

**LOS MODELOS MICROMECÁNICOS EN LA PREDICCI3N DE LA
REOLOGÍA DE MEZCLAS ASFÁLTICAS.**

RICARDO JAVIER GOMEZ SERRANO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA - COLOMBIA**

2005

**LOS MODELOS MICROMECÁNICOS EN LA PREDICCI3N DE LA
REOLOGÍA DE MEZCLAS ASFÁLTICAS.**

RICARDO JAVIER GOMEZ SERRANO

**Trabajo de investigación como requisito para optar al título de:
Ingeniero Civil.**

**Director:
Dr. Eduardo Castañeda.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA - COLOMBIA**

2005

DEDICATORIA

A mis padres, Álvaro y Mercedes.

AGRADECIMIENTOS

A toda la planta de docentes de la universidad en especial a los profesores de la Escuela de Ingeniería Civil. Al doctor Eduardo Castañeda Al ingeniero Andrés Orlando Guerrero.

CONTENIDO.

	Página.
INTRODUCCIÓN.	1
1. MARCO TEÓRICO	2
1.1. COMPOSITOS Y MODELOS MICROMECAÑICOS	2
1.1.1 Categorías comunes de materiales composites.	3
1.1.2 Modelos micromecánicos	4
1.1.3 Avances en modelamiento micromecánico	6
1.2 LAS MEZCLAS ASFÁLTICAS	7
1.3 REOLOGÍA DE LAS MEZCLAS ASFÁLTICAS	11
1.4 ELASTICIDAD Y VISCOSIDAD	11
1.4.1 Ley de Hooke	12
1.4.2 Relación de Poisson	13
1.4.3 Otras constantes elásticas	14
1.5 RELACION VOLUMÉTRICA Y MÁSCICA	16
1.6 MÓDULO COMPLEJO	17
1.6.1 Aplicaciones del módulo complejo en ingeniería de pavimentos	17
1.6.2 Determinación experimental del módulo complejo.	19

1.6.3	Ley de equivalencia frecuencia-temperatura.	21
1.7	MODELAMIENTO CLÁSICO DE LA MEZCLA ASFÁLTICA	23
1.7.1	Método del KSLA (o Heukelom y Klomp).	24
1.7.2	Método de Saunier (Centro de investigación Shell de Grand-Couronne).	25
1.7.3	El método del CRR (o Verstraeten).	25
1.8	MODELAMIENTO DE COMPOSITES	28
1.8.1	Comportamiento elástico y principio de correspondencia.	28
1.8.2.	Modelos reológicos.	30
1.8.3	Modelos geométricos.	31
1.8.4	Métodos variacionales.	33
1.8.5	Modelos auto-coherentes.	33
1.8.6	Modelo a tres fases (Christensen y Lo).	35
1.8.7	Modelo a cuatro fases (Maurer).	37
1.8.8	Modelo a (n+1) fases de Hervé y Zaoui.	38
2	MODELAMIENTO DE MEZCLAS ASFÁLTICAS	41
2.1	INFORMACIÓN PRIMARIA	41
2.1.1	Los agregados.	41

2.1.2	Los Asfaltos.	43
2.1.3	Cálculo de los coeficientes de Poisson.	45
2.1.4	Vacíos.	48
2.1.5	Las Mezclas.	49
2.2	MODELOS APLICADOS A UN ESQUEMA SIMPLIFICADO ARENA-ASFALTO	52
2.3	MODELO EN VARIAS ETAPAS	54
2.4	AJUSTES	59
2.5	MODELO FINAL	62
3	CONCLUSIONES	65
	PERSPECTIVAS	67
	BIBLIOGRAFIA	68
	AÑEXOS	69

LISTA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro 1 Dimensiones de la probeta (mm)	20
Cuadro 2 Propiedades de los asfaltos	44
Cuadro 3 Coeficientes de Poisson estimados	47
Cuadro 4 Valores experimentales para las mezclas asfálticas	50
Cuadro 5 Valores de los coeficientes de Poisson	58

LISTA DE FIGURAS

		Pág.
Figura 1	Clasificación de composites de acuerdo al refuerzo usado.	4
Figura 2	Formación de un composite particular.	5
Figura 3	Esquema del proceso de homogenización.	6
Figura 4	Comportamiento viscoelástico del asfalto	10
Figura 5	Probeta trapezoidal con dimensiones	20
Figura 6	Detalle de una probeta de perfil trapezoidal en el curso de un ensayo	21
Figura 7	Curva maestra del módulo de rigidez $ E^* $ de una mezcla.	22
Figura 8	Nomograma de cálculo del módulo de rigidez de las mezclas asfálticas	26
Figura 9	Nomograma de estimación del ángulo de pérdida de las mezclas asfálticas.	27
Figura 10	Representación del modulo complejo $E^*(j\omega)$ de una mezcla en el plano complejo (plano de Cole-Cole).	31
Figura 11	Esquema del modelo a dos fases de Kerner.	32
Figura 12	Ensamble de esferas composites de Hashin.	33

Figura 13	Presentación esquemática del método de homogenización mediante modelos autocoherentes	34
Figura 14	Modelo autocoherente a 3 fases de Christensen y Lo.	36
Figura 15	Modelo autocoherente a cuatro fases de Maurer.	37
Figura 16	Modelo autocoherente a n+1 fases de Hervé y Zaoui.	39
Figura 17	Gráfico de la granulometría arena-asfalto.	42
Figura 18	Gráfico de la granulometría del concreto asfáltico de módulo elevado.	42
Figura 19	Diagrama Cole-Cole para el asfalto 50/70.	43
Figura 20	Diagrama Cole-Cole para el asfalto 10/20	45
Figura 21	$ E^* $ vs Poisson para MA-1.	46
Figura 22	$ E^* $ vs Poisson para MA-2.	48
Figura 23.	Diagrama Cole-Cole para MA-1	51
Figura 24	Diagrama Cole-Cole para MA-1	51
Figura 25	Simplificación del modelo del asfalto.	52

Figura 26.	Resultado de aplicar los modelos al esquema simplificado arena-asfalto.	53
Figura 27	Esquema final para una mezcla asfáltica.	55
Figura 28	Comparación de los resultados obtenidos con el esquema propuesto para el módulo elástico normalizado por el valor experimental, empleando distintos porcentajes de agregado en la primera etapa para MA-1	57
Figura 29	Comparación de los resultados obtenidos con el esquema propuesto para el módulo viscoso normalizado por el valor experimental, empleando distintos porcentajes de agregado en la primera etapa para MA-1.	57
Figura 30	Comparación de los resultados obtenidos con el esquema propuesto para el módulo elástico normalizado por el valor experimental, empleando distintos porcentajes de agregado en la primera etapa para MA-2.	58
Figura 31.	Comparación de los resultados obtenidos con el esquema propuesto para el módulo viscoso normalizado por el valor experimental, empleando distintos porcentajes de agregado en la primera etapa para MA-2.	58
Figura 32	Módulo complejo contra parte real del coeficiente de poisson ν_1	61

Figura 33 Componente viscosa del modulo del asfalto contra la 62
 parte imaginaria del coeficiente de Poisson (ν_2).

Figura 34 Modelo final para la mezcla asfáltica. 63

LISTA DE ANEXOS

Anexo A	MODELO SIMPLIFICADO A (n+1) FASES DE HERVÉ Y ZAOUI	69
Anexo B	HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA EL CALCULO DEL MODELO DE HERVE Y ZAOUI A N+1 FASES	74
Anexo C	HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA EL CALCULO DEL MODELO DE HERVE Y ZAOUI A N+1 FASES.	84

GLOSARIO

Adhesión (Adhesion) – Es la fuerza que resiste la separación de dos cuerpos que se encuentran en contacto.

Agregado (Aggregate) – Un grupo de partículas mantenidas juntas.

Anisotrópico (Anisotropic) – Dícese de aquellos cuerpos en los que la magnitud de la propiedad de la que se trate no es la misma en todas las direcciones.

Anti-Tixotropía (Anti-thixotropy) – Véase “tixotropía negativa”.

Cohesión (Cohesion) – Es la atracción entre las moléculas o partículas que forman la masa de un líquido o un sólido.

Compresibilidad (Compressibility) – Es la disminución relativa de un volumen, producida por un aumento de la presión.

Esfuerzo isotrópico (Isotropic stress) – Un sistema de esfuerzos en el que las tres componentes normales son iguales.

Esfuerzo normal (Normal stress) – La componente del esfuerzo en ángulo recto con el área considerada.

Histéresis – Es la propiedad de un material de tomar valores distintos de respuesta a partir del valor del estímulo en el que se invierte el sentido del mismo.

Isotrópico (Isotropic) – Que tiene las mismas propiedades en todas las direcciones.

Macrorreología (Macrorheology) – La reología que trata un material como un continuo sin consideración explícita de su microestructura. También es denominada reología del continuo y reología fenomenológica.

Microrreología (Microrheology) – La reología que toma en cuenta la microestructura de los materiales.

Modelo (Model) – Una representación idealizada de la conducta de cualquier sistema, cuantificada en términos matemáticos.

Módulo (Modulus) – En reología es la razón de un componente del esfuerzo a un componente de la deformación.

Módulo complejo (Complex modulus) – Es la representación matemática de un módulo considerado como la suma de una parte real y otra imaginaria. La parte real se denomina a veces módulo de almacenamiento y la imaginaria módulo de pérdida.

Reología (Rheology) – Es la ciencia del flujo y la deformación de la materia.

Reograma (Rheogram) – Es el gráfico que representa una relación reológica.

Termo-endurecido – Un material plástico que no reblandece notablemente al calentarlo a temperaturas por debajo de su temperatura de descomposición. También es llamado termoestable.

Termoendurecible (Thermosetting) – Que tiene la propiedad de hacerse termoestable al aplicarle suficiente calor.

Termoplástico (Thermoplastic) – Un material plástico capaz de reblandecerse al calentarlo y endurecerse al enfriarlo; este fenómeno es repetible.

Tixotropía (Thixotropy) – Una disminución en la viscosidad aparente, por la acción de esfuerzos cortantes, seguida de una recuperación gradual cuando se retira el esfuerzo.

Tixotropía negativa (Negative thixotropy) – Un aumento de la viscosidad aparente bajo esfuerzo cortante, seguido de una recuperación gradual cuando se retira el esfuerzo.

Viscoelasticidad (Viscoelasticity) – Que posee propiedades viscosas y elásticas. A veces el término se utiliza de manera restringida para sólidos.

Viscosidad (Viscosity) – Es la propiedad de un material de resistir la deformación de manera creciente a medida que crece la velocidad de deformación.

TITULO: LOS MODELOS MICROMECAÑICOS EN LA PREDICCIÓN DE LA REOLOGÍA DE MEZCLAS ASFÁLTICAS*.

Ricardo Javier Gómez Serrano **

Palabras clave: Modelos micromecánicos, reología, mezcla asfáltica.

RESUMEN

En el presente trabajo, se propone un método para el cálculo de la reología de mezclas asfálticas. En primer lugar se estudia la evolución de los modelos micromecánicos y se establece su aplicabilidad a las mezclas de agregados con materiales bituminosos. Además, se estudian los métodos empleados actualmente para el cálculo del módulo de rigidez de las mezclas asfálticas, se analizan los componentes y se establece cual es su participación en el comportamiento de la mezcla final.

A continuación, mediante una revisión de los modelos disponibles, se determina que el modelo autocoherente de Hervé y Zaoui es el más apropiado al caso de las mezclas asfálticas vistas como composites reforzados con partículas. Se encuentra que los modelos micromecánicos de Christensen y Lo y de Maurer no producen previsiones apropiadas de los módulos para composites con altas cargas de refuerzo. A partir de lo anterior, se desarrolla una herramienta computacional para el cálculo del módulo dinámico de composites particulados mediante el empleo del modelo de Hervé y Zaoui a $n+1$ fases.

También se propone un método por etapas para el modelamiento de la mezcla asfáltica y un ajuste de los coeficientes de Poisson que son relacionados con los módulos del asfalto empleado. Se encuentra que los coeficientes de Poisson complejos, con la parte imaginaria negativa, producen el efecto de pérdida de viscosidad observada en las muestras. Finalmente, se desarrolla una segunda herramienta computacional que proporciona el módulo complejo de las mezclas asfálticas empleando el método propuesto.

* Trabajo de grado.

** Facultad de Ingenierías Fisicómecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Doctor Eduardo Castañeda.

TITLE: THE MICROMECHANICAL MODELS IN THE PREDICTION OF THE ASPHALT MIXTURES RHEOLOGY^{*}.

Ricardo Javier Gómez Serrano ^{}**

Keywords: Micromechanical modeling, rheology, asphalt mixture.

ABSTRACT

The present work, proposes a new method for calculating the rheology of asphalt mixtures. First, the evolution of micromechanical models is studied and their use with mixtures of aggregates with asphalt is established. Moreover, the methods actually in use for predicting the stiffness of asphalt mixtures are studied, individual components are analysed and the importance of components in the behavior of the final mixture is determinate.

After, a revision of the available models allows the selection of Hervé and Zaoui's self-consistent model as the more appropriated for modelling asphalt mixtures like particulate composites. It's found that Christensen, Lo and Maurer micromechanical models do not produce appropriated previsions of modulus for composites with a high charge of reinforcement. A computer program is developed for calculating the dynamic modulus of particulate composites using the n-layered inclusion-based micromechanical model.

A three-steps method and is proposed for modelling an asphalt mixture and Poisson's ratios are adjusted and related to values of asphalt complex stiffness modulus. It's found that complex Poisson's ratios with negative imaginary part, produce the lost of viscosity effect observed in tested samples. Finally, a second computer program is developed; it uses the proposed method for calculating the complex module of asphalt mixtures.

* Graduation work.

** Facultad de Ingenierías Físicomecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Doctor Eduardo Castañeda.

INTRODUCCIÓN

El dimensionamiento racional de pavimentos puede ser considerado desde hace algún tiempo, como una rama de la ingeniería al nivel del dimensionamiento de estructuras. El fundamento teórico de los métodos de dimensionamiento actualmente propuestos, es el análisis de esfuerzos y deformaciones de un sistema multi-capa elástico que representa al pavimento. Su puesta en práctica necesita, entre otros, el conocimiento preciso de las magnitudes que caracterizan el comportamiento mecánico de los materiales que constituyen las diferentes capas de este sistema.

En paralelo a los métodos teóricos, se han desarrollado métodos experimentales cuyo primer fin, era proporcionar esas magnitudes con miras a su utilización inmediata para el dimensionamiento. Un segundo fin de estos métodos, más lejano pero no menos importante, es la investigación de las relaciones que existen entre las magnitudes mecánicas por una parte y los parámetros que definen la composición de los materiales y ciertas magnitudes tecnológicas fácilmente accesibles por la otra.

La representación en forma gráfica o analítica de tales relaciones debe entonces permitir predecir las características mecánicas de un material, sin la obligatoriedad de realizar un conjunto de ensayos experimentales complejos, difíciles de llevar a cabo por factores económicos, de tiempo, entre otros.

1. MARCO TEÓRICO

Para el lector que no está familiarizado con los modelos micromecánicos y su aplicación a las mezclas asfálticas, a continuación se expondrán algunos conceptos y terminología básicos, necesarios para entender y poder apropiarse con mayor facilidad el tema sobre el que se desarrolla el presente trabajo. De esta manera se tratarán conceptos que van desde lo general como lo son en este caso las mezclas asfálticas, hacia lo específico que compete a esta investigación que son los modelos micromecánicos en el modelamiento de mezclas asfálticas, pasando por otros que son absolutamente necesarios para el desarrollo de la misma.

1.1 COMPOSITES Y MODELOS MICROMECAÑICOS

Un material llamado **composite** es aquel que resulta de la combinación de dos o más materiales diferentes, de los cuales uno es una matriz continua ya sea termoestática o termoplástica, la cual es reforzada o combinada con otro u otros materiales (inclusiones) con suficiente densidad que provean un fortalecimiento considerable al material en una o más direcciones, con el fin de obtener nuevos materiales con propiedades y características que se ajusten a los requerimientos de funcionalidad, resistencia y durabilidad entre otros.

La selección de los materiales constituyentes de los **composites** depende del uso y del comportamiento esperado del producto, de manera que el diseñador de **composites** puede alcanzar el rendimiento esperado del producto final por medio de una adecuada selección de los materiales. Por lo anterior, es importante que el usuario final entienda los requerimientos de durabilidad, comportamiento ante cargas y del medio en el que será aplicado el **composite**, para poder lograr el resultado ideal en el diseño.

En un composite los materiales conservan sus características y pueden ser identificados físicamente; es la interacción entre ellos y su interfase la que

proporciona al nuevo material su comportamiento y sus beneficios, entre los que se destacan¹:

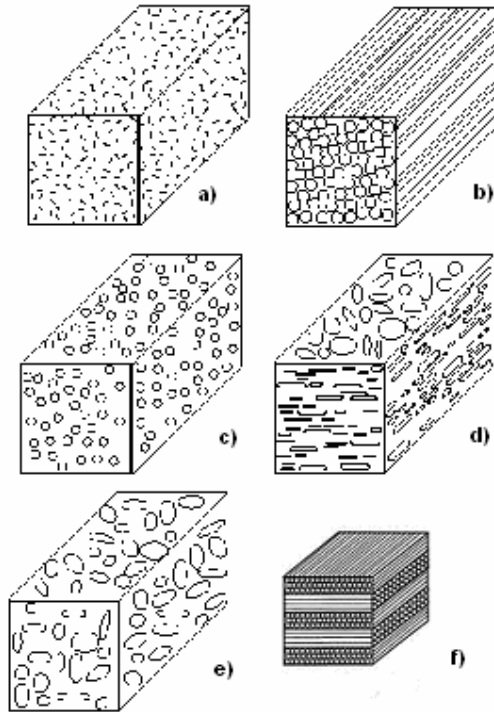
- Alta relación fortaleza-peso.
- Fortaleza direccional.
- Resistencia a la corrosión.
- Mayor resistencia climática.
- Estabilidad dimensional.
- Durabilidad.

1.1.1 Categorías comunes de materiales composites.

Basado en la forma del refuerzo, los materiales composites más comunes pueden clasificarse como se observa en la figura 1. Las imágenes a) y b) hacen referencia a los composites fibrosos (fibras cortas y largas respectivamente); las demás imágenes muestran la estructura de los composites particulados, escamosos, llenantes y laminados.

¹ Composites Basics : Materials (Part 1). Available from: <www.mdacomposites.org>

Figura 1. Clasificación de composites de acuerdo al refuerzo usado. a) Composite reforzado con fibras aleatorias; b) Composite reforzado con fibras continuas; c) Partículas como refuerzo; d) Escamas planas como refuerzo; e) Llenantes como refuerzo y f) Láminas como refuerzo.

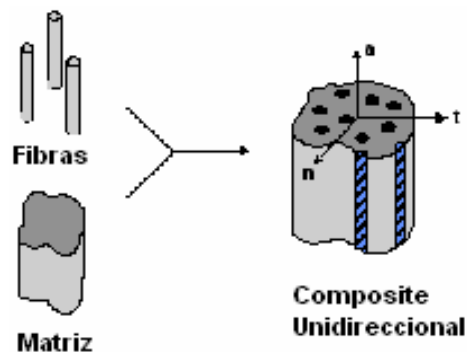


1.1.2 Modelos Micromecánicos.

Los modelos micromecánicos hacen relación a la predicción de varias propiedades de un material composite, a partir de las propiedades de los constituyentes individuales y las interfaces entre las distintas fases. Algunas de las propiedades que pueden predecirse fácilmente son la rigidez (constantes elásticas), el coeficiente de expansión térmica, conductividades térmicas, etc.

La predicción de esfuerzo, tenacidad a fractura y propiedades de materiales no lineales suponen un gran reto. Los modelos pueden ir desde formulas sencillas tales como reglas de mezclas, hasta sofisticados modelamientos multi-escala y simulaciones de dinámica molecular.

Figura 2. Formación de un composite particular.

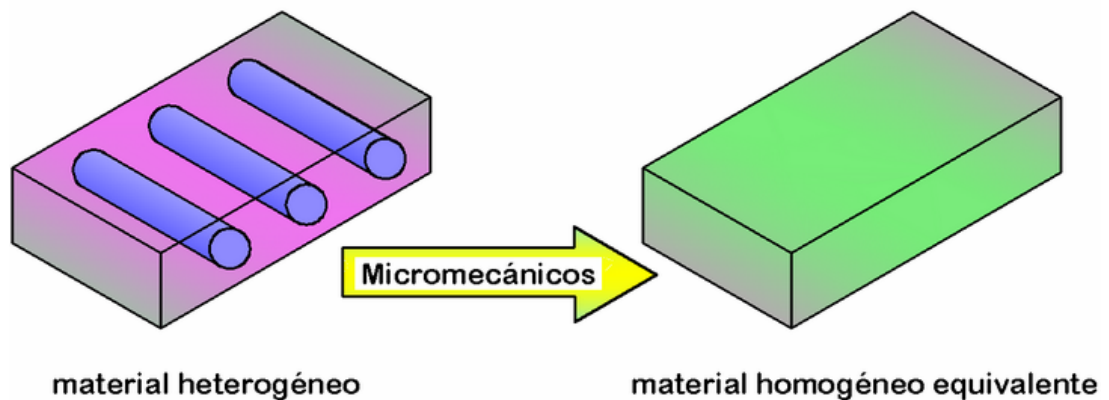


Los modelos micromecánicos proveen la relación entre campos que varían espacialmente en un material multi-fase y la respuesta promedio. Esto permite a la vez determinar tanto las propiedades homogéneas efectivas de un material composite dadas las propiedades de los constituyentes (por ejemplo, fibras, partículas, matriz), como la arquitectura de fase (por ejemplo, alineamientos o empaquetados aleatorios) y usar cantidades macroscópicas tales como esfuerzo y deformación medidos para hacer predicciones de daños.

Los materiales composites ofrecen al diseñador un espectro infinito de propiedades termo-mecánicas mediante la variación de los materiales constituyentes y la arquitectura de fase. En este punto es necesario decir que no es realista usar métodos experimentales para caracterizar todas las posibles combinaciones de parámetros de diseño del material; el método preferido es el uso de modelos analíticos (por ejemplo, micromecánicos), que están correlacionados con un número limitado de experimentos, para seleccionar el mejor material para una aplicación.

En el modelamiento micromecánico se hace uso de la homogenización, la cual consiste en establecer propiedades del material a partir de consideraciones micromecánicas. En la figura 3, se muestra el proceso de llevar un material heterogéneo a ser considerado como material homogéneo.

Figura 3. Esquema del proceso de homogenización.



1.1.3. Avances en modelamiento micromecánico.

El uso de los modelos micromecánicos ha sido extendido a materiales cada vez más complejos y a otras áreas del conocimiento diferentes a la física y la ciencia de materiales. A continuación se enumeran algunos estudios:

- Modelamiento micromecánico y simulación de composites elastómeros reforzados con partículas ferromagnéticas para aplicación en automóviles.
- Estudio de las interacciones magneto-elásticas de las partículas debidas a su fuerza magnética, magnetoestricción y homogeneidades del material.
- Comportamiento magneto-elástico de composites que contienen partículas ferromagnéticas dispersas aleatoriamente. Comportamiento magneto-elástico de composites que contienen partículas ferromagnéticas alineadas. Comportamiento magneto-elástico de composites que contienen partículas magnetostrictivas.
- Modelo micromecánico elástico para composites funcionalmente gradados. En la escala macroscópica, las propiedades efectivas del

composite son uniformes para una capa con la misma gradación mientras que cambian gradualmente en la dirección de la gradación. Micromecanicamente, infinitas partículas están dispersas aleatoriamente en la matriz con transiciones graduales.

- Modelamiento de la evolución del módulo elástico del hígado humano cirrótico. En este estudio, se desarrolló un modelo de composite basado en modelos micromecánicos para el comportamiento elástico y la evolución del módulo del hígado humano cirrótico correlacionado con diferentes etapas patológicas. Microestructuralmente, el hígado cirrótico fue considerado patológicamente como nódulos elásticos embebidos en la matriz de tejido suave.

Típicamente, la cirrosis debe diagnosticarse por biopsia, aún cuando la biopsia puede causar algunos problemas como hemorragia, infección y daño al órgano. Algunos investigadores y médicos han empezado a detectar y diagnosticar cirrosis mediante método no invasivos tales como la evaluación del módulo elástico efectivo del hígado.

1.2 LAS MEZCLAS ASFÁLTICAS

La mezcla asfáltica caliente o HMA² por sus siglas en inglés, comúnmente llamada asfalto, es una combinación de agregados (usualmente piedra molida y arena), **filler** (cemento, cal hidratada) y un **binder** bituminoso llamado cemento asfáltico (o **binder** asfáltico). En ocasiones se utilizan aditivos en la mezcla como por ejemplo caucho de llantas viejas o rejuvenecedores, y cada vez con mayor frecuencia asfalto reutilizado. Una vez caliente, la mezcla asfáltica es flexible y permite ser aplanada para crear un sustrato uniforme, durable y a prueba de agua.

² Acrónimo de Hot Mix Asphalt.

El cemento asfáltico o **binder**, es un hidrocarburo complejo que puede ser obtenido en depósitos naturales o como un residuo del proceso de destilación del crudo para separar petróleo, aceites lubricantes, nafta, kerosén, entre otros, debido a que no se evapora o hierve cuando es destilado por ser el constituyente pesado del petróleo crudo. El asfalto de petróleo para uso en pavimentos es comúnmente llamado asfalto de pavimentación o cemento asfáltico para distinguirlo del asfalto hecho para otros usos, como aquellos con propósitos industriales o para techados.

El asfalto para pavimentación es impermeable y no se ve afectado por la mayoría de los ácidos, álcalis y sales. Es llamado un material termoplástico debido al hecho de que se ablanda cuando es calentado y se endurece cuando se enfría. Esta combinación única de características y propiedades es una razón fundamental para que el asfalto sea un material de pavimentación importante. A temperatura ambiente, el asfalto para pavimentación es un material negro, pegajoso, semisólido y altamente viscoso, se compone primordialmente de moléculas complejas de hidrocarburos, pero también contiene otros átomos, como por ejemplo oxígeno, nitrógeno y sulfuro.

El cemento asfáltico conforma aproximadamente un 5% del volumen de la mezcla y es usado para mantener unidas las partículas de agregado en la mezcla asfáltica. Los agregados son usualmente piedra molida y arena mezcladas en una proporción predeterminada para obtener ciertas propiedades deseadas en la mezcla asfáltica. El **filler** es un polvo fino usado para endurecer el cemento asfáltico y mejorar la adhesión entre los agregados y el **binder**; éstos **fillers** junto con los agregados conforman hasta un 90% del volumen de la mezcla asfáltica³.

El cemento asfáltico o **binder** debe ser sometido a diversas pruebas para asegurar que brinde la mayor flexibilidad a bajas temperaturas (para evitar agrietamientos), y la mayor rigidez a temperaturas elevadas para de ésta manera cumplir con las exigencias climáticas del lugar donde será tendida la

³ Asphalt Basics, The beauty of asphalts. Revision 1, updated Jan 3 2003. Available from world wide web: <www.streetprint.com/spec_support>

mezcla asfáltica. Esta mezcla además debe ser compactada mientras se encuentre caliente y flexible, con el fin de mantener juntas las partículas de agregado, remover los espacios de aire existentes e incrementar su densidad. El proceso de compactación le proporciona a la mezcla fortaleza, resistencia y además sella la superficie para impedir el ingreso de agua a la vez que brinda una superficie lisa y uniforme para el tránsito vehicular.

- **Las mezclas asfálticas como composites.**

Como se explicó anteriormente, una mezcla asfáltica está formada normalmente por dos ingredientes: una serie de materiales agregados como son cascajo, arena y **filler**, y el cemento asfáltico, que actúa como ligante de los materiales pétreos. De manera que si se considera que el cemento asfáltico incluido en la mezcla asfáltica forma una matriz continua que cubre los agregados, y se considera a éstos últimos como inclusiones, se tendría que la mezcla asfáltica es un material que cumple con la definición de **composite**, donde los agregados proporcionan resistencia y el cemento asfáltico mantiene el sistema en conexión, mediante sus propiedades de adherencia.

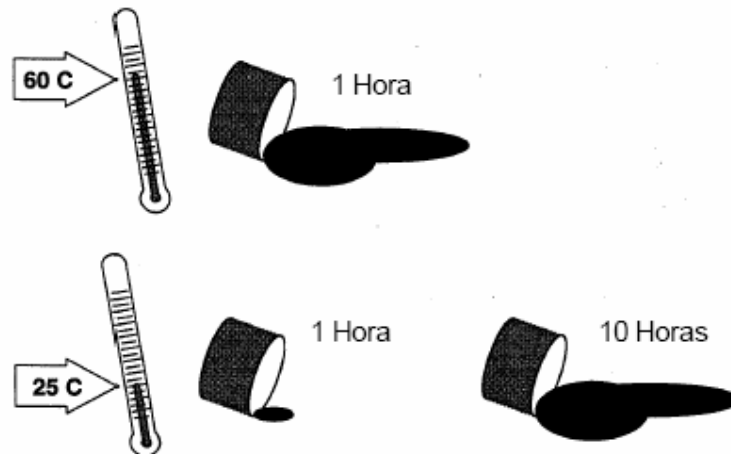
Los agregados pétreos que son fracciones de roca con una granulometría dada, pueden considerarse materiales elásticos ya que al ser sometidos a un esfuerzo, se deforman y al finalizar el esfuerzo regresan a su forma original. Por lo anterior, sus propiedades mecánicas quedarían completamente definidas por dos constantes: el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson, los cuales pueden determinarse mediante un ensayo de compresión uniaxial, donde se midan las deformaciones longitudinal y transversal de una muestra de la roca que constituye los agregados.

Los anteriores valores deben ser tomados con detenimiento, ya que las rocas no tienen un único módulo de elasticidad, sino que este cambia según el tipo de roca considerado. Además, en un mismo tipo de roca el módulo puede variar por efectos de la erosión por la descomposición de la roca misma.

El otro componente de la mezcla asfáltica, el cemento asfáltico, tiene un comportamiento mucho más complejo por ser un material viscoelástico y termoplástico, donde las propiedades tanto elásticas como viscosas dependen de la temperatura y de la velocidad de aplicación de las fuerzas externas. En la figura 4 se puede observar el efecto viscoelástico en el flujo del asfalto, el cual puede ser el mismo para una hora a 60°C o para 10 horas a 25°C; de esta manera el efecto del tiempo y de la temperatura se encuentra relacionado⁴.

Debido a esto, para definir el comportamiento del asfalto es necesario especificar dos funciones complejas en lugar de dos constantes, las cuales serían el módulo complejo y el número de Poisson.

Figura 4. Comportamiento viscoelástico del asfalto.



Fuente: Garnica, et al. Algunos aspectos de la densificación de mezclas asfálticas con el compactador giratorio. Instituto Mexicano del transporte. Publicación técnica 228. Sanfandila, Qro, 2003. ISSN 0188-7297.

⁴ Garnica, et al. Algunos aspectos de la densificación de mezclas asfálticas con el compactador giratorio. Instituto Mexicano del transporte. Publicación técnica 228. Sanfandila, Qro, 2003. ISSN 0188-7297.

1.3 REOLOGÍA DE LAS MEZCLAS ASFÁLTICAS

La reología se define como la ciencia que estudia la deformación y el flujo de la materia; dicho de otra manera, estudia la respuesta de un material a una fuerza aplicada.

Como se ha expresado en las secciones anteriores, en la mezcla asfáltica se tienen dos materiales con comportamiento distintos, que pasan a formar un nuevo material, por lo que las características reológicas de la misma estarán estrechamente ligadas con las del asfalto, pero además ejercerán una fuerte influencia las características del agregado mineral. Por lo tanto, para poder estudiar el comportamiento de una mezcla asfáltica es necesario entonces observar las propiedades individuales de sus componentes. Por ejemplo, la rigidez de la mezcla asfáltica dependerá tanto de la rigidez del asfalto, como del radio volumétrico existente entre asfalto y agregado.

1.4 ELASTICIDAD Y VISCOSIDAD

Un cuerpo está formado por un conjunto de partículas infinitamente pequeñas, situadas a determinadas distancias unas de otras y entre las cuales se ejercen fuerzas internas, que están en equilibrio y que hacen que el cuerpo conserve su forma. Si una fuerza externa, al actuar sobre el cuerpo modifica las distancias entre las partículas, es decir, produce una deformación, las fuerzas internas sufrirán un incremento, con el fin de equilibrar la fuerza externa y de oponerse a la deformación; éste incremento en las fuerzas internas constituye un esfuerzo.

La propiedad que tienen los cuerpos de recuperar su forma original, al cesar la fuerza que los deforma se llama elasticidad. Si la deformación que sufre el cuerpo desaparece totalmente al cesar la fuerza, se dice que el cuerpo es perfectamente elástico y si conserva parte de la deformación, se dice que es

parcialmente elástico; sin embargo, un mismo cuerpo, a través de la variación de la fuerza a que está sometido, puede comportarse en un principio como perfectamente elástico, después como parcialmente elástico y aun pasar por un periodo plástico antes de llegar a la ruptura.

La viscosidad, por otra parte, es la propiedad que tiene un fluido de tender a oponerse a su flujo, cuando se le aplica una fuerza. Los fluidos de alta viscosidad presentan una cierta resistencia a fluir mientras los de baja viscosidad fluyen con facilidad. La fuerza con la que una capa de fluido en movimiento arrastra consigo a las capas adyacentes de fluido determina su viscosidad.

La viscosidad de un fluido disminuye con la reducción de densidad que tiene lugar al existir un aumento de temperatura. En un fluido menos denso, hay menos moléculas por unidad de volumen, que pueden transferir impulso desde la capa en movimiento hasta la capa estacionaria. Lo anterior, a su vez, afecta la velocidad de las distintas capas ya que el momento se transfiere con mas dificultad entre las capas, y por consiguiente la viscosidad disminuye.

1.4.1 Ley de Hooke.

La ley de Hooke fue establecida experimentalmente y su enunciado más sencillo es: “dentro de ciertos límites, la deformación es proporcional al esfuerzo”. El anterior enunciado indica claramente que dentro de cierto intervalo, la relación entre esfuerzo y deformación es constante.

Si un material sigue la ley de Hooke, la obedecerá, por lo general, cualquiera que sea el esfuerzo que soporte: tensión, compresión o cortante. La ley de Hooke se expresa como:

$$\frac{\text{Esfuerzo unitario}}{\text{deformación unitaria}} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E$$

E , es la constante elástica del material a tensión o compresión, y se llama módulo de elasticidad.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{FL}{A\delta} \left[\frac{kg}{cm^2} \right]$$

En el caso de esfuerzo cortante, la ley de Hooke se expresa como:

$$\frac{\text{Esfuerzo unitario}}{\text{deformación unitaria}} = \frac{\tau}{\gamma} = G$$

1.4.2 Relación de Poisson.

Para un material determinado y para esfuerzos dentro de un cierto límite, la relación existente entre las deformaciones unitarias (transversal y longitudinal), es una constante que se conoce como relación de Poisson:

$$\frac{\text{deformación unitaria transversal}}{\text{deformación unitaria longitudinal}} = \text{relación de Poisson} = \nu$$

$$\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L} = \nu$$

El coeficiente de Poisson para la mayoría de los metales se encuentra entre 0.25 y 0.35. El caucho tiene un coeficiente de Poisson cercano a 0.5 y es por lo tanto casi incompresible (materiales teóricos con un coeficiente de Poisson de **exactamente 0.5** son realmente **incompresibles**, dado que la suma de todas sus deformaciones lleva a un cambio de volumen igual a cero). El corcho, por el contrario, tiene un coeficiente de Poisson cercano a cero. Esto hace que el corcho funcione bien como tapón para botellas, dado que un corcho cargado axialmente no se expande lateralmente para resistir la inserción en la botella.

1.4.3 Otras constantes elásticas.

- **Módulo de cortante:** Cuando un espécimen hecho de un material isotrópico es sometido a cortante puro, por ejemplo, una barra cilíndrica bajo tensión en el eje xy , σ_{xy} es el único esfuerzo diferente de cero. Las deformaciones en el espécimen se obtienen de:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}$$

El módulo de cortante G , se define como la relación entre el esfuerzo cortante y la deformación a cortante en el plano de carga,

$$\begin{aligned} G &= \frac{\sigma_{xy}}{\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx}} = \frac{\sigma_{xy}}{2\varepsilon_{xy}} = \frac{\sigma_{xy}}{\gamma_{xy}} \\ &= \frac{E}{2(1+\nu)} \end{aligned}$$

Donde

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx} = 2\varepsilon_{xy}$$

Por efecto de la segunda ley de la termodinámica se requiere que para un esfuerzo de cortante positivo, se produzca una deformación de cortante positiva. Por lo tanto, el módulo de cortante G debe ser positivo para todos los materiales, es decir $G > 0$.

Dado que ambos, el módulo de Young, E y el módulo de cortante G , deben ser positivos, la cantidad en el denominador de G debe ser positivo. ε_{xy} Este

requerimiento establece un límite inferior para el coeficiente de Poisson, dicho de otra manera:

$$\nu > -1$$

- **Módulo de compresibilidad:** Cuando un espécimen hecho de un material isotrópico es sometido a presión hidrostática, todos los esfuerzos cortantes serán cero y los esfuerzos normales serán uniformes, $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma$. Las deformaciones en el espécimen se obtienen de

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En respuesta a la carga hidrostática, el espécimen cambiará su volumen. Su resistencia a este cambio se cuantifica como el módulo de compresibilidad K, el cual se define como la relación entre la presión hidrostática y el cambio relativo de volumen (que esta relacionado con las deformaciones directas).

$$\begin{aligned} K &= \frac{\sigma}{\Delta V/V} = \frac{\sigma}{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}} \\ &= \frac{E}{3(1-2\nu)} \end{aligned}$$

Haciendo uso una vez más de la segunda ley de la termodinámica, se requiere que para una carga hidrostática positiva se produzca un cambio de volumen positivo. Por lo tanto, el módulo de compresibilidad K debe ser positivo para todos los materiales, es decir, $K > 0$.

Dado que ambos, el módulo de Young, E y el módulo de compresibilidad K, deben ser positivos, la cantidad en el denominador de K debe ser positivo. Este

requerimiento establece de nuevo un límite superior para el coeficiente de Poisson:

$$\nu < \frac{1}{2}$$

Con lo anterior, se han establecido dos límites teóricos para el coeficiente de Poisson, el cual debe cumplir que:

$$-1 < \nu \leq \frac{1}{2}$$

La prueba de lo anterior, se fundamenta en el hecho de que los módulos E, G y K son todos positivos y mutuamente dependientes. Sin embargo, es extraño encontrar materiales ingenieriles que tengan coeficientes de Poisson negativos. La mayoría de los materiales se encuentran en el siguiente rango:

$$0 \leq \nu \leq \frac{1}{2}$$

1.5 RELACIÓN VOLUMÉTRICA Y MÁSCA

La relación volumétrica (o relación de volúmenes) y la relación másica (o relación de masas), constituyen dos de los factores más importantes en la determinación de las características mecánicas de un material composite, y además son la proporción relativa de matriz y de refuerzo.

Las relaciones másicas son las más fáciles de medir para la elaboración de los materiales; pero su empleo no es posible en el caso de las mezclas asfálticas debido a que uno de los componentes de estas mezclas es el aire, y su peso nulo, respecto al peso de los otros componentes, hacen que la relación pierda sentido. Por el contrario, las relaciones volumétricas intervienen directamente en los modelos teóricos que describen el comportamiento mecánico de los materiales y por tanto serán de importancia fundamental en el desarrollo del presente documento.

1.5.1 Relación Volumétrica.

Si se considera un volumen de un material composite V_c , compuesto por un volumen de partículas V_p y un volumen de matriz V_m (en adelante, los índices c , p y m serán empleados para denotar respectivamente el composite, las partículas y la matriz), entonces la relación volumétrica de las partículas se define como:

$$\phi_p = \frac{V_p}{V_c}$$

La relación volumétrica de la matriz es:

$$\phi_m = \frac{V_m}{V_c}$$

donde

$$\phi_m = 1 - \phi_p$$

A partir de lo anterior, se tiene que el volumen total del composite es:

$$V_c = V_p + V_m$$

1.6 MÓDULO COMPLEJO

1.6.1 Aplicaciones del módulo complejo en ingeniería de pavimentos

La sollicitación en flexión tiene como efecto conducir al deterioro del material por fisuración, bajo el efecto de la repetición de cargas. Este tipo de comportamiento llamado fenómeno de fatiga, predomina a bajas temperaturas y a frecuencias de sollicitación elevadas.

Los métodos de dimensionamiento que tienen como fin limitar este fenómeno (dimensionamiento a la ruptura), exigen el conocimiento conjunto de dos

elementos: por un lado, una ley que permita predecir el comportamiento a fatiga de los materiales, y por otro lado, las características mecánicas de los mismos, entre las cuales se encuentra en primer lugar, el valor absoluto del módulo complejo $|E|$.

Es bien conocido que los materiales puramente elásticos pueden caracterizarse cuantitativamente por dos constantes: el módulo de Young y el coeficiente de Poisson. Por el contrario, los materiales con ligantes asfálticos no pueden ser definidos de una manera tan sencilla; la presencia del ligante (asfalto o alquitrán), confiere a la mezcla obtenida al cubrir los agregados (grava, arena, finos), un comportamiento viscoelástico y termoplástico, cuya característica esencial consiste en que las propiedades tanto elásticas como viscosas son dependientes tanto de la temperatura como de la velocidad de aplicación de las fuerzas exteriores (frecuencia). Como consecuencia de lo anterior, deben ser utilizadas dos funciones complejas (el módulo complejo y el número de Poisson) en lugar de las dos constantes empleadas en materiales elásticos.

Al igual que su equivalente elástico (el módulo de Young), el módulo complejo determinado a partir de un ensayo dinámico, se obtiene de la relación entre el esfuerzo impuesto $\sigma(t) = \sigma_0 \sin \omega t$ y la deformación resultante $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t$, que a causa de la característica viscoelástica del material, produce un retardo sobre el esfuerzo que se traduce en un ángulo de fase φ .

En notación imaginaria el módulo complejo se escribe entonces:

$$E^*(j\omega) = |E^*| e^{j\varphi} = E_1 + jE_2$$

$$|E^*| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

Esta magnitud puede caracterizarse por dos componentes:

- $|E^*|$, el valor absoluto del módulo complejo, llamado también módulo de rigidez para el cual algunos autores utilizan el símbolo **S**.⁵
- φ , el ángulo de fase que caracteriza la naturaleza viscosa del material.

En trabajos previos, únicamente era tomado en cuenta el valor absoluto del módulo complejo, dejando a un lado las características viscosas de la mezcla asfáltica. En el presente trabajo, son consideradas ambas componentes del módulo, lo cual permite realizar un modelamiento más real del material y por consiguiente lograr resultados consistentes con los obtenidos en ensayos realizados directamente sobre los materiales.

1.6.2 Determinación experimental del módulo complejo.

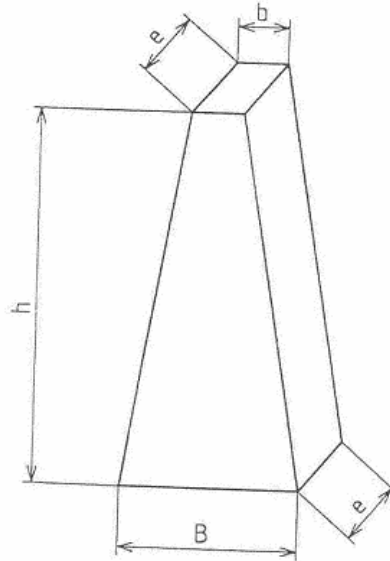
Los ensayos empleados para la medición del módulo complejo y el ángulo de fase en asfaltos son de tipo rotacional. En ellos, una probeta de asfalto se somete a un esfuerzo sinusoidal de torsión y se mide el ángulo de desplazamiento. El valor del módulo complejo de cortante $|G^*|$, es la relación entre la amplitud del esfuerzo y la amplitud de la deformación y se mide en Pascales (Pa); el ángulo de fase φ , es el desfase que existe entre la señal de esfuerzo y la de deformación y se mide en grados.

Para la realización del ensayo, se emplea un aparato llamado reómetro de cortante dinámico, el cual le impone a la probeta una oscilación angular alrededor de su eje de simetría. Según la geometría del cuerpo de prueba, la sollicitación puede ser de torsión o de cortante. Las mediciones del módulo se realizan para una serie de temperaturas y frecuencias.

⁵ La S, proviene de la palabra inglesa Stiffness, que significa rigidez.

La medición del módulo complejo de una mezcla se realiza sometiendo una probeta trapezoidal a flexión sinusoidal. La probeta se empotra en la base y se aplica el esfuerzo a su cabeza, bajo condiciones de frecuencia, temperatura y amplitud fijas.

Figura 5. Probeta trapezoidal con dimensiones.

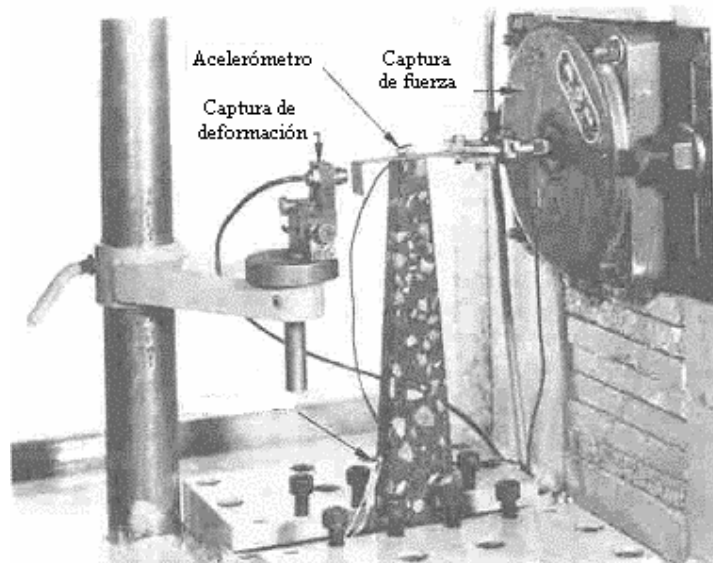


Cuadro 1. Dimensiones de la probeta (mm).

Dimensión de la probeta	Tipo de mezcla	
	Otros casos	14 < D de los agregados ≤ 20
Base 1 [B]	56 ± 1	70 ± 1
Base 2 [b]	25 ± 1	25 ± 1
Altura [h]	250 ± 1	250 ± 1
Espesor [e]	25 ± 1	25 ± 1

El ensayo se lleva a cabo de la siguiente manera: una flecha sinusoidal $Z = Z_0 \text{sen}(\omega t)$, es aplicada en la cabeza de una probeta trapezoidal empotrada en su base a un zócalo sobre un mueble rígido. La flecha Z_0 , debe ser tal que conduzca en la parte más solicitada de la probeta a una deformación relativa inferior o igual a 50×10^{-6} . A partir de los valores de F_0 , Z_0 y ω , se determina el módulo complejo (E^*), para diferentes frecuencias y temperaturas. En la figura 6 se muestra la imagen del aparato real con el que se realiza la medición.

Figura 6. Detalle de una probeta de perfil trapezoidal en el curso de un ensayo.



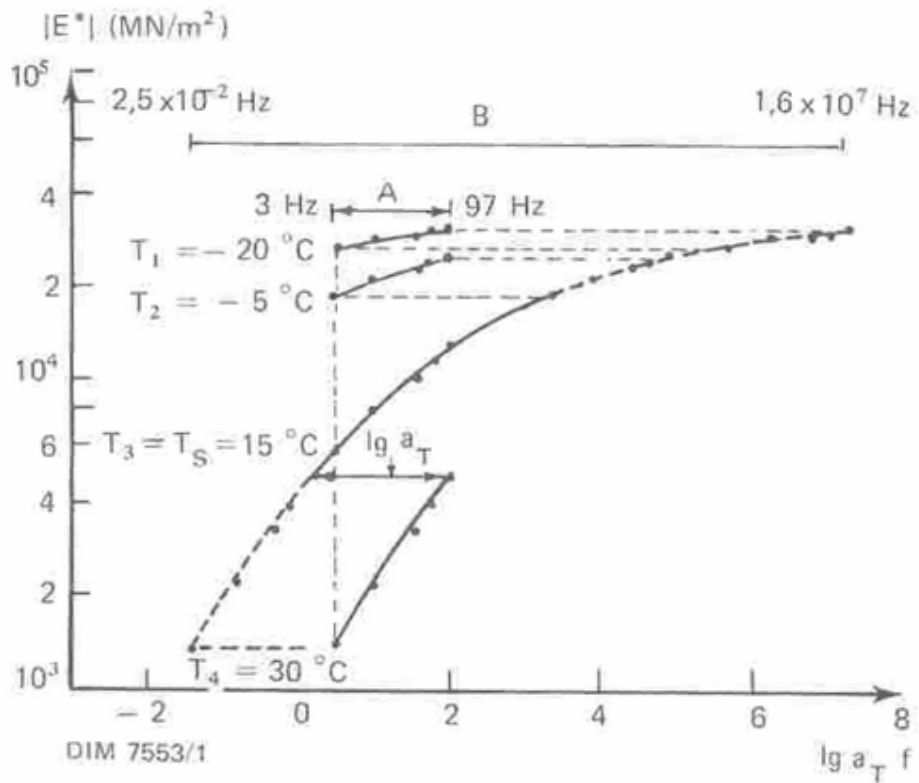
Fuente: Bonnaure, F., Ugé, P., Gest, G., Gravois, A. "Nouvelle Méthode de calcul du module complexe de mélanges bitumineux". Bull. Liaison Labo. P. et Ch., Spécial V, 1977. p. 201.

1.6.2 Ley de equivalencia frecuencia-temperatura.

Al estudiar los resultados obtenidos de análisis dinámicos aplicados a mezclas asfálticas, es posible demostrar que el módulo complejo $|E^*|$ sigue el principio de equivalencia entre la frecuencia y la temperatura. Los valores de los módulos obtenidos a distintas frecuencias y temperaturas forman una curva

única, en la cual cada valor de módulo corresponde a un valor único de frecuencia, para una temperatura de referencia. De la misma forma, para una frecuencia de referencia, se obtendrán valores del módulo para cada valor de temperatura. Lo anterior indica que, para obtener un valor de módulo determinado, es posible hacerlo tanto variando la frecuencia, como variando la temperatura de trabajo. Esta curva única es también llamada curva maestra y en ella se obtienen los valores de módulo para un rango de frecuencias mucho más grande que el utilizado en las mediciones, al combinarlo con resultados a distintas temperaturas para las mismas frecuencias.

Figura 7. Curva maestra del módulo de rigidez $|E^*|$ de una mezcla.



A = Dominio de frecuencias cubierto por las mediciones.

B = Dominio de frecuencias cubierto por la curva maestra.

Fuente: Bonnaure, F., Ugé, P., Gest, G., Gravois, A. "Nouvelle Méthode de calcul du module complexe de mélanges bitumineux". Bull. Liaison Labo. P. et Ch., Spécial V, 1977. p. 189.

1.7 MODELAMIENTO CLÁSICO DE LA MEZCLA ASFÁLTICA

Antes de la aparición del modelamiento micromecánico y de su aplicación a los materiales bituminosos, la mayoría de los métodos empleados para calcular el módulo se basaban en la interpretación empírica de resultados experimentales. Estos resultados provenían generalmente de ensayos mecánicos, efectuados sobre una variedad más o menos extendida de muestras obtenidas, haciendo variar simultáneamente o separadamente los parámetros de composición y las características del ligante. Algunos de estos métodos adoptaban como punto de partida común, la determinación a priori del módulo de rigidez del ligante.

Para lograr lo anterior, tradicionalmente se ha empleado el nomograma de Van der Poel, desarrollado por el laboratorio Shell de Ámsterdam (KSLA) y el cual permite calcular el módulo de rigidez del asfalto con una precisión bastante buena considerando la gran variación de este valor para distintos asfaltos. Este nomograma permite predecir el módulo de rigidez de un asfalto (S_b), a partir del conocimiento de dos características tecnológicas: el índice de penetración que caracteriza su susceptibilidad térmica y la temperatura de ablandamiento (T_{AB}), considerada por Van der Poel como una temperatura de equiviscosidad.

En cuanto a la precisión del método, es importante no perder de vista que éste es el reflejo de resultados experimentales que contienen una dispersión nada despreciable y que las magnitudes utilizadas para caracterizar un asfalto, son también propensas a errores importantes. Como consecuencia de lo anterior, el resultado debe ser considerado más como un estimativo del orden de magnitud, que como un valor preciso. Además, Van der Poel estimó que el valor estimado con la ayuda del nomograma, puede diferir del valor real por un factor de dos.

1.7.1 Método del KSLA (o Heukelom y Klomp).

El mismo laboratorio Shell, desarrolló un método para el cálculo del módulo de rigidez de las mezclas asfálticas a partir del módulo del asfalto y de la concentración volumétrica de los agregados (C_v):

$$C_v = \frac{V_g}{V_g + V_b}$$

donde

V_g = El porcentaje en volumen ocupado por los agregados.

V_b = El porcentaje en volumen ocupado por el asfalto.

En 1964, Heukelom y Klomp retomaron y completaron los trabajos de Van der Poel, expresando el módulo de rigidez S_m de una mezcla bajo la forma:

$$S_m = S_b \left(1 + \frac{2.5}{n} \cdot \frac{C_v}{1 - C_v} \right)$$

con

$$n = 0.83 \log \left(\frac{4 \times 10^{10}}{S_b} \right);$$

donde S_m y S_b se expresan en N/m^2 .

Esta fórmula permite calcular el módulo para mezclas de composiciones muy variadas. A pesar de esto, fue obtenida a partir de experiencias realizadas con mezclas que contenían menos de 3% de vacíos. Debido a que éste es un factor muy influyente en el módulo de mezclas, se concluyó que la fórmula no es muy buena para mezclas menos compactas. Por lo anterior, Fijn van Draat y

Sommer en 1965, propusieron remplazar C_v por C'_v , la cual incluye el efecto de los vacíos (v):

$$C'_v = \frac{100 \times C_v}{100 + v - 3}$$

1.7.2 Método de Saunier (Centro de investigación Shell de Grand-Couronne).

Los resultados obtenidos por Saunier en 1967, pusieron en evidencia que era posible prever con buena aproximación el módulo de rigidez de una mezcla correctamente dosificada en ligante si se conoce:

- el módulo del asfalto
- el porcentaje de vacíos de la mezcla v .

Saunier utilizaba el valor del módulo del asfalto deducido de las características nominales del asfalto, es decir, antes de mezclado, lo cual no es enteramente cierto debido a que en ocasiones, existen diferencias considerables entre las características del asfalto original y las del asfalto que realmente se presenta en la vía. Esto tiene una influencia importante sobre el módulo del asfalto S_b y en consecuencia sobre el módulo de la mezcla S_m .

1.7.3 El método del CRR (o Verstraeten).

En 1971, Verstraeten llegó a la conclusión de que existe una relación entre el factor S_m/V_g y el producto $S_b \times Y$, donde Y es un factor que depende de la penetración del asfalto.

Los resultados retomados por Francken en 1975, llevaron al desarrollo de un método provisional del módulo complejo a partir del conocimiento de dos parámetros de la composición (V_b y v) y del módulo del asfalto antes de

mezclado. Sin embargo, el método de cálculo es bastante complejo y no se ajusta más que a una gama bastante pobre de mezclas asfálticas. Además, no tiene en cuenta factores como el envejecimiento del asfalto durante el mezclado y a lo largo del tiempo.

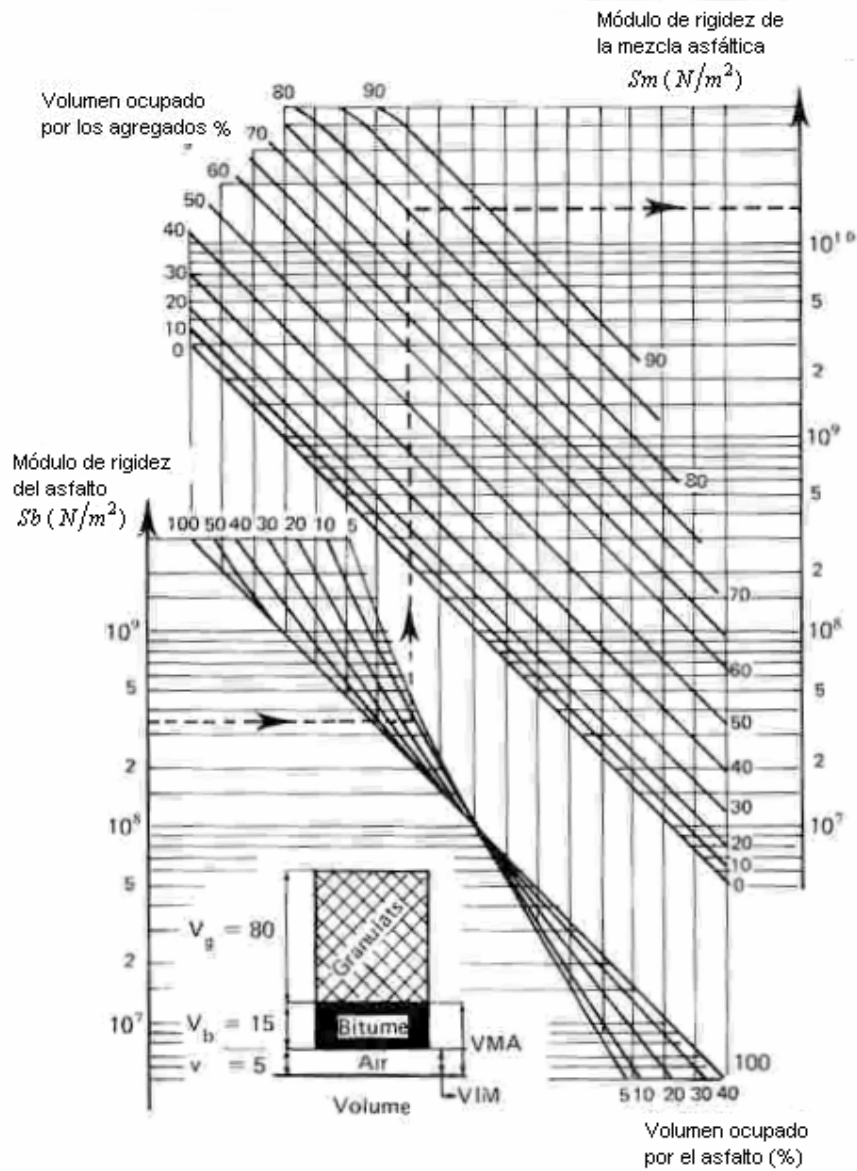
Todos estos métodos se apoyan en resultados experimentales obtenidos sobre un rango de mezclas más o menos extendido. Permiten encontrar los módulos de las mezclas estudiadas en cada caso: mastics y mezclas densas por el método de Van der Poel, mezclas abiertas por el método de Saunier, asfaltos bituminosos para capas de rodamiento por el método de Verstraeten. Los métodos de Draat y Sommer y de Francken y Verstraeten permiten cubrir un rango más amplio, pero de la misma manera son más complicados. El método del CRR así como el método de Saunier, no permiten tener en cuenta el envejecimiento del asfalto que se produce durante el mezclado y a lo largo del tiempo, particularmente cuando la mezcla tiene un porcentaje de vacíos importante.

Bonnaure y otros, realizaron una investigación sobre los parámetros que influían sobre el módulo complejo y sobre el ángulo de pérdida, empleando valores obtenidos en ensayos dinámicos. Bonnaure y otros, determinaron que la rigidez de la mezcla dependía de tres parámetros:

- Módulo de rigidez del asfalto S_b , a las condiciones de sollicitación
- Porcentaje en volumen de agregado V_g contenido en la mezcla.
- Porcentaje en volumen de asfalto V_b , contenido en la mezcla.

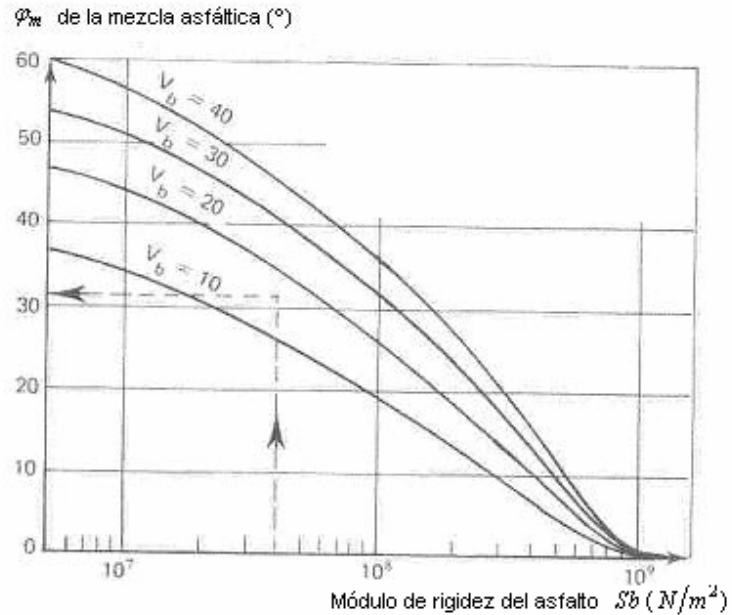
A partir de los resultados obtenidos en sus análisis, construyeron dos nomogramas por medio de los cuales puede encontrarse el módulo de rigidez de la mezcla y el ángulo de pérdida. Estos nomogramas se aprecian en las figuras 8 y 9.

Figura 8. Nomograma de cálculo del módulo de rigidez de las mezclas asfálticas



Fuente: Bonnaure, F., Ugé, P., Gest, G., Gravois, A. "Nouvelle Méthode de calcul du module complexe de mélanges bitumineux". Bull. Liaison Labo. P. et Ch., Spécial V, 1977. p. 210.

Figura 9. Nomograma de estimación del ángulo de pérdida de las mezclas asfálticas.



Fuente: : Bonnaure, F., Ugé, P., Gest, G., Gravois, A. "Nouvelle Méthode de calcul du module complexe de mélanges bitumineux". Bull. Liaison Labo. P. et Ch., Spécial V, 1977. p. 210.

1.8 MODELAMIENTO DE COMPOSITES

El comportamiento macroscópico de un material puede obtenerse ya sea por medio una descripción fenomenológica, o mediante una técnica llamada homogenización, consistente en pasar de la descripción microscópica a la descripción macroscópica. La homogenización permite reemplazar un material heterogéneo, por un material macroscópico equivalente, que en "promedio" se comporta como el material heterogéneo.

1.8.1 Comportamiento elástico y principio de correspondencia.

La teoría clásica de la elasticidad, trata las propiedades mecánicas de los sólidos elásticos como se menciona secciones atrás. A deformaciones

pequeñas (espectrometría mecánica) se permanece en el dominio lineal, entonces, según la ley de Hooke, los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones. Los modelos de predicción de los módulos de Young o de cortante, a partir de las propiedades de los dos constituyentes (refuerzo y matriz) son muy numerosos.

Es posible decir que las leyes de comportamiento elástico son casos especiales de las leyes de comportamiento viscoelástico. Suponiendo la hipótesis de que la variación de la deformación en un punto fuera sinusoidal, la sollicitación se presentaría de la siguiente manera:

$$\varepsilon_{ij}(t) = \varepsilon_{ij} e^{j\omega t}$$

Donde:

ε_{ij} = Amplitud real o compleja, en el primer caso es la amplitud de vibración.

ω = Frecuencia de sollicitación

$$j^2 = -1$$

Si se reemplaza la ecuación anterior en la relación esfuerzo-deformación se tiene que:

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma_{ij} e^{j\omega t}$$

Con

$$\sigma_{ij} = C_{ijk}^* \varepsilon_k$$

Por lo tanto

$$\sigma_{ij}(t) = C_{ijk}^* \varepsilon_k e^{j\omega t}$$

A partir de lo anterior, se puede ver que el esfuerzo y la deformación están exactamente en fase y sus amplitudes están ligadas por la ley del comportamiento elástico. Puede entonces aplicarse, un procedimiento similar al utilizado en el caso de materiales elásticos, para los materiales viscoelásticos.

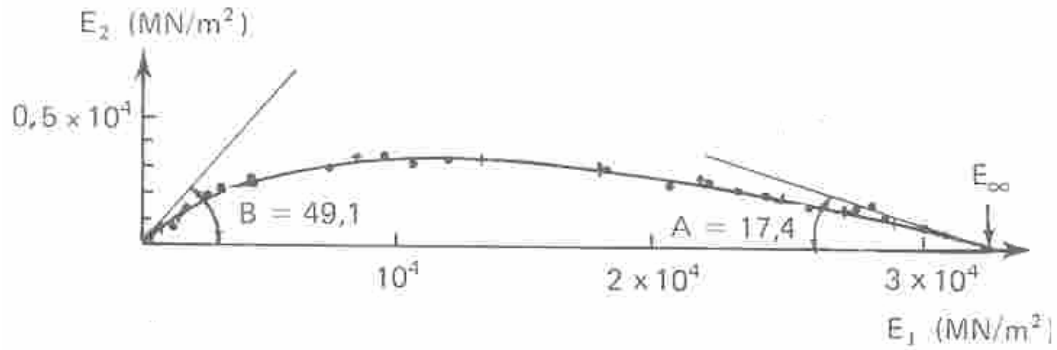
Los diversos modelos existentes, se pueden clasificar en varias categorías como por ejemplo: modelos reológicos, modelos geométricos, modelos auto-coherentes, modelos por métodos de elementos finitos, modelos empíricos, entre otros.

1.8.2 Modelos reológicos.

Estos modelos están constituidos por elementos elásticos (resortes), viscosos (amortiguadores) y de patines o de combinaciones de estos elementos colocados en serie o en paralelo; estas asociaciones permiten describir procesos viscoelásticos tales como la variación del módulo con el tiempo.

Cuando se llevan a un plano complejo aritmético las componentes del módulo complejo, E_1 y E_2 , los puntos forman una curva continua de forma semicircular. Estos resultados no dependen ni de la frecuencia ni de la temperatura, sino que sólo importa la distancia que hay del origen al punto en consideración. Se observa entonces que hay una curva única para cada mezcla asfáltica, la cual determina la relación que hay entre las componentes del módulo. La utilización de esta curva permite la rápida comparación visual de los resultados de los distintos modelos reológicos empleados con los datos medidos sobre las muestras. En cuanto a mezclas asfálticas el modelo reológico más adecuado corresponde al modelo de Cole-Cole, que posee una curva característica basada en un modelo bипarabólico seriado.

Figura 10. Representación del modulo complejo $E^*(j\omega)$ de una mezcla en el plano complejo (plano de Cole-Cole).



Fuente: Francken, L. "Module complexe des melanges bitumineux". Bull. Liaison Labo. P. et Ch., Spécial V, 1977. p. 190.

El empleo de la equivalencia frecuencia-temperatura y la representación Cole-Cole, permitirán la representación global de los resultados de una mezcla en forma condensada, por medio de una curva única cuyas características son fáciles de analizar y comparar con los resultados de los modelos propuestos.

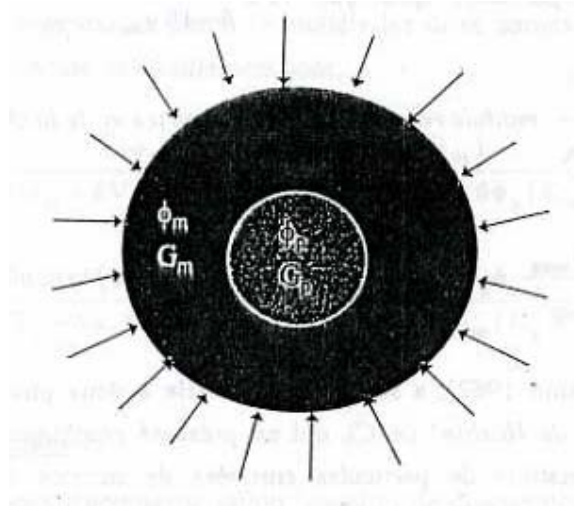
Los modelos empleados más frecuentemente son: el modelo de Maxwell, Voigt, Kelvin-Voigt, Tener y Biparabólico. La asociación de estos modelos en serie o en paralelo conduce de una manera sencilla, a una predicción conveniente de los comportamientos viscoelásticos. Este tipo de modelos, permite en efecto encontrar las tres componentes de la deformación: elástica, inelástica y plástica.

1.8.3 Modelos geométricos.

El modelo de Kerner es un modelo geométrico a dos fases y a partir de una suspensión de granos. Las inclusiones se suponen perfectamente ligadas al medio de suspensión y pueden considerarse como esferas (Ver figura 11). El

estudio se hace considerando una compresión hidrostática uniforme sobre una inclusión, así como una tensión uniforme sobre una inclusión promedio.

Figura 11. Esquema del modelo a dos fases de Kerner.



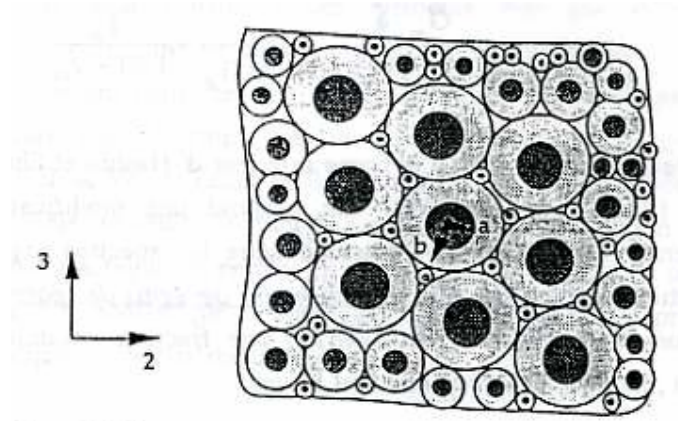
Fuente: Shaterzadeh, Mohsen. Etude et modelisation physique et mecanique du comportement viscoelastique et plastique de composites particulaires a matrice polymere. Ecole Doctorale Matériaux de Lyon. Octobre de 1997. p 58.

Hashin supuso un modelo a dos fases llamado “Ensamble de esferas composites de Hashin” (ASC), que se presenta gráficamente en la figura 9. Este modelo esta constituido de partículas envueltas dentro de una matriz, en una configuración que respeta las fracciones volumétricas de los dos componentes; el ensamble se realiza por la yuxtaposición de tales elementos composites en todas las dimensiones, de manera que el espacio sea completamente llenado y que la continuidad de la matriz sea asegurada.

Este modelo se reduce entonces a una esfera composite para determinar el coeficiente de compresibilidad volumétrica efectivo K_c .

$$K_c = K_m + (K_p - K_m) \cdot \frac{(3K_m + 4G_m) \cdot \phi_p}{3K_p + 4G_m - 3(K_p - K_m) \cdot \phi_p}$$

Figura 12. Ensamble de esferas composites de Hashin.



Fuente: Shaterzadeh, Mohsen. Etude et modelisation physique et mecanique du comportement viscoelastique et plastique de composites particulaires a matrice polymere. Ecole Doctorale Matériaux de Lyon. Octubre de 1997. p 59.

1.8.4 Métodos variacionales.

Hashin y Shtrickman propusieron dos límites, superior e inferior, que permiten definir un rango de las diferentes constantes elásticas de los composites particulados (E, G, K, ν) . Estos límites, son directamente dependientes de la relación de las propiedades elásticas de los diferentes componentes. Por ejemplo, según este modelo los límites inferior y superior para el módulo de cortante están dados por:

$$G_c^- = G_m + \frac{5\phi_p(G_p - G_m)(3K_m + 4G_m)}{9K_m + 8G_m + 6V_m(K_m + 2G_m)(G_m/G_p) + 6\phi_p(K_m + 2G_m)}$$

$$G_c^+ = G_p + \frac{5\phi_m(G_m - G_p)(3K_p + 4G_p)}{9K_p + 8G_p + 6V_p(K_p + 2G_p)(G_p/G_m) + 6\phi_m(K_p + 2G_p)}$$

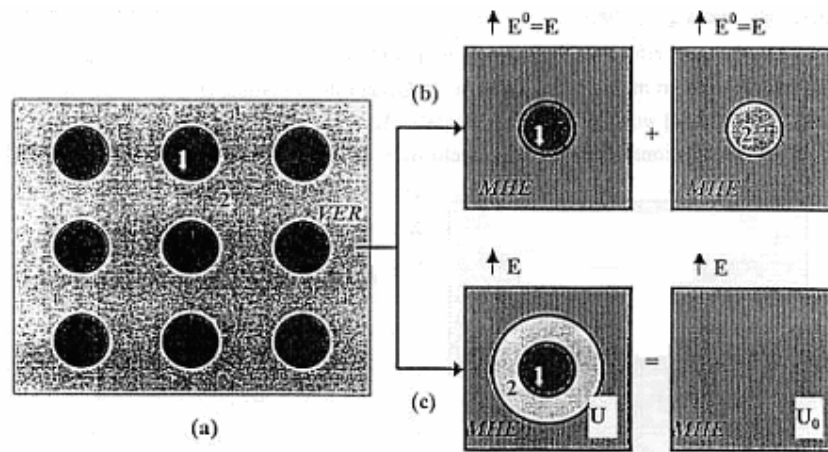
1.8.5 Modelos auto-coherentes.

El objetivo de los métodos de homogenización (usualmente de cambio de escala), es reemplazar el material por un medio homogéneo ficticio,

mecánicamente equivalente. Esta operación de homogenización permite, cuando es posible, disponer de una ley de comportamiento macroscópico más rica que si fuera identificada directamente de las respuestas experimentales globales o incluso poder predecir de que manera afecta o podría afectar la microestructura, una determinada propiedad mecánica global.

El problema entonces se reduce a la definición y descripción del “Volumen Elemental Representativo” (VER). Luego, mediante un análisis mecánico apropiado, a la determinación del “Medio Homogéneo Equivalente” (MHE) (figura 13), es decir de un medio homogéneo ficticio de comportamiento mecánico equivalente al del material heterogéneo real.

Figura 13. Presentación esquemática del método de homogenización mediante modelos autocohérentes: (a) material heterogéneo y VER; (b) modelo clásico (o a 2 fases); (c) modelo generalizado (o a 3 fases).



Fuente: Shaterzadeh, Mohsen. Etude et modelisation physique et mecanique du comportement viscoelastique et plastique de composites particulaires a matrice polymere. Ecole Doctorale Matériaux de Lyon. Octubre de 1997. p 60.

Este MHE debería ser tal que los campos $E(X), E(x) \dots$ (esfuerzo, deformación,...), las soluciones del problema de estructura resuelto con las características homogenizadas sean, en todo punto macroscópico X , iguales a los valores medios sobre el VER ligado a X , de los campos locales $\sigma(x), \varepsilon(x), \dots$, que se habrían determinado si se tuvieran en cuenta en la

resolución del problema de estructura, es decir, de la heterogeneidad microestructural tenida en cuenta en la descripción del VER.

Los materiales composites con refuerzo esférico, son estáticamente isotrópicos, es decir que la relación esfuerzo-deformación efectiva que se describe, es independiente de la selección de la referencia. Por analogía con un material homogéneo isotrópico, esta relación se reduce a:

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \lambda_c \langle \varepsilon_{kk} \rangle \delta_{ij} + 2G_c \langle \varepsilon_{ij} \rangle$$

O bien

$$\langle \sigma \rangle = 3K_c \langle \varepsilon \rangle \quad ; \quad \langle s_{ij} \rangle = 2G_c \langle e_{ij} \rangle$$

Con:

K_c : el coeficiente efectivo de compresibilidad volumétrica.

G_c : el módulo de cortante efectivo.

$\langle \sigma \rangle, \langle \varepsilon \rangle$: Las partes isotrópicas del esfuerzo o de la deformación media.

$\langle s_{ij} \rangle, \langle e_{kk} \rangle$: Las partes desviadoras del esfuerzo o de la deformación media.

En la metodología de la homogenización, es necesario primero proceder a la representación del VER, es decir, a su descripción geométrica o mecánica.

1.8.6 Modelo a tres fases (Christensen y Lo).

Christensen y Lo adaptaron a los composites la idea básica de la aproximación autocoherente. Ellos pusieron la esfera composite de Hashin (Ensamble de esferas composites de Hashin, ASC) en un medio homogéneo equivalente, es decir un modelo a 3 fases, identificado por una condición de equivalencia energética (Ver figura 14). Los autores determinaron el módulo de cortante (G_c) del composite, suponiendo que un refuerzo en un material composite, se comporta como si estuviera ubicado en un medio infinito, que posee las

características elásticas de la matriz. Esta hipótesis se traduce en la siguiente expresión:

$$U = U_c \pm \frac{1}{2} \int_s (\sigma_i^o \cdot u_{ie} - \sigma_{ie} \cdot u_i^o) \cdot dS$$

donde:

S : Superficie de inclusión ($r = b$).

U_c : Energía de deformación del material homogéneo.

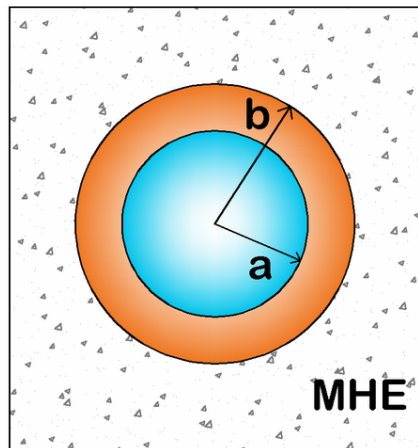
σ_{ie}, u_{ie} : Esfuerzo y deformación en un medio perturbado por la presencia de la inclusión.

σ_i^o, u_i^o : Esfuerzo y deformación en un medio homogéneo sin inclusión.

Suponiendo ϕ_p como la fracción volumétrica de refuerzo; a y b como los radios de las fases 1 y 2, entonces la relación de estos parámetros se expresa:

$$\phi_p = \left(\frac{a}{b}\right)^3$$

Figura 14. Modelo autocoherente a 3 fases de Christensen y Lo.



Fuente: Shaterzadeh, Mohsen. Etude et modelisation physique et mecanique du comportement viscoelastique et plastique de composites particulaires a matrice polymere. Ecole Doctorale Matériaux de Lyon. Octobre de 1997. p 63.

Considerando las condiciones de continuidad de los desplazamientos u_r y u_t , y de los esfuerzos σ_{rr} , $\sigma_{r\theta}$ y $\sigma_{r\phi}$ en las interfases $r=a$ y $r=b$ y describiendo las relaciones de elasticidad, el cálculo del módulo de cortante de un composite G_c , se reduce a la resolución de una ecuación algebraica de segundo orden:

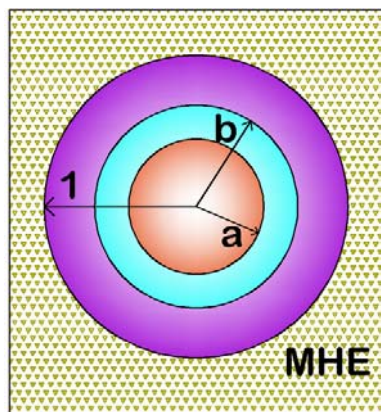
$$R\left(\frac{G_c}{G_m}\right)^2 + S\left(\frac{G_c}{G_m}\right) + T = 0$$

Esta ecuación proporciona la relación del módulo de cortante del composite sobre el de la matriz (por el principio de correspondencia dinámica, también los módulos complejos de cortante (G_c^*/G_m^*)). En este punto es importante recordar que en elasticidad pura, la relación (G_c^*/G_m^*) se da como una raíz positiva.

1.8.7 Modelo a 4 fases (Maurer).

En el caso de materiales composites particulares con interfase, no es posible utilizar los modelos a dos o tres anteriormente presentados. Maurer [Maurer 1990] presentó un modelo autocoherente a cuatro fases que se esquematiza en la figura 15.

Figura 15. Modelo autocoherente a cuatro fases de Maurer.



Fuente: Shaterzadeh, Mohsen. Etude et modelisation physique et mecanique du comportement viscoelastique et plastique de composites particulaires a matrice polymere. Ecole Doctorale Matériaux de Lyon. Octobre de 1997. p 64.

El VER en este modelo se encuentra constituido por una inclusión composite esférica, rodeada de un medio homogéneo equivalente infinito. Esta inclusión esta compuesta por un refuerzo esférico de radio a , envuelto por una interfase esférica de radio b y rodeada de un cascaron de matriz esférico de radio igual a 1. Las fracciones volumétricas de cada fase son:

$$\phi_p = a^3 \quad , \quad \phi_l = b^3 - a^3 \quad , \quad \phi_m = 1 - b^3$$

Donde los índices p , l y m , representan respectivamente partícula esférica, interfaz y matriz. La ecuación dada por Maurer es la siguiente:

$$40|A| \cdot \left(\frac{G_c}{G_m} \right)^2 + [2|B| + 8|C|] \cdot \left(\frac{G_c}{G_m} \right) - 5|D| = 0$$

Donde $|A|$, $|B|$, $|C|$ y $|D|$ son los determinantes de matrices de 10x10.

1.8.8 Modelo a (n+1) fases de Hervé y Zaoui.

Hervé y Zaoui [Herve 1993, 1995], estudiaron y generalizaron la solución de Christensen y Lo, al caso de un composite de n capas (modelo a n+1 fases). Según su modelo, la predicción de las propiedades elásticas y viscoelásticas de los composites particulares, reposan sobre la determinación de los campos de esfuerzos o de deformaciones, en un medio infinito que contiene una esfera composite que ya está constituida de n capas (ver figura 16), e inmersa en una matriz sometida a condiciones homogéneas de esfuerzo o de deformación en el infinito.

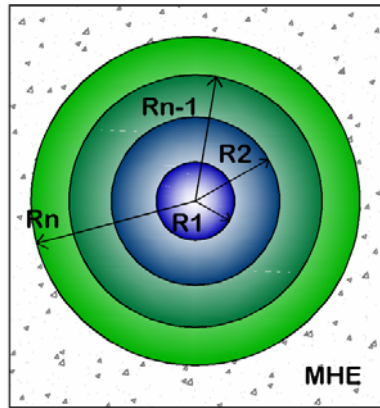
En el caso de $n = 2$, se encuentra el modelo a 3 fases de Christensen y Lo. El módulo de cortante del composite respecto al de la matriz, es similar a la solución de Christensen y Lo y se encuentra dado por la siguiente ecuación:

$$X \left(\frac{G_c}{G_m} \right)^2 + Y \left(\frac{G_c}{G_m} \right) + Z = 0$$

Donde los parámetros X , Y y Z están relacionados en el Anexo A y son funciones de:

- Las fracciones volumétricas de cada fase.
- Los coeficientes de Poisson de cada fase.
- Los módulos de cortante de las fases 1 a la n .

Figura 16. Modelo autocoherente a $n+1$ fases de Hervé y Zaoui.



Fuente: Shaterzadeh, Mohsen. Etude et modelisation physique et mecanique du comportement viscoelastique et plastique de composites particulaires a matrice polymere. Ecole Doctorale Matériaux de Lyon. Octobre de 1997. p 65.

La capa n , es la última o bien la fase conexa (la matriz). Además, los parámetros (X , Y , Z) son funciones de $H_{\alpha\beta}$ que se define como:

$$H_{\alpha\beta} = P_{\alpha 1}^{(n-1)} P_{\beta 2}^{(n-1)} - P_{\beta 1}^{(n-1)} P_{\alpha 2}^{(n-1)}$$

Donde $\alpha \in [1,4]$, $\beta \in [1,4]$ y la matriz P es considerada como producto de la matriz M que corresponde al número de fases del material composite.

$$P^{(n-1)} = \prod_{j=n-1}^1 M^j$$

Las matrices M y P y los valores de $H_{\alpha\beta}$, para los modelos a 3, 4 y 5 fases están simplificados en el anexo A. Este modelo permite resolver completamente el problema de la elasticidad lineal de un composite con refuerzo esférico, con una interfaz que posee un gradiente de propiedades.

2. MODELAMIENTO DE MEZCLAS ASFÁLTICAS

2.1 INFORMACIÓN PRIMARIA

Para la aplicación del modelo propuesto, se cuenta con los resultados de ensayos dinámicos realizados sobre dos mezclas asfálticas, así como la información sobre los materiales que las componen. Estos ensayos fueron realizados en el Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) y contienen información detallada sobre los materiales y las mezclas.

El primer material empleado es una mezcla de arena-asfalto y será denominada MA-1, el segundo material es una mezcla asfáltica de módulo elevado (EME), que será denominada MA-2.

2.1.1 Los agregados.

Ambos materiales (MA-1 y MA-2), emplean el mismo tipo de agregado aunque con granulometrías distintas; éste agregado corresponde a un material extraído de una cantera de diorita, triturado y seleccionado para obtener la granulometría esperada (origen).

Se emplearon probetas cilíndricas talladas de un bloque de diorita para obtener los parámetros de resistencia y los valores medidos fueron: E, G, K, ν

$$\text{Módulo de Young } (E) = 104000 \text{ [MPa]}$$

$$\text{Coeficiente de Poisson } (\nu) = 0.25$$

Figura 17. Gráfico de la granulometría arena-asfalto.

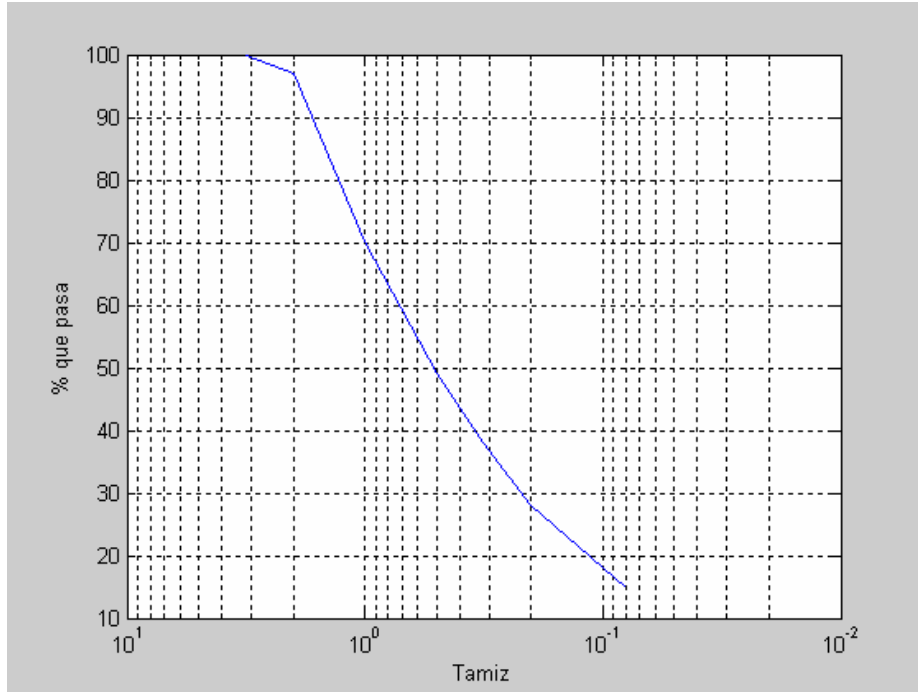
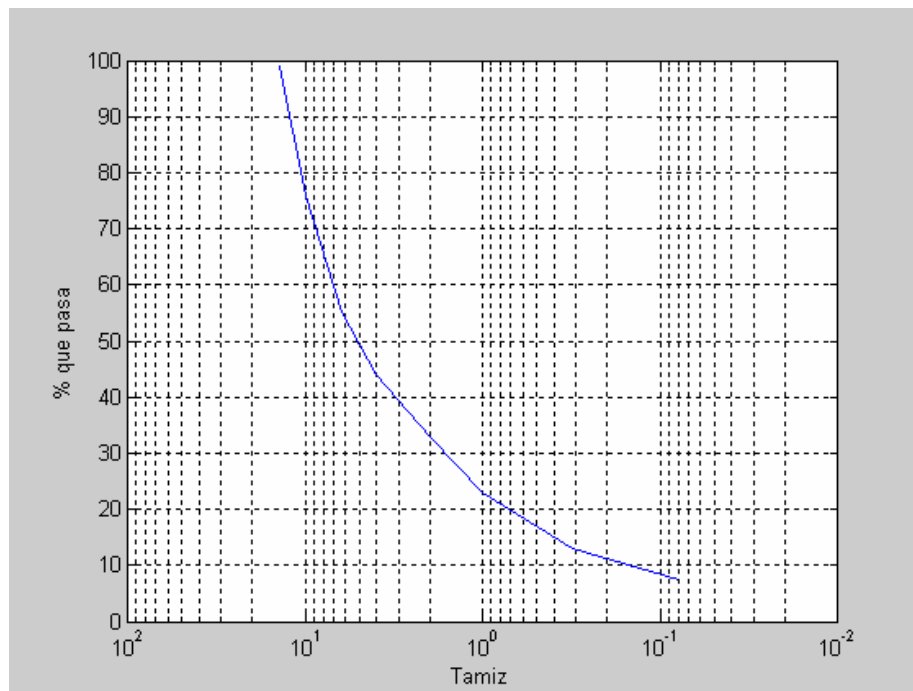


Figura 18. Gráfico de la granulometría del concreto asfáltico de módulo elevado.

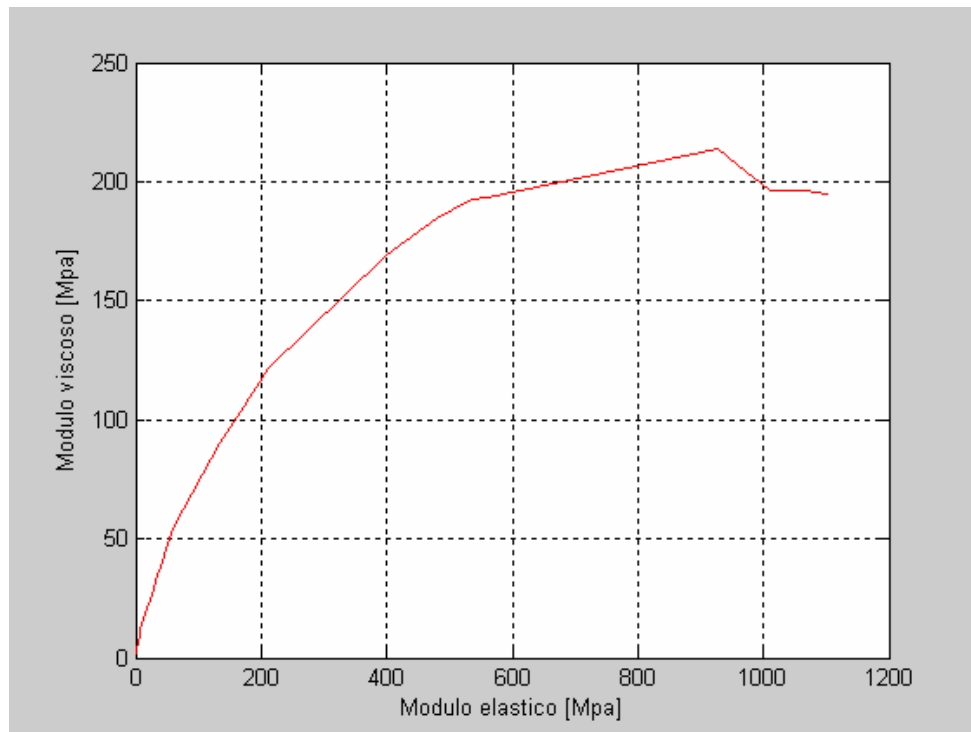


2.1.2 Los asfaltos.

Las mezclas trabajadas, utilizan asfaltos con características distintas. La primera, o MA-1, emplea un asfalto 50-70 y para la medición de sus propiedades mecánicas se empleó una probeta de asfalto después de ser sometida a envejecimiento acelerado RTFOT. El segundo material (MA-2), emplea asfalto 10-20, recuperado de una placa de concreto asfáltico fabricada en laboratorio (LCPC).

Los valores del módulo dinámico de ambas mezclas se obtuvieron empleando un reómetro Metravib para varias condiciones de frecuencia y temperatura. Los valores medidos en los ensayos, se muestran en la tabla siguiente y su representación se muestra en las figuras 19 y 20.

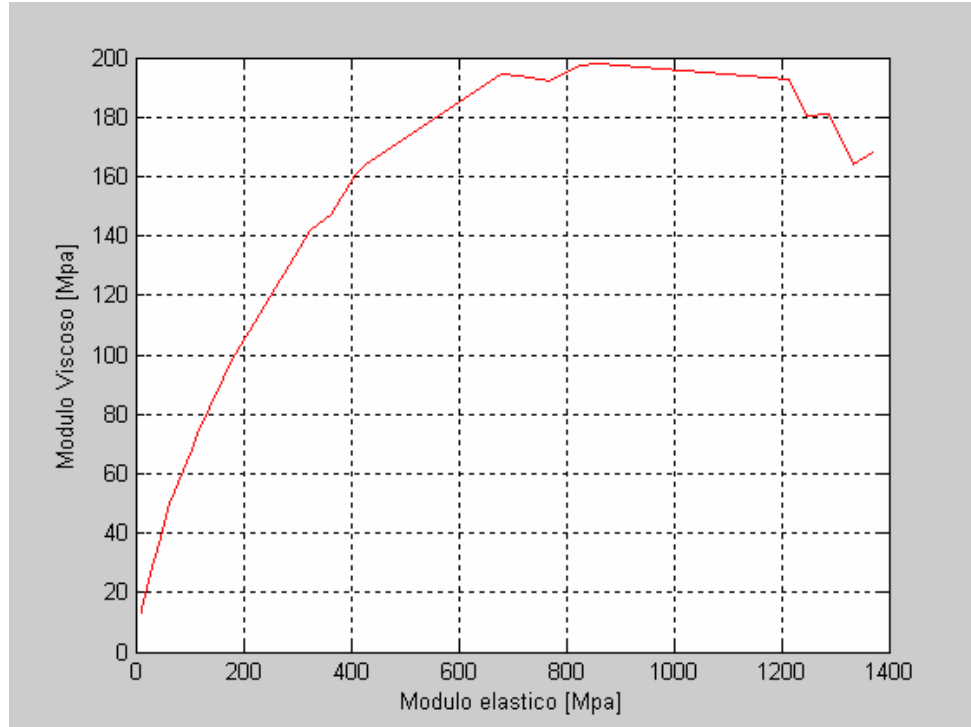
Figura 19. Diagrama Cole-Cole para el asfalto 50/70.



Cuadro 2. Propiedades de los asfaltos.

Condiciones ensayo		Asfalto 50-70		Asfalto 10-20	
Temperatura	Frecuencia	E1(MPa)	E2(MPa)	E1(MPa)	E2(MPa)
-10	30	1102.9847	194.485959	1369.714	168.1797
	25	1067.1408	196.049527	1333.982	163.7924
	15.6	1011.076	196.533265	1287.348	180.925
	10	958.84499	207.309625	1246.034	180.2223
	7.8	926.62593	213.928453	1214.857	192.4144
0	30	560.69252	193.061916	858.42	198.1819
	25	534.31946	192.682934	825.7836	197.1864
	15.6	480.79392	184.559494	770.4148	192.086
	10	430.65238	175.395357	712.1484	193.6199
	7.8	397.6581	168.795848	678.6508	194.6
10	30	211.3102	122	427.5798	164.1325
	25	191.74706	113.851071	407.4388	160.7409
	15.6	161.97719	101.214579	363.4561	146.8458
	10	134.55654	90.2138499	324.2686	142.0066
	7.8	119.5962	83.7421597	305.1242	135.85
20	30	60.194731	54.1995791	175.7986	97.44673
	25	52.296431	48.0216958	162.7083	92.16841
	15.6	41.721708	40.2901855	136.2896	81.89105
	10	32.373272	32.6798297	115.8264	73.16585
	7.8	27.786335	28.773592	104.8338	68.07988
30	30	9.5062794	14.0936387	63.82887	49.86858
	25	7.7311925	11.6717035	57.35179	45.16384
	15.6	5.6654188	9.42884031	45.96267	38.56726
	10	3.8772557	6.99763447	36.76675	32.39145
	7.8	3.2863009	6.18063315	31.95523	28.77262
40	30	1.5629245	3.68201941	22.92373	23.73821
	25	1.1601329	2.76660292	19.79645	21.19199
	15.6	0.7167359	1.86716085	15.08936	17.35832
	10	0.6718896	1.88376336	11.51956	13.83111
	7.8	0.3255682	0.94551858	10.06913	12.43434

Figura 20. Diagrama Cole-Cole para el asfalto 10/20.



2.1.3 Cálculo de los coeficientes de Poisson.

El valor del coeficiente de Poisson de un asfalto presenta un comportamiento dependiente de la temperatura. Para bajas temperaturas, el asfalto tiene un comportamiento de sólido elástico y su coeficiente de Poisson se considera cercano a 0.32.; para temperaturas altas, el asfalto se torna un líquido viscoso y su coeficiente de Poisson se considera cercano a 0.5.

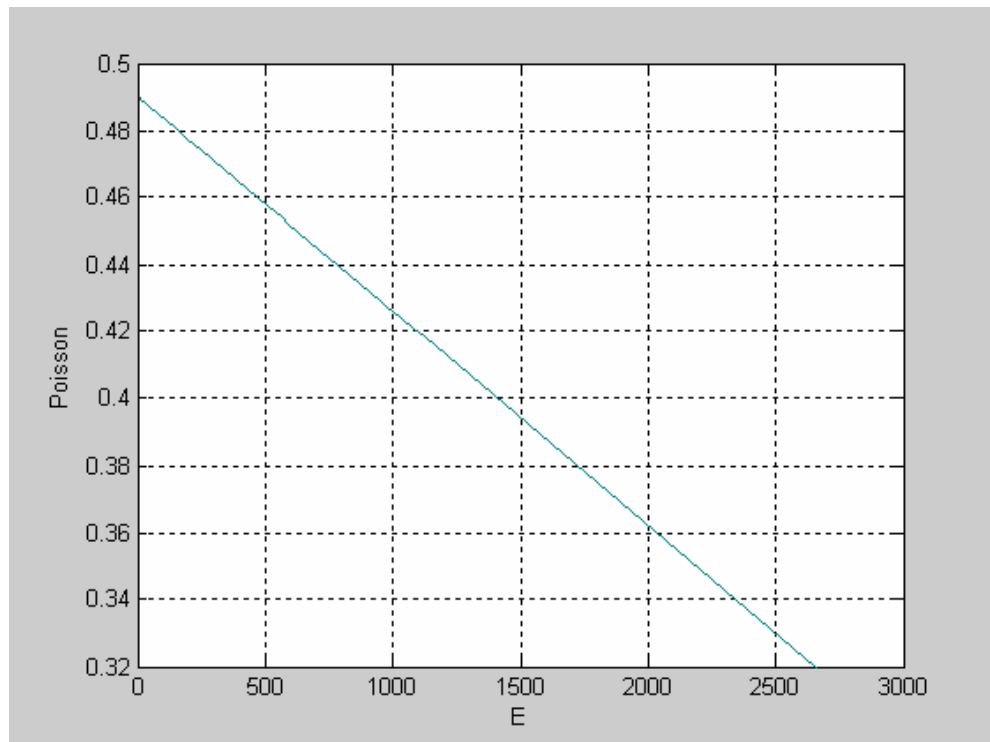
En el presente trabajo se procedió de la siguiente manera para realizar el cálculo de los coeficientes de Poisson de los asfaltos: primero se realizó un gráfico del logaritmo de $|E^*|$ versus $(1-\phi/90^\circ)$, el cual presenta un comportamiento lineal. Al realizar una regresión lineal, se obtiene una ecuación, la cual se utiliza para calcular el valor de $|E^*|$, que corresponde a la condición $\phi = 0$.

Al valor encontrado (E_0), le fue asignado el coeficiente de 0.32 que corresponde al asfalto visto como un sólido elástico (comportamiento a bajas temperaturas). Los valores del coeficiente de Poisson, correspondientes a los demás valores del módulo complejo, varían proporcionalmente con el cambio de rigidez y se determinan así:

$$\nu_i = 0.5 \left[1 - \left(1 - 2 * 0.32 \right) * \frac{E_i}{E_0} \right]$$

Los valores obtenidos se presentan en la siguiente tabla y se muestran gráficamente en las figuras 21 y 22.

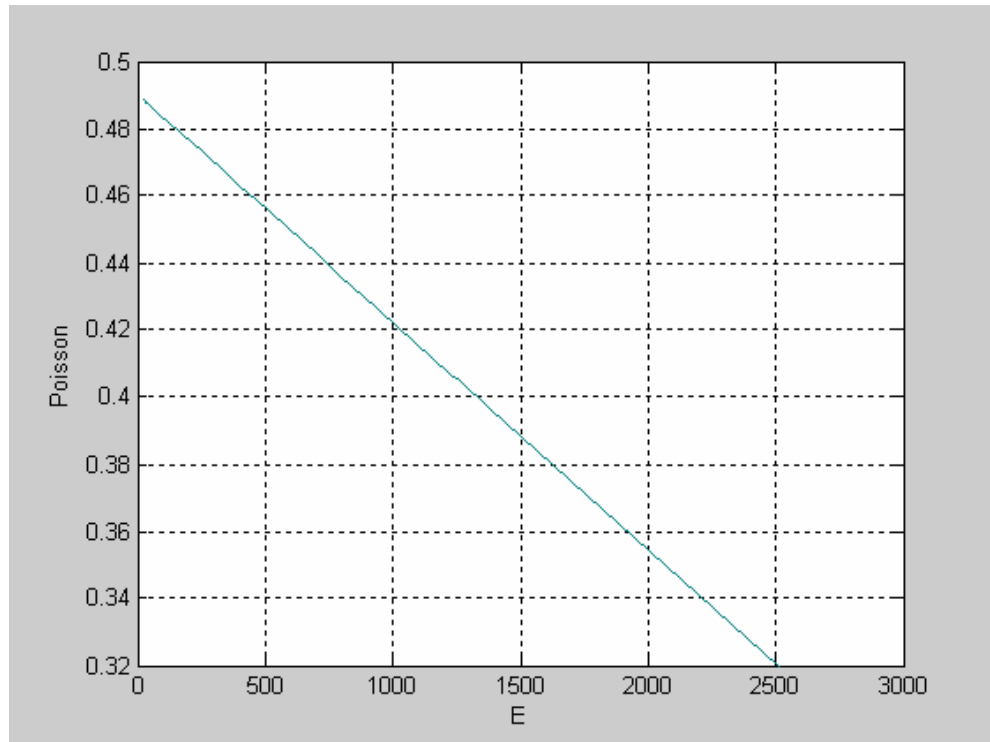
Figura 21. $|E^*|$ vs Poisson para MA-1.



Cuadro 3. Coeficientes de Poisson estimados.

Cond. Ensayo		Asfalto 50-70			Asfalto 50-70		
T.(°C)	Frec.	E* (MPa)	ϕ (°)	Poisson	E* (MPa)	ϕ (°)	Poisson
E0	E0	2660.112	0	0.32	2514.201	0	0.32
-10	30	1120	10	0.424214	1380	7	0.401201
	25	1085	10.41	0.426582	1344	7	0.403779
	15.6	1030	11	0.430304	1300	8	0.406929
	10	981	12.2	0.433619	1259	8.23	0.409864
	7.8	951	13	0.435649	1230	9	0.41194
0	30	593	19	0.459874	881	13	0.436926
	25	568	19.83	0.461566	849	13.43	0.439217
	15.6	515	21	0.465152	794	14	0.443155
	10	465	22.16	0.468535	738	15.21	0.447164
	7.8	432	23	0.470768	706	16	0.449455
10	30	244	30	0.483489	458	21	0.46721
	25	223	30.7	0.48491	438	21.53	0.468642
	15.6	191	32	0.487076	392	22	0.471935
	10	162	33.84	0.489038	354	23.65	0.474656
	7.8	146	35	0.490121	334	24	0.476088
20	30	81	42	0.494519	201	29	0.48561
	25	71	42.56	0.495196	187	29.53	0.486612
	15.6	58	44	0.496075	159	31	0.488617
	10	46	45.27	0.496887	137	32.28	0.490192
	7.8	40	46	0.497293	125	33	0.491051
30	30	17	56	0.49885	81	38	0.494201
	25	14	56.48	0.499053	73	38.22	0.494774
	15.6	11	59	0.499256	60	40	0.495704
	10	8	61.01	0.499459	49	41.38	0.496492
	7.8	7	62	0.499526	43	42	0.496921
40	30	4	67	0.499729	33	46	0.497637
	25	3	67.25	0.499797	29	46.95	0.497924
	15.6	2	69	0.499865	23	49	0.498353
	10	2	70.37	0.499865	18	50.21	0.498711
	7.8	1	71	0.499932	16	51	0.498855

Figura 22. $|E^*|$ vs Poisson para MA-1.



2.1.4 Vacíos.

Toda mezcla asfáltica presenta siempre incluido un volumen de aire en forma de burbujas. Estas burbujas se forman debido a que los agregados, aunque tengan una gran variedad de tamaño, nunca logran tener una acomodación perfecta y el asfalto no llega a ocupar la gran cantidad de espacios "vacíos" que se forman entre los agregados.

El volumen de vacíos es una propiedad importante de las mezclas asfálticas y para realizar un modelado correcto de las mismas, éste volumen debe ser considerado. Debido a que el aire no ofrece una resistencia que sea apreciable en comparación con otros componentes de la mezcla asfáltica, sus parámetros son los siguientes:

Módulo de Young (E) = 0 [MPa]

Coeficiente de Poisson (ν) = 0

2.1.5 Las Mezclas.

Una vez se han tenido en cuenta los componentes de las mezclas por separado, es posible pasar a la determinación de las características de la mezcla como tal. En este caso, lo más importante son los volúmenes de los materiales que la componen y sus parámetros de resistencia, medidos mediante ensayos dinámicos.

- Volúmenes de la probeta de MA-1 (metros cúbicos)

Volumen	419,06
Agregado	318,51
Ligante	88,82
Vacíos	11,73

- Volúmenes de la probeta de MA-2 (metros cúbicos)

Volumen	391,18
Agregado	323,55
Ligante	56,68
Vacíos	10,95

Los resultados de los ensayos dinámicos sobre las probetas son los siguientes:

Cuadro 4. Valores experimentales para las mezclas asfálticas.

Condiciones ensayo		Arena Asfalto		Mezcla módulo elevado	
Temperatura	Frecuencia	E1(MPa)	E2(MPa)	E1(MPa)	E2(MPa)
-10	30	18516.784	1294.81967	27155.23	1451.6617
	25	18382.113	1285.40254	26823.92	1466.8184
	15.6	17938.935	1367.72863	26393.46	1568.0605
	10	17656.192	1417.48198	25910.46	1666.4725
	7.8	17278.205	1426.59924	25628.51	1747.1768
0	30	14237.084	2000.89167	22255.64	2421.666
	25	14033.089	1972.22201	21915	2454.288
	15.6	13318.435	1988.07706	21150.17	2596.9138
	10	12885.382	2040.84403	20513.77	2671.5553
	7.8	12338.885	2055.96684	19921.13	2764.2847
10	30	8906.802	2386.57041	15850.84	3325.8518
	25	8673.048	2323.93621	15465.85	3352.3133
	15.6	7813.6801	2274.52117	14383.3	3453.1238
	10	7311.9062	2235.47405	13403.94	3426.5899
	7.8	6714.6406	2190.79215	12815.32	3554.0032
20	30	5994.3276	2544.44111	8575.265	3357.1572
	25	5731.0632	2432.69201	8142.898	3381.2271
	15.6	4817.7806	2284.55986	7158.136	3292.3747
	10	4313.3626	2197.76801	6149.075	3092.6627
	7.8	3758.9221	2029.89873	5796.884	3134.3635
30	30	4032.6955	2054.761	3235.993	2453.583
	25	3794.0258	2017.31931	2937.339	2324.7695
	15.6	3116.4572	1784.0896	2409.788	2094.7965
	10	2706.1215	1690.97237	1759.928	1700.1362
	7.8	2336.7752	1505.94882	1786.369	1743.2446
40	30	1255.7343	1170.99118	769.5191	1040.3251
	25	1135.1182	1096.17091	666.9224	929.48938
	15.6	884.36599	866.33758	517.251	711.93496
	10	705.07825	730.129897	381.9654	554.10414
	7.8	611.22266	626.124473	361.9248	478.55036

Figura 23. Diagrama Cole-Cole para MA-1

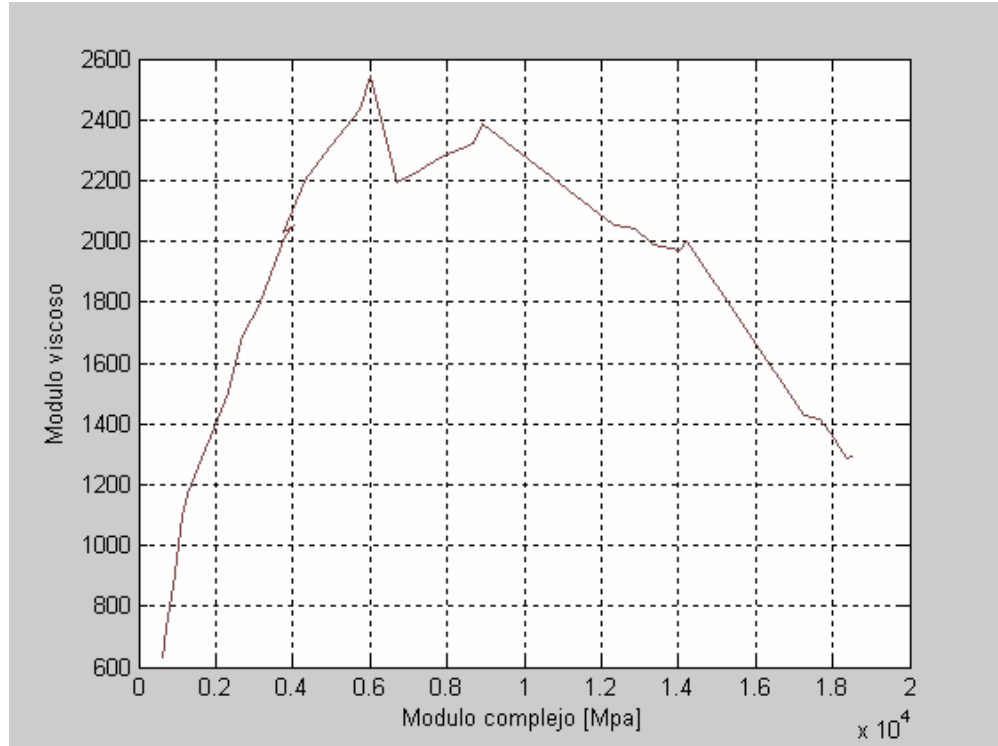
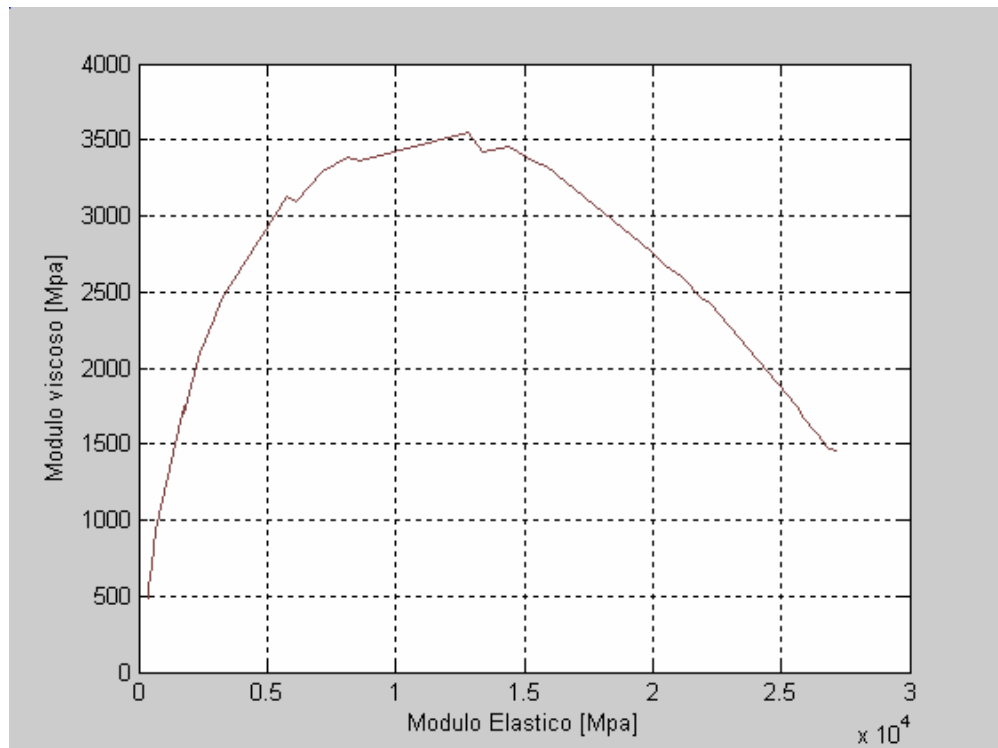


Figura 24. Diagrama Cole-Cole para MA-2.

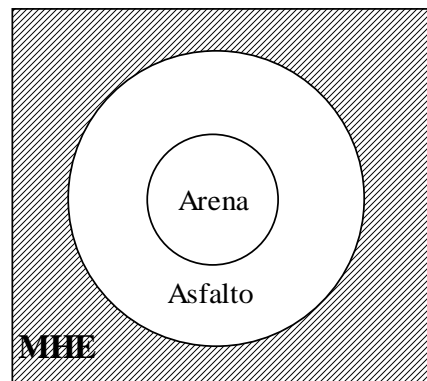


A partir de los resultados observados, se procede al desarrollo de un modelo que permita, a partir de los datos iniciales de resistencia de los materiales que componen la mezcla asfáltica, encontrar cual es la resistencia de esa mezcla.

2.2 MODELOS APLICADOS A UN ESQUEMA SIMPLIFICADO ARENA-ASFALTO

Una manera sencilla de hacer una primera aproximación mediante los modelos micromecánicos, es considerar los agregados como una inclusión y el asfalto como la matriz continua, luego, aplicar las ecuaciones necesarias para calcular los módulos.

Figura 25. Simplificación del modelo del asfalto (se omite el aire), para una primer aproximación a los resultados de los modelos a emplear.



Para realizar un modelamiento de la mezcla asfáltica, a continuación se emplearán los modelos de Christensen y Lo, el de Hervé y Zaoui, y por último el de Maurer, y se compararán sus resultados. Al usar una mezcla de arena-asfalto como ejemplo y aplicar los tres modelos a considerar, se obtienen las primeras observaciones sobre el comportamiento de los mismos.

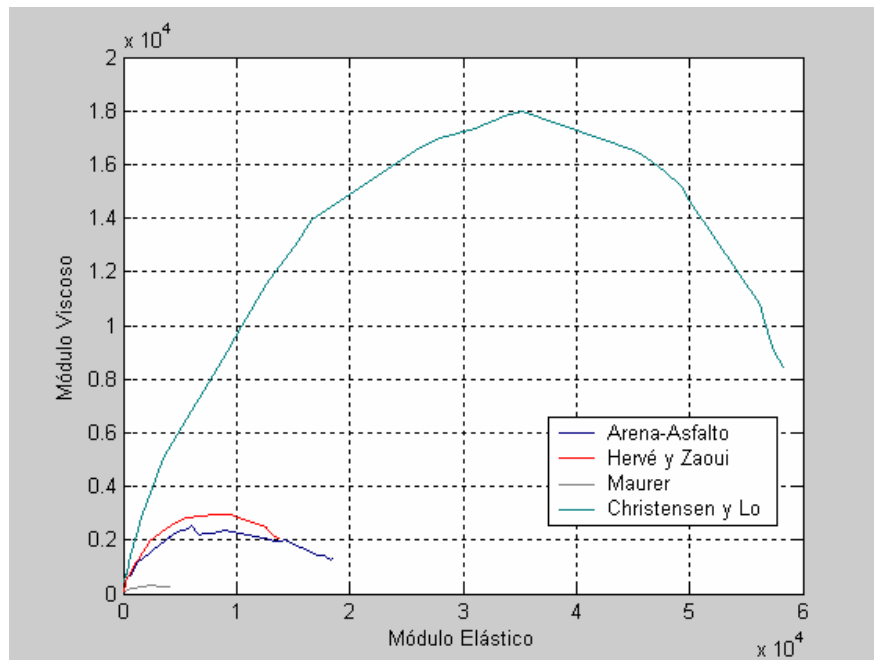
Como primer resultado, se observa que para bajas concentraciones de arena, los tres modelos presentan una predicción similar de los módulos complejos. A medida que se aumenta la concentración de arena, hasta llegar al nivel de la

muestra, el modelo que muestra aproximaciones más consistentes con los resultados medidos sobre la muestra es el de Hervé y Zaoui.

A partir de una concentración cercana al 30% y de allí en adelante, el modelo de Maurer, no produce aumentos en los resultados de los módulos, aun cuando se está aumentando la concentración de arena. En cambio, el modelo de Christensen y Lo presenta un comportamiento opuesto, ya que para pequeños aumentos de la concentración de arena, el aumento en el valor del módulo es muy grande y excede los valores obtenidos en las mediciones.

Las mezclas asfálticas presentan en la práctica, concentraciones de agregado muy altas, por lo cual, a partir de los resultados anteriores, se considera que el empleo de los modelos de Christensen y Lo y el de Maurer, no conlleva a obtener resultados precisos de las propiedades mecánicas de la mezcla. En la figura 26, se muestra la comparación de los resultados obtenidos con los distintos modelos.

Figura 26. Resultado de aplicar los modelos al esquema simplificado arena-asfalto.



Teniendo en cuenta los resultados apreciados en la figura, se decide entonces continuar el estudio del comportamiento de mezclas asfálticas, mediante el modelo de $(n+1)$ fases propuesto por Hervé y Zaoui, debido a que es el modelo que mejor aproximación brinda al comportamiento de la mezcla.

Para facilitar la tarea de encontrar un esquema adecuado para la aplicación del modelo de Hervé y Zaoui, se desarrolló una aplicación en software (anexado en CD), la cual permite aplicar el modelo general en un solo paso, a un grupo de datos organizados en archivos. Estos mismos archivos, también pueden usarse como entrada en un nuevo proceso.

El anexo B, incluye un diagrama de flujo del programa (B.1) y un manual del mismo (B.2), con una explicación de la organización de los datos usados para la entrada del programa e instrucciones generales para el uso del mismo.

2.3 MODELO EN VARIAS ETAPAS

En varias ocasiones los modelos auto-coherentes han sido empleados en varias etapas a fin de lograr una variación que se ajusta mejor a casos específicos. Buttlar y Roque, emplearon el modelo de Christensen y Lo en dos etapas para el modelamiento de mezclas asfálticas. Una primera etapa tomaba el asfalto como una matriz con inclusiones de aire y en la segunda, ésta mezcla pasaba a ser la matriz con inclusiones de agregado.

Estos mismos autores citan los trabajos de Lytton en el desarrollo de modelos teóricos para materiales para SHRP y de Schapery en el estudio de mezclas de asfalto de sulfuro extendido, quienes emplearon esquemas similares.

Shaterzadeh, emplea el modelo de Hervé y Zaoui en varias etapas, para lograr un ajuste casi perfecto en materiales poliméricos reforzados con bolas de vidrio.

En el presente trabajo, se propone un esquema en tres etapas, el cual se muestra gráficamente en la figura 27. En la primera etapa, las 3 fases son:

- i) Una fracción del agregado correspondiente a la parte más fina del mismo (A).
- ii) Una capa de asfalto que corresponde al volumen total de asfalto.
- iii) Un medio homogéneo equivalente (MHE), o mastic asfáltico

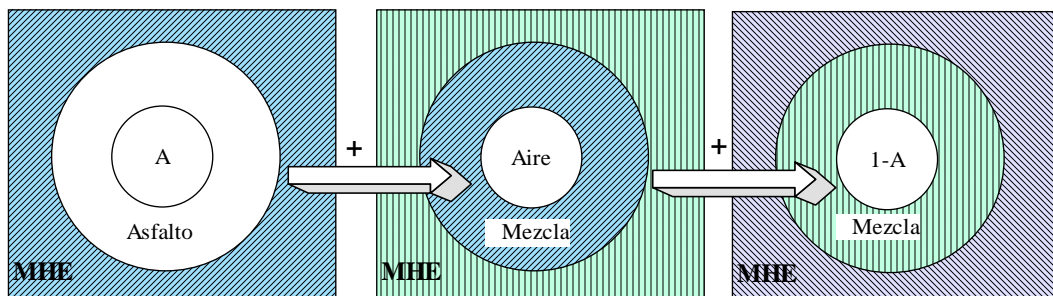
En una segunda etapa, las 3 fases son:

- i) Inclusiones de aire que corresponden al volumen de vacíos de la mezcla.
- ii) Una capa de mastic (asfalto+ finos), obtenido en la anterior etapa.
- iii) Un medio homogéneo equivalente o mastic más aire.

En la tercera y última etapa, las fases son:

- i) La fracción restante del agregado (1-A), que corresponde a la parte más gruesa del mismo.
- ii) Una capa de mastic con aire, resultado de la anterior etapa
- iii) Un medio homogéneo equivalente o mezcla asfáltica.

Figura 27. Esquema final para una mezcla asfáltica.



Para el esquema propuesto, es posible variar la fracción de agregado empleado en la primera etapa desde un valor igual a 0% (con lo cual se tendría un modelo de 2 etapas similar al empleado por Buttlar), hasta un valor del 100% que corresponde al modelo usado por Castañeda; caso específico en el que también se reduciría el esquema propuesto, a uno de solamente dos etapas.

Con el objeto de encontrar cual es la fracción de agregado que debe emplearse en la primera etapa (A) para producir una mejor predicción del comportamiento de la mezclas asfáltica, se procedió a la realización de un segundo programa que permite hacer la variación del porcentaje de agregado usado en la primera etapa y evaluar un gran número de datos rápidamente. El programa aplica el modelo de Hervé y Zaoui en las 3 etapas como se describió anteriormente.

En el anexo C, se incluye un diagrama de flujo del programa (C.1), así como un manual (C.2), con una explicación de la organización de los datos usados para la entrada del programa y la forma de uso del mismo.

Figura 28. Comparación de los resultados obtenidos con el esquema propuesto para el módulo elástico normalizado por el valor experimental, empleando distintos porcentajes de agregado en la primera etapa para MA-1.

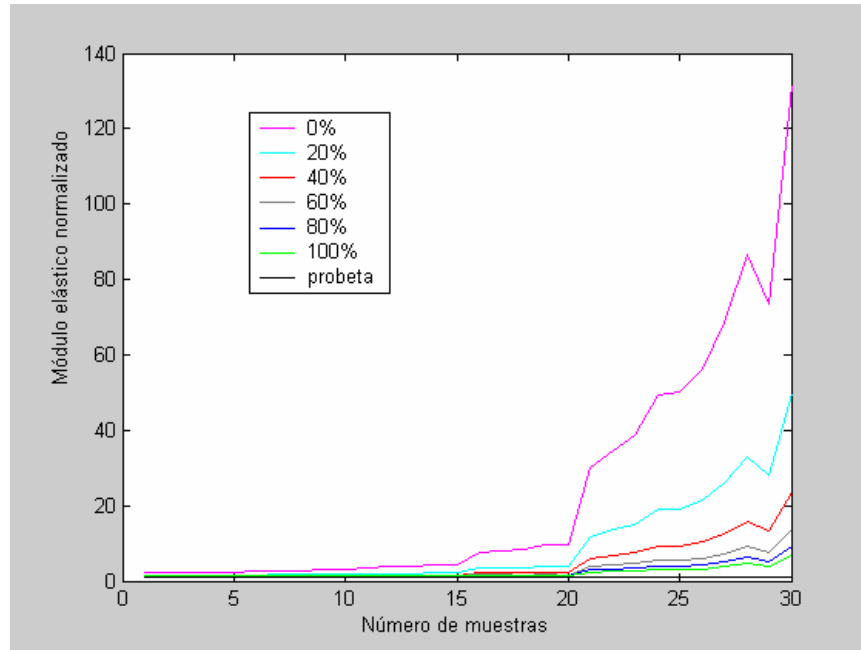


Figura 29. Comparación de los resultados obtenidos con el esquema propuesto para el módulo viscoso normalizado por el valor experimental, empleando distintos porcentajes de agregado en la primera etapa para MA-1.

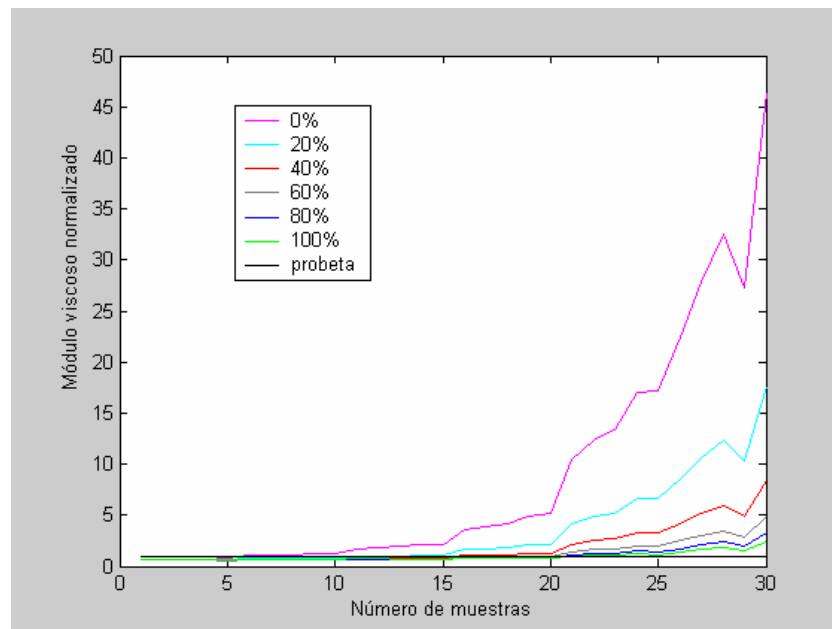


Figura 30. Comparación de los resultados obtenidos con el esquema propuesto para el módulo elástico normalizado por el valor experimental, empleando distintos porcentajes de agregado en la primera etapa para MA-2.

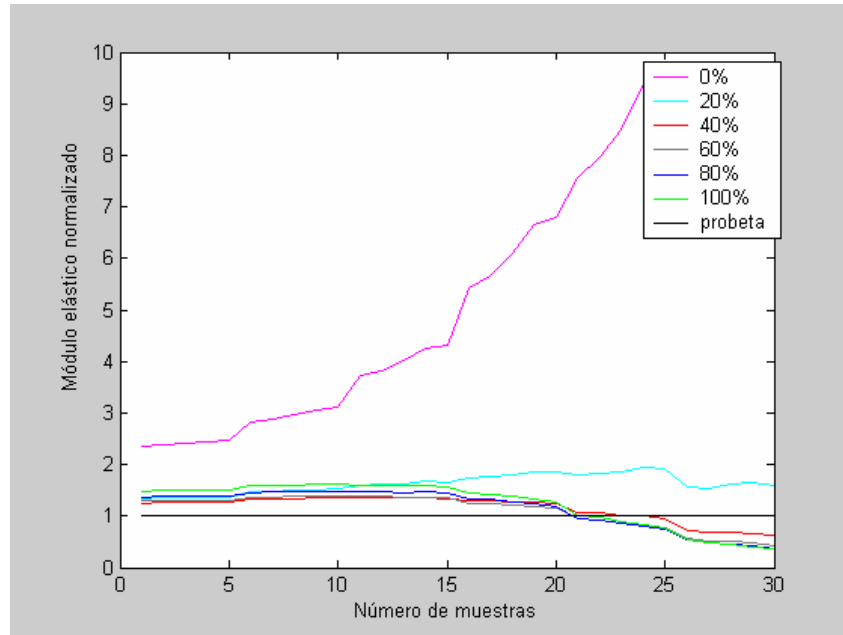
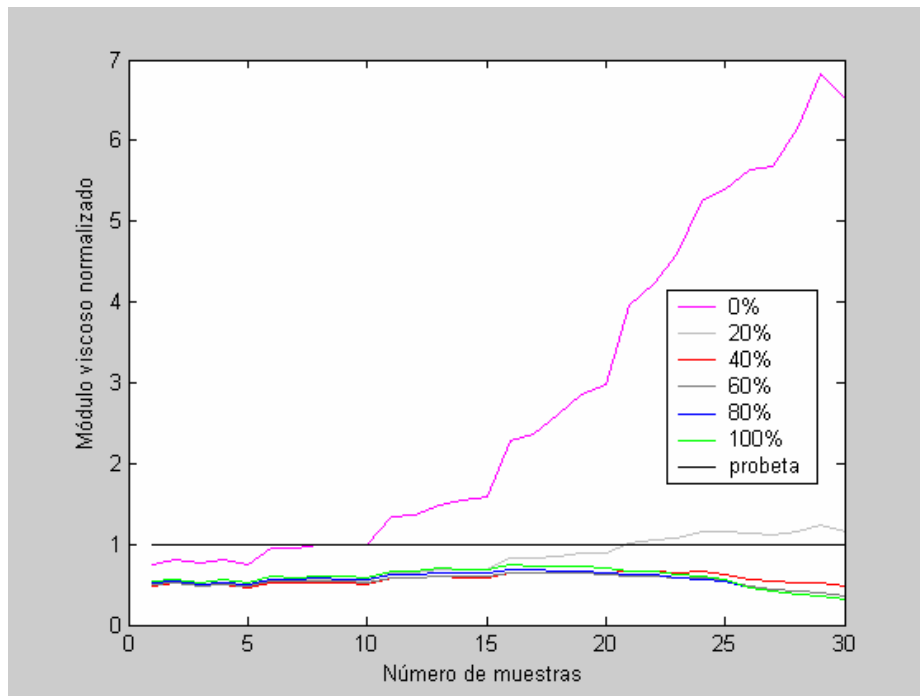


Figura 31. Comparación de los resultados obtenidos con el esquema propuesto para el módulo viscoso normalizado por el valor experimental, empleando distintos porcentajes de agregado en la primera etapa para MA-2.



Al analizar los resultados obtenidos para varios porcentajes de agregado en la primera etapa, se encuentra que la mejor predicción se logra para un porcentaje cercano al porcentaje de arena más finos. Debido a lo anterior, se adopta este porcentaje por el que ha emplearse para obtener la mejor predicción.

2.4 AJUSTES

Se observa que aunque se varíe la mezcla de los componentes, la relación existente entre la componente viscosa y la componente elástica de los módulos no sufre variación. Esto indica que es necesario variar algún parámetro que afecte el valor del ángulo φ , ya que éste se mantiene constante para todas las posibles combinaciones de asfalto, agregado y aire.

Lo que el modelo no predice por si mismo es la pérdida de viscosidad de la muestra respecto al asfalto puro, por lo que se encuentra que la forma más adecuada de varia el valor del ángulo φ , es mediante la variación del valor del coeficiente de poisson empleado para el asfalto. Al tomar valores complejos para el coeficiente de poisson y variar la parte imaginaria del mismo, se encuentra que valores negativos disminuyen el valor viscoso del modulo complejo sin alterar mayormente la parte elástica del mismo.

Mediante una iteración es posible encontrar los valores de coeficiente que ajustan correctamente los valores del modelo con los de la muestra. En el cuadro 5, se muestran los valores encontrados para los dos materiales empleados.

Cuadro 5. Valores de los coeficientes de Poisson.

Condiciones ensayo		Arena Asfalto		Mezcla módulo elevado	
Temperatura	Frecuencia	ν_1	ν_2	ν_1	ν_2
-10	30	0.4752	-0.00361	0.462	-0.005
	25	0.4763	-0.00377	0.464	-0.0044
	15.6	0.4771	-0.00367	0.465	-0.0052
	10	0.47835	-0.0041	0.466	-0.005
	7.8	0.47845	-0.00456	0.466	-0.0058
0	30	0.4853	-0.00356	0.476	-0.0052
	25	0.48595	-0.00376	0.477	-0.0052
	15.6	0.48665	-0.0038	0.478	-0.005
	10	0.48795	-0.00356	0.48	-0.0052
	7.8	0.48825	-0.00355	0.48	-0.0054
10	30	0.49095	-0.00277	0.486	-0.0044
	25	0.4918	-0.00269	0.486	-0.0044
	15.6	0.49215	-0.00259	0.487	-0.004
	10	0.4932	-0.00245	0.488	-0.004
	7.8	0.49325	-0.00246	0.489	-0.004
20	30	0.49695	-0.00131	0.492	-0.003
	25	0.49735	-0.00125	0.492	-0.003
	15.6	0.4974	-0.00118	0.493	-0.0028
	10	0.4979	-0.001	0.494	-0.0026
	7.8	0.49787	-0.00099	0.494	-0.0026
30	30	0.5	-0.00062	0.493	-0.002
	25	0.5	-0.00055	0.495	-0.002
	15.6	0.5	-0.00057	0.494	-0.002
	10	0.5	-0.00052	0.494	-0.002
	7.8	0.5	-0.00054	0.494	-0.002
40	30	0.5	-0.00044	0.494	-0.0014
	25	0.5	-0.0004	0.494	-0.0014
	15.6	0.5	-0.0004	0.495	-0.0014
	10	0.5	-0.00044	0.495	-0.0012
	7.8	0.5	-0.00041	0.495	-0.0014

Con los resultados obtenidos para el coeficiente de Poisson se busca la mayor correspondencia con los parámetros mecánicos del asfalto. Se decide así, relacionar la parte real del coeficiente ν_1 con el módulo complejo del asfalto $|E^*|$

mediante una ecuación lineal y relacionar la parte imaginaria del coeficiente ν_2 con la componente viscosa del módulo del asfalto E_2 también mediante una ecuación lineal. Al combinar ambas muestras y realizar regresiones, se tiene como resultado que las dos componentes del coeficiente de poisson se definen como:

$$\nu_1 = 0.498 - 2.365 \cdot 10^{-5} \times |E^*| \quad (10)$$

$$\nu_2 = -0.0007 - 2.039 \cdot 10^{-5} \times E_2$$

Figura 32. Módulo complejo contra parte real del coeficiente de poisson ν_1 .

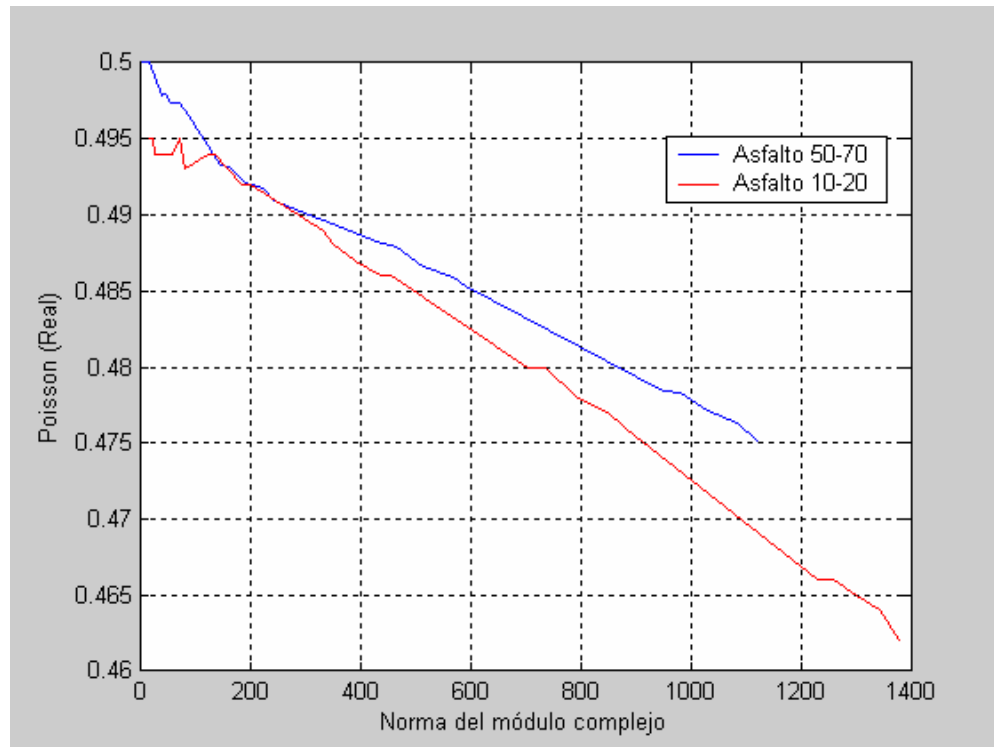
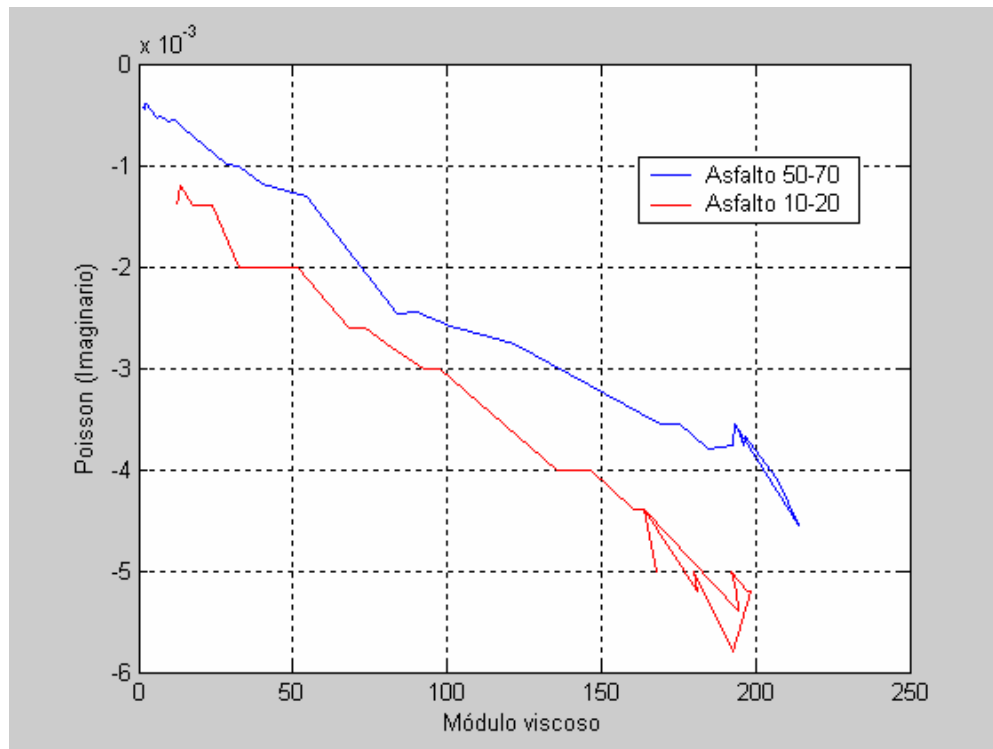


Figura 33. Componente viscosa del modulo del asfalto contra la parte imaginaria del coeficiente de Poisson (ν_2).



Otro posible ajuste para los datos obtenidos mediante el empleo del modelo de Hervé y Zaoui es la aplicación del concepto de percolación. Según algunos autores, el aumento del efecto de refuerzo de la matriz observado experimentalmente es producido por la formación de aglomeraciones de partículas. Aunque se insiste en considerar el concepto de percolación como una manera válida de ajustar los resultados obtenidos, no será realizado el ajuste mediante este método

2.6 MODELO FINAL

Se ha establecido con las anteriores afirmaciones un método para el cálculo del módulo complejo de mezclas asfálticas. El mismo emplea el modelo autocoherente de Hervé y Zaoui en 3 etapas, a fin de modelar los distintos componentes de la mezcla (agregado, asfalto, aire). El módulo complejo así

como sus componentes elástica y viscosa podrán determinar empleando el método aquí descrito si se cuenta con la siguiente información:

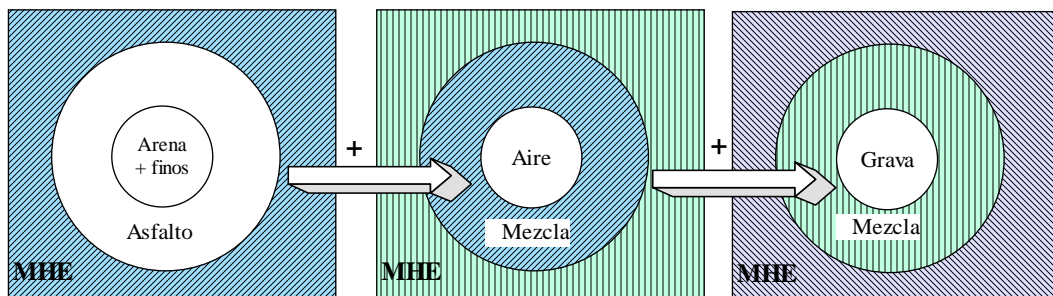
- Módulo complejo del asfalto, para las condiciones de sollicitación dadas.
- El porcentaje en volumen de agregados contenido en la mezcla, así como su contenido de arena y finos.
- El porcentaje de volumen de asfalto contenido en la mezcla.
- El porcentaje de vacíos de aire de la mezcla.

El módulo complejo del asfalto puede ser medido experimentalmente o puede ser determinado a partir del nomograma de Van der Poel si se cuenta con los datos que el mismo requiere. Su coeficiente de Poisson se determina mediante el empleo de las ecuaciones antes descritas.

Debido a que los datos son todos números complejos y el módulo de la mezcla es dependiente de varios valores no es viable la presentación del método bajo una forma gráfica, tales como nomogramas o similares.

El método de cálculo se presenta bajo la forma de un programa de computador el cual debe ser cargado con los datos antes mencionados. (Anexo C). El programa una vez se han cargado los datos procede a realizar el procedimiento micromecánico observado en la figura 34.

Figura 34. Modelo final para la mezcla asfáltica.



En cada etapa se aplica el modelo autocoherente de Hervé y Zaoui en su forma básica, y el composite resultado de cada etapa pasa a la siguiente etapa como matriz del nuevo composite.

- **Aplicación y precisión.**

En lo referente a la precisión del modelo planteado, se puede decir que el método propuesto presenta una alta precisión en las mezclas empleadas. Además este modelo puede ser usado para la predicción del módulo complejo de cualquier material bituminoso que contenga partículas (inclusiones) elásticas de alta carga. Por último, su precisión en la predicción del módulo en los distintos tipos de mezclas bituminosos existentes no fue comprobada.

3. CONCLUSIONES

- ✓ Los modelos micromecánicos proporcionan un buen método de estimación de las propiedades mecánicas de las mezclas asfálticas. Sin embargo, se requiere investigar más sobre los parámetros empleados en el modelamiento, en especial el valor del modulo del agregado y los coeficientes de poisson.
- ✓ El empleo de coeficientes de poisson complejos, utilizando valores imaginarios negativos producen disminuciones del valor de $\tan \varphi$, tal como se observó en los datos de las muestras ensayadas.
- ✓ La utilización del concepto de percolación o de valores de ajuste permite hacer una mejor estimación del valor del módulo, ya que sin estos, el esquema propuesto tiende a subestimar los mismos.
- ✓ El análisis de un mayor número de muestras permitirá hacer mejores correcciones y ajustes al modelo propuesto, así como también ratificará los conceptos aquí desarrollados.
- ✓ El estudio y utilización de los modelos micromecánicos y en especial los auto-coherentes, pueden llegar a permitir el desarrollo de nuevos materiales que sean empleados para diferentes usos, tanto ingenieriles como usos varios. Lo anterior debido a que el modelamiento micromecánico ahorra un gran capital que en otros casos sería necesario gastar en experimentación.
- ✓ La falta de ensayos realizados a asfaltos y mezclas nacionales puede dificultar la implementación de los modelos propuestos, ya que éstos pueden diferir debido a condiciones de producción y localización de los asfaltos y mezclas utilizados como base en el presente estudio.

- ✓ Junto con las presentes memorias, se entregan dos herramientas computacionales:
 - (a) Una herramienta para el cálculo del módulo dinámico de composites particulados. El programa emplea el modelo micromecánico autocoherente de Hervé y Zaoui. Este permite la simulación de un composite compuesto por una inclusión circular de propiedades variables inversa en una matriz con una o varias interfaces entre los materiales.
 - (b) Una herramienta para el cálculo del módulo dinámico de mezclas asfálticas mediante una regla de mezcla que emplea el modelo de Hervé y Zaoui en 3 etapas, donde se combinan agregado, aire y asfalto, elementos constituyentes de las mezclas empleadas en pavimentos.

PERSPECTIVAS.

El modelamiento micromecánico se perfila como un campo de investigación muy extenso. Nuevos materiales, comportamiento mecánico, fallas, resistencia. Las exigencias de tipo económico y ante todo ambiental, llaman a la necesidad de la utilización de métodos de modelamiento no destructivo y que requieran un menor costo por ensayo y una mínima utilización de materiales en los ensayos, lo cual sirve de apoyo al estudio en este campo.

La aplicación de los modelos micromecánicos permite no solamente conocer el comportamiento de los materiales composites. Su utilización en la predicción de fallas, fatiga, expansión térmica y conductividad es cada vez más frecuente y su uso se ha extendido a materiales que poseen cualquier comportamiento mecánico.

A medida que los modelos micromecánicos van ampliando su campo de acción, también aumenta su complejidad matemática, pero gracias a los avances en computación es posible implementar en un computador de escritorio prácticamente cualquier algoritmo empleado actualmente por más complejo que éste sea.

Es notorio el hecho de que cada vez son más frecuentes los estudios sobre composites que emplean materiales tóxicos o de desecho como refuerzo, y aunque no proporcionen gran mejora del material empleado como matriz, si puede este composite convertirse en un sistema eficaz de eliminación de residuos y similares.

Conjunto con la aparición de mejores modelos, también serán mejorados los métodos de ensayo mecánico, los cuales sirven de base para el ajuste de los modelos.

BIBLIOGRAFÍA

[Alberola 1994]. ALBÈROLA, N.D., BAS, C., Y MÈLÈ, P. "Composites particulaires: modélisation du comportement viscoelastique, assortue du concept de percolation" C.R. Acad. Sci. Paris, 1994. T319, Série II, p. 1129-1134.

[Bonnaure 1977] BONNAURE, F., UGE, P., GEST, G., GRAVOIS, A. "Nouvelle Méthode de calcul du module complexe de mélanges bitumineux". Bull. Liaison Labo. P. et Ch., Spécial V, 1977. p. 199-207.

[Christensen 1982] Christensen, R. M. "Theory of viscoelasticity: An introduction", New York: Academic press, Inc., 1982

[Ershad 1999] ERSHAD L, AMIR. "Etude de la deformation viscoélastique et plastique du PET amorphe et semi-cristallin autour de la transition vitreuse". Tesis de Doctorado: Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 1999, 202p.

[Francken 1977] FRANCKEN, L. "Module complexe des melanges bitumineux". Bull. Liaison Labo. P. et Ch., Spécial V, 1977. p. 181-198.

[Hervé 1993] Hervé, E. and Zaoui, A. "n-Layered inclusion-based micromechanical modeling". Int. J. Eng. Sci. 1993, Vol. 31, No.1, p. 1-10

[Shaterzadeh 1997] SHATERZADEH, M. "Etude et modelisation physique et mecanique du comportement viscoelastique et plastique de composites particulaires a matrice polymere". Tesis de Doctorado: Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1997, 201p.

ANEXO A.

MODELO SIMPLIFICADO A (n+1) FASES DE HERVÉ Y ZAOUI

La solución final de Hervé y Zaoui para calcular el modulo G^* de un composite particular esta dado por la siguiente ecuación:

$$X \left(\frac{G_c^*}{G_m^*} \right)^2 + Y \left(\frac{G_c^*}{G_m^*} \right) + Z = 0$$

X, Y y Z, son constantes.

➤ Modelo a 3 fases

Para un composite particular con 2 capas (modelo a 3 fases), los índices p y m corresponden a la matriz y a la partícula respectivamente:

$$X = 4R_2^{10}(1-2v_m)(7-10v_m)H_{12} + 20R_2^7(7-12v_m+8v_m^2)H_{42} + 12R_2^5(1-2v_m) \\ \times (H_{14} - 7H_{23}) + 20R_2^3(1-2v_m)^2 H_{13} + 16(4-5v_m)(1-2v_m)H_{43}$$

$$Y = 3R_2^{10}(1-2v_m)(15v_m-7)H_{12} + 60R_2^7(v_m-3)v_m H_{42} - 24R_2^5(1-2v_m) \\ \times (H_{14} - 7H_{23}) - 40R_2^3(1-2v_m)^2 H_{13} - 8(1-5v_m)(1-2v_m)H_{43}$$

$$Z = -R_2^{10}(1-2v_m)(7+5v_m)H_{12} + 10R_2^7(7-v_m^2)H_{42} + 12R_2^5(1-2v_m) \\ \times (H_{14} - 7H_{23}) + 20R_2^3(1-2v_m)^2 H_{13} - 8(7-5v_m)(1-2v_m)H_{43}$$

Donde $H_{\eta\beta}$ son los elementos de una matriz H ; η y β equivalen respectivamente a los números de la fila y la columna de la matriz H .

$$H_{12} = P_{1,1} \cdot P_{2,2} - P_{2,1} \cdot P_{1,2}$$

$$H_{13} = P_{1,1} \cdot P_{3,2} - P_{3,1} \cdot P_{1,2}$$

$$H_{14} = P_{1,1} \cdot P_{4,2} - P_{4,1} \cdot P_{1,2}$$

$$H_{23} = P_{2,1} \cdot P_{3,2} - P_{3,1} \cdot P_{2,2}$$

$$H_{42} = P_{4,1} \cdot P_{2,2} - P_{2,1} \cdot P_{4,2}$$

$$H_{43} = P_{4,1} \cdot P_{3,2} - P_{3,1} \cdot P_{4,2}$$

La matriz P, está dada por:

$$P = \frac{1}{5(1-v_m)} \begin{bmatrix} \frac{c}{3} & \frac{R_1^2(3b-7c)}{5(1-2v_p)} & \frac{-12\alpha}{R_1^5} & \frac{4(f-27\alpha)}{15(1-2v_p)R_1^3} \\ 0 & \frac{(-2v_m)b}{7(1-2v_p)} & \frac{-20(1-2v_m)\alpha}{7R_1^7} & \frac{-12\alpha(1-2v_m)}{7(1-2v_p)R_1^5} \\ \frac{R_1^5\alpha}{2} & \frac{-R_1^7(2a+147\alpha)}{70(1-2v_p)} & \frac{d}{7} & \frac{R_1^2[105(1-v_m)+12\alpha(7-10v_m)-7e]}{35(1-2v_p)} \\ -\frac{5}{6}(1-2v_m)\alpha R_1^3 & \frac{7(1-2v_m)\alpha R_1^5}{2(1-2v_p)} & 0 & \frac{e(1-2v_m)}{3(1-2v_p)} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$a = \left(\frac{G_p^*}{G_m^*} \right) \cdot (7-5v_p) \cdot (7-10v_m) - (7-10v_p) \cdot (7+5v_m)$$

$$b = 4(7-10v_p) + \left(\frac{G_p^*}{G_m^*} \right) \cdot (7+5v_p)$$

$$c = (7-5v_m) + 2 \left(\frac{G_p^*}{G_m^*} \right) \cdot (4-5v_m)$$

$$d = (7+5v_m) + 4 \left(\frac{G_p^*}{G_m^*} \right) \cdot (7-10v_m)$$

$$e = 2(4-5v_p) + \left(\frac{G_p^*}{G_m^*} \right) \cdot (7-5v_p)$$

$$f = (4 - 5v_p) \cdot (7 - 5v_m) - \left(\frac{G_p^*}{G_m^*} \right) \cdot (4 - 5v_m) \cdot (7 - 5v_p)$$

$$\alpha = \left(\frac{G_p^*}{G_m^*} \right) - 1$$

➤ **Modelo a 4 fases**

$$X = 4R_3^{10}(1 - 2v_3)(7 - 10v_3)H_{12} + 20R_3^7(7 - 12v_3 + 8v_3^2)H_{42} + 12R_3^5(1 - 2v_3) \\ \times (H_{14} - 7H_{23}) + 20R_3^3(1 - 2v_3)^2 H_{13} + 16(4 - 5v_3)(1 - 2v_3)H_{43}$$

$$Y = 3R_3^{10}(1 - 2v_3)(15v_3 - 7)H_{12} + 60R_3^7(v_3 - 3)v_3H_{42} - 24R_3^5(1 - 2v_3) \\ \times (H_{14} - 7H_{23}) - 40R_3^3(1 - 2v_3)^2 H_{13} - 8(1 - 5v_3)(1 - 2v_3)H_{43}$$

$$Z = -R_3^{10}(1 - 2v_3)(7 + 5v_3)H_{12} + 10R_3^7(7 - v_3^2)H_{42} + 12R_3^5(1 - 2v_3) \\ \times (H_{14} - 7H_{23}) + 20R_3^3(1 - 2v_3)^2 H_{13} - 8(7 - 5v_3)(1 - 2v_3)H_{43}$$

De la misma manera que para tres fases, $H_{\eta\beta}$ son los elementos de una matriz H ; η y β equivalen respectivamente a los números de la fila y la columna de la matriz H .

$$H_{12} = P_{1,1} \cdot P_{2,2} - P_{2,1} \cdot P_{1,2}$$

$$H_{13} = P_{1,1} \cdot P_{3,2} - P_{3,1} \cdot P_{1,2}$$

$$H_{14} = P_{1,1} \cdot P_{4,2} - P_{4,1} \cdot P_{1,2}$$

$$H_{23} = P_{2,1} \cdot P_{3,2} - P_{3,1} \cdot P_{2,2}$$

$$H_{42} = P_{4,1} \cdot P_{2,2} - P_{2,1} \cdot P_{4,2}$$

$$H_{43} = P_{4,1} \cdot P_{3,2} - P_{3,1} \cdot P_{4,2}$$

La matriz P , en este caso se define como:

$$P = M2 * M1$$

M1 y M2 están dados por:

$$M1 = \frac{1}{5(1-v_2)} \begin{bmatrix} \frac{c_1}{3} & \frac{R_1^2(3b_1 - 7c_1)}{5(1-2v_1)} & \frac{-12\alpha_1}{R_1^5} & \frac{4(f_1 - 27\alpha_1)}{15(1-2v_1)R_1^3} \\ 0 & \frac{(-2v_2)b_1}{7(1-2v_1)} & \frac{-20(1-2v_2)\alpha_1}{7R_1^7} & \frac{-12\alpha_1(1-2v_2)}{7(1-2v_1)R_1^5} \\ \frac{R_1^5\alpha_1}{2} & \frac{-R_1^7(2a_1 + 147\alpha_1)}{70(1-2v_1)} & \frac{d_1}{7} & \frac{R_1^2[105(1-v_2) + 12\alpha_1(7-10v_2) - 7e_1]}{35(1-2v_1)} \\ -\frac{5}{6}(1-2v_2)\alpha_1R_1^3 & \frac{7(1-2v_2)\alpha_1R_1^5}{2(1-2v_1)} & 0 & \frac{e_1(1-2v_2)}{3(1-2v_1)} \end{bmatrix}$$

$$M2 = \frac{1}{5(1-v_3)} \begin{bmatrix} \frac{c}{3} & \frac{R_2^2(3b_2 - 7c_2)}{5(1-2v_2)} & \frac{-12\alpha_2}{R_2^5} & \frac{4(f_2 - 27\alpha_2)}{15(1-2v_2)R_2^3} \\ 0 & \frac{(-2v_3)b_2}{7(1-2v_2)} & \frac{-20(1-2v_3)\alpha_2}{7R_2^7} & \frac{-12\alpha_2(1-2v_3)}{7(1-2v_2)R_2^5} \\ \frac{R_2^5\alpha}{2} & \frac{-R_2^7(2a_2 + 147\alpha_2)}{70(1-2v_2)} & \frac{d_2}{7} & \frac{R_2^2[105(1-v_3) + 12\alpha_2(7-10v_3) - 7e_2]}{35(1-2v_2)} \\ -\frac{5}{6}(1-2v_3)\alpha_2R_2^3 & \frac{7(1-2v_3)\alpha_2R_2^5}{2(1-2v_2)} & 0 & \frac{e_2(1-2v_3)}{3(1-2v_2)} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$a_1 = \left(\frac{G_1^*}{G_2^*} \right) \cdot (7-5v_1) \cdot (7-10v_2) - (7-10v_1) \cdot (7+5v_2)$$

$$a_2 = \left(\frac{G_2^*}{G_3^*} \right) \cdot (7-5v_2) \cdot (7-10v_3) - (7-10v_2) \cdot (7+5v_3)$$

$$b_1 = 4(7-10v_1) + \left(\frac{G_1^*}{G_2^*} \right) \cdot (7+5v_1)$$

$$b_2 = 4(7-10v_2) + \left(\frac{G_2^*}{G_3^*} \right) \cdot (7+5v_2)$$

$$c_1 = (7 - 5v_2) + 2 \left(\frac{G_1^*}{G_2^*} \right) \cdot (4 - 5v_2)$$

$$c_2 = (7 - 5v_3) + 2 \left(\frac{G_2^*}{G_3^*} \right) \cdot (4 - 5v_3)$$

$$d_1 = (7 + 5v_2) + 4 \left(\frac{G_1^*}{G_2^*} \right) \cdot (7 - 10v_2)$$

$$d_2 = (7 + 5v_3) + 4 \left(\frac{G_2^*}{G_3^*} \right) \cdot (7 - 10v_3)$$

$$e_1 = 2(4 - 5v_1) + \left(\frac{G_1^*}{G_2^*} \right) \cdot (7 - 5v_1)$$

$$e_2 = 2(4 - 5v_2) + \left(\frac{G_2^*}{G_3^*} \right) \cdot (7 - 5v_2)$$

$$f_1 = (4 - 5v_1) \cdot (7 - 5v_2) - \left(\frac{G_1^*}{G_2^*} \right) \cdot (4 - 5v_2) \cdot (7 - 5v_1)$$

$$f_2 = (4 - 5v_2) \cdot (7 - 5v_3) - \left(\frac{G_2^*}{G_3^*} \right) \cdot (4 - 5v_3) \cdot (7 - 5v_2)$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{G_1^*}{G_2^*} \right) - 1$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{G_2^*}{G_3^*} \right) - 1$$

ANEXO B

HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA EL CALCULO DEL MODELO DE HERVE Y ZAOUI A N+1 FASES.

B.1 Introducción

La siguiente herramienta fue desarrollada para aplicar el modelo de Hervé y Zaoui a una serie de datos ordenados en archivos. Para su desarrollo se emplearon dos programas en plataforma Windows, que son los siguientes:

Netbeans IDE 4.0 – Esta aplicación permite la creación de interfaces de java y tiene una licencia pública. El programa permite la creación de ventanas de Windows, selección de archivos, ordenamiento de datos y manejo de segundas aplicaciones por medio de lenguajes preestablecidos. Este programa puede descargarse de manera gratuita desde www.netbeans.org

Mathematica 5.0 – Esta aplicación fue desarrollada por Wolfram Research y requiere de una licencia. Es una calculadora científica muy poderosa y fue empleada para realizar todos los cálculos llevados durante el presente trabajo.

La interfaz de java es la encargada de recoger la información de los datos y ordenarlos, para luego enviar al Kernell (calculadora) de Mathematica todos los cálculos necesarios. Como resultado, Mathematica produce archivos de datos con los resultados obtenidos, los cuales pueden visualizarse con Excel o con un editor de texto.

B.2 Requerimientos del software

El software desarrollado requiere para su ejecución de dos herramientas, las cuales deben ser previamente instaladas:

- Java Runtime Environment: comúnmente conocido como la máquina de java.
- Mathematica 5.0: Programa empleado para los cálculos.

El programa no necesita ningún requerimiento de hardware especial.

B.3 Instalación.

- Ejecutar el archivo "Mezclas Asfálticas.exe" que se encuentra en el CD que acompaña este documento.
- Seguir las instrucciones dejando las opciones predeterminadas como válidas: no cambiar carpetas de instalación u otras opciones durante la instalación.
- El programa requiere la instalación del programa Mathematica de Wolfram Research para la realización de las operaciones y cálculos matemáticos.

B.4 Configuración.

- EXCEL: En el menú principal vaya a Herramientas \ Opciones. En la sección internacional asegúrese que las opciones, sean como se especifica: usar el punto como separador decimal, y la coma como separador de miles.
- Archivos BAT: Estos archivos le ayudan al programa a encontrar EXCEL y MATHEMATICA dentro del disco duro.

C:\Mezclas Asfálticas\bin\excel.bat; Contiene la siguiente información:

"C:\Archivos de programa\Microsoft Office\Office11\EXCEL.EXE"

Nota: Si la ubicación de excel es distinta a la que aparece en el archivo, entonces poner la que corresponde a la ubicación real (entre comillas).

C:\Mezclas Asfálticas\bin\MezclasAsfálticas3Pasos.bat ; Contiene:

```
"C:\Archivos de programa\Java\jre1.5.0_02\bin\java" MezclasAsfálticas3Pasos  
-linkmode launch -linkname "c:\Archivos de programa\Wolfram  
Research\Mathematica\5.0\mathkernel.exe"
```

Nota: Si Java fue instalado en una dirección distinta a la primera del archivo o si el kernel de Mathematica se encuentra en una dirección distinta a la segunda del archivo, escribir entonces la que corresponde a la ubicación real (entre comillas).

C:\ Modelo Herve y Zaoui\bin\excel.bat ; Contiene la siguiente información:

```
"C:\Archivos de programa\Microsoft Office\Office11\EXCEL.EXE" %1
```

Nota: Si la ubicación de excel es distinta a la que aparece en el archivo, entonces poner la que corresponde a la ubicación real (entre comillas).

C:\ Modelo Herve y Zaoui\bin\ModuloComposites.bat ; Contiene:

```
"C:\Archivos de programa\Java\jre1.5.0_02\bin\java" MezclasAsfálticas -  
linkmode launch -linkname "c:\Archivos de programa\Wolfram  
Research\Mathematica\5.0\mathkernel.exe"
```

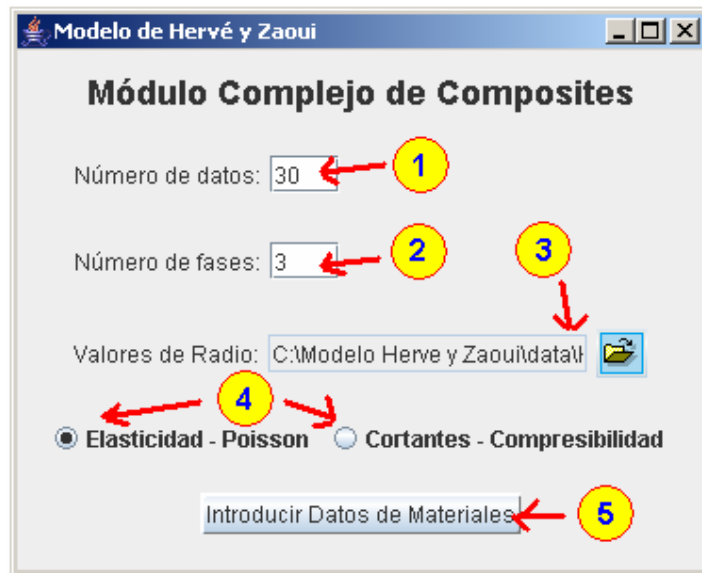
Nota: Si Java fue instalado en una dirección distinta a la primera del archivo o si el kernell de Mathematica se encuentra en una dirección distinta a la segunda del archivo, escribir entonces la que corresponde a la ubicación real (entre comillas).

B.5 Edición del programa.

Las herramientas desarrolladas pueden ser editadas fácilmente empleando el programa Neatbeans IDE 4. Con esta pueden hacerse tanto modificaciones sencillas, como variaciones en las plantillas, tales como cambiar nombre o títulos, por ejemplo para cambiarlos a otros idiomas, hasta modificaciones avanzadas, como cambiar el modelo micromecánico empleado, emplear una herramienta de calculo diferente a Mathematica. Como se dijo anteriormente, este programa puede descargarse gratuitamente desde: <http://www.netbeans.org/>

MANUAL DE USO

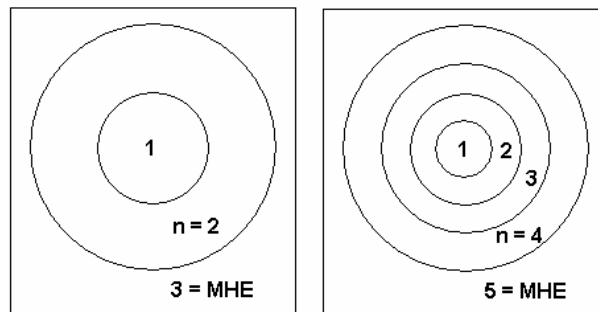
Figura B.1 Primera Ventana – Datos iniciales



(1) Número de datos: Este número indica la cantidad de grupos de datos que serán evaluados. Por cada grupo de datos se hará una evaluación completamente independiente. Todos los archivos deberán tener como mínimo la cantidad de datos aquí indicada.

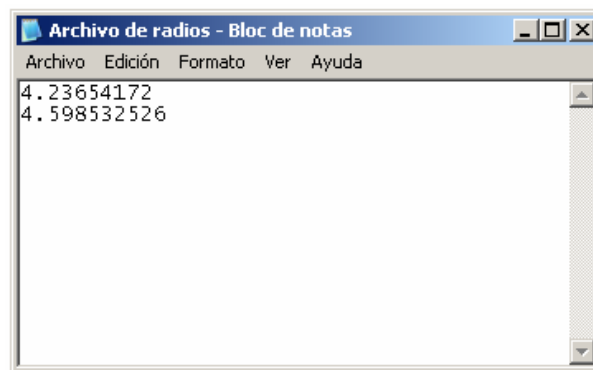
(2) Número de fases: Se refiere a la cantidad de capas (**n**) con distintas propiedades que conforman el composite más uno (1) que corresponde al medio homogéneo equivalente. Así, un composite con una inclusión isótropa en una matriz y sin considerar ninguna interfase formarían 3 fases: la inclusión, la matriz y el MHE.

Figura B.2. Gráfico ilustrativo de composite a 3 fases y a 5 fases.



(3) Valores de radio: Se selecciona un archivo de tipo CSV que contenga los valores de los radios de cada fase. Los archivos CSV son archivos de datos separados por comas; son usados comúnmente por su sencillez y pueden ser editados mediante Excel o con un editor de texto como el NotePad. Debido a que usan la coma (,) como elemento de separación de los datos, se emplea el punto (.) como separador decimal.

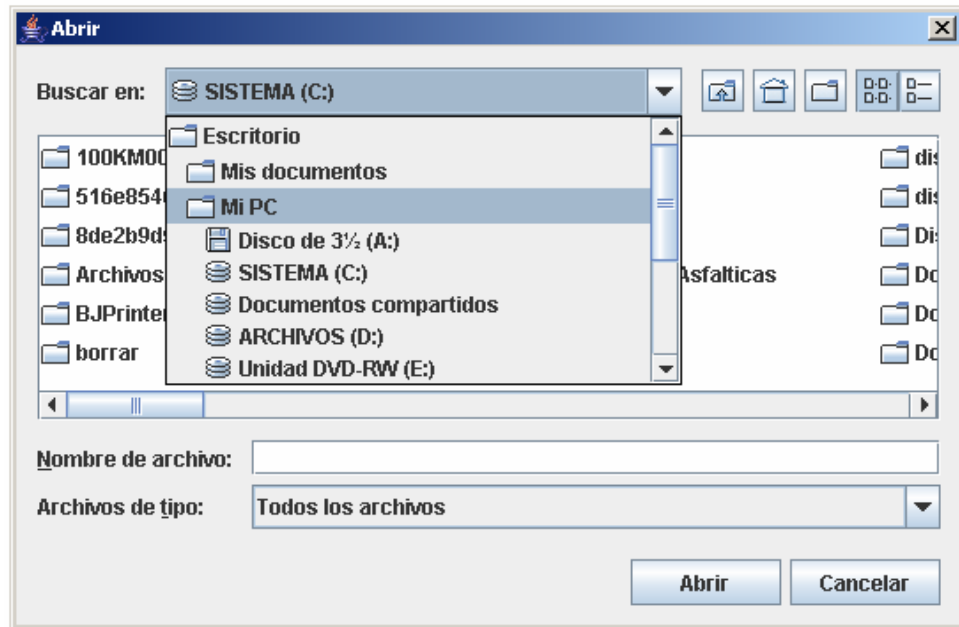
Figura B.3. Ejemplo de un archivo de radios abierto con el NotePad.





Al oprimir este botón de despliega la ventana **Abrir Archivo** de Java la cual funciona de manera similar a la de Windows.

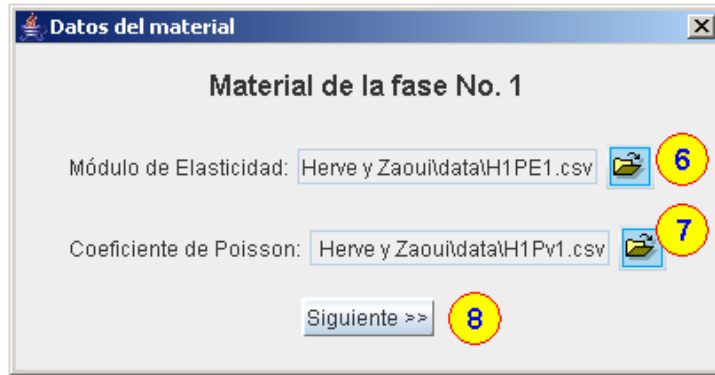
Figura B.4 Ventana abrir archivo de Java.



(4) Selector de unidades: Determina que unidades serán usadas para los módulos de los materiales en cada fase. Las opciones son: (a) el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson o (b) el módulo de cortante y el coeficiente de poisson.

(5) Botón de ejecución: Al oprimirlo le indica al programa que los datos de la plantilla ya han sido llenados. Se procede entonces a introducir las propiedades de los materiales de cada fase.

Figura B.5 Segunda ventana – Datos de los materiales



(6) Módulo de elasticidad: Se selecciona el archivo que contiene los módulos de elasticidad complejos para cada uno de los estados del primer material. El primer material corresponde al más interno es decir al que conforma el núcleo de la inclusión. El archivo de tipo CSV y cada línea se refiere a las propiedades mecánicas para distintas combinaciones de frecuencia y temperatura. La cantidad de datos del archivo debe ser mínimo la indicada en **(1)** número de datos.

Figura B.6. Ejemplo de archivo de módulos abierto en Excel.

	A	B	C
17	52.2964314	48.0216958	
18	41.7217084	40.2901855	
19	32.3732719	32.6798297	
20	27.7863348	28.773592	
21	9.50627936	14.0936387	
22	7.73119246	11.6717035	
23	5.66541882	9.42884031	
24	3.8772557	6.99763447	
25	3.28630094	6.18063315	
26	1.56292451	3.68201941	
27	1.16013289	2.76660292	
28	0.7167359	1.86716085	
29	0.67188957	1.88376336	
30	0.32556815	0.94551858	
31			
32			

La primera columna corresponde a la componente elástica del módulo.
La segunda columna corresponde a la componente viscosa del módulo.
Se observa que el archivo contiene 30 datos.

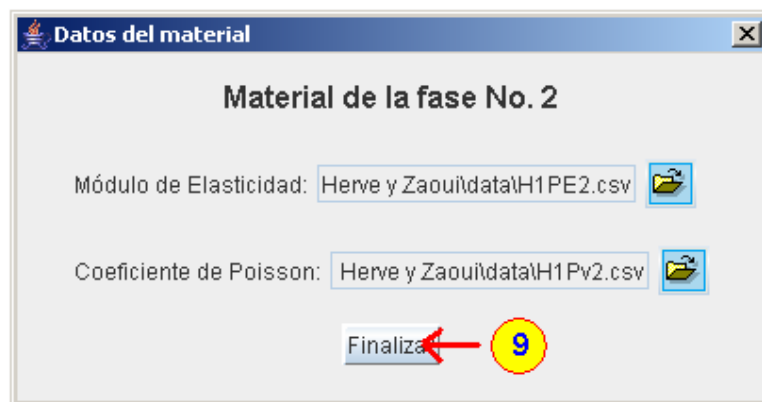
(7) Coeficientes de Poisson: Archivo que contiene los coeficientes de Poisson complejos a emplear en cada caso. También es un archivo CSV con un número de datos mínimo de **(1)** número de datos.

Figura B.7. Ejemplo de archivo de coeficientes de poisson abierto en NotePad



(8) Botón siguiente: Al oprimirlo se pasa a otra ventana que pedirá los datos del siguiente material. Los materiales van del más interno al más externo, siendo la última capa el “medio homogéneo equivalente” al cual se le van a calcular sus propiedades.

Figura B.8. Tercera ventana – Datos del material n



- (9) **Botón Finalizar:** Al oprimirlo se da por terminado el ingreso de las propiedades de cada capa que conforma el composite.

Figura B.9 Cuarta ventana – Archivos de resultados



- (10) **Directorio:** Seleccione el directorio en el que deben grabarse los archivos de resultados.



Al oprimir este botón de despliega la ventana **Abrir Directorio** de Java, sólo aparecerán las carpetas.



Con este botón puede crearse una carpeta nueva en la posición deseada.

- (11) **Archivo para el módulo:** Sugiera un nombre para el archivo que contendrá los resultados de los módulos del composite.

- (12) **Archivo de coeficientes:** Sugiera un nombre para el archivo que contendrá los resultados de los coeficientes de Poisson del composite.



- (13) Al oprimir este botón se da inicio al proceso de cálculo. La interfaz de Java establece un enlace con el Kernel de Mathematica y le envía a éste todas las instrucciones para calcular los resultados.

Advertencia: Antes de oprimir el botón de cálculo asegúrese que todos los archivos de datos están cerrados, ya que si algún archivo está abierto en Excel, el Kernel no podrá hacer uso del mismo y se producirá un error.

Figura B.10. Quinta ventana – Ver resultados



- (14) Ver archivo de módulos del composite:** Al oprimir el botón se abre Excel con el archivo de módulos del composite.

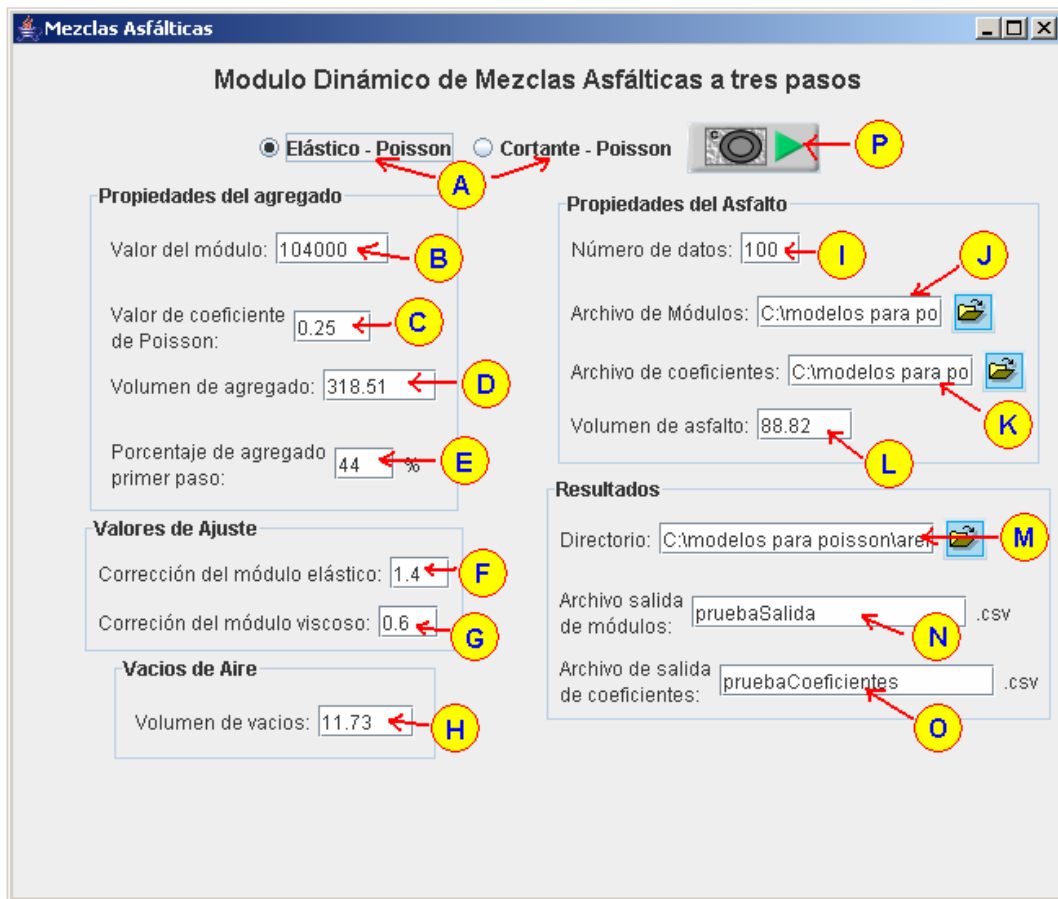
- (15) Ver archivo de coeficientes de Poisson:** Al oprimir el botón se abre Excel con el archivo de coeficientes de poisson.

- (16) Salir:** Finaliza el programa.

ANEXO C
PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DEL MÓDULO COMPLEJO DE
MEZCLAS ASFÁLTICAS EMPLEANDO EL MODELO DE HERVÉ Y ZAOUI
EN 3 ETAPAS

Los aspectos descritos al comienzo del anexo B sobre la realización de programa así como los requerimientos de software, hardware e instalación también son aplicables a la herramienta que se describe a continuación.

Figura C.1.



(A) Selector de unidades: Determina que unidades serán usadas para los módulos de los materiales en cada fase. Las opciones son: (a) el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson o (b) el módulo de cortante y el coeficiente de poisson.

Propiedades del agregado.

(B) Valor del módulo: Valor del módulo elástico de la roca que conforma los agregados. Se expresa en MPa.

(C) Valor del coeficiente de Poisson: Valor del coeficiente de Poisson de la roca que conforma los agregados.

(D) Volumen de agregado: Volumen de la muestra ensayada que corresponde al agregado. Unidades cm³.

(E) Porcentaje de agregado del primer paso: Determina cuanto agregado será usado en la primera etapa del cálculo y cuanto será dejado para la última etapa. Este valor va desde cero hasta 100%.

Valores de ajuste.

(F) Corrección del módulo elástico: Es un factor que multiplica a la componente elástica del módulo del composite.

(G) Corrección del módulo viscoso: Es un factor que multiplica a la componente viscosas del módulo del composite.

Los resultados de estos ajustes se almacenan en un archivo separado con el mismo nombre del archivo de módulo y la palabra corregido al final (pruebaSalida_corregido.csv para el ejemplo de la pantalla)

Vacíos de aire.

(H) Volumen de vacíos: Volumen de la muestra ensayada que corresponde a vacíos de aire.

Propiedades del asfalto.

- (I) **Número de datos:** Cantidad de datos que contienen los archivos de las propiedades del asfalto. Cada línea en el archivo de módulo o coeficiente corresponde a un dato.
- (J) **Archivo de módulos:** Ruta completa del archivo que contiene los valores de los módulos. Para ejemplo de archivo vea el numeral seis (6) del programa de cálculo del módulo complejo de composites.
- (K) **Archivo de coeficientes:** Ruta del archivo que contiene los valores de los coeficientes de Poisson del asfalto.
- (L) **Volumen de asfalto:** Volumen de la muestra ensayada que corresponde al asfalto.

Resultados.

- (M) **Directorio:** Seleccione el directorio en el que deben grabarse los archivos de resultados.



Al oprimir este botón se despliega la ventana **Abrir Directorio** de Java, sólo aparecerán las carpetas.



Con este botón puede crearse una carpeta nueva en la posición deseada.

- (N) **Archivo para el módulo:** Sugiera un nombre para el archivo que contendrá los resultados de los módulos del composite.

- (O) **Archivo de coeficientes:** Sugiera un nombre para el archivo que contendrá los resultados de los coeficientes de Poisson del composite.



- (P) Al oprimir este botón se da inicio al proceso de cálculo. La interfaz de Java establece un enlace con el Kernel de Mathematica y le envía a éste todas las instrucciones para calcular los resultados.

Nota: Antes de oprimir asegúrese de que los archivos están cerrados.