 = x(2) + x(1);
    s2 = x(4) + x(3);
    s3 = x(6) + x(5);
    u1 = -c1 * sign(s1);
    u2 = -c2 * sign(s2);
    u3 = -c3 * sign(s3);
end

% Simulación utilizando ode45 para AGTA
options = odeset('RelTol',1e-6,'AbsTol',1e-6); % Opciones de integración para mejorar
la precisión
[t_agta, x_agta] = ode45(@(t, x) helibot_dynamics_agta(t, x, A, B, a_ta, b_ta,
alpha_star, omega, xi, mu, alpha_min), tspan, x0, options);

```

```
% Simulación utilizando ode45 para TA
```

```
[t_ta, x_ta] = ode45(@(t, x) helibot_dynamics_ta(t, x, A, B, c1, c2), tspan, x0, options);
```

```
% Función: control_twisting_adaptativo_3gdl
```

```
function [u1, u2, u3] = control_twisting_adaptativo_3gdl(x, a, b, alpha_star, omega, xi, mu, alpha_min)
```

```
    s1 = x(2) + x(1);
```

```
    s2 = x(4) + x(3);
```

```
    s3 = x(6) + x(5);
```

```
    alpha1 = max(alpha_min, alpha_star * exp(-omega * abs(s1)^mu));
```

```
    alpha2 = max(alpha_min, alpha_star * exp(-omega * abs(s2)^mu));
```

```
    alpha3 = max(alpha_min, alpha_star * exp(-omega * abs(s3)^mu));
```

```
    u1 = -a * sign(s1) - b * sqrt(abs(s1)) * sign(s1) - alpha1 * s1;
```

```
    u2 = -a * sign(s2) - b * sqrt(abs(s2)) * sign(s2) - alpha2 * s2;
```

```
    u3 = -a * sign(s3) - b * sqrt(abs(s3)) * sign(s3) - alpha3 * s3;
```

```
end
```

```
% Función: control_super_twisting_3gdl (STA)
```

```
function [u1, u2, u3] = control_super_twisting_3gdl(x, k1, k2, k3)
```

```
    s1 = x(2) + x(1);
```

```
    s2 = x(4) + x(3);
```

```
    s3 = x(6) + x(5);
```

```
    u1 = -k1 * sign(s1) - k2 * sqrt(abs(s1)) * sign(s1);
```

```
    u2 = -k1 * sign(s2) - k2 * sqrt(abs(s2)) * sign(s2);
```

```
    u3 = -k1 * sign(s3) - k2 * sqrt(abs(s3)) * sign(s3);
```

```
end
```

```
% Función: control_vgta_3gdl (VGTA)
```

```
function [u1, u2, u3] = control_vgta_3gdl(x, alpha1, alpha2, alpha3, k1, k2, k3, K1)
```

```
    s1 = x(2) + K1 * x(1);
```

```
    s2 = x(4) + K1 * x(3);
```

```
    s3 = x(6) + K1 * x(5);
```

```
    u1 = -alpha1 * sign(s1) - k1 * sqrt(abs(s1)) * sign(s1);
```

```
    u2 = -alpha2 * sign(s2) - k2 * sqrt(abs(s2)) * sign(s2);
```

```
    u3 = -alpha3 * sign(s3) - k3 * sqrt(abs(s3)) * sign(s3);
```

```
end
```

```
% Función: helibot_dynamics_agta_3gdl
```

```
function dx = helibot_dynamics_agta_3gdl(t, x, A, B, a, b, alpha_star, omega, xi, mu, alpha_min)
```

```
    [u1, u2, u3] = control_twisting_adaptativo_3gdl(x, a, b, alpha_star, omega, xi, mu, alpha_min);
```

```
    U = [u1; u2; u3];
```

```
    dx = A * x + B * U;
```

```
    dx = dx(:);
```

```
end
```

```
% Función: helibot_dynamics_ta_3gdl
```

```
function dx = helibot_dynamics_ta_3gdl(t, x, A, B, c1, c2, c3)
```

```
    [u1, u2, u3] = control_twisting_3gdl(x, c1, c2, c3);
```

```
    U = [u1; u2; u3];
```

```
    dx = A * x + B * U;
```

```
    dx = dx(:);
```

```
end
```

```
% Función: helibot_dynamics_sta_3gdl
function dx = helibot_dynamics_sta_3gdl(t, x, A, B, k1, k2, k3)
    [u1, u2, u3] = control_super_twisting_3gdl(x, k1, k2, k3);
    U = [u1; u2; u3];
    dx = A * x + B * U;
    dx = dx(:);
end

% Función: helibot_dynamics_vgta_3gdl
function dx = helibot_dynamics_vgta_3gdl(t, x, A, B, alpha1, alpha2, alpha3, k1, k2,
k3, K1)
    [u1, u2, u3] = control_vgta_3gdl(x, alpha1, alpha2, alpha3, k1, k2, k3, K1);
    U = [u1; u2; u3];
    dx = A * x + B * U;
    dx = dx(:);
end
```