

Un experimento de enseñanza sobre el pensamiento aleatorio en tercer grado de Educación
Básica Primaria basado en el Método Singapur

Ingri Tatiana Blanco Falcón

Trabajo de Grado para Optar al Título de Licenciada en Educación Básica Primaria

Directora

Jenny Patricia Acevedo-Rincón

Doctora en Educación

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias Humanas

Escuela de Educación

Licenciatura en Educación Básica Primaria

Bucaramanga

2024

Dedicatoria

A mis padres, Lucila y Arturo, a quienes admiro con todo mi ser por las enseñanzas que me han dado desde pequeña, inculcándome principios y amor hacia Dios, siendo esto lo que ha hecho de mí la persona que hoy en día soy. Por darme las bases necesarias a través del apoyo y del amor para luchar cada día por mis metas, las cuales siempre serán también de ellos.

Con mucho amor para mis ejemplos a seguir.

Agradecimientos

A Dios, por poner en mi camino la vocación de maestra y por permitirme cumplir una meta más llena de experiencias maravillosas.

A mis padres, por enseñarme que a pesar de los obstáculos que existan en el camino, se debe persistir hasta lograr ser feliz.

A mi hermano Andrés, por brindarme su cariño y ayuda cuando lo necesito.

A mi hermanito Esteban, que con su sonrisa alegra mi vida, por motivarme a seguir adelante diariamente con cada muestra de cariño.

A mi amada alma mater, la UIS por abrirme las puertas para poder cumplir mi sueño anhelado desde pequeña, ser maestra.

A la profesora Jenny Acevedo, quien con su dedicación y amor por la enseñanza ha contribuido en mi proceso como profesional.

A mis demás profesores de carrera, por cada enseñanza brindada, que sin duda alguna son aportes significativos en mi formación.

A la Institución Educativa Técnico Dámaso Zapata, por haberme permitido realizar mis prácticas y trabajo de grado allí.

A mis primeros estudiantes, por permitirme aprender de ellos en todo momento, logrando reafirmar mi amor por la docencia.

A todas aquellas personas que Dios ha puesto en mi camino en diferentes momentos de mi vida y las cuales me han apoyado.

Al semillero STEAM+H, por permitirme aprender y valorar la importancia que tiene el proceso investigativo en la Educación.

Tabla de contenido

Introducción	12
Capítulo 1. Problema de investigación.....	14
1.1 Descripción y planteamiento del problema.....	14
1.2 Justificación	16
1.3 Objetivos.....	20
Capítulo 2. Referentes teóricos y conceptuales	21
2.1 Antecedentes.....	21
2.1.1 Resolución de problemas y pensamiento aleatorio.....	21
2.2.2 Método Singapur y pensamientos matemáticos.....	27
2.2 Marco teórico.....	30
2.2.1 Pensamiento aleatorio	31
2.2.2 La resolución de problemas	33
2.2.3 Método Singapur.....	36
Capítulo 3. Aspectos metodológicos	43
3.1 Método	43
3.2 Participantes.....	44
3.3 Técnicas e instrumentos.....	45
3.4 Descripción del proceso metodológico.....	48
3.4.1 Fase I. Revisión de la literatura.....	49
3.4.2 Fase II. Caracterización del marco teórico	49
3.4.3 Fase III. Preparación del experimento de enseñanza.....	49

3.4.4 Fase IV. Experimentación.....	50
3.4.5 Fase V. Análisis retrospectivo de los datos	51
3.4.6 Fase VI. Estructuración del informe	53
Capítulo 4. Experimento de enseñanza.....	54
4.1 Preparación del experimento.....	54
4.1.1 Organización de datos en gráficos estadísticos.....	56
4.1.2 Interpretación de datos	66
4.1.3 Posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de eventos	71
4.2 Experimentación	78
4.3 Análisis retrospectivo.....	85
4.3.1 Transición de registros concretos a pictóricos (C-P)	86
4.3.1.2 C-P en pictograma.....	92
4.1.3.3 C-P en diagrama de barras.	102
4.1.3.4 C-P en probabilidad.	109
4.3.2 Transición de lo pictórico a lo abstracto (P-A).....	113
Capítulo 5. Conclusiones	120
Capítulo 6. Recomendaciones	123
Referencias bibliográficas	124
Apéndices.....	134

Lista de Tablas

Tabla 1. Primer problema (Parte A). Observación y conteo de imágenes a tabla de frecuencia .	57
Tabla 2. Primer problema (Parte B). Transición de tabla de frecuencia a diagrama de barras....	61
Tabla 3. Segundo problema. Tránsito de una tabla de frecuencia a un pictograma.....	64
Tabla 4. Primer Problema (Parte C).....	67
Tabla 5. Tercer problema.....	69
Tabla 6. Cuarto y quinto problema	72
Tabla 7. Síntesis sobre la primera sesión de clase	80
Tabla 8. Síntesis sobre la segunda sesión de clase.....	82
Tabla 9. Síntesis sobre la tercera sesión de clase.....	83
Tabla 10. Síntesis sobre la cuarta sesión de clase	84
Tabla 11. Ficha Isla Pájaro C-P en tabla de frecuencia	90
Tabla 12. Ficha Sesión Pájaro C-P en el pictograma.....	95
Tabla 13. Construcción de un pictograma grupal	100
Tabla 14. Ficha Isla Pájaro C-P en diagrama de barras	103
Tabla 15. Representación de diagrama de barras C-P	105
Tabla 16. Diagrama de barras a partir de datos obtenidos de una tabla de frecuencia	107
Tabla 17. Probabilidad C-P.....	111
Tabla 18. Situaciones problemáticas.....	114
Tabla 19. Primera situación problemática.....	115

Lista de Figuras

Figura 1. Estructura pentagonal del Currículo Matemático de Singapur	37
Figura 2. Técnicas e instrumentos	46
Figura 3. Fases de investigación	48
Figura 4. Categorías y subcategorías de análisis de la prueba diagnóstica.....	55
Figura 5. Estrategias de conteo	58
Figura 6. Error en el conteo	60
Figura 7. Transición de una tabla de frecuencia a un diagrama de barras	62
Figura 8. Tránsito de una tabla de frecuencia a un pictograma	65
Figura 9. Cuarto problema posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de un evento	74
Figura 10. Quinto problema posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de un evento	76
Figura 11. Enfoque CPA en el Pensamiento aleatorio.....	85
Figura 12. Categorías y subcategorías del análisis retrospectivo	86
Figura 13. Agrupación y conteo de imágenes.....	88
Figura 14. Representaciones de las tablas de frecuencia	91
Figura 15. Acercamiento con el material concreto C-P.....	92
Figura 16. Exploración del ábaco con los cubos C-P	93
Figura 17. Imágenes y ábaco C-P en pictograma	94
Figura 18. Representación de pictogramas cumpleaños.....	97
Figura 19. Representación del pictograma desde lo concreto a lo pictórico	98
Figura 20. Representación del pictograma en pares	99
Figura 21. Estudiantes realizando el pictograma grupal.....	101

Figura 22. Realización de diagramas de barras de manera individual.....	104
Figura 23. Representación de diagrama de barras sin guía en grupo	106
Figura 24. Representación pictórica del diagrama de barras C-P.....	108
Figura 25. Representación C-P de probabilidad	112

Lista de Apéndices

Apéndice A. Consentimiento Informado	134
Apéndice B. Asentimiento Informado	135
Apéndice C. Prueba diagnóstica	136
Apéndice D. Secuencia didáctica	140

Resumen

Título: Un experimento de enseñanza sobre el pensamiento aleatorio en tercer grado de Educación Básica Primaria basado en el Método Singapur*

Autor: Ingri Tatiana Blanco Falcón**

Palabras Clave: Experimento de enseñanza, Pensamiento aleatorio, Resolución de problemas, Método Singapur, Tercero de Educación Básica Primaria.

Descripción:

El desarrollar el pensamiento aleatorio desde la Educación Básica Primaria ha sido asumido como un reto para los educadores. Pues a pesar de que las políticas educativas establecen la importancia de abordarlos desde temprana edad, esto no se refleja en las prácticas cotidianas del quehacer docente. Por lo que es crucial indagar y usar estrategias que permitan tanto su enseñanza como aprendizaje. Es así como desde la presente investigación se analiza el desarrollo del pensamiento aleatorio desde la competencia de resolución de problemas basada en el Método Singapur a partir de un experimento de enseñanza con estudiantes de tercer grado de Educación Básica Primaria de una Institución Educativa Pública de Bucaramanga. La muestra de este estudio son 25 educandos que oscilan entre la edad de 8 y 9 años. La metodología que se tiene para cumplir con este objetivo y los específicos, que centran su atención en las dificultades y fortalezas que tienen los estudiantes sobre la resolución de problemas en el pensamiento aleatorio, desde una prueba diagnóstica; el planteamiento y la ejecución de actividades que dan paso a la transición de lo Concreto a lo Pictórico (C-P) y de lo Pictórico a lo Abstracto (P-A), es cualitativa. Esto desde un experimento de enseñanza, el cual se encuentra enmarcado en el paradigma de investigación de diseño. Todo lo anterior, teniendo en cuenta los resultados y aspectos teóricos que presentan otros autores sobre el pensamiento aleatorio y sobre el Método Singapur, destacando principalmente que los resultados obtenidos al usar el material concreto permiten la representación gráfica y finalmente la abstracta desde la motivación por aprender una temática que es poco concebida como importante dentro del aula. Por ende, este trabajo contribuye al pensamiento matemático y su didáctica, principalmente desde la estadística y la probabilidad.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Licenciatura en Educación Básica Primaria. Directora: Jenny Patricia Acevedo-Rincón. Doctora en Educación.

Abstract

Title: A teaching experiment on randomized thinking in third grade of Primary Basic Education based on the Singapore Method*

Author: Ingri Tatiana Blanco Falcón**

Key Words: Teaching experiment, Randomized thinking, Problem solving, Singapore Method, Third grade of Primary Basic Education.

Description:

The development of randomized thinking from Primary Basic Education has been assumed as a challenge for educators. Although educational policies establish the importance of addressing them from an early age, this is not reflected in the daily practices of teaching. Therefore, it is crucial to investigate and use strategies that allow both teaching and learning. Thus, this research analyzes the development of random thinking from the competence of problem solving based on the Singapore Method from a teaching experiment with third grade students of Primary Basic Education of a Public Educational Institution of Bucaramanga. The sample of this study consists of 25 students between the ages of 8 and 9 years old. The methodology used to fulfill this objective and the specific ones, which focus on the difficulties and strengths that students have on problem solving in random thinking, from a diagnostic test; the approach and execution of activities that give way to the transition from the Concrete to the Pictorial (C-P) and from the Pictorial to the Abstract (P-A), is qualitative. This from a teaching experiment, which is framed in the design research paradigm. All the above, taking into account the results and theoretical aspects presented by other authors on random thinking and the Singapore Method, highlighting mainly that the results obtained by using the concrete material allow the graphic representation and finally the abstract from the motivation to learn a subject that is little conceived as important in the classroom. Therefore, this work contributes to mathematical thinking and its didactics, mainly from statistics and probability.

* Undergraduate Work

** Faculty of Human Sciences. School of Education. Bachelor's Degree in Elementary Basic Education. Director: Jenny Patricia Acevedo-Rincón. Doctor in Education.

Introducción

Las matemáticas con el transcurso del tiempo han tenido mayor impacto dentro de la sociedad, puesto que es una ciencia que influye en el ser humano desde todos sus ámbitos, destacando la contribución que tiene en el desarrollo de ciudadanos críticos, que poseen la capacidad de actuar aplicando sus saberes, desde la interpretación y comprensión de diversas situaciones. Por ello, las políticas educativas nacionales e internacionales de esta área reconocen la importancia de enseñar con el mismo interés cada contenido matemático desde los primeros grados de escolaridad (números y operaciones; medida; geometría; álgebra; y análisis de datos y probabilidad).

A pesar de lo anterior, esto no se evidencia de manera apropiada en las prácticas cotidianas del quehacer docente de Educación Básica Primaria, ya que se aborda con mayor atención lo numérico, dejando la enseñanza del pensamiento aleatorio (estadística y probabilidad) como último a desarrollar o, por el contrario, no se incorpora en el proceso educativo matemático.

Siendo motivo principal de ello, lo que algunos autores han establecido y es que los educadores no tienen una buena formación tanto en lo conceptual como en lo didáctico con respecto al pensamiento aleatorio. Esto a pesar de que actualmente el pensamiento aleatorio es clave para identificar y analizar la información, en donde la ausencia de su conocimiento se evidencia en todos los ámbitos, incluso para desinformar a la sociedad a través de los medios. Por lo cual es fundamental que se enseñe desde temprana edad a realizar predicciones y analizar datos que permitan la buena toma de decisiones, tanto en lo personal como en lo social. Es consecuencia, se reconoce que el proceso de la resolución de problemas enriquece el abordaje de

la estadística y la probabilidad, ya que el educando por medio de este puede de manera crítica y razonable identificar problemas y estrategias para darle solución a cada uno de estos.

Es esencial que los profesores de Educación Básica Primaria posean una actitud crítica sobre su proceso de enseñanza para así lograr la integración entre la estadística, la probabilidad y la resolución de problemas. Donde de manera reflexiva se utilicen estrategias que permitan mejorar la enseñanza en el pensamiento aleatorio, tal cual como el Método Singapur que tiene en cuenta la cotidianidad del educando en el abordaje de las temáticas en clase. Esto desde su fundamentación teórica, destacando el enfoque CPA (Concreto, pictórico y abstracto). Primero se encuentra lo *concreto* a través del uso de materiales en donde se involucran los sentidos y la experiencia. Después de ello, lo *pictórico* a partir de dibujos y representaciones gráficas que faciliten presentar la información, para concluir en enfoque con lo *abstracto*, haciendo uso de la terminología propia de las matemáticas. Por lo cual desde el presente trabajo se espera contribuir a la reflexión sobre nuevas formas de enseñar y aprender estadística y probabilidad desde Educación Básica Primaria.

Para finalizar, es importante recalcar que la organización de esta investigación se encuentra dividida en cuatro capítulos y la conclusión. El primer capítulo es el problema de investigación, en donde se contempla la descripción y planteamiento del problema, la justificación y los objetivos. Como segundo se encuentran los referentes teóricos y conceptuales desde el pensamiento aleatorio, la resolución de problemas y el Método Singapur. En el tercero están los aspectos metodológicos que abordan el método, los participantes, las técnicas e instrumentos y la descripción del proceso metodológico. Como último capítulo está el experimento de enseñanza, desde las fases denominadas preparación del experimento, la experimentación y el análisis retrospectivo.

Capítulo 1. Problema de investigación

Desde este capítulo se presenta la descripción y el planteamiento del problema, el cual está orientado desde la poca importancia que se le da a la enseñanza del pensamiento aleatorio en Educación Básica Primaria y las dificultades que se tienen para lograr cambiar esto. Por ende, se plantea la pregunta de investigación que orienta el presente trabajo. Sumado a ello, se encuentra la justificación en donde se destaca el porqué es esencial asumir como profesores la responsabilidad de involucrar la estadística y la probabilidad desde temprana edad en el proceso educativo. Teniendo en cuenta no solo el ámbito personal, sino también social. Finalmente, se presenta el objetivo general de esta investigación junto con los específicos.

1.1 Descripción y planteamiento del problema

Con el pasar del tiempo se ha identificado la necesidad de que la educación matemática asuma el rol de desarrollar en los estudiantes un pensamiento crítico y analítico que les permita desde temprana edad cuestionar y comprender situaciones que surjan en el momento y en las que se deba asumir una postura. Debido a la gran variedad de información que cada día circula en los diferentes medios de comunicación y las cuales repercuten en la sociedad, ya que incluso pueden ser presentadas de manera errónea, muchas veces por conveniencia (Alsina et al., 2020). Es así como surge la desinformación, puesto que se empieza a replicar una y otra vez noticias sin verificar si son o no correctas.

Con base a ello, se hace fundamental que los profesores de Educación Básica Primaria contribuyan a la formación de “ciudadanos bien informados y consumidores inteligentes” (Alsina, 2016, p.13). Se destacan las oportunidades que brinda la estadística y la probabilidad

para dicho fin, ya que permiten según el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2006) buscar soluciones acordes a los problemas en los que incluso no existe certeza de lo que vaya a suceder. Sin embargo, esto ha sido asumido como un reto para los educadores, pues a pesar de que las políticas educativas contemplan como importante la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento aleatorio en el estudiantado desde los inicios de su escolaridad; la realidad es que este muchas veces no se desarrolla y si se da es como ultimo contenido (Gutiérrez, 2018). Lo cual repercute en el proceso educativo de manera negativa. Cabe destacar que esto es una problemática de corte internacional, tal cual como lo menciona Vásquez y Cabrera (2022) ya que la estadística y la probabilidad tienen menor contenido y objetivos de aprendizajes en países como Australia, Singapur y Estados Unidos.

Asimismo, Batanero y Borovcnik (2016) mencionan que cuando este se enseña no se contextualiza a partir de situaciones cotidianas, sino que se enfoca exclusivamente en la transmisión de definiciones y procedimientos. Es así como se hace relevante que se empleen estrategias que permitan incrementar el interés de los estudiantes hacia un conocimiento que es poco visto en el aula de clase. A la par es necesario que se fortalezcan procesos como la resolución de problemas, pues el educando no solo puede identificar los problemas por medio de este, sino también estrategias concretas que faciliten su solución desde un pensamiento crítico.

Cabe destacar que los contenidos de estadística y probabilidad también permiten la exploración, a partir de la construcción de modelos correspondientes a fenómenos y sus simulaciones. Lo cual es promovido desde los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1998) a partir de la resolución de problemas. Pues el permitir que los estudiantes busquen respuestas a situaciones que conlleven análisis de datos específicos que previamente se recolectaron y que se encuentran dados desde un

contexto cercano o a través de los intereses de ellos se logra la significación de lo aprendido y la buena interpretación de los datos.

Actualmente, se encuentran algunas investigaciones que enfatizan en las dificultades que presentan los educandos y profesores al enfrentarse con la estadística y la probabilidad. En los cuales se destaca que muchos educadores no cuentan con bases sólidas sobre estas temáticas y su didáctica (Vásquez y Alsina, 2015). Lo anterior repercutiendo en las concepciones que tienen los estudiantes sobre dichos contenidos matemáticos. Pese a ello, no son suficiente los estudios que proponen estrategias didácticas que contribuyan al abordaje de este pensamiento desde Educación Básica Primaria.

Es así como este trabajo busca abordar la competencia de resolución de problemas basada en el Método Singapur como estrategia para el desarrollo del pensamiento aleatorio en tercero de Educación Básica Primaria. Principalmente, este método ha sido ejecutado para la enseñanza del pensamiento numérico, dejando la posibilidad de que se experimente su uso en otros pensamientos como se pretende realizar en la presente propuesta. Esto debido a que la fundamentación teórica del Método Singapur contribuye a que el estudiante asuma el rol principal de su propio aprendizaje, en donde se contempla tres etapas para representar un problema específico: concreto, pictórico y abstracto (Tapia y Murillo, 2020). Por ende, la pregunta que orienta esta investigación es: ¿Cómo un experimento de enseñanza basado en la competencia de resolución de problemas desde el Método Singapur contribuye al desarrollo del pensamiento aleatorio en estudiantes de tercer grado de Educación Básica Primaria?

1.2 Justificación

Actualmente es necesario direccionar la enseñanza y el aprendizaje hacia las competencias del siglo XXI, para que así los estudiantes puedan desenvolverse correctamente en

las problemáticas que esta nueva época trae consigo para la sociedad (Fundación Omar Dengo, 2014). Durante mucho tiempo la Educación ha enfatizado netamente en la transmisión de conocimientos, convirtiéndose entonces en un “acto de depositar” (Freire, 2005) que no conlleva a que el estudiante desarrolle un pensamiento crítico. En consecuencia, no se les enseña para que aprendan a interpretar, comprender y analizar situaciones tanto a nivel personal como social, sino que se prioriza la memorización de temáticas o técnicas que pueden encontrarse aisladas de la cotidianidad.

Es así como recae la importancia de la educación matemática en la Educación Básica Primaria para contribuir en el desarrollo de ciudadanos que ejerzan de manera adecuada su papel en la sociedad, puesto que de allí se empiezan a forjar las bases para su continua formación. Desde las políticas educativas de muchos países, tales como los *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), Ministerio de Educación de Chile (2012) y el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1998; 2006) se destaca la formación de estudiantes matemáticamente competentes. Esto desde los primeros grados por medio de diferentes ejes temáticos o pensamientos matemáticos. Sin embargo, se ha fundamentado la enseñanza de las matemáticas en los sistemas numéricos, dejando de un lado los demás pensamientos matemáticos, en especial, el aleatorio que contempla la estadística y la probabilidad.

Lo anterior, pese a ser el pensamiento aleatorio esencial para poder abordar algunas de las competencias del siglo XXI que expone la Fundación Omar Dengo (2014) como lo es la responsabilidad social y personal, *resolución de problemas*, aprender a aprender, *pensamiento crítico*, *manejo de información* y colaboración. Esto debido a que tal y como lo menciona Engel (2019) la estadística tiene gran importancia en la sociedad desde el término que este autor expone como *estadística cívica*. Puesto que por medio de esta se puede ejercer la democracia al

momento de tomar de decisiones, esto al comprender la información que es emitida en los medios que tienen dicha función. Por ello, el desarrollar el pensamiento aleatorio desde la competencia de resolución de problemas contribuye a que desde temprana edad se tenga la capacidad de interpretar y buscar soluciones a problemáticas haciendo uso del pensamiento crítico y analítico.

Es así como se justifica la necesidad de llevar a cabo el presente trabajo para aportar en la reflexión que deben asumir las Instituciones de Educación Superior en la formación de profesores de primaria. En donde se reconozca la importancia de reestructurar los planes de estudio con respecto a las matemáticas y su didáctica, reconociendo el pensamiento aleatorio como primordial y no únicamente que se enfatice en lo numérico y procedimental. En este sentido, la contribución que tiene esta investigación en la educación matemática corresponde al análisis e implementación de estrategias innovadoras. Dado esto desde el Método Singapur para desarrollar por medio de la resolución de problemas el pensamiento aleatorio en estudiantes de tercero de primaria, quienes terminan el primer grupo de grados de Educación Básica Primaria.

Por consiguiente, se recalca la importancia que tiene este trabajo en la aproximación y desarrollo del pensamiento aleatorio dentro del aula de clase desde temprana edad. Puesto que permitirá que los estudiantes no solo tengan un buen desempeño en las pruebas externas que son obligatorias presentar, tal cual como las pruebas saber 3°, sino que también puedan enfrentarse a otros contextos fuera de lo académico. Lo anterior debido a que el contemplar en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la estadística y la probabilidad significa formar ciudadanos críticos que tengan la capacidad de tomar mejores decisiones.

Sumado a ello, se considera pertinente trabajar con este grado, el cual es el último del primer grupo de grados, ya que permitirá que los estudiantes puedan reconocer, usar y transitar

entre diferentes registros de representación (concreto, pictórico y abstracto). Los cuales son la base de la resolución de problemas que plantea el Método Singapur, en donde se prioriza el uso de los sentidos para que los educandos bajo sus intereses y con ayuda del docente construyan sus conocimientos. Por ende, permitirá que los educandos comprendan diversas maneras de solucionar un problema, facilitando a medida de ello el desarrollo de otros pensamientos matemáticos. Además, aproximarse mejor a su aprendizaje sobre los contenidos que se requieran abordar dentro del currículo colombiano al pasar al segundo grupo de grados, es decir, posibilitará la coherencia vertical.

Finalmente, el presente estudio podrá ser tomado como referente para que los profesores de Educación Básica Primaria puedan reconocer la importancia que tiene la enseñanza de la estadística y la probabilidad. Por medio de la resolución de problemas y estrategias como el Método Singapur para llevar a cabo su didáctica. Asimismo, lo planteado en este documento puede ser útil para que futuras investigaciones diseñen propuestas pedagógicas o experimentos de enseñanza en otros grados diferentes a tercero de primaria. Incluso llevar a cabo propuestas de cómo enseñar la estadística y la probabilidad en futuros profesores desde el Método Singapur. A pesar de que se contemplan avances en la investigación del pensamiento aleatorio en la educación matemática, aun se siguen encontrando pocos documentos con relación a este a nivel regional, nacional e internacional en comparación con los demás pensamientos matemáticos. Por ende, es una preocupación latente y la cual es asumida en la presente investigación con el fin de atender a las necesidades presentes, sobre todo a nivel regional.

1.3 Objetivos

El objetivo general de la presente investigación corresponde a: analizar el desarrollo del pensamiento aleatorio desde la competencia de resolución de problemas basada en el Método Singapur a partir de un experimento de enseñanza con estudiantes de tercer grado de Educación Básica Primaria de una Institución Educativa Pública de Bucaramanga. Para llevarlo a cabo se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Identificar las fortalezas y dificultades que presentan los estudiantes de tercer grado de Educación Básica Primaria de una Institución Educativa Pública de Bucaramanga al resolver problemas del pensamiento aleatorio.
- Diseñar e implementar situaciones que permitan el tránsito de registros concretos a registros pictóricos dentro del pensamiento aleatorio mediante la competencia de resolución de problemas basada en el Método Singapur para tercero de Educación Básica Primaria.
- Diseñar e implementar situaciones que permitan el tránsito de registros pictóricos a registros abstractos dentro del pensamiento aleatorio mediante la competencia de resolución de problemas basada en el Método Singapur para tercero de Educación Básica Primaria.

Capítulo 2. Referentes teóricos y conceptuales

Este apartado contiene los antecedentes y el marco conceptual relacionado con el pensamiento aleatorio, la resolución de problemas, el Método Singapur y la relación existente entre estos tres aspectos, a partir de autores que han planteado propuestas para la enseñanza y aprendizaje de estos mismos y que han profundizado en sus respectivas definiciones.

2.1 Antecedentes

A continuación, se presentarán los referentes teóricos que contribuyen a la investigación, los cuales se encuentran organizados en dos categorías, denominadas como: *Resolución de problemas y pensamiento aleatorio, Método Singapur y pensamientos matemáticos*. Cabe destacar que la búsqueda de los antecedentes se realizó en plataformas académicas, tales como *ResearchGate, Google académico y Scielo*.

2.1.1 Resolución de problemas y pensamiento aleatorio

La resolución de problemas contribuye de manera notable en el desarrollo del pensamiento aleatorio, ya que por medio de esta competencia los estudiantes pueden encontrarle sentido a lo que están aprendiendo dentro del aula. Lo anterior al reconocer que estos conocimientos pueden ser usados para indagar, comprender y buscar soluciones a los problemas que se encuentran no solo en la vida académica, sino también en la cotidianidad. Es así como algunos autores han investigado y desarrollado propuestas que contemplan la relación existente entre la resolución de problemas y el pensamiento aleatorio dentro del proceso formativo tanto en Educación Básica Primaria como en Secundaria y en educadores. Siendo esto expuesto por medio de categorías, en donde primero se mencionarán los países en los que se encontraron las investigaciones. Después la metodología que tuvieron, para finalmente llegar a establecer los

aportes específicos que se tienen de cada una de estas investigaciones, esto con la finalidad de poder relacionar los resultados encontrados.

Al realizar la búsqueda de antecedentes que tienen en cuenta la relación entre la resolución de problemas y el pensamiento aleatorio se encontraron documentos de Colombia (Chica y Ibargüen, 2014; Carreño et al., 2017; García et al., 2017; Torres, 2019 y Fernández et al., 2021), de España (Batanero, 2009; Alsina, 2017) de Chile (Del Pino y Estrella, 2012 y Vásquez, et al., 2021) y de Costa Rica (Hernández, 2017), quienes de manera conjunta establecen con preocupación la falta de educación estadística y probabilística dentro de la escuela desde el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Cabe destacar que para llevar a cabo sus estudios hicieron uso del paradigma tanto cuantitativo por medio de pre-test y pos-test (Chica y Ibargüen, 2014; Carreño et al., 2017). Como cualitativo desde revisión de literatura y entrevistas (Batanero, 2009; Del Pino y Estrella, 2012; Alsina, 2017; García et al., 2017; Hernández, 2017; Torres, 2019; y Vásquez et al., 2021) y mixto, a partir de encuestas y revisión documental junto con observación (Fernández et al., 2021). En donde recalcan aspectos esenciales que sirven como orientación para plantear una propuesta significativa que contribuya a la alfabetización estadística y probabilística desde la resolución de problemas. Debido a que dejan en evidencia algunas dificultades y oportunidades que se tienen para desarrollar una enseñanza acorde al pensamiento aleatorio.

Es así como a continuación se mencionarán algunos de los documentos que enfatizan en la importancia de la formación docente con respecto al pensamiento aleatorio desde la resolución de problemas por medio de una revisión de literatura. Tal cual como Batanero (2009) en España, quien expresa que pese a contemplarse en los currículos de muchos países la estadística como importante, aún existen vacíos con respecto a su enseñanza y aprendizaje. Lo anterior debido a

las actitudes y creencias que tienen los profesores con respecto a este contenido matemático. En concordancia con lo anterior, desde Chile Del Pino y Estrella (2012) en su trabajo recalcan que la estadística y la probabilidad son contenidos que poco son tratados desde los estudios universitarios y la formación continua de los educadores. Lo cual no solo repercute en sus conocimientos y en la forma en cómo se desenvuelven correctamente en la sociedad, sino también en la didáctica a la hora de abordar estos aspectos dentro del aula de clase.

Por ende, es fundamental que el profesor sea capaz de llevar a los estudiantes a formular problemas que surjan de su propio interés y que a partir de esto puedan recopilar datos, diseñar planes a seguir para resolverlos y ejecutarlos. Logrando con lo anterior finalmente analizar los datos y realizar representaciones tanto gráficas como abstractas. Sin embargo, si desde la formación inicial del docente no se enfatiza en abordar problemas contextualizados y significativos habrá pocas posibilidades de que el docente le agrade transmitir dichos conocimientos (Batanero, 2009). Es así como desde la investigación realizada en España por Alsina (2017) se contempla como fundamental la formación de los educadores. Donde expresa que los profesores desde educación infantil deben tener conocimientos tanto disciplinares como didácticos y experienciales. Teniendo en cuenta que el educador debe tener una formación acorde a lo que va a enseñar y que esta se encuentre direccionada a lo que promueven las políticas educativas, puesto que no sería pertinente intentar enseñar aspectos que no domina.

Lo anterior siendo esencial para que en lo didáctico y experimental los profesores sean capaces de fomentar la investigación en los infantes, en donde puedan hacer uso de la resolución de problemas. Por medio de situaciones cotidianas en las cuales no solo recolecten datos, sino también los organicen y realicen sus respectivas representaciones por medio de materiales manipulativos y dibujos (Alsina, 2017). En este sentido, es relevante reconocer que los

estudiantes a través de sus observaciones y experiencias pueden desarrollar el pensamiento aleatorio. Con relación a ello, Hernández (2017) de Costa Rica, en su revisión de literatura establece que el usar la competencia de resolución de problemas como estrategia permite además fortalecer otras habilidades importantes como lo es el discutir y compartir las estrategias y los hallazgos que se obtienen al resolver un problema específico. Siendo esencial que para generar una aproximación correcta sobre la situación planteada se hagan construcciones de gráficas que conlleven a realizar conjeturas y reflexiones.

A su vez, desde Chile, Vásquez et al. (2021) por medio del análisis de proyectos estadísticos realizados por futuras profesoras de Educación Infantil para abordar la resolución de problemas estadísticos, establecen que se reconoce la necesidad de que se aborden las etapas de esta competencia. En donde se tiene en cuenta la formulación de preguntas, la recolección de datos, el análisis de estos y la interpretación de los resultados. Esto debido a que se evidencia que las propuestas planteadas dan paso únicamente al planteamiento de los problemas por parte de los profesores, sin darle relevancia a que sea el estudiante el que formule también estos y tome decisiones. Pues principalmente se hace uso de preguntas cerradas que no permiten un pensamiento crítico y analítico.

Por otra parte, al realizar la búsqueda de documentos se encontraron aquellos que se enfocan en plantear propuestas didácticas tanto en tercero de Educación Básica Primaria (García et al., 2017 y Fernández et al., 2021) como en quinto de este mismo ciclo escolar (Carreño et al., 2017; Torres, 2019) y en octavo y noveno de secundaria (Chica y Ibargüen, 2014) sobre el desarrollo del pensamiento aleatorio y su relación con la resolución de problemas.

Desde los estudios realizados por García et al. (2017) y Fernández et al. (2021) en Colombia, se evidencia como finalidad el desarrollo del pensamiento aleatorio en estudiantes del

grado de tercero de Educación Básica Primara de una institución educativa de Casanare y Boyacá respectivamente. Donde comparten que el abordar actividades que enfatizan en esta competencia contribuye a que se dé una nueva mirada sobre la importancia de cambiar las prácticas pedagógicas tradicionales. En este sentido la resolución de problemas contribuyó desde el estudio de García et al. (2017) en abordar el aprendizaje desde los valores, el trabajo grupal y la comunicación asertiva. Lo cual permitió que los estudiantes pudieran comprender que pueden existir diversas estrategias para abordar un mismo problema estadístico, ya que principalmente esta investigación no se enfocó en lo disciplinar.

Mientras que desde Fernández et al. (2021) se establece que al culminar su estudio los estudiantes tuvieron mejoría en sus aprendizajes a través de la unidad didáctica que estuvo mediada por las TIC, en comparación con la prueba inicial. Puesto que en esta se identificó que presentaban dificultades en algunos contenidos que se destacan para este nivel de escolaridad en los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Siendo consideradas las TIC como una estrategia que facilitó el pensamiento crítico, la creatividad, el razonamiento y el análisis de situaciones en contextos reales.

En cuanto a quinto de Educación Básica Primaria, Carreño et al. (2017) y Torres (2019) se centraron en analizar el efecto que tiene la resolución de problemas matemáticos como estrategia en el aprendizaje del pensamiento aleatorio en escuelas de Bolívar y Barranquilla respectivamente, las cuales se encuentran ubicadas en Colombia. En donde manifiestan cambios positivos con respecto al fortalecimiento de la estadística y la probabilidad al usar la resolución de problemas. Puesto que desde Carreño et al. (2017) se tuvo como población dos grupos (control y experimental) resaltándose que al comienzo los estudiantes tenían un desempeño similar en relación con el pensamiento aleatorio. Sin embargo, fue notorio que al ejecutar una

serie de actividades encaminadas a la formulación y solución de problemas en el grupo experimental el aprendizaje mejoró a diferencia del grupo control que siguió su enseñanza de igual manera como se venía abordando.

Asimismo, desde Torres (2019) se contempla que en el grupo al cual se le aplicó la unidad didáctica se observó que al ellos hacer uso del método heurístico para abordar los problemas planteados pudieron fortalecer la interpretación de los datos y la búsqueda de diversas estrategias. Sumado a que se identificó que el uso de materiales concretos permite que las clases de matemáticas sean innovadoras y sean asumidas por los estudiantes como más fáciles y divertidas.

Para finalizar se encuentra el trabajo realizado por Chica y Ibargüen (2014) en Colombia, quienes llevaron a cabo una propuesta de actividades sobre el pensamiento aleatorio desde la resolución de problemas en secundaria. Específicamente en octavo y noveno grado en dos Instituciones Educativas, una oficial y otra privada. Este trabajo difiere con los anteriores, pues mencionan que las actividades que realizaron abordando la competencia de resolución de problemas no incidieron de manera significativa en el desarrollo de habilidades. Tales como, la interpretación, la comparación, la representación y la selección adecuada tanto de datos como de gráficas.

Es así como se puede inferir de los anteriores documentos que el incluir poco a poco la resolución de problemas en el pensamiento aleatorio contribuye tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de los educadores y estudiantes. Por ende, es fundamental que se haga uso de estrategias también para que esta relación entre la resolución de problemas y la estadística y probabilidad se den de una manera satisfactoria. Reconociendo la importancia que tiene este

pensamiento no solo en lo académico, sino también en lo cotidiano para así desarrollar un cambio de cómo son concebidos y enseñados estos contenidos matemáticos.

2.2.2 Método Singapur y pensamientos matemáticos

Al llevar a cabo la búsqueda de antecedentes sobre la enseñanza de las matemáticas desde el Método Singapur se encontraron documentos de Chile (Donoso y Ramírez, 2012), Ecuador (Lara, 2013), Colombia (Gutiérrez, 2018), México (Juárez y Aguilar, 2018) y España (Marín, 2021). Para llevar a cabo dichos estudios se hizo uso del paradigma tanto cuantitativo por medio de pruebas (Donoso y Ramírez, 2012) como cualitativo desde la observación participante (Marín, 2021) y mixto desde revisión de literatura y pruebas pre-test y pos-test (Lara, 2013; Gutiérrez, 2018 y Juárez y Aguilar, 2018). En donde recalcan los resultados que encontraron al realizar las propuestas pedagógicas, teniendo en cuenta el pensamiento matemático a desarrollar y la población que cada una de estas investigaciones presenta, principalmente esto desde el enfoque CPA (Concreto, pictórico y abstracto).

Es así como se identifica a partir de la revisión de estas investigaciones que el Método Singapur ha sido mayormente usado como estrategia para la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento numérico (Donoso y Ramírez, 2012; Lara, 2013 y Juárez y Aguilar, 2018) y en menor medida para otros pensamientos como el espacial y variacional (Marín, 2021) y el aleatorio (Gutiérrez, 2018). Desde el pensamiento numérico Donoso y Ramírez (2012) enfatizan desde su estudio realizado en Chile, en mejorar los aprendizajes de operaciones aritméticas en la resolución de problemas en estudiantes de primero de Educación Básica Primaria. Sin embargo, su población estuvo también conformada por profesores y padres o acudientes de los menores.

Dentro de los resultados más importantes que se encontraron está la necesidad de capacitar a los educadores para que estos puedan implementar el Método Singapur de una

manera consciente y acorde a las necesidades de los educandos y además que estos trabajen en conjunto. Es decir, que la escuela no solo se interese por el aprendizaje de los estudiantes y los profesores, sino también el de los padres de familia o acudientes, puesto que son ellos quienes deben ayudarles a los estudiantes a realizar sus deberes académicos. Asimismo, mencionan que este Método permite acercar al estudiantado a las Matemáticas de una manera más dinámica por medio del uso de materiales concretos, resaltando la necesidad que posee esto para la correcta ejecución del Método. Por ende, se estableció que el usar el Método Singapur contribuyó de manera notoria en comparación con los conocimientos previos que presentaban los educandos.

Asimismo, se encuentran Juárez y Aguilar (2018) en México y Lara (2013) en Ecuador, quienes tienen como población de estudio segundo de Educación Básica Primaria y los cuales centran su atención en el desarrollo de la adición y sustracción. Estableciendo el primero de estos documentos que se evidenció mejoría en el pos-test realizado posterior a la unidad didáctica a diferencia del pre-test con respecto a la resolución de problemas, esto gracias a los pasos planteados por el Método Singapur. A partir de esto mencionan que es relevante que se empiece por la formulación y resolución de problemas sencillos hacia otros con mayor complejidad.

El segundo documento (Lara, 2013) que tiene como muestra de estudio profesores y estudiantes del grado previamente mencionado, reconoce por medio de encuestas realizadas que los educadores no emplean material didáctico ni elementos que se tienen a la mano para enseñar Matemáticas. Por lo cual el aprendizaje de los educandos es exclusivamente mecánico, dejando de un lado el razonamiento creativo y el interés de estos mismos para resolver problemas matemáticos que involucren la suma y la resta. Por ende, establecen que es importante una reflexión constante sobre la importancia del uso de estrategias dentro del aula de clase, pues el

principal recurso del colegio es el pizarrón, dejándose de lado el aprendizaje por medio de la observación y la manipulación.

Con respecto al pensamiento espacial y variacional se encontró un documento de Educación Infantil realizado en España por Marín (2021) en donde se usa esta estrategia para el pensamiento lógico-matemático, contemplando el pensamiento variacional y la geometría. Centrando su atención tanto en el uso de los materiales concretos como en las representaciones visuales, ya que menciona la importancia de que los estudiantes más pequeños comiencen el desarrollo lógico-matemático por medio de estos.

Pese a lo anterior, se establece que el llevar a cabo propuestas encaminadas hacía el Método Singapur no es tarea fácil, pues se evidencia que muchos profesores no saben cómo hacer uso de los materiales concretos para que además de llamar la atención tengan una finalidad pedagógica. En este sentido, se recalca que se debe tener conocimiento tanto de la historia como de la fundamentación teórica del Método y la importancia que tiene el juego como estrategia de enseñanza y aprendizaje. Esto para poder plantear y ejecutar la unidad didáctica desde el contexto propio de los educandos y el trabajo grupal.

En cuanto a la resolución de problemas desde el Método Singapur en el pensamiento aleatorio se encontró un solo documento, el cual fue realizado por Gutiérrez (2018) en Barranquilla, Colombia. Esta investigación presenta como finalidad fortalecer la lectura e interpretación de gráficos de barras, de líneas y pictogramas en estudiantes de quinto grado por medio del Método Singapur y las TIC. Por ende, se planteó una unidad didáctica en la que las TIC fueron fundamentales para abordar el proceso de enseñanza y aprendizaje desde el Método Singapur, esto con el objetivo de contextualizar los conceptos de estadística, pues la probabilidad no fue desarrollada en este trabajo. Posterior a la ejecución de la unidad didáctica, se tuvieron

buenos resultados en comparación con los que se tenían en la prueba diagnóstica donde los estudiantes presentaban dificultades en cuanto a organizar y clasificar información, así como establecer conjeturas desde la interpretación de enunciados.

Lo anterior debido a que el Método Singapur según este autor permite adecuar la enseñanza al ritmo y estilo de aprendizaje de cada estudiante, al tener en cuenta el sentido del tacto y de la visión. Los cuales son fundamentales para que los educandos se involucren con el problema planteado y así cada que se avanza en una sesión mejorar progresivamente en lo abstracto. Por ende, este documento se convierte como referente para la presente investigación al tener en cuenta el desarrollo de la estadística desde el Método Singapur y su eje principal que es la resolución de problemas. Sin embargo, se reconoce que el material concreto no es del todo utilizado, pues se reemplaza mayormente por las TIC.

A partir del anterior trabajo y los demás antecedentes, es necesario recalcar la importancia que tiene la presente propuesta por medio del diseño e implementación de actividades que contemplen el tránsito de lo concreto a lo pictórico y lo pictórico a lo abstracto. En donde se tenga en cuenta como lo resaltan algunos autores la finalidad de los materiales concretos. A su vez, se espera que por medio de este estudio se logre evidenciar como se realiza ese tránsito del enfoque CPA, pues en las investigaciones no se logra comprender de manera específica como se da dicha relación entre las tres etapas.

2.2 Marco teórico

Para llevar a cabo la presente investigación es relevante desde este apartado definir los conceptos que son claves para el desarrollo de este mismo, como lo son: el *pensamiento aleatorio*, el cual involucra la estadística y la probabilidad, *la resolución de problemas* y el *Método Singapur*. Los dos primeros conceptos serán tratados desde documentos curriculares y

reportes de investigación de autores que han enfatizado en el desarrollo de estas teorías, las cuales permitirán comprender la importancia y la manera en la que se deben abordar dentro de la Educación Básica Primaria.

2.2.1 Pensamiento aleatorio

Desde los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2006) se establece que el pensamiento aleatorio debe abordarse con un “espíritu de exploración y de investigación” (p. 65). Siendo esto esencial para contribuir en la búsqueda de soluciones elocuentes a los problemas. En concordancia con lo anterior los NCTM (2000) resaltan también la necesidad de contemplar su enseñanza a partir del proceso investigativo, en donde se *recolecten, organicen, representen y analicen datos*. A su vez, que los estudiantes puedan realizar *predicciones de sucesos, conjeturas y observaciones*, lo cual facilita simultáneamente la habilidad de proponer preguntas, discutir las y justificar las posibles soluciones y resultados que se encuentren, a partir de las estrategias que ellos hayan usado.

Con respecto al currículo de Nueva Zelanda se resalta que por medio de la enseñanza de este pensamiento matemático los estudiantes desde temprana edad:

Aprenden a crear modelos y a predecir resultados, a conjeturar, a justificar y verificar, y a buscar patrones y generalizaciones. Aprenden a estimar con sensatez, a calcular con precisión y a entender cuándo los resultados son precisos y cuándo deben interpretarse con incertidumbre (Ministry Of Education of New Zealand, 2015, p.26).

Es así como se evidencia que el pensamiento aleatorio conlleva a que el estudiante desde una perspectiva crítica y analítica comprenda de manera oportuna la información que se le es presentada y la que es divulgada día tras día en la sociedad. Por ende, es importante tal y como lo

menciona Batanero et al. (2013) que los estudiantes tengan contacto con datos que surjan de situaciones reales, en donde se aborden interpretaciones y razonamientos. Esto con la finalidad de que poco a poco los estudiantes relacionen sus conocimientos aprendidos con su vida tanto personal como social.

Además, se debe empezar la alfabetización estadística por medio de un lenguaje familiar, para que, así como lo menciona Vásquez (2018) se pueda desarrollar paulatinamente un lenguaje probabilístico y estadístico. El cual sea entendido por el estudiante a medida de su escolaridad, ya que el “utilizar el lenguaje matemático puede ser una barrera para el aprendizaje de los estudiantes debido a los requerimientos y convenciones específicas necesarias para expresar los conceptos matemáticos” (Lee, 2010, p. 19). Con base en lo previamente mencionado es esencial que los educadores desde Educación Básica Primaria enfatizen en su enseñanza teniendo en cuenta las directrices que algunos autores y documentos curriculares matemáticos establecen. Siempre asumiendo una postura reflexiva y consciente, en la que no se contemple el pensamiento aleatorio como algo rutinario y que no es trascendente en la formación del ser humano.

Es así como se debe priorizar también en compañía de la estadística y la probabilidad, el desarrollo de procesos como la resolución de problemas, tal y como lo mencionan los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1998). Puesto que el introducir a los estudiantes a buscar respuestas a preguntas que requieren de la recolección y análisis de datos desde sus propios entornos o a través de los intereses que ellos poseen, hacen de esto una actividad amena. Permitiéndole así al estudiante evaluar la pertinencia de los datos recolectados y sobre todo que interprete estos para solucionar un problema.

Pese a ello, Vásquez y Alsina (2014) destacan que los profesores muchas veces terminan recurriendo a libros de textos que no se encuentran contextualizados a la realidad por intentar cumplir con lo que se propone en el currículo. Esto sin saber exactamente el cómo abordarse didácticamente, pues no tienen una buena formación con respecto a estos contenidos matemáticos, lo cual genera en ellos según Marjorie et al. (2021) inseguridad por abordar estos temas, dándose así el aburrimiento, la angustia y el poco aprendizaje en los educandos.

En este sentido es relevante destacar que la presente investigación contempla el desarrollo de algunas temáticas que presenta el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2006) con relación al pensamiento aleatorio en el primer grupo de grados, pues este termina en tercero de Educación Básica Primaria. En donde se espera que los estudiantes sean capaces de representar datos con objetos concretos, en gráficos y tablas, y comparar e interpretar aquellos que ya se encuentran expuestos en estos de manera cualitativa. Además de explicar la posibilidad o imposibilidad de que suceda una situación y cuando es mayor la posibilidad de que ocurra un evento que otro, identificar regularidades y tendencias en un conjunto de datos. Incluso resolver y formular preguntas en donde se requiera para su solución coleccionar y analizar datos de su entorno. Por ende, para llevar a cabo esto es necesario recurrir a estrategias que permitan su desarrollo, en donde el docente pueda aprender a enseñar y, en consecuencia, que se le facilite al estudiante aprender.

2.2.2 La resolución de problemas

Durante muchos años, la educación ha enfatizado en su interés de contribuir al desarrollo de estudiantes matemáticamente competentes. Comprendido esto desde Urdiain (2006) como la capacidad de comprender y entrelazar los contenidos y procesos matemáticos que la educación matemática enseña desde la escolaridad obligatoria al resolver problemas inmersos en diversos

ámbitos. A su vez, tener la facilidad de argumentar la postura y decisiones tomadas. En este sentido, algunos autores como Beyer (1998) y Baroody (2000) enfatizan en que verdaderamente la educación matemática no está permitiendo esto. Pues se evidencia que desde el aula de clases se está introduciendo a los estudiantes a resolver netamente ejercicios rutinarios desde los primeros grados. Lo anterior, a pesar de que la Educación Básica Primaria debe ser una etapa enriquecedora para el proceso continuo de los educandos, la cual debe encontrarse orientada por problemas genuinos que despierten el pensamiento crítico y analítico.

Por consiguiente, se debe considerar tal y como lo menciona Carrillo (2003) que:

El concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la conciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento (p.155).

Esto debido a que el resolver problemas es adentrarse a una situación incierta que requiere poner en marcha los conocimientos y procedimientos que se comprenden y los cuales pueden ayudar a solucionarlos (Da Silva Freire y Da Silva Lima, 2013). En consecuencia, es necesario que los educadores asuman la responsabilidad de reflexionar sobre las dificultades que se tienen para llevar a cabo este proceso matemático en la enseñanza y aprendizaje. En donde empiecen a preocuparse por adquirir conocimientos sobre estrategias que le permitan llevarlo a cabo en el aula de clase desde la curiosidad.

Por ende, es conveniente aclarar que previamente autores como Pólya (1965) ya habían profundizado en ello, al plantear cuatro pasos para abordarla: *comprender el problema*, es decir, que el estudiante sea capaz de identificar las partes que tiene este, “la incógnita, los datos, la condición” (Pólya, 1965, p.29). Para así dar paso a *concebir un plan*, esto desde la identificación

de un posible plan para dar solución al problema fundamentado a partir de la relación existente entre los datos y la incógnita. Este paso puede orientarse buscando problemas similares que permitan ser guía del nuevo problema; *ejecutar un plan*, es decir, poner en marcha el plan realizado; y *examinar la solución*, revisarla y discutir sobre esta, lo cual permite incluso razonar sobre otras posibles formas de obtener la solución.

A partir de estos pasos se puede reconocer como una característica importante para la enseñanza de la resolución de problemas que el educador sea capaz de orientar a los estudiantes a la hora de abordar este. Teniendo en cuenta que no se debe interponer mucho en las estrategias que ellos planteen para que así sientan satisfacción a la hora de desarrollar los problemas (Pólya, 1965). Es decir que el docente debe sugerir y realizar preguntas que permitan al estudiante comprender y solucionar el problema para que así los estudiantes puedan plantear y formular otros problemas que surjan de este. Asimismo, desde Salazar (como se citó en Pérez y Ramírez, 2011) se ha establecido la importancia del uso del *ensayo y error* y la realización de representaciones visuales. Puesto que, esto permitirá que el estudiante identifique posibles soluciones y las ponga a prueba y que por medio de los dibujos y/o representaciones gráficas que realicen con respecto a cada problema puedan comprender mejor los conceptos que intervienen en este.

Desde el MEN (1998) se propone que la resolución de problemas sea llevada a cabo como eje central de la educación matemática al repercutir de manera positiva en los educandos, ya que este permite la relación con otros procesos matemáticos. Este documento curricular menciona algunos aspectos que han sido considerados fundamentales dentro del currículo de esta área del conocimiento al abordar la resolución de problemas, como a continuación se enlista. (i) es necesario que los problemas que se planteen no se encuentren únicamente dados desde las

matemáticas, sino también a partir de la cotidianidad. (ii) plantear y aplicar diferentes estrategias a la hora de resolver problemas, no limitarse a una sola. (iii) comprobar e interpretar las soluciones y resultados que se generen al resolver un problema. (iv) comprender que las soluciones de otros problemas y las estrategias usadas para estos pueden ser de utilidad a la hora de resolver nuevas situaciones. (v) comprender la importancia que tiene el uso de las matemáticas para resolver diversos problemas (NCTM, como se citó en el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 1998).

Por otra parte, el MEN (2006) recomienda en la enseñanza del proceso que denomina formulación, tratamiento y resolución de problemas:

Abordar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna. También es muy productivo experimentar con problemas a los cuales les sobre o les falte información, o con enunciados narrativos o incompletos, para los que los estudiantes mismos tengan que formular las preguntas. (p. 52)

Lo anterior debido a que es más enriquecedor que los estudiantes tengan la facultad por sí mismos de plantear, formular y resolver problemas que consideren importantes. A diferencia de que el profesor sea quien les presente los problemas y que les de todo lo necesario para resolverlos. Es así como desde este trabajo se contempla el Método Singapur como estrategia para orientar el desarrollo de la resolución de problemas, puesto que su eje central es esta competencia. La cual aborda los problemas desde diversas representaciones, esto justificado a partir de teorías que enriquecen la enseñanza y el aprendizaje.

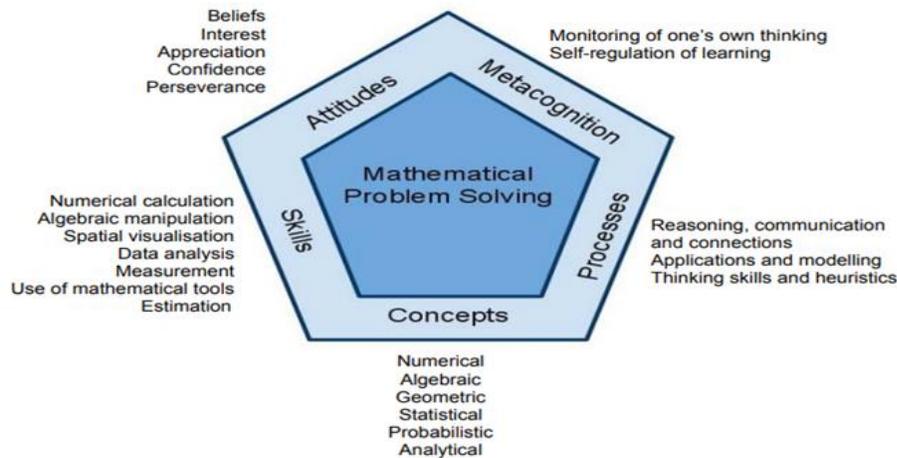
2.2.3 Método Singapur

El Método Singapur surgió en el año 1982 como una propuesta educativa para el progreso de este país desde el área de matemáticas. Dado que después de independizarse de

Malasia se encontraba sin recursos naturales para subsistir las necesidades de sus ciudadanos y con niveles muy bajos en educación (Lara, 2013). Por ende, el *Ministry of Education of Singapore* (2012) implementó en su currículo matemático una estructura pentagonal en la que se relacionan 5 componentes: conceptos, habilidades, actitudes, procesos matemáticos y metacognición. Todo esto enfocado en el eje central, es decir, la resolución de problemas matemáticos (Figura 1).

Figura 1

Estructura pentagonal del Currículo Matemático de Singapur



Nota. La figura muestra los componentes del Currículo Matemático de Singapur y sus especificaciones. Fuente. *Ministry of Education of Singapore* (2012).

A partir de la aplicación de este Método, Alba y García (2019) mencionan que el sistema educativo de Singapur mejoró notoriamente y con ello la sociedad, por lo cual ha sido implementado en países como: Estados Unidos, España, Chile y Colombia. La estructura pentagonal de la Figura 1 tiene como primer componente los *conceptos matemáticos*, los cuales contemplan aspectos relacionados con lo numérico, algebraico, geométrico, estadístico,

probabilidades y analítico. En donde se recalca la importancia de abordarlos desde la experiencia, la práctica y el uso de la tecnología.

Seguido a esto, se encuentran las *habilidades matemáticas*, que hacen alusión al cálculo numérico, la manipulación algebraica, la visualización espacial, el análisis de datos, la medición, el uso de herramientas matemáticas y la estimación. Siendo esto lo que les permitirá a los estudiantes en compañía de los *procesos matemáticos*: razonamiento; comunicación y conexiones; aplicaciones y modelado; y habilidades de pensamiento y heurística, desenvolverse correctamente en las situaciones en las que se requiera usar las matemáticas. Asimismo, se destaca la *metacognición*, puesto que es relevante que se reflexione sobre el propio aprendizaje, en donde se tenga la capacidad de seleccionar y utilizar estrategias de manera consciente a la hora de resolver problemas. Lo anterior acompañado de las *actitudes*, que tienen en cuenta las creencias, los intereses, la apreciación, la confianza y la perseverancia con respecto a las matemáticas y la resolución de problemas.

El Método Singapur está constituido por teorías importantes de matemáticas que han sido referentes durante muchos años y las cuales han permitido el posicionamiento de este Método como una de las mejores estrategias para contribuir en el desarrollo de la resolución de problemas. Estas son el enfoque CPA (Concreto, pictórico y abstracto) y el Currículum espiral propuestos por Bruner (como se citó en Bruner y Olson, 1973; González y Ortiz, 2015). La variación sistemática y principios básicos para el aprendizaje de las matemáticas expuestos por Dienes (como se citó en Brango, 2022; Tapia y Murillo, 2020). Los tipos de comprensión (relacional e instrumental) desde Skemp (1976), y los cuatro pasos para la resolución de problemas planteados por Pólya (1965). Desde Mamani (2018) se destaca que la unión de estas teorías se encuentra encaminada a que los estudiantes comprendan cómo solucionar un

determinado problema inmerso dentro del área de matemáticas, de otras disciplinas y de la cotidianidad.

La principal teoría en el que se encuentra fundamentado el Método Singapur fue planteada por Bruner (como se citó en Bruner y Olson, 1973) quien propone los modos de representación (activa, icónica y simbólica). Dichas representaciones dieron paso a lo que se conoce actualmente desde el Método Singapur como *enfoque CPA*. Desde el enfoque *concreto* se privilegia el uso de materiales manipulativos en la resolución de problemas, los cuales pueden ser incluso objetos cotidianos o elaborados por los propios profesores (Tapia y Murillo, 2020). Puesto que al ser este Método una estrategia flexible, se adapta a las necesidades que tengan tanto los profesores como los estudiantes. Después de darse ese primer acercamiento por medio de la propia experiencia se pasa a lo *pictórico*, es decir, se realiza la representación de los datos por medio de dibujos o representaciones gráficas que permitan comprender mejor el problema en el que se encuentran inmersos. Para así dar paso a lo *abstracto*, dándose la solución al problema con la utilización de símbolos y signos matemáticos, que evidencian según Zapatera (2020) lo aprendido y practicado en la etapa concreta y pictórica.

A partir de lo expuesto previamente se puede comprender como una característica que presenta el Método Singapur que los profesores identifiquen los escenarios posibles para abordar la resolución de problemas dentro de un contexto cercano y cotidiano a los educandos (Mamani, 2018). Esto desde la motivación que permita al estudiantado por medio de la manipulación descubrir e ir construyendo sus primeras bases ante un nuevo conocimiento. Autores como Ruesta y Gejaño (2022) concuerdan en la importancia que tiene el material concreto en el aprendizaje, ya que su uso permite el trabajo en grupo y promueve el pensamiento crítico y reflexivo.

Cabe destacar que el planteamiento de problemas no solo debe ser abordado como una tarea del docente, sino también del estudiantado (Zapatera, 2020). Pues en la etapa abstracta se debe evidenciar que el estudiante sea capaz de plantear y formular problemas de acuerdo con los conocimientos aprendidos. Es allí donde el docente puede determinar que los estudiantes hacen uso de lo aprendido en situaciones que ellos mismos identifican, permitiéndose así la recolección de datos, el análisis de estos y la creación de posibles estrategias para resolver el problema formulado.

A su vez, Bruner (como se citó en González y Ortiz, 2015) plantea el *currículum espiral*, que es tomado como referente en el Método Singapur para establecer que los contenidos se deben dar de manera progresiva. Generándose así la inclusión de lo que se va aprendiendo en el desarrollo de las actividades que surjan posterior al contenido inicialmente abordado y en el cual la resolución de problemas se presente en cada una de estas con mayor complejidad. Es decir, que los profesores deben asumir una actitud reflexiva que les permita entender la relevancia de seguir planteando y formulando problemas a medida que se desarrollan otros temas en el proceso educativo, para que la resolución de problemas no pase desapercibida. Adicional a ello, se encuentra la teoría de la *variación sistemática* propuesta por Dienes (como se citó en Brango, 2022) en donde se resalta la importancia de abordar los problemas y su solución de distintas formas para que así el estudiante logre entender que no existe una única estrategia al resolverlos.

Lo anterior debido a que es relevante considerar “la estructura lógica del contenido y la estrategia mental que cada persona usa” (Tapia y Murillo, 2020, p.17). Puesto que la manera en la que aprende cada ser humano es diferente, cada uno tiene habilidades y capacidades que permiten lograr comprender y desarrollar un concepto determinado. Cabe destacar que Dienes (como se citó en Tapia y Murillo, 2020) también enfatiza en la necesidad de abordar el proceso

educativo con el uso de materiales concretos y expone tres principios básicos para el aprendizaje de las matemáticas. *Principio de constructividad*, el docente debe proporcionar elementos necesarios para que el estudiante los manipule y sea el mismo quien construya los conceptos desde su propia experiencia por medio del uso de los sentidos. *Principio dinámico*, se debe dar la construcción de los conceptos a través de una enseñanza dinámica, en la que se encuentren materiales manipulativos y actividades que involucren el juego libre y planteado a propósito para ejercitar los conceptos. *Principio de la variabilidad de perspectiva*, se debe tener en cuenta que cada estudiante presenta diferentes perspectivas en su manera de ver y actuar bajo un problema específico.

En consecuencia, se logra evidenciar que esta teoría se enfoca en la manera en cómo la enseñanza de un docente contribuye de manera notoria en el aprendizaje y agrado por las matemáticas en los estudiantes. Pues estos juegan un papel esencial a la hora de desarrollar habilidades y procesos en los educandos, que les permitirá tomar buenas decisiones no solo en lo académico, sino en lo cotidiano; siempre teniéndose en cuenta el ritmo que cada uno de ellos posee en su aprendizaje.

Desde Skemp (1976) se expone la necesidad de conocer los intereses de los estudiantes y tener en cuenta que existen dos tipos de *comprensión*: la *relacional* (saber qué) y la *instrumental* (saber hacer). La segunda de estas es la más importante, puesto que los estudiantes no tienen que memorizar como se espera en la relacional. Sino que, por el contrario, con la instrumental sabrán desenvolverse en el problema, ser capaces de dar explicaciones desde el uso de sus propias estrategias. Por ende, el estudiante debe tener un rol protagónico en su formación y en la resolución de problemas en donde se debe tener en cuenta la teoría de Pólya (1965) con respecto

a los pasos que se requieren para abordar la resolución de problemas. Es decir, comprender el problema, concebir un plan, ejecutar un plan y examinar la solución.

Sin embargo, para finalizar es necesario destacar que, pese a que son más las oportunidades que manifiestan los autores que han analizado el Método Singapur como estrategia de enseñanza y aprendizaje para las matemáticas. Existen también críticas en menor medida con respecto a cómo algunas editoriales han abordado el Método Singapur en la realización de cartillas que sirvan como referente en la enseñanza que imparten los profesores. Tal cual como lo menciona Sotelo y Valbuena (2018) quienes afirman que la cartilla *¡Matemáticas al Máximo!* privilegia principalmente el desarrollo del pensamiento numérico por encima de los demás pensamientos.

A su vez, otra de las cartillas que de manera autónoma se analizó fue la denominada *Pensar sin límites Matemáticas Método Singapur*. La cual centra su atención en presentar contenidos aritméticos, patrones y aspectos relacionados con lo métrico, dejándose menos páginas y una última posición en el libro al pensamiento aleatorio. Dicha situación no es ajena a la que se evidencia en las cartillas que el Ministerio de Educación Nacional de Colombia en el año 2016 diseñó y entregó a algunos de los colegios donde implementan el Método Singapur, esto en la ciudad de Barranquilla.

Capítulo 3. Aspectos metodológicos

Este apartado contiene la *perspectiva metodológica* bajo la cual se rigió el presente estudio. Asimismo, en este se especifican los *participantes*, los cuales fueron un curso del primer grupo de grados, seguido de las *técnicas e instrumentos* usados para la recolección de datos. Para finalmente concluir, con la descripción de cada etapa que conformó el *proceso metodológico* de la investigación.

3.1 Método

La perspectiva metodológica de este estudio fue cualitativa, ya que esta contribuye tal cual como lo menciona Hernández- Sampieri y Mendoza (2018) “comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en su ambiente natural y en relación con el contexto” (p. 390). Por ende, este enfoque metodológico permite abordar investigaciones en muestras pequeñas en donde se obtienen datos profundos que no conllevan al uso de la estadística ni mucho menos a generalizar los hallazgos e interpretaciones. Es así como fue relevante el uso de este método en la presente investigación. Pues por medio de esta se pudo en un primer momento identificar las fortalezas y dificultades que presentaban los estudiantes de la muestra escogida con respecto a la resolución de problemas dentro del pensamiento aleatorio. Para así poder diseñar y ejecutar actividades encaminadas en lo encontrado desde el Método Singapur.

Lo anterior desde un *experimento de enseñanza*¹, el cual se encuentra enmarcado dentro del paradigma de la investigación de diseño. El cual tiene como objetivo “elaborar un modelo del aprendizaje y/o desarrollo de los alumnos, en relación con un contenido específico, entendiendo este aprendizaje como resultado de la manera de operar y las situaciones puestas en juego por el investigador-docente” (Molina et al., 2011, p. 79). Es decir, el realizar un experimento de enseñanza conlleva a contemplar una secuencia de acciones entrelazadas que permiten abordar la enseñanza de un contenido específico de una manera ordenada. Esto finalmente permitió analizar de manera cualitativa los aportes de un experimento de enseñanza basado en la competencia de resolución de problemas desde el Método Singapur en el desarrollo del pensamiento aleatorio en un grupo de estudiantes del primer grupo de grados.

3.2 Participantes

La población de este estudio fue un curso de tercer grado de Educación Básica Primaria perteneciente al Instituto Técnico Dámaso Zapata de la sede principal, jornada de la mañana. La muestra fue de tipo no probabilística, ya que tal y como lo menciona Hernández- Sampieri y Mendoza (2018) “la elección de las unidades no depende de la probabilidad, sino de razones relacionadas con las características y contexto de la investigación (decisiones del investigador)” (p. 217). Es decir que, aunque todos los integrantes del curso tuvieron la opción de participar, fueron los adultos quienes en primera instancia decidieron si lo permitían o no. A partir de los consentimientos recibidos de quienes otorgaron la autorización se les hizo entrega a los

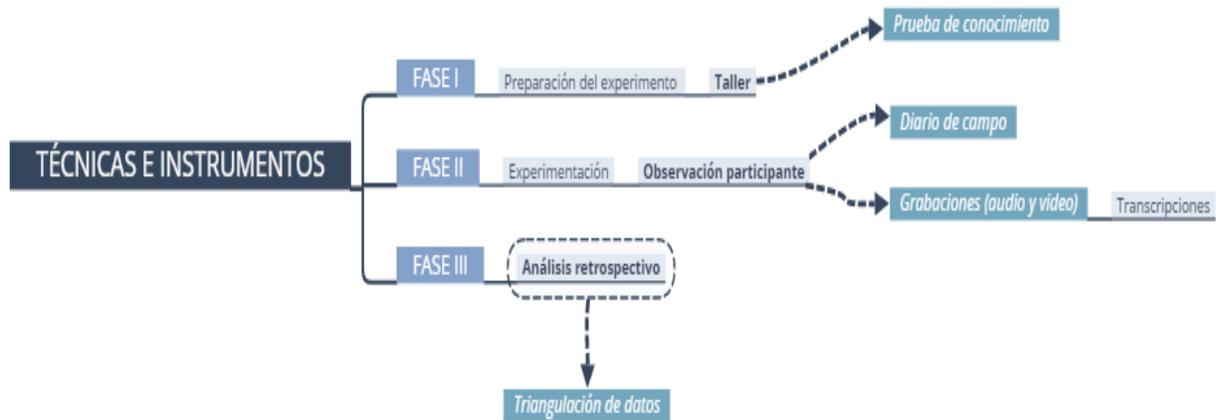
¹ La investigadora posee la información completa del experimento de enseñanza, si se llega a requerir alguno de los anexos correspondientes, se encuentra en disposición de entregar la información solicitada.

educandos de un asentimiento (Apéndice B) donde ellos manifestaron también su intención de hacer parte de la investigación.

Por ende, la muestra estuvo conformada por 25 estudiantes que oscilan entre la edad de 8 y 9 años, quienes fueron los que tuvieron la debida autorización por medio de los dos documentos (consentimiento y asentimiento informado). Cabe destacar que, al llevarse a cabo actividades grupales, toda la población participó, pues no se podían aislar de la muestra. Sin embargo, el análisis de los resultados se encuentra dado cuando es individual solo de los 25 estudiantes.

3.3 Técnicas e instrumentos

Al haber estado este trabajo investigativo orientado desde un experimento de enseñanza, es importante destacar que las técnicas e instrumentos que se utilizaron se encontraron dados desde las tres fases que presenta este tipo de investigación de diseño. Debido a que cada una de estas tiene una finalidad específica en la que se requiere el uso de una técnica e instrumento que beneficie la recolección de datos oportuna (Figura 2), para que finalmente esto contribuya al análisis de la información obtenida.

Figura 2*Técnicas e instrumentos*

Nota. La figura muestra las técnicas e instrumentos usadas en cada una de las fases del experimento de enseñanza.

En la Fase I, denominada *preparación del experimento*, se hizo uso de la técnica denominada taller, descrita por Quintana (2006) como una técnica que permite no solo la recolección de información. Sino también el análisis y la planeación de actividades que permitan llevar a cabo el desarrollo y la mejora de una situación problema previamente identificada en un grupo específico. Por ende, el instrumento que se requirió en esta técnica fue el diagnóstico, es decir, la realización de una prueba de conocimiento. La cual permitió en primera instancia identificar las fortalezas y dificultades que los estudiantes poseían con respecto al tema a abordar, que en este caso es la resolución de problemas dentro del pensamiento aleatorio.

Lo anterior debido a que tal y como lo menciona el Gobierno de Navarra (2008) estas pruebas permiten identificar el grado de conocimiento que tiene cada uno de los integrantes de un grupo con respecto a un contenido de aprendizaje. Los hallazgos que se encontraron en esta

prueba permitieron la construcción de las actividades que se implementaron en la fase II denominada *experimentación*.

La técnica que se usó en esta segunda fase para la recolección de datos fue la observación participante, ya que tal y como lo menciona Hernández- Sampieri y Mendoza (2018) en esta “El investigador mantiene experiencias directas con los participantes y el ambiente” (p. 464). Puesto que, la investigadora estuvo a cargo de la orientación de las actividades que se propusieron en el experimento de enseñanza. A partir de ello, cabe destacar que las observaciones obtenidas fueron plasmadas en el instrumento denominado *diario de campo*. Descrito por Bonilla y Rodríguez (como se citó en Martínez, 2007) como una herramienta en la que se toma nota de aspectos que considere el investigador como importantes. Esto desde los comportamientos y avances que logran los estudiantes, para así poder organizar, interpretar y analizar dicha información.

Asimismo, es importante tener en cuenta que en esta misma fase se hizo uso del instrumento de grabación, tanto de audio como de video. Puesto que se requirió llevar a cabo estos registros para poder contrastar la información recolectada en los diarios de campo, ya que por medio de esta técnica se pueden evidenciar acciones que ocurren de manera espontánea y las cuales pueden aportar a la investigación. A su vez, Gibbs et al. (2002) menciona que este instrumento permite observar las veces que sea necesario una situación determinada, permitiendo así un mejor análisis de la información. Estas grabaciones fueron transcritas, siendo esto clave para poder abordar la fase III de *análisis retrospectivo*. En donde se contempló la información recolectada como un todo, a manera de triangulación, descrita por Hernández- Sampieri y Mendoza (2018) como el uso e integración de diversos métodos de recolección de datos. Los cuales son analizados desde un escenario real de enseñanza y aprendizaje a partir de las

diferentes fuentes de información y la teoría expuesta, que en este caso fue la del Método Singapur.

3.4 Descripción del proceso metodológico

La presente investigación contempló en su proceso metodológico seis fases, las cuales contribuyeron de manera individual y en conjunto en la estructuración del trabajo. Por medio de estas se lograron hallazgos que permitieron la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje en estudiantes de tercero de Educación Básica Primaria con respecto a la competencia de resolución de problemas dentro del pensamiento aleatorio desde el Método Singapur. Es así como a continuación se expondrán cada una de estas fases (Figura 3).

Figura 3

Fases de investigación



Nota. La Figura muestra las seis fases que contempla la presente investigación.

A continuación, se presentarán de manera explícita cada una de las fases que se encuentran expuestas en la figura 3, de las cuales tres de estas: *la fase III, IV y V* son propias del experimento de enseñanza descritas por Molina et al. (2011).

3.4.1 Fase I. Revisión de la literatura

Inicialmente, se realizó una revisión de literatura en bases de datos actualizadas como *Scielo*, *Google Académico* y *ResearchGate*, en torno al tema de interés, que en este caso es la estadística y la probabilidad, cabe destacar que esto también fue dado desde documentos curriculares. Asimismo, se enfatizó en los estudios que contemplan experimentos de enseñanza, la resolución de problemas, y, por último, el Método Singapur como estrategia para el proceso educativo. Una vez leído lo encontrado se pasó a realizar una depuración donde se seleccionó lo más relevante e idóneo para darle continuidad a la investigación y con ello expandir las bases conceptuales de esta misma.

3.4.2 Fase II. Caracterización del marco teórico

Después de haber concluido con la primera fase, se siguió con la construcción del marco teórico, teniendo como conceptos claves: *la estadística y la probabilidad*, *la resolución de problemas* y *el Método Singapur*. Pues estos términos permitieron identificar desde la teoría la manera en la que se han comprendido sus definiciones y a su vez, como se ha abordado la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde estos conceptos. Lo que permitió determinar qué aspectos se debían tener en cuenta en el presente estudio y cuál era su aportación en el campo de la educación matemática.

3.4.3 Fase III. Preparación del experimento de enseñanza

Esta fase es la primera que se contempla a la hora de desarrollar un experimento de enseñanza, en la que, desde Molina, et al. (2011) se destacan algunas acciones que se deben abordar y las cuales se contemplaron en este trabajo. Primero fue necesario *definir el problema* y *el objetivo general* que se pretendía alcanzar con la investigación a desarrollar, así como la *identificación de los objetivos específicos* que permitieron llegar al general. Posteriormente, se

evaluó el conocimiento inicial de los alumnos, con relación a la resolución de problemas dentro del pensamiento aleatorio, esto por medio de una prueba diagnóstica o de conocimiento (Apéndice C). Lo cual permitió avanzar en la identificación de metodologías de enseñanza para los contenidos que se pretendía abordar, es decir, la estadística y la probabilidad desde la competencia de resolución de problemas. Siguiendo con ello, se pasó al diseño de la recogida de datos y de la secuencia de actividades para las intervenciones dentro del aula con su respectiva temporalidad, esto teniendo en cuenta el Método Singapur. Para con ello, llegar a los resultados esperados en el proceso de aprendizaje.

3.4.4 Fase IV. Experimentación

Desde Godino et al. (2013) se establece que el objetivo de esta fase no es “demostrar que la trayectoria prevista de aprendizaje funciona, sino mejorarla mediante constante y revisión de conjeturas sobre el proceso de aprendizaje previsto y los medios específicos para apoyarlo” (p.4). En este sentido, en esta fase se revisaron los aspectos que en la tercera fase se tuvieron en cuenta, para así iniciar con el desarrollo de la experimentación. A su vez, es necesario tal cual como lo manifiesta Molina et al. (2011): “obtener información sobre el trabajo realizado en el aula, identificar los objetivos instruccionales de la intervención, elaborar hipótesis/conjeturas sobre los resultados a obtener en la intervención y registrar las decisiones tomadas en el proceso de ejecución de las acciones” (p.80). Siendo necesario recalcar que se requirió desde esta fase modificar algunas actividades del diseño del experimento de enseñanza de manera justificada por aspectos como el tiempo y la necesidad de abordar con mayor profundidad unos contenidos más que otros para que se diera la comprensión de estos mismos.

3.4.5 Fase V. *Análisis retrospectivo de los datos*

El análisis de datos y la interpretación de resultados de esta investigación se dieron a partir de la última fase que tiene el modelo de experimento de enseñanza denominado *análisis retrospectivo*. En donde Molina et al. (2011) mencionan que en esta se recolecta y se organiza toda la información obtenida del experimento para finalmente analizarla. Siendo necesario que el investigador siempre asuma una postura crítica y reflexiva sobre los avances y dificultades que tuvieron los estudiantes. Lo anterior, teniendo en cuenta que se debe centrar más la atención en “profundizar en la comprensión de la situación de enseñanza y aprendizaje en su globalidad” (Molina et al., 2011, p.80). Es decir, la ruta conceptual que siguió el grupo y cada estudiante y no limitarse a los resultados del análisis preliminar, las conjeturas también inicialmente previstas, la justificación y los objetivos de cada sesión. Sino que, por el contrario, se tenga en cuenta como lo expresa Molina (2006) los objetivos que persigue la investigación y los datos que vienen de la experiencia obtenida dentro del aula a partir de las técnicas e instrumentos de recolección de datos.

Por ende, en esta investigación se hizo esencial recurrir a la triangulación de datos, los cuales fueron obtenidos desde la prueba de conocimiento, diario de campo y grabaciones tanto de audio como de video. Esto debido a que la triangulación permite tal cual, como lo menciona Hernández- Sampieri y Mendoza (2018) “descubrir permanencias, identificar contradicciones, estados inestables” (p.567). Puesto que el usar más de una técnica e instrumento para la recolección de datos permite evidenciar el mismo fenómeno o problemática encontrada previamente desde diversos ángulos. Pues, al ejecutarse el experimento, quien investiga puede pasar por alto alguna acción o elemento importante que no tendrá en cuenta en su diario de

campo, pero lo cual podrá identificar por medio de las grabaciones y sus respectivas transcripciones.

En este sentido, Benavides y Gómez- Restrepo (2005) recalcan que la triangulación tiene dos finalidades importantes. Una es corroborar los hallazgos encontrados en las diversas técnicas utilizadas cuando los resultados son similares. La otra permitir en el caso de encontrar inconsistencias entre las técnicas elaborar “una perspectiva más amplia en cuanto a la interpretación del fenómeno en cuestión, porque señala su complejidad y esto a su vez enriquece el estudio y brinda la oportunidad de que se realicen nuevos planteamientos” (p.120). Siendo así fundamental la triangulación para que el estudio tenga mayor credibilidad al realizar un buen análisis, que no conlleve a datos sesgados.

Es así como después de recolectar la respectiva información se pasó a elaborar las categorías de análisis, las cuales permitieron organizar, evidenciar y comprender mejor lo hallado. Reconociendo los conocimientos que los estudiantes fueron adquiriendo dentro del experimento de enseñanza desde los conceptos del pensamiento aleatorio, es decir, la estadística y la probabilidad. En estas categorías se tuvieron en cuenta el análisis de como los estudiantes transitaron de registros concretos a pictóricos y de pictóricos a abstractos dentro del pensamiento aleatorio mediante la competencia de resolución de problemas basada en el Método Singapur. Lo cual permitió analizar cómo el experimento de enseñanza contribuyó al desarrollo del pensamiento aleatorio en estudiantes de tercer grado de Educación Básica Primaria. Esto también a partir de la comparación de los resultados arrojados en la prueba diagnóstica con el proceso evolutivo de los estudiantes y la teoría e investigaciones que se encuentra disponibles sobre el Método Singapur y el pensamiento aleatorio.

3.4.6 Fase VI. Estructuración del informe

Esta fase fue un proceso constante, en el cual todas las semanas se le presentaba a la directora de grado los avances que se tenían en la construcción del estudio. Asimismo, se compartían estos al semillero de STEAM+H, lo anterior con la finalidad de adecuar aspectos necesarios para la mejora de la investigación. Dentro de esta fase también se contempló la revisión y entrega del trabajo de grado. Así como la importancia de divulgar el proceso y los hallazgos obtenidos dentro del estudio con el objetivo de aportar a la educación matemática después de llevar a cabo el análisis retrospectivo de los datos. En donde otros profesores investigadores puedan contemplar esta investigación como antecedente para abordar su proceso de enseñanza y también guiar el aprendizaje de sus estudiantes.

Capítulo 4. Experimento de enseñanza

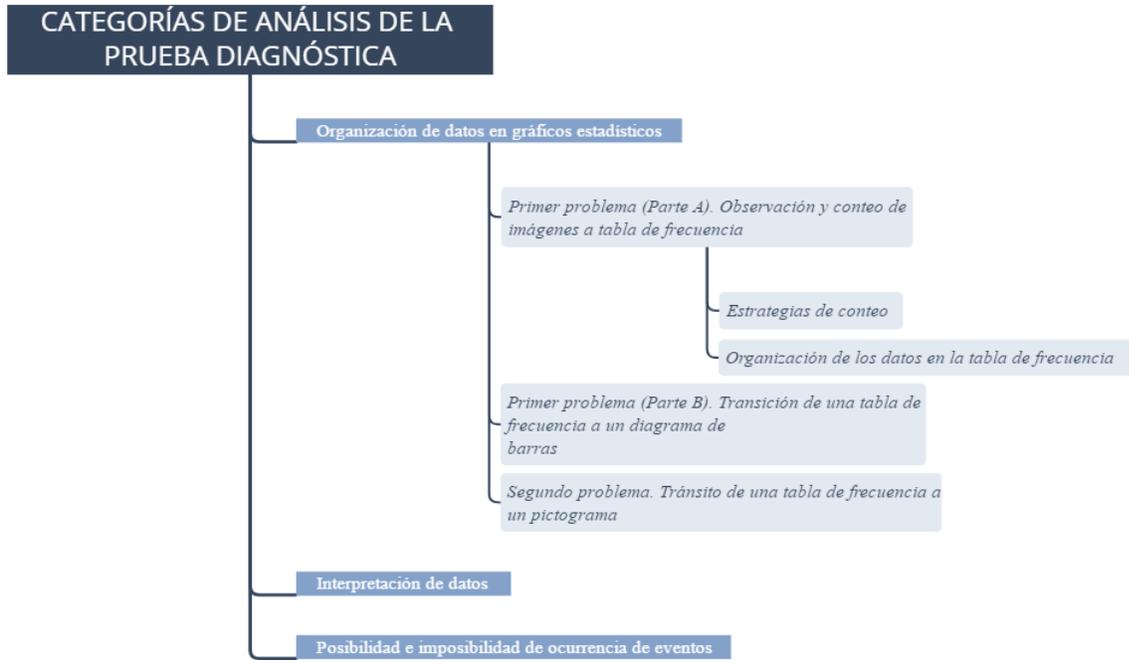
A continuación, se describirán los aspectos que se tuvieron en cuenta en cada una de las etapas del experimento de enseñanza. Iniciando con la *preparación del experimento*, en la cual se enfatizará en los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica realizada a la muestra de 25 estudiantes de tercero de Educación Básica Primaria. Posteriormente, se presentará la secuencia didáctica, desde la *experimentación*, por medio de la síntesis de cada una de las sesiones de clase y las modificaciones que algunas de estas tuvieron. Para finalmente, llegar al *análisis retrospectivo*, donde se contemplarán los resultados obtenidos en la implementación del experimento de enseñanza con base a la transición de lo concreto a lo pictórico y de lo pictórico a lo abstracto.

4.1 Preparación del experimento

Para empezar con la preparación del experimento de enseñanza se realizó el planteamiento y la ejecución de una prueba diagnóstica a los estudiantes que conformaron la muestra de esta investigación. La cual se encontró constituida por seis puntos, los dos primeros estuvieron directamente relacionados. Adicional a ello, cuatro de estos puntos tuvieron preguntas tanto de estadística como de probabilidad para identificar los conocimientos previos que poseían los educandos respecto al pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Este diagnóstico tuvo como duración 2 horas y media y se llevó a cabo dentro del aula de clase, en donde se tuvo acompañamiento de la docente titular. Para su respectivo análisis se formularon tres categorías denominadas *organización de datos en gráficos estadísticos*, *interpretación de datos* y *posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de eventos*, teniendo las dos primeras categorías, subcategorías que enfatizan en aspectos puntuales (Figura 4).

Figura 4

Categorías y subcategorías de análisis de la prueba diagnóstica



Nota. La figura muestra las categorías y subcategorías de análisis de la prueba diagnóstica realizada en tercero de Educación Básica Primaria.

Con base a la Figura 4, es importante recalcar que el diagnóstico se planteó a partir de los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas del MEN (2006), los cuales dieron paso a establecer como fundamental identificar que tipos de gráficos estadísticos conocían los educandos. En consecuencia, la prueba tuvo en cuenta problemas del contexto cotidiano y escolar en los que se requirió la realización de gráficos estadísticos para dar solución a estos (tabla de frecuencia, pictograma y diagrama de barras). Asimismo, desde la probabilidad se abordaron situaciones en las que los estudiantes debían identificar la posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de un determinado evento. Es así como a continuación se da paso a cada una de estas categorías de análisis.

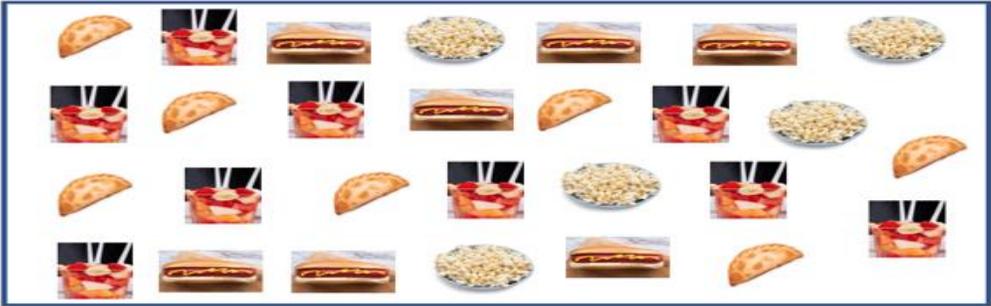
4.1.1 Organización de datos en gráficos estadísticos

Esta primera categoría de análisis contempla dos problemas matemáticos, distribuidos en tres puntos. El primero para efectos de análisis se dividió en parte A y B denominados: *Primer problema (Parte A)*- Observación y conteo de imágenes a tabla de frecuencia y *Primer problema (Parte B)*-Transición de una tabla de frecuencia a un diagrama de barras. El segundo caracterizado como *Segundo Problema*-Tránsito de una tabla de frecuencia a un pictograma, si es analizado en su totalidad. Estos problemas estuvieron orientados en la transición entre registros de representación, teniendo en cuenta las características que estos poseen y el conteo para la clasificación y organización de los datos correspondientes de acuerdo con la observación de imágenes y manipulación de objetos (por ejemplo, *stickers* de caras felices).

4.1.1.1 Primer problema (Parte A). Observación y conteo de imágenes a tabla de frecuencia. El primer problema inició con la observación de imágenes de alimentos (empanada, ensalada de frutas, perro caliente y crispetas) y el conteo específico de cantidades que se encuentran de cada uno de estos para posteriormente, organizar dichos datos en una tabla de frecuencia. Cabe destacar que de la primera parte del problema (Tabla 1) surgen dos subcategorías importantes respecto a las respuestas dadas por los estudiantes. La primera es con base en las *Estrategias de conteo* utilizadas por los educandos para determinar la cantidad correspondiente de cada alimento y la segunda es la *Organización de los datos en la tabla de frecuencia*, en la cual se analiza de qué manera completaron este tipo de gráfico a partir del esquema establecido.

Tabla 1

Primer problema (Parte A). Observación y conteo de imágenes a tabla de frecuencia

Primer Problema (Parte A)	
Estándar Básico de Competencias Matemáticas: Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas	
Descripción	
<p>1) La profesora de 3-03 propuso 4 posibles alimentos para el compartir del día del niño, así que realizó la votación con sus estudiantes para elegir solo uno de estos. Los votos se encuentran dispuestos en el siguiente cuadro, por lo cual necesita de tu ayuda para organizarlos en la tabla.</p>	
	
Alimento	Conteo
	
	
	
	

Observaciones

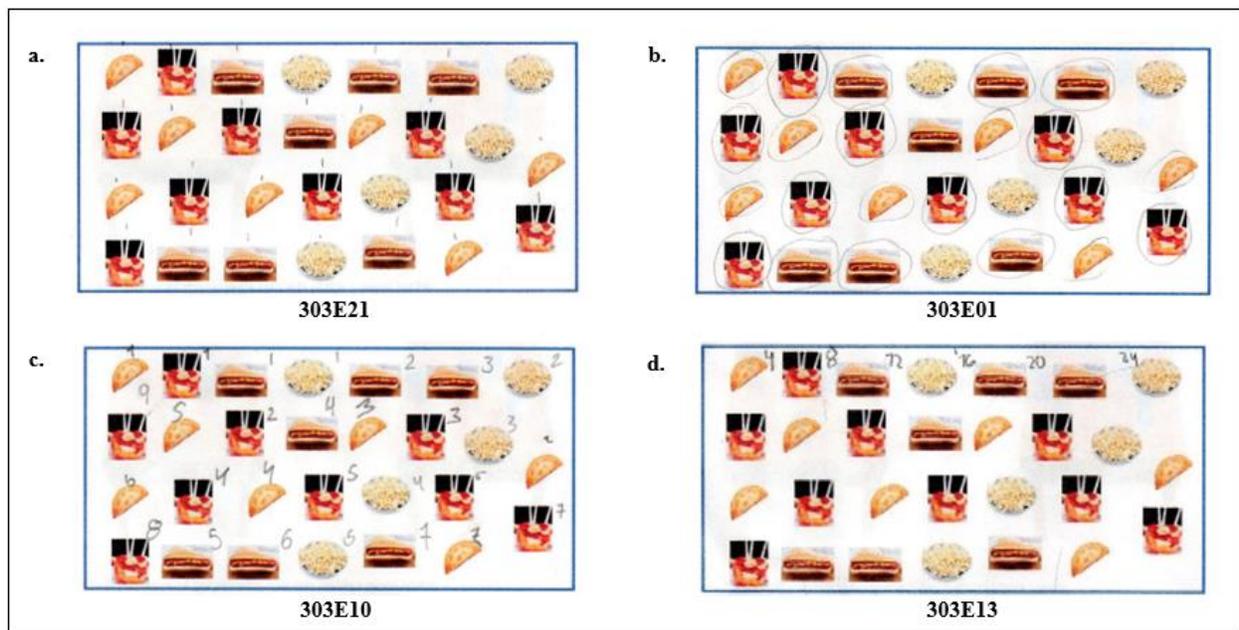
En la segunda columna de la tabla de frecuencia se usó el término conteo y no frecuencia, ya que se consideró que los educandos se encontraban más familiarizados con este término. Sin embargo, se identificó que algunos educandos no reconocen que significa “conteo”, por lo cual al comienzo presentaron confusión hasta que un estudiante mencionó que “era contar”.

Frente a la subcategoría *Estrategias de conteo*, se analizan cinco estrategias utilizadas por los estudiantes a la hora de realizar el conteo de los alimentos. Las cuatro primeras son reflejadas

desde la figura 5 y la quinta no se ejemplifica, pues se infiere que los estudiantes realizaron el conteo señalando los alimentos uno por uno, sin necesidad de recurrir a una marca específica que se evidencie en sus respectivas pruebas.

Figura 5

Estrategias de conteo



Nota. La figura muestra cuatro de las estrategias de conteo utilizadas por los estudiantes 303E21, 303E01, 303E10 y 303E13.

De los 25 estudiantes que conforman la muestra del presente estudio, dos realizaron marcas para el conteo. El primero 303E21 (Figura 5.a) le colocó una línea vertical a cada alimento mientras iba contando. El segundo 303E01 (Figura 5.b) encerró los alimentos, dejando como último las crispetas, por lo cual este no tiene dicha marca, ya que se le facilitaba identificar la cantidad exacta teniendo los demás alimentos encerrados. Lo anterior es descrito por Alba y Quintero (2016) como algo común en la cuantificación de representaciones pictóricas. En donde establecen que los educandos al no disponer de objetos manipulables para contarlos uno a uno,

realizan palos, puntos, rayas, entre otras marcas para por medio de estas realizar el conteo y dar respuesta correcta a la situación presentada.

A diferencia de lo anterior, el estudiante 303E10 enumeró cada imagen dependiendo del alimento (Figura 5.c). Es decir, cada representación pictórica de una empanada, una ensalada de fruta, un perro caliente y una crispeta tiene un número específico dependiendo del conteo que el estudiante iba realizando para cada tipo de alimento. Adicional a ello, se encuentra que un estudiante, el 303E13 (Figura 5.d) realizó el conteo general de cuántos alimentos en total había a partir de cada una de las columnas. Primero colocó 4, luego sumo esos 4 con los otros 4, dándole como resultado 8 y así sucesivamente hasta llegar a 24 y finalmente sumar esos 24 con los 4 alimentos restantes, dando un total de 28 alimentos. Lo cual le permitió rectificar la información registrada en la tabla de frecuencia. Los 21 educandos restantes no dejaron evidencia de como realizaron el conteo, sin embargo, se deduce que lo llevaron a cabo por medio del señalamiento de cada uno de los alimentos o utilizando sus dedos para ir sumando cada uno de los elementos.

En estos últimos casos se podría concluir que dichos estudiantes llevaron a cabo la cuantificación acercándose a lo abstracto. Pues tal y como lo señala Alba y Quintero (2016) los estudiantes utilizan los signos numéricos para determinar la cantidad existente en un conjunto determinado, que en este caso sería por cada tipo de alimento. Pese a ello, se enfatiza en que dichas representaciones no deben ser asumidas del todo como abstractas, ya que posiblemente estén usando los dedos para ello.

En cuanto a la segunda subcategoría denominada *Organización de los datos en la tabla de frecuencia*, se reconoce que todos los estudiantes lograron organizar los datos en la tabla de frecuencia de manera correcta. Sin embargo, dos de 25 educandos tuvieron errores con respecto al conteo de los perros calientes, como se evidencia uno de estos en la Figura 6.

Figura 6*Error en el conteo*

Alimento	Conteo
	7
	9
	6
	5

303E15

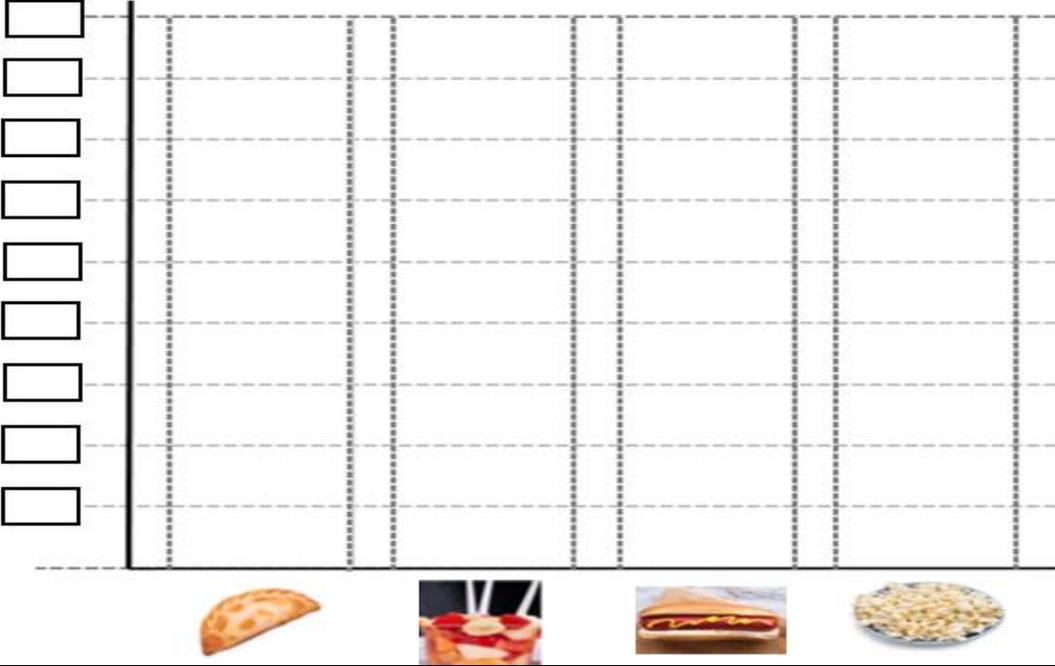
Nota. La figura muestra el error de conteo del estudiante 303E15.

A partir de este error, se reconoce que los dos estudiantes que se encuentran ejemplificados en el caso del 303E15 (Figura 6) dejaron una de las imágenes sin contar. Adicionalmente, no rectificaron su respuesta, ni realizaron el conteo general de los alimentos para identificar si estaban todas las 28 imágenes contadas. Siendo necesario destacar que utilizaron la estrategia que se deduce que fue por medio del señalamiento de cada uno de los alimentos o utilizando sus dedos para ir sumando cada uno de los elementos. Es así como se destaca de manera general que los estudiantes tienen bases suficientes para poder completar tablas de frecuencia con datos específicos previamente dados.

4.1.1.2 Primer problema (Parte B). Transición de una tabla de frecuencia a un diagrama de barras. El primer problema continúa con la transición de la información recolectada por los estudiantes por medio del conteo de los alimentos previamente expuestos en la tabla de frecuencia a un diagrama de barras (Tabla 2).

Tabla 2

Primer problema (Parte B). Transición de tabla de frecuencia a diagrama de barras

Primer Problema (Parte B)	
Estándar Básico De Competencias Matemáticas: Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.	
Descripción	
2) Realiza un diagrama de barras con la organización que hiciste en la tabla del ejercicio anterior y responde las preguntas.	
	
Observaciones	

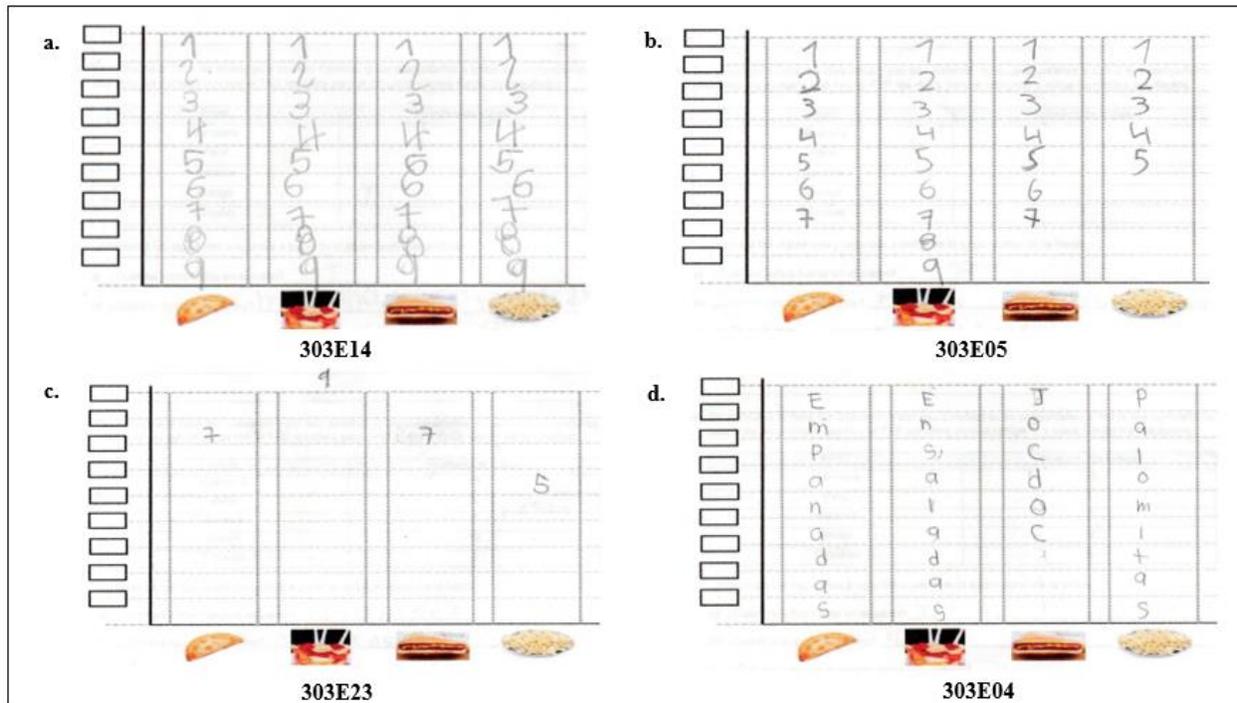
En este problema toda la muestra tuvo errores al realizar la representación de la información en este tipo de gráfico estadístico. Lo anterior debido a que los estudiantes no habían tenido acercamiento con este gráfico, ya que le preguntaban a investigadora: “¿Qué es un diagrama de barras?”.

De la parte B del primer problema surgieron cinco tipos de respuestas (Figura 7) dadas por 19 estudiantes. Los seis restantes de la muestra dejaron en blanco este punto. Lo anterior

permitiendo comprender qué conocimientos previos poseían los estudiantes con base a la realización de gráficos de barras.

Figura 7

Transición de una tabla de frecuencia a un diagrama de barras



Nota. La Figura muestra la transición de una tabla de frecuencia a un diagrama de barras realizado por cuatro estudiantes 303E14, 303E05, 303E23 y 303E04.

De 25 estudiantes, el 303E14 enumeró todos los cuadros que tenían las columnas del diagrama de barras de arriba hacia abajo (Figura 7.a) sin considerar el conteo realizado en la parte A del mismo problema. Mientras que 12 estudiantes representados por el 303E05 (Figura 7.b) enumeraron las columnas del diagrama de barras de arriba hacia abajo, pero a partir del conteo plasmado en la tabla de frecuencia. Por ende, se reconoce que estos últimos comprenden que el gráfico de barras se realiza desde las cantidades que se tiene de un elemento determinado, en este caso de cada uno de los alimentos. Por otra parte, dos educandos, ejemplificados desde el

caso del 303E23 (Figura 7.c) fueron los que mayormente se acercaron a la representación de los datos, pues colocaron encima de la casilla correspondiente de cada barra el número que equivale a la cantidad correcta de cada alimento, reconociendo que la frecuencia se debe plasmar de abajo hacia arriba.

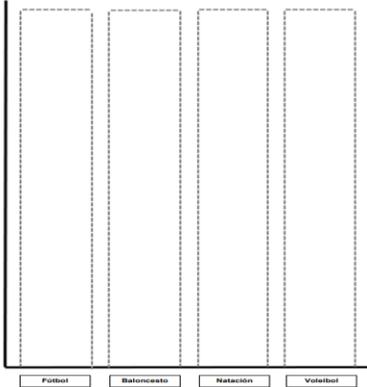
Pese a ello, se debe establecer tal cual como lo menciona Díaz-Levicoy et al. (2019) que este tipo de representaciones carecen de interpretación. Pues no permiten al lector tener información sobre datos específicos, ya que no se evidencia de manera clara la frecuencia, la cual tendría que estar dispuesta en el eje Y. Es así como desde estas representaciones se identifica que las casillas que se habían dispuesto en cada barra como guía tuvieron otra finalidad. Esto debido a que no reconocieron que cada una de estas casillas equivalía a un alimento específico, las cuales tenían que ser coloreadas dependiendo de la frecuencia de cada alimento. Además, se evidencia que pasaron por alto las casillas pequeñas que se tenían a la izquierda del gráfico para colocar los números correspondientes de la frecuencia.

Seguido de ello, se encuentran tres casos completamente aislados como se evidencia en el 303E04 (Figura 7.d) ya que escribieron los nombres de los alimentos en la columna correspondiente, sin llegar a considerar esencial el conteo previamente realizado. Finalmente, seis dejaron en blanco este punto, pues su principal razón era que no sabían cómo realizarlo. En consecuencia, desde este diagnóstico se deja en evidencia la necesidad de enseñar qué es y cómo se realiza un diagrama de barras. Teniendo en cuenta el inicio de partida de la frecuencia y la forma de completar cada una de las columnas, puesto que esto permitirá que más adelante los estudiantes puedan plasmar un diagrama de barras desde cero, sin necesidad de tener un esquema sobre ello.

4.1.1.2 Segundo problema. Tránsito de una tabla de frecuencia a un pictograma. El segundo y último problema que se encuentra dentro de la categoría denominada: *Organización de datos en gráficos estadísticos* está dado desde la organización de datos de una tabla de frecuencia a un pictograma, por medio del uso de material concreto (*stickers* de caras felices) (Tabla 3).

Tabla 3

Segundo problema. Tránsito de una tabla de frecuencia a un pictograma

Segundo problema											
Estándar Básico de Competencias Matemáticas: Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.											
Descripción											
6) Construye un pictograma sobre el deporte favorito de tus compañeros a partir de los datos presentados en la siguiente tabla. Para realizarlo debes pegar los stickers de cara feliz en el lugar que corresponda, teniendo en cuenta que cada stickers es igual a un niño.											
											
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Deporte</th> <th>Niños</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Fútbol</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Baloncesto</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>Natación</td> <td>14</td> </tr> <tr> <td>Voleibol</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	Deporte	Niños	Fútbol	10	Baloncesto	7	Natación	14	Voleibol	3	
Deporte	Niños										
Fútbol	10										
Baloncesto	7										
Natación	14										
Voleibol	3										

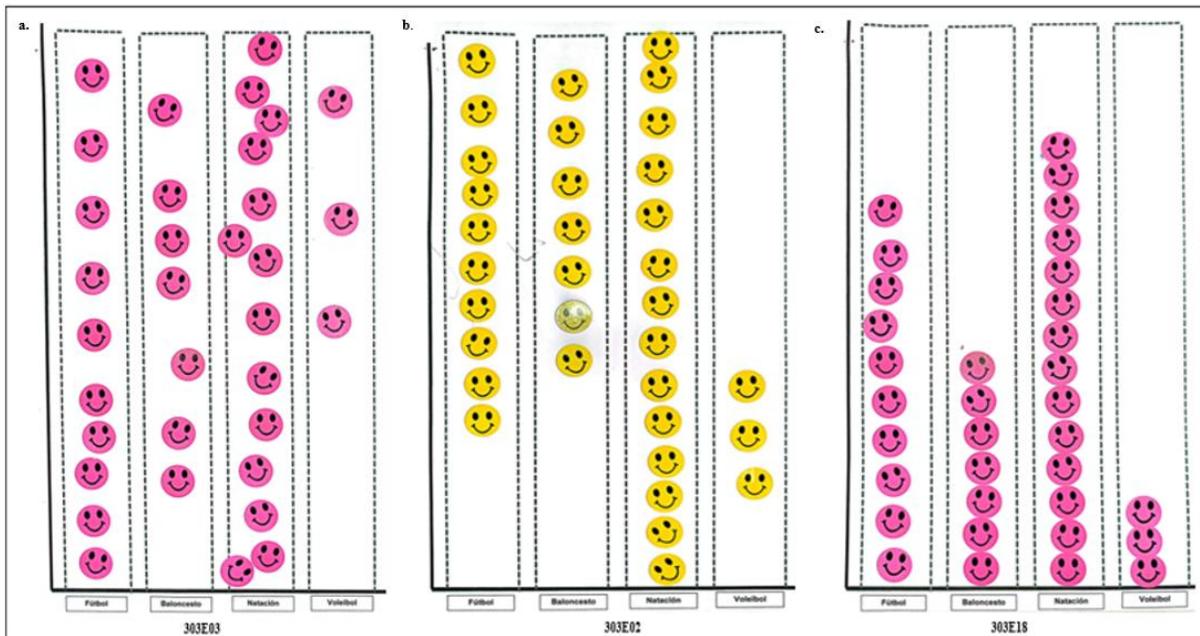
Observaciones

Se reconoce que los estudiantes no sabían específicamente qué era un pictograma, ya que le preguntaban a la investigadora sobre este término. Sin embargo, al leer las indicaciones “Para realizarlo debes pegar los stickers de cara feliz en el lugar que corresponda, teniendo en cuenta que cada stickers es igual a un niño” lo realizaron considerando el número de niños que se encontraban en la tabla con respecto a cada uno de los deportes.

A partir del problema presentado en la Tabla 3, se evidencian tres respuestas comunes en los 25 estudiantes, las cuales a continuación serán ejemplificadas en la figura 8.

Figura 8

Tránsito de una tabla de frecuencia a un pictograma



Nota. La figura muestra la representación realizada de un pictograma por tres estudiantes 303E03, 303E02 y 303E18.

De 25 estudiantes, tres realizaron la representación del pictograma como se ejemplifica desde el 303E03 (Figura 8.a). Dejando en evidencia que reconocen que se debe agrupar una cantidad específica en cada barra del pictograma teniendo en cuenta los datos dados con anticipación en la tabla de frecuencia. Sin embargo, no identifican que todos los elementos deben de tener un espacio similar entre sí y además que el pictograma debe representarse de abajo hacia arriba. Siendo esto necesario, pues tal y como menciona el MEN (2006) es relevante que estos aspectos sean concebidos en los gráficos estadísticos, lo cual se encuentra relacionado con el

pensamiento espacial desde el desarrollo de habilidades que permitan establecer distancia, dirección y posición.

Seguido de estos estudiantes, se encuentran 12 que colocaron con un mayor orden los elementos, pero que no tuvieron el punto de referencia (plano cartesiano), pues dispusieron los elementos de arriba hacia abajo, como se identifica en el caso del 303E02 (Figura 8.b). Por otra parte, se encuentran 10 educandos que, si tuvieron en cuenta el punto de referencia e intentaron que los elementos quedaran con una misma distancia entre ellos, tal cual como el 303E18 (Figura 8.c). Finalmente, es importante resaltar que pese a los errores que cometieron, todos colocaron la cantidad de *stickers* correctos, llegando a reconocer los cuatro valores de la variable del pictograma, que en este caso son deportes (Fútbol, baloncesto, natación y voleibol).

En consecuencia, es importante recalcar que a pesar de que en los documentos curriculares como los Estándares de Competencias Matemáticas (MEN, 2006) se establece que desde primer grado de Educación Básica Primaria se debe incorporar en los planes de esta asignatura el pensamiento aleatorio. Esto no se evidencia con mucha frecuencia, pues los estudiantes que conforman esta muestra ya se encuentran a meses de culminar su año escolar y a iniciar el segundo grupo de grados (4° y 5°). Por lo cual ya deberían haberse aproximado a los tres tipos de gráficos estadísticos que se presentaron previamente.

4.1.2 Interpretación de datos

La segunda categoría de análisis contempla la continuación del primer problema del diagnóstico, es decir, en esta categoría se encuentra la *Parte C* de este, pues las preguntas están dadas desde la información de la tabla de frecuencia y el diagrama de barras de los alimentos (Tabla 4). Asimismo, se tiene en cuenta un nuevo problema con base a la interpretación de datos

plasmados en una tabla de frecuencia. Cabe destacar que este problema sería el tercero de todo el diagnóstico y el cual está expuesto como cuarto punto (Tabla 4).

Tabla 4

Primer Problema (Parte C)

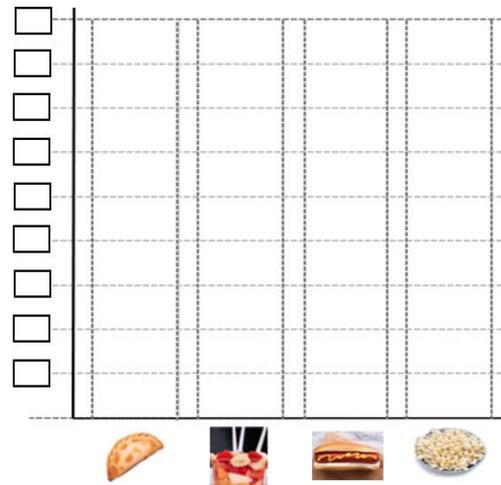
Primer Problema (Parte C)
Estándar Básico De Competencias Matemáticas: Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.

Descripción

Esta primera parte se encuentra dada desde la respuesta de las preguntas que surgen a partir del conteo los alimentos representados en las imágenes y la organización de estos datos en la tabla de frecuencia y el diagrama de barras realizado por los estudiantes.



Alimento	Conteo



Preguntas:

- a) ¿Qué alimento fue el que tuvo mayor votación?
- b) ¿Qué alimento fue el que tuvo menor votación?
- c) ¿Cuál de los alimentos tuvo 7 votos?

Observaciones

Como los estudiantes tuvieron dificultad para realizar el diagrama de barras, la gran mayoría para responder las tres preguntas hicieron uso de la tabla de frecuencia.

De las tres preguntas presentadas anteriormente en la Tabla 4, 15 estudiantes respondieron correctamente las tres, siendo las respuestas: a) Ensalada de frutas; b) Crispetas y c) Empanada y/o perros calientes. Esta última tenía dos opciones de respuesta correcta, por lo cual algunos estudiantes respondieron con los dos nombres de estos alimentos o solo con uno. Por otro lado, cuatro respondieron incorrectamente una de las preguntas, siendo en este caso por una confusión o falta de interpretación, ya que colocaron el nombre del alimento que no correspondía en la pregunta que contestaron mal. Finalmente, cuatro no respondieron ninguna de las preguntas, a pesar de haber registrado los datos correctamente en la tabla de frecuencia. Quizás esto se dio debido a que no comprendieron de donde tenían que sacar las respuestas, es decir, de la tabla de frecuencia y del diagrama de barras, en el cual tuvieron errores.

Adicionalmente, se encuentra el tercer problema del diagnóstico, el cual está dado también desde la interpretación de datos, en este caso desde seis preguntas con base a una tabla de frecuencia (Tabla 5).

Tabla 5*Tercer problema***Tercer Problema**

Estándar Básico De Competencias Matemáticas: Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.

Descripción

4) Se aproxima la hora del descanso y por eso Esteban quiso preguntarles a todos sus compañeros cuál fruta les gustaría que hoy el PAE les diera para el refrigerio y estos fueron los resultados:

Fruta	Número de niños
Manzana	10
Pera	5
Banano	7
Mango	12
Ciruelas	3

- Responde las siguientes preguntas a partir de la información de la tabla:

- a) ¿Cuántos niños había en el salón?
- b) ¿Cuántos tipos de fruta hay?
- c) ¿Cuál es la fruta que menos niños escogieron?
- d) ¿A cuántos niños más les gusta el mango que las ciruelas?
- e) Más niños prefieren el banano que la manzana ¿Es esto falso o verdadero?
- f) ¿Cuántos niños en total dijeron que les gustaría que el PAE les diera pera, manzana y ciruelas?

Observaciones

Algunos estudiantes presentaron dificultad para comprender los enunciados, pues en este caso creían al comienzo que eran ellos quienes debían preguntarles a sus demás compañeros que fruta querían que les dieran el PAE y a partir de ello contestar. Por ende, empezaron a conversar entre ellos y los que si habían comprendido les dijeron a los demás que las preguntas se respondían de acuerdo con la tabla de frecuencia que estaba en la hoja.

De las seis preguntas que tiene el problema previamente presentado en la Tabla 5, dos estudiantes respondieron todas de manera correcta; cuatro, cinco preguntas; cuatro respondieron

cuatro, bien; ocho educandos tres; dos contestaron dos de manera adecuada; dos una sola pregunta y uno dejó en blanco. Teniendo en cuenta lo previamente mencionado, se evidencia que en este problema tuvieron mayor dificultad que el anterior, esto debido a que en este problema sí tenían que realizar cálculos matemáticos a diferencia del *Primer problema (Parte C)*.

En este sentido, es relevante destacar cuántos estudiantes tuvieron dificultades para responder cada una de estas preguntas. En la primera pregunta, 12 estudiantes contestaron erróneamente, siendo algunas de las respuestas las siguientes: “38”, “10” y “Muchos”. Dando cuenta que los que contestaron 38 se equivocaron por un solo número, quizás lo realizaron mentalmente, lo cual hizo que les faltará un elemento por tener en cuenta. Con respecto a los que respondieron 10, fue principalmente porque el primer dato que se da en la tabla es 10 haciendo referencia al total de niños que quieren manzanas, por lo cual su respuesta se basó solo en este dato. Mientras que los que contestaron “muchos” es porque no realizaron la adición.

De la segunda pregunta, solo cuatro estudiantes contestaron equivocadamente, tres contestaron “4”, es decir, dejaron por fuera uno de los tipos de frutas, ya que eran cinco en total, mientras que el otro estudiante colocó “muchos”, por lo cual no realizó el conteo. En cuanto a la tercera pregunta, cuatro contestaron incorrectamente, dando como respuesta “34”, “mango”, “5 niños” y “Banano 7”, siendo la respuesta correcta la ciruela. Es decir, tuvieron dificultad para identificar el dato que se les estaba pidiendo de la tabla de frecuencia por falta de interpretación de esta misma. La cuarta pregunta fue en la que mayormente se equivocaron los educandos, reconociendo que presentan dificultad a la hora de realizar la sustracción respectiva, pues para responder a ¿Cuántos niños más les gusta el mango que las ciruelas? Era necesario contemplar los dos datos, es decir 12 mangos y 3 ciruelas, para posteriormente realizar la sustracción y

obtener como resultado 9. Sin embargo, 16 estudiantes tuvieron como respuesta “12”, es decir, únicamente tuvieron en cuenta cuántos niños querían mangos.

En la quinta pregunta, siete estudiantes contestaron que era verdadero que más niños prefieren el banano que la manzana, es decir, no identificaron correctamente en la tabla de frecuencia que esto es falso. Reconociendo nuevamente que hace falta mayor interpretación de gráficos, en este caso específico de tablas de frecuencia. Finalmente, se encuentra la sexta pregunta, en donde 14 estudiantes tuvieron dificultad para realizar la adición de los tres tipos de frutas (pera, manzana y ciruela). Pues seis respondieron “13” es decir, hicieron la adición solo de las manzanas y las ciruelas. Mientras que cinco contestaron “15” dejando de un lado las ciruelas en la adición. Por otra parte, cinco estudiantes lo que hicieron fue colocar “5, 10, 3” es decir, colocaron las cantidades específicas de cada uno de estos tres tipos de frutas, pero no realizaron la adición para saber cuántas frutas de estas en total había.

En este sentido se recalca la necesidad de enseñarle a los estudiantes que pasos deben de tener en cuenta para la resolución de problemas, desde los pasos que plantea Pólya (1965). En donde se establece que primero se necesita comprender el problema, por medio de la identificación de los datos. Luego concebir un plan, es decir, identificar qué operación matemática le permite solucionarlo para proseguir a ejecutar el plan y finalmente examinar la respectiva solución.

4.1.3 Posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de eventos

La tercera y última categoría de análisis está enfocada en la probabilidad, específicamente centrada en los términos de posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de eventos. Esto desde dos problemas (Tabla 6) los cuales se ubican dentro de la prueba diagnóstica en el cuarto y quinto problema dispuestos respectivamente en el punto 3 y 5. El cuarto problema

se centró en la observación de dos imágenes de mesas, las cuales tenían encima tarjetas de color rojo y azul para que los estudiantes por medio de esto pudieran dar respuesta a dos preguntas que enfatizaban en los términos “más posible” y “menos posible”.

En cuanto al quinto problema, este se dio desde la representación de unas canicas por medio de círculos blancos, con la finalidad de determinar si los estudiantes hacían uso de estos para resolver el problema o si los pasaban desapercibidos. Dicha representación pictórica estuvo acompañada de una tabla de frecuencia en donde se dispusieron los colores de las canicas y las cantidades específicas para que con esta información los estudiantes respondieran tres preguntas.

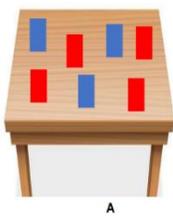
Tabla 6

*Cuarto y quinto problema***Cuarto y quinto problema**

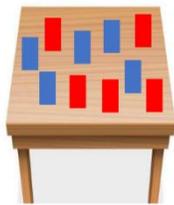
Estándares Básicos De Competencias Matemáticas: Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.

Descripción del cuarto problema

3) Observa las tarjetas de colores que se encuentran encima de la mesa A y B y responde.



A



B

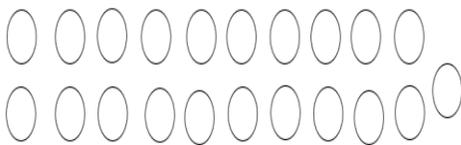
- Si tuviéramos los ojos vendados sería más posible o menos posible:

a) Coger de la mesa A una tarjeta de color azul ¿Por qué?

b) Coger de la mesa B una tarjeta roja: ¿Por qué?

Descripción del quinto problema

5) A Juan le gusta coleccionar y jugar con canicas, por lo cual realizó una tabla donde pudiera ver cuántas tiene de cada color.



Color	Cantidad
Amarillo	5
Rojo	7
Verde	4
Azul	5

Responde después de observar la tabla:

a) ¿Cuántas canicas en total tiene Juan?

b) Si Juan tuviera las canicas en una bolsa:

- ¿De qué color sería más posible que sacara una canica sin mirar? ¿Por qué?

- Sería menos posible que Juan escogiera sin mirar una canica de color verde ¿Es esto falso o verdadero?

Observaciones

Algunos de los estudiantes pensaron que tenían que taparse los ojos para resolver los problemas, por ende, señalaban con el dedo la imagen y posteriormente escribían sus respuestas con base a ello. Sin embargo, otros educandos cuando los vieron haciendo esto les dijeron que era pensarlo y no hacerlo. Así que fue esencial que la investigadora les explicará que era una situación hipotética, Por ello, es fundamental destacar que las instrucciones tuvieron que ser más claras.

Del tercer problema surgieron diversas respuestas, como se ejemplifica en la Figura 9. En donde se evidencia que efectivamente la gran mayoría, es decir, 15 estudiantes realizaron este punto de la prueba diagnóstica tapándose o cerrando los ojos sin considerar la cantidad específica que se tenía de cada una de las tarjetas en las respectivas mesas (A y B). Sin embargo, es importante también destacar que tres estudiantes sí identificaron que la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor o menor dependiendo de las cantidades que se tienen. Mientras que siete educandos prefirieron dejar el punto sin responder, teniendo en cuenta que las indicaciones no les fueron claras.

Figura 9

Cuarto problema posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de un evento

a.



- Si tuviéramos los ojos vendados sería más posible o menos posible:

a) Coger de la mesa A una tarjeta de color azul: lla esta corrida
 ¿Por qué? para que la persona no la pueda cojer

b) Coger de la mesa B una tarjeta roja: lla esta corrida
 ¿Por qué? para que la persona no la coja

303E15

b.

- Si tuviéramos los ojos vendados sería más posible o menos posible:

a) Coger de la mesa A una tarjeta de color azul: más posible
 ¿Por qué? me tape los ojos y toque la mesa A y una tarjeta azul.

b) Coger de la mesa B una tarjeta roja: menos posible
 ¿Por qué? me tape los ojos y toque la mesa B pero toque una tarjeta azul.

303E24

c.

- Si tuviéramos los ojos vendados sería más posible o menos posible:

a) Coger de la mesa A una tarjeta de color azul: Si
 ¿Por qué? porque tengo mucha memoria

b) Coger de la mesa B una tarjeta roja: Si
 ¿Por qué? porque tengo mucha memoria

303E07

d.

- Si tuviéramos los ojos vendados sería más posible o menos posible:

a) Coger de la mesa A una tarjeta de color azul: imposible
 ¿Por qué? porque hay mas rojas que azules

b) Coger de la mesa B una tarjeta roja: posible
 ¿Por qué? porque a mas azules que rojas

303E12

Nota. La figura muestra las respuestas dadas por cuatro estudiantes 303E15, 303E24, 303E07 y 303E12 en el cuarto problema.

Desde la figura anterior se evidencia que el estudiante 303E15 (Figura 9.a) fue el único de la muestra que utilizó la representación pictórica para resolver el problema, pues encerró dos tarjetas, una de cada mesa y a partir de ello planteó su respuesta. Sin embargo, esto no refleja si consideró o no que sería más posible o menos posible sacar una tarjeta tanto de color rojo como azul. Adicionalmente, se encuentra que el estudiante 303E24 establece que su respuesta se encuentra ligada a que se tapó los ojos y tocó una tarjeta de la mesa.

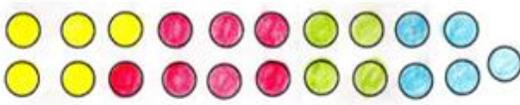
Mientras que el 303E07 responde que “sí” a las dos preguntas, mencionando que se puede porque tiene mucha memoria, quizás considerando que se trataba de un juego de tarjetas en el cual se tenía que encontrar los pares. Por otra parte, está el 303E12, en el que se evidencia que sí comprendió que la posibilidad de ocurrencia de coger una tarjeta de color tanto azul como roja depende de la cantidad que haya en cada una de las mesas. Por último, es necesario establecer que los demás estudiantes presentaron respuestas similares a los tres primeros estudiantes que se ejemplificaron en la Figura 9.

Sumado a lo anterior, se encuentra el quinto problema previamente descrito en la Tabla 6 en donde se identifican respuestas parecidas a las dadas en el cuarto problema, como a continuación se ejemplifica en la figura 10.

Figura 10

Quinto problema posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de un evento

a.



Color	Cantidad
Amarillo	5
Rojo	7
Verde	4
Azul	5

- Responde después de observar la tabla:

a) ¿Cuántas canicas en total tiene Juan? 21 canicas

b) Si Juan tuviera las canicas en una bolsa:

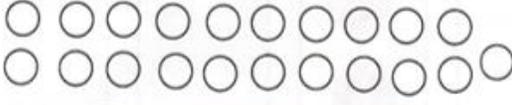
- ¿De qué color sería más posible que sacara una canica sin mirar? rojo

¿Por qué? porque hay mas canicas rojas

- Sería menos posible que Juan escogiera sin mirar una canica de color verde ¿Es esto falso o verdadero? Verdadero

303E23

b.



Color	Cantidad
Amarillo	5
Rojo	7
Verde	4
Azul	5

- Responde después de observar la tabla:

a) ¿Cuántas canicas en total tiene Juan? 21 canicas

b) Si Juan tuviera las canicas en una bolsa:

- ¿De qué color sería más posible que sacara una canica sin mirar? no se

¿Por qué? podria tener suerte o no.

- Sería menos posible que Juan escogiera sin mirar una canica de color verde ¿Es esto falso o verdadero? falso

303E24

Nota. La figura muestra la resolución de un problema por parte de dos educandos 303E23 y 303E24.

Para este análisis solo se tendrá en cuenta la pregunta b y los dos ítems que se tienen en esta, pues la primera pregunta, es decir, la a, se encuentra dada desde la adición, donde todos lograron responderla correctamente. Es así que, de 25 estudiantes, 10 de ellos usaron los círculos para colorearlos dependiendo de los datos expuestos en la tabla de frecuencia, tal cual como lo realizó el 303E23 (Figura 10.a). Lo cual permite determinar que esto fue una ayuda para los estudiantes, ya que visualmente les fue más fácil para resolver el problema. Lo anterior, debido a que siete de estos estudiantes lograron por lo menos responder uno de los dos ítems que se encuentra en la pregunta b de manera correcta. Teniendo en cuenta que este punto está dado desde la posibilidad de ocurrencia “más posible” “menos posible”. Siendo notorio que hubo

cambios favorables en este problema con relación al tercer problema, en el que solo tres estudiantes lograron dar respuesta correcta a los interrogantes.

Sin embargo, 15 estudiantes como se ejemplifica con el caso del 303E24 (Figura 10.b) pasaron desapercibido los círculos que representan las canicas. Además, siguen teniendo dificultad para dar respuesta a las preguntas conforme a términos propios de la probabilidad planteados por los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas para el primer grupo de grados. Esto debido a que asumen que principalmente el sacar la canica de un cierto color sin mirar se debe a la suerte, sin relacionar que en esto también influyen los valores de la variable y las cantidades específicas que se tienen de los colores de las canicas.

Con base a los resultados de esta categoría se hace fundamental mencionar a Fischbein (como se citó en Batanero, 2013) quien establece que los educandos a partir de juegos sencillos de probabilidad, como los previamente dados desde el diagnóstico. Deben lograr acertar si “el número de casos desfavorables es igual y el número de casos es pequeño” (p.6). Esto con relación a la cantidad de elementos que se tengan presentes en el problema. Pese a ello, se evidencia que los estudiantes de esta muestra no tienen mucho conocimiento sobre la probabilidad en términos de más posible o menos posible.

En consecuencia, por medio de este análisis se logró determinar que, si es oportuno desde esta investigación enseñar el pensamiento aleatorio haciendo uso de nuevas estrategias como el Método Singapur. Para así motivar al estudiante en su aprendizaje, pues este será su primer acercamiento oficial con la estadística y la probabilidad. Por ende, es esencial llevar a cabo la construcción de una secuencia didáctica que vincule la conceptualización de los términos propios de estadística y probabilidad, la construcción de gráficos estadísticos y la interpretación de datos de estos mismos.

Lo anterior desde el reconocimiento de las fortalezas y dificultades que se identificaron en la prueba diagnóstica, en donde se refleja que una de sus fortalezas es la tabla de frecuencia, pues solo hubo dos estudiantes que tuvieron un error en su gráfico. Pese a ello, es necesario enfatizar en que sean ellos mismos quienes construyan este tipo de gráfico sin llegar a tener un esquema como se planteó en la prueba. Adicionalmente, se debe trabajar bajo los conocimientos que tienen sobre la realización de los pictogramas. En donde se resalte la importancia de que cada elemento debe tener la misma distancia entre sí y que este tipo de gráfico tiene un punto de partida, el cual es de abajo hacia arriba. Tal cual, como el diagrama de barras que es el que presenta mayor dificultad para ellos, ya que no reconocen como se representa la frecuencia.

En cuanto a la probabilidad, es esencial abordar situaciones problemáticas que les permitan identificar cuando es mayor o menor la posibilidad de ocurrencia de un evento, pues son muy pocos los estudiantes que tienen conocimiento sobre ello. Así como la interpretación de datos, debido a que se les dificulta dar respuesta a las preguntas a partir de los gráficos estadísticos, principalmente cuando tienen que realizar operaciones matemáticas básicas (Adicción y sustracción).

4.2 Experimentación

A continuación, se presentará la etapa de la experimentación partiendo de la contextualización de la secuencia didáctica (Apéndice D). La cual tuvo como finalidad abordar el pensamiento aleatorio en tercero de Educación Básica Primaria, desde la resolución de problemas, la transición de lo Concreto a lo Pictórico (C-P) y de lo Pictórico a lo Abstracto (P-A). Esto encaminado a que los estudiantes tuvieran un acercamiento más ameno hacia este nuevo conocimiento para ellos, desde la curiosidad al identificar las diversas representaciones que se pueden tener de un mismo problema sin llegar a afectar la solución. Asimismo, es importante

destacar que la temática que tuvo esta secuencia didáctica fue la de piratas. En donde en las tres primeras sesiones de clase se planteó una situación problemática acorde a dicha temática y la cual debía ser resuelta por los educandos al finalizar la sesión, poniendo a prueba los conocimientos adquiridos en el transcurso de la clase y asumiendo el rol de pirata.

Lo anterior con el objetivo de que se motivaran a participar en cada una de las actividades. Por otra parte, es esencial mencionar que, para llevar a cabo la explicación de los conceptos, se usaron ejemplos hipotéticos de la cotidianidad y del entorno escolar. De manera general se destaca que se tenía previsto cuatro sesiones de clase, cada una aproximadamente de tres horas. Sin embargo, por los horarios acordados con la profesora titular estas se abordaron en más clases, pues la duración de las intervenciones por día variaba entre dos horas y dos horas y media. Adicionalmente, como era una nueva temática para ellos era esencial permitirles que se tomarán su tiempo tanto para abordar lo concreto como lo pictórico y lo abstracto. En este sentido se realizará a continuación una breve síntesis sobre las sesiones propuestas en la preparación del experimento.

Tabla 7*Síntesis sobre la primera sesión de clase*

Sesión de clase 1: Isla Pájaro	
Objetivo: Introducir tres tipos de gráficos estadísticos: tabla de frecuencia, pictograma y diagrama de barras, desde una situación problemática basada en la predicción de la posibilidad de un evento.	
Tiempo planteado: 3 horas	Tiempo ejecutado: 5 horas
Transición de lo Concreto a lo Pictórico (C-P)	
Para llevar a cabo la transición de lo Concreto a lo pictórico (C-P) en algunas actividades se usaron materiales como imágenes de pájaros, cubos realizados en palo de balsa, ábaco hecho en cartón de huevo y palos de pincho. Dichos materiales concretos permitieron dar paso a la representación gráfica y explicación de cada uno de los tres tipos de gráficos (tabla de frecuencia, pictograma y diagrama de barras).	
Transición de lo Pictórico a lo Abstracto (P-A)	
Se plantearon preguntas orientadas en la interpretación de datos de los gráficos realizados por parte de los estudiantes en donde se incluye el conteo, la estadística y la posibilidad e imposibilidad de ocurrencia. Lo anterior para lograr la solución de la situación problemática: Para la primera misión de los piratas de 3-01, la capitana desea que vayan a excursión a la isla pájaro a identificar las especies más comunes de esta isla y las cuales podrán ser usadas para enviar mensajes a los otros piratas. Por lo cual es importante que al finalizar esta excursión puedan dar respuesta a la siguiente pregunta: ¿qué especies de aves son más posibles que la capitana entrene para que lleven mensajes a los demás piratas?, ¿por qué?	

Como se evidencia en la Tabla 7, el tiempo de intervención fue mayor al que se había planteado en un inicio. Siendo necesario resaltar que esto fue una oportunidad para modificar el orden de algunas de las actividades con la finalidad de abordar mejor el enfoque CPA. Lo anterior debido a que se había contemplado inicialmente presentarse desde el desarrollo de la sesión de manera consecutiva los tres gráficos estadísticos en una ficha. Situación que cambió al

encontrarse dividida la sesión en dos clases. Puesto que en la primera solo se alcanzó a explicar y representar la tabla de frecuencia y en la segunda el pictograma y el diagrama de barras, en diferentes momentos de la clase. Donde se inició no desde la continuación de la ficha, sino desde la exploración del material concreto que se tenía previsto como última actividad del desarrollo. Pues se reconoció la importancia de que desde el comienzo de la segunda clase los estudiantes tuvieran acercamiento con el material concreto, siendo esta decisión acertada, ya que los estudiantes se motivaron al poder manipular los materiales.

Por ende, se reconoce que lo previamente mencionado permitió enriquecer el proceso de aprendizaje desde el trabajo grupal. Aspecto que fue fundamental para que poco a poco ellos mismos fueran construyendo la representación gráfica tanto del pictograma como del diagrama de barras. Finalmente, se ejecutaron las demás actividades y se dio respuesta a la situación problemática.

Tabla 8*Síntesis sobre la segunda sesión de clase*

Sesión de clase 2: Islas Galápagos	
Objetivo: Realizar comparaciones entre diferentes datos a partir de la representación de estos a través de gráficos de barras, tablas de frecuencias y posibilidades.	
Tiempo planteado: 2 horas y 45 min	Tiempo ejecutado: 3 horas y media
Transición de lo Concreto a lo Pictórico (C-P)	
Para llevar a cabo la transición de lo Concreto a lo pictórico (C-P) se usaron imágenes de islas, cubos realizados en palo de balsa, ábaco hecho en cartón de huevo y palos de pincho. A su vez, se realizaron transiciones de un gráfico a otro. Lo cual permitió dar paso a la representación gráfica desde los conocimientos que habían adquirido los estudiantes en la primera sesión de clase.	
Transición de lo Pictórico a lo Abstracto (P-A)	
Preguntas orientadas en la interpretación, deducción y posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de situaciones desde datos expuestos en gráficos. Esto con la finalidad de lograr la solución de la situación problemática : Para la segunda misión de los piratas de 3-01, la capitana desea escoger una isla para descansar al culminar cada misión, teniendo en cuenta que al observar por fotos las islas, a ella le gustó más la isla Isabela. Sin embargo, no sabe si es la mejor opción, por lo cual espera que sus piratas le recomienden la mejor a partir de las opiniones de los turistas sobre cada una de estas islas. Por ende, ¿cuál de las islas Galápagos consideran como mejor los piratas?, y ¿qué aspectos debería mejorar la isla Isabela para que fuera más posible que los piratas se la recomendarán a la capitana?	

La sesión de clase presentada en la Tabla 8 también duró más tiempo del que se tenía previsto, ya que algunas actividades se demoraron más que otras, como por ejemplo en las que se tenía que explorar el material. Sin embargo, no se modificaron ninguna de las actividades. Cabe destacar que desde esta sesión se evidenció que a algunos estudiantes no les gusta trabajar en grupo. A pesar de esto, cuando se les entregó el material concreto empezaron a compartir y jugar

entre ellos, lo cual fue fundamental para que el desarrollo de la clase se diera de manera oportuna.

Tabla 9

Síntesis sobre la tercera sesión de clase

Sesión de clase 3: Isla Tesoro	
Objetivo: Predecir posibilidades e imposibilidades de ocurrencia de eventos.	
Tiempo planteado: 2 horas y 10 min	Tiempo ejecutado: 3 horas
Transición de lo Concreto a lo Pictórico (C-P)	
Para la transición de lo Concreto a lo pictórico (C-P) se usaron fichas de colores que tenían al respaldo imágenes de tesoros (monedas de oro, collares y diamantes). Lo cual permitió dar paso a la representación gráfica de un pictograma de manera grupal. A su vez, se usaron unidades de cartón de huevo y plastilina para explicar y representar cuando un evento es más posible e imposible que suceda.	
Transición de lo Pictórico a lo Abstracto (P-A)	
Se abordó desde la transición de lo Pictórico a lo Abstracto (P-A) el conteo, la interpretación de datos y la posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de situaciones. Siendo la situación problemática la siguiente: Para la tercera misión de los piratas de 3-01, la capitana desea identificar que tipos de tesoros puede llegar a tener en sus manos, por lo cual desea enviar a los piratas a investigar ¿Qué tipo de tesoros hay? Y ¿Qué cantidades hay de cada uno de estos tipos?	

La sesión plasmada desde la Tabla 9, se desarrolló en tres horas y tuvo en cuenta principalmente el abordaje de la terminología de la probabilidad (posible e imposible). En donde se evidencia que los estudiantes tuvieron un mayor acercamiento al conocimiento de esta temática a diferencia de las anteriores sesiones de clase. Las cuales también tenían contempladas preguntas en las que intervenían estos términos. Sin embargo, no se había desarrollado como se planteó desde esta sesión de clase.

Tabla 10*Síntesis sobre la cuarta sesión de clase*

Sesión de clase 4: Parchís estadístico y probabilístico	
Objetivo: Resolver en equipo problemas estadísticos y probabilísticos desde el juego de parchís.	
Tiempo planteado: 3 horas	Tiempo ejecutado: 3 horas
Transición de lo Concreto a lo Pictórico (C-P)	
Para la transición de lo Concreto a lo pictórico (C-P) se usaron tableros de parchís impresos y las respectivas fichas representadas por bolitas de plastilina, dados grandes, ábaco y cubos de palo de balsa. Lo cual contribuyó a que estas fueran usadas para representar los gráficos que se les pedía en algunos problemas y preguntas planteadas desde el juego.	
Transición de lo Pictórico a lo Abstracto (P-A)	
La transición de lo Pictórico a lo Abstracto (P-A) se dio desde esta sesión de clase a partir del conteo, la interpretación de datos y la posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de situaciones. La situación problemática que se les presentó fue: Si quieres avanzar en el parchís deberás poner a prueba tus conocimientos estadísticos y probabilísticos por medio de preguntas que serán presentadas a lo largo del juego, ¿podrás trabajar en equipo para ganarle a los demás equipos?, ¿qué tanto sabes de estadística y probabilidad? Cabe destacar que se plantearon ciertos problemas a partir de esta situación.	

A partir de la sesión de clase presentada en la Tabla 10, se evidenció que los estudiantes empezaron con mucho entusiasmo a participar en grupo, sin embargo, a veces se enojaban con sus compañeros por no dar la respuesta correcta, principalmente en la etapa abstracta. Por ello, fue necesario intervenir para comentarles que era un juego y que no siempre se podía ganar. Por otra parte, se logró identificar que los estudiantes durante las anteriores sesiones de clase aprendieron a realizar las representaciones gráficas de la tabla de frecuencia, el pictograma y el diagrama de barras. Pero aun algunos estudiantes presentan dificultad para responder preguntas

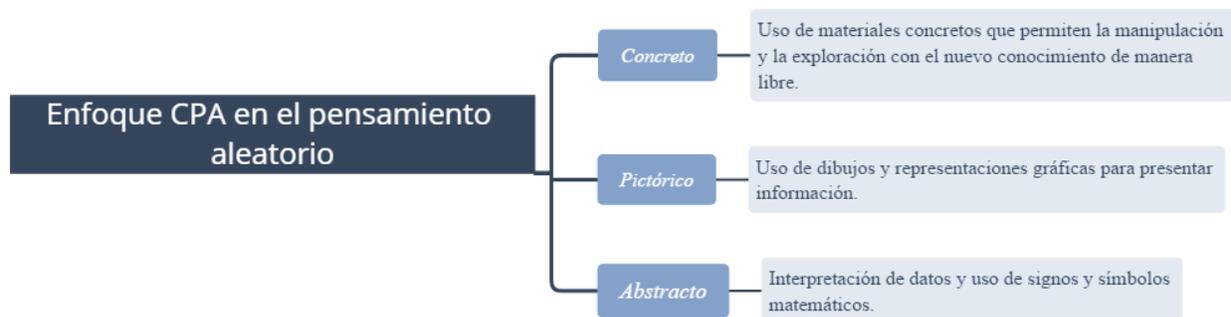
con base a la interpretación de los gráficos. Cabe destacar que esta sesión de clase sí se abordó en un solo día con la duración de tres horas, al ser esta la última intervención.

4.3 Análisis retrospectivo

A continuación, se presentará el análisis de los datos obtenidos en el experimento de enseñanza en su globalidad. Tal cual como lo establece Molina et al. (2011) desde aspectos concretos en los que se logre determinar qué cambios se tuvieron en la enseñanza y el aprendizaje de la temática propuesta, que en esta investigación es la estadística y la probabilidad. Siendo el pensamiento aleatorio abordado desde la resolución de problemas a partir de situaciones problemáticas y las tres etapas del enfoque CPA (Concreto, pictórico y abstracto) dispuesto en el Método Singapur. Teniendo en cuenta que desde esta investigación se conciben tal cual como se expone en la Figura 11.

Figura 11

Enfoque CPA en el Pensamiento aleatorio



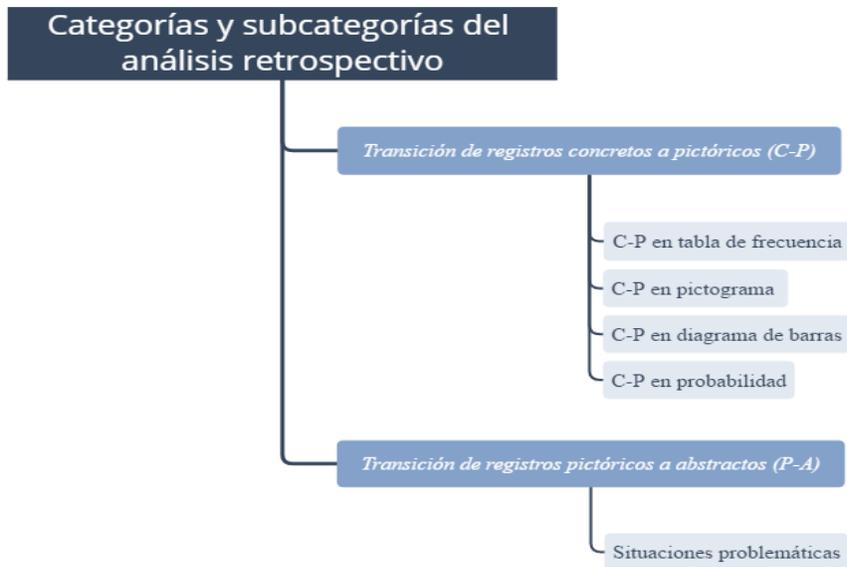
Nota. La figura muestra la manera en la que se encuentra constituido el enfoque CPA en el Pensamiento Aleatorio en esta investigación.

A partir de la contextualización de cómo son concebidas estas tres etapas en la presente investigación desde la Figura 11. Es importante destacar que en el análisis retrospectivo se expondrá de qué manera se dieron dichas transiciones de lo Concreto a lo Pictórico (C-P) y de lo

Pictórico a lo Abstracto (P-A), puesto que los objetivos específicos dos y tres de este estudio se encuentran direccionados a establecer esto (Figura 12).

Figura 12

Categorías y subcategorías del análisis retrospectivo



Nota. La figura muestra las categorías y subcategorías del análisis retrospectivo.

Desde la Figura 12, se plantean las dos categorías importantes que se tienen en este análisis. Las cuales contemplan subcategorías que finalmente permitirán analizar el desarrollo del pensamiento aleatorio desde la competencia de resolución de problemas basado en el Método Singapur, a partir de un experimento de enseñanza. A su vez, comparar los resultados encontrados con otras investigaciones que han centrado su atención tanto en el proceso formativo del pensamiento aleatorio como el uso del Método Singapur.

4.3.1 Transición de registros concretos a pictóricos (C-P)

Principalmente, los registros concretos se realizaron de manera grupal, ya que tal cual como lo menciona Setuain (2022) la participación en equipo y la verbalización de los puntos de

vista que tienen los estudiantes son importantes para entre todos construir y comprender la terminología de un tema específico. Reconociendo que existen diversas representaciones y estrategias para dar solución a un mismo problema. Es así, como a continuación se da paso al análisis de las tres subcategorías que conforman esta primera categoría, las cuales están planteadas desde cada uno de los tres tipos de gráficos estadísticos (tabla de frecuencia, pictograma y diagrama de barras) y a partir de la probabilidad.

4.3.1.1 C-P en tabla de frecuencia. Para llevar a cabo la transición de lo concreto a lo pictórico en relación con la tabla de frecuencia se hizo uso de imágenes sueltas de pájaros de cuatro especies diferentes en la primera sesión denominada **Isla pájaro**. Esto para que pudieran determinar la cantidad que había de cada una de estas especies a partir de ciertas características, como pico, tamaño y color. En consecuencia, se logra establecer que los estudiantes aprovecharon las imágenes para agruparlas de forma que les permitiera realizar el conteo de las cantidades exactas desde cada una de las características. Siendo esto un primer acercamiento con los elementos que conforman una tabla de frecuencia: variable, valores de la variable y frecuencia. Por ejemplo, la investigadora cuando preguntó: ¿Cuántos pájaros en total hay de pico grande y de pico pequeño? Los estudiantes agruparon las imágenes de los pájaros que tenían tanto pico grande como pequeño (Figura 13).

Figura 13*Agrupación y conteo de imágenes***303E20**

Nota. La figura representa las estrategias que uso el estudiante 303E20 para la etapa concreta en la agrupación y conteo de imágenes.

Como se observa desde la figura anterior, en la mesa de estudio el estudiante tiene las imágenes agrupadas de tal manera que los pájaros de pico pequeño los dispuso en línea horizontal. Siendo la respuesta correcta seis y los restantes que quedaron, es decir, siete, el total de los de pico grande. Asimismo, se puede observar que él indica la cantidad de pico pequeño por medio de sus dedos y con su voz lo realiza de la siguiente manera: “Yo tengo 6 pájaros de pico grande y 7 pequeños” (303E20, agosto de 2023). Adicional a esta respuesta otros estudiantes indicaron también las suyas, llegando a la misma solución: “De pico pequeño hay 7 y de pico grande 6” (303E05, agosto de 2023).

En este sentido, se reconoce que identificaron la variable (pico), los valores de la variable (pequeño, grande) y la respectiva frecuencia (7, 6). Al ser este el primer problema, no se realizó la representación pictórica de la tabla de frecuencia, pues se quería determinar con dichas imágenes que acercamiento podrían tener los estudiantes con la estadística. Por consiguiente, se

les preguntó de manera grupal que, si conocían algunos gráficos estadísticos, lo cual negaron con la cabeza manifestando que no. Sumado a ello, se direccionó la pregunta de manera específica hacia el gráfico denominado tabla de frecuencia, por medio de los siguientes interrogantes: ¿Qué es una tabla de frecuencia? ¿Cómo creen que se realiza? Nuevamente, dijeron que no sabían, a excepción dos estudiantes, quienes asemejaron este término con la que habían realizado en la prueba diagnóstica mencionando: “¡Profe!, si mal no recuerdo es en la que colocamos las empanadas, las crispetas y esos alimentos que estaban en la evaluación que usted hace ratos nos dio” (303E24, agosto de 2023) y “¡Ah sí!, sí, cuando pusimos los perros” (303E15, agosto de 2023).

Por ende, para llevar a cabo la explicación y el paso pictórico del concepto de la tabla de frecuencia se les hizo entrega a los estudiantes de una ficha. La cual tenía como primer punto la realización de este tipo de gráfico (Tabla 11) en donde se les dio la explicación tanto verbalmente como por escrito considerando términos que fueran oportunos para ellos.

Tabla 11

Ficha Isla Pájaro C-P en tabla de frecuencia

Descripción del primer punto de la ficha

1. A Juan le gustan los animales, él dice que cuando sea grande será veterinario, por lo cual junto con sus amigos quisieron jugar hoy al veterinario, por eso los amigos de Juan trajeron peluches de mascotas para poder jugar como clientes de él. Y estos fueron los peluches que trajeron:



Al ser muchos los clientes, Juan quiere organizar la información de qué tipo de animales tienen sus amigos y cuántos hay de cada tipo, por lo cual desea que le ayudemos a realizar una tabla de frecuencia. Y ¿Para qué sirve una tabla de frecuencia?



La tabla de frecuencia permite registrar de manera organizada cada uno de los datos de un estudio estadístico con la frecuencia correspondiente, la frecuencia hace alusión al número de veces que se repite cada dato o respuesta.

Para esta primera actividad, como se evidencia en la Tabla 11 se colocó la estructura de la tabla de frecuencia, tal cual como se realizó en el diagnóstico, para evidenciar si recordaban como la habían hecho anteriormente. Pues es importante recordar que solo dos estudiantes en dicha prueba tuvieron errores. Siendo evidente que esto es de gran ayuda para los estudiantes, ya

que, al realizar la tabla de frecuencia desde el problema planteado con anterioridad, solo uno de ellos tuvo errores en su representación. Encontrando así dos respuestas en la transición a lo pictórico, como se ejemplifica en la figura 14.

Figura 14

Representaciones de las tablas de frecuencia

a.		b.	
<i>Animales</i>	<i>frecuencia</i>	<i>GATO</i>	<i>6</i>
<i>Gato</i>	<i>6</i>	<i>HASTER</i>	<i>1</i>
<i>Hamster</i>	<i>7</i>	<i>PERRO</i>	<i>5</i>
<i>Perro</i>	<i>5</i>	<i>conejo</i>	<i>3</i>
<i>conejo</i>	<i>3</i>	<i>PAJAROS</i>	<i>3</i>
<i>pájaro</i>	<i>3</i>		
303E24		303E13	

Nota. La figura representa la manera en cómo los estudiantes 303E24 y 303E13 respectivamente representaron la tabla.

Es así como se evidencia desde la anterior figura que 24 estudiantes, como se ejemplifica en el caso del 303E24 (Figura 14.a) tuvieron en cuenta la importancia de algunos aspectos relacionados con la tabla de frecuencia. Como lo es la variable de la tabla (animales), los valores de la variable (gato, hámster, perro, conejo y pájaro) y la frecuencia de cada uno de estos valores de manera correcta. Mientras que el estudiante de 303E13 (Figura 14.b) no considero como necesario colocar a cada una de las dos columnas los nombres correspondientes (animales y frecuencia) pese a ser esencial para que el gráfico se entienda.

Lo anterior posiblemente por un descuido de este mismo, pues cuando se le explicó nuevamente, dijo que lo había olvidado. Adicional a ello, no identificó la frecuencia correcta del valor de la variable denominado hámster, pues al realizar el conteo debió de darle 7 y no 1, como lo plasmo en la tabla. En este sentido, se evidencia que para la mayoría de los estudiantes este

tipo de gráfico no representa una dificultad, pues logran realizarlo al primer intento con la respectiva explicación. Por ello, se usó en toda la secuencia didáctica como base para poder enseñar los otros dos tipos de gráficos.

4.3.1.2 C-P en pictograma. Para iniciar con la introducción del gráfico denominado pictograma se usó como material concreto cubos realizados con palo de balsa, ábaco hecho con cartón de huevos y palos de pincho y las imágenes sueltas de los pájaros que se usaron igualmente para dar paso a la tabla de frecuencia. Es importante recalcar que para llevar a cabo la exploración de los materiales concretos se hicieron grupos de dos estudiantes con la finalidad de que compartieran sus experiencias y representaciones, siendo esto una oportunidad para aprender de manera conjunta. En donde primeramente se les facilitó por grupo 13 cubos para que pudieran familiarizarse con ellos, dándoles la oportunidad de que de manera libre realizaran lo que quisieran con estos (Figura 15).

Figura 15

Acercamiento con el material concreto C-P



303E23

Nota. La figura representa al estudiante 303E23 jugando con los cubos realizados en palo de balsa.

La Figura 15 refleja a uno de los estudiantes 303E23 explorar el material, en donde se evidencia que la primera representación que realiza con estos cubos es la de una barra vertical, sin llegar a tener orientación por parte de la investigadora. Es así como se recalca que la implementación de materiales concretos incentiva la curiosidad, pues sin necesidad de saber cómo realizar tanto pictogramas como diagramas de barras, este es el primer acercamiento. Debido a que ambas gráficas se realizan teniendo en cuenta que un elemento va consecutivo al otro. Posterior a dicha exploración, se le dio a cada grupo un ábaco para que nuevamente tuvieran acercamiento con este, en donde se evidencia de manera global que los estudiantes empiezan a introducir los cubos en cada uno de los palos del ábaco (Figura 16).

Figura 16

Exploración del ábaco con los cubos C-P



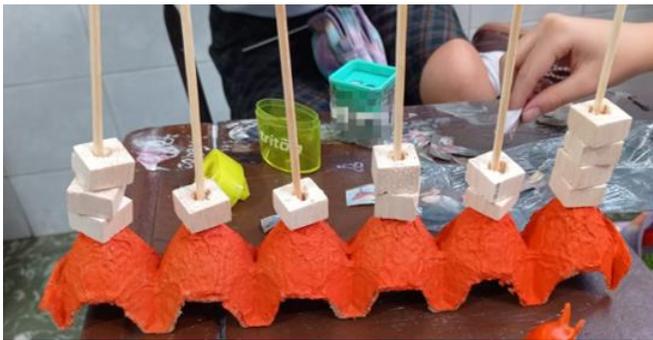
Nota. La figura muestra la exploración de los estudiantes con el material concreto (ábaco y cubos).

Como se evidencia en la Figura 16, los estudiantes en grupo se encontraban interactuando con el material concreto sin aún haber recibido indicaciones por parte de la investigadora. Es así como se les dio un tiempo considerable para que pudiesen jugar con estos materiales, logrando tener la atención de ellos y sobre todo la iniciativa de aprender un nuevo tipo de gráfico

estadístico como lo es el pictograma. Después de ello, se les hizo entrega nuevamente del paquete de imágenes de pájaros para pasar a representar las cantidades que habían de cada especie en el ábaco, en donde la investigadora iba colocando en tamaño grande la imagen y el nombre que cada una de estas especies en el tablero. Lo anterior para que entre todos los grupos fueran contrastando sus respuestas sobre cuántos pájaros habían de cada especie y así cada uno de estos lo representarían en el material concreto (Figura 17).

Figura 17

Imágenes y ábaco C-P en pictograma



303E16 y 303E09

Nota. La figura anterior representa un grupo de dos estudiantes 303E16 y 303E09 realizando la representación concreta de las especies de pájaros.

Desde la anterior figura se observa como por medio de las imágenes los estudiantes organizaron los cubos en el ábaco, trabajando en grupo. Sin embargo, como en la sesión de clase anterior a esta quedó la ficha incompleta, es decir, únicamente se realizó la tabla de frecuencia. Fue esta una oportunidad para orientar a los estudiantes en la realización de la representación gráfica del pictograma antes de que los estudiantes hicieran su propia representación pictórica de las especies de pájaros. Puesto que es importante aclarar que la explicación es esencial para que

los estudiantes tengan en cuenta aspectos específicos, siendo en este sentido este el segundo problema de la ficha (Tabla 12).

Tabla 12

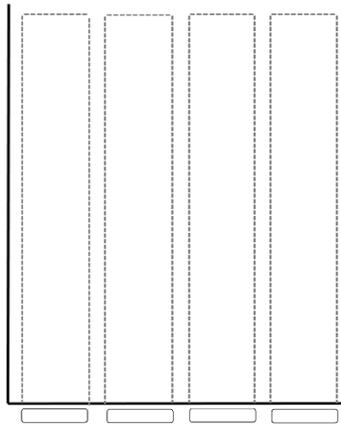
Ficha Sesión Pájaro C-P en el pictograma

Descripción del segundo problema de la ficha

2. La profesora Ingri desea conocer cuántos estudiantes cumplen años en los meses faltantes, es decir, septiembre, octubre, noviembre y diciembre, es por eso, que desea realizar un pictograma para recordar estos datos. Por lo cual ella irá mencionando cada uno de estos meses y solo los niños que cumplan en el mes respectivo deberán alzar la mano. Pero ¿Qué es un pictograma?



El **pictograma** es un tipo de gráfico en el que se usan dibujos o imágenes para representar los datos con su respectiva frecuencia.



Como se describe en el problema anterior, los estudiantes eran los que tenían que dar los datos para la construcción del pictograma, pues debían alzar la mano los que cumplieran años en los meses de septiembre, octubre, noviembre y diciembre, siendo esto un momento agradable. Esto debido a que incluso los estudiantes que no cumplían en estos meses compartían con los demás compañeros y la investigadora el mes en el que cumplían y qué cosas hacían en sus

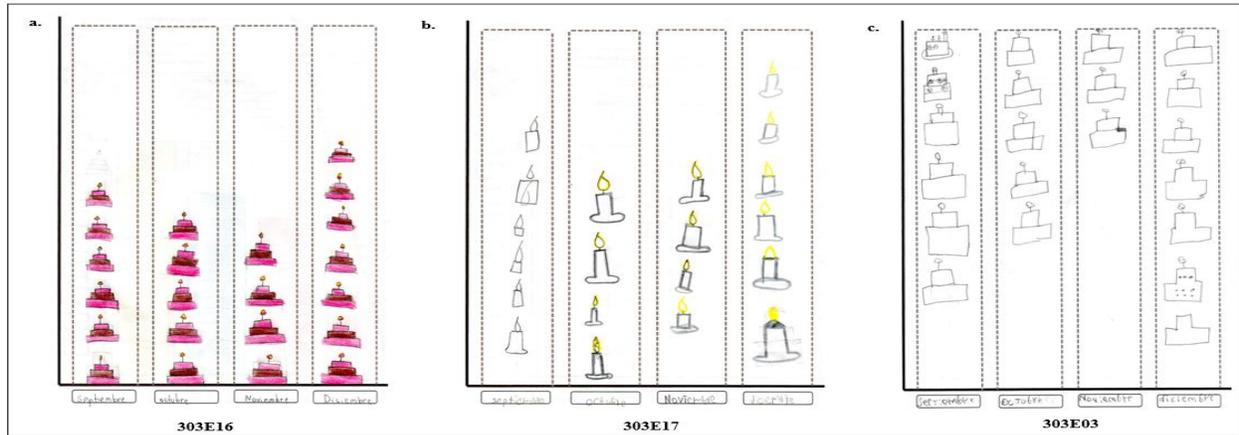
cumpleaños. Lo cual es enriquecedor, pues tal y como se expone en el Método Singapur, es importante abordar situaciones cotidianas que les interese a los estudiantes (Mamani, 2018).

Asumiéndose así lo anterior como una oportunidad para ir construyendo con ayuda de la investigadora los conceptos y términos necesarios para aprender a representar el pictograma.

Esto a partir de preguntas como: ¿Qué datos creen que se tienen que colocar en las casillas? Y ¿Qué dibujos podríamos realizar para representar los niños que cumplen años en estos meses?

En el tablero la investigadora escribió los cuatro meses y enfrente colocó el conteo de los niños que iban alzando la mano, esto con ayuda de los estudiantes, quienes eran los que contaban. A partir de lo anterior, se les preguntó qué tipo de gráfico estadístico se podía organizar con esos datos tal cual como estaba, es decir, en dos columnas, a lo cual respondieron que una tabla de frecuencia. Siendo esto también una oportunidad para recordar lo que ya se había visto con anterioridad, pues tal y como lo expresa Bruner (como se citó en González y Ortiz, 2015) es fundamental tener en cuenta el *currículum espiral*. El cual es referente en el Método Singapur, ya que se debe concebir a la hora de enseñar nuevos conocimientos introducir los que previamente han aprendido los educandos.

Es así como después de esto se pasó a que cada uno realizará el pictograma con base a los datos que se tenían en la tabla de frecuencia realizada con los datos en el tablero, donde se destacan tres tipos de respuestas, las cuales se ejemplifican a continuación (Figura 18).

Figura 18*Representación de pictogramas cumpleaños*

Nota. La figura muestra tres representaciones de pictogramas de los estudiantes 303E16, 303E17 y 303E03 con referencia a los meses en los que algunos estudiantes cumplían años.

Es importante destacar a partir de la figura anterior, que de 25 estudiantes que conforman la muestra, 18 realizaron de manera correcta la representación del pictograma, como se observa en el 303E16 (Figura 18.a). Puesto que escribieron los nombres de los datos dados en su respectiva casilla, comprendieron que se tenía que iniciar desde abajo la representación e intentaron que la distancia de un dibujo a otro fuese similar. A diferencia de cinco, los cuales se ejemplifican con el 303E17 (Figura 18.b) quienes realizaron la representación de algunos datos desde el punto de partida y otros desde encima de este. Es decir, no consideraron como importante que todos empezaran en un mismo punto, sino que lo fundamental fue tener en cuenta todos los elementos. Como tercera representación 303E03 (Figura 18.c) se tienen dos estudiantes que hicieron el pictograma de arriba hacia abajo, pese a la explicación dada.

Después de terminar la anterior parte se finalizó la sesión de clase, por tiempo y se dejó la continuación de la actividad de los pájaros para la siguiente, en donde los estudiantes volvieron

nuevamente a representar los datos en el ábaco y a realizar de manera grupal la representación pictórica del pictograma observando el material concreto (Figura 19).

Figura 19

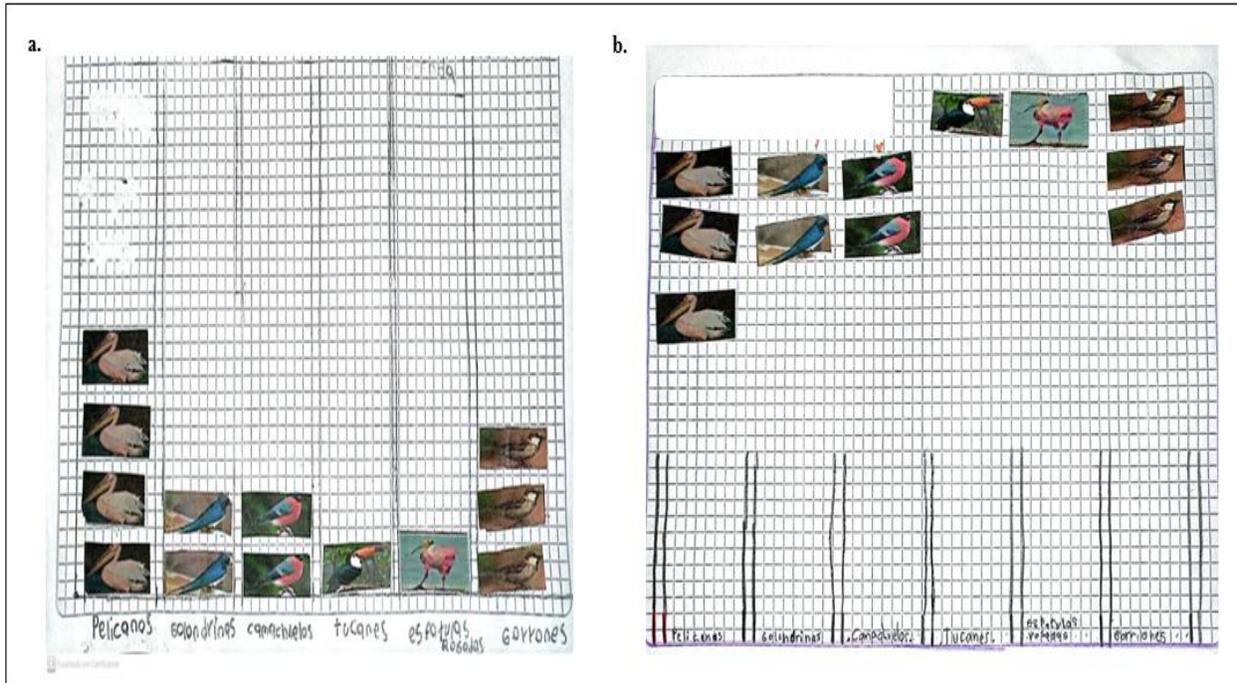
Representación del pictograma desde lo concreto a lo pictórico



303E19

Nota. La Figura da cuenta de la manera en la que el estudiante 303E19 realiza la transición entre lo concreto y lo pictórico del gráfico denominado pictograma.

Como se evidencia en la Figura 19, el estudiante 303E19 estaba pasando los datos de la variable, que en este caso son los nombres de cada especie de pájaro en la parte de abajo, ya que los había dispuesto en la parte de arriba. Dándose así la oportunidad para construir conocimiento de forma colaborativa, puesto que el compañero al evidenciar el error que estaba cometiendo el estudiante procedió a explicarle mencionando que estos datos tenían que estar abajo. Cabe destacar que, al ser un trabajo grupal, no se aislaron los educandos que no tenían firmado el consentimiento. Por ende, todos fueron partícipes de la actividad, siendo necesario resaltar que el análisis que a continuación se presenta sobre las representaciones pictóricas realizadas por grupos estará dado de forma general, sin diferenciar si el grupo tenía algún integrante que no conforma la muestra. En total fueron 18 grupos y las representaciones comunes que se encontraron fueron las siguientes (Figura 20).

Figura 20*Representación del pictograma en pares*

Nota. La figura permite observar las representaciones pictóricas realizadas por dos grupos.

De 17 grupos, 15 realizaron la actividad de manera correcta (Figura 20.a), ya que tuvieron en cuenta que los nombres estuvieran en la parte de abajo, es decir, los valores de la variable (pelícanos, golondrinas, camachuelos, tucanes, espátulas rosadas y gorriones). Además, se evidencia que cada columna que separa los valores de la variable tiene una misma distancia, por lo cual contaron los renglones para poder realizarlo de esta manera. Sumado a ello, en el pictograma se evidencia que los estudiantes de este grupo intentaron también que cada elemento tuviera el mismo espacio de separación, permitiendo que se observe un mayor orden y que la representación pictórica sea correcta. En contraste con lo previamente mencionado, un grupo (Figura 20.b) realizó la representación de arriba hacia abajo, sin tener en cuenta el punto de partida, sin embargo, se valora la identificación de los valores de la variable.

Es así como al evidenciarse que aún había educandos que presentaban dificultad con este gráfico, se realizó en la sesión de clase denominada **Isla Tesoro**, un pictograma grupal que estuvo conectado con la clase de probabilidad (Tabla 13).

Tabla 13

Construcción de un pictograma grupal

Descripción
La investigadora llevaba en una bolsa fichas de cartulina de colores que tenían pegadas imágenes de tesoros, las cuales iban siendo sacadas por parte de los estudiantes sin verlas, cuando ya todos tenían su ficha, entre todos empezaron a armar la estructura de un pictograma en el tablero. Lo anterior teniendo en cuenta cuántos tipos de tesoros había y sus respectivos nombres para que cada uno de los estudiantes pasara a pegar su ficha en el lugar que se debía poner. Siendo importante recalcar que esto primeramente se plasmó en una tabla de frecuencia realizada en grupo para luego poder contrastar lo que se tenía en este tipo de gráfico con el pictograma.

Antes de que cada estudiante pasará a colocar su ficha, se les preguntó de manera grupal que aspectos debían tener en cuenta para realizar la representación del pictograma, siendo algunas respuestas las siguientes: “Se comienza a pegar de abajo hacia arriba” (303E13, septiembre de 2023) y “¡Profe!, también hay que tener en cuenta que todo este igual de pegado, el espacio” (303E02, septiembre de 2023).

Es así como entre todos se empezó a recordar lo que se había explicado con anterioridad, logrando que el pictograma fuera realizado correctamente (Figura 21) pues cada vez que iba pasando un estudiante el curso en general le iba diciendo que lo había realizado bien.

Figura 21

Estudiantes realizando el pictograma grupal



Nota. La figura muestra a los estudiantes realizando el pictograma grupal.

Desde la figura 21, se evidencia que cada estudiante pasaba con su ficha a colocarla en el lugar correspondiente. Logrando así la construcción del pictograma y sobre todo poder por medio de la participación y el trabajo colaborativo ahondar sobre las dificultades que todavía algunos estudiantes tenían frente al gráfico estadístico del pictograma. Cabe destacar que al utilizar marcador rojo para escribir los nombres de los valores de la variable no se logra evidenciar desde la figura, pero se encuentran escritos de izquierda a derecha de esta manera (diamantes, collares, monedas de oro).

Es así como se resalta que el uso de materiales concretos permitió que los estudiantes con cada actividad realizada fueran avanzando en el conocimiento sobre cómo construir la representación pictórica del pictograma. Dando cuenta que, pese a que se evidenció que algunos estudiantes presentan aún dificultad en este gráfico, fueron menos en comparación con los resultados de la prueba diagnóstica. Incluso sus errores se deben más que nada por no dejar el

mismo espacio de un elemento a otro. Sin embargo, es crucial resaltar que si se siguen abordando este tipo de representaciones dentro del aula de clase es muy posible que en poco tiempo los estudiantes ya no tengan ninguna dificultad para realizarlo de manera correcta.

Con base a los resultados previamente encontrados en este análisis es importante mencionar lo que establece Lizarraga y Ricse (2020) en su trabajo. En donde resaltan la importancia de que los profesores reconozcan que la elaboración de representaciones gráficas como el pictograma deben considerarse como un proceso pertinente para abordarlo desde la manipulación de materiales concretos. Sin embargo, se destaca que esto poco sucede, debido al desconocimiento que tienen los educadores. Asimismo, desde Dionicio (2017) se especifica que los estudiantes por medio del uso de materiales concretos y la representación de gráficos como pictogramas permiten tener un mayor acercamiento y autonomía para resolver problemas.

4.1.3.3 C-P en diagrama de barras. Adicional a los dos anteriores gráficos estadísticos (tabla de frecuencia y pictograma) se abordó la enseñanza del diagrama de barras, esto por medio del ábaco, los cubos y cuadrados realizados en cartulina. Para comenzar con lo concreto se les permitió en el mismo instante que se inició con la introducción del pictograma la manipulación por grupos de estos materiales, momentos que ya previamente se presentaron en la subcategoría del pictograma. Lo anterior se realizó con la finalidad de aprovechar un mismo material para abordar estos dos gráficos. Es así como se presentó el tercer problema de la ficha que se encuentra en la sesión de clase **Isla pájaro**, el cual se describe en la Tabla 14.

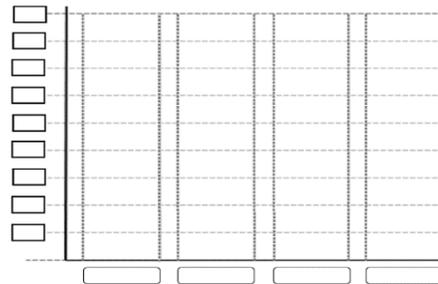
Tabla 14*Ficha Isla Pájaro C-P en diagrama de barras***Descripción del tercer problema de la ficha**

3. Esteban encuestó a 25 de sus amigos para escoger los dos principales géneros de música que colocará en su fiesta de cumpleaños, por lo cual desea representar estos datos en un diagrama de barras ¿Qué es un diagrama de barras?



El diagrama de barras utiliza barras rectangulares para representar datos de manera gráfica, teniendo en cuenta el eje horizontal y vertical, la frecuencia y las variables.

Géneros de música	Frecuencia
Infantil	9
Reggaetón	7
Bachata	6
Vallenato	3



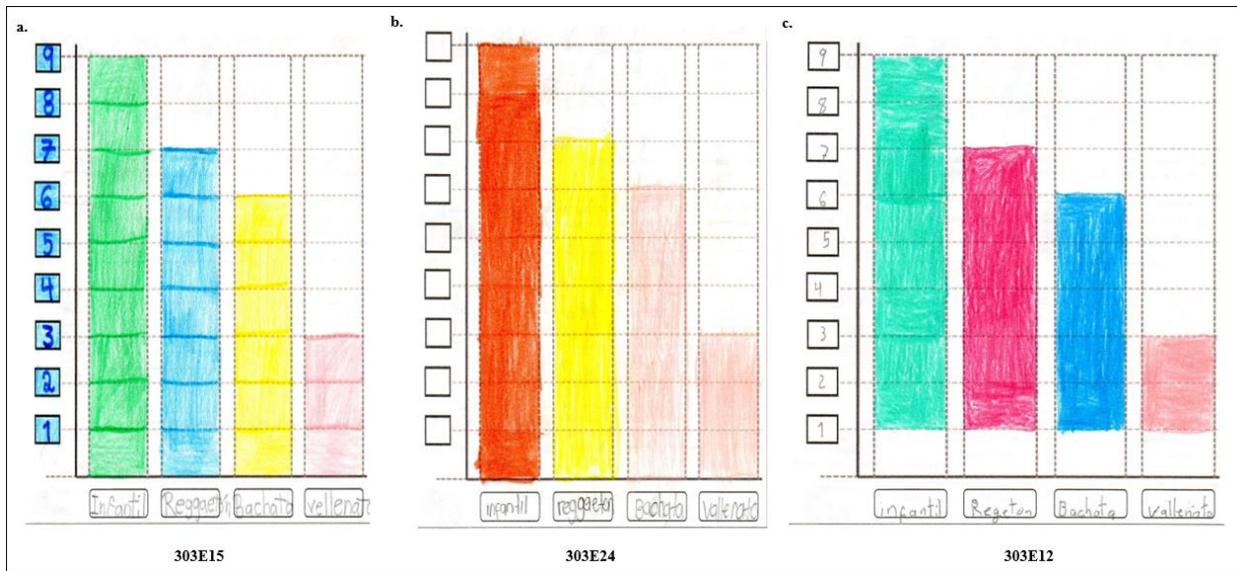
A partir de este problema, algunos estudiantes dijeron que se les parecía el esquema a lo que habían realizado con el ábaco, es decir, lo asociaron debido a que el esquema tenía líneas horizontales punteadas que enfatizaban en que cada rectángulo era un elemento. A partir de ello, se les hizo la pregunta de cómo iban contando los cubos cuando los introducían en cada palo de pincho, a lo que respondieron que: “Íbamos poniendo uno encima de otro, entonces empezábamos a contar uno por uno” (303E24, agosto de 2023). Y “Sería igual que con el anterior gráfico toca de abajo hacia arriba. Sería raro contar desde arriba, si cuando los metemos en los palos ellos caen hasta tocar el cartón de huevo [señalando el material entregado]” (303E12, agosto de 2023).

Por medio de estas respuestas y otras que se dieron por parte de los educandos se inició la explicación de cómo realizar un diagrama de barras. En donde se evidencia que el haber tenido

conocimientos sobre la tabla de frecuencia y contacto con el ábaco y los cubos permitió que comprendieran de una manera más fácil como se realizaba (Figura 22).

Figura 22

Realización de diagramas de barras de manera individual



Nota. La figura ejemplifica las construcciones realizadas del diagrama de barras por los estudiantes cuya codificación es 303E15, 303E24 y 303E12.

La figura 22 ejemplifica algunas de las representaciones pictóricas realizadas por los estudiantes sobre el diagrama de barras. De 25 estudiantes, 22 hicieron uso correcto de los dos ejes del diagrama de barras y representaron la frecuencia correctamente en cada una de las barras, como se observa en el caso del 303E15 (Figura 22.a). Mientras que dos educandos no utilizaron el eje vertical como el 303E24 (Figura 22.b). Sin embargo, sí realizaron el conteo de cada una de las casillas para identificar la frecuencia. Esto debido a que el estar el esquema planteado con líneas horizontales punteadas le permitían determinar cuándo iniciaba y finalizaba un valor específico en la frecuencia, es decir, 1, 2, 3, 4, ...

Por otro lado, se identificó que el estudiante restante, es decir, 303E12 (Figura 22.c) no tuvo en cuenta el punto de partida del diagrama de barras. Pues se confundió al considerar que se tenía que empezar desde el uno, sin tener en cuenta que la investigadora les explicó antes de que ellos plasmaran su representación que la línea que no tenía casilla para colocar un número en el eje vertical correspondía al cero. A su vez, que a partir de esta línea era que se empezaba a contar, pues la casilla que contiene el valor de la frecuencia determina que allí termina ese conteo, es decir, cuando está el uno, es porque previamente ya se ha contado un elemento después de la casilla.

Como segunda actividad en la que se genera la transición de lo concreto a lo pictórico en relación con el diagrama de barras se encuentra el descrito a continuación en la Tabla 15. La cual hace referencia a la sesión de clase denominada **Islas Galápagos**.

Tabla 15

Representación de diagrama de barras C-P

Descripción de tabla de frecuencia a diagrama de barras

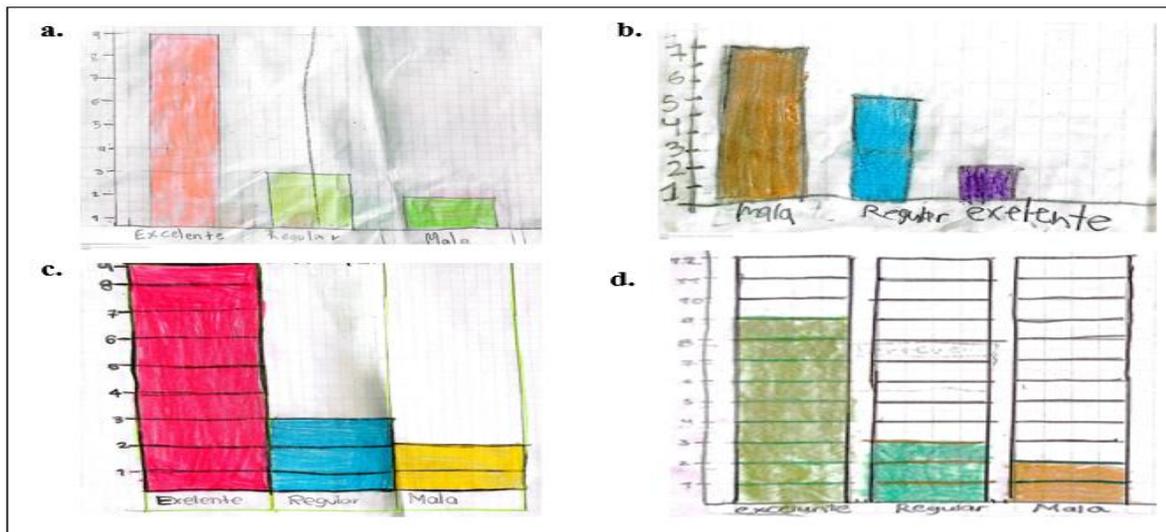
Por grupos de cuatro estudiantes se hizo entrega de dos ábacos y de tablas de frecuencias de dos islas que tienen datos con respecto a la calificación que le dieron los niños turistas sobre la alimentación en el mes de julio (Excelente, regular y mala) para que representaran estos datos de manera concreta y posteriormente pictórica desde el uso de diagramas de barras. Cabe destacar que 4 grupos tenían la Isla Santa Cruz e Isla Isabela y 4 grupos la Isla Marchena e Isla Isabela.

Isla Santa Cruz		Isla Isabela		Isla Marchena		Isla Isabela	
Calificación	Frecuencia	Calificación	Frecuencia	Calificación	Frecuencia	Calificación	Frecuencia
Excelente	9	Excelente	2	Excelente	9	Excelente	2
Regular	3	Regular	5	Regular	3	Regular	5
Mala	2	Mala	7	Mala	2	Mala	7

Desde esta actividad se identifica que los estudiantes cuando tiene esquemas establecidos pueden representar mejor el diagrama de barras, tal cual, como la actividad descrita anteriormente, ya que cuando se les pide realizarlo sin tener una guía presentan una mayor dificultad. A continuación, se ejemplifican 4 representaciones (Figura 23).

Figura 23

Representación de diagrama de barras sin guía en grupo



Nota. La figura muestra 4 representaciones realizadas por los estudiantes.

A partir de la realización de este tipo de gráfico se evidencia que todavía los estudiantes presentan confusión a la hora de representar el diagrama de barras, sin embargo, estas son mínimas. Pues como se observa en la Figura 23.a, el grupo que lo realizó tuvo en cuenta de manera correcta los valores que tenían que ir en el eje vertical como horizontal, pero las barras no tienen la misma anchura y la distancia que las divide tampoco es la misma. En la Figura 23.b, se identifica que el grupo se equivocó en la distancia que le dieron de la frecuencia 6 a 7, pues se dejó un renglón de más. Adicional a ello, sucede lo mismo que el anterior grupo y es que la primera barra se encuentra más ancha que las otras.

En cuanto a la Figura 23.c, el grupo tuvo el error de pegar todas las barras sin dejar espacio entre estas, sin embargo, todo lo demás se encuentra realizado de manera correcta. Esto también se encuentra reflejado en el estudio realizado por Alba y Quintero (2016) quienes denominan que posiblemente el hecho de que los estudiantes no separen entre sí las barras se presenta porque lo confunden con un histograma. Finalmente, se encuentra la Figura 23.d, en donde se observa que su representación se encuentra muy bien realizada. Además de ello, usó como la Figura 23.c, también la realización de casillas para establecer con mayor seguridad que si se estaba respetando la misma distancia en la frecuencia. Por ende, se reconoce que usaron el mismo esquema con el que anteriormente habían realizado el diagrama de barras en la ficha.

Es así que se resalta la importancia de trabajar con ellos estos pequeños aspectos, dándose así una tercera actividad para el tránsito de lo concreto a lo pictórico (Tabla 16).

Tabla 16

Diagrama de barras a partir de datos obtenidos de una tabla de frecuencia

Descripción de la actividad de la Isla Galápagos

Se realizó para la misma situación problemática de las islas Galápagos una votación en grupos con el fin de determinar cuál de las islas era la preferida por parte de los estudiantes, agregando 2 islas más. Por ende, se realizó una actividad adicional para abordar los aspectos que se evidenciaron que aún se les dificulta.

1. Realiza en una hoja cuadriculada un diagrama de barras a partir de la siguiente tabla de frecuencia que contiene las votaciones haciendo uso de los cuadrados de cartulina.

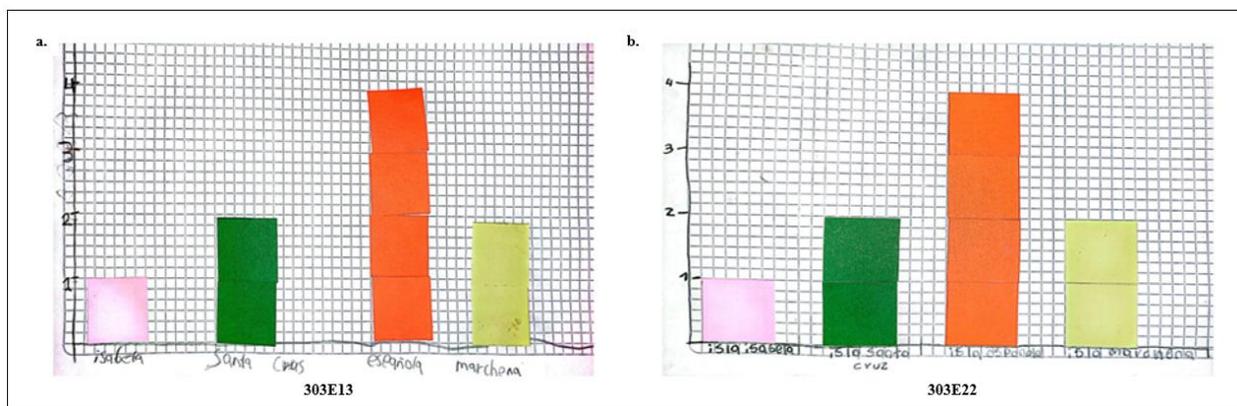
Votación de las islas

Islas	Frecuencia
Isabela	1
Santa Cruz	2
Española	4
Marchena	2

Para esta actividad surgieron dos tipos de representaciones características de la muestra (Figura 24) en la cual se recalca que ya no se evidencia que los estudiantes junten las barras. Sino que, por el contrario, ya logran establecer que cada una de estas debe de poseer una distancia entre sí, sin embargo, algunos estudiantes siguen colocando distancias diferentes entre cada una de estas.

Figura 24

Representación pictórica del diagrama de barras C-P



Nota. La figura presenta dos representaciones pictóricas del estudiante 303E13 y 303E22.

El estudiante 303E13 (Figura 24.a) ejemplifica uno de los 10 casos en los que aún se les dificulta a los estudiantes asignar una misma distancia entre las barras. Sin embargo, es necesario considerarlo como un avance, pues ya no se dan representaciones tipo histograma en donde todas las barras se encuentran unidas sin espacio alguno. Adicional a ello, se identificó que los 15 estudiantes restantes como el caso del 303E22 (Figura 24.b) lograron realizar de manera correcta la representación, pues contemplan todos los aspectos fundamentales para llevar ser considerado como un diagrama de barras. Siendo en este sentido esencial destacar que el uso de material concreto, que en este caso son los cuadrados de cartulina, fueron una ayuda para los estudiantes

para observar que todos los valores de la frecuencia tienen lo mismo de ancho y largo, lo cual también les permitió realizar la representación pictórica.

En concordancia con lo encontrado desde este tipo de gráfico, Díaz-Levicoy et al. (2019) establecen también en su estudio que principalmente los errores que se presentan a la hora de construir el diagrama de barras, es que las barras tienen diferente ancho y la separación no es uniforme. A su vez, algo que pareciera sencillo, pero que se les complica es considerar el título del gráfico como algo importante, lo cual también fue identificado desde la presente investigación. Debido a que los estudiantes manifestaban que se les olvidaba colocarlo o que simplemente no sabía qué colocarle. Por ende, no se vinculó este aspecto en el análisis, ya que esto es recurrente.

Desde dicho análisis se resalta un cambio muy notable en contraste con la prueba diagnóstica, pues ninguno de los estudiantes había logrado realizar este gráfico de manera correcta. Mientras que, con la exploración y manipulación de materiales concretos, la etapa pictórica que es concebida en este trabajo como la realización de los gráficos fue mejorando a medida que pasaban las clases. Pese a que el Método Singapur ha sido utilizado comúnmente para abordar el pensamiento numérico es relevante recalcar desde esta categoría la importancia que ha tenido el uso de materiales concretos y lo pictórico en diferentes investigaciones como la de Donoso y Ramírez (2012) y Lara (2013). Quienes enfatizan de forma general que esta estrategia permite acercar al estudiantado de una manera más dinámica a las matemáticas, asumiendo que además de ello, se debe introducir el juego y el trabajo colaborativo.

4.1.3.4 C-P en probabilidad. En cuanto a la probabilidad, se hizo una sesión de clase específica denominada la **Isla Tesoro**, en donde se utilizaron materiales concretos como fichas de colores con imágenes de tesoros (diamantes, collares y monedas de oro), plastilina y unidades

de una cubeta de huevo pintada de colores. Es necesario recalcar que solo desde esta sesión se introdujo la transición de lo concreto a lo pictórico en la probabilidad, debido a que en todas las situaciones problemáticas se abordó la probabilidad desde lo abstracto, integrando todas las actividades que incorporaban lo concreto y lo pictórico desde las gráficas estadísticas.

En este sentido, se resalta que el uso de las fichas de tesoros descritas previamente en la Tabla 16, la cual dio paso a la realización de un pictograma, permitió introducir la probabilidad. Lo anterior debido a que se les mencionó las cantidades específicas que había de cada una de las fichas para que se dieran de cuenta que no todas tenían la misma cantidad. Incluso cuando la investigadora dio estos datos, uno de los estudiantes al cual no se logra identificar su respectiva codificación le dice al otro lo siguiente: “Entonces usted y yo podemos no sacar la misma ficha”. Cuando la investigadora escuchó esto intentó indagar más allá de esto y les preguntó que con base a las imágenes y la cantidad de estas, qué tipo de tesoro consideraban que era más posible que sacaran, mencionando que: “¿Quizás el diamante?, porque hay más cantidad” (303E21, agosto de 2023) y “¡Ay! pueden ser que todos, como tenemos los ojos cerrados, entonces si cualquiera” (303E18, agosto de 2023).

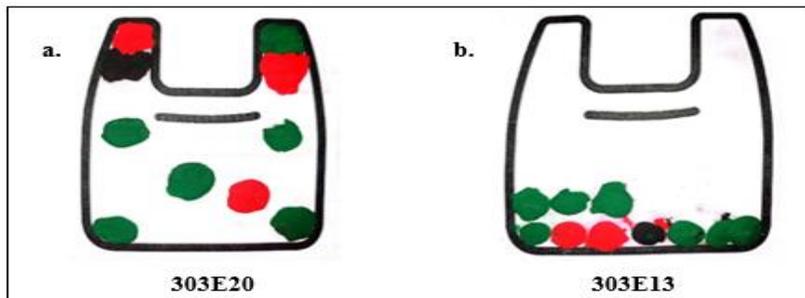
Por ende, se reconoce que algunos estudiantes establecen que el tener datos específicos sobre la cantidad de los elementos permite tener conocimiento sobre cuál es más probable y menos probable que se saque sin ver. Mientras que otros aún siguen asociando esto como suerte sin llegar a considerar la importancia de conocer las cantidades.

Posterior a esta actividad se realizó una ficha en la que la docente iba sacando de una bolsa unidades de cartón de huevo pintados, específicamente había 6 verdes, 3 rojas y 1 negra y a partir de ello debían representarlo con la plastilina los estudiantes (Tabla 17).

Tabla 17*Probabilidad C-P*

Descripción
1. Represente los cubos de huevos que la profesora irá sacando, pegando bolitas de plastilina del mismo color de cada uno de estos en la figura de la bolsa.


Pese a que los estudiantes han tenido contacto con plastilina, se evidencia que les emociona poder realizar actividades con esta, pues conversaban entre ellos, preguntándose que colores tenían, si tenían la misma cantidad y adicionalmente jugaban con está realizando bolitas o palitos. Después de que tuvieron la oportunidad de interactuar con este material, se les hizo entrega de la ficha que contenía como primer punto el descrito brevemente en la Tabla 17. Cada vez que la docente iba sacando una unidad de cartón de huevo de un color específico, los estudiantes iban realizando la representación pegando bolitas de plastilina del color que iba sacando la docente de la bolsa. Es así como se dio el paso de lo concreto a lo pictórico. Algunos ejemplos de estos se encuentran en la Figura 25.

Figura 25*Representación C-P de probabilidad*

Nota. La figura muestra la representación pictórica realizada por los estudiantes 303E20 y 303E13 sobre una situación de probabilidad.

A pesar de ser una actividad sencilla se reconoce que esta les permitió tener un mayor acercamiento con la probabilidad, esto en términos de posible o no posible. Pues por medio de esto es más fácil pasar de lo pictórico a lo abstracto, ya que desde estas representaciones pueden establecer que la cantidad es importante para determinar cuándo la posibilidad de ocurrencia de un suceso es mayor o menor que otro. Como se analizará en la categoría del tránsito de lo pictórico a lo abstracto y es que como se menciona en Batanero (2000) los materiales manipulativos deben jugar un papel clave en el desarrollo matemático desde temprana edad, incluyéndose así dentro de esto la probabilidad. Siendo importante que las situaciones que se planteen permitan la exploración de situaciones de manera activa.

Sin embargo, como lo establece Batanero (2009) la enseñanza de la probabilidad requiere del docente la adquisición de conocimientos tanto disciplinares, es decir, propios del pensamiento aleatorio, como también didácticos para así poder llevar a cabo su desarrollo con una base sólida. Pues lo que se recalca desde las dos anteriores investigaciones mencionadas y el

presente estudio es que de nada sirve llevar al aula material concreto si como profesores no se siente el deseo de realizar alfabetización del pensamiento aleatorio a temprana edad.

4.3.2 Transición de lo pictórico a lo abstracto (P-A)

A partir de la transición de lo concreto a lo pictórico en cada una de las actividades, la investigadora planteaba preguntas tanto por escrito como verbalmente. En donde los estudiantes necesitaban para responderlas el uso de los números y operaciones matemáticas, siendo una ayuda las representaciones realizadas en las dos etapas anteriores del Método Singapur. Por ello desde este análisis se resaltarán algunas de estas preguntas, sin embargo, se recalca que este análisis se encontrará principalmente orientado en las situaciones problemáticas (Tabla 18) que encaminaron cada una de las sesiones de clase.

Tabla 18*Situaciones problemáticas*

Descripción de las situaciones problemáticas
<p>Isla Pájaro: Para la primera misión de los piratas de 3-01, la capitana desea que se vayan a excursión a la isla pájaro a identificar las especies más comunes de esta isla y las cuales podrán ser usadas para enviar mensajes a los otros piratas, por lo cual es importante que al finalizar esta excursión puedan dar respuesta a la siguiente pregunta: ¿Qué especies de aves son más posibles que la capitana entrene para que lleven mensajes a los demás piratas? ¿Por qué?</p>
<p>Isla Galápagos: Para la segunda misión de los piratas de 3-01, la capitana desea escoger una isla para descansar al culminar cada misión, teniendo en cuenta que al observar por fotos las islas, a ella le gustó más la isla Isabela. Sin embargo, no sabe si es la mejor opción, por lo cual espera que sus piratas le recomienden la mejor a partir de las opiniones de los turistas sobre cada una de estas islas. Por ende, ¿Cuál de las islas Galápagos consideran como mejor los piratas? y ¿Qué aspectos debería mejorar la isla Isabela para que fuera más posible que los piratas se la recomendarán a la capitana?</p>
<p>Isla Tesoro: Para la tercera misión de los piratas de 3-01, la capitana desea identificar que tipos de tesoros puede llegar a tener en sus manos, por lo cual desea enviar a los piratas a investigar ¿Qué tipo de tesoros hay? Y ¿Qué cantidades hay de cada uno de estos tipos?</p>
<p>Parchís estadístico y probabilístico: Si quieres avanzar en el parchís deberás poner a prueba tus conocimientos estadísticos y probabilísticos por medio de preguntas que serán presentadas a lo largo del juego ¿Podrás trabajar en equipo para ganarle a los demás equipos? ¿Qué tanto sabes de estadística y probabilidad? Para llevar a cabo esta situación los estudiantes tenían que dar respuesta a diversos problemas.</p>

A partir de dichas situaciones problemáticas se puede establecer que los estudiantes comprendieron que para responder cada una de estas tenían que participar de las demás actividades, pues sus respuestas estaban dadas desde estas mismas. En este sentido se analizarán cómo dichas situaciones contribuyeron a la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento aleatorio,

principalmente para dar paso de lo pictórico a lo abstracto. Teniendo en cuenta que esto también involucra lo concreto, debido a que las dos etapas anteriores (C-P) permiten potenciar la curiosidad, lo cual es reflejado desde las respuestas de los estudiantes. Cabe destacar que no se adjuntarán figuras que ejemplifiquen las respuestas de ellos, ya que no se logran observar de manera correcta. A continuación, se presentarán algunas de las respuestas de la primera situación problemática (Tabla 19).

Tabla 19

Primera situación problemática

Descripción de las respuestas de la primera situación problemática: Isla Pájaro
303E16: “El tucán porque lo puede llevar en las patas”
303E25: “El tucán puede llevar mensajes a la isla ya que lo puede transportar por el pico a la isla”
303E01: “El tucán por su gran pico y dos patas”
303E07: “Las golondrinas porque son rápidas volando y es menos probable que se choquen”

Desde las respuestas descritas previamente se recalca que toda la muestra mencionó pájaros que habían sido presentados en clase, siendo principalmente el más nombrado el tucán como se identificó en las tres primeras respuestas. Lo anterior, debido a que era el pájaro que más grande tenía su pico y patas, entonces era más probable que la capitana lo escogiera para entrenarlo. Pese a que esta respuesta fue por la que más se inclinaron los educandos, también hubo uno, el 303E07 que menciona que las golondrinas pese a ser un ave pequeña, pues su respuesta está dada no por las características físicas que se establecieron en el aula por medio de actividades, sino por la habilidad que tienen de ser rápidas en el vuelo.

Dentro de esta misma sesión de clase, se realizaron preguntas tales como: ¿Qué especie de aves es más posible que encontremos cuando vayamos caminando en la isla? ¿Por qué? Y en relación con la menos posible. Lo anterior teniendo en cuenta el pictograma que realizaron sobre las especies de aves, como se observó en la Figura 21, dándose así la interpretación de los datos desde representaciones gráficas. Pudiendo establecer que el haber realizado en grupo dichas representaciones no solo desde lo pictórico, sino desde lo concreto les permitió de 17 grupos, 14 responder de manera correcta estos interrogantes. Siendo esto una notable mejoría con relación a los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica.

En cuanto a la **Isla Galápagos**, se evidencia que mayormente los estudiantes se encuentran en comprensión parcial con respecto a la interpretación y resolución de problemas. Puesto que, de 25 estudiantes, 15 pudieron dar respuesta a la situación problemática que se encontraba direccionada en: ¿Cuál de las islas Galápagos consideran como mejor los piratas? Y ¿Qué aspectos debería mejorar la isla Isabela para que fuera más posible que los piratas se la recomendarán a la capitana? Teniendo en cuenta que se evidencia que pese a comprender como realizar tablas de frecuencia de manera correcta, cuando se requiere de la interpretación de estas para dar solución a algunas situaciones, los educandos presentan mayor dificultad en comparación con el pictograma. Posiblemente debido a que la tabla de frecuencia no es tan visual como si lo es el pictograma, viéndose esto reflejado desde las hojas en blanco que más de cinco personas dejaron al no saber cómo responder, lo cual contribuyó a realizar la respectiva retroalimentación desde el trabajo grupal.

Por otra parte, en la situación problemática de la **Isla Tesoro**, se resalta justamente lo mismo que se evidencia desde la **Isla Pájaro**, ya que todos sin excepción alguna lograron dar respuesta a la situación problemática y a otras preguntas encaminadas a la misma temática.

Como lo son: ¿Cuántas fichas más de monedas de oro hay que de diamantes? Y si solo tuviéramos collares y diamantes, ¿Cuál de estos elementos sería menos posible que escogiéramos si tuviéramos los ojos vendados? ¿Por qué? Dando cuenta que en este punto ya los estudiantes comprendían situaciones que implicaban la posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de un evento.

Esto pese a que al comienzo de esta sesión se tenían algunos estudiantes con comprensión parcial al preguntarles a partir de las fichas de imágenes de tesoros ¿Cuál de los colores de las fichas fue más posible y/o menos posible que ellos escogieran? Además de las preguntas realizadas desde la representación pictórica de las bolitas de colores realizadas en plastilina (Figura 26) también con base a la terminología más posible y menos posible. Siendo esencial recordar que desde los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006) es así como se enseña la probabilidad en el primer grupo de grados.

En cuanto a la cuarta sesión de clase denominada **Parchís estadístico y probabilístico**, se nota que, pese a que los estudiantes reconocen los tres tipos de gráficos, a excepción de cinco que se evidenciaron desde el juego que tienen ciertas dificultades leves para representarlos. Aún hace falta mayor interpretación de datos principalmente en tablas de frecuencia y diagramas de barra. Cabe destacar que esta sesión estuvo dada desde problemas que los estudiantes debían solucionar para poder avanzar con las fichas del parchís, uno de estos fue: Realice una encuesta a sus compañeros sobre las mascotas que tienen en casa. Esto dio paso a la recolección de datos desde una tabla de frecuencia, a representar la información usando el material concreto, a realizar el gráfico de diagrama de barras. Para finalmente contestar preguntas tales como: ¿Cuántos animales se tienen en total? Si llevamos al parque a todas las mascotas de los estudiantes de 3-01

¿Es más posible o menos posible que veamos gatos? ¿Por qué? Y ¿Hay más loros y perros que gatos?

Desde el juego del parchís se logró identificar que la gran mayoría de estudiantes logran orientarse con el material concreto para poder llevar a cabo la representación gráfica. Donde reconocen las diferencias existentes entre un gráfico y otro y los aspectos que se deben tener para lograr elaborarlos de manera correcta. Sin embargo, se resalta que, a pesar de haber mejoría en la interpretación de datos, todavía falta abordar esto con mayor profundidad.

A partir de lo encontrado en la realización del experimento de enseñanza es importante destacar que los resultados son similares a lo que establece Gutiérrez (2018). Puesto que antes de que los estudiantes tuvieran contacto con el pensamiento aleatorio y estrategias como el Método Singapur tenían dificultades en la organización y clasificación de información en las gráficas estadísticas. Asimismo, en la resolución de problemas e incluso realización de conjeturas e interpretación de enunciados y datos en general, pero cuando se intervino con el Método Singapur, dando cuenta de su eje central la resolución de problemas se pudo evidenciar que existieron mejorías notorias. Tal cual como sucedió en el presente trabajo, pues a pesar de que no todos llegaron a la comprensión total de cada uno de los conocimientos enseñados, si se evidencia mayor acercamiento a estos y sobre todo autonomía por querer aprender.

Asimismo, se identifica que como lo menciona Marín (2021), Lara (2013) y Juárez y Aguilar (2018) el permitirles por medio del Método Singapur involucrarse con lo concreto y lo pictórico motiva al estudiante a seguir aprendiendo. Lográndose así poco a poco llegar a interpretar y analizar datos, buscando siempre soluciones desde diversas estrategias como lo expone Torres (2019) al enfatizar que los estudiantes asumen las matemáticas de manera más divertida y fácil si se presentan situaciones problemáticas que le permiten tener contacto con

materiales concretos. Sumado a ello, desde este experimento de enseñanza se recalca la importancia de las representaciones gráficas, logrando así determinar que el Método Singapur si contribuye en el desarrollo del pensamiento aleatorio.

Capítulo 5. Conclusiones

A modo de conclusión, es relevante destacar que este estudio permitió analizar el desarrollo del pensamiento aleatorio desde la competencia de resolución de problemas basada en el Método Singapur a partir de un experimento de enseñanza con estudiantes de tercer grado de Educación Básica Primaria de una Institución Educativa Pública de Bucaramanga. Pues se evidencian avances en cuanto al conocimiento de la estadística y la probabilidad en la muestra. Esto debido a que en el diagnóstico presentaron dificultad para dar respuesta a cada uno de los interrogantes y la elaboración de gráficos estadísticos, principalmente en el pictograma y diagrama de barras. Lo cual mejoró notoriamente a través de la exploración en grupo de los materiales concretos, en donde realizaban representaciones libres, que eran similares a los de los gráficos estadísticos, a pesar de no recibir indicaciones por parte de la investigadora sobre cómo realizarlos.

Es de resaltar que todavía en tercero de primaria, y a la fecha de experimentación, los estudiantes no habían tenido *aproximaciones al aprendizaje de la estadística y la probabilidad*. Lo anterior, pese a considerarse como necesario, pues la estadística y la probabilidad son temas sociales, que deben ser abordados con responsabilidad y sobre todo con interés por permitir el desarrollo de ciudadanos más críticos e informados. Por ende, se reconoce la importancia de que se reflexione sobre su enseñanza, en donde tengan la capacidad tanto de identificar información errónea, como analizarla y sobre todo resolver problemas cotidianos.

En este sentido, se destaca que el *uso de estrategias didácticas* en el desarrollo del pensamiento aleatorio es una oportunidad para contribuir en ello. Puesto que permiten que los estudiantes se interesen por la temática y no la vean con desagrado y que no tiene significado

alguno en su cotidianidad. Pues tal y como se evidenció con el uso del Método Singapur, los estudiantes por medio de la etapa concreta se motivaron por participar en las demás actividades. Las cuales permitieron llevarlos poco a poco a la terminología propia de la estadística y la probabilidad, pasando antes también por las representaciones gráficas.

Permitiendo lo anterior, establecer como la estrategia del Método Singapur también *fomenta el trabajo colaborativo y la autoestima*, pues los estudiantes comprenden que cada representación dada por sus compañeros y por sí mismos es importante y válida. Desde el experimento de enseñanza se observó al inicio que muchos de los estudiantes no les gustaba trabajar en grupo. Pero con el pasar de las clases ellos mismos pedían hacerlo, sin importar que la investigadora los organizará como quisiera. Esto debido a que sabían que iban a tener contacto con materiales concretos, aspecto que muy pocas veces se presenta dentro del aula. Sumado a ello, se resalta cómo el tránsito entre lo concreto y lo pictórico permite que los educandos se conecten con este nuevo conocimiento, pues se va construyendo cada concepto entre todos, siendo en estas clases el protagonista el educando y no el educador.

Por ende, *el educador desde el Método Singapur es un orientador* en el proceso formativo de los educandos, en donde el diálogo también es fundamental para que los estudiantes no se sientan intimidados por las matemáticas y específicamente por el pensamiento aleatorio. Cabe destacar que no solo permite un buen aprendizaje, sino también una enseñanza más acorde a las necesidades del momento. En donde se deja de un lado la trasmisión netamente de terminologías que no permiten que el estudiante se apropie del nuevo conocimiento, siendo esto una estrategia enriquecedora para los educandos. Puesto que, como se ha descrito durante todo este trabajo, puede que los profesores de Educación Básica Primaria no tengan los conocimientos

apropiados para abordar el pensamiento aleatorio, pero sí se debe tener autonomía para buscar de manera oportuna estrategias que enriquezcan el proceso formativo.

Es así como desde este trabajo se recalca la importancia de que los programas y universidades encargadas de *formar a los profesores de Educación Básica Primaria* incluyan en los pénsum académicos el pensamiento aleatorio como necesario dentro del currículo.

Asumiendo el reto que conlleva este nuevo siglo de adquirir mayores habilidades y capacidades como el reconocer cuando se está presentando una noticia falsa, que muchas veces es dada desde gráficos para confundir a las personas que no tienen los conocimientos para interpretarlas. En este sentido, los profesores tanto en ejercicio como en formación deben de asumir la responsabilidad de profundizar desde la investigación los conocimientos que tienen acerca de la estadística y la probabilidad.

Pese a ser el pensamiento aleatorio foco de interés actualmente en investigaciones de Educación Básica Primaria, aún falta mucho por avanzar en ello. Dado que no se cuenta con los suficientes referentes a diferencia de los demás pensamientos matemáticos y por supuesto que se encuentren direccionados hacia el uso del Método Singapur y la resolución de problemas como estrategia. Siendo lo anterior una limitación, sumada a que muchos profesores no se encuentran motivados por enseñar estas temáticas. Por consiguiente, este trabajo de investigación supone una contribución al pensamiento matemático y su didáctica desde la Educación Básica Primaria como referente para abordar nuevas investigaciones y la enseñanza del pensamiento aleatorio.

Capítulo 6. Recomendaciones

Es esencial destacar que, para llevar a cabo la enseñanza del pensamiento aleatorio de manera más completa, es decir, que se logren obtener mejores resultados en la etapa abstracta desde el Método Singapur es fundamental contar con más tiempo de intervención. Reconociendo que es la etapa Concreta, es decir, la exploración del material, la que conlleva más tiempo, lo cual no puede acortarse, puesto que es el primer acercamiento que los estudiantes poseen con este conocimiento. Adicional a ello, se recomienda para próximas investigaciones desarrollar propuestas pedagógicas que no solo se encuentren encaminadas en estudiantes de escolarización obligatoria, sino también en los educadores que se encuentran formándose para así poder identificar si el Método Singapur funciona en todo tipo de población. Siendo también, interesante que se aborde desde la interdisciplinariedad el pensamiento aleatorio, ya que los conceptos de estadística y probabilidad se encuentran inmersos en la cotidianidad.

Referencias bibliográficas

- Alba, J., y Quintero, A. (2016). ¿Cómo cuentan los niños al momento de resolver problemas? *Infancias Imágenes*, 15(1), 129–138.
<https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.infimg.2016.1.a09>
- Alba, L., y García, M. (2019). *El Método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Educación]. <http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/1106>
- Alsina, Á. (2016). La estadística y la probabilidad en educación primaria ¿Dónde estamos y hacia dónde debemos ir? *Aula de innovación educativa*, 251, 12-17.
<https://consejoscolar.educacion.navarra.es/web1/wp-content/uploads/2016/05/682.pdf>
- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Revista Épsilon*, 34(95), 25-48.
<https://thales.cica.es/epsilon/>
- Alsina, Á., Vásquez Ortiz, C. A., Muñiz-Rodríguez, L., & Rodríguez Muñiz, L. J. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Primaria. © *Epsilon Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática*, 2020, 104, 99-128.
<http://hdl.handle.net/10256/18278>
- Baroody, A. (2000). *El pensamiento matemático de los niños: un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. (4.ª ed.). Aprendizaje Visor.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*15, 2-13.
<https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/BLAIX.pdf>

- Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de los profesores. *Actas do II Encontro de probabilidades e estatística na Scola. Universidade do Minho*.
<https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Formprofesores.pdf>
- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Sense Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8_3
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J., y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Revista de didáctica de las Matemáticas*, 83, 7-18.
<http://funes.uniandes.edu.co/3651/1/Batanero2013ElNumeros83.pdf>
- Benavides, M., y Gómez-Restrepo, C. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista colombiana de psiquiatría*, 34(1), 118-124.
<http://www.scielo.org.co/pdf/rcp/v34n1/v34n1a08.pdf>
- Beyer, W. (1998). Algunas precisiones acerca de la resolución de problemas y de su implementación en el aula. *Revista Paradigma*, 19(1), 1-10. <https://www.revistas-historico.upel.edu.ve/index.php/paradigma/article/view/2757/1286>
- Branco, J. (2022). *El Método singapur como estrategia didáctica para el fortalecimiento del pensamiento lógico-matemático en estudiantes de grado once de la Institución Educativa Estefanía Marimon Isaza de Tierralta–Córdoba* [Tesis de maestría, Universidad Cooperativa de Colombia].
<https://repository.ucc.edu.co/server/api/core/bitstreams/2ef0272f-6a2b-4227-a776-ad2fc5a02763/content>
- Bruner, J. S., y Olson, D. R. (1973). Aprendizaje por experiencia directa y aprendizaje por experiencia mediatizada. *Perspectivas*, 3(1), 21-41.
https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000004790_spa

- Carreño Patiño, L. M., Vergara García, R., & Sevillano Zafra, Y. (2017). *Efecto de una estrategia metodológica de resolución de problemas para el desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos metacognitivos* [Tesis de maestría, Universidad del Norte]. <http://hdl.handle.net/10584/8049>
- Carrillo, J. (2003). Resolución de problemas. Su concreción en algunos recursos clásicos. *Revista Educación y Pedagogía*, 15(35), 151-161.
<https://revistas.udea.edu.co/index.php/revistaeyp/article/view/5950>
- Chica, D., y Ibargüen, F. (2014). *Sistema de actividades metodológicas basadas en la resolución de problemas para el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistema de datos en los estudiantes de 8° y 9° del Colegio Anglocolombiano y la Institución Educativa Antonio Nariño* [Tesis de maestría, Universidad Tecnológica de Pereira].
<https://hdl.handle.net/11059/5509>
- Da Silva Freire, M., & Da Silva Lima, M. (2013). Como formular problemas a partir de ejercicios? Argumentos dos licenciandos em Química. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 12(1), 191-208.
https://reec.educacioneditora.net/volumenes/volumen12/REEC_12_1_10_ex646.pdf
- Del Pino, G., & Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo, Revista de Investigación Latinoamericana (PEL)*, 49(1), 53-64.
<https://pensamientoeducativo.uc.cl/index.php/pel/article/view/25747>
- Díaz-Levicoy, D., Batanero Bernabéu, C., & Arteaga Cezón, J. P. (2019). Construcción de gráficos de barras por estudiantes chilenos de Educación Primaria. *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.
<http://hdl.handle.net/10481/55186>

- Dionicio Isidro, E. (2017). *Taller empleando estrategias heurísticas, bajo el enfoque sociocultural, utilizando material concreto, para mejorar la resolución de problemas con las magnitudes fundamentales del sistema internacional de unidades en los estudiantes de 3° grado “A” de educación primaria de la institución educativa N° 84129 “Cesar Vallejo”, distrito de Yauya, provincia Carlos Fermín Fitzcarrald, departamento de Ancash en el año 2016* [Tesis de pregrado, Universidad Católica Los Ángeles Chimbote]. <https://hdl.handle.net/20.500.13032/4929>
- Donoso, C., & Ramírez, M. (2012). *Mejorar rendimiento de los alumnos (as) del primer año básico en el ámbito “resolución de problemas”* [Tesis de pregrado, Universidad Academia de Humanismo Cristiano]. <http://bibliotecadigital.academia.cl/xmlui/handle/123456789/1834>
- Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. <http://hdl.handle.net/10481/55028>
- Fernández Montero, B., Vallejo Reyes, C. X., Galarza Jaramillo, J., & Alegría Rivera, M., (2021). *Diseño de un OVA didáctico para fortalecer el desarrollo de la competencia resolución de problemas del pensamiento aleatorio en estudiantes del grado tercero* [Tesis de maestría, Universidad de Cartagena]. <http://dx.doi.org/10.57799/11227/1532>
- Freire, P. (2005). *Pedagogía del oprimido*. Siglo XXI.
- Fundación Omar Dengo. (2014). *Competencias del siglo XXI: guía práctica para promover su aprendizaje y evaluación*. Capítulo Latinoamericano del Proyecto Atc210s. https://www.viaeducacion.org/downloads/ap/ehd/competencias_siglo_xxi.pdf

- García Avella, G. A., Gaviria Tapia, A. G., Peralta Espinosa, A. D. P., & Romero Valor, L. A. (2017). *Resolución de problemas. Una estrategia para el desarrollo del pensamiento aleatorio en los estudiantes del grado tercero de la Institución Educativa Francisco José de Caldas del municipio Paz de Ariporo Casanare* [Tesis de maestría, Universidad de La Salle]. https://ciencia.lasalle.edu.co/maest_docencia_yopal/32
- Gibbs, A., & Su, F. (2002). On choosing and bounding probability metrics. *International statistical review*, 70(3), 419-435. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00178.x>
- Gobierno de Navarra. (2008). *Marco teórico de la Evaluación Diagnóstica*. Sección de Evaluación. Servicio de Inspección Educativa. <https://www.educacion.navarra.es/documents/57308/57716/Marcoteorico.pdf/a642ae7d-2be5-4398-9265-da9cc4832f49>
- Godino, J. D., Batanero, C., Contreras, A., Estepa, A., Lacasta, E., & Wilhelmi, M. (2013). La ingeniería didáctica como investigación basada en el diseño. *Versión ampliada en español de la comunicación presentada en el CERME*, 8. https://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20et%20al_2013%20Ingenieria%20didactica.pdf
- González, L y Ortiz, M. (2015). *Efecto del método Singapur en el desarrollo de competencias matemáticas para niños de 3º de básica primaria* [Tesis de maestría, Universidad de la Costa CUC]. <http://hdl.handle.net/11323/1306>
- Gutiérrez, S. (2018). *Fortalecimiento de las Competencias Matemáticas en La Lectura e Interpretación de Gráficos estadísticos a Través de la Integración de las TIC y el MÉTODO SINGAPUR* [Tesis de maestría, Universidad del Norte]. <https://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/8133/132816.pdf>

- Hernández, L. (2017). Enseñanza de la Estadística mediante la resolución de problemas. In *II Congreso de Educación Matemática de América Central y de El Caribe*.
https://cemacyc.org/index.php/ii_cemacyc/iicemacyc/paper/view/477
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Mcgraw-hill.
- Juárez, M., & Aguilar, M. A. (2018). El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria. *Revista de Didáctica de las Matemáticas* Números, 98, 75-86. <http://funes.uniandes.edu.co/12887/>
- Lara, M. (2013). *El uso del Método de Singapur y su incidencia en la resolución de adiciones y sustracciones sin reagrupación con material concreto gráfico y simbólico en los niños de segundo año de básica del centro educativo particular Iberoamérica de la ciudad de Ambato* [Tesis de pregrado, Universidad Técnica de Ambato].
<https://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/6207>
- Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: Morata.
- Lizarraga Yauri, E. J., & Ricse Atanacio, F. M. (2020). *Los pictogramas como estrategia de aprendizaje y el logro de aprendizajes en el área de matemática de los niños del segundo grado de la institución educativa N° 35002 Zoila Amoretti de Odria–Chaupimarca–2019* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión].
<http://repositorio.undac.edu.pe/handle/undac/1862>
- Mamani, M. (2018). *Eficacia del Método Singapur para mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes del primer grado de educación primaria de la institución educativa Bellavista del distrito de Juliaca* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de San Agustín]. <http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/8812>

- Marín, M. (2021). *Propuesta de intervención educativa para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en Educación Infantil a través del juego y el Método Singapur* [Tesis de pregrado, Universidad Católica de Valencia]. <http://hdl.handle.net/20.500.12466/2071>
- Marjorie, S., Parra, J., & Díaz-Levicoy, D. (2021). Medición de la actitud hacia la estadística de futuras maestras de Educación Infantil. *Revista de Investigaçã o e Divulgaçã o em Educaçã o Matemática*, 5(1). <https://doi.org/10.34019/2594-4673.2021.v5.35341>
- Martínez, L. (2007). La observación y el diario de campo en la definición de un tema de investigación. *Revista perfiles libertadores*, 4(80), 73-80.
https://www.academia.edu/34873298/La_Observaci%C3%B3n_y_el_Diario_de_Campo_en_la_Definici%C3%B3n_de_un_Tema_de_Investigaci%C3%B3n
- Ministerio de Educación de Chile (2012). Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática. *Unidad de Curriculum y Evaluación*.
https://archivos.agenciaeducacion.cl/biblioteca_digital_historica/orientacion/2012/bases_curricularesbasica_2012.pdf
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Santa Fé de Bogotá. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2006). Estándares básicos de Competencias de Matemáticas. *Imprenta Nacional de Colombia*.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministry of Education of New Zealand. (2015). The New Zealand curriculum Mathematics standards for years 1-8. New Zealand.

https://nzmaths.co.nz/sites/default/files/images/NZC_Mathematics_Standards_for_years_1-8_poster.pdf

Ministry of Education of Singapore. (2012). Mathematics Syllabus (Primary One to Six).

Singapore: *Ministry of Education*. https://www.moe.gov.sg/-/media/files/primary/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf

Molina, M. E. (2006). Transformaciones Histórico Culturales del Concepto de Maternidad y sus Repercusiones en la Identidad de la Mujer. *Psykhe (Santiago)*, 15(2), 93-103.

<http://dx.doi.org/10.4067/S0718-22282006000200009>

Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 29(1), 75-88.

<https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/243824>

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*.

<https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/17719/Principles%20and%20Standards%20for%20School%20Mathematics.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de investigación*, 35(73),

169-194. <https://ve.scielo.org/pdf/ri/v35n73/art09.pdf>

Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.

Quintana Peña, A. (2006). Metodología de investigación científica cualitativa. *Psicología:*

Tópicos de actualidad. <http://biblioteca.udgvirtual.udg.mx/jspui/handle/123456789/2724>

- Ruesta, R., & Gejaño, C. (2022). Importancia del material concreto en el aprendizaje. *Franz Tamayo-Revista de Educación*, 4(9), 94-108.
<https://doi.org/10.33996/franztamayo.v4i9.796>
- Setuain, M. (2022). *Impacto del método Singapur en la enseñanza de la proporcionalidad y porcentajes* [Tesis de pregrado, Universidad Pública de Navarra].
<https://hdl.handle.net/2454/43322>
- Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), 20-26. <https://doi.org/10.5951/AT.26.3.0009>
- Sotelo, K., & Valbuena, S. (2018). Estudio de los referentes de calidad en matemáticas según el MEN en el método Singapur aplicado en la básica primaria. *4to Encuentro Internacional de Investigación en Educación Matemática. Universidad del Atlántico*.
<http://funes.uniandes.edu.co/14357/>
- Tapia, R., y Murillo, J. (2020). El Método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista muro de la investigación*, 5(2), 13-24.
<https://doi.org/10.17162/rmi.v5i2.1322>
- Torres, B. (2019). La Resolución De Problemas Matemáticos Y Su Incidencia En El Aprendizaje Del Pensamiento Aleatorio De Los Estudiantes De Quinto Grado De Educación Básica De La Institución Educativa Liceo Joaquín F. Vélez. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, 7(2), 45-52. <https://core.ac.uk/download/pdf/288049436.pdf>
- Urdiain, I. E. (2006). Matemáticas resolución de problemas. *Navarra: Fondo de publicaciones del gobierno de Navarra*. <http://hdl.handle.net/11162/46590>

- Vásquez Ortiz, C. A., Cáceres Guzmán, A. N., & Souza de Alencar, E. (2021). Análisis de los proyectos estadísticos diseñados por futuras maestras de Educación Infantil. *Edma 0-6: educación matemática en la infancia*, 10(2), 51-68. <https://hdl.handle.net/11162/218959>
- Vásquez, C. & Alsina, A. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 7, 27 - 48. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i7.104>
- Vásquez, C. (2018). Surgimiento del lenguaje probabilístico en el aula de educación primaria. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 9(2), 374-389. <https://doi.org/10.26843/rencima.v9i2.1675>
- Vásquez, C., & Alsina, Á. (2014). Enseñanza de la Probabilidad en educación primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 85, 5-23. <http://funes.uniandes.edu.co/3677/>
- Vásquez, C., & Cabrera, G. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de educación infantil y primaria de seis países representativos en el campo. *Educación matemática*, 34(2), 245-274. <https://doi.org/10.24844/em3402.09>
- Zapatera, A. (2020). El Método Singapur para el aprendizaje de las matemáticas. Enfoque y concreción de un estilo de aprendizaje. *Revista INFAD De Psicología. International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 1(2), 263–274. <https://dehesa.unex.es/handle/10662/13097>

Apéndices

Apéndice A. Consentimiento Informado



Consentimiento informado V1

Investigadora: Ingrid Tatiana Blanco Falcón
Asesora: Jenny Patricia Acevedo Rincón
Escuela de Educación
Facultad de Ciencias Humanas

Por medio de este consentimiento le invito a permitir que el menor que se encuentra a cargo de usted pueda participar en el trabajo de investigación denominado **Un experimento de enseñanza sobre el pensamiento aleatorio en tercer grado de Educación Básica Primaria basado en el Método Singapur**. Esta investigación tiene como objetivo analizar el desarrollo del pensamiento aleatorio desde la competencia de resolución de problemas basada en el Método Singapur a partir de un experimento de enseñanza con estudiantes de tercer grado de Educación Básica Primaria de una Institución Educativa Pública de Bucaramanga.

Descripción de la participación

La participación del menor consistirá en su acostumbrada asistencia a sus clases en los días estipulados, en los cuales se llevará a cabo unas divertidas actividades que se encuentran enmarcadas dentro de un experimento de enseñanza realizado en la investigación previamente mencionada. La participación del estudiante será de aproximadamente 8 horas, divididas estas entre 4 días.

Uso de datos

La información que se recopile se usará con fines netamente académicos e investigativos los cuales serán tratados bajo la ley 1581 de 2012 que contempla la protección de datos en el territorio colombiano. Por ende, la información personal del menor a cargo no será expuesta bajo ninguna circunstancia. La información será almacenada de manera segura y confidencial de manera que se conserve la privacidad de los datos.

Investigadores y lugar de investigación

El presente estudio se encuentra bajo la responsabilidad de la docente en formación Ingrid Tatiana Blanco Falcón, quien es estudiante de décimo semestre de Licenciatura en Educación Básica Primaria. El lugar en donde se va a llevar a cabo este trabajo investigativo es en el Instituto Técnico Dámaso Zapata de la sede principal con el grupo 3-03 de la jornada de la mañana. Por ello, se le hará llegar este consentimiento con la docente titular del curso.

Riesgos y beneficios

Uno de los riesgos de la presente investigación es que tanto los representantes legales como los estudiantes no estén de acuerdo con que se grabe la sesión de clase o se sientan cohibidos por las cámaras y esto limite la participación del menor en el desarrollo de las actividades. Sin embargo, es necesario recalcar que de ninguna forma estas grabaciones serán expuestas ni afectará a los estudiantes y a sus familias tanto en lo personal como en lo académico. Por el contrario, permitirá que los estudiantes desarrollen el pensamiento aleatorio desde la competencia de resolución de problemas con el fin de que estos conocimientos le sirvan para su vida académica y en su cotidianidad.

Voluntariedad

La participación en el desarrollo de esta investigación es totalmente voluntaria lo que implica el no acceder a ningún tipo de reconocimiento económico por parte de la investigadora tanto para los representantes legales como para los menores. Cabe destacar que, el estudiante puede desistir en el desarrollo del experimento de enseñanza en cualquier momento sin tener repercusiones.

Resultados

Los resultados hallados se encontrarán a disposición de la Institución educativa, por lo cual pueden ser consultados por los representantes legales si así lo desean. Asimismo, serán presentados ante la Universidad Industrial de Santander como trabajo de grado y podrán ser divulgados a nivel regional, nacional e internacional, por medio de la publicación de artículos de revistas, participación en ponencias e incluso pueden ser base para próximas investigaciones, sin que estos perjudiquen la identidad de los menores.

Manifestación del participante

Por medio de este consentimiento usted podrá aceptar o rechazar la participación del menor a cargo en la presente investigación firmando. A su vez, en este se contará con 2 testigos que dan buena fe de que la información fue totalmente clara y que la participación del estudiante no estuvo influenciada bajo ninguna circunstancia.

Ante cualquier duda pueden comunicarse con la investigadora responsable al correo: _____

Nombre del estudiante

Nombre del representante legal

Firma del representante legal del menor

Correo del representante legal

Número de contacto telefónico

Firma del testigo 1

Firma del testigo 2

Firma de la docente en formación

Codificación: _____

Apéndice B. Asentimiento Informado

Te quiero invitar a ser parte de unas fabulosas misiones que te ayudarán a descubrir el tesoro que se encuentra al final del mapa.

¿Te preguntarán! ¿Qué necesito para participar?

¡Es fácil! Solo deberás empacar en tu mochila viajera: el entusiasmo por ser un o una pirata, el querer trabajar en grupo, la diversión y sobre todo las ganas de querer aprender matemáticas, pues de eso se tratarán las clases en las cuales yo Ingrid Blanco te voy a acompañar.

¡Te aseguro que te gustará! ten en cuenta que las respuestas que des en cada actividad no afectarán tus notas académicas, pero si permitirán que puedas aprender un poco más.

¡Algunas misiones serán inolvidables! por eso debemos grabarlas. Sin embargo, nunca utilizaré tu verdadera identidad en ninguna red social.

Si en algún momento te sientes nervioso o nerviosa, no te preocupes, puedes abandonar las misiones piratas sin ningún problema.

¿Aceptas ser parte de las misiones piratas?

Sí No

Escribe tu nombre pirata y tu nombre real

Apéndice C. Prueba diagnóstica

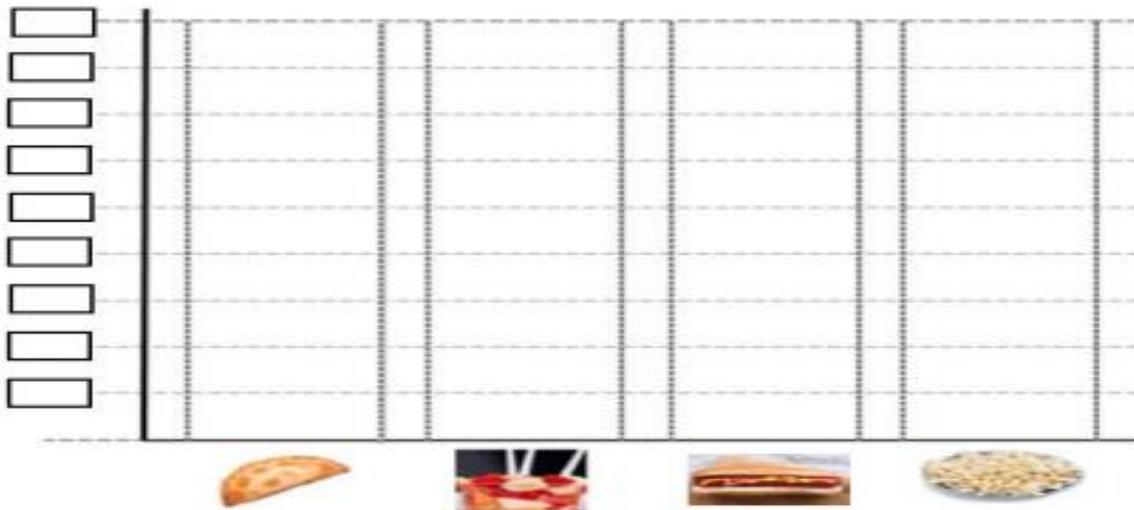
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO "DAMASO ZAPATA"	
TEMA: Resolución de problemas dentro del pensamiento aleatorio		GRADO:
NOMBRE:		FECHA:

1) La profesora de 3-03 propuso 4 posibles alimentos para el compartir del día del niño, así que realizó la votación con sus estudiantes para elegir solo uno de estos. Los votos se encuentran dispuestos en el siguiente cuadro, por lo cual necesita de tu ayuda para organizarlos en la tabla.



Alimento	Conteo
	
	
	
	

2) Realiza un diagrama de barras con la organización que hiciste en la tabla del ejercicio anterior y responde las preguntas.



- a) ¿Qué alimento fue el que tuvo mayor votación? _____
- b) ¿Qué alimento fue el que tuvo menor votación? _____
- c) ¿Cuál de los alimentos tuvo 7 votos? _____

3) Observa las tarjetas de colores que se encuentran encima de la mesa A y B y responde.



- Si tuviéramos los ojos vendados sería más posible o menos posible:

- a) Coger de la mesa A una tarjeta de color azul: _____
 ¿Por qué? _____

- b) Coger de la mesa B una tarjeta roja: _____
 ¿Por qué? _____

4) Se aproxima la hora del descanso y por eso Esteban quiso preguntarles a todos sus compañeros cuál fruta les gustaría que hoy el PAE les diera para el refrigerio y estos fueron los resultados:

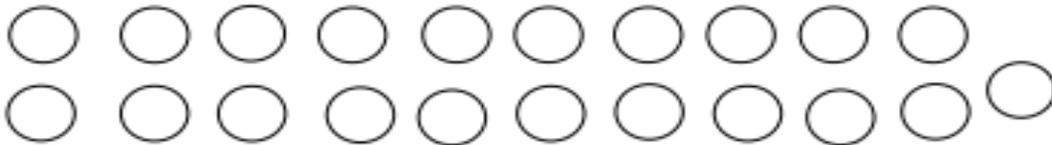
Fruta	Número de niños
Manzana	10
Pera	5
Banano	7
Mango	12
Ciruelas	3

- Responde las siguientes preguntas a partir de la información de la tabla:

- a) ¿Cuántos niños habla en el salón? _____
- b) ¿Cuántos tipos de fruta hay? _____
- c) ¿Cuál es la fruta que menos niños escogieron? _____

- d) ¿A cuántos niños más les gusta el mango que las ciruelas? _____
- e) Más niños prefieren el banano que la manzana ¿Es esto falso o verdadero? _____
- f) ¿Cuántos niños en total dijeron que les gustaría que el PAE les diera pera, manzana y ciruelas?

- 5) A Juan le gusta coleccionar y jugar con canicas, por lo cual realizó una tabla donde pudiera ver cuántas tiene de cada color.



Color	Cantidad
Amarillo	5
Rojo	7
Verde	4
Azul	5

- Responde después de observar la tabla:

- a) ¿Cuántas canicas en total tiene Juan? _____
- b) Si Juan tuviera las canicas en una bolsa:

- ¿De qué color sería más posible que sacara una canica sin mirar? _____

¿Por qué? _____

- Sería menos posible que Juan escogiera sin mirar una canica de color verde ¿Es esto falso o verdadero? _____

- 6) Construye un pictograma sobre el deporte favorito de tus compañeros a partir de los datos presentados en la siguiente tabla. Para realizarlo debes pegar los stickers de cara feliz en el lugar que corresponda, teniendo en cuenta que cada stickers es igual a un niño.



Deporte	Niños
Fútbol	10
Baloncesto	7
Natación	14
Voleibol	3

Fútbol	Baloncesto	Natación	Voleibol

¡Terminaste!



Apéndice D. Secuencia didáctica

Secuencia didáctica del experimento de enseñanza					
<p>Estándares Básicos de Competencias Matemáticas que orientan el experimento de enseñanza:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas. - Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar. - Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras. - Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro. 					
Sesión de clase 1: Isla Pájaro					
<p>Objetivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Introducir tres tipos de gráficos estadísticos: tabla de frecuencia, pictograma y diagrama de barras, desde una situación problemática basada en la predicción de la posibilidad de un evento. 					
Tiempo: 3 horas			Material de trabajo: imágenes, hojas cuadriculadas y ábacos realizados en material reciclable.		
<p>Situación problemática: para la primera misión de los piratas de 3-01, la capitana desea que se vayan a excursión a la isla pájaro a identificar las especies más comunes de esta isla y las cuales podrán ser usadas para enviar mensajes a los otros piratas, por lo cual es importante que al finalizar esta excursión puedan dar respuesta a la siguiente pregunta: ¿qué especies de aves son más posibles que la capitana entrene para que lleven mensajes a los demás piratas? ¿por qué?</p>					
Momentos	Etapas	Tiempo	Actividades	Respuestas esperadas	Retroalimentación
Inicio	C-P	30 min	Se hará entrega a cada estudiante de un paquete de imágenes de especies de aves: pelicanos, golondrinas, ibis, espátulas rosadas, tucanes, golondrinas y camachuelos (Anexo 1) las cuales se encuentran en la Isla Pájaro. A partir de estas imágenes se les preguntará que características identifican de estas mismas, resaltando la importancia de hacer comparaciones y clasificaciones en cuanto a sus diferencias y similitudes.	Comprensión nula	
			Las características que vayan mencionando los estudiantes serán escritas en el tablero, como, por ejemplo, el tamaño del pico, el color del plumaje y el tamaño del cuerpo. Después de ello, se les pedirá que organicen la información que identificaron al	No realizan clasificación de las aves desde sus características: tamaño del cuerpo, del pico y el color del plumaje. Posiblemente podrán tener dificultades a la hora de relacionar una misma imagen con su clasificación, debido a las características propias de cada ave representada en la imagen. Por ende, se pueden encontrar respuestas en donde no se	Se realizará la explicación de que una imagen puede encontrarse clasificada sin ningún problema en las tres características, para lo cual primero deberán realizar primero la clasificación de las aves desde una sola característica y posteriormente seguir con las dos restantes.

			<p>observar las imágenes, es decir, que realicen la clasificación de cuántas aves tienen pico pequeño y grande, cuántas son de color oscuro y claro y cuántas son pequeñas y grandes en cuanto al tamaño del cuerpo.</p> <p>Lo anterior con el objetivo de identificar los presaberes de los estudiantes con respecto a los gráficos.</p> <p>A partir de ello, se les presentará la situación problemática previamente dispuesta al comienzo del formato. Esto se realizará por medio de una hoja (Anexo 2).</p>	<p>clasifique ninguna de las imágenes o solo se clasifique en una sola característica cada imagen y no la tenga en cuenta para las otras dos características.</p>	
			Comprensión parcial		
			<p>Conteo desde la agrupación de las imágenes de las aves a partir de las características sin recurrir a gráficos estadísticos (tablas de frecuencias, gráficos de barras o pictogramas)</p>	<p>Se les preguntará a los estudiantes si saben que tipos de gráficos estadísticos hay y a partir de ello, se les explicará la importancia que tiene el uso de los gráficos estadísticos para organizar los datos que se tienen.</p>	
			Comprensión total		
			<p>Realización de gráficos estadísticos (tablas de frecuencia, diagramas de barras o pictogramas) que tenga en cuenta las características de las aves: tamaño del cuerpo, del pico y el color de cada una de las especies con sus respectivas frecuencias.</p>	<p>Se avanza a la siguiente actividad.</p>	
		40 min	<p>Por medio de ejemplos usando un esquema de diagrama de barras grande y una tabla de frecuencia realizados en cartulina, junto con un ábaco de representación estadística realizado con cartón de huevo, palos de pincho y palo de balsa se les explicará a los estudiantes las diferentes formas de organizar y representar datos: la tabla de frecuencia, el pictograma y el diagrama de barras.</p>	Comprensión nula	
			<p>No logran identificar las diferencias que tienen los tres tipos de gráficos: tabla de frecuencia, pictograma y diagrama de barras con respecto a la forma en la que se representan los datos en cada uno de estos.</p>	<p>Se evidencia que existe aún confusión por estos tres tipos de gráficos se les volverá a explicar a los estudiantes detenidamente y por medio de un ejemplo que pueda dar paso a los tres tipos de gráficos para que ellos puedan lograr diferenciarlos.</p>	

Desarrollo		<p>Esto a partir de ejemplos de problemas cotidianos que estarán también dispuestos en una ficha que será entregada a cada uno de los estudiantes (Anexo 3). Por medio de estos ejemplos se les dará la explicación de qué es y cómo se realiza cada uno de los gráficos:</p> <p>Para la tabla de frecuencia se les presentará el siguiente ejemplo:</p> <p>- A Juan le gustan los animales, él dice que cuando sea grande será veterinario, por lo cual junto con sus amigos quisieron jugar hoy al veterinario, por eso los amigos de Juan trajeron peluches de mascotas para poder jugar como clientes de él.</p> <p>Y estos fueron los animales que representan los peluches (se les pedirá que los observen en la ficha)</p> <p>Al ser muchos los clientes, Juan quiere organizar la información de qué tipo de animales tienen sus amigos y cuántos hay de cada tipo, por lo cual desea que le ayudemos a realizar una tabla de frecuencia. Y ¿para qué sirve una tabla de frecuencia?</p> <p>- La tabla de frecuencia permite registrar de manera organizada cada uno de los datos de un estudio estadístico con la frecuencia correspondiente, la frecuencia hace alusión al número de veces que se repite cada dato o respuesta. Posterior a dicha explicación, se realizará la respectiva tabla de frecuencia, colocando el primer dato para que después con ayuda de los estudiantes se pueda completar.</p> <p>Para el pictograma se les presentará el siguiente ejemplo:</p>		<p>Ejemplo:</p> <p>- La profesora de 3-03 propuso 4 posibles alimentos (helado, crispetas, frutas y galletas) para el compartir del día del amor y la amistad, así que realizó la votación con sus estudiantes para elegir solo uno de estos. Los votos fueron los siguientes (se escriben en el tablero en desorden), por lo cual necesita de tu ayuda para organizarlos en la tabla.</p> <p>De la tabla se pasa al pictograma por medio de dibujos realizados por la docente y se termina con el diagrama de barras.</p>
			Comprensión parcial	
			<p>Reconocen algunas características de estos gráficos, sin embargo, pueden tener dificultad a la hora de diferenciarlos, principalmente el pictograma y el diagrama de barras.</p>	<p>Entre todos se establecerán las similitudes y diferencias existentes entre los gráficos y se escribirán en una tabla para que la información se encuentre organizada y los estudiantes puedan comprender con mayor facilidad.</p>
			Comprensión total	
		<p>Las diferencias entre estos tres tipos de gráficos es que en el pictograma se hace uso de imágenes para representar la información, mientras que en los diagramas de barras se usan barras</p>	<p>Se avanza a la siguiente actividad.</p>	

		<p>- La profesora ingri desea conocer cuántos estudiantes cumplen años en los meses faltantes, es decir, septiembre, octubre, noviembre y diciembre, es por eso, que desea realizar un pictograma para recordar estos datos. Por lo cual ella irá mencionando cada uno de estos meses y solo los niños que cumplan en el mes respectivo deberán alzar la mano. Pero ¿qué es un pictograma?</p> <p>- El pictograma es un tipo de gráfico en el que se usan dibujos o imágenes para representar los datos con su respectiva frecuencia.</p> <p>Se les preguntará si recuerdan ¿qué es la frecuencia?</p> <p>Posterior a ello, se realizará el pictograma, realizando dibujos de pasteles para representar cada dato.</p> <p>Para el diagrama de barras se les presentará el siguiente ejemplo:</p> <p>- Esteban encuestó a 27 de sus amigos para escoger los 3 juegos más votados por todos para realizarlos en la celebración del día del amor y la amistad en el mes de septiembre, por lo cual desea representar estos datos en un diagrama de barras ¿alguno sabe cómo se realiza este tipo de gráfico?</p> <p>- El diagrama de barras utiliza barras rectangulares para representar datos de manera gráfica, teniendo en cuenta el eje horizontal y vertical, la frecuencia y las variables.</p>	<p>de colores para esta misma finalidad y por último en la tabla de frecuencia se organizan los datos en dos columnas, una con los criterios y la otra la frecuencia.</p>	
--	--	--	---	--

			<p>A partir de la explicación, se realizará el diagrama de barras, haciendo la representación de estas barras con cartulina en el tablero.</p> <p>Después se les preguntará a los estudiantes ¿qué diferencias tienen estos tres tipos de gráficos según la explicación? Esto para identificar si los estudiantes comprendieron.</p>		
		<p>25 min</p>	<p>A cada estudiante se le entregará en una hoja cuadriculada para que realicen una tabla de frecuencia, en donde realicen el conteo respectivo de cuántas aves en total hay de cada una de las especies a partir de las imágenes que se les fueron entregadas al inicio de la clase.</p> <p>A partir de esta actividad se indagará sobre los conocimientos previos que poseen los estudiantes sobre las posibilidades, por medio de las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Qué especie de aves es más posible que encontremos cuando vayamos caminando en la isla? ¿por qué? - ¿Qué especie de aves es menos posible que encontremos cuando vayamos caminando en la isla? ¿por qué? 	<p style="text-align: center;">Comprensión nula</p> <p>Intentan realizar el conteo de cuántas aves en total hay de manera general sin llegar a recurrir a la tabla de frecuencia presentada.</p> <p>Responden de manera incorrecta a ambas preguntas, debido a que no comprenden la manera de saber cuándo un evento es más posible o menos posible que suceda.</p>	<p style="text-align: center;">Comprensión nula</p> <p>Se resaltaré la importancia que tiene el uso de este tipo de gráfico para organizar datos y entre todos se construirá una tabla de frecuencia a partir de un ejemplo con respecto a los deportes favoritos de los estudiantes de 3-03.</p> <p>Se explicará la manera de saber cuándo un evento es más posible o menos posible que suceda, destacando que esto depende en estos casos específicos a la cantidad o frecuencia que tiene cada especie. Lo anterior sin llegar a darles las respuestas de las preguntas. A su vez, se ejemplificará la posibilidad desde el clima, el día estará soleado o nublado.</p> <p style="text-align: center;">Comprensión parcial</p> <p>Utilizan la tabla de frecuencia presentada para organizar los datos, pero de manera incorrecta, es decir, los datos que deberían ir</p>
				<p>Se recordará de manera general que información debe contener cada una de las dos columnas de la tabla de frecuencia.</p>	

				<p>en cada columna no corresponden a cómo debería de ser.</p> <p>Utilizan la tabla de frecuencia presentada para organizar los datos de manera correcta, sin embargo, el conteo de algunas especies de aves es incorrecto.</p> <p>Responden de manera correcta las dos o una de las preguntas, sin embargo, no logran justificar apropiadamente sus respuestas con base a la posibilidad de ocurrencia de un evento.</p>	<p>Entre todos se realizará la tabla de frecuencia en el tablero para que sean los mismos estudiantes los que den las respuestas con respecto a la frecuencia que tiene cada una de las especies de las aves, para que así los que tengan errores puedan corregirlos.</p> <p>Se les pedirá a los estudiantes que mencionen que estrategias usaron para lograr dar con la respuesta correcta y a partir de estas respuestas se les explicará la manera de saber cuándo un evento es más posible o menos posible que suceda, destacando que esto depende en estos casos específicos a la cantidad o frecuencia que tiene cada especie. Es decir, que entre mayor cantidad de aves haya por especie, mayor es la posibilidad de que nos encontremos con estas aves a diferencia de las especies que tienen menos aves.</p>
				Comprensión total	
				<p>Utilizan la tabla de frecuencia presentada para organizar los datos de manera correcta, realizando a su vez el conteo adecuado.</p>	<p>Se avanza a la siguiente actividad.</p>

				<p>Reconocen la posibilidad de ocurrencia de un evento desde la respuesta correcta de las dos preguntas y justifican su elección, destacando que es a mayor cantidad de aves por especie, mayor es la posibilidad de qué las encontremos cuando vayamos caminando por la isla y a menor cantidad de aves por especie, menor es la posibilidad de qué las encontremos cuando vayamos caminando por la isla.</p>	
		<p>40 min</p> <p>En grupos de 2 estudiantes se realizará la representación del pictograma y diagrama de barras con el material concreto (ábaco estadístico) a partir del tamaño del pico de las aves (grande y pequeño). Pero primeramente, se les permitirá explorar el material libremente.</p> <p>Asimismo, en una hoja cuadriculada realizarán de manera grupal un pictograma con relación a las especies de aves, es decir, cuántas hay de cada una, usando las imágenes dadas al inicio de la clase.</p>		Comprensión nula	
			<p>Confusión sobre la información que debe ir en el eje x y en el eje y.</p>	<p>Se explicará la información que debe ir en el eje x y en el eje y de los pictogramas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - El eje x representa las categorías, es decir el tamaño del pico (grande, mediano y pequeño). - El eje y representa la altura de cada barra dependiendo de la cantidad que se tiene sobre cada una de las categorías. 	
			Comprensión parcial	<p>Representan del pictograma y diagrama de barras en el ábaco, teniendo en cuenta los criterios del tamaño de pico de las aves (grande, mediano y pequeño). Sin</p>	<p>Entre todos se realizará el conteo nuevamente de las aves desde el tamaño del pico de estas, para que así los estudiantes puedan identificar en que se equivocaron.</p>

				embargo, presentan equivocación con respecto al conteo.	
				Comprensión total	
				Realización correcta de la representación de un diagrama de barras o pictograma con el ábaco, teniendo en cuenta los criterios del tamaño de pico de las aves (grande, mediano y pequeño) y realización correcta del conteo para cada una de las especies, plasmando esto en la hoja cuadriculada.	Se avanza a la siguiente actividad.
	P-A	20 min	<p>Al terminar la realización de los gráficos, los estudiantes responderán una serie de preguntas por escrito, las cuales estarán adjuntadas en la hoja cuadriculada que se les entregará para realizar la anterior actividad:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Cuántas especies de aves hay? - ¿Cuántas aves más hay de pico largo que de pico corto? - ¿Cuál especie tiene mayor cantidad de aves? - ¿Cuántas aves hay de patas largas? - Hay menos aves de tamaño pequeño que grande ¿es esto falso o verdadero? - ¿Cuántas aves en total hay? 	Comprensión nula	
				Responden incorrectamente más de tres preguntas.	Se indaga la dificultad que tienen para responder todas las preguntas de manera correcta para posteriormente responderlas de manera grupal.
				Comprensión parcial	
				Responden incorrectamente tres, dos o una pregunta.	Se indaga la dificultad que tienen para responder todas las preguntas de manera correcta para posteriormente responderlas de manera grupal.
				Comprensión total	
				Responden correctamente todas las preguntas desde el uso de los gráficos realizados previamente por ellos.	Se avanza a la siguiente actividad.
			Socialización de los gráficos realizados por parte de los estudiantes y la respuesta a la pregunta ¿Qué especies de aves son más posibles que la capitana entrene para que lleven	Comprensión nula	
				No comprenden aún la manera de saber cuándo un evento es más	Se recordará la manera de saber cuándo un evento es más posible o menos

Cierre		25 min	mensajes a los demás piratas? ¿por qué? Dicha respuesta será plasmada en la hoja en la que se presentó la misión al comienzo.	posible o menos posible que suceda.	posible que suceda, destacando que esto depende en este caso específico a las características de las aves, como el tamaño del cuerpo y del pico de estas. Lo anterior sin llegar a darles la respuesta de la pregunta.
				Comprensión parcial	
				Mencionan algunas de las especies que son más posibles que la capitana entrene para que lleven mensajes a los demás piratas, posiblemente desde el azar, sin tener en cuenta características del tamaño del cuerpo de las aves y del pico.	Se les pedirá a los estudiantes que mencionen que estrategias usaron para lograr mencionar algunas de las especies que son más posibles que la capitana entrene para que lleven mensajes a los demás piratas y a partir de estas, se les recordará la manera de saber cuándo un evento es más posible o menos posible que suceda, destacando que esto depende en este caso específico a las características de las especies que hacen que sea más posible que puedan llevar el mensaje. Por ejemplo, es más posible que las de pico grande puedan llevar en este un mensaje escrito a una especie de pico pequeño.
				Comprensión total	
			Tienen en cuenta características como el tamaño del cuerpo de las aves y del pico para mencionar las que son más posibles que la capitana entrene para que lleven mensajes a los demás piratas.	Terminación de la clase.	
Sesión de clase 2: Islas Galápagos					

Objetivo: - Realizar comparaciones entre diferentes datos a partir de la representación de estos a través de gráficos de barras, tablas de frecuencias y posibilidades.					
Tiempo: 2 horas y 45 min			Material de trabajo: Imágenes, hojas cuadriculadas y ábacos realizados en material reciclable		
Situación problemática: Para la segunda misión de los piratas de 3-01, la capitana desea escoger una isla para descansar al culminar cada misión, teniendo en cuenta que al observar por fotos las islas, a ella le gustó más la isla Isabela. Sin embargo, no sabe si es la mejor opción, por lo cual espera que sus piratas le recomienden la mejor a partir de las opiniones de los turistas sobre cada una de estas islas. Por ende, ¿Cuál de las islas Galápagos consideran como mejor los piratas? y ¿Qué aspectos debería mejorar la isla Isabela para que fuera más posible que los piratas se la recomendarán a la capitana?					
Momentos	Etapas	Tiempo	Actividades	Posibles respuestas	Retroalimentación
Inicio	C-P	35 min	<p>La docente les explicará a los estudiantes que las Islas Galápagos se encuentran conformadas por varias islas y les mostrará algunas imágenes de estas (Isla Isabela, Isla Santa Cruz, Isla San Cristóbal e Isla Floreana) (Anexo 4) para posteriormente presentarles una carta escrita por un niño que vive allí, invitándolos a ir a la Isla, en esta misma carta el niño dará datos con respecto a cuántos niños fueron de turismo a la Isla San Cristóbal en los últimos 3 meses y cuántos animales observo de cada una de las especies marinas que se encuentran en esta misma el fin de semana pasado (Datos hipotéticos) (Anexo 5). Después de ello, la docente realizará la representación en el ábaco de los datos dados por el niño en la carta y un gráfico de barras en el tablero con relación a las especies marinas. Cabe destacar que esto se realizará con ayuda de los estudiantes, para que sean ellos mismos quienes le manifiesten a la docente los datos.</p> <p>A modo de moderación la docente realizará cuando se tengan ya construidos los gráficos la siguiente pregunta: - ¿Qué tipo de información podemos deducir de los gráficos presentados con anterioridad?</p>	Comprensión nula	
				No mencionan ningún aspecto que se pueda deducir de los gráficos, como, por ejemplo, en el mes de junio hubo más turistas que en el mes de julio.	Se les dará ejemplos de que tipo de información pueden deducir de los gráficos presentados para que posteriormente ellos mismos intenten plantear otros ejemplos.
				Comprensión parcial	
				Mencionan uno o dos aspectos que se puedan deducir de los gráficos.	Se mencionarán ejemplos diferentes a los mencionados por los estudiantes desde los gráficos presentados para que así puede ellos puedan proponer otros.
Comprensión total					
Mencionan más de dos aspectos que se puedan deducir de los gráficos.	Se avanza a la siguiente actividad.				

			A partir de ello, se les presentará la situación problemática previamente en una hoja a cada uno de los estudiantes (Anexo 6).		
Desarrollo	40 min		<p>Por grupos de cuatro estudiantes se hará entrega de dos ábacos y de tablas de frecuencias (Anexo 7) de dos islas que tienen datos con respecto a la calificación que le dieron los niños turistas sobre la alimentación en el mes de julio (Excelente, regular y mala) para que representen estos datos de manera concreta y posteriormente pictórica desde el uso de diagramas de barras.</p> <p>Asimismo, se les entregará dos gráficas (Anexo 8) que corresponden a los lugares más visitados por los niños en ese mismo mes y la cantidad de animales de cada especie marina que pudieron observar en estas islas los niños en su estadía en la isla, para que representen los datos de manera concreta y posteriormente realicen las respectivas tablas de frecuencia para cada una de las dos islas.</p>	Comprensión nula	
				No realizan de manera correcta el tránsito de lo concreto a lo pictórico por medio del uso de las gráficas de barras y tampoco el tránsito de lo pictórico a lo concreto, pues presentan dificultades al realizar las tablas de frecuencias y los diagramas de barras.	Se volverá a explicar las características que tiene cada uno de los gráficos utilizando los materiales concretos y pictóricos para que así puedan realizar por sí mismos los tránsitos correspondientes.
				Comprensión parcial	
				Realiza de manera correcta solo uno de los tránsitos de etapas, bien sea de lo concreto a lo pictórico por medio del uso de las gráficas de barras o de lo pictórico a lo concreto, reconociendo las características propias de cada uno de los tipos de gráficos.	Se consultará con los estudiantes que dificultades tuvieron para hacer esos tránsitos de manera correcta y entre todos se realizarán las respectivas correcciones.
				Comprensión total	
				Realizan de manera correcta el tránsito de lo concreto a lo pictórico por medio del uso de las gráficas de barras y el tránsito de lo pictórico a lo concreto, teniendo en cuenta las características propias de cada uno de los	Se avanza a la siguiente actividad.

				gráficos (diagramas de barras y tablas de frecuencias).	
	P-A	35 min	En los mismos grupos los estudiantes realizarán una carta contando a cuál de esas dos islas quisieran ir, en la cual deberán realizar comparaciones teniendo en cuenta los gráficos que hicieron de forma concreta y pictórica como, por ejemplo, en la isla Isabela hay más iguanas marinas que en la isla Fernandina, pero la isla Fernandina tuvo mejor calificación en cuanto a la alimentación en comparación con la isla Isabela.	Comprensión nula	
				No realizan comparaciones con base a los datos presentados en las gráficas, sino que por el contrario agregan nuevos aspectos que no están dispuestos en los gráficos.	Se les recordará que las comparaciones deben estar dadas desde lo que plasmaron en las gráficas.
				Comprensión parcial	
				Realizan tanto comparaciones que corresponden a las gráficas plasmadas por ellos mismos como comparaciones que no se pueden deducir de los gráficos.	Se les pedirá a los grupos que lean dichas cartas y entre todos se mencionará si el grupo está haciendo comparaciones adecuadas, esto para que los estudiantes reafirmen lo dicho o por el contrario corrijan de ser necesario.
				Comprensión total	
				Las comparaciones realizadas corresponden a las gráficas plasmadas por ellos mismos.	Se avanza a la siguiente actividad.
				Comprensión nula	

	C-P	35 min	Continuando en los grupos anteriores de 4 personas, los estudiantes encuestarán a los demás grupos anotando en una tabla de frecuencia realiza por ellos mismos las votaciones sobre a cuál isla quisieran ir. Para posteriormente realizar con el ábaco la representación concreta de los datos plasmados en la tabla de frecuencia y, asimismo, de manera individual plasmar en una hoja la representación pictórica desde un gráfico de barras.	No realizan de manera correcta el tránsito de lo concreto a lo pictórico por medio del uso de las gráficas de barras y tampoco el tránsito de lo pictórico a lo concreto, pues presentan dificultades al realizar las tablas de frecuencias y los diagramas de barras.	Se realizará un esquema entre todos en donde se consigne que aspectos se deben tener en cuenta la hora de realizar dichos gráficos, ejemplo, en la tabla de frecuencias, es necesario en una columna colocar los nombres de los datos y en la otra la frecuencia, es decir, realizar conteo.
				Los datos de las encuestas no fueron tomados de la mejor manera, por lo cual se encuentran errores en cuanto a la frecuencia de la tabla.	La docente tendrá lista la tabla de frecuencia con las votaciones para luego entre todos corroborar si todas las encuestas están correctas.
				Comprensión parcial	
				Realiza de manera correcta solo uno de los tránsitos de etapas, bien sea de lo concreto a lo pictórico por medio del uso de las gráficas de barras o de lo pictórico a lo concreto, reconociendo las características propias de cada uno de los tipos de gráficos.	Se indagará sobre las posibles dificultades que tuvieron para realizar los respectivos gráficos y a partir de ello, se realizará un esquema entre todos en donde se consigne que aspectos se deben tener en cuenta la hora de realizar dichos gráficos, ejemplo, en la tabla de frecuencias, es necesario en una columna colocar los nombres de los datos y en la otra la frecuencia, es decir, realizar conteo.
				Comprensión total	
Realizan de manera correcta el tránsito de lo concreto a lo pictórico por medio del uso de las	Se avanza a la siguiente actividad.				

				gráficas de barras y el tránsito de lo pictórico a lo concreto, teniendo en cuenta las características propias de cada uno de los gráficos (diagramas de barras y tablas de frecuencias).	
	P-A	20 min	<p>Individualmente responderán por escrito las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿A cuántos grupos más les gustaría ir a la isla Santa Cruz que a la isla Marchena? - ¿A cuántos grupos en total encuestaron? - ¿Cuántos grupos en total dijeron que les gustaría ir a la isla Isabela? - ¿Cuál isla es la que menos posibilidad tiene de ser escogida por la capitana como lugar de descanso? ¿Por qué? - ¿Cuál isla prefiere la mayoría de los grupos? - ¿Cuál isla tiene mayor posibilidad de ser escogida por la alimentación? ¿Por qué? 	Comprensión nula	
				Responden incorrectamente más de tres preguntas, bien sea de las que corresponden a estadística como a las de posibilidad.	Se indaga la dificultad que tienen para responder todas las preguntas de manera correcta con respecto a la estadística y la posibilidad y se les explicará todo lo que aún no queda claro.
				Comprensión parcial	
				Responden incorrectamente tres, dos o una pregunta, bien sea de las que corresponden a estadística como a las de posibilidad.	Se indaga la dificultad que tienen para responder todas las preguntas de manera correcta con respecto a la estadística y la posibilidad y se les explicará todo lo que aún no queda claro.
				Comprensión total	
				Responden correctamente todas las preguntas desde el uso de los gráficos realizados previamente por ellos y los conocimientos que han ido adquiriendo sobre la estadística y la posibilidad.	Se avanza a la siguiente actividad.
			Socialización de las respuestas dadas para las preguntas de la situación problemática: ¿Cuál de las islas Galápagos consideran como mejor los piratas? Y ¿Qué aspectos debería mejorar la isla Isabela para que fuera más posible que los piratas se la	Comprensión nula	
				Responden de manera incorrecta a las preguntas, debido a que aún	Se recordará la importancia de mirar las gráficas realizadas por ellos mismos para dar respuesta de manera

Cierre		15 min	recomendarán a la capitana? Dichas respuestas serán plasmadas en la hoja en la que se presentó la misión al comienzo.	presentan confusiones en aspectos estadística y posibilidades.	correcta a la primera pregunta. Para la segunda pregunta se les recordará la manera de saber cuándo un evento es más posible o menos posible que suceda. Lo anterior sin llegar a darles la respuesta de la pregunta. Adicional a ello, se realizará la ejemplificación de la posibilidad e imposibilidad de ganar un examen, que se debe tener en cuenta para ello.
				Comprensión parcial	
				Responden solo una de las preguntas de manera correcta, pues presentan bien sea para contestar la primera pregunta dificultad en estadística y en la segunda pregunta dificultad para la posibilidad de ocurrencia de un evento.	Se les recordará la importancia de mirar las gráficas realizadas por ellos mismos para dar respuesta de manera correcta a la primera pregunta. Para la segunda pregunta se les recordará la manera de saber cuándo un evento es más posible o menos posible que suceda.
				Comprensión total	
				Responden de manera correcta a la pregunta, teniendo en cuenta características como el tamaño del cuerpo de las aves y del pico para mencionar las que son más posibles que la capitana entrene para que lleven mensajes a los demás piratas.	Terminación de la clase.
Sesión de clase 3: Isla Tesoro					
Objetivo:					
- Predecir posibilidades e imposibilidades de ocurrencia de eventos.					
Tiempo: 2 horas y 10 min			Material de trabajo: Fichas, material reciclable, ábaco, plastilina		

Situación problemática: Para la tercera misión de los piratas de 3-01, la capitana desea identificar que tipos de tesoros puede llegar a tener en sus manos, por lo cual desea enviar a los piratas a investigar ¿Qué tipo de tesoros hay? Y ¿Qué cantidades hay de cada uno de estos tipos?					
Momentos	Etapas	Tiempo	Actividades	Posibles respuestas	Retroalimentación
Inicio	C-P	30 min	<p>En el tablero se tendrán pegadas 27 fichas de color rojo y 12 azules y al respaldo estas tendrán diferentes tipos de tesoros, como monedas de oro, collares y diamantes (Anexo 9). A partir de ello, se le pedirá a cada uno de los estudiantes que escoja una de estas con los ojos vendados. Posteriormente, se les entregará en una ficha de manera pictórica la representación de este juego para que intenten responder de manera grupal ¿Cuál de los colores de las fichas fue más posible que ellos escogieran? Y ¿Cuál de los colores de las fichas fue menos posible que escogieran? Y que justifiquen sus respuestas.</p> <p>A partir de ello, se les presentará la situación problemática previamente en una hoja a cada uno de los estudiantes (Anexo 10).</p>	Comprensión nula	
				No responden correctamente a ninguna de las dos preguntas.	Se les explicará que es importante observar detenidamente la cantidad de cada color de fichas para así determinar de manera correcta la posibilidad e imposibilidad de ocurrencia de un evento. Lo anterior sin darles la respuesta correcta a las preguntas para que sean ellos mismos quienes las resuelvan.
				Comprensión parcial	
				Responden correctamente a las dos preguntas, sin embargo, no logran justificar sus respuestas en términos de la posibilidad de ocurrencia de un evento, sino que lo asemejan al azar, mencionando que cualquier color bien sea rojo o azul tiene la misma posibilidad de ser escogido al tener los ojos vendados.	Se les explicará que entre mayor sea la cantidad de un color de fichas es más posible que está sean la que escojan y entre menor cantidad de fichas es menos posible que ellos escojan.
Comprensión total					
Reconocen que es más posible que escogieran la ficha roja, ya que este color es el que tiene mayor cantidad de fichas. Asimismo, que el color que es menos posible que escojan es el azul, debido a que	Se avanza a la siguiente actividad.				

				este color es el que tiene menos cantidad de fichas.	
Desarrollo	30 min	<p>La docente explicará qué es la probabilidad en términos de posibilidades e imposibilidades y cómo determinar si la ocurrencia de un evento puede ser mayor o menos que otro, esto desde el ejemplo de sacar unidades de cartón de huevo de una bolsa y que cada estudiante la represente en una ficha (Anexo 11) por medio del uso de plastilina de colores cada una de las unidades que vaya sacando la docente. Lo anterior orientado desde ciertas preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Cuántas bolitas de plastilina hay de cada color? - ¿Cuál color fue el más posible que la docente sacará? - ¿Cuál color fue el menos posible que la docente sacará? - ¿Cuál es el segundo color de bolitas más posible que la docente sacará? 	Comprensión nula		
			Responden correctamente dos, una o ninguna pregunta, sin llegar a justificar sus respuestas.	Entre todos se irá construyendo la justificación para cada una de las preguntas.	
			Comprensión parcial		
			Responden correctamente más de dos preguntas, sin embargo, no logran justificar sus respuestas en términos de la posibilidad de ocurrencia de un evento, sino que principalmente lo asemejan a la suerte.	Se socializarán las respuestas y entre todos se va a ir corrigiendo las respuestas dadas de manera incorrecta, dando justificaciones sustentadas desde las posibilidades e imposibilidades, con base a la explicación que vaya dando la docente.	
			Comprensión total		
			Responden correctamente todas las preguntas y justifican sus respuestas en términos de posibilidad e imposibilidad. A mayor cantidad de bolitas de un color, mayor es la posibilidad de sacar una de estas bolitas y a menor cantidad de bolitas de un color, menor es la posibilidad de sacar una de estas.	Se avanza a la siguiente actividad.	
35 min	<p>Para descubrir el tesoro mayor los estudiantes deberán pasar uno por uno a pegar la ficha que escogieron del tesoro en un pictograma realizado en grupo en el tablero, teniendo en cuenta la imagen que les salió, para así construir de manera conjunta un pictograma, considerando el punto de partida y el espacio que se debe de tener de una imagen a otra.</p>	Comprensión nula			
		Al realizar el pictograma no inician por el punto de partida de este y no tienen en cuenta el espaciado que debe de tenerse de una imagen a otra.	Se esperará si algunos de los estudiantes corrigen a los que están teniendo errores para realizar el pictograma y posteriormente la docente explicará dónde es el inicio de		

					partida del pictograma y que es importante que el espacio entre una imagen a otra sea igual en todas.
				Comprensión parcial	
				No tienen en cuenta el espaciado que se debe tener de una imagen a otra, pero si el punto de partida del pictograma.	La docente explicará la importancia de que el espacio entre una imagen a otra sea igual en todas.
				Comprensión total	
				Reconocen el punto de partida del pictograma y el espacio que se debe tener de una imagen a otra.	Se avanza a la siguiente actividad.
				Comprensión nula	
			Individualmente responderán en una hoja las siguientes preguntas:	Responden incorrectamente más de dos preguntas, sin llegar a justificar sus respuestas.	Entre todos se construye la respuesta correcta y la justificación para cada pregunta. Se realizará una ficha para entregarla en la siguiente clase, para que puedan los estudiantes repasar.
			- ¿Cuántas fichas en total hay?		
			- ¿Cuántas fichas más de monedas de oro hay que de diamantes?		
			- Si solo tuviéramos collares y diamantes ¿Cuál de estos elementos sería menos posible que escogiéramos si tuviéramos los ojos vendados? ¿Por qué?		
			- Si solo tuviéramos monedas de oro y collares, sería más posible que escogiéramos con los ojos vendados las monedas de oro ¿Es esto falso o verdadero?		
				Comprensión parcial	
				Responden de manera correcta más de dos preguntas, sin embargo, presentan dificultad a la hora de justificar sus respuestas en términos de posibilidad e imposibilidad y teniendo en cuenta el pictograma.	Se realizará la socialización de las respuestas y a partir de estas se empezará a justificar entre todos estás mismas, para así evidenciar que dificultades aún se tienen y empezar desde estas a explicar nuevamente los términos de posibilidad e imposibilidad.
				Comprensión total	
	P-A	20 min			

				Responder correctamente todas las preguntas y justifican de manera adecuada sus respuestas con base a la posibilidad e imposibilidad de un evento y teniendo en cuenta el pictograma.	Se avanza a la siguiente actividad.
Cierre	15 min	Los estudiantes darán respuesta a las preguntas de la situación problemática ¿Qué tipo de tesoros hay? Y ¿Qué cantidades hay de cada uno de estos tipos? Dichas respuestas serán plasmadas en la hoja en la que se les presentó la misión al comienzo y luego serán socializadas.	Comprensión nula		
			No responden ninguna de las dos preguntas de manera correcta, debido a que no realizan de manera correcta el conteo y no tienen en cuenta el pictograma anteriormente realizado.	Se evaluará la posibilidad de realizar otra clase que sirva como repaso general de todo lo visto en las tres clases, ya que en este punto deberían tener la capacidad de dar respuesta correcta a cada una de las preguntas.	
			Comprensión parcial		
			Responden solo una de las preguntas, ya que realizan de manera incorrecta el conteo y no tienen en cuenta el pictograma anteriormente realizado.	Se evaluará la posibilidad de realizar otra clase que sirva como repaso general de todo lo visto en las tres clases, ya que en este punto deberían tener la capacidad de dar respuesta correcta a cada una de las preguntas.	
			Comprensión total		
			Responden correctamente a las dos preguntas partir de lo abordado y explicado en clases anteriores y en esta.	Terminación de la clase.	
Sesión de clase 4: parchís estadístico y probabilístico					
Objetivo:					
- Resolver en equipo problemas estadísticos y probabilísticos desde el juego parchís.					
Tiempo: 3 horas			Material de trabajo: Tablero de parchís, plastilina, ábaco reciclable, marcadores		

Situación problemática: Si quieres avanzar en el parchís deberás poner a prueba tus conocimientos estadísticos y probabilísticos por medio de preguntas que serán presentadas a lo largo del juego ¿podrás trabajar en equipo para ganarle a los demás equipos? ¿qué tanto sabes de estadística y probabilidad?

Se realizarán 8 equipos de 4 estudiantes y 1 equipo de 5 estudiantes para jugar parchís, a cada equipo se les entregará una hoja tamaño oficio el cual contiene el tablero del parchís y las respectivas fichas serán bolitas de plastilina. Para cada ronda debe pasar un estudiante diferente por equipo, el cual tendrá que lanzar los dos dados y a partir de ello correr su ficha correspondiente. Cabe destacar que el tablero del parchís también estará dispuesto en tamaño doble carta en el tablero para este pueda ser observado por todos los equipos.

El tablero del parchís (**Anexo 12**) contendrá problemas específicos en casillas intercaladas, en los cuales habrá una marca C, P, A, para que dependiendo de ello, los estudiantes respondan a los problemas de manera concreta, pictórica y abstracta a partir de la casilla en la que caiga el jugador

Algunos de estos problemas son:

- Juan compró para su papelería 10 cuadernos, 12 lapiceros y 8 block de hojas cuadriculadas (Representación con el ábaco, representación gráfica y preguntas tales como ¿Qué elemento tiene mayor cantidad?, ¿Cuántos elementos tiene en total?, ¿Si Juan no hubiera comprado 8 block de hojas cuadriculadas cuántos elementos tendría para su papelería?)
- La docente de 4-01 desea conocer que deporte les gusta a sus estudiantes para practicarlo en su clase de Educación física la siguiente semana, por lo cual les pregunto a cada uno y estos fueron los resultados: Natación 10, Fútbol 7, Voleibol 16, Baloncesto 9 (Representación con el ábaco, representación gráfica y preguntas tales como ¿Cuál es el deporte favorito de los estudiantes?, ¿Cuál deporte es menos probable que la docente escoja para practicarlo en clase?, ¿Cuántos niños prefieren más el baloncesto y la natación que el voleibol?)
- Si tenemos 8 canicas de color verde, 12 azules y 5 amarillas en una bolsa ¿Cuál es más probable que saquemos sin ver? Y ¿Cuál es menos probable que saquemos sin ver? ¿Por qué?
- Realice una encuesta a sus compañeros sobre las mascotas que tienen en casa sus compañeros y representé la información en el gráfico de preferencia. También se puede dar paso a la representación por medio del material concreto y otros gráficos como el diagrama de barras y el pictograma. Algunas preguntas pueden ser ¿Cuántos tipos de mascotas se tienen? ¿Si todos fueran al parque y pudieran llevar sus mascotas que animal sería más probable que encontráramos? ¿Por qué?

Asimismo, se realizarán preguntas referentes a conceptos como ¿Qué es la frecuencia?, ¿Qué diferencia tiene un pictograma y un diagrama de barras?