

**FILTRADO ADAPTATIVO DE POLARIZACIÓN DE SEÑALES SÍSMICAS
MULTI-COMPONENTE USANDO LA MATRIZ ESPECTRAL Y LA
TRANSFORMADA S.**

YESID FERNEY FONSECA VARGAS

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES**

BUCARAMANGA

2016

**FILTRADO ADAPTATIVO DE POLARIZACIÓN DE SEÑALES SÍSMICAS
MULTI-COMPONENTE USANDO LA MATRIZ ESPECTRAL Y LA
TRANSFORMADA S.**

YESID FERNEY FONSECA VARGAS

Trabajo de grado para optar por el título de Ingeniero electrónico

Director

PhD. César Antonio Duarte Gualdrón

Co-Director

MIE. Ivan Javier Sánchez Galvis

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES**

BUCARAMANGA

2016

CONTENIDO

	pág
INTRODUCCIÓN	11
1. FILTRADO PROPUESTO EN [1]	14
1.1. LA MATRIZ ESPECTRAL CON LA TRANSFORMADA DE FOURIER.....	14
1.1.1. Grado de polarización	14
1.1.2. Grado de elipticidad y la expansión en matrices idempotentes no disyuntas....	14
1.2. LA MATRIZ ESPECTRAL CON LA TRANSFORMADA S	16
1.2.1. Grado de polarización y grado de elipticidad.....	16
1.2.2. Técnica de filtrado.....	16
2. PROPUESTAS DE MODIFICACIÓN AL FILTRADO PROPUESTO EN [1].....	17
2.1. MODIFICACIÓN BASADA EN LAS FUNCIONES DE ATENUACIÓN DE POLARIZACIÓN Y ELIPTICIDAD.....	17
2.2. MODIFICACIÓN BASADA EN LA EXPANSIÓN DE LA MATRIZ ESPEC- TRAL EN MATRICES IDEMPOTENTES NO DISYUNTAS.....	18
2.3. ANÁLISIS EN LOS GRADOS DE POLARIZACIÓN Y ELIPTICIDAD PARA LA EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO	19
2.3.1. Función de costo en la sintonización de los filtros	19
2.3.2. Funciones de costo asociadas a los grados de polarización y elipticidad.....	21
3. EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO.....	23
3.1. SEÑAL SINTÉTICA	23
3.1.1. Sintonización y comparación de los filtros.....	25
3.1.2. Evaluación de las funciones de costo asociadas a los grados de polarización y elipticidad	29
3.2. FILTRADO DE SEÑALES SÍSMICAS	31
3.2.1. Señal Sísmica Sintética	32
3.2.2. Señal Sísmica Real.....	36

3.3. DISCUSIÓN.....	42
4. CONCLUSIONES.....	44
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	45
BIBLIOGRAFÍA.....	46

LISTADO DE FIGURAS

	pág
Figura 1 Ejemplos de funciones de atenuación $FE(f, \tau)$	17
Figura 2 Función de precio $\hat{p}(f, \tau)$ en la sintonización de los filtros	21
Figura 3 Señal sintética en el dominio tiempo, tiempo-frecuencia, y sus respectivos grados de polarización y elipticidad.	24
Figura 4 Filtrados de la señal sintética en el dominio tiempo	27
Figura 5 Filtrados de la señal sintética en el dominio tiempo-frecuencia	28
Figura 6 Grados de polarización del filtrado de la señal sintética	30
Figura 7 Grados de elipticidad del filtrado de la señal sintética.....	31
Figura 8 Trazas de la señal sísmica sintética.....	32
Figura 9 Señal sísmica sintética en el dominio tiempo, tiempo-frecuencia, y sus respectivos grados de polarización y elipticidad.....	33
Figura 10 Componentes en el dominio tiempo-frecuencia de la señal sísmica sintética con grados de polarización y elipticidad no deseados.....	34
Figura 11 Filtrados de la señal sísmica sintética en el dominio tiempo.....	35
Figura 12 Trazas de la señal sísmica real.....	36
Figura 13 Señal sísmica real en el dominio tiempo, tiempo-frecuencia, y sus respectivos grados de polarización y elipticidad.	37
Figura 14 Componentes en el dominio tiempo-frecuencia de la señal sísmica real con grados de polarización y elipticidad no deseados	38
Figura 15 Filtrados de la señal sísmica real en el dominio tiempo	40
Figura 16 Filtrados de la señal sísmica real en el dominio tiempo-frecuencia	41

LISTADO DE TABLAS

	pág
Tabla 1 Características de la señal sintética	24
Tabla 2 Grado de polarización y elipticidad aproximados de la señal sintética	25
Tabla 3 Variaciones de los parámetros de los filtros para la señal sintética	26
Tabla 4 Parámetros resultantes de los filtros en la sintonización, para la señal sintética.....	26
Tabla 5 Evaluación de las funciones de costo asociadas a los grados de polarización y elitpicidad en los filtros sintonizados	29
Tabla 6 Características de la señal sísmica sintética	32
Tabla 7 Variaciones de los parámetros de los filtros para la señal sísmica sintética .	34
Tabla 8 Parámetros resultantes de los filtros en la sintonización, para la señal sísmica sintética.....	35
Tabla 9 Características de la señal sísmica real	37
Tabla 10 Variaciones de los parámetros de los filtros para la señal sísmica real	39
Tabla 11 Parámetros resultantes de los filtros en la sintonización, para la señal sísmica real.....	39

RESUMEN

TÍTULO: FILTRADO ADAPTATIVO DE POLARIZACIÓN DE SEÑALES SÍSMICAS MULTI-COMPONENTE USANDO LA MATRIZ ESPECTRAL Y LA TRANSFORMADA S. ¹

AUTOR: Yesid Ferney Fonseca Vargas²

PALABRAS CLAVE: Ground-Roll, Sísmica, Filtro de polarización, Transformada S, Tiempo-Frecuencia

DESCRIPCIÓN:

En el procesamiento de señales sísmicas, específicamente en el filtrado de las mismas, se distinguen dos tipos de señales, el primer tipo de señales corresponden a la información útil de las capas del subsuelo, el segundo tipo de señal se relaciona al ruido captado en la exploración sísmica, conocido como *Ground-Roll*. Investigaciones previas demuestran que estos dos tipos de señales se pueden separar en cierto grado si se analizan en algún dominio tiempo-frecuencia, además también argumentan que los dos tipos de señales tienen características diferentes de polarización. En este trabajo de grado se proponen un par de modificaciones al filtro presentado en [1], el cual es un filtro de polarización basado en la matriz espectral [2] y en la transformada S para la atenuación de *Ground-Roll* en señales sísmicas. Las modificaciones propuestas en este trabajo se basan en el cambio de las funciones de atenuación de polarización y elipticidad descritas en [1], y en el uso de la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas. Así, en este trabajo se determina qué tan efectivas resultan las modificaciones, a partir del filtrado de una señal sintética y la construcción de unas funciones de costo que permiten una comparación objetiva sobre los filtros, el presentado en [1] y las modificaciones propuestas en este trabajo.

¹Trabajo de grado

²Facultad de Ingenierías Físico – Mecánicas. Escuela de Ingeniería eléctrica, electrónica y telecomunicaciones. Director PhD. César Antonio Duarte Gualdrón

ABSTRACT

TITLE: POLARIZATION ADAPTIVE FILTERING OF MULTICOMPONENT SEISMIC SIGNALS USING THE SPECTRAL MATRIX AND THE S TRANSFORM. ³

AUTHOR: Yesid Ferney Fonseca Vargas⁴

KEYWORDS: Ground-Roll, Seismic, Polarization filtering, S Transform, Time-Frequency

DESCRIPTION:

In seismic signals processing, specifically in seismic signal filtering, two classes of signals are distinguished; first type of signals are related to useful information about subsoil layers, the second type of signals are related to noise captured in seismic exploration records, often known as Ground-Roll. Previous research show that such two type of signals can be separate, measurably, if they are analyzed on a time-frequency domain. Furthermore, some research state the two type of signals have different polarization behaviors, the first one often have linear behaviors whereas the second one have elliptical behavior. In this undergraduate work, it's proposed a couple of modifications to the filter presented in [1], which is a polarization filter based on the spectral matrix [2] and the S transform that attenuates the Ground-Roll in seismic signals. The proposed modifications in this works are based on the expansion of the spectral matrix in non-disjoint idempotent matrices and on the change of the polarization and ellipticity attenuation functions described in [1]. Therefore, in this work it's determined the effectiveness of the proposed modifications by the filtering of a synthetic signal and the construction of some cost functions that allows to compare objectively the filters, the filter presented in [1] and the modifications proposed in this work.

³Bachelor Thesis

⁴Facultad de Ingenierías Físico – Mecánicas. Escuela de Ingeniería eléctrica, electrónica y telecomunicaciones. Director PhD. César Antonio Duarte Gualdrón

INTRODUCCIÓN

En una exploración sísmica, la energía de la explosión es propagada en la tierra a través de ondas longitudinales y transversales conocidas como ondas P y S respectivamente. El primer tipo de onda es de interés pues permite extraer información de las capas del subsuelo; por otro lado, combinaciones entre los dos tipos de ondas, P y S, dan origen a otros subtipos como ondas Love, Rayleigh, etc, considerándose estas últimas como ruido ya que tienden a empeorar la calidad de la información relacionada a las capas del subsuelo. Así investigaciones enfocadas al filtrado de este subtipo de ondas, específicamente las ondas Rayleigh y pseudo-Rayleigh (*Ground-roll*), han intentado diferenciarlas a través de análisis en el dominio tiempo, frecuencia y tiempo-frecuencia [3]-[5], entre estos se incluyen los análisis de polarización [1], [6], [7].

El análisis y filtrado de *Ground-Roll* en el dominio tiempo-frecuencia tiene como justificación, entre otras, que el *Ground-Roll* está compuesto por ondas de baja frecuencia y su arribo se da en tiempos diferentes para cada geófono [8]. Así existen trabajos de investigación como el que se presenta en [3], en donde se utiliza la transformada S, la cual representa en un dominio tiempo-frecuencia a una señal definida en el tiempo, para el diseño de filtros pasa-bandas variantes en el tiempo con el fin de eliminar el ruido presente en señales sísmicas; en [4], en donde se utiliza la transformada x-f-k y la transformada S para la atenuación de *Ground-Roll*; y en [5], en el cual proponen un método de descomposición en tiempo-frecuencia no estacionario invertible que mejora la resolución en tiempo-frecuencia comparada con la transformada S, además demuestran que este método permite un filtrado efectivo del *Ground-Roll*. Por otro lado, los análisis de polarización del *Ground-Roll* tienen acogida fundamentalmente porque el movimiento de las partículas en las ondas Rayleigh es elíptico y retrógrado, y el de las ondas P es longitudinal [9]. De esta manera se argumentan trabajos de investigación como el presentado en [6], el cual propone un filtro de polarización de *Ground-Roll* en el dominio tiempo que utiliza como herramienta principal la descomposición en valores singulares (SVD), construyendo con esta herramienta un atributo de polarización que permite determinar la presencia de *Ground-Roll* y en consecuencia la eliminación del mismo mediante la atenuación de las primeras dos autoimágenes resultantes de la descomposición en valores singulares, las cuales suponen tener la mayor energía del *Ground-Roll* polarizado elípticamente; en [7], en el que proponen una metodología de análisis y filtrado de polarización en tiempo-frecuencia utilizando la transformada S, este análisis supone la construcción de 6 parámetros localizados en un dominio tiempo-frecuencia los cuales caracterizan a una elipse descrita en 3 componentes, de esta manera el filtrado se da en relación a los valores que alcancen estos parámetros en cada punto del dominio tiempo-frecuencia; y en [1], cuyo trabajo propone dos parámetros de polarización utilizando la transformada S, estos parámetros miden el grado de elipticidad,

que es la relación entre el eje menor y mayor de una elipse, y el grado de polarización, que es la relación entre la intensidad de las ondas polarizadas (ondas con comportamiento elíptico, incluido el lineal) presentes en una señal y la intensidad total de la señal. A partir de estos parámetros el autor define 2 funciones de atenuación las cuales tienen como objetivo reducir los componentes elípticos y poco polarizados presentes en señales sísmicas. Aunque la propuesta presenta resultados efectivos en el filtrado de señales sintéticas y señales sísmicas sintéticas y reales, es posible proponer dos modificaciones a la metodología empleada en [1] que suponen una mejora en el filtrado del *Ground-Roll* bajo la hipótesis de que este tiene un comportamiento elíptico y retrogrado. La primera modificación consiste en cambiar la forma de las funciones de atenuación que emplea [1] por unas que suponen una mejor selectividad y atenuación de los componentes elípticos y poco polarizados; la segunda modificación se basa en la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas.

De esta manera, en este trabajo se evalúa el desempeño de tres propuestas de modificación al filtro de polarización presentado en [1] para la atenuación de componentes elípticos y de baja polarización localizados en el dominio tiempo-frecuencia de la transformada S de señales multi-componente, basándose estas modificaciones en la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas y en las funciones de atenuación de polarización y elipticidad. Para lograr esto se definió un tipo de análisis en el grado de polarización $P^2(f, \tau)$ y elipticidad $E(f, \tau)$ ⁵ antes y después del filtrado, el cual se basa en el modelo de la función de costo de fabricación de un producto.

Estas tres modificaciones se basan en la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas [2] y en las funciones de atenuación de polarización $FP(f, \tau)$ y elipticidad $FE(f, \tau)$ ⁶. La primera modificación utiliza la misma metodología presentada en [1] con diferentes funciones de atenuación de polarización y elipticidad, las cuales se proponen en este trabajo; la segunda utiliza la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas y las funciones de atenuación de polarización y elipticidad presentadas en [1]; y la última utiliza la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas y las funciones de atenuación de polarización y elipticidad propuestas en este trabajo.

Este trabajo se organiza en 3 capítulos, en primer capítulo se presenta la teoría sobre la cual se fundamenta el filtro propuesto en [1] y la propuesta de modificación basada en la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas. En el capítulo 2 se exponen y argumentan las modificaciones al filtro propuesto en [1], la basada en las

⁵ $P^2(f, \tau)$ y $E(f, \tau)$ indican la dependencia del grado de polarización P^2 y elipticidad E con la frecuencia f y el tiempo τ

⁶ $FP(f, \tau)$ y $FE(f, \tau)$ indican la dependencia de la función de atenuación de polarización FP y elipticidad FE con la frecuencia f y el tiempo τ

funciones de atenuación de polarización y de elipticidad; y la basada en la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas. Por último, en el capítulo 3 se evalúa el desempeño del filtro original descrito en [1] y las modificaciones del mismo, mediante el análisis del filtrado de una señal sintética con características particulares. Este análisis emplea como herramienta un conjunto de funciones de costo las cuales se basan en el modelo de la función de costo de fabricación de un producto, todas descritas en el capítulo 2. Adicional a esto, en el capítulo 3 se realiza el filtrado de una señal sísmica sintética y una señal sísmica real con el fin de determinar la efectividad de los filtros en la reducción del *Ground-Roll* .

1. FILTRADO PROPUESTO EN [1]

1.1. LA MATRIZ ESPECTRAL CON LA TRANSFORMADA DE FOURIER

En [2] se define la matriz espectral $S(f, \Delta f)$, la cual guarda relación con la matriz de coherencia siendo esta última usada en el análisis de polarización de ondas electromagnéticas cuasi-monocromáticas [10], [11]. Tanto la matriz espectral como la matriz de coherencia poseen información relacionada con la correlación cruzada de los componentes de una onda electromagnética. Así la matriz espectral está compuesta por $n \times n$ elementos y se construye a partir de una señal $x(t)$ de n componentes, es decir, $x(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]$. Ver (1.1).

$$S_{j,k}(f, \Delta f) = \int_{f-\Delta f}^{f+\Delta f} \mathcal{F}\{\theta_{j,k}(u)\}(v)dv = \int_{f-\Delta f}^{f+\Delta f} X_j(v) \cdot \overline{X_k(v)}dv \quad j, k = 1, \dots, n \quad (1.1)$$

En donde $S_{j,k}$ es el elemento j, k de la matriz espectral S , $\mathcal{F}\{\theta_{j,k}(u)\}(v)$ denota la transformada de Fourier de $\theta_{j,k}(u)$, $\overline{X_k(v)}$ la conjugada de $X_k(v) = \mathcal{F}\{x_k(t)\}(v)$, y

$$\theta_{j,k}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} x_j(t) \cdot \overline{x_k(t+u)}dt \quad (1.2)$$

1.1.1. Grado de polarización. En [2] se construye el grado de polarización $P^2(f, \Delta f)$ a partir de la matriz espectral S , el cual en el caso $n = 2$, es la relación entre la intensidad de las ondas polarizadas presentes en una señal y la intensidad total de la señal, ver [11, Cáp. 10].

$$P^2 = \frac{1}{2(n-1)tr\{S\}} \sum_{r,s=1}^n (\lambda_r - \lambda_s)^2 = \frac{n \cdot tr\{S^2\} - tr\{S\}^2}{(n-1)(tr\{S\}^2)} \quad (1.3)$$

En donde λ_r , con $r = 1, \dots, n$, son los valores propios de $S(f, \Delta f)$ y $tr\{S\}$ es la traza de $S(f, \Delta f)$.

1.1.2. Grado de elipticidad y la expansión en matrices idempotentes no disyuntas. En [2] se construye una expansión de la matriz espectral S que consta de n matrices idempotentes no disyuntas (${}^1D, \dots, {}^nD$), ver (1.4), entre las cuales 1D permite determinar el grado de elipticidad E presente en una señal $x(t)$ de n componentes, siendo este grado de elipticidad E la relación entre la longitud del eje menor y la longitud del eje mayor en una elipse.

¹Algunas veces no se hará explícito la dependencia de S con f y Δf , o con otros parámetros como se presenta más adelante, sino que el contexto aclarará sus dependencias.

$$S(f, \Delta f) = \sum_{r=1}^n {}^r D(f, \Delta f) \quad (1.4)$$

En donde

$${}^r D = (\lambda_r - \lambda_{r+1}) \cdot U \cdot \text{diag}[I_r, O_{n-r}] \cdot U^\dagger, \text{ con } \lambda_{n+1} = 0 \quad (1.5a)$$

$$U^\dagger \cdot S \cdot U = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_n], \text{ con } \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_n \quad (1.5b)$$

Siendo U^\dagger la transpuesta conjugada de la matriz U , cuyas columnas son los vectores propios de S y λ_r con $r = 1, \dots, n$ los valores propios respectivos; I_r un vector fila de unos con dimensión $1 \times r$; O_{n-r} un vector fila de ceros con dimensión $1 \times (n - r)$; y $\text{diag}[v]$ un operador que construye una matriz diagonal con elementos en su diagonal igual a los elementos del vector fila v . De esta manera se espera que la señal $x(t)$ de n componentes se expanda en n señales no correlacionadas ${}^r x(t)$ con $r = 1, \dots, n$, cada una con grado de polarización P_r^2 , ver (1.6).

$$P_r^2 = \frac{n - r}{n \cdot r - r} \quad (1.6)$$

Además, la parte real de la matriz ${}^1 D$ se puede diagonalizar para obtener la matriz J , cuya forma es la misma que se obtiene al calcular la matriz espectral de una elipse no inclinada.

$$J = R^T \cdot {}^1 D \cdot R \quad (1.7a)$$

$$R^T \cdot \Re\{{}^1 D\} \cdot R = \text{diag}[J_{11}, \dots, J_{nn}] \quad (1.7b)$$

La matriz J tiene al menos un elemento nulo en su diagonal, lo que implica que esta se puede reducir a una matriz \hat{J} de 2×2 , es decir, si $J_{rr} = 0$ para $r = 3, \dots, n$, entonces

$$\hat{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & iJ_{12} \\ -iJ_{12} & J_{22} \end{bmatrix} \text{ con } |\hat{J}| = 0 \quad (1.8)$$

Así, a partir de la matriz J se define el grado de elipticidad $E(f, \Delta f)$ como

$$E = \frac{\Im\{\hat{J}_{12}\}}{\max\{\hat{J}_{11}, \hat{J}_{22}\}} \quad (1.9a)$$

$$|E| = \frac{\sqrt{2\text{tr}\{\Im\{S\}^2\}}}{\text{tr}\{S\} + \sqrt{\text{tr}\{S\}^2 + 2\text{tr}\{\Im\{S\}^2\}}} \quad (1.9b)$$

En donde $\Im\{S\}$ y $\text{tr}\{S\}$ es la parte imaginaria de S y la traza de S respectivamente.

1.2. LA MATRIZ ESPECTRAL CON LA TRANSFORMADA S

El filtro que se propone en [1] se basa en redefinir la matriz espectral usando la transformada S y limitando el numero de componentes a 3, $n = 3$, permitiendo así localizar el grado de polarización y elipticidad en un dominio tiempo-frecuencia (f, τ) .

$$S(f, \tau, \Delta f, \Delta \tau) = \int_{f-\Delta f}^{f+\Delta f} \int_{\tau-\Delta \tau}^{\tau+\Delta \tau} X_j(v, t) \cdot \overline{X_k(v, t)} dt dv \quad j, k = 1, 2, 3 \quad (1.10)$$

En donde (1.11a) y (1.11b) son la transformada S y su inversa respectivamente de cada uno de los componentes, $x_j(t)$, de $x(t)$.

$$X_j(f, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}\{x_j(t)\}(\alpha + f) e^{-\frac{2\pi^2 \alpha^2}{f^2}} e^{i2\pi \alpha \tau} d\alpha \quad (1.11a)$$

$$x_j(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} X_j(f, \tau) d\tau \right\} (t) \quad (1.11b)$$

1.2.1. Grado de polarización y grado de elipticidad. Los grados de polarización y elipticidad, $P^2(f, \tau)$ y $E(f, \tau)$, son determinados según la ecuación (1.3) y (1.9b) respectivamente, utilizando como matriz espectral la definida en (1.10).

1.2.2. Técnica de filtrado. En [1] se propone que la forma del filtro se de según la ecuación (1.12), sin considerar la desviación de ángulo que se menciona en [1].

$$F(f, \tau) = FP(f, \tau) \cdot FE(f, \tau) \quad (1.12a)$$

$$FP(f, \tau) = (P^2(f, \tau))^p \quad (1.12b)$$

$$FE(f, \tau) = (1 - |E(f, \tau)|)^q \quad (1.12c)$$

En donde la atenuación de los componentes con baja polarización se da mediante la función de atenuación de polarización (1.12b) y la atenuación de los componentes elípticos se da mediante la función de atenuación de elipticidad (1.12c), siendo p y q parámetros de sintonización. Por último, el filtro se aplica a cada uno de los componentes de $x(t)$ obteniéndose así la señal filtrada $y(t) = [y_1(t), \dots, y_3(t)]$, ver (1.13).

$$Y_j(f, \tau) = X_j(f, \tau) \cdot F(f, \tau) \quad (1.13a)$$

$$y_j(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} Y_j(f, \tau) d\tau \right\} (t) \quad j = 1, 2, 3 \quad (1.13b)$$

2. PROPUESTAS DE MODIFICACIÓN AL FILTRADO PROPUESTO EN [1]

2.1. MODIFICACIÓN BASADA EN LAS FUNCIONES DE ATENUACIÓN DE POLARIZACIÓN Y ELIPTICIDAD

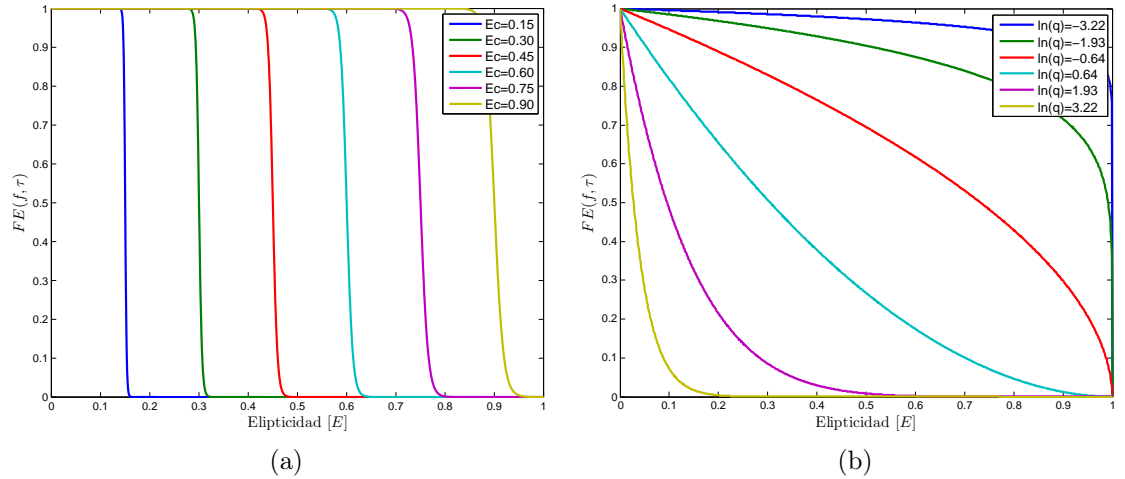
La primera propuesta de modificación al filtro presentado en [1] se basa en el cambio de las funciones de atenuación de polarización y elipticidad, $FP(f, \tau)$ y $FE(f, \tau)$. En [1] se propone que $FP(f, \tau) = (P^2(f, \tau))^p$ y $FE(f, \tau) = (1 - |E(f, \tau)|)^q$, y en este trabajo de grado se proponen como funciones de atenuación de polarización y elipticidad las descritas en (2.1).

$$FP(f, \tau) = 1 - \left(1 + \left(\frac{P^2(f, \tau)}{P_c^2}\right)^n\right)^{-1} \quad (2.1a)$$

$$FE(f, \tau) = \left(1 + \left(\frac{E(f, \tau)}{E_c}\right)^n\right)^{-1} \quad (2.1b)$$

Comparadas estas funciones de atenuación con las propuestas en [1], las que se presentan en (2.1) son mucho más selectivas en cuanto a que grados de polarización y elipticidad se quieren filtrar, ver Fig. 1.

Figura 1: Ejemplos de funciones de atenuación $FE(f, \tau)$. (a) $FE(f, \tau)$ utilizando la ecuación (2.1) con $n = 100$. (b) $FE(f, \tau)$ utilizando la ecuación (1.12c).



2.2. MODIFICACIÓN BASADA EN LA EXPANSIÓN DE LA MATRIZ ESPECTRAL EN MATRICES IDEMPOTENTES NO DISYUNTAS

La segunda propuesta de modificación al filtro presentado en [1] se basa en la construcción de una matriz espectral modificada, \hat{S} , utilizando la expansión de la matriz espectral S en matrices idempotentes no disyuntas 1D , 2D y 3D , ver 1.1.2. Esta modificación propone que la matriz 1D se atenúe con una función de atenuación de elipticidad, $FE(f, \tau)$; que la matriz 2D se atenúe con una función de atenuación de polarización, $FP(f, \tau)$; y que la matriz 3D se elimine totalmente. Las atenuaciones sobre las matrices 2D y 3D se plantea así puesto que 1D , 2D y 3D relacionan señales independientes¹ entre sí, ${}^1x(t)$, ${}^2x(t)$ y ${}^3x(t)$ con grados de polarización de 1, 0.25 y 0 respectivamente, ver (1.6). Y la atenuación de la matriz 1D se da de esta manera porque es a partir de ella que se determina el grado de elipticidad, ver (1.9a), así la construcción de la matriz espectral modificada \hat{S} se da según la ecuación (2.2).

$$\hat{S}(f, \tau) = {}^1D(f, \tau) \cdot FE(f, \tau) + {}^2D(f, \tau) \cdot FP(f, \tau) \quad (2.2)$$

En donde $FE(f, \tau)$ es una función de atenuación de elipticidad que depende del grado de elipticidad $E(f, \tau)$ y $FP(f, \tau)$ es una función de atenuación de polarización que depende del grado de polarización $P^2(f, \tau)$.

Dado que la diagonal de la matriz espectral tiene relación con la magnitud del espectro de cada uno de los componentes de $x(t)$, ver (2.3), se propone que el filtrado se dé según la ecuación (2.4), obteniéndose la señal filtrada $y(t) = [y_1(t), \dots, y_3(t)]$.

$$S_{jj}(f, \tau) = \int_{f-\Delta f}^{f+\Delta f} \int_{\tau-\Delta \tau}^{\tau+\Delta \tau} |X_j(v, t)|^2 dt dv \quad (2.3)$$

$$Y_j(f, \tau) = X_j(f, \tau) \cdot \left| \frac{\hat{S}_{jj}(f, \tau)}{S_{jj}(f, \tau)} \right| \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.4a)$$

$$y_j(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} Y_j(f, \tau) d\tau \right\} \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.4b)$$

¹La independencia se refiere a que $\int_{-\infty}^{\infty} {}^l x_j(t) \cdot \overline{{}^m x_k(t)} dt = 0$ para $l \neq m$

Así se obtienen dos tipos de modificaciones, una basada en la expansión de la matriz espectral y la otra basada en las funciones de atenuación de polarización y elipticidad, de los cuales surgen 3 filtros diferentes al propuesto por [1]:

- Filtro de polarización basado en la metodología presentada en [1], ver 1.2.2, que utiliza las funciones de atenuación propuestas en este trabajo de grado, ver (2.1).
- Filtro de polarización basado en la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas, ver 2.2, que utiliza las funciones de atenuación descritas en [1], ver (1.12).
- Filtro de polarización basado en la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas, ver 2.2, que utiliza las funciones de atenuación propuestas en este trabajo de grado, ver (2.1).

2.3. ANÁLISIS EN LOS GRADOS DE POLARIZACIÓN Y ELIPTICIDAD PARA LA EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO

Dado que la evaluación de desempeño de cada uno de los filtros previos se debe basar en un análisis en los grados de polarización y elipticidad antes y después del filtrado, se decidió que este análisis se de mediante unas funciones de costo que consideren los grados de polarización y elipticidad resultantes de la señal filtrada $y(t)$, y que además considere la magnitud de su espectro.

Las funciones de costo que se utilizaron se basan en el modelo de la función de costo de fabricación de un producto (MFCFP), el cual depende del precio, \hat{p}_i , y la cantidad, \hat{q}_i , de las k materias primas necesarias en la fabricación de un producto, ver (2.5).

$$C = \sum_{i=0}^k \hat{p}_i \cdot \hat{q}_i \quad (2.5)$$

De esta manera cada punto (f, τ) es análogo a una materia prima en el MFCFP, cuyo precio, $\hat{p}(f, \tau)$, depende del grado de polarización y elipticidad después del filtrado, y cuya cantidad, $\hat{q}(f, \tau)$, depende de la magnitud del espectro de la señal filtrada $y(t)$ en el punto (f, τ) . A continuación se definen tres funciones de costos diferentes que permitirán sintonizar los filtros y compararlos entre ellos.

2.3.1. Función de costo en la sintonización de los filtros. En la sintonización de los filtros se utiliza el MFCFP con la función de precio y función de cantidad definidas en (2.6b) y (2.6c) respectivamente.

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{p}(f, \tau) \hat{q}(f, \tau) df d\tau \quad ^2 \quad (2.6a)$$

$$\hat{p}(f, \tau) = \begin{cases} 2 & P^2(f, \tau) < P_{int}^2 & \wedge & E(f, \tau) > E_{int} \\ 1 & P^2(f, \tau) \geq P_{int}^2 & \wedge & E(f, \tau) > E_{int} \\ 1 & P^2(f, \tau) < P_{int}^2 & \wedge & E(f, \tau) \leq E_{int} \\ -1 & P^2(f, \tau) \geq P_{int}^2 & \wedge & E(f, \tau) \leq E_{int} \end{cases} \quad ^3 \quad (2.6b)$$

$$\hat{q}(f, \tau) = \left(\frac{Y(f, \tau)}{\max\{Y(f, \tau)\} + \varepsilon} \right)^{1,25} \quad ^4 \quad (2.6c)$$

$$Y(f, \tau) = \sqrt{|Y_1(f, \tau)|^2 + |Y_2(f, \tau)|^2 + |Y_3(f, \tau)|^2}$$

Para esta función de costo se deben definir los grados de polarización y elipticidad de interés, P_{int}^2 y E_{int} respectivamente, los cuales caracterizan el comportamiento de la misma, mediante la definición de los 4 sectores de la función de precio $\hat{p}(f, \tau)$, ver Fig. 2. Así dados los grados de polarización y elipticidad de la señal $y(t)$ en un punto (f, τ) , si estos grados están en la zona de mayor interés, el valor de la función de precio será de -1 implicando una reducción en la función de costo C ; por otro lado, si estos grados están en la zona de menor interés, el valor de la función de precio será de 2 implicando un aumento en la función de costo C ; y por último, si estos grados están en la zona de interés medio el valor de la función de precio será de 1 implicando un aumento en la función de costo C .

La constante ε define el comportamiento de la normalización que se da en (2.6c), es decir, si el máximo de $Y(f, \tau)$ es muy cercano al valor de ε , entonces el máximo de $Y(f, \tau)$ no se normalizará a un valor cercano a 1 sino a un valor mas pequeño.

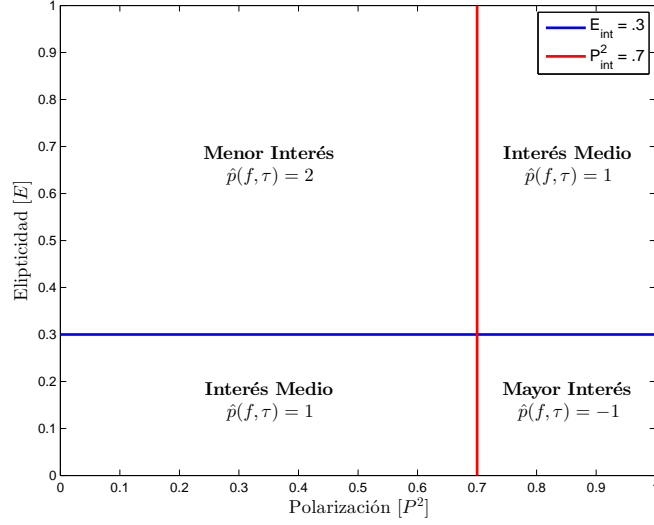
Se espera que la función de costo definida en (2.6) se minimice cuando la mayoría de puntos (f, τ) se ubiquen en la zona de mayor interés y además tengan su magnitud del espectro, $Y(f, \tau)$, mayor a la de los puntos ubicados en las zonas de menor interés o interés medio, en otras palabras, se espera que la función de costo se minimice cuando los filtros atenúen más los puntos (f, τ) ubicados en las zonas de menor interés o interés medio, comparados con los puntos (f, τ) ubicados en las zonas de mayor interés. Así la idea principal en la sintonización de los filtros es determinar cuál combinación de sus parámetros minimiza la función de costo definida en (2.6).

²La convergencia de la integral no se garantiza, sin embargo en la implementación de los filtros se utilizó la transformada S discreta.

³Los grados de polarización $P^2(f, \tau)$ y $E(f, \tau)$ son calculados a partir de la señal filtrada $y(t)$.

⁴ $Y_j(f, \tau)$ se refiere a la transformada S de la componente j -ésima de $y(t)$, o sea, de $y_j(t)$.

Figura 2: Función de precio $\hat{p}(f, \tau)$ en la sintonización de los filtros



2.3.2. Funciones de costo asociadas a los grados de polarización y elipticidad.

Las dos funciones de costo definidas aquí se construyeron con el fin de evaluar el desempeño de los filtros, en cuanto a los grados de polarización y elipticidad resultantes.

La primera función de costo se define según la ecuación (2.7) y se espera que se minimice cuando la mayoría de puntos (f, τ) posean una polarización $P^2(f, \tau) > P_{int}^2$ y además tengan su magnitud del espectro, $Y(f, \tau)$, mayor a la de los puntos con polarización $P^2(f, \tau) < P_{int}^2$.

$$C_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{p}(f, \tau) \hat{q}(f, \tau) df d\tau \quad (2.7a)$$

$$\hat{p}(f, \tau) = P_{int}^2 - P^2(f, \tau) \quad ^5 \quad (2.7b)$$

$$\hat{q}(f, \tau) = \left(\frac{Y(f, \tau)}{\max\{Y(f, \tau)\} + \varepsilon} \right)^{1,25} \quad ^6 \quad (2.7c)$$

$$Y(f, \tau) = \sqrt{|Y_1(f, \tau)|^2 + |Y_2(f, \tau)|^2 + |Y_3(f, \tau)|^2}$$

La segunda función de costo se define según la ecuación (2.8) y se espera que se minimice cuando la mayoría de puntos (f, τ) posean una elipticidad $E(f, \tau) < E_{int}$ y además tengan su magnitud del espectro, $Y(f, \tau)$, mayor a la de los puntos con elipticidad $E(f, \tau) > E_{int}$.

⁵Los grados de polarización $P^2(f, \tau)$ y $E(f, \tau)$ son calculados a partir de la señal filtrada $y(t)$.

⁶ $Y_j(f, \tau)$ se refiere a la transformada S de la componente j -ésima de $y(t)$, o sea, de $y_j(t)$.

$$C_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{p}(f, \tau) \hat{q}(f, \tau) df d\tau \quad (2.8a)$$

$$\hat{p}(f, \tau) = E(f, \tau) - E_{int} \quad 5 \quad (2.8b)$$

$$\hat{q}(f, \tau) = \left(\frac{Y(f, \tau)}{\max\{Y(f, \tau)\} + \varepsilon} \right)^{1,25} \quad 6 \quad (2.8c)$$

$$Y(f, \tau) = \sqrt{|Y_1(f, \tau)|^2 + |Y_2(f, \tau)|^2 + |Y_3(f, \tau)|^2}$$

3. EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO

En esta sección se evalúa el desempeño, en la atenuación de componentes elípticos y de baja polarización presentes en una señal sintética multi-componente, de los cuatro filtros mencionados previamente, el filtro original descrito en [1] y las 3 modificaciones propuestas en este trabajo de grado. Para esto se definió una señal sintética que permite la comparación de los filtros.

Para facilitar la referencia a los cuatro filtros mencionados en este trabajo de grado, la siguiente lista asocia un nombre a cada filtro y su respectiva descripción.

- **Filtro original:** Filtro de polarización basado en la metodología presentada en [1], ver 1.2.2, que utiliza las funciones de atenuación descritas en [1], ver (1.12).
- **Modificación 1:** Filtro de polarización basado en la metodología presentada en [1], ver 1.2.2, que utiliza las funciones de atenuación propuestas en este trabajo de grado, ver (2.1).
- **Modificación 2:** Filtro de polarización basado en la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas, ver 2.2, que utiliza las funciones de atenuación descritas en [1], ver (1.12).
- **Modificación 3:** Filtro de polarización basado en la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas, ver 2.2, que utiliza las funciones de atenuación propuestas en este trabajo de grado, ver (2.1).

3.1. SEÑAL SINTÉTICA

Esta señal, $x(t)$, está constituida por la suma de 4 señales sinusoidales amortiguadas, ${}^1x(t)$, ${}^2x(t)$, ${}^3x(t)$, ${}^4x(t)$, y una señal sinusoidal modulada, ${}^5x(t)$ ver (3.1), todas ubicadas en diferentes bandas de tiempo-frecuencia. Adicional a estas 5 señales también se anexa ruido uniformemente distribuido con media cero.

En la tabla 1 se describen las características principales de las señales ${}^1x(t)$, ${}^2x(t)$, ${}^3x(t)$, ${}^4x(t)$ y ${}^5x(t)$. En la figura 3 se presenta la señal $x(t)$, ver (3.2), en el dominio tiempo y en el dominio tiempo-frecuencia, además en ella también se presentan sus grados de polarización y de elipticidad.

$$\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} \cos(300\pi \cos(1,22\pi t)) \\ 0,1 \sin(300\pi \cos(1,22\pi t)) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1a)$$

$$\theta(t) = \pi e^{-(t-0,71)^2} \quad v(t) = \begin{bmatrix} -0,59 & 0 & 0,81 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0,81 & 0 & -0,59 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(15\pi t) \\ \sin(15\pi t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1b)$$

$${}^5x(t) = \hat{x}(t) \cos \theta(t) + (v(t) \times \hat{x}(t)) \sin(\theta(t)) + v(t) \langle v(t), \hat{x}(t) \rangle (1 - \cos(\theta(t))) \quad (3.1c)$$

$$x(t) = {}^1x(t) + {}^2x(t) + {}^3x(t) + {}^4x(t) + {}^5x(t) + \text{ruido} \quad (3.2)$$

Tabla 1: Características de la señal sintética

Señal	Banda de Tiempo [seg]	Banda de Frecuencia [Hz]	Longitud Eje Menor	Longitud Eje Mayor
${}^1x(t)$	0.043–0.190	150–520	0.00	3.81
${}^2x(t)$	0.225–0.350	48–135	0.30	1.00
${}^3x(t)$	0.407–0.560	48–135	0.50	1.00
${}^4x(t)$	0.407–0.560	150–520	0.00	4.81
${}^5x(t)$	0.610–0.810	75–490	–	–

Figura 3: Señal sintética en el dominio tiempo, tiempo-frecuencia, y sus respectivos grados de polarización y elipticidad. (a) Señal en el tiempo. (b) Espectro normalizado. (c) Grado de polarización $P^2(f, \tau)$. (d) Grado de elipticidad $E(f, \tau)$.¹

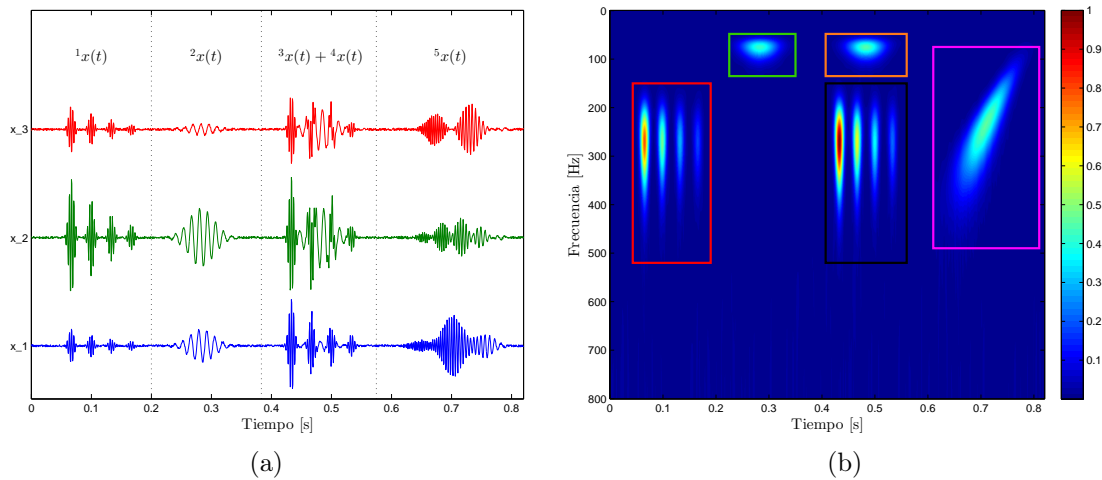
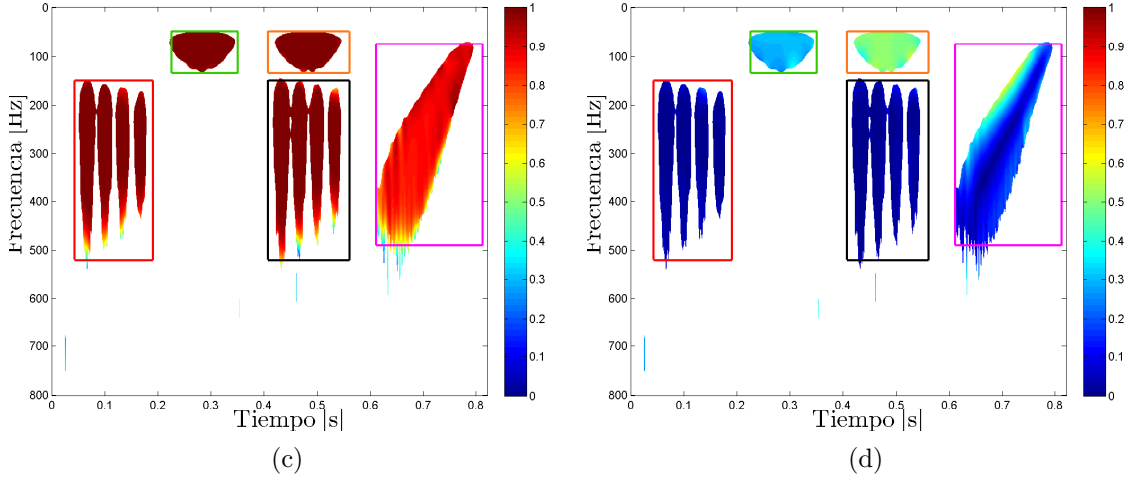


Figura 3: (Continuación)



En la tabla 2 se presentan los valores aproximados de los grados de polarización y elipticidad de las zonas encerradas por recuadros en la figura 3.

Tabla 2: Grado de polarización y elipticidad aproximados de la señal sintética

Señal	Grado de Polarización	Grado de Elipticidad
$^1x(t)$	1.00	0.00
$^2x(t)$	1.00	0.30
$^3x(t)$	1.00	0.50
$^4x(t)$	1.00	0.00
$^5x(t)$	0.60–0.96	0.00–0.60

3.1.1. Sintonización y comparación de los filtros. En esta sección se muestran los resultados de la sintonización de los filtros. De acuerdo al área de aplicación de este trabajo de grado, se espera que los filtros dejen pasar los componentes con grados de polarización altos y grados de elipticidad bajos, por lo tanto se fijó que el grado de polarización de interés, P_{int}^2 , y el grado de elipticidad interés, E_{int} , en la función de costo definida en (2.6), sean iguales a 0.7 y 0.2 respectivamente. Así, se espera que la función de costo se minimice para cada filtro cuando los mismos dejen pasar a las señales $^1x(t)$ y $^4x(t)$, además debido a que la señal $^5x(t)$ tiene una zona amplia con grados de polarización mayores a 0.7 y grados de elipticidad menores a 0.2, también se espera que la función de costo se minimice cuando los filtros dejen pasar gran parte de $^5x(t)$. En cuanto a las las señales $^2x(t)$ y $^3x(t)$, se espera que se atenúen puesto que tienen grados de elipticidad mayores a E_{int} .

¹Las componentes en tiempo-frecuencia encerrados por los recuadros rojo, verde, naranja, negro y magenta corresponden a las señales $^1x(t)$, $^2x(t)$, $^3x(t)$, $^4x(t)$ y $^5x(t)$ respectivamente.

El espectro normalizado de la señal $x(t)$ es $\frac{X(f,\tau)}{\max\{X(f,\tau)\}}$ y las zonas blancas en las figuras 3c y 3d indican que el espectro normalizado es menor a 0,02, lo contrario para las zonas brillantes.

$X(f, \tau) = \sqrt{|X_1(f, \tau)|^2 + |X_2(f, \tau)|^2 + |X_3(f, \tau)|^2}$ y $X_j(f, \tau)$ se refiere a la transformada S de la componente j -ésima de $x(t)$, o sea, $x_j(t)$.

En la sintonización de cada filtro se varió discretamente algunos de los parámetros asociados al filtro y se eligió la combinación de parámetros que minimizaban la función de costo descrita en (2.6). En la tabla 3 se describen los diferentes valores que se tomaron para cada parámetro de los filtros, los cuales son los mismos parámetros de las funciones de atenuación de polarización y elipticidad descritas en (1.12) y (2.1). Así, las funciones de atenuación de polarización y elipticidad tienen $100 = 10^2$ versiones diferentes cada una, y dado que cada filtro depende de solo uno de estos tipos de funciones, entonces la señal sintética se filtró $100 = 10^2$ veces por cada filtro, o sea 400 veces entre todos los filtros.

Tabla 3: Variaciones de los parámetros de los filtros para la señal sintética

	Funciones de atenuación de polarización y elipticidad descritas en (1.12)		Funciones de atenuación de polarización y elipticidad descritas en (2.1) con $n = 400$	
	p	q	E_c	P_c^2
1	0.0200	0.0200	0.08	0.40
2	0.0477	0.0477	0.16	0.46
3	0.1138	0.1138	0.24	0.52
4	0.2714	0.2714	0.32	0.58
5	0.6475	0.6475	0.40	0.64
6	1.5445	1.5445	0.48	0.70
7	3.6840	3.6840	0.56	0.76
8	8.7876	8.7876	0.64	0.82
9	20.9614	20.9614	0.72	0.88
10	50.0000	50.0000	0.80	0.94

En la tabla 4 se muestran cuales combinaciones de los parámetros de los filtros descritos en la tabla 3 minimizan la función de costo presentada en (2.6) para cada uno de los cuatro filtros.

Tabla 4: Parámetros resultantes de los filtros en la sintonización, para la señal sintética.

	p	q	n	E_c	P_c^2	Función de costo presentada en (2.6)
Filtro Original	0.6475	3.6840	–	–	–	-8163
Modificación 1	–	–	400	0.24	0.70	-10114
Modificación 2	50	3.6840	–	–	–	-8552
Modificación 3	–	–	400	0.24	0.94	-9903

En las figuras 4 y 5 se presentan las señales filtradas en el dominio tiempo y dominio tiempo frecuencia, respectivamente. En ellas se puede notar que las señales ${}^2x(t)$ y ${}^3x(t)$, las cuales tiene grados de elipticidad mayor a $E_{int} = 0,2$, son atenuadas completamente utilizando las modificaciones 1 y 3, lo contrario para el filtro original y la modificación 2. Además

la señal ${}^5x(t)$ se encuentra más atenuada al utilizar el filtro original y la modificación 2 comparada con las modificaciones 1 y 3, lo cual no es tan deseable puesto que en general ${}^5x(t)$ tiene grados de polarización mayores a $P_{int}^2 = 0,7$ y grados de elipticidad menores a $E_{int} = 0,2$, es decir, en general se encuentra en la zona de mayor interés según la figura 2. Respecto al ruido, si se compara la figura 3a con la figura 4, se puede notar que los cuatro filtros son efectivos en la reducción del ruido.

Figura 4: Filtrados de la señal sintética en el dominio tiempo. (a) Señal sin filtrar, señal filtrada usando (a) el Filtro original, (b) la Modificación 1, (c) la Modificación 2 y (d) la Modificación 3.

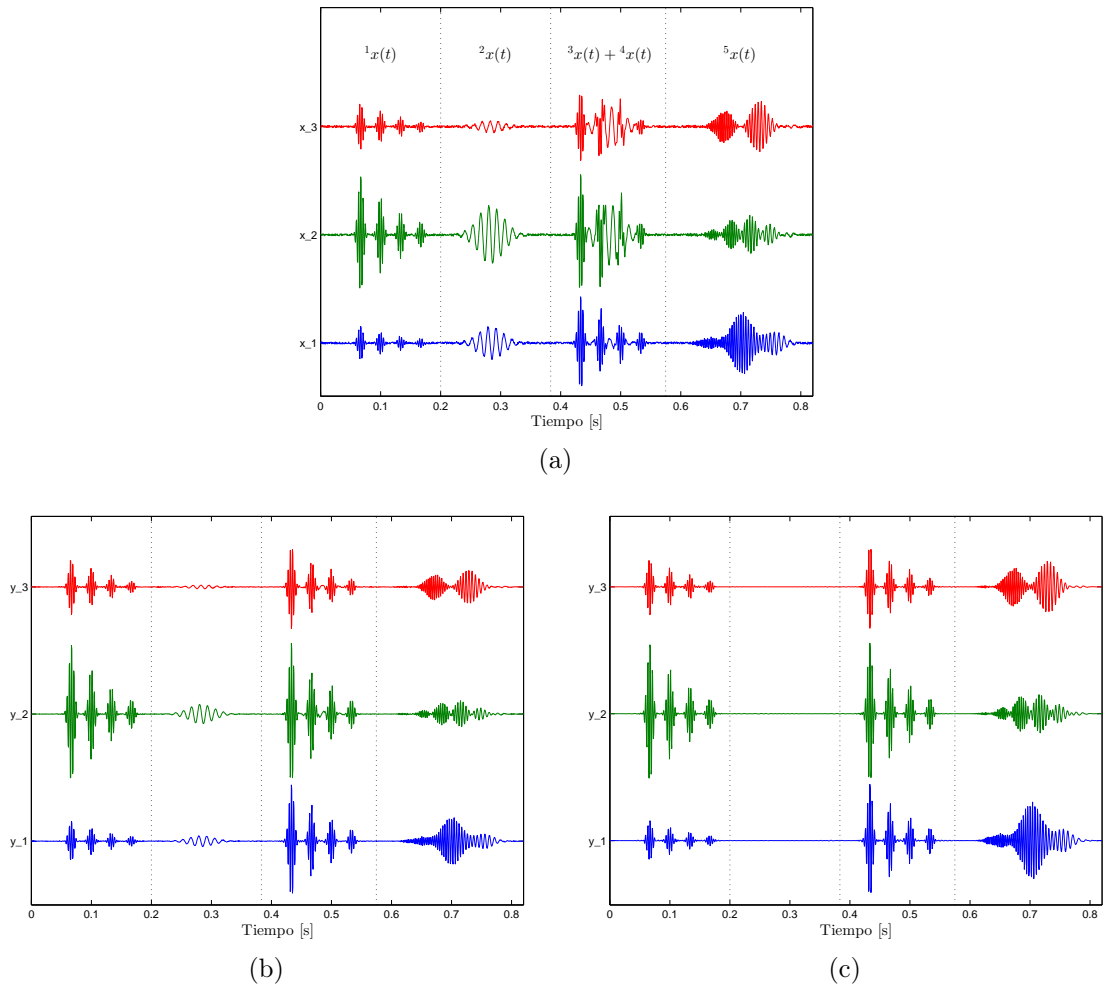


Figura 4: (Continuación)

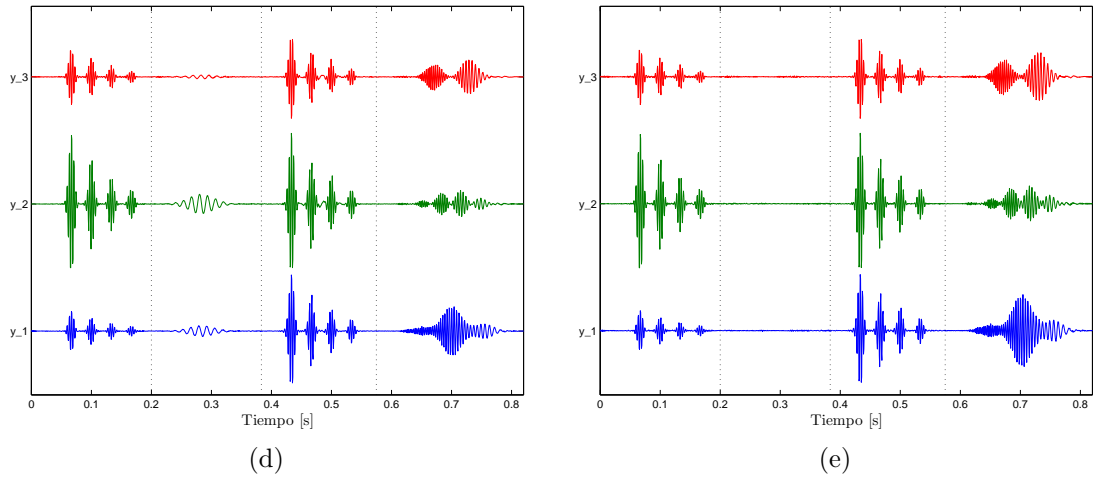


Figura 5: Filtrados de la señal sintética en el dominio tiempo-frecuencia. Espectro normalizado de (a) la señal original, de la señal filtrada utilizando (b) el Filtro Original, (c) la Modificación 1, (d) la Modificación 2 y (e) la Modificación 3.²

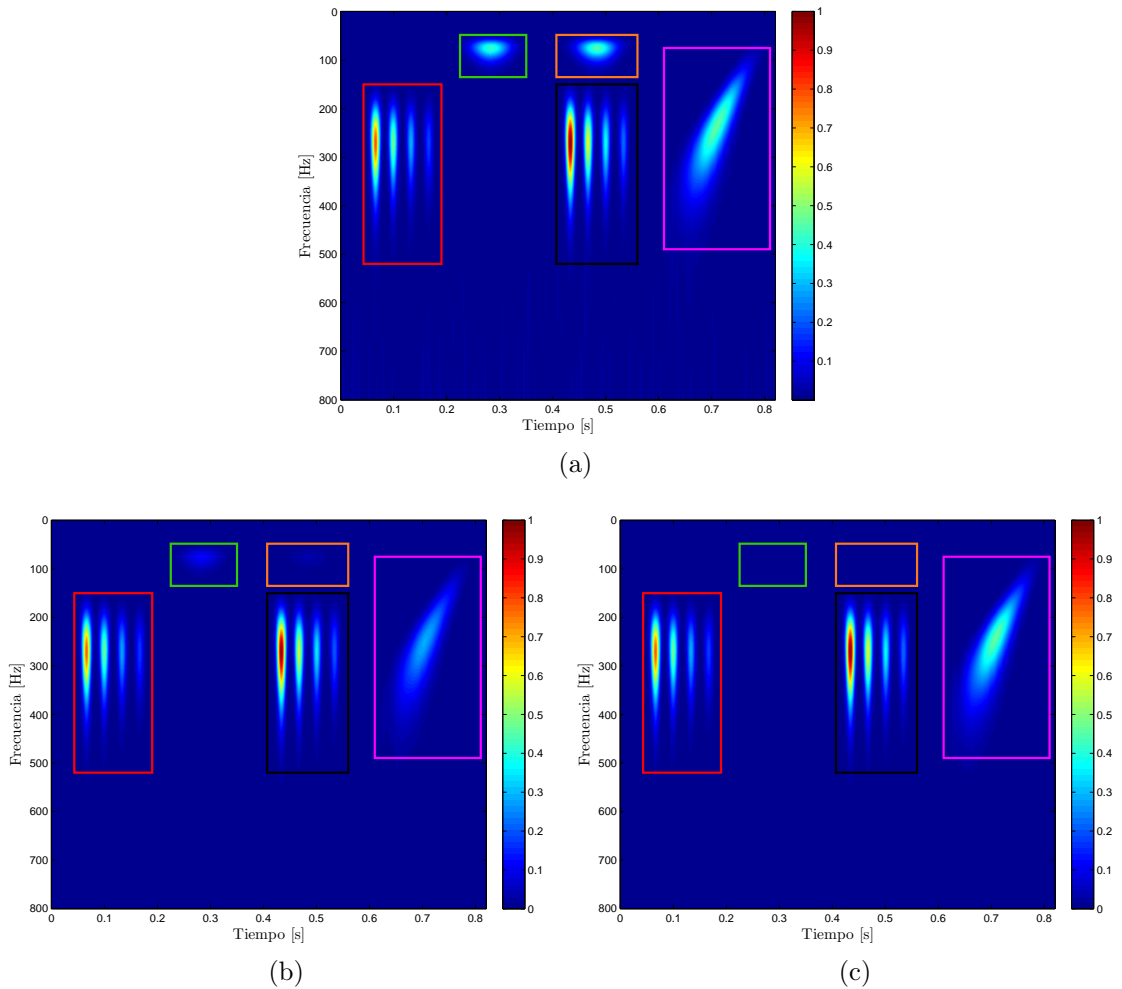
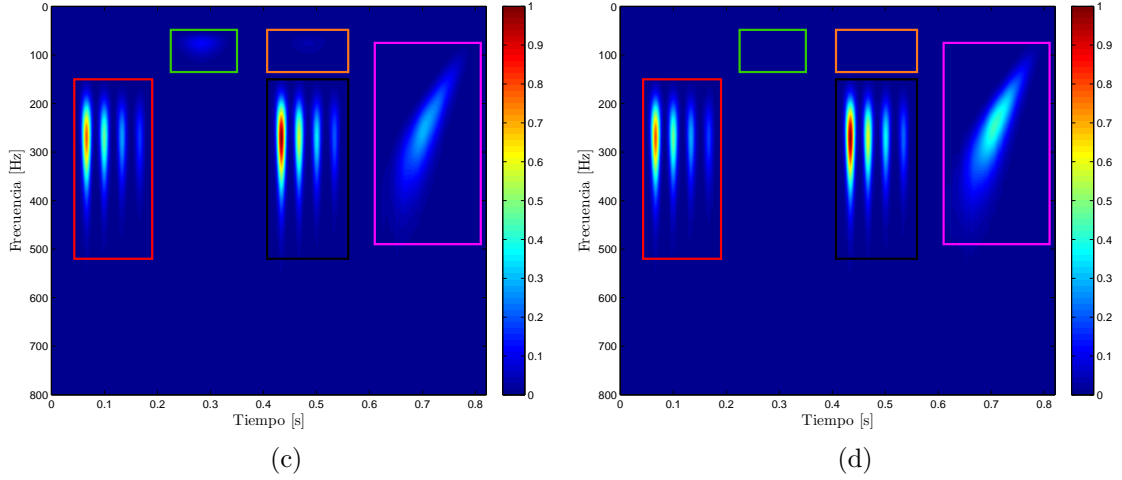


Figura 5: (Continuación)



3.1.2. Evaluación de las funciones de costo asociadas a los grados de polarización y elipticidad. En la tabla 5 se presenta la evaluación de las funciones de costo descritas en (2.7) y (2.8) para los cuatro filtros sintonizados. La función de costo descrita en (2.7) mide que tan mayores a $P_{int}^2 = 0,7$ son los grados de polarización de la señal resultante en el filtrado, y la función de costo descrita en (2.8) mide que tan menores a $E_{int} = 0,2$ son los grados de elipticidad de la señal resultante en el filtrado.

Tabla 5: Evaluación de las funciones de costo asociadas a los grados de polarización y elipticidad en los filtros sintonizados

	Función de costo asociada al grado de polarización (2.7)	Función de costo asociada al grado de elipticidad (2.8)
Filtro Original	-1552	-2478
Modificación 1	-1731	-2897
Modificación 2	-1603	-2548
Modificación 3	-1765	-2736

De acuerdo a las tablas 4 y 5, el filtro original obtiene en la evaluación de las tres funciones de costo el mayor valor y la modificación 2 obtiene el segundo mayor valor en las tres funciones de costo. Sin embargo los valores alcanzados en cada una de la funciones de costo para estos dos filtros son muy cercanos y además se puede notar que sus resultados en el dominio tiempo y tiempo-frecuencia son similares, ver figura 4 y 5. Adicional a esto, los dos filtros utilizan las funciones de atenuación de polarización y elipticidad descritos en [1].

²Los componentes en tiempo-frecuencia encerrados por los recuadros rojo, verde, naranja, negro y magenta corresponden a las señales $^1x(t)$, $^2x(t)$, $^3x(t)$, $^4x(t)$ y $^5x(t)$ respectivamente.

Respecto a las modificaciones 1 y 3, los valores alcanzados en las tres funciones de costo también son muy cercanos y además sus resultados en el dominio tiempo y tiempo-frecuencia también son similares, ver figura 4 y 5. Así como el filtro original y la modificación 2 utilizan las mismas funciones de atenuación de polarización y de elipticidad, las modificaciones 1 y 3 utilizan las funciones de atenuación de polarización y elipticidad propuestas en este trabajo de grado.

Ahora bien, si se comparan las modificaciones 1 y 3 con el filtro original y la modificación 1, se observa que las modificaciones 1 y 3 obtienen los menores valores en las tres funciones de costo y además son estas modificaciones las que logran atenuar completamente las señales no deseadas $^2x(t)$ y $^3x(t)$, comparadas con el filtro original y la modificación 1.

En las figuras 6 y 7 se presentan los grados de polarización y elipticidad, respectivamente, de la señal filtrada por los cuatro diferentes filtros.

Figura 6: Grados de polarización del filtrado de la señal sintética utilizando (a) el Filtro Original, (b) la Modificación 1, (c) la Modificación 2 y (d) la Modificación 3. ³

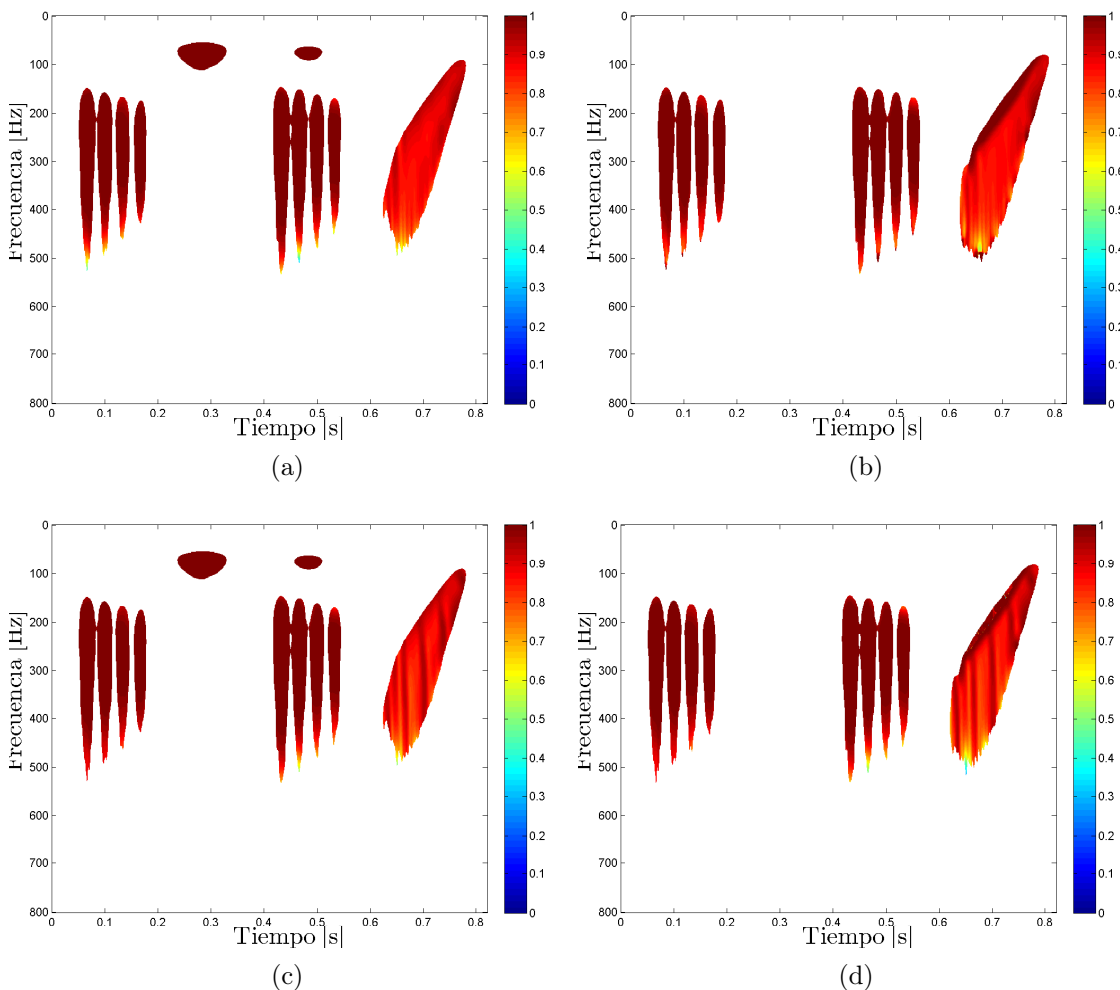
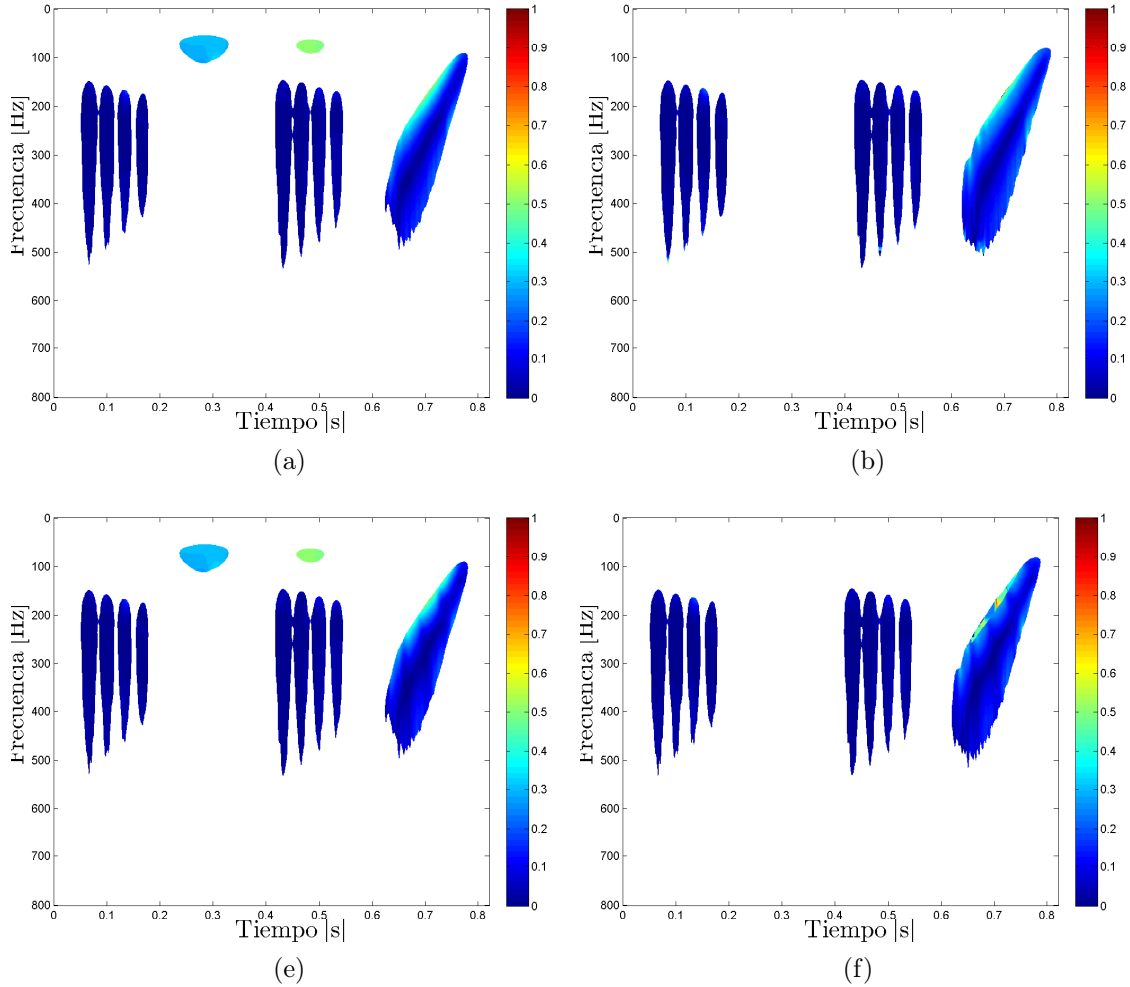


Figura 7: Grados de elipticidad del filtrado de la señal sintética utilizando (a) el Filtro Original, (b) la Modificación 1, (c) la Modificación 2 y (d) la Modificación 3. ³



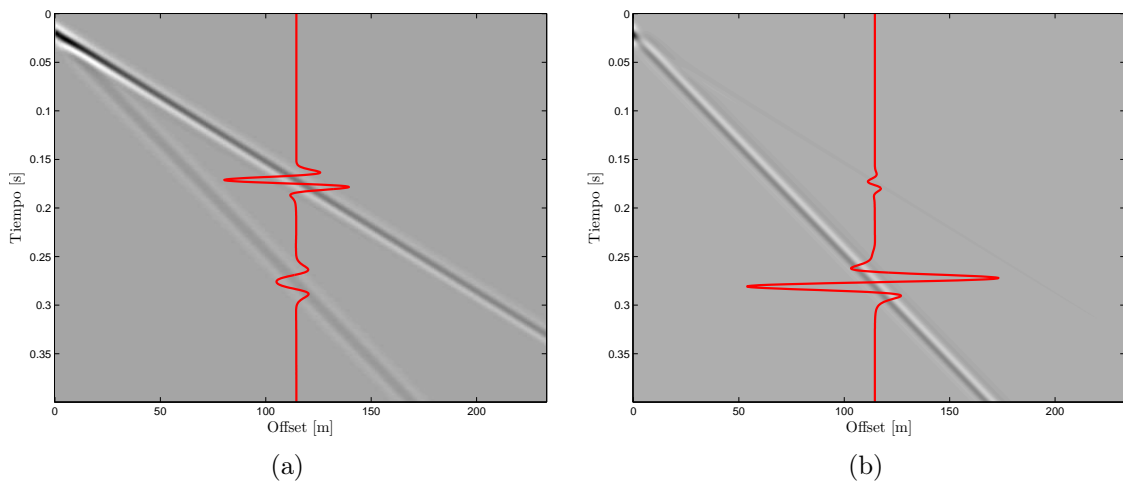
3.2. FILTRADO DE SEÑALES SÍSMICAS

En esta sección se analizará el filtrado de una señal sísmica sintética y una señal sísmica real para determinar la eficacia en la atenuación del *Ground-Roll* del filtro original descrito en [1] y las modificaciones propuestas en este trabajo, utilizando la hipótesis de que el *Ground-Roll* es distinguible de las ondas P al comparar sus grados de polarización y elipticidad. Esta sección no busca evaluar el desempeño de los filtros en la atenuación de componentes elípticos y con baja polarización, sino que busca determinar si son aplicables en la reducción del *Ground-Roll*.

³Las zonas blancas indican que el espectro normalizado es menor a 0,02 , lo contrario para las zonas brillantes.

3.2.1. Señal Sísmica Sintética. Para la construcción de la señal sísmica sintética se simuló la propagación de una explosión en un medio homogéneo utilizando diferencias finitas, ver Fig. 8. La señal que se tomará para el filtrado es la traza ubicada en el offset igual a $114,5[m]$.

Figura 8: Trazas de la señal sísmica sintética. (a) Componente radial. (b) Componente vertical.⁴



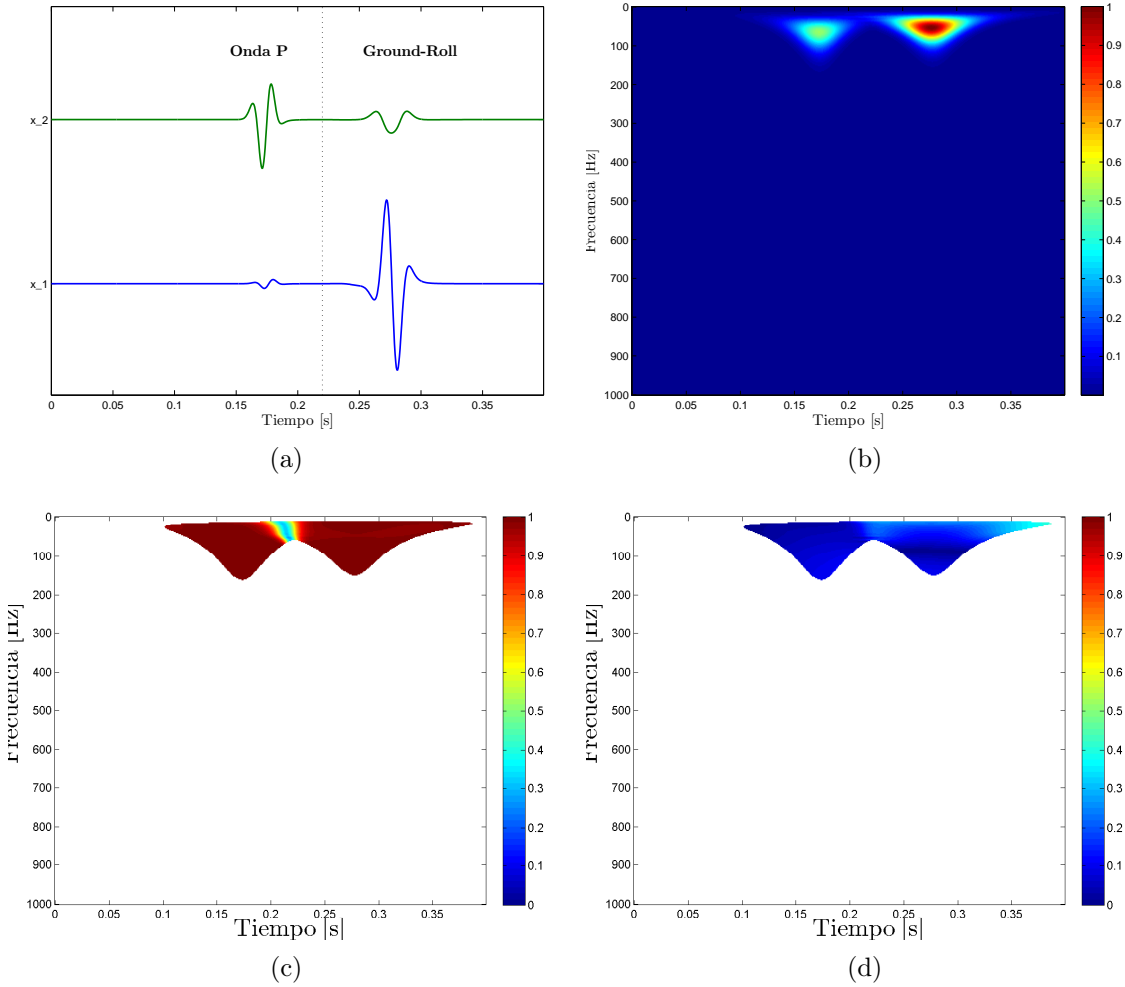
En la figura 8 se ve claramente el arribo de la onda P seguido por el *Ground-Roll*. En la tabla 6 se describen las características principales de la traza con offset igual a $114,5[m]$. Los datos de la cuarta y quinta columna en esta tabla son la media y la desviación estándar en los grados de polarización y elipticidad, respectivamente. De acuerdo a esta tabla y a las figuras 9c y 9d, la onda P y el *Ground-Roll* no se distinguen completamente considerando solo los grados de polarización y elipticidad, es decir, existen puntos de tiempo frecuencia de la onda P que tiene como grados de elipticidad valores muy cercanos a los del *Ground-Roll*, lo mismo ocurre con el grado de polarización de estas señales.

Tabla 6: Características de la señal sísmica sintética

Señal	Banda de Tiempo [seg]	Banda de Frecuencia [Hz]	Grado de Polarización	Grado de Elipticidad
Onda P	0.143–0.209	12.5–167.5	0.967 ± 0.118	0.063 ± 0.033
Ground-Roll	0.234–0.323	10–155	0.983 ± 0.034	0.1168 ± 0.067

⁴La señal en rojo corresponde a la traza con offset igual a $114,5[m]$.

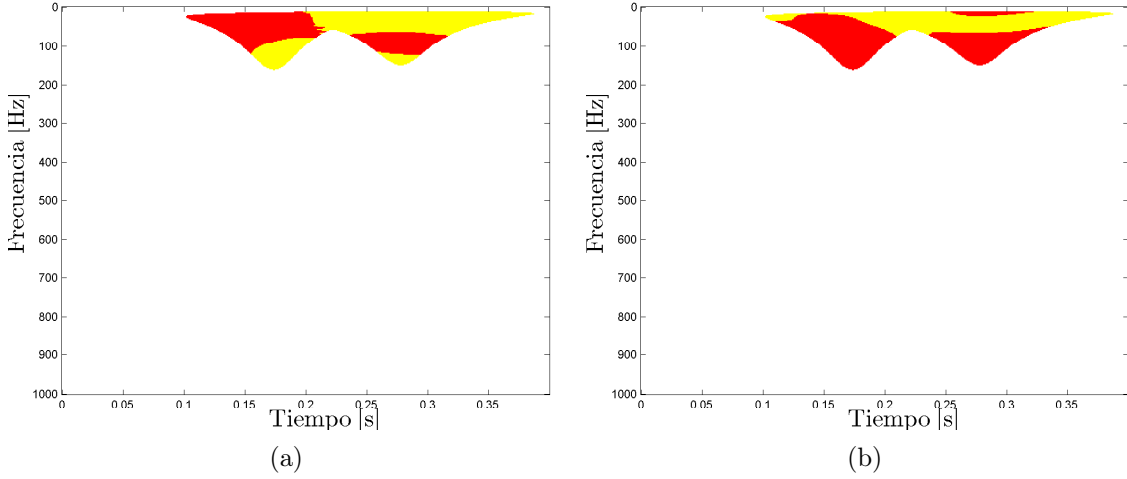
Figura 9: Señal sísmica sintética en el dominio tiempo, tiempo-frecuencia, y sus respectivos grados de polarización y elipticidad. (a) Señal en el tiempo. (b) Espectro normalizado. (c) Grado de polarización $P^2(f, \tau)$. (d) Grado de elipticidad $E(f, \tau)$.⁵



3.2.1.1. Sintonización y comparación de los filtros. En la función de costo definida en (2.6) se fijó que el grado de polarización de interés, P_{int}^2 , y el grado de elipticidad de interés, E_{int} , sean iguales a 0,99 y 0,075, respectivamente. Estos valores se fijaron heurísticamente de tal manera que la mayoría de componentes en el dominio tiempo-frecuencia con grados de polarización y elipticidad no deseados, o sea aquellos que cumplan con $E(f, \tau) > E_{int}$ o $P^2(f, \tau) < P_{int}^2$, pertenezcan al *Ground-Roll*. En la figura 10 se ilustran los componentes con grados de polarización y elipticidad no deseados en amarillo.

⁵El espectro normalizado de la señal $x(t)$ es $\frac{X(f, \tau)}{\max\{X(f, \tau)\}}$ y las zonas blancas en las figuras 9c y 9d indican que la magnitud del espectro normalizado es menor a 0,02, lo contrario para las zonas brillantes. $X(f, \tau) = \sqrt{|X_1(f, \tau)|^2 + |X_2(f, \tau)|^2}$ y $X_j(f, \tau)$ se refiere a la transformada S de la componente j -ésima de $x(t)$, o sea, $x_j(t)$.

Figura 10: Componentes en el dominio tiempo-frecuencia de la señal sísmica sintética con grados de polarización y elipticidad no deseados. (a) Componentes que cumplen con $E(f, \tau) > E_{int}$ en amarillo y $E(f, \tau) \leq E_{int}$ en rojo. (b) Componentes que cumplen con $P^2(f, \tau) < P_{int}^2$ en amarillo y $P^2(f, \tau) \geq P_{int}^2$ en rojo.⁶



En la tabla 7 se describe como se variaron los parámetros de los filtros en el proceso de sintonización para la señal sísmica sintética. Al igual que en el caso de la señal sintética, la señal sísmica sintética se filtró $4 \cdot 10^2 = 400$ veces.

Tabla 7: Variaciones de los parámetros de los filtros para la señal sísmica sintética

	Funciones de atenuación de polarización y elipticidad descritas en (1.12)		Funciones de atenuación de polarización y elipticidad descritas en (2.1) con $n = 400$	
	p	q	E_c	P_c^2
1	20.000	10.000	0.04	0.940
2	27.899	13.240	0.05	0.945
3	38.918	17.529	0.06	0.950
4	54.288	23.208	0.07	0.955
5	75.730	30.727	0.08	0.960
6	105.649	40.681	0.09	0.965
7	147.361	53.861	0.10	0.970
8	205.562	71.310	0.11	0.975
9	286.749	94.413	0.12	0.980
10	400.000	125.000	0.13	0.985

En la tabla 8 se muestran cuales combinaciones de los parámetros de los filtros descritos en la tabla 7 minimizan la función de costo presentada en (2.6) para cada uno de los cuatro filtros.

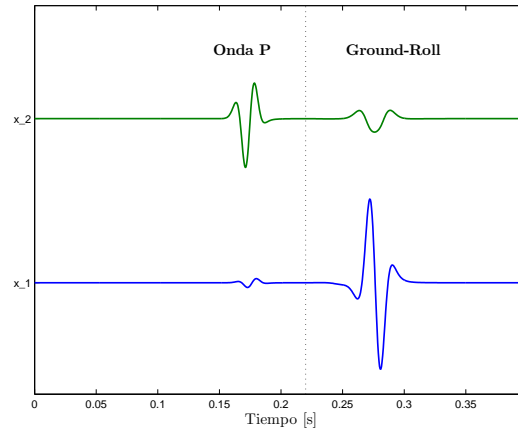
⁶Las zonas blancas indican que el espectro normalizado es menor a 0,02 , lo contrario para las zonas brillantes.

Tabla 8: Parámetros resultantes de los filtros en la sintonización, para la señal sísmica sintética.

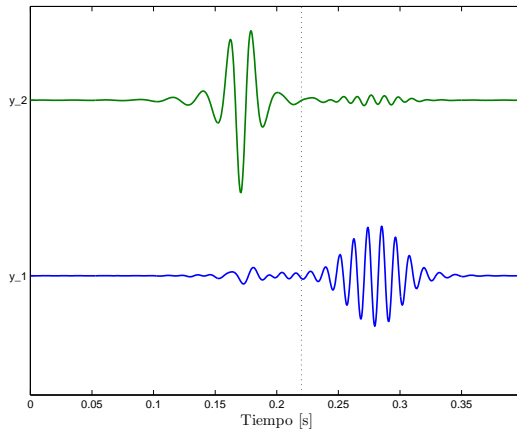
	p	q	n	E_c	P_c^2	Función de costo presentada en (2.6)
Filtro Original	400	53.861	–	–	–	-2458
Modificación 1	–	–	400	0.06	0.980	-2474
Modificación 2	400	17.529	–	–	–	-2097
Modificación 3	–	–	400	0.08	0.985	-2473

Los resultados de la señal filtrada en el dominio tiempo se presentan en la figura 11, en ella se puede notar que los cuatro filtros reducen la energía del *Ground-Roll*. Sin embargo, es la modificación 2 la que obtiene los mejores resultados puesto que es el que guarda más coherencia con la señal original, contrario a lo que establece la funciones de costo, ver tablas 8

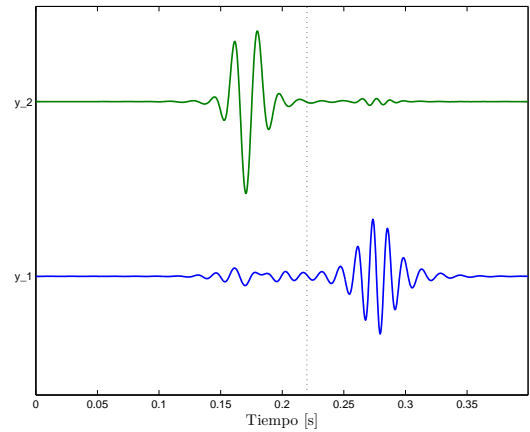
Figura 11: Filtrados de la señal sísmica sintética en el dominio tiempo. (a) Señal sin filtrar, señal filtrada usando (a) el Filtro original, (b) la Modificación 1, (c) la Modificación 2 y (d) la Modificación 3.



(a)

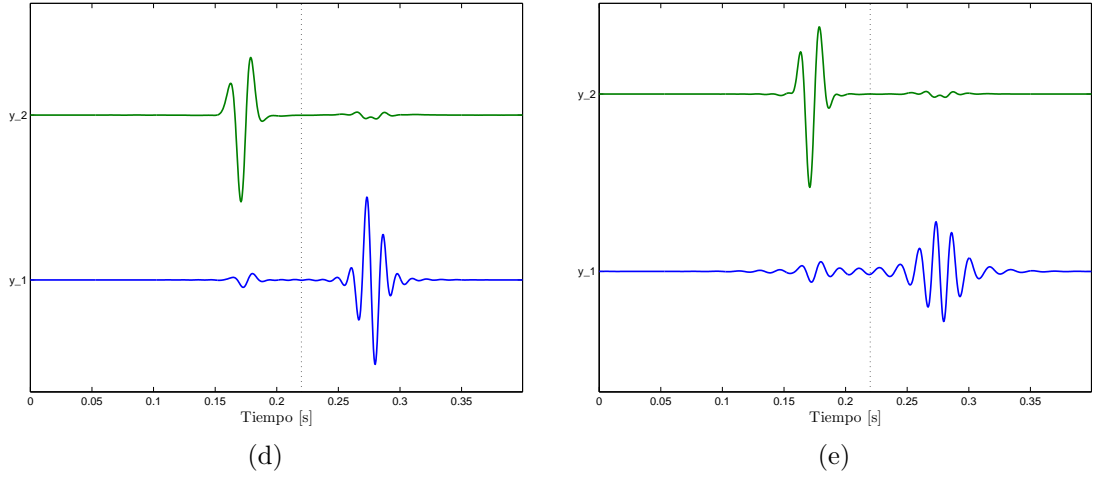


(b)



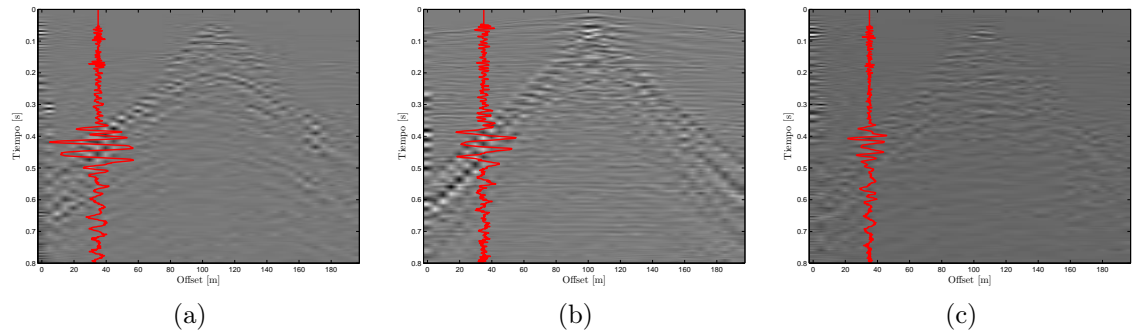
(c)

Figura 11: (Continuación)



3.2.2. Señal Sísmica Real. En la figura 12 se presenta los datos adquiridos en una exploración sísmica. La señal que se tomará para el filtrado es la traza ubicada en el offset de 35[m].

Figura 12: Trazas de la señal sísmica real. (a) Componente radial. (b) Componente vertical. (c) Componente transversal.⁷



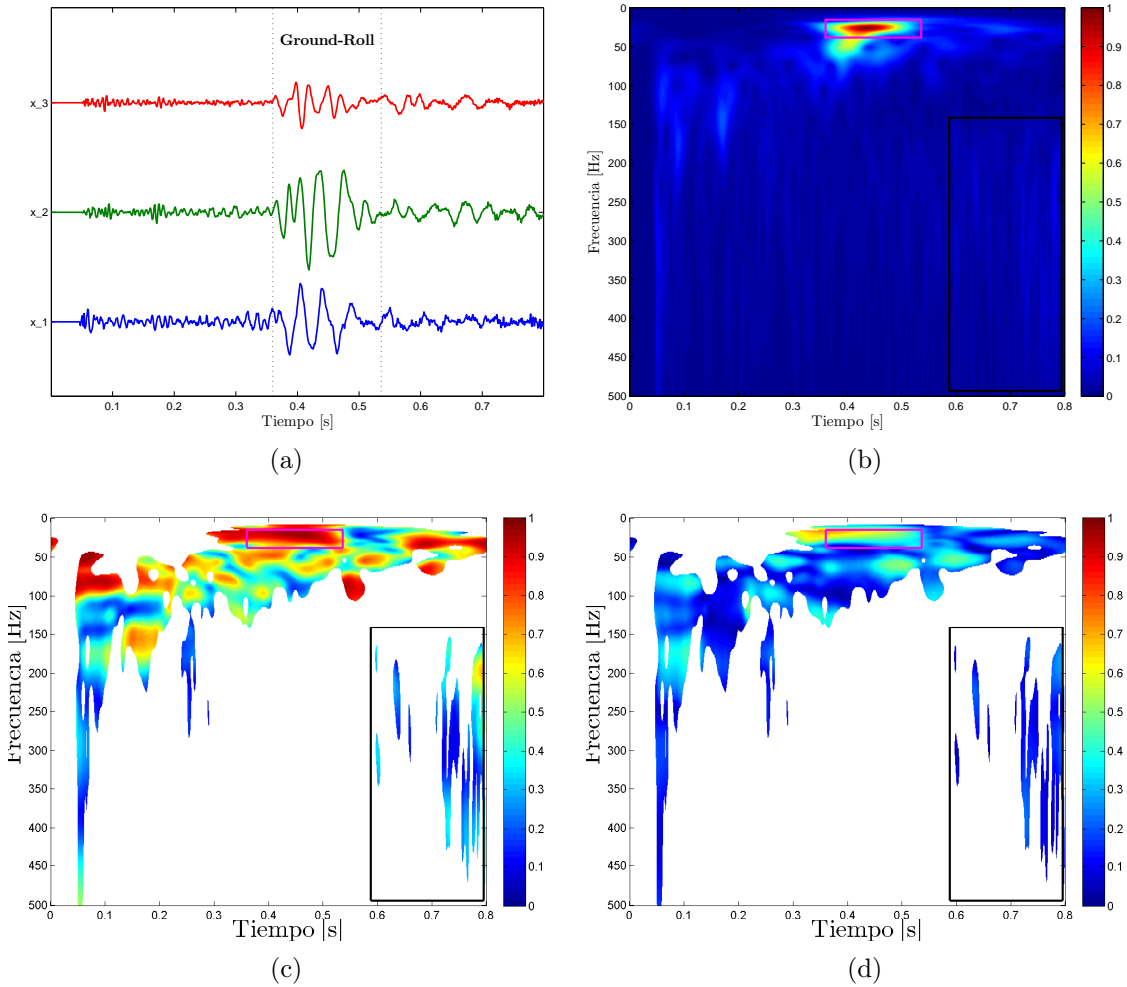
De acuerdo a la figuras 12 y 13a, el *Ground-Roll* posee la mayor energía de toda la traza, además se conoce que el mismo se localiza en frecuencias bajas por lo que sus componentes en el dominio tiempo-frecuencia se ubican en la zona encerrada por el recuadro magenta de la figura 13b. Además, los componentes en el dominio tiempo-frecuencia ubicados en la zona encerrada por el recuadro negro de la figura 13b también se consideran ruido. En la tabla 9 se describen las características principales del *Ground-Roll* en la traza analizada. Los datos de la cuarta y quinta columna en esta tabla son la media y la desviación estándar en los grados de polarización y elipticidad, respectivamente.

⁷La señal en rojo corresponde a la traza con offset de 35[m].

Tabla 9: Características de la señal sísmica real

Señal	Banda de Tiempo [seg]	Banda de Frecuencia [Hz]	Grado de Polarización	Grado de Elipticidad
Ground-Roll	0.360–0.536	15–38	0.400 ± 0.159	0.868 ± 0.087

Figura 13: Señal sísmica real en el dominio tiempo, tiempo-frecuencia, y sus respectivos grados de polarización y elipticidad. (a) Señal en el tiempo. (b) Espectro normalizado. (c) Grado de polarización $P^2(f, \tau)$. (d) Grado de elipticidad $E(f, \tau)$.⁸



3.2.2.1. Sintonización y comparación de los filtros. En la función de costo definida en (2.6) se fijó que el grado de polarización de interés, P_{int}^2 , y el grado de elipticidad de interés, E_{int} , sean iguales a 0,22 y 0,36, respectivamente. Estos valores se fijaron heurís-

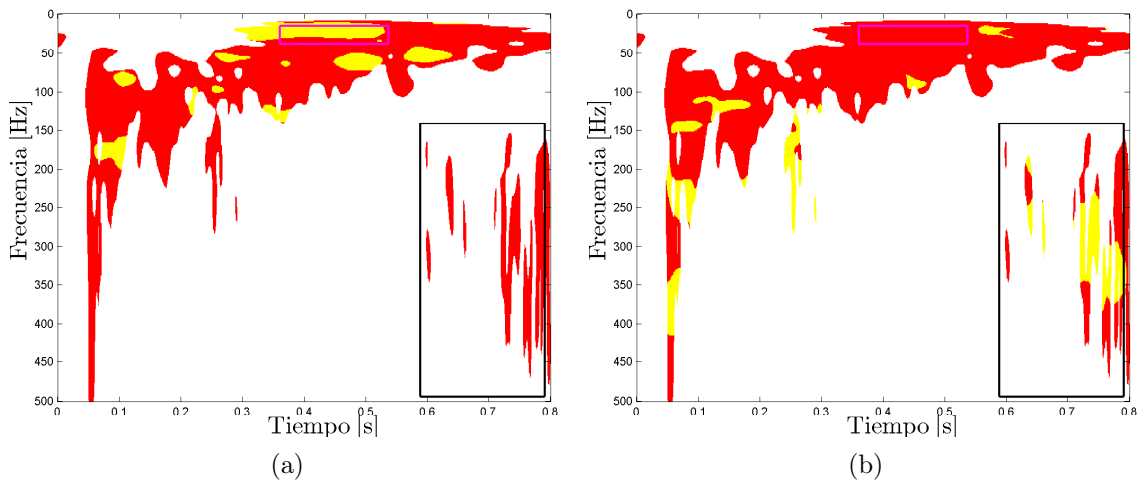
⁸Los componentes en tiempo-frecuencia encerrados por los recuadros magenta y negro corresponde al *Ground-Roll* y a otro tipo de ruido, respectivamente.

El espectro normalizado de la señal $x(t)$ es $\frac{X(f, \tau)}{\max\{X(f, \tau)\}}$ y las zonas blancas en las figuras 13c y 13d indican que el mismo es menor a 0,02, lo contrario para las zonas brillantes.

$X(f, \tau) = \sqrt{|X_1(f, \tau)|^2 + |X_2(f, \tau)|^2}$ y $X_j(f, \tau)$ se refiere a la transformada S de la componente j -ésima de $x(t)$, o sea, $x_j(t)$.

ticamente de tal manera que la mayoría de componentes en el dominio tiempo-frecuencia con grados de polarización y elipticidad no deseados, o sea aquellos que cumplan con $E(f, \tau) > E_{int}$ o $P^2(f, \tau) < P_{int}^2$, pertenezcan al *Ground-Roll* o al ruido encerrado por el recuadro negro. En la figura 14 se ilustran los componentes con grados de polarización y elipticidad no deseados en amarillo.

Figura 14: Componentes en el dominio tiempo-frecuencia de la señal sísmica real con grados de polarización y elipticidad no deseados. (a) Componentes que cumplen con $E(f, \tau) > E_{int}$ en amarillo y $E(f, \tau) \leq E_{int}$ en rojo. (b) Componentes que cumplen con $P^2(f, \tau) < P_{int}^2$ en amarillo y $P^2(f, \tau) \geq P_{int}^2$ en rojo.⁹



En la tabla 10 se describe como se variaron los parámetros de los filtros en el proceso de sintonización para la señal sísmica real.

⁹Las zonas blancas indican que el espectro normalizado es menor a 0,02 , lo contrario para las zonas brillantes.

Tabla 10: Variaciones de los parámetros de los filtros para la señal sísmica real

	Funciones de atenuación de polarización y elipticidad descritas en (1.12)		Funciones de atenuación de polarización y elipticidad descritas en (2.1) con $n = 400$	
	p	q	E_c	P_c^2
1	1.500	3.200	0.150	0.150
2	1.794	3.890	0.185	0.185
3	2.145	4.729	0.220	0.220
4	2.565	5.749	0.255	0.255
5	3.067	6.990	0.290	0.290
6	3.668	8.500	0.325	0.325
7	4.386	10.330	0.36	0.360
8	5.245	12.558	0.395	0.395
9	6.272	15.267	0.430	0.430
10	7.500	18.560	0.465	0.465

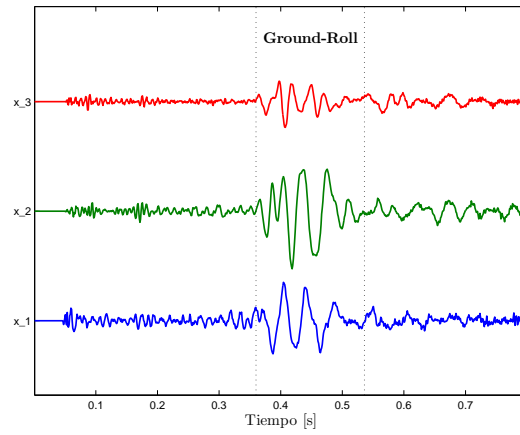
En la tabla 11 se muestran cuales combinaciones de los parámetros de los filtros descritos en la tabla 10 minimizan la función de costo presentada en (2.6) para cada uno de los cuatro filtros.

Tabla 11: Parámetros resultantes de los filtros en la sintonización, para la señal sísmica real.

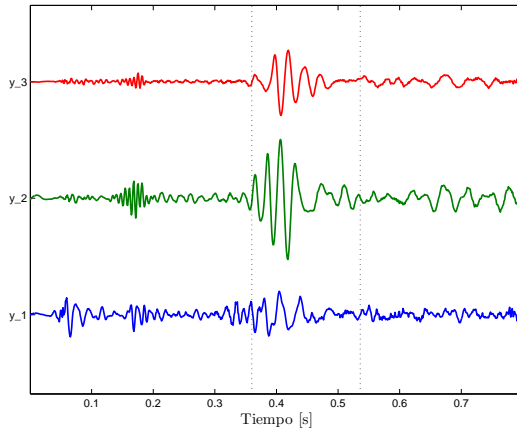
	p	q	n	E_c	P_c^2	Función de costo presentada en (2.6)
Filtro Original	1.500	3.890	–	–	–	-3980
Modificación 1	–	–	400	0.395	0.185	-7785
Modificación 2	1.500	3.890	–	–	–	-5550
Modificación 3	–	–	400	0.325	0.150	-7816

Los resultados de la señal filtrada en el dominio tiempo y tiempo-frecuencia se presentan en las figuras 15 y 16. En ellas se puede notar que los cuatro filtros reducen la energía del *Ground-Roll*, al igual que en la señal sísmica sintética.

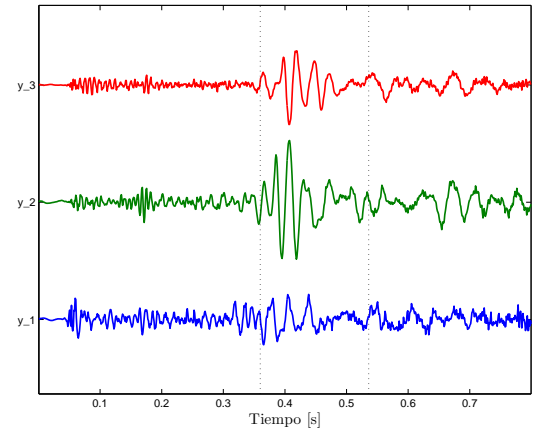
Figura 15: Filtrados de la señal sísmica real en el dominio tiempo. (a) Señal sin filtrar, señal filtrada usando (a) el Filtro original, (b) la Modificación 1, (c) la Modificación 2 y (d) la Modificación 3.



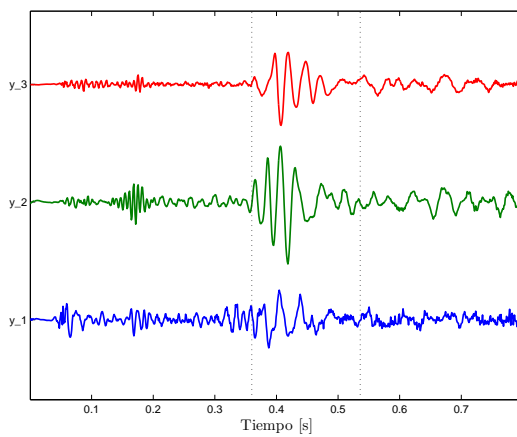
(a)



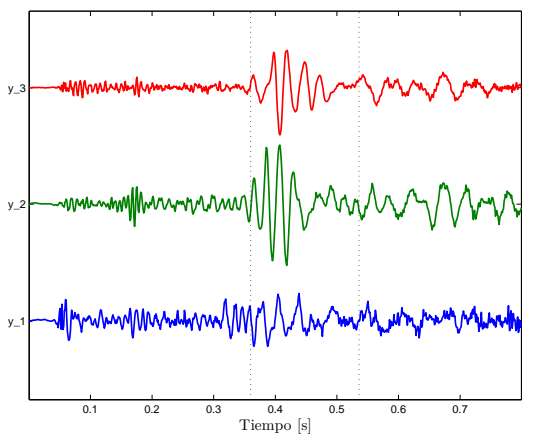
(b)



(c)

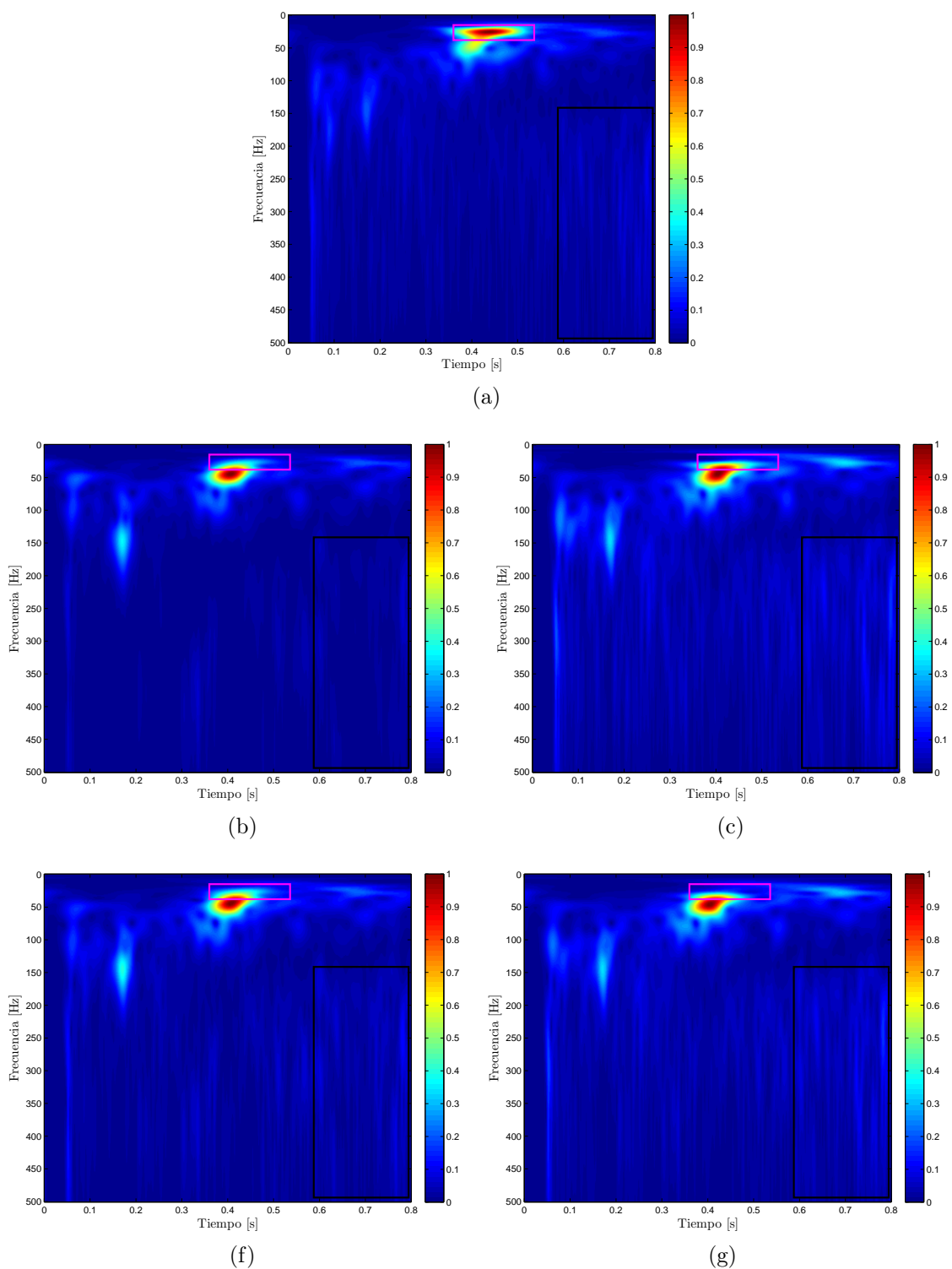


(g)



(h)

Figura 16: Filtrados de la señal sísmica real en el dominio tiempo-frecuencia. Espectro normalizado de (a) la señal original, de la señal filtrada utilizando (b) el Filtro Original, (c) la Modificación 1, la (d) Modificación 2 y (e) la Modificación 3.¹⁰



¹⁰Los componentes en tiempo-frecuencia encerrados por los recuadros magenta y negro corresponde al *Ground-Roll* y a otro tipo de ruido, respectivamente.

3.3. DISCUSIÓN

En la evaluación de desempeño, los filtros que utilizaban las funciones de atenuación de polarización y elipticidad propuestas en este trabajo de grado, obtenían una notable mejora en el filtrado de componentes elípticos y poco polarizados presentes en una señal multi-componente, comparados con los filtros que utilizaban las funciones de atenuación descritas en [1]. Estas mejoras se reflejan tanto en los valores alcanzados en las tres funciones de costo como en las señales filtradas en el dominio tiempo y tiempo-frecuencia, ver figuras 4 y 5. Una de las posibles razones por las que se da esta mejora es que las funciones de atenuación de polarización y elipticidad propuestas en este trabajo de grado son más selectivas en cuanto a que grados de polarización y elipticidad se desean filtrar, comparadas con las funciones de atenuación de polarización y elipticidad descritas en [1], ver 2.1.

Por otro lado, el empleo de la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas no implicó que los resultados siempre fueran mejores, por el contrario esto dependía de que tipo de funciones de atenuación se empleaban. Es posible que se logren mejoras definitivas al emplear este tipo de expansión de la matriz espectral, si se logra aprovechar aún más las ventajas que suponen usar este tipo de expansión. Es decir, en [2] y [12] se expone que dada la matriz espectral S de la señal $x(t)$, esta se puede expresar como la suma de 3 matrices idempotentes no disyuntas, 1D , 2D y 3D , a las cuales se les asocia 3 señales independientes entre sí, ${}^1x(t)$, ${}^2x(t)$ y ${}^3x(t)$ respectivamente, con grados de polarización iguales a 1, 0.25 y 0 respectivamente. Sin embargo, hasta ahora no se conoce como determinar las señales ${}^1x(t)$, ${}^2x(t)$ y ${}^3x(t)$. En el caso de que este proceso se conociera, cada punto de tiempo-frecuencia de la transformada S de una señal $x(t)$ se podría expresar como la suma de tres valores complejos que se asocian a las señales ${}^1x(t)$, ${}^2x(t)$ y ${}^3x(t)$, esto es:

$$X_j(f, \tau) = {}^1X_j(f, \tau) + {}^2X_j(f, \tau) + {}^3X_j(f, \tau) \quad (3.3)$$

Es decir, se podría expandir en el dominio tiempo frecuencia a la señal $x(t)$ en tres señales con diferentes grados de polarización.

En donde $X_j(f, \tau)$ es la transformada S de la componente j -ésima de la señal $x(t)$, ${}^1X_j(f, \tau)$ es la transformada S de la componente j -ésima de la señal ${}^1x(t)$, ${}^2X_j(f, \tau)$ es la transformada S de la componente j -ésima de la señal ${}^2x(t)$.

Por último, los resultados del filtrado del par de señales sísmicas muestran que es falsa la hipótesis de que el *Ground-Roll* y las ondas P son separables al comparar sus grados de polarización y elipticidad, siendo estos últimos calculados a partir de la matriz espectral y la transformada S . Es probable que estos resultados muestren que en el *Ground-Roll* y las ondas P no siempre tienen comportamientos elípticos y lineales, respectivamente, o

sino fuera este el caso, entonces los grados de polarización y elipticidad empleados en este trabajo no miden adecuadamente estos comportamientos elípticos y lineales. Esto plantea como trabajo futuro que se debe caracterizar de una mejor manera el *Ground-Roll* a partir de diferentes atributos en el dominio tiempo-frecuencia.

4. CONCLUSIONES

- Se propone un método de evaluación de desempeño de filtros de polarización en señales multi-componente. El método está basado en la comparación de un conjunto funciones de costo que miden el comportamiento de dos atributos de polarización en la señal multi-componente antes y después del filtrado. Los atributos de polarización usados corresponden al grado de polarización y elipticidad propuestos en [1], los cuales se calculan con la matriz espectral y la transformada S de la señal multi-componente.
- Se implementaron tres modificaciones al filtro de polarización propuesto en [1]. Las modificaciones consisten en usar diferentes funciones de atenuación de polarización y elipticidad, además en utilizar la expansión de la matriz espectral en matrices idempotentes no disyuntas. Con el método de evaluación propuesto en este trabajo, se muestra que las tres modificaciones obtuvieron un mejor resultado en el filtrado de polarización de una señal sintética multi-componente comparado con el resultado obtenido a partir del filtro original propuesto en [1]. Las tablas 4 y 5 dejan ver que la evaluación de las funciones de costo sobre el filtro original alcanzan mayores valores que los obtenidos con las modificaciones del filtro.
- La evaluación de desempeño establece que la modificación de las funciones de atenuación de polarización y elipticidad permitieron un mejor resultado en el filtrado de polarización. En las figuras 4 y 5 se observa que los filtros que usan las funciones de atenuación propuesta en este trabajo eliminan completamente las señales con grados de polarización y elipticidad no deseados, a diferencia de los filtros que usan las funciones de atenuación originales propuestas en [1], los cuales dejan una energía remanente de las señales no deseadas. Esto también se puede ver en la evaluación funciones de costo presentadas en las tablas 4 y 5.
- En el filtrado de las señales sísmicas se utilizó la hipótesis de que el *Ground-Roll* es distinguible de las ondas P si se comparan sus grados de polarización y elipticidad en el dominio tiempo-frecuencia. Los resultados muestran que tanto el filtro original descrito en [1] como las modificaciones propuestas en este trabajo logran reducir la energía del *Ground-Roll* , sin embargo, ninguno logra atenuarlo completamente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Y.-Y. Tan, C. He, Y.-D. Wang y Z. Zhao, “Ground roll attenuation using a time-frequency dependent polarization filter based on the s transform”, *Applied Geophysics*, vol. 10, n.º 3, págs. 279-294, 2013.
- [2] J. Samson, “Descriptions of the polarization states of vector processes: Applications to ulf magnetic fields”, *Geophysical Journal International*, vol. 34, n.º 4, págs. 403-419, 1973.
- [3] C. R. Pinnegar y D. W. Eaton, “Application of the s transform to prestack noise attenuation filtering”, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 108, n.º B9, 2003.
- [4] R. Askari y H. R. Siahkoochi, “Ground roll attenuation using the s and x-f-k transforms”, *Geophysical Prospecting*, vol. 56, n.º 1, págs. 105-114, 2008.
- [5] Y. Liu y S. Fomel, “Seismic data analysis using local time-frequency decomposition”, *Geophysical Prospecting*, vol. 61, n.º 3, págs. 516-525, 2013.
- [6] S. Jin y S. Ronen, “Ground roll detection and attenuation by 3c polarization analysis”, en *67th EAGE Conference & Exhibition*, 2005.
- [7] C. Pinnegar, “Polarization analysis and polarization filtering of three-component signals with the time—frequency s transform”, *Geophysical Journal International*, vol. 165, n.º 2, págs. 596-606, 2006.
- [8] L. T. Ikelle y L. Amundsen, *Introduction to petroleum seismology*. Society of Exploration Geophysicists Tulsa, Oklahoma, 2005.
- [9] R. E. Sheriff, *Encyclopedic dictionary of applied geophysics*, 2002.
- [10] R. Fowler, B. Kotick y R. Elliott, “Polarization analysis of natural and artificially induced geomagnetic micropulsations”, *Journal of Geophysical Research*, vol. 72, n.º 11, págs. 2871-2883, 1967.
- [11] M. Born y E. Wolf, *Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Cambridge university press, 1999.
- [12] J. Samson, “Matrix and stokes vector representations of detectors for polarized waveforms: Theory, with some applications to teleseismic waves”, *Geophysical Journal International*, vol. 51, n.º 3, págs. 583-603, 1977.

BIBLIOGRAFÍA

BORN, Max y WOLF, Emil. Interference and diffraction with partially coherent light. En: BORN, Max y WOLF, Emil. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. 7ma Ed. Cambridge: Cambridge Univertisy Press, 2003, p. 554-632. ISBN: 0-521-642221.

FOWLER, R. A.; KOTICK, B. J.; ELLIOTT, R. D. Polarization analysis of natural and artificially induced geomagnetic micropulsations. *Journal of Geophysical Research*. 1967, vol. 72, no 11, p. 2871-2883.

SAMSON, J. C. Descriptions of the polarization states of vector processes: Applications to ULF magnetic fields. *Geophysical Journal International*. 1973, vol. 34, no 4, p. 403-419.

SAMSON, J. C. Matrix and Stokes vector representations of detectors for polarized waveforms: theory, with some applications to teleseismic waves. *Geophysical Journal International*. 1977, vol. 51, no 3, p. 583-603.

TAN, Yu-Yang, y col. Ground roll attenuation using a time-frequency dependent polarization filter based on the S transform. *Applied Geophysics*. 2013, vol. 10, no 3, p. 279-294.